Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2003

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Úvod

V únoru 1981 se uskutečnila první Soutěž Adama Riese pro žáky páté třídy ve městě Annaberg-Buchholz. Toto porovnání výkonů v rámci regionu podpořilo s úspěchem stimulaci ke špičkovým výkonům u matematicky nadaných žáků ve vládním okrsku Saská Kamenice: v listině nositelů cen z mezinárodních matematických olympiád jsou uvedena jména bývalých účastníků Soutěže Adama Riese jako Dr. Gerd Kunert (28. IMO), André Pönitz (30. IMO), Dr. Torsten Erhardt (31. IMO), Dr. Rüdiger Belch (30. und 31. IMO) a Nico Düvelmeyer (36. IMO).

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil). Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)
2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí) (březen/duben)
3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí) (duben/květen)

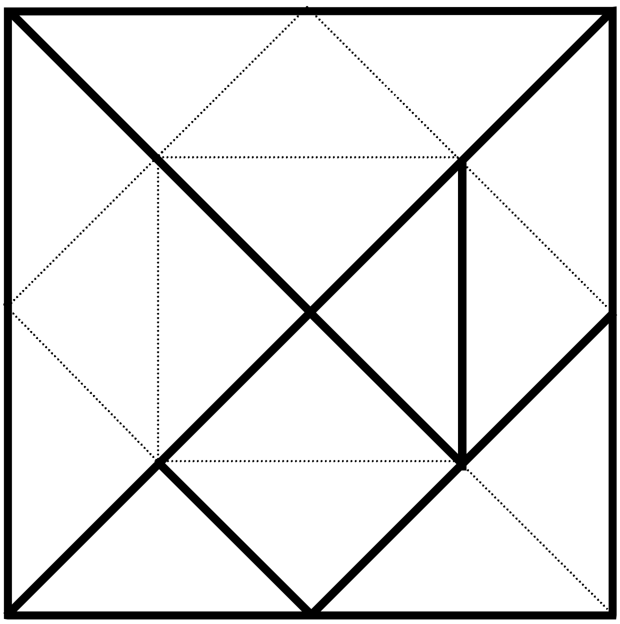
Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

[1] www.adam-ries-bund.de

Dne 4. a 5. května 2001 se ve městě Annaberg-Bucholz po desáté konalo třetí kolo Soutěže Adama Riese. U příležitosti tohoto jubilea vydal Peter Haase v publikační řadě Spolku Adama Riese (Schriftenreihe des Adam-Ries-Bundes e.V.) sbírku příkladů z let 1992-2001 s obsáhlými komentáři k jejich řešení a informacemi k soutěži /1/. Žáci se zájmem o matematiku mají tak spolu s /2/ a /3/ k dispozici rozsáhlý materiál pro samostatnou práci při řešení problémových příkladů. Úlohy obsažené v tomto sešitě byly vybrány z /1/.

Pokládání a skládání kostek s TANGRAMem

Hra Tagram v sobě obsahuju dávnou čínskou minulost. *„Ch'i Ch'ae pan“* znamená asi tolik, co „vševěd“ nebo „liška podšitá“. Skládání tvarů plných fantazie – lidí, zvířat, rostlin a různých dalších věcí – patřilo vždy k oblíbeným zábavám se sedmi TAGRAM-kostkami. V 19. století se tato hra stala populární v Evropě. Kniha *Das große chinesische Rätselspiel für die elegante Welt* (Velká čínská hádanková hra pro elegantní svět), která vyšla v Lipsku v roce 1818, podnítila početnými úkoly a příklady ke skládání kostek mnohé zvědavce.



Kostky určené k pokládání si každý může sám lehce vyrobit z TANGRAM-čtverce (viz obrázek).

K skládání tvarů je nutné vždy použít všech sedm kostek!

/1/ Haase, P.: Adam-Ries-Wettbewerb 1992-2001 – Aufgaben und Lösungen. In: Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Bd. 13., Annaberg-Buchholz, 2001 (ISBN 3-930430-43-6)

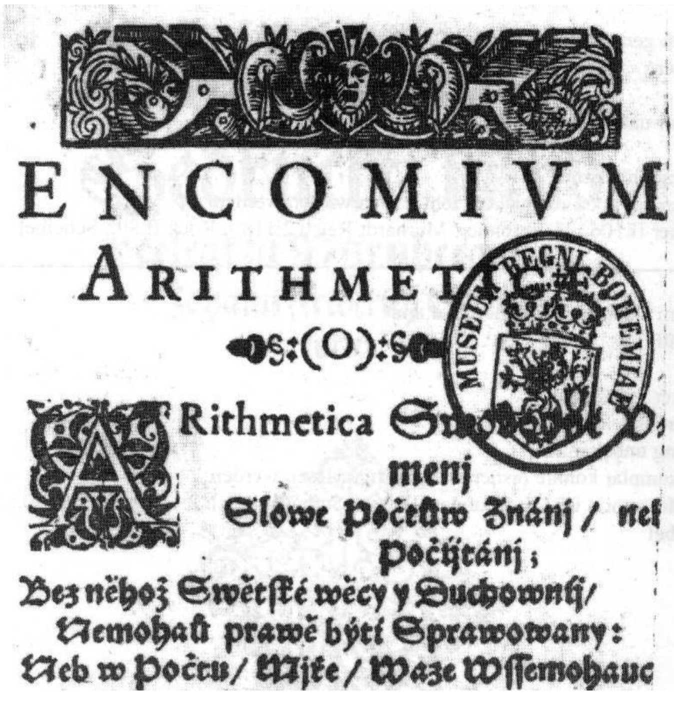
/2/ Haase, P. ;König, H.: 15 Jahre Adam-Ries-Wettbewerb für Schüler der Klasse 5 – ein Beitrag zur Förderung mathematisch begabter Schüler. Chemnitz 1996.

/3/ Aufgaben der Adam-Ries-Wettbewerbe – Klasse 5 – (1981-1995), Chemnitz, 1995.

Úspěšní účastníci soutěže

V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994-2001 mezi 25 body (1998) a 36 body (1994). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 20 bodů byli:

	body	místa	cena	roce
Lenka Sarnová	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	29	7.		1994
Michal Pelc	28	2.	II.	1999
Tomás Janata	27	2.	II.	1996
Daniel Zibrt	25	8.	III.	1999
Vlasta Blahova	25	4.	III.	1996
Marek Mojzík	24	8.	III.	1997
Tomás Tvrznik	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	22	4.	II.	1998
Petr Sindelar	22	9.	III.	2000
Michala Kockovská	22	6.	III.	1998
Jiri Urban	21	12.		2001
Petr Tvrznik	21	10.		2000
Martin Suchan	21	14.		1997
Jiri Markvart	20	17.		2002
Martin Houda	20	13.		2000
Tomás Janata	20	14.		1995

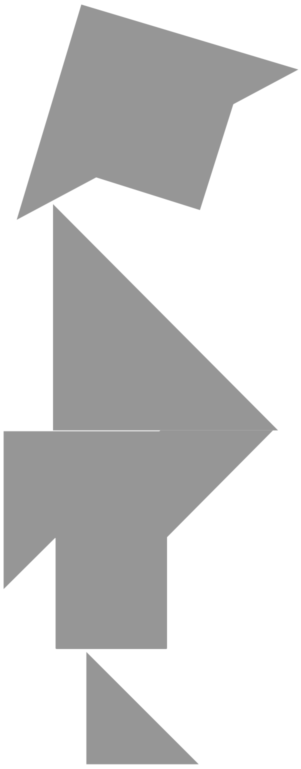

ENCOMIVM
ARITHMETICÆ
Arithmetica Swobodné ... menj
Slowe Počtůw Znánj / neb Počjtánj;
Bez něhož Swětské wěcy y Duchownj /
Nemohau prawě býtj Sprawowany:
Neb w Počtu / Mjře / Waze Wssemohauc

Puzzle a skládat

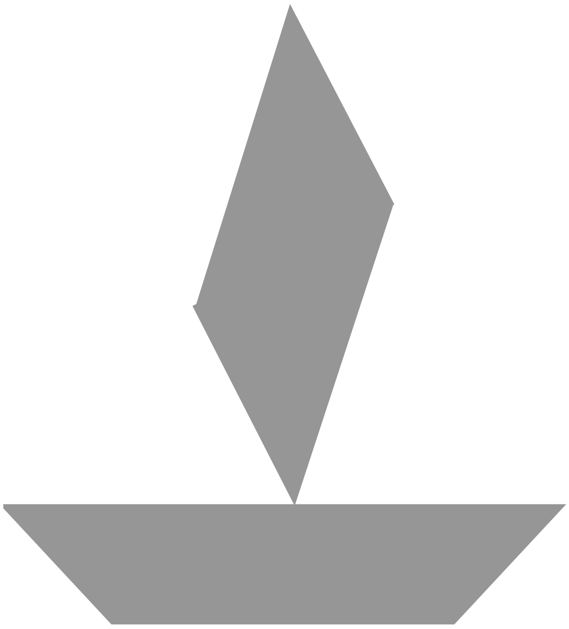
Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ (viz obálka) následujici obrazce:

2002/3 - II/1.1[2]

a)

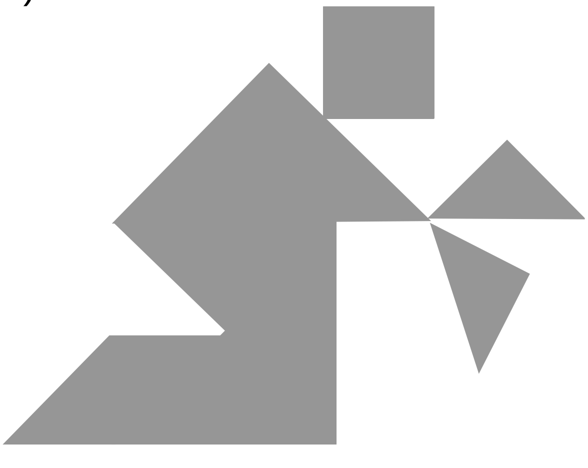


b)

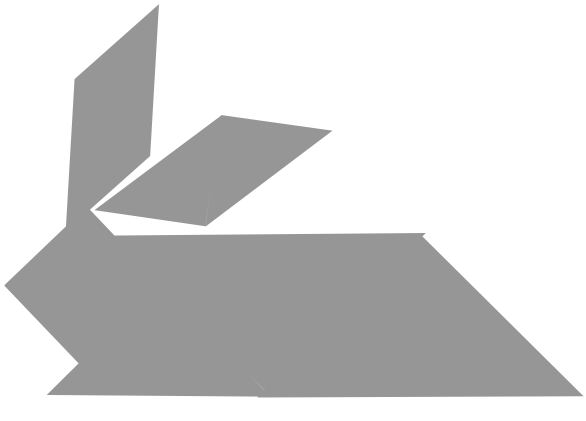


2001/3 - II/1.1

a)



b)



[2] roce/ stupeň – část/komplex

2002/3 - II/1.2

Bonbóny (viz sáček) mají být „rozděleny“ s povšimnutím následujících podmínek:

- Stejná písmena mají být obložena stejným počtem bonbónů, různá s rozdílně velkým počtem.
- Ne každé písmeno jednoho jména musí být obloženo.
- Je-li písmeno obloženo, tak je toto obloženo při každém výskytu stejným počtem bonbónů.

a) 8 bonbónů se má tak rozdělit, že ANNA „získá“ třikrát tolik jak ADAM.

A	N	N	A

A	D	A	M

b) 12 bonbónů má být rozděleno tak, že Riesova nejstarší dcera EVA dostane nejvíce bonbónů, ANNA o jeden méně než EVA, a nejmladší dcera SYBILLA opět o jeden méně než ANNA.

E	V	A

A	N	N	A

S	Y	B	I	L	L	A

2001/3 - II/1.2

Polož do šesti políček čtvercové sítě o rozměrech 6 x 6 vždy jeden bonbón a to tak,

a) aby v každém řádku a sloupci čtvercové sítě zůstal neobsazen lichý počet polí a mimo to, aby bonbóny neležely všechny současně v jedné úhlopříčce.

b) aby v každém řádku a sloupci čtvercové sítě zůstal neobsazen sudý počet polí.

Úlohy ze starých početnic

2002/3 - II/2

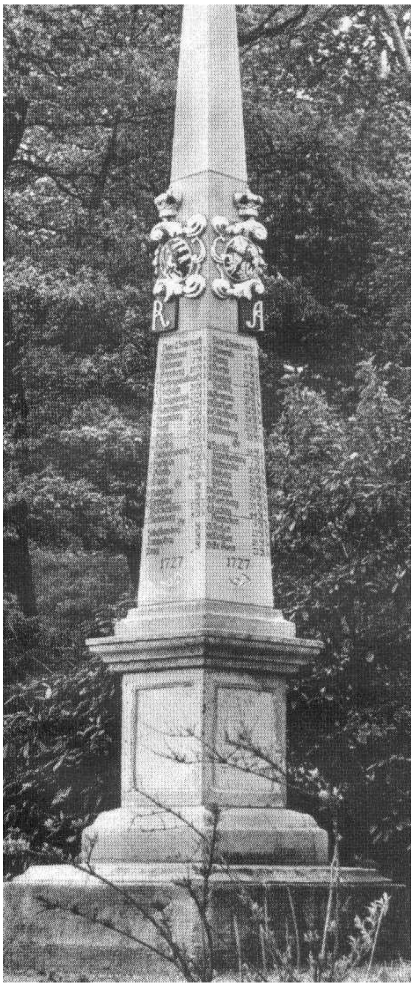
1. Mistr počtář Jacob von Koburg (kolem 1600) zadal svým posluchačům následující úkol:

Dvě města by mohla být 228 mil od sebe vzdálená. Z každého tohoto města si jdou dva poslové naproti se stejným startovním časem. Každý z těchto poslů uběhne nàsledující den vždy stejný počet mil jak v předcházející den, ale jeden z poslů ujde denně o dvě mile více než ten druhý. Po 12 dnech se potkají.

Kolik mil z celkové trasy uběhne kažký z poslů?

Odpověd‘: Ten jeden: .... mil,

Ten druhý: .... mil.



2. Adam Ries, mistr počtář a báňský úředník, musel rozdělit výhru dle následující podmínky:

Abrahám dostane dvakrát tolik zlatých než Bertram, Jacob dostane čtvrtinu toho, co Abrahám.

a) Kolik zlatých dostane každý, když je na rozdělení celkem 70 zlatých?

Odpověd‘:

Abrahám .... zlatých
Bertram .... zlatých
Jacob .... zlatých

b) Který nejblíže vyšší počet zlatých se nechá na tři beze zbytku podle výše uvedené podm´nky rozdělit, když je požadováno, že každý podíl je celým číslem?

Odpověd‘: .... zlatých

3. Albrechtův mlýn by mohl sám umlít obilí jedné sklizně za 12 dnů, Bartelův mlýn by na to potřeboval 36 dnů a Casperův mlýn by sám na to potřeboval 18 dnů.

a) Kolik dní by bylo zapotřebí, kdyby obilí jedné skilzně mlely společně mlýny Albrechta a Bartela?

Odpověd`: .... dní

b) Kolik dní by bylo zapotřebí, kdyby obilí jedné sklizně mlely společně mlýny Albrechta, Bartela a Caspera?

Odpověd`: .... dní

2001/3 - II/2

1. Matematik Alcuin (kolem r. 800), učený mnich z Irska, položil následující úkol: Po kolika skocích dohoní lovecký pes zajíce běžícího před ním ve vzdálenosti 150 stop, když zajíc při každém skoku překoná 7 stop, lovecký pes oproti tomu (ve stejné době) skočí při jednom skoku 9 stop daleko. (1 stopa: stará délková míra)

Odpověd‘: ....

2. Leonardo z Pisy (13. st.), italský matematik, známý pod jménem Fibonacci, uvedl následující problém:

Uveď pět druhů závaží, se kterými se může vážit každý předmět o celočíselné hmotnosti od 1 až do 30 kg. Závaží mají přitom ležet jen na jedné misce vah. Jak budou muset být závaží zvolena?

Odpověd‘: ....

3. Adam Ries (1492 až 1559) dal k řešení:

Tři tovaryši chtějí koupit dům za 204 zlatých. První dá třikrát tolik zlatých než druhý, tento čtyřikrát tolik než třetí tovaryš. Kolik zlatých měl zaplatit každý tovaryš?

Odpověd‘: První tovaryš ....

Druhý tovaryš ....

Třetí tovaryš ....

1999/3 - II/2

1. Jeden koupí 1 vědro = 64 čtvrtinek vína za 2 groše za čtvrtinku a prodá čtvrtinku zase za 28 feniků. (Platí: 1 groš = 12 feniků)

   a) Kolik získá nákupem a prodejem?

   Odpověd‘: ....

   b) Kolik věder musí takto koupit a zase prodat, pokud by chtěl získat celý počet grošů?

   Odpověd‘: ....

2. Jiří stejně jako Karel si koupili ovce a baví se spolu takto:
„Jiří“, řekl Karel, „dáš-li mně jednu z tvých ovcí, pak budu mít tolik ovcí, kolik tobě ještě zůstane.“
Jiří odpověděl: „Dáš-li mně jednu z tvých ovcí., pak budu mít dvakrát tolik ovcí, které tobě ještě zůstanou.“

Kolik ovcí měl každý z nich?

   Odpověd‘: ....

Tolikero možností

2002/3 - II/3

Antonín, **B**rigita, **C**yril, **D**ana a **E**rik tráví prázdninové dny společně v Oberwiesenthalu.

1. Tato pětice chce přihlížet lyžařům skokanům při tréninku. Stoupají za sebou po schodech k divácke výstupu.

   a) když trojice chlapců půjde napřed a obě děvčata za nimi?

