Mathematik

Klasse 5

Unterrichtshilfen

Unterrichtshilfen Mathematik Klasse 5

Autoren:
Werner Breuer, Günter Erbrecht, Erika Hartig,
Helmut Leiße, Heidi Müller, Klaus Scheler, Sieglinde Schneider,
Siegfried Schneider, Udo Winkler

Volk und Wissen Volkseigener Verlag
Berlin 1983

Verfaßt von einem Autorenkollektiv unter der Leitung von Dr. sc. Siegfried Schneider

Autoren:
Dr. sc. Siegfried Schneider – Einleitung
Dr. Werner Breuer, Dr. sc. Siegfried Schneider – Stoffgebiet 1
Dr. Sieglinde Schneider, Dr. Udo Winkler – Stoffgebiet 2
Erika Hartig, Helmut Leiße – Stoffgebiet 3
Dr. Günter Erbrecht, Dr. Klaus Scheler – Stoffgebiet 4

Redaktion: Annemarie Mai, Karlheinz Martin

1. Auflage
Lizenz-Nr. 203/1000/82 (E 002194-1)
LSV 0645
Zeichnungen: Waltraud Schmidt
Einband: Erika Kerschner
Typografische Gestaltung: Atelier VWV
Printed in the German Democratic Republic
Gesamtherstellung: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden
Schrift: 9/10 p Normale Antiqua (Modern)
Redaktionsschluß: 28. September 1982
Bestell-Nr. 707 763 8
DDR 13,40 M

Inhalt

Einleitung

1. Zum Mathematikunterricht in Klasse 5

Der *Lehrplan für die Klasse 5*, auf den sich die vorliegenden Unterrichtshilfen beziehen, wurde *gemeinsam* mit dem *Lehrplan für die Klasse 4* auf der Grundlage eines umfangreichen Schulversuches und einer breiten Diskussion, an der sich viele Lehrer, Mathematikmethodiker und Schulfunktionäre beteiligten, entwickelt.
Damit ist die Voraussetzung für einen *kontinuierlichen Übergang* von der Unterstufe zur Mittelstufe nach einer einheitlichen Konzeption für den Mathematikunterricht gegeben. Das bedeutet für den in Klasse 5 unterrichtenden Lehrer, sich mit dem Lehrplan Mathematik für die Klassen 4 und 5 *insgesamt* vertraut zu machen. Ebenso wie in Klasse 4 besteht auch in Klasse 5 das *Hauptziel* des Mathematikunterrichts darin, *solides, dauerhaftes und anwendungsbereites Wissen und Können vor allem im Rechnen mit Zahlen und Größen und in der Beherrschung grundlegender geometrischer Begriffe zu erreichen*, um eine sichere Grundlage für den Mathematikunterricht in den folgenden Klassenstufen zu schaffen.
Der *Niveauanstieg* in Klasse 5 gegenüber der Klasse 4 ist im Lehrplan (LP 8 f.) deutlich gekennzeichnet.
Im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts der Klasse 5 stehen

- das Festigen der Kenntnisse über den Aufbau der natürlichen Zahlen durch Anwenden und das sichere mündliche und schriftliche Rechnen mit natürlichen Zahlen, auch beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen,
- die Einführung von Brüchen, der Übergang zu den gebrochenen Zahlen und das sichere Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren vor allem von Dezimalbrüchen,
- das sichere Arbeiten mit Größen und die Anwendung vor allem bei einfachen Inhaltsberechnungen an Rechtecken und Quadern und beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben,
- das Kennenlernen von Eigenschaften der Spiegelung und Drehung und die Verwendung der geometrischen Abbildungen bei Konstruktionen.

Zum *aktiven Fachwortschatz*, den die Schüler in den Klassen 1 bis 4 erworben haben und der auch in Klasse 5 weiter zu festigen ist, gehören vor allem folgende Termini bzw. Sprechweisen:

addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren;
plus, minus, mal, geteilt durch;
Summand, Summe; Minuend, Subtrahend, Differenz;
Faktor, Produkt; Dividend, Divisor, Quotient;
Zahlwörter bis zur Billion; Zehnerpotenz; Zehnersystem;

einstellige, zweistellige, ..., vierstellige Zahl;
gerade Zahl, ungerade Zahl;
Vorgänger, Nachfolger; Zahlenstrahl;
... ist kleiner als ..., ... ist größer als ..., ... ist gleich ..., ... liegt zwischen ...;
verdoppeln, das Doppelte; halbieren, die Hälfte;
der ...te Teil, das ...fache;
um ... vergrößern (verkleinern), auf ... vergrößern (verkleinern);
... ist Vielfaches von ..., ... ist Teiler von ..., ... ist durch ... teilbar; Rest;
aufrunden, abrunden; angenähert, Überschlag bzw. Überschlagsrechnung;
Gleichung, Ungleichung; wahr, falsch;
Durchschnitt, durchschnittlich; Maßstab;
Punkt, Gerade, gerichtete Gerade, Ebene;
Strecke, gerichtete Strecke; Strahl;
... liegt auf ..., ... geht durch ..., ... liegt zwischen ...;
einander schneiden;
... parallel zu ..., ... senkrecht auf ...;
Abstand (zweier paralleler Geraden);
... antragen an ..., ... abtragen auf ...;
Dreieck, Viereck, Trapez, Parallelogramm, Rechteck, Quadrat;
Eckpunkt, Seite (des Dreiecks/Vierecks);
gleichschenkliges Dreieck, gleichseitiges Dreieck;
Kreis, Mittelpunkt, Radius, Durchmesser;
Dreiecksfläche, Vierecksfläche, .. , Quadratfläche;
Quader, Würfel, Kugel, Zylinder, Pyramide, Kegel;
Verschiebung, Verschiebungspfeil, Verschiebungsweite;
Original, Bild.

In Klasse 5 wird der von den Schülern aktiv zu beherrschende Wortschatz insbesondere um folgende Termini bzw. Sprechweisen erweitert:

Potenz, Basis, Exponent;
arithmetisches Mittel;
Bruch, Zähler, Nenner; gleichnamige, ungleichnamige Brüche; echter Bruch, unechter Bruch;
erweitern, kürzen; gebrochene Zahl; Dezimalbruch, gemeiner Bruch;
Umfang, Flächeninhalt, Rauminhalt, Volumen, Oberfläche;
Schenkel eines Winkels, Scheitel eines Winkels; Schnittwinkel (zweier Geraden);
spitzer, stumpfer, gestreckter, überstumpfer Winkel;
Drehung, Drehzentrum, Drehwinkel;
Spiegelung, Spiegelgerade, Symmetrieachse; zueinander symmetrisch, axialsymmetrisch.

Die nachfolgenden, bisher in erster Linie zum passiven Wortschatz gehörenden Termini sollen in Klasse 5 in zunehmendem Maße auch aktiv von den Schülern verwendet werden:

Koordinatensystem, geordnetes Zahlenpaar; Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz; Variable.

Bei der Aneignung und Vertiefung des Wissens und Könnens ist ein hoher Grad von Selbständigkeit in der Arbeit der Schüler anzustreben (↗ LP 5, 11). Der Unterricht ist so zu gestalten, daß das Interesse der Schüler geweckt, ihre Aktivität gefördert wird und daß sie auch Freude am Lernen empfinden. Als wesentliches Mittel dient hierzu das Lösen von Aufgaben, die in zunehmendem Maße vielfältiger und komplexer gestellt werden sollten (↗ LP 10 f.). Möglichst täglich durchzuführende Übungen vor allem im mündlichen und schriftlichen Rechnen und im Umrechnen von Größenangaben sowie das regelmäßige Erteilen, Auswerten und Kontrollieren von *Hausaufgaben* sind eine weitere wesentliche Bedingung für das Herausbilden eines soliden Wissens und Könnens.
In kontinuierlicher Fortsetzung der Arbeit in den vorangehenden Klassenstufen sind die Fertigkeiten und der Wille der Schüler auszuprägen, beim Lösen von Aufgaben erzielte Ergebnisse zu kontrollieren und dabei ihre Kenntnisse über die Rechenoperationen

anzuwenden. Beim Arbeiten mit Größen ist auf das Entwickeln richtiger Größenvorstellungen Wert zu legen. Das gelingt um so besser, je stärker auch beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben Praxisnähe und Umweltbezogenheit erreicht werden. Hierzu ist es erforderlich, das Aufgabenangebot im Lehrbuch ggf. zu aktualisieren bzw. die gegebenen Sachverhalte in den Erfahrungsbereich der Schüler zu „übersetzen". In zunehmendem Maße sind die Schüler an den Umgang mit Näherungswerten (Schätzwerte, Meßwerte, gerundete Zahlen, Überschläge) zu gewöhnen. Sie müssen davon überzeugt werden, daß es sich dabei um nichts „Ungenaues" handelt, sondern (vor allem bei Anwendungsaufgaben) um *sinnvolle Näherungswerte*. Bei der Behandlung des Geometriestoffes, die weitgehend parallel zum Arithmetikunterricht verläuft, sind neben dem Kennenlernen weiterer geometrischer Abbildungen die Fertigkeiten der Schüler im Gebrauch der Zeichengeräte weiterzuentwickeln.
Im Lehrplan (LP 14) sind am Ende der ersten drei Stoffgebiete *komplexe Übungen* mit einer festgelegten Stundenzahl ausgewiesen. In diesen Stoffabschnitten wird kein neuer Stoff behandelt. Vielmehr sollten in diesen Stunden abwechslungsreiche und den jeweils gesamten bis dahin behandelten Stoff umfassende Übungen im Lösen von Aufgaben durchgeführt werden (↗ LP 10 f.).
Wenn es im Lehrplan (S. 11) dazu heißt, „*Die Schüler sollen entscheiden lernen, welches mathematische Wissen und Können jeweils zur Lösung der gestellten Aufgaben anzuwenden ist*", so bedeutet das, die Aufgaben in den komplexen Übungen so auszuwählen und anzuordnen, daß der Schüler nicht von vornherein schon auf ein bestimmtes Lösungsverfahren orientiert wird, sondern z. B. innerhalb einer Unterrichtsstunde verschiedene Lösungsverfahren angewendet werden müssen.
In die komplexen Übungen des Stoffgebietes 3 (Stoffabschnitt 3.3.) am Schuljahresende ist auch die Geometrie einzubeziehen.

2. *Hinweise zum Aufbau und zur Verwendung der Unterrichtshilfen*

Die vorliegenden Unterrichtshilfen wurden auf der Grundlage des Lehrplans ausgearbeitet. *Alle Aussagen dieses Buches zur methodischen und organisatorischen Gestaltung des Unterrichts stellen Empfehlungen dar.*
Zur Funktion der Unterrichtshilfen und der Art und Weise ihrer Nutzung:

(1) Zur Unterstützung der Plankontrolle wird auf der Seite 12 eine *Übersicht zur Jahresstoffverteilung* in Form eines Diagramms gegeben. Mit ihrer Hilfe kann der Lehrer bestimmen, bis zu welchem Zeitpunkt im Schuljahr etwa die Behandlung der einzelnen Stoffabschnitte abgeschlossen werden sollte.

(2) Zu jedem Stoffgebiet, jedem Stoffabschnitt und einzelnen Themen gibt es *Vorbemerkungen*. Darin werden die Hauptanliegen, die mit der Behandlung des jeweiligen Stoffes verbunden sind, in knapper Form dargestellt. Der Stoff wird in die Linienführung des Lehrplanes eingeordnet, und es werden wesentliche Ziele der Bildung und Erziehung genannt. *Deshalb beginnt jede richtige Verwendung der Unterrichtshilfen mit dem Studium der jeweiligen Vorbemerkungen.* Ohne Kenntnis des dort Gesagten ist eine richtige Wertung und Einordnung der Einzelhinweise nicht möglich, da allgemeine Zielstellungen nicht ständig wiederholt werden.

(3) Zu jedem Stoffgebiet und zu jedem Thema sind *Kontrollaufgaben* (vielfach geeignete Lehrbuchaufgaben) angegeben. Mit den Kontrollaufgaben zum Stoffgebiet wird versucht, das am Ende der Behandlung des Stoffgebietes zu erreichende Ziel möglichst

genau zu kennzeichnen. In gleicher Weise sind die Kontrollaufgaben zu den einzelnen Themen auf die dort genannten Ziele bezogen. Zu den meisten Kontrollaufgaben sind die Lösungen in Klammern angegeben. Die Kontrollaufgaben sind in ihrer Zusammenstellung *nicht als Muster für Klassenarbeiten* gedacht, wohl aber können und sollten solche Aufgaben zu Kontrollen verschiedener Form verwendet werden, auch als *Hausaufgaben*. Des weiteren werden durch die Kontrollaufgaben auch nicht alle Ziele des Lehrplans erfaßt. Ihre Hauptfunktion besteht darin, daß am Grad der Bewältigung solcher Aufgaben durch die Schüler der Lehrer „ablesen" kann, inwieweit vor allem Ziele im Bereich des Wissens und Könnens erreicht wurden.

(4) Für jedes Stoffgebiet ist eine *Stoffverteilung* angegeben. Die dort vermerkten Themen decken sich in Abfolge und Inhalt mit den Lerneinheiten des Lehrbuchs. Diese Stoffverteilung ist ebenfalls nur ein möglicher Vorschlag. Sie muß durch den Lehrer in den Zeitablauf des Schuljahres unter Berücksichtigung der Zeit- und Stundenplanung an der eigenen Schule eingeordnet und gegebenenfalls auch inhaltlich ergänzt, abgewandelt oder weiter konkretisiert werden.

(5) *Für jedes Thema* sind die *wesentlichen Ziele* angegeben. Sie kennzeichnen, welcher Zuwachs an Wissen und Können und an Einsichten bei den Schülern erreicht bzw. welche Erkenntnisse erweitert, welche Fähigkeiten und Fertigkeiten weiter ausgeprägt werden sollen. Auch mit dem Stoff in enger Beziehung stehende Erziehungsziele werden genannt. Allgemeinere Ziele im Bereich der ideologischen Bildung und Erziehung und der Fähigkeitsentwicklung, die nur über einen größeren Zeitraum hinweg erreicht werden können, sind im allgemeinen in den Vorbemerkungen zu den Stoffgebieten und -abschnitten genannt.

(6) Im Anschluß an die Ziele sind *für jedes Thema didaktisch-stoffliche Schwerpunkte* formuliert, die bei Unterrichtseinheiten mit mehreren Stunden auf die einzelnen Stunden aufgeschlüsselt sind. Sie können helfen, den Inhalt sinnvoll aufzuteilen und die Stunden zu gliedern.

(7) Die *methodischen Hinweise* beziehen sich auf die angegebenen Schwerpunkte. Hier werden u. a. Tätigkeiten empfohlen, durch die sich die Schüler weitgehend selbständig den Stoff aneignen können. Mitunter werden verschiedene Möglichkeiten (Varianten) genannt, zwischen denen der Lehrer auswählen kann, die aber mitunter auch für differenziertes Vorgehen im Unterricht genutzt werden können. Die Schwerpunkte müssen nicht in jedem Falle in der angegebenen Reihenfolge behandelt werden. Man wird zwar häufig zu Beginn einer Unterrichtsstunde oder in der ersten Stunde einer Unterrichtseinheit das im Lernprozeß anzustrebende *Ziel formulieren und motivieren.* Die *Sicherung des Ausgangsniveaus* kann aber sowohl vor der Erarbeitung des neuen Stoffes als auch in unmittelbarer Verbindung damit erfolgen. In den Hinweisen wird deshalb z. B. nur gesagt, *was* an Wissen und Können vorausgesetzt werden muß und *wie* man es erneut bereitstellen könnte, aber nicht in jedem Fall, *wann* das im Unterrichtsablauf geschehen sollte. Dies kann auch schon in vorangehenden Unterrichtsstunden erfolgen. Die Detailplanung ist vom Lehrer selbst vorzunehmen. Umfang, Zeitpunkt der Vorbereitung, Auswertung und Kontrolle von *Hausaufgaben*, kurze *Leistungskontrollen* und dergleichen werden ebenfalls vom Lehrer selbst festgelegt.
Für die *Erarbeitung* sind mitunter logisch aufeinanderfolgende Schritte genannt. Entscheidet man sich für den vorgezeichneten Weg, so sind im allgemeinen auch alle diese Schritte einzuhalten.
Für die *Festigungsphase* sind häufig mehrere Möglichkeiten angegeben, aus denen der Lehrer auswählen kann. Die dort genannten Aufgaben können auch für *Hausaufgabenstellungen* genutzt werden, ohne daß dies immer erwähnt wird. Die *Hinweise auf Lehrbuchaufgaben* beziehen sich immer auf die Aufgaben mit blauer Numerierung

in der entsprechenden Lerneinheit, wenn nicht besonders auf die schwarze Numerierung hingewiesen wird. Bei Hinweisen auf Lehrbuchaufgaben aus anderen Lerneinheiten, wird die betreffende Lehrbuchseite mit angegeben. LB 14 bedeutet z. B.: Lehrbuch, Seite 14.
Für einige Stunden wird ein möglicher Verlauf ausführlich beschrieben. Auch bei diesen Mustern handelt es sich lediglich um Empfehlungen, die nicht ohne Beachtung der Bedingungen in der eigenen Klasse übernommen werden sollten.

3. *Zur Arbeit mit dem Lehrbuch*

Die Vorschläge in den Unterrichtshilfen (UH) beziehen in vielfältiger Weise das Lehrbuch (LB) als wichtigstes Unterrichtsmittel in der Hand des Schülers ein. Einige grundsätzliche Hinweise zur Arbeit mit dem Lehrbuch seien deshalb vorangestellt.
Die Autoren haben sich bemüht, das Lehrbuch so zu gestalten, daß es einerseits dem Lehrer vielerlei methodische Anregungen gibt, andererseits Schüler sich teilweise selbständig unter Anleitung durch den Lehrer Stoff aneignen können. Das Buch ist nach Lerneinheiten gegliedert, zu denen in den Unterrichtshilfen Hinweise gegeben werden. Jeder Lerneinheit sind Aufgaben zugeordnet. Es ist entscheidend für die richtige Verwendung des Lehrbuchs, daß es im Unterricht nicht Seite für Seite „abgearbeitet", sondern zweckmäßig an geeigneten Stellen eingesetzt wird, daß der Lehrer die durch das Buch gegebenen Anregungen in einem lebensverbundenen Unterricht schöpferisch umsetzt.
So werden für die Sicherung des Ausgangsniveaus, für die Erarbeitung neuen Stoffes und für die Ergänzung, Vertiefung und Erweiterung gewonnener Erkenntnisse häufig Schüleraufträge (●) formuliert, die eine weitgehend selbständige Arbeit der Schüler anregen sollen. Diese Aufträge kann der Lehrer unverändert oder den Bedingungen in seiner Klasse entsprechend abgewandelt erteilen. Jeder Auftrag hat eine spezifische Funktion und sollte nicht unbesehen in den Unterricht einbezogen werden. Aufgabenbeispiele, Abbildungen, Problemstellungen usw. sollte der Lehrer immer als Anregung auffassen und im Unterricht möglichst durch lebendigen Vortrag oder unmittelbare Anschauung ersetzen.
Bei der Arbeit mit Größen, beim Lösen von Sachaufgaben und im Geometrieunterricht sollten Meßgeräte, Modelle für Größeneinheiten (z. B. Kubikmeter — Kantenwürfel) oder für bestimmte Größen (bei Schätzübungen), geometrische Figuren und ggf. auch weitere Materialien (z. B. quaderförmige Behälter, deren Oberflächen- oder Rauminhalt zu berechnen sind) mitgebracht werden.
Das Lehrbuch ist kein „geschriebener Unterricht". Im Lehrbuch ist der Stoff knapp und fehlerfrei dargestellt. Zeitweilig unvollständige Vorstellungen, vorläufige Formulierungen, die noch präzisiert werden müssen, Fragestellungen usw., wie sie im Unterricht notwendigerweise auftreten, sind im Lehrbuch im allgemeinen nicht enthalten. Für den Unterricht stellen Lehrbuchformulierungen wohl eine gewisse Orientierung dar. Merkstoff (▶), Zusammenfassungen und Übersichten sollten aber nicht formal von den Schülern reproduziert werden. Im Mittelpunkt stehen stets das inhaltlich richtige Erfassen des Stoffes, die eigenen Formulierungen der Schüler und das Anwenden des Wissens beim Lösen von Aufgaben.
Im Lehrbuch werden *Aufgaben* in verschiedener Weise angeboten. In den Lehrteilen werden häufig *Beispiele* (■) vorgeführt. Auch hier ist zu beachten, daß es sich dabei zwar meist um Einführungsbeispiele handelt, der Lehrer aber stets prüfen sollte, ob sie in dieser Form unter den Bedingungen in der eigenen Klasse auch tatsächlich geeignet

sind. Zur Verwendung der Aufgaben im Anschluß an die Lehrteile der Lerneinheiten enthalten die Unterrichtshilfen mehrfach Empfehlungen, mit denen eine Orientierung auf die wichtigsten Aufgabentypen erfolgt. Das Lehrbuch enthält ein reichliches Aufgabenangebot, aus dem der Lehrer den Erfordernissen in seiner Klasse entsprechend unter Beachtung der wesentlichen Lehrplanziele auswählen muß.

Vor allem sollte der Lehrer die Vielfalt der Aufgabenstellung ausschöpfen, um die Schüler immer aufs neue zum Nachdenken über geeignete Lösungswege anzuregen. Es entspricht der methodischen Grundkonzeption, wenn die Aneignung neuen Stoffes eng mit dem Lösen von Aufgaben verbunden wird. Es wäre falsch, die Aufgaben erst nach der Abarbeitung der Textteile im Lehrbuch lösen zu lassen.

Aufgaben mit höherem Anforderungsniveau sind mit Sternchen (*) gekennzeichnet und vorrangig für differenziertes Arbeiten gedacht. Die bei vielen Lerneinheiten mit schwarzer Numerierung angefügten Aufgaben sind für die ständige Sicherung des grundlegenden Könnens gedacht. Werden diese Aufgaben bei den jeweiligen Lerneinheiten z. B. in täglichen Übungen eingesetzt, so wird damit häufig Stoff für den nachfolgenden Unterricht reaktiviert.

Im Lehrbuch enthaltene *Sachaufgaben* vor allem aus dem gesellschaftlichen Bereich unterliegen naturgemäß rasch einem gewissen Verschleiß. Im bereits oben erwähnten Sinne sollte der Lehrer viele dieser Aufgaben als Anregung betrachten, sie jedoch zeitlich aktualisieren (z. B. mit Hilfe der Tagespresse oder statistischer Jahrbücher) und möglichst auch in den Lebensbereich der Schüler rücken (Heimatort, Patenbetrieb, eigene Schule). Der Lehrer wird dann im Unterricht die aktualisierte Aufgabe in lebendiger Weise stellen, ggf. Material dazu mitbringen usf. und nicht etwa formal den Text im Lehrbuch lesen lassen, zu dem die Schüler kaum Beziehung finden.

4. *Übersicht zur Jahresstoffverteilung*

Stoffabschnitte	Std.	Geplante Unterrichtswochen																													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1.1. Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen	24																														
1.2. Weitere Anwendungen des Rechnens mit natürlichen Zahlen	15																														
1.3. Komplexe Übungen	6																														
2.1. Teile von Ganzen; Brüche	5																														
2.2. Gebrochene Zahlen und ihre Darstellungsformen	10																														
2.3. Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen	8																														
2.4. Multiplikation von Dezimalbrüchen	8																														
2.5. Komplexe Übungen	7																														
3.1. Größen (Masse, Zeit, Länge) und ihre Einheiten	13																														
3.2. Flächen- und Rauminhalt	27																														
3.3. Komplexe Übungen	12																														
4.1. Winkel und Winkelmessung	10																														
4.2. Verschiebung (Wiederholung)	5																														
4.3. Spiegelung	15																														
4.4. Drehung	15																														

Stoffgebiet 1 (45 Std.)

Natürliche Zahlen

Vorbemerkungen

Das Stoffgebiet 1 enthält i. allg. keinen prinzipiell neuen Stoff. Es dient in besonderem Maße der Festigung des bis zum Abschluß der Klasse 4 erworbenen Wissens und Könnens auf dem Gebiet der Grundrechenoperationen im Bereich der natürlichen Zahlen (↗ LP 20 f.). So sollte der Stoff nicht neu „erarbeitet" werden. Vielmehr sind insbesondere durch das Lösen vielfältiger Aufgaben das Wissen und Können zu vertiefen.

Im Vorschlag für die Stoffverteilung ist deshalb, im Gegensatz zu den Plänen für die anderen Stoffgebiete, keine Zusammenstellung von zu erarbeitendem Stoff aufgenommen worden, sondern es ist von zu *vertiefendem Stoff* die Rede. Der zu *reaktivierende Stoff* ist Voraussetzung für die systematische Wiederholung und Vertiefung. Wenn in den methodischen Hinweisen gelegentlich von „Erarbeitung" die Rede ist, so sind damit lediglich die Schritte gemeint, mit denen die Kenntnisse systematisch wiederholt und vertieft werden.

Im Mittelpunkt des gesamten Stoffgebietes steht die Weiterentwicklung des *Rechnenkönnens*. Das sollte sich auf der Grundlage richtiger inhaltlicher Vorstellungen und über das Anwenden vollziehen. Nur einige wenige Begriffe (z. B. bei der Behandlung der Potenzen) werden neu eingeführt oder in gewissem Sinne erweitert oder systematisiert. Das Berechnen von *Termen* und das Lösen von *Gleichungen* und *Ungleichungen* erfährt beispielsweise gewisse Erweiterungen. Dem Lehrplan ist der höhere Grad der Kompliziertheit der Typen in Kl. 5 (LP 29 f.) gegenüber denen in Klasse 4 (LP 18) zu entnehmen. Auch in Klasse 5 ist es aber noch nicht das Ziel, formale Lösungsverfahren für Gleichungen einzuführen. Mitunter werden Elemente solcher Verfahren von Schülern in den Unterricht getragen („So geht das doch viel einfacher!"). Verbote sind hierbei fehl am Platz (zumal wenige Jahre später der Lehrer das Anwenden von Lösungsverfahren als vorteilhaft motiviert). Vielmehr sollten die Schüler stets zum Begründen jedes Schrittes aufgefordert werden. Damit können auch solche Schüleraktivitäten nutzbringend den Unterricht fördern.

Wenn im Lehrbuch gelegentlich (z. B. Lerneinheiten 9, 10) von wahren und falschen Aussagen die Rede ist, so sind diese Redeweisen nicht zum Unterrichtsgegenstand zu machen. Das erfolgt erst in Klasse 6. Die Schüler sollten jedoch begründen können, warum bestimmte Aussagen wahr oder falsch sind.

Die Unterrichtsstunden des Stoffgebietes sind sehr flexibel zu gestalten.

Es ist nicht notwendig, die Lerneinheiten unbedingt in der angeführten Reihenfolge zu behandeln. Vieles läßt sich miteinander verknüpfen. Der Lehrer sollte das gesamte Stoffgebiet als eine komplexe Wiederholung des Wissens und Könnens über das Rechnen mit natürlichen Zahlen und seine vielfältigen Anwendungen anlegen und verantwortungsvoll und schöpferisch die Möglichkeiten in seiner Klasse nutzen.

Kontrollaufgaben

1. Gegeben sind folgende Zahlen:
16 587; 20 003; 4 880; 1 675; 5 000 000
a) Schreibe die Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen!
b) Schreibe die zugehörigen Zahlwörter auf!
c) Ordne die Zahlen nach der Größe, beginne mit der kleinsten Zahl!
d) Runde die Zahlen auf Vielfache von 10 und auf Vielfache von 1000!
e) Welche der Zahlen sind durch 2 (5, 10, 100) teilbar?

2. Berechne mündlich:
a) $6\,000\,000 - 300\,000$ *(5 700 000)*
b) $3\,560 + 220$ *(3 780)*
c) $350 - 210 : 21 + 170$ *(510)*
Berechne schriftlich:
d) 42,12 M — 5,12 M + 3,08 M — 12,09 M *(27,99 M)*
e) $45 \cdot 248$ *(11 160)*
f) $27\,280 : 85$ *(320 Rest 80)*

3.

a	b	c	$a \cdot b + c$	$a : b - c$	$a : (b - c)$	$(a + b) \cdot c$
30	5	4	*(154)*	*(2)*	*(30)*	*(140)*
48	8	8	*(392)*	*(n. l.)*	*(n. l.)*	*(448)*
100	10	12	*(1 012)*	*(n. l.)*	*(n. l.)*	*(1 320)*

4. Welche Zahlen erfüllen die Gleichungen?
a) $5 \cdot x + 12 = 72$ *(12)* **b)** $(a - 7) \cdot 4 = 0$ *(7)*
c) $5^x = 25$ *(2)* **d)** $2^x = 8$ *(3)* **e)** $(y + 7) : 6 = 3$ *(11)*

5. Stelle für jede der Zahlen 2, 4 und 8 fest, ob sie Lösung folgender Gleichungen (bzw. Ungleichungen) sind!
a) $(x - 2) \cdot (8 - x) = 0$ *(ja; nein; ja)*
b) $5 \cdot y + 12 < 80$ *(ja; ja; ja)*

6. Für welche Zahlen gilt
a) Das Dreifache einer Zahl vermehrt um 25 ergibt 115. *(30)*
b) Die Summe aus einer Zahl und 93 ist kleiner als das Produkt aus 5 und 21. *($x < 12$)*

7. Aufg. 10 (LB 37) **8.** Aufg. 20 (LB 42) **9.** Aufg. 11 (LB 41)

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu vertiefender Stoff
Stoffabschnitt 1.1. Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen			24 Std.
Ordnung der natürlichen Zahlen (LE 1)	2	– Lesen und Schreiben natürlicher Zahlen – Verwendung von Stellentafel und Zahlenstrahl – Bilden von Vorgänger und Nachfolger natürlicher Zahlen	– Unterschied zwischen Zahlwort, Ziffer und Grundziffer – dekadisches Positionssystem – Lesen und Schreiben natürlicher Zahlen – Darstellen natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen – Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen – Darstellen natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl – Bestimmen von Vorgängern und Nachfolgern natürlicher Zahlen
Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen (LE 2)	3	– Grundaufgabengleichungen der Addition; Addition (Kopfrechnen) – Grundaufgabengleichungen der Subtraktion; Subtraktion (Kopfrechnen)	– Mündliches und schriftliches Addieren und Subtrahieren – Begriffe und Gesetze – Ausführbarkeit und Eindeutigkeit der Rechenoperationen – Subtraktion als Umkehroperation der Addition – Lösen einfacher Anwendungsaufgaben; Überschlag und Kontrolle
Multiplikation natürlicher Zahlen (LE 3)	3	– Grundaufgabengleichungen der Multiplikation; Multiplikation (Kopfrechnen)	– Mündliches und schriftliches Multiplizieren – Begriffe und Gesetze der Multiplikation – Ausführbarkeit, Eindeutigkeit – Lösen einfacher Anwendungsaufgaben; Überschlag und Kontrolle
Division natürlicher Zahlen (LE 4)	7	– Grundaufgabengleichungen der Multiplikation und Division; Multiplikation und Division (Kopfrechnen)	– Mündliches und schriftliches Dividieren – Begriffe und Gesetze der Division – Ausführbarkeit und Eindeutigkeit der Division

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu vertiefender Stoff
			– Division als Umkehroperation der Multiplikation – Division mit Rest – Lösen einfacher Anwendungsaufgaben; Überschlag und Kontrolle
Potenzen (LE 5)	2	– Schreiben von Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen – Berechnen von Zehnerpotenzen – Darstellen von Summen aus gleichen Summanden als Produkte	– Darstellen von Produkten aus gleichen Faktoren als Potenzen – Begriffe „Potenz“, „Basis“, „Exponent“ – Berechnen von Potenzen, Quadratzahlen – Potenzen mit dem Exponenten 1
Vielfache und Teiler einer natürlichen Zahl (LE 6)	3	– Vielfache von Zehnerpotenzen – Grundaufgabengleichungen der Multiplikation und Division	– Teiler, Vielfaches, teilbar; $a\|b$ – Zusammenhang zwischen Ausführbarkeit der Division und Teilbarkeit – Unterschied zwischen Division (Operation) und Teilbarkeit (Relation) – Teilbarkeitsregeln für 2, 5, 10 und 100
Nacheinanderausführen mehrerer Rechenoperationen (LE 7)	2	– Kopfrechnen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzieren) – Aufgaben mit mehreren Rechenoperationen	– Lösen von Aufgaben, in denen mehrere Rechenoperationen und Klammern enthalten sind – Reihenfolge der Ausführung von Rechenoperationen – Erkennen von Summen, Differenzen, Produkten, Quotienten und Potenzen (Erkennen der Struktur von Termen) – Umformulieren von Rechenausdrücken in Worte und umgekehrt
Schriftliche Leistungskontrolle und Auswertung	2	Grundrechenoperationen und Potenzieren	
Stoffabschnitt 1.2. Weitere Anwendungen des Rechnens mit natürlichen Zahlen			15 Std.
Variable (LE 8)	2	– Grundaufgabengleichungen	– Verwendungsmöglichkeiten für Variable

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu vertiefender Stoff
		– Rechenausdrücke mit zwei verschiedenen Operationen und Klammern	– Belegen von Variablen und Berechnen der Rechenausdrücke (Gleichungen, Tabellen) – Einsetzen von Zahlen für Variable in Rechenausdrücken – Bestimmen der Struktur von Rechenausdrücken; Berechnen von Tabellen – Bilden von Rechenausdrücken mit Variablen
Gleichungen (LE 9)	4	– Gleichungen ohne Variable als wahre bzw. falsche Aussagen – Belegen der Variablen in Gleichungen – Lösen einfacher Gleichungen mit Variablen	– Einsetzen von Zahlen für Variable in Gleichungen – Lösen von Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen – Begriffe „Lösung“ und „erfüllen“ – Lösen einfacher Text- und Sachaufgaben; Bedeutung der Probe
Ungleichungen (LE 10)	3	– Ungleichungen ohne Variable als wahre bzw. falsche Aussagen – Lösen einfacher Ungleichungen mit Variablen – Belegen der Variablen in Ungleichungen	– Einsetzen von Zahlen für Variable in Ungleichungen – Lösen von Ungleichungen durch Probieren und inhaltliche Überlegungen – Bilden von wörtlichen Formulierungen zu vorgegebenen Ungleichungen – Lösen einfacher Sach- und Anwendungsaufgaben mit Hilfe von Ungleichungen
Durchschnitt und arithmetisches Mittel (LE 11)	2	– Kopfrechenaufgaben, besonders Addition und Division – Schriftliche Addition und Division, auch mit Rest – Runden	– Gleichmäßige Verteilung – Durchschnitt von Größen – Arithmetisches Mittel von Zahlen; Verfahren zu dessen Bestimmung – Anwendungen
Lösen von Sachaufgaben (LE 12)	3	– Umwandeln von Größenangaben – Verwenden von Variablen	– Verwenden von Skizzen, Tabellen usw. beim Lösen von Sachaufgaben – Kontrollieren gefundener Lösungen
Leistungskontrolle	1	– Rechnen mit natürlichen Zahlen – Lösen von Gleichungen und Ungleichungen – Sachaufgaben	
Stoffabschnitt 1.3. Komplexe Übungen			6 Std.

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu vertiefender Stoff
Komplexe Übungen	5	– Grundlegendes Wissen und Können über die Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen – Anwendungen beim Lösen von Gleichungen, Ungleichungen und Sachaufgaben	
Leistungskontrolle	1	Diese Stunde sollte zusammengefaßt mit der Stunde für Leistungskontrolle im Stoffabschnitt 1.2. zu einer Kontrollarbeit und deren Auswertung genutzt werden.	

Stoffabschnitt 1.1. (24 Std.)

Die vier Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen

Wie im Lehrplan Klasse 5 (↗ LP 28 f.) ausgewiesen, soll mit den im ersten Stoffabschnitt angesiedelten *vielfältigen Übungen im Rechnen mit natürlichen Zahlen* erreicht werden, daß

- die Schnelligkeit und Sicherheit der Schüler beim Rechnen erhöht und
- ihre Fähigkeiten im selbständigen Anwenden der erworbenen Rechenfertigkeiten weiter entwickelt werden.

Im ersten Stoffabschnitt werden das Wissen und Können über die Ordnung der natürlichen Zahlen, die Grundrechenoperationen und die Teilbarkeit gefestigt. Da das *gedächtnismäßige Beherrschen der Grundaufgaben* eine notwendige Voraussetzung sowohl für das mündliche als auch für das schriftliche Rechnen ist, darf es auch in Klasse 5 nicht unterschätzt oder vernachlässigt werden.
Das *Lösen von einfachen Gleichungen und Ungleichungen* (mit einer Operation, ↗ LP 29) sowie von *Sach- und Anwendungsaufgaben* (mit zwei abhängigen Lösungsschritten, ↗ LP 30) ist bereits in die Unterrichtseinheiten dieses Stoffabschnittes einzubeziehen. (Bezüglich des Arbeitens mit Gleichungen, Ungleichungen und Sachaufgaben kann auf die Ausführungen im Stoffabschnitt 1.2. verwiesen werden.)

Ordnung der natürlichen Zahlen (2 Std.)

LE 1 (LB 5 bis 8)

Die erste Unterrichtseinheit dient der Wiederholung des Wissens über natürliche Zahlen in Verbindung mit dem Lösen von Aufgaben. In den Übungen sollten insbesondere

- das Schreiben und Lesen natürlicher Zahlen im dekadischen Positionssystem,
- das Bilden von Vorgänger und Nachfolger einer natürlichen Zahl und
- das Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen

gefestigt werden. Damit wird zugleich die Wiederholung der Rechenoperationen und ihrer Eigenschaften in den nächsten Unterrichtseinheiten vorbereitet. Wir weisen nochmals darauf hin, daß eine gesonderte Wiederholung von Stoff der Klasse 4 zu Beginn des neuen Schuljahres nicht notwendig ist. Diesem Ziel dient das gesamte Stoffgebiet 1.

Ziele

Die Schüler
- können natürliche Zahlen im dekadischen Positionssystem darstellen und so dargestellte Zahlen richtig lesen,
- können die Begriffe „Zahl", „Zahlwort", „Ziffer", „Grundziffer" und „Stellenwert" richtig anwenden,
- können natürliche Zahlen vergleichen und ordnen,
- können Vorgänger und Nachfolger einer natürlichen Zahl bestimmen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholung der Begriffe „Zahl", „Zahlwort", „Ziffer", „Grundziffer", „Stellenwert" und „dekadisches Positionssystem"
- Übungen im Schreiben und Lesen natürlicher Zahlen

2. Stunde
- Wiederholung des Vergleichens und Ordnens natürlicher Zahlen im dekadischen Positionssystem, der Darstellung natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl, und des Bestimmens von Vorgänger und Nachfolger
- Übungen im Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger und im Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen

Methodische Hinweise

Wiederholung der Begriffe „Zahl", „Zahlwort", ...

- Zur *Einführung in die Problematik* sollten die Schüler Aufg. 10 lösen. Dazu kann die Vorgabe des Ausgangsmaterials mit Hilfe von Grundziffernkarten (mit Magneten) an der Tafel erfolgen. Das Manipulieren mit den Grundziffernkarten trägt wesentlich zur Auflockerung des Unterrichts bei.
- Die *Wiederholung der genannten Begriffe* sollte in der Anwendung erfolgen. Umfangreiche theoretische Betrachtungen oder „Abfragen" der Begriffe sind hier genauso unangebracht wie in den nächsten Lerneinheiten. Fragen wie: „Warum muß die größte fünfstellige Zahl, die wir aus den fünf gegebenen Grundziffern bilden können, mit 7 beginnen?" ermöglichen die Wiederholung der Begriffe „Grundziffer", „Stellenwert" und „dekadisches Positionssystem" (Zehner-Stellenwertsystem) am Beispiel.
  Den Schülern sollte noch einmal bewußtgemacht werden, daß Zahlen mit Ziffern geschrieben und mit Zahlworten gelesen und geschrieben werden können. (Beispiele für die Notwendigkeit beider Formen: Schecks, Sparbücher)

Bevor die anschließenden Übungen erfolgen, sind einige Bemerkungen zum Stoff im neuen Schuljahr und zum Arbeiten mit dem neuen Lehrbuch möglich und angebracht.

Übungen im Schreiben und Lesen natürlicher Zahlen Diese Übungen dienen insbesondere der Fertigkeitsentwicklung. Neben dem Lesen von natürlichen Zahlen sollten Übungen

- im Eintragen von Zahlen in eine Stellentafel (Aufg. 1),
- im Schreiben von Zahlen als Summe von Vielfachen von Zehnerpotenzen (Aufg. 2) und
- im Schreiben von Zahlen als Ziffer (Aufg. 3) erfolgen.

Hausaufgabe: Aufg. 4

Wiederholung des Vergleichens und Ordnens natürlicher Zahlen im dekadischen Positionssystem, . . .

- Der Begriff „dekadisches Positionssystem" (Zehner-Stellenwertsystem) kann anhand des Auftrages A 1, den die Schüler selbständig lösen sollen, gefestigt werden.
- Anhand der Illustration im Lehrbuch (LB 5) wird der Unterschied zwischen einem Additionssystem (z. B. römische Ziffern) und einem Positionssystem im Unterrichtsgespräch wiederholt. Dabei sollte auf die Vorteile eines Positionssystems eingegangen werden:
  (1) beim Vergleichen (↗ Beispiel A 1 a),
  (2) beim Anwenden von Rechenoperationen (insbesondere beim schriftlichen Arbeiten).

Das Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen, die Darstellung am Zahlenstrahl und das Bestimmen des Vorgängers und Nachfolgers einer natürlichen Zahl sollte ebenfalls anhand konkreter Aufgabenstellungen wiederholt werden.

- Die Auswertung der *Hausaufgabe* (Aufg. 4), bei der ein *Vergleichen* natürlicher Zahlen notwendig war, wird zur Wiederholung des Vorgehens genutzt. Festigung der Erkenntnis:
  1. Anzahl der Stellen betrachten;
  2. bei gleicher Stellenzahl größten Stellenwert betrachten, danach zweitgrößten Stellenwert betrachten usw. (↗ Beispiel A 1 b).
- Zur Wiederholung des *Ordnens* sollten die Schüler den Auftrag A 2, zur Wiederholung der *Darstellung am Zahlenstrahl* den Auftrag A 3 selbständig lösen.
- Zu einigen Zahlen werden mündlich *Vorgänger* und *Nachfolger* gebildet.

Übungen im Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger und im Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen In die Übung sollten folgende Aufgaben unbedingt einbezogen werden:

Ordnen und Darstellen auf dem Zahlenstrahl:	Aufg. 6, 9
Bestimmen von Vorgänger und Nachfolger:	Aufg. 13
Arbeiten mit Ungleichungen:	Aufg. 12

Hausaufgaben: Aufg. 7, 8 oder 15

Kontrollaufgaben

1. Trage folgende Zahlen in eine Stellentafel ein!
   Gib zu jeder Zahl den Vorgänger und den Nachfolger an!
   a) 3 070 103
   b) $4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$
2. Vergleiche folgende Zahlen! Begründe!
   a) 23 100 und 135 410 (<)
   b) 1 400 003 und 1 400 300 (<)
3. Aufg. 9 und zusätzlich: Ordne diese Zahlen! Beginne mit der größten Zahl!

Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen (3 Std.)

LE 2 (LB 8 bis 11)

Diese Unterrichtseinheit dient der Festigung des bis zur Klasse 4 erworbenen Könnens im mündlichen und schriftlichen Addieren und Subtrahieren natürlicher Zahlen. Dabei sollen vielfältige Übungen im Mittelpunkt stehen und Begriffe, Eigenschaften, Gesetze und Beziehungen in der Anwendung wiederholt werden. Eine parallele Behandlung von Addition und Subtraktion ist zu empfehlen. Dadurch kann der Zusammenhang zwischen beiden Operationen verdeutlicht und beim Lösen von Aufgaben (insbesondere zur Kontrolle) genutzt werden.

Ziele

Die Schüler

- können Additions- und Subtraktionsaufgaben sicher und schnell mündlich und schriftlich lösen,
- kennen wesentliche Eigenschaften und den Zusammenhang von Addition und Subtraktion und können diese Kenntnisse zum Lösen von Aufgaben und zum Begründen von Lösungswegen nutzen,
- können Texte, in denen einfache arithmetische Beziehungen beschrieben sind, analysieren und entsprechende Anwendungsaufgaben mit Hilfe der Addition und Subtraktion sicher lösen,
- nutzen ihre Kenntnisse über die Umkehroperationen und den Überschlag zur Kontrolle der Ergebnisse.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Kopfrechenübungen
- Wiederholung von Begriffen, Eigenschaften, Gesetzen und Beziehungen
- Übungen im Addieren und Subtrahieren (mündlich und schriftlich)

2. Stunde

- Übungen im Addieren und Subtrahieren von mehr als zwei Zahlen

3. Stunde

- Kopfrechenübungen
- Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen
- Übungen im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben

Methodische Hinweise

Kopfrechenübungen (Grundaufgaben und weitere mündlich zu lösende Aufgaben mit Zahlen, bei denen an höchstens zwei Stellen von Null verschiedene Ziffern auftreten, ↗ LP 29)

Beispiele:

$7 + 9$; $0 + 9$; $7 + 7$; $7 - 6$;
$17 + 11$; $21 + 19$; $210 + 70$; $31 - 21$; $15 - 15$;
$15 + 4 + 7 + 9$; $35 - 7 - 8$;
$23 + 10 + 50 + 10$; $210 - 30 - 100$.

Merkt euch eine Zahl, addiert 10, subtrahiert 4, addiert 27, subtrahiert 13! Nennt euer Ergebnis! Ich nenne die gemerkte Zahl. (Die von Schülern gemerkte Zahl ist die Differenz zwischen dem Ergebnis und 20; denn $a + 10 - 4 + 27 - 13 = a + 20$.)

Wiederholung von Begriffen, Eigenschaften, Gesetzen und Beziehungen

- Zur *Einführung* kann zunächst Aufg. 22 gestellt werden. Die Schüler sollen dabei erkennen, daß zur Lösung solcher Aufgaben Kenntnisse über Addition und Subtraktion notwendig sind.
- Die *Wiederholung* kann anhand einer Aufgabenfolge oder der Schüleraufträge im Lehrbuch erfolgen:

1. Möglichkeit:

Es wird eine *Aufgabenfolge* genutzt, anhand derer die Festigung der Grundbegriffe, Eigenschaften, Gesetze und Beziehungen erfolgen kann. Zunächst ist von den Schülern jeweils eine Aufgabe zu bilden bzw. zu berechnen (mündlich), danach zu erläutern bzw. zu begründen.

1. Bilde eine Additions- und eine Subtraktionsaufgabe! Berechne! Benenne die einzelnen Glieder und Zeichen!
2. Bilde eine Additionsaufgabe, die keine Lösung hat!
3. Bilde eine Subtraktionsaufgabe, die keine Lösung hat!
4. Wieviel verschiedene Summen kann man zu zwei Summanden angeben?
5. Gib zu einer Summe verschiedene Paare von Summanden an!
6. Wieviel verschiedene Differenzen kann man zu einem Minuenden und einem Subtrahenden angeben?
7. Gib zu einer Differenz verschiedene Paare von Minuenden und Subtrahenden an!
8. Berechne $360 + 0$; $0 + 360$; $360 - 0$; $0 - 360$; $360 - 360$! Was stellst du fest?
9. Berechne $19 + 704$! Wie kann man vorteilhaft rechnen?
10. Berechne $417 - 305$! Wie kann man rechnen?
11. Berechne $340 + 710 + 290$! Wie kann man vorteilhaft rechnen?
12. $260 - 145 = 145$. Wie kann man die Richtigkeit überprüfen?

2. Möglichkeit:

Schrittweises Erteilen der Aufträge A 4 bis A 8, dabei in der Auswertung die entsprechenden Begriffe, Eigenschaften, Gesetze und Beziehungen wiederholen. Die einzelnen Aufträge sollten zur Festigung von Kenntnissen über folgendes genutzt werden:

Auftrag A 4	a) Bilden einer Additionsgleichung, Begriffe bei der Addition b) Existenz und Eindeutigkeit der Summe, keine eineindeutige Zuordnung (verschiedene Paare von Summanden können die gleiche Summe haben), Ausführbarkeit der Addition
Auftrag A 5	Merkstoff A 1 (Gesetze der Addition)
Auftrag A 6	a) Bilden von Subtraktionsgleichungen, Begriffe bei der Subtraktion b) Umkehroperation, Existenz und Eindeutigkeit der Differenz, Ausführbarkeit der Subtraktion
Auftrag A 7	Keine eineindeutige Zuordnung (verschiedene Zahlenpaare können die gleiche Differenz haben)
Auftrag A 8	Merkstoff A 2 (Rechnen mit Null)

Übungen im Addieren und Subtrahieren (mündlich und schriftlich) Neben der Festigung der schriftlichen Verfahren sind genügend viele Aufgaben *mündlich* zu lösen. Dabei sollten auch nichtlösbare Aufgaben vorkommen. Beim *schriftlichen* Rechnen sollten gelegentlich Überschläge oder Abschätzungen gefordert werden. (Vergleicht Überschlag und Ergebnis! Warum ist der Überschlag größer [bzw. kleiner] als das Ergebnis? Begründet! usw.)

Einige der folgenden Aufgaben sollten gelöst werden:
- mündliches Rechnen: Aufg. 1, 6a) bis c)
- schriftliches Rechnen: Aufg. 8

Um Fehler zu vermeiden, ist auf folgendes besonders zu achten:
- richtiges Untereinandersetzen (Aufg. 8d, e, f),
- Beachten des Übertrags (evtl. kleine Merkziffern gestatten, wenn das zu sicherem Rechnen verhilft),
- Rechenkontrollen durch gegenläufiges Rechnen, Abdecken des Ergebnisses und nochmaliges Rechnen.

Hausaufgabe: Aufg. 9

Übungen im Addieren und Subtrahieren von mehr als zwei Zahlen
- Zunächst sollten einige Aufgaben *mündlich* gelöst werden, z. B. Aufg. 2 und 6d), danach Aufg. 5. Bei Aufg. 5 sollten die Schüler ihr Vorgehen erläutern und die Möglichkeit des Vorgehens begründen (Assoziativität der Addition).
- Es sollte sich die *Kontrolle der Hausaufgabe* anschließen (Aufg. 9). Danach kann das Ziel der 2. Stunde günstig formuliert werden.
- Zu empfehlen ist nun das *Lösen des Auftrages A 9.* Dazu lesen sich die Schüler im Lehrbuch die Zeilen nach dem Auftrag A 9 und das Beispiel A 2 durch. Ein Schüler sollte sein Vorgehen an der Tafel jeweils demonstrieren.
- Zur *Übung* wird *Aufg. 12* von den Schülern selbständig gelöst. Ein Teil der Aufgabe kann als *Hausaufgabe* erteilt werden. Leistungsstarken Schülern können Zusatzaufgaben erteilt werden (mit einem Stern gekennzeichnete Aufgaben im Lehrbuch, z. B. Aufg. 7*).

Kopfrechenübungen (Grundaufgaben und weitere mündlich zu lösende Aufgaben, die zur Festigung des Zusammenhangs zwischen Addition und Subtraktion geeignet sind)

1. $4 + 7$ $35 + 48$
$7 + 4$ $48 + 35$
$11 - 4$ $83 - 48$
$11 - 7$ $83 - 35$

2. Bilde aus den Zahlen 15, 23, 38 richtig gelöste Additionsaufgaben/Subtraktionsaufgaben!

3. Welche Zahl muß ich zu 38 addieren, um 71 zu erhalten? Von welcher Zahl muß ich 35 subtrahieren, um 85 zu erhalten?

Übungen im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen
Gleichungen: Aufg. 16, 18; Ungleichungen: Aufg. 17
Es ist streng darauf zu achten, daß jeder Lösungsschritt inhaltlich begründet wird.

Beispiele:

1. $x - 30 = 150$ (Aufg. 16b)
Formulierung mit Worten:
(1) Von welcher Zahl muß man 30 subtrahieren, um 150 zu erhalten?
(2) Eine Differenz beträgt 150, der Subtrahend 30. Wie groß ist der Minuend?
Lösung und Rechnung
(1) $x = 180$, denn $180 - 30 = 150$
(2) $x = 180$, denn $150 + 30 = 180$ (Nutzen der Umkehroperation)

2. $120 - y < 40$ (Aufg. 17f)
Übergehen zu einer Gleichung: $120 - y = 40$
Sie hätte die Lösung $y = 80$, denn $120 - 80 = 40$ bzw. $120 = 80 + 40$.
Die Differenz soll aber kleiner als 40, also höchstens 39 sein: $120 - y = 39$. Soll die Differenz kleiner werden, so muß man mehr subtrahieren, mindestens 81. Am kleinsten wäre die Differenz, wenn gilt $120 - y = 0$, also für $y = 120$. 81 und 120 sind die beiden gesuchten Lösungen der Ungleichung.

3. $(41 + 78) + z = 41 + (78 + 91)$ (Aufg. 18c)
Die Klammern können beim Addieren entfallen:
$41 + 78 + z = 41 + 78 + 91$
Ohne zu rechnen, kann man sagen, daß $z = 91$, denn jede andere Zahl würde zu einer falschen Aussage führen. (z und 91 und entsprechend die jeweiligen beiden anderen Summanden mit unterschiedlich farbiger Kreide hervorheben!)

Übungen im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben

- Aufg. 19 ist geeignet, um die Schüler zum gewissenhaften Lesen und Verstehen von *Texten* zu führen. In allen Fällen sollten zunächst die genannten Summen bzw. Differenzen in Klammern gesetzt werden. Erst danach ist zu fragen, ob man sie auch weglassen könnte (z. B. nicht bei Aufg. 19c). Eine Fehlerquelle besteht häufig darin, daß die Schüler die Zahlen in der Reihenfolge mit Operationszeichen kombinieren, in der sie im Text erschienen. Die Signalwörter stehen ebenfalls im allgemeinen nicht in der Reihenfolge, wie die entsprechenden Zeichen aufeinanderfolgen müssen. Häufig auftretende Fehler:

  Aufg. 19b):
  Subtrahiere 30 von der *Differenz* der Zahlen 110 *und* 50!
  30 — 110 + 50
  (Reihenfolge der Zahlen formal übernommen; „und" als Signalwort für Addition mißdeutet; „Differenz" falsch bezogen)

  Aufg. 19c):
  Subtrahiere die *Summe* der Zahlen 30 *und* 50 *von* 110
  30 + 50 — 110
  (Reihenfolge der Zahlen formal übernommen; Signalwörter falsch bezogen bzw. nicht beachtet)
- Von den *Sachaufgaben* 10, 11 und 13 sollte wenigstens eine noch gelöst werden. Bei Aufg. 11 ist zu beachten, daß Kinder in mehreren Zirkeln sein können. Ein formales Addieren der Zahlen führt nicht zum Ziel.
- Abschließend ist das *mündliche Lösen* der Aufg. 22 zu empfehlen.

Hausaufgabe: Aufg. 13

Kontrollaufgaben

1. Berechne!
   a) $4\,320 + 1\,800 + 17 + 360$ *(6 497)*
   b) $32\,005 - 11\,200 + 8\,304 - 13$ *(29 096)*
2. Löse folgende Gleichungen! Benenne die Glieder!
   a) $350 + x = 710$ *(360)*
   b) $x - 5\,200 = 0$ *(5 200)*
3. In einer Volksbuchhandlung wurden in den ersten 6 Monaten des Jahres 1983 folgende Einnahmen erzielt:
   Januar 123 460 M April 120 204 M

Februar	120 210 M	Mai	130 810 M
März	131 200 M	Juni	125 425 M

a) Wie groß waren die Einnahmen in diesem Halbjahr? *(751 309 M)*

b) Wurde der Umsatzplan erfüllt, wenn der Plan 350 000 M für jedes Vierteljahr vorsah? *(ja)*

c) Ordne die Monate nach den Einnahmen!

d) In welchem Quartal (Vierteljahr) wurde mehr eingenommen? Wieviel mehr? *(II. Quartal; 1 569 M)*

Multiplikation natürlicher Zahlen (3 Std.)

LE 3 (LB 12 bis 15)

Die Festigung des bis zur Klasse 4 erworbenen Könnens im mündlichen und schriftlichen Multiplizieren natürlicher Zahlen sollte – wie schon bei der Addition und Subtraktion – anhand vielfältiger Übungen erfolgen. Der Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division wird bei der Wiederholung der Division verdeutlicht. In dieser Lerneinheit sollte der Zusammenhang zwischen Multiplikation und Addition wiederholt werden, da diese Beziehung in der Lerneinheit 5 bei der Behandlung der Potenzen wieder aufgegriffen wird.

Ziele

Die Schüler

- können Multiplikationsaufgaben mit natürlichen Zahlen sicher und rationell mündlich und schriftlich lösen,
- kennen Gesetze und weitere Eigenschaften der Multiplikation und können diese Kenntnisse zum Lösen von Aufgaben und zum Begründen von Lösungswegen nutzen,
- können Texte, in denen einfache arithmetische Beziehungen beschrieben sind, analysieren und entsprechende Anwendungsaufgaben mit Hilfe der Multiplikation sicher lösen,
- nutzen ihre Kenntnisse über den Überschlag zur Kontrolle der Ergebnisse.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung und Wiederholung der Multiplikation
- Übung im Lösen formaler Aufgaben zur Multiplikation

2. Stunde

- Wiederholung von Begriffen, Eigenschaften, Gesetzen und Beziehungen
- Übung im Lösen weiterer formaler Aufgaben zur Multiplikation

3. Stunde

- Übungen im Lösen von Gleichungen, Ungleichungen und Anwendungsaufgaben

Methodische Hinweise

Motivierung und Wiederholung der Multiplikation Zunächst könnte der Auftrag A 10 von den Schülern selbständig bearbeitet werden. Dabei sollten die Schüler angeregt werden, sich den Sachverhalt jeweils zu veranschaulichen. In der anschließenden gemeinsamen Auswertung ist herauszuarbeiten:

- Auftrag A 10a) und Auftrag A 10b) sind mit Hilfe der Multiplikation lösbar.
- In Auftrag A 10a) ist das Produkt zu bestimmen, in Auftrag A 10b) sind die Faktoren zu bestimmen.
- Auftrag A 10a) hat genau eine Lösung, Auftrag A 10b) mehrere Lösungen. (Begründen!)
- Das Lösen solcher Aufgaben erfordert sichere Kenntnisse über die Multiplikation.

Danach kann die Zielstellung für diese Lerneinheit formuliert werden.

Übung im Lösen formaler Aufgaben zur Multiplikation Neben der Festigung der schriftlichen Verfahren sind genügend viele Aufgaben mündlich zu lösen, wobei die Schüler auch Rechenvorteile nutzen sollten. Beim schriftlichen Rechnen sind Überschläge zu verlangen. Einige Aufgaben sollten zunächst kommentiert werden. Beim schriftlichen Lösen ist die im Beispiel A 3 gezeigte Form zu verwenden.
Folgende Aufgaben sollten gelöst werden:

- vorwiegend *mündlich*, Ergebnisse evtl. notieren lassen, besonders bei hoher Stellenzahl: Aufg. 3, 2, 8 (Überschläge!);
- vorwiegend *schriftlich*, mit Überschlag, Kontrolle evtl. durch Vertauschen der Faktoren: Aufg. 5 bis 7 (Auswahl treffen), Aufg. 10 bis 12.

Hausaufgabe: Aufg. 13

Wiederholung von Begriffen, Eigenschaften, Gesetzen und Beziehungen

1. Möglichkeit:
Selbständiges Lösen einer *Aufgabenfolge*, gemeinsame Auswertung und dabei Wiederholen der Begriffe, Eigenschaften, Gesetze und Beziehungen (↗ LB 12).

1. Berechne das Produkt aus 35 und 11! Benenne die Glieder!
2. Ein Faktor ist 1, das Produkt 210. Wie groß ist der andere Faktor?
3. Gib drei Multiplikationsaufgaben an, deren Ergebnis 200 ist!
4. Nenne eine Multiplikationsaufgabe, die keine Lösung hat! Begründe!
5. Das Ergebnis einer Multiplikation ist 0. Welche Zahlen können die Faktoren sein?
6. Ergänze!

a	b	c	$a \cdot b$	$b \cdot a$	$(a \cdot b) \cdot c$	$a \cdot (b \cdot c)$	$(a + b) \cdot c$	$a \cdot c + b \cdot c$
15	5	4						

   Welche Rechengesetze hast du angewendet?
7. Schreibe als Multiplikation!
   $13 + 13 + 13 + 13$; $210 + 210 + \cdots + 210$ (85 Summanden)

2. Möglichkeit:

- Lösen der *Aufträge* A 11 und A 12 und unter Einbeziehung des bereits gelösten Auftrages A 10 folgendes wiederholen: Begriffe der Multiplikation, Existenz und Eindeutigkeit des Produktes (Auftrag A 10a), keine eineindeutige Zuordnung (Auftrag A 10b), Ausführbarkeit der Multiplikation, Gesetze (Merkstoff A 3, Auftrag A 11), Rechnen mit Null und Eins (Merkstoff A 4, Auftrag A 12).

Merkstoff A 3 und A 4 sind nicht vordergründig in ihrer allgemeinen Fassung einzuprägen. Vielmehr sollten die Schüler Beispiele für die Variablen a, b und c suchen, den Merkstoff darauf anwenden und die Gleichheit durch Berechnen begründen, z. B.:

$a = 50,\ b = 40,\ c = 30$
$(50 \cdot 40) \cdot 30 = 2\,000 \cdot 30 = 60\,000$
$50 \cdot (40 \cdot 30) = 50 \cdot 1\,200 = 60\,000$

- Wiederholen des *Zusammenhangs mit der Addition*:
  Die folgenden Summen werden an der Tafel (oder mit Folie) vorgegeben. Sie sollen in Produkte verwandelt werden. Dabei erläutern und begründen die Schüler ihre Antworten.
  a) $13 + 13 + 13$ **c)** $210 + 210 + \cdots + 210$
  b) $410 + 321 + 410$ (85 Summanden)

Übung im Lösen weiterer formaler Aufgaben zur Multiplikation In dieser Übung sollten die den Schülern bekannten Eigenschaften und Gesetzmäßigkeiten der Multiplikation bewußt genutzt werden. Folgende Aufgaben sollten gelöst werden: Aufg. 14, 17 und 21.

Hausaufgabe: Aufg. 9

Übungen im Lösen von Gleichungen, Ungleichungen und Anwendungsaufgaben

- Zunächst sollten verschiedene Aufgaben zur *Multiplikation mündlich* gelöst werden:
  (1) Grundaufgaben der Multiplikation, z. B. $6 \cdot 9$; $3 \cdot 0$; $7 \cdot 5$
  (2) Multiplikation zweistelliger Zahlen mit einstelligen Zahlen, z. B. $35 \cdot 4$; $17 \cdot 5$
  (3) Bestimmen von Faktoren, z. B.: Ein Faktor ist 8, das Produkt ist 88. Wie heißt der zweite Faktor? – Zerlege 36 in ein Produkt aus zwei Faktoren!
  (4) Aufg. 4 (Arbeit mit Tabellen)
  Hinweis: Folgende, bereits aus der Unterstufe den Schülern bekannte Sprechweise sollte verwendet werden: Wenn $a = 3$ ist, so ist $12 \cdot a = 36$.
- Danach sollten *Gleichungen und Ungleichungen* gelöst werden: Aufg. 16, 24, 25. (Hinweise zum inhaltlichen Lösen ↗ UH 48!)
- Den Abschluß dieser Übungsstunde könnten einige *Anwendungsaufgaben*, die die Schüler selbständig lösen, bilden:
  (1) Aufg. 20: In der Auswertung sollten die entstandene Aufgabe (Term) und das Ergebnis kontrolliert werden.
  (2) Aufg. 28: Diese Aufgabe verlangt Multiplikation und Addition. Sie ist sehr geeignet, das Können der Schüler zu überprüfen.
  (3) Aufg. 27 und 29: Diese beiden Aufgaben sind rechnerisch einfach, erfordern aber entsprechende Denkleistungen (Aufg. 27: 21 Essenkarten; Aufg. 29: 7 Kinder).

Entsprechend den in der Klasse noch auftretenden Schwierigkeiten sollten *Hausaufgaben* ausgewählt werden.

Kontrollaufgaben

1. Berechne! Benenne die Glieder!
a) $4\,217 \cdot 386$ *(1 627 762)* **b)** $212 \cdot 0 \cdot 17$ *(0)*

2. Vergleiche die Produkte, ohne sie zu berechnen!
a) $17 \cdot 41$ und $17 \cdot 48$ **b)** $65 \cdot 19$ und $67 \cdot 21$
c) $30 \cdot 6$ und $15 \cdot 12$

3. Aufg. 27

Division natürlicher Zahlen (7 Std.)

LE 4 (LB 15 bis 19)

Für die Wiederholung der Division ist genügend Zeit einzuplanen, weil die Festigung der Division, die wiederum anhand vielfältiger Übungen erfolgen sollte, die Anwendung des Wissens und Könnens aus den Lerneinheiten 1 bis 3 geradezu komplex erfordert. Die zwischen den vier Grundrechenoperationen bestehenden Zusammenhänge sollten in dieser Lerneinheit vertieft werden. Besonderer Wert ist auch auf Lösbarkeitsuntersuchungen bei Divisionsaufgaben im Bereich der natürlichen Zahlen zu legen, weil damit die Zahlenbereichserweiterung von N zu Q* vorbereitet wird (Stoffgebiet 2). Zum anderen sollte der Unterschied zur Division mit Rest noch einmal verdeutlicht, die Notwendigkeit der Verwendung der Division mit Rest (an Sachaufgaben) wiederholt und das entsprechende Vorgehen gefestigt werden.

Ziele

Die Schüler
- können Divisionsaufgaben (auch solche mit Rest) sicher mündlich und schriftlich lösen,
- kennen wichtige Eigenschaften der Division und den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division und können diese Kenntnisse zum Lösen von Aufgaben und zum Begründen von Lösungswegen nutzen,
- können Texte, in denen einfache arithmetische Beziehungen beschrieben sind, analysieren und entsprechende Anwendungsaufgaben mit Hilfe der Division lösen,
- nutzen die Umkehroperation und den Überschlag zur Kontrolle der Ergebnisse.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung und Wiederholung der Division
- Übung im mündlichen Dividieren

2. Stunde
- Wiederholung und Übung des Zusammenhangs zwischen Multiplikation und Division und weiterer Eigenschaften der Division
- Wiederholung und Übung des Rechnens mit „Null“ und „Eins“

3. Stunde
- Motivierung, Wiederholung und Übung der Division mit Rest

4. Stunde
- Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Division und Sicherung der dazu notwendigen Voraussetzungen

5. und 6. Stunde
- Übung im schriftlichen Dividieren

7. Stunde
- Übungen im Lösen formaler und sachbezogener Anwendungsaufgaben
- Zusammenfassung der Kenntnisse über die Grundrechenoperationen

Methodische Hinweise

Motivierung und Wiederholung der Division Zunächst sollten einige mündliche Übungen zur *Bildung von Vielfachen* erfolgen, weil dieser Begriff bei der Division verwendet wird; z. B. Aufg. 3 bis 5 (mit schwarzer Numerierung; LB 8). Die Schüler werden aufgefordert, zu überlegen, *welche Rechenoperationen* schon wiederholt wurden und welche wohl *noch zu wiederholen* sind, um alle möglichen praktischen Aufgaben (wie z. B. auch Auftrag A 13) lösen zu können (Prinzip der Vollständigkeit). Danach werden die Schüler aufgefordert, den Auftrag A 13 selbständig zu lösen.
In der gemeinsamen Auswertung sollte wiederholt werden:
- Beide Sachaufgaben können mit Hilfe der Division gelöst werden. Aufstellen und Lösen der formalen Aufgaben, Benennen der Glieder.
- Anhand der beiden entstandenen Gleichungen
  a) $350 : 25 = 14$ **b)** $360 : 12 = 30$
  wird das Vorgehen beim mündlichen Rechnen wiederholt, z. B.
  bei **a)**:
  1. Zerlege 350 in 250 und 100! 2. Dividiere 250 durch 25!
  3. Dividiere 100 durch 25! 4. Addiere die Zwischenergebnisse 10 und 4!
  bei **b)**:
  Da $36 : 12 = 3$ und 360 das Zehnfache von 36 ist, muß $360 : 12 = 30$ sein.
  (Dabei sollten die Schüler ihr Vorgehen erläutern.)

Übung im mündlichen Dividieren
- *formale Aufgaben:* Aufg. 2 bis 4
  Beim Lösen der *Aufg. 2* sollte das Notieren von Zwischenergebnissen gestattet werden,
  z. B. bei **c)**: $7\,497 : 7$

$$\begin{aligned} 7\,000 : 7 &= 1\,000 \\ 490 : 7 &= 70 \\ 7 : 7 &= 1 \\ 1\,000 + 70 + 1 &= 1\,071 \end{aligned}$$

  (Eventuell nur 1 000, 70, 1 notieren!)

  Die *Aufg. 3* ist besonders geeignet, mit den Schülern das Rechnen mit vielen Nullen zu üben, z. B.
  bei **a)**:
  Faustregeln dafür, wie zunächst die Nullen außer acht gelassen und danach wieder „angehängt" werden, sind durchaus gestattet, wenn gleichzeitig an der Ausprägung der Größenvorstellung gearbeitet wird. Dazu können Einheiten hinzugefügt werden, z. B. Geldeinheiten oder Stückzahlen, weil dadurch die Zahlen für die Schüler anschaulicher werden, z. B.

$$\begin{aligned} \underline{5}6 \text{ M} : \underline{7} &= \underline{8} \text{ M} \\ \underline{5}60 \text{ M} : \underline{7} &= \underline{8}0 \text{ M} \\ \underline{5}\,600 \text{ M} : \underline{7} &= \underline{8}00 \text{ M} \\ \underline{5}6\,000 \text{ M} : \underline{7} &= \underline{8}\,000 \text{ M} \end{aligned}$$

bei **b)**:
Es sollte die Erkenntnis, daß man stets dasselbe Ergebnis erhält, wenn man im Dividend und im Divisor die gleiche Anzahl Nullen wegläßt oder hinzufügt, gefestigt werden.

In der *Aufg. 4* ist die erste Aufgabe von b) (mit natürlichen Zahlen) nicht lösbar.

- Abschließend sollten einige der *Sach- und Anwendungsaufgaben* Nr. 15, 16, 17 und 19 mündlich gelöst werden.

Hausaufgabe: Aufg. 11 b) (zur Vorbereitung auf die nächste Stunde; bei 11 a) ist die letzte Aufgabe nicht lösbar.)

Wiederholung und Übung des Zusammenhangs zwischen Multiplikation und Division und weiterer Eigenschaften der Division

- Kopfrechenübungen, z. B. Aufgaben wie
  $5 \cdot 8$ $\quad 210 : 7$ $\quad 13 \cdot 5$ $\quad 40 : 8$ $\quad 210 : 70$ $\quad 65 : 5$
  $8 \cdot 5$ $\quad 2\,100 : 7$ $\quad 5 \cdot 13$ $\quad 40 : 5$ $\quad 2\,100 : 70$ $\quad 65 : 13$
  oder mündliches Lösen der Aufg. 1 und 2 (mit schwarzer Numerierung, LB 8)
- Anhand der *Hausaufgabe* (Aufg. 11 b) kann der Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division wiederholt werden. Bei den Schülern sollte sich festigen: Wenn das Produkt und ein Faktor bekannt sind, so kann der andere Faktor durch Division ermittelt werden, z. B.
  $60 \cdot y = 240 \qquad y = 240 : 60$
- Anhand des Auftrages A 14 (mündlich lösen) sollte der Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division angewendet (Bilde zu den Multiplikationsgleichungen Gleichungen der Division!) und die *Ausführbarkeit der Division* wiederholt werden (Warum ist c) nicht lösbar?). (Eventuell den Abschnitt nach dem Auftrag A 14 im Lehrbuch dazu die Schüler lesen lassen.)
- Zur *Übung* kann Aufg. 11 a) gelöst werden.
- Anhand des Auftrages A 16 (Schüler notieren die gefundenen Paare) wird wiederholt, daß zwar jede Divisionsaufgabe eindeutig ein Ergebnis hat, daß aber verschiedene Divisionsaufgaben durchaus das gleiche Ergebnis haben können. Dabei kann von solchen bereits gelösten Aufgaben, wie Aufg. 3 b), ausgegangen werden.

Wiederholung und Übung des Rechnens mit „Null“ und „Eins“

- Zunächst kann der Auftrag A 15 gelöst werden, dabei sollten die Schüler die erkannten Gesetzmäßigkeiten in Worten formulieren und in dem Merkstoff A 6 wieder erkennen.
- Vom Lehrer werden Aufgaben wie
  $$13 : 0, \; 0 : 0$$
  an die Tafel geschrieben, und die Schüler werden aufgefordert, ihre Meinung dazu zu äußern. Unter Nutzung des Zusammenhangs mit der Multiplikation wird gefestigt: Die Division $13 : 0$ ist nicht ausführbar, weil es *keine* Zahl x gibt, für die $x \cdot 0 = 13$ ist. Die Division $0 : 0$ ist nicht ausführbar, weil es *unbegrenzt viele* Zahlen x gibt, für die $x \cdot 0 = 0$ ist. (Der Quotient muß aber eindeutig bestimmt sein.) Deshalb ist im Merkstoff A 6 auch $a : 0$ nicht enthalten, es gilt Merkstoff A 5.

Hausaufgabe: Aufg. 12

Motivierung, Wiederholung und Übung der Division mit Rest

- Nachdem zunächst einige Kopfrechenübungen zur Division erfolgten, werden die Schüler aufgefordert, die Aufg. 1 oder 5 b) *mündlich zu lösen* und die Ergebnisse zu notieren. In der Auswertung wird wiederholt, warum einige Divisionsaufgaben mit natürlichen Zahlen nicht lösbar sind, z. B. in Aufg. 5 b) $78 : 12$, $8 : 48$.

Möglicherweise haben einige Schüler bei diesen Aufgaben die Division mit Rest bereits angewendet ($78 : 12 = 6$ Rest 6, $8 : 48 = 0$ Rest 48), anderenfalls werden die Schüler aufgefordert, sich zu überlegen, wie sie in Klasse 3 und 4 derartige Aufgaben schon berechnet haben.

- Anhand einer Sachaufgabe wird gefestigt, daß zum Lösen vieler praktischer Probleme die *Division mit Rest* benötigt wird. Die Schüler lösen die Aufträge A 18 und A 19 und lesen den dazwischen befindlichen Text durch.

  Erkenntnis: $100 : 15 = 6$ Rest 10
  Es können 6 Wagen voll beladen werden.
  In dem 7. Wagen sind nur 10 t Schrott.
- Zur *Übung* sollten noch einige *formale und sachbezogene Aufgaben* von den Schülern selbständig gelöst werden: Aufg. 5a) und c), 14, 18. (Bei Aufg. 18 ist auf vorheriges Umrechnen von 95 t in dt zu achten.)

Hausaufgaben: Aufg. 5d) und e)

Wiederholung des schriftlichen Verfahrens der Division und Sicherung der dazu notwendigen Voraussetzungen

- Zunächst können einige mündliche Übungen zum *Runden von Zahlen und Größen* erfolgen, z. B. Aufg. 2 bis 4 (mit schwarzer Numerierung, LB 11).
- Anknüpfend an die Auswertung der *Hausaufgabe* (Aufg. 5d und e) können Vorteile des *schriftlichen Rechnens*, Vorgehen beim schriftlichen Verfahren und notwendige Voraussetzungen besprochen werden, z. B. anhand der bereits mündlich gelösten Aufgabe 10 050 : 25, die von einem Schüler nun schriftlich vorgerechnet werden sollte.

Hinweis für den Lehrer:
Um in der Aufgabe 8 245 : 97 (Aufg. 7a) die erste Grundziffer des Quotienten zu ermitteln, sind folgende Handlungen notwendig:

1.	$824 : 97$	$\approx 800 : 100$	
2.		$800 : 100 = 8$	
3.	$97 \cdot 8$	$= 776$	$8\,245 : 97 = 8\ldots$
4.		$776 < 824$	$\underline{776}$
5.	$824 - 776$	$= 48$	485
6.		$48 < 97$	

Danach wird die nächste Grundziffer (5) hinzugefügt. Mit der Aufgabe 485 : 97 sind nun die gleichen Handlungen auszuführen.

Beim schriftlichen Dividieren wird Können im Runden, Überschlagen, Abschätzen, mündlichen Dividieren, Multiplizieren (mündlich oder schriftlich), Subtrahieren (schriftlich) und Vergleichen benötigt. Zu empfehlen ist, zu diesen Teilhandlungen entsprechend der Notwendigkeit Übungen durchzuführen, z. B. Aufgaben zum Bestimmen des Überschlags: Aufg. 6. Bei Aufgabe 6a) ist (3) geeignet. Bei (1) und (2) wurden keine Vielfachen von 3 verwendet, bei (4) wurde der Dividend zu klein gewählt.

- Nachdem nun an einigen Divisionsaufgaben das *schriftliche Verfahren wiederholt* wurde (z. B. Aufg. 7a und b), kann die Berechnung der Quotienten in Aufg. 6 als *Hausaufgabe* erfolgen.

Übung im schriftlichen Dividieren Auswahl aus den Aufg. 7 bis 10 treffen. Zunächst sollte noch keine Division mit Rest erfolgen. Überschläge unbedingt verlangen! Einige Aufgaben sind von den Schülern zu kommentieren. Im weiteren Verlauf ist auch die Division mit Rest einzubeziehen. Dabei sollte die im Beispiel A 4c) gezeigte Form verwendet werden. (In Aufg. 7: Division mit Rest bei j und k.)
Der Lehrplan verlangt Fertigkeiten im schriftlichen *Dividieren durch ein- und zweistellige Zahlen.* Bei der Division durch dreistellige Zahlen kann man sich auf das Lösen

einiger Aufgaben (im Lehrbuch Aufg. 8m bis p) beschränken und insbesondere leistungsstarke Schüler damit betrauen.

Übungen im Lösen formaler und sachbezogener Anwendungsaufgaben

- Zunächst können einige *Umrechnungen von Größen* erfolgen, z. B. Aufg. 1 bis 3 (mit schwarzer Numerierung, LB 14 f.).
- Im weiteren Verlauf sollten *Ungleichungen* (Aufg. 13*) und verschiedene *Sachaufgaben* (Aufg. 19 bis 22) gelöst werden. Zur Lösung mehrerer Aufgaben sind zwei voneinander abhängige Lösungsschritte notwendig, z. B.

  bei Aufg. 20: $756\ \text{M} : 28\ \text{M} = x$
  $50\ \text{m} - x = y$
  bei Aufg. 21: $14 \cdot 45\ \text{m} = x$
  $x : 3\ \text{m} = y$

Zusammenfassung der Kenntnisse über die Grundrechenoperationen Für die Arbeit in der übernächsten Unterrichtseinheit (Nacheinanderausführen mehrerer Rechenoperationen) werden Kenntnisse über alle Operationen und ihre Zusammenhänge benötigt.

- Zunächst werden die Begriffe, Eigenschaften und Gesetze der *Grundrechenoperationen wiederholt*; ↗ LB 26 ff. (Zusammenfassung). Die Schüler sollten die im Lehrbuch S. 26 ff. genannten Eigenschaften und Gesetze in Worten erläutern und durch weitere Beispiele belegen, z. B.:

  $a = 7;\ b = 15$ $a + b = 22$ Es gibt keine weitere Summe.
  $a \cdot b = 105$ Es gibt nur das eine Produkt.
  $a - b$ Nicht lösbar, weil $a < b$ ist.
  $a : b$ Nicht lösbar, weil a kein Vielfaches von b ist.
  $7 + 15 = 15 + 7$, weil Addition kommutativ ist, usw.

  Zum Nachweis, daß die Division nicht assoziativ ist, kann Auftrag A 17 gelöst werden.
- Danach sollten die *Zusammenhänge* zwischen den Rechenoperationen durch eine Übersicht *verdeutlicht* werden:

1. Stufe	Addieren	Subtrahieren
2. Stufe	Multiplizieren	Dividieren

In einem Unterrichtsgespräch werden die bestehenden Zusammenhänge wiederholt: In einer Zeile stehen jeweils die zueinander umgekehrten Operationen,
z. B. $35 + 7 = 42,\ 42 - 7 = 35$ oder $42 - 35 = 7$;
$12 \cdot 6 = 72,\ 72 : 6 = 12$ oder $72 : 12 = 6$.
Die Addition gleicher Summanden führt zur Multiplikation,
z. B. $12 + 12 + 12 = 36,\ 12 \cdot 3 = 36$.

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 4a) (mündlich)
2. Aufg. 12c)
3. Aufg. 7k) und l) (schriftlich)

Potenzen

LE 5 (LB 19 bis 21) **(2 Std.)**

Die Potenz wird als verkürzte Darstellung von Produkten mit gleichen Faktoren eingeführt. Dabei sollte von der bekannten Potenzschreibweise beim Darstellen natürlicher Zahlen im dekadischen Positionssystem ausgegangen und mit dem Produkt als verkürzte Darstellung von Summen mit gleichen Summanden verglichen werden.

Ziele

Die Schüler

- wissen, daß man für Produkte mit gleichen Faktoren die Potenzschreibweise verwenden kann und können Potenzen natürlicher Zahlen berechnen,
- kennen die Begriffe Potenz, Basis und Exponent und können sie richtig anwenden,
- können einfache Sachaufgaben und einfache Gleichungen lösen, in denen Potenzen auftreten.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Wiederholung der Zehnerpotenzschreibweise für natürliche Zahlen
- Motivierung der Potenzschreibweise
- Erarbeitung der Potenzschreibweise

2. Stunde

- Übungen im Schreiben, Berechnen und Ordnen von Potenzen
- Übung im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Potenzen
- Übung im Lösen einfacher Anwendungsaufgaben

Methodische Hinweise

Wiederholung der Zehnerpotenzschreibweise für natürliche Zahlen

- Schreibe als Summe von Vielfachen von Zehnerpotenzen! 3 210; 54 203 usw.
- Berechne! $5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 3 \cdot 1$
  $8 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2$ usw.
- Auftrag A 20

Motivierung der Potenzschreibweise Von den eben gelösten Aufgaben ausgehend wird die Frage aufgeworfen, ob und wie auch Potenzen anderer Zahlen gebildet werden können.

Erarbeitung der Potenzschreibweise

1. Potenzbegriff

Zunächst werden von den Schülern Zehnerpotenzen gebildet,

z. B. $10 \cdot 10 = 10^2$

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$.

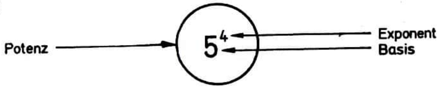
Danach werden auch Potenzen anderer Basen gebildet,

z. B. $5 \cdot 5 = 5^2$

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4.$

Die Begriffe werden eingeführt:



in der Potenzschreibweise		in der Produktschreibweise
Exponent	$\longleftrightarrow$	Anzahl der Faktoren
Basis	$\longleftrightarrow$	Faktor

Basis (griech.): Grundzahl, Ausgangszahl
Exponent (lat.): Hochzahl, herausgehobene Zahl

Nun sollten von den Schülern selbständig Potenzen als Produkte mit gleichen Faktoren geschrieben werden (dabei auch Variable als Basis verwenden),

z. B. $6^5 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

$x^3 = x \cdot x \cdot x$.

Anschließend werden die Schüler den Merkstoff A 7 ohne Probleme verstehen. Letztlich sollte ein Vergleich mit der Produktschreibweise von Summen mit gleichen Summanden erfolgen.

Tafelbild (eventuell ins Heft der Schüler übernehmen lassen):

Summe gleicher Summanden: $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ (4 Summanden) *Produktschreibweise:* $4 \cdot 5 = 20$	*Produkt gleicher Faktoren:* $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$ (4 Faktoren) *Potenzschreibweise:* $5^4 = 625$

(In dieser Übersicht sollten „4" und „5" mit zwei verschiedenen Farben dargestellt werden.)

Die Erarbeitung des Potenzbegriffs kann auch durch die Schüler mit Hilfe des Lehrbuches selbst erfolgen: Lösen der Aufträge A 21 bis A 23, dabei Betrachten des Beispiels A 5 und des Merkstoffes A 7.

2. Berechnen von Potenzen; Vergleichen von Potenzen

Aufträge A 22 und A 24

Daran ist herauszuarbeiten, daß das Potenzieren *nicht* kommutativ ist, d. h. daß Basis und Exponent nicht immer vertauscht werden können (Ausnahme: $4^2 = 2^4$). Anhand der Potenzen mit der Basis 0 und 1 im Auftrag A 22 wird erklärt, daß für alle natürlichen Zahlen $n \geqq$ gilt: $0^n = 0$; $1^n = 1$.

3. Potenzen mit dem Exponenten 1 und Potenzen mit dem Exponenten 2 (Quadratzahlen)

Von der Frage, ob 10 auch eine Zehnerpotenz ist, ausgehend, wird zunächst $10 = 10^1$ festgelegt. Danach erkennen die Schüler ohne Schwierigkeiten, welchen Sinn allgemein a^1 haben könnte. Die Potenzen mit den Exponenten 2 werden als Quadratzahlen bezeichnet.

Lösen der Aufg. 3 oder 5*a) (eventuell auch als *Hausaufgabe*)!

Übungen im Schreiben, Rechnen und Ordnen von Potenzen Es sollten folgende Aufgaben gelöst werden:

- Schreiben von Produkten als Potenzen, Berechnen dieser Potenzen: Aufg. 1
- Schreiben von Potenzen als Produkte, Berechnen dieser Produkte: Aufg. 2

Übung im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen mit Potenzen Das Lösen derartiger Aufgaben trägt wesentlich zur Festigung des Potenzbegriffes bei.

Beispiel: Aufg. 4c): $x^2 = 49$, also $x \cdot x = 49$ und somit $x = 7$.
Aufg. 4b): $3^x = 27$. Es gilt $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$, also $x = 3$.

Übung im Lösen einfacher Anwendungsaufgaben Aufg. 7 und 8

Hausaufgabe: Aufg. 4b) oder Aufg. 7c)

Kontrollaufgaben

1. Benenne die Glieder der Potenz 12^3 und berechne die Potenz! *(1 728)*
2. Schreibe kürzer und berechne!
   a) $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$ *($6 \cdot 5 = 30$)*
   b) $7 \cdot 7 \cdot 7$ *($7^3 = 343$)*
3. Vergleiche!
   a) 2^8 und 2^5 *($>$)* b) $3 \cdot 5$ und 3^5 *($<$)* c) 4^1 und 1^4 *($>$)*
4. Aufg. 3

Vielfache und Teiler einer natürlichen Zahl (3 Std.)

LE 6 (LB 21 bis 24)

Die Stunden dienen der Wiederholung von Begriffen und Sätzen, die bereits in Klasse 4 in Verbindung mit Teilbarkeitsbetrachtungen und Vielfachenbildung behandelt wurden. Den Schülern muß der Unterschied zwischen Division (Operation) und Teilbarkeit (Relation) deutlich werden. Wenn auch bei der Behandlung der Ausführbarkeit der Division bereits der Begriff „Teiler“ oder „Vielfaches“ verwendet wurde, so ist doch die Behandlung der Teilbarkeit nach der Division zu empfehlen, weil dadurch die geschlossene Behandlung der Grundrechenoperationen bleibt.

Ziele

Die Schüler

- können die Begriffe „Teiler“, „Vielfache“, „teilbar“ und das Zeichen „$b \mid a$“ anhand von Beispielen erläutern und verwenden,
- können Vielfache und Teiler natürlicher Zahlen bestimmen,
- können feststellen, ob eine gegebene Zahl durch eine andere gegebene Zahl teilbar ist,
- kennen die Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100 und können diese Regeln anwenden,
- kennen den Zusammenhang zwischen Ausführbarkeit der Division und Teilbarkeit.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung und Zielstellung für die Behandlung von Teilern und Vielfachen natürlicher Zahlen
- Wiederholung der Begriffe „Teiler", „Vielfaches", „teilbar" und des Zeichens „$b \mid a$"
- Einfache Übungen im Bestimmen von Teilern und Vielfachen

2. Stunde

- Übungen im Bestimmen von Teilern und Vielfachen
- Betrachtung der Zahlen 0 und 1 in bezug auf Teilbarkeit und Vielfachenbildung

3. Stunde

- Wiederholung der Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100
- Anwendung der Teilbarkeitsregeln

Methodische Hinweise

Motivierung und Zielstellung für die Behandlung von Teilern und Vielfachen natürlicher Zahlen

- Zur *Sicherung des Ausgangsniveaus* erfolgen Kopfrechenübungen zur Multiplikation und Division, z. B.:

$3 \cdot 7$	$100 : 25$	$72 : 8$	Bilde Vielfache von 6!
$45 : 9$	$42 : 6$	$60 : 15$	Bilde das Zehnfache von 17!
$8 \cdot 6$	$20 \cdot 7$	$4 \cdot 8$	(usw. in Anlehnung an Auftrag A 25)

- Zur Herausarbeitung der *Zielstellung für die Schüler* können in Fortführung der Kopfrechenübungen Aufgaben gestellt werden, die miteinander in Zusammenhang stehen, z. B. $9 \cdot 4$, $4 \cdot 9$, $36 : 9$, $36 : 4$. Die Schüler schreiben die zugehörigen Gleichungen an die Tafel und suchen Beziehungen (z. B. Faktoren sind vertauschbar; die Division ist die Umkehrung der Multiplikation). Geeignete Schülerantworten werden aufgegriffen, um das *Ziel* abzuleiten, *solche und andere Zusammenhänge zu untersuchen.*

Wiederholung der Begriffe „Teiler", „Vielfaches", „teilbar" und des Zeichens „$b \mid a$"

- Die Schüler werden aufgefordert, festzustellen, ob *36 ein Vielfaches von 9* ist, und ihre Antwort zu begründen.

  Hinweis: Es ist darauf zu achten, daß die Schüler tatsächlich mit der Multiplikation begründen:
  Weil $4 \cdot 9 = 36$, ist 36 das *Vierfache* von 9, also ein *Vielfaches* von 9.

  Es ist die Erkenntnis zu festigen, daß immer zwei Zahlen in Beziehung gesetzt werden: *Welche Zahl* ist von *welcher Zahl* ein Vielfaches (Relationsbegriff).
- Die Schüler werden aufgefordert, für „36 ist ein Vielfaches von 9" *andere Formulierungen* zu nennen.

  Beispiele:
  36 ist ein *Vielfaches* von 9; 36 ist ein Vielfaches von 4
  9 ist ein *Teiler* von 36; ....
  $9 \mid 36$ (9 teilt 36); ....
  36 ist durch 9 *teilbar*; ....
  Die *Division* 36 : 9 ist *ausführbar*. ....

Schüler verwenden die Beziehungen beim Beschreiben weiterer selbst gebildeter Beispiele. Nicht zu empfehlen ist ein Abfragen der Begriffe in der Art: Was ist ein Vielfaches?

- Zur *ersten Festigung* können die Aufträge A 25 und A 26 von den Schülern selbständig mündlich gelöst werden.
- Unter Mitarbeit der Schüler sollte nun verallgemeinert werden: Was bedeutet „*a ist Vielfaches von b*"? Nachdem der Merkstoff A 8 formuliert wurde, sollten nochmals einige Beispiele von den Schülern zur Interpretation folgen.
- *Gleichwertige Formulierungen* zu „a ist Vielfaches von b" können von den Schülern selbständig aufgezeigt werden. Dabei muß deutlich gemacht werden:

> **a ist ein Vielfaches von b**
> ist gleichbedeutend mit
> **b ist Teiler von a** oder **a ist durch b teilbar.**
> symbolisch: $\boxed{b \mid a}$

Diese Erkenntnis sollte anhand einiger Beispiele gefestigt werden:
$5 \mid 40$; 40 ist Vielfaches von 5.
5 ist Teiler von 40.
40 ist durch 5 teilbar.

Einfache Übungen im Bestimmen von Teilern und Vielfachen Von den Aufg. 1 bis 4 sollten einige noch in der Stunde (z. T. mündlich) und einige als *Hausaufgabe* gelöst werden.

Übungen im Bestimmen von Teilern und Vielfachen
- Zur Einstimmung sollte Auftrag A 27 mündlich gelöst werden.
- Auftrag A 29. Um mit dem *Bestimmen der Teiler* gleichzeitig zu Erkenntnissen zu kommen, die in Klasse 6 wieder aufgegriffen werden können, sollten die Ergebnisse in eine Tabelle eingetragen werden.

n	Teiler von n	Anzahl der Teiler
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4

Es gibt nur eine Zahl mit nur einem Teiler (1).
Es gibt viele Zahlen mit nur zwei Teilern (1 und die Zahl selbst; der Begriff „Primzahl" wird dafür in Klasse 5 noch nicht eingeführt). Es gibt viele Zahlen mit mehr als zwei Teilern. (Leistungsstarke Schüler können in Verbindung mit Aufg. 8* prüfen, welcher Art die Zahlen mit einer ungeraden Anzahl von Teilern sind. – Quadratzahlen)
- In einer *weiteren Übung* sollte Aufg. 9 gelöst werden. Aufg. 7 eignet sich gut als *Hausaufgabe.*

Betrachtung der Zahlen 0 und 1 in bezug auf Teilbarkeit und Vielfachenbildung Das Betrachten der Sonderfälle dient der Vertiefung der Begriffsaneignung.

- Die Schüler bearbeiten Auftrag A 28.
  Es ist folgende *Erkenntnis zu festigen* (↗ LB 27):
  Für alle natürlichen Zahlen a gilt:
  $a \mid 0$; $a \mid a$; $1 \mid a$
  Der Sachverhalt kann aus den bereits gelösten Aufträgen A 28 und A 29 (Tabelle) gewonnen werden. Die Schüler sollten ihn zunächst in Worten, danach mit Variablen formulieren.
- Anhand der Aufg. 5 kann noch einmal der *Unterschied zwischen Division* (Operation) und *Teilbarkeit* (Relation) gefestigt werden.

Hinweise:

1. Operationen können ausgeführt werden: Berechne 35:7!
   Relationen können überprüft werden: Ist 35 ein Vielfaches von 7?
2. In der letzten Zeile ergibt sich: $0:0$ ist nicht ausführbar, weil es nicht *genau* eine Zahl n gibt, so daß $0 \cdot n = 0$. $0 \mid 0$ ist wahr, denn $0 \cdot n = 0$ ist erfüllbar, weil es (eine) derartige Zahl n gibt.

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 3. Stunde
Thema: Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100

Ziele der Stunde

Die Schüler
- kennen die Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100,
- können durch Anwenden der Regeln feststellen, ob eine Zahl durch 2 (5, 10, 100) teilbar ist.

Gliederung der Stunde

(1)	10 min	Tägliche Übung
(2)	5 min	Motivierung und Zielstellung für die Schüler
(3)	10 min	Wiederholung der Teilbarkeitsregeln für die Zahlen 2, 5, 10 und 100 (Merkstoff A 9 und A 10)
(4)	15 min	Anwendung der Teilbarkeitsregeln (Auftrag A 30, Aufg. 11, 12, 14)
(5)	5 min	Zusammenfassung (Auftrag A 31)

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Zur langfristigen Wiederholung gehört auch, Begriffe und Verfahren rechtzeitig wieder in Erinnerung zu rufen. Zur Vorbereitung auf die Unterrichtseinheit 11 (Durchschnitt und arithmetisches Mittel) kann folgende *Aufgabe* gelöst werden (mit Folie vorgeben):
Sieben Kinder einer Brigade sammelten Altstoffe. Es wurden folgende Mengen Zeitungspapier abgeliefert: 18 kg, 21 kg, 23 kg, 19 kg, 14 kg, 11 kg und 13 kg. Wieviel Kilogramm hat durchschnittlich jedes Brigademitglied abgeliefert? *(17 kg)*
Während der Arbeit der Schüler kann der Lehrer die *Hausaufgabe* (Aufg. 7) kontrollieren; deren Auswertung erfolgt anschließend gemeinsam.
Die tägliche Übung läßt sich günstiger auswerten, wenn ein Schüler hinter der verdeckten Tafel gearbeitet hat. Das Verfahren zum Ermitteln des Durchschnitts wird von einem Schüler noch einmal erklärt.

(2) Anknüpfend an den Stoff der letzten Stunde erhalten die Schüler die *Aufgabe*:
Stelle fest, ob 456 durch 6 teilbar ist! Welche Möglichkeiten kennst du? (Aufgabe an der Tafel vorgeben; Schüler arbeiten selbständig.)
Division: $456 : 6 = 76$; Zerlegen: $456 = 420 + 36$ oder $480 - 24$.
(Verschiedene Möglichkeiten im Unterrichtsgespräch erörtern!)
Um festzustellen, ob 456 durch 5 teilbar ist, haben wir verschiedene Möglichkeiten. (Möglichkeiten der Untersuchung nennen lassen!) Neben der Möglichkeit des Dividierens und Zerlegens kann man in bestimmten Fällen auch sofort erkennen, ob eine Zahl durch eine gegebene Zahl teilbar ist. Dazu kennen wir einige Regeln.
Ziel: Diese Regeln wollen wir in dieser Stunde wiederholen.

(3) Für die Zahlen 2, 5, 10, 100 werden die Regeln
- entweder durch die Schüler genannt (Beispiele dazu)
- oder im Lehrbuch gelesen (Merkstoff A 9 und A 10)
- oder durch das Lösen von Aufgaben wieder ins Gedächtnis gerufen oder formuliert. (Ist 105, 52, 7700 durch 2, 5, 10, 100 teilbar?)

Im Ergebnis der Wiederholung wird folgende *Übersicht* an der Tafel entwickelt:

$2 \mid a$	a endet auf 0, 2, 4, 6, 8	Beispiel: 0, 12, 216, 34, 8
$5 \mid a$	a endet auf 0, 5	Beispiel: 0, 15, 210, 3 775
$10 \mid a$	a endet auf 0	Beispiel: 0, 80, 4 060, 8 370
$100 \mid a$	a endet auf 00	Beispiel: 0, 300, 6 000, 48 000

Die Beispiele im *Tafelbild* sollen die Schüler selbst nennen.

(4) – mündlich; Aufg. 11 und Auftrag A 30
(Schüler nennen und begründen ihre Ergebnisse.)
- schriftlich; Aufg. 12
- mündlich; Aufg. 14

Als *Hausaufgabe* wird Aufg. 13 gestellt. (Ins Hausaufgabenheft eintragen lassen!)

(5) Zur Zusammenfassung wird der Auftrag A 31 genutzt. (Ergebnisse eventuell mit Bleistift ins Lehrbuch eintragen lassen!)

Kontrollaufgaben

1. Gib alle Teiler von 12 an!
2. Gib zehn Vielfache von 12 an!
3. Prüfe, ob $b \mid a$!

b	6	7	0	30	1
a	48	59	20	10	19

4. Auftrag A 31
5. Ist die Division ausführbar?
a) $110 : 10$ **b)** $108 : 5$
Begründe!
Verwende die Teilbarkeitsregeln und die Begriffe „Vielfaches", „Teiler" und „teilbar"!

Nacheinanderausführen mehrerer Rechenoperationen (2 Std.)

LE 7 (LB 24 bis 28)

Im Mittelpunkt dieser Unterrichtseinheit stehen Aussagen zum Beachten der Reihenfolge bei mehreren Rechenoperationen in einer Aufgabe und zum Erkennen der Struktur von Termen. Dabei werden neben den vier Grundrechenoperationen jetzt auch Potenzen einbezogen. Beide Schwerpunkte sind so anzulegen, daß die Schüler befähigt werden, Aufgaben, in denen mehrere Rechenoperationen vorkommen, auf der Grundlage exakter Kenntnisse sicher lösen zu können.

Ziele

Die Schüler

- wissen, in welcher Reihenfolge Rechenoperationen in einer gegebenen Aufgabe auszuführen sind und können entsprechende Aufgaben lösen,
- kennen die Bedeutung und die Notwendigkeit von Klammern und können Klammern richtig setzen sowie Aufgaben mit Klammern richtig lösen,
- erkennen Rechenausdrücke als Summen, Differenzen, Produkte, Quotienten und Potenzen und können sie in Worten beschreiben.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung der Notwendigkeit des Beherrschens sicherer Kenntnisse über das Nacheinanderausführen mehrerer Rechenoperationen
- Wiederholung und Ergänzung des entsprechenden Regelsystems (Merkstoff A 11)

2. Stunde

- Übung im Lösen von Aufgaben mit mehreren Rechenoperationen
- Übung im Erkennen von Summen, Produkten, Quotienten, Differenzen und Potenzen
- Übung im Umformulieren von Rechenausdrücken in Worte und umgekehrt

Methodische Hinweise

Motivierung der Notwendigkeit des Beherrschens sicherer Kenntnisse über das Nacheinanderausführen mehrerer Rechenoperationen Zunächst sollten Kopfrechenübungen erfolgen, z. B. $35 : 7$; $210 + 81$; $36000 : 12$; $18 \cdot 8$; $350 - 95$.

1. Möglichkeit:

Danach stellt man eine „Kettenaufgabe", die im Kopf zu lösen ist. Die Schüler bestimmen dabei jeweils das Ergebnis, bevor die nächste auszuführende Operation angesagt ist. Im folgenden sind die Rechenaufforderungen durch Striche getrennt:

$35/ - 10/ : 5/ + 45$ Ergebnis: 50

Nun läßt man einen Schüler die gleiche Aufgabe an die Tafel schreiben, ohne daß sofort die Teilrechnungen ausgeführt werden: $35 - 10 : 5 + 45$

Die Schüler werden erneut aufgefordert, diese Aufgabe zu lösen. Manche Schüler werden sagen: „Wozu nochmals rechnen, wir haben das Ergebnis ja schon bestimmt." Andere werden sagen, daß $35 - 2 + 45 = 78$ die Lösung ist. Gegebenenfalls wird der Lehrer diese Lösung vorführen. Warum haben wir zwei verschiedene Ergebnisse erhalten? Schüler begründen.

2. Möglichkeit:

Lösen des Auftrages A 32. (Eventuell genügt bereits das Aufstellen der Gleichungen.)
Erkenntnis: In manchen Aufgaben kommen mehrere Rechenoperationen vor.

a) $4 \cdot 2\ \text{M} = x$ b) $12 \cdot 10\ \text{Pf} + 12 \cdot 25\ \text{Pf} = x$
$20\ \text{M} - x = y$

In beiden Fällen können wir auch anders (z. T. einfacher) rechnen:

a) $20\ \text{M} - 4 \cdot 2\ \text{M} = y$ b) $12 \cdot (10\ \text{Pf} + 25\ \text{Pf}) = x$

Diese Erkenntnisse sollten von den Schülern selbst gefunden werden (eventuell durch Skizzen unterstützen, ↗ Lerneinheit 12, LB 38). Es ist auch zulässig, statt mit Größen nur mit Zahlen zu rechnen. Letztlich wird bei beiden Möglichkeiten deutlich, daß Aufgaben, in denen mehrere Rechenoperationen vorkommen, zu lösen sind.

Wiederholung und Ergänzung des entsprechenden Regelsystems

1. Möglichkeit:

- Zur *Wiederholung* der bereits *bekannten Regeln* können folgende Aufgaben (an der Tafel oder mit Folie) vorgegeben werden:

a) $350 - 5 \cdot 10$ d) $35 - (21 + 12)$ f) $250 + 17 + 50$
b) $210 : 21 + 9$ e) $38 - (8 + 4) \cdot 3$ g) $14 \cdot 10 : 20$
c) $5 \cdot 8 + 40 : 4$

Die Schüler lösen die Aufgaben mündlich und begründen ihr Vorgehen mit den ihnen bekannten Regeln:

bei a), b) und c)	mit Regel 3 in Merkstoff A 11,
bei d)	mit Regel 1 in Merkstoff A 11,
bei e)	mit Regel 1 und 3 in Merkstoff 11,
bei f) und g)	rechnen wir schrittweise von links nach rechts,
bei f)	können wir auch eine andere Reihenfolge anwenden (Assoziativität der Addition).

Zur Veranschaulichung eignen sich sehr gut Schemata (sogenannte Rechenbäume, ↗ Beisp. A 9 und A 10). Im Schema stehen die Operationen, die *nacheinander* ausgeführt werden müssen, *untereinander*. Operationen, bei denen die *Reihenfolge* der Ausführung *beliebig* ist, stehen *nebeneinander*. Dabei sollte folgendes *Tafelbild* entstehen (eventuell z. T. mit Magnetkarten, damit das „Berechnen von Potenzen" anschließend günstig eingefügt werden kann):

> Reihenfolge bei mehreren Rechenoperationen in einer Aufgabe:
> 1. Klammern
> 2. Multiplikation und Division
> 3. Addition und Subtraktion
>
> Sonst von links nach rechts rechnen, wenn nicht Rechengesetze eine andere Reihenfolge gestatten.

- Zur *Ergänzung des Regelsystems* werden folgende Aufgaben vorgegeben:

a) $225 - 5^3$ b) $20 \cdot 3^4$ c) $4 \cdot 3^2 - 15 : 5$ d) $(6 - 5)^2 - 8 : 8$

Vom Lehrer wird dann dargelegt, daß Potenzen vor dem Multiplizieren und Dividieren, aber nach dem Berechnen der Klammern zu berechnen sind (in das bestehende *Tafelbild* einordnen).

Kurzform: 1. Klammern
2. Potenzen
3. Multiplikation und Division
4. Addition und Subtraktion

Zur ersten Anwendung werden die Aufgaben a) bis d) von den Schülern gelöst und das Vorgehen mit den Regeln begründet.

2. Möglichkeit:

- Betrachten der Beispiele A 9a) bis d) und A 10a) bis d) und des Merkstoffes A 11. Die Schüler erläutern, welche Regeln in welcher Reihenfolge angewendet werden. Besonderes Augenmerk ist auf das Beispiel A 9d) zu legen (Regel für das Berechnen der Potenzen ist neu).
- Danach sollten noch einige derartige Aufgaben gelöst werden.

Hausaufgaben: Aufg. 3 und 6 (eventuell einige auswählen)

Übung im Lösen von Aufgaben mit mehreren Rechenoperationen Aufg. 1 und 2 (mündlich lösen, Reihenfolge der Operationen mit den Regeln begründen lassen)

Übung im Erkennen von Summen, Produkten, Quotienten, Differenzen und Potenzen

- Auftrag A 33; Herausarbeiten der Möglichkeit zum Erkennen der Struktur (↗ LB 25, nach Auftrag A 33)
- Aufg. 7; zusätzlich sollte angegeben werden, ob es sich um eine Summe, ein Produkt, ... handelt (Struktur des Terms).

Übung im Umformulieren von Rechenausdrücken in Worte und umgekehrt Für Rechenausdrücke in Aufg. 5 werden wörtliche Formulierungen erarbeitet, z. B. für $(83 + 17) - 50$.

1. Schritt: Wir bilden die Summe aus 83 und 17.
2. Schritt: Wir subtrahieren 50 von der Summe.
Gesuchte wörtliche Formulierung: Von der Summe der Zahlen 83 und 17 ist 50 zu subtrahieren.

Wortformulierungen werden in Rechenausdrücke umgesetzt, z. B. Aufg. 4.

Hausaufgabe: Aufg. 8

Kontrollaufgaben

1. Berechne!
   a) $(21 - 13) \cdot 7 + 312$ *(368)* b) $35 \cdot 2 - 210 : 70$ *(67)*
2. Vergleiche! Welche Klammern können weggelassen werden? Begründe!
   a) $41 - (21 - 10)$ und $(41 - 21) - 10$ *(>)*
   b) $(5 \cdot 8) + (30 : 6)$ und $5 \cdot 8 + 30 : 6$ *(=)*
3. Aufg. 5a) bis d)

Stoffabschnitt 1.2. (15 Std.)

Weitere Anwendungen des Rechnens mit natürlichen Zahlen

In diesem Stoffabschnitt wird die Wiederholung und Vertiefung des Wissens und Könnens aus Klasse 4 fortgesetzt. Die Schüler werden an kompliziertere Typen von Gleichungen und Ungleichungen als in Klasse 4 herangeführt (vgl. LP 18 mit LP 30). Sie sollen größere Sicherheit im Lösen erlangen. Sie wenden das inhaltliche Lösen von Gleichungen und Ungleichungen beim Lösen von Sachaufgaben an, in die auch Durchschnittsberechnungen einbezogen werden. Der Begriff „arithmetisches Mittel" wird neu eingeführt.

Variable (2 Std.)

LE 8 (LB 28 bis 30)

Mit Variablen arbeiten die Schüler bereits seit Klasse 1. In dieser Unterrichtseinheit sollen sie vor allem das Einsetzen von Zahlen für Variable in Termen üben, die Berechnungen ausführen und dabei die Struktur solcher Ausdrücke erfassen. Damit wird zugleich die Wiederholung des Lösens von Gleichungen und Ungleichungen in den folgenden Unterrichtseinheiten vorbereitet. Das Wort „*Variable*" wird von den Schülern zunehmend *aktiv* verwendet. Dagegen wird *im Unterricht* noch *nicht* von „Termen" gesprochen. Sofern es notwendig ist, sollte man von „Rechenausdrücken" oder kurz „Ausdrücken" sprechen.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß Variable in Termen anstelle von Zahlen stehen,
- können Variable durch Zahlen ersetzen und so entstandene Ausdrücke berechnen,
- können die Struktur gegebener Terme mit Variablen bestimmen und sie richtig bezeichnen,
- wissen, in welcher Reihenfolge die Operationen auszuführen sind, wenn verschiedene Operationszeichen und Klammern auftreten,
- können mit Hilfe von Variablen Rechenausdrücke bilden, deren Struktur mit Worten beschrieben ist.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Kopfrechenübungen
- Wiederholung der Verwendung von Variablen
- Übung im Einsetzen von Zahlen für Variable

2. Stunde

- Wiederholung der Regeln für die Reihenfolge der Operationen beim Berechnen von Ausdrücken, in denen mehrere Operationszeichen und Klammern vorkommen
- Übung im Bestimmen der Struktur gegebener Rechenausdrücke
- Übung im Bilden von Rechenausdrücken, deren Struktur mit Worten beschrieben ist, mit Hilfe von Variablen

Methodische Hinweise

Kopfrechenübungen

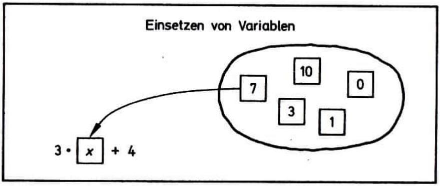
- Übung im Lösen von Grundaufgaben und im Rechnen mit Größen. Hierzu sollte aus dem Aufgabenangebot des Lehrbuchs den Erfordernissen der Klasse entsprechend eine Auswahl geeigneter Aufgaben getroffen werden.
- Unmittelbar der Sicherung des Ausgangsniveaus dienen Aufgaben der Art $7 \cdot 15 + 5$; $8 \cdot (7 + 3)$; $8 \cdot 12 - 7$; $50 - (27 - 3)$ usw.

Wiederholung der Verwendung von Variablen

Bemerkung: Die Bezeichnung „Term" wird im Unterricht erst ab Klasse 6 verwendet.

Unmittelbar anschließend an Berechnungen von Ausdrücken mit bestimmten Zahlen sollte ein Ausdruck mit einer Variablen zur Berechnung vorgelegt werden, z. B. $3 \cdot x + 4$ (↗ Auftrag A 34). Den Schülern sollte aber noch nicht der Auftrag erteilt werden. Zunächst wird nur das Problem gestellt. Der Ausdruck kann nicht berechnet werden. Warum nicht?

Die Beantwortung der Frage führt zur Wiederholung und Klärung des Begriffs „Variable". An eine Hafttafel wird der Ausdruck geschrieben, die Variable hervorgehoben. Dann bringt man haftende Ziffernkarten etwa mit den in Auftrag A 34 genannten Ziffern und evtl. auch anderen an. Einzelne Schüler können nun gemäß Auftrag A 34 die Ziffernkarten an die Stelle der Variablen in den Ausdruck einsetzen. Damit wird die Bedeutung der Variablen als „Platzhalter" für bestimmte Zahlen sichtbar.



Bemerkung: Der Begriff „Variablengrundbereich" für die Menge derjenigen Zahlen, aus der Elemente für eine Variable in einem bestimmten Term eingesetzt werden dürfen, wird nicht verwendet. Die Schüler sollen aber am Beispiel begreifen, daß eine solche Menge vorhanden sein muß, die aber nicht unbedingt alle natürlichen Zahlen umfaßt. Später treten auch Variable für bestimmte Größen auf.

Für die Variablen werden bekanntlich verschiedene Buchstaben verwendet. Die Schüler kennen die Verwendung von Buchstaben auch zur Bezeichnung von geometrischen Gebilden (Strecke *a*, Gerade *g* usw.) und Einheiten (Meter m, Stunde h). Eine Verwechslung ist im allgemeinen nicht zu befürchten. Dennoch sollte durch Gegenüberstellung von Beispielen auf den Unterschied aufmerksam gemacht werden: Unterscheide $3 \cdot a$

(a Variable, das Multiplikationszeichen wird mitgeschrieben, später wird aber häufig darauf verzichtet) und 3 m (3 Meter, eigentlich $3 \cdot 1$ m; auf das Multiplikationszeichen und die 1 wird verzichtet)!

Übung im Einsetzen von Zahlen für Variable Die Übung kann mit dem Ausfüllen der Tabelle in Aufg. 1a) beginnen. Schüler, die hierbei noch Schwierigkeiten haben, sollten sich die Rechenausdrücke mit den anstelle der Variablen eingesetzten Zahlen zunächst noch einmal aufschreiben, bevor sie die Ausdrücke berechnen. Bereits in dieser Aufgabe ist auf die unterschiedliche Reihenfolge der auszuführenden Operationen in Abhängigkeit von der Termstruktur und auf die Lösbarkeit der Aufgaben zu achten. Für weitere Übungen und *Hausaufgaben* werden die Aufg. 1b) (Ersetzen von zwei Variablen) und 6a), b) bzw. das Einbeziehen größerer Zahlen empfohlen. (Z. B.: Setze für x in $2000 - 2 \cdot x$ alle Vielfachen von 100 ein!)

Wiederholung der Regeln für die Reihenfolge der Operationen ... Ausgehend von Auftrag A 35 oder von Aufg. 1a) kann die Frage aufgeworfen werden, wodurch sich die Rechenausdrücke $3 \cdot x + 4$ und $3 \cdot (x + 4)$ bzw. $6 \cdot a - 3$ und $6 \cdot (a - 3)$ usw. unterscheiden und in welcher Reihenfolge die auftretenden Operationen auszuführen sind. Dabei sind die Regeln aus Lerneinheit 7 anzuwenden. Die Schüler sollten sich solche Regeln durch vielfältige Übungen einprägen. „Faustregeln" in Kurzform, wie

1. Klammern
2. Potenzen
3. Punktrechnung geht vor Strichrechnung
4. von links nach rechts,

sind „erlaubt", sofern sie nur richtig verstanden sind und am Beispiel erläutert und richtig angewendet werden können. Zur Festigung der Regeln eignet sich eine Auswahl aus Aufg. 2. Zu beachten ist folgendes: Beim Nacheinanderausführen „gleichrangiger" Operationen kann es vorkommen, daß nur der erste Rechenschritt ausführbar ist (z. B. in $a - b - c$ für $a = 7$, $b = 7$, $c = 5$ oder in $a \cdot b : c$ für $a = 9$, $b = 3$, $c = 2$). Aufgaben der Form $a - b + c$ z. B. für $a = 5$, $b = 7$, $c = 6$, in denen der erste Rechenschritt zunächst nicht ausführbar ist, können auch einbezogen werden (etwa für Schüler, die die Termberechnungen schon gut beherrschen), denn bereits in Klasse 4 wurde auf die Lösbarkeit solcher Aufgaben verwiesen (↗ Lehrbuch Mathematik, Klasse 4, Seite 95).

Übung im Bestimmen der Struktur gegebener Rechenausdrücke Hierzu kann die Aufg. 3 gestellt werden. Die Schüler werden aufgefordert, sich zunächst noch einmal den Lehrbuchtext nach Auftrag A 33 (LB 25) durchzulesen. Man knüpft wieder an die Reihenfolge der auszuführenden Operationen an, fragt aber jetzt danach, welche Operation *zuletzt* auszuführen ist. Das entsprechende Operationszeichen wird an einigen Beispielen (etwa durch Schüler an der Tafel) farbig hervorgehoben:

$3 \cdot a + 4$	$3 \cdot a - 4$	$3 \cdot (a - 4)$	$(8 \cdot a) : 2$
Summe	Differenz	Produkt	Quotient

Entsprechend kann $x + 13 - 2$ als Differenz und $60 : a \cdot 3$ als Produkt bezeichnet werden. Den Schülern kann auch die Frage gestellt werden, ob in bestimmten Ausdrükken vorkommende Klammern weggelassen werden können, ohne daß sich die Reihenfolge der auszuführenden Operationen ändert [z. B. in $(x + 13) - 2$ oder $(60 : a) \cdot 3$].

Übung im Bilden von Rechenausdrücken ... Diese Übungen sind nützlich für das Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben, wo zumeist Rechenausdrücke zu bilden sind. Zur Motivierung kann Aufg. 10b) aus der folgenden Lerneinheit (LB 32) benutzt werden. Die Aufgabe muß nicht unbedingt sofort gelöst werden. Aber die Schüler sollen einsehen, daß sie in der Lage sein müssen, in Worte gefaßte Beziehungen richtig in mathematische Zeichen umzusetzen. Empfohlen wird das Lösen von Aufg. 4a) bis c).

Für differenzierte Arbeit stehen die etwas schwierigeren Aufg. 5*; 6d)*, e)* zur Verfügung.

Kontrollaufgaben

1. Gib dir für a und b Zahlen vor und vervollständige die Tabelle!

a	b	$3 \cdot a - b$	$3 - a \cdot b$	$b - 3 \cdot a$	$(3 - a) \cdot b$	$4 \cdot a + 7 \cdot b$

2. Bezeichne die in Kontrollaufgabe 1 vorkommenden Ausdrücke!
3. Schreib mit Variablen
   a) das Dreifache einer Zahl;
   b) den achten Teil einer Zahl;
   c) die Summe aus dem Vierfachen einer Zahl und der Zahl 6! $(4 \cdot z + 6)$

Gleichungen (4 Std.)

LE 9 (LB 30 bis 33)

In dieser Unterrichtseinheit soll vor allem das Lösen von Gleichungen durch Probieren oder inhaltliche Überlegungen auf der Grundlage der Kenntnisse über die Grundrechenoperationen und ihre gegenseitigen Beziehungen geübt werden. Es werden keine Umformungsregeln erarbeitet oder verwendet.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß Gleichungen mit Variablen durch Einsetzen von Zahlen zu wahren oder falschen Aussagen werden,
- können einfache Gleichungen mit Variablen inhaltlich lösen,
- können mathematische Beziehungen in vorgegebenen Sachverhalten durch Gleichungen ausdrücken,
- erkennen die Notwendigkeit der Überprüfung der Lösungen und sind gewillt sowie in der Lage, ihre Ergebnisse stets zu überprüfen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung der Wiederholung des Lösens von Gleichungen
- Übung im Gewinnen von Aussagen aus Gleichungen mit Variablen
- Einführung in die Verwendung der Begriffe „Lösung“ und „erfüllen“

2. Stunde
- Übung im Lösen von Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen
- Bearbeitung von Gleichungen mit unterschiedlichen Lösungsmengen

3. und 4. Stunde
– Übung im Lösen von formalen Aufgaben, Sach- und Anwendungsaufgaben

Methodische Hinweise

Motivierung der Wiederholung des Lösens von Gleichungen Hierzu können verschiedene Wege beschritten werden.

- Man knüpft z. B. an die beiden Tabellen aus Aufg. 6a), b) (Lerneinheit 8, LB 29) an und stellt die Frage, wie man beim Ausfüllen der 2. und 4. Zeile vorgehen kann. Die anzustellenden Überlegungen laufen darauf hinaus, daß man Gleichungen bildet (z. B. $7 \cdot x = 49$ oder $10 \cdot n + 3 = 83$) und durch Raten, Probieren oder Überlegen die Zahlen x bzw. n findet, für die die linke und rechte Seite der Gleichungen übereinstimmen, die also die Gleichungen lösen.
- Man stellt Aufg. 11. Zunächst ist es nicht notwendig, daß die Aufgabe bis zum Ende gelöst wird. Für die Motivierung reicht es, wenn die Schüler begreifen, daß man zur Lösung solcher Aufgaben das Bilden und Lösen von Gleichungen beherrschen muß.
- Man führt eine kurze Übung z. B. mit folgenden *Aufgaben* durch:

  Setze für a die Zahlen 4, 7, 15 ein!

  a) $5 \cdot a - 20$

  b) $25 + a = 40$

  Im Zuge dieser Übung, die an die vorangegangene Lerneinheit anschließt, gelangen die Schüler zum Problem: Aufg. b) ist anderer Natur als Aufg. a). Man kann zwar für a auch die gegebenen Zahlen einsetzen, aber (z. B.) nur die Zahl 15 führt zu einer wahren Aussage. Es geht also nicht um das Berechnen von Rechenausdrücken, sondern um das Lösen von Gleichungen.

Bei jeder der vorgeschlagenen Varianten steht am Ende das Ziel, das Lösen von Gleichungen zu wiederholen und zu üben.

Übung im Gewinnen von Aussagen aus Gleichungen mit Variablen Man kann an ein Beispiel zur Motivierung anknüpfen oder die ersten Sätze der Lerneinheit 9 im Lehrbuch lesen lassen. Das Einsetzen von Zahlen für Variable in Gleichungen kann in Anlehnung an die Lehrbuchdarstellung an der Tafel vorgeführt werden (vgl. auch das Einsetzen von Zahlen für Variable in Termen, UH 44). (↗ Bild 1.1)

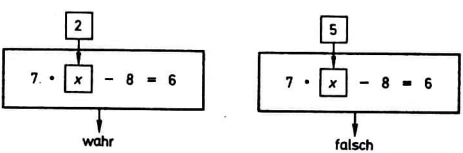


Bild 1.1

Der Lehrer achte hierbei auf eine einwandfreie und doch einfache Sprechweise, etwa: „Wenn man für die (Variable) x in der Gleichung $7 \cdot x - 8 = 6$ die Zahl 2 einsetzt, so erhält man eine wahre Aussage". Wenn die Schüler umgangssprachliche Formulierungen verwenden, z. B. „Die Gleichung wird richtig", „... ist dann (nicht) richtig" usw., sollte man sie behutsam korrigieren und allmählich an den exakten Gebrauch von Fachtermini heranführen. Eine Gleichung, z. B. $x + 4 = 7$, ist weder richtig noch falsch. „Richtig" wird umgangssprachlich als Gegenteil von „falsch" verwendet. In der Logik gebraucht man das Wortpaar „wahr – falsch". Der Lehrer sollte also Verständnis für den Gebrauch solcher Wendungen durch die Schüler haben, ihnen aber erklären, wie man den jeweiligen Sachverhalt in der Mathematik beschreibt.

Einführung in die Verwendung der Begriffe „Lösung" und „erfüllen" In enger Verbindung mit dem vorangehenden Schwerpunkt steht das Heranführen der Schüler an den Gebrauch der Begriffe „Lösung" und „erfüllen". Dazu kann der Lehrbuchtext gelesen und Auftrag A 36 bearbeitet werden. Die Begriffe sollte man im Unterricht nicht „abfragen" (etwa: „Was verstehst Du unter einer Lösung einer Gleichung?"), sondern die Schüler sollen sie beim Lösen von Gleichungen, beim Beantworten z. B. der Frage „Welche Lösung hat die Gleichung ...?" richtig gebrauchen lernen. Hier wie in der gesamten Unterrichtseinheit steht also das Lösen von Gleichungen im Mittelpunkt. Dabei sollen die Schüler auch schrittweise an den richtigen Gebrauch von Fachwörtern herangeführt werden.
Zur Übung werden die Aufg. 1 und 2 empfohlen. Schüler, die die Gleichungen mit bestimmten eingesetzten Zahlen nicht im Kopf behalten können, sollten sich die Gleichungen aufschreiben. Durch ständiges Üben im mündlichen Rechnen kann sich das Notieren überflüssig machen. Die Forderungen des Lehrers sollten den einzelnen Schülern gegenüber in diesem Fall differenziert erhoben werden.
Hausaufgabe: Aufg. 3

Übung im Lösen von Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen Einleitend kann die Frage aufgeworfen werden, wie man denn eigentlich an das Lösen von Gleichungen herangeht. Möglicherweise wird dazu auch Anlaß durch Fehler in vorangehenden *Hausaufgaben* oder Übungsaufgaben im Unterricht gegeben. Soll man probieren? Mit welchen Zahlen fängt man an? Auftrag A 37 kann erteilt werden, um ein überzeugendes Beispiel dafür zu haben, daß man mit Probieren rechte Mühe hat. Sicher werden einige Schüler vorschlagen, daß man durch Überlegungen rascher zum Ziele kommen kann. Um welche Überlegungen geht es dabei? Was muß man wissen und können? Das skizzierte Gespräch führt zu Beispielen für das inhaltliche Lösen von Gleichungen. Um die Selbständigkeit der Schüler zu fördern, wird als Schrittfolge empfohlen:

(1) Die Schüler arbeiten das Beispiel A 11 im Lehrbuch durch.
(2) Der Lehrer führt ein ähnliches Beispiel an der Tafel vor (z. B. Aufg. 4b).
(3) Im Unterrichtsgespräch wird Aufg. 4c) gelöst (Tafel).
(4) Ein Schüler versucht selbst, an der Tafel das Lösen einer solchen Gleichung vorzuführen, wobei er seine Überlegungen laut äußert.
(5) Bei Aufg. 4e) läßt man die Nichtlösbarkeit erkennen.
(6) Zunehmend selbständig lösen die Schüler Gleichungen, wobei immer wieder einzelne Schüler aufgefordert werden, ihre Überlegungen zu äußern (z. B. durch Kommentieren beim Lösen).

Die Schüler sind daran zu gewöhnen, nach dem Finden einer Lösung durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung die Probe auszuführen. Für Schüler, die die Überlegungen rasch vollziehen, sollte der Lehrer Aufgaben bereithalten, die ihrer Leistungsfähigkeit gerecht werden, z. B. Aufg. 7*, 8*, 9*.

Bearbeitung von Gleichungen mit unterschiedlichen Lösungsmengen Hierzu kann der Lehrtext nach Beispiel A 11 durchgearbeitet werden. Ergänzend wird nach den Lösungen und den dazugehörigen Begründungen gefragt, z. B.: $x + 1 = x$ kann keine Lösung haben, weil eine Zahl nicht gleich ihrem Nachfolger sein kann.
Der Begriff „Lösungsmenge" wird im Unterricht der Kl. 5 noch nicht verwendet. In Verbindung mit den Betrachtungen zu den Lösungen ist aber auf den richtigen Gebrauch des bestimmten und unbestimmten Artikels zu orientieren:
Die Gleichung $5 \cdot x + 40 = 70$ hat *die* Lösung 6 (nämlich genau eine Lösung). 0 ist *eine*

Lösung der Gleichung $x \cdot x = 7 \cdot x$ (7 ist auch eine Lösung). Für die Übungen wird Aufg. 6 empfohlen, in der Gleichungen mit genau einer, mit keiner und mit unbegrenzt vielen Lösungen vorkommen.

Übung im Lösen von formalen Aufgaben, Sach- und Anwendungsaufgaben Die Gestaltung der hierfür empfohlenen zwei Stunden sollte von den Erfordernissen in der Klasse abhängen. Wesentlich beachtet werden sollten:

- tägliche Übungen (Beherrschen der Grundaufgaben als Voraussetzung für das zügige und richtige inhaltliche Lösen von Gleichungen und Ungleichungen; Sicherung des grundlegenden Könnens aus anderen Bereichen; Einbeziehen des Arbeitens mit Größen und geometrischer Aufgaben);
- gründliche Besprechung der Lösungswege von Übungsaufgaben (Schüler sollten ihre Lösungswege kommentieren; beim Kontrollieren der *Hausaufgaben* nicht nur die Lösungen nennen lassen; es ist wichtig, die Lücken im Wissen und Können der Schüler möglichst genau zu bestimmen);
- das Lösen einer hinreichend großen Anzahl einfacher formaler Aufgaben (Aufg. 3, 5), bevor zu etwas schwierigeren übergegangen wird (Aufg. 16);
- das Lösen einfacher Sach- und Anwendungsaufgaben (Aufg. 10, 11, 14);
- das Lösen anspruchsvollerer Aufgaben durch Schüler, die einfache Aufgaben bereits rasch und sicher lösen („Sternchen"-Aufgaben im Lehrbuch).

Hinweise zu einzelnen ausgewählten Aufgaben:

Aufg. 12: Hierfür können die Schüler verschiedene Möglichkeiten finden, evtl. auch mit Sachbezügen. Sie können auch selbst Rätsel bilden und den Mitschülern aufgeben („Ich denke mir eine Zahl, ...").

Aufg. 16: Als „Lösungen" kommen hier nur Zahlenpaare in Frage. Man kann nicht sagen, die Gleichung $x \cdot y = 17$ hat die Lösungen 1 und 17, sondern man muß sagen, die Gleichung hat die Lösungen (1; 17) und (17; 1). Die Lösungen sind geordnete Zahlenpaare.

Aufg. 9*: Hier ist die Lösung der Gleichung vorgegeben und kann eingesetzt werden. Andere „Plätze" in diesen Gleichungen sind noch „frei" und könnten durch Variable (verschiedene Buchstaben) gekennzeichnet werden. Damit ist eine Gleichung mit 3 (bzw. 2) Variablen zu lösen, wofür als Lösungen Zahlentripel (z. B. (2; 10; 16) bei Aufg. 9*a) bzw. Zahlenpaare (bei Aufg. 9*b) in Frage kommen.

Aufg. 13*: Schüler, die diese Aufgaben lösen, können bei Aufgabe b) zur Erkenntnis geführt werden, daß die Summe zweier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen stets ungerade ist, denn nur die Addition zweier gerader bzw. ungerader Zahlen führt auf eine gerade Zahl.

Aufg. 15*: Da nicht bekannt ist, ob die 16 cm lange Seite eine der beiden gleich langen Seiten ist oder nicht, ergeben sich zwei Möglichkeiten; Heranführen an Fallunterscheidungen!

Kontrollaufgaben

1. Welche der Zahlen 0, 1, 2 und 5 sind Lösungen von
   a) $12 \cdot x - 9 = 51$ *(5)* **b)** $x \cdot x = x + x$ *(0; 2)*
2. Löse folgende Gleichungen! **a)** $15 \cdot y + 31 = 106$ *(5)*
   b) $4 \cdot (5 + m) = 0$ *(n. l.)* **c)** $(t - 80) : 3 = 40$ *(200)*
3. Das Dreifache einer Zahl, vermehrt um 18, ist 57. Wie heißt die Zahl? *(13)*
4. Aufg. 14

Ungleichungen (3 Std.)

LE 10 (LB 33 bis 36)

Im Mittelpunkt dieser Unterrichtseinheit steht das Lösen einfacher Ungleichungen durch Probieren oder inhaltliche Überlegungen. Die im Zusammenhang mit Gleichungen behandelten Begriffe werden auf Ungleichungen angewendet.

Ziele

Die Schüler

- wissen, daß Ungleichungen mit Variablen durch Einsetzen von Zahlen zu wahren oder falschen Aussagen werden,
- können einfache Ungleichungen mit Variablen inhaltlich lösen und die gefundenen Lösungen überprüfen,
- können in Worten vorgegebene Sachverhalte durch Ungleichungen ausdrücken und diese Fähigkeit beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben nutzen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung des Lösens von Ungleichungen
- Übertragen der Begriffe „Lösung" und „erfüllen" auf das Lösen von Ungleichungen
- Übung im Gewinnen von Aussagen aus Ungleichungen mit Variablen

2. Stunde

- Wiederholung des inhaltlichen Lösens von Ungleichungen
- Übung im Lösen von Ungleichungen

3. Stunde

- Übung im Lösen formaler und sachbezogener Aufgaben

Methodische Hinweise

Motivierung des Lösens von Ungleichungen Im Verlaufe einer Übung können folgende *Aufgaben* eingefügt werden:

Stelle fest, welche Ungleichungen wahre, welche falsche Aussagen sind! Begründe!

a) $21 \cdot 3 + 12 > 21 : 3 + 12$ *(w)*

b) $(15 + 19) : 2 > 20$ *(f)*

c) $(x + 5) \cdot 2 < 10 \cdot 2$

Für Aufgabe c) läßt sich zunächst keine Antwort finden. Man muß erst die Variable durch Zahlen ersetzen. Um diejenigen Zahlen zu finden, die beim Einsetzen für die Variable die Ungleichung in eine wahre Aussage überführen, muß man die Ungleichung lösen. Wie geht man beim Lösen von Ungleichungen vor? Eine andere Möglichkeit zur Motivierung bildet die Verwendung einer Sachaufgabe, z. B. den einführenden Text zur Lerneinheit 10 im Lehrbuch einschließlich Auftrag A 38.

Übertragen der Begriffe „Lösung" und „erfüllen" auf das Lösen von Ungleichungen Die Schüler können selbständig anhand des Lehrbuchtextes (LB 33 f.) in Analogie zu den Gleichungen die Grundkenntnisse über das Lösen von Ungleichungen wiederholen. Als Besonderheit wird im Unterrichtsgespräch wiederholt, daß Ungleichungen in vielen Fällen mehrere Lösungen besitzen. Für das Einführungsbeispiel im Lehrbuch ($6 \cdot x + 75 < 100$) sollten außer 2 noch andere Zahlen gesucht werden, die die Ungleichung erfüllen.

Übung im Gewinnen von Aussagen aus Ungleichungen mit Variablen Empfohlen wird Aufg. 1, als *Hausaufgabe* Aufg. 2.
Schülern, die die Ungleichungen nicht überblicken, ist zu raten, sich die Ungleichung mit der eingesetzten Zahl aufzuschreiben, bevor sie entscheiden, ob die betreffende Zahl die Ungleichung erfüllt oder nicht. Anzustreben ist, daß die Mehrzahl der Schüler die Berechnungen mündlich ausführen. Die Aufgaben können erweitert werden, indem noch andere Lösungen gesucht werden. Immer wieder sollte die Frage gestellt werden, ob alle Lösungen gefunden sind. (Begründung!)

Zu Aufg. 1a): Alle gegebenen Zahlen erfüllen die Ungleichung, außerdem alle anderen natürlichen Zahlen von 0 bis 38, denn jede Summe aus 17 und einer dieser Zahlen ist kleiner als 56. Andere (natürliche) Zahlen erfüllen die Ungleichung nicht.
Bei Aufg. 1b) sind 7 und 10 die einzigen der angegebenen natürlichen Zahlen, die die Ungleichung erfüllen. Für das Einsetzen von 0 in dieser Aufgabe und der Aufg. 1h) können die Schüler noch keine Aussage treffen. 10 ist weder Lösung von 1e) noch von 1f), da die Ausdrücke 10 : 7 und 21 : 10 noch nicht berechnet werden können. Später, wenn mit gebrochenen Zahlen gerechnet wird, kann für die betreffenden Ungleichungen die Zahl 10 (und einige andere natürliche Zahlen) als Lösung angegeben werden.

Wiederholung des inhaltlichen Lösens von Ungleichungen Die Aufforderung, möglichst alle Lösungen einer Ungleichung zu finden, führt zum systematischen Probieren als Lösungsmethode. Die Schüler können dafür Tabellen anlegen, z. B. für die Lösung der Ungleichung $55 - 7 \cdot x > 13$.

x	$55 - 7 \cdot x > 13$	
0	$55 - 0 > 13$	w
1	$55 - 7 > 13$	w
2	$55 - 14 > 13$	w
⋮	⋮	⋮
5	$55 - 35 > 13$	w
6	$55 - 42 > 13$	f

0, 1, 2, 3, 4, 5 sind Lösungen der Ungleichung.

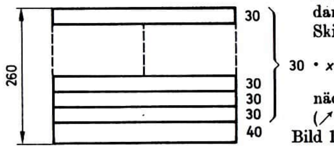
Für ein rationelleres Vorgehen sind inhaltliche Überlegungen im Beispiel A 13 angegeben. Man denkt sich dabei anstelle des Ungleichheitszeichens zunächst ein Gleichheitszeichen und geht danach wieder zur Ungleichung über.
Übungen im Lösen von Ungleichungen Empfohlen wird die Aufg. 3. Die Aufg. 4 und 5* stellen Vorübungen für das Lösen von Ungleichungen etwa wie in Aufg. 6 dar. Die Probe bei Ungleichungen muß mit jeder Lösung einzeln ausgeführt werden. Andere Methoden (wie in Klasse 9) werden noch nicht gelehrt. Dennoch sollte man mit den Schülern erarbeiten, daß vor allem die Probe mit der kleinsten bzw. größten gefundenen Lösung wichtig ist. Dann kann man sich die Probe mit dazwischen liegenden Zahlen meist ersparen.

Übung im Lösen formaler und sachbezogener Aufgaben

- In die Übungen sollten immer wieder Kopfrechenaufgaben, vor allem Grundaufgaben, einbezogen werden, weil das sichere Beherrschen dieser Aufgaben die entscheidende Voraussetzung für das rasche und sichere Lösen schwierigerer Aufgaben, wie etwa das Lösen von Ungleichungen ist.
- Die in Aufg. 8 gegebenen „Doppelungleichungen" sollten durch Probieren gelöst werden. Es empfiehlt sich, Tabellen anzulegen, z. B. für Aufg. 8a):

x	$3 < x + 4 < 11$	
0	$3 < 4 < 11$	w
1	$3 < 5 < 11$	w
2	$3 < 6 < 11$	w
⋮	⋮	⋮
6	$3 < 10 < 11$	w
7	$3 < 11 < 11$	f

- Zur Vorbereitung auf das Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben sollten zu Ungleichungen (schrittweise!) wörtliche Formulierungen gesucht werden, z. B. $2 \cdot x - 7 < 15$ (Aufg. 6a): Das Doppelte einer Zahl vermindert um 7 ist kleiner als 15. *Oder:* Die Differenz zwischen dem Doppelten (Zweifachen) einer Zahl und 7 ist kleiner als 15.
- Lösen von Anwendungsaufgaben; Aufg. 7. Die Schüler stellen selbständig die Ungleichungen auf, einige tragen ihre Ergebnisse vor und begründen. Danach lösen sie die Ungleichungen selbständig.
- Beim Lösen von Sachaufgaben ist immer darauf zu achten, daß der Sachverhalt durch Skizzen oder Übersichten, Tabellen usw. zunächst erschlossen wird, z. B. bei Aufg. 11 (↗ Bild 1.2)



$40 + 30 \cdot x < 260$

Bild 1.2

Aufg. 12:
Der erste hat am wenigsten gefunden: 12 kg
Der zweite hat gefunden: $5\ \text{kg} \cdot x + 2\ \text{kg}$
Der dritte hat am meisten gesammelt: 22 kg
Die Lösung wird entweder sofort durch Probieren (Einsetzen) gefunden, oder es wird zunächst eine Ungleichung aufgestellt: $12 < 5 \cdot x + 2 < 22$.

Kontrollaufgaben

1. Vervollständige die Tabelle durch „ja" oder „nein", je nachdem, ob die Zahlen Lösungen der Ungleichung sind oder nicht!

x	0	1	2	3	4
$10 \cdot x + 75 < 100$	*(ja)*	*(ja)*	*(ja)*	*(nein)*	*(nein)*

2. Formuliere folgende Ungleichungen in Worten und löse sie!
   a) $4 \cdot x + 12 < 32$ *($0 \leqq x < 5$)* **b)** $15 + 3 \cdot d < 12$ *(n. l.)*
3. Für welche natürlichen Zahlen ist ihr Dreifaches, vermehrt um 12, kleiner als 25? *($3x + 12 < 25$; $0 \leqq x < 5$)*

Durchschnitt und arithmetisches Mittel (2 Std.)

LE 11 (LB 36 bis 37)

Der Begriff „Durchschnitt" und ein Verfahren zur Bestimmung des Durchschnitts wurden in Klasse 4 erarbeitet. Neu einzuführen ist der Begriff „arithmetisches Mittel". Die Schüler sollen erkennen, daß man den Durchschnitt (von Größen) bestimmt, indem man das arithmetische Mittel (der Zahlen) berechnet.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Begriffe „Durchschnitt" und „arithmetisches Mittel" und können Durchschnitte bzw. arithmetische Mittel berechnen,
- erkennen, daß mit Hilfe des Durchschnitts bestimmte Beziehungen in Sachverhalten beschrieben werden können, selbst wenn der ermittelte Wert real gar nicht auftritt.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus für die Berechnung des arithmetischen Mittels
- Wiederholung der Berechnung von Durchschnitten
- Einführung des arithmetischen Mittels und erste Übungen

2. Stunde
- Erarbeitung des Bestimmens von Näherungswerten für arithmetische Mittel und Durchschnitte
- Übung im Berechnen des Durchschnitts bzw. des arithmetischen Mittels

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ...
- Kopfrechenaufgaben, besonders

zur Addition	$23 + 34$; $65 + 81$ u. ä.
und Division	$35 : 5$; $60 : 8$ u. ä.

- schriftliche Addition

	$410 + 312 + 516$ u. ä.
und Division	$4\,210 : 5$; $3\,817 : 9$ u. ä.

- Runden von Zahlen

Wiederholung der Berechnung von Durchschnitten Bearbeitung der Aufträge A 41 und A 42. Die darin enthaltenen Aufgaben haben zugleich eine motivierende Funktion. Durchschnittsberechnungen treten bei zwei verschiedenen Aufgabentypen auf:

1. *Man sucht nach einer gleichmäßigen Verteilung*
   Auftrag A 41: Es sind $17 + 18 + 13 = 48$ Murmeln vorhanden. Sie sind an 3 Kinder zu verteilen, also:
   $$(17 + 18 + 13) : 3 = 48 : 3 = 16$$
   Jedes Kind erhält 16 Murmeln.

Erkenntnis: Wir bilden die *Summe* der Anzahl der Murmeln und dividieren durch die *Anzahl* der Kinder.

2. *Man fragt nach dem Durchschnitt (von gegebenen Größen)*

Bei der Bearbeitung von Auftrag A 42 sind folgende Erkenntnisse herauszuarbeiten:

- Ein Vergleich der beiden absoluten Sammelergebnisse berücksichtigt nicht die Anzahl der beteiligten Schüler (↗ Auftrag A 42a).
- Der Durchschnitt wird dadurch bestimmt, daß man die Anzahl der Schüler beachtet (↗ Auftrag A 42b). Er sagt aber nichts über die Einzelergebnisse aus (haben z. B. alle gleich gut gesammelt oder haben einzelne sehr wenig und andere sehr viel gesammelt – Möglichkeit der erzieherischen Auswertung!).
- Der Durchschnitt liegt immer zwischen der kleinsten und der größten Einzelangabe (↗ Auftrag A 42c). Der Durchschnitt tritt aber nicht notwendigerweise unter den einzelnen Werten auf. So gibt es in der ersten Brigade keinen Schüler, der genau so viel Flaschen gesammelt hat, wie der Durchschnitt angibt (23).

Einführung des arithmetischen Mittels ... Der Lehrer teilt mit, daß man bei Zahlen nicht vom Durchschnitt, sondern vom arithmetischen Mittel spricht. Zum Einprägen des Merkstoffs A 13 können die Schüler beliebige Zahlen, z. B. $n = 7$, wählen und sprechen:

Man berechnet das arithmetische Mittel von 7 Zahlen, indem man diese 7 Zahlen addiert und ihre Summe durch 7 teilt.

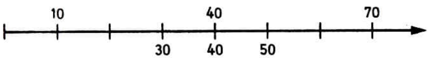
Beispiel A 14a), einschließlich der Veranschaulichung durch Strecken, kann erläutert werden. In den ersten Übungen sollten zunächst Aufgaben gelöst werden, bei denen die Division ausführbar ist. Dazu eignen sich die Aufg. 1, 3 und 4. Die in Aufg. 4 enthaltene Aufforderung, mündlich zu rechnen, kann z. T. auch bei Aufg. 3 erhoben werden. Aufg. 4 läßt man in der Reihenfolge c), b), a) lösen.

Erarbeitung des Bestimmens von Näherungswerten für arithmetische Mittel und Durchschnitte Lösen der Aufg. 2. Dabei werden die Schüler bei d) feststellen, daß die Division nicht ohne Rest ausführbar ist.

- Macht Vorschläge, wie man vorgehen könnte!
- Betrachten von Beispiel A 14b). Wurde hierbei gerundet? Die Klärung dieser Frage kann evtl. dazu führen, daß die Rundungsregeln und das Dividieren mit Rest wiederholt werden müssen. Entsprechende Aufgaben sollte dann der Lehrer in *Hausaufgaben* und tägliche Übungen einbeziehen.

Übung im Berechnen des Durchschnitts bzw. des arithmetischen Mittels Im Mittelpunkt sollten angewandte Aufgaben stehen, die das Interesse der Schüler wecken. *Hinweise* zu einigen Lehrbuchaufgaben:

Aufg. 7: Für a) gibt es mehrere Lösungen. Man kann sich die Zahl 40 auf einem Zahlenstrahl abgebildet denken. Geht man in gleichen Schritten jeweils von 40 aus nach links und rechts, so gelangt man zu geeigneten Zahlen. Zwei Beispiele:



b) und c) sind nicht lösbar. Die Begründung ergibt sich aus der Erkenntnis, daß das arithmetische Mittel stets zwischen der größten und der kleinsten der gegebenen Zahlen liegt.

Aufg. 8*: 8*b) ist nicht lösbar, weil bereits $(69 + 37 + 25) : 4$ größer als 17 ist.

Aufg. 9*: Die (richtige) Aussage von Lutz sollte an einer bereits behandelten Aufgabe bestätigt werden.

Aufg. 10: Diese Aufgabe kann lebensverbunden gestellt werden, indem die Durchschnittsgröße der eigenen Klasse (der Jungen, der Mädchen) berechnet wird, ggf. als Näherungswert.

Kontrollaufgaben

1. Berechne das arithmetische Mittel von
   a) 16, 21, 22, 31 und 40 *(26)*
   b) 25, 30, 31, 38, 45 und 60! *(38; Rest 1, d.h. ≈ 38)*
2. 3 Jungen spielen mit ihren Soldaten. Peter hat 11, Bernd 17 und Rolf 8. Sie wollen die Soldaten aber so verteilen, daß jeder gleich viel erhält. Wieviel bekommt jeder Junge? *(12)*
3. Bei einem Sportfest werden von 11 Schülern folgende Weiten im Weitsprung erzielt: 2,25 m; 2,35 m; 3,40 m; 2,65 m; 2,90 m; 3,80 m; 2,10 m; 3,95 m; 4,10 m; 2,50 m; 4,00 m.
   Wieviel Ergebnisse liegen über dem Durchschnitt, wieviel darunter?
   (Durchschnitt 3,09 m; 6 darunter, 5 darüber)

Lösen von Sachaufgaben

(3 Std.)

LE 12 (LB 38 bis 40)

Im Mittelpunkt des Unterrichts steht die für viele Schüler schwierige Phase des Findens eines Ansatzes für das Lösen von Sachaufgaben. Dabei sollte an bereits entwickelte Fähigkeiten aus Klasse 4 und den ersten Stunden in Klasse 5 angeknüpft werden. Eine flexible und differenzierte Unterrichtsführung ist hier besonders deshalb vonnöten, damit möglichst viele Schüler selbständige Lösungswege finden. Verschiedene Lösungswege sind zuzulassen!

Ziele

Die Schüler

- können Sach- und Anwendungsaufgaben, bei denen mehrere (unterschiedliche) Rechenoperationen nacheinander auszuführen sind, analysieren und dazu in ihnen enthaltene Bedingungen, Beziehungen und Angaben in Skizzen, Übersichten, Tabellen oder Schemata darstellen,
- können die mathematischen Beziehungen herauslesen und in Form von Gleichungen oder Ungleichungen niederschreiben,
- können die auftretenden Gleichungen bzw. Ungleichungen lösen und gefundene Lösungen am Sachverhalt überprüfen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Übung im Umrechnen von Größenangaben und im Umgang mit Variablen

- Erarbeitung eines geeigneten Lösungsweges für eine Sachaufgabe
- Übung im Lösen von Sachaufgaben

2. und 3. Stunde

- Übung im Lösen von Sachaufgaben

Übung im Umrechnen von Größenangaben und im Umgang mit Variablen Diese Übung dient der Sicherung des Ausgangsniveaus. Empfohlen werden folgende Aufgaben mit schwarzer Numerierung: Aufg. 2, LB 36 [c) ist Scherzaufgabe!]; 1, 2, LB 14 f.; 1, LB 21; 2, LB 19 (Auswahl treffen!).

Erarbeitung eines geeigneten Lösungsweges für eine Sachaufgabe Für das Einführungsbeispiel im Lehrbuch (LB 38) werden verschiedene Möglichkeiten des Erschließens des Sachverhaltes der gegebenen Aufgabe vorgeführt. Diesem Beispiel folgend, kann der Lehrer im Unterrichtsgespräch die Aufgabe mit den Schülern bearbeiten. Eine andere Möglichkeit wäre, zunächst eine Aufgabenlösung als Muster an der Tafel in den Hauptschritten mit den Schülern zu erarbeiten. Als Beispiel sei Aufg. 1 gewählt:

(1) *Aufgabe*
Eine Klassenfahrt kostet insgesamt 200 M. Jeder der 27 Schüler liefert den gleichen Geldbetrag ab. Die restlichen 11 M werden aus der Klassenkasse bezahlt. Wieviel Mark liefert jeder Schüler ab?

Bemerkung: Wenn es möglich ist, sollte die Aufgabe aus dem Erlebnisbereich der Schüler gewählt werden. Der wesentliche Inhalt der Aufg. 1 könnte dann z. B. in folgender Gestalt erscheinen:
An unserem nächsten Wandertag wollen wir nach ... fahren. Die Fahrt (Eisenbahn, Mittagessen) wird etwa ... kosten. Zu unserer Klasse gehören ... Schüler. Martina wird aus ... Gründen nicht mitfahren können. Außer mir (dem Lehrer) nimmt noch Fr. Schneider vom Elternaktiv, Kristins Mutti, teil. Wir haben noch ... in der Klassenkasse aus Altstoffsammlungen. Welchen Betrag muß jeder Teilnehmer an unserem Wandertag mitbringen?
Setzt man die realen Geldbeträge ein, so ergeben sich möglicherweise nicht so einfache Berechnungen wie bei der Lehrbuchaufgabe. Dafür wirkt sie auf die Schüler aber weitaus motivierender und zeigt ihnen, daß derartige Berechnungen wirklich vorkommen, also sinnvoll sind. Gegebenenfalls sollte der Lehrer die Zahlen so einrichten, daß sie mit Verfahren lösbar sind, die die Schüler kennen.

(2) *Erfassen des Sachverhalts* (Gegebenes, Gesuchtes, Beziehungen erkennen – eventuell eine Skizze anlegen, ↗ Bild 1.3, Lösungsplan aufstellen)

- 27 Schüler – jeder Schüler zahlt den gleichen Betrag. Der Betrag ist nicht bekannt.
- 11 Mark werden der Klassenkasse entnommen.
- Summe: 200 Mark

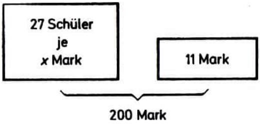


Bild 1.3

(3) *Aufstellen einer Gleichung* (Ungleichung, Gleichungssystem)
$27 \cdot x + 11 = 200$

(4) *Ausführen der Rechnungen*

$27 \cdot x = 200 - 11$	
$27 \cdot x = 189$	Lösen durch inhaltliche Überlegungen
$x = 189 : 27$	(Umkehroperationen; das Ergebnis der Überlegungen wird jeweils wieder als Gleichung niedergeschrieben)
$x = 7$	

(5) *Kontrolle* des Ergebnisses (am Text)
Jeder Schüler zahlt 7 Mark. 27 Schüler zahlen $27 \cdot 7$, also 189 Mark. 11 Mark werden zusätzlich aus der Klassenkasse genommen: 189 M + 11 M = 200 M.

(6) *Antwortsatz*
Jeder Schüler liefert 7 M ab.

Die hier verwendete Schrittfolge (1) bis (6) sollte ebensowenig wie etwa die „Hinweise zum Lösen von Sachaufgaben" (LB 39) als Schema für das Lösen von Sachaufgaben vermittelt oder gar von den Schülern formal abgefragt werden, denn es ist möglich, daß ein Schüler z. B. eine Aufgabe ohne Aufschreiben einer Gleichung löst. Es ist weder notwendig, noch immer von Vorteil, eine Gleichung aufzustellen. Es ist auch möglich, daß bei bestimmten Aufgaben keine Einheiten auftreten, eine Skizze nicht nötig ist u. dgl. Die Anforderungen sollten differenziert gestellt werden. Ebenso sollte der Lehrer Leistungen der Schüler beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben differenziert werten und differenziert Hilfen geben. Es muß das Ziel sein, daß sich die Schüler durch das Lösen verschiedener Sachaufgaben mehr und mehr das grundsätzliche Herangehen an Sachaufgaben zu eigen machen.

Übung im Lösen von Sachaufgaben Sofern in der 1. Std. noch Zeit verbleibt, kann noch eine Aufgabe von den Schülern selbständig gelöst werden, z. B. Aufg. 2. Welche der vorgegebenen Antworten scheiden von vornherein aus? Warum?
Als *Hausaufgabe* eignet sich die Aufg. 5.
Um den weiteren Unterricht effektiv zu gestalten, sollten Übungen im mündlichen Rechnen eingefügt, möglichst aktualisierte oder auf den Lebensbereich der Schüler bezogene Sachaufgaben gelöst und den Schülern auch die Zeit gegeben werden, selbst die Lösungsansätze zu finden. Es ist nicht entscheidend, wie viele Aufgaben vom Lehrer unter Mitwirkung nur weniger Schüler vorgerechnet werden, sondern wie viele Aufgaben die Schüler selbständig lösen.
Hier noch *Hinweise* zu zwei Aufgaben:

Aufg. 7: Die Aufgabe kann ggf. auf örtliche Bedingungen umgesetzt werden (Stadtbus, S-Bahn). Der Sachverhalt kann auf einem Zeitstrahl abgebildet werden (↗ Bild 1.4).

Bild 1.4

Die Zeitabstände betragen 12 Minuten. Wieviel solcher Zeitabschnitte sind in 150 Minuten enthalten? Entweder man dividiert sofort 150 : 12 = 12 Rest 6 oder man notiert zunächst eine Gleichung. Es müssen x Zeitabschnitte verstreichen: $12 \cdot x = 150$. Hier zeigt sich jedoch, daß es nicht immer von Vorteil ist, Gleichungen aufzustellen. Diese Gleichung hat im Bereich der natürlichen Zahlen keine Lösung. Inhaltliche Überlegungen helfen hier weiter. Gefragt ist nicht nach der Anzahl der Zeitabschnitte, sondern nach der Anzahl der Bahnen, die in der betrachteten Zeit von dieser Haltestelle abfahren. Nach dem ersten Zeitabschnitt fährt die zweite, nach dem zweiten die dritte Bahn ab usw. Nach dem x-ten also die $(x + 1)$-te, nach dem 12. Zeitabschnitt also die 13. Bahn.

Aufg. 11*: Hierzu eignet sich wieder das Anlegen einer Skizze, damit das Überlappen der Röhren sichtbar wird (↗ Bild 1.5).
Eine Gleichung muß nicht unbedingt notiert werden. Vor allem gilt es zu

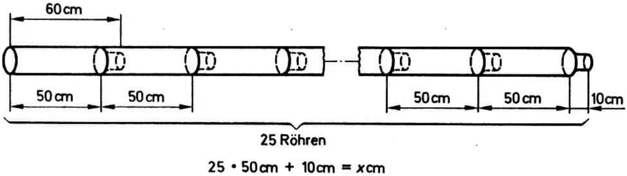


Bild 1.5

verhindern, daß die Schüler die volle Längenangabe der Röhren mit 25 multiplizieren oder zweimal 10 cm für jede Röhrenlänge subtrahieren. Letzteres könnte eintreten, wenn der Text mißverstanden wird, daß auf der einen Seite das Röhrenende 10 cm tief in der darauf folgenden steckt, auf der anderen Seite das Ende 10 cm das vorhergehende umfaßt. Ein mit in den Unterricht gebrachtes röhrenförmiges Verlängerungsstück (z. B. Staubsaugerrohr) hilft auch den Schülern, die sich den Sachverhalt schwer vorstellen können.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 5 2. Aufg. 12

Stoffabschnitt 1.3. (6 Std.)

Komplexe Übungen

- In die komplexen Übungen ist der *gesamte Stoff des Stoffgebietes 1* einzubeziehen. Darüber hinaus soll auch der *wesentliche Stoff aus den vorangegangenen Schuljahren* gefestigt werden. Neben dem grundlegenden Wissen und Können aus der Arithmetik sind also auch geometrisches Grundwissen und Grundkönnen zu festigen (Aufgaben aus Kapitel D des Lehrbuches verwenden).
- Die komplexen Übungen sollen sich durch *Vielfalt der Aufgabenstellungen* auszeichnen. Mit dem Wechsel der Aufgabenstellungen sollen *vielfältige Schülertätigkeiten* ausgelöst, der Stoff von verschiedenen Seiten her gefestigt und das Interesse der Schüler geweckt werden.
- Der Lehrer sollte für die Übungen solche Aufgaben heraussuchen, die im Leistungsbereich seiner Schüler liegen und von ihnen weitgehend selbständig gelöst werden können. Die Schüler sollten dabei über längere Strecken selbständig tätig sein, selbständig zweckmäßige Vorgehensweisen finden und nicht von Schritt zu Schritt geführt werden. Die Aufgaben sind deshalb so zusammenzustellen, daß nicht von vornherein schon feststeht, mit welchem Verfahren sie zu lösen sind. Die Anforderungen an die Schüler sind dabei differenziert zu stellen.
- Die komplexen Übungen dienen auch der *Zusammenfassung* des behandelten Stoffes. Das kann sowohl durch Erarbeiten systematischer Übersichten als auch durch Lösen typischer miteinander in Verbindung gebrachter Aufgaben erfolgen.
- Die *Schwerpunkte* der komplexen Übungen müssen vom Lehrer in Abhängigkeit vom

erreichten Stand des Wissens und Könnens in der eigenen Klasse gesetzt werden. Die für die komplexen Übungen vorgesehenen Stunden sollen nicht durch Ausdehnen der vorangehenden Unterrichtseinheiten verbraucht werden, sondern tatsächlich als eigenständige Unterrichtseinheit geplant und gestaltet werden. Im Lehrbuch stehen dafür vor allem die Aufgaben auf den S. 40–43 zur Verfügung.

– Das *Hauptziel* der komplexen Übungen im Stoffgebiet 1 besteht darin, das erworbene Können der Schüler im Rechnen mit natürlichen Zahlen zu sichern und zu *vervollkommnen* mit dem Ziel, die Sicherheit, Schnelligkeit und Selbständigkeit im Rechnen weiter zu entwickeln und ein höheres Niveau als in Klasse 4 zu erreichen (↗ LP 11). Damit verbunden ist das Lösen von Gleichungen, Ungleichungen und Sachaufgaben.

Im folgenden werden zwei *Beispiele der Gestaltung von komplexen Übungsstunden* empfohlen, wobei den Bedingungen der eigenen Klasse entsprechend variiert werden kann. Eingefügt sind auch Hinweise zur erzieherischen Arbeit, die allerdings noch stärker als die inhaltlichen Empfehlungen lediglich Beispielcharakter tragen und nicht ohne Beachtung der Situation in der eigenen Klasse kopiert werden dürfen.
Weitere Stunden können unter das Thema „Allerlei aus dem Transportwesen" oder „Einiges über Hühner und ihre Eier" gestellt werden. Die hierfür im Lehrbuch angebotenen Aufgaben verlangen die Ausführung verschiedener Operationen. Auch Scherzhaftes ist eingefügt (Aufg. 24a): In 7 Tagen kann ein Ei nicht ausgebrütet werden.
Die Aufgabenkomplexe im Lehrbuch „Zum Knobeln" (Aufg. 27 bis 32*) und „Einige Spielereien mit Zahlen" (Aufg. 33 bis 35) können ebenfalls zu eigenen Stundenthemen verwendet oder Aufgaben daraus in mehrere Stunden einbezogen werden, um die Lebendigkeit des Unterrichts zu fördern und das Interesse der Schüler zu wecken.

Beispiel für eine Übungsstunde, in die vorwiegend formale Aufgaben einbezogen werden

Ziele der Stunde

Die Schüler
- entwickeln ihre Fertigkeiten im Lösen von Grundaufgaben weiter,
- können schriftlich subtrahieren und dividieren und erhaltene Ergebnisse auf ihre Richtigkeit hin kontrollieren,
- sind gewohnt und befähigt, Rechenergebnisse unter Ausnutzung von Grundkenntnissen über die Rechenoperationen zu überprüfen.

Hinweis: Bei den Zielen für Unterrichtsstunden zu komplexen Übungen geht es grundsätzlich nicht um den Neuerwerb von Wissen und Können, sondern um dessen Vertiefung und Weiterentwicklung. So sind auch die oben angegebenen Ziele zu verstehen.

Gliederung der Stunde

(1) 10 min Übung im schriftlichen Dividieren (Aufg. 5)
(2) 5 min Kontrolle der Hausaufgaben
(3) 5 min Zielstellung für die Schüler
(4) 5 min Übung im mündlichen Rechnen von Grundaufgaben
(5) 10 min Schriftliche Übung zur Subtraktion und Division (je eine Aufg. aus Nr. 1d und 5)
(6) 10 min Überprüfen von vorgegebenen Rechenergebnissen (aus Aufg. 7)

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Die Stunde beginnt mit intensiver selbständiger Arbeit aller Schüler; Aufg. 5a), b), c) werden gestellt. Nicht jeder Schüler wird in der gegebenen Zeit alle Aufgaben lösen können. Jeder versucht, so gut und rasch wie möglich zu arbeiten. Während die Schüler in den Heften arbeiten, schreibt ein Schüler zunächst (möglichst an verdeckter Tafel) die vollständigen Lösungen der *Hausaufgaben* an, die bis zur Stunde erteilt wurden. Der Lehrer nutzt die Stillarbeit, um die Hausaufgaben bei allen – oder stichprobenartig bei einigen – Schülern zu kontrollieren.

(2) Die Ergebnisse der schriftlichen Übung und der Hausaufgaben werden besprochen (Tafel öffnen). Es ist nicht erforderlich, daß nur ein Schüler, der alle Aufgaben richtig gelöst hat, die Hausaufgaben an die Tafel schreibt. Der Lehrer fordert die Schüler auf, die angeschriebenen Ergebnisse zu beurteilen (auch die Sauberkeit der Darstellung). Nicht der Lehrer, sondern die Schüler entscheiden durch Begründungen, welche Ergebnisse richtig oder falsch sind. Alle Schüler berichtigen ggf. in ihren Heften die Lösungen.

(3) Zur Lösung der Divisionsaufgaben (schriftliche Übung; evtl. wurden auch entsprechende Hausaufgaben zu dieser Stunde erteilt) benötigen wir alle Grundrechenoperationen.

Ziel: Wir haben festgestellt, daß wir noch nicht alle sicher und rasch genug rechnen können. Deshalb sollen in dieser Stunde verschiedene Aufgaben zu den Grundrechenoperationen gelöst werden, damit wir sicherer werden.

Der Lehrer geht dabei von konkreten (häufigen) Schülerfehlern aus und differenziert ggf. die Aufgabenstellung im weiteren Stundenverlauf.

(4) Auch Aufgaben, die durch mündliches Rechnen auf Grundaufgaben zurückzuführen sind, sowie Aufgaben mit Größen sollten einbezogen werden.

Beispiele: $7 \cdot 80$; $114 + 25$; $50\,000 - 3\,000$;
$630 : 7$; $4 \cdot 1{,}50$ m; $3{,}50$ M $+ 1{,}68$ M.

(5) Aufg. 1d), letzte Aufgabe: $8\,000 - 4\,354$
Aufg. 5e): $6\,900 : 92$

Die Zeit der Stillarbeit nutzt der Lehrer, um Materialien der Schüler stichprobenartig zu kontrollieren (Schreibgeräte, Lineal, Heftführung, eingeschlagene Lehrbücher) und einzelnen Schülern Hilfen zu geben.

Die Schüler werden aufgefordert, die erhaltenen Ergebnisse zu überprüfen. Grobe Überprüfung durch Überschlag: $8\,000 - 4\,000 = 4\,000$; $7\,000 : 100 = 70$

Genauere Überprüfung durch Anwenden der Umkehroperationen:
$4\,354 + 3\,646$; $92 \cdot 75$

Hierzu können im Sinne der komplexen Ausnutzung der Aufgaben für Schüler, die die Ergebnisse rasch richtig ermittelt und kontrolliert haben, folgende Fragen angeschlossen werden:

Sind die Glieder der Differenz $8\,000 - 4\,354$ und das Resultat $3\,646$ durch 2, 5, 10 oder 100 teilbar? Was stellt ihr fest? Dsgl. bez. des Produktes $92 \cdot 75$. Dabei geht es keineswegs darum, daß für diese Schüler der (anzueignende) Stoff erweitert wird. Vielmehr sind solchen Schülern ihren gezeigten Leistungen entsprechend Zusatzaufgaben zu stellen, die sie zum Denken anregen sollen, damit für sie kein „Leerlauf" im Unterricht entsteht.

Die *Hausaufgaben* können schon während der schriftlichen Übung an die Tafel geschrieben werden (weitere, eingangs noch nicht gelöste Teilaufgaben der Aufg. 5). Eintragung in die Hausaufgabenhefte kontrollieren! Schüler, die die Hausaufgaben zur Stunde nicht angefertigt haben, erhalten den Auftrag, ähnliche Aufgaben nachzuholen, um ein Abschreiben von anderen Schülern weitgehend zu verhindern.

Zusammenfassend stellt der Lehrer fest, inwiefern ein Fortschritt in den Rechenfertigkeiten in der Stunde erzielt wurde (Aufgreifen des Ziels der Stunde).

(6) Ohne vollständige Berechnung unter Ausnutzung von Grundkenntnissen über die Rechenoperationen und durch Überschlagen überprüfen die Schüler vorgegebene Rechenergebnisse, z. B. anhand einer Auswahl von Teilaufgaben aus Aufg. 7. [e), f), i), j) sind richtig gelöst. Bei a), d), e) stellt man durch Überprüfen der Einerstellen Fehler fest, bei g), h) durch Überschlagen, bei b) ist die Summe kleiner als ein Summand.]

Beispiel für eine Übungsstunde, in die vorwiegend Anwendungsaufgaben einbezogen werden

Ziele der Stunde

Die Schüler
- können mathematische Beziehungen in vorgegebenen Texten erkennen und in Form von Rechenausdrücken oder Gleichungen niederschreiben,
- können zu gegebenen Gleichungen Texte in Form von „Rechenrätseln" oder sachbezogen formulieren,
- können einfache Sachaufgaben lösen.

Gliederung der Stunde

(1) 10 min Übung zur Sicherung grundlegenden Wissens und Könnens
(2) 5 min Motivierung der Übungen (Aufg. 13, 14)
(3) 5 min Übung im Bilden und Berechnen von Rechenausdrücken zu vorgegebenen Texten (Aufg. 9, in Auswahl)
(4) 10 min Übung im Formulieren von Texten (Rechenrätsel, Sachbezüge) zu gegebenen Gleichungen
(5) 15 min Übung im Lösen von Sachaufgaben einschließlich Hausaufgabenkontrolle und Hausaufgabenstellung

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Die Aufgaben werden verschiedenen Bereichen entnommen. Sie werden mündlich gestellt und nicht wiederholt; die Schüler werden aufgefordert, sich zu konzentrieren. Sie notieren die Ergebnisse im Heft. Will der Lehrer häufig die Ergebnisse solcher Übungen für Kontrollzwecke nutzen, so empfiehlt es sich, daß sich die Schüler dazu kleine Hefte anlegen.

Beispiel für eine *Aufgabengruppe*:

1. $12 \cdot 30$
2. Nenne zwei Vielfache und zwei Teiler von 12!
3. Rechne 15 t in kg um!
4. Zeichne zwei Geraden, die einander nicht schneiden!

Mit solchen Komplexen relativ einfacher Aufgaben kann das grundlegende Wissen und Können gefestigt werden, wenn sie sehr oft in die täglichen Übungen einbezogen werden.

Die Schüler kontrollieren sich selbst oder gegenseitig (Hefte austauschen) beim Ansagen der Ergebnisse. Der Lehrer führt zumindest einige Stichproben durch (z. B. bei Schülern, deren Leistung in der Stunde besonders beobachtet werden soll).

(2) Zum Wecken des Interesses werden Zahlenrätsel verwendet. Die Schüler werden in die Gruppen A und B unterteilt. Gruppe A löst Aufg. 13, Gruppe B Aufg. 14. In welcher Gruppe wird zuerst das richtige Ergebnis gefunden? Den Schülern wird gestattet, im Kopf oder schriftlich zu rechnen. Schüler, die ein Ergebnis gefunden haben, erklären ihren Rechenweg.

Zielangabe: Viele Schüler werden die Lösung nicht ohne weiteres finden und auch die Erklärungen nicht sofort verstehen. Anwendungsaufgaben bereiten häufig Schwierigkeiten. Daher soll die Stunde zur Übung im Lösen von Anwendungsaufgaben genutzt werden. Wichtig ist stets, daß der Text richtig gelesen und verstanden wird.

(3) Dazu können Formulierungen aus Aufg. 9 verwendet werden. Die Schüler notieren die Rechenausdrücke in den Heften und berechnen sie. Fehler entstehen häufig dadurch, daß die Schüler die im Text auftretenden „Signalwörter" mißdeuten, das umgangssprachliche „und" als Aufforderung zum Addieren auffassen oder die Reihenfolge der Operanden oder Operationszeichen verwechseln (vgl. auch die Hinweise zur Lerneinheit 2, UH 21 ff.).

(4) Dazu wird die Form des Zahlenrätsels benutzt (Auswahl aus Aufg. 19). Verschiedene Formulierungen sind möglich, z. B. bei Aufg. 19a) $4 \cdot x - 1 = 23$:

- Subtrahiert man vom Vierfachen einer Zahl die Zahl 1, so erhält man 23.
- Bildet man die Differenz aus dem Vierfachen einer Zahl und 1, so erhält man 23.
- Ich denke mir eine Zahl, multipliziere sie mit 4, vermindere das Produkt um 1 und erhalte 23. Wie heißt die gedachte Zahl?

Die Schüler können auch Sachverhalte „erfinden", z. B.:

- Für eine Familienfeier hat Kerstin 4 Behälter mit Eiern gekauft. Beim Auspacken zerbricht ein Ei, so daß noch 23 vorhanden sind. Wieviel Eier enthielt jeder Behälter?

(5) Zunächst kann Aufg. 10 im Unterrichtsgespräch gelöst werden. Dafür kann eine Gleichung aufgestellt werden ($6 \cdot 10 + 3 \cdot x = 250$), die inhaltlich zu lösen ist:

$60 + 3 \cdot x = 250$	*Überlegung:* Die Summe beträgt 250, ein Summand 60, dann ist der andere Summand $250 - 60 = 190$.
$3 \cdot x = 190$	*Überlegung:* Das Produkt beträgt 190, ein Faktor 3, dann müßte der andere Faktor der 3. Teil sein. 190 ist aber nicht durch 3 ohne Rest teilbar ($190 : 3 = 63$ Rest 1).

Der Preis von 2,50 M kann also nicht richtig sein. Daran können sich weitere Fragen anschließen:

Wieviel kostet ein Schreibblock? (Verschiedene Möglichkeiten!) – Welche Summe könnte als Gesamtpreis auftreten? – Uwe hatte 5 M mitbekommen. Wieviel muß er zu Hause abrechnen?

Selbständig können die Schüler Aufg. 22 lösen. Während der Stillarbeit werden erteilte Hausaufgaben kontrolliert (Stichproben) und neue *Hausaufgaben* erteilt: Aufg. 27 (zum Knobeln), Aufg. 12.

Stoffgebiet 2

(38 Std.)

Gebrochene Zahlen

Vorbemerkungen

Mit der Behandlung dieses Stoffgebietes wird die erste *Zahlenbereichserweiterung* eingeleitet, die in Klasse 6 fortgeführt wird. Ein methodischer Schwerpunkt liegt auf den inhaltlichen Betrachtungen zu Brüchen und gebrochenen Zahlen auf anschaulicher Basis. Das Hauptziel dieses Stoffgebietes liegt in der *Entwicklung von Können im Ausführen der Grundrechenoperationen mit Dezimalbrüchen* (mit Ausnahme der Division), verbunden mit dem *Arbeiten mit Größen*, wodurch die Anschaulichkeit unterstützt und die Anwendbarkeit demonstriert werden kann.

Um dieses Ziel zu erreichen und grundlegende Voraussetzungen für die Weiterführung der Behandlung in Klasse 6 zu schaffen, werden zunächst der *Bruchbegriff* sowie die Unterscheidung zwischen „gemeiner Bruch“ und „Dezimalbruch“ eingeführt. Im weiteren erfahren die Schüler auf anschaulicher Grundlage, daß unterschiedliche Brüche ein und dieselbe gebrochene Zahl darstellen können. Ihnen wird mitgeteilt, daß diese Zahlen „gebrochene Zahlen“ genannt werden. Eine Definition des Begriffs „gebrochene Zahl“ wird nicht gegeben. Die Schüler sollen wissen, daß gemeine Brüche und Dezimalbrüche unterschiedliche Darstellungsformen gebrochener Zahlen sind. Zur Begründung der Verfahren für das Rechnen mit Dezimalbrüchen lernen die Schüler das Vergleichen, Ordnen, Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche kennen (einige Beispiele mit einfachen ungleichnamigen Brüchen werden durch inhaltliche Überlegungen gelöst). Verbunden mit den Zielen der *Könnensentwicklung* wird noch auf folgende Aspekte hingewiesen, zu denen mit der Behandlung des Stoffgebietes ein Beitrag geleistet werden kann:

- Beitrag zur weltanschaulichen Erziehung: Mathematik erscheint einmal als Widerspiegelung der objektiven Realität, z. B. bei der Einführung von Bruchteilen, zum anderen als Mittel zur Beherrschung der Umwelt durch Anwenden mathematischen Wissens auf praktische Probleme;
- Beitrag zur allgemeinen Denkentwicklung durch Analysieren, Vergleichen, Abstrahieren und Konkretisieren bei der Einführung des Begriffs „gebrochene Zahl“;
- Beitrag zur Rationalisierung des Denkens durch algorithmisches Arbeiten (Rechenverfahren);
- Beitrag zur Entwicklung von Fähigkeiten und Fertigkeiten im Rechnen mit gebrochenen Zahlen, insbesondere in Dezimalbruchdarstellung, auch durch innermathematische Anwendung;
- Beitrag zur sprachlichen Schulung durch Bevorzugen einer einfachen, bildlichen Ausdrucksweise, durch klare Struktur, also kurze, einfache Sätze, die für den Schüler überschaubar bleiben und durch Erweitern des mathematischen Begriffsschatzes und seine exakte Verwendung.