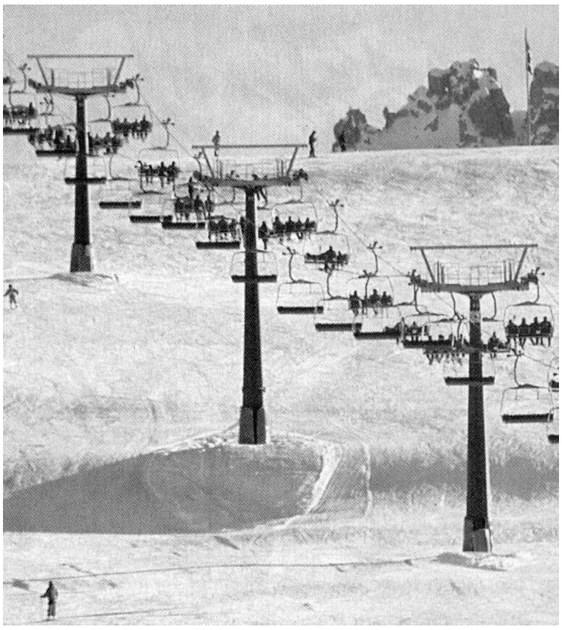
   Odpověd‘: ....

   b) když obě děvčata půjdou za sebou (a kromě toho není žádné další podmínky)?

   Odpověd‘: ....

2. Brigita vidí, jak jeden skokan po druhém přijíždějí a při tom ty již přítomné skokany pozdraví podáním ruky. (Každý zdravi každého právě jednou.) Napočítá 15 podání rukou.
   Kolik skokanů přišlo na trénink?

   Odpověď‘: ....



3. Dolů do údolí chtějí jet **A**ntonín, **B**rigita, **C**yril, **D**ana a **E**rik sedačkovou lanovkou. V kabince se mohou posadit nanejvýš čtyři děti. Musí být použity dvě kabinky. Zajímavá matematická diskuse vznikla otázkou: Kdo pojede s kým v jedné kabince?

   Zpracuj následující úlohy:

   a) Zapiš všechna možná různá rozdělení pěti děti do dvou kabinek pod podmínkou, že obě děvčata by chtěla sedět spolu v jedné kabince.
      Piš tak: BDAC; E
      (to znamená: v jedné kabince sedí Brigita, Dana, Antonín a Cyril; v té druhé sedí Erik)

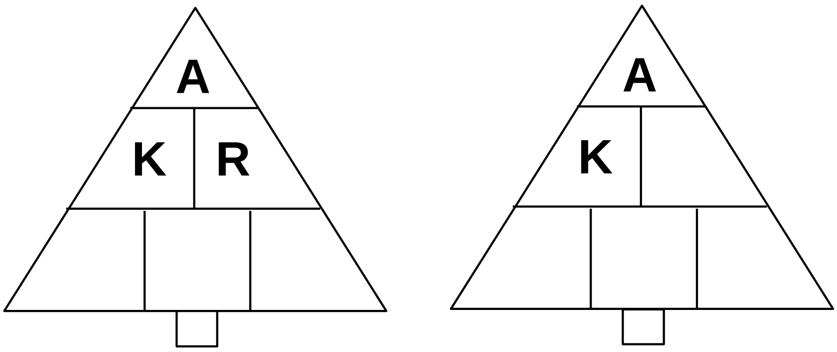
      Důležité: Pořadí napsání písmen je pro zadání úkolu „Kdo s kým?“ bez významu.
   b) Kolik různých rozdělení pěti dětí do dvou kabinek vyplyne celkem, když nejsou kladeny žádné další podmínky?

      Odpověď‘: ....

2001/3 - II/3

Annabergsko-Buchholzští slaví v tomto roce 500. výročí města Buchholz. Městští hrdinové které buchholzští opěvují ve své národní písni, jsou přichystáni jako figurky – sošky k prodeji. To jsou mimo jiných: **A**ugustýn (A), **K**okosnuss (K), **R**ichter-Bui (R), **S**chmiedelpfeif (S), **W**ä-tä-tä (W) a **Z**acherlin (Z). (Při zápisu řešení by mělo být použito jen počátečních písmen.)

1. Vilík pomáhá postavit městské hrdiny do regálu jednoho prodejního stánku. Regál (→obr.) má tvar jehličnatého stromu, přičemž na horní poličku má být postavena právě jedna figurka, na prostřední poličku dvě figurky a na spodní tři figurky.



a) Vilík postaví Augustýna na horní poličku, Kokosnuss na prostřední poličku vlevo, vedle Kokosnuss Richter-Buiho.
Napiš všechny různé možnosti postavení zbývajících figur na spodní poličce.

Možnosti: ....

b) Vilík postaví Augustýna na horní poličku, Kokosnuss na prostřední poličku vlevo.
Kolik různých možností vyplyne pro postavení zbývajících figur?

Odpověď: ....

U kolika těchto možností stojí Wä-tä-tä uprostřed spodní poličky?

Odpověď: ....

2. Anna by si chtěla koupit figurky.
a) Anna koupí právě dvě ze šesti figurek. Zapiš systematicky všechny různé možnosti volby obou figurek.

Začni takto: AK; AR; ....
KR; ....

b) U jiného stánku je nabízeno více než šest figurek. Vybrala-li by si Anna zde své dvě figurky, došla by na 45 různých možností volby.
Kolik různých figurek je nabízeno u tohoto stánku?

Odpověď: ....

2000/3 – II/3

1. Riesovy dcery se jmenují **A**nna, **E**va a **S**ybila. Zajisté nevíš, která je nejstarší, která nejmladší. Napiš všechny různé možnosti pořadí, která by mohla být spávná, kdyby se jména seřadila odpovídaje věku, začínaje s nejstarší.

Zapiš tak: AES; ASE; ....; ....

Zjisti podle následujících pravdivých výpovědí, která je nejstarší, která nejmladší:

(1) Eva nebo Sybila je nestarší.
(2) Pokud je Eva druhá nejstarší, je Anna nejstarší.
(3) Pokud je Eva nejmladší, potom je Sybila druhá nejstarší.
(4) Eva nebo Anna je druhá nejstarší.

Odpověd‘: .... je nejstarší, ... je nejmladší.

2. Riesovi synové se jmenují Adam, Abrahám, Jakub, Izák a Pavel.

a) Dva z nich chtějí s Evou pomáhat otci v počtářské škole. Kolik různých možností celkem vyplyne?

Odpověd‘: ....

b) Dva z nich chtějí s jednou ze sester pomáhat otci v počtářské škole. Kolik různých možností nyní celkem vyplyne?

Odpověd‘: ....

3. a) Čtyři Riesovi synové, kromě Adama, pochodují v nejrůznějších pořadích dveřmi. Kolik různých pořadí existuje celkem?

Odpověd‘: ....

b) Mezi chlapce se nyní zařadí ta tři děvčata tak, že budou děvčata a chlapci dveřmi přicházet střídavě. Kolik vyplyne celkem různých možností?

Odpověd‘: ....

Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2004

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Soutěž Adama Riese 2004 došla tradičním finále 4 zemí 18. a 19. června svého závěrečného vrcholu. Pouze v Sasku se v tomto roce zabývalo úlohami prvního kola a tedy Riesovým dílem 1800 dívek a chlapců. I složitější úlohy 2. kola spojují historii a matematiku. Chceme, aby tato knížečka dodala podněty k přípravě na finálové kolo, aby každý účastník mohl své správné výsledky stvrdit slovy:

„To jsem udělal podle Adama Riese...“.

Úvod

V únoru 1981 se uskutečnila první Soutěž Adama Riese pro žáky páté třídy ve městě Annaberg-Buchholz. Toto porovnání výkonů v rámci regionu podpořilo s úspěchem stimulaci ke špičkovým výkonům u matematicky nadaných žáků ve vládním okrsku Saská Kamenice: v listině nositelů cen z mezinárodních matematických olympiád jsou uvedena jména bývalých účastníků Soutěže Adama Riese jako Dr. Gerd Kunert (28. IMO), André Pönitz (30. IMO), Dr. Torsten Erhardt (31. IMO), Dr. Rüdiger Belch (30. und 31. IMO) a Nico Düvelmeyer (36. IMO).

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil). Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)
2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí) (březen/duben)
3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí) (duben/květen)

Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických

[1] www.adam-ries-bund.de

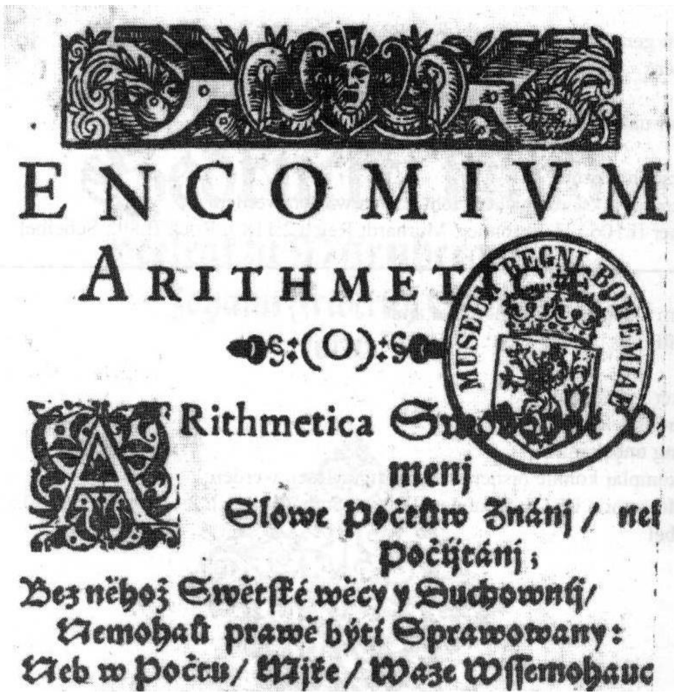
úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

Dne 4. a 5. května 2001 se ve městě Annaberg-Bucholz po desáté konalo třetí kolo Soutěže Adama Riese. U příležitosti tohoto jubilea vydal Peter Haase v publikační řadě Spolku Adama Riese (Schriftenreihe des Adam-Ries-Bundes e.V.) sbírku příkladů z let 1992-2001 s obsáhlými komentáři k jejich řešení a informacemi k soutěži /1/. Žáci se zájmem o matematiku mají tak spolu s /2/ a /3/ k dispozici rozsáhlý materiál pro samostatnou práci při řešení problémových příkladů. Úlohy obsažené v tomto sešitě byly vybrány z /1/.

/1/ Haase, P.: Adam-Ries-Wettbewerb 1992-2001 – Aufgaben und Lösungen. In: Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Bd. 13., Annaberg-Buchholz, 2001 (ISBN 3-930430-43-6)

/2/ Haase, P. ;König, H.: 15 Jahre Adam-Ries-Wettbewerb für Schüler der Klasse 5 – ein Beitrag zur Förderung mathematisch begabter Schüler. Chemnitz 1996.

/3/ Aufgaben der Adam-Ries-Wettbewerbe – Klasse 5 – (1981-1995), Chemnitz, 1995.



Úspěšní účastníci soutěže

V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994-2003 mezi 25 body (1998) a 36 body (1994). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 20 bodů byli:

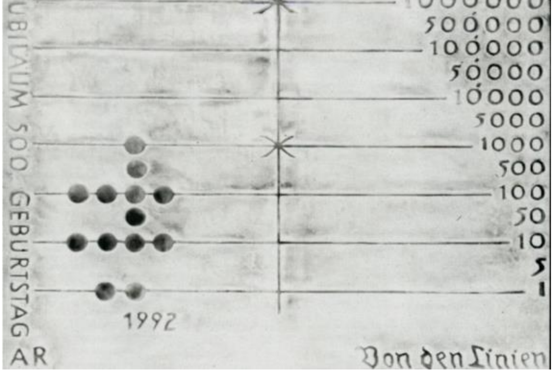
		body	**mista**	**cena**	**roce**
Lenka Sarnová	gymn. Most	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	zš. Chomutov	29	7.		1994
Michal Pelc	gymn. Most	28	2.	II.	1999
Tomáš Janata	zš. Chomutov	27	2.	II.	1996
Vlasta Blahova	gymn. Louny	25	4.	III.	1996
Daniel Zibrt	gymn. Louny	25	8.	III.	1999
Marek Mojzík	zš. Chomutov	24	8.	III.	1997
Tomáš Tvrzník	gymn. Most	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	gymn. Louny	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	gymn. Most	22	4.	II.	1998
Michala Kockovská	zš. Chomutov	22	6.	III.	1998
Petr Sindelar	gymn. Most	22	9.	III.	2000
Petr Tvrzník	gymn. Most	21	10.		2000
Jiří Urban	gymn. Louny	21	12.		2001
Martin Suchan	gymn. Louny	21	14.		1997
Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	21	17.		2003
Martin Houda	gymn. Louny	20	13.		2000
Tomáš Janata	zš. Chomutov	20	14.		1995
Jiří Markvart	gymn. Most	20	17.		2002
Hana Trešlová	gymn. Louny	20	18.		2003

Po stopách Adama Riese

V domě na Johannisgasse 23, kde je dnes Muzeum Adama Riese, žil a pracoval Adam Ries od roku 1525 do roku 1559. Zde se nacházela i jeho proslulá Početní škola, kterou po jeho smrti vedl dále jeden z jeho synů, Abraham Ries. Adam Ries získal tento dům v červenci 1525 za 150 zlatých od svého švagra, občana městské části Buchholzu, Andrease von der Strassen. (Pro porovnání: zedník vydělával v této době přibližně 7 zlatých týdně).

Dům byl postaven pravděpodobně v roce 1500. Během požáru města Annabergu v roce 1604 byl těžce poškozen, ale s použitím původních stavebních dílů opět postaven. Následovalo mnoho dalších přestaveb a dostaveb a tak dnes jsou pro něj typické stavební formy 18. století. Půdorys a uspořádání místností v přízemí však i nadále odpovídá stavu z dob Adama Riese.

Návštěvníkům muzea, založeného v roce 1984, se tím zprostředkují všechny důležité aspekty života a práce Adama Riese. Pochopíme zejména i jeho roli německého početního mistra. Oceněn bude též jako saský horní úředník a „znovuobjevený“ cosista (středověký výraz pro algebraika od slova cosa – neznámá). Kromě toho tu získáte informace o známých knihách „Brotordnungen" které Adam Ries vytvořil kromě jiných pro města Annaberg, Cvikov, Hof a Lipsko mezi lety 1533 a 1557.



Návštěvník je uveden do proměnlivé historie starých saských měr a vah, kterou se Adama Ries vizionářsky snažil v jejím vývoji a užívání ovlivňovat. Zpracování v "Rechnens auf der Linien" (Počítání v liniích), znázorňující zacházení s římskými číslicemi na počitadle znamená pro návštěvníka vrchol prohlídky Muzea Adama Riese. A kdo přitom ještě neovládá pokládání a sčítání počítacích feniků, neměl by v žádném případě zanedbat návštěvu moderní početní školy v horním patře budovy. Tady budete mít příležitost naučit se čtyři základní pravidla počítání „v liniích“, abyste mohli nadále nosit titul „Mistr počítání na počitadle“.

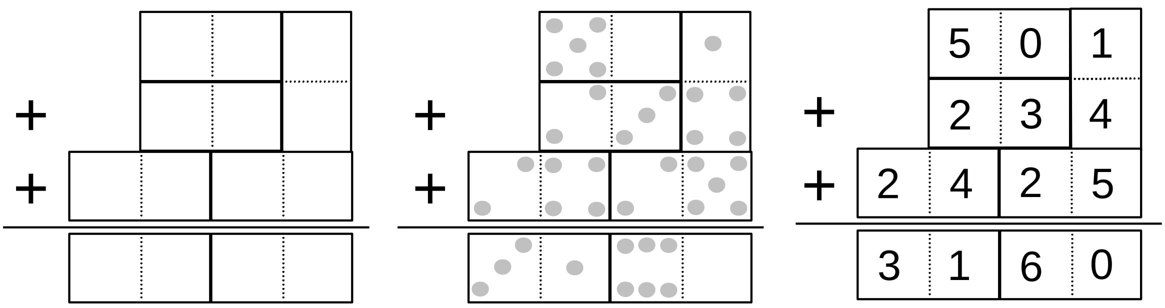
Muzeum je v městě Annaberg- Buchholz centrem připomínek památky na Adama Riese, po němž jsou zde pojmenovány: jedna ulice, škola, domov důchodců a celá obytná čtvrť. Od roku 1999 je muzeum v rukou Spolku Adama Riese.

Počítání s kostkami domina

Účastníci druhého kola soutěže Adama Riese se setkávají každým rokem v předvečer soutěže ze Saska v zemském školním domově v Jöhstadtu. V přátelské atmosféře soupeření v řešení úloh se chlapci a dívky zabývají počítáním, skládáním puzzle a skládáním papírových skládanek. Jedna z takových úloh používá jako pomůcku dominové kostky:

Polož 7 kostek domina na šablonu tak, aby vznikla správě vypočtená úloha. Považuj přitom počet bodů na jedné polovině dominové kostky za číslici vícemístného čísla.

Příklad:



.
Najděte sami podobná rozložení.

Úlohy 2. kola soutěže Adama Riese 2004 (část 2)

Ze starých početnic

2004/2 – II/1[2]

(1.1) Z 2. početnice Adama Riese

Pět košů fíků váží postupně:
2 centy a 8 liber
3 centy a 7 liber
2 centy a 65 liber
1 cent a 32 liber
2 centy a 8 liber.

Každý koš váží samostatně (tedy bez fíků) 14 liber. Jeden cent fíků stojí 6 zlatých.

(Poznámka: cent a libra jsou staré váhové jednotky, platí: 1 cent je 100 liber. Zlatý a šilink byly za Riesových dob měnové jednotky, platilo: 1 zlatý = 20 šilinků.)

Kolik váží dohromady všechny fíky?

Odpověd‘: ....

Kolik stojí dohromady všechny fíky?

Odpověd‘: ....

(1.2) A ještě jedna úloha od Adama Riese

Jeden člověk chtěl koupit barevné sukno a to červené, černé a zelené. Přitom 2 lokty červeného, 4 lokty černého a 6 loktů zeleného sukna stojí vždy po 1 zlatém.

Kolik musí zaplatit, koupí-li 6 loktů od každé barvy?

Odpověd‘: ....

Za 22 zlatých chce koupit od všech barev stejně loktů sukna.
Kolik loktů dostane od každé barvy?

Odpověd‘: ....

---

[2] roce/ stupeň – část/komplex

(1.3) Jedna úloha z antického Řecka

Achilles běží závod s krásnou Helenou. Helena běží poloviční rychlostí v porovnání s Achillem. Achilles dá Heleně náskok 1000 m.

Kolik metrů musí uběhnout Achilles, aby Helenu dohonil?