Kontrollaufgaben

1. Stelle folgende Brüche dar! a) $\frac{3}{8}$ an einer Rechteckfläche
   b) $\frac{4}{5}$ an einer Strecke c) $\frac{1}{4}$ an einer Kreisfläche
2. Berechne $\frac{2}{7}$ von 210 m; $\frac{3}{5}$ von 420 kg! *(60 m; 252 kg)*
3. Vergleichen von Brüchen: Aufg. 8 (LB 51)
4. Ordnen von Brüchen: Aufg. 11 (LB 51)
5. Erweitern und Kürzen von Brüchen: Aufg. 15 (LB 55)
6. Gib zu $\frac{8}{12}$ fünf weitere Brüche an, die die gleiche gebrochene Zahl darstellen!
7. Zum Begriff „gebrochene Zahl“: Aufg. 5 (LB 60)
8. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche: Aufg. 7, 10, 19 (LB 67)
9. Mündliches Rechnen:

a)	b)	c)	(a)	b)	c)
$0{,}6 + 0{,}5$	$1{,}0 + 0{,}7$	$0{,}8 + 0$	*1,1*	*1,7*	*0,8*
$3{,}5 + 4{,}2$	$4{,}5 - 1{,}8$	$1{,}5 \cdot 0{,}2$	*7,7*	*2,7*	*0,3*
$8{,}7 - 3{,}5$	$10 \cdot 0{,}4$	$0{,}7 \cdot 0{,}9$	*5,2*	*1,0*	*0,63*
$3 \cdot 0{,}8$	$0{,}9 \cdot 100$	$12{,}5 + 5$	*2,4*	*90*	*17,5*
$0{,}5 \cdot 7$	$7{,}4 + 1{,}8$	$1{,}33 \cdot 0{,}01$	*3,5*	*9,2*	*0,0133*
$0{,}9 \cdot 1$	$0 \cdot 0{,}3$	$0{,}3 - 0{,}8$	*0,9*	*0*	*n. l.)*

10. Vergleiche!
    a) 1,2 und 1,25 b) 30,4 und 30,04 c) 7,356 und 7,56
    d) $\frac{4}{10}$ und 0,375 e) $\frac{9}{10}$ und 0,09 f) $\frac{1}{5}$ und 0,5
11. Berechne!
    a) $0{,}636 + 2{,}483 + 8{,}017 + 0{,}024$ *(11,160)* d) $1\,000 \cdot 1{,}17$ *(1 170)*
    b) $126{,}43 - 8{,}76 + 63{,}12 - 12{,}01$ *(168,78)* e) $3{,}8 \cdot 8{,}3$ *(31,54)*
    c) $3{,}14 \cdot 107$ *(335,98)* f) $0{,}45 \cdot 0{,}82$ *(0,369)*
12. Aufg. 20 (LB 79)
13. Aufg. 13a) (LB 78)

Stoffverteilung

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Stoffabschnitt 2.1. Teile von Ganzen; Brüche			5 Std.
Teile von Ganzen; Brüche (LE 1)	3	– Grundrechenoperationen mit natürlichen Zahlen (mündlich und schriftlich) – Ausführbarkeit der Grundrechenoperationen im Bereich der natürlichen Zahlen	– Anschauliche Darstellung von Brüchen – Begriffe „Bruch“, „Zähler“, „Nenner“ – Rechnerische Ermittlung von Bruchteilen
Vergleichen und Ordnen gleichnamiger Brüche (LE 2)	2	– Anschauliche Darstellung gleichnamiger Brüche – Vergleichen natürlicher Zahlen mit Begründungen	– Begriffe „zueinander gleichnamige Brüche“, „zueinander ungleichnamige Brüche“

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
			– Vergleichen zweier gleichnamiger Brüche – Echte und unechte Brüche
Stoffabschnitt 2.2. Gebrochene Zahlen und ihre Darstellungsformen 10 Std.*)			
Erweitern und Kürzen von Brüchen (LE 3)	2	– Multiplizieren und Dividieren natürlicher Zahlen (Kopfrechnen) – Ermitteln gemeinsamer Teiler	– Erweitern eines Bruches (Erweiterungszahl) – Kürzen eines Bruches (Kürzungszahl)
Dezimalbrüche (LE 4)	2	– Umrechnen von Größenangaben in andere Einheiten – Schreiben natürlicher Zahlen als Summen von Vielfachen von Zehnerpotenzen – Eintragen natürlicher Zahlen in die Stellentafel – Erweitern und Kürzen von gemeinen Brüchen	– Begriffe: „gemeiner Bruch", „Zehnerbruch", „Dezimalbruch" – Zusammenhang: Zehnerbruch – Dezimalbruch – Erweitern der Stellentafel nach rechts, Eintragen von Dezimalbrüchen in die Stellentafel – Darstellen von Zehnerbrüchen und Dezimalbrüchen auf einem Strahl
Gebrochene Zahlen (LE 5)	2	– Darstellen von Zehnerbrüchen und Dezimalbrüchen auf einem Zahlenstrahl – Kürzen und Erweitern von Brüchen	– Begriff „gebrochene Zahl", gemeine Brüche und Dezimalbrüche als unterschiedliche Darstellungsformen gebrochener Zahlen – Entscheiden, ob gegebene Brüche die gleiche gebrochene Zahl darstellen oder nicht
Umformen gemeiner Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt (LE 6)	1	– Darstellen von Dezimalbrüchen als Zehnerbrüche	– Umwandlung von Dezimalbrüchen in gemeine Brüche und umgekehrt
Vergleichen und Ordnen von Dezimalbrüchen (LE 7)	2	– Vergleichen und Ordnen von natürlichen Zahlen und gleichnamigen gemeinen Brüchen – Verdeutlichen des Vergleichens natürlicher Zahlen am Zahlenstrahl	– Vergleichen von Dezimalbrüchen – Ordnen von Dezimalbrüchen – Angeben von Dezimalbrüchen, die zwischen zwei gegebenen Dezimalbrüchen liegen – Darstellen von Dezimalbrüchen auf einem Zahlenstrahl

*) Eine Stunde wird für die Klassenarbeit nach Stoffabschnitt 2.3. verwendet.

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Stoffabschnitt 2.3. Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen			**8 Std.*)**
Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche (LE 8)	3	– Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen unter Einbeziehung nicht lösbarer Subtraktionsaufgaben	– Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche; Ausführbarkeit dieser Rechenoperationen – Addition und Subtraktion einfacher ungleichnamiger Brüche durch inhaltliche Überlegungen
Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen (LE 9)	4	– Grundaufgaben der Addition und Subtraktion – Mündliches Rechnen: Addieren und Subtrahieren natürlicher Zahlen – Schriftliches Addieren (Subtrahieren) natürlicher Zahlen, auch mit mehr als zwei Summanden (Subtrahenden)	– Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen durch Umwandeln in Zehnerbrüche – Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen ohne Umwandeln in Zehnerbrüche, auch mit mehreren Summanden bzw. Subtrahenden – Lösen von Gleichungen von Sach- und Anwendungsaufgaben
Kontrollarbeit und Auswertung	2*)	– Formale und sachbezogene Aufgaben zum Vergleichen und Ordnen gebrochener Zahlen, zur anschaulichen Darstellung von Brüchen sowie zur Berechnung von Bruchteilen – Addition und Subtraktion von gleichnamigen Brüchen und Dezimalbrüchen	
Stoffabschnitt 2.4. Multiplikation von Dezimalbrüchen			**8 Std.**
Vielfache von Dezimalbrüchen (LE 10)	3	– Grundaufgaben der Multiplikation – Multiplizieren von zwei- und dreistelligen natürlichen Zahlen mit 10; 100 und 1 000 – Schriftliches Multiplizieren von zwei- und dreistelligen natürlichen Zahlen	– Vervielfachen von Dezimalbrüchen als verkürztes Addieren von gleichen Summanden – Vervielfachen von Dezimalbrüchen; Überschlagen beim Vervielfachen von Dezimalbrüchen – Multiplizieren von Dezimalbrüchen und Zehnerpotenzen 10^n
Multiplikation von Dezimalbrüchen (LE 11)	5	– Grundaufgaben der Multiplikation – Multiplizieren von zwei- und dreistelligen natürlichen Zahlen	– Multiplizieren von Dezimalbrüchen; Überschlagen beim Multiplizieren von Dezimalbrüchen; Kontroll-

*) ↗ Fußnote zu Stoffabschnitt 2.2.1

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
		– Vervielfachen von Dezimalbrüchen – Überschlagen von Multiplikationsaufgaben	rechnungen – Lösen von Gleichungen, Aufgaben in Tabellenform – Sach- und Anwendungsaufgaben, die auf das Multiplizieren von Dezimalbrüchen führen
Stoffabschnitt 2.5. Komplexe Übungen			7 Std.
Komplexe Übungen	5	– Abwechslungsreiche Übungen im Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen	
Kontrollarbeit und Auswertung	2	– Formale und sachbezogene Aufgaben zum Vergleichen und Ordnen – Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen	

Stoffabschnitt 2.1. (5 Std.)

Teile von Ganzen; Brüche

Die Schüler erfahren, daß die natürlichen Zahlen für die Lösung bestimmter Aufgaben, speziell von Divisionsaufgaben, nicht ausreichen. Auf anschaulicher Grundlage lernen sie als Voraussetzung für das spätere Arbeiten mit Brüchen wichtige Begriffe kennen.

Teile von Ganzen; Brüche (3 Std.)

LE 1 (LB 44 bis 47)

Die Schüler kennen bisher nur natürliche Zahlen. Die nicht uneingeschränkte Ausführbarkeit der Division im Bereich der natürlichen Zahlen dient als Motiv für die Einführung neuer Zahlen. Den Schülern gegenüber wird jedoch in dieser Unterrichtseinheit noch nicht von neuen Zahlen gesprochen, sondern lediglich festgestellt, daß die natürlichen Zahlen nicht ausreichen, um alle Divisionsaufgaben zu lösen und deshalb mit *Teilen eines Ganzen* (Bruchteilen), zu deren Bezeichnung *Brüche* verwendet werden, gearbeitet wird. Brüche sollten in sehr eindrucksvoller Form eingeführt werden. Die vielseitige und anschauliche Darstellung von Brüchen ist für die weitere Behandlung sehr wichtig.

Ziele

Die Schüler
– wissen, daß ein Bruch aus Zähler, Bruchstrich und Nenner besteht und können erklären, was der Nenner bzw. der Zähler angibt,

- können Brüche an Kreis- und Rechteckflächen sowie an Strecken veranschaulichen,
- können einfache Bruchteile von Größenangaben berechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung der Einführung von Brüchen unter Nutzung eines Sachbeispiels
- Veranschaulichen von Brüchen (Kreisteile, Rechteckteile)
- Einführung des Begriffs „Bruch"

2. Stunde

- Wiederholung des Begriffs „Bruch" und Veranschaulichen von Brüchen
- Rechnerische Ermittlung von Bruchteilen

3. Stunde

- Vielfältige Übungen

Methodische Hinweise

Motivierung der Einführung von Brüchen unter Nutzung eines Sachbeispiels Eingangs sollte unter Verwendung von Kopfrechenaufgaben wie

$24 + 31;\quad 300 + 500;\quad 70 - 25;\quad \underline{125 - 150};$

$20 \cdot 3;\quad 4\,000 \cdot 30;\quad 16 : 4;\quad \underline{36 : 8}$

die Frage nach der uneingeschränkten Ausführbarkeit der Grundrechenoperationen gestellt werden. Subtraktion und Division sind mit natürlichen Zahlen nicht uneingeschränkt ausführbar. Schwerpunktmäßig wird auf die Division eingegangen: Der Dividend muß ein Vielfaches des Divisors sein, soll die Aufgabe mit natürlichen Zahlen lösbar sein. Diese Erkenntnisse sollten unter starker Beteiligung der Schüler bei geschickter Impulsgebung durch den Lehrer gewonnen werden.
Nun könnte der Lehrer z. B. eine Tafel Schokolade zu folgender Aufgabenstellung verwenden: Die Tafel soll auf 8 Kinder gleichmäßig verteilt werden. Welche Divisionsaufgabe müßte gelöst werden? 1 : 8. Diese Aufgabe ist mit natürlichen Zahlen nicht lösbar. Jedes Kind kann nur einen Bruchteil der Tafel erhalten. Zur Bezeichnung solcher Bruchteile, die aus der Teilung eines Ganzen in gleiche Teile entstanden sind, benutzt man *Brüche*. Man schreibt $\frac{1}{8}$ und liest „ein Achtel" (der achte Teil des Ganzen). Jedes Kind erhält $\frac{1}{8}$ der Tafel Schokolade. (Der Lehrer könnte die Tafel Schokolade an die acht fleißigsten, diszipliniertesten oder aktivsten Schüler der Klasse, die von den Schülern selbst bestimmt werden, verteilen.)
Zielstellung: Es geht heute darum, Klarheit darüber zu erlangen, was man unter einem Bruch versteht.
Wählt man als Motivationsbeispiel einen Sachverhalt, der auf Darstellung von Brüchen an *Kreisflächen* führt (z. B. Teilung einer Torte), so wird an einem isolierten Bruchteil der Teilcharakter sehr gut deutlich. (Teile von Kreisflächen sind keine Kreisflächen mehr; als Teile von Rechteckflächen treten meist wieder Rechteckflächen auf.)
Bei Bedenken hinsichtlich der Verwendung „echter" Schokoladentafeln oder Torten kann auch eine Abbildung oder ein Modell zur Motivierung herangezogen werden.

Veranschaulichen von Brüchen . . . Wurde eine Tafel Schokolade zur Einführung verwendet, so sollte diese dann als Rechteckfläche dargestellt und $\frac{1}{8}$ durch Schraffur hervorgehoben werden (↗ Bild 2.1).
Im Anschluß daran sollten die Beispiele zur Veranschaulichung von Brüchen, LB-Bild B 1 (a) und (b), herangezogen werden. Zu empfehlen ist auch die Verwendung von Kreisflächenmodellen aus Pappe, Plaste oder Holz (z. B. auch Modell der Demonstrationsuhr mit einlegbaren Bruchteilen, das an vielen Schulen vorhanden ist).

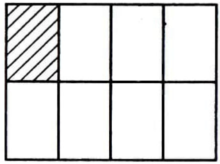


Bild 2.1

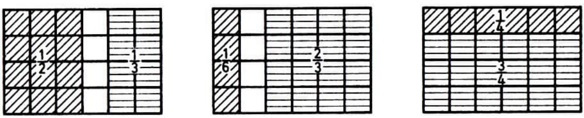
Bei der Darstellung von Brüchen an Kreisflächen treten für die Schüler schon bei Teilungen in 3 oder 5 Teile Schwierigkeiten auf. Auf einem Arbeitsblatt können dem Schüler gleichgeteilte Kreisflächen (durch Stempel) vorgegeben werden. Er wählt sich dann für die Darstellung eines gegebenen Bruches die geeignet geteilte Kreisfläche aus.

Einführung des Begriffs „Bruch" Die Schüler prägen sich die Begriffe ein, indem sie selbst Beispiele nennen und wie folgt formulieren:

$\frac{7}{8}$; die 8 gibt an, daß das Ganze in 8 gleiche Teile zerlegt wurde; die 7 gibt an, daß 7 solcher gleichen Teile vorhanden sind.

Es kann auch in Vorbereitung auf die Einführung von „gleichnamig" gesagt werden: Der Nenner ist der *Name* des Bruches. Es gibt Halbe, Drittel usw. Der Zähler gibt dann an, wieviel solcher Bruchteile gleichen Namens vorhanden sind. Schon in diesem Abschnitt der Erarbeitung sollte dem Schüler an verschiedenen Beispielen in anschaulicher Weise (z. B. Kreis mit acht Achteln) erklärt werden, daß ein Bruch, dessen Zähler und Nenner übereinstimmen, ein Ganzes darstellt.
Als *Hausaufgabe* wird für die erste Stunde Aufg. 2 empfohlen. Den Schülern sollte der Hinweis gegeben werden, daß aus Gründen der Übersichtlichkeit das Rechteck mehrmals zu zeichnen ist und in die jeweils schraffierte Teilfäche der entsprechende Bruch geschrieben wird.

Wiederholung des Begriffs „Bruch" und Veranschaulichen von Brüchen Die Aufg. 1 kann zur Wiederholung des Begriffs „Bruch" anhand der hier vorkommenden Brüche und zu deren Veranschaulichung verwendet werden. Neben dem in der Aufgabe geforderten Abdecken von Teilen der Gesamtfläche (24 Kästchen) ist zur besseren Kontrolle die Kennzeichnung von Teilflächen durch Schraffur (wie bei Aufg. 2 in der *Hausaufgabe*) zu empfehlen. Da es bei diesem Vorgehen leicht zur Unübersichtlichkeit in der Darstellung kommen kann, sollten die Ausgangsfläche mehrmals gezeichnet und dann entsprechende Teilflächen markiert werden, z. B.:



Hier ist eine gründliche Kontrolle der Schülerarbeit notwendig, um auf entsprechende Größenvorstellungen in der weiteren Arbeit aufbauen zu können. Die 24 Kästchen können auf verschiedene Weise angeordnet werden. Bei einer Aufteilung – 3 Kästchen zu 8 Kästchen – werden einige Schüler evtl. Schwierigkeiten haben, für $\frac{1}{6}$ die Teilfläche sofort anzugeben.

Für weitere Übungen im Veranschaulichen von Brüchen werden die Aufg. 3 und 4 empfohlen.

Rechnerische Ermittlung von Bruchteilen Beispiel B 1 kann als Grundlage für die Behandlung im Unterrichtsgespräch dienen. Für die Heftform wird bei derartigen Berechnungen folgende Darstellung empfohlen:

$\frac{3}{5}$ von 20 min

$\frac{1}{5}$ von 20 min sind 4 min   ggf. Nebenrechnung

$\frac{3}{5}$ von 20 min sind $4 \text{ min} \cdot 3 = 12 \text{ min}$

Da lt. Lehrplan nur einfachste Berechnungen erforderlich sind, werden folgende Aufgaben zur Übung im Unterricht bzw. als *Hausaufgabe* empfohlen: Aufg. 15, 16, 17a), 18a), b), d). Für die Aufg. 16 wird vorgeschlagen, die Lösung in einer Tabelle darzustellen.

Vielfältige Übungen Hier sollte besonderer Wert auf interessante Aufgaben gelegt werden, die selbständiges Denken von den Schülern fordern, z. B.

zum Begriff „Bruch“:	Aufg. 11, 12;
zum Darstellen von Brüchen:	Aufg. 5, 8, 9, 13;
zum Berechnen von Bruchteilen:	Aufg. 19, 20, 22.

Kontrollaufgaben

1. Nenne 5 verschiedene Brüche! Gib jeweils Zähler und Nenner an!
2. Stelle folgende Brüche dar:
   a) $\frac{5}{8}$ an einer Rechteckfläche, b) $\frac{1}{2}$ an einer Strecke,
   c) $\frac{3}{4}$ an einer Kreisfläche!
3. Berechne $\frac{1}{3}$ von 27; $\frac{2}{5}$ von 400 kg; $\frac{1}{2}$ von 1 m! *(9, 160 kg, 50 cm)*

Vergleichen und Ordnen gleichnamiger Brüche (2 Std.)

LE 2 (LB 48 bis 51)

Auch beim Vergleichen und Ordnen von Brüchen sollte zunächst in sehr anschaulicher Weise vorgegangen werden. Die Schüler müssen jedoch letztlich erkennen, daß beim Vergleichen gleichnamiger Brüche nur ein Vergleichen der Zähler notwendig ist.

Ziele

Die Schüler

- können gleichnamige Brüche vergleichen und ordnen,
- können echte und unechte Brüche voneinander unterscheiden.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Einführung der Begriffe „zueinander gleichnamige Brüche“ und „zueinander ungleichnamige Brüche“
- Vergleichen und Ordnen gleichnamiger Brüche

2. Stunde

- Unterscheiden von echten und unechten Brüchen
- Vielfältige Übungen

Methodische Hinweise

Einführung der Begriffe „zueinander gleichnamige Brüche“ und „zueinander ungleichnamige Brüche“ Den Schülern muß deutlich werden, daß zu der Beziehung der Gleichnamigkeit mindestens zwei Brüche gehören. Deshalb sollte anfangs stets von „*zueinander* gleichnamigen Brüchen“ gesprochen werden. Es ist jedoch nicht als falsch zu werten, wenn ein Schüler von gleichnamigen Brüchen spricht. Wichtig ist die inhaltliche Klärung der Beziehung der Gleichnamigkeit, bei der das Wörtchen „zueinander“ helfen soll.

Vorschlag für die Behandlung:
Der Lehrer läßt die Schüler beliebige Brüche nennen und an die Tafel schreiben (ein solches Vorgehen macht den Schülern erfahrungsgemäß Spaß). Dabei können anhand einiger Brüche noch einmal die Begriffe „Zähler“ und „Nenner“ gefestigt werden. Nun werden die neuen Bezeichnungen eingeführt. Dazu kann das Lehrbuch (Merkstoff B 3) herangezogen werden, oder der Lehrer formuliert die Begriffserklärung selbst. Anschließend werden von den Schülern die zueinander gleichnamigen Brüche aus den an der Tafel angeschriebenen ausgewählt sowie zueinander ungleichnamige Brüche genannt. Zu empfehlen ist die Veranschaulichung einiger gleichnamiger Brüche, die dann auch beim Vergleichen und Ordnen mit genutzt werden kann.

Vergleichen und Ordnen gleichnamiger Brüche Es kann folgende *Aufgabe* gestellt werden:

> Auf der Geburtstagsfeier von Katrin gab es eine Erdbeertorte. Die Torte war in 12 Stück geteilt. Peter aß $\frac{2}{12}$ der Torte, Katrin, das Geburtstagskind, $\frac{3}{12}$ der Torte. Martina aß $\frac{1}{12}$ und Claudia $\frac{2}{12}$ der Torte. Wer aß am meisten?

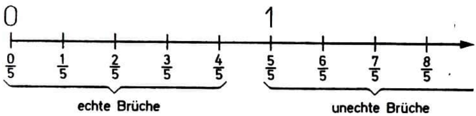
Um das Ergebnis zu erhalten, muß man die Brüche, die hier vorkommen, miteinander vergleichen und dann ordnen. Wie geht man dabei vor?

Hinweis: Es ist zu empfehlen, die Schüler das von ihnen vermutete Ergebnis nennen zu lassen. Endgültig gewertet werden kann es dann später. Der hier vorliegende Sachverhalt legt nahe, daß fast alle Schüler das richtige Ergebnis finden.

Die Motivationsaufgabe kann genutzt werden (besonders, wenn die Torte und die Bruchteile zeichnerisch veranschaulicht wurden), um herauszuarbeiten, daß von zwei gleichnamigen Brüchen derjenige der größere ist, dessen Zähler größer ist (LB 49, Merkstoff B 4). Um mehrere gleichnamige Brüche nach ihrer Größe zu ordnen, brauchen nur die Zähler (natürliche Zahlen) geordnet zu werden. Damit sind alle Mittel vorhanden, um das Ergebnis der Motivationsaufgabe endgültig werten zu können und damit die Behandlung derselben abzuschließen. Bei der unterrichtlichen Gestaltung müssen die

Schüleräußerungen in zweckmäßiger Weise in die Entwicklung der Gedankengänge einbezogen werden. Der Lehrer sollte nicht auf einem vorher geplanten Weg bestehen, wenn die Schüler in ihren Überlegungen vielleicht schon weiter sind. Wenn die Situation es erfordert (z. B. viele Schüler halten das Ergebnis für selbstverständlich und werden ungeduldig), kann das Ergebnis der Motivationsaufgabe auch gleich am Anfang der Behandlung gewertet werden. Die weitere Behandlung dient dann der Begründung der Richtigkeit des Ergebnisses.
Beispiel B 3 mit LB-Bild (LB 49 unten) kann von den Schülern selbständig durchgearbeitet werden.
Als *Hausaufgabe* für die 1. Stunde werden die Aufg. 5, 6 und 8 empfohlen.

Unterscheiden von echten und unechten Brüchen In den bisher behandelten Beispielen und Aufgaben wurde sowohl mit Brüchen, deren Zähler kleiner als der Nenner ist, als auch mit Brüchen, deren Zähler größer als der Nenner ist oder deren Zähler und Nenner gleich sind, gearbeitet. Jetzt werden besondere Bezeichnungen eingeführt (Merkstoff B 2).
Die Bezeichnungen „echt“ und „unecht“ sollten auch begründet werden, indem ihre Zweckmäßigkeit deutlich gemacht wird:
echter Bruch – *weniger* als ein Ganzes
unechter Bruch – ein Ganzes oder mehr.
Auch Darstellungen an einem Strahl wie die folgende sind zu empfehlen:



Einsatz farbiger Kreide!
Betonen: $\frac{5}{5}$ gehört zu den unechten Brüchen.

Für unechte Brüche werden manchmal „gemischte Zahlen“ geschrieben. Dieser Sachverhalt läßt sich anhand der Lehrbuchdarstellung (LB 50) gut erläutern. Es ist zu beachten, daß den Schülern hier nur eine Information über eine Darstellungsmöglichkeit unechter Brüche gegeben werden soll (und zwar am Beispiel praktisch bedeutsamer Sachverhalte) und keine Umwandlungsübungen vorgesehen sind.

Vielfältige Übungen Hier geht es darum, alle neuen Begriffe durch vielseitige Anwendung zu festigen. Besonders zu achten ist u. a. darauf, daß die Schüler wissen, wie Brüche aussehen, die ein Ganzes oder mehrere Ganze darstellen (Zähler und Nenner stimmen überein bzw. Zähler ist ein Vielfaches des Nenners). Zunächst könnte Aufg. 1 mündlich gelöst werden. Bei Aufg. 4 brauchen die Schüler etwas Zeit zum Nachdenken, bevor sie entscheiden und begründen können. Die Auswertung sollte in Form einer Diskussion erfolgen. Vielleicht reicht bei dieser Aufgabe auch eine Auswahl aus den 6 Teilaufgaben. Aufg. 5 kann dann schriftlich in selbständiger Arbeit gelöst werden. Wird die Aufg. 10 (Vergleichen von Bruchteilen unter Verwendung von Größen) zum Lösen gewählt, sollte den Schülern ein Hinweis zur schriftlichen Darstellung des Lösungsweges gegeben werden. Nach einer gemeinsam gelösten Teilaufgabe können die Schüler dann selbständig im Heft arbeiten (evtl. auch als *Hausaufgabe* geeignet). Für leistungsstarke Schüler ist Aufg. 7* zu empfehlen. Je nach Klassensituation kann diese Aufgabe auch nach vorheriger Bedenkzeit im Unterrichtsgespräch behandelt werden. Aufg. 11, 15 und 13 (mit komplexem Charakter) werden zur selbständigen Schülerarbeit im Unterricht oder als *Hausaufgabe* empfohlen.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 5
2. Vergleiche! $\frac{7}{9}$ und $\frac{5}{9}$ $\quad$ $\frac{3}{11}$ und $\frac{3}{11}$ $\quad$ $\frac{13}{8}$ und $\frac{17}{8}$ $\quad$ $\frac{0}{2}$ und $\frac{3}{2}$
3. Schreibe aus der Aufg. 1a) alle unechten Brüche heraus!
4. Aufg. 10a) $\quad$ 5. Aufg. 11

Stoffabschnitt 2.2. (10 Std.)

Gebrochene Zahlen und ihre Darstellungsformen

Schwerpunkt der Behandlung ist die Vorbereitung und Einführung des Begriffs „gebrochene Zahl". Es muß klar herausgearbeitet werden, daß gemeine Brüche und Dezimalbrüche verschiedene Darstellungsformen gebrochener Zahlen sind.

Erweitern und Kürzen von Brüchen (2 Std.)

LE 3 (LB 52 bis 55)

Auf anschauliche Weise werden die Schüler zu der Erkenntnis geführt, daß unterschiedliche Brüche gleich groß sein können. Damit wird der Begriff „gebrochene Zahl" (Lerneinheit 5) vorbereitet. Die wechselseitigen Beziehungen zwischen Erweitern und Kürzen eines Bruches sind zu verdeutlichen.

Ziele

Die Schüler

- wissen, wie ein Bruch erweitert bzw. gekürzt wird,
- können ihre Kenntnisse beim Lösen formaler Aufgaben und Sachaufgaben anwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Sicherung des Ausgangsniveaus
- Motivierung des Erweiterns und Kürzens von Brüchen (anhand der LB-Bilder B 12 und B 13)
- Einführen des Erweiterns eines Bruches } in engem Zusammenhang
- Einführen des Kürzens eines Bruches }

2. Stunde

- Übung im Erweitern und Kürzen von Brüchen
- Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben zum Erweitern und Kürzen von Brüchen

Sicherung des Ausgangsniveaus

- Kopfrechenaufgaben zum Multiplizieren und Dividieren natürlicher Zahlen als Vorbereitung auf das Erweitern und Kürzen von Brüchen, z. B. $8 \cdot 9$, $5 \cdot 12$, $17 \cdot 8$; $36 : 4$, $63 : 9$, $250 : 50$
- Übungen im Ermitteln gemeinsamer Teiler zweier natürlicher Zahlen, z. B. von 10 und 20; 8 und 14; 35 und 42

Motivierung des Erweiterns und Kürzens von Brüchen Die Schüler vergleichen einige im LB-Bild B 13 anschaulich dargestellte Brüche miteinander, z. B. $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{12}$. Hier kann anhand der Veranschaulichung ohne Schwierigkeit die richtige Entscheidung getroffen werden (bei $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{3}$ ist es etwas schwieriger). Eine Betrachtung von LB-Bild B 12 zeigt, daß verschiedene Brüche auch gleiche Bruchteile bezeichnen können. *Wie sind solche Brüche beschaffen? In welcher Beziehung stehen die Zähler und Nenner solcher Brüche zueinander?* Die Bezeichnungen „Kürzen" und „Erweitern" dürfen zu diesem Zeitpunkt noch nicht genannt werden, da sie für die Schüler noch ohne Inhalt sind.

Einführen des Erweiterns eines Bruches Mit Hilfe von Applikationen oder eines vorbereiteten Tafelbildes werden die Brüche $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ veranschaulicht, bzw., es wird auf LB-Bild B 12 verwiesen und erkannt: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$. Dann kann Auftrag B 7 erteilt werden. Impuls zu Auftrag B 7b): Vergleicht die unterschiedlich geteilten, aber doch gleich großen Rechtecke miteinander und sucht die zur jeweiligen Aufgabe passenden Darstellungen heraus! Impuls zu Auftrag B 7c): Wie gelangt man durch Rechnen von $\frac{1}{4}$ zu $\frac{3}{12}, \ldots$?

$\frac{1}{4}$ ist zu $\frac{3}{12}$, $\frac{1}{3}$ zu $\frac{4}{12}$, $\frac{1}{2}$ zu $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{3}$ zu $\frac{4}{6}$ *erweitert* worden, indem jeweils Zähler und Nenner des Bruches mit der gleichen Zahl multipliziert wurden (Merkstoff B 5). Es ist dem Schüler klarzumachen, daß die Begriffe „Erweitern" und „Kürzen" in der Umgangssprache eine andere Bedeutung haben als aus mathematischer Sicht. (Erweitern heißt nicht vergrößern, Kürzen heißt nicht verkleinern!) Die Einschränkung $n \neq 0$ in Merkstoff B 5 sollte mit den Schülern *erarbeitet, nicht* etwa ohne Kommentar *gegeben werden* ($n = 0$ führt z. B. bei $\frac{3}{4}$ auf $\frac{3 \cdot 0}{4 \cdot 0} = \frac{0}{0}$; Null darf nicht als Nenner auftreten, ↗ LB 45).
Es ist auch darauf einzugehen, was geschieht, wenn mit 1 erweitert wird. Eine sinnvolle Schreibweise für das Bezeichnen der Erweiterungszahl lernen die Schüler anhand des Beispiels B 4 kennen. Dieses Beispiel sollte im Unterrichtsgespräch gemeinsam durchgearbeitet werden. Bei der genannten Schreibweise handelt es sich nur um eine gewisse Hilfestellung für den Schüler ähnlich dem Notieren kleiner Merkzahlen beim Übertrag schriftlicher Addition und Subtraktion. Die Erweiterungszahl wird dann, wenn die Schüler sicher im Erweitern sind, nicht mehr mitgeschrieben. Die Begriffe „Erweiterungszahl" und „Kürzungszahl" (s. u.) gehören nicht zum reproduzierbaren Stoff.

Einführen des Kürzens eines Bruches Die Behandlung des Auftrages B 8 kann in selbständiger Arbeit durch die Schüler oder im Unterrichtsgespräch vom Erweitern eines Bruches zum Kürzen eines Bruches überleiten. Die Auswertung dieses Auftrages führt zum Merkstoff B 6. Die hier gestellte Bedingung $n \neq 0$ ist ähnlich wie bei Merkstoff B 5 mit den Schülern zu erarbeiten:

$n = 0$ führt auf $\frac{a}{b} = \frac{a : 0}{b : 0}$; Division durch Null ist nicht ausführbar.

Es ist auch darauf einzugehen, was geschieht, wenn durch 1 gekürzt wird. Beispiel B 5 zeigt, daß die Kürzungszahl in ähnlicher Weise wie die Erweiterungszahl gekennzeichnet werden kann.

Übung im Erweitern und Kürzen von Brüchen Neben formalen Übungen im Erweitern und Kürzen (wie Aufg. 5, 6, 12) sollten Aufgaben mit Veranschaulichungen von Brüchen (z. B. Aufg. 1) und Aufgaben mit Fehlern (Aufg. 11, 13) ausgewählt werden.

Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben zum Erweitern und Kürzen von Brüchen Empfohlen werden Aufg. 13, 14.

Hinweise:

Aufg. 13 Nach kurzer Überlegungszeit für die Schüler sollten die in der Aufgabe angegebenen Lösungen diskutiert werden.

Aufg. 14 Eine Teilaufgabe sollte gemeinsam besprochen werden. Die anderen sind dann in selbständiger Schülerarbeit zu lösen.

Kontrollaufgaben

1. a) Erweitere $\frac{3}{7}$ mit 8! $\left(\frac{24}{56}\right)$
   b) Welche Zahl x erfüllt die folgende Gleichung $\frac{9}{16} = \frac{x}{48}$? $(x = 27)$
2. Darf zwischen folgende Brüche das Gleichheitszeichen gesetzt werden?
   $\frac{5}{8}$ und $\frac{30}{48}$, $\frac{22}{77}$ und $\frac{3}{11}$ $\left(\frac{5}{8} = \frac{30}{48}\right)$
3. Vereinfache durch Kürzen soweit wie möglich! $\frac{48}{60}$, $\frac{35}{49}$, $\frac{125}{50}$ $\left(\frac{4}{5}, \frac{5}{7}, \frac{5}{2}\right)$
4. Aufg. 14 b)

Dezimalbrüche (2 Std.)

LE 4 (LB 55 bis 58)

Die *dezimale Schreibweise* ist den Schülern schon als *Kommaschreibweise* bei Größenangaben bekannt. Sie hatte bisher aber nur Abkürzungscharakter, denn durch das Komma wurden zwei natürliche Zahlen mit unterschiedlicher Einheit, die aber zur gleichen Größe gehören, getrennt. Allmählich erfolgt das Lösen von den Einheiten, indem die Schüler die Kommaschreibweise als eine Darstellungsform der gebrochenen Zahlen erfassen und sie als dezimale Schreibweise in ihre Vorstellungen vom dekadischen Positionssystem, das zugleich erweitert wird, einordnen.
Beim Einführen des Begriffs „Dezimalbruch" ergibt sich die Notwendigkeit, die bisher behandelten Brüche mit einem speziellen Namen zu versehen, sie werden als „gemeine Brüche" bezeichnet. Der Zusammenhang von gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen wird durch die Darstellung von Größen an einem Strahl verdeutlicht und mittels unterschiedlicher Aufgaben vertieft.

Ziele

Die Schüler

- können die Begriffe „Zehnerbruch", „Dezimalbruch" und „gemeiner Bruch" unterscheiden und wissen, daß Dezimalbrüche nur eine besondere Schreibweise spezieller gemeiner Brüche (der Zehnerbrüche) sind,

- wissen, daß man den Zahlenwert einer Größe sowohl durch gemeine Brüche als auch durch Dezimalbrüche darstellen kann,
- können gemeine Brüche als Dezimalbrüche und Dezimalbrüche als gemeine Brüche schreiben.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Umrechnen von Größenangaben in andere Einheiten
- Motivierung der Schreibweise von Größen mit Dezimalbrüchen
- Einführung der Begriffe „Zehnerbruch", „Dezimalbruch" und „gemeiner Bruch"
- Darstellen von Zehnerbrüchen durch Dezimalbrüche

2. Stunde

- Festigung der Begriffe „Zehnerbruch" und „Dezimalbruch" durch vielfältiges Üben
- Wiederholung der Stellentafel: Eintragen und Ablesen natürlicher Zahlen, Übertragen auf Zehnerbrüche und Dezimalbrüche
- Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen durch Darstellung von Größen auf einem Strahl

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Umrechnen von Größenangaben in andere Einheiten Die folgenden *Aufgabenkomplexe* bieten eine Auswahl von Übungen; entsprechend der Klassensituation sollten Schwerpunkte bestimmt werden.

- Umrechnen von Größenangaben in andere Einheiten:

  a) Rechne in die nächstkleinere Einheit um!

21 kg	6 cm 4 mm	5 kg 800 g
6 dm	3 km 125 m	5 kg 80 g
15 km	2 M 27 Pf	5 kg 8 g

  b) Rechne in die nächstgrößere Einheit um!

7 000 g	500 Pf	380 dt
800 dm	40 mm	80 000 m
53 cm	430 kg	35 dm

- Schreiben natürlicher Zahlen als Summen aus Vielfachen von Zehnerpotenzen (dabei Wiederholen der Potenzschreibweise), z. B. 4678, 6071, 39307.

Motivierung der Schreibweise von Größen mit Dezimalbrüchen

1. Möglichkeit: Betrachten von LB-Bild B 15
Schüler nennen weitere Beispiele für Größenangaben in Kommaschreibweise und erläutern ihre Bedeutung. *Zielstellung:* Wir wollen die Darstellung von Größen in einer anderen Schreibweise, der wir im täglichen Leben sehr oft begegnen, kennenlernen und den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Schreibweisen genauer untersuchen.

2. Möglichkeit: Andreas ist $3\frac{1}{2}$ m weit gesprungen. Wie kann man dieselbe Weite auch noch angeben? (3,5 m; 3 m 50 cm; 3,50 m) (Zielstellung wie oben)

Anschließend wird die richtige Sprechweise von Dezimalbrüchen geübt (↗ Text LB 55, Auftrag B 9). Dazu kann Aufg. 4 genutzt werden.

Einführung der Begriffe „Zehnerbruch", „Dezimalbruch" und „gemeiner Bruch", Darstellen von Zehnerbrüchen durch Dezimalbrüche

- Anschauliches Teilen einer Einheit in 10 und 100 gleiche Teile. Dabei sollte die Linealteilung zur Demonstration verwendet werden. Gedankliches Teilen ist vor allem bei den Einheiten der Masse notwendig: 1000 Tüten mit je 1 kg Zucker für 1 t.
  Für den 10., 100. bzw. 1000. Teil einer Einheit wird nun die nächstkleinere Einheit angegeben:

  $\frac{1}{10}\,\text{m} = 1\,\text{dm}$ $\quad$ $\frac{1}{10}\,\text{dm} = 1\,\text{cm}$ $\quad$ $\frac{1}{1000}\,\text{kg} = 1\,\text{g}$

  $\frac{1}{100}\,\text{m} = 1\,\text{cm}$ $\quad$ $\frac{1}{100}\,\text{dm} = 1\,\text{mm}$ $\quad$ $\frac{1}{10}\,\text{t} = 1\,\text{dt}$

  $\frac{1}{1000}\,\text{m} = 1\,\text{mm}$ $\quad$ $\frac{1}{1000}\,\text{t} = 1\,\text{kg}$

- Waren bisher die Zähler stets 1, so werden sie nun von 1 verschieden und teilweise auch größer als der Nenner gewählt:

  $\frac{3}{10}\,\text{m} = 3\,\text{dm}$ $\quad$ $\frac{42}{100}\,\text{M} = 42\,\text{Pf}$ $\quad$ $\frac{230}{1000}\,\text{kg} = 230\,\text{g}$

  $\frac{7}{10}\,\text{m} = 7\,\text{dm}$ $\quad$ $\frac{37}{100}\,\text{M} = 37\,\text{Pf}$ $\quad$ $\frac{1500}{1000}\,\text{kg} = 1500\,\text{g}$

  $\frac{12}{10}\,\text{m} = 12\,\text{dm}$ $\quad$ $\frac{437}{100}\,\text{M} = 437\,\text{Pf}$ $\quad$ $\frac{7800}{1000}\,\text{kg} = 7800\,\text{g}$

- Die Schüler sollen die Zahlenwerte in „Kommaschreibweise" notieren und dabei die Einheit nicht verändern. Sie kennen schon 3 dm = 0,3 m oder 230 g = 0,230 kg, können aber nicht ohne weiteres einsehen, daß $\frac{3}{10}$ m = 0,3 m ist, da ja die Stellentafel noch nicht erweitert wurde:

Tafelbild:

$$\begin{aligned}
\tfrac{3}{10}\,\text{m} &= 3\,\text{dm} = 0{,}3\,\text{m}\\
\tfrac{12}{10}\,\text{m} &= 12\,\text{dm} = 1{,}2\,\text{m}\\
\tfrac{230}{1000}\,\text{kg} &= 230\,\text{g} = 0{,}230\,\text{kg}\\
\tfrac{7500}{1000}\,\text{kg} &= 7500\,\text{g} = 7{,}500\,\text{kg}
\end{aligned}$$

Durch farbiges Hervorheben der Größen mit der gleichen Einheit und Wegwischen der Mittelspalte entsteht dann:

$\frac{3}{10}$ m = 0,3 m

usw.

Damit sind jeweils zwei unterschiedliche Darstellungsweisen für den Zahlenwert der gleichen Größen entstanden, und es folgt nun das Schreiben ohne Einheiten.
Links stehen *Zehnerbrüche* (Zehnerpotenz im Nenner), rechts *Dezimalbrüche*:

$$\frac{3}{10} = 0{,}3$$

$$\frac{230}{1000} = 0{,}230$$

usw.

Einführen des Begriffs „gemeiner Bruch" Die Schüler lesen dazu den Abschnitt im LB 56/57 durch und nennen selbst Beispiele (Zehnerbrüche sind auch gemeine Brüche!).
Hausaufgabe: Auftrag B 10

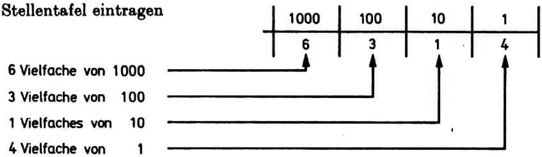
Festigung der Begriffe „Zehnerbruch“ und „Dezimalbruch“ durch vielfältiges Üben In selbständiger Tätigkeit bearbeiten die Schüler zunächst Aufg. 12 und anschließend Aufg. 1. Letztere kann vorteilhaft in Tabellenform gelöst werden:

Bruch	erweitert mit		
	10	100	1 000
$\frac{8}{10}$	$\frac{80}{100}$	$\frac{800}{1\,000}$	$\frac{8\,000}{10\,000}$
⋮	⋮	⋮	⋮

Wiederholung der Stellentafel: Eintragen und Ablesen natürlicher Zahlen, ... Die Schüler fertigen sich im Heft eine Stellentafel an, der Lehrer schreibt einige Zahlen, z. B. 64 251; 30 000; 6 006; 1 900 200, an die Tafel und die Schüler tragen die Zahlen ein. Im Unterrichtsgespräch sollten anschließend die folgenden Fragen geklärt werden, wobei es empfehlenswert ist, ein vorbereitetes *Tafelbild* oder eine Folie mit Stellentafel zu nutzen.

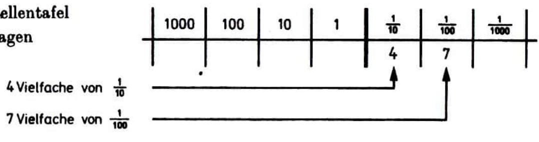
- Welchen Stellenwert haben die einzelnen Grundziffern der Zahl 6 314?
- Wie verändert sich der Stellenwert einer Ziffer, wenn sie um eine Stelle nach links (rechts) gerückt wird?

Beispiel: 6 314 in Stellentafel eintragen



Nach Auswertung der Aufgabe lesen die Schüler nun im LB 56 die Bemerkungen zur Erweiterung der Stellentafel nach rechts bis zur Tabelle. Dann werden in gemeinsamer Übung Brüche in eine erweiterte Stellentafel eingetragen. Dabei kann es zu Schwierigkeiten kommen, wenn die Schüler versuchen, einen mehrstelligen Zähler in der Spalte unterzubringen, die der Nenner ausweist. Hier ist deshalb ein Hinweis auf das Eintragen natürlicher Zahlen in eine Stellentafel angebracht, um diesen Fehler zu beseitigen.

Beispiel: $\frac{47}{100}$ in Stellentafel eintragen



Ein farbiger Trennstrich symbolisiert das Komma. Die Einerstelle wird immer mit einer Null besetzt, wenn der Bruch kleiner als 1 ist, damit man den Stellenwert erkennen kann. Der Name des Dezimalbruches richtet sich im allgemeinen nach der Stelle, an der am weitesten rechts eine von 0 verschiedene Ziffer steht.

In zunehmend selbständiger Schülertätigkeit wird nun Aufg. 2 bearbeitet. Die bereits im Heft vorhandene Stellentafel kann dazu verwendet werden. Die Aufg. 5 sollte im

Unterrichtsgespräch behandelt werden, wobei die Tafel zur Demonstration genutzt werden kann, sobald einzelne Schüler Schwierigkeiten haben.

Hausaufgabe: Aufg. 3

Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen durch Darstellen von Größen auf einem Strahl Die Darstellung von Größen auf einem Strahl wie im Lehrbuch, LB 57, ist sowohl zum noch besseren Erkennen des Zusammenhangs zwischen Zehnerbrüchen und Dezimalbrüchen vorteilhaft als auch eine wichtige Vorleistung für die Einführung des Begriffs „gebrochene Zahl" in Lerneinheit 5. Für eine Übung ist Aufg. 10 zu empfehlen.

Kontrollaufgaben

1. Suche unter den folgenden gemeinen Brüchen alle Zehnerbrüche heraus:
   $\frac{7}{10}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{15}{100}$; $\frac{10}{8}$! $\left(\frac{7}{10}; \frac{15}{100}\right)$
2. Trage in eine Stellentafel ein:
   $\frac{46}{100}$; $\frac{46}{10}$; 51,7; 0,038!
3. Schreibe als Zehnerbruch:
   0,7; 0,07; 3,7; 3,07! $\left(\frac{7}{10}; \frac{7}{100}; \frac{37}{10}; \frac{307}{100}\right)$

Gebrochene Zahlen (2 Std.)

LE 5 (LB 58 bis 61)

Eine Definition des Begriffs „gebrochene Zahl" wird nicht gegeben. Vorrang hat bei der Einführung dieses Begriffs die anschauliche Darstellung, insbesondere die Darstellung von gemeinen Brüchen und Dezimalbrüchen am Zahlenstrahl.

Ziele

Die Schüler

- können gemeine Brüche und Dezimalbrüche auf einem Zahlenstrahl darstellen,
- wissen, daß alle Brüche, denen ein und derselbe Punkt auf dem Zahlenstrahl zugeordnet wird, die gleiche Zahl bezeichnen und daß eine solche Zahl gebrochene Zahl genannt wird,
- wissen, daß gemeine Brüche und Dezimalbrüche unterschiedliche Darstellungsformen gebrochener Zahlen sind,
- wissen, daß alle Brüche, die durch Kürzen oder Erweitern auseinander hervorgehen, die gleiche gebrochene Zahl darstellen und können bei gegebenen Brüchen entscheiden, welche Brüche die gleiche gebrochene Zahl darstellen.

Schwerpunkte

1. Stunde (siehe ausführlichen Stundenentwurf)

- Motivierung der Einführung des Begriffs „gebrochene Zahl“
- Einführung des Begriffs „gebrochene Zahl“

2. Stunde

- Erarbeitung der Erkenntnis, daß Brüche, die ein und dieselbe gebrochene Zahl darstellen, durch Kürzen oder Erweitern auseinander hervorgehen
- Verwenden des Begriffs „gebrochene Zahl“

Methodische Hinweise

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 1. Stunde
Thema: Der Begriff „gebrochene Zahl“
Ziele der Stunde

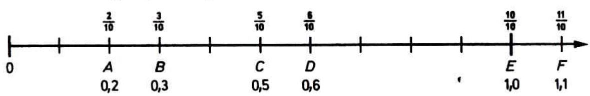
Die Schüler
- wissen, daß alle Brüche, denen ein und derselbe Punkt auf dem Zahlenstrahl zugeordnet wird, die gleiche Zahl bezeichnen und daß eine solche Zahl gebrochene Zahl genannt wird,
- wissen, daß es keinen Bruch gibt, der zwei verschiedene gebrochene Zahlen darstellen kann,
- wissen, daß gemeine Brüche und Dezimalbrüche unterschiedliche Darstellungsformen gebrochener Zahlen sind.

Gliederung der Stunde

(1)	5 min	Sicherung des Ausgangsniveaus
(2)	5 min	Motivierung der Einführung des Begriffs „gebrochene Zahl“
(3)	15 min	Einführung des Begriffs „gebrochene Zahl“
(4)	10 min	Vorbereitung auf die Gewinnung der Erkenntnis, daß Brüche, die ein und dieselbe gebrochene Zahl darstellen, durch Kürzen oder Erweitern auseinander hervorgehen
(5)	5 min	Hausaufgabenstellung
(6)	5 min	Zusammenfassung

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Die Schüler wissen bereits aus der Behandlung der vorhergehenden Stunden, daß Dezimalbrüche eine andere Schreibweise für Zehnerbrüche sind und daß bei der Darstellung von Brüchen auf einem Zahlenstrahl ein Dezimalbruch und der ihm entsprechende Zehnerbruch auf den gleichen Punkt abgebildet werden. Die Lösung einer Aufgabe wie etwa Aufg. 10, LB 58, macht diesen Sachverhalt noch einmal deutlich:



(2) Auf dem bereits verwendeten Zahlenstrahl werden nun noch weitere Brüche dargestellt, z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, ...
An einigen Punkten des Zahlenstrahls stehen jetzt nicht nur 2, sondern 3 und mehr Brüche. Es ergibt sich die Frage: Stellen nun beispielsweise $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$ und 0,5 die gleiche Zahl dar oder nicht? Wir wissen, daß jeder natürlichen Zahl ein bestimmter Punkt des Zahlenstrahls zugeordnet war und zu jedem solchen Punkt nur eine natürliche Zahl gehörte. Ebenso war die Angabe von Anzahlen bestimmter Dinge nur durch eine einzige natürliche Zahl möglich. Wie verhält es sich nun bei den Brüchen?

(3) An anschaulichen Beispielen wie in Auftrag B 12 wird noch einmal deutlich gemacht, daß verschiedene Brüche Gleiches bezeichnen können. Die Darstellung am Zahlenstrahl wird dann noch wie im LB-Bild B 16 ergänzt. Hervorgehoben wird: Alle Brüche, die auf den gleichen Punkt eines Zahlenstrahls abgebildet werden, sind verschiedene Schreibweisen für ein und dieselbe Zahl. Eine solche Zahl nennen wir eine *gebrochene Zahl* (LB 59).
Jeder der erwähnten Brüche kann zur Bezeichnung der gebrochenen Zahl verwendet werden. Es wird gesagt: „die gebrochene Zahl $\frac{1}{2}$" oder „die gebrochene Zahl $\frac{5}{10}$" usw.

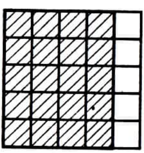
(4) Auftrag B 13 ist dazu geeignet, diejenigen Brüche, die dieselbe gebrochene Zahl bezeichnen, näher zu betrachten und Beziehungen zwischen ihnen zu erkennen. Beim Auftrag B 14b) wird deutlich, daß es *keinen* Bruch gibt, der *zwei verschiedene* gebrochene Zahlen darstellen kann. Auftrag B 14 wird die Schüler besonders durch das lustige LB-Bild B 17 zur Arbeit motivieren.

(5) Aufg. 1 und 2 fordern die Beherrschung des in der Stunde erarbeiteten Stoffes. Ein Schüler erhält den Auftrag, die Lösung der Aufg. 1 auf Folie zu zeichnen und in der folgenden Stunde bei der *Hausaufgabenkontrolle* zu verteidigen.

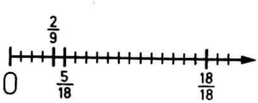
(6) Unter Einbeziehung der Darstellung am Zahlenstrahl stellt ein Schüler die wesentlichsten Erkenntnisse dieser Stunde noch einmal dar.

Zur 2. Stunde

Erarbeitung der Erkenntnis, daß Brüche, ... Die Schüler haben bereits in der 1. Stunde anhand einiger Beispiele festgestellt, daß gemeine Brüche, die die gleiche gebrochene Zahl darstellen, *entweder* durch *Kürzen oder Erweitern* einer der betreffenden Brüche entstanden sind. Bei Brüchen wie $\frac{2}{6}$ und $\frac{3}{9}$ kann man den einen Bruch aus dem anderen nicht entweder durch Kürzen oder durch Erweitern erhalten, sondern muß beide „Operationen" anwenden. Zu dieser Erkenntnis und schließlich zum Merkstoff B 7 sind die Schüler im Unterrichtsgespräch zu führen. Der Behandlung des Beispiels B 7 sollte in diesem Zusammenhang besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden. Hier wird nicht nur deutlich, daß Brüche, die *nicht* durch Kürzen oder Erweitern auseinander hervorgehen, *verschiedene* gebrochene Zahlen darstellen, sondern auch gezeigt, wie nachgewiesen werden kann, daß z. B. $\frac{2}{6}$ und $\frac{3}{9}$ (wie oben bereits erwähnt) die gleiche gebrochene Zahl darstellen. Es ist zu empfehlen, bei der Lösung der Aufgabenstellung das Ergebnis zusätzlich durch eine Zeichnung zu veranschaulichen, z. B.:

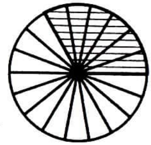


a) $\frac{4}{5} = \frac{20}{25}$



b) $\frac{5}{18} > \frac{2}{9}$

c) $\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$



Bei der Lösung von Beispiel B 7c) kann der Schüler erkennen, daß es mitunter mehrere Möglichkeiten gibt, um festzustellen, daß zwei unterschiedliche Brüche die gleiche gebrochene Zahl darstellen. Deshalb sollte außer der Darstellung im Lehrbuch auch noch folgendes Vorgehen gezeigt werden:

$$\frac{2}{6} \underset{}{\overset{:2}{=}} \frac{1}{3} \overset{\cdot 3}{=} \frac{3}{9} \quad \text{bzw.} \quad \frac{3}{9} \overset{:3}{=} \frac{1}{3} \overset{\cdot 2}{=} \frac{2}{6}.$$

Verwenden des Begriffs „gebrochene Zahl" Dieser Abschnitt soll anhand vielfältiger Übungen dem Festigen des Begriffs „gebrochene Zahl" dienen. Die Schüler sollen nun auch ohne anschauliche Darstellung sicher entscheiden können, ob verschiedene Brüche die gleiche gebrochene Zahl darstellen oder nicht. Empfohlen werden zunächst die Aufg. 3 und 4. Die Aufg. 5 und 6 sind geeignet, die Schüler bei der Darstellung von Brüchen auf einem Zahlenstrahl erst die Überlegung anstellen zu lassen, ob der darzustellende Bruch nicht gekürzt werden kann. Die Aufg. 6 und 7 werden zum mündlichen Lösen empfohlen. Bei Aufgaben wie 7d) müssen die Schüler Brüche, deren Zähler und Nenner übereinstimmen, als ein Ganzes erkennen

$$\left(\frac{11}{11} = \frac{3}{3}; \text{ möglich wäre auch } \frac{11}{11} \overset{:11}{=} \frac{1}{1} \overset{\cdot 3}{=} \frac{3}{3}\right).$$

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1 2. Aufg. 3a), b), c)
3. Gib zu $\frac{9}{15}$ fünf weitere Brüche an, die die gleiche gebrochene Zahl darstellen!

Umformen gemeiner Brüche in Dezimalbrüche und umgekehrt (1 Std.)

LE 6 (LB 61 bis 62)

Ziele

Die Schüler
- können gemeine Brüche – auf dem Weg über Zehnerbrüche – in Dezimalbrüche umformen und umgekehrt (endliche Dezimalbrüche mit höchstens drei Dezimalstellen),
- können das bisher erworbene Wissen beim Lösen von Aufgaben mit komplexem Charakter anwenden.

Schwerpunkte

- Umwandlung von Dezimalbrüchen in gemeine Brüche und umgekehrt
- Übungen unter Einbeziehung des bisher behandelten Stoffes

Methodische Hinweise

Umwandlung von Dezimalbrüchen in gemeine Brüche und umgekehrt Bei den folgenden Umwandlungen sollen die Schüler den Zusammenhang zwischen Dezimalbrüchen

und gemeinen Brüchen, die ja bei der Darstellung am Zahlenstrahl mitunter auf einen Punkt abgebildet wurden, erkennen. Das Schreiben von Dezimalbrüchen als Zehnerbrüche ist den Schülern bereits bekannt. Jetzt soll der entstandene Zehnerbruch noch gekürzt werden. Die Vorgehensweise zeigt Beispiel B 9. Die Entwicklung eines *Tafelbildes* entsprechend der Lehrbuchdarstellung ist sicher günstig. Im Anschluß daran können ausgewählte Aufgaben aus Aufg. 6 in selbständiger Schülerarbeit gelöst werden.
Wie gemeine Brüche als Dezimalbrüche geschrieben werden können, zeigt Beispiel B 8. Die Schüler werden zu der Erkenntnis geführt, daß nicht für alle gemeinen Brüche eine Umwandlung in Dezimalbrüche auf die im Beispiel B 8 gezeigte Weise erfolgen kann $\left(\text{z. B. bei } \frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{11}{9}\right)$.
Aufg. 5 kann selbständig von den Schülern gelöst werden. In die Übung sollten auch einige Aufgaben mit Größen aus Aufg. 3 und 4 aufgenommen werden.

Übungen unter Einbeziehung des bisher behandelten Stoffes Hier sollten vor allem Aufgaben mit komplexem Charakter gelöst werden. Zu empfehlen ist Aufg. 9 (LB 61). Sie dient der Festigung der Begriffe „echter Bruch", „unechter Bruch", „gleichnamige Brüche", „gebrochene Zahl". Auch das in Aufg. 1 geforderte Einprägen von Zusammenhängen der Art $\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{1}{4} = 0{,}25$ wird empfohlen.
Für die *Hausaufgabe* sollten Aufgaben aus den bereits begonnenen Aufgaben ausgewählt werden.

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 3a) **2.** Aufg. 4a) **3.** Aufg. 5a) und c) **4.** Aufg. 6a), b), c)

Vergleichen und Ordnen von Dezimalbrüchen **(2 Std.)**

LE 7 (LB 62 bis 64)

Beim Vergleichen und Ordnen von Dezimalbrüchen knüpfen die Schüler an das Arbeiten mit Größen an. Nach dem Hinweis auf das Arbeiten mit Größen erfolgt aber recht schnell ein Hinwenden zum Zahlenvergleich und ein deutlicher Bezug auf die natürlichen Zahlen. Gleichzeitig werden die Kenntnisse über die Dezimalbrüche und das dekadische Positionssystem vertieft.

Ziele

Die Schüler
- können zwei Dezimalbrüche miteinander vergleichen,
- können auch mehr als zwei Dezimalbrüche entsprechend ihrer Größe ordnen und auf dem Zahlenstrahl darstellen,
- können Dezimalbrüche angeben, die zwischen zwei vorgegebenen Dezimalbrüchen liegen, und vertiefen dabei ihr Wissen über das dekadische Positionssystem,
- entwickeln ihr sprachliches Ausdrucksvermögen weiter, indem sie Aussagen über den Vergleich zweier Dezimalbrüche umformulieren.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Wiederholung des Ordnens natürlicher Zahlen
- Motivierung des Vergleichens und des Ordnens von Dezimalbrüchen
- Erarbeitung des Vergleichens von Dezimalbrüchen
- Übung im Vergleichen von Dezimalbrüchen

2. Stunde

- Wiederholung: Darstellen natürlicher Zahlen auf dem Zahlenstrahl
- Erarbeitung des Ordnens von Dezimalbrüchen
- Übung im Vergleichen und Ordnen von Dezimalbrüchen
- Ermitteln von Dezimalbrüchen, die zwischen zwei vorgegebenen Dezimalbrüchen liegen

Methodische Hinweise

Wiederholung des Ordnens natürlicher Zahlen

- Vergleichen natürlicher Zahlen, z. B.: $877 < 901$, denn $877 + 24 = 901$; Auftrag B 15, nur a) und b)
- Ordnen natürlicher Zahlen und gleichnamiger gemeiner Brüche (Beginne mit der kleinsten Zahl!), z. B.:
  a) 486; 1419; 525; 841; 901; 2566; 814
  b) $\frac{3}{4}$; $\frac{11}{4}$; $\frac{0}{4}$; $\frac{13}{4}$; $\frac{1}{4}$ (Die Brüche können auf einem Zahlenstrahl dargestellt werden. Wiederholen der Erkenntnis: Von zwei Brüchen liegt der kleinere auf dem Zahlenstrahl weiter links.)

Motivierung des Vergleichens und Ordnens von Dezimalbrüchen Das LB-Bild B 18 mit dem daneben stehenden Text (der, als Frage formuliert, vom Lehrer vorgetragen werden sollte) bietet ein Motiv für das Vergleichen, die Aufg. 8 für das Ordnen von Dezimalbrüchen.

Zielstellung: Wir werden heute lernen, zwei Dezimalbrüche miteinander zu vergleichen und auch mehrere Dezimalbrüche zu ordnen. Die Zuordnung der Dezimalbrüche zu Punkten des Zahlenstrahls wird uns dabei eine wesentliche Hilfe sein. Gemeinsam werden wir uns das Ziel stellen, nach Abschluß der zweiten Stunde diese Arbeit sicher, schnell und fehlerfrei zu beherrschen. Das wird auch gemeinsam überprüft!

Erarbeitung des Vergleichens von Dezimalbrüchen Die Schüler bearbeiten selbständig die folgende *Aufgabe*:

Auf der linken Seite einer Tafelwaage liegen 2,5 kg, auf der rechten Seite 2,25 kg. Skizziere das Bild! Welche Waagschale hat sich geneigt?

Für die Entscheidung, welche Schale der Waage sich neigt, kann als Hilfe das Umwandeln in die kleinere Einheit angeboten werden.
Die folgende *Aufgabe* stellt eine Verbindung von natürlichen Zahlen und Dezimalbrüchen bezüglich des Vergleichens dar:

a) Vergleiche 25 und 22!
b) Vergleiche 0,25 und 0,22!

Dabei wird sofort in den Mittelpunkt gerückt, daß man beim Vergleichen zweier Dezimalbrüche von der Grundziffer der größten Zehnerpotenz aus nach rechts geht, bis man zu unterschiedlichen Vielfachen einer entsprechenden Zehnerpotenz kommt und von dieser Dezimalstelle aus die Entscheidung treffen kann. Als Hilfestellung ist ein Vergleich mit der Skale des Tafellineals bzw. eine Veranschaulichung am Zahlenstrahl nützlich. Dabei erkennen die Schüler, daß von zwei Dezimalbrüchen der kleinere auf dem Zahlenstrahl weiter links liegt. Das gliedweise Vergleichen wird durch Unterstreichen der für die Entscheidung wichtigen Stelle verdeutlicht, z. B.:

$2{,}\underline{0}78\underline{9}5 < 2{,}\underline{0}79\underline{8}5$, weil $\underline{8} < \underline{9}$.

Die Schüler sollen dabei etwa begründen: Weil die ersten drei Stellen mit drei gleichen Ziffern besetzt sind und an vierter Stelle eine 8 bzw. 9 steht und $8 < 9$ ist, folgt $2{,}07895 < 2{,}07985$.

Zur Vertiefung können die Schüler die Handlungsanweisung zum Vergleichen im Lehrbuch (LB 62/63) lesen und das zugehörige Beispiel B 10 mit eigenen Worten erläutern.

Übung im Vergleichen von Dezimalbrüchen In zunehmend selbständiger Schülertätigkeit erfolgt das

- Vergleichen von Dezimalbrüchen mit gleicher Stellenzahl nach dem Komma. Auf Begründungen großen Wert legen, die Schüler unterstreichen dabei die jeweiligen Grundziffern, die für ihre Entscheidung maßgebend waren (Aufg. 1a bis d).
- Vergleichen von Dezimalbrüchen mit unterschiedlicher Stellenzahl nach dem Komma (Aufg. 2). Durch Umformen in Zehnerbrüche und anschließendes Erweitern wird das Verständnis geweckt, daß man bei Dezimalbrüchen leicht die gleiche Anzahl von Dezimalstellen durch „Anhängen" von Nullen erreichen kann.

  Beispiele:

Vergleiche 2,2 und 2,25!	Vergleiche 4,7 und 4,70!
$2{,}2 = \frac{22}{10} = \frac{220}{100}$; $2{,}25 = \frac{225}{100}$	$\frac{47}{10} = \frac{470}{100}$
also $2{,}\underline{20} < 2{,}\underline{25}$	also $4{,}7 = 4{,}70$

- Zum Abschluß sollten einige Aufgaben gelöst werden, bei denen das Umwandeln eines gemeinen Bruches in einen Dezimalbruch vor dem Vergleichen erforderlich ist (Aufg. 3d bis f).

Hausaufgaben: Aufg. 1e) bis h), 3a) bis c)

Wiederholung: Darstellen natürlicher Zahlen auf dem Zahlenstrahl Beim Darstellen natürlicher Zahlen auf dem Zahlenstrahl durch die Schüler ist besonderer Wert auf den Satz zu legen, daß von zwei gegebenen natürlichen Zahlen die kleinere immer links der größeren dargestellt wird. An einigen gebrochenen Zahlen (etwa $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \ldots$) kann dieser Sachverhalt ebenfalls verdeutlicht werden.

Erarbeitung des Ordnens von Dezimalbrüchen Beim Ordnen wird sofort an die Darstellung von Dezimalbrüchen auf dem Zahlenstrahl angeknüpft. Die Schüler bearbeiten die Aufg. 5 selbständig. Als Einheit wählen sie 10 cm. Dazu ist es empfehlenswert, das Heft im Querformat zu beschreiben, sonst müßte die Zahl 2,1 herausgelassen werden. Nach dem Vergleichen dieser doch sehr anschaulich zu lösenden Aufgabe lesen die Schüler das Beispiel B 11 aufmerksam durch. Dazu kann man anschließend einige Schüler an der Tafel diese Zahlen noch einmal ordnen lassen. Sie sollten dabei ihr Vorgehen erläutern und begründen.

Übung im Vergleichen und Ordnen von Dezimalbrüchen

- Ordnen von Dezimalbrüchen nach der Größe: formale Aufgaben (etwa Aufg. 9a)
- Ordnen von Dezimalbrüchen nach der Größe in Sach- und Anwendungsaufgaben: Es sollte eine Auswahl aus den Aufg. 8, 10 und 26 (LB 83) erfolgen.

Ermitteln von Dezimalbrüchen, die zwischen zwei vorgegebenen Dezimalbrüchen liegen (Aufg. 4)

Die Aufgabe, Dezimalbrüche zu finden, die zwischen zwei vorgegebenen Dezimalbrüchen liegen, kann folgendermaßen gelöst werden:

a) Umwandeln in Zehnerbrüche, anschließend feststellen, welche Zehnerbrüche in den angegebenen Grenzen liegen, und erneutes Umformen in Dezimalbrüche.

Beispiel: Nenne Dezimalbrüche, die zwischen 8,3 und 8,7 liegen!

Dezimalbrüche	zugehörige Zehnerbrüche	dazwischen liegen	
		als Zehnerbruch	als Dezimalbruch
8,3 und 8,7	$\frac{83}{10}$ und $\frac{87}{10}$	$\frac{84}{10}$; $\frac{85}{10}$; $\frac{86}{10}$ u. a.	8,4; 8,5; 8,6 u. a.

Natürlich liegen auch $\frac{842}{100}$ u. a. Brüche dazwischen, wenn man weitere Dezimalstellen in Betracht zieht.

b) Schreiben als Ungleichung
Beispiel: $0{,}997 < x < 1{,}001$
(x soll Dezimalbruch gleicher Stellenzahl sein!)
$x = 0{,}998;\ 0{,}999;\ 1{,}000$
Dabei können auch Zählübungen (Sprechweise von Dezimalbrüchen beachten!) durchgeführt werden (z. B. Aufg. 4).

Hausaufgaben: Aufg. 9b), 6 und 7

Kontrollaufgaben

1. Vergleiche!
   a) 0,69 und 0,73 b) 23,02 und 22,98 *(a) < b) >)*
   c) 3,3 und 3,25 d) $\frac{3}{4}$ und 0,75 *(c) > d) =)*
2. Ordne! Beginne mit der kleinsten Zahl!
   0,53; 0,47; 1,01; 0,98; 0,28; 1,04 *(0,28; 0,47; 0,53; 0.98; 1,01; 1,04)*
3. Welche Dezimalbrüche mit gleicher Dezimalstellenanzahl liegen zwischen 4,09 und 4,13? *(4,10; 4,11; 4,12)*

Stoffabschnitt 2.3. (8 Std.)

Addition und Subtraktion gebrochener Zahlen

In diesem Stoffabschnitt geht es um die Entwicklung von Fertigkeiten im Addieren und Subtrahieren von gleichnamigen Brüchen und in besonderem Maße von *Dezimalbrüchen*. Zu beachten ist, daß in die Übungen auch Gleichungen mit Brüchen sowie Sach- und Anwendungsaufgaben einbezogen werden. Es wird empfohlen, von den vorgesehenen 8 Stunden eine Stunde für das Schreiben einer Klassenarbeit zu nutzen.

Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche (3 Std.)

LE 8 (LB 64 bis 68)

Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche werden ebenfalls in sehr anschaulicher Weise eingeführt. Da das Vorgehen bei beiden Operationen gleichartig ist, empfiehlt sich eine zügige Erarbeitung, möglichst innerhalb einer Stunde. Die zweite und dritte Stunde können dann verstärkt der Übung und der Behandlung der Ausführbarkeit der betreffenden Rechenoperationen dienen. Sollte von seiten der Schüler die Frage aufgeworfen werden, kann ihr natürlich, wenn es zeitlich möglich erscheint, auch schon eher nachgegangen werden.

Ziele

Die Schüler
- können gleichnamige Brüche addieren und subtrahieren,
- wissen, daß die Addition gleichnamiger Brüche uneingeschränkt ausführbar ist, während die Subtraktion nur ausführbar ist, wenn der Zähler des Minuenden nicht kleiner als der Zähler des Subtrahenden ist,
- können einfachste ungleichnamige Brüche durch inhaltliche Überlegungen addieren bzw. subtrahieren.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus
- Motivierung der Addition gleichnamiger Brüche
- Erarbeitung der Regel für das Addieren gleichnamiger Brüche
- Erarbeitung der Regel für das Subtrahieren gleichnamiger Brüche

2. Stunde
- Ausführbarkeit der Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche
- Übungen zum Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche

3. Stunde
- Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche durch inhaltliche Überlegungen
- Vielfältige Übungen zum Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche (formale Aufgaben und Sach- und Anwendungsaufgaben)

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen unter Verwendung nicht lösbarer Subtraktionsaufgaben, z. B.

$75 + 23;\ 127 + 14;\ 52 - 31;\ 35 - 47.$

Herausarbeiten der Bedingung für die Ausführbarkeit der Subtraktion natürlicher Zahlen (Minuend darf nicht kleiner als der Subtrahend sein bzw. Subtrahend muß kleiner als der Minuend oder gleich dem Minuenden sein).

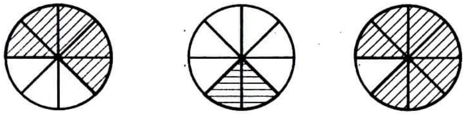
Motivierung der Addition gleichnamiger Brüche Hier werden einige Aufträge und Formulierungen aus dem Lehrbuch in etwas abgewandelter Form verwendet, um den Prozeß der Erkenntnisgewinnung noch günstiger gestalten zu können. Den Schülern wird der Auftrag B 17 vorgelegt, der auf die Addition gebrochener Zahlen führt: $\frac{1}{2}\,\mathrm{h} + \frac{1}{4}\,\mathrm{h}$. Viele Schüler werden ohne viel Mühe aufgrund eigener Erfahrungen das Ergebnis – $\frac{3}{4}\,\mathrm{h}$ – nennen können. (Einige Schüler rechnen dabei vielleicht in Minuten um: $30\,\mathrm{min} + 15\,\mathrm{min} = 45\,\mathrm{min} = \frac{3}{4}\,\mathrm{h}$.)

Es folgt eine weitere *Aufgabe*:

> Die Mutter nimmt beim Backen einer Torte $\frac{1}{4}$ l Milch für den Teig und $\frac{3}{8}$ l Milch für die Creme. Wieviel Liter Milch braucht sie insgesamt?

Diese Aufgabe führt wiederum auf die Addition gebrochener Zahlen: $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$. Nicht immer läßt sich das Ergebnis so leicht finden wie im Auftrag B 17. $\frac{3}{8}$ ist den Schülern im allgemeinen aus ihrem Erlebnisbereich nicht geläufig. Den Schülern wird gezeigt, daß sich bei der Addition von Brüchen mit gleichem Nenner das Ergebnis leicht finden läßt, z. B.:

$$\frac{5}{8} \quad + \quad \frac{2}{8} \quad = \quad \frac{7}{8}$$



Auf diese Weise werden sie für die Addition gleichnamiger Brüche motiviert. Wie kann man nun gleichnamige Brüche ohne anschauliche Darstellung addieren?

Hinweis: Auf die vorher gestellte Aufgabe $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ wird in der 3. Stunde beim inhaltlichen Lösen von Additionsaufgaben mit ungleichnamigen Brüchen noch einmal eingegangen.

Erarbeitung der Regel für das Addieren gleichnamiger Brüche Auftrag B 18 c) fordert den Schüler auf, zu überlegen, wie man bei der sich ergebenden Aufgabe $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ zur Lösung gelangt. Es ergibt sich die Regel, die im Merkstoff B 8 formuliert ist. In der Aufg. 3 kann sie anschließend genutzt werden.

Erarbeitung der Regel für das Subtrahieren gleichnamiger Brüche Die Aufgabe „Knut und Erik ...“ mit LB-Bild B 21 (↗ LB 65) führt zu der Subtraktionsaufgabe $\frac{4}{6} - \frac{3}{6}$, die zunächst wieder anschaulich gelöst wird. Es kann jedoch sofort die Frage angeschlossen werden, wie man ohne Anschauung zum Ergebnis gelangt (Merkstoff B 9). Die Probe wird mit Hilfe der Addition durchgeführt. Die Aufg. 9a) bis d) und 10a) bis d) sind lösbar (Zähler des Minuenden nicht kleiner als der Zähler des Subtrahenden).

Ausführbarkeit der Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche Auftrag B 21 ist gut geeignet, die Problematik in selbständiger Schülerarbeit mit anschließender Auswertung im Unterrichtsgespräch (evtl. auch kurzer Schülervortrag) zu behandeln.

Übungen zum Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche Bei diesen Übungen sind die Schüler auf das Kürzen der Ergebnisse zu orientieren. Aufgaben mit mehreren Summanden bzw. Subtrahenden sowie Gleichungen mit Brüchen sind zu lösen. Folgende *Aufgabenauswahl* wäre möglich:

Aufg. 4 Addition gleichnamiger Brüche mit Kürzen des Ergebnisses *soweit wie* möglich

Aufg. 6 Addition gleichnamiger Brüche mit Kürzen des Ergebnisses, *wenn* möglich

Aufg. 8d) Addition gleichnamiger Brüche mit mehreren Summanden
Aufg. 12 Subtraktion gleichnamiger Brüche mit mehreren Subtrahenden
Aufg. 11 Gleichungen mit Brüchen

Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche durch inhaltliche Überlegungen
An einigen einfachen Beispielen soll den Schülern gezeigt werden, wie ungleichnamige Brüche durch inhaltliche Überlegungen addiert oder subtrahiert werden können. Die bei der Motivierung gestellte Aufgabe $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ wird wieder aufgegriffen (↗ Bild 2.2).

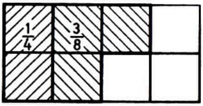


Bild 2.2

$\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$

$\frac{1}{4}$ läßt sich durch $\frac{2}{8}$ ersetzen:

$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

In bezug auf den Sachverhalt der Aufgabe bedeutet dieses Ergebnis: Die Mutter braucht $\frac{5}{8}$ l Milch für die Torte.

Beispiel B 13b) stellt die Lösung einer Subtraktionsaufgabe mit ungleichnamigen Brüchen durch inhaltliche Überlegungen dar und kann im Unterrichtsgespräch erörtert werden.

Das Ergebnis der bisherigen Betrachtungen sollte sein: Wenn ungleichnamige Brüche addiert oder subtrahiert werden sollen, müssen gleichnamige Brüche gefunden werden, die den angegebenen Brüchen entsprechen. Dann kann man in der bekannten Weise vorgehen. Das Umwandeln der gegebenen Brüche in gleichnamige Brüche ist uns z. Z. nur bei einfachen Aufgaben möglich. In der 6. Klasse werden wir lernen, wie schwierigere ungleichnamige Brüche addiert und subtrahiert werden.

Vielfältige Übungen zum Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche (formale Aufgaben und Sach- und Anwendungsaufgaben) Für das Lösen formaler Aufgaben werden Aufgaben mit mehreren Summanden bzw. Subtrahenden empfohlen, z. B. bisher noch nicht gelöste Aufgaben von Aufg. 7 und Aufg. 12. Im Unterrichtsgespräch könnten die Anwendungsaufgaben 15 bis 17 gelöst bzw. von den Schülern genannte Lösungen diskutiert werden. Die Aufg. 19 ist geeignet, sowohl die Addition als auch die Subtraktion gleichnamiger Brüche sowie die Berechnung von Bruchteilen eines Ganzen zu festigen $\left(\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}, \frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}; \frac{1}{8} \text{ von } 32 \text{ sind } 4\right)$. In Aufg. 13 ist mit Größen zu rechnen. Eine empfehlenswerte Aufgabe zum Knobeln (vielleicht in der *Hausaufgabe*) ist Aufg. 20*. Sollten Schwierigkeiten auftreten, kann der Lehrer folgende Hilfe geben:

$\bigcirc - \square = \frac{1}{5}$ Durch Probieren werden

$\bigcirc + \square = 1 = \frac{5}{5}$ $\frac{3}{5}$ und $\frac{2}{5}$ gefunden.

Kontrollaufgaben

Berechne! Vereinfache das Ergebnis durch Kürzen soweit wie möglich!

1. $\frac{3}{11} + \frac{5}{11} + \frac{2}{11}$ $\left(\frac{10}{11}\right)$ **2.** $\frac{17}{27} - \frac{6}{27} - \frac{2}{27}$ $\left(\frac{9}{27} = \frac{1}{3}\right)$

3. $\frac{12}{19} - \frac{21}{19}$ Begründe dein Ergebnis! *(nicht lösbar, da 12 < 21)*

4. $\frac{17}{12} - \frac{5}{12} + \frac{4}{12}$ $\left(\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}\right)$ **5.** Aufg. 13 **6.** $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ $\left(\frac{3}{6} = \frac{1}{2}\right)$

Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen (4 Std.)

LE 9 (LB 68 bis 71)

Die Addition und Subtraktion gleichnamiger gemeiner Brüche und das schriftliche Rechnen mit natürlichen Zahlen bilden die Grundlage für das Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen. Dabei steht das selbständige Lösen von umfangreichen und vielfältigen Aufgaben im Vordergrund, um einen weiteren Beitrag zur Entwicklung des sicheren Rechnenkönnens zu leisten. Die Schüler sind verstärkt zu Überschlags- und Kontrollrechnungen anzuhalten, um eine kritische Haltung gegenüber den eigenen Arbeitsergebnissen zu erreichen.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß man die Addition und die Subtraktion von Dezimalbrüchen auf die Addition und Subtraktion von Zehnerbrüchen zurückführen kann,
- können Dezimalbrüche sicher addieren und subtrahieren,
- kennen Möglichkeiten zum Überprüfen der Ergebnisse von Additions- und Subtraktionsaufgaben und können sie anwenden,
- können Aufgaben, die beide Rechenoperationen mit Dezimalbrüchen enthalten, sowie Gleichungen lösen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung des Addierens und Subtrahierens von Dezimalbrüchen
- Wiederholung des Addierens natürlicher Zahlen (mündliches und schriftliches Rechnen)
- Erarbeitung des Addierens von Dezimalbrüchen, wobei auch mehr als zwei Summanden auftreten
- Übung im Addieren von Dezimalbrüchen

2. Stunde (siehe ausführlichen Stundenentwurf)
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Wiederholen des Subtrahierens natürlicher Zahlen mit einem Subtrahenden
- Erarbeitung des Subtrahierens von Dezimalbrüchen mit einem Subtrahenden (Merkstoff B 10)
- Übung des Subtrahierens (Addition zur Kontrolle)

3. Stunde

Vertiefung: Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen
- bei Aufgaben, in denen Addition und Subtraktion gemeinsam auftreten
- bei Aufgaben in Tabellenform
- beim inhaltlichen Lösen von Gleichungen

4. Stunde
- Vertiefung des Addierens und Subtrahierens von Dezimalbrüchen durch Lösen vielfältiger Sach- und Anwendungsaufgaben

Motivierung des Addierens und Subtrahierens von Dezimalbrüchen Der Einführungstext im Lehrbuch (LB 68) führt auf das Rechnen mit Dezimalbrüchen, wenn man die einzelnen Beträge in Mark angibt. Das Beispiel kann auch in aktualisierter Form im Lehrervortrag an die Schüler herangetragen werden.

Zielstellung: Wir haben schon Dezimalbrüche addiert und subtrahiert, wenn sie im Zusammenhang mit Einheiten auftraten. Nun wollen wir begründen, warum wir so vorgehen konnten. Dabei soll am Ende dieser vier Stunden jeder Schüler sicher und fehlerfrei Dezimalbrüche addieren und subtrahieren können.

Wiederholung des Addierens natürlicher Zahlen ...
- Mündliches Rechnen
  Additionsaufgaben mit mehreren einstelligen Summanden, z. B.:

  (1) $3 + 6 + 7 + 4$ (2) $5 + 9 + 6 + 8 + 2$ (3) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$

- Schriftliches Rechnen
  Additionsaufgaben mit zwei Summanden, z. B.:
  $731 + 247$; $651 + 579$; $1\,208 + 973$; $6\,478 + 5\,709$ *(978; 1 230; 1 281; 12 187)*

Erarbeitung des Addierens von Dezimalbrüchen, wobei auch mehr als zwei Summanden auftreten Zu Beginn sollten die Schüler Aufgaben der Art 8,31 M + 19 M + 85 Pf + 2 M + 7,50 M oder 70,000 kg — 2 550 g — 38,900 kg — 3 600 g lösen. Dabei ist es möglich, alle Größen zuerst in die kleinere Einheit umzuwandeln; anschließend kann die Summe ein zweites Mal bestimmt werden, indem die Dezimalbrüche mit der ursprünglichen Einheit verwendet werden.
Um das Vorgehen beim Addieren von Dezimalbrüchen zu begründen, kann eine der Aufg. 1a) oder b) ausgewählt werden. Man geht dabei so vor, daß man die Dezimalbrüche in Zehnerbrüche umwandelt, anschließend die Summe der Zähler bildet (farbig hervorheben) und zuletzt den gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch umformt.

Beispiel: Addiere 0,46 + 0,25!

$$\frac{\boxed{46}}{100} + \frac{\boxed{25}}{100} = 0{,}46 + 0{,}25 \qquad (\boxed{}\ \text{farbig hervorheben})$$
$$= \frac{\boxed{46 + 25}}{100} = \frac{71}{100} = 0{,}71$$

Diese ausführliche Lösung sollte man im Sinne einer Erläuterung des Weges nur einmal durchführen lassen und dabei zeigen, daß dieses Vorgehen sehr umständlich und zeitaufwendig ist. Eine Verkürzung der Rechnung ist daher notwendig. Sie wird im Unterrichtsgespräch gefunden, indem wir uns die farbig geschriebenen Zähler genauer betrachten. Wir kommen sofort zur Summe, wenn wir die Dezimalbrüche stellengerecht untereinanderschreiben (also Zehntel unter Zehntel, Hundertstel unter Hundertstel, daraus folgt: „Komma“ unter „Komma“) und wie natürliche Zahlen addieren. Die Stellung des Kommas bleibt dann unverändert.

Übung im Addieren von Dezimalbrüchen In zunehmend selbständiger Schülertätigkeit sollten die Schüler Aufg. 13a) und 13b) lösen. Dabei ist es empfehlenswert, den Überschlag als Möglichkeit der Kontrolle bei Aufgaben mit mehreren Summanden zu fordern.
Bisher waren nur gleichnamige Dezimalbrüche zu addieren. Nun sind die Schüler an Aufgaben wie 0,3 + 2,34 oder 14 + 14,888 (Aufg. 1m) heranzuführen, bei denen ungleichnamige Dezimalbrüche zu addieren sind. Die Schüler sind noch einmal an das

stellengerechte Untereinanderschreiben der Dezimalbrüche zu erinnern. Durch „Anhängen" von Nullen kann hier anfangs eine Hilfe gewährt werden (farbig hervorheben), die man aber bald wieder weglassen sollte.
Danach lösen die Schüler selbständig Aufg. 1k), l). Zum Abschluß sollten die Schüler Fehler in bereits gelösten Aufgaben suchen. Dazu eignet sich Auftrag B 23.

Hausaufgaben: Aufg. 1c) bis i), Aufg. 13c).

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 2. Stunde
Thema: Subtrahieren von Dezimalbrüchen

Ziele der Stunde

Die Schüler
- können Subtraktionsaufgaben mit Dezimalbrüchen, die nur einen Subtrahenden enthalten, sicher lösen,
- kennen Möglichkeiten zum Überprüfen der Ergebnisse von Subtraktionsaufgaben und können sie anwenden,
- wissen, daß sauberes und genaues Arbeiten zur Verhütung von Fehlern beiträgt.

Gliederung der Stunde

(1) 10 min Sicherung des Ausgangsniveaus durch Wiederholen des Subtrahierens natürlicher Zahlen mit einem Subtrahenden

(2) 15 min Erarbeitung des Subtrahierens von Dezimalbrüchen mit einem Subtrahenden (Merkstoff B 10)

(3) 20 min Übung des Subtrahierens von Dezimalbrüchen (Addition zur Kontrolle) (Aufg. 2, 3 und 5)

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) – Mündliches Rechnen:
$47 - 23;\ 64 - 31;\ 56 - 18;\ 79 - 84;\ 73 - 45$
(24 ; 33 ; 38 ; n. l. ; 28)
– Schriftliches Rechnen: (Addition als Kontrolle!)