Odpověď': ....

Hry s čísly

2004/2 – II/2

(2.1) Čísla ráda dodržují pravidla

Najdi pravidlo a doplň řady čísel vždy o dvě další čísla:

1 4 9 16 25 ....

1 4 10 19 31 ....

1 6 2 12 8 23 19 ....

(2.2) Tlustá nula vyzývá všechna čísla na stránce početnice postavit se do řady, aby se se všichni mohli naučit dobře počítat:

Postaví-li se do dvojstupu, jedno přebývá.
Postaví-li se do třístupů, rovněž jedno přebývá.
A přebývá právě jedno i tehdy, stojí-li ve čtyř- či v pěti-, nebo v šestistupu.

Uveď jedno takové množství čísel, pro něž toto platí.

Odpověď': ....

A nyní požaduje tlustá nula, aby se všechna čísla postavila do sedmistupu – a žádné nepřebývá.

Uveď nejmenší možný počet čísel, pro něž toto platí.

Odpověď': ....

Tolikero možností

2004/2 – II/3

Na počítacích fenicích erfurtské početní školy byly tyto ražby: zobrazení Adama Riese (R), pohled na město Erfurt (E), pohled na město Annaberg (A), pohled na město Staffelstein (S), erfurtská universitní brána (U).



(R) (A) (E) (S) (U)

(3.1) V jednom koženém sáčku je přesně 100 počítacích feniků, a to 30 feniků s ražbou (E), 20 s ražbou (A) a 50 s ražbou (S). Máš z tohoto sáčku (aniž bys rozeznal ražbu - nebo-li „se zavázanýma očima“) vybrat nejnižší nutný počet feniků tak, aby sis mohl být jist, že mezi vybranými jsou minimálně:

(a) tři feniky s ražbou (A) Odpověd‘: ....

(b) tři feniky s ražbou (S) a tři feniky s ražbou (E) Odpověd‘: ....

(c) tři feniky s ražbou (A) a tři feniky s ražbou (E) Odpověd‘: ....

(3.2) Martina a Ondra si vzájemně dávají složité úkoly, aby nalezli všechny možnosti seřazení feniků v albu mincí. K dispozici mají právě jeden fenik od každé ražby – tedy celkem 5 kusů.

Martina dá Ondrovi tento úkol: Ulož fenik s (R) jako první, ty ostatní ve všech možných řazeních po sobě.

V kolika z nich leží (U) vedle (E)?

Odpověd‘: ....

Ondra se ptá Martiny: na jedné straně alba jsou tři volná místa vedle sebe a na další straně ještě dvě.
V kolika různých uspořádáních můžeš 5 feniků na tato místa uložit?

Odpověd‘: ....

Nyní jsou k dispozici právě čtyři feniky: dva s (R), jeden s (S) a jeden s (E).

Kolik existuje možností pořadí těchto feniků, mají-li se tyto čtyři uložit po sobě na čtyři volná místa?

Odpověď‘: ....

Složité úlohy minulých let

Puzzle a skládat

2002/3 - II/1.2 Bonbóny (viz sáček) mají být „rozděleny“ s povšimnutím následujících podmínek:

- Stejná písmena mají být obložena stejným počtem bonbónů, různá s rozdílně velkým počtem.
- Ne každé písmeno jednoho jména musí být obloženo.
- Je-li písmeno obloženo, tak je toto obloženo při každém výskytu stejným počtem bonbónů.

a) 8 bonbónů se má tak rozdělit, že ANNA „získá“ třikrát tolik jak ADAM.

A	N	N	A

A	D	A	M

b) 12 bonbónů má být rozděleno tak, že Riesova nejstarší dcera EVA dostane nejvíce bonbónů, ANNA o jeden méně než EVA, a nejmladší dcera SYBILLA opět o jeden méně než ANNA.

E	V	A

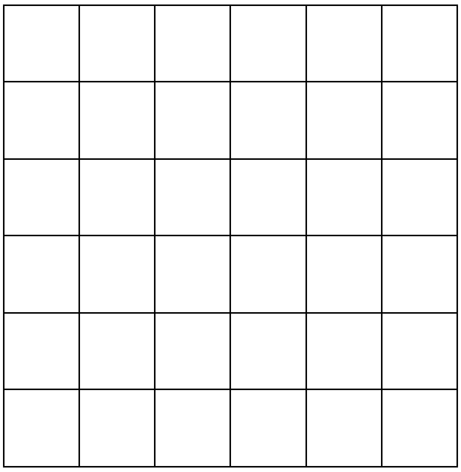
A	N	N	A

S	Y	B	I	L	L	A

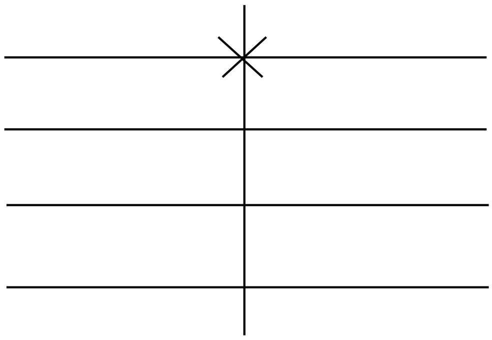
2001/3 - II/1.2 Polož do šesti políček čtvercové sítě o rozměrech 6 x 6 vždy jeden bonbón a to tak,

a) aby v každém řádku a sloupci čtvercové sítě zůstal neobsazen lichý počet polí a mimo to, aby bonbóny neležely všechny současně v jedné úhlopříčce.

b) aby v každém řádku a sloupci čtvercové sítě zůstal neobsazen sudý počet polí.



2003/3 – II/1.2 Za dob Adama Rieseho se pokládala pomocí počítací feniků „čísla“ na početní tabulku (viz obrázek).



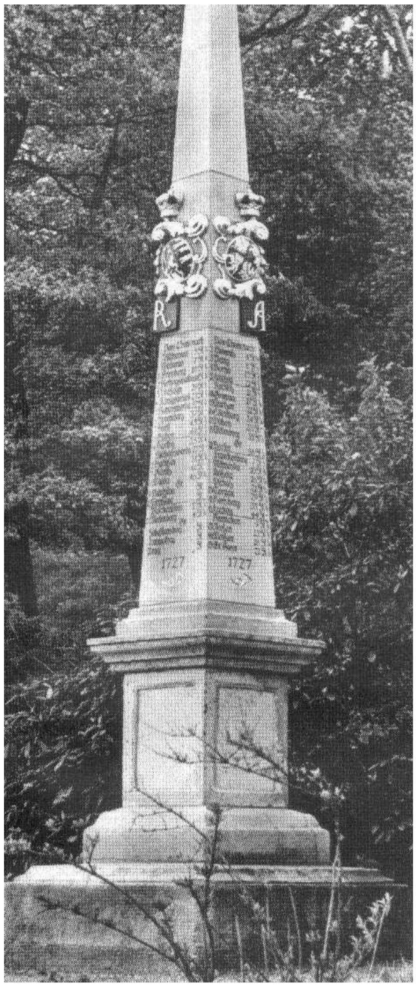
Polož na početní tabulku bonbóny jako počítací feniky. Přitom má vždy jedno číslo (neshodné s nulou) ležet na levé a pravé straně. Leží-li jeden bonbón na nejspodnější čáře je jehohodnota 1, na každé výše položené je jeho hodnota 10, 100, 1000. N jedné čáře mají ležet nejvýše dva bonbóny.
Do mezer se nemá nic pokládat.

a) Polož 6 bonbónů tak, aby byl součet obou čísel co možná nejmenší.

b) Polož 6 bonbónů tak, aby byl rozdíl obou čísel co možná největší.

c) Polož 6 bonbónů tak, aby byl součin obou čísel co možná nejmenší.

Úlohy ze starých početnic



2002/3 - II/2.1 Mistr počtář Jacob von Koburg (kolem 1600) zadal svým posluchačům následující úkol:

Dvě města by mohla být 228 mil od sebe vzdálená. Z každého tohoto města si jdou dva poslové naproti se stejným startovním časem. Každý z těchto poslů uběhne nàsledující den vždy stejný počet mil jak v předcházející den, ale jeden z poslů ujde denně o dvě mile více než ten druhý. Po 12 dnech se potkají.

Kolik mil z celkové trasy uběhne každý z poslů?

Odpověd‘: Ten jeden: .... mil,

Ten druhý: .... mil.

2002/3 - II/2.1 Adam Ries, mistr počtář a báňský úředník, musel rozdělit výhru dle následující podmínky:

Abrahám dostane dvakrát tolik zlatých než Bertram, Jacob dostane čtvrtinu toho, co Abrahám.

a) Kolik zlatých dostane každý, když je na rozdělení celkem 70 zlatých?

Odpověd‘:

Abrahám .... zlatých
Bertram .... zlatých
Jacob .... zlatých

b) Který nejblíže vyšší počet zlatých se nechá na tři beze zbytku podle výše uvedené podm´nky rozdělit, když je požadováno, že každý podíl je celým číslem?

Odpověd‘: .... zlatých

2002/3 - II/2.3 Albrechtův mlýn by mohl sám umlít obilí jedné sklizně za 12 dnů, Bartelův mlýn by na to potřeboval 36 dnů a Casperův mlýn by sám na to potřeboval 18 dnů.

a) Kolik dní by bylo zapotřebí, kdyby obilí jedné skilzně mlely společně mlýny Albrechta a Bartela?

Odpověd`: .... dní

b) Kolik dní by bylo zapotřebí, kdyby obilí jedné sklizně mlely společně mlýny Albrechta, Bartela a Caspera?

Odpověd`: .... dní

2001/3 - II/2.2 Leonardo z Pisy (13. st.), italský matematik, známý pod jménem Fibonacci, uvedl následující problém:

Uved‘ pět druhů závaží, se kterými se může vážit každý předmět o celočíselné hmotnosti od 1 až do 30 kg. Závaží mají přitom ležet jen na jedné misce vah. Jak budou muset být závaží zvolena?

Odpověd‘: ....

2001/3 - II/2.3 Adam Ries (1492 až 1559) dal k řešení:

Tři tovaryši chtějí koupit dům za 204 zlatých. První dá třikrát tolik zlatých než druhý, tento čtyřikrát tolik než třetí tovaryš. Kolik zlatých měl zaplatit každý tovaryš?

Odpověď: První tovaryš ....

Druhý tovaryš ....

Třetí tovaryš ....

1999/3 - II/2.1 Jeden koupí 1 vědro = 64 čtvrtinek vína za 2 groše za čtvrtinku a prodá čtvrtinku zase za 28 feniků. (Platí: 1 groš = 12 feniků)

a) Kolik získá nákupem a prodejem?

Odpověď: ....

b) Kolik věder musí takto koupit a zase prodat, pokud by chtěl získat celý počet grošů?

Odpověď: ....

1999/3 - II/2.2 Jiří stejně jako Karel si koupili ovce a baví se spolu takto: „Jiří“, řekl Karel, „dáš-li mně jednu z tvých ovcí, pak budu mít tolik ovcí, kolik tobě ještě zůstane.“

Jiří odpověděl: „Dáš-li mně jednu z tvých ovcí., pak budu mít dvakrát tolik ovcí, které tobě ještě zůstanou.“

Kolik ovcí měl každý z nich?

Odpověď: ....

Tolikero možností

2002/3 - II/3 Antonín, **B**rigita, **C**yril, **D**ana a **E**rik tráví prázdninové dny společně v Oberwiesenthalu.

1. Tato pětice chce přihlížet lyžařům skokanům při tréninku. Stoupají za sebou po schodech k divácke výstupu.

a) když trojice chlapců půjde napřed a obě děvčata za nimi?

Odpověd‘: ....

b) když obě děvčata půjdou za sebou (a kromě toho není žádné další podmínky)?

Odpověd‘: ....

2. Brigita vidí, jak jeden skokan po druhém přijíždějí a při tom ty již přítomné skokany pozdraví podáním ruky. (Každý zdravi každého právě jednou.) Napočítá 15 podání rukou.
   Kolik skokanů přišlo na trénink?

Odpověd‘: ....

3. Dolů do údolí chtějí jet **A**ntonín, **B**rigita, **C**yril, **D**ana a **E**rik sedačkovou lanovkou. V kabince se mohou posadit nanejvýš čtyři děti. Musí být použity dvě kabinky. Zajímavá matematická diskuse vznikla otázkou: Kdo pojede s kým v jedné kabince?

   Zpracuj následující úlohy:

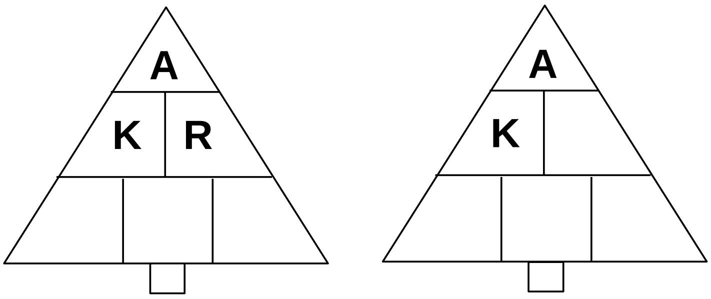
   a) Zapiš všechna možná různá rozdělení pěti děti do dvou kabinek pod podmínkou, že obě děvčata by chtěla sedět spolu v jedné kabince.
      Piš tak: BDAC; E
      (to znamená: v jedné kabince sedí Brigita, Dana, Antonín a Cyril; v té druhé sedí Erik)

      Důležité: Pořadí napsání písmen je pro zadání úkolu „Kdo s kým?“ bez významu.
   b) Kolik různých rozdělení pěti dětí do dvou kabinek vyplyne celkem, když nejsou kladeny žádné další podmínky?

Odpověd‘: ....

2001/3 - II/3 Annabergsko-Buchholzští slaví v tomto roce 500. výročí města Buchholz. Městští hrdinové které buchholzští opěvují ve své národní písni, jsou přichystáni jako figurky – sošky k prodeji. To jsou mimo jiných: **A**ugustýn (A), **K**okosnuss (K), **R**ichter-Bui (R), **S**chmiedelpfeif (S), **W**ä-tä-tä (W) a **Z**acherlin (Z). (Při zápisu řešení by mělo být použito jen počátečních písmen.)

1. Vilík pomáhá postavit městské hrdiny do regálu jednoho prodejního stánku. Regál (→obr.) má tvar jehličnatého stromu, přičemž na horní poličku má být postavena právě jedna figurka, na prostřední poličku dvě figurky a na spodní tři figurky.



a) Vilík postaví Augustýna na horní poličku, Kokosnuss na prostřední poličku vlevo, vedle Kokosnuss Richter-Buiho.
Napiš všechny různé možnosti postavení zbývajících figur na spodní poličce.

Možnosti: ....

b) Vilík postaví Augustýna na horní poličku, Kokosnuss na prostřední poličku vlevo.
Kolik různých možností vyplyne pro postavení zbývajících figur?

Odpověd‘: ....

U kolika těchto možností stojí Wä-tä-tä uprostřed spodní poličky?

Odpověd‘: ....

2. Anna by si chtěla koupit figurky.
a) Anna koupí právě dvě ze šesti figurek. Zapiš systematicky všechny různé možnosti volby obou figurek.

Začni takto: AK; AR; ....
KR; ....

b) U jiného stánku je nabízeno více než šest figurek. Vybrala-li by si Anna zde své dvě figurky, došla by na 45 různých možností volby.
Kolik různých figurek je nabízeno u tohoto stánku?

Odpověd‘: ....

2000/3 – II/3 Riesovy dcery se jmenují **A**nna, **E**va a **S**ybila. Zajisté nevíš, která je nejstarší, která nejmladší. Napiš všechny různé možnosti pořadí, která by mohla být spávná, kdyby se jména seřadila odpovídaje věku, začínaje s nejstarší.

Zapiš tak: AES; ASE; ....; ....

Zjisti podle následujících pravdivých výpovědí, která je nejstarší, která nejmladší:

(1) Eva nebo Sybila je nestarší.
(2) Pokud je Eva druhá nejstarší, je Anna nejstarší.
(3) Pokud je Eva nejmladší, potom je Sybila druhá nejstarší.
(4) Eva nebo Anna je druhá nejstarší.

Odpověď: .... je nejstarší, ... je nejmladší.

2. Riesovi synové se jmenují Adam, Abrahám, Jakub, Izák a Pavel.

a) Dva z nich chtějí s Evou pomáhat otci v počtářské škole. Kolik různých možností celkem vyplyne?

Odpověď: ....

b) Dva z nich chtějí s jednou ze sester pomáhat otci v počtářské škole. Kolik různých možností nyní celkem vyplyne?

Odpověď: ....

3. a) Čtyři Riesovi synové, kromě Adama, pochodují v nejrůznějších pořadích dveřmi. Kolik různých pořadí existuje celkem?

Odpověď: ....

b) Mezi chlapce se nyní zařadí ta tři děvčata tak, že budou děvčata a chlapci dveřmi přicházet střídavě. Kolik vyplyne celkem různých možností?

Odpověď: ....

Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2005

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Úvod

Adam Ries je na západě Krušných hor známou a oblíbenou osobností. Město Annaberg-Buchholz se svým označením “Horské město a město Adama Riese” pyšní po právu, protože právě zde tento počtář po několik let působil. Jeho praktické metody výrazně ovlivnily hospodářský rozkvět v tomto regionu v 16. století. Dobrá pověst jeho počtářské školy se šířila daleko za hranice Krušných hor.

V městě Annaberg-Bucholz je Adam Ries velmi uznávanou osobou. Jsou po něm pojmenovány ulice, škola, domov důchodců, nákupní středisko a obytná čtvrť. Ve městě se nachází pomník, který na tuto osobnost upozorňuje. Historická budova počtářské školy je dnes obyvatelům a turistům k dispozici jako muzeum. Moderně zařízené prostory jsou hojně využívány k hodinám počtů ve starém stylu. O Riesovo dědictví pečuje spolek Adam-Ries-Bund, který si tento úkol předsevzal. Má na starosti také pátrání po potomcích Adama Riese. Je známo přes 20.000 jmen příbuzných Adama Riese, kteří žili od 16. století do dneška!

Od roku 1981 nabízí Annaberg-Buchholz saským dívkám a chlapcům z pátých tříd vyučování ve stylu Adama Riese, které se týká počítání a hry v kostky. V každoroční matematické soutěži jsou vytipováni nejlepší počtáři Saska. V roce 2004/05 se uskuteční tento projekt po pětadvacáté. Cíl soutěže se během let nezměnil: poskytnout možnost chlapcům a dívkám, které zajímá matematika, ověřit si své znalosti a zároveň zintenzívnit jejich zájem o obor. Ale došlo k podstatným formálním změnám. Ze soutěže v regionu Chemnitz se stala soutěž s cílem internacionálního srovnání, kterou pořádá spolek Adam-Ries-Bund.

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil). Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

---

[1] www.adam-ries-bund.de

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)

2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí)

3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí)

Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

Dne 4. a 5. května 2001 se ve městě Annaberg-Bucholz po desáté konalo třetí kolo Soutěže Adama Riese. U příležitosti tohoto jubilea vydal Peter Haase v publikační řadě Spolku Adama Riese (Schriftenreihe des Adam-Ries-Bundes e.V.) sbírku příkladů z let 1992-2001 s obsáhlými komentáři k jejich řešení a informacemi k soutěži /1/ [2]. Žáci se zájmem o matematiku mají tak spolu s /2/ a /3/ k dispozici rozsáhlý materiál pro samostatnou práci při řešení problémových příkladů. Úlohy obsažené v tomto sešitě byly vybrány z /1/.

[2] /1/ Haase, P.: Adam-Ries-Wettbewerb 1992-2001 – Aufgaben und Lösungen. In: Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Bd. 13., Annaberg-Buchholz, 2001 (ISBN 3-930430-43-6)
/2/ Haase, P. ;König, H.: 15 Jahre Adam-Ries-Wettbewerb für Schüler der Klasse 5 – ein Beitrag zur Förderung mathematisch begabter Schüler. Chemnitz 1996.
/3/ Aufgaben der Adam-Ries-Wettbewerbe – Klasse 5 – (1981-1995), Chemnitz, 1995.

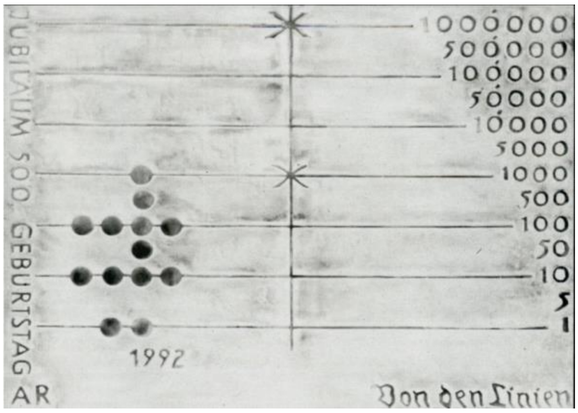
Úspěšní účastníci soutěže

V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994-2004 mezi 25 body (1998) a 39 body (2004). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 20 bodů byli:

		body	mista	cena	roce
Lenka Sarnová	gymn. Most	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	zš. Chomutov	29	7.		1994
Michal Pelc	gymn. Most	28	2.	II.	1999
Tomáš Janata	zš. Chomutov	27	2.	II.	1996
Vlasta Blahova	gymn. Louny	25	4.	III.	1996
Daniel Zibrt	gymn. Louny	25	8.	III.	1999
Marek Mojzík	zš. Chomutov	24	8.	III.	1997
Tomáš Tvrzník	gymn. Most	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	gymn. Louny	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	gymn. Most	22	4.	II.	1998
Michala Kockovská	zš. Chomutov	22	6.	III.	1998
Petr Sindelar	gymn. Most	22	9.	III.	2000
Petr Tvrzník	gymn. Most	21	10.		2000
Jiří Urban	gymn. Louny	21	12.		2001
Martin Suchan	gymn. Louny	21	14.		1997
Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	21	17.		2003
Martin Houda	gymn. Louny	20	13.		2000
Tomáš Janata	zš. Chomutov	20	14.		1995
Jiří Markvart	gymn. Most	20	17.		2002
Hana Trešlová	gymn. Louny	20	18.		2003

Adam Ries – počtář německého lidu

V letech 1491/92 bylo na úpatí krušnohorské hory Schreckenberg objeveno naleziště stříbra. “Hlas hory” přivolal do této krajiny tisíce lidí. Nově vzniklá osada se už po čtyřech letech stala městem s názvem “Sankt Annaberg”.



Ve stejném roce 1492 se v městě Staffelstein (Bavorsko) narodil Adam Ries. Po mládí stráveném cestováním, úspěšném vedení početní školy v Erfurtu (Thüringen) a po vydání svých prvních počtářských knih, se usadil v rozkvétajícím městě Annaberg. V tomto horském městě se staly moderní počtářské metody předpokladem dalšího vývoje hornických obchodů.

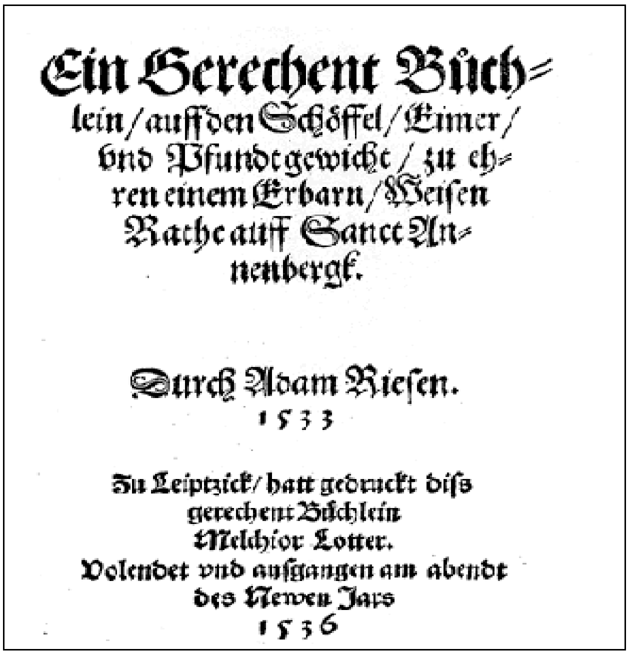
O zásluze Adama Riese se dovídáme i z německých přísloví. Dodnes znamenají slova **”…něco udělat podle Adama Riese…”** korektní a bezchybný výpočet. Obdiv si jistě vysloužil i díky úspěšnosti svých počtářských knih. Jen jeho druhá kniha “Rechnung auf der Linien und Federn” byla mezi roky 1522 a 1656 prokazatelně 108krát vydána. Až do 18. století byla jeho díla používána jako učební materiál. Mnoho generací se podle Riesových metod učilo pravidlům praktického počítání a jeho použití.

Chlebová norma

Ries vypracoval na základě požadavku městské rady města Annaberg tabulky, kde vypočítal hmotnost daného chleba z možné ceny obilí. Pokud se cena obilí lišila, byla změněna hmotnost a nikoliv cena chleba.

Jako jednotky hmotnosti byly používány libra (zkratka lb), lot (lot), čtvrtina lotu (kvint) (qu). Mezi jmenovanými jednotkami hmotnosti panovaly následující vztahy: 1 lb = 32 lot, 1 lot = 4 qu.

Díky tabulkám známým jako “chlebová norma” nemuseli pekařští mistři při změně ceny obilí dělat nové výpočty, ale mohli si z nich přečíst aktuální hmotnost. S těmito tabulkami je také spojena kontrola městské rady pekařských mistrů v dodržování přesných hmotností.


Ein Gerechent Büch-
lein/auff den Schöffel/Eimer/
vnd Pfundtgewicht/zu eh-
ren einem Erbarn/Weisen
Rathe auff Sanct An-
nenbergk.

Durch Adam Riesen.
1533

Zu Leiptzick/hatt gedruckt diss
gerechent Büchlein
Melchior Lotter.
Volendet vnd aussgangen am abendt
des Newen Jars
1536

Vyobrazení 1: titulní strana chlebové normy
“Ein gerechnetes Büchlein” 1533

Adam Ries tento požadavek splnil jako obvykle svědomitě a důkladně. Vypracoval tabulky pro různé druhy chleba a pro pekárny na housky. Všechny tabulky byly stejně konstruovány: V levé části je cena obilí. Měřič označuje v minulosti obvyklou dutou míru k měření sušiny (jako například obilí). Uprostřed je uvedena odpovídající hmotnost housek a vpravo je udán počet housek, které mají být podle předpisu upečeny.

Weitz	Par semel am gewicht			Par semel uffn schof	Par semel so quent un teil nachgelassen	
Gr.	lot	quent	teil	par semel	Par semel	lot
76	6	2	40	912	1008	0
77	6	2	14	924	1008	0
78	6	1	66	936	1008	0
79	6	1	41	948	1008	0
80	6	1	16	960	1008	0
81	6	0	72	972	1008	0
82	6	0	48	984	1008	0
83	6	0	24	996	1008	0
84	6	0	0	1008	1008	0

Vyobrazení 2: výřez jedné tabulky chlebové normy

V páté řádce je uvedeno: Pokud dutá míra pšenice stojí 80 gr, pak jeden pár housek 6 lot 1 qu a váží 16 dílů kvintu a z jedné duté míry lze upéci 960 párů housek.

Chlebová norma podle Adama Riese se osvědčila. Kvůli různosti měn, mincí a hmotnosti nemohly tyto tabulky beze změn převzít ostatní města. Tehdy např. platilo:

Annaberg: 1 lb = 467,69 g
Cheb: 1 lb = 531,96 g
Freiburg: 1 lb = 466,56 g
Gdańsk: 1 lb = 435,41 g
Jáchymow: 1 lb = 513,78 g
Wrocław: 1 lb = 405,22 g

(I dnes se "libra" používá v hovorové němčině, 1 lb = 500 g). Proto také Adam Ries sestavil chlebovou normu pro Zwickau, Marienberg, Leipzig, Hof nebo Jáchymov.

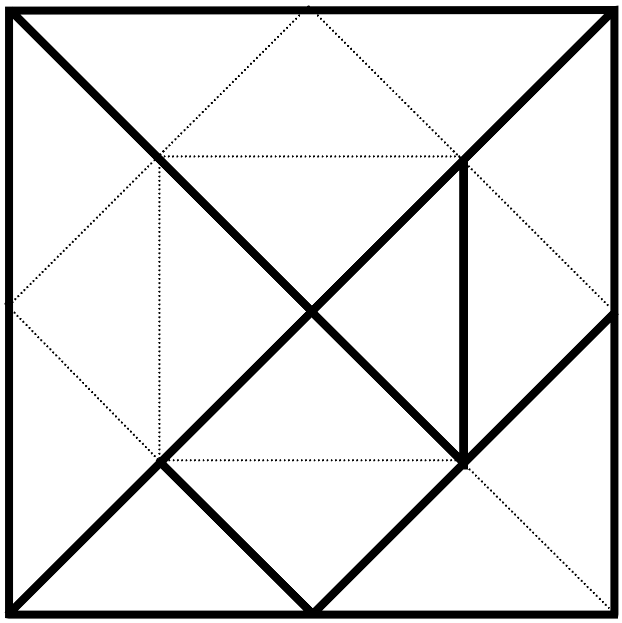
V 16. století byl chléb nejdůležitější potravinou. "Brot ist Leben" (Chléb je život) – pod tímto názvem byla 31. března 2005 v Adam-Ries-Museum (Muzeum Adama Riese) otevřena zvláštní výstava k tématu chléb.

Pokládání a skládání kostek s TANGRAMem

Hra Tagram v sobě obsahuju dávnou čínskou minulost. „*Ch'i Ch'ae pan*" znamená asi tolik, co „vševěd" nebo „liška podšitá". Skládání tvarů plných fantazie – lidí, zvířat, rostlin a různých dalších věcí – patřilo vždy k oblíbeným zábavám se sedmi TAGRAM-kostkami. V 19. století se tato hra stala populární v Evropě. Kniha "*Das große chinesische Rätselspiel für die elegante Welt*" (Velká čínská hádanková hra pro elegantní svět), která vyšla v Lipsku v roce 1818, podnítila početnými úkoly a příklady ke skládání kostek mnohé zvědavce.

Kostky určené k pokládání si každý může sám lehce vyrobit z TANGRAM-čtverce (viz obrázek).

K skládání tvarů je nutné vždy použít všech sedm kostek!



* *

Úlohy soutěže Adama Riese 2005 (2. stupeň)

Část 1

2005/2 – I/1[3]

Ve své druhé knize příkladů vydané roku 1522 uvádí Adam Ries mezi jinými následující příklad (čísla jsou mírně pozměněna): Zákazník nakoupí tato koření: šafrán, hřebíček a zázvor. 1 libra šafránu stojí 4 guldeny 5 šilinků, 1 libra hřebíčku stojí 19 šilinků a 1 libra zázvoru stojí 8 šilinků.

[3] roce/stupeň – čast/komplex

V době Adama Riese se hmotnost zboží udávala v librách a lotech (1 libra = 32 lotů) a platilo se guldeny a šilinky (1 gulden = 20 šilinků).

Vyřeš následující úlohy:

a) Zákazník kupuje 1 libru šafránu, 2 libry hřebíčku a 3 libry zázvoru. Kolik zaplatí? (Cenu vyjádři tak, aby bylo zapotřebí co nejmenšího počtu mincí.)

b) Adam Ries položil následující otázku: zákazník nakoupil stejné množství šafránu, hřebíčku i zázvoru a zaplatil celkem 133 guldenů. Kolik koření od každého druhu nakoupil? (Výsledek uveď v základním tvaru.)

c) Další zákazník chce nakoupit hřebíček a zázvor, každého na váhu jen v celých librách (ale minimálně jednu libru) a chce, aby celková cena nákupu byla v celých guldenech.

Kolik musí nakoupit hřebíčku a zázvoru?

Nalezni nejmenší možná množství splňující tyto podmínky a ukaž, že menší neexistují.

2005/2 – I/2

„Lodě“ jsou klasickou dětskou hrou. Na hrací ploše s m vodorovnými řádky a n svislými sloupci jsou v jednotlivých ohraničených polích umístěny různé lodě, označené např. křížkem. Odhalení těchto poloh je spoluhráčovým úkolem.

Pro jednodušší vypátrání těchto pozic je určen počet křížků v jedné řádce resp. sloupci. Na vyobraz. 1 jsou představeny možné polohy 15-ti lodí a počet křížků v jedné řádce.

	X	X	X				3
							0
		X	X	X			3
X			X			X	3
	X		X				2
		X	X	X		X	4
1	2	3	5	2	0	2	

vyobrazení 1

2.1. V následujících úlohách se mají určit pozice lodí pomocí počtu křížků. Pro první hru je použito hrací pole o 6 řádcích a 7 sloupcích. K dispozici jsou jenom lodě o velikosti jednoho ohraničeného pole, to znamená označené jedním křížkem.

a) Ve hře na vyobrazení 2 se dají pozice lodí jednoznačně určit. Urči jejich pozici a zakroužkuj je. (Tip: Vyškrtej pole, ve kterých nemůže být žádná loď.)

b) Zjisti, jestli je možné jednoznačně určit pozice lodí pro hru na vyobraz. 3. Zdůvodni! V daném případě urči jaká uspořádání jsou možná.

							1
							5
							0
							3
							4
							2
3	5	0	1	0	4	2	

vyobrazení 2

							1
							5
							0
							3
							3
							3
3	5	0	1	0	4	2	

vyobrazení 3

2.2. Pro druhou hru je opět použito hrací pole o 6 řádcích a 7 sloupcích. Ale nyní budou použity jen takové lodě, které se mohou skládat z většího počtu spojených ohraničených polí:

- loď ze 4 vedle sebe ležících ohraničených polí, X X X X
- loď ze 3 vedle sebe ležících ohraničených polí, X X X
- loď ze 2 ohraničených polí, X X
- loď z 1 ohraničeného pole. X

Lodě musí být vždy uspořádány tak, svisle nebo vodorovně, aby se žádné dvě lodě nedotýkaly.

Urči možné pozice těchto lodí pro hru na vyobrazení 4. Zjisti, zda jsou možná nějaká další uspořádání. Zdůvodni!

							1
							4
							0
							1
							3
							1
1	3	1	1	1	2	1	

vyobrazení 4

2005/2 – I/3
Arian, Bert, Celine a Denise hrají na oslavě narozenin následující hru:

Jeden z nich opustí místnost. Jeden z ostatních tří dětí si vezme nějaký předmět. Po zavolání dovnitř musí příchozí uhodnout, kdo daný předmět má. K tomu použije výpovědi od každého, kdo zůstal v místnosti. Ten, kdo předmět má, lže; ostatní dva mluví pravdu.

(Upozornění: Pokud někdo lže, lže v každé své výpovědi.)

3.1. V jedné takové hře musela jít Denise za dveře. Ostatní vypovídají následovně:

Arian:	Předmět nemám. Celine ho má.
Bert:	Předmět nemám. Arian ho má.
Celine:	Předmět nemám.

a) Zdůvodni, že pro případ, že Arian předmět má, jsou pravidla hry splněna. To znamená, že Arian lže v obou výpovědích, ale že ostatní říkají pravdu.

b) Zjisti, zda by pro případ, že by předmět měl Bert respektive Celine, byla pravidla hry spněna.

3.2. V jiné takové hře musela Celine za dveře. Ostatní tři vypovídají následovně:

Arian:	Předmět nemám.
Bert:	Předmět mám.
Denise:	Předmět nemám.

Ukaž, že pomocí těchto výpovědí nemá Celine možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu.

Změň Bertovu výpověď tak, aby Celine poté měla možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu. Zdůvodni!

část 2

2005/2 – II/1: Ze starých početnic

1.1. Z 2. počtářské knihy Adama Riese: Jeden kupuje kuřata, a to jednu polovinu kus za 14 feniků, tu druhou polovinu kus za 15 feniků. Zaplatí 2 zlatky 18 grošů 5 feniků.

Kolik kuřat koupil?

Odpověď': ....

1.2. Euklid (300 př.n.l.) položil následující otázku: Mezek a osel jsou naloženi obilím. Mezek řekne oslovi: „Když mi dáš dva díly svého nákladu, ponesu toho třikrát tolik co ty. Ale když ti dám jeden díl ze svého, budou naše náklady stejné."

Kolik obilí tedy mezek a osel nesou?