963	8 475	983	705	6 182
− 241	− 2 164	− 276	− 287	− 568
(722)	*(6 311)*	*(707)*	*(418)*	*(5 614)*

– Zusatzaufgabe für leistungsstarke Schüler:
Löse die Gleichung!
a) $45 - x = 18$ *($x = 27$)* **b)** $y - 19 = 33$ *($y = 52$)*

(2) Die Aufgabe des Beispiels B 15 (Von einem 6,50 m langen Stück Fußbodenbelag werden 3,70 m abgeschnitten. Wie lang ist der Rest?) wird zur Erarbeitung der Subtraktion genutzt. Sie wird vom Lehrer den Schülern gestellt, die Größen werden an die Tafel geschrieben. Die Bücher bleiben geschlossen. Die Schüler werden aufgefordert, Lösungsvorschläge zu bringen. Wenn einige Schüler ein analoges Vorgehen wie bei der Erarbeitung der Addition von Dezimalbrüchen vorschlagen, d. h., die Dezimalbrüche in Zehnerbrüche zu verwandeln, dann zu subtrahieren und anschließend wieder zurückzuverwandeln, so sind sie für ihr Vorgehen zu loben. Anschlie-

ßend ist aber herauszustellen und durch entsprechende Arbeit an der Tafel zu ergänzen, daß man sofort in Anlehnung an die Addition von Dezimalbrüchen die entsprechenden Stellenwerte untereinandersetzt, also auch Komma unter Komma, und dann wie bei natürlichen Zahlen subtrahiert.
Hierbei lassen sich anspruchsvolle geistige Tätigkeiten durch ein heuristisches Gespräch entwickeln, die bis zu einer dem Merkstoff B 10 analogen Formulierung durch die Schüler gehen können. Danach erfolgt ein Vergleichen mit diesem Merkstoff.

Tafelbild:

Subtraktion von Dezimalbrüchen

6,50 m	Kontrolle:	2,80 m
− 3,70 m		+ 3,70 m
2,80 m		6,50 m

Da auch bei Dezimalbrüchen die Subtraktion die Umkehroperation zur Addition ist, nutzen wir die letztere zur Kontrollrechnung. Anschließend lösen die Schüler Aufg. 2a) und 2c) selbständig.
Sollen die Schüler den Merkstoff B 10 erst am Ende dieses Stundenabschnitts formulieren, so werden beim Vergleichen der eben gelösten Aufgaben die gewonnenen Erkenntnisse zusammengefaßt, indem die Schüler ihr Vorgehen beim Subtrahieren von Dezimalbrüchen beschreiben. Sie lesen dazu noch einmal das Vorgehen beim Addieren von Dezimalbrüchen im Lehrbuch (LB 68) und übertragen es auf die Subtraktion. Zum Abschluß lesen alle Schüler den Merkstoff B 10 still durch, geben ihn mit eigenen Worten wieder und erläutern ihn an ihren gelösten Aufgaben.

(3) – In zunehmend selbständiger Arbeit werden die Aufg. 2d), f), i), m) gelöst, wobei zwei Schüler an verdeckter Tafel arbeiten. Ständig ist darauf zu achten, daß eine Kontrollrechnung angefertigt wird. Ein Überschlag vor der Rechnung befreit von unnötiger Schreib- und Rechenarbeit, sobald die Subtraktion nicht ausführbar ist. Die Lösbarkeitsbedingungen für die Subtraktion sind zu wiederholen.
- Nach der schriftlichen Übung schließt sich eine Kopfrechenübung an. Die Aufgaben werden diktiert, die Schüler nennen die Resultate. Es sollten zuerst einige ganz einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben, z. B. 0,8 + 0,4; 0,9 — 0,7; 8,4 — 2; . . ., gestellt werden, ehe man zur Aufg. 5 übergeht.
- Bei den folgenden Aufgaben berechnen die Schüler jeweils Summe und Differenz. Hier ist der Überschlag besonders wichtig, um sich auch gedanklich auf die ständig wechselnden Operationen einzustellen (Aufg. 3).
- Die Kontrollaufgaben (siehe Kasten) werden von den Schülern selbständig bearbeitet. Nach dem Lösen werden die Hefte ausgetauscht und gegenseitig korrigiert. Typische und häufig auftretende Fehler werden genannt und Hinweise gegeben, wie man sie vermeiden kann.

Hausaufgaben: Aufg. 2b, e), g), h), k), l); 3a) bis e); 4a), b)

Kontrollaufgaben

1. Rechne mündlich!
0,8 + 0,4; 7,2 + 0,8 *(1,2; 8,0)*
0,9 — 0,7; 2,7 — 1,9 *(0,2; 0,8)*

2. Berechne!
0,80 — 0,36; 1,2 — 0,9 *(0,44; 0,3)*
5,756 — 4,083; 16 — 4,2 *(1,673; 11,8)*

Vertiefung: Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen

- **bei Aufgaben, in denen Addition und Subtraktion gemeinsam auftreten**
  Beim Lösen von Aufgaben, die sowohl Addition und Subtraktion enthalten, sollten sich die Schüler merken, daß *der Reihe nach von links nach rechts* zu rechnen ist. Die Notwendigkeit dazu erarbeiten sie sich am Beispiel $3{,}36 + 0{,}04 - 0{,}75$. Würde hier zuerst subtrahiert, so wäre die Aufgabe nicht lösbar. Die Schüler lösen nun Aufg. 14.
- **bei Aufgaben in Tabellenform**
  Unterschiedliche Aufgabenstellungen in Tabellenform sind rationell, bieten Abwechslung, erfordern aber die volle Aufmerksamkeit des Schülers. Besonders sollten Kopfrechnen und halbschriftliches Rechnen im Vordergrund stehen (Aufg. 19a und 19b).
- **beim inhaltlichen Lösen von Gleichungen**
  Beim inhaltlichen Lösen von Gleichungen kommt es vor allem auf das Kommentieren der einzelnen Lösungsschritte durch den Schüler an.

Beispiel: Aufg. 18d)
Die Schüler

– notieren	– überlegen und sprechen
$0{,}1 + 0{,}8 + u = 2{,}0$ $0{,}9 + u = 2{,}0$ $\underline{\underline{u = 1{,}1}}$	Gesucht ist eine Zahl (für u), so daß gilt $0{,}1 + 0{,}8 + u = 2{,}0$ 0,1 plus 0,8 ist gleich 0,9, also $0{,}9 + u = 2{,}0$. Diese Gleichung sagt uns, daß zu der gesuchten Zahl 0,9 addiert werden muß, um die Summe 2,0 zu erhalten. D. h., die gesuchte Zahl ist um 0,9 kleiner als 2,0. Das aber gilt für die Zahl 1,1 und nur für diese Zahl.

Hausaufgaben: Aufg. 15, 18c), f), i) und 19a)

Vertiefung des Addierens und Subtrahierens von Dezimalbrüchen durch Lösen vielfältiger Sach- und Anwendungsaufgaben

- Zu Beginn können die Aufg. 7 und 8 als Kopfrechenaufgaben gelöst werden.
- Anschließend ist es empfehlenswert, eine Auswahl von Aufg. 6 und Aufg. 17 lösen zu lassen. Bevor die Schüler diese Aufgaben selbständig bearbeiten, sollte im Unterrichtsgespräch kurz auf die Signalwörter „vermindern", „vermehren", „verkleinern" und „vergrößern" eingegangen und ihre Bedeutung wiederholt werden. Folgende *Aufgabe* kann gemeinsam gelöst werden: Die Differenz der Zahlen 1,72 und 0,18 wird um die Summe dieser Zahlen vergrößert (Aufgabentext auf Folie schreiben).
  Die Schüler lesen den Aufgabentext aufmerksam durch und tragen Wege zur Lösung vor. Eine Möglichkeit sei nachfolgend aufgeführt.

Schrittfolge	Schüler notieren
1. Herausschreiben der Teilaufgaben	– Differenz: $1{,}72 - 0{,}18 = x$ – Summe: $1{,}72 + 0{,}18 = y$
2. Ermitteln der Lösungen der Teilaufgaben	$x = 1{,}54$ $y = 1{,}90$
3. Bestimmen des Ergebnisses der Aufgabe	$x + y = z$ $1{,}54 + 1{,}90 = z$ $\underline{\underline{z = 3{,}44}}$

Ein anderer Lösungsweg beruht auf folgender Überlegung: Zur ersten Zahl wird die zweite addiert, anschließend wird von der ersten Zahl die zweite subtrahiert. Wenn aus den beiden Zwischenergebnissen die Summe gebildet wird, dann ist sie gleich dem Doppelten der ersten Zahl (Begründung: $(a + b) + (a - b) = 2a$).
Die obengenannten Aufgaben sind durch Aufstellen von Gleichungen und inhaltliches Lösen dieser Gleichungen zu bearbeiten. Es wird folgende Anordnung empfohlen:

1. Aufg. 6c) Struktur: $a - x = b$
2. Aufg. 6b) Struktur: $x - a = b$
3. Aufg. 17a) Struktur: $a + b - c = x$

- Anschließend kann Aufg. 21 gelöst werden. Die Schüler sollten selbständig erkennen, daß die Summe der Ladungen der vier LKWs die Gesamtmenge von 8,50 t Heu ergeben muß. Dabei ist es zweckmäßig, eine Tabelle aufzustellen, um den Lösungsansatz zu erhalten.

Fahrzeug	1. LKW	2. LKW	3. LKW	4. LKW	die vier LKWs zusammen
Ladung in t	1,75	1,75 + 0,5	2,55	x	8,50

Daraus erkennen die Schüler dann leicht die Gleichung:
$1{,}75 + 1{,}75 + 0{,}5 + 2{,}55 + x = 8{,}50$

Hausaufgaben: Aufg. 17b), Aufg. 22 und 12

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 13c)
2. a) $0{,}072 + 0{,}728$ *(0,800)* c) $5{,}756 - 4{,}083$ *(1,673)*
   b) $10{,}756 + 11{,}336$ *(22,092)* d) $2{,}22 - 0{,}88$ *(1,34)*
3. Aufg. 19a)
4. Löse folgende Gleichungen!
   a) $2{,}735 - y = 2{,}5$ *($y = 0{,}235$)* b) $0{,}1 + 0{,}8 + u = 2$ *($u = 1{,}1$)*
5. Aufg. 17b)

Stoffabschnitt 2.4. (8 Std.)

Multiplikation von Dezimalbrüchen

Innerhalb dieses Stoffabschnitts sind die Schüler zum sicheren Beherrschen des Vervielfachens und Multiplizierens von Dezimalbrüchen zu führen. Eine exakte Begründung des Verfahrens der Multiplikation von Dezimalbrüchen ist (in dieser Klassenstufe) kein Unterrichtsgegenstand. Dem Arbeiten mit Variablen (in Tabellen oder in einfachen Gleichungen) und Größen sowie dem Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben ist besondere Beachtung zu schenken. Wert zu legen ist auf die Entwicklung einer kritischen Denk- und Arbeitshaltung durch die Kontrolle der ermittelten Ergebnisse.

Vielfache von Dezimalbrüchen **(3 Std.)**

LE 10 (LB 71 bis 75)

Das Vervielfachen von Dezimalbrüchen bildet eine Vorstufe für das Multiplizieren von Dezimalbrüchen. Als Ausgangspunkt wird die Addition gleicher Summanden, die Dezimalbrüche sind, gewählt. Ein weiteres Zurückgehen auf die Addition von Zehnerbrüchen ist zwar möglich, aber nicht notwendig. Den Schwerpunkt bildet die Entwicklung des Rechnenkönnens im mündlichen und schriftlichen Multiplizieren, wobei diese Unterrichtseinheit nur als Überleitung und Vorbereitung zu sehen ist; eine weitere Festigung erfolgt beim Multiplizieren von Dezimalbrüchen und beim Lösen von Sachaufgaben.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß das Vervielfachen von Dezimalbrüchen ein vereinfachendes Verfahren für die Addition gleicher Summanden darstellt,
- können sicher Vielfache von Dezimalbrüchen berechnen,
- können Dezimalbrüche mit Zehnerpotenzen multiplizieren,
- können Sachaufgaben und einfache Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen lösen, indem sie ihre Kenntnisse über das Vervielfachen von Dezimalbrüchen anwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Sicherung des Ausgangsniveaus durch Lösen von Multiplikationsaufgaben
- Motivierung eines Verfahrens zur Erleichterung der Addition gleicher Summanden; die Dezimalbrüche sind
- Erarbeitung der Rechenvorschrift „Berechnen von Vielfachen von Dezimalbrüchen“ (Merkstoff B 11)
- Üben einfacher Beispiele des Vervielfachens von Dezimalbrüchen

2. Stunde
- Wiederholung des schriftlichen Multiplizierens zwei- und dreistelliger natürlicher Zahlen
- Üben des Vervielfachens von Dezimalbrüchen
- Erarbeitung von Kontrollmöglichkeiten beim Berechnen von Vielfachen von Dezimalbrüchen

3. Stunde
- Wiederholung des Multiplizierens natürlicher Zahlen mit 10, 100 und 1000
- Vertiefung des Vervielfachens von Dezimalbrüchen mit Zehnerpotenzen
- Vertiefung des Vervielfachens von Dezimalbrüchen beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben und einfachen Gleichungen

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus durch Lösen von Multiplikationsaufgaben

- Grundaufgaben der Multiplikation (bei Schwierigkeiten sofort gezielte, vor allem auch häusliche Lernarbeit), dabei vielfältige und abwechslungsreiche Aufgabenstellungen, mündliches und halbschriftliches Rechnen. Beispiele für die Einmaleinsfolge der 8 (sie sind nur Empfehlung für analoges Arbeiten auch an anderen Übungsschwerpunkten und Veranschaulichung der Vielfalt von Möglichkeiten):
  (a) formale Aufgaben: $8 \cdot 9$; $8 \cdot 4$; $7 \cdot 8$; ...
  (b) Lösen von Gleichungen: $8 \cdot x = 48$; $y \cdot 7 = 56$; $72 : z = 9$
  (c) Tabellen:

a	$8 \cdot a$
3	
7	
	40
	24

a	b	$a \cdot b$
6		48
3	8	
	7	56

  (d) Aufgaben, bei deren Lösung das Produkt oder ein Faktor eines Produktes zu bestimmen ist, z. B.:
  Das Wievielfache von 8 ist 40?
  Das Achtfache einer Zahl ist 64. Wie heißt die Zahl?
  Das Produkt zweier Zahlen ist 48. Für welche Zahlen gilt das?
- Addieren gleicher Summanden, Auswahl von Aufg. 1 und Aufg. 2

Motivierung eines Verfahrens zur Erleichterung der Addition gleicher Summanden, die Dezimalbrüche sind

1. Möglichkeit: Am Einführungsbeispiel (LB 71), welches möglichst entsprechend der Klassensituation aktualisiert werden sollte, sind folgende Wege der Berechnung zu erörtern, wobei die Schüler unbedingt zuerst eigene Vorschläge unterbreiten.

a) Länge der Einfassung wird durch Addition von 4 Summanden zu je 0,35 m ermittelt (Anknüpfen an vorhergehende Lerneinheit).
b) Umrechnen von 0,35 m in 35 cm, anschließend mit 4 multiplizieren (auch hier ist Addition möglich).

2. Möglichkeit: Die Schüler erhalten den Auftrag, die folgende Aufgabe zu berechnen:

$35 + 35 + 35 + 35 + 35 + 35 + 35 + 35$

Wer rechnet am schnellsten? ($8 \cdot 35$)

Anschließend sollen sie berechnen:

$0{,}35 + 0{,}35 + 0{,}35 + 0{,}35 + 0{,}35 + 0{,}35 + 0{,}35 + 0{,}35$

Folgende Fragen werden dabei diskutiert: Wie kann man rechnen? Wer rechnet am schnellsten? Wie geht man dabei vor? Warum so?

Nach der Diskussion der möglichen Wege wird herausgestellt, daß die Addition gleicher Summanden immer möglich ist, teilweise aber einen sehr erheblichen Rechenaufwand verursacht. Beispielsweise würde $31 \cdot 8{,}7$ bedeuten, daß 8,7 nicht weniger als 31 mal als Summand geschrieben werden müßte.

Problem: Wie können wir eine derartig aufwendige Rechnung vereinfachen?

Zielstellung: Ihr werdet in den nächsten drei Stunden lernen, wie solche Aufgaben, bei denen mehrere gleiche Summanden zu addieren sind, auf eine einfache Art berechnet werden können. Dabei wollen wir in der ersten Stunde das Verfahren erarbeiten und an einfachen Beispielen üben. In den anderen beiden Stunden gilt es, Sicherheit zu erwerben und auch Aufgaben in Tabellenform und mit Gleichungen zu lösen.

Erarbeitung der Rechenvorschrift „Berechnen von Vielfachen von Dezimalbrüchen" Anknüpfen an Aufg. 1 und Aufg. 2 zur Sicherung des Ausgangsniveaus. Anzahl der Summanden wird durch farbiges Unterstreichen hervorgehoben und die Summe als Produkt geschrieben.

Beispiel:

$$\underline{0{,}75\text{ m}} + \underline{0{,}75\text{ m}} + \underline{0{,}75\text{ m}} + \underline{0{,}75\text{ m}} + \underline{0{,}75\text{ m}} = \underline{5} \cdot 0{,}75\text{ m}$$

Gegenüberstellung (mehrere Beispiele) von Addition in Dezimalschreibweise und Multiplikation (bei letzterer werden die Größen in die kleinere Einheit umgewandelt):

$$\begin{array}{r} 0{,}75\text{ m} \\ 0{,}75\text{ m} \\ 0{,}75\text{ m} \\ 0{,}75\text{ m} \\ +\ 0{,}75\text{ m} \\ \hline \underline{\underline{3{,}75\text{ m}}} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}75\text{ m} = 75\text{ cm} \\ \underline{75\text{ cm} \cdot 5} \\ \underline{\underline{375\text{ cm}}} \end{array}$$

Da 375 cm = 3,75 m, folgt: $\begin{array}{r} \underline{0{,}75\text{ m} \cdot 5} \\ \underline{\underline{3{,}75\text{ m}}} \end{array}$

Schüler sollen durch Vergleichen zur Verallgemeinerung kommen. Die Rechenvorschrift „Berechnen von Vielfachen von Dezimalbrüchen" (Merkstoff B 11) wird von den Schülern gelesen und an der gerechneten Aufgabe erläutert.

Üben einfacher Beispiele des Vervielfachens von Dezimalbrüchen Auswahl von Aufg. 3. Beim Vervielfachen ist zunächst eine genügend große Anzahl solcher Aufgaben bearbeiten zu lassen, deren Produkt eine Grundaufgabe der Multiplikation ist. *Beispiele:* $3 \cdot 0{,}5$; $4 \cdot 0{,}2$; $0{,}7 \cdot 5$; $0{,}2 \cdot 3$; ... Erst anschließend ist der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben zu erhöhen. Das Ermitteln der richtigen Anzahl der Dezimalstellen nach dem Komma bildet dabei einen Schwerpunkt der Übung, deshalb sollten die Schüler den Lösungsweg entsprechend der Schrittfolge (Merkstoff B 11) jeweils kommentieren, wobei ein Überschlag stets vor der Rechnung durchgeführt wird (↗ Beispiel B 17). Es ist bei den Schülern der Eindruck zu vermeiden, daß erst die Rechnung und anschließend der Überschlag ausgeführt wird (↗ Beispiel B 18).

Hausaufgaben: Aufg. 3c), d)

Wiederholung des schriftlichen Multiplizierens zwei- und dreistelliger natürlicher Zahlen Multiplizieren zwei- und dreistelliger natürlicher Zahlen in selbständiger Schülertätigkeit:

$27 \cdot 38$	$503 \cdot 24$	$92 \cdot 134$
$79 \cdot 83$	$361 \cdot 76$	$879 \cdot 275$

Üben des Vervielfachens von Dezimalbrüchen und Erarbeitung von Kontrollmöglichkeiten beim Berechnen von Vielfachen von Dezimalbrüchen Anknüpfen an Aufg. 4. Beim Üben schwierigerer formaler Aufgaben sollten die Schüler grundsätzlich einen Überschlag vor der Rechnung anfertigen, um eine Vorstellung von der Größenordnung des Ergebnisses zu erhalten. Die Überschlagsrechnungen werden stets im Kopf ausgeführt; dabei ist es empfehlenswert, den gesamten Überschlag notieren zu lassen. Man erleichtert sich die Kontrolle und kann bei auftretenden Fehlern entsprechende Hilfsmaßnahmen einleiten.

Eine weitere Form der Kontrolle bietet das Vertauschen der Faktoren. Bei Aufg. 4c) sollen die Schüler selbst Vorschläge bringen, wie man einfacher rechnen kann. Anschließend wenden die Schüler die dabei gewonnenen Erkenntnisse an, indem die Klasse in zwei Gruppen geteilt wird und einige Aufgaben durch Vertauschen der Faktoren auf zweierlei Weise berechnet werden (Aufgabenvorschlag: Aufg. 4d).

Hausaufgaben: Aufg. 3e), 4b)

Wiederholung des Multiplizierens natürlicher Zahlen mit 10, 100 und 1 000

– *Beispiele* für das halbschriftliche Rechnen:

$37 \cdot 10$	$98 \cdot 100$	$87 \cdot 1\,000$
$851 \cdot 10$	$649 \cdot 100$	$164 \cdot 1\,000$

– Umwandeln in die in der Klammer angegebene Einheit erfordert ebenfalls ein Multiplizieren mit Zehnerpotenzen.

Aufgaben: 17 km (m), 35 kg (g), 7 M (Pf)
25 m (cm), 74 dt (kg), 15 m (dm)

Vertiefung des Vervielfachens von Dezimalbrüchen mit Zehnerpotenzen Das Vervielfachen von. Dezimalbrüchen vereinfacht sich, wenn Vielfache mit Zehnerpotenzen zu bilden sind, d. h. Dézimalbrüche mit 10; 100; 1 000; ... multipliziert werden sollen. Nach einer kurzen Rückerinnerung an das Multiplizieren natürlicher Zahlen mit Zehnerpotenzen wird im *Tafelbild* (s. u.) gegenübergestellt und jeweils von den Schülern begründet, warum bei der Multiplikation natürlicher Zahlen mit Zehnerpotenzen Nullen „angehängt" werden, beim entsprechenden Vervielfachen von Dezimalbrüchen aber nicht (bzw. nur teilweise). Die Begriffe „Einer", „Zehner", „Hunderter", ... können von den Schülern als vereinfachte Darstellung verwendet werden, wenn ihnen klar ist, daß es sich dabei stets um „Zehnerpotenzen" handelt. Es ist aber zu beachten, daß $10^0 = 1$ noch nicht zur Verfügung steht!

8 acht Einer 80 acht Zehner, null Einer $8 \neq 80$	0,8 acht Zehntel 0,80 acht Zehntel, null Hundertstel $\frac{8}{10} = \frac{80}{100}$
8 acht Einer 80 achtzig Einer 8 Einer ungleich 80 Einer $8 \neq 80$ verzehnfacht	0,8 acht Zehntel 0,80 achtzig Hundertstel 8 Zehntel gleich 80 Hundertstel $0{,}8 = 0{,}80$ unverändert

Multiplizieren mit Zehnerpotenzen 10^n bei

natürlichen Zahlen	**Dezimalbrüchen**
$10 \cdot 8 = 80$	$10 \cdot 8{,}471 = 84{,}71$
$100 \cdot 8 = 800$	$100 \cdot 8{,}471 = 847{,}1$
$1\,000 \cdot 8 = 8\,000$	$1\,000 \cdot 8{,}471 = 8\,471$
$\vdots$	$\vdots$

Nach Auftrag B 25 sollten die Schüler das Wesentliche des Verfahrens mit eigenen Worten formulieren, ehe sie Merkstoff B 12 lesen.
Beim *Multiplizieren von Dezimalbrüchen mit Zehnerpotenzen* empfiehlt es sich, folgende Stufung der Aufgaben einzuhalten:

1. Größen werden mit Zehnerpotenzen multipliziert; dabei werden Größenvorstellungen weiterentwickelt (besonders bei Massemaßen) (Aufg. 9).

2. Dezimalbrüche werden mit Zehnerpotenzen multipliziert (Aufg. 10a als Kopfrechenübung, eine Auswahl von Aufg. 10b, c in halbschriftlicher Form).
3. Ausfüllen von Tabellen; dabei ist die Wiederholung des Umformens gemeiner Brüche in Dezimalbrüche in jeweils einem Fall notwendig (Aufg. 8).

Vertiefung des Vervielfachens von Dezimalbrüchen beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben und einfachen Gleichungen Beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben gibt es oft verschiedene Möglichkeiten, um das Endresultat zu erhalten. Es wäre falsch, den Schülern einen bestimmten Weg vorzuschreiben. Am Beispiel der Aufg. 23 sei gezeigt, daß auch eine inhaltliche Überlegung zum richtigen Ergebnis führen kann:

Zeit	Wasserverlust (in l)
1 h	0,5
2 h	1,0
24 h	12,0
365 Tage	$365 \cdot 12 = 4\,380$

Vor dem Lösen dieser Aufgabe sollten die Schüler zuerst (schätzen) raten, wieviel Wasser, ausgedrückt durch gefüllte Badewannen zu je 200 l, durch das unnütze Tropfen verloren geht. Anschließend wird der Verlust eines Tages (12 l) und eines Jahres (4380 l) berechnet. Runden auf 4400 l und dividieren durch 200 l ergibt 22 Badewannen voll Wasser.

Das Lösen von *Gleichungen* und *Ungleichungen* erfolgt durch inhaltliche Überlegungen. Es kann eine Auswahl aus den Aufg. 7 und 14 getroffen werden.

Beispiele:

a) Aufg. 7e)

$2 \cdot e - 1{,}2 = 0$	*Überlegung:* Wenn die Differenz Null, der Subtrahend aber 1,2 ist, dann kann der Minuend auch nur 1,2 sein, also
$2 \cdot e = 1{,}2$	$2 \cdot e = 1{,}2$. Ein Produkt ist 1,2. Der eine Faktor ist 2, der andere kann
$\underline{\underline{e = 0{,}6}}$	dann nur die Hälfte von 1,2, also 0,6 sein.

Es schließt sich die Überprüfung der Lösung an der Ausgangsgleichung an.

b) Aufg. 14b) kann durch systematisches Probieren in Tabellenform gelöst werden.
$(x + 1) \cdot 0{,}12 < 0{,}5$

x	$(x + 1) \cdot 0{,}12$	Entscheidung
0	$(0 + 1) \cdot 0{,}12 = 0{,}12$	$0{,}12 < 0{,}5$
1	$(1 + 1) \cdot 0{,}12 = 0{,}24$	$0{,}24 < 0{,}5$
2	$(2 + 1) \cdot 0{,}12 = 0{,}36$	$0{,}36 < 0{,}5$
3	$(3 + 1) \cdot 0{,}12 = 0{,}48$	$0{,}48 < 0{,}5$
4	$(4 + 1) \cdot 0{,}12 = 0{,}60$	$0{,}60 > 0{,}5$

$\underline{\underline{x = 0; 1; 2; 3}}$

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1a) 2. $10 \cdot 24{,}82$; $0{,}36 \cdot 100$; $1000 \cdot 3{,}42$ *(248,2; 36; 3420)*
3. $81 \cdot 36{,}2$; $24{,}8 \cdot 17$; $106 \cdot 0{,}8$ *(2932,2; 421,6; 84,8)*
4. Aufg. 7g) (Nur Lösung fordern, keine Begründung!)

Multiplikation von Dezimalbrüchen

(5 Std.)

LE 11 (LB 75 bis 80)

Eine exakte Begründung des Verfahrens der Multiplikation von Dezimalbrüchen erfolgt erst in Klasse 6. Beim Erarbeiten dieses Verfahrens wird an die dezimale Schreibweise von Größen angeknüpft und die Analogie zum Multiplizieren mit natürlichen Zahlen verdeutlicht. Hauptziel ist jedoch die Herausbildung sicheren Könnens im Multiplizieren von Dezimalbrüchen, wobei vielfältige und abwechslungsreiche Übungen im mündlichen und schriftlichen Rechnen erfolgen.

Ziele

Die Schüler
- können Dezimalbrüche sicher miteinander multiplizieren,
- sind von der Zweckmäßigkeit des Überschlagens bei schwierigeren Multiplikationsaufgaben überzeugt und nutzen es deshalb selbständig,
- wenden das Vertauschen von Faktoren für die Vereinfachung von Multiplikationsaufgaben an,
- entwickeln eine kritische Arbeitshaltung beim Suchen von Fehlern in bereits gelösten Aufgaben,
- können beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben das Multiplizieren von Dezimalbrüchen sicher ausführen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholung des Multiplizierens natürlicher Zahlen und des Vervielfachens von Dezimalbrüchen
- Motivierung der Multiplikation von Dezimalbrüchen
- Erarbeitung der Multiplikation von Dezimalbrüchen mit dem Merkstoff B 13

2. Stunde
- Übung formaler Multiplikationsaufgaben mit Dezimalbrüchen
- Vertiefung der Kenntnisse über das Multiplizieren von Dezimalbrüchen durch Nutzen von Rechenvorteilen (dabei vor allem das Vertauschen von Faktoren als Möglichkeit der Vereinfachung bewußtmachen)
- Übung von Überschlägen

3. Stunde
- Vertiefung der Rechenfertigkeiten im Multiplizieren mit Dezimalbrüchen durch Verbinden von Multiplikation mit Addition und Subtraktion (Aufg. 15)
- Aufspüren von Fehlerquellen beim Multiplizieren von Dezimalbrüchen durch Nachrechnen bzw. durch inhaltliche Überlegungen und Überschlagsrechnung (Aufg. 11; Aufg. 35d bis h, LB 84)

4. Stunde
- Übung des Multiplizierens von Dezimalbrüchen mit anschließendem Runden des Produktes (Aufg. 9 und 10)

- Übung des Multiplizierens von Dezimalbrüchen – Aufgaben in Tabellenform (Aufg. 13)
- Anwendung des Multiplizierens von Dezimalbrüchen in Sach- und Anwendungsaufgaben

5. Stunde
- Übung des Multiplizierens von Dezimalbrüchen in formalen Aufgaben
- Anwendung des Multiplizierens in Sach- und Anwendungsaufgaben

Methodische Hinweise

Wiederholung des Multiplizierens natürlicher Zahlen und des Vervielfachens von Dezimalbrüchen

- *Kopfrechnen:* Grundaufgaben der Multiplikation. Aufgabenbeispiele ↗ Lerneinheit 10 (UH 98, Schwerpunkt: Üben einfacher Beispiele des Vervielfachens...)
- *Schriftliches Rechnen:* Multiplizieren von natürlichen Zahlen und Vervielfachen von Dezimalbrüchen, z. B.:

$326 \cdot 74$	$194 \cdot 93$	$47 \cdot 0{,}5$	$0{,}9 \cdot 28$
$68 \cdot 315$	$408 \cdot 157$	$3{,}6 \cdot 123$	$28{,}4 \cdot 307$

Besonderer Wert ist auf das Anfertigen des Überschlags und des Vergleichs mit dem jeweiligen Resultat zu legen.

Motivierung der Multiplikation von Dezimalbrüchen Die Schüler lesen die ersten Zeilen des Lehrbuchtextes (LB 75); anschließend werden die Bücher geschlossen, und die Schüler sollen selbst Lösungsvorschläge für diese Aufgabe finden. Dabei ist es selbstverständlich günstig, wenn die Aufgabe aktualisiert und eventuell mittels Folie auf dem Schreibprojektor an die Schüler herangetragen wird.
Zielstellung: Wir wollen lernen, solche Multiplikationsaufgaben zu lösen, ohne vorher die Größen in kleinerer Einheit anzugeben.

Erarbeitung der Multiplikation von Dezimalbrüchen ...

- Im Einführungsbeispiel 8,5 · 4,80 M (LB 75 f.) werden verschiedene Wege des Findens der Lösung gegenübergestellt. Die Erörterungen im Lehrbuch sind als mögliche Schülervorschläge zu sehen. Nachdem durch einen Überschlag der ungefähre Preis ermittelt wurde, sollten sich Betrachtungen in Tabellenform zum Ermitteln des genauen Preises anschließen. Im Anschluß an diese inhaltlichen Betrachtungen kann der Geldbetrag durch Umrechnen in die kleinere Einheit bestimmt werden: 8,5 m = 85 dm. Durch Vervielfachen mit 4,80 ergibt sich:

$$\begin{array}{r} \underline{4{,}80 \cdot 85} \\ 3840 \\ \underline{2400} \\ 408{,}00 \end{array}$$

  Den Gesamtpreis von 40,80 M erhält man durch Zurückverwandeln in die größere Einheit. Als weitere Lösungsmöglichkeit könnten die Schüler auch 4,80 M in 480 Pf verwandeln und anschließend 8,5 mit 480 vervielfachen.
- Eine weitere Möglichkeit bietet das Lösen der nebenstehenden Aufgaben.

$$\begin{aligned} 1\,800 \cdot 1{,}2 &= 2\,160{,}0 \\ 180 \cdot 1{,}2 &= 216{,}0 \\ 18 \cdot 1{,}2 &= 21{,}6 \\ 1{,}8 \cdot 1{,}2 &= x \end{aligned}$$

Zu jeder Aufgabe ist ein Überschlag anzufertigen, bei der letzten Aufgabe lautet die Fragestellung: „Wie groß ist x, was vermutet ihr?“ Die Schüler sollen selbständig erkennen, daß die Ziffernfolge unverändert bleibt, dagegen das Komma aber jeweils eine Stelle nach links rückt. Weitere Aufgaben sollten das Vorgehen verdeutlichen, wobei nach Möglichkeit praktische Beispiele (Rechnen mit Größen) zur Illustration genutzt werden.

$$\begin{aligned} 0{,}24 \cdot 310 &= 74{,}40 \\ 0{,}24 \cdot 31 &= 7{,}44 \\ 0{,}24 \cdot 3{,}1 &= 0{,}744 \\ 0{,}24 \cdot 0{,}31 &= 0{,}0744 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Dezimalstellen in Aufgabe und Ergebnis farbig unterstreichen und schließlich verallgemeinern lassen:

$0{,}\underline{24}$	$\cdot$	$3{,}\underline{1}$	$=$	$0{,}\underline{744}$
2 Dezimalstellen		1 Dezimalstelle		3 Dezimalstellen
$0{,}\underline{24}$	$\cdot$	$0{,}\underline{31}$	$=$	$0{,}\underline{0744}$
2 Dezimalstellen		2 Dezimalstellen		4 Dezimalstellen

Die Schüler formulieren ihre Erkenntnisse aus diesen Aufgaben zunächst mit eigenen Worten, bevor sie den Merkstoff B 13 selbständig lesen.

Übung formaler Multiplikationsaufgaben mit Dezimalbrüchen Zuerst sollten einige Aufgaben mit jeweils gleicher Ziffernfolge, aber unterschiedlicher Stellung des Kommas geübt werden. Damit wird gewährleistet, daß rechnerische Schwierigkeiten nicht das richtige Setzen des Kommas überdecken.
Empfohlen werden Aufg. 3a), 4b) als schriftliche Übung und Aufg. 7a), b) als Kopfrechenübung. Nachdem eine gewisse Sicherheit beim Setzen des Kommas im errechneten Produkt erreicht wurde, folgen Aufgaben, bei denen die Ziffernfolgen der Faktoren ständig wechseln und so größere Rechenfertigkeiten erfordern (Aufg. 8c).

Vertiefung der Kenntnisse über das Multiplizieren von Dezimalbrüchen durch Nutzen von Rechenvorteilen ... Ein rationelles Schema für Multiplikationsaufgaben zeigt das Beispiel B 21, welches als Muster dienen kann. Im Zusammenhang mit Auftrag B 29 sollte sich eine Diskussion über die zweckmäßige Anordnung der Faktoren anschließen. Vertauschen der Faktoren führt mitunter zu Rechenvorteilen (Aufg. 3b, c), wobei der Rechenvorteil bei der Multiplikation mit 25 (nämlich: mal 100 durch 4) angewendet werden kann.

Übung von Überschlägen Um die Fertigkeiten im Kopfrechnen zu erhalten und weiterzuentwickeln, kann das Ermitteln von Überschlägen an den Aufg. 6a) und 6b) geübt werden. Diese Aufgaben sollten als Kopfrechenübungen bewältigt werden; die Schüler nennen zunächst die durch Näherungswerte vereinfachte Multiplikationsaufgabe und bestimmen anschließend das Produkt.
Beispiel: mittlere Aufg. von 6b)

$2{,}7 \cdot 12{,}5$ *Überschlag:* $3 \cdot 10 = 30$

Hausaufgaben: Aufg. 4c), 7c), d)

Vertiefung der Rechenfertigkeiten im Multiplizieren mit Dezimalbrüchen ... Der Aufg. 15 liegen folgende Strukturen zugrunde: $a + b \cdot c - d$; $(a + b) \cdot c - d$; $a + b \cdot (c - d)$; $(a + b) \cdot (c - d)$. Die Schüler müssen hier sehr aufmerksam arbeiten und die gesetzten Klammern beachten, um die richtigen Ergebnisse zu erhalten. Es ist empfehlenswert, daß einige Aufgaben, die von den Schülern fehlerhaft gerechnet wurden, an die Tafel geschrieben werden, um die Fehler allen Schülern zu verdeutlichen und künftig zu vermeiden. Besondere Hinweise verdienen dabei der Vorrang der Multiplikation vor Addition bzw. Subtraktion und das Beachten von Klammern.

Aufspüren von Fehlerquellen beim Multiplizieren von Dezimalbrüchen ... Das Überprüfen von Ergebnissen kann mit den Aufträgen B 30a) und 30b) motiviert werden. Die Schüler sollen erkennen, daß man nach dem Komma die Grundziffer Null weglassen kann, wenn keine von Null verschiedene Grundziffer mehr folgt. Wichtig ist aber, daß bei der Multiplikation auftretende „letzte" Nullen mit zu zählen sind, wenn das Komma gesetzt wird. So ist zunächst $9{,}\underline{25} \cdot 7{,}\underline{6} = 70{,}\underline{300}$ (= 70,3), aber nicht 0,703!

In der Aufg. 11 sollen falsche Ergebnisse ausgeschlossen und das richtige Produkt zu zwei vorgegebenen Faktoren bestimmt werden. Das geschieht durch den Überschlag, das Bestimmen der Anzahl der Dezimalstellen und der letzten Stelle des Produktes. In ähnlicher Weise können auch die fehlerhaft gelösten Gleichungen in Aufg. 35, LB 84, überprüft werden. Ein Nachrechnen sollte nur eine Möglichkeit der Kontrolle darstellen.

Hausaufgaben: Aufg. 8d), 6c), d)

Übung des Multiplizierens von Dezimalbrüchen mit anschließendem Runden des Produktes Beim Lösen der Aufg. 9 und 10 entsteht eine weitere Steigerung des Schwierigkeitsgrades im Rechnen. Die Überschläge sollten deshalb noch einmal notiert und ein Vergleich mit dem ermittelten Ergebnis vorgenommen werden, um Fehler in der Stellenzahl zu vermeiden. Anschließend werden die Produkte auf die vorgeschriebene Anzahl von Dezimalstellen gerundet. Diese Aufgaben dienen bereits der Vorbereitung der im Stoffgebiet 3 des Lehrplans geforderten Angabe von Ergebnissen mit *sinnvoller Genauigkeit,* wobei aber noch keine Fertigkeiten anzustreben sind.

Beispiel: Aufg. 9a)

Aufgabe	Überschlag	Rechnung	Vergleich	Runden – eine Stelle nach Komma
$2{,}75 \cdot 0{,}97$	$3 \cdot 1 = 3$	$\begin{array}{r} \underline{2{,}75 \cdot 0{,}97} \\ 2475 \\ \underline{1925} \\ 2{,}6675 \end{array}$	$3 \approx 2{,}6675$	$2{,}6675 \approx 2{,}7$

Übung des Multiplizierens von Dezimalbrüchen – Aufgaben in Tabellenform Das Berechnen von Produkten erfolgt in Aufg. 13a) am besten halbschriftlich, indem die berechneten Werte in die Tabelle eingetragen werden. Empfehlenswert ist hierbei das Verwenden von Überhängefolien, damit nicht unmittelbar in das Lehrbuch geschrieben werden muß. In einigen einfachen Fällen erfolgt das Bestimmen eines Faktors, wenn der andere Faktor und das Produkt vorgegeben sind, durch inhaltliche Überlegungen. Als Zusatzaufgabe für die leistungsstarken Schüler kann Aufg. 14a) gestellt werden.

Anwendung des Multiplizierens von Dezimalbrüchen in Sach- und Anwendungsaufgaben Neben der Weiterentwicklung des Rechnenkönnens dienen die Aufg. 16 bis 19 auch der Wiederholung der Fachtermini der Grundrechenoperationen. Deshalb ist es empfehlenswert, daß die Schüler zuerst das folgende Beispiel bearbeiten.

Beispiel:

Berechne **a)** die Summe, **b)** die Differenz und **c)** das Produkt der Zahlen 8, 4 und 7,3!

Diese Aufgabe kann in Tabellenform an die *Tafel* geschrieben werden:

Summe	Differenz	Produkt
8,4 + 7,3	8,4 — 7,3	8,4 · 7,3

(15,7; 1,1; 61,32)

Anschließend sollen die Schüler für die Aufg. 16 und 19 Lösungsvorschläge bringen, die jeweils an die Tafel geschrieben und diskutiert werden. Diese Übung im Bestimmen der Reihenfolge der auszuführenden Rechenoperationen in Abhängigkeit von der Struktur des gegebenen Terms fordert Zeit zum Nachdenken, die man den Schülern auch gewähren sollte.
Struktur von Aufg. 16: $(a + b) \cdot (a - b)$; Struktur von Aufg. 19: $(a + b) - a \cdot b$
Hausaufgaben: Aufg. 13b), 17, 18

Übung des Multiplizierens von Dezimalbrüchen in formalen Aufgaben
- Mündliches Rechnen: 1,2 · 0,5; 0,7 · 0,6; 0,2 · 1,3; 0,9 · 3; 0,04 · 0,4; 0,8 · 0,4; ...
- Mündliches Rechnen mit Nutzen des Rechenvorteils $x \cdot 25 = x \cdot 100 : 4$ (Aufg. 4a)
- Schriftliches Rechnen: Eine Auswahl von Aufg. 7d) und 8a)

Anwendung des Multiplizierens in Sach- und Anwendungsaufgaben Man kann zunächst einige Aufgaben in Form von Zahlenrätseln, die auf Gleichungen führen, von den Schülern lösen lassen. (Auswahl aus Aufg. 20 bis 22. Sie führen auf die Formen $x + a = b$, z. B. bei Aufg. 20, $x - a = b$ und $x \cdot b = y$, z. B. bei Aufg. 21.) Alle Gleichungen werden durch inhaltliche Überlegungen gelöst.

Beispiel: Aufg. 22

– Analysieren des Aufgabentextes durch Umformulieren	Ein Produkt ist gesucht. Die beiden Faktoren sind gegeben, sie heißen 2,5 und 3,3. Also: $\boxed{2{,}5 \cdot 3{,}3}$ Von diesem Produkt muß eine unbekannte Zahl subtrahiert werden. $\boxed{2{,}5 \cdot 3{,}3 - x}$ Die erhaltene Differenz ergibt 8.
– Aufstellen der Gleichung	$\boxed{2{,}5 \cdot 3{,}3 - x = 8}$
– Vereinfachen durch Multiplikation	$8{,}25 - x = 8$
– Wenn der Minuend 8,25, die Differenz aber 8 ist, so kann der Subtrahend nur 0,25 sein (Umkehroperation).	$\underline{\underline{x = 0{,}25}}$

Hinweis: Die Zwischentexte sind nur als Formulierungsvorschlag anzusehen. Sie sind keinesfalls von den Schülern schriftlich zu fordern.

Bei der folgenden Aufgabe sollen die Schüler zunächst Näherungswerte für den Treibstoffverbrauch ermitteln (mündliches Rechnen), ehe sie die schriftliche Rechnung ausführen. Um eine Lösungsidee zu finden, ist es günstig, eine Zeichnung anzufertigen. Dabei können zwei Kästchen eine Länge von 100 km darstellen.

Beispiel:

Eine Zugmaschine verbraucht für 100 km Strecke durchschnittlich 19,5 l Treibstoff. Wieviel Liter verbraucht sie für 550 km?

Gegeben: Verbrauch von 19,5 l für eine Strecke von 100 km

Gesucht: Verbrauch für 550 km

Verbrauch: 19,5 l — Verbrauch: x l

100 km — 550 km

Überlegungen:

- Die neue Strecke ist 5,5mal so lang wie die ursprüngliche.
- Es wird für die neue Strecke das 5,5fache an Treibstoff verbraucht (gegenüber der ursprünglichen).
- *Überschlag:* $20 \cdot 6 = 120$ (Für 550 km verbraucht man etwa 120 l.)
- *Rechnung:* $19{,}5 \cdot 5{,}5 = x$
- Vergleich mit Überschlag, wobei auf die Problematik der sinnvollen Genauigkeit eingegangen werden sollte. (Auf eine Stelle nach dem Komma runden!)
- Antwortsatz

Hausaufgabe: Aufg. 8b), Aufg. 23

Kontrollaufgaben

1. Rechne mündlich!
   - **a)** $0{,}2 \cdot 0{,}8$ *(0,16)*
   - **b)** $0{,}3 \cdot 0{,}7$ *(0,21)*
   - **c)** $0{,}4 \cdot 0{,}06$ *(0,024)*
   - **d)** $0{,}5 \cdot 0{,}3$ *(0,15)*
   - **e)** $0{,}2 \cdot 0{,}4$ *(0,08)*
   - **f)** $0{,}3 \cdot 0{,}3$ *(0,09)*
2. Berechne! (z. T. Auswahl aus Aufg. 8b), c)
   - **a)** $25 \cdot 0{,}3$ *(7,5)*
   - **b)** $40 \cdot 1{,}2$ *(48,0)*
   - **c)** $0{,}17 \cdot 0{,}2$ *(0,034)*
   - **d)** $2{,}5 \cdot 0{,}4$ *(1,00)*
   - **e)** $1{,}8 \cdot 0{,}4$ *(0,72)*
   - **f)** $12{,}6 \cdot 3{,}4$ *(42,84)*
3. Aufg. 17

Stoffabschnitt 2.5. (7 Std.)

Komplexe Übungen

(LB 81 bis 85)

Für die komplexen Übungen dieses Stoffgebietes gelten in analoger Weise die allgemeinen Bemerkungen aus dem Stoffgebiet 1 (↗ UH 58 f.). Im Mittelpunkt steht das abwechslungsreiche Üben im Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen. Neben dem Lösen vielfältiger formaler Aufgaben ist besonderer Wert auf das Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben zu legen. Es sind solche Aufgaben auszuwählen, die von den Schülern weitgehend selbständig gelöst werden können, wobei auf eine saubere, übersichtliche und exakte Darstellung der Lösungswege Wert zu legen ist. Dabei kann der Lehrer individuelle Hilfen gewähren und auch mit differenzierten Aufgabenstellungen arbeiten. Die Vorschläge für die 5 Stunden sind gegebenenfalls so zu verändern und zu ergänzen, daß eine optimale Vorbereitung auf die Klassenarbeit gewährleistet ist.

Ziele

Die Schüler
- können Dezimalbrüche in unterschiedlichen Aufgabenstellungen (formale Aufgaben, Gleichungen und Ungleichungen, Tabellenform, Sach- und Anwendungsaufgaben) sicher addieren, subtrahieren und multiplizieren,
- erwerben weitere Fähigkeiten im Analysieren von Sach- und Anwendungsaufgaben, können die darin enthaltenen Beziehungen in Form von Gleichungen aufschreiben und diese durch inhaltliche Überlegungen lösen,
- können entscheiden, welches mathematische Wissen jeweils zum Lösen der gestellten Aufgabe anzuwenden ist, und können Lösungswege beschreiben und begründen,
- entwickeln ihre kritische Arbeitshaltung weiter, indem sie erhaltene Ergebnisse mit dem Überschlag vergleichen und Kontrollrechnungen durchführen sowie die Lösungswege sauber, übersichtlich und exakt in ihren Heften darstellen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Tägliche Übung (Aufg. 39; Aufg. 1, mit schwarzer Numerierung, LB 75)
- Übung im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben (Aufg. 22; Aufg. 20 und 23, LB 70 f.; Aufg. 11)
- Übung im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen durch inhaltliche Überlegungen (Aufg. 31 und 32)

2. Stunde
- Übung im Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren gebrochener Zahlen (Aufg. 15 und 16)
- Vertiefung des Rechnens mit Dezimalbrüchen durch Aufgaben zum Raten und Knobeln (Aufg. 43)

3. Stunde
- Übung im Lösen von Aufgaben in Tabellenform zum Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen (Aufg. 34a); Aufg. 14, LB 78; Aufg. 37)
- Übung im Berechnen von Bruchteilen (Aufg. 1; Aufg. 25 und 27; Aufg. 2)

4. Stunde
- Übung im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben (Aufg. 17; Aufg. 10; Aufg. 29)

5. Stunde (siehe ausführlichen Stundenentwurf)
- Übung im Multiplizieren von Dezimalbrüchen mit 10, 100 und 1000 (Aufg. 10, LB 74)
- Übung im Rechnen mit Dezimalbrüchen unter dem Thema „Heute geht es ums Essen und Trinken“ (Aufg. 23, LB 71; Aufg. 9; Aufg. 28)

Tägliche Übung Je nach Schwerpunktsetzung in der Klasse entsprechende Auswahl aus den folgenden Aufgaben treffen:
- Aufg. 39, in halbschriftlicher Form, Multiplizieren von Dezimalbrüchen
- Aufg. 1 (mit schwarzer Numerierung, LB 75), Arbeiten mit Größen

Übung im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben

- Vergleichen von Dezimalbrüchen: Aufg. 22
  Schüler zum Begründen und Beschreiben des Lösungsweges anregen.
- Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen: Aufg. 20 und 23 (LB 70/71)
- Multiplikation und Addition bzw. Subtraktion: Aufg. 4

Übung im Lösen von Gleichungen und Ungleichungen durch inhaltliche Überlegungen
Beim Lösen von Gleichungen und Ungleichungen sollten die Schüler nach Möglichkeit immer erst eine Abschätzung der gesuchten Zahl(en) vornehmen, um eine ungefähre Größenvorstellung vom Resultat zu erhalten. Es kann eine Auswahl aus den Aufg. 31 und 32 getroffen werden. Während die Schüler die Aufgaben in ihren Heften lösen, arbeiten zwei Schüler an verdeckter Tafel. Anschließend ist ein rationelles Vergleichen möglich (mit evtl. Bewertung der Schüler, die an der Tafel gearbeitet haben).
Hausaufgaben: Aufg. 19 e), f), g), h) (Ergebnisse notieren!) und Aufg. 41

Übung im Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren gebrochener Zahlen

- Die Aufg. 15 und 16 (davon die ersten zwei Zeilen) dienen der Übung im Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche (mit Kürzen des Ergebnisses). Sie werden von den Schülern selbständig gelöst. Während der Schülertätigkeit erfolgt die Kontrolle der *Hausaufgaben.*
- Formale Aufgaben zum Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen können rationell in Tabellenform vorgegeben werden.
  Beispiel:

a	b	$a + b$	$a - b$	$b - a$	$a \cdot b$
0,5 1,33 ⋮	0,8 0,03 ⋮				

Vertiefung des Rechnens mit Dezimalbrüchen durch Aufgaben zum Raten und Knobeln
Solche Aufgaben sollten immer wieder im Unterricht eingestreut werden, um die Freude an der Mathematik zu wecken und zu erhalten. Wenn in dieser Stunde einige „Knobelaufgaben" zusammengefaßt werden, dann mit dem Gedanken, daß die Schüler ähnliche Aufgaben sammeln und lösen (auf Schülerzeitschrift „alpha" hinweisen!), sie in die Schule mitbringen und ihren Mitschülern stellen.

- Es wird empfohlen, die Aufg. 43 an den Anfang zu stellen.
- Als nächste Aufgabe kann auf einer Folie ein *magisches Quadrat* vorgegeben werden (↗ Bild 2.3):

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Bild 2.3

Die Schüler sollen zunächst die Summe einer jeden Reihe bestimmen. Anschließend sollen sie von jeder Zahl des „Zauberquadrates" die Zahl 0,75 subtrahieren. Fragen an die Schüler: „Welche Zahlen stehen nun im Quadrat?", „Ist es ein Zauberquadrat?", „Wie ist die Summe einer jeden Reihe?" (Summe beträgt 12,75). Man kann aber ebenso jede Zahl des ursprünglichen Quadrates mit einem Dezimalbruch multiplizieren lassen (Beispiel: Multiplizieren mit 1,5; Summe dann 22,5).

- Die folgende *Aufgabe* können die Schüler völlig selbständig lösen:
  Aus einer Schüssel mit Pflaumen nimmt der erste Sohn die Hälfte, der zweite Sohn die Hälfte des Restes, den der erste übriggelassen hat. Danach sind noch 8 Pflaumen in der Schüssel. Wieviel Pflaumen waren es anfangs?

Die Schüler, die diese Aufgabe zuerst vollständig und sauber gelöst haben, dürfen ihren Lösungsweg an verdeckter Tafel anschreiben. In der Zwischenzeit kann der Lehrer anderen Schülern individuelle Hilfe beim Lösen dieser Aufgabe geben, für die nachstehend einige *Lösungsmöglichkeiten* angeboten werden.

(1) Unsystematisches Probieren führt kaum zum Ziel.

(2) Systematisches Probieren:

Die ursprüngliche Anzahl Pflaumen muß durch 4 teilbar sein, weil zweimal die Hälfte weggenommen wird. Zu empfehlen ist die Tabellenform:

Ursprüngliche Anzahl Pflaumen	1. Sohn die Hälfte	2. Sohn die Hälfte des Restes	Rest (muß 8 ergeben)
16	8	4	4
20	10	5	5
24	12	6	6
28	14	7	7
<u>32</u>	<u>16</u>	<u>8</u>	<u>8</u>

(3) 1. Sohn: Hälfte des Schüsselinhalts $\left(\frac{1}{2}\right)$

2. Sohn: Hälfte des Restes, den der 1. Sohn übriggelassen hat $\left(\frac{1}{4}\right.$ des Schüsselinhalts)

Wenn noch 8 Pflaumen in der Schüssel sind, dann sind das genau soviel Pflaumen wie der 2. Sohn gegessen hat. Sie bilden nämlich die andere Hälfte des Restes $\left(\frac{1}{4}\right.$ des Schüsselinhalts$\left.\right)$, den der 1. Sohn übriggelassen hat. Somit beträgt die Hälfte des Schüsselinhalts ($8 \cdot 2 = 16$) 16 Pflaumen und der gesamte Inhalt 32 Pflaumen.

Hausaufgaben: Aufg. 24 und Aufg. 38

Übung im Lösen von Aufgaben in Tabellenform zum Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen Die Unterrichtsstunde kann mit einer halbschriftlichen Übung begonnen werden (Aufg. 34a), die alle Schüler in selbständiger Arbeit lösen. Als kleine Zusatzaufgabe für Schüler, die ihre Arbeit sehr schnell beendet haben, eignet sich Aufg. 42. Anschließend kann noch Aufg. 37 von den Schülern bearbeitet werden – diese Aufgabe ist aber auch als *Hausaufgabe* geeignet.

Übung im Berechnen von Bruchteilen

– Bei Aufg. 1 sollten zuerst die Größen von rechten und gestreckten Winkeln wiederholt werden, ehe die Schüler die Bruchteile bestimmen. Vorteilhaft erweist sich das Anlegen einer Tabelle:

	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	...
rechter Winkel	22,5°	45°	...	...
gestreckter Winkel	45°	...	...	...

– Ohne jede Hilfe sollten die Aufg. 25 und 27 von den Schülern bearbeitet werden. Bei diesen Aufgaben gilt es, aus den graphischen Darstellungen die zugehörigen Bruchteile zu erkennen.

– Aufg. 2 zum Abschluß. Aufgabenteile a) und b) von allen Schülern, c) als Zusatzaufgabe lösen lassen. Großer Wert ist hier darauf zu legen, daß die Schüler den Lösungsweg begründen und beschreiben.

Übung im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben

- Bei Aufg. 17 sollten die Schüler angeregt werden, weitere Lösungen zu finden. Solche Aufgaben, die mehrere Lösungen haben, sind besonders zum Erläutern und Begründen des Vorgehens beim Lösen durch die Schüler geeignet. Es können dabei leicht einfache Gesetzmäßigkeiten „entdeckt" werden.
- Zum Abschluß könnte die Aufg. 10 oder die Aufg. 29 gerechnet werden. Dabei soll vor allem Selbständigkeit angestrebt werden.

Hausaufgaben: Aufg. 25 (LB 74); Aufg. 36

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 5. Stunde

Ziele der Stunde

Die Schüler
- können beim Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben die ihnen bekannten Rechenoperationen mit Dezimalbrüchen sicher ausführen,
- erwerben weitere Fähigkeiten im Analysieren von Sach- und Anwendungsaufgaben,
- erkennen an einem Beispiel die großen Leistungen der Werktätigen in der sozialistischen Landwirtschaft.

Gliederung der Stunde

(1)	10 min	Tägliche Übung: Multiplizieren von Dezimalbrüchen mit Zehnerpotenzen, Umwandeln von Größenangaben
(2)	5 min	Vergleichen der Hausaufgaben und Zielstellung für die Stunde
(3)	30 min	Übung im Rechnen mit Dezimalbrüchen unter dem Thema: „Heute geht es ums Essen und Trinken"

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) – In selbständiger Schülertätigkeit wird Aufg. 10 (LB 74) bearbeitet. Ein Schüler führt die Rechnung an verdeckter Tafel aus (rationeller Vergleich mit den anderen Schülerresultaten – Schülerleistung sollte bewertet werden).
- Aufg. 3; Aufgaben werden mündlich gestellt, Schüler notieren nur die Antworten.
- Resultate werden verglichen, Fehler festgestellt und berichtigt.

(2) – Vergleichen der Hausaufgaben durch Ansagen; Korrigieren der fehlerhaften Resultate
- *Zielstellung:* In der heutigen Stunde werden wir Aufgaben lösen, bei denen es vor allem ums Essen und Trinken geht.

(3) – Die Schüler lösen zuerst selbständig die Aufg. 23 (LB 71). Diese Subtraktionsaufgabe muß vom Lehrer jeweils aktualisiert werden (LPG des Heimatkreises oder -bezirks, Ernteergebnisse des letzten Jahres). Mit dieser Aufgabe werden die Anstrengungen der Werktätigen in unserer Landwirtschaft für die tägliche Versorgung der Bevölkerung mit Nahrungsmitteln gewürdigt (kurzer Lehrervortrag). Jedoch auch Frage stellen: Werden die Erträge in jedem Jahr höher sein als in den vorhergehenden Jahren?

- Als nächste Aufgabe sollten die Schüler die Anteile einzelner Zutaten zu einer Bowle in Form von Brüchen angeben (Aufg. 9). Dabei erweist es sich als günstig, wenn einzelne Schüler versuchen, sich den Sachverhalt zunächst zeichnerisch zu verdeutlichen. Möglich ist u. a. die folgende Form, die die Schüler zur Begründung ihrer Lösung nutzen sollten (↗ Bild 2.4).

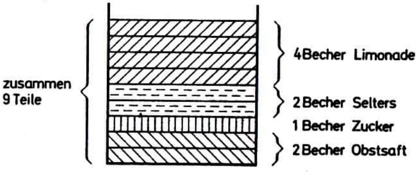
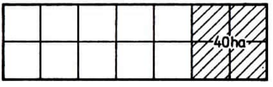


Bild 2.4

- Als letzte Aufgabe wird Aufg. 28 von den Schülern selbständig gelöst. Mögliche Lösungswege sollten die Schüler vorstellen und erläutern.

Hinweise zum Lösungsweg: Eine erste Möglichkeit besteht darin, die 140 ha Ackerfläche in gleich große Teile zu zerlegen (von Versuchsflächen oder aus dem Schulgarten bereits bekannte Vorgehensweise). Die Ermittlung des Ergebnisses – 40 ha – kann dann recht schnell abgelesen werden (↗ Bild 2.5.).



1 Quadrat veranschaulicht die Größe von 10 ha.

Bild 2.5

Rechnerisch ist die Aufgabe „$\frac{2}{7}$ von 140 ha“ zu lösen, indem zuerst die Restfläche für den 2. Tag ermittelt und dann $\frac{1}{7}$ der Gesamtfläche verdoppelt wird. Beide Lösungswege sollten diskutiert werden. Das Ziel ist jedoch, solche Aufgaben auch ohne Hilfe der Anschauung zu bewältigen.

Hausaufgaben: Aufg. 16

Stoffgebiet 3

Größen

Vorbemerkungen

Beim Arbeiten mit Größen tritt der Aspekt der *Anwendung mathematischen Wissens und Könnens* besonders in den Vordergrund. Das ermöglicht und erfordert eine lebensverbundene Unterrichtsgestaltung, die das Interesse des Schülers für das Fach Mathematik verstärkt. Indem er mathematische Kenntnisse erwirbt, um praktische Probleme zu lösen, festigt der Schüler seine Überzeugung von der Bedeutung der Mathematik für die Gesellschaft. Die Auswahl geeigneter Sachaufgaben trägt bei entsprechender Interpretation zur politisch-moralischen Erziehung bei. Durch *Zeichnen, Messen, Inhaltsberechnungen und durch das Arbeiten mit Größen* können wichtige Grundlagen der polytechnischen Bildung geschaffen werden. Dabei ist immer wieder auf die sinnvolle Wahl der Einheiten und die Beachtung einer *sinnvollen Genauigkeit* bei der Angabe von Ergebnissen einzugehen. An der kritischen Haltung der Schüler gegenüber den eigenen Arbeitsergebnissen kann weiter gearbeitet werden, indem man von ihnen konsequent fordert, Ergebnisse durch Überschläge und bei Sachaufgaben durch Vergleich mit ihren praktischen Erfahrungen und Kenntnissen zu überprüfen. Einen wichtigen Beitrag leistet das Stoffgebiet auch zur allgemeinen Denkentwicklung, so z. B., wenn die Schüler bei der Erarbeitung und Anwendung der Formeln für Rechteck und Quader analysieren, vergleichen, abstrahieren und konkretisieren müssen. Durch die Zuordnung von Größen (Länge, Flächeninhalt, Rauminhalt) zu geometrischen Objekten wird die Leitlinie „Abbildungen, Funktionen" fortgesetzt. Das Stoffgebiet trägt auch dazu bei, die Sicherheit der Schüler im Umgang mit mathematischer Symbolik und mathematischen Termini weiter zu erhöhen. Nicht zuletzt wird das Arbeiten mit Größen auch zum Prüfstein für die Solidität und Anwendbarkeit des zuvor in den Stoffgebieten 1 und 2 erworbenen mathematischen Wissens und Könnens und trägt zu deren Weiterentwicklung bei.

Kontrollaufgaben

1. Rechne in die angegebene Einheit um!

a) 7 dm³	(cm³)	f) 3 dt 7 kg	(kg)	l) 5 000 ml	(dm³)
b) 0,3 m³	(dm³)	g) 2 h 16 min	(min)	m) 16 hl	(l)
c) 278 mm³	(cm³)	h) 7 ha	(m²)	n) $5\frac{1}{2}$ min	(s)
d) 953 g	(kg)	i) 2,5 t	(dt)	o) 3 m³ 12 dm³	(m³)
e) 3 000 mm	(m)	k) 9 l	(hl)	p) 5 000 m²	(ha)

2. Aufg. 9 (LB 88) 3. Aufg. 9 (LB 90) 4. Aufg. 12 (LB 107)

5. Ein Quader hat die Kantenlängen $a = 4{,}2$ cm, $b = 0{,}25$ dm, $c = 50$ mm.
   a) Zeichne das Netz des Quaders!
   b) Berechne den Oberflächeninhalt des Quaders, runde das Ergebnis auf Quadratdezimeter! *($\approx 1\ dm^2$)*
   c) Berechne das Volumen des Quaders, runde das Ergebnis auf Kubikzentimeter! *($\approx 53\ cm^3$)*

6. Aufg. 38 (LB 126)

Stoffverteilung

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Stoffabschnitt 3.1. Größen (Masse, Zeit, Länge) und ihre Einheiten			13 Std.
Einheiten der Masse (LE 1)	3	– Umrechnen von Zehnerbrüchen in Dezimalbrüche und umgekehrt – Schreiben von Dezimalbrüchen als gemischte Zahlen	– Wiederholung der bekannten Einheiten der Masse und ihre Systematisierung mit Hilfe einer Stellentafel – Zusammenhang von „Vorsätzen“ und Umrechnungszahlen – Sichere Vorstellungen über Repräsentanten der Größen – Umrechnen von Masseangaben in andere Einheiten, besonders mit Zahlenwerten in dezimaler Schreibweise
Einheiten der Zeit; Lesen von Fahrplänen (LE 2)	3	– Umrechnen von Dezimalbrüchen in gemeine Brüche, dabei Kürzen und Erweitern von Brüchen, Berechnen von Bruchteilen von Ganzen	– Systematisierung der Einheiten der Zeit – Gegenüberstellung zu den nach dem dekadischen System aufgebauten Einheiten – Umrechnen von Zeitangaben in andere Einheiten – Berechnen von Zeitdifferenzen – Angabe der Zeitdauer und der Uhrzeiten – Lesen von Fahrplänen

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Messen von Streckenlängen (LE 3)	3	– Einordnen von natürlichen und gebrochenen Zahlen in eine Stellentafel – Multiplikation von natürlichen Zahlen und gebrochenen Zahlen mit 10, 100, 1000 – $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1\,000}$ von natürlichen Zahlen berechnen	– Begriff „Messen", Übungen zum Messen – Zeichnen und Bezeichnen von Strecken – Angabe von Längen mit „sinnvoller Genauigkeit" – Systematisierung der Längeneinheiten in Analogie zum dekadischen System – Sicheres Können im Umrechnen von Längenangaben in andere Einheiten
Strecken und Rechtecke im Gelände (LE 4)	1		– Einführen von „Fluchtstab" – Einpeilen eines Punktes – Abstecken von Strecken und Rechtecken im Gelände
Umfang von Rechtecken (LE 5)	3	– Umrechnen von Längenangaben in andere Einheiten – Berechnen von Termen mit Klammern	– Begriff „Umfang eines Rechtecks" – Umfangsberechnung von Rechtecken, u. a. auch mit Hilfe der Formel $u = 2 \cdot (a + b)$
Stoffabschnitt 3.2. Flächen- und Rauminhalt			27 Std.
Messen des Flächeninhalts von Rechtecken (LE 6)	3	– Zeichnen von Rechtecken – Lösen von Ungleichungen (Doppelungleichungen)	– Begriff „Flächeninhalt" – Messen von Flächeninhalten durch Vergleichen mit Einheitsquadraten – Näherungsweises Bestimmen von Flächeninhalten
Einheiten des Flächeninhalts (LE 7)	4	– Umrechnen von Zehnerbrüchen in Dezimalbrüche – Multiplikation mit 10, 100, 1000 – Berechnung von Bruchteilen von Größen $\left(\frac{1}{10}; \frac{1}{100}; \frac{1}{1\,000}\right)$	– Übersicht über die Einheiten des Flächeninhalts – Umrechnen von Flächeninhaltsangaben in andere Einheiten
Berechnen des Flächeninhalts von Rechtecken (LE 8)	4	– Berechnen von Termen mit Variablen wie $a \cdot b$ und a^2 für $a, b \in Q^+$ (Dezimalbrüche)	– Gleichung zur Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken – Berechnen von Flächeninhalten mit Hilfe der Formel – Anwendung auf Sachaufgaben

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Oberflächeninhalt von Quadern (LE 9)	4	– Eigenschaften des Quaders – Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken	– Begriffe „Oberfläche" und „Netz eines Quaders" – Kenntnis des Vorgehens zur Berechnung des Oberflächeninhalts eines Quaders, auch mit Hilfe einer Formel
Messen des Rauminhalts von Quadern (LE 10)	1		– Rauminhalt bzw. Volumen eines Quaders; Symbol V – Volumenmessung als Vergleich mit Einheitswürfeln – 1 cm^3 als Würfel mit 1 cm Kantenlänge
Einheiten des Volumens (LE 11)	3	– Umrechnen von Längen- und Flächeninhaltsangaben in andere Einheiten	– Volumeneinheiten 1 cm^3, 1 dm^3, 1 m^3, 1 mm^3, Umrechnungszahl 1000 – Umrechnen von Volumenangaben in eine benachbarte Einheit
Berechnen des Volumens von Quadern (LE 12)	4	– Umrechnen von Volumenangaben in andere Einheiten – Berechnen von Termen der Form $a \cdot b \cdot c$	– Gleichung zur Berechnung des Quadervolumens – Volumenberechnung von Quadern; formale und Sachaufgaben
Weitere Einheiten des Volumens (LE 13)	2	– Vergleich von Längen- und Volumeneinheiten – Umrechnen von Volumenangaben in andere Einheiten	– Einordnen der neuen Volumeneinheiten hl, l, ml in die Übersicht der Volumeneinheiten – Umrechnen von Volumenangaben in andere Einheiten – Sachaufgaben mit Volumenangaben
Schriftliche Leistungskontrolle und Auswertung	2	– Berechnen von Flächen- und Rauminhalten bei Rechtecken bzw. Quadern	
Stoffabschnitt 3.3. Komplexe Übungen	12 Std.		
Kontrollarbeit und Auswertung	2	– Diese Kontrolle sollte als Abschlußarbeit des Schuljahres genutzt werden und Aufgaben aus verschiedenen Stoffabschnitten enthalten.	
Formale Aufgaben, Lösen von Gleichungen und Ungleichungen	2	– Ausführen der vier Grundrechenoperationen (besonders der Division) – Hintereinanderausführen von Rechenoperationen, Arbeiten mit Variablen und Tabellen	

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Aufgaben aus der Geometrie	3	– Arbeit mit dem Koordinatensystem – Konstruieren von Bildern geometrischer Figuren bei Abbildung durch Verschiebung, Spiegelung, Drehung und Erkennen gemeinsamer Eigenschaften	
Sach- und Anwendungsaufgaben aus verschiedenen Bereichen	5	– Erkennen der mathematischen Probleme durch Analyse des Sachverhaltes – Anwenden bekannter Formeln bzw. Rechenverfahren – Angabe der Ergebnisse mit sinnvoller Genauigkeit	

Stoffabschnitt 3.1. (13 Std.)

Größen (Masse, Zeit, Länge) und ihre Einheiten

Damit die Schüler wirklich Sicherheit im Arbeiten mit den genannten Größen erlangen, ist es notwendig, bei ihnen ganz konkrete Vorstellungen von den einzelnen Größen zu schaffen. Deshalb muß der Unterricht sehr anschaulich gestaltet werden, insbesondere sind die aus Klasse 4 bekannten Repräsentanten einzelner Größenarten weiter zu festigen bzw. zu ergänzen. Durch die vorher erfolgte Einführung der gebrochenen Zahlen wird es möglich, die Umrechnungen auf das Rechnen mit gebrochenen Zahlen zurückzuführen und damit für die Schüler überschaubar zu machen. Zugleich muß damit die Sicherheit im Rechnen mit gebrochenen Zahlen erhöht werden. Die Schüler sollen auch mit einigen wenigen Vorsätzen zur Bezeichnung von Vielfachen bzw. Teilen von Einheiten bekannt gemacht werden, deren Kenntnis sie später im Physik- und Chemieunterricht benötigen und die zugleich eine Hilfe für das Einprägen von Umrechnungszahlen darstellen. Schüler, die beim Umrechnen in andere Einheiten immer wieder Schwierigkeiten haben, sollten zu einem schrittweisen, schriftlichen Vorgehen veranlaßt werden, wie es in Beispielen zu den einzelnen Unterrichtseinheiten vorgeschlagen wird.

Einheiten der Masse (3 Std.)

LE 1 (LB 86 bis 88)

Den Schülern sind folgende Einheiten der Masse bekannt: g, mg, kg, dt, t. Indem die Analogie zum dekadischen Positionssystem herausgearbeitet wird, können die Kenntnisse der Schüler über den Zusammenhang zwischen den einzelnen Einheiten der Masse vertieft und systematisiert werden. Die Sicherheit beim Umrechnen von einer Einheit in eine andere muß durch die Anwendung der Kenntnisse über gebrochene Zahlen weiter erhöht werden. Es ist Wert darauf zu legen, daß sich die Schüler die Bedeutung der Vorsätze für die Einheiten Gramm und Tonne einprägen $\left(\text{Kilo: } 1000, \text{ Dezi: } \frac{1}{10}, \text{ Milli: } \frac{1}{1000}\right)$, weil ihnen das hilft, die richtige Umrechnungszahl zu finden.

Ziele

Die Schüler
- haben die Einordnung der Masseeinheiten in eine Stellentafel verstanden und können die Beziehungen zwischen verschiedenen Masseeinheiten auch anhand der Vorsätze erläutern,
- können Masseangaben sicher in eine andere Einheit umrechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung des Arbeitens mit Massen
- Wiederholung der Umrechnungszahlen zwischen den Masseeinheiten und Festigung der Kenntnisse über die Bedeutung der Vorsätze vor den Einheiten Gramm und Tonne
- Festigung der erarbeiteten Zusammenhänge an Beispielen

2. Stunde
- Erarbeitung einer vereinfachten Stellentafel für Masseeinheiten
- Übungen zum Einordnen von Masseangaben in eine Tabelle
- Übungen im Umrechnen von Masseangaben in die nächstkleinere bzw. nächstgrößere Einheit

3. Stunde
- Anwenden der erworbenen Fähigkeiten im Umrechnen von Masseangaben in eine andere Einheit

Methodische Hinweise

Motivierung des Arbeitens mit Massen Entsprechend der Klassensituation kann es notwendig sein, das Umrechnen von Zehnerbrüchen in Dezimalbrüche bzw. von Dezimalbrüchen in Zehnerbrüche zu wiederholen. Dazu könnten Aufgaben wie die folgenden dienen:
- Schreiben von Zehnerbrüchen als Dezimalbrüche,
  z. B. $\frac{4}{10}$; $\frac{18}{100}$; $\frac{423}{1\,000}$; $\frac{7}{1\,000}$; $\frac{52}{10\,000}$; $\frac{4\,000}{10\,000}$; $\frac{40}{100}$; $\frac{7\,721}{100}$;
  dabei auf $\frac{4}{10} = \frac{40}{100} = \frac{400}{1\,000} = \frac{4\,000}{10\,000}$ und
  $0{,}4 = 0{,}40 = 0{,}400 = 0{,}4\,000$ eingehen;
- Schreiben von Dezimalbrüchen als gemischte Zahlen,
  z. B. $4{,}29 = 4\frac{29}{100}$; $3{,}007 = 3\frac{7}{1\,000}$; $3{,}70 = 3\frac{70}{100} = 3\frac{7}{10}$;
- Einordnen von Dezimalbrüchen in eine Stellentafel.

Da das Umrechnen von Masseangaben in andere Einheiten für die Schüler wenig interessant ist, sollte man auf eine *ausführliche Motivierung* Wert legen:
- Der Lehrer läßt von den Schülern die Masse verschiedener Gegenstände schätzen (↗ Auftrag C 1); er läßt die Einheiten an die Tafel schreiben.

- Der Lehrer könnte folgendes Problem stellen: Medikamente gehören nicht in Kinderhand, weil nur genau bestimmte Mengen heilend sind. Größere Mengen können wie Gift wirken. Deshalb gelten für die Herstellung von Arzneien strenge Sicherheitsvorschriften. Was würde es bedeuten, wenn ein Medikament statt 7 mg fälschlich 7 g eines Wirkstoffs enthalten würde? (Das wäre das 1000fache der richtigen Dosis!)
- Nutzung der Problemstellungen in den Aufgaben 9, 10 zur Motivierung
- Für einen LKW ist eine Tragfähigkeit von $2\frac{1}{2}$ t angegeben. Wieviel Maschinen von 900 kg Masse kann er transportieren?

Aus den angeführten Problemen läßt sich die *Zielstellung* für die gesamte Unterrichtseinheit ableiten: Wir müssen das Umrechnen von Masseeinheiten sicher beherrschen. Obwohl wir das schon in der 4. Klasse gelernt haben, kommen dabei immer noch Fehler vor. Wir wollen uns deshalb eine Übersicht anfertigen, mit deren Hilfe wir uns die Umrechnungszahlen für die Masseeinheiten gut merken können. Unser Ziel ist es, daß jeder ganz sicher und fehlerfrei Masseangaben von einer Einheit in eine andere umrechnen kann.

Wiederholung der Umrechnungszahlen zwischen den Einheiten der Masse

- Auftrag C 2a) im Heft lösen lassen
- Kontrolle der Ergebnisse, dabei betonen:

  Dezi bedeutet $\frac{1}{10}$; 1 dt also $\frac{1}{10}$ t; 10 dt also $10 \cdot \frac{1}{10}\,\text{t} = 1\,\text{t}$.

  Kilo bedeutet 1 000; 1 kg also 1 000 g.

  Milli bedeutet $\frac{1}{1\,000}$; 1 mg also $\frac{1}{1\,000}$ g; 1 000 mg also $1\,000 \cdot \frac{1}{1\,000}\,\text{g} = 1\,\text{g}$.

  Zusammengefaßt: $1\,\text{t} = 10\,\text{dt}$, denn $10 \cdot \boxed{1\,\text{d}}\text{t} = 10 \cdot \boxed{\frac{1}{10}}\,\text{t} = 1\,\text{t}$

  $1\,\text{g} = 1\,000\,\text{mg}$, denn $1\,000 \cdot \boxed{1\,\text{m}}\text{g} = 1\,000 \cdot \boxed{\frac{1}{1\,000}}\,\text{g} = 1\,\text{g}$

  $\boxed{1\,\text{k}}\text{g} = 1\,000\,\text{g}$, denn $\boxed{1\,000} \cdot 1\,\text{g} = 1\,000\,\text{g}$

  (Eingerahmtes jeweils in gleicher Farbe hervorheben!)

- Zur Auflockerung und zugleich Festigung könnte auch einmal gefragt werden, was eine Kilotonne bzw. Millitonne bedeuten würde und warum diese Einheiten nicht gebräuchlich sind.

Festigung der erarbeiteten Zusammenhänge an Beispielen Lösen von Aufg. 3. Dabei könnte zunächst im Unterrichtsgespräch das Vorgehen erarbeitet und immer wieder begründet werden.

	Begründung:
$5\,\text{t}\;6\,\text{dt} = 5\,\text{t} + \frac{6}{10}\,\text{t} = 5{,}6\,\text{t}$	$1\,\text{t} = 10\,\text{dt}$ also $1\,\text{dt} = \frac{1}{10}\,\text{t}$
$6\,\text{t}\;60\,\text{kg} = 6\,\text{t} + \frac{60}{1\,000}\,\text{t} = 6{,}060\,\text{t}$ $= 6\,\text{t} + \frac{6}{100}\,\text{t} = 6{,}06\,\text{t}$	$1\,\text{t} = 1\,000\,\text{kg}$ also $1\,\text{kg} = \frac{1}{1\,000}\,\text{t}$
$8\,\text{dt}\;5\,\text{kg} = 8\,\text{dt} + \frac{5}{100}\,\text{dt} = 8{,}05\,\text{dt}$ $12\,\text{dt}\;80\,\text{kg} = 12\,\text{dt} + \frac{80}{100}\,\text{dt} = 12{,}80\,\text{dt}$ $= 12\,\text{dt} + \frac{8}{10}\,\text{dt} = 12{,}8\,\text{dt}$	$1\,\text{dt} = 100\,\text{kg}$ also $1\,\text{kg} = \frac{1}{100}\,\text{dt}$

Einige Teilaufgaben von Aufg. 3 könnten als *Hausaufgaben* gestellt werden. Als mündliche Hausaufgabe könnten die Schüler den Auftrag erhalten, sich die Umrechnungszahlen (auch mit Hilfe der Vorsätze) einzuprägen.

Erarbeitung einer vereinfachten Stellentafel für Masseeinheiten Die im Lehrbuch abgedruckte Tabelle (LB 87) gibt den Schülern keine direkte Hilfe für das Umrechnen von Masseangaben in andere Einheiten. Sie sollte im Unterrichtsgespräch besprochen werden, um den Schülern die Analogie zum dekadischen System bewußtzumachen, d. h. daß der Wert einer Ziffer davon abhängt, in welcher Spalte sie eingetragen ist. Vor allem ist aber zu betonen, daß nicht über jeder Spalte eine neue Einheit steht.

Übungen zum Einordnen von Masseangaben in eine Tabelle Diese Übungen zielen nicht etwa auf Fertigkeiten im Arbeiten mit der Tabelle ab, sondern sollen helfen, die Einsichten der Schüler in die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Einheiten zu vertiefen. Dabei sind besonders solche Angaben wie 3,4 g; 19,7 kg; 6,2 t usw. zu wählen. Durch Eintragen in die Tabelle wird deutlich, daß z. B. die 4 in 3,4 g nicht etwa 4 mg, sondern eben 400 mg bedeutet, also 3,4 g = 3 g 400 mg. In selbständiger Tätigkeit könnten die Schüler dann Aufg. 1a) lösen.
Auch zum Lösen von Aufg. 2 sollten die Schüler eine Tabelle als Hilfsmittel benutzen dürfen. Natürlich kann man auch von den Vorsätzen bzw. den gelernten Umrechnungszahlen ausgehen.

Beispiel: $3{,}55\ \text{kg} = 3\ \text{kg} + \frac{55}{100}\ \text{kg} = 3\ \text{kg} + \frac{550}{1\,000}\ \text{kg} = 3\ \text{kg}\ 550\ \text{g}$

(*Begründung:* $1\ \text{kg} = 1\,000\ \text{g},\ 1\ \text{g} = \frac{1}{1\,000}\ \text{kg}$)

Übungen im Umrechnen von Masseangaben in die nächstkleinere bzw. nächstgrößere Einheit Nachdem sich die Schüler die Beziehungen zwischen den Masseeinheiten gründlich eingeprägt haben, dürfte das Umrechnen in die nächstkleinere Einheit keine Schwierigkeiten bereiten. Trotzdem sollte eine einheitliche Form im Unterrichtsgespräch erarbeitet werden, etwa:

$$7{,}5\ \text{kg} = 7{,}5 \cdot 1\,000\ \text{g} = 7\,500\ \text{g}$$
$$70\ \text{t} = 70 \cdot 10\ \text{dt} = 700\ \text{dt}$$

Aufg. 4 könnte dann als *Hausaufgabe* gestellt werden. Das Umrechnen von Masseangaben in die nächstgrößere Einheit bringt insofern Probleme mit sich, als für den Schüler die Division natürlicher Zahlen nur ausführbar ist, wenn der Dividend ein Vielfaches des Divisors ist und die Division gebrochener Zahlen überhaupt noch nicht behandelt wurde.
Folgendes Vorgehen auf der Grundlage der Kenntnisse über gebrochene Zahlen (Stoffgebiet 2) wird vorgeschlagen:

$$2\,356\ \text{kg} = \frac{2\,356}{1\,000}\ \text{t} = 2\frac{356}{1\,000}\ \text{t} = 2{,}356\ \text{t} \quad \text{oder}$$
$$2\,356\ \text{kg} = 2\,000\ \text{kg} + 356\ \text{kg} = 2\ \text{t} + \frac{356}{1\,000}\ \text{t} = 2{,}356\ \text{t}$$

(Dazu sprechen lassen: $1\ \text{kg} = \frac{1}{1\,000}\ \text{t}$, 2 356 kg also $\frac{2\,356}{1\,000}\ \text{t}$)

Auf Beispiele, bei denen der Zahlenwert bereits eine gebrochene Zahl ist, sollte nur informativ eingegangen werden, z. B.

Aufg. 5c): $25{,}6\ \text{dt} = 2\,560\ \text{kg} = \frac{2\,560}{1\,000}\ \text{t} = 2{,}560\ \text{t}$

Es empfiehlt sich, zunächst einige Teilaufgaben von Aufg. 5 gemeinsam zu rechnen und den Lösungsweg von einzelnen Schülern kommentieren zu lassen.

Anwenden der erworbenen Fähigkeiten im Umrechnen von Masseangaben in eine andere Einheit Für die komplexe Anwendung der erworbenen Fähigkeiten und ihre weitere Ausbildung bietet das Lehrbuch vielseitige Aufgaben.

- Aufg. 6 und 7 sollten die Schüler selbständig lösen. Nur wenn mehrere Schüler Schwierigkeiten haben, sollte man im Unterrichtsgespräch erörtern, daß zum Vergleichen alle Masseangaben in dieselbe Einheit umgerechnet werden müssen und welche Einheit zweckmäßig ist (Aufg. 7).

– Für die Aufg. 8 wird man zumindest einem Teil der Schüler Hilfe geben müssen. Folgende Überlegungen könnten das Lösen erleichtern:

1. Durch welche Operation erhalte ich aus dem gegebenen Zahlenwert auf der linken Seite der Gleichung den Zahlenwert auf der rechten Seite?
2. Welche Einheit entspricht der ermittelten Operation und Umrechnungszahl? (Übersicht über die Einheiten nutzen)

Beispiel:

5,3 t = 53 dt denn $5{,}3 \cdot 10 = 53$

Dazu folgende *Überlegungen*:

Multiplizieren, also kleinere Einheit

Umrechnungszahl 10, also Dezitonnen, denn 1 t = 10 dt

Beispiel:

80 000 mg = 0,08 kg

Dazu folgende *Überlegungen*:

Der Zahlenwert ist kleiner, also muß die Einheit größer sein. Die nächstgrößere Einheit ist das Gramm.

$1 \text{ mg} = \frac{1}{1\,000} \text{ g}$, also $80\,000 \text{ mg} = \frac{80\,000}{1\,000} \text{ g} = 80 \text{ g}$

Wir müssen nochmals in die nächstgrößere Einheit umrechnen.

$1 \text{ g} = \frac{1}{1\,000} \text{ kg}$, also $80 \text{ g} = \frac{80}{1\,000} \text{ kg} = 0{,}08 \text{ kg}$

Die Einheit muß Kilogramm heißen.

Die 3. Teilaufgabe von 8b) und die 2. Teilaufgabe von 8c) eignen sich besonders für leistungsstarke Schüler.

– Die Aufg. 9 eignet sich gut dazu, das Finden eines Lösungsansatzes zu üben. Nachdem die Schüler versucht haben, selbständig einen Lösungsweg zu finden, tragen sie ihre Gedanken der Klasse vor. Im Unterrichtsgespräch sollte der Lehrer auf die Vorschläge der Schüler eingehen und jeden richtigen Denkansatz anerkennen. Zugleich sollten aber die zweckmäßigsten Vorgehensweisen hervorgehoben und verallgemeinert werden.

1. *Wir gehen von der Frage aus und geben eine vorläufige Antwort mit Hilfe einer Variablen:* Es müssen n Säcke bereitgestellt werden. Wir überlegen uns den Sachverhalt: In den n Säcken müssen 20 t Kartoffeln enthalten sein, und in einem Sack sind 50 kg, also muß gelten $n \cdot 50 \text{ kg} = 20 \text{ t}$. Um mit Größen rechnen zu können, müssen sie in derselben Einheit gegeben sein; wir rechnen um und erhalten $n \cdot 50 \text{ kg} = 20000 \text{ kg}$. Daraus folgt $n = 20000 : 50$ und $n = 400$. Es müssen also 400 Säcke bereitgestellt werden.

2. *Wir gehen von den gegebenen Größen aus und überlegen:*

$$\begin{array}{rcl}
1 \text{ Sack} & \longrightarrow & 50 \text{ kg} \\
 & & \downarrow \\
1 \text{ Sack} & \longleftarrow & 0{,}5 \text{ dt} \\
 & & \downarrow \\
2 \text{ Säcke} & \longleftarrow & 1 \text{ dt} \\
 & & \downarrow \\
20 \text{ Säcke} & \longleftarrow & 1 \text{ t } (10 \text{ dt}) \\
 & & \downarrow \\
20 \cdot 20 \text{ Säcke} & \longleftarrow & 20 \text{ t}
\end{array}$$

(Die Pfeile sollen lediglich die Denkschritte verdeutlichen.)