Odpověď': ....

1.3. Ze „Zázraků početní techniky": Někdo, kdo je tázán jak staří jsou jeho synové, odpoví: „Nejstarší je právě ještě jednou tak starý jako nejmladší. Umocníme-li věkové číslo každého a sečteme-li obě mocniny, dostaneme výsledek 180."

Jak staří jsou oba synové?

Odpověď': ....

2005/2 – II/2: Hry s čísly

2.1. Nahraď ve vedle stojící figurce mezery čísly a početními znaménky tak, aby správně vypočítané příklady byly vodorovně i svisle.

309	-		=	
		-		+
150			=	170
=		=		=
	-	59	=	

2.2. Čísla 1 až 16 (každé jednou) se mají vepsat do magického čtverce tak, aby v každém řádku, sloupci a úhlopříčce byl součet těchto čísel stejný.

16			13
	11	10	
		6	
4			1

2.3. Každé písmeno musí být nahrazeno číslicí, přičemž stejná písmena stejné cifry a různá písmena různé cifry představují.

$$\begin{array}{rcccc} & A & N & N & A \\ + & B & E & R & G \\ \hline = & R & I & E & S \end{array}$$

2005/2 – II/3: Tolikero možností

3.1. Ve škole matematiky v Annabergu chtějí děti pověsit na zeď obrázky. Mají k dispozici pět obrázků s následujícími motivy (písmena v závorkách slouží jako značky pro jednotlivé obrázky):

(**A**) obrázek počítadla **A**bacus
(**B**) obrázek obchodnice **B**arbary Uthmann
(**C**) obrázek úhlu se jménem **C**osinus
(**R**) obrázek početního mistra Adama **R**iese
(**S**) obrázek **š**koly matematiky v Annabergu

a) Máte vybrat tři obrázky a ty poté pověsit vedle sebe na zeď. Tomáš se ptá, kolik různých trojic obrázků existuje, pokud nám záleží i na pořadí obrázků na zdi. Nalezni odpověď.

b) Dále máte pověsit na zeď všech pět obrázků. Tomáš se ptá, kolik různých možností máme, pokud mají obrázky (**A**), (**B**), (**C**) viset vždy za sebou, opět záleží na jejich pořadí, a obrázky (**R**) a (**S**) visí na zbývajících volných místech.

3.2. Těchto pět obrázků a ještě obrázek s**t**olu (**T**) použijeme jako obrázkové motivy na podložky pod myš u počítače. Máme tedy k dispozici šest různých podložek. Těchto šest podložek chceme nyní zabalit po dvojicích jako dárky. Tak nám vzniknou například následující dvojice: (**A**)(**T**) – (**B**)(**C**) – (**R**)(**S**).

a) Vypiš všechny možnosti rozdělení těchto šesti podložek do dvojic, pokud víš, že jedna dvojice je (**A**)(**B**).

b) Marie, která má všechny tyto podložky zabalit do dvojic jako dárky, přemýšlí, kolik má celkem různých možností rozdělení podložek do dvojic. Nalezni odpověď.

* *

Složité úlohy minulých let

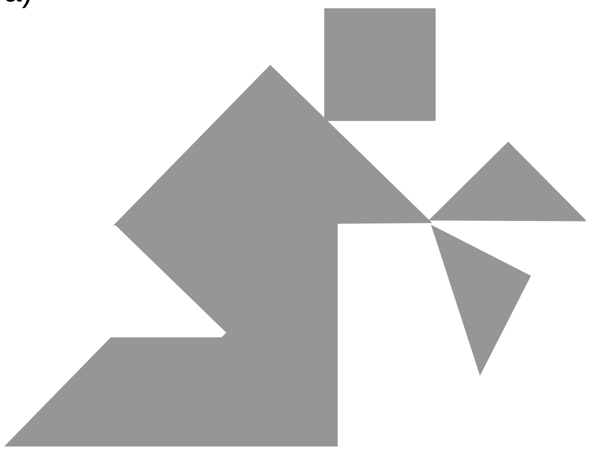
Puzzle a skládat

1999/3 - II/1.2
Podle čísel na okraji čtverce položte odpovídající bonbónů do příslušného řádku, případně sloupce, přičemž na každé políčko lze položit nejvýše jeden bonbón.

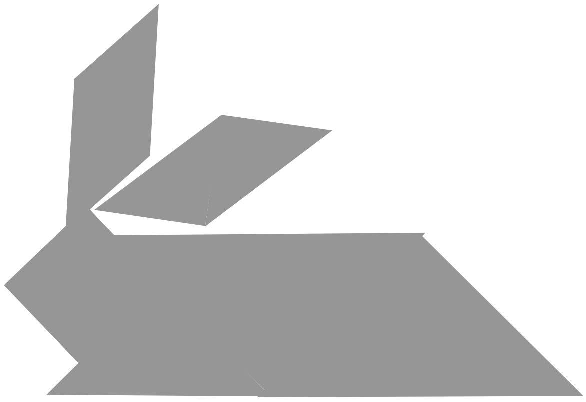
3	2	1	2	3	
					2
					1
					4
					3
					1

2001/3 - II/1.1
Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ (viz obálka) následujici obrazce:

a)



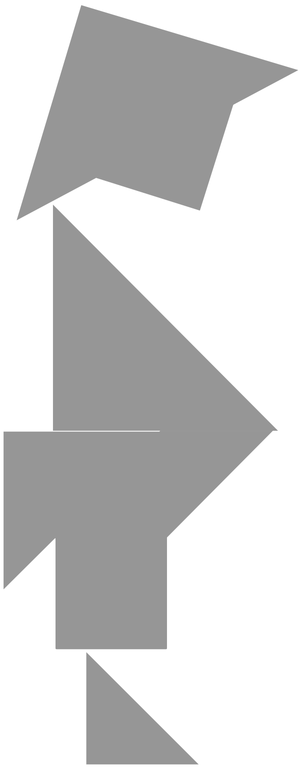
b)



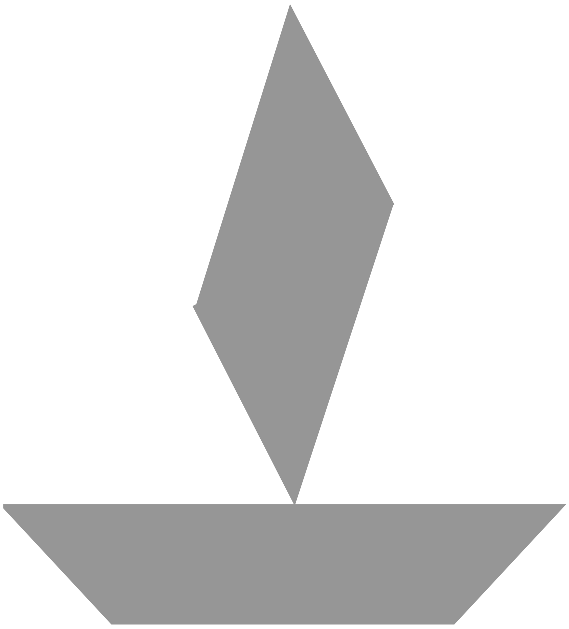
2002/3 - II/1.1

Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ (viz obálka) následujici obrazce:

a)



b)



2004/3 - II/1.2

8 bonbónů má být položeno na políčka čtverce tak, že na každém řádku a v každém sloupci budou zakryta právě dvě políčka a že na nezakrytých políčkách je možné postupně za sebou přečíst jméno matematika.

Ohranič zakrytá políčka. Písmena těchto políček postupně čtená udávají jméno jednoho z míst jeho působení.

A	A	D	N
N	A	M	A
R	B	E	I
R	E	G	S

Úlohy ze starých počtnic

1998/3 – II/2.1
Někdo, koho se zeptali, jak staří jsou oba jeho synové, odpovídá: Ten nejstarší je třikrát tak starý jako nejmladší. Umocníme-li věk každého z nich na druhoz a obě mocniny mezi sebou vynásobíme, vyjde nám číslo 360. Kolik let je každému synovi?

Odpověd‘: ....

2001/3 - II/2.1
Matematik Alcuin (kolem r. 800), učený mnich z Irska, položil následující úkol: Po kolika skocích dohoní lovecký pes zajíce běžícího před ním ve vzdálenosti 150 stop, když zajíc při každém skoku překoná 7 stop, lovecký pes oproti tomu (ve stejné době) skočí při jednom skoku 9 stop daleko. (1 stopa: stará délková míra)

Odpověd‘: ....

2003/3 - II/2.2
Dle pověsti učinila kněžna Libuše požádání o svou ruku závislé na vyřešení hádanky, kterou položila svým nápadníkům:

Kdybych dala z tohoto koše se švestkami prvnímu nápadníku
polovinu obsahu a ještě jednu švestku, druhému polovinu
zbytku a ještě jednu švestku, třetímu polovinu nynějšího
zbytku a ještě tři švestky, byl by koš prázdný.
Uveď počet švestek, které koš obsahuje.

Odpověď: . . . .

2004/3 - II/2.1
Z 2. početice „Počítání na přímce" od Adama Rieseho:

Jeden má peníze, prohraje z toho třetí díl,
spotřebuje ze zbývajících 4 zlaté, obchoduje
se zbytkem, přitom utratí čtvrtý díl
a má teď ještě 21 zlatých.
Kolik zlatých měl na začátku?

Odpověď: . . . .

Tolikero možností

1998/3 - II/3
Cyklistický závod vede místy působení Adama Rieseho: Staffelstein – Erfurt – Annaberg.

V této úloze nás nyní zajímají možná pořadí cílového vjezdu, přičemž žádní dva cyklisté nepřejedou cílovou čáru současně.

1. Cyklističtí závodníci **A**bler, **B**aler, **C**apler a **D**elar jedou v první skupině, která se blíží cílovému stadionu.

a) Napiš všechna možná pořadí cílového vjezdu, kdyby přejel **C**apler přes cílovou čáru jako první. Piš např. tak: **CABD**

b) Kolik možností může celkem nastat (tedy každý z jezdců by mohl jako první přejet cílovou čáru)?

Odpověď: . . . .

2. Ale ještě není závod u konce. Nastává nová situace, neboť **E**rlerovi se podaří připojení k první skupině. Diváci nyní povzbuzují těchto pět jezdců k závěrečnému finiši. Dva z těchto jezdců, totiž **A**bler a **E**rler, patří k AR týmu.

a) U kolika všech možných pořadí cílového vjezdu by mohl být jeden z těch dvou z AR týmu první, ten další druhý?

Odpověď: . . . .

b) U kolika všech možných pořadí cílového vjezdu by mohl být alespoň jeden z AR týmu první nebo druhý?

Odpověď: . . . .

c) Manažer AR týmu sní už o tom, že oba závodníci jeho týmu by mohli stát na stupních vítězů. U kolika všech možných cílových vjezdů by to bylo možné?

Odpověď: . . . .

2000/3 – II/3

1. Riesovy dcery se jmenují **A**nna, **E**va a **S**ybila. Zajisté nevíš, která je nejstarší, která nejmladší. Napiš všechny různé možnosti pořadí, která by mohla být spávná, kdyby se jména seřadila odpovídaje věku, začínaje s nejstarší.

Zapiš tak: **AES**; **ASE**; ....; ....

Zjisti podle následujících pravdivých výpovědí, která je nejstarší, která nejmladší:

(1) Eva nebo Sybila je nestarší.
(2) Pokud je Eva druhá nejstarší, je Anna nejstarší.
(3) Pokud je Eva nejmladší, potom je Sybila druhá nejstarší.
(4) Eva nebo Anna je druhá nejstarší.

Odpověd‘: .... je nejstarší, ... je nejmladší.

2. Riesovi synové se jmenují Adam, Abrahám, Jakub, Izák a Pavel.

a) Dva z nich chtějí s Evou pomáhat otci v počtářské škole. Kolik různých možností celkem vyplyne?

Odpověd‘: ....

b) Dva z nich chtějí s jednou ze sester pomáhat otci v počtářské škole. Kolik různých možností nyní celkem vyplyne?

Odpověd‘: ....

3. a) Čtyři Riesovi synové, kromě Adama, pochodují v nejrůznějších pořadích dveřmi. Kolik různých pořadí existuje celkem?

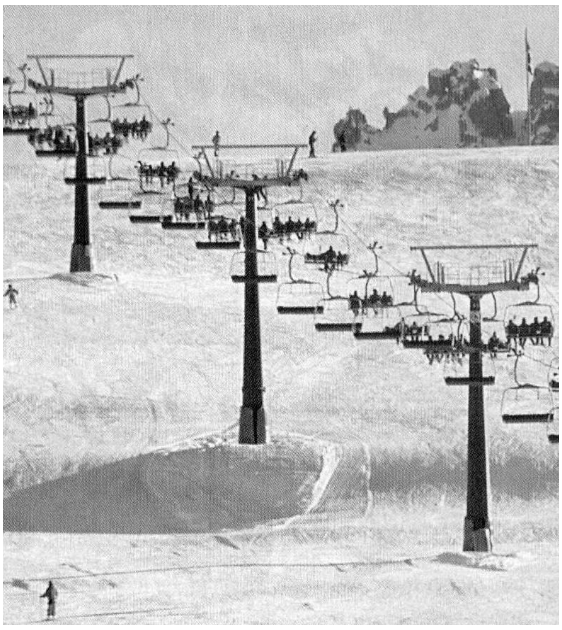
Odpověd‘: ....

b) Mezi chlapce se nyní zařadí ta tři děvčata tak, že budou děvčata a chlapci dveřmi přicházet střídavě. Kolik vyplyne celkem různých možností?

Odpověd‘: ....

2002/3 - II/3

Antonín, **B**rigita, **C**yril, **D**ana a **E**rik tráví prázdninové dny společně v Oberwiesenthalu.



1. Tato pětice chce přihlížet lyžařům skokanům při tréninku. Stoupají za sebou po schodech k divácke výstupu.

a) když trojice chlapců půjde napřed a obě děvčata za nimi?

Odpověd‘: ....

b) když obě děvčata půjdou za sebou (a kromě toho není žádné další podmínky)?

Odpověd‘: ....

2. Brigita vidí, jak jeden skokan po druhém přijíždějí a při tom ty již přítomné skokany pozdraví podáním ruky. (Každý zdravi každého právě jednou.) Napočítá 15 podání rukou.
Kolik skokanů přišlo na trénink?

Odpověď': ....

3. Dolů do údolí chtějí jet **A**ntonín, **B**rigita, **C**yril, **D**ana a **E**rik sedačkovou lanovkou. V kabince se mohou posadit nanejvýš čtyři děti. Musí být použity dvě kabinky. Zajímavá matematická diskuse vznikla otázkou: Kdo pojede s kým v jedné kabince?

Zpracuj následující úlohy:

a) Zapiš všechna možná různá rozdělení pěti děti do dvou kabinek pod podmínkou, že obě děvčata by chtěla sedět spolu v jedné kabince.

Piš tak: **BDAC; E** (to znamená: v jedné kabince sedí **B**rigita, **D**ana, **A**ntonín a **C**yril; v té druhé sedí **E**rik)

Důležité: Pořadí napsání písmen je pro zadání úkolu „Kdo s kým?" bez významu.

b) Kolik různých rozdělení pěti dětí do dvou kabinek vyplyne celkem, když nejsou kladeny žádné další podmínky?

Odpověď': ....

2003/3 - II/3

Účastníci matematické soutěče Adama Rieseho z Česka dorazili do Annaberg-Buchholzu. Dozvídají se, že dům Adam Rieseho v Johannisově uličce poskytuje přístřeší muzeu, počtářské škole, výstavě o Barboře Uthmannové a knihovně.

1. Hana, **I**na, **K**arel, **L**enka a **M**ichal se dohadují, která zařízení domu a v jakém pořadí tato navštíví.

Kolik různých možností pořadí existuje,

a) kdyby chtěli jít do muzea, do počtářské školy a do knihovny?

Odpověď': ....

b) kdyby chtěli jít do tří ze čtyř zařízení?

(Důležité: Také pořadí, viz zadání úkolu, má být vzato v úvahu.)

Odpověd‘: ....

2. Po návštěvě domu Adama Rieseho se děti zdržují na náměstí a fotí se um znovu vybudované studny Barbory Uthmannové.

Kolik různých fotografií může vzniknout,

a) kdyby se každé dítě nechalo vyfotit s každým právě jednou?

Odpověd‘: ....

b) kdyby právě tři z těch pěti dětí měly být viděny na fotkách?
Napiš pro toto všechny možnosti. Využij k tomu počáteční písmena vlastních jmen **H, I, K, L, M**.

Odpověd‘: ....

c) kdyby měly být viděny nejméně dvě z pěti dětí n fotkách (při čemž vychovatelka pomáhá při fotografování)?

Odpověd‘: ....

Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2006

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Úvod

Adam Ries je na západě Krušných hor známou a oblíbenou osobností. Město Annaberg-Buchholz se svým označením “Horské město a město Adama Riese” pyšní po právu, protože právě zde tento počtář po několik let působil. Jeho praktické metody výrazně ovlivnily hospodářský rozkvět v tomto regionu v 16. století. Dobrá pověst jeho počtářské školy se šířila daleko za hranice Krušných hor.

Od roku 1981 nabízí Annaberg-Buchholz saským dívkám a chlapcům z pátých tříd vyučování ve stylu Adama Riese, které se týká počítání a hry v kostky. V každoroční matematické soutěži jsou vytipováni nejlepší počtáři Saska. Cíl soutěže se během let nezměnil: poskytnout možnost chlapcům a dívkám, které zajímá matematika, ověřit si své znalosti a zároveň zintenzívnit jejich zájem o obor. Ale došlo k podstatným formálním změnám. Ze soutěže v regionu Chemnitz se stala soutěž s cílem internacionálního srovnání.

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil). Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)

2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí)

3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí)

Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a

[1] www.adam-ries-bund.de

zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

Dne 4. a 5. května 2001 se ve městě Annaberg-Bucholz po desáté konalo třetí kolo Soutěže Adama Riese. U příležitosti tohoto jubilea vydal Peter Haase v publikační řadě Spolku Adama Riese (Schriftenreihe des Adam-Ries-Bundes e.V.) sbírku příkladů z let 1992-2001 s obsáhlými komentáři k jejich řešení a informacemi k soutěži /1/ [2]. Žáci se zájmem o matematiku mají tak spolu s /2/ a /3/ k dispozici rozsáhlý materiál pro samostatnou práci při řešení problémových příkladů. Úlohy obsažené v tomto sešitě byly vybrány z /1/.