Für 20 t braucht man 400 Säcke.

– Aufg. 10 ist anspruchsvoll hinsichtlich der Analyse des Sachverhalts. Sie sollte deshalb mit den Schülern im Unterrichtsgespräch gelöst werden.

Bei Aufg. 10 gilt: Es müssen *gleich viele Dosen* zu 250 g bzw. 400 g gefüllt werden,

also $n \cdot 250\text{ g} + n \cdot 400\text{ g} = 0{,}78\text{ t}$

oder $n \cdot (250\text{ g} + 400\text{ g}) = 780\,000\text{ g}$

also $n = 780\,000 : 650$

$n = 1\,200$

(1 200 Dosen zu 250 g und 1 200 Dosen zu 400 g)

Kontrollaufgaben

1. Gib die Einheiten der Masse in einer Stellentafel an!
2. Nenne die Umrechnungszahlen zwischen t und dt, t und kg, dt und kg, kg und g sowie g und mg!
3. Nenne Gegenstände, die etwa die Masse von 1 g, 1 kg, 1 dt, 1 t haben!
4. Aufg. 4b)
5. Aufg. 5b)
6. Aufg. 9

Einheiten der Zeit; Lesen von Fahrplänen (4 Std.)

LE 2 (LB 88 bis 91)

Die Kenntnisse der Schüler über die Einheiten der Zeit sollen in dieser Unterrichtseinheit wiederholt und so gefestigt werden, daß sie den steigenden Anforderungen (größere Selbständigkeit auch im außerschulischen Bereich) genügen. Weil die Schüler in zunehmendem Maße mit Dezimalbrüchen als Zahlenwerte von Größen arbeiten, muß besonders betont werden, daß die Einheiten der Zeit *nicht nach dem dekadischen System* aufgebaut sind.

Ziele

Die Schüler

- besitzen sichere Kenntnisse über die Einheiten der Zeit und die für Zeitangaben verwendete Symbolik,
- können eine Zeit bzw. Zeitdauer angeben und berechnen,
- können Zeitangaben von einer Schreibweise in eine andere umrechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Wiederholen der Einheiten der Zeit und der Umrechnungszahlen für diese Einheiten
- Übungen zur Festigung der wiederholten Kenntnisse

2. Stunde

- Vertiefen der Kenntnisse über die verschiedenen Schreibweisen zur Angabe von Uhrzeiten bzw. der Zeitdauer
- Übungen im Berechnen von Zeitdifferenzen

3. Stunde

- Übungen im Lesen von Fahrplänen und im Berechnen von Zeitdifferenzen

Wiederholen der Einheiten der Zeit und der Umrechnungszahlen für diese Einheiten

Je nach Klassensituation könnten folgende *Übungen zur Sicherung des Ausgangsniveaus* durchgeführt werden:

- Dezimalbrüche in gemeine Brüche umrechnen lassen

  $3{,}1 = 3\frac{1}{10}$; $2{,}5 = 2\frac{5}{10} \overset{:5}{=} 2\frac{1}{2}$; $1{,}4 = 1\frac{4}{10} \overset{:2}{=} 1\frac{2}{5}$ usw.
- Brüche auf den Nenner 60 erweitern lassen

  $\frac{7}{5} = \frac{\quad}{60}$; $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{60}$; $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{60}$; $0{,}2 = \frac{\quad}{60}$; $\frac{1}{4} = \frac{\quad}{60}$ usw.
- Bruchteile von Ganzen berechnen lassen

  $\frac{1}{3}$ von 60; $\frac{1}{2}$ von 60; $\frac{3}{4}$ von 24; $\frac{1}{5}$ von 360; $\frac{4}{5}$ von 30 usw.

Zur *Motivierung und Zielstellung* wird folgendes Vorgehen empfohlen:
Durch eine Aufgabe, die in ihrem Inhalt dem Auftrag C 6 entspricht, dabei aber die konkreten Bedingungen des jeweiligen Schulortes berücksichtigt (statt Eisenbahn- gegebenenfalls Busfahrplan), wird den Schülern verdeutlicht, daß jeder Mensch in der Lage sein muß, Zeitangaben zu lesen, Zeitdifferenzen zu berechnen und Zeitpunkte zu bestimmen. Die Schüler werden erinnert, daß sie das schon in vorangegangenen Schuljahren gelernt und geübt haben. Mit dem Hinweis, daß von Schülern der 5. Klasse größere Selbständigkeit z. B. im Pionierverband oder im außerschulischen Sport erwartet wird, sollte die erneute Beschäftigung mit dem Lehrstoff begründet werden. Als *Ziel* könnte formuliert werden: Jeder von uns wird am Schluß der nächsten drei Stunden Fahrpläne lesen und dabei Zeitdifferenzen berechnen und Uhrzeiten bestimmen können, etwa: „Wie lange fährt ein Zug, der 9.53 Uhr abfährt und 13.07 Uhr ankommt?"
Damit ist die folgende Wiederholung ausreichend motiviert.

- Schüler sagen Zeiteinheiten an, die der Lehrer nach der Größe geordnet anschreiben läßt, ebenso werden die Umrechnungszahlen genannt. Es entsteht die linke Seite des folgenden *Tafelbildes*.

Einheiten der Zeit

1 Jahr	= 12 Monate	1 Monat	$= \frac{1}{12}$ Jahr
1 Monat	= 30 Tage (d)	1 d	$= \frac{1}{30}$ Monat
1 Woche	= 7 Tage (d)	1 d	$= \frac{1}{7}$ Woche
1 Tag (d)	= 24 Stunden (h)	1 h	$= \frac{1}{24}$ d
1 Stunde (h)	= 60 Minuten (min)	1 min	$= \frac{1}{60}$ h
1 Minute (min)	= 60 Sekunden (s)	1 s	$= \frac{1}{60}$ min

- Der Lehrer fordert die Schüler auf, einen Monat als Teil eines Jahres mit Hilfe einer gebrochenen Zahl auszudrücken usw. Es entsteht die rechte Seite des Tafelbildes.
  Der Lehrer läßt feststellen: Die Zahl 10 tritt nirgends als Umrechnungszahl auf, die Einheiten der Zeit lassen sich nicht in eine Stellentafel einordnen. Dadurch wird das Umrechnen erschwert.

Übungen zur Festigung der wiederholten Kenntnisse

- Aufg. 1 eignet sich für eine mündliche Übung, die Beispiele sollten vom Lehrer noch durch weitere ergänzt werden, z. B. Dauer eines Atemzuges, Dauer einer Schulwanderung, Dauer der Arbeitszeit an einem Werktag usw.

- Anhand von Aufg. 2 lassen sich die Kenntnisse über die Umrechnungszahlen prüfen, diese Aufgabe sollte von den Schülern deshalb selbständig gelöst werden.
- Für Aufg. 3 könnte man folgenden Lösungsweg vorgeben:
  $12\ h = 12 \cdot 60\ min = 720\ min$
  $1\,080\ s = (1\,080 : 60)\ min = 18\ min$
  $3\ h\ 15\ min = 3 \cdot 60\ min + 15\ min = 180\ min + 15\ min = 195\ min$
- Aufg. 4 stellt höhere Anforderungen und könnte zur Differenzierung für leistungsstarke Schüler genutzt werden.
- Als *Hausaufgabe* oder für selbständige Schülertätigkeit eignen sich Aufg. 6, 7, 8.

Vertiefen der Kenntnisse über die verschiedenen Schreibweisen zur Angabe von Zeitpunkten (Uhrzeiten) bzw. der Zeitdauer
Der Lehrer motiviert die Notwendigkeit der unterschiedlichen Symbolik:

Aufbau nach dem dekadischen System	Aufbau *nicht* nach dem dekadischen System
$1{,}5\ cm = 1\ cm + \frac{5}{10}\ cm$	$1{,}5\ h = 1\ h + \frac{5}{10}\ h \quad \left(\frac{5}{10} \overset{:5}{=} \frac{1}{2}\right)$ $1{,}5\ h = 1\frac{1}{2}\ h$
Weil $\frac{5}{10}\ cm = 5\ mm$, folgt $1{,}\underline{5}\ cm = 1\ cm\ \underline{5}\ mm$. Die Ziffer hinter dem Komma stimmt mit dem Zahlenwert der kleineren Einheit überein.	Weil $\frac{1}{2}\ h = 30\ min$, folgt $1{,}\underline{5}\ h = 1\ h\ \underline{30}\ min$. Die Ziffer hinter dem Komma stimmt *nicht* mit dem Zahlenwert der kleineren Einheit überein.

Der Lehrer erklärt dann, daß man für 1 h 30 min deshalb 1 : 30 h schreibt. Der Auftrag C 5 sollte anschließend gemeinsam gelöst werden.

Gegenüberstellen: $2{,}1\ min = 2\frac{1}{10}\ min = 2\ min\ 6\ s$ (6 s sind $\frac{1}{10}$ von 60 s)
$2 : 01\ min = 2\ min\ 1\ s$

Das mündliche Lösen von Aufg. 5 (ergänzt um weitere vom Lehrer gebildete Aufgaben) dient der Kontrolle, ob die Schüler die Schreibweise verstanden haben.

Übungen im Berechnen von Zeitdifferenzen Zur Motivierung könnte Aufg. 13 und 14* genutzt werden. Die Schüler sind zu der Erkenntnis zu führen, daß die Länge der Tage bzw. die Dauer der Erdumkreisungen als Differenz zwischen den betreffenden Zeitangaben zu berechnen sind, ebenso wie die Zeitdauer der Schulwanderung insgesamt. Damit ergibt sich das neue *Ziel*, das Berechnen von Zeitdifferenzen.

- Das Vorgehen können sich die Schüler selbständig anhand des Beispiels C 1 a) erarbeiten. Nachdem die Schüler im Lehrbuch gelesen haben, werden einzelne aufgefordert, das Vorgehen an Beispielen an der Tafel zu erläutern.
  Etwas schwierig ist eine schriftliche Darstellung an der Tafel bzw. im Heft. Dazu zwei Vorschläge:

Beispiel 1: Berechne die Zeitdifferenz zwischen 11.25 Uhr und 15.38 Uhr!

11.25 Uhr bis 12.00 Uhr	35 min
12.00 Uhr bis 15.38 Uhr	3 h 38 min
11.25 Uhr bis 15.38 Uhr	3 h 73 min 4 h 13 min

Beispiel 2: Wieviel Tage vergehen vom 18. Mai bis zum 2. September? (18. Mai mitgerechnet)

18. bis 31. Mai	14 d
Juni	30 d
Juli	31 d
August	31 d
1. bis 2. September	2 d
18. Mai bis 2. September	108 d

- Zur Übung in selbständiger Schülertätigkeit im Unterricht oder auch als *Hausaufgabe* eignen sich die Aufg. 9 und 10. Aufg. 11 könnte ebenfalls als *Hausaufgabe* gestellt werden.

Übungen im Lesen von Fahrplänen und im Berechnen von Zeitdifferenzen

- Auftrag C 6 gemeinsam lösen; die Aufgabe bereitet den Schülern nach den vorausgegangenen Übungen rechnerisch keine Schwierigkeiten und dient dazu, die Schüler mit einem Eisenbahnfahrplan vertraut zu machen. Notwendige Erläuterungen zur Anlage, zu Symbolen usw. gibt der Lehrer.
- Aufg. 15 bis 17 selbständig lösen lassen.
- Zur Differenzierung eignen sich für leistungsstarke Schüler die Aufg. 19 und 20*.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1 **2.** Aufg. 3 **3.** Aufg. 9 **4.** Aufg. 16

Messen von Streckenlängen (3 Std.)

LE 3 (LB 92 bis 94)

Die Schüler können bereits Längenangaben von einer Einheit in eine andere umrechnen sowie die Längen vorgegebener Strecken messen bzw. Strecken bestimmter Länge zeichnen. In dieser Unterrichtseinheit geht es darum, daß die Schüler am Beispiel des Messens von Streckenlängen das Wesen des Messens von Größen als *Vergleichen mit einer Einheitsgröße* erfassen. Im Zusammenhang damit sollen sie die Einsicht vertiefen, daß durch Messen von Größen in jedem Falle *Näherungswerte* für die wirkliche Größe ermittelt werden, und daraus Schlußfolgerungen für die Angabe von Größen mit *sinnvoller Genauigkeit* ableiten. Ferner soll durch Analogiebetrachtung zum dekadischen Positionssystem und durch Anwendung der Kenntnisse über die Multiplikation von Dezimalbrüchen eine hohe Sicherheit im Umrechnen von Längenangaben in andere Einheiten bei den Schülern erzielt werden.

Ziele

Die Schüler

- haben Sicherheit im Umrechnen von Längenangaben in andere Einheiten erlangt,
- können Streckenlängen messen und entscheiden, wie genau eine Länge sinnvoll angegeben werden kann,

- haben die Längenmessung als Vergleichen mit der Länge einer Einheitsstrecke erfaßt und sind bemüht, genau zu messen bzw. sauber und genau zu zeichnen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung der wiederholenden Beschäftigung mit dem Messen und Zeichnen von Strecken
- Erarbeitung des Wesens der Längenmessung
- Übungen zum Messen von Streckenlängen sowie zum Zeichnen und Bezeichnen von Strecken

2. Stunde

- Überlegungen zur sinnvollen Genauigkeit bei Längenangaben und weitere Übungen im Messen von Streckenlängen und Zeichnen von Strecken

3. Stunde

- Übungen zum Umrechnen von Längenangaben in andere Einheiten

Methodische Hinweise

Motivierung der wiederholenden Beschäftigung mit dem Messen und Zeichnen von Strecken Folgende Übungen könnten in Abhängigkeit von der Klassensituation der Motivierung vorangestellt werden.

- Dezimalbrüche und Zehnerbrüche in eine Stellentafel einordnen lassen, z. B.:
  $1803{,}704;\ 28{,}01;\ 753;\ 0{,}816;\ 12\frac{1}{10};\ 3\frac{78}{100};\ \frac{53}{1\,000}$
- Dezimalbrüche und natürliche Zahlen mit 10, 100, 1000 multiplizieren bzw. $\frac{1}{10};\ \frac{1}{100};\ \frac{1}{1\,000}$ von natürlichen Zahlen bilden lassen, z. B.
  Multipliziere mit 10, 100, 1000!
  3,87; 14,3; 0,08; 28; 6,004; 700
  Berechne $\frac{1}{10};\ \frac{1}{100};\ \frac{1}{1\,000}$ von 7000; 3421; 121; 800; 15; 7!
  $\left(\frac{121}{1\,000} = 0{,}121;\ \frac{800}{1\,000} = \frac{8}{10} = 0{,}8\right.$ usw.)

Nunmehr erfolgt die Motivierung der Schüler für die *Zielstellung* der Lerneinheit.

- Unterrichtsgespräch zu LB-Bild im LB 92
  Von dem historischen Rückblick ausgehend, sollte unter Einbeziehung der bei den Schülern vorhandenen Kenntnisse und Erfahrungen bewußt gemacht werden, daß heute in bestimmten Produktionsbereichen sehr hohe Anforderungen an die Genauigkeit von Längenmessungen gestellt werden müssen, wie z. B. beim Straßen-, Brücken- und Tunnelbau; bei der Anfertigung von Maschinenteilen mißt man auf Zehntel oder Hundertstel Millimeter genau; präzise Messungen sind bei der Annäherung zweier Flugkörper im Weltraum (sowjetische Orbitalstation) erforderlich.
  Im Lehrervortrag sollte zusammenfassend hervorgehoben werden, wie gesellschaftspraktische Bedürfnisse die Entwicklung der Mathematik vorangetrieben haben.
- Auftrag C 7 gemeinsam lösen, dabei die wissenschaftliche Tat, die damit geleistet wurde, würdigen und Konsequenzen für die eigene Arbeit ableiten lassen.
- Aus der Einsicht der Schüler, daß in vielen Berufen Strecken sehr genau gemessen, abgesteckt oder gezeichnet werden müssen, ergibt sich folgende *Zielstellung* für die

Lerneinheit: Obwohl wir schon Strecken zeichnen und messen können, müssen wir uns weiter darin üben, um unsere Zeichen- und Meßgenauigkeit zu erhöhen.

Erarbeitung des Wesens der Längenmessung

- Motivieren: Wir haben schon oft Streckenlängen gemessen, was haben wir dabei eigentlich gemacht, wie könnte man jemandem erklären, wie man eine Streckenlänge messen muß?
- Demonstrieren einer Längenmessung: Eine Schülergruppe mißt die Wandtafellänge mit einem Tafellineal (1 m). Alle Schüler haben den Auftrag, den Vorgang zu beschreiben.
- Im Unterrichtsgespräch finden lassen:
  Wir ermitteln, wie oft das Meter in der Tafellänge enthalten ist. Das mehrmalige Ansetzen des Meters ist umständlich und ungenau. Die Benutzung eines Meßzeuges (Meßband, Lineal) ist zum Messen vorteilhafter. (Das Ansetzen entfällt, die Meßgenauigkeit ist größer.)
- Zur Festigung könnten an die Schüler folgende Fragen gestellt werden:
  Wie mißt eine Verkäuferin den Stoff, den sie verkauft? (Sie trägt eine Einheitsstrecke am Stoff entlang hintereinander ab.)
  Wie mißt man die Länge beim Weitsprung? (Man legt an die gesprungene Strecke ein Bandmaß an.)
  Wie kann man die Länge einer Seite des Quadrates *ABCD* kurz angeben, wenn sie 3 cm beträgt? ($\overline{AB} = 3$ cm oder $a = 3$ cm)

Als Ergebnis der Schülerantworten könnte folgender Merkstoff an der *Tafel* festgehalten und ins Heft übernommen werden:

> **Zeichnen von Strecken und Messen ihrer Länge**
> Wir messen die Länge einer Strecke, indem wir diese mit der Länge einer Einheitsstrecke vergleichen. Eine Strecke oder ihre Länge kann durch ihre zwei Endpunkte oder mit einem kleinen Buchstaben bezeichnet werden.

In der Schule wird für die Bezeichnung der Strecke $\overline{AB}$ und die Angabe ihrer Länge $|\overline{AB}|$ dieselbe Symbolik verwendet: $\overline{AB} = a$.

Übungen zum Messen von Streckenlängen ...

- Auftrag C 9 führen die Schüler selbständig aus. (Bei 9a die Endpunkte der Strecken zusätzlich bezeichnen lassen!)
- Als Übungsaufgaben eignen sich an dieser Stelle Aufg. 1 und 2 sowie Aufg. 3, die zum Teil auch als *Hausaufgabe* gelöst werden könnten. Sehr zu empfehlen ist auch Aufg. 3 (mit schwarzer Numerierung; LB 94).

Überlegungen zur sinnvollen Genauigkeit bei Längenangaben ...

- Anknüpfend an die Kontrolle der *Hausaufgaben* (Messen von Streckenlängen) kann die Frage gestellt werden, wie genau man die Länge einer Strecke in Abhängigkeit von dem verwendeten Meßzeug, der Gewissenhaftigkeit des Messenden, aber auch vom Zweck der Messung angeben darf bzw. sollte. Als Motiv können unterschiedliche Meßergebnisse der Schüler genutzt werden. Zur Illustration könnte auch das LB-Bild im LB 92 (unten) mit erläuterndem Text genutzt werden.
- Zur Vertiefung dieser Gedanken sollte Auftrag C 8 als Problemstellung mit den Schülern diskutiert werden. Gegebenenfalls müssen die Längenangaben erläutert werden, etwa 24,795 m = 24 m 7 dm 9 cm 5 mm, also auf Millimeter genau. Auftrag C 10 wäre als *Hausaufgabe* geeignet.

- Die Schüler sollten immer wieder zum Schätzen von Größen veranlaßt werden, wie z. B. in den Aufg. 4 und 5. Aufg. 4, 5 und 6 eignen sich als *Hausaufgabe.*

Übungen zum Umrechnen von Längenangaben in andere Einheiten

- Erfahrungsgemäß ist das Leistungsniveau verschiedener Klassen, aber auch einzelner Schüler beim Umrechnen von Größen in andere Einheiten sehr unterschiedlich. Deshalb empfiehlt es sich, zunächst durch eine Wiederholung ein einheitliches Ausgangsniveau zu sichern. Dazu kann die folgende Tabelle genutzt werden. Man sollte evtl. Hekto- und Dekameter zur Begründung der Lücken einfügen. (↗ Bild 3.1)

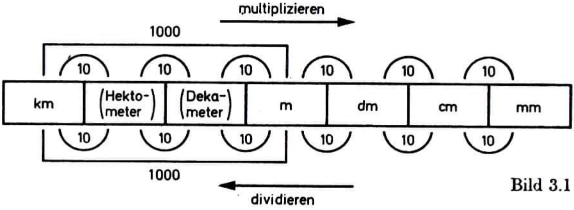


Bild 3.1

- Auf der Grundlage der in dieser Weise reaktivierten Kenntnisse könnte dann das Beispiel C 2 durchgesprochen werden. Dabei sollte auf das Rechnen mit gebrochenen Zahlen zur Begründung eingegangen werden:

  $3{,}52 \text{ km} = 3{,}52 \cdot 1\,000 \text{ m} = 3\,520 \text{ m}$

  $6{,}03 \text{ m} = 6{,}03 \cdot 100 \text{ cm} = 603 \text{ cm}$

  $63 \text{ dm} = \frac{63}{10} \text{ m} = 6{,}3 \text{ m}$ $\quad\left(1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ m}\right)$

  $6\,500 \text{ m} = \frac{6\,500}{1\,000} \text{ km} = \frac{65}{10} \text{ km} = 6{,}5 \text{ km}$ $\quad\left(1 \text{ m} = \frac{1}{1\,000} \text{ km}\right)$

  $5 \text{ km } 24 \text{ m} = 5\frac{24}{1\,000} \text{ km} = 5{,}024 \text{ km}$ usw.
- Die Aufg. 7 bis 13 bieten vielfältige Übungsmöglichkeiten zur Herausbildung sicheren Könnens, vor allem sollten die Aufg. 11, 12 und 13 gerechnet werden.
- Aufg. 14 kann zur Differenzierung für leistungsstärkere Schüler genutzt werden.
  Z. B. 300 cm = 3 m (Der Zahlenwert wird kleiner, die Einheit muß größer sein.
  100 cm = 1 m, also 300 cm = 3 m usw.)
- Als *vorbereitende Hausaufgabe* sollten die Schüler den Auftrag erhalten, die Lerneinheit 4, LB 95 bis 96, durchzuarbeiten und Aufg. 1, LB 96, zu lösen.

Kontrollaufgaben

1. Gib die Einheiten der Länge in einer Tabelle an! Begründe die Lücken!
2. Zeichne folgende Strecken mit Hilfe der Lochschablone: $\overline{AB}$ mit $A(7)$, $B(8)$ und $\overline{CD}$ mit $C(6)$, $D(3)$ sowie $\overline{EF}$ mit $E(15)$, $F(16)$. Trage die Strecken auf einer Geraden aneinander an und miß die Gesamtstrecke! Rechne die Gesamtlänge aus, vergleiche! *(7,5 cm)*
3. Rechne in die in Klammern gegebenen Einheiten um!

a) 38 mm (cm)	d) 0,6 m (cm)	*(a) 3,8 cm*	*d) 60 cm*
b) 580 cm (m)	e) 32 mm (m)	*b) 5,80 m*	*e) 0,032 m*
c) 8,7 km (m)	f) 3 km 51 m (km)	*c) 8 700 m*	*f) 3,051 km)*

4. Nenne Gegenstände bzw. Strecken, die eine Länge von 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km haben!

Strecken und Rechtecke im Gelände (1 Std.)

LE 4 (LB 95 bis 96)

Diese Unterrichtseinheit dient dazu, den Schülern die Anwendung mathematischer Kenntnisse in der Praxis zu demonstrieren. Um dieses Anliegen zu erfüllen, bedarf sie besonders gründlicher Motivierung und genauer organisatorischer Vorbereitung. Arbeitsgeräte müssen bereitgestellt bzw. langfristig vorbereitet werden. *Fluchtstäbe* finden sich häufig als Begrenzungsstäbe für Spielfelder unter den Unterrichtsmitteln für den Sportunterricht oder können aus Besenstielen selbst hergestellt werden. Anstelle der *Winkelkreuze* können zur Not Wandtafeldreiecke verwendet werden. Die Klasse sollte für die Arbeit im Freien in Gruppen mit je einem verantwortlichen Schüler aufgeteilt werden. Die Kenntnisse sollten vor allem in der außerunterrichtlichen Arbeit angewandt werden.

Ziele

Die Schüler
- wissen, was man unter dem Einpeilen oder Einvisieren eines Punktes versteht und wie man eine vorgegebene Strecke im Gelände mittels Fluchtstäben und einem Meßband abstecken kann,
- wissen, wie ein Rechteck, dessen Seiten vorgegeben sind, im Gelände abgesteckt wird,
- können dieses Wissen bei praktischen Übungen im Gelände anwenden.

Schwerpunkte

- Erarbeitung des Vorgehens beim Abstecken einer Strecke und eines Rechtecks, dabei Einführen von „Fluchtstab" und „Einpeilen eines Punktes"
- Übung des Absteckens einer vorgegebenen Strecke bzw. eines Rechtecks im Gelände

Methodische Hinweise

Erarbeitung des Vorgehens beim Abstecken einer Strecke und eines Rechtecks, ...
- Schüler über eigene Erfahrungen und Beobachtungen berichten lassen: Gartenarbeit, Beobachtung von Tiefbau- und Gleisarbeiten oder von Vermessungstechniken
- Das Ziel könnte man etwa folgendermaßen formulieren: In vielen Fällen ist es notwendig, Strecken oder Rechtecke im Gelände genau abzustecken. Deshalb werden wir das üben. Zunächst werden wir uns überlegen, wie wir vorgehen müssen und was jeder einzelne zu tun hat. Dann werden wir das Abstecken im Gelände ausführen.

Das Abstecken einer Strecke und das Markieren eines Punktes innerhalb der Strecke und auf ihrer Verlängerung werden von einzelnen Schülern mit Hilfe der Fluchtstäbe demonstriert. Dabei wird erklärt, was unter „Einpeilen" und „Einvisieren" zu verstehen ist. Zwei andere Schüler überprüfen mit einer Schnur, die sie entlang der Fluchtstäbe spannen, ob die Punkte auf einer Geraden liegen. Dabei nutzen die Schüler ihre Kenntnisse, die sie sich in der *Hausaufgabe* angeeignet haben.

Übung des Absteckens einer vorgegebenen Strecke bzw. eines Rechtecks im Gelände
Zunächst sollte demonstriert werden, wie durch zwei Fluchtstäbe eine Strecke gekennzeichnet wird und wie man auf dieser Strecke weitere Fluchtstäbe einvisiert und damit

die Strecke verlängert. Nachdem das in Gruppen geübt wurde, könnte die Aufg. 3 gelöst werden. Dies geschieht in Gruppen, die jeweils von einem Schüler geleitet werden. Der Lehrer kontrolliert und läßt gegebenenfalls wiederholen.
Es ist auf strenge Ordnung zu achten. Kein Schüler hat den zugeteilten Abschnitt des Schulhofes zu verlassen.
Analog sollte man auch beim Abstecken eines Rechtecks verfahren. Bei der Demonstration des Vorgehens kann man sich am Beispiel C 4 und am LB-Bild C 7 orientieren. Zur Übung könnten die Schüler ein Volleyball-Spielfeld (18 m · 9 m) abstecken oder auch ein Quadrat von 10 m Seitenlänge.

Umfang von Rechtecken (3 Std.)

LE 5 (LB 96 bis 99)

Im Hinblick auf die Weiterführung der Bestimmung von Umfängen und Flächeninhalten ebener Figuren in den folgenden Klassenstufen ist es wichtig, daß jeder Schüler am Beispiel des Rechtecks erfaßt, daß der Umfang eine Größe ist, die man durch Addition der Seitenlängen erhält. Das *formale* Anwenden einer Formel für den Rechteckumfang muß auf jeden Fall verhindert werden. Die Schüler müssen erkennen, daß es zu *einem* Rechteck nur *einen* Umfang gibt, dagegen aber nicht zu *einem* gegebenen Umfang *genau ein* Rechteck.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß der Umfang eines Rechtecks die Summe der Längen seiner Seiten ist und können diesen Sachverhalt durch eine Gleichung mit Variablen (Formel) ausdrücken,
- können den Umfang von Rechtecken sicher berechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung der Umfangsberechnung von Rechtecken
- Einführung des Begriffs „Umfang“ und Erarbeitung eines Verfahrens zur Umfangsberechnung von Rechtecken
- Übung im Berechnen von Umfängen durch Addition der Längen aller Rechteckseiten

2. Stunde
- Erarbeitung von Gleichungen zur Vereinfachung der Umfangsberechnung
- Übung zur Umfangsberechnung mit Hilfe einer Formel

3. Stunde
- Übungen zur Umfangsberechnung von Rechtecken

Motivierung der Umfangsberechnung von Rechtecken Zunächst einige Vorschläge für *Übungen zur Sicherung des Ausgangsniveaus:*

- Längenangaben in andere Einheiten umwandeln lassen, z. B.:
  Rechne in cm um! 2,15 m; 3 dm; 720 mm; 0,41 m; 0,6 dm; 5 mm
  Rechne in m um! 311 cm; 56 dm; 7,3 km; 0,4 km; 3 280 mm; 83 cm
- Terme, die Klammern enthalten, berechnen lassen, z. B.:
  $6 \cdot (13 - 4)$; $12 - 5 \cdot 2$; $(12 - 5) \cdot 2$; $(4 - 3) \cdot (18 + 2)$
- Antragen von Strecken, z. B.:
  Gegeben: $\overline{AB} = 4{,}1$ cm; $\overline{EF} = 13$ mm
  Trage die Strecke $\overline{EF}$ an die Strecke $\overline{AB}$ an! Wie lang ist die Strecke, die du danach erhältst? Vergleiche sie mit den Längen von $\overline{AB}$ und $\overline{EF}$!

Zur *Motivierung* erläutert der Lehrer Sachverhalte, die auf das Problem der Umfangsberechnung von Rechtecken führen, und regt die Schüler an, weitere Beispiele zu nennen.

Beispiele:

- Ein rechteckiges Bild ist einzurahmen. Wieviel Zentimeter Leiste benötigt man?
- Eine Viehkoppel soll durch einen elektrischen Zaun begrenzt werden. Wieviel Meter Draht benötigt man?
- Ein Schüler will 1000 m laufen. Wie oft muß er um ein rechteckiges Spielfeld herumlaufen?
- LB-Bild C 8 (LB 96 unten) betrachten lassen und hervorheben: Die Länge der Seiten des rechteckigen Grundstücks ist bekannt. Man sucht die Länge des Drahtzaunes, der das Grundstück umzäunt; das ist die Länge der einzelnen Seiten zusammen.

Die Schüler erkennen: Häufig muß man von einem Rechteck wissen, wie groß die Summe der Seitenlängen ist. Daraus ergibt sich das *Ziel* der Stunde, solche Berechnungen zu üben.

Einführung des Begriffs „Umfang" und Erarbeitung eines Verfahrens ...

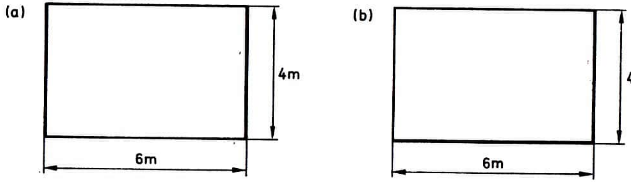
- An der Tafel ist mit Hilfe von Pappstreifen oder Holzleisten, an denen Magnete befestigt sind, ein Rechteck dargestellt. Die Seiten werden zu einer Strecke aneinandergesetzt, diese wird gemessen. Der Lehrer teilt mit, daß man die so ermittelte Länge als den Umfang des Rechtecks bezeichnet.
- Ein Rechteck wird mittels Lochschablone vorgegeben. Alle Schüler ermitteln den Umfang durch Streckenantragen und Messen der Gesamtstrecke, nachdem das Vorgehen an der Tafel demonstriert worden ist.
- Als Zusammenfassung erfolgt ein Hefteintrag entsprechend Merkstoff C 2 und Beispiel C 5. Die „Musterlösung" sollte unter Mitwirkung der Schüler an der Tafel entstehen und nicht einfach vorgegeben werden.

Übung im Berechnen von Umfängen durch Addition der Längen aller Rechteckseiten

- Den Schülern werden die Seitenlängen des Rechtecks vorgegeben. Sie berechnen selbständig den Umfang, z. B. Aufg. 1. (Falls notwendig, können sie sich an der Musterlösung orientieren.)
- Den Schülern werden Rechtecke mittels Lochschablone vorgegeben. Sie führen die notwendigen Messungen aus und berechnen den Umfang. (In beiden Fällen muß der Lehrer die Einhaltung einer exakten mathematischen Niederschrift nach Beispiel C 5 konsequent durchsetzen!)
- Als *Hausaufgabe* könnten die Aufg. 2 und 3 gelöst werden.

Erarbeitung von Gleichungen zur Vereinfachung der Umfangsberechnung Die Schüler werden selbst schon gefunden haben, daß man das Vorgehen vereinfachen kann. Diese Gedanken werden als *Zielstellung* formuliert: Wir wollen die Umfangsberechnung verkürzen!

– Zwei Möglichkeiten werden gegenübergestellt (↗ Bild 3.2):



Die Vereinfachung der Umfangsberechnung Bild 3.2

(a) Gegenüberliegende Seiten mit gleicher Farbe hervorheben.

Zu (a):
$u = 6\text{ m} + 6\text{ m} + 4\text{ m} + 4\text{ m}$
$u = 2 \cdot 6\text{ m} + 2 \cdot 4\text{ m}$
$u = 12\text{ m} + 8\text{ m}$
$u = 20\text{ m}$

6 m bzw. 4 m wieder wie in der Zeichnung mit Farben kennzeichnen.

(b) Benachbarte Seiten mit gleicher Farbe hervorheben.

Zu (b):
$u = (6\text{ m} + 4\text{ m}) + (6\text{ m} + 4\text{ m})$
$u = 2 \cdot (6\text{ m} + 4\text{ m})$
$u = 2 \cdot 10\text{ m}$
$u = 20\text{ m}$

(6 m + 4 m) wieder wie in der Zeichnung mit Farben kennzeichnen.

Die zweite Zeile besonders betrachten lassen und fragen, welches Rechengesetz die Schüler erkennen.

$$u = 2 \cdot 6\text{ m} + 2 \cdot 4\text{ m} = 2 \cdot (6\text{ m} + 4\text{ m})$$

Wiederholen des Distributivgesetzes.
– Mehrere Beispiele rechnen lassen; als „Musterlösung" dient dabei das Beispiel C 6.
– Dann erst erfolgt die Verallgemeinerung in Form einer Gleichung mit Variablen. (↗ LB 97!)

Man versäume auch nicht, von den Schülern zu fordern, daß sie in Worten wiedergeben, was die Gleichung aussagt. Etwa: Um den Umfang eines Rechtecks zu berechnen, kann ich die Längen zweier benachbarter Seiten addieren und die Summe verdoppeln. Oder: Ich messe zwei Seiten, die einen rechten Winkel bilden, addiere die Längen und multipliziere die erhaltene Summe mit 2, dann erhalte ich den Umfang des Rechtecks. Es sollte betont werden, daß man damit lediglich die Addition der vier Seitenlängen verkürzt. Auch sollte man die Seiten des Rechtecks mit anderen Variablen bezeichnen, um ein inhaltliches Verständnis zu sichern (↗ Bild 3.3).

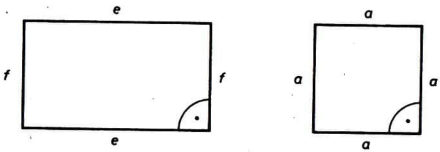


Bild 3.3

$u = e + f + e + f$
$u = 2 \cdot (e + f)$

Das Rechteck ist ein Quadrat.
$u = a + a + a + a$
$u = 2 \cdot (a + a)$
$u = 4 \cdot a$

Als Variante zu diesem Vorgehen bietet sich ein kürzerer Weg zur Erarbeitung der Formel an, der mögliche Unterforderungen leistungsstärkerer Schüler vermeiden hilft. Die Schüler werden aufgefordert, von sich aus Vorschläge zur Verkürzung der Umfangsberechnung zu bringen. Ein Beispiel und die allgemeine Darstellung werden gegenübergestellt:

$u = 4\text{ cm} + 7\text{ cm} + 4\text{ cm} + 7\text{ cm}$	$u = a + b + a + b$
$u = 4\text{ cm} + 4\text{ cm} + 7\text{ cm} + 7\text{ cm}$	$u = a + a + b + b$
$u = 2 \cdot 4\text{ cm} + 2 \cdot 7\text{ cm}$	$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$
$u = 2 \cdot (4\text{ cm} + 7\text{ cm})$	$u = 2 \cdot (a + b)$

Übung zur Umfangsberechnung mit Hilfe einer Formel Bei dieser ersten Übung sollte man sich darauf beschränken, den Umfang zu berechnen und noch keinen Wechsel von gegebenen und gesuchten Größen vorzunehmen. Dazu kann man entsprechende Teilaufgaben aus Aufg. 6 auswählen. Die Aufgaben könnte man noch durch die Berechnung von Quadraten ergänzen.

Übungen zur Umfangsberechnung von Rechtecken

- Die folgenden Übungen sollen die Kenntnisse der Schüler vertiefen. Dabei ist die Lehrplanforderung nach Aufgabenvielfalt zu beachten. Das geschieht u. a. durch den Wechsel von gegebenen und gesuchten Größen; an Stelle des Umfangs ist eine Rechteckseite gesucht. Beim Lösen solcher Aufgaben sollte man die Schüler nicht auf einen bestimmten Weg festlegen, doch sollte man sie auf den Vorteil einer *Skizze* gerade bei geometrischen Sachverhalten hinweisen. Häufig fällt es den Schülern leichter, richtige Überlegungen anzustellen, als diese mathematisch exakt aufzuschreiben. Auf letzteres sollte man hinarbeiten, ohne die Schüler zu entmutigen, z. B. anhand der Aufg. 6b).

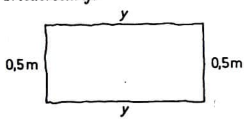
Überlegungen

Da der Umfang 30 dm = 3,0 m beträgt und die beiden gegebenen Seiten zusammen 1 m betragen, muß die gesuchte Seite die größere sein.

Da der Umfang 3 m beträgt und die gegebenen Seiten zusammen 1 m betragen, bleiben für die beiden anderen Seiten 2 m übrig.

Da gegenüberliegende Seiten gleich lang sind, muß die gesuchte Seite 1 m betragen.

Niederschrift



$2 \cdot y = (3{,}0\text{ m} - 2 \cdot 0{,}5\text{ m})$
$2 \cdot y = 3{,}0\text{ m} - 1{,}0\text{ m}$
$2 \cdot y = 2{,}0\text{ m}$
$2y = 2{,}0\text{ m}$
$y = 1{,}0\text{ m}$

Die gesuchte Seite ist 1 m lang.

Hinweis an die Schüler: Wir schreiben 3,0 m; 1,0 m usw., um zu verdeutlichen, daß wir auf Dezimeter genau gemessen haben. (Gegebene Größen sind mit 30 dm und 0,5 m angegeben.)

Auch Niederschriften wie

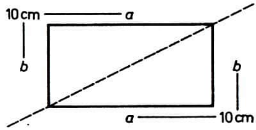
$30\text{ dm} = 3\text{ m}$
$2 \cdot 0{,}5\text{ m} = 1\text{ m}$
$3\text{ m} - 1\text{ m} = 2\text{ m}$
$y = 1\text{ m}$

oder Lösungen im Kopf sollte der Lehrer anerkennen.

- Weitere Aufgaben, bei denen ein Maßstab berücksichtigt werden muß, fordern von den Schülern die komplexe Anwendung von Wissen und Können (z. B. Aufg. 7).
- Die Aufg. 7 eignet sich gut, um das Wesentliche zu festigen, nämlich, daß der Umfang eines n-Ecks immer die Summe der Seitenlängen ist. Die Aufgabe ist analog dem Beispiel C 5 zu lösen.

– Die Aufg. 4 sollte genutzt werden, um den Schülern bewußtzumachen, daß zwar jedem Rechteck eindeutig sein Umfang zugeordnet ist, die Umkehrung aber nicht gilt. Deshalb ist darauf zu achten, daß die Schüler vier verschiedene Rechtecke mit einem Umfang von 20 cm zeichnen.
Folgende Überlegungen könnten den Schülern, die keinen Weg finden, das Lösen erleichtern:
Zwei benachbarte Seiten ergeben den halben Umfang.

$a + b = 10$ cm
1 cm + 9 cm = 10 cm; $a = 1$ cm; $b = 9$ cm
2 cm + 8 cm = 10 cm; $a = 2$ cm; $b = 8$ cm
⋮ ⋮
5 cm + 5 cm = 10 cm; $a = 5$ cm; $b = 5$ cm (Quadrat)



Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1
2. Aufg. 6a) (erste Zeile)
3. Beschreibe, wie du den Umfang eines Rechtecks ermittelst!
4. Erläutere die Formel $u = 2 \cdot (a + b)$

Hinweis: Streng genommen, bedeuten hier a und b die Längen der Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ des Rechtecks $ABCD$. Im Mathematikunterricht wird aber in der Symbolik nicht zwischen der Strecke $\overline{AB}$ (Punktmenge der Ebene oder des Raumes, zu der außer A und B jeder Punkt gehört, der auf der Geraden $g\,(AB)$ zwischen A und B liegt) und ihrer Länge $|\overline{AB}| = a$ unterschieden. So bedeutet a einmal die Strecke $\overline{AB}$, ein anderes Mal die Länge dieser Strecke.

Stoffabschnitt 3.2. (27 Std.)

Flächen- und Rauminhalt

Mit der Erarbeitung von Formeln zur Berechnung des *Flächeninhalts von Rechtecken* bzw. des *Rauminhalts von Quadern* werden den Schülern zwei weitere algorithmische Verfahren für das Lösen bestimmter Klassen von Aufgaben erschlossen. Dabei ist es entscheidend, daß die Schüler die Formeln als Handlungsanweisung begreifen und verstehen. Das wird dadurch erreicht, daß man bei der Erarbeitung jedes formale Vorgehen vermeidet, indem man vor dem Aufstellen der Gleichung ein vollständiges inhaltliches Verständnis sichert. Die Formulierung der anschaulich gewonnenen Erkenntnisse in umgangssprachlichen Worten sollte deshalb immer vor der Formulierung in „mathematischer Sprache“ mit Hilfe von Variablen erfolgen. Auch bei der Anwendung der Formeln sollte der Lehrer hin und wieder prüfen, ob die Schüler die Formeln in Handlungsanweisungen „übersetzen“ können.
Flächen- und Rauminhaltsberechnungen sind gut geeignet, die Schüler zur Einhaltung einer *exakten mathematischen Form* zu erziehen: Angabe der gegebenen und gesuchten Größen, allgemeine Lösung, Trennen von Haupt- und Nebenrechnung, Überschlag. Der damit verbundene Schreibaufwand erscheint deshalb berechtigt und muß den Schülern gegenüber motiviert werden. Indem die Schüler die Hinweise des Lehrers zur Angabe

von Meß- und Rechenergebnissen mit *sinnvoller Genauigkeit* beachten und verstehen und indem sie ihre Ergebnisse durch Überschläge überprüfen, entwickeln sie ihre kritische Haltung gegenüber der eigenen Arbeit weiter.

Messen des Flächeninhalts von Rechtecken (3 Std.)

LE 6 (LB 99 bis 101)

Nachdem die Schüler gelernt haben, wie man jedem Rechteck seinen Umfang zuordnet, sollen sie nunmehr den Inhalt des Begriffs „Größe einer Fläche" genau erfassen, indem sie die Anzahl von *Einheitsquadraten*, die eine ebene Figur ausfüllen, als Maß für deren „Flächeninhalt" kennenlernen. Das Ermitteln der Anzahl von Einheitsquadraten durch Auszählen dient zugleich dazu, die Gewinnung der Flächeninhaltsformel für Rechtecke vorzubereiten. In Analogie zum Messen von Strecken müssen die Schüler das Messen des Flächeninhalts als *Vergleichen mit einem Einheitsquadrat* begreifen.

Ziele

Die Schüler
- haben den Begriff „Flächeninhalt einer ebenen Figur" inhaltlich richtig erfaßt und wissen, daß der Flächeninhalt als eine der Figur zugeordnete Größe durch einen Zahlenwert mit einer entsprechenden Einheit angegeben wird,
- kennen den Buchstaben A als Symbol für den Flächeninhalt und können Flächeninhalte von Rechtecken messen, indem sie die Einheitsquadrate, die vollständig in der Rechteckfläche liegen, auszählen,
- wissen, daß einem gegebenen Flächeninhalt verschiedene Rechtecke zugeordnet werden können.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeitung des Begriffs „Flächeninhalt" und Einführung von „Messen eines Flächeninhalts" durch Vergleichen mit einem Einheitsquadrat

2. Stunde
- Übungen zum Messen von Flächeninhalten

3. Stunde
- Vertiefung der Kenntnisse über das Messen von Flächeninhalten

Methodische Hinweise

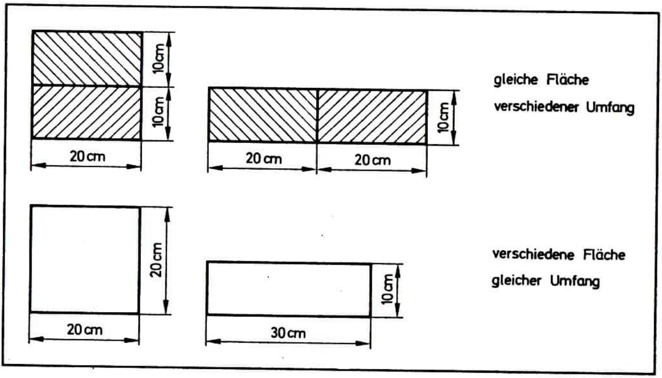
Erarbeitung des Begriffs „Flächeninhalt" ... Zur *Sicherung des Ausgangsniveaus* werden folgende Übungen empfohlen:
- Rechtecke, darunter auch Quadrate, mit vorgegebener Seitenlänge in Zentimetern, Zahlenwert ganzzahlig, zeichnen und benennen lassen,

- Ungleichungen lösen lassen, z. B.
  $3 < a < 5$ oder $20 < x < 24$.

Anschließend kann die *Motivierung und Zielstellung* für die Schüler erfolgen. Entsprechend der konkreten Schulsituation ist ein Problem zu suchen, das auf die Berechnung des Flächeninhalts eines Rechtecks führt, etwa:

Die Eltern haben sich vorgenommen, das Klassenzimmer vorzurichten. Die Wände sollen gestrichen werden. Wieviel Farbe wird benötigt?

Die Schüler werden finden, daß die Menge der Farbe von der Größe der Wände abhängig ist. Die Wände „sind" Rechtecke. Was ist unter der Größe eines Rechtecks zu verstehen? Die Schüler werden sicher feststellen, daß die Größe von der Länge der Seiten abhängt. Möglicherweise vermuten sie, daß die Größe mit dem Umfang gleichzusetzen ist. Durch Demonstration mit einer Schnur, die an den Enden zusammengeknüpft ist, zeigt der Lehrer, daß bei gleichem Umfang verschieden viel Platz, also eine unterschiedliche Fläche, von den Seiten eingeschlossen werden kann und daß es auf die Größe dieser Fläche ankommt. Das kann an der *Tafel* durch *Applikationen* verdeutlicht werden:

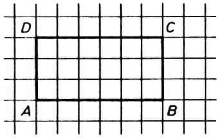


Das *Ziel* wird formuliert: Was innerhalb des Rechtecks liegt, nennen wir die Fläche des Rechtecks. Um die richtige Menge Farbe einzukaufen, müssen wir die Größe dieser Fläche messen können. Damit kann zur Erarbeitung übergegangen werden.

- Wiederholen des Messens von Strecken, evtl. Merkstoff C 1, LB 92, lesen lassen und das Messen an der Tafel demonstrieren: Eine Strecke wird mit 5 Einheitsstrecken (1 dm) ausgelegt (Applikationen: Pappstreifen von 10 cm Länge mit Magneten), ihre Länge beträgt also 5 dm. Auf einer anderen Strecke kann man das Tafellineal als Einheitsstrecke dreimal hintereinander abtragen, ihre Länge beträgt also 3 m.
- Der Lehrer stellt nunmehr das Problem, durch welchen Vergleich man wohl die Größe einer Fläche messen könne. In Analogie zu dem wiederholten Merkstoff C 1 könnten die Schüler selbst finden, daß man die Fläche mit einer Einheitsfläche vergleichen muß. Die Schüler sollten auch aufgefordert werden zu entscheiden, welche Figur als Vergleichsfläche geeignet ist. Mit Hilfe einer *Rechteckfolie* und von *Colorfolien* (Einheitsquadrate) oder mit *Applikationen* (Einheitsquadrate) könnte das Messen (Vergleichen) demonstriert werden.
- Durch Lesen von LB 99 und Lösen von Auftrag C 16 in Verbindung mit LB-Bild

C 10 könnte die gewonnene Erkenntnis vertieft werden. Der Lehrer sollte besonders hervorheben, daß die auf diese Weise ermittelte Größe der Fläche als *Flächeninhalt* bezeichnet wird.

– Nach dieser längeren Phase des Unterrichtsgesprächs ist es notwendig, daß die Schüler nunmehr in ihren Heften arbeiten. Folgende *Zusammenfassung* könnte eingetragen werden:



Der Flächeninhalt des Rechtecks $ABCD$

Das Rechteck $ABCD$ wird durch ... Einheitsquadrate ausgefüllt.
Sein Flächeninhalt beträgt ... Einheitsquadrate.

(Die Schüler zeichnen ein Rechteck auf Kästchenpapier, zählen die Anzahl der Kästchen und füllen die Lücken im Text entsprechend aus. ↗ Auftrag C 15, LB 99!)

Mit dem Hinweis, daß in der nächsten Stunde Flächeninhalte gemessen werden sollen, wird die *Hausaufgabe* erteilt, 40 Einheitsquadrate mit einer Seitenlänge von 1 cm anzufertigen. (Anleitung dazu geben!)

Übungen zum Messen von Flächeninhalten

– Schüler zeichnen ein Rechteck mittels Lochschablone, legen dieses mit Einheitsquadraten aus (1 cm^2) und geben den Flächeninhalt an, z. B.:
Rechteck $ABCD$ mit $A(17)$; $B(18)$; $C(2)$; $D(1)$.
An dieser Aufgabe können die Begriffe „Flächeninhalt" und „Messen des Flächeninhalts" wiederholt werden. Der Lehrer sollte dann mitteilen, daß die angefertigten Einheitsquadrate mit der Seitenlänge 1 cm den Flächeninhalt 1 cm^2 haben und deshalb kurz *Quadratzentimeter* genannt werden sowie daß man für den *Flächeninhalt* das *Symbol A* verwendet.

– Durch eine weitere Aufgabe können die Schüler zur Einsicht gebracht werden, daß man sich beim Messen von Flächeninhalten zum Teil auch mit groben Abschätzungen zufriedengeben muß und daß die Abschätzung durch die Wahl kleinerer Einheitsquadrate verbessert werden könnte (*Motivierung* und *Zielorientierung* für die nächste Lerneinheit).

Beispiel:
Zeichne mit der Lochschablone Rechteck $EFGH$ mit $E(13)$, $F(14)$, $G(8)$, $H(7)$ und miß den Flächeninhalt!

Schüler zunächst selbständig arbeiten lassen, dann Lösung des Problems diskutieren (↗ Beispiel C 8 und LB-Bild C 12, LB 100).
An dieser Stelle läßt sich jetzt auch die Messung mittels durchscheinendem Millimeterpapier gut begründen und einführen. (An jeden Schüler wird ein solches Blatt ausgeteilt.)

– Zur Festigung könnte man jetzt den Auftrag C 18a), b), LB 100, von den Schülern lösen lassen.

Als *Hausaufgabe* ist eine ähnliche Aufgabe zu empfehlen, z. B.: Ermittle annähernd den Flächeninhalt A des Vierecks $EFGH$ mit $E(9)$, $F(11)$, $G(3)$, $H(1)$ (Lochschablone) und gib eine Abschätzung für A an!

Vertiefung der Kenntnisse über das Messen von Flächeninhalten

– Anknüpfend an die *Hausaufgabenkontrolle* könnte zur Wiederholung zunächst eine

Aufgabe wie Aufg. 5 gelöst werden. Durch einheitliche Vorgaben sollte man sich die Kontrolle erleichtern, z. B.: Rechteck aus $a = 4{,}2$ cm und $b = 5{,}7$ cm usw.

- Zur Festigung des Begriffs „Flächeninhalt" könnte man die Aufg. 1 nutzen. Die Aufgabe wird im Unterrichtsgespräch gelöst. Wichtig ist, daß die Schüler ihre Antwort begründen müssen. (Bei dem Beispiel (d) im LB-Bild C 14 läßt sich auch nicht näherungsweise eine Zahl für die Einheitsquadrate angeben, die die „Figur" ausfüllen, da die Linien keine Fläche begrenzen, weil das Gebilde nach einer Seite „offen" ist. Deshalb besitzt es keinen Flächeninhalt.)
- Die Aufg. 2a) sollte zunächst manuell-praktisch gelöst werden. Im Unterrichtsgespräch herausarbeiten, daß es zu einem *gegebenen* Flächeninhalt *verschiedene* Rechtecke gibt, daß aber jedes *gegebene* Rechteck *nur einen* Flächeninhalt besitzt. Aufg. 2b) sollten die Schüler möglichst ohne Hilfe von Einheitsquadraten durch Überlegung lösen.
- Auch Aufg. 3 sollte durch Überlegung gelöst werden, allerdings müßte leistungsschwachen Schülern ein manuell-praktisches Lösen gestattet werden. Aufg. 4 wird als *Hausaufgabe* empfohlen.
- Aufg. 6a), b) dient der Vorbereitung der nächsten Stunden, die sich mit den Einheiten des Flächeninhalts befassen.

Kontrollaufgaben

1. Zeichne unter Nutzung der Lochschablone das Rechteck *MNOP* mit *M*(18), *N*(19), *O*(3), *P*(2) und miß seinen Flächeninhalt!
2. Zeichne unter Nutzung der Lochschablone das Rechteck *ABCD* mit *A*(14), *B*(15), *C*(10) und *D*(8)! Gib eine Abschätzung für den Flächeninhalt an! (↗ Auftrag C 18)

Einheiten des Flächeninhalts (4 Std.)

LE 7 (LB 101 bis 104)

Nachdem die Schüler im Zusammenhang mit dem Messen des Rechteckflächeninhalts das Quadratzentimeter als erste Einheit des Flächeninhalts kennengelernt haben, werden weitere Einheiten eingeführt und analog zu den Einheiten der Länge in einer Übersicht systematisiert. Durch anschauliches Vorgehen ist die Entwicklung klarer Vorstellungen über die Größenordnung der einzelnen Einheiten zu sichern. Die Schüler müssen sich Repräsentanten für diese Größenart fest einprägen. Wie schon bei den Längeneinheiten sind die Kenntnisse über gebrochene Zahlen beim Umrechnen in andere Einheiten anzuwenden und damit zu festigen.

Ziele

Die Schüler

- kennen das System der Einheiten des Flächeninhalts und haben den Zusammenhang zwischen der Seitenlänge des Einheitsquadrats und dem Namen der Einheit des Flächeninhalts erfaßt,

- können Flächeninhaltsangaben mit Sicherheit in eine andere Einheit umwandeln.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeitung einer Übersicht über die Einheiten des Flächeninhalts

2. Stunde
- Erarbeitung eines Verfahrens zum Umrechnen von Flächeninhaltsangaben in eine andere Einheit
- Übungen zum Umrechnen von Flächeninhaltsangaben in die nächstkleinere bzw. nächstgrößere Einheit

3. Stunde
- Übungen zum Umrechnen von Flächeninhaltsangaben in andere Einheiten

4. Stunde
- Anwenden der Kenntnisse über die Einheiten des Flächeninhalts

Methodische Hinweise

Erarbeitung einer Übersicht über die Einheiten des Flächeninhalts Zunächst einige Vorschläge für vorbereitende Übungen.

- Umrechnen von Zehnerbrüchen in Dezimalbrüche, z. B. $\frac{281}{100}$; $\frac{3\,418}{10\,000}$; $\frac{7\,000}{10\,000}$, dabei auch solche Aufgaben wie $\frac{1}{100}$ von 360 m, $\frac{1}{1\,000}$ von 7200 km
- Dezimalbrüche und natürliche Zahlen mit 100, 10000, 1000000 multiplizieren, z. B. $9{,}2 \cdot 100$; $17{,}4 \cdot 10000$; $0{,}3 \cdot 1000000$; $45 \cdot 10000$
- Längenangaben in andere Einheiten umrechnen lassen (An der Tafel steht als Hilfe für schwächere Schüler die Übersicht über die Einheiten der Länge in Form der Stellentafel.)

  Beispiele:
  1. Rechne in Millimeter um!
     2,3 cm; 16 dm; 0,4 m; 1,7 dm; 0,02 m
     (z. B.: $13{,}4\text{ m} = 13{,}4 \cdot 1000\text{ mm} = 13400\text{ mm}$)
  2. Rechne in Meter um!
     307 cm; 25 dm; 0,23 km; 17,9 cm; 21 mm
     (z. B.: $25\text{ dm} = \frac{25}{10}\text{ m} = 2{,}5\text{ m}$)

  Wichtig ist, daß den Schülern die Erarbeitung einer Übersicht begründet wird.
- LB-Bild C 12 (LB 100) betrachten lassen; Frage an die Schüler: Wie könnte man einen besseren Näherungswert für den Flächeninhalt des Rechtecks erhalten? Durchscheinendes Millimeterpapier auflegen lassen; die Schüler stellen fest, daß sich mit kleineren Einheitsquadraten der Flächeninhalt genauer bestimmen läßt.
- Im Unterrichtsgespräch, an die Vorkenntnisse der Schüler anknüpfend, Problem der Messung größerer Flächen erörtern (↗ LB 101).
- Daraus das *Ziel* ableiten: Zur Flächenmessung benötigen wir ebenso wie zur Längenmessung verschiedene Einheiten. Wir wollen ihre Namen kennenlernen und sie wie

die Längeneinheiten in einer Übersicht ordnen, damit wir sie besser lernen können. Nachdem wir die Umrechnungszahl gefunden haben, wollen wir das Umrechnen von einer Flächeneinheit in eine andere üben.

Nunmehr werden die *Einheiten des Flächeninhalts* mit den Schülern erarbeitet und in einer *Übersicht* zusammengestellt.

- Von der bekannten Einheit Quadratzentimeter ausgehend wird die Frage gestellt, wie sich die Bezeichnung Quadratzentimeter erklären läßt. (Das Einheitsquadrat erhält seine Bezeichnung nach der Länge der Quadratseite.) Die Frage nach weiteren Seitenlängen für Einheitsquadrate führt zu einer Gegenüberstellung von Einheiten der Länge und des Flächeninhalts (↗ Bild 3.4).

10 10 10 10 10 10

km	–[1]	–[1]	m	dm	cm	mm	Einheiten der Länge
km^2	ha	–[2]	m^2	dm^2	cm^2	mm^2	Einheiten des Flächeninhalts

100 100 100 100 100 100

[1] hier evtl. 100m bzw. 10m eintragen [2] hier evtl. 100 m^2 eintragen

Bild 3.4

(Man kann den Schülern mitteilen, daß es für diese Einheiten auch Namen gibt.)

- Durch Veranschaulichung der Flächeneinheiten werden bei den Schülern konkrete Vorstellungen geschaffen, und die Umrechnungszahl 100 wird durch Auszählen gefunden. (Dazu Auftrag C 19a) nutzen; von den Schülern überlegtes, rationelles Auszählen fordern!) Es werden die in den Schulen vorhandenen Rolltafeln mit einem Quadratmetergitter verwendet, um ein Quadratmeter zu veranschaulichen. Die Einheiten Hektar und Quadratkilometer müssen vom Lehrer erläutert werden. Zur Veranschaulichung sollte auf bekannte Areale aus der näheren Umgebung verwiesen werden, die sich die Schüler als Repräsentanten einprägen.
- Zur Festigung sollten verschiedene Schüler die Einheiten geordnet nennen und Beziehungen zwischen den Einheiten herstellen, etwa:

  $1\ cm^2 = 100\ mm^2$ und $1\ mm^2 = \frac{1}{100}\ cm^2$, aber auch:

  $1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 100 \cdot 100\ mm^2 = 10000\ mm^2$.

  Besonders festigen sollte man, daß $1\ ha \triangleq 10000\ m^2$ gilt.

- Die Aufg. 1 kann zur Kontrolle dienen, ob richtige Größenvorstellungen von den Einheiten vorhanden sind. Als *Hausaufgabe* könnte Aufg. 2 gestellt werden, und als mündliche Aufgabe sollten die Schüler die Einheiten und die Beziehungen zwischen ihnen lernen.

Erarbeitung eines Verfahrens zum Umrechnen von Flächeninhaltsangaben in eine andere Einheit

- Die Erarbeitung sollte sich auf die Übersicht im Lehrbuch (LB 102) stützen. Die Schüler müssen zunächst unbedingt angehalten werden, ihre Überlegungen laut zu äußern, etwa:

  $7{,}2\ dm^2 = 7{,}2 \cdot 100\ cm^2 = 720\ cm^2$

  „Ich soll in Quadratzentimeter umrechnen. Das ist die nächstkleinere Einheit, deshalb muß der Zahlenwert größer werden. Ich muß mit 100 multiplizieren."

  Nützlich könnte auch eine Gegenüberstellung zum Umrechnen von Längenangaben sein.

Beispiel:
Längeneinheiten: $2{,}3\ \text{cm} = 2{,}3 \cdot 10\ \text{mm} = 23\ \text{mm}$
Einheiten des Flächeninhalts: $2{,}3\ \text{cm}^2 = 2{,}3 \cdot 100\ \text{mm}^2 = 230\ \text{mm}^2$
oder $25\ \text{dm} = \frac{25}{10}\ \text{m} = 2{,}5\ \text{m}$

$$25\ \text{dm}^2 = \frac{25}{100}\ \text{m}^2 = 0{,}25\ \text{m}^2$$

Übungen zum Umrechnen von Flächeninhaltsangaben in die nächstkleinere bzw. nächstgrößere Einheit Durch eine Übung wird das Verfahren gefestigt. Dabei sollten nur einfache Aufgaben gerechnet werden (nächstkleinere bzw. nächstgrößere Einheit), und man sollte zunächst eine ausführliche Darstellung des Rechenweges fordern. Es werden die Aufg. 3, 4, 5, 6 empfohlen, die zum Teil auch als *Hausaufgabe* gestellt werden können.

Übungen zum Umrechnen von Flächeninhaltsangaben in andere Einheiten

– Für die Erfüllung der Lehrplanforderung nach *vielfältigen Übungen* bietet das Lehrbuch ein reiches Aufgabenangebot. Vor dem Lösen von Aufg. 7 sollte man noch einmal besonders auf das Umrechnen von Quadratmetern in Hektar eingehen. Anhand der *Übersicht* (LB 102) wird den Schülern erneut bewußtgemacht, daß zwischen Quadratmeter und Hektar eine Einheit fehlt und daß deshalb die Umrechnungszahl $100 \cdot 100 = 10000$ beträgt. Wegen der Häufigkeit der Beziehung sollten sich die Schüler fest einprägen

$$1\ \text{ha} = 10000\ \text{m}^2.$$

Nachdem einige Beispiele gemeinsam gerechnet und kommentiert worden sind, z. B.

$$500\ \text{m}^2 = \frac{500}{10\,000}\ \text{ha} = \frac{5}{100}\ \text{ha} = 0{,}05\ \text{ha},$$

könnten die Schüler die Aufg. 7 und 8 selbständig lösen. Aufg. 9 könnte als *Hausaufgabe* gestellt werden. Dabei sollte als nächstgrößere Einheit zu m² die Einheit ha vereinbart werden.

– Zur Vertiefung der Kenntnisse über die Einheiten des Flächeninhalts eignet sich gut der Auftrag C 20. Zunächst empfiehlt es sich, das Vorgehen an einem einfachen Beispiel zu verdeutlichen:

$$12\ \text{cm}^2\ 3\ \text{mm}^2 = 12\ \text{cm}^2 + \frac{3}{100}\ \text{cm}^2 = 12\ \text{cm}^2 + 0{,}03\ \text{cm}^2 = \underline{\underline{12{,}03\ \text{cm}^2}},$$

ehe man dann zur Beantwortung der Frage in Auftrag C 20a) übergeht:

$$23\ \text{m}^2\ 50\ \text{cm}^2 = 23\ \text{m}^2 + \frac{5\cancel{0}}{10\,00\cancel{0}}\ \text{m}^2 = 23\ \text{m}^2 + 0{,}005\ \text{m}^2 = \underline{\underline{23{,}005\ \text{m}^2}}.$$

(Sabine hat übersehen, daß Quadratzentimeter nicht die nächstkleinere Einheit zu Quadratmeter, die Umrechnungszahl deshalb statt 100 vielmehr $100 \cdot 100 = 10000$ bzw. $\frac{1}{10\,000}$ ist.)
Anschließend könnten die Schüler den Auftrag C 20b) selbständig lösen.

– Eine gute Übung mit komplexen Anforderungen an die Schüler bietet Aufg. 10. Folgende Darstellung im Heft wäre möglich:

$$\frac{1}{4}\ \text{von}\ 2\ \text{m}^2 = \underline{\underline{50\ \text{dm}^2}} \qquad \frac{2}{3}\ \text{von}\ 9{,}03\ \text{cm}^2 = \underline{\underline{602\ \text{mm}^2}}$$

$$200\ \text{dm}^2 : 4 = 50\ \text{dm}^2 \qquad 903\ \text{mm}^2 : 3 = 301\ \text{mm}^2$$

$$2 \cdot 301\ \text{mm}^2 = 602\ \text{mm}^2$$

Nach entsprechender Vorbereitung könnte diese Aufgabe als *Hausaufgabe* gegeben werden.

Anwendung der Kenntnisse über die Einheiten des Flächeninhalts

– Von den Sachaufgaben sollten die Schüler die Aufg. 11 und 13 unbedingt selbständig ohne Erarbeitung des Rechenweges lösen. Bei der Aufg. 12 könnte man den Hinweis geben, schrittweise in die geforderte kleinere Einheit umzurechnen, also

$$2\ \text{m}^2 = 2 \cdot 100\ \text{dm}^2 = 2 \cdot 100 \cdot 100\ \text{cm}^2 = 20000\ \text{cm}^2.$$

- Eine gute Kontrolle, ob die Schüler die Beziehungen zwischen den einzelnen Einheiten wirklich erfaßt haben, ermöglicht die Aufg. 14.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 8 (Umrechnen in die nächstkleinere Einheit)
2. Aufg. 9 (Umrechnen in die nächstgrößere Einheit)
3. Schreibe die Einheiten des Flächeninhalts geordnet in einer Übersicht auf und gib die Umrechnungszahl an!

$$\left(km^2 \underbrace{\quad}_{100} 1\ ha \underbrace{\quad}_{10000} 1\ m^2 \underbrace{\quad}_{100} 1\ dm^2 \underbrace{\quad}_{100} 1\ cm^2 \underbrace{\quad}_{100} 1\ mm^2 \right)$$

Berechnen des Flächeninhalts von Rechtecken (4 Std.)

LE 8 (LB 104 bis 108)

Die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken sollte der Schüler auf induktivem Wege weitgehend selbständig finden. Allerdings darf dabei ein methodisches Problem nicht übersehen werden: Der Flächeninhalt ergibt sich zunächst als Produkt aus der Anzahl von Einheitsquadraten pro Streifen mit der Anzahl der Streifen (z. B. $5\ cm^2 \cdot 3$), in der Formel aber als Produkt der Seitenlängen (z. B. $5\ cm \cdot 3\ cm$). Hierauf muß der Lehrer besonders eingehen. Mit der Erarbeitung dieser Flächeninhaltsformel, deren Gültigkeit dann auch auf solche Rechtecke ausgedehnt wird, deren Seitenlängen durch gebrochene Zahlen angegeben sind, wird zugleich das Fundament für die Herleitung der Flächeninhaltsformeln spezieller Vierecke und des Dreiecks in Klasse 6 geschaffen.

Ziele

Die Schüler

- wissen, daß das Produkt der Zahlenwerte der beiden Rechteckseiten mit der Anzahl der Einheitsquadrate übereinstimmt, die das Rechteck ausfüllen,
- haben eingesehen, daß man den Flächeninhalt von Rechtecken als Produkt ihrer Seitenlängen erklären kann,
- können mit Hilfe der Gleichung $A = a \cdot b$ den Flächeninhalt von Rechtecken sicher berechnen und wissen, daß das Ergebnis mit sinnvoller Genauigkeit anzugeben ist.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Erarbeitung der Gleichung zur Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken

2. Stunde

- Festigung der Formel durch einfache Übungen

– Übungen zur Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken, deren Seitenlängen in Dezimalbruchschreibweise gegeben sind; dabei Angabe des Ergebnisses mit sinnvoller Genauigkeit

3. Stunde

– Übungen zur Vertiefung der Kenntnisse über die Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken

4. Stunde

– Übungen im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben, die auf das Berechnen von Rechteckflächen führen

Methodische Hinweise

Erarbeitung der Gleichung zur Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken

Zur *Sicherung des Ausgangsniveaus* könnte eine Übung zur Berechnung von Termen mit Variablen erfolgen, z. B.: Füllt die Tabelle aus!

	a	b	$a \cdot b$	a^2
	19	4		
	3,2	5		
*)	0,8	1,4		
	12		96	
*)		5	2,5	
		0,1		81
*)			20	16

*) Falls es notwendig erscheint, diese Beispiele zunächst gemeinsam rechnen.

An die Kenntnisse der Schüler und ihre Erfahrungen beim Auszählen der Einheitsquadrate in der Lerneinheit 7 anknüpfend, kann das Ziel formuliert werden, das Messen des Flächeninhalts von Rechtecken durch eine bessere und einfachere Methode zu ersetzen. Die Schüler werden selbst finden, daß man den bestehenden Zusammenhang zwischen den Seitenlängen und dem Flächeninhalt nutzen kann. Auch die Tatsache, daß das Ausmessen von Flächeninhalten praktisch Grenzen hat, sollte man als Motivierung nutzen. (↗ auch LB 104!)
Bei der Erarbeitung der Gleichung zur Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken sollte man dem Weg des Lehrbuchs folgen.
– Vorgehen wie im Beispiel C 11, aber unbedingt mehrere Beispiele vor der Verallgemeinerung bringen. Die Schüler könnten in Gruppen arbeiten, die Flächeninhalte verschieden großer Rechtecke messen. Die Ergebnisse sollten in einer Tabelle an der *Tafel* zusammengefaßt werden, z. B.:

Länge von a	Länge von b	Flächeninhalt A
4 cm	4 cm	16 cm²
3 cm	4 cm	12 cm²
5 cm	2 cm	10 cm²
8 cm	3 cm	24 cm²
30 mm	50 mm	1 500 mm²
20 mm	40 mm	800 mm²

- Schüler vergleichen die Zahlenwerte der Seitenlängen und des Flächeninhalts (falls erforderlich, Zahlenwerte unterstreichen).
- Die Schüler finden den Zusammenhang selbst: Auszählen der Einheitsquadrate kann ersetzt werden durch *Messen der Seitenlängen* und *Multiplizieren ihrer Zahlenwerte.* (An Motivierung und Zielstellung erinnern!)

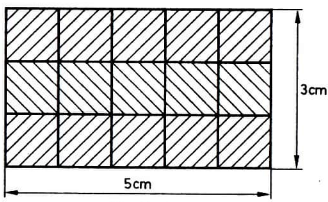
  Beispiel:

  Wenn $a = 4$ cm und $b = 17$ cm, so folgt $A = 68\text{ cm}^2$, denn $4 \cdot 17 = 68$, und der Längeneinheit Zentimeter entspricht die Flächeneinheit Quadratzentimeter.

Als wichtige Schlußfolgerung ergibt sich, daß die Seiten in ein und derselben Einheit gemessen werden müssen. Indem der Lehrer die Frage aufwirft, ob man immer so vorgehen kann, ob das bei jedem beliebigen Rechteck so ist, könnte er die Schüler motivieren, eine Begründung für dieses Vorgehen zu suchen. Folgender Weg wird empfohlen:
- Schüler Flächeninhalt eines Rechtecks durch Auszählen von Einheitsquadraten bestimmen lassen und dabei die Aufgabe stellen: Sucht einen Weg, wie man das Zählen abkürzen kann! Die Schüler finden, daß man zunächst die Anzahl der Quadrate längs einer Seite ermittelt (Streifen) und dann die Anzahl der Streifen längs der anderen Rechteckseite.
- Veranschaulichen der gewonnenen Erkenntnis mittels *Klappfolie.* In ein Rechteck 5 cm · 3 cm wird einmal die Einteilung in 5 Streifen mit je 3 Quadratzentimetern und einmal in 3 Streifen mit je 5 Quadratzentimetern eingeklappt. Die Schüler erkennen, daß der ermittelte Flächeninhalt von der Einteilung unabhängig ist.
- Die Schüler werden erinnert, daß das Ziel darin besteht, die Flächenmessung durch eine Längenmessung zu ersetzen und einen *Zusammenhang zwischen den Seitenlängen und dem Flächeninhalt* zu finden.

  Zur Erleichterung des Erkenntnisprozesses könnte folgendes *Tafelbild* dienen:

Der Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seiten a und b



Wenn a = 5cm, so 5 Quadratzentimeter je Streifen

Wenn b = 3cm, so 3 Streifen

Flächeninhalt also
$3 \cdot 5\text{cm}^2 = 15\text{cm}^2$

Es gilt auch
$3\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 15\text{cm}^2$

Für alle Rechtecke können wir schreiben $A = a \cdot b$

Besonders gründlich müßte dabei darauf eingegangen werden, wieso man
$$3 \cdot 5\text{ cm}^2 = 15\text{ cm}^2 \text{ durch } 3\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 15\text{ cm}^2$$
ersetzen kann (↗ LB 105). Die Entstehung des Größenproduktes $6\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 48\text{ cm}^2$ könnte noch etwas ausführlicher als im Lehrbuch (LB 105) erklärt werden:
$$6\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 6 \cdot 1\text{ cm} \cdot 8 \cdot 1\text{ cm} = 6 \cdot 8 \cdot 1\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} = 48\text{ cm}^2$$

(*Hinweis* auf Einheitsquadrat mit 1 cm Seitenlänge, das einen Flächeninhalt von 1 cm² besitzt und für das nunmehr auch gilt: $A = 1\text{ cm} \cdot 1\text{ cm}$; Wiederholung des Kommutativ- und Assoziativgesetzes der Multiplikation.)

Sehr wichtig ist, daß die Schüler das, was die Formel aussagt, auch in Worten ausdrücken können. Durch Vergleich von Merkstoff C 5 mit der Formel $A = a \cdot b$ wird den Schülern zugleich der Vorteil mathematischer Symbolik bewußt.

Eine andere Möglichkeit der Unterrichtsgestaltung könnte darin bestehen, daß man von Anfang an auf die Verkürzung des Auszählens eingeht und die Einteilung in Einheitsquadrate und Streifen vornimmt. Allerdings müßte man dann mehrere Beispiele erörtern, ehe man zur Verallgemeinerung übergeht.

Als *Hausaufgabe* könnte man die Aufg. 1 geben.

Festigung der Formel durch einfache Übungen

- Gemeinsam sollte eine verbindliche Lösungsniederschrift nach Beispiel C 12 aufgestellt werden, an der die Schüler sich beim selbständigen Lösen der Aufg. 2a) und b) orientieren können.
- Bei den Aufg. 2c) und d) müssen sich die Schüler erinnern, daß die Seitenlängen in derselben Einheit gegeben sein müssen. Man sollte aber nicht von vornherein darauf hinweisen, muß allerdings die Schülertätigkeit kontrollieren, um gegebenenfalls zu verhindern, daß die Schüler erst alle Aufgaben falsch rechnen.

Übungen zur Berechnung der Flächeninhalte von Rechtecken, deren Seitenlängen in Dezimalbruchschreibweise angegeben sind; ...

- Daß die für ganzzahlige Zahlenwerte erarbeitete Gleichung $A = a \cdot b$ auch für gebrochene Zahlen gilt, kann den Schülern nur mitgeteilt werden. Großen Wert sollte der Lehrer auf die Frage der *sinnvollen Genauigkeit* bei Flächeninhaltsangaben legen.
  Das im LB 105 vorgegebene Beispiel C 13 bzw. ein gleiches sollte mit den Schülern gemeinsam erarbeitet werden. Um die Schüler davon zu überzeugen, daß das Ergebnis nur auf ganze Quadratzentimeter genau angegeben werden kann und daß man deshalb am Ende der Rechnung runden muß, sollte man das Beispiel einmal mit den angegebenen minimalen und maximalen Längen durchrechnen lassen (Gruppen bilden!).
  Der Lehrer kann dann immer an dieses Beispiel erinnern, wenn er eine *sinnvolle Anzahl von Ziffern* für das Ergebnis *vorgibt*. Bei der Multiplikation von Größen sind die Schüler noch nicht in der Lage, selbst zu entscheiden, welche Angabe sinnvoll ist.

  Eigentlich müßte bei der Angabe der Längen mit 6,4 dm bzw. 4,5 dm mit einer absoluten Fehlerschranke von 5 mm gerechnet werden, d. h.
  es gilt $6{,}35\ \text{dm} \cdot 4{,}45\ \text{dm} < A < 6{,}45\ \text{dm} \cdot 4{,}55\ \text{dm}$
  bzw. $28{,}2575\ \text{dm}^2 < A < 29{,}475\ \text{dm}^2$
  (Vgl. Fanghänel, G., und Nauck, H.: *Zum Arbeiten mit Näherungswerten im Mathematikunterricht.* Math. Schule, Berlin *18* (1980) 11)

- Entsprechend der Lösung des Beispiels C 13 könnte Aufg. 4 zunächst gemeinsam, dann selbständig gelöst werden. Wie genau das Ergebnis anzugeben ist, begründet der Lehrer.
  Als *Hausaufgabe* könnte Aufg. 8 gestellt werden.

Übungen zur Vertiefung der Kenntnisse über die Berechnung des Flächeninhalts von Rechtecken

- Mit Aufg. 5 kann zunächst noch einmal die Anwendung der Formel geübt werden, wobei der Schüler aber komplexe Anforderungen zu erfüllen hat (Umrechnen in eine zweckmäßige Längeneinheit, Umrechnen des Ergebnisses in Hektar). Die Schüler sind anzuhalten, wenn möglich, auch im Kopf zu rechnen und nicht in jedem Falle formal die Formel anzuwenden.
- Auch Aufg. 6 zielt auf inhaltliches Verständnis und verhindert formales Anwenden der Formel durch den Wechsel von gegebenen und gesuchten Größen und die Notwendigkeit des Umrechnens in gleiche Einheiten. Während bei der ersten Teilaufgabe nach Umrechnung der Einheiten die Formel genutzt wird, könnte die dritte durch folgende Überlegung gelöst werden:

$6{,}5\text{ cm} \cdot q = 1{,}3\text{ dm}^2$
$6{,}5\text{ cm} \cdot q = 130\text{ cm}^2$ $\qquad 6{,}5 \cdot x = 130$
$q = 20\text{ cm}$ $\qquad x = 20$, denn $20 \cdot 6{,}5 = 130$

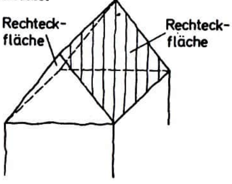
In der zweiten Teilaufgabe wird das Multiplizieren mit 1 wiederholt, das Ergebnis ist sofort zu nennen.

- Die Aufg. 7a) bis c) haben jeweils mehrere Lösungen und führen auf das Zerlegen natürlicher Zahlen in zwei Faktoren, bei Aufg. 7c) ist zunächst in Quadratmeter umzurechnen. Bei Aufg. 7b) könnte man zusätzlich die Umfänge berechnen lassen. Frage für leistungsstarke Schüler: Bei welchem Rechteck ist der Umfang am geringsten?
- Aufg. 9 ist geeignet, die Schüler zum Probieren und selbständigen Denken anzuregen. Der Lehrer sollte lediglich empfehlen, die Teilung anhand einer Skizze zu überlegen. Schüler, die eine Teilung gefunden haben, sollten aufgefordert werden, eine weitere zu suchen.

Übungen im Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben, die auf das Berechnen von Rechteckflächen führen

- Wiederholen des Vorgehens beim Lösen solcher Aufgaben anhand der Aufg. 11. Der Lehrer sollte die Schülertätigkeit steuern, indem er schrittweise arbeiten läßt und das Ergebnis der einzelnen Schritte kontrolliert, ohne jedoch den Ansatz mit allen zu erarbeiten oder gar vorzugeben. Einzelne Schüler schreiben die Zwischenschritte an, so daß am Ende folgendes *Tafelbild* entstehen könnte:

Skizze:



Überschlag: $A \approx 10\text{ m} \cdot 6\text{ m} = 60\text{ m}^2$
$2 \cdot A \approx 120\text{ m}^2$

Gegeben: $a = 12{,}60\text{ m}$
$b = 5{,}80\text{ m}$

Gesucht: $2 \cdot A$ (Flächeninhalt der Rechtecke)

Lösung:
$A = a \cdot b$
$A = 12{,}60\text{ m} \cdot 5{,}80\text{ m}$
$A = 73{,}08\text{ m}^2$
$2 \cdot A = 2 \cdot 73{,}08\text{ m}^2$
$2 \cdot A = 146{,}16\text{ m}^2$
$2 \cdot A \approx 147\text{ m}^2$

Vergleich: $147\text{ m}^2 \approx 120\text{ m}^2$

Nebenrechnung: $\underline{12{,}6 \cdot 5{,}8}$
630
$\underline{1008}$
73,08

(*Kommentar:* Es ist sinnvoll, das Ergebnis in Quadratmetern anzugeben. Wir dürfen hier nicht runden, sondern müssen einen Näherungswert suchen, der größer als 146,16 m² ist, sonst bliebe in dem Dach ein Loch.)

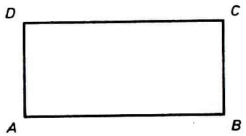
Antwortsatz: Die mit Schiefer zu bedeckende Fläche ist annähernd (ungefähr, etwa) 147 m² groß.

- Es wird weiterhin empfohlen, die Aufg. 12 von allen Schülern lösen zu lassen. Dabei sollte zunächst das Umrechnen entsprechend dem Maßstab besprochen werden, falls die Klassensituation das erfordert.

- Während die Aufg. 10* und 15* zur Differenzierung für leistungsstärkere Schüler genutzt werden könnten, sollten die Aufg. 13 sowie Aufg. 14 von allen Schülern, evtl. als *Hausaufgabe*, gelöst werden.

Kontrollaufgaben

1. Erkläre, wie du vorgehst, um den Flächeninhalt einer Heftseite zu berechnen!
2. Berechne den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen $a = 3{,}2$ cm, $b = 5{,}8$ cm! Runde auf Quadratzentimeter! *($18{,}56\ cm^2 \approx 19\ cm^2$)*
3. Berechne den Flächeninhalt des im Maßstab 1 : 100 angegebenen Rechtecks *ABCD*! Runde auf Quadratmeter!



($A = 6{,}84\ m^2 \approx 7\ m^2$ für $\overline{AB} = 3{,}8$ cm und $\overline{AD} = 1{,}8$ cm)

4. Ein rechteckiges Frühbeet ist 2,80 m lang und 1,50 m breit. Es sollen 5 solcher Frühbeete eingerichtet werden. Wieviel Quadratmeter Glas zum Abdecken werden benötigt? *($21\ m^2$)*

Oberflächeninhalt von Quadern (4 Std.)

LE 9 (LB 108 bis 111)

Die Schüler kennen bereits die Begriffe Quader und Würfel. Durch das Wiederholen von Eigenschaften, die Einführung der Begriffe Oberfläche und Oberflächeninhalt des Quaders sowie durch das Zeichnen eines Netzes und das Berechnen von Quaderoberflächen wird der Begriffsinhalt weiter bereichert. Als innermathematische Anwendung wird zugleich die Fähigkeit, den Flächeninhalt eines Rechtecks zu berechnen, weiterentwickelt. Die Erarbeitung der Formel für den Oberflächeninhalt des Quaders muß schrittweise, von der manuell-praktischen Tätigkeit ausgehend, erfolgen.

Ziele

Die Schüler

- kennen den Begriff „Netz eines Quaders“,
- wissen, daß der Oberflächeninhalt eines Quaders die Summe der Flächeninhalte aller Begrenzungsflächen ist,
- haben die Gleichung für den Oberflächeninhalt des Quaders verstanden,
- können den Oberflächeninhalt eines Quaders berechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Wiederholen von „Netz“ und Einführen von „Oberfläche“ des Quaders
- Erarbeitung des Vorgehens beim Berechnen des Oberflächeninhalts eines Quaders

2. Stunde

- Übung zur Berechnung von Quaderoberflächeninhalten

3. Stunde

- Erarbeitung der Formel zur Berechnung des Quaderoberflächeninhalts

4. Stunde

- Festigung der Formel durch Anwendung bei weiteren Berechnungen

Methodische Hinweise

Wiederholen von „Netz“ und Einführen von „Oberfläche“ des Quaders Für eine evtl. notwendige Wiederholung werden folgende *Aufgaben* vorgeschlagen.

- Berechnen des Flächeninhalts von Rechtecken (↗ Bild 3.5)

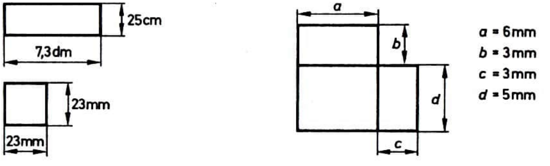


Bild 3.5

- Wiederholen von Eigenschaften des Quaders im Unterrichtsgespräch. Dazu könnte man den Auftrag C 23 gut nutzen.

Zur Einführung des Begriffs „Oberfläche eines Quaders“ wird ein weitgehend anschauliches Vorgehen empfohlen:
Wieviel Karton wird wohl für 10 000 Kosmetikverpackungen gebraucht? Der Betrieb muß den Papierverbrauch berechnen, um planen zu können. Die Packung hat die Form eines Quaders. Vor einiger Zeit wurde die Form der Würfelzuckerpackungen verändert, warum geschah das? (Papiereinsparung) Wie kann man die Menge Papier für eine solche Packung berechnen, um zu vergleichen?
Indem der Lehrer eine solche Packung zum *Netz* öffnet, erkennen die Schüler, daß die Verpackung aus einzelnen Rechteckflächen besteht. Er teilt ihnen mit, daß diese einzelnen Flächen zusammen die *Oberfläche des Quaders* bilden.

Keinesfalls sollte man von Grund-, Deck- und Seitenflächen sprechen, um falsche Begriffsbildung zu vermeiden. Leider betrachten auch in der Oberstufe noch manche Schüler diejenige Fläche, auf der der Körper (Prisma) gerade steht, als Grundfläche. Da es erst in der Klasse 7 möglich ist, die Grundfläche eines Prismas exakt zu definieren, und da beim Quader jede Begrenzungsfläche auch Grundfläche sein kann, wird der Umgang mit diesen Begriffen bewußt vermieden.