Soutěž Adama Riese 2006 došla tradičním finále čtyř zemí 23. a 24. června svého závěrečného vrcholu. Pouze v Sasku se v tomto roce zabývalo úlohami prvního kola a tedy Riesovým dílem 1700 dívek a chlapců. I úlohy 2. kola spojují historii a matematiku.

Chceme, aby tato knížečka dodala podněty k přípravě na finálové kolo, aby každý účastník mohl své správné výsledky stvrdit slovy:

„To jsem udělal podle Adama Riese...“.

Úspěšní účastníci soutěže

V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994-2005 mezi 25 body (1998) a 39 body (2004). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 20 bodů byli:

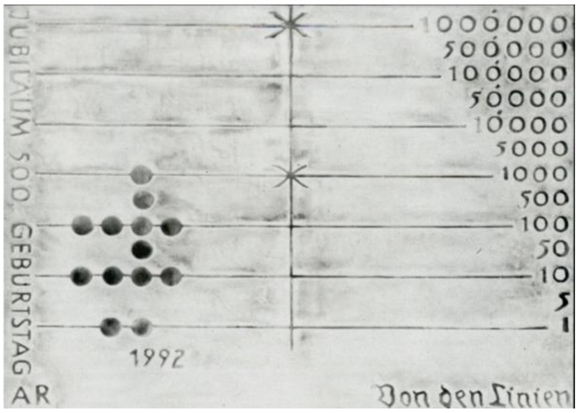
---

[2] /1/ Haase, P.: Adam-Ries-Wettbewerb 1992-2001 – Aufgaben und Lösungen. In: Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Bd. 13., Annaberg-Buchholz, 2001 (ISBN 3-930430-43-6)
/2/ Haase, P. ;König, H.: 15 Jahre Adam-Ries-Wettbewerb für Schüler der Klasse 5 – ein Beitrag zur Förderung mathematisch begabter Schüler. Chemnitz 1996.
/3/ Aufgaben der Adam-Ries-Wettbewerbe – Klasse 5 – (1981-1995), Chemnitz, 1995.

		body	mista	cena	roce
Lenka Sarnová	gymn. Most	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	zš. Chomutov	29	7.		1994
Markéta Gottfriedová	gymn. Louny	29	8.	III.	2005
Michal Pelc	gymn. Most	28	2.	II.	1999
Tomáš Janata	zš. Chomutov	27	2.	II.	1996
Marek Urban	gymn. Kadaň	26	9.		2005
Vlasta Blahova	gymn. Louny	25	4.	III.	1996
Daniel Zibrt	gymn. Louny	25	8.	III.	1999
Marek Mojzík	zš. Chomutov	24	8.	III.	1997
Tomáš Tvrzník	gymn. Most	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	gymn. Louny	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	gymn. Most	22	4.	II.	1998
Michala Kockovská	zš. Chomutov	22	6.	III.	1998
Petr Sindelar	gymn. Most	22	9.	III.	2000
Petr Tvrzník	gymn. Most	21	10.		2000
Jiří Urban	gymn. Louny	21	12.		2001
Martin Suchan	gymn. Louny	21	14.		1997
Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	21	17.		2003
Martin Houda	gymn. Louny	20	13.		2000
Tomáš Janata	zš. Chomutov	20	14.		1995
Jiří Markvart	gymn. Most	20	17.		2002
Hana Trešlová	gymn. Louny	20	18.		2003
Ondřej Šefl	gymn. Most	20	22.		2005
Ondřej Draganov	gymn. Kadaň	20	22.		2005
Marie Koutská	gymn. Most	20	22.		2005

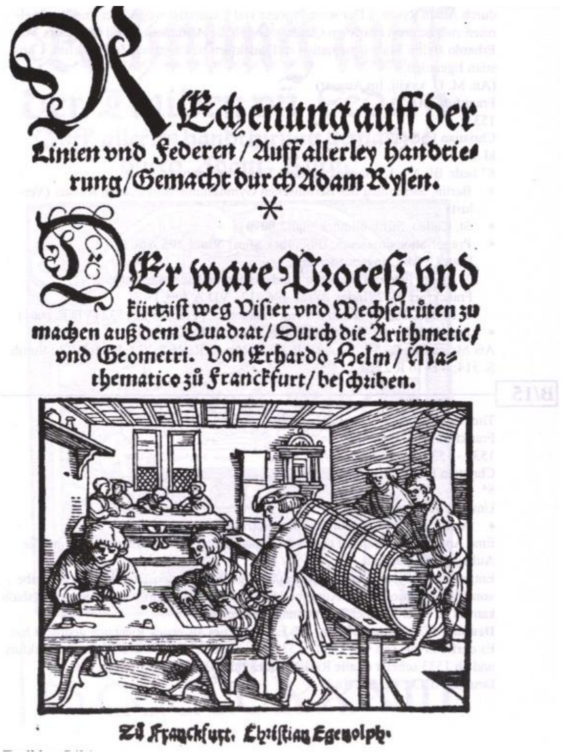
Adam Ries – počtář německého lidu

V letech 1491/92 bylo na úpatí krušnohorské hory Schreckenberg objeveno naleziště stříbra. “Hlas hory” přivolal do této krajiny tisíce lidí. Nově vzniklá osada se už po čtyřech letech stala městem s názvem “Sankt Annaberg”.



Ve stejném roce 1492 se v městě Staffelstein (Bavorsko) narodil Adam Ries. Po mládí stráveném cestováním, úspěšném vedení početní školy v Erfurtu (Thüringen) a po vydání svých prvních počtářských knih, se usadil v rozkvétajícím městě Annaberg. V tomto horském městě se staly moderní počtářské metody předpokladem dalšího vývoje hornických obchodů.

O zásluze Adama Riese se dovídáme i z německých přísloví. Dodnes znamenají slova **”…něco udělat podle Adama Riese…”** korektní a bezchybný výpočet. Obdiv si jistě vysloužil i díky úspěšnosti svých počtářských knih. Až do 18. století byla jeho díla používána jako učební materiál. Mnoho generací se podle Riesových metod učilo pravidlům praktického počítání a jeho použití.


Rechenung auff der Linien vnd Federen / Auff allerley handtierung / Gemacht durch Adam Rysen.
*
Der ware Proceß vnd kürtzist weg Visier vnd Wechselrüten zu machen auß dem Quadrat / Durch die Arithmetic / vnd Geometri. Von Erhardo Helm / Mathematico zů Franckfurt / beschriben.

Zů Franckfurt. Christian Egenolph.

Vědecká senzace: První početnice od Adama Riese objevena

Německý počtář Adam Ries napsal a nechal vytisknout 3 početnice. Zatím nebylo možné doložit první vydání jeho první početnice, kterou dle vlastních údajů napsal v roce 1518. V New Yorku a v Hamburku existují exempláře druhého vydání (vytištěno 1525 v Erfurtu). Exemplář 4. vydání (vytištěno 1530 v Erfurtu) se nachází ve Wroclawi (Polsko). Další vydání se pravděpodobně neuskutečnila.

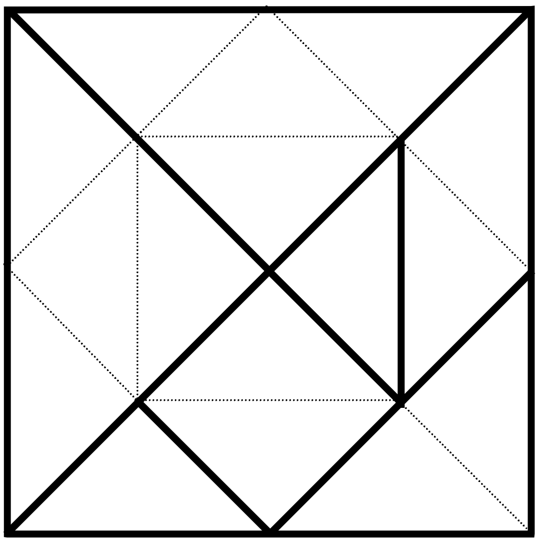
Zatím nebylo jasné, zda 3. vydání doopravdy existovalo. Bylo tedy velmi překvapivé, když se exemplář našel v knihovně v Plavně! Tuto knížečku, vytištěnou 1527 také v Erfurtu, se podařilo získat spolku Adam-Ries-Bund e.V. Muzeum Adama Riese v Annaberg-Buchholz patří nyní k jeděm z mála, které všechny 3 Riesovy početnice mají.

Od druhé početnice je známo 119 vydání z let 1522 - 1656. Mezi nimi se nalézá i český překlad z 1615, jehož exemplář je možno si prohlédnout v Národním muzeu v Praze.

Třetí početnice byla publikována mezi léty 1550 - 1611 v pěti vydáních.

Pokládání a skládání kostek s TANGRAMem

Hra Tagram v sobě obsahuju dávnou čínskou minulost. „*Ch'i Ch'ae pan*“ znamená asi tolik, co „vševěd“ nebo „liška podšitá“. Skládání tvarů plných fantazie – lidí, zvířat, rostlin a různých dalších věcí – patřilo vždy k oblíbeným zábavám se sedmi TAGRAM-kostkami. V 19. století se tato hra stala populární v Evropě. Kniha “*Das große chinesische Rätselspiel für die elegante Welt”* (Velká čínská hádanková hra pro elegantní svět), která vyšla v Lipsku v roce 1818, podnítila početnými úkoly a příklady ke skládání kostek mnohé zvědavce.



Kostky určené k pokládání si každý může sám lehce vyrobit z TANGRAM-čtverce
(viz obrázek).

K skládání tvarů je nutné vždy použít všech sedm kostek!

Úlohy soutěže Adama Riese 2006 (2. stupeň)

Část 1

2005/2 – I/1[3]
Ve své druhé knize příkladů vydané roku 1522 uvádí Adam Ries mezi jinými následující příklad (čísla jsou mírně pozměněna): Zákazník nakoupí tato koření: šafrán, hřebíček a zázvor. 1 libra šafránu stojí 4 guldeny 5 šilinků, 1 libra hřebíčku stojí 19 šilinků a 1 libra zázvoru stojí 8 šilinků.

V době Adama Riese se hmotnost zboží udávala v librách a lotech (1 libra = 32 lotů) a platilo se guldeny a šilinky (1 gulden = 20 šilinků).

Vyřeš následující úlohy:

a) Zákazník kupuje 1 libru šafránu, 2 libry hřebíčku a 3 libry zázvoru. Kolik zaplatí? (Cenu vyjádři tak, aby bylo zapotřebí co nejmenšího počtu mincí.)

b) Adam Ries položil následující otázku: zákazník nakoupil stejné množství šafránu, hřebíčku i zázvoru a zaplatil celkem 133 guldenů. Kolik koření od každého druhu nakoupil? (Výsledek uveď v základním tvaru.)

c) Další zákazník chce nakoupit hřebíček a zázvor, každého na váhu jen v celých librách (ale minimálně jednu libru) a chce, aby celková cena nákupu byla v celých guldenech.

Kolik musí nakoupit hřebíčku a zázvoru?

Nalezni nejmenší možná množství splňující tyto podmínky a ukaž, že menší neexistují.

2006/2 – I/2
Marek a Lukáš se opět baví číselnými hádankami.

Marek říká Lukášovi: „Mysli si dvě čísla. Obě jsou větší než nula. Vytvoř součet obou těchto čísel a přičti jej k součinu těchto myšlených čísel. Vyřkni výsledek.“

[3] roce/stupeň – část/komplex

a) Dobrá, Lukáš si vybral čísla 4 a 12. Vypočítej, jaké číslo Markovi řekne.

b) Lukáš říká jako výsledek číslo 71. Sděluje ještě, že obě myšlená čísla jsou čísly po sobě následujícími. Zjisti tato čísla.

Poté co Marek uhádl často čísla správně, prozradil svůj trik: „Přičti k výsledku 1 a rozlož obdržené číslo do dvou činitelů, z nichž oba jsou větší než jedna. Odečti od každého činitele 1, potom obdržíš ta myšlená čísla.“

c) Jako výsledek je uvedeno číslo 34. Zjisti tímto trikem myšlená čísla.

d) Lukáš chce tento Markův trik použít na číslo 71 jako výsledek (viz dílčí úloha b). Zjistí, že (bez požadavku na po sobě jdoucí čísla) člověk získá více než jednu dvojici čísel. Zjisti všechny možné dvojice myšlených čísel.

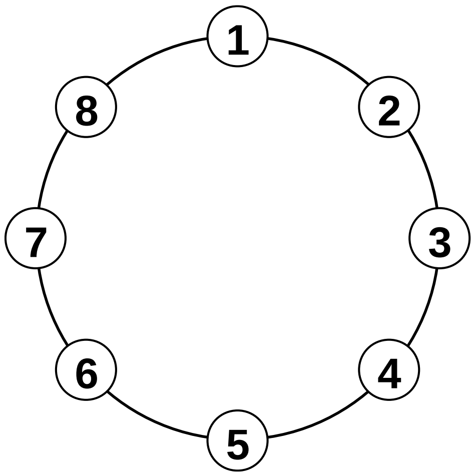
2006/2 – I/3

Znáte nějaké rozpočitadlo? Třeba „Ententýky dva špalíky, čert vyletěl z elektriky, bez klobouku, bos, narazil si nos…?“

Skupina *n* osob vytvoří uzavřený kruh. Rozpočítávání začíná u první osoby ve směru pohybu hodinových ručiček až ke *k-té* osobě, která je z kruhu vyřazena a kruh je znovu uzavřen.

Další rozpočítávání začne u osoby bezprostředně následující za vyřazenou osobou a pokračuje opět ve směru pohybu hodinových ručiček až ke *k-té* osobě, která je z kruhu také vyřazena a kruh je znovu uzavřen.

Takto se pokračuje nepřetržitě až do okamžiku, kdy ve hře zůstane pouze jedna osoba.



Na obrázku vpravo je znázorněno 8 osob ($n = 8$), které jsou očíslovány ve směru pohybu hodinových ručiček od čísla 1 do čísla 8. Vyřazena bude každá čtvrtá osoba ($k = 4$). Pořadí vyřazených osob bude tedy následující: [4, 8, 5, 2, 1, 3, 7, (6)]. Jako poslední zůstane ve hře osoba s číslem 6.

a) Zjisti pořadí vyřazovaných osob pro $n = 10$ a $k = 5$ a urči, kdo zůstane jako poslední ve hře. U které osoby bychom museli začít s rozpočítáváním, aby jako poslední zůstala ve hře osoba s číslem 1?

b) Nyní máme počet osob devět ($n = 9$) a vyřazovat budeme každou devátou osobu ($k = 9$). Zjisti, u které osoby musíme začít s rozpočítáváním, aby jako poslední ve hře zůstala osoba s číslem 1.

V následujících úlohách budeme s rozpočítáváním začínat vždy u osoby s číslem 1 a vyřazována bude každá druhá osoba ($k = 2$).

c) Najdi všechny možné počty osob n, při jejichž rozpočítávání (začínáme u čísla jedna a $k = 2$) zůstane jako poslední ve hře osoba s číslem 1. Zdůvodni!

d) Najdi návod, který umožní pro libovolný počet hráčů zjistit osobu, která zůstane ve hře jako poslední.

Poznámka: Problém zpracovaný v této úloze uvedl již historik Flavius Josephus (žil přibližně v letech 37 až 100 n. l.) a je nyní znám pod označením Josephův problém.

Část 2

2006/2 – II/1 Úlohy ze starých početnic

1. V následujícím úkolu se jedná o výměnu zboží, jak byl tenkrát nazýván prodej a nákup. Důležité: v Riesově době byly „Tücher" (zkráceno tü) a „Ellen" (el) jednotky pro měření látky, „Gulden" (gu) a „Groschen" (gr) byly peněžní jednotky (1 tü = 16 el, 1 gu = 21 gr).

a) Jeden prodá 3 tü a 8 el látek a požaduje za 14 el látky cenu 3 gu. Kolik „Gulden" prodejem získal?

Odpověd': ....

b) Někdo jiný koupí u stejného obchodníka a zaplatí 21 gu 9 gr. Kolik „Tücher", kolik „Ellen" dostal?

Odpověd': ....

2. Řekyně šla do Jupiterovy svatyně a prosila ho, zda by nemohl zdvojnásobit její peníze. Jupiter její prosbu vyslyšel a ona mu z vděčnosti

obětovala dvě „Drachmen“ („Drachme“ byla řecká peněžní jednotka). Šla dál k Apollónově svatyni se stejnou prosbou, načež obětovala znovu dvě „Drachmen“. Když spočítala své peníze, zjistila, že jich má dvakrát tolik jako na začátku. Kolik jich měla?

Odpověd‘: ....

3. Prostřednictvím řeckého dějepisce Herodota známe rychlost perských kurýrů, která umožnila, aby důležitá depeše, poslaná ze Sardes do Susa, urazila za jeden den 60 „Parasangen“ („Parasang“ byla řecká délková míra). Následující depeše, poslaná přesně o den později, urazila denně 70 „Parasangen“a dostihla první depeši přesně v Susa.

a) O kolik „Parasangen“ byl druhý kurýr po třetím dnu jízdy vzdálen od prvního kurýra?

Odpověd‘: ....

b) Kolik „Parasangen“ měří vzdálenost mezi Sardes a Susa?

Odpověd‘: ....

Poznámka: 1 „Parasang“ = 5549 m

2006/2 – II/2 Soustřeďme se v říši čísel

1. Doplň v obrázku operační znaménka a přirozená čísla tak, aby řetězová úloha byla správně vyřešena při výpočtu směřujícím zleva doprava. (Pozor: pravidlo „násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním“ neplatí, mezivýpočty nejsou udány.)