Nunmehr kann das *Ziel* gestellt werden: Um den Papierverbrauch zu ermitteln, müssen wir den *Inhalt der Quaderoberfläche* berechnen können.

Erarbeitung des Vorgehens beim Berechnen des Oberflächeninhalts eines Quaders

- Der Lehrer hat einen größeren, zum Netz aufklappbaren Quader, den er mit Magneten an der Hafttafel befestigt.
  Im Unterrichtsgespräch wird erarbeitet, daß das *Quadernetz*, also die Oberfläche des Quaders, aus sechs Rechtecken besteht, von denen jeweils zwei gleich (im Sinne von deckungsgleich) sind. Durch mehrmaliges Zusammen- und Auseinanderfalten macht der Lehrer deutlich, daß die gleichen Rechtecke sich jeweils gegenüberliegen. Noch besser ist es, wenn die Schüler selbst ein solches Modell auf der Bank haben (↗ Auftrag C 24).
- Die Schüler erhalten den Auftrag, den Oberflächeninhalt zu berechnen. Dazu stellt der Lehrer etwa folgende Fragen:
  - Wie erhalte ich den Oberflächeninhalt?
    (Ich muß die Summe der Flächeninhalte *aller* sechs Rechtecke bilden.)
  - Wieviel Rechtecke sind zu berechnen?
    (Nur drei Rechtecke, da jeweils gegenüberliegende gleich sind.)
  - Wieviel Messungen sind auszuführen?
    (Nur drei Kanten sind zu messen.)

Indem man das an die Tafel geheftete Netz ergänzt oder durch ein *Tafelbild* wird der Erkenntnisprozeß gefördert. (Die Abmessungen sollten der verwendeten Kosmetikpackung entnommen werden.) (↗ Bild 3.6)

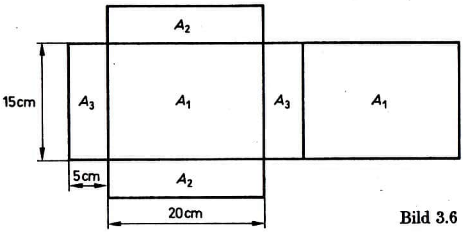


Bild 3.6

(Gleich lange Kanten mit gleicher Farbe kennzeichnen!)

- Das Ergebnis des Unterrichtsgespräches wird an der *Tafel* festgehalten:

Berechnung des Oberflächeninhalts eines Quaders

$A_1 = 20\text{ cm} \cdot 15\text{ cm}$ $\quad A_2 = 20\text{ cm} \cdot 5\text{ cm}$ $\quad A_3 = 15\text{ cm} \cdot 5\text{ cm}$

$A_1 = 300\text{ cm}^2$ $\quad A_2 = 100\text{ cm}^2$ $\quad A_3 = 75\text{ cm}^2$

$A = 2 \cdot 300\text{ cm}^2 + 2 \cdot 100\text{ cm}^2 + 2 \cdot 75\text{ cm}^2$

$A = 600\text{ cm}^2 + 200\text{ cm}^2 + 150\text{ cm}^2$

$A = 950\text{ cm}^2$

- Anhand des Tafelbildes wird das Vorgehen von mehreren Schülern wiederholt, etwa so: Die Oberfläche des Quaders besteht aus sechs Rechtecken. Die gegenüberliegenden Rechtecke sind jeweils gleich. Deshalb muß ich nur drei Rechtecke berechnen. Die Flächeninhalte verdopple ich und bilde die Summe.

– Abschließend wird die bei der Motivierung aufgeworfene Frage beantwortet.
$10\,000 \cdot 950\ \text{cm}^2 = 9\,500\,000\ \text{cm}^2$
$9\,500\,000\ \text{cm}^2 = 95\,000\ \text{dm}^2 = 950\ \text{m}^2$
Für 10 000 Kosmetikverpackungen benötigt der Betrieb etwa 1 000 m² Karton. (Der Lehrer sollte auf die volkswirtschaftliche Bedeutung der Rückgewinnung von Altpapier eingehen.)

Als *Hausaufgabe* könnte Auftrag C 26 gegeben werden. Zusätzlich könnte man noch den Flächeninhalt des Quadernetzes berechnen lassen.
Auch Auftrag C 25 eignet sich gut zur Festigung des Begriffs „Quadernetz“.

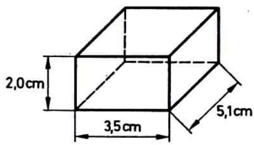
Übung zur Berechnung von Quaderoberflächeninhalten

– Das Berechnen von Oberflächeninhalten eines Quadermodells (Stereometriebaukasten) sollte zugleich mit Übungen im Messen und Schätzen und im Darstellen des Netzes verbunden werden. Zur Steuerung der selbständigen Tätigkeit der Schüler könnte eine Vorgabe an der *Tafel* dienen:

$a =$	$A_1 = a \cdot b =$	$A = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3$
$b =$	$A_2 = b \cdot c =$	$A =$
$c =$	$A_3 = a \cdot c =$	

– Nunmehr könnten die Anforderungen erhöht werden, indem der Oberflächeninhalt eines Quaders berechnet werden muß, der in Kavalierperspektive dargestellt ist, z. B.:

Berechne den Oberflächeninhalt des abgebildeten Quaders! Runde auf Quadratzentimeter!



– Als mündliche Übung ist die Aufg. 1 zu empfehlen. Wichtig ist, daß die Schüler ihre Entscheidung ausführlich begründen.
Als *Hausaufgabe* könnte man den Flächeninhalt der Quadernetze der Aufg. 1 (a), (c) und (d) berechnen lassen.

Erarbeitung der Formel zur Berechnung des Quaderoberflächeninhalts

1. Möglichkeit

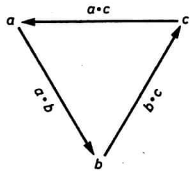
LB-Bild (LB 110, oben) betrachten und erläutern lassen. Mehrere Schüler müssen die Rechenvorschrift mit eigenen Worten formulieren, etwa: Der Quader hat drei verschiedene Kantenlängen. Ich bilde aus jeweils zwei Kantenlängen das Produkt und erhalte drei Produkte. Diese addiere ich und verdopple die Summe. (Auch am Quadermodell zeigen lassen!)

2. Möglichkeit

Vom zuletzt gerechneten Beispiel ausgehend, wird der Schüler aufgefordert, das Vorgehen zu beschreiben: Wir haben drei Rechtecke berechnet, indem wir Kantenlänge a mit Kantenlänge b, Kantenlänge a mit Kantenlänge c und Kantenlänge b mit Kantenlänge c multiplizierten. Da jedes Rechteck zweimal vorhanden ist, haben wir die Produkte verdoppelt. Da die Oberfläche die Summe aller Rechteckflächen ist, haben wir die doppelten Produkte addiert. Dabei entsteht schrittweise die Gleichung an der *Tafel*:

(1) $\quad a \cdot b \qquad a \cdot c \qquad b \cdot c$
(2) $\quad 2 \cdot a \cdot b \qquad 2 \cdot a \cdot c \qquad 2 \cdot b \cdot c$
(3) $A = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$
(4) Wir wenden das Distributivgesetz an und erhalten
$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$

Beim Lernen hilft uns nebenstehende Darstellung.



Festigung der Formel durch Anwendung bei weiteren Berechnungen

- Gemeinsames Aufstellen einer Musterlösung im Heft und an der Tafel durch Übertragen des Beispiels C 14 auf eine neue Aufgabe, z. B. erste Teilaufgabe von Aufg. 2b). Anschließend sollten die Schüler Aufg. 2a) mit wachsendem Selbständigkeitsgrad lösen, Aufg. 3 dient der Vertiefung der Kenntnisse. Die restliche Teilaufgabe von Aufg. 2b) könnte als *Hausaufgabe* gestellt werden.
- Anhand der Aufg. 4 sollte unbedingt wieder auf die Frage der *sinnvollen Genauigkeit* eingegangen werden.
- Die Aufg. 5 ist gut geeignet, um einem formalen Arbeiten der Schüler zu begegnen, während Aufg. 6 zur Differenzierung für leistungsstarke Schüler genutzt werden sollte.

Kontrollaufgaben

1. Beschreibe, wie man den Oberflächeninhalt eines Quaders mit den Kantenlängen a, b und c berechnet!
2. Berechne den Oberflächeninhalt des gegebenen Quaders! (Modell aus dem Stereometriebaukasten)
3. Die Kanten eines Quaders betragen 4,2 cm; 5,0 cm und 2,7 cm. Berechne seinen Oberflächeninhalt! Runde auf Quadratzentimeter!
($A = 91{,}68\ \text{cm}^2$; $A \approx 92\ \text{cm}^2$)

Messen des Rauminhalts von Quadern (1 Std.)

LE 10 (LB 112)

Diese Unterrichtseinheit dient dazu, die Erarbeitung der Formel zur Berechnung des Rauminhalts von Quadern vorzubereiten. In Analogie zur Messung von Flächeninhalten ist den Schülern das Messen des Volumens als Vergleichen mit einem *Einheitswürfel* zu erklären. Da es schwierig ist, jedem Schüler eine ausreichende Anzahl von Einheitswürfeln zur Verfügung zu stellen, wird sich die Veranschaulichung in vielen Fällen auf eine Lehrerdemonstration mit Hilfe geeigneter Lehrmittel (Stereometriebaukasten, Füllmodelle mit Einheitswürfeln) beschränken müssen.

Ziele

Die Schüler
- kennen den Begriff Rauminhalt bzw. Volumen eines Quaders für den Raum, der von der Quaderoberfläche eingeschlossen wird,
- wissen, daß das Volumen durch Vergleichen mit Einheitswürfeln, speziell mit solchen von 1 cm Kantenlänge, gemessen wird.

Schwerpunkte

- Einführen von „Rauminhalt" bzw. „Volumen" eines Quaders
- Erarbeiten des Volumenmessens als Vergleichen mit Einheitswürfeln

Methodische Hinweise

Einführen von „Rauminhalt" bzw. „Volumen" eines Quaders Zur *Motivierung* sollte der Lehrer ein Beispiel dafür bringen, daß es notwendig ist, den Inhalt eines Raumes (evtl. Anknüpfung an das Beispiel mit der Würfelzuckerpackung) festzustellen, und die Schüler zur Nennung weiterer Beispiele anregen (Inhalt eines Containers, eines Güterwagens der Reichsbahn, eines Eimers usw.).
Der Lehrer teilt den Schülern mit, daß der Raum, der von der Oberfläche des Quaders eingeschlossen wird, als *Rauminhalt* oder *Volumen* des Quaders bezeichnet wird (↗ LB 112).

Erarbeitung des Volumenmessens als Vergleichen mit Einheitswürfeln
- Zunächst sollten die Schüler selbst Vorschläge bringen, wie das Volumen gemessen werden könnte, wobei auf die Motivationsbeispiele Bezug genommen werden müßte: Anzahl der Zuckerwürfel gibt Rauminhalt der Packung an (Zuckerwürfel hat meist die Form eines Quaders); Ausschöpfen des Eimers mit einem Topf: die Zahl, die angibt, wievielmal man den Topf mit Wasser füllen kann, ist ein Maß für das Volumen.
  Erst dann sollte man eine Einschränkung auf den Rauminhalt von Quadern vornehmen. Durch solche Fragen wie: „Wo hatten wir schon ein ähnliches Problem zu lösen?" oder „Wie sind wir bisher beim Messen von Größen an geometrischen Figuren vorgegangen?" oder „Können wir das Vorgehen beim Messen von Strecken und Flächeninhalten auf das Messen des Volumens übertragen?" werden die Schüler auf wichtige mathematische Denkweisen orientiert. Als Ergebnis des Unterrichtsgesprächs könnte folgendes *Tafelbild* entstehen:

Das Messen des Rauminhalts von Quadern

Messen von	ist Vergleichen mit
Strecken	einer Einheitsstrecke
Flächeninhalten	einem Einheitsquadrat
Volumen	?

Die Schüler sind dann dahin zu führen, daß ein Würfel am besten zum Vergleichen geeignet ist (Analogie zum Quadrat mit gleich langen Seiten), weil seine Kanten gleich lang sind. (Man kann darauf hinweisen, daß es in der Praxis auch andere Vergleichskörper gibt, z. B. die Halbkugel zum Abmessen von Eisportionen). Das entsprechend ergänzte Tafelbild könnte ins Heft übernommen werden.

- Mit einem Demonstrationsmodell sollte dann die Messung eines Quadervolumens demonstriert werden. Sind *Einheitswürfel* für alle Schüler vorhanden, so könnten die Schüler Aufg. 3 selbständig lösen, sonst muß man einzelne Schüler vorn am Lehrertisch arbeiten lassen.

  6 Möglichkeiten: $1 \cdot 1 \cdot 24$ $\quad 2 \cdot 2 \cdot 6$
  $1 \cdot 2 \cdot 12$ $\quad 2 \cdot 3 \cdot 4$
  $1 \cdot 3 \cdot 8$
  $1 \cdot 4 \cdot 6$

- Zum Abschluß könnte man den Schülern mitteilen und zeigen, daß man als Einheitswürfel in Übereinstimmung mit den Längen- und Flächeninhaltseinheiten einen Würfel von 1 cm Kantenlänge benutzt, dessen Volumen 1 cm³ beträgt. *Tafelbild* und Hefteintrag werden entsprechend ergänzt.

Das Messen des Rauminhalts von Quadern

Messen von	ist Vergleichen mit
Strecken	einer Einheitsstrecke (1 cm Länge)
Flächeninhalten	einem Einheitsquadrat (1 cm² Flächeninhalt)
Volumen	einem Einheitswürfel (1 cm³ Volumen)

Als *Hausaufgabe* könnte Auftrag C 29 b gelöst werden, die Schüler müßten sich Merkstoff C 7 einprägen.

Kontrollaufgaben

1. Wie mißt man das Volumen eines Quaders?
2. Welches Volumen hat ein Einheitswürfel von 1 cm Kantenlänge?

Einheiten des Volumens (3 Std.)

LE 11 (LB 113 bis 115)

Bei der Vermittlung der vier Volumeneinheiten und der Erarbeitung der Beziehungen zwischen diesen muß besonderer Wert darauf gelegt werden, durch anschauliches Vorgehen richtige Größenvorstellungen zu entwickeln. Die Umrechnungszahl 1000 sollten die Schüler mit Hilfe des Modells eines Dezimeterwürfels, der mit Würfeln von 1 cm Kantenlänge ausgefüllt ist, selbst finden. Beim Umrechnen einer Volumenangabe in eine andere Einheit ist die Analogie zu dem Vorgehen bei den Einheiten der Länge und des Flächeninhalts zu betonen. Die Übungen sollten sich auf das Umrechnen in eine benachbarte Einheit beschränken. Eine nochmalige Festigung erfolgt in der Lerneinheit 13 „Weitere Einheiten des Volumens" (↗ LB 118 ff.).

Ziele

Die Schüler
- kennen die Volumeneinheiten m^3, dm^3, cm^3 und mm^3 und wissen, daß ihre Bezeichnung entsprechend der Kantenlänge vorgenommen wurde,
- wissen, daß die Umrechnungszahl bei den genannten Volumeneinheiten 1000 beträgt und können Volumenangaben in eine benachbarte Einheit umrechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Einführen der Volumeneinheiten 1 m^3, 1 dm^3, 1 cm^3, 1 mm^3
- Erarbeiten der Umrechnungszahl 1000

2. Stunde
- Erarbeiten des Vorgehens beim Umrechnen einer Volumenangabe in eine benachbarte Einheit
- Übungen zum Umrechnen von Volumenangaben in eine andere Einheit

3. Stunde
- Vielfältige Übungen zum Arbeiten mit Volumeneinheiten

Methodische Hinweise

Einführen der Volumeneinheiten 1 m^3, 1 dm^3, 1 cm^3, 1 mm^3 Zunächst könnten *Übungen zur Sicherung des Ausgangsniveaus* durchgeführt werden, z. B.
- Umrechnen von Längen und Flächeninhalten in andere Einheiten: Das Vorgehen an wenigen Beispielen wiederholen, dann einige Aufgaben selbständig lösen lassen.
  3,72 m (dm); 0,8 km (m); 5 dm 6 cm (mm); 3561 m (km)
  43 ha (km^2); 0,4 ha (m^2); 16,2 m^2 (dm^2); 465 cm^2 (dm^2)
- Multiplikation mit 1000: An Beispielen wiederholen, daß nur der Stellenwert der Zahl zu ändern ist durch Anhängen von Nullen oder Verändern der Stellung des Kommas, dann einige Aufgaben selbständig lösen lassen.
  Multipliziere mit 1000: 31; 0,8; 17,243; 1,07; 0,085; 0,001!
- Umwandeln in einen Dezimalbruch: $\frac{381}{1\,000}$; $\frac{7\,245}{1\,000}$; $\frac{2\,700}{1\,000}$; $\frac{48}{1\,000}$; $\frac{53\,000}{1\,000}$.

Um die Schüler für die *Zielstellung* der Lerneinheit zu *motivieren*, könnte man die Frage aufwerfen, ob man mit Einheitswürfeln von 1 cm Kantenlänge auskommen wird. Man könnte auch auf die unterschiedlichen Einheiten zur Längen- und Flächeninhaltsmessung hinweisen oder den Auftrag C 30 nutzen.

Zielstellung: Ebenso wie für Längen- und Flächeninhalte müssen wir auch weitere Einheiten für das Volumen bilden und Umrechnungszahlen ermitteln.

- Von den Schülern Vorschläge bringen lassen, welche Kantenlängen für Einheitswürfel geeignet wären, gegebenenfalls an die Bildung der Einheiten des Flächeninhalts erinnern. Übersicht wie im Lehrbuch (LB 113) an der Tafel entstehen lassen oder die Übersicht im Lehrbuch direkt nutzen.

- Auftrag geben, sich die vier Einheiten anhand der Übersicht einzuprägen.
- Die Einheiten aus dem Kopf nennen lassen, entsprechende Modelle zeigen, immer wieder Zusammenhang von Kantenlänge und Volumen betonen. Zur Veranschaulichung eines Kubikmillimeters könnte ein Sandkorn dienen.

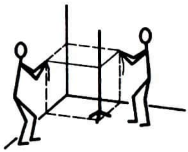


Bild 3.7

Falls keine Meterstäbe zur Veranschaulichung eines Kubikmeterwürfels vorhanden sind, kann man eine Zimmerecke und einen Kartenständer nutzen. Zwei Kanten werden durch Bindfäden angedeutet, die an dem Kartenständer befestigt sind und an der Wand von Schülern gehalten werden. (↗Bild 3.7)

Erarbeiten der Umrechnungszahl 1000

- Modell Einheitswürfel (↗ LB-Bild C 24) zeigen und Anzahl der Kubikzentimeter erst schätzen, dann feststellen lassen. (Rationelles Auszählen!) *Ergebnis:* $1000\ \mathrm{cm}^3 = 1\ \mathrm{dm}^3$
- Kantenmodell eines Kubikmeters aufbauen, alle Schultaschen einschichten lassen. *Ergebnis:* Kubikmeter ist nicht ausgefüllt! (Vorher fragen: Passen alle Schultaschen hinein? ↗ Auftrag C 32)
  In Gedanken Anzahl der Kubikdezimeter auszählen:
  An einer Kante $10\ \mathrm{dm}^3$,
  10 mal $10\ \mathrm{dm}^3 = 100\ \mathrm{dm}^3$ sind in der unteren Schicht,
  10 Schichten zu $100\ \mathrm{dm}^3$ übereinander ergeben $1000\ \mathrm{dm}^3$.
- Zusammenfassen zu einem *Tafelbild*, etwa:

Umrechnungszahl 1000 bei den Einheiten des Volumens

$1\ \mathrm{m}^3 = 1000\ \mathrm{dm}^3$, also $1\ \mathrm{dm}^3 = \frac{1}{1000}\ \mathrm{m}^3 = 0{,}001\ \mathrm{m}^3$

$1\ \mathrm{dm}^3 = 1000\ \mathrm{cm}^3$, also $1\ \mathrm{cm}^3 = \frac{1}{1000}\ \mathrm{dm}^3 = 0{,}001\ \mathrm{dm}^3$

$1\ \mathrm{cm}^3 = 1000\ \mathrm{mm}^3$, also $1\ \mathrm{mm}^3 = \frac{1}{1000}\ \mathrm{cm}^3 = 0{,}001\ \mathrm{cm}^3$

- Erörtern, warum nicht auch *Kubikkilometer* in der Übersicht enthalten ist. $1\ \mathrm{km}^3 = 1000000000\ \mathrm{m}^3$ (1 Mrd. Kubikmeter). (Die Erde hat ein Volumen von ca. 1 Billion Kubikkilometern.)
- Vertiefen der Beziehungen anhand der Übersicht im Lehrbuch (LB 113).

Als *Hausaufgabe* sollten die Schüler die Volumeneinheiten lernen.

Erarbeiten des Vorgehens beim Umrechnen einer Volumenangabe in eine benachbarte Einheit Analogie zum Umrechnen der Einheiten des Flächeninhalts bewußtmachen. (Vgl. Übung zur Sicherung des Ausgangsniveaus!) Gemeinsam einige Beispiele rechnen und dann ins Heft übernehmen lassen.

$13\ \mathrm{dm}^3 = 13^{*)} \cdot 1000\ \mathrm{cm}^3 = 13000\ \mathrm{cm}^3$
$0{,}73\ \mathrm{m}^3 = 0{,}73 \cdot 1000\ \mathrm{dm}^3 = 730\ \mathrm{dm}^3$
$2{,}9\ \mathrm{cm}^3 = 2{,}9 \cdot 1000\ \mathrm{mm}^3 = 2900\ \mathrm{mm}^3$

Kommentar: Ich multipliziere mit 1000, da in die nächstkleinere Einheit umzurechnen ist.

(*) Dieser Zwischenschritt fällt später weg.)

$479\ mm^3 = \frac{479}{1\,000}\ cm^3 = 0{,}479\ cm^3$
$13\,200\ dm^3 = \frac{13\,200}{1\,000}\ m^3 = \frac{132}{10}\ m^3 = 13{,}2\ m^3$
oder
$5\ cm^3 = 5 \cdot 0{,}001\ dm^3 = 0{,}005\ dm^3$

Kommentar:
$1\ mm^3 = \frac{1}{1\,000}\ cm^3$,
$479\ mm^3$ also $\frac{479}{1\,000}\ cm^3$;
als Dezimalbruch
geschrieben $0{,}479\ cm^3$.

Übungen zum Umrechnen von Volumenangaben in eine andere Einheit Nachdem man an einigen ausgewählten Beispielen überprüft hat, ob die Schüler das Vorgehen verstanden haben (in jedem Falle das Vorgehen begründen lassen), können die Schüler die Aufg. 2 bis 5 selbständig lösen. Ein Teil davon kann auch als *Hausaufgabe* gestellt werden.

Vielseitige Übungen zum Arbeiten mit Volumeneinheiten

- Zur Kontrolle der Größenvorstellungen von den Volumeneinheiten kann man Aufg. 1 nutzen, gegebenenfalls sollten noch einmal Modelle der verschiedenen Einheitswürfel herangezogen werden. Die Beziehungen zwischen den Einheiten sollten unbedingt wiederholt werden, ehe man dann weitere Aufgaben lösen läßt.
- Während die Aufg. 6 und 7 in selbständiger Tätigkeit ohne weitere Erläuterungen von den Schülern gelöst werden könnten, sollte bei Aufg. 8 am Beispiel auf solche Aufgaben eingegangen werden, bei denen nicht in eine benachbarte Einheit umzurechnen ist. Es ist günstig, die Schüler auf zwei Schritte zu orientieren:
  $7\ m^3 = 7000\ dm^3 = 7\,000\,000\ cm^3$
- Bei den Aufg. 9 und 10 sollte nicht ausschließlich in die jeweils kleinste Einheit umgerechnet werden, um das Vergleichen und Ordnen gebrochener Zahlen in Dezimalbruchdarstellung wiederholen und üben zu können.
- Von den Sachaufgaben müßten alle Schüler Aufg. 11 ohne Hinweise bewältigen können. Für Aufg. 12 könnte den Schülern als Hilfe empfohlen werden, eine Gleichung aufzustellen, indem auf die Frage eine vorläufige Antwort gegeben wird: Der Bagger muß x-mal zupacken, woraus folgt
  $x \cdot 750\ dm^3 = 21\,000\ dm^3$ und $x = 21\,000 : 750$.

Kontrollaufgaben

1. Gib die Einheiten des Volumens geordnet mit Umrechnungszahl an!
2. Aufg. 8

Berechnen des Volumens von Quadern (4 Std.)

LE 12 (LB 115 bis 118)

So wie die Formel zur Berechnung des Rechteckflächeninhalts Grundlage für die Herleitung weiterer Flächeninhaltsformeln in den folgenden Klassen ist, stellt auch die Volumenformel des Quaders den Ausgangspunkt für die Volumenberechnung weiterer Körper im 7. und 8. Schuljahr dar. Die Erkenntnisschritte sind deshalb sehr sorgfältig und gründlich zu vollziehen. Die Schüler müssen, von der Anschauung ausgehend, durch Abstraktion selbständig zu der Gleichung für das Volumen gelangen. Durch vielfältige Übungen ist vor allem die Anwendungsbereitschaft der neuen Kenntnis zu sichern.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Formel zur Berechnung des Quadervolumens und können sie sicher anwenden,
- haben am Beispiel den Wert mathematischer Denk- und Arbeitsweisen erfahren,
- haben verstanden, daß man das Ergebnis gegebenenfalls runden muß, um das Volumen mit sinnvoller Genauigkeit anzugeben.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeitung der Gleichung zur Berechnung des Quadervolumens
- Festigung der Gleichung durch Anwenden auf einfache Beispiele

(Für diese Stunde wird ein Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf angegeben.)

2. Stunde
- Übungen im Berechnen von Quadervolumen zur Festigung der Formel

3. Stunde
- Übungen im Berechnen von Quadervolumen, dabei Angabe des Ergebnisses mit sinnvoller Genauigkeit

4. Stunde
- Anwendung der Kenntnisse über die Berechnung des Quadervolumens, Lösen von Sachaufgaben

Methodische Hinweise

Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf
Thema: Die Formel zur Berechnung des Quadervolumens

Ziele der Stunde

Die Schüler
- kennen die Formel zur Berechnung des Quadervolumens,
- wenden die Analogiemethode bewußt an.

Gliederung der Stunde

(1) 7 min Kopfrechnen: Berechnen von Termen der Form $a \cdot b \cdot c$
(2) 8 min Motivierung und Zielstellung für die Schüler
(3) 20 min Erarbeitung der Formel zur Berechnung des Quadervolumens
(4) 10 min Festigung der Formel durch Anwenden auf einfache Beispiele und Zusammenfassung

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) An der Tafel steht folgende *Aufgabe*:

Berechne den Term $a \cdot b \cdot c$ im Kopf! Nutze Rechengesetze!

	a	b	c
1.	9	5	18
2.	1,3	0,2	5
3.	45	1,0	0,3
4.	6,2	0,37	0
5.	30	0,8	0,5
6.	5	9	18

Die Schüler schreiben nur die Ergebnisse ins Heft, ein Schüler rechnet an verdeckter Tafel. Er erläutert anschließend, welche Rechengesetze er angewandt hat, falsche Ergebnisse werden korrigiert. Seine Leistungen werden durch eine Zensur bewertet. Alle Schüler kontrollieren ihre Ergebnisse selbst anhand des Tafelbildes.

(2) Die Schüler werden aufgefordert, sich mit dem Problem zu beschäftigen, wie viele Einheitswürfel einen Quader mit den Kantenlängen 5 cm, 8 cm, 3 cm ausfüllen. Dabei wird hervorgehoben, daß die Aufgabe die Ermittlung des Volumens dieses Quaders beinhaltet. Aus den Schwierigkeiten, die ein Teil der Schüler dabei haben wird, ergibt sich das *Ziel der Stunde*: Wir müssen einen Weg finden, auf dem wir in jedem Falle sicher das Volumen des Quaders ermitteln können. Die Schüler werden gefragt, ob sie schon ein ähnliches Problem gelöst haben. Durch Vergleich mit dem Vorgehen beim Gewinnen der Flächeninhaltsformel des Rechtecks wird der Weg abgesteckt und *motiviert*:

1. Volumen des Quaders durch Abzählen der Einheitswürfel feststellen,
2. untersuchen, ob ein Zusammenhang zwischen dem Zahlenwert der Kantenlänge und der Anzahl von Einheitswürfeln besteht,
3. untersuchen, ob man – so wie beim Rechteck die Seitenlängen – diesmal die Kantenlängen multiplizieren kann, um die Anzahl der Einheitswürfel zu erhalten.

(3) Die Schüler bestimmen gemeinsam an einem Füllmodell die Anzahl der Einheitswürfel. Sie bringen Vorschläge, das Auszählen zu rationalisieren. Sie finden drei Möglichkeiten des Auszählens. (↗ LB-Bild C 26, LB 116!) Der Lehrer illustriert und demonstriert die drei Möglichkeiten mit einer Klappfolie, die, dem Beispiel entsprechend, selbst angefertigt wurde (Grundfolie „Quader" und 3 Einklappungen mit je einer Einteilung):

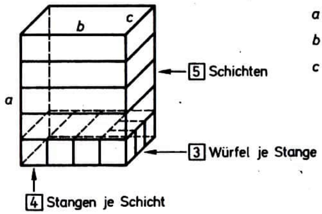
5 Schichten mit $4 \cdot 3$ Einheitswürfeln
3 Schichten mit $5 \cdot 4$ Einheitswürfeln
4 Schichten mit $3 \cdot 5$ Einheitswürfeln

Da nach dem Assoziativ- und Kommutativgesetz der Multiplikation natürlicher Zahlen gilt

$$5 \cdot (4 \cdot 3) = 3 \cdot (5 \cdot 4) = 4 \cdot (3 \cdot 5) = 5 \cdot 4 \cdot 3,$$

wird nur noch eine Zerlegung betrachtet. Durch Vergleichen stellen die Schüler fest, daß die Anzahl der Schichten, Stangen und Einheitswürfel je Stange mit den Zahlenwerten der Kantenlängen übereinstimmen. Sie begründen, warum das so sein muß. Der Erkenntnisprozeß wird durch folgendes *Tafelbild* unterstützt (↗ nächste Seite):

Der Raumininhalt eines Quaders



$a = \boxed{5}\,\text{cm}$ *)
$b = \boxed{4}\,\text{cm}$
$c = \boxed{3}\,\text{cm}$

$V = \boxed{5} \cdot \boxed{4} \cdot \boxed{3}$ Einheitswürfel — $5\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm} = 60\,\text{cm}^3$

$V = 60$ Einheitswürfel ($1\,\text{cm}^3$) — $V = 60\,\text{cm}^3$

$V = 5\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm}$

*) Die Rahmen um die Ziffern sind durch unterschiedliche Farben zu ersetzen (gleiche Ziffern – gleiche Farbe).

Der Lehrer macht den Schülern deutlich, daß man bei jedem beliebigen Quader in derselben Weise vorgehen kann. Die Erkenntnis wird formuliert:
Das Volumen eines Quaders ist gleich dem Produkt aus seinen drei Kantenlängen.
Die Schüler werden aufgefordert, diesen Sachverhalt als Gleichung zu formulieren, wenn die Kanten mit a, b und c bezeichnet sind. Die Schüler überzeugen sich im Lehrbuch, Merkstoff C 8, daß sie zu einem richtigen Ergebnis gekommen sind. Sie tragen den Merkstoff in ihr Heft ein.

(4) Die Schüler können nunmehr die Aufgabe, die zur Motivierung gestellt wurde, lösen. (Nur Volumen berechnen lassen!)

Beispiel:

$$V = a \cdot b \cdot c$$
$$V = 4\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}$$
$$\underline{\underline{V = 96\text{ cm}^3}}$$

Zum Abschluß müssen mehrere Schüler mit eigenen Worten darlegen, wie sie das Volumen eines Quaders berechnen können, und die Formel nennen und erläutern.

Übungen im Berechnen von Quadervolumen zur Festigung der Formel

- Lösen von Aufg. 4c) und d), zuerst ein Beispiel gemeinsam lösen (Aufg. 4c). Gegenüberstellen von Volumenberechnung und Berechnung des Oberflächeninhalts. Aufg. 4d) von den Schülern selbständig lösen lassen.
- Auch Aufg. 1 und 2 dienen der Wiederholung der Begriffe „Quadernetz“, „Oberflächeninhalt“ und „Volumen des Quaders“. Eine der beiden Aufgaben sollte deshalb am Anfang gründlich besprochen werden. Anhand von Aufg. 3 kann auf den Würfel als Spezialfall des Quaders eingegangen werden.

Übungen im Berechnen von Quadervolumen, dabei Angabe des Ergebnisses mit sinnvoller Genauigkeit

- Am Anfang sollte wiederholt werden, was die Schüler schon über die Angabe von Rechenergebnissen mit *sinnvoller Genauigkeit* im Zusammenhang mit der Flächeninhaltsberechnung kennengelernt haben. Das geschieht am besten am *Beispiel*:

  Ein Schüler gibt den Flächeninhalt eines Rechtecks ($a = 7{,}3$ dm und $b = 3{,}5$ dm) mit 25,55 dm^2 an. Ein anderer Schüler gibt als Ergebnis 26 dm^2 an. Was sagt ihr dazu?

Aus der Beantwortung der Frage ergibt sich die Zielstellung, auch bei der Volumenberechnung auf sinnvolle Genauigkeit bei der Angabe des Ergebnisses zu achten.

- An einer Aufgabe (↗ Beispiel C 18) wird das Problem mit allen Schülern erörtert. Damit entsteht zugleich eine „Musterlösung" für die Schüler, an der sie sich bei der folgenden Übung orientieren können.
- Zur Vertiefung der gewonnenen Einsicht könnten dann die Aufg. 6 und 7 von den Schülern selbständig gelöst werden. Den Schülern ist mitzuteilen, daß sie auf Vielfache von 10 cm^3 runden müssen.
- Wegen ihrer vielfältigen Anforderungen sollte unbedingt Aufg. 8, evtl. als *Hausaufgabe*, gelöst werden.

Anwendung der Kenntnisse über die Berechnung des Quadervolumens, Lösen von Sachaufgaben

- Wiederholen des Vorgehens beim Lösen folgender *Aufgabe*:
  Die Stadtreinigung stellt quaderförmige Müllcontainer mit den Kantenlängen 1 m, 1,05 m und 95 cm auf.
  a) Wieviel Kubikmeter Müll faßt ein Container? Runde auf Kubikmeter genau!
  b) Der Kranwagen der Stadtreinigung leert 8 derartige Container bei einer Fahrt. Wieviel Kubikmeter Müll werden bei einer Fahrt abtransportiert, falls alle Container gefüllt sind? Runde auf Kubikmeter genau!

(1) Aufgabentext lesen, Signalwörter unterstreichen:
Die ... quaderförmige ... mit den Kantenlängen 1 m, 1,05 m und 95 cm.
Wieviel Kubikmeter ... ein Container? ...
Der ... 8 derartige Container .... Wieviel Kubikmeter Müll ...?

(2) Gesuchte und gegebene Größen aufschreiben

Gesucht: a) V in m^3
b) $8 \cdot V$ in m^3

Gegeben: Quader mit $a = 1$ m
$b = 1{,}05$ m
$c = 95$ cm $= 0{,}95$ m

Lösung: $V = a \cdot b \cdot c$

$V = 1\text{ m} \cdot 1{,}05\text{ m} \cdot 0{,}95\text{ m}$
$V = 0{,}9975\text{ m}^3$
$\underline{\underline{V \approx 1\text{ m}^3}}$
$\underline{\underline{8 \cdot V \approx 8\text{ m}^3}}$

Überschlag: $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
$V \approx 1\text{ m}^3$

Nebenrechnung: $1{,}05 \cdot 0{,}95$
945
525
0,9975

Antwort: a) Ein Container faßt rund 1 m^3 Müll.
b) Bei einer Fahrt werden rund 8 m^3 Müll abtransportiert.

Nachdem jeweils ein Schritt besprochen wurde, kann er gegebenenfalls von den Schülern selbständig im Heft ausgeführt werden. Nach jedem Schritt ist aber durch Vergleich die Richtigkeit der Niederschrift zu kontrollieren (Tafelbild).

- Aufg. 13 selbständig lösen lassen. Bei Aufg. 13b) müßte zuvor geklärt werden, was Luftverdrängung durch Möbel bedeutet. (Dort kann keine Luft sein; 18 m^3 müssen also vom Rauminhalt subtrahiert werden.)
  Als *Hausaufgabe* könnte Aufg. 9 empfohlen werden. Hier muß der Schüler sein Wissen komplex anwenden. (Das Ergebnis auf Kubikdezimeter runden lassen!)

- Auf Grund des Wechsels von gegebener und gesuchter Größe kann Aufg. 11 zur Vertiefung des Wissens dienen. Die Schüler sollten ihre Lösung begründen, etwa

$$a \cdot a \cdot a = 27\ \text{cm}^3$$
$$a = 3\ \text{cm},$$

denn $3\ \text{cm} \cdot 3\ \text{cm} \cdot 3\ \text{cm} = 27\ \text{cm}^3$.

Sehr anspruchsvoll ist Aufg. 12*; sie ist zur Differenzierung geeignet.

$$a \cdot b \cdot c = 150\ \text{cm}^3$$
$$25\ \text{cm}^2 \cdot c = 150\ \text{cm}^3$$
$$c = 6\ \text{cm},$$

denn $25\ \text{cm}^2 \cdot 6\ \text{cm} = 150\ \text{cm}^3$.

Kontrollaufgaben

1. Beschreibe mit eigenen Worten, wie du das Volumen des Quaders berechnest und gib dann eine Gleichung an!
2. Wie groß ist das Volumen des Quaders? Runde auf Kubikzentimeter bzw. Kubikdezimeter! (↗ Bild 3.8)
3. Aufg. 13

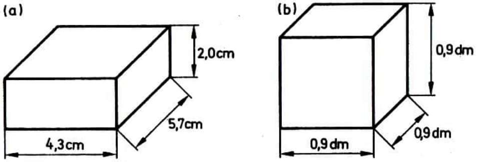


Bild 3.8

Weitere Einheiten des Volumens (2 Std.)

LE 13 (LB 118 bis 121)

Indem die Schüler die ihnen bekannte Einheit Liter in das System der Einheiten des Rauminhalts einordnen und zwei weitere, vom Liter abgeleitete Einheiten ergänzen, erwerben sie notwendige Vorkenntnisse für den Physik- und Chemieunterricht. Sie müssen erfassen, daß ebenso wie bei den Einheiten der Masse aus praktischen Gründen auch bei den Volumeneinheiten weitere Einheiten eingefügt wurden und daß deshalb nicht in jedem Falle die Umrechnungszahl 1000 gilt. Damit die Schüler die Zusammenhänge verstehen, muß sehr anschaulich gearbeitet werden.

Ziele

Die Schüler

- kennen Liter, Hektoliter und Milliliter als weitere Einheiten des Rauminhaltes und haben ihre Beziehungen zu den schon bekannten Volumeneinheiten erfaßt,
- können Volumenangaben von einer Einheit in eine andere unter Einbeziehung der neu gelernten Einheiten sicher umrechnen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Motivierung und Zielstellung für die Schüler
- Einordnung der neuen Volumeneinheiten in die bekannte Übersicht und Begründung der Umrechnungszahlen
- Festigung der Umrechnungszahlen durch einfache Übungen

2. Stunde

- Übungen im Umrechnen von Volumenangaben in andere Einheiten
- Anwenden der Kenntnisse beim Lösen von Sachaufgaben

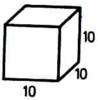
Methodische Hinweise

Motivierung und Zielstellung für die Schüler Zunächst könnte man *zur Sicherung des Ausgangsniveaus* das System der Volumeneinheiten wiederholen und dabei folgende *Übersicht* entstehen lassen:

m^3	–	–	dm^3	–	–	cm^3	–	–	mm^3

Durch Gegenüberstellung zu den Längeneinheiten die „Lücken" begründen. (Statt Umrechnungszahl 10 jetzt 1000!)

Anwenden der Volumenformel $V = a^3$
$10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$



Gegebenenfalls muß man auch das Umrechnen von Volumenangaben in andere Einheiten wieder üben, etwa:

Rechne in die in Klammern gegebene Einheit um!
1,07 m^3 (dm^3); 3420 cm^3 (dm^3); 0,7 cm^3 (mm^3);
5 dm^3 581 cm^3 (cm^3); 21 cm^3 37 mm^3 (cm^3)

Um die Schüler für die *Zielstellung* der Stunde zu motivieren, könnte man folgendermaßen vorgehen: Der Lehrer verdeutlicht, daß bisher ausschließlich das Volumen von quaderförmigen Körpern berechnet wurde. Er erinnert die Schüler daran, daß ihnen in der Praxis viele Gegenstände mit anderen geometrischen Formen begegnen: Eimer, Gläser, Flaschen, Fässer usw. Die Schüler wissen auch schon, daß man den Inhalt dieser Gefäße in Litern und Hektolitern mißt. Der Lehrer zeigt den Schülern einen Meßzylinder (Chemieunterrichtsmittel) mit der Angabe Milliliter.

Der Lehrer könnte erwähnen, daß es neben dem Liter früher noch verschiedene sogenannte Hohlmaße gab, mit denen Getreide und Flüssigkeiten (Wein Milch, Bier) gemessen wurden, z. B. Fuder, Kanne, Malter, Scheffel (1 Scheffel entsprach in Preußen ca. 55 l, in Sachsen ca. 103 l) und daß in den USA und England heute noch die Einheiten Bushel (Getreide) und Gallon gebräuchlich sind.

Als *Ziel* wird formuliert, daß einige dieser Einheiten des Volumens (auch Hohlmaße genannt) mit den schon bekannten Einheiten verglichen und in die Übersicht der Volumeneinheiten eingeordnet werden sollen. Als ein weiteres Motiv könnte darauf verwiesen werden, daß die Umrechnungszahl zwischen benachbarten Volumeneinheiten sehr groß ist (1000), daß schon bei den Masseeinheiten weitere Einheiten eingefügt wurden, z. B.

zwischen Tonne (t) und Kilogramm (kg) noch Dezitonne (dt). Es gibt dann die Umrechnungszahlen 10 bzw. 100 und nicht so große Zahlenwerte.

m^3	—	—	dm^3	—	—	cm^3
t	dt	—	kg	—	—	g

Einordnung der neuen Volumeneinheiten ...

– *Zielstellung:* Die neuen Einheiten Liter (l), Hektoliter (hl), Milliliter (ml) sollen in die bekannte Übersicht eingeordnet werden.
– Volumen von 1 dm^3 und 1 l experimentell vergleichen: Lehrer hat ein Litergefäß mit Sand gefüllt und schüttet den Inhalt in das Füllmodell eines Kubikdezimeters.
  An der *Tafel* wird festgehalten: $1\ l = 1\ dm^3$.

m^3	—	—	dm^3	—	—	cm^3
			1			

  Durch Vergleichen der Benennung der Längeneinheiten finden die Schüler anhand des Vorsatzes:

  $1\ ml = \frac{1}{1\,000}\ l = 0{,}001\ l,$

  und der Lehrer teilt ihnen mit, daß der Vorsatz „Hekto" 100 bedeutet, also

  $1\ hl = 100\ l.$

  Die Tabelle wird entsprechend ergänzt.

Vorgeschlagenes *Tafelbild*:

Die Einheiten des Rauminhalts

1000 1000

m^3			dm^3			cm^3
	hl		l			ml

100 100

– Das Tafelbild wird ins Heft übernommen.

Festigung der Umrechnungszahlen durch einfache Übungen

– Zunächst sollten richtige Größenvorstellungen von den neuen Einheiten bei den Schülern entwickelt werden. Dazu kann Auftrag C 38 genutzt werden. Dabei muß man sich allerdings in den meisten Fällen mit einer Demonstration durch einen oder mehrere Schüler begnügen. Alle Schüler sollten aber das Volumen vorher schätzen.
– Durch einfache Umrechnungsaufgaben sollte dann kontrolliert werden, ob die Schüler die neuen Einheiten beherrschen.

  Beispiele:
  (1) Rechne in die nächstgrößere Einheit um!
  400 l; 3700 ml; 56 l; 100 ml
  ($56\ l = \frac{56}{100}\ hl = 0{,}56\ hl$ oder: $56\ l = 56 \cdot 0{,}01\ hl = 0{,}56\ hl$)

(2) Rechne in die nächstkleinere Einheit um!
7,3 hl; 8,9 l; 0,4 hl; 0,025 l
(0,025 l = 0,025 · 1000 ml = 25 ml)

– Als *Hausaufgabe* sollten die Schüler die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Volumeneinheiten lernen (↗ Zusammenfassung LB 120).

Übungen im Umrechnen von Volumenangaben in andere Einheiten

– Lösen von einigen Beispielaufgaben im Unterrichtsgespräch, dabei kann der Lehrer zugleich die Erfüllung der *Hausaufgabe* kontrollieren.

Beispiel:

$5\ \mathrm{l} = 5\ \mathrm{dm}^3 = 5 \cdot 1000\ \mathrm{cm}^3 = 5000\ \mathrm{cm}^3$

Kommentar: 1 l entspricht 1 dm³, also 5 l gleich 5 dm³ usw.

$7\ \mathrm{cm}^3 = 7\ \mathrm{ml} = \frac{7}{1000}\ \mathrm{l} = 0{,}007\ \mathrm{l}$

$9\ \mathrm{dm}^3 = 9\ \mathrm{l} = 9 \cdot 1000\ \mathrm{ml} = 9000\ \mathrm{ml}$

– In selbständiger Tätigkeit könnten die Schüler anschließend Aufg. 1 lösen.

Anwenden der Kenntnisse beim Lösen von Sachaufgaben

– Erarbeiten des Vorgehens an einem Beispiel (Aufg. 2). Daß beim gründlichen Durchlesen Signalwörter zu erfassen sind, wissen die Schüler bereits.
Erste Frage: Welche Signalwörter hast du gefunden? (3 Fässer; je 800 hl; eine Flasche 0,8 l. Wieviel Flaschen können abgefüllt werden?)
Zweite Frage: Wie haben wir ähnliche Aufgaben gelöst? (Aufg. 12, LB 115; Aufg. 9, LB 88)
Dritte Frage: Kann die Aufgabe in Teilaufgaben zerlegt werden?
(1. 800 hl = 80000 l; 2. 1 Flasche 0,8 l, 10 Flaschen 8 l; 3. 8 l in 10 Flaschen, 80000 l in 10000 · 10 Flaschen, also in 100000 Flaschen; 4. 1 Faß 100000 Flaschen, also 3 Fässer 300000 Flaschen)
Natürlich können die Schüler auch eine Gleichung aufstellen, etwa
$0{,}8\ \mathrm{l} \cdot x = 80000\ \mathrm{l}$ bzw. $0{,}8\ \mathrm{l} \cdot x = 240000\ \mathrm{l}$.
Dann aber nicht zur Division 80000 : 0,8 übergehen, sondern inhaltlich lösen:
$0{,}8 \cdot \underline{10} = 8$; $8 \cdot \underline{10000} = 80000$, also $0{,}8 \cdot 100000 = 80000$

– Aufg. 3 könnten die Schüler selbständig lösen, dabei auf Kopfrechnen orientieren:
100 ml ist das Fünffache von 20 ml, denn 20 · 5 = 100.
Der Patient reicht also 5 · 8 Tage aus.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 1
2. 3 l Serum werden in Ampullen zu je 2 cm³ gefüllt. Wieviel Ampullen werden gefüllt? *(1500)*

Stoffabschnitt 3.3. (12 Std.)

Komplexe Übungen

Diese komplexen Übungen sind in den letzten Wochen des Schuljahres durchzuführen. Sie umfassen somit nicht nur die Schwerpunkte des Stoffgebietes 3, sondern den *gesamten Stoff der Klasse 5*, also auch die Geometrie. Das *Hauptziel* der komplexen Übungen wird im Lehrplan S. 10 bis 12 formuliert. Auf den Seiten 36 und 37 des Lehrplanes sind die wichtigsten Gesichtspunkte, die der Lehrer dabei beachten muß, detailliert aufgeführt. Auch die Vorbemerkungen zum Stoffabschnitt 1.3. enthalten wichtige Hinweise, die in diesem Abschnitt ebenfalls Gültigkeit haben. In den Übungen sind die erarbeiteten Begriffe zu vertiefen und die Zeichenfertigkeiten der Schüler zu vervollkommnen. Unter Berücksichtigung der Klassensituation sollte der Lehrer die Schüler durch vorbereitete Schüleraufträge verstärkt zum selbständigen und zusammenhängenden Arbeiten anhalten und zu einer differenzierten Unterrichtsgestaltung übergehen.
Innerhalb der zur Verfügung stehenden Zeit sollten 2 Stunden für eine *schriftliche Leistungskontrolle* und deren Auswertung vorgesehen werden, die aber nicht erst am Ende des Schuljahres geschrieben werden muß. Von den verbleibenden 10 Stunden sind etwa 7 Stunden für Arithmetik und 3 Stunden für Geometrie zu verwenden, wobei in den einzelnen Stunden auch Arithmetik *und* Geometrie eine Rolle spielen sollten.
Als Aufgabenmaterial stehen die Aufgaben des Lehrbuches (LB 121 bis 128) zur Verfügung. Der Lehrer sollte auch Aufgaben aus der Schülerzeitschrift „alpha“, der „Mathe-LVZ“ (Mathematik-Beilage der Leipziger Volkszeitung), aus „Mathematik in der Schule“ u. a. Veröffentlichungen verwenden und die Schüler anregen, aufmerksam Zeitung zu lesen und Material für Aufgaben zu sammeln. Die besten Aufgaben der Schüler können als MMM-Exponat auf Karteikarten, Folien oder in anderer Weise anschaulich dargestellt werden. Sie dienen der Pioniergruppe bei der Erfüllung des Pionierauftrages und können dann im Fachkabinett aufbewahrt und in den folgenden Schuljahren weiter genutzt werden.
In einer Stunde können anhand *formaler Aufgaben* die bis zum Ende der Klasse 5 erarbeiteten Rechenregeln wiederholt und gefestigt werden. Der Lehrer sollte von den Aufgaben LB 121 entsprechend den Besonderheiten der Klasse eine geeignete Auswahl treffen und auch in den folgenden Stunden immer wieder üben.
In einer weiteren Stunde kann er anhand der Aufg. 23, 26, 45, 46 Lösungspläne für Sach- und Anwendungsaufgaben finden lassen. Auch hier sollte er wieder eine geeignete Auswahl treffen, evtl. die Schüler in Gruppen arbeiten lassen oder an einer Aufgabe verschiedene Lösungswege diskutieren. In der *Hausaufgabe* wird die selbständige Lösung von zwei Sach- und Anwendungsaufgaben verlangt. Die Aufg. 13* und 14* sollten in mehrere Stunden einbezogen werden. Sie dienen der Vorbereitung der Erarbeitung der Begriffe „Aussage“, „Satz“, „Definition“ in Klasse 6.
Eine weitere Stunde kann unter das Thema „Wohnung und Garten“ gestellt werden. Die hierfür im Lehrbuch (LB 123 und 124) angebotenen Aufgaben verlangen die Ausführung verschiedener Operationen.
Für eine Knobelstunde stehen die Aufg. 50 bis 56* zur Verfügung.
Von den Schülern aus gesammeltem Material selbst gebildete Aufgaben können das Thema einer weiteren Stunde bilden. Der Lehrer sollte sich aber unbedingt die Aufgaben vorher ansehen und geeignete Aufgaben auswählen. In einer solchen Stunde kann auch ein Schüler die Rolle des Lehrers für einen Stundenabschnitt übernehmen.
Im folgenden werden Beispiele empfohlen, die entsprechend den individuellen Bedingungen der jeweiligen Klasse verändert werden sollten.

1. Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf

Thema: Übungsstunde zur weiteren Vervollkommnung der Kenntnisse über Verschiebung, Spiegelung und Drehung

Ziele der Stunde

Die Schüler
- beherrschen die Konstruktion der Abbildungen durch Verschiebung, Spiegelung und Drehung,
- gewöhnen sich weiter daran, ihre Ergebnisse durch eine Kontrolle zu überprüfen, wenden dabei bewußt Eigenschaften der Abbildungen Drehung, Verschiebung und Spiegelung an und können die Anwendung begründen.

Gliederung der Stunde

(1) 10 min Tägliche Übungen
(2) 5 min Vergleich der Hausaufgabe
(3) 15 min Abbildung eines Vierecks $ABCD$ durch Drehung anhand der Aufg. 42
(4) 5 min Vorbereitung der Hausaufgabe (Aufg. 45, 46)
(5) 10 min Verschiebung, Spiegelung und Drehung eines Rechtecks $ABCD$ anhand der Aufg. 31

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Beispiel für eine *Aufgabengruppe*:

1. Rechne um! **a)** 2,4 km = ... m
b) 5 m² = ... dm²
c) 8 l = ... cm³
2. Zeichne drei Geraden g_1, g_2 und g_3, die **a)** keinen, **b)** einen, **c)** zwei, **d)** drei Schnittpunkte haben!
3. Zeichne **a)** einen stumpfen, **b)** einen spitzen, **c)** einen gestreckten Winkel!

Bei dieser Übung können entweder alle Schüler im Heft arbeiten oder zwei Schüler an der verdeckten Tafel und die anderen im Heft. Beim Vergleichen der Lösungen können je nach Klassensituation die Hefte ausgetauscht werden, oder jeder kontrolliert seine eigene Übung. Die Ergebnisse von etwa vier Schülern werden vom Lehrer bewertet.

(2) Zum Vergleich der in der vorangegangenen Stunde erteilten *Hausaufgabe* ist es empfehlenswert, die Lösung auf Folie vorzubereiten oder das Heft von einem Schüler, der diese Aufgabe besonders sorgfältig gelöst hat, der Klasse zu zeigen.

(3) Die Schüler lesen zunächst still die Aufg. 42. Vor dem selbständigen Lösen der Aufgabe gibt der Lehrer folgenden Hinweis für die Platzverteilung: Auflegen der Lochschablone auf das Heft erfolgt so, daß rechts neben der Schablone noch etwa 5 cm frei sind.

Für Schüler, die die Aufgabe sicher und schnell lösen, können noch folgende Zusatzaufgaben gestellt werden:

a) Welche besonderen Eigenschaften hat das Viereck $ABCD$? (Alle Seiten gleich lang, Winkel 90° → Quadrat.)

b) Berechne den Flächeninhalt A und den Umfang u des Vierecks $ABCD$! (Es genügt die näherungsweise Angabe $a \approx 3$ cm, daraus folgt $A \approx 9\ \text{cm}^2$ und $u \approx 12$ cm.)

Während der Stillarbeit kann die *Hausaufgabe* der Schüler vom Lehrer kontrolliert werden. Treten bei einigen Schülern Unsicherheiten bei der zu lösenden Aufgabe auf, so gibt er individuelle Hinweise.

Die Kontrolle kann je nach Klassensituation z. B. wie folgt geschehen: Austauschen der Schülerhefte, die richtige Lösung wird vom Lehrer entweder auf Folie oder auf vorbereitetem Tafelbild vorgegeben, mit Bleistift wird sauber im Heft des Mitschülers die Lösung als richtig oder falsch gekennzeichnet. Besonders saubere und exakte Lösungen werden belobigt.

(4) Ein Schüler erhält den Auftrag, die *Hausaufgabe* (Aufg. 45, 46) auf der vom Lehrer überreichten Folie anzufertigen und in der nächsten Stunde vor der Klasse zu erläutern. Alle anderen Schüler fertigen die Hausaufgabe im Heft an.

(5) Die Aufg. 31 kann von einem Schüler an der Tafel und von allen anderen Schülern im Heft gelöst werden. Mittelpunkt der Seite $\overline{AB}$ mit E bezeichnen.

Erkenntnis: Die Bilder des Rechtecks $ABCD$ sind bei a), b) und c) gleich, die Bezeichnungen aber sind unterschiedlich (z. B. $A = D' = A'' = B'''$).

2. Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf

Thema: Übungsstunde zum Berechnen und Zeichnen von Rechtecken.

Ziele der Stunde

Die Schüler
- kennen die Berechnungsformeln für das Rechteck $A = a \cdot b$, $u = 2 \cdot (a + b)$ und sind in der Lage, diese auch anzuwenden,
- entwickeln eine kritische Haltung bei der Einschätzung der Leistung ihrer Mitschüler.

Gliederung der Stunde

(1) 10 min Schülervortrag (Aufg. 45, 46)
(2) 20 min Berechnen und Zeichnen von Rechtecken anhand der Aufg. 10
(3) 5 min Erteilen der Hausaufgaben (Aufg. 13*)
(4) 10 min Übung zur Festigung von Grundwissen

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Der beauftragte Schüler trägt seinen auf der Folie vorbereiteten Lösungsweg der Aufg. 45, 46 vor. Die Mitschüler erhalten den Auftrag, diesen Vortrag nach folgenden Gesichtspunkten einzuschätzen:
- Lösungsweg und richtige Lösung
- äußere Form der gelösten Aufgabe
- sprachliche Darstellung beim Vortrag.

Sie vergleichen mit der Lösung im eigenen Heft. Wenn Unklarheiten auftreten, können sie am Ende Fragen stellen. Erst danach sollte der Lehrer die vorgetragene Leistung mit einer Zensur bewerten.

(2) Berechnen und Zeichnen von Rechtecken z. B. anhand Aufg. 10. Die Schüler lesen den Aufgabentext und lösen selbständig. Der Lehrer kontrolliert die Arbeitsweise der Schüler und gibt individuelle Hinweise.
Beim Vergleichen sollten etwa folgende Fakten von den Schülern genannt werden:
- Schnittwinkel der beiden Geraden (Diagonalen) beträgt 36°
- Benötigte Berechnungsformel $A = a \cdot b$ (in Worten ausdrücken lassen)
- Lösung evtl. in Tabellenform

a	6,0 cm	3,0 cm	2,0 cm
b	18,0 cm	9,0 cm	6,0 cm
A	108,0 cm	27,0 cm	12,0 cm

- Zeichnen der beiden Rechtecke aus Aufg. 10b)
- A_1 beträgt $\frac{1}{4}$ von A
- A_2 beträgt $\frac{1}{9}$ von A

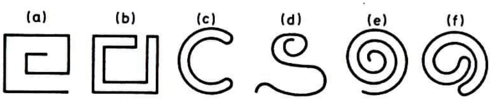
($A' = k^2 \cdot A$ wird erst in Klasse 8 behandelt. Je nach Klassensituation kann der Lehrer evtl. auf diese Gesetzmäßigkeit hinweisen.)

(3) Erteilen von *Hausaufgaben*, z. B. Aufg. 13*. Zwei Schüler können zur Vorbereitung auf die nächste Stunde statt der erteilten Hausaufgaben folgenden Auftrag erhalten: Welche Eigenschaften haben Quader und Würfel? Wie werden Volumen und Oberflächeninhalt von Quader und Würfel berechnet? Es ist zu empfehlen, den beiden Schülern etwa folgende *Hinweise* zu geben: gemeinsame Eigenschaften von Quader und Würfel (Anzahl der Ecken, Kanten, Begrenzungsflächen, Lage gegenüberliegender und angrenzender Begrenzungsflächen, Größenvergleich gegenüberliegender Begrenzungsflächen); Unterschiede: Gestalt der Begrenzungsflächen (Quader – Rechtecke, Würfel – Quadrate als spezielle Rechtecke). *Erkenntnis:* Ein Würfel ist ein spezieller Quader.

Berechnungen:
Quader $V = a \cdot b \cdot c$ $A = 2 \cdot (a \cdot b + c \cdot a + b \cdot c)$
Würfel $V = a^3$ $A = 6 \cdot a^2$ (denn $a = b = c$)

(4) Die folgende Übung zur Festigung von Grundwissen kann eingesammelt und zensiert werden.

1. Welche der folgenden Figuren besitzen einen Flächeninhalt?



2. LB 126, Aufg. 37a)
3. Einige der folgenden Gleichungen sind falsch, weil Klammern vergessen wurden. Rechne nach und ergänze fehlende Klammern!

a) $8 \cdot (7 + 2 = 72$ **c)** $28 : (2 + 5) = 4$
b) $(15 + 3) \cdot 0,5 = 9$ **d)** $95 - 6 \cdot 4 = 71$

3. Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf
Thema: Übungsstunde zum Berechnen von Quadern

Ziele der Stunde

Die Schüler – kennen die Eigenschaften von Quader und Würfel und deren Berechnungsformeln, – können sinnvolle Überschläge angeben, – gewöhnen sich weiter daran, die Leistung ihrer Mitschüler kritisch und objektiv einzuschätzen.

Gliederung der Stunde

(1)	10 min	Tägliche Übung
(2)	10 min	Schülervortrag zum Thema „Quader und Würfel“
(3)	20 min	Übung im Berechnen von Quadern z. B. anhand Aufg. 8a) in Gruppen
(4)	5 min	Erteilen der Hausaufgabe (Auswahl: Aufg. 6c, 8b, 9, 47*b, 30*)

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Die Stunde kann durch eine frontale Übung begonnen werden, z. B.

1. Unterscheide zwischen Körpern und Flächen und trage die entsprechenden Figuren in die Tabelle ein (↗ Bild 3.9)!

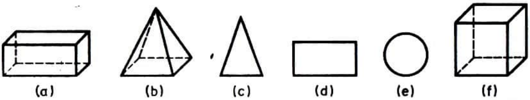


Bild 3.9

Flächen	
Körper	

2. **a)** $7\,l = \ldots\, dm^3$ **b)** $36\,cm^3 = \ldots\, ml$ **c)** $0{,}3\,m^3 = \ldots\, hl$ **d)** $130\,ml = \ldots\, cm^3$

Die Figuren in Übung 1 (a), (b), (f) als Modelle und (c), (d), (e) als Applikationen vorgeben. Die Schüler tragen die jeweilige Nummer in die Tabelle ein. In Auswertung von Übung 2 ist zu wiederholen, daß die Bezeichnungen hl, l, ml für die Volumenangabe von Flüssigkeiten verwendet werden.

(2) Für den Schülervortrag werden die Modelle von Quader und Würfel dem vortragenden Schüler zur Verfügung gestellt. Als Ergebnis sollte etwa folgendes *Tafelbild* erscheinen:

Jeder Würfel ist ein spezieller Quader

Quader	Würfel
$V = a \cdot b \cdot c$ $A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$	$V = a^3$ $A = 6 \cdot a^2$

Der Vortrag wird nach den bereits genannten Gesichtspunkten von den Schülern eingeschätzt und vom Lehrer bewertet. Das Tafelbild kann nun von allen Schülern ins Heft übertragen werden oder bleibt an der Tafel stehen als Hilfe für die folgende Übung.

(3) Übung im Berechnen von Quadern anhand der Aufg. 8a). Bei dieser Aufgabe sollte der Lehrer die Schüler in Gruppen arbeiten lassen. Er kann diese entsprechend den Leistungen der Schüler selbst einteilen oder die Schüler selbst entscheiden lassen, welche Aufgabe sie sich zutrauen.
Spalte 1 der Tabelle – Schwierigkeitsstufe 1
Spalte 2 der Tabelle – Schwierigkeitsstufe 2
Spalte 3 der Tabelle – Schwierigkeitsstufe 3
Wer sicher und schnell arbeitet, kann evtl. auch zwei Spalten ausfüllen. Von der 1. und 2. Spalte werden beim Vergleichen die Lösungen genannt. Die Spalte 3 wird von einem Schüler an der verdeckten Tafel ausgefüllt. Die Lösung sollte etwa wie folgt dargestellt werden:

Gegeben: $a = 15\text{ cm}$
$c = 2\text{ dm} = 20\text{ cm}$
$V = 3\text{ l} = 3\text{ dm}^3 = 3000\text{ cm}^3$

Gesucht: b in cm
A in cm^2

Lösung:

$$V = a \cdot b \cdot c$$
$$3000\text{ cm}^3 = 15\text{ cm} \cdot b \cdot 20\text{ cm}$$
$$3000\text{ cm}^3 = 15\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} \cdot b$$
$$3000\text{ cm}^3 = 300\text{ cm}^2 \cdot b$$
$$\underline{\underline{b = 10\text{ cm}}}$$

Kommentar beim Vortragen der Lösung:
Ich vertausche die Faktoren b und 20 cm. Ich multipliziere 15 mit 20 und erhalte 300. Das Produkt beträgt 3000, ein Faktor 300, dann beträgt der andere Faktor $3000 : 300 = 10$, b ist also 10 cm.

$$A = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$
$$A = 2 \cdot (15\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} + 15\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} + 10\text{ cm} \cdot 20\text{ cm})$$
$$A = 2 \cdot (150\text{ cm}^2 + 300\text{ cm}^2 + 200\text{ cm}^2)$$
$$A = 2 \cdot 650\text{ cm}^2$$
$$\underline{\underline{A = 1300\text{ cm}^2}}$$

Während der Stillarbeit kontrolliert der Lehrer die *Hausaufgaben*. Die Lösungen der Hausaufgaben können an die verdeckte Tafel geschrieben werden, damit alle Schüler nach der Übung auch die Ergebnisse der Hausaufgabe vergleichen können.

(4) Als *Hausaufgabe* sollte der Lehrer je nach Arbeitstempo der Klasse zwei oder drei Aufgaben auswählen, davon mindestens eine Sach- und Anwendungsaufgabe: Aufg. 6c), 8b), 9, 47* b), evtl. 30*. Er kann evtl. die Auswahl auch den Schülern selbst überlassen (jeder mindestens zwei Aufgaben) und Schülern, die mehr als zwei Aufgaben lösen, in der nächsten Stunde ein Fleißlob erteilen.

4. Beispiel für einen möglichen Stundenverlauf

Thema: Übungsstunde zum Lösen von Aufgaben aus dem Bereich der Nationalen Volksarmee

Ziele der Stunde

Die Schüler
- können ihre Kenntnisse über die Addition von Dezimalbrüchen, Umrechnung von Flächeninhalts- und Zeitangaben anwenden,

- erwerben weitere Fähigkeiten im Analysieren von Sach- und Anwendungsaufgaben,
- erkennen, daß sie bereits einfache Aufgaben aus der Praxis lösen können, aber noch wesentlich mehr mathematische Kenntnisse erwerben müssen, um auch schwierigeren Aufgaben gewachsen zu sein.

Gliederung der Stunde

(1) 10 min Übung im Umwandeln von Größenangaben
(2) 30 min Sach- und Anwendungsaufgaben aus dem Bereich der NVA anhand Aufg. 38 und 40
(3) 5 min Erteilen der Aufg. 39 als Hausaufgabe

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Die folgende *Aufgabengruppe* sollte der Lehrer an die Tafel schreiben und den Schülern 5 Minuten Zeit für die Lösung lassen. Beim Vergleichen die Lösungen jeweils mündlich begründen (z. B. $\frac{1}{5}$ von 6 min = $\frac{1}{5}$ von 360 s = 72 s). Die Umwandlungen werden in den Sach- und Anwendungsaufgaben (2) benötigt.

1. 5000 m² = ... ha
2. 200 m = ... km
3. $\frac{1}{10}$ h = ... min
4. 1,5 min = ... s
5. $\frac{1}{5}$ von 6 min = ... s

(2) In der folgenden Übung werden drei Aufgaben gestellt, z. B.
- zur Erkundung des Geländes Aufg. 38 (Umwandlung von Flächenangaben, Addition von Dezimalbrüchen),
- zu den Aufgaben eines Beobachtungstrupps Aufg. 40 (Multiplikation von Dezimalbrüchen),
- zur Arbeit einer Sprengtruppe folgende *Aufgabe*:
  Die Brenndauer einer Zündschnur in Sekunden entspricht der Länge der Zündschnur in Zentimetern. Wie lang muß eine Zündschnur mindestens sein, wenn der Sprengmeister bis zum sicheren Unterstand 200 m zurückzulegen hat und mit einer Geschwindigkeit von 10 km pro Stunde läuft?

  Hinweise:
  Gegenüberstellung: Brenndauer *in s* entspricht Länge *in cm.*
  Fehlerquelle: Der Weg von 200 m wird mit der Schnurlänge verwechselt.

  Lösung: Der Sprengmeister muß 200 m laufen, das sind
  0,200 km oder $\frac{1}{5}$ km.
  10 km läuft er in 1 h.
  1 km läuft er in $\frac{1}{10}$ h, das sind 6 min.
  $\frac{1}{5}$ km läuft er in $\frac{6}{5}$ min, das sind 60 s + 12 s = 72 s,
  oder $\frac{1}{5}$ von 360 s = 72 s.
  Folglich muß die Schnur mindestens 72 cm lang sein. Aus Sicherheitsgründen wird man eine Schnur von 1 m Länge wählen.

Die Schüler sollten 15 Minuten intensiv und selbständig arbeiten (evtl. 20 min). Beim Vergleichen werden die Lösungen genannt, dabei sollte mindestens eine Aufgabe aus-

führlich von einem Schüler vorgetragen werden. Die Schüler müssen daran gewöhnt sein, aufmerksam die Ausführungen ihrer Mitschüler zu verfolgen und helfende Fragen zu stellen, wenn an der Tafel Fehler gemacht werden. (Auch eine solche Haltung gehört zur Solidarität!) Während der Stillarbeit sollte der Lehrer die Arbeitsweise der Schüler kontrollieren und Schüler für gutes selbständiges Arbeiten belobigen.
Bei der Auswertung der Aufgaben sollte der Lehrer mit den Schülern auch erzieherische Aspekte nutzen. Disziplin, Ordnung, Exaktheit sind Voraussetzungen für die Erfüllung der Pflichten jedes Armeeangehörigen.

(3) Als *Hausaufgabe* könnte z. B. Aufg. 39 gestellt werden.

Stoffgebiet 4

Geometrie

Vorbemerkungen

Dem Stoffgebiet liegt das *Hauptziel* zugrunde, die Schüler mit den *geometrischen Abbildungen Spiegelung und Drehung* vertraut zu machen. Dabei sollen die Schüler diese Abbildungen als umkehrbar eindeutige Abbildungen der gesamten Ebene auf sich erfassen und wie bei der Abbildung durch Verschiebung (Klasse 4) Eigenschaften dieser Abbildungen kennenlernen. Besondere Bedeutung kommt deshalb der Wiederholung der Verschiebung zu, wobei deren Eigenschaften den Schwerpunkt bilden. Es wird empfohlen, auch bei der Behandlung der Drehung von der Betrachtung der mechanischen Bewegungsvorgänge auszugehen, den Zugang zur Spiegelung über den optischen Vorgang des Spiegelns (und nicht wie bisher meist über den mechanischen Vorgang des Umwendens) zu suchen und daran die Abbildungsvorschrift anschaulich zu erarbeiten.
Bei jeder der drei Elementarbewegungen steht das Erfassen als punktweise, ein(ein)deutige Abbildung der Ebene auf sich durch die Schüler im Vordergrund, ohne daß aber derartige Termini gebraucht werden sollen, vielmehr allein durch die Art der Behandlung, nicht zuletzt durch die Wahl der zu lösenden Aufgaben. Im Zusammenhang mit diesem Ziel ist auch die Forderung zu sehen, jedesmal von einer Abbildungsvorschrift für alle Punkte der Ebene über die Betrachtung gewisser Eigenschaften der betreffenden Abbildung von Figuren zu gelangen (und nicht etwa die Abbildung solcher Punktmengen als Ausgangspunkt zu wählen).
Der Übergang zum Erzeugen der Bilder ebener Figuren (und nicht nur von einzelnen Punkten der Ebene) ist aus verschiedenen Gründen unerläßlich, so z. B.

- werden die Eigenschaften der Abbildungen deutlicher erkennbar;
- geht es dabei auch um die Festigung des Wissens und Könnens bezüglich dieser geometrischen Figuren.

Andererseits darf aber dadurch nie beim Schüler der Eindruck entstehen, es ginge nur um das Abbilden einer speziellen Figur, anstatt der gesamten Ebene. Deshalb sollte der Lehrer solchen Aufgaben den Vorzug geben, bei denen Original und Bild eines n-Ecks bei einer speziellen Abbildung, aber auch einzelner Punkte (innerer, äußerer und Randpunkte) eine Rolle spielen. Die Schüler sollten auch veranlaßt werden, Bild oder Original einer gegebenen Figur bei einer Bewegung nicht nur durch punktweises Konstruieren (etwa der Eckpunkte) zu erzeugen, sondern auch durch das Nutzen spezieller Eigenschaften der betreffenden Figur bzw. der speziellen Abbildung, z. B. das Vorliegen rechter Winkel, paralleler Gegenseiten usw.
In der Reihenfolge der Behandlung der Elementarbewegungen steht in Klasse 5 die *Spiegelung* am Anfang. Dafür sprechen vielfältige Gründe, u. a.:

- die Möglichkeit des Anknüpfens an den allen Schülern bekannten Vorgang des optischen Spiegelns,
- die einfache Konstruierbarkeit der Bilder bei einer Spiegelung,
- die Möglichkeit unmittelbarer Anwendung der Spiegelung in der Axialsymmetrie, die mit der Erfahrungswelt der Schüler in engem Zusammenhang steht.

Bei der Spiegelung ist der Tatsache Rechnung zu tragen, daß einander zugeordnete Original- und Bildpunkte ihre Rolle vertauschen können, was bei Verschiebung und Drehung nicht zutrifft.

Die *Behandlung des Winkels* (als Teil der Ebene) ist eine wichtige Vorleistung für die Behandlung der Drehung als Abbildung. Neben dem Erfassen des Winkelbegriffs kommt es dabei auf das Entwickeln von Fertigkeiten im Zeichnen, Messen, Vergleichen und Antragen von Winkeln an, wobei Zirkel und Winkelmesser zur Anwendung kommen.

Bei der Einführung der *Drehung als Abbildung* wird wiederum von einem mechanischen Drehungsbegriff ausgegangen und erst danach die Drehung als geometrische Abbildung interpretiert. Die Analogie dieses Vorgehens gegenüber der Verschiebung und Spiegelung ist den Schülern bewußtzumachen. Obwohl die Drehung von den Eigenschaften her mehr Gemeinsamkeiten mit der Verschiebung besitzt, wird sie unter anderem wegen der konstruktiven Schwierigkeiten erst nach den Spiegelungen behandelt.

Das Stoffgebiet verlangt und bietet viele Möglichkeiten, *das bis Klasse 4 behandelte Grundwissen*, so wichtige Begriffe wie Punkt, Gerade, Strecke, Strahl, Ebene, parallel, senkrecht usw., *und das damit verbundene Können* im Zeichnen und Konstruieren unter Anwendung entsprechender Hilfsmittel (Zirkel, Lineal, Zeichendreieck) sowie im Beschreiben von Konstruktionen, Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten usw. weiter *zu festigen und zu vertiefen.*

Ein wichtiges Anliegen des Stoffgebietes ist die *systematische Weiterentwicklung des Raumvorstellungsvermögens* der Schüler. Die gesellschaftliche Praxis, insbesondere die Umwelt der Schüler, ist wiederholt Ausgangspunkt der Überlegungen im Stoffgebiet. Sie setzen sich fort über das gegenständliche Arbeiten mit Schablonen, Transparentpapier und anderen Unterrichtsmitteln und führen systematisch zum Lösen abstrakter Aufgaben durch Konstruktion und Beschreibung. Der Weiterentwicklung der Fähigkeit im *Beschreiben von Konstruktionen und Sachverhalten* unter Anwendung der erarbeiteten Begriffe ist große Aufmerksamkeit zu schenken. Die Möglichkeiten der erzieherischen Einwirkung auf die Schüler bestehen vor allem in der *systematischen Weiterentwicklung von Persönlichkeitsqualitäten* wie

- Sauberkeit und Exaktheit im Zeichnen und Konstruieren,
- exakte sprachliche Formulierungen beim Beschreiben,
- Fähigkeit, Aussagen zu begründen,
- ordnungsgemäße Pflege und Handhabung der Arbeitsgeräte,
- Charaktereigenschaften, z. B. Ausdauer, Ehrlichkeit, selbstkritisches Verhalten zu eigenen Arbeitsergebnissen,
- Einsichten von weltanschaulicher Bedeutung, z. B. die Rolle der Praxis, Bedeutung von Abstraktionen, die universelle Anwendbarkeit der Mathematik usw.

Für die *methodische Arbeit des Lehrers* sind von besonderer Bedeutung

- das Bilden der Begriffe „Spiegelung" und „Drehung",
- das Konstruieren der Bilder bei Spiegelungen und Drehungen,
- häufige Analogiebetrachtungen zwischen den einzelnen geometrischen Abbildungen, speziell zur Herausarbeitung gemeinsamer Eigenschaften zwischen Bild und Original ein und derselben Abbildung bzw. von Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen verschiedenen geometrischen Abbildungen (Verschiebung, Spiegelung, Drehung),
- die Entwicklung eines hohen Grades an Selbständigkeit der Schüler im Aneignungs- und Festigungsprozeß,
- das selbständige Festigen des Grundwissens und -könnens.

1. Zeichne die Strahlen a, b mit gemeinsamem Anfangspunkt S! Kennzeichne die Winkel, die durch a und b in der Ebene festgelegt werden, mit Kreisbögen!

2. Zeichne
   a) einen spitzen Winkel, **b)** einen stumpfen Winkel,
   c) je einen rechten und gestreckten Winkel!

3. Bestimme die Winkelarten an dem Streckenzug! ($\sphericalangle\, ABC$, $\sphericalangle\, BCD$, $\sphericalangle\, CDE$) (↗ Bild 4.1)

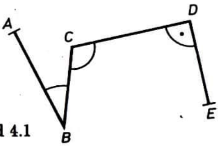


Bild 4.1

4. Zeichne den Winkel $\alpha = 45°$ und trage an ihn einen rechten Winkel an!
   Löse diese Aufgabe
   a) mit einem Zeichendreieck, **b)** mit Lineal und Winkelmesser,
   c) mit Zirkel und Lineal!
   Miß die Größe des Gesamtwinkels β!

5. Zeichne in ein Koordinatensystem folgende Punkte ein: $A\,(0; 5)$, $B\,(2; 1)$, $C\,(2; 4)$, $D\,(5; 6)$, $E\,(3; 0)$, $F\,(8; 1)$, $G\,(7; 6)$, $H\,(5; 2)$! Verbinde die Punkte in der genannten Reihenfolge, miß alle Winkel mit den Scheitelpunkten B, C, D, E, F, G, die kleiner als gestreckte Winkel sind, und gib jeweils die Winkelart an!
   Lösung:

Winkel mit dem Scheitelpunkt	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
Größe des Winkels	*27°*	*124°*	*38°*	*61°*	*90°*	*39°*
Art des Winkels	*spitzer Winkel*	*stumpfer Winkel*	*spitzer Winkel*	*spitzer Winkel*	*rechter Winkel*	*spitzer Winkel*

6. Zeichne in ein Koordinatensystem folgende Punkte ein: $A\,(1; 1)$, $B\,(1; 6)$, $C\,(2; 1)$, $D\,(3; 1)$, $E\,(4; 6)$! Verbinde die Punkte in der genannten Reihenfolge!
   a) Miß die spitzen und stumpfen Winkel bei B, C, D!
   b) Miß die Strecken $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$!
   c) Konstruiere das Bild der Figur bei der Verschiebung $\overline{BE}$!
   d) Spiegele die Figur an der waagerechten Achse des Koordinatensystems!
   e) Vergleiche die einander entsprechenden Strecken und Winkel nach der Verschiebung bzw. nach der Spiegelung! Was stellst du fest? (Begründung!)

Lösung:

Winkel mit dem Scheitelpunkt	*B*	*C*	*D*
Größe des Winkels	*11°*	*101°*	*101°*
Art des Winkels	*spitzer Winkel*	*stumpfer Winkel*	*stumpfer Winkel*

Strecken	$\overline{AB}$	$\overline{BC}$	$\overline{CD}$	$\overline{DE}$
Länge der Strecken	*5 cm*	*5,1 cm*	*1 cm*	*5,1 cm*

Alle bei einer Verschiebung und Spiegelung einander entsprechenden Strecken bzw. Winkel sind gleich groß (Eigenschaften der Verschiebung und der Spiegelung).

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Stoffabschnitt 4.1. Winkel und Winkelmessung			(10 Std.)
Winkel (LE 1)	1	– Zeichnen von Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt bzw. Geraden, die senkrecht aufeinander stehen – Begriff „rechter Winkel“	– Begriffe „Winkel“ (als Ebenenteil), „Schenkel“ und „Scheitel“ – Zugehörigkeit von Punkten zu gegebenen Winkeln – Zwei Strahlen legen genau zwei Winkel fest (Kennzeichnen durch Kreisbögen) – Bezeichnen von Winkeln mit kleinen griechischen Buchstaben
Vergleichen und Antragen von Winkeln (LE 2)	3	– Zeichnen und Vergleichen von Strecken (durch Augenmaß, durch Messen, durch Konstruktion mit dem Zirkel)	– Vergleichen und Antragen von Winkeln mit Schablonen; Folien und Transparentpapier – Vergleichen und Antragen von Winkeln mit Zirkel – Vielseitige Übungen
Einteilung der Winkel (LE 3)	2	– Zeichnen und Erkennen von geometrischen Figuren mit rechten Winkeln	– Begriffe „gestreckter Winkel“, „rechter Winkel“, „spitzer Winkel“, „stumpfer Winkel“ und „überstumpfer Winkel“ und ihre Beziehungen untereinander – Einteilen der Winkel – Zeichnen, Vergleichen und Ordnen von Winkeln nach Größe und Winkelart
Messen von Winkelgrößen (LE 4)	3	– Zeichnen von Kreisen; Begriffe „Kreis“; „Kreismittelpunkt“, „Radius“, „Durchmesser“ – Vergleichen von Strecken durch Messen	– Vergleichen von Winkeln durch Messen – Der Einheitswinkel von 1° als Einheit der Winkelgröße – Messen und Zeichnen von Winkeln mit dem Winkelmesser (Entwickeln von Fertigkeiten) – Einführen von „Schnittwinkel zweier Geraden“
Antragen, Messen und Zeichnen von Winkeln (Zusammenfassung und Kontrolle)	1		– Antragen, Messen und Zeichnen von Winkeln (Zusammenfassung) – Kontrolle (Kurzarbeit)

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Stoffabschnitt 4.2. Verschiebung (Wiederholung)			5 Std.
Original- und Bildpunkte bei Verschiebungen (LE 5)	2	– Darstellen von Punkten mit Hilfe von Zahlenpaaren – gerichtete Geraden – Vergleichen von Strecken – Zeichnen zueinander paralleler Geraden – Abtragen von Strecken – Bezeichnungen von Punkten, Geraden, Strahlen und Strecken	– Verschiebung, Original, Bild, Verschiebungsweite – Ermitteln von Bild- und Originalpunkten bei Verschiebungen – Abbildungsvorschrift der Verschiebung
Eigenschaften von Verschiebungen und Bilder von Figuren (LE 6)	3	– Konstruktionsvorschrift zur Ermittlung von Bild- und Originalpunkten bei Verschiebungen – Zeichnen und Bezeichnen von Dreiecken und Vierecken (Figurenschablone, Lochschablone u. a. Zeichengeräte) – Bezeichnungen von Verschiebungen	– Konstruktion der Bilder (und Originale) von Figuren bei Verschiebungen – Eigenschaften von Verschiebungen
Stoffabschnitt 4.3. Spiegelung			15 Std.
Original- und Bildpunkte bei Spiegelungen (LE 7)	3	– Zeichnen zueinander senkrechter Geraden; Antragen von Strecken	– Merkmale der Spiegelung – Bezeichnung von Spiegelungen, Spiegelgerade, Eigenschaften der Spiegelung – Ermittlung von Original- und Bildpunkten bei Spiegelungen
Konstruktion von Bildpunkten bei Spiegelungen (LE 8)	2	– Zeichnen einer Geraden t, die senkrecht auf einer Geraden g steht, (1) durch einen gegebenen Punkt $P \in g$ (2) durch einen gegebenen Punkt $P \in g$ – Antragen von Strecken	– Konstruktion von Bildpunkten bei einer Spiegelung – Ermitteln der Spiegelgeraden zu gegebenen Punktepaaren
Eigenschaften der Spiegelungen (LE 9)	2	– Merkmale der Zuordnungslinien bei Verschiebungen, Eigenschaften von Verschiebungen – Ermitteln von Bild- und Originalpunkten bei Spiegelungen	– Zuordnungslinien bei Spiegelungen, Eigenschaften von Spiegelungen – Vergleich Verschiebung – Spiegelung

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Spiegelbilder von Figuren (LE 10)	2	– Konstruktion der Bilder von Punkten bei Spiegelungen – Eigenschaften der Spiegelungen	– Konstruktion der Bilder von Dreiecken, Vierecken und Kreisen bei Spiegelungen (mit Beschreibung) – Umlaufsinn von Figuren
Figuren, die zueinander symmetrisch liegen (LE 11)	2	– Merkmale der Spiegelung	– Achsen- bzw. Axialsymmetrie; axialsymmetrische Figuren; Symmetrieachse – Faltschnitte, Klecksographie – Konstruktion der Symmetrieachse – Achsensymmetrie als Beziehung zwischen Figuren, Vergleich Spiegelung – Axialsymmetrie
Axialsymmetrische Figuren (LE 12)	2	– Geometrische Figuren: Trapez, Parallelogramm, Rechteck, Quadrat, Dreieck (gleichschenklig, gleichseitig), regelmäßiges Fünf- und Sechseck, Kreis, Halbkreis – Eigenschaften der Spiegelung	– Achsensymmetrie als Eigenschaft von Figuren, Symmetrieeigenschaft geometrischer Figuren – Ermitteln der Lage und Anzahl der Symmetrieachsen bei gegebenen Figuren
Leistungskontrolle	2		
Stoffabschnitt 4.4. Drehung			15 Std.
Drehen von Gegenständen (LE 13)	2	– Verschiebung – Spiegelung	– Drehen von Gegenständen am Beispiel der Uhr – Drehwinkel beim Drehen von Gegenständen; Rechts- und Linksdrehung
Drehung (LE 14)	2	– Verschiebung und Spiegelung als Abbildung	– Drehung als (mathematische) Abbildung nach entsprechender Abbildungsvorschrift – Begriffe „Drehzentrum" und „Drehwinkel einer Drehung" – Erkennen und Beschreiben von Drehungen

Thema	Std.	Zu reaktivierender Stoff	Zu erarbeitender Stoff
Konstruktion von Bildpunkten bei Drehungen (LE 15)	2	– Antragen von Winkeln (Winkelmesser, Zirkel)	– Konstruktionsvorschrift für die Drehung eines Punktes – Konstruieren von Bildpunkten bei Drehungen unter Verwendung von Winkelmesser und Zirkel
Eigenschaften der Drehungen (LE 16)	3	– Antragen und Messen von Winkeln (Zirkel, Winkelmesser) – Eigenschaften von Verschiebungen und Spiegelungen	– Eigenschaften der Drehungen – Anwendung der Eigenschaften beim Konstruieren von Bildern bei Drehungen
Bilder von Figuren bei Drehungen (LE 17)	3	– Drehen von Punkten und Strecken – Eigenschaften der Drehungen – Vierecke (Arten, Eigenschaften) – Achsensymmetrie	– Konstruieren der Bilder von Dreiecken und Vierecken bei Drehungen mit Konstruktionsbeschreibung – Zentralsymmetrische Figuren (als Informationswissen)
Drehungen als Abbildungen (Zusammenfassung; Leistungskontrolle)	3		– Begriffe „Drehzentrum“, „Drehwinkel“, „Original“, „Bild“ – Eigenschaften der Drehung – Konstruieren der Bilder von Dreiecken bei einer bzw. zwei Drehungen

Stoffabschnitt 4.1. (10 Std.)