12		5	·		-	3	=	150

2. Každé písmeno musí být nahrazeno jednou číslicí, přičemž rozdílná písmena znamenají rozdílné číslice, shodná písmena shodné číslice:

$$\begin{array}{r} A\ D\ A\ M \\ +\ A\ N\ N\ A \\ \hline =R\ I\ E\ S \end{array}$$

a) Nahraď písmeno **A** číslicí **4**. Zbývající písmena nahraď tak, aby úloha byla vyřešena správně.

$$\begin{array}{r} 4\,\_\,4\,\_ \\ +\ 4\,\_\,\_\,4 \\ \hline =\ \_\,\_\,\_\,\_ \end{array}$$

b) Uveď další řešení:

$$\begin{array}{r} 4\,\_\,4\,\_ \\ +\ 4\,\_\,\_\,4 \\ \hline =\ \_\,\_\,\_\,\_ \end{array}$$

3. Součin tří přirozených čísel je 30, součet těchto čísel je dělitelný čtyřmi. Uveď tato tři čísla.

Odpověď': ....

4. Hledají se dvě číslice, jejichž součet je 132, přičemž pátý díl jedné se rovná šestému dílu druhé číslice.

Odpověď': ....

2006/2 – II/3 Tolikero možností

Anna, **B**edřich, **C**ecílie a **D**aniel se procházejí po náměstí v „KÄTu“ (zábavní centrum v Annaberg-Buchholz).

1. Všichni čtyři chtějí na kolotoči jezdit na „koni“a sedět na něm za sebou. „Koňský hřbet“ je dostatečně velký pro čtyři. Kolik různých možností posazení bude celkem, když

a) Anna a Daniel budou sedět za sebou?

Odpověď': ....

b) Anna a Daniel a také Bedřich a Cecílie budou sedět za sebou?

Odpověď': ....

c) Děvčata a chlapci budou sedět střídavě?

Odpověď': ....

2. Tito čtyři potkají Elišku. Eliška má volné lístky a daruje každému ze svých čtyř přátel jeden.

a) Eliška má pět volných lístků, dva na kolotoč „Pavouk“ a tři na ruské kolo. Napiš všechny možnosti, jak si děti mohou lístky mezi sebou rozdělit.

Možností:

b) Představ si, že by Eliška měla tři lístky na „Pavouka“ a na ruské kolo také tři. Kolik různých možností rozdělení lístků vyjde celkem, když jeden lístek, jedno který, bude přebývat.

Odpověď‘: ....

* *

Složité úlohy minulých let – část 1

2005/3 – I/1

Vedle rozmanitých úloh k přeměně mincovních jednotek a jednotek hmotnosti nacházíme v početnicích Adama Rieseho i ojediněle úlohy o pohybu. V knize „Coß“, nejvýznamnější Riesově početnici, se nachází úloha o honu na lišku.

Pes pronásleduje lišku, která má určitý náskok. Pes a liška provádějí současně skok po skoku.

1. Na 5 psích skoků potřebuje liška 7 skoků.

a) Kolik liščích skoků dohání pes při 15 svých skocích?

> Ries předkládá následující úlohu: Liška je 250 svých skoků před psem. Nyní se ptám, za kolik psích skoků je liška polapena?
> Vyřeš tuto úlohu.

b) U jiného honu na lišku činí nások 250 psích skoků. Vypočítej, kolika psími skoky je tentokráte liška dostižena.

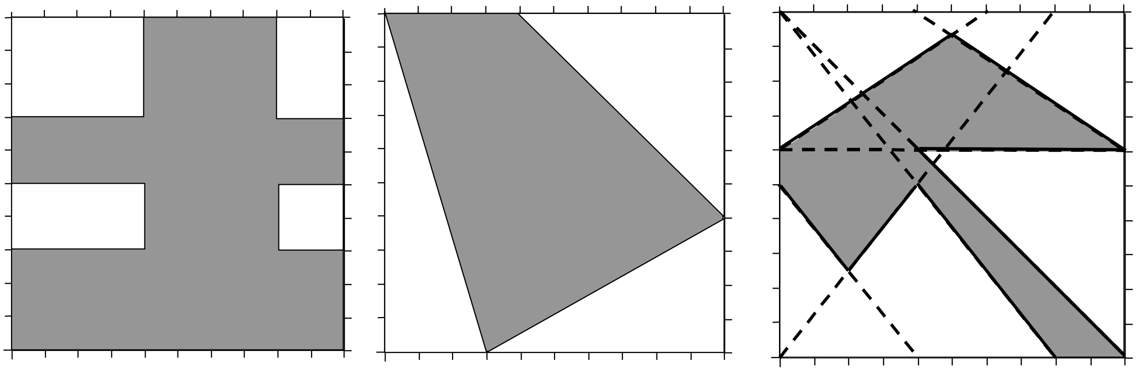
2. U dalšího nonu na lišku činí náskok lišky zase 250 jejích skoků. Po 1000 psích skocích je liška psem dostižena.

Zjisti souvislost mezi počtem ps´ch a liščích skoků.

2005/3 – I/2
Strany čtverce jsou rozděleny do deseti stejně velkých úseků. V tomto čtverci je právě jedna plocha (šrafovaně znázorněná) zcela ohraničena přímkami. Každá přímka prochází právě dvěma dílčími body na stranách čtverce.

Čtverec obsahuje (10 · 10 =) 100 jednotek, čtvercu: Zpočítej kolik jednotek čtvercu obsahují šrafované plochy. (Upozornění: Pro obsah plochy ***A*** pravoúhelníku s délkami stran ***a*** a ***b*** platí: ***A = a · b***.)

(a) (b) (c)



2005/2 – I/3
Arian, Bert, Celine a Denise hrají na oslavě narozenin následující hru:

Jeden z nich opustí místnost. Jeden z ostatních tří dětí si vezme nějaký předmět. Po zavolání dovnitř musí příchozí uhodnout, kdo daný předmět má. K tomu použije výpovědi od každého, kdo zůstal v místnosti. Ten, kdo předmět má, lže; ostatní dva mluví pravdu.

(Upozornění: Pokud někdo lže, lže v každé své výpovědi.)

1. V jedné takové hře musela jít Denise za dveře. Ostatní vypovídají následovně:

Arian:	Předmět nemám. Celine ho má.
Bert:	Předmět nemám. Arian ho má.
Celine:	Předmět nemám.

a) Zdůvodni, že pro případ, že Arian předmět má, jsou pravidla hry splněna. To znamená, že Arian lže v obou výpovědích, ale že ostatní říkají pravdu.

b) Zjisti, zda by pro případ, že by předmět měl Bert respektive Celine, byla pravidla hry spněna.

2. V jiné takové hře musela Celine za dveře. Ostatní tři vypovídají následovně:

Arian:	Předmět nemám.
Bert:	Předmět mám.
Denise:	Předmět nemám.

Ukaž, že pomocí těchto výpovědí nemá Celine možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu.

Změň Bertovu výpověď tak, aby Celine poté měla možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu. Zdůvodni!

Složité úlohy minulých let – část 2

Puzzle a skládat

2000/3 - II/1.2
Čtyři bonbóny mají být položeny na čtverec tak, aby na každém řádku, sloupci, případně na každé úhlopříčce ležel právě jeden bonbón.

Leží-li bonbón na jedné samohlásce (A; E; I) počítá se za dva body, leží-li na jedné souhlásce (B; D; G; M; N; R; S) počítá se za jeden bod.

Součet všech bodů se má nazývat bodový součet.

a) Polož jeden bonbón na M a zbývající tak, jak je vyžadováno v textu úlohy. Vypočítej získaný bodový součet.

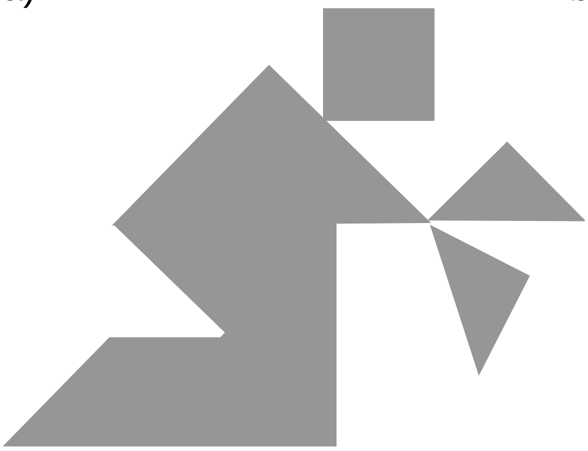
b) Polož bonbóny tak, aby těmito bylo dosaženo co možná největšího bodového součtu.

c) Polož bonbóny tak, aby těmito bylo dosaženo co možná nejmenšího bodového součtu.

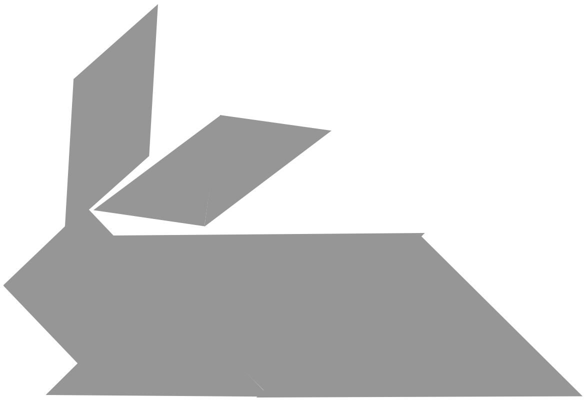
A	D	A	M
R	I	E	S
A	N	N	A
B	E	R	G

2001/3 - II/1.1
Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ následujici obrazce:

a)

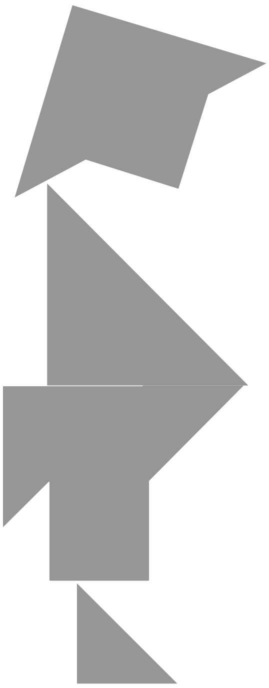


b)

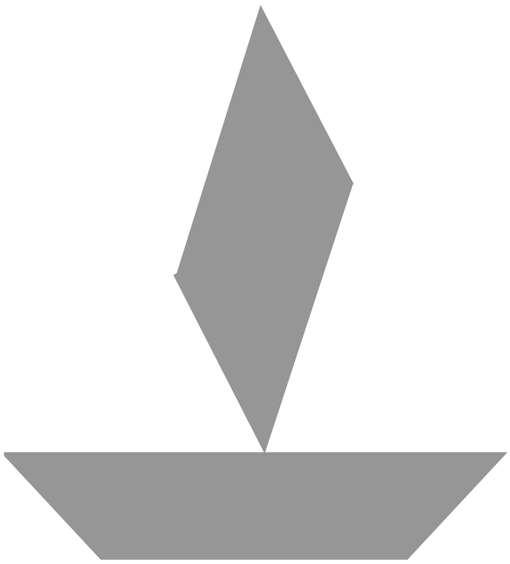


2002/3 - II/1.1
Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ následujici obrazce:

a)



b)



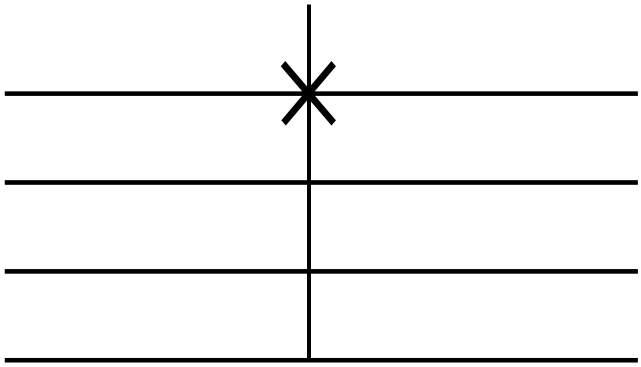
2003/3 – II/1.2
Za dob Adama Rieseho se pokládala pomocí počítací feniků „čísla“ na početní tabulku.

Polož na početní tabulku bonbóny jako počítací feniky. Přitom má vždy jedno číslo (neshodné s nulou) ležet na levé a pravé straně. Leží-li jeden bonbón na nejspodnější čáře je jehohodnota 1, na každé výše položené je jeho hodnota 10, 100, 1000. N jedné čáře mají ležet nejvýše dva bonbóny. Do mezer se nemá nic pokládat.

a) Polož 6 bonbónů tak, aby byl součet obou čísel co možná nejmenší.

b) Polož 6 bonbónů tak, aby byl rozdíl obou čísel co možná největší.

c) Polož 6 bonbónů tak, aby byl součin obou čísel co možná nejmenší.



Úlohy ze starých počtnic

1998/3 - II/2.2
Někdo byl tázán, kolik ovcí má v každém ze dvou chlévů, načež tento odpověděl: Rozdělím-li ovce ve stáji, kde je jich většina, na čtyři stejné díly, a rozdělím-li ovce ve stáji, kde jich stojí nejméně, do 7 stejných dílů, a vezmu-li nyní z každé stáje jeden takový díl, tak obnáší tyto díly dohromady 21. Kolik ovcí je v každé stáji?

Odpověd': ....

2000/3 – II/2.2
Ve staré perské povídce „Tisíc a jeden den“ najdeme následující povídku:

Jedna žena jde do zahrady sklízet jablka. Zahrada má čtyři brány, každá je střežena jedním mužem. Žena dá hlídači 1. brány polovinu sklizených jablek, hlídači 2. brány polovinu zbylých jablek; právě tak postupuje u třetího a čtvrtého. Zůstance jí nakonec jen 10 jablek. Kolik jablek sklidila?

Odpověd': ....

2002/3 - II/2
Adam Ries, mistr počtář a báňský úředník, musel rozdělit výhru dle následující podmínky:

Abrahám dostane dvakrát tolik zlatých než Bertram, Jacob dostane čtvrtinu toho, co Abrahám.

a) Kolik zlatých dostane každý, když je na rozdělení celkem 70 zlatých?

Odpověď‘:
Abrahám .... zlatých
Bertram .... zlatých
Jacob .... zlatých

b) Který nejblíže vyšší počet zlatých se nechá na tři beze zbytku podle výše uvedené podm´nky rozdělit, když je požadováno, že každý podíl je celým číslem?

Odpověď‘: .... zlatých

2005/2 – II/2.2
Euklid (300 př.n.l.) položil následující otázku: Mezek a osel jsou naloženi obilím. Mezek řekne oslovi: „Když mi dáš dva díly svého nákladu, ponesu toho třikrát tolik co ty. Ale když ti dám jeden díl ze svého, budou naše náklady stejné.“ Kolik obilí tedy mezek a osel nesou?

Odpověď‘: ....

Hry s čísly

2004/2 – II/2.1
Najdi pravidlo a doplň řady čísel vždy o dvě další čísla:

1	4	9	16	25	.....	.....		
1	4	10	19	31	.....	.....		
1	6	2	12	8	23	19	.....	.....

2004/2 – II/2.2
Tlustá nula vyzývá všechna čísla na stránce početnice postavit se do řady, aby se se všichni mohli naučit dobře počítat:

Postaví-li se do dvojstupu, jedno přebývá.
Postaví-li se do třístupů, rovněž jedno přebývá.
A přebývá právě jedno i tehdy, stojí-li ve čtyř- či v pěti-, nebo v šestistupu.

Uveď jedno takové množství čísel, pro něž toto platí.

Odpověd‘: ....

A nyní požaduje tlustá nula, aby se všechna čísla postavila do sedmistupu – a žádné nepřebývá.

Uveď nejmenší možný počet čísel, pro něž toto platí.

Odpověd‘: ....

2005/2 – II/2.1
Nahraď ve vedle stojící figurce mezery čísly a početními znaménky tak, aby správně vypočítané příklady byly vodorovně i svisle.

309	-		=	
		-		+
150			=	170
=		=		=
	-	59	=	

2005/2 – II/2.3
Každé písmeno musí být nahrazeno číslicí, přičemž stejná písmena stejné cifry a různá písmena různé cifry představují.

$$
\begin{array}{r}
A\ N\ N\ A \\
+\ B\ E\ R\ G \\
\hline
=\ R\ I\ E\ S
\end{array}
$$

Tolikero možností

1999/3 - II/3.1
Jana, Karel, Lisa, Martin a Nora sfárali na své průzkumnické výpravě do dolu „Markus Röhling“. Přitom existuje tolikero možností a ty máš všechny najít.

1. Horníci se před 500 lety klouzali dolů po chodbách na kožených „prdeláčích“. Proto se smí těchto pět nyní také sklouznout dolů.

a) Napiš všechna různá pořadí pokud se Karel sklouzne první a Martin poslední. Napiš takto: K J L N M, K..., ...

b) Kolik různých pořadí vyplývá celkem, pokud se Martin sklouzne vždy poslední a ostatní vždy ve změněném pořadí?

Odpověď: ....

c) Kolik různých pořadí vyplyne celkem, když děvčata a chlapci se sklouznou střídavě jeden po druhém?

Odpověď: ....

2. K výjezdu ze štoly využívají děti důlního vláčku. Malá lokomotiva táhne vagóny, ve kterých mohou sedět nanejvýš 4 děti. (V žádné z následujících úloh si nemusíte všímat pořadí vagónů.)

a) Kolikero různých rozdělení těchto pěti dětí do právě dvou vagónů celkem existuje?

Odpověď: ....

b) Kolik různých rozdělení těchto pěti dětí do právě dvou vagónů existuje celkem, když v každém vagónu sedí právě jeden chlapec?

Odpověď: ....

c) Kolik různých rozdělení existuje, když jedno dítě smí jet s sebou na lokomotivě, zbývající usednou v právě dvou vagónech?

Odpověď: ....

2003/3 – II/3

Účastníci matematické soutěže Adama Rieseho z Česka dorazili do Annaberg-Buchholzu. Dozvídají se že dům Adama Rieseho v Johannisově uličce poskytuje přístřeší muzeu, počtářské škole, výstavě o Barboře Uthmannové a knihovně.

1. Hana, Ina, Karel, Lenka a Michal se dohadují, která zařízení domu a v jakém pořadi tato navštíví.

Kolik různých možností pořadí existuje,

a) kdyby chtěli jít do muzea, do počtářské školy a do knihovny?

Odpověď: ....

b) kdyby chtěli jít do tří ze čtyř zařízení?
(Důležité: Také pořadí, viz zadání úkolu, má být vzato v úvahu.)

Odpověď: ....