Winkel und Winkelmessung

In Fortführung des bisherigen Geometrieunterrichts in den Klassen 1 bis 4 geht es zu Beginn des Stoffgebietes 4 darum, das Verständnis der Schüler für die bekannten geometrischen Grundgebilde *Punkt* und *Gerade* und ihre Lagebeziehungen in der Ebene weiter zu vertiefen. Das geschieht nicht nur durch bloßes Wiederholen, sondern u. a. auch dadurch, daß der *Winkel* als Teil der Ebene eingeführt wird. Eine Notwendigkeit hierfür liegt in der bevorstehenden Behandlung weiterer elementarer Bewegungen, speziell der *Drehungen* (Stoffabschnitt 4.4.), begründet. Hier tritt der Winkel als „Drehwinkel“ auf, gebraucht im Sinne der Größe eines Winkels.
Der Winkelbegriff erweist sich erfahrungsgemäß im Geometrieunterricht stets als ein relativ komplizierter Begriff, zudem gibt es verschiedene Möglichkeiten, ihn einzuführen oder zu definieren. „Winkel“ wird dem Lehrplan entsprechend als eine Punktmenge erklärt, zu der die Punkte zweier (verschiedener) Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt gehören, einschließlich der Punkte eines der beiden durch die Strahlen berandeten

Ebenenteils. Der Scheitelpunkt wird dabei als zum Winkel gehörend angesehen. Der gesamte Abschnitt ist so angelegt, daß keine Vorkenntnisse über Winkel aus dem bisherigen Unterricht erwartet werden.
Bei der Einführung der Drehungen (Lerneinheit 13) wird faktisch mit geordneten Paaren von Strahlen gearbeitet und der Drehwinkel einer Drehung als eine bestimmte Winkelgröße festgelegt. Zu diesem Zeitpunkt müssen die Schüler nicht nur eine hinreichende Vorstellung vom Winkelbegriff besitzen, sondern sie müssen über Fertigkeiten im Zeichnen, Messen, Vergleichen und Antragen von Winkeln verfügen, in diesem Zusammenhang auch sicher mit dem Zirkel und dem Winkelmesser umgehen können.
Schließlich müssen sie „Grad" als Einheit der Winkelgröße und eine *Einteilung der Winkel* in *spitze*, *rechte*, *stumpfe*, *gestreckte* und *überstumpfe* Winkel sicher beherrschen.
In vielfältigen Übungen ist das Wissen und Können der Schüler zu vertiefen und anzuwenden. Dabei lernen sie auch den Begriff des „Schnittwinkels" zweier Geraden kennen.

Winkel

(1 Std.)

LE 1 (LB 129 bis 131)

Die Schüler haben bereits „rechte Winkel" kennengelernt (zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt, die senkrecht aufeinander stehen). Nunmehr wird der Winkelbegriff nicht nur verallgemeinert, sondern auch auf eine andere Grundlage gestellt (Teil der Ebene). Zwei Strahlen (Schenkel) mit gemeinsamem Anfangspunkt (Scheitel) legen in der Ebene genau zwei Winkel fest.

Ziele

Die Schüler

- kennen den Begriff „Winkel" und die Begriffe „Schenkel eines Winkels" und „Scheitel eines Winkels",
- wissen, daß Winkel durch Kreisbogen gekennzeichnet und mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnet werden,
- können Winkel zeichnen und für beliebige Punkte der Ebene entscheiden, ob sie zu einem (in ihr liegenden) Winkel gehören oder nicht.

Schwerpunkte

- Wiederholen: rechter Winkel
- Motivieren des Übergangs zu beliebigen Winkeln als Teilen der Ebene (Gesichtsfeld eines Menschenauges)
- Erarbeiten des Winkelbegriffs und der Kennzeichnung von Winkeln
- Festigen des Begriffs „Winkel" als Teil der Ebene

Methodische Hinweise

Wiederholen: rechter Winkel Der Lehrer sollte eine der folgenden Möglichkeiten wählen:

– Zeichne zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt! Zeichne zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt, die senkrecht aufeinander stehen! Welchen Namen hast du für eine solche Figur kennengelernt?
– Zeichne zwei Geraden, die senkrecht aufeinander stehen! Wieviel rechte Winkel entstehen? Was verstehst du unter einem rechten Winkel?

Bemerkung: Mit der zweiten Möglichkeit kann bereits der Begriff des „Schnittwinkels zweier Geraden" vorbereitet werden. Zunächst ist jedoch im Hinblick auf den einzuführenden Winkelbegriff ein Strahlenpaar in der Figur hervorzuheben (evtl. farbig).

Motivieren des Übergangs zu beliebigen Winkeln als Teilen der Ebene ... Durch einen rechten Winkel wird ein Teil der Ebene gekennzeichnet.. Umgekehrt ist aber nicht jeder Teil einer Ebene ein rechter Winkel. *Beispiele:*
– Jede Gerade zerlegt die Zeichenebene in zwei Halbebenen (↗ LB-Bild D 1).
– Das Gesichtsfeld eines Menschenauges ist Teil einer Ebene, der von zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt begrenzt wird (↗ LB-Bild D 3).

Erarbeiten des Winkelbegriffs und der Kennzeichnung von Winkeln
– Erarbeitung der Begriffe „Winkel" (als Teil der Ebene), „Schenkel" und „Scheitel" anhand von LB-Bild D 3. Die Schüler sollten danach sofort einen Winkel in ihr Heft zeichnen und Scheitel und Schenkel beliebig oder nach Anweisung des Lehrers bezeichnen. Erste Festigung: Auftrag D 2.
– Zugehörigkeit von Punkten zu gegebenen Winkeln: Die Schüler erarbeiten selbständig den zum LB-Bild D 5 gehörenden Text und lösen dann sofort Auftrag D 3. *Erkenntnis:* Zwei Strahlen legen genau zwei Winkel in einer Zeichenebene fest. (Vertiefung durch Auftrag D 4 ist zu empfehlen.) Jeder dieser Winkel wird zur Unterscheidung vom anderen mit einem Kreisbogen gekennzeichnet. (Am Tafelbild unter Beachtung folgender Empfehlungen erläutern: Kreisbögen zur leichteren Unterscheidung zunächst verschiedenfarbig zeichnen; Kreisbögen nur klein, also nahe dem Scheitel zeichnen, um Verwechslungen des Winkels mit einem Kreissektor vorzubeugen.)
– Vereinbarung: Auf die Benutzung verschiedener Farben zur Kennzeichnung der Winkel können wir verzichten, wenn wir Winkel mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnen, wie es in der Mathematik üblich ist (↗ LB-Bilder D 7 und D 8). Evtl. jetzt zur Übung die Aufg. 1 anschließen. Dabei sollte der Lehrer die Verwendung von Karopapier empfehlen, auf die unterschiedlichen Größen der einzelnen Buchstaben hinweisen (Ober-, Unterlängen) und den Schriftzug jeweils langsam und genau an der Tafel vorführen.

Festigen des Begriffs „Winkel" als Teil der Ebene Im Mittelpunkt steht die Festigung der neuen Begriffe, insbesondere das Erfassen des Winkels als *Teil der Ebene*, sowie das Zeichnen und Bezeichnen von Winkeln. Dazu eignen sich insbesondere die Aufg. 2 und 3.

Kontrollaufgabe
Aufg. 4

Vergleichen und Antragen von Winkeln (3 Std.)

LE 2 (LB 132 bis 134)

Schablonen und Folien bzw. Transparentpapier erweisen sich zunächst als brauchbare Hilfsmittel für das Vergleichen von Winkeln. Die Schüler sind jedoch zu der Erkenntnis zu führen, daß sich das Problem durch konstruktives Antragen eines Winkels mit Hilfe eines Zirkels günstiger lösen läßt. Dieses Antragen wird vorerst nur zum Vergleichen von Winkeln genutzt, wird sich jedoch später, z. B. bei den Drehungen (Stoffabschnitt 4.4.) sowie auch beim Konstruieren von Dreiecken (Klasse 6), als wichtiges Konstruktionselement erweisen. Im Hinblick auf die Einteilung der Winkel und spätere Konstruktionen ist das Vergleichen und Antragen von Winkeln in vielseitigen und abwechslungsreichen Übungen zu festigen.

Ziele

Die Schüler
- können Winkel unter Verwenden von Schablonen oder Transparentpapier miteinander vergleichen,
- können Winkel mit dem Zirkel antragen und dieses Verfahren zum Vergleichen von Winkeln verwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Üben des Zeichnens und Vergleichens von Strecken
- Motivieren des Vergleichens von Winkeln
- Erarbeiten des Vergleichens und Antragens von Winkeln mit Schablonen und Folien

2. Stunde
- Vergleichen der Innenwinkel eines gleichschenkligen Dreiecks (Transparentpapier)
- Erarbeiten des Antragens und Vergleichens von Winkeln mit dem Zirkel
- Üben im Antragen und Vergleichen von Winkeln

3. Stunde
- Üben des Antragens, Vergleichens und Ordnens von Winkeln mit Konstruktionsbeschreibung
- Kontrolle: Zeichnen, Antragen und Vergleichen von Winkeln

Bemerkung: Es ist auch möglich, die Stoffverteilung so vorzunehmen, daß das Antragen von Winkeln in der 2. Stunde, das Vergleichen in der 3. Stunde behandelt wird. Dann sind die Aufgaben zur Festigung entsprechend auf beide Stunden zu verteilen.

Methodische Hinweise

Üben des Zeichnens und Vergleichens von Strecken

Die folgenden Aufgaben eignen sich sowohl zur Reaktivierung des Wissens und Könnens der Schüler aus Klasse 4 als auch zur Vorbereitung des neuen Stoffes. Der Lehrer entscheidet, ob es erforderlich ist, alle Aufgaben zu lösen.

- Zeichne folgende Strecken mit Lochschablone: $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ mit A (9), B (5), C (8), D (15), E (2), F (10), G (6), H (11)!
  Statt dessen kann auch gefordert werden, diese Strecken mit Hilfe eines Koordinatensystems zu zeichnen: A (3; 4), B (5; 6), C (1; 4), D (6; 1), E (6; 7), F (7; 4), G (7; 6), H (9; 4).
- Ordne diese Strecken entsprechend ihrer Länge (mit der kleinsten beginnend), indem du sie paarweise miteinander vergleichst, und zwar durch
  a) Schätzen, b) Messen, c) Abtragen.
  (Es kann auch eine Auswahl aus dieser Aufgabe getroffen oder Gruppenarbeit organisiert werden.)

Motivieren des Vergleichens von Winkeln Auftrag D 5b): Die Schüler überlegen zunächst selbst und begründen ihre Meinung. Im Gespräch wird der Widerspruch zu der genannten Behauptung dadurch erzeugt, daß ein beliebiger Winkel gezeichnet wird, dessen Schenkel dann wiederum beliebig verlängert werden. Beide Winkel müssen aber nach unserer Erklärung zum Winkelbegriff übereinstimmen, folglich muß die Behauptung falsch sein. Ein solcher Vergleich eignet sich also nicht.
Zielstellung: Wir müssen nach einer anderen Möglichkeit suchen, Winkel miteinander zu vergleichen.

Erarbeiten des Vergleichens und Antragens von Winkeln mit Schablonen und Folien
Da das Vergleichen zweier Winkel durch Schätzen ungenau ist und wir auch noch kein Meßgerät zur Verfügung haben, vergleichen wir Winkel vorerst durch Übereinanderlegen von Winkelschablonen, durch Überdecken mit Transparentpapier. (Es gibt verschiedene derartige Verfahren und Mittel bis hin zum Winkelvergleich durch Antragen mit dem Zirkel.)
Das Arbeiten mit Schablonen wie auch mit Transparentpapier kann hier sehr gut zum Wiederholen des Verschiebens und zur Vorbereitung des Drehens genutzt werden.

- Vergleichen von Winkeln mit Folien (Demonstration mit Lichtschreiber: Folien mit mehreren Winkeln – ähnlich Bild 4.2; alle gezeichneten Winkel sind noch einmal als durchsichtige Schablonen vorhanden, die zum Vergleichen auf die gezeichneten Winkel aufgelegt werden). So werden alle Winkel untereinander verglichen, und das Ergebnis des Vergleichens wird an die Wandtafel geschrieben ($\alpha > \beta$; $\gamma < \delta$; ...; einige Beispiele genügen).
- Vergleichen von Winkeln mit Transparentpapier (Schülertätigkeit; Vorgabe der Winkel auf Arbeitsblatt – Bild 4.2). Die Schüler übertragen die Winkel zunächst auf ein mitgegebenes Blatt Transparentpapier und vergleichen mit dessen Hilfe alle Winkel des Arbeitsblattes untereinander.

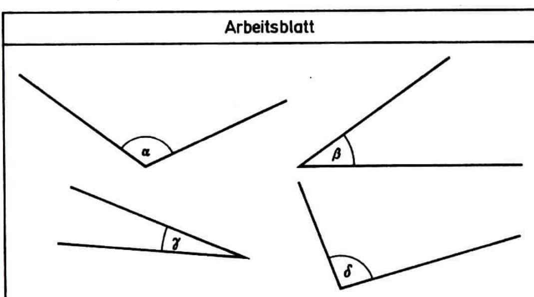


Bild 4.2

– Vergleichen von Winkeln mit Schablonen
  Nicht immer ist das Vergleichen von Winkeln so leicht möglich wie in den LB-Bildern D 10 und D 11. Dann eignen sich z. B. Schablonen zum Vergleichen von Winkeln.
  Lehrerdemonstration: Vorführen des Winkelvergleichs mit Applikationen an der Hafttafel (etwa entsprechend LB-Bild D 11).
  Schülertätigkeit: Ausschneiden der Winkel aus dem Arbeitsblatt und Vergleichen durch Aufeinanderlegen. Vergleichen der Winkel der Zeichendreiecke miteinander. (Schüler finden selbst, wie man vorgehen könnte. Nachvollziehen an der Wandtafel mit Applikationen möglich.)

Vergleichen der Innenwinkel eines gleichschenkligen Dreiecks ... Die Schüler lösen selbständig folgende *Aufgabe*:

Zeichne mit der Lochschablone das Dreieck A (20), B (21), C (5)! Was für ein Dreieck liegt vor? (Gleichschenkliges Dreieck) Vergleiche alle 3 Innenwinkel miteinander! Was stellst du fest? (Vergleichen der Winkel mit Transparentpapier)

(Der für die Schüler neue Begriff „Innenwinkel eines Dreiecks" wird vom Lehrer kurz begründet.)

Erarbeiten des Antragens und Vergleichens von Winkeln mit dem Zirkel

– Antragen eines Winkels an einen Strahl:
  Die Schüler sollen allmählich verstehen lernen, daß wir im Geometrieunterricht bestrebt sind, das Arbeiten mit Schablonen und Folien durch ein Konstruieren mit Zirkel und Lineal zu ersetzen. Das gilt auch für das Vergleichen von Winkeln (neue Teilmotivation). Dazu wird zunächst das Antragen eines Winkels an einen Strahl behandelt (Lehrerdemonstration an der Tafel: Beispiel D 1). LB-Bild D 14 läßt die Schüler erkennen, daß es stets *zwei Möglichkeiten* für das Antragen eines Winkels an einen Strahl gibt.
– Vergleichen zweier Winkel durch Antragen mit dem Zirkel:
  Das Antragen eines Winkels mit dem Zirkel wird nun genutzt, um zwei gegebene Winkel miteinander zu vergleichen (Beispiel D 2). Von nun an wird beim Beschreiben einer Konstruktion, die das Winkelantragen als Teilelement enthält, nur noch kurz vom *Antragen eines Winkels* gesprochen. Die darin enthaltenen Teilschritte werden nicht mehr einzeln beschrieben.

Üben im Antragen und Vergleichen von Winkeln Eine Möglichkeit sofortiger Anwendung (im Unterricht und als *Hausaufgabe*) bietet der Auftrag D 6. Ebenfalls können die Aufg. 1 und 2 empfohlen werden.

Hinweis zu Aufg. 2: Sollten Schüler auf den Gedanken kommen, die Schenkel des einen Winkels über den Scheitel hinaus zu verlängern, d. h. ein Scheitelwinkelpaar zu zeichnen, so wäre das anerkennenswert. Das schließt aber nicht aus, beide Winkel mit dem Zirkel zu vergleichen. Sollte kein Schüler auf diesen Gedanken kommen, so kann auch der Lehrer eine solche Aufgabenlösung zum Abschluß demonstrieren.

Üben des Antragens, Vergleichens und Ordnens von Winkeln mit Konstruktionsbeschreibung Die 3. Stunde der Unterrichtseinheit dient ausschließlich der *Festigung* und der *Kontrolle*. Aktive Schülertätigkeit im Zeichnen, Beschreiben, Begründen steht deshalb im Vordergrund. Dabei kommt es zugleich auf eine weitere Vertiefung des so wichtigen Winkelbegriffs an. Für diese Anliegen eignen sich folgende Aufgaben.

– Zeichnen von Winkeln nach vorgegebenen Größenbeziehungen (Aufg. 6 bis 8)
– Vergleichen von Winkeln nach Augenmaß (Auftrag 7) bzw. durch Antragen; Ordnen von Winkeln nach ihrer Größe (Aufg. 4, 5)

Dabei wird auch weiter mit dem Begriff „Innenwinkel eines Dreiecks bzw. einer geometrischen Figur" gearbeitet.

Kontrolle: Zeichnen, Antragen und Vergleichen von Winkeln Hierfür eignen sich besonders die folgenden Kontrollaufgaben, die möglichst jeder Schüler selbständig lösen sollte. (Auch eine Bewertung durch den Lehrer ist möglich.)

Kontrollaufgaben

1. Zeichne nach Augenmaß zwei Winkel α und β, für die gilt: $\alpha = \beta$! Prüfe!
2. Aufg. 9

Einteilung der Winkel (2 Std.)

LE 3 (LB 135 bis 137)

Beim Vergleichen und Ordnen von Winkeln erkannten die Schüler, daß Winkel Teile der Ebene von verschiedener Größe sein können. Ehe sie in der nächsten Unterrichtseinheit das Messen von Winkeln erlernen, wird zunächst eine Einteilung der Winkel in „gestreckte", „rechte", „spitze", „stumpfe" und „überstumpfe Winkel" vorgenommen. Ausgangspunkt hierfür ist der „gestreckte Winkel", bei dem die Schüler erkennen, daß er sich aus zwei „rechten Winkeln" zusammensetzt, die ihnen bereits bekannt sind. Alle übrigen neuen Begriffe für die Winkelarten werden zu gestreckten und rechten Winkeln in Beziehung gebracht.

Ziele

Die Schüler

- kennen die Begriffe „gestreckter", „rechter", „spitzer", „stumpfer" und „überstumpfer Winkel" und die Beziehungen zwischen diesen Winkelarten,
- können gegebene Winkel den genannten Arten zuordnen und einteilen,
- können Winkel zeichnen, vergleichen und ordnen und ihr Vorgehen dabei mit den genannten Begriffen beschreiben und begründen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Üben im Zeichnen von Figuren mit rechten Winkeln bzw. Erkennen rechter Winkel in geometrischen Figuren
- Motivieren der Winkeleinteilung aus der Existenz unterschiedlich großer Winkel heraus
- Erarbeiten einer Einteilung der Winkelarten

2. Stunde (siehe ausführlichen Stundenentwurf)

- Wiederholen der Einteilung der Winkel
- Üben des Erkennens von Winkelarten, des Zeichnens, Vergleichens und Ordnens von Winkeln

Eine andere Möglichkeit bietet folgender Vorschlag, bei dem die Einführung der neuen Begriffe auf beide Stunden verteilt wird:

1. Stunde

- Üben (siehe 1. Möglichkeit)
- Motivieren (siehe 1. Möglichkeit)
- Erarbeiten von „rechter" und „gestreckter Winkel"
- Üben und Anwenden der beiden Winkelarten (Aufg. 3, 5a, evtl. 6*)

2. Stunde

- Wiederholen von „rechter" und „gestreckter Winkel"
- Erarbeiten von „spitzer", „stumpfer" und „überstumpfer Winkel"
- Systematisieren der Winkelarten (Tabelle LB 143)
- Üben und Anwenden aller Winkelarten

Methodische Hinweise

Üben im Zeichnen von Figuren mit rechten Winkeln bzw. Erkennen rechter Winkel in geometrischen Figuren In dieser Phase zur Sicherung des Ausgangsniveaus kommt es darauf an, daß die Schüler folgende Fähigkeiten nachweisen:
- Zeichnen von Figuren, in denen rechte Winkel vorkommen;
- Erkennen rechter Winkel in geometrischen Figuren.

Für entsprechende Übungen läßt sich die *Figurenschablone* einsetzen.
1. Möglichkeit: Übertrage alle Figuren der Schablone in dein Heft und kennzeichne rechte Winkel mit einem Kreisbogen!
2. Möglichkeit: Übertrage Figuren der Schablone mit rechten Winkeln in dein Heft!
Für beide Möglichkeiten: Nenne die Namen der Figuren und die jeweilige Anzahl rechter Winkel!
3. Möglichkeit: Etwas anspruchsvollere Aufgaben lassen sich mit der Lochschablone stellen, z. B. durch folgende Figuren: rechtwinkliges Dreieck (1, 7, 8), rechtwinkliges Trapez (10, 11, 3, 2), Fünfeck mit einem rechten Winkel (17, 18, 15, 12, 14), stumpfwinkliges Dreieck (24, 19, 16).

Motivieren der Winkeleinteilung aus der Existenz unterschiedlich großer Winkel heraus
1. Möglichkeit: Aus der einführenden Übung wie schon aus den vorangegangenen Stunden ergibt sich deutlich, daß es außer rechten Winkeln auch noch andere Arten von Winkeln gibt, die offenbar größer oder kleiner als jene sind. Eine entsprechende Einteilung der Winkel wollen wir kennenlernen.
2. Möglichkeit: Auftrag D 8 ist im Zusammenhang mit LB-Bild D 19 und unseren bisherigen Erfahrungen beim Vergleichen von Winkeln Anlaß zu der Feststellung, daß eine gewisse Ordnung in die verschieden großen Winkel zu bringen ist und in dem Zusammenhang auch einige Bezeichnungen eingeführt werden.

Erarbeiten einer Einteilung der Winkelarten
- Nochmaliges Wiederholen des Begriffes „rechter Winkel": Die Schüler erkennen und zeigen rechte Winkel (zur Demonstration eignen sich bewegliche Winkelmodelle, als Ersatz der Zirkel, sowie auch Gummifäden an Ringmagneten für die Hafttafel). Sie erläutern den Begriff mit Worten (Strahlen mit gleichem Anfangspunkt, die senkrecht aufeinander stehen). Einführen der besonderen Kennzeichnung (↗ LB-Bild zu ▶ 2, LB 135).
  An dieser Stelle könnte die Herstellung eines beweglichen Winkelmodells aus Pappe als *Hausaufgabe* gestellt werden.

- Erarbeiten des Begriffs „gestreckter Winkel": Die Schüler erkennen, daß durch das Antragen eines zweiten rechten Winkels an einen bereits vorhandenen (Modelldemonstration; Konstruktion mit dem Zirkel) ein Winkel entsteht, dessen beide Schenkel auf ein und derselben Geraden liegen. Das sollen die Schüler selbst entdecken und mit Worten formulieren. Formulieren des Merkstoffes D 1.
- Präzisieren des Begriffes „rechter Winkel": Die Schüler werden beauftragt, einen rechten Winkel zu zeichnen. Durch Erinnerung an den in Unterrichtseinheit 1. eingeführten Winkelbegriff wird ihnen bewußt, daß sie zwei Winkel gezeichnet haben, von denen nur einer den Namen „rechter Winkel" verdient. Das ist Anlaß zur Formulierung des Merkstoffes D 2. Der Auftrag D 10 kann zur Vertiefung genutzt werden.
- Einführen der Begriffe „spitzer", „stumpfer" und „überstumpfer Winkel": Hierzu eignet sich die Tabelle im Lehrbuch (LB 135) bei gleichzeitiger Verwendung des beweglichen Winkelmodells. Die Schüler ergänzen dann den Lückentext in Auftrag D 11 (verschiedene Möglichkeiten beachten!).
- Vertiefen und Anwenden aller Begriffe (Modelldemonstration, Zeichnen): Dabei ist auf das Begründen der jeweiligen Begriffsanwendung zu achten.

Vorschläge für *Übungsmöglichkeiten*:
Der Lehrer demonstriert Winkel mit dem Winkelmodell (Zirkel als Ersatz), die Schüler nennen die jeweilige Winkelart. Oder: Der Lehrer nennt eine Winkelart, ein Schüler zeigt einen entsprechenden Winkel mit dem Modell.

Hausaufgabe: Aufg. 1; Anfertigen eines beweglichen Winkelmodells aus Pappstreifen

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 2. Stunde
Thema: Festigung des Wissens und Könnens bezüglich der Winkelarten

Ziele der Stunde

(↗ Ziele der Unterrichtseinheit!)

Gliederung der Stunde

(1)	5 min	Übungen mit dem Winkelmodell im Klassenverband
(2)	15 min	Übung: Erkennen von Winkelarten (Folie oder Tafelbild) und Einordnen in eine Tabelle (Heft oder Arbeitsblatt); Kontrolle der Hausaufgabe
(3)	10 min	Systematisierung der Winkelarten (Zusammenfassung LB 143)
(4)	10 min	Übung: Zeichnen und Vergleichen von Winkeln in geometrischen Figuren; Erteilen der Hausaufgabe (Aufg. 5)
(5)	5 min	Kontrolle: Erkennen der Winkelarten (Aufg. 4)

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten:

(1) Der Lehrer nennt Winkelarten, die Schüler stellen einen entsprechenden Winkel an dem als Hausaufgabe angefertigten Winkelmodell ein und halten es sichtbar hoch. Wenigstens bei überstumpfen Winkeln sollten die Schüler auch den Kreisbogen mit dem Finger andeuten.

(2) Die nächste Übergangsphase soll die Fähigkeit im Erkennen von Winkelarten weiter ausprägen.
Auf einer Folie oder einem vorbereiteten Tafelbild sind eine Reihe verschiedener Winkel (mit Nummern versehen) dargestellt. Die Schüler fertigen eine Tabelle ähnlich

der im Lehrbuch (LB 135) oder erhalten eine solche auf einem Arbeitsblatt. Sie tragen nun die Nummern der einzelnen Winkel in die jeweilige Tabellenspalte ein. Inzwischen hat der Lehrer die Möglichkeit, die Hausaufgaben zu kontrollieren. Bei der Auswertung der Übung ist wichtig festzustellen, wieviel Fehler vom einzelnen Schüler begangen wurden.

(3) Von der vorhergehenden Übung wird nun zu einer Systematisierung der Winkelarten übergeleitet. Zunächst zeichnen die Schüler selbständig noch je zwei Repräsentanten der entsprechenden Winkelart in die Tabelle. Ein anschließendes Gespräch sollte zu folgenden Feststellungen führen:
- Alle Winkel lassen sich in unsere Tabelle einordnen.
- Alle gestreckten Winkel sind untereinander gleich groß.
- Alle rechten Winkel sind untereinander gleich groß.
- Das letztere gilt nicht für spitze, stumpfe, überstumpfe Winkel.

Schließlich sollte noch mit der Zusammenfassung im Lehrbuch (LB 143) verglichen werden.

(4) In den weiteren Übungen bilden Winkel in geometrischen Figuren den Gegenstand. Die Schüler lösen Aufg. 5a). Vor dem Lösen der Aufgabe sollten die Schüler die Figur beschreiben und einige Begriffe wiederholen (Quadrat, Seiten des Quadrats, Diagonalen). Dann sollten die Schüler beschreiben, wo die zu vergleichenden Winkel in der Figur liegen. Schließlich sollte ein Vergleich nach Augenmaß vorgenommen werden. Wenn ein Vergleich durch Antragen erfolgen soll, dann empfiehlt sich das Übertragen des Quadrates in die Hefte (Lochschablone: 4, 6, 20, 21). Jeder Schüler sollte nur 1 Winkelpaar vergleichen (Gruppenarbeit). Es besteht die Möglichkeit, leistungsstarken Schülern anstelle dieser Aufgabe die Aufg. 6 zu übertragen (Konstruktion ausführen lassen).

Vorschlag für die Hausaufgabe: Aufg. 5b) (Lochschablone: 1, 3, 14, 16)

(5) Als Kontrolle für die Erreichung der Ziele eignet sich Aufg. 4 (mündlich).

Kontrollaufgaben

1. Übungen mit dem Winkelmodell
   a) Darstellen vorgegebener Winkelarten durch die Klasse
   b) Erkennen von Winkeln, die nach Weisung des Lehrers von 2 Schülern vor der Klasse dargestellt werden (Auch das Vergleichen beider Winkel ist möglich.)
2. Aufg. 4

Messen von Winkelgrößen (3 Std.)

LE 4 (LB 137 bis 143)

Nachdem die Schüler eine Einteilung der Winkel nach ihrer Größe in verschiedene Arten kennengelernt haben, wird nun zum genaueren Beschreiben und Zeichnen das Messen von Winkeln eingeführt und angewendet. Hier sind besonders die Möglichkeiten der Erziehung zur Sauberkeit und Genauigkeit beim Messen und Zeichnen zu nutzen. Unter Beachtung der Analogie von Streckenvergleich und Winkelvergleich wird ein *Einheitswinkel* als Maß der Winkelgröße festgelegt. Beim Messen sind solche Fertigkeiten zu er-zielen, die u. a. im Stoffabschnitt „Drehungen“ und beim geometrischen Zeichnen überhaupt künftig erforderlich sind. (Auf das Beschaffen eines Winkelmessers sind die Schüler rechtzeitig hinzuweisen.)

Ziele

Die Schüler
- lernen „Grad“ als Einheit und den Einheitswinkel 1° als Maß der Winkelgröße kennen,
- können Winkel mit Hilfe eines Winkelmessers messen und zeichnen und Winkel miteinander vergleichen,
- kennen den Begriff „Schnittwinkel zweier Geraden“ und können ihn beim Beschreiben geometrischer Figuren anwenden,
- bemühen sich beim Zeichnen und Messen von Winkeln um Sauberkeit und Genauigkeit

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholen und Üben des Zeichnens von Kreisen und Strecken sowie des Vergleichens von Strecken durch Messen
- Motivieren des Vergleichens von Winkeln durch Messen in Analogie zum Vergleichen von Strecken durch Messen
- Einführen von „Grad“ als Einheit und des Einheitswinkels von 1° als Maß für die Winkelgröße und als 90. Teil eines rechten Winkels
- Üben im Bestimmen von Winkelgrößen in einfachen Figuren

2. Stunde
- Üben des Schätzens von Winkelgrößen und Motivieren der Einführung des Winkelmessers
- Erarbeiten des Messens von Winkeln mit dem Winkelmesser
- Üben des Messens von Winkeln; Einführen von „Schnittwinkel zweier Geraden“

3. Stunde
- Wiederholen und Üben: Messen von Winkeln; Zeichnen von Punkten und Geraden
- Erarbeiten des Zeichnens eines Winkels gegebener Größe mit dem Winkelmesser
- Messen und Zeichnen von Winkeln mit dem Winkelmesser

Methodische Hinweise

Wiederholen und Üben des Zeichnens von Kreisen und Strecken sowie des Vergleichens von Strecken durch Messen Mit dieser Übung soll einerseits zurückliegendes Wissen und Können der Schüler reaktiviert werden, andererseits die Einführung der Winkelmessung in Analogie zur Streckenmessung vorbereitet werden. Dazu eignen sich besonders die Aufg. 1 und 2 (mit schwarzer Numerierung), LB 136/137. Die Auswertung des Aufgabenlösens durch die Schüler wird genutzt zur Wiederholung der Begriffe „Kreis“, „Kreismittelpunkt“, „Radius“ und „Durchmesser“. Die Strecken $\overline{MP}$, $\overline{MQ}$, $\overline{MR}$ in

Aufg. 2 sollten miteinander verglichen werden, und es wird wiederholt, daß wir Strecken durch Augenmaß, Abtragen oder Messen miteinander vergleichen können. Beim Messen vergleichen wir die zu messende Strecke mit einer Einheitsstrecke (z. B. 1 cm), das dazu geeignete Meßgerät ist das Lineal mit einer Skale.

Motivieren des Vergleichens von Winkeln durch Messen in Analogie zum Vergleichen von Strecken durch Messen Durch die Einteilung der Winkel nach ihrer Größe in verschiedene Arten sind wir allgemein noch nicht in der Lage, Winkel genau zu beschreiben bzw. zu zeichnen. Bei der Aufforderung, einen vom Lehrer an die Tafel gezeichneten spitzen Winkel etwa an umgeklappter Tafel nachzuzeichnen, werden zwei Schüler gewiß unterschiedliche Winkel darstellen. Wir benötigen also ein exaktes Maß für die Winkelgröße sowie entsprechende Meßgeräte. Es wird daran erinnert, daß Strecken durch Messen miteinander verglichen werden konnten. (Siehe tägliche Übung!) Deshalb wollen wir nun ein entsprechendes Verfahren zum Vergleichen von Winkeln durch Messen kennenlernen.

Einführen von „Grad" als Einheit und des Einheitswinkels von 1° ...

– Wahl eines beliebigen Winkels als Einheitswinkel
  Im Zusammenhang mit dem Auftrag D 12 wird die Möglichkeit deutlich gemacht, daß Winkel miteinander verglichen werden können, indem man sie mit dem gleichen, aber zunächst beliebig wählbaren Einheitswinkel vergleicht.
– Einführen des Einheitswinkels 1° als 90. Teil eines rechten Winkels
  Die Kleinheit dieses Einheitswinkels ermöglicht ein genaues Vergleichen zweier beliebiger Winkel. Besonders wichtig ist eine sofortige Anwendung des Winkelvergleichs mit dem neuen Einheitswinkel, wozu sich Auftrag D 14 eignet.

  Hinweis: Hier tritt zum ersten Mal die Schreibweise „$\alpha = 70°$" auf. Der Lehrer sollte an dieser Stelle darauf verweisen, daß bisher das Symbol „α" für die Punktmenge „Winkel" benutzt wurde. Jetzt steht es auch für die Winkelgröße. Das ist in der Mathematik möglich, weil es im allgemeinen nicht zu Mißverständnissen führt (Analogie: $\overline{AB} = 3$ cm).

Üben im Bestimmen von Winkelgrößen in einfachen Figuren Geeignete Übungsaufgaben für die 1. Stunde sind Auftrag D 13 sowie die etwas anspruchsvollere Aufg. 1. Hier kommt es auf eine für alle Schüler verständliche Herausarbeitung des Lösungsweges sowie auf exakte Begründung für jede Lösung an. (Man sollte sich deshalb mit den Teilaufgaben a) und b) begnügen.)

Bemerkung: Auftrag D 13 kann auch bereits vor der Einführung von 1° als Einheitswinkel gelöst werden.

Üben des Schätzens von Winkelgrößen und Motivieren der Einführung des Winkelmessers Mit dieser Übung wird das Kernstück der Lerneinheit in Angriff genommen. Ein kurzes Gespräch macht den Schülern bewußt, was sie schon wissen müssen, also:
Ein rechter Winkel hat eine Größe von 90°;
ein gestreckter Winkel hat eine Größe von 180°;
ein spitzer Winkel ist kleiner als 90°;
ein stumpfer Winkel ist größer als 90° und kleiner als 180°;
ein überstumpfer Winkel ist größer als 180°.
Danach folgt eine kurze Übung im Vergleichen von Winkeln nach Augenmaß bzw. im Schätzen ihrer Winkelgröße (Vorgabe einiger Winkel durch Arbeitsblatt, Folie oder Tafelbild, ↗ Bild 4.3). Den Schülern wird das Angeben der Winkelarten sowie das Vergleichen nach Augenmaß nicht schwerfallen; Probleme wird es beim Schätzen der Winkelgrößen geben. Aus diesen Übungen kann die Einführung des Winkelmessers und seiner exakten Anwendung gut motiviert werden.

Erarbeiten des Messens von Winkeln mit dem Winkelmesser

Der Lehrer demonstriert verschiedene Winkelmesser: das Tafelgerät sowie verschiedene Ausführungen durchsichtiger Schülergeräte am Lichtschreiber. Der Lehrer erläutert die Funktion des Gerätes an der Tafel oder läßt diese durch die Schüler selbst erarbeiten (Beispiel D 3). Eine sofortige Festigung dieser Vorschrift durch den Auftrag D 15 sollte sich hier anschließen.

Üben des Messens von Winkeln; Einführen von „Schnittwinkel zweier Geraden" Für die weitere Festigung stehen zahlreiche methodische Möglichkeiten zur Verfügung, von denen der Lehrer auswählen sollte, z. B.:

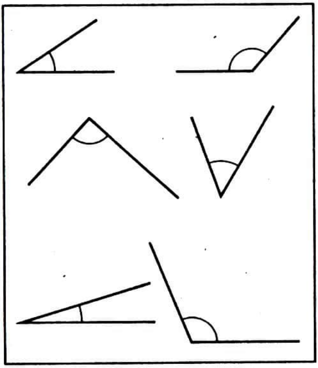


Bild 4.3

- Übungen mit einem durchsichtigen Winkelmesser am Tageslichtschreiber unter Verwendung auflegbarer Strahlen (Graphen linearer Funktionen),
- einheitliche Sachverhaltsvorgaben auf Arbeitsblättern (Bild 4.3), durch Lochschablone oder mit Hilfe eines Koordinatensystems,
- Lösen des Auftrags D 16.

In diesem Zusammenhang wird auch der Begriff „Schnittwinkel zweier Geraden" eingeführt. Dabei kann man die Schüler z. B. an Schienenkreuzungen erinnern, die einander schneidenden Geraden entsprechen. Die Größe des kleineren der dabei entstehenden Winkel heißt „Schnittwinkel" dieser Geraden. (Vergleiche beide Schnittwinkel! Wann sind alle vier Winkel einander gleich?) Zur Festigung eignet sich Aufg. 2.

Wiederholen und Üben: Messen von Winkeln; Zeichnen von Punkten und Geraden Für die tägliche Übung zu Beginn der 3. Stunde eignet sich ein einführendes Gespräch mit folgendem Inhalt:
- Reaktivierung der Kenntnisse über Lagebeziehungen zwischen Punkt und Gerade sowie zwischen zwei Geraden;
- zur Markierung des Abstandes eines Punktes von einer Geraden können wir den rechten Winkel unseres Zeichendreiecks anlegen.

Günstig wäre danach die Behandlung des Auftrags D 19, da er den Schülern die Nützlichkeit der Zeichendreiecke für das Zeichnen weiterer (häufig benötigter) Winkel zeigt.

Erarbeiten des Zeichnens eines Winkels gegebener Größe mit dem Winkelmesser Wenn auch die Zeichendreiecke für das Zeichnen bestimmter Winkel genutzt werden können, so kann man mit ihnen jedoch nicht jeden Winkel zeichnen. Wir können schon Winkel mit dem Winkelmesser messen, es wird daher auch möglich sein, Winkel mit dem Winkelmesser zu zeichnen. Hierzu bietet Beispiel D 4 die Möglichkeit einer Erläuterung durch den Lehrer oder auch der gelenkten Selbsterarbeitung durch die Schüler.

Messen und Zeichnen von Winkeln mit dem Winkelmesser Der Lehrer wählt geeignete Aufgaben aus, die das Messen und Zeichnen von Winkeln fordern. Besonders können empfohlen werden:
- Schätzen und Messen von Winkeln: Aufg. 8;
- Zeichnen von Winkeln: Aufg. 12 und 13;

- Sachaufgabe: Aufg. 14* (nach Vorbereitung im Unterricht evtl. als *Hausaufgabe* geeignet).

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 3
2. a) Zeichne nach Augenmaß folgende Winkel:
   $\alpha = 45°$; $\beta = 30°$; $\gamma = 170°$; $\delta = 100°$!
   b) Miß die Winkel und gib jeweils die Abweichung an!

Zusammenfassung und Kontrolle (1 Std.)

(LB 142 f.)

Ziele

Die Schüler
- können Winkel mit Hilfe des Zirkels antragen,
- kennen die Einteilung der Winkel in spitze, rechte, stumpfe, gestreckte und überstumpfe Winkel,
- können Winkel mit dem Winkelmesser messen und zeichnen.

Schwerpunkte

- Zusammenfassung und Systematisierung der Kenntnisse über Winkel
- Leistungskontrolle (Kurzarbeit)

Methodische Hinweise

Zusammenfassung und Systematisierung ... Grundlage der Zusammenfassung und Systematisierung ist die Übersicht im Lehrbuch (LB 142 f.). Schwerpunkte sind dabei:
- Winkelbegriff,
- Antragen von Winkeln mit dem Zirkel,
- Einteilung der Winkel,
- Messen und Zeichnen mit dem Winkelmesser.

Für die Durchführung ergeben sich folgende Möglichkeiten:
- Gemeinsame Auswertung der Übersicht: Schüler lesen die Übersicht abschnittsweise durch. Daran schließt sich ein Unterrichtsgespräch über den Inhalt bei offenem oder geschlossenem Lehrbuch an. Dabei sollten auch einfache formale Aufgaben eingeflochten sein unter Benutzung der Tafel, des Lichtschreibers, des Winkelmodells usw.
- Differenzierte selbständige Durcharbeitung einzelner Abschnitte der Übersicht (Gruppenarbeit) mit anschließender Erläuterung durch Schülervorträge anhand selbstgewählter oder vom Lehrer gestellter Aufgaben.

Leistungskontrolle (Kurzarbeit)
Vorschläge für die Aufgaben:

1. Zeichne einen Winkel $\alpha = 45°$ und einen Winkel $\beta = 30°$! Trage an einen Strahl s den Winkel α nach links und den Winkel β nach rechts mit dem Zirkel an!
2. Zeichne je einen spitzen, stumpfen, rechten, gestreckten und überstumpfen Winkel! Bezeichne die Winkel und miß ihre Größe!

Stoffabschnitt 4.2. (5 Std.)

Verschiebung (Wiederholung)

Mit der Wiederholung dieses Schwerpunktes des Geometrielehrganges der Klasse 4 wird eine Grundlage für die Behandlung weiterer umkehrbar eindeutiger Abbildungen der Ebene auf sich (Spiegelung, Drehung) geschaffen. Ein nochmaliges Anknüpfen an das mechanische Verschieben ist in der Klassenstufe 5 nicht notwendig. Vielmehr kommt es darauf an, daß die Schüler ihre Kenntnisse hinsichtlich der Verschiebung als punktweise, umkehrbar eindeutige Abbildung der gesamten Ebene auf sich vertiefen, die wichtigsten Eigenschaften dieser geometrischen Abbildung kennen und diese Kenntnisse bei der Konstruktion der Bilder von Figuren anwenden. Da nunmehr der Winkelbegriff zur Verfügung steht, können die in Klasse 4 formulierten Eigenschaften über die Parallelität und Orthogonalität bei Verschiebungen – die ja Sonderfälle des Winkelbegriffs darstellen – erweitert und verallgemeinert werden. Aus der Sicht des späteren Vergleichs der Eigenschaften der Verschiebung mit denen der Spiegelung und Drehung ist besonderer Wert auf sprachlich sauberes und mathematisch richtiges Formulieren dieser Eigenschaften zu legen, und es sind diese Fähigkeiten beim Begründen und Erläutern anzuwenden.
Weitere grundsätzliche Erörterungen zur Behandlung der Verschiebung als geometrische Abbildung können den Vorbemerkungen zum entsprechenden Stoffabschnitt in der Unterrichtshilfe Mathematik Klasse 4 entnommen werden.

Original- und Bildpunkte bei Verschiebungen (2 Std.)

LE 5 (LB 143 bis 146)

Übungen dienen der Festigung des Verschiebungsbegriffs, wobei beim Ermitteln von Original- bzw. Bildpunkten bei gegebenen Verschiebungen noch auf Rastervorgaben zurückgegriffen werden kann. Neben *beschreibenden Übungen* liegt ein weiterer Schwerpunkt auf dem konstruktiven *Bestimmen von Original- bzw. Bildpunkten*, wodurch eine weitere Verbesserung der Zeichenfertigkeiten angestrebt werden soll. Dies bezieht sich sowohl auf eine erhöhte Selbständigkeit als auch auf die Planung sowie die saubere und exakte Ausführung der Punktkonstruktionen.

Ziele

Die Schüler
- kennen Merkmale geometrischer Verschiebungen,
- können Fachtermini, wie Original – Bild – Verschiebungsweite richtig verwenden und Verschiebungen bezeichnen,
- können Bild- und Originalpunkte bei gegebenen Verschiebungen sowohl durch Beschreibung am Raster als auch konstruktiv ermitteln.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Festigen der Merkmale und Bezeichnungen geometrischer Verschiebungen
- Übungen im Bestimmen von Original- bzw. Bildpunkten bei gegebenen Verschiebungen (mit Hilfe des Quadratgitters)

2. Stunde
- Wiederholen der Konstruktion zum Ermitteln von Original- bzw. Bildpunkten bei Verschiebungen
- Konstruktionsübungen

Methodische Hinweise

Festigen der Merkmale und Bezeichnungen geometrischer Verschiebungen Zur *Sicherung des Ausgangsniveaus* sollten nochmals Punkte mit Hilfe von Zahlenpaaren dargestellt und Strecken miteinander verglichen werden.
Das Koordinatensystem (Einheit 1 cm) kann durch eine in der vorangegangenen Stunde gestellte *Hausaufgabe* vorbereitet werden. Selbstverständlich ist auch eine entsprechende Vorgabe mittels Lochschablone möglich.
Das LB-Bild D 42 sollte Ausgangspunkt der weiteren Betrachtungen sein. Es ist zu wiederholen, daß Punkte paarweise einander zugeordnet werden, daß eine begriffliche Unterscheidung (Original, Bild) vorgenommen wird und Verschiebungen durch Verschiebungspfeile dargestellt werden können. Die Festlegungen bzw. Merkmale (1) bis (5) (↗ LB 143) sollten nach dem Durchlesen und Nachsprechen auf weitere dargestellte oder noch einzuzeichnende Punkte und Verschiebungspfeile angewendet und somit vertieft werden. Dieser Teil ist abzuschließen, indem hervorgehoben wird, daß bei einer Verschiebung jedem Punkt der Zeichenebene sein Bildpunkt zugeordnet wird.

Zielstellung: Bevor wir weitere Möglichkeiten kennenlernen, wie Punkte einer Ebene einander zugeordnet werden können, wollen wir wiederholen, was wir bereits über die Verschiebung kennengelernt haben.
Der Auftrag D 20 fordert vom Schüler wichtige sprachliche Formulierungen. In folgenden Schritten kann vorgegangen werden:
1. Wiederholen der Merkmale von Pfeilen ein und derselben Verschiebung
2. Vertiefen von Bezeichnungen und Sprechweisen für Verschiebungen

Beispiel:
Durch das geordnete Punktepaar $(A; D)$ wird eine Verschiebung bestimmt. Schreib-

weisen: $\overrightarrow{AD}$ bzw. $v = \overrightarrow{AD}$. Sprechweisen: D ist das Bild von A bei der Verschiebung v. A ist das Original von D bei der Verschiebung v.
Einzeichnen weiterer Punktepaare durch die Schüler; Festigen der Schreibweisen; Vergleichen der Verschiebungspfeile; Formulieren der Merkmale

3. Vergleichen von Verschiebungen (↗ LB-Bild D 47)

Übungen im Bestimmen von . . .
Zunächst sollten die Schüler selbständig folgende *Aufgabe* lösen (↗ Bild 4.4):

Ermittle die Bildpunkte bei der Verschiebung $\overrightarrow{AB}$!

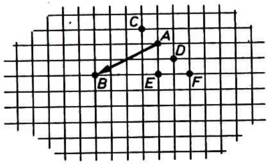


Bild 4.4

Aufg. 2 eignet sich zur weiteren Übung. Danach sind vom Schüler Entscheidungen darüber zu fordern, welche Punkte der Ebene Original- oder Bildpunkte bei einer vorgegebenen Verschiebung sind. Dafür eignet sich die Aufg. 1, wobei Aufg. 1a) im Unterrichtsgespräch, 1b) in selbständiger Stillarbeit und Aufg. 1c) als *Hausaufgabe* bearbeitet werden kann.

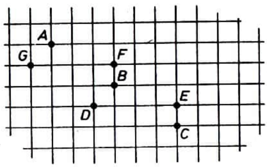
Wiederholen der Konstruktion zum Ermitteln von Original- bzw. Bildpunkten bei Verschiebungen Anhand des Auftrages D 21 können die einzelnen Konstruktionsschritte wiederholt werden, wobei es möglich ist, den Schülern durch LB-Bild D 43 Hilfen zu geben. Hierbei sollte Auftrag D 21a), b) und c) selbständig, d) im Gespräch bearbeitet werden. Der Auftrag D 22a) dient der Entwicklung sprachlicher Fähigkeiten mit dem Ziel, daß die Schüler die Konstruktion zusammenhängend und vollständig beschreiben können.

Hinweis: Hinsichtlich der Verwendung von Symbolen und der bei Konstruktionsbeschreibungen üblichen, normierten Sprechweisen sollten keine zu strengen Forderungen gestellt werden.

Konstruktionsübungen Aufg. 8 (anschließend sprachlich-mündliche Beschreibung)
Hausaufgaben: Aufg. 3, 4 und 9

Kontrollaufgaben

1. Gib vier Punktepaare an, die zur Verschiebung $v = \overrightarrow{BA}$ gehören! (↗ Bild 4.5)



2. Aufg. 6

Bild 4.5

Eigenschaften von Verschiebungen und Bilder von Figuren (3 Std.)

LE 6 (LB 146 bis 150)

Die nun folgende Wiederholung und Systematisierung von Eigenschaften der Verschiebungen erfährt durch die Einbeziehung des *Schnittwinkels zweier Geraden* auch eine inhaltliche Erweiterung hinsichtlich der Winkeltreue. Gleichzeitig bilden diese Eigenschaften die theoretische Grundlage für die Konstruktion der Bilder von Figuren bei Verschiebungen. Die Schüler sind hierbei zu solchen sprachlich-mündlichen Formulierungen anzuregen, die zwar den im Lehrplan ausgewiesenen aktiv zu beherrschenden Fachwortschatz beinhalten, aber noch weitgehend durch das natürliche Sprachvermögen der Schüler geprägt sind.

Ziele

Die Schüler
- kennen Eigenschaften der Verschiebung und können diese sprachlich ausdrükken,
- können unter Verwendung der Eigenschaften entscheiden, ob eine Verschiebung vorliegt oder nicht,
- verbessern ihre Fähigkeiten im Konstruieren, indem sie Bildfiguren bei Verschiebungen selbständig konstruieren und die Konstruktion beschreiben können,
- führen die Konstruktionen genau und sauber aus, wählen die Arbeitsgeräte selbständig und halten sie stets funktionssicher und vollständig bereit.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Übungen im Ermitteln der Bilder (und auch Originale) von Figuren bei Verschiebungen (mit Hilfe des Quadratgitters)
- Festigen der Merkmale von Pfeilen ein und derselben Verschiebung

2. Stunde
- Festigen der Eigenschaften, die sich aus dem Vergleich von Original und Bild folgender Punktmengen bei Verschiebungen ergeben: Geraden, Strahlen, Strekken, zueinander parallele Geraden
- Übungen zur Konstruktion von Bild- oder Originalfiguren bei Verschiebungen

3. Stunde
- Erarbeiten der Eigenschaft „Winkeltreue" der Verschiebung
- Systematisieren der Kenntnisse über Verschiebungen

Methodische Hinweise

Übungen im Ermitteln der Bilder (und auch Originale) von Figuren ...

Vorgabe einer Figur und einer Verschiebung mittels Projektionsfolie oder Tafelbild entsprechend Bild 4.6. Ermittle die Bildfigur!

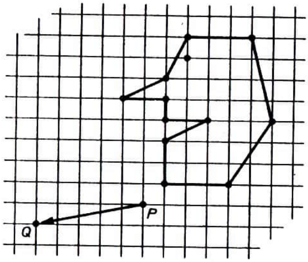


Bild 4.6

Zuvor sollten vom Schüler Vermutungen über das Bild dieser Figur gefordert werden, so daß die Frage *Welche Bilder haben Punktmengen bei Verschiebungen?* allen nachfolgenden Betrachtungen zugrunde liegt. Zunächst erfolgt punktweises Ermitteln der Bildfigur in frontaler Arbeit. An der Tafel kann auch mit Manipermplättchen gearbeitet werden. Nunmehr können einander zugehörige Original- und Bildpunkte durch Zuordnungslinien verbunden werden, deren Vergleich zum Erkennen und Formulieren der Merkmale einer Verschiebung führen sollte.

Festigen der Merkmale von Pfeilen ein und derselben Verschiebung Auftrag D 23 a) eignet sich zur Festigung dieser Merkmale, sollte aber durch folgende *Aufgabe* vorbereitet werden:

Kann das Dreieck $A'B'C'$ das Bild des Dreiecks ABC bei einer Verschiebung sein? Begründe!

Hinweis:
(a) Beim Begründen ist vom Lehrer darauf zu achten, daß es bei der Feststellung – es liegt *keine* Verschiebung vor – ausreicht, das *Nichtzutreffen* eines der obigen Merkmale zu zeigen.
(b) Bei der Feststellung – es liegt *eine* Verschiebung vor – ist der Nachweis des *Zutreffens aller* Merkmale zu erbringen.

Es ist auch deutlich herauszuarbeiten, daß das Zutreffen bestimmter Eigenschaften von Original- und Bildfiguren (z. B. Original- und zugehörige Bildstrecke sind gleich lang) nicht ausreicht, um nachzuweisen, daß eine Verschiebung vorliegt. Diese Eigenschaft trifft auch bei den Abbildungen Drehung und Spiegelung zu und ist somit nicht als eine nur die Verschiebung charakterisierende Eigenschaft anzusehen. Allerdings kann man – falls diese Eigenschaft für einen Sachverhalt *nicht* zutrifft – sofort folgern, daß keine Verschiebung vorliegt.

Die Aufg. 3 kann abschließend gelöst werden, wobei im Unterrichtsgespräch je nach Klassensituation der Einstieg zu den Teilaufgaben a) und b) anhand eines vorbereiteten Tafelbildes, mit Manipermplättchen und Haftapplikationen erleichtert werden kann. Die Teilaufgaben c) und d) sollten selbständig vom Schüler gelöst werden.

Hausaufgabe: Aufg. 4

Festigen der Eigenschaften, die sich aus dem Vergleich von Original und Bild ... Die Lösung des Auftrages D 23a) sollte einmal mit Hilfe der Merkmale von Verschiebungspfeilen ein und derselben Verschiebung und zum anderen mittels der Eigenschaft (1) (LB 147) erfolgen. Die Eigenschaften (2), (3) und (4) (LB 147) können vom Schüler selbständig nachgelesen werden. Die inhaltliche Festigung sollte durch die Aufg. 5 erfolgen. Es ist zu empfehlen, die Teilaufgaben a) oder b) im Unterrichtsgespräch, c) und d) in selbständiger Stillarbeit zu lösen.
Die als *Hausaufgabe* gestellte Aufg. 4 sollte gründlich kontrolliert werden.

Übungen zur Konstruktion von Bild- oder Originalfiguren bei Verschiebungen Der Teilauftrag D 23b) kann nun von den Schülern gelöst werden, vorher sollten sowohl die einheitlichen Sachverhaltsvorgaben (mittels Lochschablone) im Schülerarbeitsheft überprüft und die verschiedenen Konstruktionsmöglichkeiten im Unterrichtsgespräch erörtert werden. Das sich anschließende Beschreiben des Vorgehens ist als mündliche Leistung vom Schüler abzufordern und dient der weiteren Festigung. Bei der sprachlichen Fixierung der Konstruktionsschritte sollte mit sinnvoller Strenge vorgegangen werden.

Die Aufg. 1 und 2 dienen der weiteren Festigung und sollten selbständig gelöst werden.
Hausaufgabe: Aufg. 6

Erarbeiten der Eigenschaft „Winkeltreue“ der Verschiebung Die Eigenschaften (3) und (4) (LB 147) sind Ausgangspunkt der weiteren Betrachtungen und könnten durch entsprechende Konstruktionsaufgaben vorbereitet werden.

Beispiel:

Zeichne zwei aufeinander senkrecht stehende Geraden g und h! Konstruiere die Bilder g' und h' der Geraden bei einer selbst zu wählenden Verschiebung!

Vor der Konstruktion der Bilder sollte die Frage erörtert werden: Wie verlaufen die Bildgeraden bei einer Verschiebung, wenn die Originalgeraden senkrecht aufeinander stehen? Eine entsprechende Aufgaben- bzw. Fragestellung zur Parallelität von Geraden kann ebenfalls erfolgen.

Hinweis: Der obigen Frage liegt die folgende, sehr wesentliche Problemstellung zugrunde: Wenn Punktmengen in einer Relation zueinander stehen, in welcher Relation stehen dann die Bilder dieser Abbildung (Verschiebung) zueinander?
Mit Hilfe der Relationen „parallel zueinander“ und „senkrecht aufeinander“ wurde in Klasse 4 die Eigenschaft der „Winkeltreue“ vorbereitet.

Entsprechend dem Inhalt des Auftrages D 24 und der ihm voranstehenden Fragestellung kann im Unterrichtsgespräch die Eigenschaft (4a) (LB 147) erarbeitet werden. Für die weitere Festigung werden die Aufg. 10 und 11 empfohlen.

Systematisieren der Kenntnisse über Verschiebungen Die Systematisierung kann im Unterrichtsgespräch erfolgen und sollte zu einem übersichtlich gestalteten Tafelbild und entsprechenden Hefteintragungen der Schüler führen. Inhaltlich kann die Übersicht im Lehrbuch (LB 150) zugrunde gelegt werden. Es empfiehlt sich, bezüglich folgender *Schwerpunkte* zu systematisieren:

1. Begriff der Verschiebung (Erklärung, Bezeichnungen, Sprechweisen);
2. Eigenschaften der Verschiebung;
3. Konstruktionsvorschrift bzw. Konstruktionsverfahren.

Eine *Kurzkontrolle* zum Schwerpunkt 3 kann diese Stunde abrunden oder am Beginn der nachfolgenden Stunde stehen. Es ist auch möglich, einen der Schwerpunkte langfristig als Schülerauftrag zu vergeben und entsprechend vorzubereiten.
Hausaufgabe: Aufg. 12

Kontrollaufgaben

1. Kann das Viereck $A'B'C'D'$ das Bild des Vierecks $ABCD$ bei einer Verschiebung sein (↗ Bild 4.7)? Begründe!
2. Aufg. 5
3. Aufg. 11

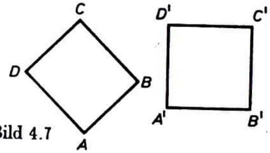


Bild 4.7

Stoffabschnitt 4.3. (15 Std.)

Spiegelung

In diesem Stoffabschnitt werden die Schüler mit einem weiteren Beispiel für eine umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich vertraut gemacht. Ausgehend vom optischen Vorgang des Spiegelns soll eine klare mathematische Begriffsbildung vorgenommen und eine Abbildungsvorschrift anschaulich erarbeitet werden. Darüber hinaus sollen sich die Schüler weitere konstruktive Fertigkeiten aneignen und insbesondere Eigenschaften dieser Abbildung kennenlernen, wobei diese mit den Eigenschaften der Abbildung durch Verschiebung zu vergleichen sind. Es kommt darauf an, eine klare begriffliche Trennung zwischen *Spiegelung als Abbildung*, *Achsensymmetrie als Beziehung zwischen Figuren (Punktmengen)* und *Axialsymmetrie als Eigenschaft von Figuren* vorzunehmen. Deshalb ist darauf zu achten, daß z. B. Begriffe wie „Spiegelgerade“ und „Symmetrieachse“ auseinandergehalten und in den entsprechenden Abschnitten verwendet werden. Selbstverständlich sind dabei andererseits die engen Zusammenhänge zu verdeutlichen.
Die Spiegelung ist ebenso wie eine Verschiebung inhaltlich klar als *punktweise Abbildung* der gesamten Ebene auf sich zu erfassen, während es bei der Axialsymmetrie um die Betrachtung gewisser Figuren (Punktmengen) in dieser Ebene geht. Bei der Symmetrie handelt es sich strenggenommen um zwei verschiedene Dinge, nämlich entweder um eine Relation zwischen (zwei) Figuren oder um eine Eigenschaft einer einzigen Figur. Spiegelbilder von Figuren werden erst nach der Begriffsbildung und insbesondere unter Nutzung der vorher herausgearbeiteten Eigenschaften der Spiegelung behandelt. Der klaren Begriffserfassung gebührt der Vorrang vor dem Konstruieren, und insbesondere darf die Begriffsbildung nicht durch Schwierigkeiten beim Konstruieren behindert werden. Deshalb wird auch hier mit Rastervorgaben (Zentimeterraster, Karopapier) bei der Ermittlung von Bildpunkten gearbeitet.

Original- und Bildpunkte bei Spiegelungen (3 Std.)

LE 7 (LB 151 bis 155)

Um die Merkmale der Spiegelung als die nun zu behandelnde geometrische Abbildung zu gewinnen, wird der Vorgang des Spiegelns am ebenen oder am halbdurchlässigen Spiegel untersucht. Mit Hilfe bestimmter Merkmale des optischen Spiegelns werden zunächst die Merkmale der gleichnamigen geometrischen Abbildung erklärt, aus denen später die Konstruktionshandlungen abzuleiten sind.
Die Bestimmung von *Originalpunkten* und *Bildpunkten* erfolgt in dieser Unterrichtseinheit mit Hilfe einer *Rastervorgabe* (Quadratgitter) und daneben in geringerem Umfang anhand anderer Vorgaben, die eine unmißverständliche Entscheidung *ohne Messen und Konstruieren* gestatten. Zur Vereinfachung von Schreib- und Sprechweisen wird die Bezeichnung „die Spiegelung an s“ (oder ähnlich) verwandt.
Schließlich sind die Eigenschaften dieser Abbildung hervorzuheben, wobei die Schüler aufgefordert werden sollten, diese Eigenschaften mit denen der Verschiebung zu vergleichen.

Hinweise: Der Lehrer kann sich je nach Unterrichtsmittelsituation für die Arbeit mit dem ebenen Spiegel (z. B. einem rechteckigen, möglichst rahmenlosen Taschenspiegel) oder dem halbrund-

durchlässigen Plastspiegel *(Symmetriespiegel)*, einem zentral gelieferten Unterrichtsmittel, entscheiden.
Des weiteren stehen mit den Unterrichtsfilmen *K-F 7 bis 9 (Spiegelung I, II, III)* Unterrichtsmittel zur Verfügung, die, insbesondere der Unterrichtsfilm K-F 7, einen Interesse weckenden Einstieg in diesen Stoffabschnitt ermöglichen.

Ziele

Die Schüler
- kennen den Begriff „Spiegelung" und erfassen ihn inhaltlich als Menge einander zugeordneter Punkte der Ebene,
- kennen die Merkmale dieser Zuordnung,
- können diese unter Verwendung normierter Schreib- und Sprechweisen formulieren,
- können Original- und Bildpunkte bei gegebenen Spiegelungen mittels Quadratgitter bestimmen und
- sind in der Lage, eine sprachlich geschlossene Erklärung der geometrischen Spiegelung mit eigenen Worten vorzunehmen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung zum Einführen des Begriffs „Spiegelung"
- Erarbeiten von Merkmalen der Spiegelung

2. Stunde
- Übungen zum Spiegelungsbegriff

3. Stunde
- Weitere Begriffsfestigung durch Übung
- Systematisieren von Merkmalen der Verschiebung und Spiegelung

Methodische Hinweise

Motivierung zum Einführen des Begriffs „Spiegelung" Unter Bezugnahme auf die vorangegangene Stunde kann vom Lehrer formuliert werden:

> Wir haben kennengelernt, daß bei Verschiebungen Punkte der Zeichenebene einander zugeordnet werden. Jedem Punkt der Zeichenebene wurde nach einer Vorschrift ein Bildpunkt zugeordnet. Nun wollen wir eine andere Vorschrift kennenlernen, bei der ebenfalls Punkte der Zeichenebene einander zugeordnet werden, nur anders als bei einer Verschiebung.

Nun kann man sich für eine der folgenden Möglichkeiten des weiteren Vorgehens entscheiden, die sich einerseits durch eine unterschiedlich starke Anlehnung an das Lehrbuch sowie aus dem Einsatz verschiedener Unterrichtsmittel und andererseits durch die Art der Schülertätigkeiten ergeben:
1. Möglichkeit: Analysieren von Spiegelbildern
2. Möglichkeit: Erzeugen (oder Lesen) von Schriftzügen mittels Spiegel (Spiegelschrift)
3. Möglichkeit: Analysieren geometrischer Punktmengen

Allen Möglichkeiten sollte eine erste Zielpräzisierung vorausgehen:

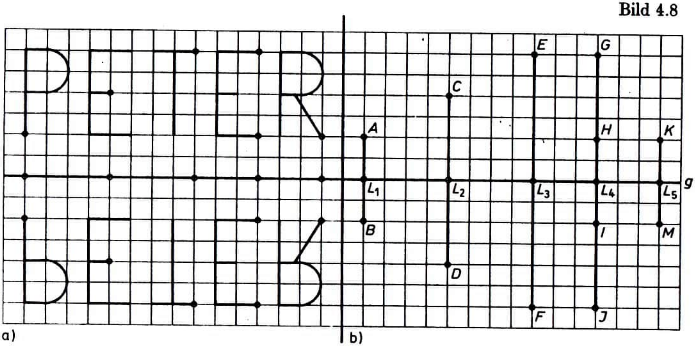
Wir wollen für diese neu zu behandelnde Zuordnung von Punkten ähnlich wie bei der Verschiebung Merkmale finden. Mit Hilfe dieser Merkmale wollen wir dann diese Zuordnung von Punkten der Zeichenebene beschreiben.

Erarbeiten von Merkmalen der Spiegelung Entsprechend den obigen Möglichkeiten kann der Begriffsinhalt wie folgt erarbeitet werden:

1. Analysieren von Spiegelbildern
Entsprechend den örtlichen Gegebenheiten sollte der Lehrer keine Mühe scheuen, diese interessanten Eigenschaften von Figuren vorzuführen, Spiegelbilder von Landschaften in einer Wasserfläche zu zeigen oder in Spiegelschrift auf ein Arbeitsblatt geschriebene Wörter lesen zu lassen. Dies erfordert sowohl eine langfristige Organisation des Unterrichtsmitteleinsatzes (Diaprojektor, Lichtschreiber- oder Filmprojektor) als auch eine Einbeziehung der Schüler (Schüleraufträge) in die Vorbereitung. Beobachtungen mit dem (oder im) Spiegel gehören sicherlich zur Erfahrungswelt der Schüler, an die nun nützlich im Unterricht angeknüpft werden sollte.

2. Erzeugen (oder Lesen) von Schriftzügen mittels Spiegel (Spiegelschrift)
Entsprechend dem Auftrag D 25 erkennen die Schüler selbständig die den Spiegelungsbegriff kennzeichnenden Merkmale und formulieren diese mit eigenen Worten.
Erst dann ist durch das Lesen und Untersuchen von Spiegelschriften der Übergang zum Herausarbeiten von Zuordnungsmerkmalen (Schrift – Spiegelschrift) zu empfehlen. Durch das optische Spiegeln erübrigt sich eine weitere Motivierung der Begriffsbildung „Spiegelung". (Siehe auch Lorenz, G.: *Einführung der Spiegelung* (Stoffabschnitt „4.2. Spiegelung"), Klasse 5. Math. Schule, Berlin *19* (1981) 4, S. 273–275.)
An einem konkreten Bild sind nun markante Punkte hervorzuheben und deren Lage bezüglich einer geometrischen Punktmenge (Gerade) zu beschreiben. Diese Beschreibung sollte zu den im Lehrbuch (LB 152; Merkstoff D 3) fixierten Merkmalen führen, die zur Kennzeichnung des Begriffs „Spiegelung" dienen. Bei diesem Vorgehen können wir uns auch auf das LB-Bild LB 151 (Mitte) stützen. Des weiteren kann der Unterrichtsfilm KF 7 „Abbildung durch Spiegelung" vorgeführt werden, wobei besonders auf die Szene der Spiegelschriftdarstellung des Wortes „PETER" zu orientieren ist. Eine Standbildprojektion dieser Szene ist durch das Lichtbild 4 der Lichtbildreihe R 1008 (Drehung, Spiegelung, Kongruenz) möglich. Besonders wird jedoch die Selbstanfertigung einer Projektionsklappfolie entsprechend Bild 4.8 empfohlen.

Bild 4.8



Schrittfolge der Erarbeitung von Merkmalen der Spiegelung (auch für die 1. Möglichkeit zutreffend):
- Markierung von Punkten auf beiden Seiten der Geraden
- Bezeichnen dieser Punkte
- Einbeziehen der Zuordnungslinien, farbiges Hervorheben
- Hervorheben der Schnittpunkte mit der Geraden g

Wird eine selbstherzustellende Projektionsfolie (Klappfolie) eingesetzt, kann das Bild 4.8 projiziert werden. Bild 4.8b) ist aus Bild 4.8a) durch Weglassen der Schriftzüge entstanden, so daß nur noch Punkte der Zeichenebene dargestellt sind.
Erarbeiten der Merkmale der Zuordnungslinien durch folgende Aufträge und Impulse: (Es kann auf Bild 4.8b) zurückgegriffen werden!)
- Notiere Strecken gleicher Länge!
- Zeichne Geraden durch die Punkte A und B, C und D, E und F, H und I, K und M!
- Wie verlaufen diese Geraden bezüglich g?
- Gib Punktepaare an, die auf Geraden liegen, die senkrecht auf g stehen und jeweils gleich weit von g entfernt sind!
- Kann das Punktepaar (G, I) zu der Spiegelung gehören?
- Unter welchen Bedingungen gehört ein Punktepaar zur Spiegelung an der Geraden g?

$$\begin{aligned} \overline{AL_1} &= \overline{BL_1} \\ \overline{CL_2} &= \overline{DL_2} \\ \overline{EL_3} &= \overline{FL_3} \\ \overline{HL_4} &= \overline{IL_4} \\ \overline{KL_5} &= \overline{ML_5} \end{aligned}$$

Zusammenfassend kann bereits jetzt eine Verallgemeinerung der Merkmale der Spiegelung vorgenommen werden.

3. Analysieren geometrischer Punktmengen
Aufgabe:
- Kann Dreieck ABC durch eine Verschiebung auf das Dreieck KLM abgebildet werden (↗ Bild 4.9)?

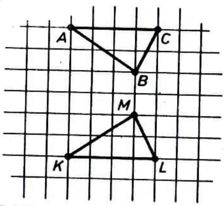


Bild 4.9

- Gibt es eine Vorschrift, nach der Dreieck ABC auf Dreieck KLM abgebildet werden kann?
- Zeichne mögliche Zuordnungslinien ein!
- Gib Merkmale dieser Zuordnungslinien an!

Das Einzeichnen einer Geraden (Spiegelgeraden) kann das Lösen der Teilaufgaben unterstützen.
Im Ergebnis der Erarbeitung müssen die Schüler eine erste inhaltliche Vorstellung über den Spiegelungsbegriff besitzen, die sich auch in einer sprachlichen Leistung bezogen auf den Merkstoff D 3 äußern sollte. Der Auftrag D 26 und die Aufg. 1 dienen der nachfolgenden Festigung.

Hausaufgabe: Aufg. 2a)

Übungen zum Spiegelungsbegriff Anhand einer vorgegebenen Zeichnung entsprechend der Skizze zu Merkstoff D 3, die andere Punktbezeichnungen ausweisen sollte, sind vom Schüler die Merkmale der Spiegelung einschließlich der neu kennengelernten Fachtermini sprachlich-mündlich abzuverlangen, bevor sie für eine Hefteintragung aufzubereiten sind. Der Auftrag D 27 ist vom Schüler selbständig zu lösen. Die Ergebnisse sind als mündliche Leistung abzufordern. Hervorzuheben ist die Erkenntnis (als Hefteintragung), daß eine Spiegelung festgelegt ist durch
1. eine Spiegelgerade oder
2. die Angabe eines einzigen geordneten Paares (Originalpunkt, Bildpunkt).

Nach oder während der Hefteintragung kann die Kontrolle der *Hausaufgabe* erfolgen, die nun durch das Lösen der Teilaufg. 2b) zu erweitern ist. Durch diese Teilaufgabe wird der Spiegelungsbegriff vertieft. Dem gleichen Zweck dienen die Aufg. 3 und 8. Mit der Aufg. 8

kann der letzte Stundenabschnitt gestaltet werden, wobei es sich empfiehlt, LB-Bild D 58 mittels Tafelbild oder Projektionsfolie vergrößert darzustellen.

Hausaufgabe: Aufg. 4

Weitere Begriffsfestigung durch Übung Die Wiederholung des Merkstoffes D 3 am Beispiel einer Spiegelung sollte zu Beginn der Stunde erfolgen und zum Merkstoff D 4 führen. Eine nochmalige Filmvorführung könnte die Wiederholung bereichern. Mit der Aufg. 5 wird dieser Stoff unmittelbar gefestigt. Es sollten die Teilaufg. 5a) und 5b) gelöst werden. Es empfiehlt sich, die Punktanordnung entsprechend LB-Bild D 56 mittels Quadratraster vorzugeben und Teilaufg. 5a) im Unterrichtsgespräch zu lösen, wobei Hilfen durch das Auflegen der Spiegelgeraden gegeben werden können. (Geraden aus dem Projektionsfoliensatz „Lineare Funktionen“ können verwendet werden.) Die Teilaufg. 5b) und auch die Aufg. 7a) und b) können nun selbständig durch die Schüler gelöst werden.

Hausaufgaben: Aufg. 5c); 7c)

Systematisieren von Merkmalen der Verschiebung und Spiegelung Es ist zu empfehlen, die gleiche Punktanordnung (↗ LB-Bild D 56) zu nutzen, um durch eine andere tabellarische Vorgabe die Verschiebung zu reaktivieren und den Schülern bewußtzumachen, daß gegebene Punkte der Ebene nun nach zwei verschiedenen Vorschriften (Verschiebung, Spiegelung) einander zugeordnet werden können. Es eignen sich folgende tabellarische Vorgaben:

Verschiebung:

a)

Originalpunkt	A	B		E	
Bildpunkt	B		D		L

b)

Originalpunkt	B	C	D		
Bildpunkt	E			L	M

c)

Originalpunkt	C	B	G		
Bildpunkt	E			L	I

Für das *Tafelbild* empfiehlt sich folgende weiterführende Aufgabenstellung, die sich tabellarisch darstellen läßt (bezogen auf Teilaufg. 5a):

	Verschiebung					Spiegelung				
Originalpunkt	M	K	C			M	K	C		
Bildpunkt	D	B		E	C	D			E	C

Hier ist eine klare Auswertung bzw. Deutung der erzielten Lösungen vorzunehmen. Ein geschicktes Abdecken mittels Klapptafel oder eine Einteilung in Schülergruppen beim Lösen könnte einem „Durcheinanderkommen“ der Schüler vorbeugen.

Zur Auswertung:

1. Durch das Punktepaar (M, D) kann sowohl eine Verschiebung als auch eine Spiegelung in der Zeichenebene festgelegt werden.
2. Es gibt Punktepaare, z. B. (M, D), (K, B), die der Verschiebung *und* der Spiegelung angehören. Aber das trifft nicht immer zu.

Beispiel: C ist Original von L bei der *Spiegelung*, bei der *D Bildpunkt von M* ist. Aber: C ist *nicht* Original von L bei der *Verschiebung* $\overrightarrow{MD}$.

Beschreibe die Lage des Bildes von C bei der Verschiebung $\overrightarrow{MD}$!

Entsprechende Fragestellungen bzw. Anregungen:
Gib Punktepaare an, die bei beiden Abbildungen (Zuordnungen) sowohl Originalpunkt als auch Bildpunkt gemeinsam haben! Gib Punktepaare an, für die dies nicht zutrifft!

Der Auftrag D 28 ist zu lösen, wobei die Ergebnisse in einem Lehrervortrag zur Systematisierung der beiden Abbildungen eingearbeitet werden sollten.
Gesichtspunkte der Systematisierung:
- Merkmale der Zuordnungen
- Bezeichnungen
- Eigenschaften

Es empfiehlt sich, hierzu eine Projektionsfolie oder ein Tafelbild anzufertigen. Die Merkmale der Verschiebung sollten durch einen zusätzlich zu vergebenden Schülerauftrag zusammengestellt werden.

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 2a) **2.** Aufg. 7 **3.** Aufg. 8

Konstruktion von Bildpunkten bei Spiegelungen (2 Std.)

LE 8 (LB 155 bis 157)

Auf der Grundlage der bereits formulierten Merkmale der Spiegelung erfolgt nun das Konstruieren von Bildpunkten. Dabei gilt dem einwandfreien *Beschreiben* des Konstruktionsvorganges besondere Aufmerksamkeit. Bei den Aufgaben werden auch Bildpunkte (und Originalpunkte) zu Vielecken verbunden, nicht nur, um Möglichkeiten zur immanenten Festigung solcher Begriffe wie „Trapez", „Parallelogramm" usw. zu schaffen, sondern auch, um Einseitigkeit durch das bloße Konstruieren von Punkten zu vermeiden. Es kommt jedoch an dieser Stelle noch nicht darauf an, die Bilder solcher Figuren zu ermitteln.

Ziele

Die Schüler
- können zu einem gegebenen Punkt bei einer gegebenen Spiegelung den Bildpunkt konstruieren,
- sind in der Lage und gewillt, sich sprachlich exakt auszudrücken und sich an die bei Konstruktionsbeschreibungen üblichen Formulierungen zu halten,
- sind gewohnt, sauber und genau zu zeichnen und mit ihren Zeichengeräten sorgfältig umzugehen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Sicherung des Ausgangsniveaus (Errichten von Senkrechten)
- Erarbeiten der Konstruktionsvorschrift
- Übung im Konstruieren einzelner Punkte (Originale und Bilder) bei Spiegelungen

2. Stunde

- Festigen der Konstruktionsvorschrift
- Weitere Übungen im Konstruieren

Methodische Hinweise

Sicherung des Ausgangsniveaus ...
- Zeichnen einer Geraden t, die senkrecht auf einer Geraden s steht,
  a) durch einen vorgegebenen Punkt $P \in s$
  b) durch einen vorgegebenen Punkt $P \notin s$
  (unter Verwendung von zwei Zeichendreiecken bzw. von Zeichendreieck und Lineal)
- Abtragen von Strecken

Erarbeiten der Konstruktionsvorschrift
Motivierung und Zielstellung:
- Bildpunkte bei Spiegelungen wurden bisher unter Zuhilfenahme von Karopapier oder in einem Koordinatensystem ermittelt. Wie können Bildpunkte ermittelt werden, wenn wir auf diese Hilfsmittel verzichten, aber dafür Zeichengeräte, wie Zirkel, Lineal und Zeichendreieck, zur Verfügung haben? (Auf diese Problemstellung kann beim selbständigen Bearbeiten des Auftrages D 29 durch die Schüler hingeführt werden.)
- Wir wollen lernen, wie mit Hilfe dieser Geräte Bildpunkte bei gegebenen Spiegelungen konstruiert werden können.

Erarbeitung:
Es bieten sich zwei Möglichkeiten zur Erarbeitung der Konstruktionsvorschrift an:

1. Möglichkeit
Nach Sicherung des Ausgangsniveaus ist ein selbständiges Erarbeiten der Vorschrift durch die Schüler anhand des Beispiels D 6 möglich. Die Konstruktion sollte dann unter Vorgabe weiterer Punkte, z. B. B, C, an der Tafel oder im Heft nachvollzogen werden.

2. Möglichkeit
Schaffen einer gemeinsamen Vorgabe für Tafel und Schülerarbeitsheft:
Gegeben sind $s = UV$ mit U (17), V (6) und Punkt A (8). Gesucht ist der Bildpunkt von A bei Spiegelung an s.

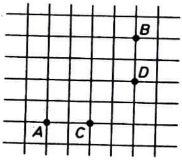
Gemeinsames Erarbeiten der Konstruktionsschritte im Unterrichtsgespräch und schrittweises Ausführen der Konstruktion mit Kommentar (Beschreibung). Sofortiges Nachvollziehen (selbständige Schülerarbeit) durch Vorgabe weiterer Punkte, z. B. B (14), C (16).

Übungen im Konstruieren ... Konstruktion von Bildpunkten bei Spiegelungen: Aufg. 1 und 3

Hinweis: Auch Punkte einzeichnen lassen, die auf der Spiegelgeraden liegen und deutlich machen, daß Original- und Bildpunkt „aufeinander liegen“. Es sollte von vornherein mit gebotener Strenge die Konstruktionsbeschreibung analog zu Beispiel D 6 gefordert werden.

Hausaufgaben: Aufg. 2 und 6

Festigen der Konstruktionsvorschrift Aufg. 4 ist in selbständiger Stillarbeit zu lösen. Nach dem Ergebnisvergleich und der Kontrolle der *Hausaufgaben* sollte auch auf das Ermitteln der Lage der Spiegelgeraden bei gegebenen Punktepaaren orientiert werden: a) mit Raster und b) ohne Raster (durch Messen).



Aufgabe zu a):
Bestimme die zu den Originalpunkten A bzw. C und zu den Bildpunkten B bzw. D einer Spiegelung gehörende Spiegelgerade s! (↗ Bild 4.10)
Wieviel Punktepaare werden dazu benötigt?

Bild 4.10

Aufgabe zu b):
Zeichne eine Strecke $\overline{AB} = 6$ cm! Die Punkte A und B sollen Original und Bild bei einer Spiegelung an s sein. Beschreibe die Lage der Spiegelgeraden! Begründe!

Hinweis: Während bei a) einige ausgewählte Lagen der Spiegelgeraden eine genaue Bestimmung derselben durch Abzählen ermöglichen, ist bei b) durch Messen von vornherein ebenso wie beim späteren Konstruieren (↗ Lerneinheit 11, LB 164) nur ein ungenaues Arbeiten möglich. In beiden Fällen geht es jedoch nicht vorrangig um das Ermitteln (Zeichnen) der Spiegelgeraden, sondern um das Anwenden der Merkmale der Spiegelung (Merkstoff D 3, LB 152). Durch das Begründen sollten die Schüler zum inhaltlichen Erfassen und Lösen dieses Aufgabentyps angeregt werden.

Weitere Übungen im Konstruieren Aufg. 7 eignet sich für weitere Konstruktionsübungen. Für das Ermitteln der Spiegelgeraden bei gegebenen Punktepaaren eignet sich auch folgende *Aufgabe*:

Zeichne nach der Lochschablone die Punkte A (1), B (14), C (3), D (16)! Die Punktepaare (A, B) und (C, D) gehören zur Spiegelung an s. Beschreibe die Lage der Spiegelgeraden! Versuche, sie zu zeichnen! Wieviel Punktepaare werden benötigt, um s zu bestimmen?

Hausaufgabe: Aufg. 8

Kontrollaufgaben
1. Aufg. 2   2. Aufg. 7

Eigenschaften der Spiegelung

LE 9 (LB 157 bis 160) **(2 Std.)**

Bei der Behandlung von Eigenschaften der Spiegelung wird in ähnlicher Weise vorgegangen wie bei der Erarbeitung von Eigenschaften der Verschiebung in Klasse 4. So stehen auch hier zwei grundlegende Fragestellungen im Mittelpunkt der Betrachtungen:

(1) Welches Bild hat eine gegebene Punktmenge bei einer Spiegelung?
(2) Wenn Punktmengen in einer Beziehung zueinander stehen, in welcher Beziehung stehen dann die Bilder dieser Punktmengen bei Spiegelungen?

Die Ergebnisse der Erarbeitung sind im Merkstoff D 5 und D 6 festgehalten und werden entsprechend den obigen Fragestellungen unterschiedlich angeordnet. Da nun der Winkelbegriff zur Verfügung steht, werden auch diesbezügliche Aussagen bei Spiegelungen behandelt. Bei Entscheidungen darüber, ob gewisse Figuren Bilder einer vorgegebenen Figur bei einer Spiegelung sein können, sind von Schülern *Begründungen mit Hilfe dieser Eigenschaften* zu führen. Das hierbei anzustrebende Niveau der sprachlichen Anforderungen sollte durch einwandfreie grammatikalische Gestaltung und mathematisch richtige Inhalte gekennzeichnet sein. Hinsichtlich normierter Schreib- und Sprechweisen ist zugunsten inhaltlichen Erfassens Nachsicht zu üben. Allerdings sollte nicht auf die in der Einleitung (↗ UH 6 f.) ausgewiesenen Fachtermini des aktiven Fachwortschatzes verzichtet werden.
Besonders wichtig ist der *Vergleich* der Eigenschaften der Spiegelung mit denen der Verschiebung.
In dieser Unterrichtseinheit werden auch *Konstruktionsaufgaben* behandelt, bei denen Bilder von Strecken (Strahlen) und Geraden zu konstruieren sind.

Ziele

Die Schüler
- kennen Eigenschaften der Spiegelung und können mit ihrer Hilfe entscheiden, ob eine Spiegelung vorliegt oder nicht,
- haben erkannt, daß die Spiegelungen gewisse Eigenschaften mit den Verschiebungen gemeinsam haben,
- sind gewillt, sich sprachlich exakt auszudrücken und die entsprechenden Fachtermini zu verwenden.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeitung der Eigenschaften entsprechend Merkstoff D 5
- Festigen der Kenntnisse dieser Eigenschaften

2. Stunde
- Erarbeitung der Eigenschaften entsprechend Merkstoff D 6
- Festigen der Kenntnisse dieser Eigenschaften
- Systematisierung der Eigenschaften durch Vergleich mit denen der Verschiebung

Methodische Hinweise

Erarbeiten von Eigenschaften entsprechend Merkstoff D 5

Motivierung und Zielstellung: Es wird ein analoges Vorgehen wie bei der Verschiebung empfohlen; Vorgabe eines Dreiecks und einer Spiegelgeraden, gesucht wird das Bild dieses Dreiecks bei einer Spiegelung.
Frage: Welche Figur werden wir erhalten, wenn wir zu allen Punkten des Dreiecks die Bildpunkte ermitteln?
Um diese Frage beantworten zu können, untersuchen wir zunächst Strecken und Geraden.
Die *Erarbeitung* kann dann in folgenden Schritten ablaufen:

1. Die Schüler lösen den Auftrag D 31.
   - Kennzeichnen der Lage und Anordnung der Punkte A, B und C: A, B und C liegen auf einer Geraden, C liegt zwischen A und B.
   - Beschreiben der Lage und Anordnung der Punkte A', B' und C': A', B' und C' liegen auch auf einer Geraden, C' liegt zwischen A' und B'.
   - Kennzeichnen eines weiteren Punktes D', welcher zwischen A' und C' liegt. Wo liegt der Punkt D? Beschreibe seine Lage und Anordnung!
   - Im Ergebnis sollte formuliert werden: Zu jedem Punkt, der auf der Originalstrecke liegt, gibt es bei einer Spiegelung einen Bildpunkt. Diese Bildpunkte bilden wiederum eine Strecke; die Bildstrecke. Die Längen der Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{A'B'}$ sind gleich.

   Damit wurde die Eigenschaft (1) des Merkstoffes D 5 erarbeitet, und es bietet sich an, diese als Hefteintragung bzw. Tafelbild hervorzuheben.
   Der obige Auftrag kann in selbständiger Arbeit erledigt werden. Teilergebnisse können von Schülern schriftlich festgehalten werden. Die Kontrolle ihrer Ergebnisse finden sie unter (1) des Merkstoffes D 5. Ein mehrmaliges sprachlich-mündliches Festigen dieser Eigenschaft sollte sich sofort anschließen.
2. Festigung durch die selbständige Bearbeitung des Auftrages D 32
3. Weitere Erarbeitung:
   Eigenschaften von Geraden – Schülerauftrag D 33
   LB-Bild D 64 kann als *Tafelbild* vorgegeben und als Ausgangssituation für ein erarbeitendes Unterrichtsgespräch genutzt werden. Schritte dieser Erarbeitung:
   - Besprechen des Inhaltes von LB-Bild D 64
     Beschreiben der Lage der Geraden g, h und k bezüglich der Spiegelgeraden s
   - Ergänzen des im Auftrag D 33 b) dargestellten Lückentextes
   - Kennzeichnen der Schnittwinkel, die die Geraden g und h mit s bilden
   - Vergleichen der Schnittwinkel

Im Ergebnis sollten die unter (2) des Merkstoffes D 5 formulierten Eigenschaften stehen.

Festigen der Kenntnisse dieser Eigenschaften Aufg. 1 kann in frontaler Arbeit gelöst werden; ein Schüler sollte verdeckt an der Tafel arbeiten. Die Kontrolle und den Ergebnisvergleich können die Schüler (unter Führung des Lehrers) durch Aufklappen der Tafel selbst vornehmen. Aufg. 3a) ist ebenfalls schriftlich in Stillarbeit zu lösen, während die Aufg. 6 mündliches Argumentieren vom Schüler erfordert. Mehrere Schülerantworten sollten nach einer entsprechenden Wertung die Grundlage für eine durch den Lehrer oder einen Schüler hervorzuhebende Lösung bilden.
Hausaufgabe: Aufg. 2; Schülerauftrag: Eigenschaften der Verschiebung

Erarbeitung der Eigenschaften entsprechend dem Merkstoff D 6 Es wird ein zur vorangegangenen Stunde analoges Vorgehen empfohlen: Auftrag D 34 ist von den Schülern zu bearbeiten. Im Ergebnis sind die im Merkstoff D 6 formulierten Eigenschaften (3) und (4) hervorzuheben.
Da hier Geraden zu *konstruieren* sind, wird das Finden der Eigenschaften in Abhängigkeit von der genauen und sauberen Konstruktion stehen. Deshalb sollte der Lehrer vor der Konstruktion, aber auch in Auswertung derselben auf diese Probleme eingehen.

Festigen der Kenntnisse dieser Eigenschaften In schriftlicher Arbeit ist die Aufg. 7 zu lösen, bevor mündliche Begründungen vom Schüler durch das Lösen der Aufg. 12 abzuverlangen sind. Auch hier sollten stets mehrere Schülerantworten nach einer entsprechenden Wertung die Grundlage für eine hervorzuhebende Lösung bilden. Die Aufg. 9

ist wiederum schriftlich zu lösen, wobei eine Beschränkung auf die Teilaufgabe a) erfolgen kann.

Systematisierung der Eigenschaften ... Über Auftrag D 35 ist ein gründlicher Vergleich des Zutreffens der Eigenschaften (1) bis (4) bei diesen beiden Abbildungen anzustellen. Empfohlen wird die Reaktivierung der Eigenschaften der Verschiebung durch einen langfristig vorbereiteten Schülervortrag, der auch das Beschriften einer entsprechenden Projektionsfolie beinhalten kann (mit Lückentext). Deutlich ist durch Tafelbild und Hefteintragung hervorzuheben, welche Eigenschaften diese beiden Abbildungen gemeinsam haben und welche nicht. Entsprechende Skizzen (Piktogramme) können, falls der Lehrer diesen Unterrichtsabschnitt langfristig vorbereiten kann, auf Pappe und als Manipermapplikationen je nach Zutreffen oder Nichtzutreffen beiden Abbildungen zugeordnet werden.
Zur weiteren Systematisierung kann allerdings auch der Unterrichtsfilm K-F 8, Spiegelung II, eingesetzt werden. Die Lichtbilder 7 bis 11 der Lichtbildreihe R 1008 stellen Aufgaben dar, die aus wesentlichen Filmszenen resultieren und eine Systematisierung durch selbständige Schülerarbeit ermöglichen. Es wird deshalb empfohlen, zunächst einen Filmteil, z. B. die Spiegelung einer Geraden, vorzuführen und durch die anschließende Projektion des Lichtbildes 7 (Spiegelung – Gerade) dem Schüler eine entsprechende Aufgabe zu stellen.

Es ist auch möglich, umgekehrt vorzugehen:

1. Lichtbildprojektion
2. Lösen der Aufgabe
3. Systematisierung durch Filmvorführung

Zweckmäßig ist auf jeden Fall, auch eine zusammenfassende Vorführung des gesamten Filmes einzuplanen.

Das *Tafelbild* kann folgende Systematik enthalten:

Eigenschaft	Verschiebung	Spiegelung

Hausaufgaben: Aufg. 2 und 8

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 2 2. Aufg. 4 3. Aufg. 12

Spiegelbilder von Figuren (3 Std.)

LE 10 (LB 161 bis 164)

Nachdem mit Strecken (Strahlen) und Geraden bereits Bilder von Figuren bei Spiegelungen konstruiert worden sind, werden jetzt auf der Grundlage der behandelten Eigenschaften der Spiegelung auch Bilder von Dreiecken und Vierecken konstruiert. In einem Auftrag werden mit Kreis und Halbkreis auch „krummlinig begrenzte Figuren" einbezogen, um nicht zu einseitige Vorstellungen beim Schüler zu erzeugen.
Besonderes Augenmerk ist auf *Konstruktionsbeschreibungen* sowie auf verschiedene Aus-

führungen der Konstruktionen zu legen, indem man von den Eigenschaften der Spiegelung Gebrauch macht. Es sollten auch unterschiedliche Lagen in bezug auf die Spiegelgerade berücksichtigt werden, darunter auch solche, bei denen die Spiegelgerade durch die Figur hindurchgeht, im Sonderfall sogar Symmetrieachse dieser Figur ist.
Schließlich sind auch Ornamente und Schmuckformen zu betrachten, die vom Lehrer als Übergang und Motivation zur nächsten Lerneinheit genützt werden können. Außerdem ist die folgende Tatsache hervorzuheben:
Ist eine Figur F_2 das Bild von F_1 bei einer Spiegelung, so ist auch F_1 das Bild von F_2 bei der gleichen Spiegelung.

Ziele

Die Schüler
- können Bilder von Dreiecken, Vierecken und Kreisen (auch Halbkreis) bei Spiegelungen konstruieren und diese Konstruktionen beschreiben,
- kennen den Umlaufsinn von Figuren bei Verschiebungen und Spiegelungen.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeiten der Konstruktionsvorschrift
- Übungen im Konstruieren der Bilder von Dreiecken bei Spiegelungen

2. Stunde
- Übungen im Konstruieren der Bilder von Vierecken
- Inhaltliches Erarbeiten des „Umlaufsinns“

3. Stunde
- Kurzkontrolle
- Übungen im Konstruieren von Bild- und Originalpunkten bei Spiegelungen

Methodische Hinweise

Erarbeiten der Konstruktionsvorschrift Folgende *Ausgangssituation* einschließlich *Zielstellung* kann die Grundlage für die Erarbeitung darstellen: Der Auftrag D 37 ist mittels geeigneter Punktvorgabe in selbständiger Schülerarbeit zu lösen (Koordinatensystem kann bereits in der vorangegangenen *Hausaufgabe* vorbereitet werden). Hierzu können drei Schülergruppen jeweils eine entsprechende Vorgabe (LB-Bild D 69) erhalten, z. B.

a) Spiegelgerade ST
$S\ (4;\ 1)$, $T\ (4;\ 8)$
Dreieck ABC:
$A\ (4;\ 2)$, $B\ (1;\ 4)$,
$C\ (2;\ 8)$

b) Spiegelgerade UV
$U\ (1;\ 5)$, $V\ (8;\ 5)$
Dreieck ABC:
$A\ (3;\ 2)$, $B\ (7;\ 4)$,
$C\ (5;\ 7)$

c) Spiegelgerade PQ
$P\ (1;\ 9)$ $Q\ (9;\ 1)$
Dreieck ABC:
$A\ (5;\ 1)$, $B\ (9;\ 5)$,
$C\ (6;\ 4)$

Nach Ermittlung der Bilddreiecke können die im Auftrag gestellten Fragen mündlich beantwortet werden.
Das Trennen vom Raster bzw. Koordinatensystem führt zur *Zielstellung*:
Bisher haben wir Bilder von Geraden, Strahlen und Strecken bei Spiegelungen kon-

struiert (mit Zirkel und Lineal) und schon das Bild eines Dreiecks bei einer Spiegelung bestimmt (aber mittels Raster). Nun wollen wir Bilder solcher geometrischer Figuren konstruieren, die von Strecken begrenzt werden, z. B. Dreiecke und Vierecke.

An einer *Tafelbildvorgabe*, die dem LB-Bild D 70 entsprechen kann, sind nun die einzelnen Konstruktionsschritte inhaltlich so zu erarbeiten, daß anschließend die Zeichenhandlungen von jedem Schüler ausgeführt werden können. In dem erarbeitenden Unterrichtsgespräch ist von den in der LE 7 (LB 152) kennengelernten Merkmalen der Spiegelung und den Konstruktionsschritten bei der Konstruktion von Bildpunkten bei Spiegelungen (LE 8, LB 155) auszugehen.

Die Schüler müssen erkennen, daß

1. die Konstruktionsschritte in den Merkmalen der Spiegelung begründet sind und
2. die Konstruktion von Bilddreiecken bei Spiegelungen auf die Konstruktion von Bildpunkten (Eckpunkten) zurückgeführt wird (wenngleich man die Konstruktion nicht auf diese Punkte beschränken sollte).

Verfügen die Schüler über diese Kenntnisse, sollten sie zum mündlichen Formulieren der Konstruktionsschritte aufgefordert werden, wobei nicht unbedingt eine geschlossene sprachliche Darstellung aller Konstruktionsschritte einem Schüler abzuverlangen ist. (Dieses Ziel wird zwar angestrebt, sollte jedoch nicht gleich zu Beginn dieser Unterrichtseinheit überbetont werden.) Nach der Erarbeitung der Konstruktion auf sprachlich-begrifflicher Ebene sollten die Schüler nun selbständig die Konstruktionsschritte ausführen.

Zuvor ist jedoch noch herauszustellen, welche Zeichengeräte zu benutzen sind; die Senkrechten zur Spiegelgeraden können mittels Zeichendreieck gezeichnet werden.

Die Aufg. 3 eignet sich zur frontalen selbständigen Bearbeitung im Schülerarbeitsheft. Bei der Ausführung der Konstruktion ist auf rationelles Vorgehen sowie Sauberkeit und Exaktheit hinzuweisen. Ein Schüler kann jeweils zum Kommentieren seines Vorgehens aufgefordert werden. Nach der Lösung erscheint es zweckmäßig, die Konstruktionsbeschreibung als Muster schriftlich festhalten zu lassen. Hierbei ist auf die bei Konstruktionsbeschreibungen übliche sprachliche Normierung zu achten, die neben dem Fachwortschatz (siehe Lehrplan) auch die Zeichen- und Bezeichnungsschritte zu beinhalten hat.

Übungen im Konstruieren der Bilder von Dreiecken ... Die Aufg. 4 sollte nun ohne vorherige sprachlich-begriffliche Fixierung der Handlungsschritte gelöst werden. Sollten sich beim Schüler Schwierigkeiten hinsichtlich dieser Anforderungen zeigen, kann ein guter Schüler eine analoge Aufgabe an der Tafel lösen (sichtbar für Mitschüler).

Schließlich ist die Aufg. 1 mündlich zu lösen, und mit einer Zusammenfassung (Konstruktionsschritte) kann die Stunde beendet werden.

Hausaufgaben: Aufg. 2, schriftliche Konstruktionsbeschreibung zur Aufg. 4

Übungen im Konstruieren der Bilder von Vierecken Der Auftrag D 38 ist in Stillarbeit zu lösen, wobei die Konstruktionsschritte vor der Ausführung sprachlich-mündlich formuliert werden können und somit allen Schülern gegenwärtig sind. Die Aufg. 9 kann sich anschließen. Die Konstruktionsbeschreibung kann nun nach der Ausführung erfolgen, sollte aber in jedem Fall vom Schüler verlangt werden.

Inhaltliche Erarbeitung des „Umlaufsinns“ Aus der Betrachtung der Punktbezeichnungen der Original- und Bildfiguren bei den vorangegangenen Spiegelungskonstruktionen ist das Problem des „Umlaufens eines Dreiecks“ abzuleiten (Vergleich des Umlaufsinns mit dem Uhrzeigersinn). Farbige Hervorhebungen der Bezeichnungen und das Einzeichnen der „Umlaufpfeile“ sollten den Schülern helfen, den Unterschied zwischen Verschiebung und Spiegelung bezüglich des Umlaufsinns von Original- und Bildfiguren zu erkennen.

Durch Auftrag D 39 kann die gewonnene Erkenntnis vertieft werden.

Hausaufgaben: Aufg. 9 und 10

Kurzkontrolle Vorgabe einer Figur (Dreieck oder Viereck) und einer Spiegelgeraden mittels Lochschablone; Bildfigur ermitteln und Konstruktion schriftlich beschreiben lassen.

Übungen im Konstruieren von Bild- und Originalpunkten ... Mit dem Ziel, die Konstruktionsfertigkeiten hinsichtlich der Richtigkeit, Sauberkeit und Schnelligkeit zu verbessern und gleichzeitig das fachlich-sprachliche Ausdrucksvermögen weiter zu schulen, sind folgende Aufgaben zu lösen: Aufg. 5* und Aufg. 6 und die Aufgabe des Bildes 11 aus der Lichtbildreihe R 1008

Hausaufgabe: Vorbereitung von Faltschnitten und Klecksbildern für nachfolgende Lerneinheit (Materialbereitstellung)

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 4
2. Zeichne nach der Lochschablone die Punkte
   A (13), B (14), C (8), D (7), P (17), Q (10)!
   Konstruiere das Bild des Vierecks $ABCD$ bei Spiegelung an der Geraden PQ!
   Vergleiche den Umlaufsinn von Original- und Bildfigur!

Figuren, die zueinander symmetrisch liegen (2 Std.)

LE 11 (LB 164 bis 167)

Zunächst sind die Schüler mit einer besonderen Sprechweise vertraut zu machen. Insbesondere wenn die Abbildung durch Spiegelung als Ganzes nicht von Interesse ist, wird statt „*Die Figur F_1 (F_2) ist das Bild der Figur F_2 (F_1) bei einer Spiegelung (an der Geraden s)*" gesagt „*F_1 und F_2 liegen zueinander (achsen- bzw. axial-) symmetrisch (bezüglich der Geraden s)*".
Es ist den Schülern bewußtzumachen, daß bei einer Spiegelung eigentlich die gesamte Ebene auf sich abgebildet wird (also nicht nur die ausgezeichnete Figur), während nun nur die Figur selbst untersucht wird. (Andere Punkte der Ebene sind nicht einbezogen.) In diesem Zusammenhang wird auch der Begriff „Symmetrieachse" eingeführt. Auf die Besonderheit der Schreibweise – „axial" mit „x", aber „Achse" mit „chs" – ist nachdrücklich hinzuweisen. Neben Betrachtungen in der Ebene werden auch Abbilder räumlicher Objekte einbezogen (etwa die symmetrische Anordnung von Gebäuden).
Die bereits behandelten Sätze der Spiegelung werden jetzt in neuer Form ausgesprochen, z. B.: *Die Verbindungsstrecke zweier symmetrisch zueinander liegender Punkte steht stets senkrecht auf der Symmetrieachse und wird von dieser halbiert.* Es ist darauf hinzuweisen, daß zwei Punkte immer symmetrisch zueinander liegen (in dem Sinne: es gibt eine Symmetrieachse). Ferner wird auch die Konstruktion der Symmetrieachse zu zwei gegebenen Punkten behandelt, während bei den vorausgegangenen Konstruktionsaufgaben stets die Spiegelgerade gegeben war.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Begriffe „symmetrisch zueinander", „Symmetrieachse" und „Achsensymmetrie" bzw. „Axialsymmetrie",
- können zu zwei gegebenen Punkten die Symmetrieachse konstruieren,
- erkennen die „Schönheit" der Symmetrie, z. B. auch in der Umwelt, können Spiegelbilder, Faltschnitte und Klecksogramme anfertigen und sind bestrebt, diese schöpferisch und phantasievoll zu gestalten.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Motivierung der Begriffsbildung und Erarbeiten der Beziehung „symmetrisch zueinander"
- Erarbeiten der Begriffe „symmetrisch zueinander", „Symmetrieachse" und Eigenschaften zueinander symmetrischer Figuren
- Übungen im Anfertigen von Faltschnitten und Klecksogrammen

2. Stunde
- Konstruieren der Symmetrieachse (Erarbeitung) und Übungen im Zeichnen zueinander symmetrisch liegender Figuren

Methodische Hinweise

Motivierung der Begriffsbildung ... Es bieten sich folgende Möglichkeiten an:
- Vorgabe solcher Figuren, die in der Ebene axialsymmetrisch angeordnet sind (↗ LB-Bild D 74; LB 164).
  Beschreibt die Lage dieser Figuren bezüglich einer Geraden!
- Vorgabe von Ornamenten und Schmuckborten, die durch Verschiebung unter Verwendung von Schablonen erzeugt werden können.
  Wie kann man Verzierungen herstellen, bei denen eine Figur das Spiegelbild einer anderen ist?
- Anfertigen von Servietten, Platzdeckchen, Untersetzern o. a. auf Papier durch Faltschnitte.
  Wie muß das Papier gefaltet werden, um ein bestimmtes Muster zu erhalten?

Erarbeiten der Begriffe „symmetrisch zueinander", ...
1. Anfertigung von Spiegelbildern durch Falten und Durchstechen (oder Achsensymmetrie durch Tintenklecks):
   Auftrag D 40 (LB 165), LB-Bilder D 75 und D 76
2. Erarbeiten der Begriffe „symmetrisch zueinander" und „Symmetrieachse" (↗ LB-Bild D 76)
   Lehrbuchtext (LB 165) durcharbeiten lassen, Begriffe anschreiben und sprachlich – mündlich und schriftlich – festhalten.
3. Merkstoff D 7 an der dazugehörigen Figur erarbeiten lassen und Eigenschaften der Symmetrieachse zweier Figuren schriftlich festhalten (Tafel, Hefteintragung).

Übungen im Anfertigen von Faltschnitten und Klecksogrammen
- Schnittmuster entsprechend der Phantasie der Schüler anfertigen lassen und die

schönsten auswählen, wobei der Lehrer schrittweise vor der Klasse die Schnittmuster entwickeln und anfertigen sollte. Im fertigen Schnittmuster sind sowohl zueinander symmetrisch liegende Figuren als auch die Symmetrieachse zu zeigen.

Hausaufgabe: Anfertigen eines Faltschnittes zur Ausgestaltung des Unterrichtsraumes

Konstruieren der Symmetrieachse ... Beispiel D 8 kann als Schüleraufgabe für die Tafel und das Schülerarbeitsheft aufbereitet und in frontaler Tätigkeit gelöst werden. Zwei Schüler sollten an der Tafel arbeiten und ihre Tätigkeit kommentieren. Die Aufg. 3 ist unmittelbar danach in selbständiger Schülerarbeit zu lösen, wobei sich die mündliche Konstruktionsbeschreibung anschließen sollte.

- Zeichnen zueinander symmetrisch liegender Figuren
  Aufg. 1 ist selbständig zu lösen.
- Übungen zum Begriff „Symmetrieachse"; z. B. Aufg. 2

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 3

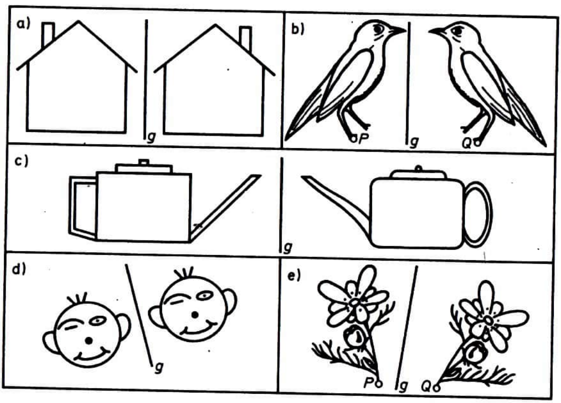


Bild 4.11

2. In welchen Beispielen liegen die Figuren sicher nicht symmetrisch zueinander bezüglich der Geraden g? Begründe! (↗ Bild 4.11)

3. Welche der Geraden in Bild 4.12 kann nicht Symmetrieachse bezüglich der Figuren F_1 und F_2 sein? Begründe!

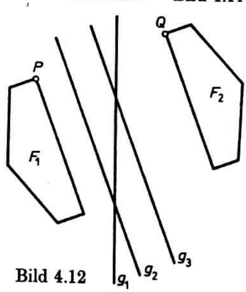


Bild 4.12

Axialsymmetrische Figuren (2 Std.)

LE 12 (LB 167 bis 171)

Die Schüler haben die Axialsymmetrie als Beziehung zwischen Figuren kennengelernt. Nun wird die Axialsymmetrie als Eigenschaft von Figuren behandelt. Dazu wird wiederum von Schmuckformen und außerdem von Formen der Natur (Schmetterling, Blatt, Flugbilder von Vögeln) ausgegangen. Gegenstand der Betrachtung sind auch wieder Scherenschnitte (Faltschnitte), Klecksogramme usw. Die Schüler sind dabei zu Überlegungen über die Anzahl und Lage der Symmetrieachsen (auch bei Dreiecken und Vierecken) anzuregen. Symmetriebetrachtungen erfolgen auch an Buchstaben. Die gestellten Aufträge und Aufgaben sollten schließlich auch die Schüler veranlassen, den Begriff der Axialsymmetrie sinngemäß auf den Raum zu übertragen („Ebenensymmetrie").

Hinweis: Geeignete Applikationen, Folien oder Zeichnungen für axialsymmetrische und nicht symmetrische Figuren sind vorzubereiten.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Axialsymmetrie als Eigenschaft von Figuren,
- können axialsymmetrische Figuren angeben und die Lage und Anzahl der Symmetrieachsen bestimmen,
- erkennen symmetrische Formen bei einfachen Gebrauchsgegenständen und Bauwerken,
- sind bestrebt, Faltschnitte sauber und genau anzufertigen und dabei phantasievoll und schöpferisch zu arbeiten.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Erarbeiten der Eigenschaft von Figuren, in sich axialsymmetrisch zu sein
- Vertiefen dieser Eigenschaft durch Anwenden bei Faltschnitten

2. Stunde
- Übungen im Bestimmen der Lage und Anzahl der Symmetrieachsen bei gegebenen geometrischen Figuren
- Zusammenfassen und Systematisieren der Eigenschaften „axialsymmetrisch zueinander" (Achsensymmetrie) und „eine Figur ist axialsymmetrisch" (axialsymmetrische Figur)

Methodische Hinweise

Erarbeiten der Eigenschaft von Figuren, in sich axialsymmetrisch zu sein Wiederholen der Begriffe (und Eigenschaften) geometrischer Figuren: Trapez, Parallelogramm, Rechteck, Quadrat, Dreieck (gleichseitig, gleichschenklig), Kreis, Halbkreis.

Folgender *Aufgabentyp* ist zu empfehlen:

Zeichne nach der Lochschablone die gegebenen Punkte!
Wie heißt die Figur?

(1) A (13), B (16), C (10), D (9)	*(Trapez)*
(2) A (13), B (15), C (10), D (7)	*(Rechteck)*
(3) A (13), B (15), C (6), D (4)	*(Parallelogramm)*
(4) A (13), B (14), C (8), D (7)	*(Quadrat)*
(5) A (14), B (15), C (5)	*(gleichseitiges Dreieck)*
(6) A (15), B (16), C (6)	*(gleichschenkliges Dreieck)*

Motivierung und Zielstellung:

- Vorgabe von Figuren wie Schmetterling, Blätter, Flugzeug und auch nicht axialsymmetrische Figuren durch Applikationen
- Wodurch unterscheiden sich diese Figuren?
  Bei Vorgabe einer Geraden (Gummifaden) ergibt sich die Frage: Gibt es eine bestimmte Lage dieser Geraden, so daß sich eine Figur (bei einer Spiegelung) selbst als Bild hat?

Die *Erarbeitung* kann nun wie folgt gestaltet werden:

1. Erarbeiten der Eigenschaft von Figuren, axialsymmetrisch zu sich selbst zu liegen bzw. in sich axialsymmetrisch zu sein: Auftrag D 42
2. Bestimmen der Lage und Anzahl der Symmetrieachsen geometrischer Figuren (gleichschenkliges und gleichseitiges Dreieck, Quadrat, Rechteck, Parallelogramm): Auftrag D 43

Vertiefen dieser Eigenschaft ... Der Unterrichtsfilm K-F 8 (Spiegelung II) kann vorgeführt und die Lichtbilder 12 und 13 der Lichtbildreihe R 1008 können projiziert werden. (↗ Begleitmaterial zur Lichtbildreihe S. 7 f.!) Schließlich ist der Auftrag D 44 zu bearbeiten, der an die Erfahrungswelt der Schüler anknüpft.

Hausaufgaben: Aufg. 1 und Aufg. 3

Übung im Bestimmen der Lage und Anzahl der Symmetrieachsen ... Der Film K-F 9 (Spiegelung III) kann zum Zwecke der Wiederholung gezeigt werden, bevor die Aufg. 2 in selbständiger Schülerarbeit gelöst werden sollte.

Zusammenfassen und Systematisieren ...

- Vertiefen der Eigenschaft von Figuren, axialsymmetrisch zu sein: Ermitteln der Symmetrieachsen
  a) durch Falten (bei Faltschnitten): Aufg. 7
  b) durch Einzeichnen:
     Zeichne in die Figuren (1) bis (6) alle Symmetrieachsen ein (vgl. Aufgabe zur Sicherung des Ausgangsniveaus, 1. Stunde, auf dieser Seite oben)!
- Vertiefen der Symmetrieeigenschaft durch Übertragen auf Schriftzeichen: Aufg. 3a) und Aufg. 5

Kontrollaufgaben

1. Aufg. 2 2. Aufg. 4

Stoffabschnitt 4.4.

(15 Std.)

Drehung

Mit der Drehung lernt der Schüler nach der Verschiebung und der Spiegelung eine weitere eineindeutige Abbildung der Ebene auf sich kennen. Das mechanische Drehen, das Drehen von Gegenständen, bildet den Ausgangspunkt der Betrachtungen, wobei an die Erfahrungen der Schüler aus ihrer Umwelt anzuknüpfen ist. Wenn auch dabei die Bahnen, die einzelne Punkte beim Drehen eines Gegenstandes beschreiben, für den Schüler eine bedeutende Rolle spielen, so muß er beim Übergang zu den Drehungen als geometrische Abbildungen verstehen, daß hier nur noch Anfangs- und Endlage als Original und Bild eines geometrischen Objektes interessieren. Die klare mathematische Begriffsbildung steht also im Vordergrund. Der Schüler lernt verstehen, daß eine Drehung in der Ebene durch „Drehzentrum" und „Drehwinkel" (im Sinne der Winkelgröße) eindeutig bestimmt ist, wobei im allgemeinen von *Linksdrehungen* Gebrauch gemacht wird. Das hat u. a. folgende Gründe:

- Linksdrehungen werden in der Mathematik allgemein bevorzugt.
- Die Skalen der Winkelmesser sind zumeist nach links hin beschriftet.
- Es wird vermieden, daß bei Drehungen im Sinne einer Abbildung immer von „Drehung nach links" bzw. von „Drehung nach rechts" gesprochen werden muß.

Von Bedeutung sind auch bei der Drehung wiederum spezifische Eigenschaften, sowohl Eigenschaften von Original und Bild bei ein und derselben Drehung als auch Eigenschaften der Drehung gegenüber solchen der Verschiebung und der Spiegelung. Das ist besonders im Hinblick auf den in Klasse 6 zu definierenden Begriff „Bewegung" (für Verschiebung, Drehung, Spiegelung und deren Nacheinanderausführung) von Bedeutung. Die Fertigkeiten im Konstruieren sollten bei den Schülern nunmehr so weit entwickelt sein, daß sie die relativ schwierigen *Konstruktionen der Drehung* meistern. Dennoch ist die allmähliche Steigerung der Forderungen und Schwierigkeiten ein besonderes Problem, das der Lehrer mit Geduld und viel methodischem Geschick zu bewältigen hat. Insbesondere gilt auch hier, daß dadurch nicht das mathematisch Wesentliche, vor allem die Begriffsbildung, vernachlässigt werden darf. Geeignete Hilfsmittel, die das Konstruieren erleichtern, ohne vom mathematisch Wesentlichen abzulenken, sind deshalb zu nutzen (Zentimeterraster, Karopapier, Schablonen und vor allem der Winkelmesser).
Wie schon bei den Verschiebungen und Spiegelungen geht es *nicht* um eine Fertigkeitsentwicklung zur Bewältigung bestimmter Aufgabentypen, schon gar nicht von Konstruktionsaufgaben, sondern vor allem um

- die Herausbildung des inhaltlichen Verstehens von Begriffen und Zusammenhängen;
- die Entwicklung bestimmter fachspezifischer und allgemeingeistiger Fähigkeiten.

Drehen von Gegenständen

(2 Std.)

LE 13 (LB 172 bis 173)

Zur Vorbereitung des mathematischen Begriffs „Drehung" (als Abbildung) werden zunächst, wie das auch bei der Verschiebung und Spiegelung geschah, mechanische Drehungen betrachtet. Dem Schüler bekannte Beispiele aus seiner Umwelt, vor allem die Uhr, stehen im Vordergrund. Jene Merkmale der mechanischen Drehungen, die auch auf den mathematischen Drehungsbegriff zutreffen, bilden den Schwerpunkt der Behandlung.

Ziele

Die Schüler

- kennen Beispiele für das Drehen von Gegenständen aus ihrer Umwelt, vor allem die Uhr, und können wichtige Merkmale solcher mechanischer Drehvorgänge beschreiben,
- wissen, daß sich Punkte eines Gegenstandes bei einem Drehvorgang von einer Anfangs- in eine Endlage auf Kreisbahnen bewegen, und unterscheiden dabei Rechts- und Linksdrehungen,
- können Drehbewegungen von Uhrzeigern beschreiben und dabei Aussagen über Anfangs- und Endlage bzw. Drehwinkel machen.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Wiederholen von „Verschiebung" und „Spiegelung" und Motivieren weiterer geometrischer Abbildungen (Drehungen)
- Erarbeiten des Drehens von Gegenständen (Zeiger der Uhr)

2. Stunde

- Weiteres Vertiefen der Kenntnisse über Verschiebung und Spiegelung
- Üben des Beschreibens von Drehbewegungen der Uhrzeiger bzgl. Anfangs- und Endlage bzw. Drehwinkel

Methodische Hinweise

Wiederholen von „Verschiebung" und „Spiegelung" ... Durch eine einleitende Übung soll das Wissen und Können der Schüler über „Verschiebung" und „Spiegelung" reaktiviert werden (wichtige Begriffe; Abbildungsvorschrift; Gemeinsamkeiten und Unterschiede; Erkennen oder Zeichnen von Bild bzw. Original bei einer solchen Abbildung). Zugleich sollen die Schüler erkennen, daß Verschiebungen und Spiegelungen allein nicht immer genügen, um Original- und Bildfiguren in der Zeichenebene stets miteinander zur Deckung zu bringen.

Bild 4.13

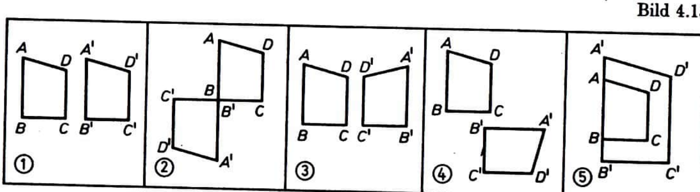


Bild 4.13 zeigt einen Sachverhalt, an dem sich beide Anliegen realisieren lassen (Folie oder vorbereitetes *Tafelbild*).

An den Figuren ① und ③ kann das Wissen und Können der Schüler über Verschiebungen und Spiegelungen reaktiviert werden, die Figuren ②, ④ und ⑤ geben Anlaß zu der Feststellung, daß keine der beiden bisher den Schülern bekannten geometrischen Abbildungen Original- und Bildfigur ineinander überführen. Dabei ist es nicht entscheidend, ob die Schüler hier schon den Gedanken einer Drehung aussprechen. An der Folie oder mit Applikationen an der Hafttafel sollen die Schüler dabei ihr Wissen und Können unter Beweis stellen. Dabei kann es durchaus vorkommen, daß die Schüler bei den Figuren ② und ④ bereits eine Drehung vorführen. Bei Figur ⑤ werden sie keine Lösung des Problems erkennen. Derartige Sachverhalte wie im Bild 4.13 lassen sich auch zur Wiederholung des Begriffs „Trapez" o. ä. nutzen.

Erarbeiten des Drehens von Gegenständen (Zeiger der Uhr)

- *Erarbeiten am Beispiel der Uhr*
  Die Schüler beantworten Auftrag D 48a), indem sie eine einfache Beschreibung der Zeigerbewegungen geben (Drehung um den Mittelpunkt des Zifferblattes; die Spitze und alle anderen Punkte des Zeigers bewegen sich auf Kreisbahnen; jeweils bei der Drehung überstrichene Ziffern; Rechts- und Linksdrehung). Nach Möglichkeit sollten diese Aussagen nun mit geeigneten Mitteln veranschaulicht werden. Dazu sind zu empfehlen: Die Demonstrationsuhr oder ein Tafelbild (Zifferblatt) mit Applikation an einer Hafttafel (ein Uhrzeiger). Letzteres hat den Vorteil, daß die Kreisbahnen einzelner Punkte des Zeigers gezeichnet werden könnten.
  Die Schüler beantworten Auftrag D 48b). Auch die umgekehrte Frage sollte gestellt werden: Um welchen Winkel ist ein Zeiger nach rechts (nach links) zu drehen, wenn er von der Ziffer 6 auf die Ziffer 12 gestellt wird?
  In dieser Art werden vom Lehrer (oder auch von Schülern) weitere Aufgaben gestellt, die mündlich beantwortet werden (vorerst mit, später ohne Demonstration am Unterrichtsmittel).
- *Hinweis auf Drehbewegungen in der Technik*
  Am Beispiel des LB-Bildes D 90 weist der Lehrer auf die vielfältigen Anwendungen von Drehbewegungen und deren Übertragungen durch Riementriebe und Zahnräder hin. Die Schüler nennen weitere Beispiele. Zur Veranschaulichung eignen sich Modelle aus dem Physikunterricht.
- *Zusammenfassen der Erkenntnisse*
  Entsprechende Fragen oder Aufforderungen des Lehrers veranlassen die Schüler zu folgender *Zusammenfassung* (ggf. an obengenannten Anschauungsmitteln nochmals verdeutlichen!):
  Beim Drehen von Gegenständen bewegen sich deren Punkte auf Kreisbahnen um einen Mittelpunkt. Das Drehen von Gegenständen ist sowohl nach links als auch nach rechts möglich.

Weiteres Vertiefen der Kenntnisse über Verschiebung und Spiegelung: Die Schüler bestimmen die Bilder eines Quadrates, eines Dreiecks oder eines Kreises bei einer Verschiebung bzw. Spiegelung. Es empfiehlt sich das Arbeiten auf Karo- oder Millimeterpapier, evtl. auch mit einem Koordinatensystem. (Der Lehrer trifft aus diesen Möglichkeiten eine geeignete Auswahl.)

Üben des Beschreibens von Drehbewegungen der Uhrzeiger ... Die Aufgaben zur Festigung des Drehens von Gegenständen beziehen sich lediglich auf die Uhr. Für mündliche Übungen werden die Aufg. 1 und 3 empfohlen. Erforderlichenfalls können die Anschauungsmittel nochmals herangezogen werden, die Fähigkeit des Beschreibens der Vorgänge mit Worten ist jedoch anzustreben.
Die Aufg. 2 und 4 eignen sich als *Hausaufgaben.*
Auftrag D 49 kann genutzt werden, die *Drehung als Abbildung* (Lerneinheit 14) vorzubereiten. Dabei ist folgendes herauszuarbeiten:
- Eine Drehung kann man wie Verschiebungen und Spiegelungen als Abbildung betrachten.

- Dann interessieren uns nur noch die Anfangs- (Original) und die Endlage (Bild), nicht mehr irgendwelche Bahnen, auf denen sich Punkte bewegen.
- Es werden alle Punkte der Ebene betrachtet.

Kontrollaufgabe

Ergänze in der Tabelle die fehlenden Angaben über Anfangs- und Endlage bzw. Drehwinkel eines Uhrzeigers unter der Bedingung, daß nur Rechtsdrehungen durchgeführt werden!

Anfangslage	Endlage	Drehwinkel
6	12	*(180°)*
11	3	*(120°)*
2	*(5)*	90°
(12)	1	30°

Drehung

(2 Std.)

LE 14 (LB 173 bis 175)

Bei den bisher betrachteten Drehungen von Gegenständen haben sich die Schüler vorrangig dafür interessiert, auf welchen Bahnen sich Punkte aus ihrer Anfangs- in die Endlage bewegen. Dadurch hatte der Lehrer die Möglichkeit, Drehungen aus der Praxis und der Umwelt der Schüler abzuleiten und zugleich die mathematische Drehung vorzubereiten, die in dieser Unterrichtseinheit zu behandeln ist. In diesem Zusammenhang werden auch die Begriffe „Drehzentrum" und „Drehwinkel" eingeführt.
Bei der Behandlung der Drehung als einer mathematischen Abbildung sind ausschließlich Anfangs- und Endlage eines mathematischen Objekts, also Original und Bild einer Figur, von Interesse. Es geht also nicht mehr um die Bahnen, die einzelne Punkte zurücklegen, oder um mögliche Zwischenlagen; denn die mathematische Drehung ist *keine* mechanische Drehbewegung.
Der Schwerpunkt der Lerneinheit ist deshalb das inhaltliche Erfassen der Drehung als umkehrbar eindeutige Abbildung der Ebene auf sich, und zwar nicht über das Konstruieren mit Zirkel und Lineal, sondern über das Bearbeiten solcher Aufgaben, bei denen die Schüler den Zusammenhang von Original und Bild bei einer Drehung erkennen und beschreiben sollen, wobei sie vor allem die Begriffe „Drehwinkel" und „Drehzentrum" benutzen.

Ziele

Die Schüler

- wissen, daß bei Drehungen in der Mathematik – wie auch schon bei Verschiebungen und Spiegelungen – Punkte durch eine bestimmte Vorschrift einander zugeordnet sind, und sie kennen diese Vorschrift,
- kennen die Begriffe „Drehzentrum" und „Drehwinkel" einer Drehung,
- können für eine bestimmte Drehung die Lage von Original- und Bildpunkten zueinander erkennen und beschreiben.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholen und Üben des Drehens von Gegenständen
- Einführen der Abbildungsvorschrift der Drehung sowie der Begriffe „Drehzentrum" und „Drehwinkel"

2. Stunde
- Festigen des Erkennens und Beschreibens von Drehungen

Methodische Hinweise

Wiederholen und Üben des Drehens von Gegenständen In diesem Abschnitt der Lerneinheit sollte folgendes erreicht werden:
- Reaktivieren des Wissens und Könnens bzgl. Verschiebungen und Spiegelungen,
- Wiederholen des Drehens von Gegenständen,
- Vorbereitung der (mathematischen) Drehung.

Darum sollten die Schüler zu nachstehend beschriebenen Überlegungen bzw. Tätigkeiten anhand einfacher Aufgaben angeregt werden:

An die Hafttafel wird ein Rechteck $ABCD$ gezeichnet, für das der Lehrer eine entsprechende Schablone in gleichen Abmessungen bereithält. Die Schüler werden aufgefordert, das Bild des Rechtecks bei der Verschiebung $\overrightarrow{AB}, \ldots,$ zu bestimmen. Sie legen die Schablone entsprechend als Bildfigur. In eine Tabelle können Original- und Bildpunkte eingetragen werden. Ebenso läßt sich das Wissen und Können bzgl. der Spiegelungen reaktivieren.

Nach der Besprechung und Kontrolle der *Hausaufgabe* wird die Rechteckschablone genutzt, um das Bild des Rechtecks $ABCD$ bei einer Drehung um 90°, 180°, 270°, 135° zu kennzeichnen. Der zu jedem Originalpunkt gehörende Bildpunkt wird genannt, gezeigt oder in eine Tabelle eingetragen. Die Drehung erfolgt um den (gekennzeichneten) Mittelpunkt des Rechtecks (Linksdrehung bevorzugen!). Vorerst erfassen die Schüler den Vorgang noch als Drehung der Schablone als Gegenstand. Das Zuordnen der Original- und Bildpunkte leitet aber schon zur mathematischen Drehung über.

Einführen der Abbildungsvorschrift der Drehung ... Die erste Stunde dient dazu, die Drehung als mathematische Abbildung einzuführen. Eine Drehung entsprechend LB-Bild D 93 wird vom Lehrer an der Tafel vorgeführt. Schrittweise wird folgendes herausgearbeitet:
- A' ist Bild von A; B' ist Bild von B bei dieser Drehung.
- A' und A liegen auf ein und demselben Kreis um den Mittelpunkt O. (Entsprechendes gilt für B' und B.)
- Der Punkt O heißt „Drehzentrum" (dieser Drehung). Der Bildpunkt von O ist O selbst.
- A' und A sind gleich weit von O entfernt. (Entsprechendes gilt für B' und B.)
- Wenn wir künftig von „Drehung" sprechen, meinen wir stets „Linksdrehung". (Natürlich gibt es auch „Rechtsdrehungen"; wenn diese gemeint sind, muß das besonders betont werden.)
- Bei einer Drehung entsteht aus dem Strahl $\overrightarrow{OA}$ der Strahl $\overrightarrow{OA'}$.
- Die Strahlen $\overrightarrow{OA}$ und $\overrightarrow{OA'}$ begrenzen den Winkel α. (Entsprechend begrenzen bei derselben Drehung die Strahlen $\overrightarrow{OB}$ und $\overrightarrow{OB'}$ den Winkel β.)

- α und β sind gleich groß (obwohl A und B verschieden weit von O entfernt sind! – Siehe Winkelbegriff: Winkelgröße ist nicht von der Schenkellänge abhängig!).
- α und β heißen „Drehwinkel" (dieser Drehung).
- Drehzentrum und Drehwinkel legen eine Drehung in der Ebene fest.
- Zusammenfassung des bisher erarbeiteten Sachverhalts erfolgt anhand des Merkstoffes D 8.

  Hinweis: Auch $\alpha = 0°$ ist hierbei zugelassen!
- Bei einer Drehung hat jeder Punkt der Zeichenebene genau einen Bildpunkt, und jeder Punkt ist auch Bildpunkt genau eines (Original-) Punktes (Merkstoff D 9).

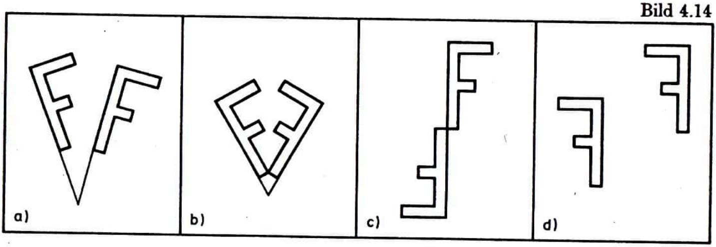
Die neuen Begriffe und Erkenntnisse müssen sofort gefestigt und dabei vertieft werden. Das sollte in zwei Etappen geschehen:
- Auftrag D 50 (mündliche Beschreibung; nur Linksdrehungen beachten!)
- Die Schüler konstruieren das Bild eines Punktes P bei einer Drehung um das Drehzentrum O ($\overline{OP} = 5$ cm) mit dem Drehwinkel $\alpha = 45°$ unter Verwendung von Lineal, Zirkel und Winkelmesser (oder Zeichendreieck).

  Hinweis: Die Schüler arbeiten hierbei ganz bewußt nach der im Merkstoff D 8 enthaltenen Abbildungsvorschrift.

Festigen des Erkennens und Beschreibens von Drehungen Die zweite Stunde dient ausschließlich der Festigung. Zunächst sollten die Schüler wiederum auf sehr anschauliche Weise an die neuen Begriffe und Zusammenhänge herangeführt werden. Dazu gibt es viele Möglichkeiten, wie z. B. die folgende (für Folie besonders geeignete) Aufgabenstellung (Bild 4.14):

Aufgabe: In welchem der Beispiele a) bis d) ist eine Figur Bild der anderen bei einer Drehung? Begründe deine Antwort!

Bild 4.14



Bei dieser Gelegenheit sollte der Merkstoff D 8 ganz bewußt wiederholt und vertieft werden. Auch bei den folgenden Aufgaben wird der Merkstoff D 8 und D 9 weiter vertieft. Durch vorwiegend beschreibende Tätigkeiten sind dabei folgende Fähigkeiten zu entwickeln:
- Erkennen von Drehungen bei gegebenen Abbildungen,
- Erkennen, Bestimmen und Vergleichen von Drehwinkeln bei Drehungen,
- Erkennen des Drehzentrums einer gegebenen Drehung,
- Erkennen von Original- und Bildpunkten.

Dazu eignen sich besonders die Aufg. 6 (Schwerpunkt), 3 und 7a).

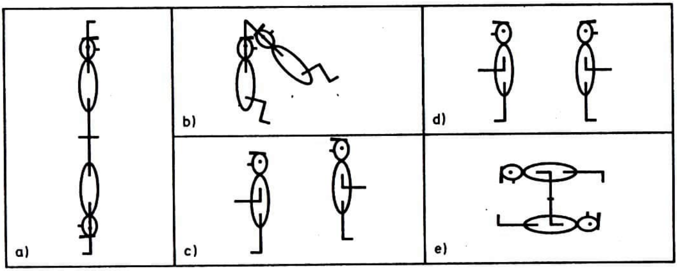
Hausaufgabe: Aufg. 5

Ist der Lehrer an einem Spaß für seine Schüler zum Abschluß der Stunde interessiert, so kann dazu folgende Anregung gegeben werden:

Aufgabe: In welchen Beispielen des Bildes 4.15 ist es nicht möglich, daß die eine Figur das Bild der anderen bei einer Drehung ist? Begründe deine Antwort!

Hinweis: Bild 4.15 als Folie vorgeben!

Bild 4.15



Kontrollaufgabe
Aufg. 4 (Begründung!)

Konstruktion von Bildpunkten bei Drehungen (2 Std.)

LE 15 (LB 176 bis 178)

Die Lerneinheiten 14 und 15 bilden eine Einheit. Ihr Kernstück ist die mathematische Drehung. Während bisher die mit dem Merkstoff D 8 eingeführte Abbildungsvorschrift der Drehung von den Schülern zum Beschreiben von Abbildungen genutzt wurde, verwenden sie diese nun zum Konstruieren der Bilder von Punkten bei einer Drehung. Die Abbildungsvorschrift, die ihrem Wesen nach eine Definition der Drehung darstellt, wurde bewußt so gestaltet, daß sie im Prinzip die Konstruktionsvorschrift bereits enthält.

Ziele

Die Schüler
- kennen die Konstruktionsvorschrift für die Drehung eines Punktes,
- können die Bilder von Punkten bei Drehungen unter Verwendung des Winkelmessers bzw. des Zirkels konstruieren und die Konstruktion beschreiben.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Tägliche Übung: Antragen von Winkeln

- Erarbeiten der Vorschrift für die Konstruktion des Bildes eines Punktes bei einer Drehung
- Übung: Konstruieren von Bildpunkten bei Drehungen unter Verwendung des Winkelmessers

2. Stunde

- Tägliche Übung: Zeichnen von Winkeln mit den Zeichendreiecken
- Übung: Konstruieren von Bildpunkten bei Drehungen unter Verwendung von Winkelmesser und Zirkel

Methodische Hinweise

Tägliche Übung: Antragen von Winkeln Das wichtigste Konstruktionselement für das Konstruieren von Bildpunkten bei Drehungen, das Antragen eines Winkels, sollte in der täglichen Übung reaktiviert werden. Dazu eignet sich folgende *Aufgabe*:

Zeichne einen Punkt O und um O den Kreis mit dem Radius 6 cm!
Zeichne einen von O ausgehenden Strahl a und bezeichne seinen Schnittpunkt mit dem Kreis mit A!

a) Trage an den Strahl a nach links die Winkel $\alpha = 50°$, $\beta = 140°$, $\gamma = 215°$ und $\delta = 305°$ an! Bezeichne die erhaltenen Schnittpunkte mit dem Kreis mit B, C, D, E!
b) Wie groß sind die Winkel, die du an a nach rechts hättest antragen müssen, um die gleichen Strahlen mit den Punkten B, C, D, E zu erhalten?

Der Ausgangssachverhalt (Kreis, Strahl) sowie das Antragen des ersten Winkels werden zugleich an der Tafel und in den Heften dargestellt. Die weiteren Winkel werden nur noch in den Heften angetragen. Es wird der Winkelmesser benutzt. (Der Lehrer entscheidet, ob es ggf. angebracht ist, einen der Winkel mit dem Zirkel anzutragen.)

Erarbeiten der Vorschrift für die Konstruktion des Bildes eines Punktes bei einer Drehung Die Konstruktion von Bildpunkten bei Drehungen muß sehr sorgfältig erarbeitet werden, da viele Schüler erfahrungsgemäß damit Schwierigkeiten haben. Zunächst sollte der Lehrer die Konstruktion zu Beispiel D 9 an der Tafel vorführen und sie durch eine exakte Konstruktionsbeschreibung vertiefen. Alle Schüler übertragen dann die Konstruktion mit anderen Bezeichnungen (z. B.: Drehzentrum Z; Punkt P) und einem anderen Drehwinkel (z. B. $\beta = 70°$) in ihr Heft. (Konstruktionsbeschreibung nochmals mündlich formulieren lassen!) In einem anschließenden Gespräch sollten die Schüler versuchen, die Konstruktion aus der Abbildungsvorschrift für Drehungen zu begründen.
Etwa folgendes müßte gesagt werden:

- Der Kreis um A wird gezeichnet, weil A und A' von O gleich weit entfernt sind (A' muß also auch auf diesem Kreis liegen).
- A' liegt andererseits auf dem Strahl, der sich durch Antragen von α nach links an den Strahl mit dem Anfangspunkt O durch P ergibt.
- A' ist deshalb der Schnittpunkt des Kreisbogens mit dem durch Winkelantragen erhaltenen zweiten Strahl.

Wenn alle Schüler diese Begründungen verstanden haben, dann prägen sie sich auch die Konstruktionsvorschrift besser und dauerhafter ein.

Übung: Konstruieren von Bildpunkten bei Drehungen unter Verwendung des Winkelmessers Die Schüler erreichen die notwendige Sicherheit und Fertigkeit beim Konstruieren von Bildpunkten bei Drehungen nur, wenn sie eine größere Anzahl von Übungsaufgaben gelöst haben, die das Lehrbuch in ausreichendem Maße anbietet. Folgende Aufgaben werden besonders empfohlen:

- Aufg. 1: Mit ihr läßt sich die Notwendigkeit der Konstruktionsvorschrift noch einmal nachträglich motivieren. (Aufg. 1a) ist noch ohne Vorschrift lösbar, Aufg. 1b) jedoch nicht mehr.)
- Aufg. 4 und 7
- Aufg. 10 eignet sich als *Hausaufgabe.*

Tägliche Übung: Zeichnen von Winkeln mit den Zeichendreiecken Für bestimmte Winkel lassen sich zum Zeichnen auch die Zeichendreiecke anstelle des Winkelmessers benutzen. Mit der Aufg. 3 sollte der Lehrer versuchen, die Schüler selbständig zu dieser Erkenntnis kommen zu lassen. Daraufhin werden alle Winkel der Zeichendreiecke auf ihre Größe hin geprüft. Schließlich werden die Winkel beider Zeichendreiecke zusammengesetzt und damit weitere Winkel erhalten. Auf diese Weise sind vielseitige Übungen möglich (Zeigen von Winkeln, Erkennen der Größe zusammengesetzter Winkel, Zeichnen solcher Winkel usw.). Schließlich kann auch noch Aufg. 1 (mit schwarzer Numerierung) gelöst werden.
Es wird vereinbart, bei entsprechenden Drehwinkeln auch die Zeichendreiecke zum Konstruieren der Bildpunkte zu verwenden.

Übung: Konstruieren von Bildpunkten bei Drehungen unter Verwendung von Winkelmesser und Zirkel Es werden nun weitere Aufgaben zum Konstruieren von Bildern bei Drehungen gelöst. Wenn erforderlich, läßt der Lehrer das Antragen eines gegebenen Winkels an einen Strahl mit dem Zirkel an der Tafel demonstrieren und verweist auf Beispiel D 10 mit dem LB-Bild D 101.
Während der Kontrolle der *Hausaufgabe* lösen die Schüler Aufg. 8, wobei sie den Winkel mit dem Zirkel antragen. Besonders geeignet ist auch Aufg. 11*, weil sie eine sehr schöne Bestätigung von Merkstoff D 9 (LB 174) darstellt.
Vorschlag für die *Hausaufgabe*: Aufg. 6a)

Kontrollaufgabe
Aufg. 6b)

Eigenschaften der Drehungen (3 Std.)

LE 16 (LB 178 bis 180)

Eine wichtige Voraussetzung für das Definieren von „Bewegung" in Klasse 6 (als Oberbegriff für Verschiebung, Drehung, Spiegelung und deren Nacheinanderausführung) ist das Herausarbeiten gemeinsamer Eigenschaften dieser geometrischen Abbildungen. Dennoch ist neben den Gemeinsamkeiten selbstverständlich auch auf Unterschiede hinzuweisen. Für den Schüler motiviert sich das Suchen nach typischen Eigenschaften zunächst aus dem Bestreben heraus, auch die Bilder komplizierterer Figuren bei einer Drehung zu ermitteln. Außerdem kann der Schüler an die Tatsache erinnert werden, daß er auch Verschiebungen und Spiegelungen auf bestimmte Eigenschaften hin untersucht und dabei Gemeinsamkeiten und Unterschiede entdeckt hat.

Ziele

Die Schüler
- vertiefen ihre Kenntnisse über Eigenschaften von Verschiebungen und Spiegelungen,
- kennen wesentliche Eigenschaften der Drehungen und erkennen dabei Übereinstimmungen mit den Verschiebungen und den Spiegelungen,
- können diese Eigenschaften bei Konstruktionen anwenden, indem sie sie in den Lösungen erkennen bzw. zur Begründung von Konstruktionen nutzen,
- entwickeln Fertigkeiten beim Konstruieren der Bilder einfacher geometrischer Figuren bei einer Drehung, beschreiben bzw. begründen die Konstruktion.

Schwerpunkte

1. Stunde (siehe ausführlichen Stundenentwurf)
- Wiederholen der Eigenschaften von Verschiebungen und Spiegelungen
- Motivieren des Untersuchens von Drehungen auf bestimmte Eigenschaften, die beim Ermitteln des Bildes einer geometrischen Figur bei einer Drehung genutzt werden können
- Erarbeiten der Eigenschaften (1) und (2) (↗ Merkstoff D 10)

2. Stunde
- Wiederholen und Üben des Messens und Antragens von Winkeln
- Erarbeiten der Eigenschaften (3) und (4) (↗ Merkstoff D 11)

3. Stunde
- Weitere Festigung des Wissens und Könnens im Hinblick auf Winkel
- Festigen der Eigenschaften von Drehungen anhand von Konstruktionen unter besonderer Beachtung von Begründungen und Konstruktionsbeschreibungen

Methodische Hinweise

Beispiel für einen möglichen Verlauf der 1. Stunde
Thema: Eigenschaften der Drehungen

Ziele der Stunde

Die Schüler
- festigen ihre Kenntnisse über Eigenschaften von Verschiebungen und Spiegelungen,
- wissen, daß bei Drehungen die Bilder von Strecken wiederum Strecken von gleicher Länge sind (1) und daß die Bilder von Geraden bei Drehungen wiederum Geraden sind (2) (↗ Merkstoff D 10),
- sind in der Lage, die Eigenschaften (1) und (2) von Drehungen als Vermutungen aus geeigneten Aufgaben abzuleiten,
- entwickeln ihre Fertigkeiten im exakten und sauberen geometrischen Konstruieren sowie im Beschreiben von Konstruktionen weiter.

Gliederung der Stunde

(1) 15 min	Wiederholen der Eigenschaften von Verschiebungen und Spiegelungen, ggf. unter Einsatz geeigneter Folien (Auftrag D 53)
(2) 5 min	Motivieren des Untersuchens von Drehungen auf bestimmte Eigenschaften, die beim Ermitteln des Bildes einer geometrischen Figur bei einer Drehung genutzt werden können (Auftrag D 55)
(3) 25 min	Erarbeiten der Eigenschaften (1) und (2) (Merkstoff D 10) mit Hilfe der Aufg. 1 und 2

Methodische Hinweise zu den Stundenabschnitten

(1) Während der Lehrer die angefertigten *Hausaufgaben* kontrolliert, erhalten die Schüler den Auftrag, die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{A'C'}$ aus der *Hausaufgabe* (Aufg. 6b, LB 177) zu vergleichen. Nachdem bewußtgemacht wurde, wie Strecken verglichen werden können, wird festgestellt, daß bei der Drehung

- das Bild der Strecke $\overline{AC}$ wiederum eine Strecke, nämlich die Strecke $\overline{A'C'}$ ist und daß
- das Bild $\overline{A'C'}$ die gleiche Länge besitzt wie das Original $\overline{AC}$.

Ehe wir prüfen, ob dies bei allen Drehungen gilt, erinnern wir uns einiger wichtiger Eigenschaften von Verschiebungen und Spiegelungen.
Die Schüler sollen nun Auftrag D 53 beantworten. Dazu werden folgende Möglichkeiten empfohlen:

1. Möglichkeit (besonders geeignet, wenn die Schüler bereits beim Erarbeiten dieser Eigenschaften größere Schwierigkeiten hatten oder wenn das Wissen inzwischen weitgehend in Vergessenheit geraten ist):
Die Schüler reaktivieren das entsprechende Wissen aus dem Lehrbuch (LB 147 – Eigenschaften (1) bis (4); LB 158 – Merkstoff D 5 und D 6) und beantworten dann die Fragen.

2. Möglichkeit:
Anhand geeigneter Folien von Verschiebungen und Spiegelungen stellt der Lehrer Aufgaben, die auf die Eigenschaften abzielen, also z. B.:

- Vergleiche den Winkel α mit seinem Bildwinkel α'!
- Vergleiche die gegenseitige Lage gegenüberliegender Seiten des Rechtecks mit der gegenseitigen Lage der Bildseiten!

(2) Die Schüler bearbeiten nun Auftrag D 54. Auch hier gelangen sie rasch zu den Feststellungen, daß

- das Bild einer Strecke bei einer Drehung wieder eine Strecke ist und daß
- die Bildstrecke die gleiche Länge besitzt wie die Originalstrecke.

Diese Eigenschaft lernten wir bereits bei Verschiebungen und Spiegelungen als sehr nützlich kennen. Beim Konstruieren des Bildes einer Strecke $\overline{AB}$ genügte es folglich, die Bildpunkte A' und B' zu konstruieren und sie (geradlinig) miteinander zu verbinden. Eine solche Verfahrensweise könnte auch beim Ermitteln der Bilder komplizierterer Figuren bei einer Drehung sehr nützlich sein. Wir wollen deshalb untersuchen, ob dies auch eine Eigenschaft aller Drehungen ist, und prüfen, ob es etwa andere gemeinsame Eigenschaften der Drehungen gibt.

(3) Die ersten beiden Eigenschaften der Drehungen können wie folgt erarbeitet werden:

- *Eigenschaft (1):* Die soeben angestellte Überlegung ließ bereits auf eine Gesetzmäßigkeit schließen. Das Lösen von Aufg. 1 soll die Erkenntnis noch erhärten. Es empfiehlt sich Gruppenarbeit für die Teilaufg. 1a), b), c). Die Schüler formulieren anschließend ihre Erkenntnis selbständig mit Worten.

- *Eigenschaft (2):* Ebenfalls in Gruppenarbeit wird Aufg. 2 gelöst. Bei der Auswertung wird es den Schülern selbstverständlich erscheinen, daß die Originalgerade AB im Bild wiederum als Gerade ($A'B'$) auftritt. Dementsprechend sollten die Schüler zu der Überlegung geführt werden, daß dann auch jeder beliebig auf AB angenommene Punkt seinen Bildpunkt stets wieder auf $A'B'$ haben muß. Das sollte durch die Schüler oder zumindest an der Tafel überprüft und bestätigt werden.

Methodische Hinweise zur 2. und 3. Stunde

Wiederholen und Üben des Messens und Antragens von Winkeln Für das Ermitteln der Bilder geometrischer Figuren bei Drehungen ist das *Antragen und Messen von Winkeln* unter Verwendung von Zirkel bzw. Winkelmesser von großer Bedeutung. Deshalb sollten die Fertigkeiten auf diesem Gebiet weiterentwickelt werden. Es eignet sich Aufg. 1.

Erarbeiten der Eigenschaften (3) und (4) (↗ Merkstoff D 11) *Die Eigenschaften (3) und (4)* sind Gegenstand der 2. Stunde. Zur Erarbeitung dieser Eigenschaften eignen sich besonders die Aufg. 5 und 6 (Gruppenarbeit). Wieder formulieren die Schüler ihre Vermutungen mit eigenen Worten, ehe Merkstoff D 11 insgesamt gelesen wird.

Weitere Festigung des Wissens und Könnens im Hinblick auf Winkel Auch in der 3. Stunde sollte die tägliche Übung zu Beginn der Stunde das Arbeiten mit Winkeln (Zeichnen, Messen, Erkennen von Winkelarten usw.) zum Inhalt haben. Dazu lösen die Schüler Aufg. 2 (mit schwarzer Numerierung).

Festigen der Eigenschaften von Drehungen anhand von Konstruktionen ... Die 3. Stunde sollte vorwiegend für die *Festigung* genutzt werden. Dabei geht es einerseits um das Bestätigen der Eigenschaften der Drehungen an entsprechenden Konstruktionen, vor allem um das Ermitteln der Bilder geometrischer Figuren bei Drehungen unter Nutzung der erarbeiteten Eigenschaften. Es kommt nicht allein auf die weitere Vervollkommnung der Zeichenfertigkeiten, sondern vor allem auch auf Begründungen und Konstruktionsbeschreibungen an.
Geeignete Aufgaben zur Festigung und für *Hausaufgaben* (Gruppenarbeit ist möglich): Aufg. 3 und 4

Kontrollaufgaben
Auftrag D 55a), b)

Bilder von Figuren bei Drehungen (3 Std.)

LE 17 (LB 181 bis 183)

Nachdem die Schüler das Konstruieren der Bilder von Punkten und Strecken bzw. Geraden bei Drehungen kennengelernt haben und die entsprechende Konstruktionsvorschrift beherrschen, sollen sie ihr Wissen und Können nunmehr auf einige einfache ebene geometrische Figuren anwenden, insbesondere auf das Dreieck. Das ist deshalb von besonderer Bedeutung, weil das Dreieck im Mittelpunkt der Kongruenzlehre in Klasse 6

stehen wird. Beim Konstruieren von Drehungen sollte weitgehend vom Winkelmesser Gebrauch gemacht werden, um nicht durch die notwendige Arbeit mit dem Zirkel vom Wesentlichen abzulenken.
Die Betrachtungen zur Zentralsymmetrie sollten lediglich als Information der Schüler genutzt werden. Sie gestatten aber, das Begriffssystem bzgl. der Achsensymmetrie zu vervollständigen, und geben Anlaß für einige Aufgaben, die den Schülern erfahrungsgemäß viel Freude bereiten. (Drehsymmetrische Figuren lernt der Schüler z. B. bei Blütenständen u. ä. im Biologieunterricht kennen. Auch auf Rosettenfenster in der Architektur kann verwiesen werden.)
Die Möglichkeit einer Nacheinanderausführung mehrerer (zweier) Drehungen sollte in dieser Lerneinheit angedeutet werden.

Ziele

Die Schüler
- wissen, daß die Bilder geometrischer Figuren bei Drehungen punktweise konstruiert werden können,
- können die Bilder von Dreiecken bei Drehungen konstruieren und die Konstruktion beschreiben,
- können auf Grund der Eigenschaften von Drehungen begründen, daß bestimmte Besonderheiten geometrischer Figuren bei Drehungen erhalten bleiben,
- erkennen, daß es geometrische Figuren gibt, die durch Drehung auf sich selbst abgebildet werden können.

Schwerpunkte

1. Stunde
- Wiederholen der Konstruktion des Bildes eines Punktes bei einer Drehung
- Erarbeiten der Konstruktion des Bildes eines Dreiecks bei einer Drehung mit Konstruktionsbeschreibung
- Üben des Konstruierens der Bilder von Dreiecken bei Drehungen

2. Stunde
- Üben des Konstruierens der Bilder von Vierecken (Trapez) bei Drehungen
- Üben im Begründen des Erhaltenbleibens bestimmter Eigenschaften von Vierecken bei Drehungen

3. Stunde
- Erarbeiten der Erkenntnis, daß gewisse geometrische Figuren durch Drehung auf sich selbst abgebildet werden können (Quadrat)
- Üben im Erkennen zentralsymmetrischer Figuren mit Hilfe von Schablonen, Folien oder Transparentpapier sowie ohne diese Hilfsmittel
- Weiteres Üben im Konstruieren der Bilder von Figuren bei einer Drehung bzw. bei Nacheinanderausführung zweier Drehungen

Methodische Hinweise

Wiederholen der Konstruktion des Bildes eines Punktes bei einer Drehung Das *Sichern des Ausgangsniveaus* ist besonders zu Beginn der 1. Stunde im Hinblick auf das Konstruieren des *Bildes eines Punktes bei einer Drehung* erforderlich. Die Behandlung dieses Gegenstandes liegt bereits mehrere Stunden zurück und ist nunmehr die Grundlage für das Konstruieren der Bilder von Punkten einer geometrischen Figur bei einer Drehung. Dazu lösen die Schüler folgende *Aufgabe* (Lochschablone) unter Verwendung des Winkelmessers:

> Konstruiere das Bild des Punktes A (9) bei der Drehung mit dem Drehzentrum D (18) und einem Drehwinkel $\alpha = 60°$!

Es empfiehlt sich gleichzeitiges Arbeiten an der Tafel. Dabei ist den Schülern nochmals bewußtzumachen, daß sich eine Drehung stets auf die gesamte Ebene bezieht, daß wir aber immer nur bestimmte geometrische Gebilde (Punkte, Geraden, Figuren usw.) dabei untersuchen oder darstellen.

Erarbeiten der Konstruktion des Bildes eines Dreiecks bei einer Drehung mit Konstruktionsbeschreibung Es wird vorgeschlagen, in folgenden Schritten vorzugehen:

Zielstellung für die Schüler: Unsere Kenntnisse vom Konstruieren des Bildes eines Punktes bei einer Drehung wollen wir nun anwenden, um die Bilder geometrischer Figuren, wie Dreiecke, zu konstruieren.

Übergang zum Konstruieren des Bildes eines Dreiecks bei einer Drehung: Die Lochschablone wird entsprechend dem Ausgangssachverhalt obiger Aufgabe wieder aufgelegt, und es werden zusätzlich die Punkte B (10), C (2) gezeichnet. Bei gleicher Drehung werden auch deren Bildpunkte konstruiert. Die Punkte A, B und C sowie die Bilder A', B', C' werden jeweils untereinander verbunden. So entstehen das Dreieck ABC und sein Bild $A'B'C'$ bei der Drehung um D mit $\alpha = 60°$.

Verallgemeinerung: Die soeben ausgeführte Konstruktion war mit unserem bisherigen Wissen und Können möglich. Sie gibt aber Anlaß zu einigen Überlegungen und Schlußfolgerungen, die wir künftig beim Konstruieren des Bildes einer geometrischen Figur bei einer Drehung nutzen können. Dazu ist folgendes herauszuarbeiten:

- Auch für ebene geometrische Figuren lassen sich die Bilder bei Drehungen konstruieren.
- Das Bild einer geometrischen Figur bei einer Drehung läßt sich punktweise konstruieren. Dabei werden vor allem die Bilder der Eckpunkte konstruiert, da sie die Gestalt einer solchen Figur festlegen.
- Das Bild eines Dreiecks bei einer Drehung ist offenbar wiederum ein Dreieck.

Erarbeiten der Konstruktionsbeschreibung: Im Beschreiben derartiger Konstruktionen müssen die Schüler Fertigkeiten erlangen. Die Schüler sollten zunächst in Stillarbeit am Beispiel D 11 die Beschreibung zur Kenntnis nehmen und sie dann bei geschlossenen Lehrbüchern anhand des Tafelbildes bzw. der Konstruktion in den Heften wiederholen.

Üben des Konstruierens der Bilder von Dreiecken bei Drehungen Diese Konstruktion muß von allen Schülern sicher beherrscht werden. Sie steht deshalb im Mittelpunkt der Festigung in der *1. Stunde*. Dazu eignet sich Aufg. 1. Zur Vorgabe eines einheitlichen Sachverhalts für alle Schüler hat der Lehrer zwei Möglichkeiten:

1. Zeichnen des gleichschenkligen Dreiecks mit der Lochschablone: A (6), B (15), C (16). Lochschablone wird so aufgelegt, daß noch genügend Platz für die Drehung bleibt.
2. Konstruieren des Dreiecks mit Zirkel, Lineal und Winkelmesser: Zeichnen des Winkels α (etwa 45°); vom Scheitelpunkt A aus auf beiden Schenkeln gleich lange Strecken abtragen (etwa 4,5 cm); Endpunkte B und C miteinander verbinden.

Die Teilaufg. 1a) und 1b) können in Gruppenarbeit ausgeführt werden. Die Aufg. 2 eignet sich als *Hausaufgabe.*

Üben des Konstruierens der Bilder von Vierecken (Trapez) bei Drehungen In der *2. Stunde* wird das am Dreieck eingeführte Verfahren weiter gefestigt und insbesondere auf *Vierecke* angewandt. Dabei können die in der Lerneinheit 16 erarbeiteten Eigenschaften der Drehungen angewendet werden.
Es empfiehlt sich Auftrag D 56. Einheitlicher Ausgangssachverhalt läßt sich mit der Lochschablone vorgeben: A (22), B (24), C (18), D (17), Z (12). Besonders wichtig ist Teilauftrag D 56b). Die hier verlangte Begründung erfolgt auf der Grundlage der behandelten Eigenschaften von Drehungen (parallele Geraden haben bei Drehungen parallele Bildgeraden). Die Schüler sollten diese Begründung bereits vor der Konstruktion geben und ihre Voraussage dann bestätigt finden.

Üben im Begründen des Erhaltenbleibens bestimmter Eigenschaften von Vierecken bei Drehungen Zur weiteren Anwendung der Eigenschaften von Drehungen eignen sich die Aufg. 4 und 5, die nur mündlich zu erörtern sind. Man kann den Sachverhalt auch tabellarisch erfassen:

Aufg. 4:

Rechteck $ABCD$	Bildrechteck $A'B'C'D'$	Begründung:
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$	$\overline{A'B'} \parallel \overline{C'D'}$ $\overline{B'C'} \parallel \overline{D'A'}$	Merkstoff 11 (3) Merkstoff 11 (3)
$\overline{AB} = \overline{CD}$ $\overline{BC} = \overline{DA}$	$\overline{A'B'} = \overline{C'D'}$ $\overline{B'C'} = \overline{D'A'}$	Merkstoff 10 (1) Merkstoff 10 (1)
Alle 4 Innenwinkel gleich groß (je 90°)	Alle 4 Bildwinkel gleich groß (je 90°)	Merkstoff 11 (4)

Erarbeiten der Erkenntnis, daß gewisse geometrische Figuren durch Drehung auf sich selbst abgebildet werden können (Quadrat) In der *3. Stunde* kann mit der Erarbeitung der *Abbildung gewisser geometrischer Figuren durch Drehung auf sich selbst* ein interessanter Sonderfall behandelt werden. Hierbei geht es weniger um ein exaktes Konstruieren, sondern um die Anwendung der erworbenen geistigen Fähigkeiten im Erkennen und Beschreiben von Drehungen, um die bewußte Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens und nicht zuletzt um damit verbundene Entdeckerfreuden der Schüler.
Der Vorgang sollte zunächst anschaulich als gegenständliches Drehen im Tafelbild mit Hilfe einer Pappschablone (Hafttafel) für das Quadrat gezeigt werden. Dabei ist die besondere Rolle des Mittelpunktes (Schnittpunkt der Diagonalen) als Drehpunkt herauszuarbeiten und bei der Drehung um M mit $\alpha = 90°$ jedem Punkt sein Bild zuzuordnen (↗ auch LB-Bild D 108 und zugehörige Tabelle aus Auftrag D 57).
Im Anschluß daran sollten die Schüler Auftrag D 57 mündlich beantworten. (Für Teilauftrag D 57c) sollte der Lehrer einige weitere Schablonen bereithalten, z. B. Rechteck, Parallelogramm.) In diesem Zusammenhang können die Schüler darüber informiert werden, daß geometrische Figuren, die bei einer Drehung sich selbst zum Bild haben, „*drehsymmetrisch*“ heißen. Figuren, die sich bei der speziellen Drehung mit dem Drehwinkel 180° zum Bild haben, heißen „*zentralsymmetrisch*“.
Auf die Analogie zur Axialsymmetrie kann durch folgende Gegenüberstellung der Begriffe hingewiesen werden (zugleich Möglichkeit immanenter Wiederholung):

Abbildung	Symmetrie
Spiegelung an einer Geraden g	Axialsymmetrie (g: Symmetrieachse)
Drehung um P mit $\alpha = 180°$	Zentralsymmetrie (P: Symmetriezentrum)

Üben im Erkennen zentralsymmetrischer Figuren ... Ob der Lehrer solche Übungen noch durchführt, bleibt ihm überlassen, da sie der Lehrplan nicht ausdrücklich fordert. Für das Üben im *Erkennen zentralsymmetrischer Figuren* werden folgende Empfehlungen gegeben:

Das Verwenden solcher Hilfsmittel wie Schablonen, Folien oder Transparentpapier weckt das besondere Interesse der Schüler. Es sollte aber angestrebt werden, daß die Schüler auch ohne diese Hilfsmittel ihre Aussagen theoretisch begründen, ggf. durch Konstruktionen bestätigen. Bei diesen Übungen kann auch das Wissen über die Axialsymmetrie reaktiviert werden. Geeignete Aufgaben sind: Aufg. 6a) (entsprechend dem LB-Bild D110 empfiehlt sich ein Tafelbild mit Schablone) oder Aufg. 11* (auf wenige Beispiele beschränken!). Es kann auch auf dreh- und zentralsymmetrische Figuren in unserer Umwelt (evtl. mit Bildern) hingewiesen werden, z. B. Rosettenfenster an gotischen Bauwerken; Querschnitte von Pflanzenstielen, Blüten- und Fruchtständen u. dgl.

Weiteres Üben im Konstruieren der Bilder von Figuren bei einer Drehung ... Wir haben bereits in den vorangegangenen Übungen davon Gebrauch gemacht, die Bilder geometrischer Figuren bei der Nacheinanderausführung mehrerer Drehungen zu bestimmen. Dabei interessierte uns besonders, wann eine Figur sich selbst zum Bild hatte. Wie können die Bilder solcher Figuren bei der Nacheinanderausführung mehrerer Drehungen auch um jeden beliebigen Punkt konstruiert werden?

Beispiel:

Konstruiere das Bild des Quadrates A (13), B (14), C (8), D (7) (Lochschablone) bei zwei nacheinander ausgeführten Drehungen um jeweils 90°!
Hättest du die Konstruktion auch vereinfachen können? (*Eine* Drehung um 180°!)

Will der Lehrer auf die Nacheinanderausführung zweier Drehungen verzichten, so sei ihm statt dessen Kontrollaufg. 1 empfohlen.

Hausaufgabe: Aufg. 7 oder Kontrollaufg. 1

Kontrollaufgaben

1. Konstruiere das Bild des Dreiecks (Lochschablone) A (13), B (14), C (7) bei der Drehung mit dem Drehpunkt A und dem Drehwinkel $\alpha = 90°$!
   a) Was für ein Bilddreieck entsteht? (Begründe!)
   b) Was für eine Figur ergeben Original- und Bilddreieck zusammen?
2. Wie groß kannst du bei den Figuren a) bis d) im Bild 4.16 jeweils den Drehwinkel wählen, damit die Figur bei Drehung um M wieder auf sich selbst abgebildet wird?

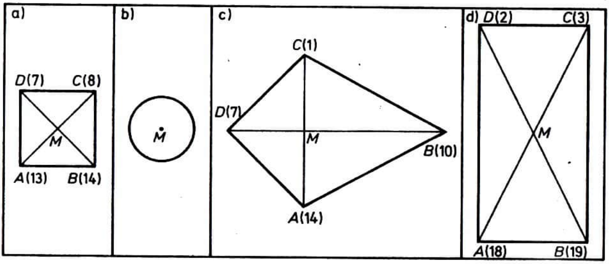


Bild 4.16

Zusammenfassung und Leistungskontrolle (3 Std.)

(LB 184)

In diesen Stunden werden die Kenntnisse der Schüler über die Drehungen zusammengefaßt und systematisiert und die Fertigkeiten im Konstruieren und Beschreiben solcher Abbildungen weiter vervollkommnet. Zwei Stunden sind für das Schreiben und die Rückgabe einer Klassenarbeit vorzusehen.

Ziele

Die Schüler

- kennen die Begriffe „Drehung", „Originalpunkt" und „Bildpunkt", „Drehzentrum" und „Drehwinkel",
- kennen wesentliche Eigenschaften einer Drehung,
- können die Bilder von Punkten, Strecken und Dreiecken bei Drehungen konstruieren und die Konstruktionen beschreiben.

Schwerpunkte

1. Stunde

- Wiederholen der Begriffe „Drehung", „Original- und Bildpunkt", „Drehzentrum" und „Drehwinkel"
- Üben im Konstruieren des Bildes eines Dreiecks (Vierecks) bei einer Drehung
- Systematisieren der Eigenschaften der Drehung

2. und 3. Stunde

Durchführung und Auswertung einer schriftlichen Leistungskontrolle

Methodische Hinweise

Wiederholen der Begriffe ... Der Abschluß des Stoffabschnittes und die bevorstehende Klassenarbeit sind Anlaß für nochmaliges intensives Üben und ein Systematisieren des Wissens und Könnens der Schüler (Zielstellung und Motivierung). Das *Wiederholen der Konstruktion* des Bildes eines Punktes bei einer Drehung ist verbunden mit der *Festigung wichtiger Begriffe bei der Drehung*. Mehrere Schüler führen nacheinander die Konstruktion an der Tafel aus und geben dazu Erläuterungen (ggf. Ergänzung oder Korrektur durch die Klasse).

Ausgangssachverhalt: Drehzentrum A, Originalpunkt P, Drehwinkel α
Ausführung der Drehung (mit Winkelmesser) – Erläutern der Begriffe (↗ Zusammenfassung LB 184, oberer Teil) – Konstruktionsbeschreibung
Zusatzfrage: Welche Drehung liegt vor, wenn P und P' ihre Rollen vertauschen?

Üben im Konstruieren des Bildes eines Dreiecks (Vierecks) bei einer Drehung Sachverhaltsvorgabe mit Lochschablone: Dreieck A (14), B (15), C (5); Zentrum D (6); Drehwinkel 45° (Winkelmesser oder Zeichendreieck verwenden!). Selbständige Ausführung der Konstruktion durch die Schüler; Auswertung im Gespräch: Konstruktionsbeschreibung. Frage: Welche Eigenschaften einer Drehung erkennen wir beim Vergleichen von Original- und Bildfigur? (Streckenlängen und Winkelgrößen bleiben erhalten.)

Hinweis: Anstelle dieser Aufgabe oder zusätzlich kann auch das Bild eines Vierecks bei einer Drehung konstruiert werden.

Systematisieren der Eigenschaften der Drehung Die Schüler erläutern mit ihren Worten die in der Zusammenfassung LB 184 (unterer Teil) durch Symbole und Zeichnungen dargestellten Eigenschaften. Erforderlichenfalls lesen die Schüler zuvor nochmals Merkstoff D 10 und D 11.
Es besteht die Möglichkeit, anschließend noch einmal am Beispiel der Konstruktion des Bildes eines Rechtecks bei einer Drehung mit eingezeichneten Diagonalen (Schnittwinkel!) die Eigenschaften wiederholen zu lassen. Dazu empfiehlt sich die Vorgabe des Sachverhaltes auf einer Folie; die Schüler zeigen und beschreiben.

Durchführung und Auswertung einer schriftlichen Leistungskontrolle

Es wird empfohlen, keine reine Geometriearbeit zu schreiben. Auch bleibt dem Lehrer überlassen, den geeigneten Zeitpunkt für die Leistungskontrolle zu wählen. An dieser Stelle wird lediglich die benötigte Zeit für eine derartige Kontrolle bereitgestellt.

Unterrichtsmittel

		Bestellnummer
Filme:		
K-F 7	Abbildung durch Spiegelung I, Begriff	24 6153
K-F 8	Abbildung durch Spiegelung II, Eigenschaften	24 6161
K-F 9	Abbildung durch Spiegelung III, Achsensymmetrie	24 6178
K-F 97	Abbildung durch Drehung	24 6217
Lichtbildreihe:		
R 1008	Drehung, Spiegelung, Kongruenz	24 5015
Projektionsfolien:		
	Abbildung durch Verschiebung I	25 7437
	Abbildung durch Verschiebung II	25 7445
	Abbildung durch Verschiebung III	25 7453
	Abbildung durch Spiegelung – in Vorbereitung	
	Abbildung durch Drehung I	25 7494
	Abbildung durch Drehung II	25 7500
Applikation:		
	Quadratzentimeter-Rasterbogen (verschiedenfarbig)	04 9856
Geräte und Modelle:		
	Lochschablone (Schülergerät)	04 0212
	Zeichenschablone	04 0220
	Schülerschablone – in Vorbereitung	
	Halbdurchlässiger Spiegel	24 0373
	Quader mit Einheitswürfel	04 0253
	Stereometriebaukasten I	04 0261
	Stereometriebaukasten II	04 0278
	Stereometriebaukasten III	04 0286
	Satz Kantenmodelle	24 0486
	Dezimeterwürfel	24 0236

Sonstige Mittel:

Hafttafel, Filmprojektor, Diaprojektor, Lichtschreiber, Demonstrationsuhr, Wandtafellineal, Wandtafeldreiecke, Wandtafelwinkelmesser, Wandtafelzirkel, Arbeitshefte mit quadratischen Kästchen

Literatur

Grundsatzdokumente

[G 1] X. Parteitag der SED, 11. bis 16. April 1981 in Berlin. Bericht des Zentralkomitees der Sozialistischen Einheitspartei Deutschlands an den X. Parteitag der SED. Berichterstatter: Genosse Erich Honecker, Dietz Verlag, Berlin 1981.

[G 2] IX. Parteitag der SED, Berlin, 18. bis 22. Mai 1976. Programm der Sozialistischen Einheitspartei Deutschlands. Dietz Verlag, Berlin 1976.

[G 3] VIII. Pädagogischer Kongreß der Deutschen Demokratischen Republik vom 18. bis 20. Oktober 1978. Protokoll. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1979.

[G 4] Gesetz über das einheitliche sozialistische Bildungssystem. Vom 25. Februar 1965. Gesetzblatt der DDR, I, 1965, Nr. 6.

[G 5] Lehrplan Mathematik, Klassen 4 und 5. Berlin: Volk und Wissen 1982 (Titel-Nr. 00 30 20). Der Lehrplan für Klasse 4 gilt ab 1. 9. 1982, für Klasse 5 ab 1. 9. 1983.

[G 6] Lehrplan Mathematik, Klassen 5 bis 10. Berlin: Volk und Wissen 1980 (Titel-Nr. 00 30 18). Der Lehrplan für Klasse 4 wurde am 1. 9. 1982, für Klasse 5 am 1. 9. 1983 abgelöst (↗ [G 5]).

Fachliche, didaktische und methodische Arbeiten

[1] Autorenkollektiv: Methodik – Mathematikunterricht. Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1975.

[2] Autorenkollektiv: Mathematische Arbeitsgemeinschaften in den Klassen 5 bis 8. Hrsg. von A. Hilbert. 1. Auflage, Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1982.

[3] Autorenkollektiv: Mathematik, Lehrbuch für Klasse 5. 1. Auflage, Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1983.

[4] Baumgart, G.: Meine Erfahrungen bei der Behandlung der Drehung. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 15 (1977) 9.

[5] Fanghänel, G.: Zu einigen Problemen der didaktisch-methodischen Gestaltung des Aufgabenlösens. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 13 (1975) 8.

[6] Fanghänel, G./Nauck, H.: Zum Arbeiten mit Näherungswerten im Mathematikunterricht. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 18 (1980) 11.

[7] Flade, L./Reichenbach, H./Walsch, W.: Vorschläge zur Ergänzung der Aufgabenteile in den Lehrbüchern. Aufgabenvorschläge für die Klassen 5 bis 7. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 14 (1976) 10.

[8] Kreusch, J.: Einige Probleme und Erfahrungen bei der Behandlung der Bruchrechnung in Klasse 5. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 15 (1977) 2/3.

[9] Lange, W.: Größen im Mathematikunterricht. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 3 (1965) 4.

[10] Lorenz, G.: Der am Abbildungsbegriff orientierte Aufbau des Geometrielehrganges in unserer Schule. In: „Mathematik in der Schule", Berlin 12 (1974) 1 und 2.

[11] Lorenz, G.: Überschlagen, Kontrollieren und was noch dazugehört. In: „Mathematik in der Schule“, Berlin 19 (1981) 1.
[12] Lorenz, G.: Problemhafte Unterrichtsgestaltung – Einführung der Spiegelung (Stoffabschnitt „4.2. Spiegelung“), Klasse 5. In: „Mathematik in der Schule“, Berlin 19 (1981) 4.
[13] Pietzsch, G.: Zur Behandlung der Dezimalbrüche bis zur Klasse 5. In: „Mathematik in der Schule“, Berlin 12 (1974) 12.
[14] Scheler, K.: Unterrichtsmittel für Sachverhaltsvorgaben in Klasse 4. In: „Mathematik in der Schule“, Berlin 15 (1977) 7/8.
[15] Schneider, S.: Zum Bestimmen von Näherungswerten im Mathematikunterricht. In: „Mathematik in der Schule“, Berlin 15 (1977) 5 und 6.
[16] Sieber, J.: Bemerkungen zum „Umrechnen“. In: „Die Unterstufe“, Berlin 18 (1971) 12.
[17] Sotschek, P.: Gedanken zur Verwirklichung des polytechnischen Prinzips im Mathematikunterricht beim Arbeiten mit Zahlen und Größen. In: „Mathematik in der Schule“, Berlin 14 (1976) 10.
[18] Starke, H.: Was bringen die Schüler der Unterstufe an geometrischem Wissen und Können mit in die Mittelstufe? In: „Mathematik in der Schule“, Berlin 16 (1978) 1.
[19] Starke, H./Türke, W.: Fachtheoretische Grundlagen des Geometrieunterrichts. Bände I und II, Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1976.
[20] Steinhöfel, W./Reichold, K./Frenzel, L.: Einige Probleme bei der Behandlung von Sach- und Anwendungsaufgaben in den Klassen 5 und 6. In: „Mathematik in der Schule“, Berlin 13 (1975) 1.
[21] Zboralski, B.: Das Rechnen mit Größen. In: „Die Unterstufe“, Berlin 21 (1974) 5.

Kurzwort: 002194 UH Mathematik Kl.5
DDR 13,40 M