2. Po návštěvě domu Adama Rieseho se děti zdržují na náměstí a fotí se u znovu vybudované studny Barbory Uthmannové.

Kolik různých fotografií může vzniknout,

a) kdyby se každé dítě nechalo vyfotit s každým právě jednou?

Odpověď: ....

b) kdyby právě tři z těch pěti dětí měly být viděny na fotkách?
Napiš pro toto všechny možnosti. Využij k tomu počáteční písmena vlastních jmen H, I, K, L, M.

Odpověď: ....

c) kdyby měly být viděny nejméně dvě z pěti dětí na fotkách (při čemž vychovatelka pomáhá při fotografování)?

Odpověď: ....

2005/3 – II/3

Děti z „Annabergské počtářské školy“ si vymýšlejí úkoly s kartami. Mají k dispozici série karet s následujícími obrázky:

Abacus (A)	Barbara Uthmann (B)
Coß (C)	mistr počtář Adam Ries (R)

Ke každé sérii patří právě čtyři karty, při čemž se každý obrázek vyskytuje právě jen jednou. (Písmena v závorkách jsou použita jako označení pro obrázky.)

1. Max klade karty jedné série přes sebe a říká: „Navrchu leží R. Pak existuje 6 různých pořadí polohy zbývajících karet, totiž ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Zamíchám nyní tyto čtyři karty. Kolik různých pořadí existuje pro polohu těchto čtyř karet?

Odpověď: ....

2. Marie klade dvě série takových karet vedle sebe. V každé sérii leží karty zakryté přes sebe. Táhne jednu kartu z 1. série, potom jednu z 2. série a odloží je v taženém pořadí vedle sebe, zaznamená výsledek, např. AC, vrátí karty zpátky a zopakuje tento postup.
Kolik různých výsledků může dostat?

Odpověď: ....

3. František klade tři série takových karet vedle sebe. V každé sérii leží karty zakryté přes sebs. Táhne jednu kartu z 1. série, potom jednu z 2. série a jednu z 3. série, odloží je v taženém pořadí vedle sebe, zaznamená výsledek, např. ACA, vrátí karty zpátky a zopakuje tento postup.

a) Zapiš všechny výsledky, ve kterých se R objeví právě dcvakrát.

Možnosti:

b) Uveď‘ počet všech různých možnosti, ve kterých se R objeví (jednou nebo vícekrát).

Počet:

4. Nyní klade Líza 5 sérií takových karet do krabice, promíchá je a žádá: „Máš z této krabice bez poznání obrázků, říká se za tmy, vyndat co možná nejmenší počet karet a být si jist, že se mezi vyndanými nachází nejméně

a) od každého obrázku jedna karta. Odpověď: ....

b) dvě karty se stejnými obrázky. Odpověď: ....

(Rada: K nalezení počtu vycházej z nejméně výhodného případu.)

Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2007

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Úvod

Adam Ries je na západě Krušných hor známou a oblíbenou osobností. Město Annaberg-Buchholz se svým označením „Horské město a město Adama Riese” pyšní po právu, protože právě zde tento počtář po několik let působil. Jeho praktické metody výrazně ovlivnily hospodářský rozkvět v tomto regionu v 16. století. Dobrá pověst jeho počtářské školy se šířila daleko za hranice Krušných hor.

Od roku 1981 nabízí Annaberg-Buchholz saským dívkám a chlapcům z pátých tříd vyučování ve stylu Adama Riese, které se týká počítání a hry v kostky. V každoroční matematické soutěži jsou vytipováni nejlepší počtáři Saska. Cíl soutěže se během let nezměnil: poskytnout možnost chlapcům a dívkám, které zajímá matematika, ověřit si své znalosti a zároveň zintenzívnit jejich zájem o obor. Ale došlo k podstatným formálním změnám. Ze soutěže v regionu Chemnitz se stala soutěž s cílem internacionálního srovnání.

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil). Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)

2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí)

3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí)

Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a

[1] www.adam-ries-bund.de

zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

Dne 4. a 5. května 2001 se ve městě Annaberg-Bucholz po desáté konalo třetí kolo Soutěže Adama Riese. U příležitosti tohoto jubilea vydal Peter Haase v publikační řadě Spolku Adama Riese (Schriftenreihe des Adam-Ries-Bundes e.V.) sbírku příkladů z let 1992-2001 s obsáhlými komentáři k jejich řešení a informacemi k soutěži /1/ [2]. Žáci se zájmem o matematiku mají tak spolu s /2/ a /3/ k dispozici rozsáhlý materiál pro samostatnou práci při řešení problémových příkladů. Úlohy obsažené v tomto sešitě byly vybrány z /1/.

Soutěž Adama Riese 2007 došla tradičním finále čtyř zemí 22. a 23. června svého závěrečného vrcholu. Pouze v Sasku se v tomto roce zabývalo úlohami prvního kola a tedy Riesovým dílem 1950 dívek a chlapců. I úlohy 2. kola spojují historii a matematiku.

Chceme, aby tato knížečka dodala podněty k přípravě na finálové kolo, aby každý účastník mohl své správné výsledky stvrdit slovy:

„To jsem udělal podle Adama Riese...“.

Úspěšní účastníci soutěže

V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994 – 2006 mezi 25 body (1998) a 39 body (2004). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 20 bodů byli:

[2] /1/ Haase, P.: Adam-Ries-Wettbewerb 1992-2001 – Aufgaben und Lösungen. In: Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Bd. 13., Annaberg-Buchholz, 2001 (ISBN 3-930430-43-6)
/2/ Haase, P.; König, H.: 15 Jahre Adam-Ries-Wettbewerb für Schüler der Klasse 5 – ein Beitrag zur Förderung mathematisch begabter Schüler. Chemnitz 1996.
/3/ Aufgaben der Adam-Ries-Wettbewerbe – Klasse 5 – (1981-1995), Chemnitz, 1995.

		body	mista	cena	Roce
Lenka Sarnová	gymn. Most	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	zš. Chomutov	29	7.		1994
Markéta Gottfriedová	gymn. Louny	29	8.	III.	2005
Michal Pelc	gymn. Most	28	2.	II.	1999
Tomáš Janata	zš. Chomutov	27	2.	II.	1996
Marek Urban	gymn. Kadaň	26	9.		2005
Vlasta Blahova	gymn. Louny	25	4.	III.	1996
Daniel Zibrt	gymn. Louny	25	8.	III.	1999
Marek Mojzík	zš. Chomutov	24	8.	III.	1997
Tomáš Tvrzník	gymn. Most	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	gymn. Louny	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	gymn. Most	22	4.	II.	1998
Michala Kockovská	zš. Chomutov	22	6.	III.	1998
Petr Sindelar	gymn. Most	22	9.	III.	2000
Petr Tvrzník	gymn. Most	21	10.		2000
Jiří Urban	gymn. Louny	21	12.		2001
Michaela Batoryová	gymn. Kadaň	21	13.		2006
Martin Suchan	gymn. Louny	21	14.		1997
Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	21	17.		2003
Martin Houda	gymn. Louny	20	13.		2000
Tomáš Janata	zš. Chomutov	20	14.		1995
Jiří Markvart	gymn. Most	20	17.		2002
Hana Trešlová	gymn. Louny	20	18.		2003
Ondřej Šefl	gymn. Most	20	22.		2005
Ondřej Draganov	gymn. Kadaň	20	22.		2005
Marie Koutská	gymn. Most	20	22.		2005

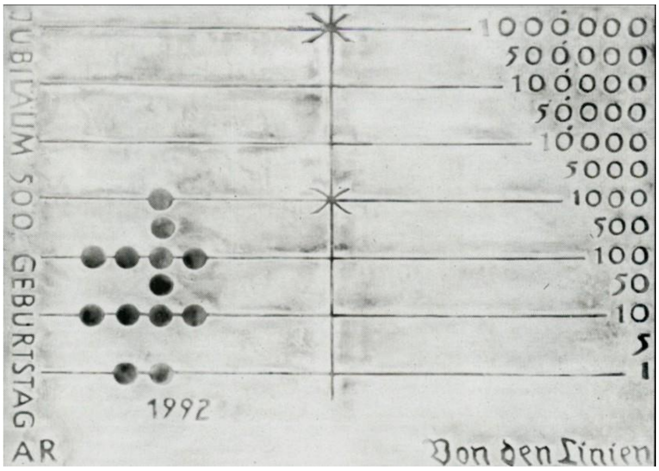

ENCOMIVM
ARITHMET...
Rithmetica Sw... menj
Slowe Počettw Znánj / neb Počjtánj ;
Bez něhož Swětské wěcy y Duchowny/
Nemohau prawě býti Sprawowany:
Neb w Počtu/ Wjře / Waze Wssemohauc

Po stopách Adama Riese

V domě na Johannisgasse 23, kde je dnes Muzeum Adama Riese, žil a pracoval Adam Ries od roku 1525 do roku 1559. Zde se nacházela i jeho proslulá Početní škola, kterou po jeho smrti vedl dále jeden z jeho synů, Abraham Ries. Adam Ries získal tento dům v červenci 1525 za 150 zlatých od svého švagra, občana městské části Buchholzu, Andrease von der Strassen. (Pro porovnání: zedník vydělával v této době přibližně 7 zlatých týdně).

Dům byl postaven pravděpodobně v roce 1500. Během požáru města Annabergu v roce 1604 byl těžce poškozen, ale s použitím původních stavebních dílů opět postaven. Následovalo mnoho dalších přestaveb a dostaveb a tak dnes jsou pro něj typické stavební formy 18. století. Půdorys a uspořádání místností v přízemí však i nadále odpovídá stavu z dob Adama Riese.

Návštěvníkům muzea, založeného v roce 1984, se tím zprostředkují všechny důležité aspekty života a práce Adama Riese. Pochopíme zejména i jeho roli německého početního mistra. Oceněn bude též jako saský horní úředník a „znovuobjevený“ cosista (středověký výraz pro algebraika od slova cosa – neznámá). Kromě toho tu získáte informace o známých knihách „Brotordnungen" které Adam Ries vytvořil kromě jiných pro města Annaberg, Cvikov, Hof a Lipsko mezi lety 1533 a 1557.



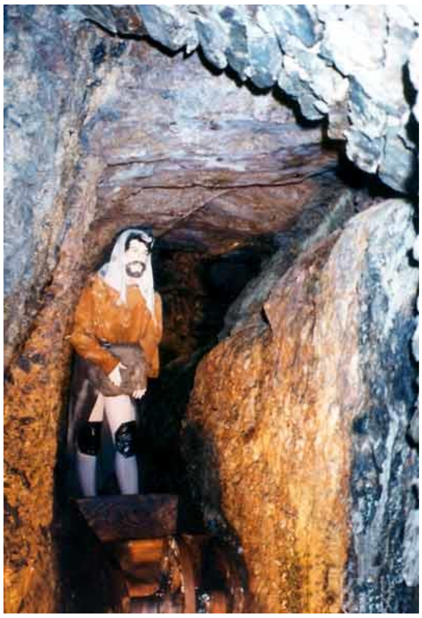
Návštěvník je uveden do proměnlivé historie starých saských měr a vah, kterou se Adama Ries vizionářsky snažil v jejím vývoji a užívání ovlivňovat. Zpracování v "Rechnens auf der Linien" (Počítání v liniích), znázorňující zacházení s římskými číslicemi na počitadle znamená pro návštěvníka vrchol prohlídky

Muzea Adama Riese. A kdo přitom ještě neovládá pokládání a sčítání počítacích feniků, neměl by v žádném případě zanedbat návštěvu moderní početní školy v horním patře budovy. Tady budete mít příležitost naučit se čtyři základní pravidla počítání „v liniích“, abyste mohli nadále nosit titul „Mistr počítání na počitadle“.

Po stopách důlní těžby

V centru starého hornického města Annaberk se nacházejí dva turisticky zajímaví svědkové krušnohorského dolování. Historické vnitřní město s kostelem sv. Anny, Muzeem Krušnohoří a zpřístupněným dolem má zvláštní konstelaci: jen zřídka lze zažít tak bezprostředně vedle sebe těžbu stříbra a její vliv na pozdně středověký vývoj města, architekturu a umění.

V kostele sv. Anny postaveném v letech 1499 – 1525 můžeme obdivovat čtyřkřídlý oltář malíře Hanse Hesse. Tento tzv. „hornický oltář“ je považován za nejvýznamnější malbu báňského regionu z doby Adama Riese. Působí na nás svou barevnou pestrostí a komplexním vyobrazením těžby stříbra. Ukazuje scény týkající se vyměřování, průzkumu a těžby, dopravy a úprav i mincovnictví. Na obrazech jsou detailně zobrazeny pracovní procesy, pracovní prostředky a oděv z dávné doby.



Několik metrů od anenského kostela se ve dvoře Muzea Krušnohoří nachází vchod k dolu „U Gößnera“, který je přístupný návštěvníkům. Zde se můžeme seznámit s mnoha detaily týkajícími se hornického řemesla mezi léty 1500 a 1530. Je nutné sestoupit po ocelových schodech do 13 m hloubky. Prohlídka trvá necelou hodinu, je dlouhá asi 260 m a vede třemi štolami. Návštěvníci chránění helmou a pláštěm procházejí úzkými a často nízkými chodbami. Důl byl pro veřejnost otevřen roku 1995. Díky muzeálnímu ztvárnění a nasvícení zde ožívají obrazy na „hornickém oltáři“.

Roku 1491 bylo na úpatí „hory strachu“ (Schreckenberg) poprvé nalezeno stříbro. Naleziště je poněkud vzdálené od dnešního městského centra, na druhém břehu řeky „Sehma“. Spolu s těžbou se rozvíjelo město, jehož výstavba byla započata roku 1496 a které roku 1497 obdrželo městská práva. V následujících letech bylo otevřeno uvnitř města více než 20 dolů. Důl „U Gößnera“, který vznikl v této době, byl pojmenován po Andreasovi Gößnerovi. Od roku 1519 byl radním v Annaberku a od roku 1524 správcem mlýna. Zemřel roku 1533. Jelikož Adam Ries žil v tomto hornickém městě od roku 1523, jistě se oba muži potkávali často.

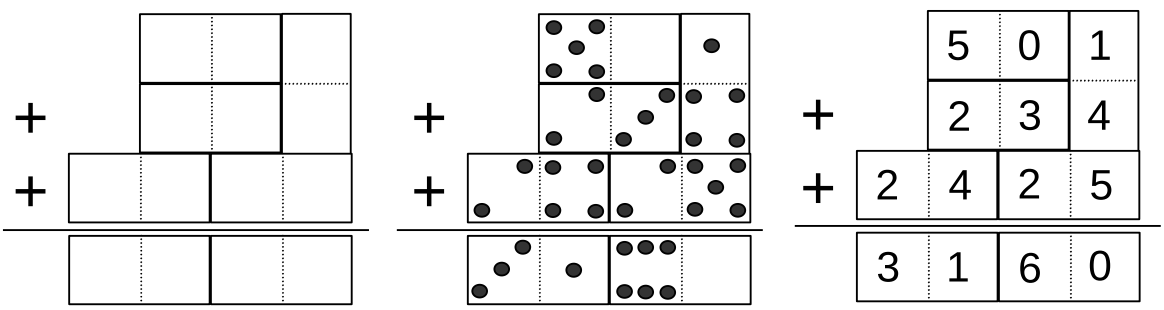
* *

Počítání s kostkami domina

Účastníci druhého kola soutěže Adama Riese se setkávají každým rokem v předvečer soutěže ze Saska v zemském školním domově v Jöhstadtu. V přátelské atmosféře soupeření v řešení úloh se chlapci a dívky zabývají počítáním, skládáním puzzle a skládáním papírových skládanek. Jedna z takových úloh používá jako pomůcku dominové kostky:

Polož 7 kostek domina na šablonu tak, aby vznikla správě vypočtená úloha. Považuj přitom počet bodů na jedné polovině dominové kostky za číslici vícemístného čísla.

Příklad:



.
Najděte sami podobná rozložení.

* *

Úlohy soutěže Adama Riese 2007 (2. stupeň, část 1)

2007/2 – I/1[3]

V nejvýznamnější matematické knize Adama Rieseho, která pochází z roku 1524 a jmenuje se **Coß**, se nachází úloha, jež převedena do současného jazyka, zní takto (čísla a jednotky jsou pozměněny):

136) Item eyn Vischer hat ein hecht, Ist etwas groß vnd langk, sol 1 ℔ vmb 20 ₰ gebnn. Nun hat er kein wag darmit er wigtt. Nimet eyner 1/4 daruon gibt 30 ₰, komet einander Nimet 1/3 vom vbrigenn gibt darfur 7 ₰. Nun komet einander, Nimet das do vorhanden ist alles miteinander gibt darfur 80 ₰, let solches stuck wegenn befindet 27 1/2 ℔. Nun frage ich, wiuil der hecht gewegen hab vnd ab er daß gethan stuckweyß vorkaufftt Dan machn ℔.

Rybář chytil velkou štiku, kterou chtěl prodat na trhu. Bohužel ale neměl s sebou žádnou váhu.

První zákazník si vzal čtvrtinu štiky a dal za ni 30 feniků, aniž by znal váhu.
Druhý zákazník si vzal ze zbytku štiky polovinu a dal za ni 40 feniků, aniž by znal váhu.
Třetí zákazník měl již váhu s sebou a zjistil, že ještě 15 liber ze štiky zbylo, a tak zbytek ryby koupil.

V době, kdy Adam Ries žil, se platilo mimo jiné feniky a haléři. Pro přepočet platí: 1 fenik odpovídá 8 haléřům.

a) Spočítej, jakou cenu musí třetí zákazník zaplatit, jestliže rybář požaduje 20 haléřů za libru štiky. Cenu uveď ve fenicích i v haléřích.

Ries klade ve své úloze další otázky. Vyřeš tyto úlohy:

b) Kolik liber vážila celá štika?
c) Prozkoumej, zda rybář prodejem prvnímu a druhému zákazníkovi udělal dobře, nebo zda by bylo pro něj výhodnější prodat celou štiku za cenu 20 haléřů za libru ?

2007/2 – I/2

V různých sportovních spolcích diskutují členové o svém věku. Všechny spolky se skládají ze členů různého stáří, nejmladšímu je jeden rok.

[3] roce/stupeň – čast/komplex

Rozdíl věku každého člena a jemu nejbližšího staršího člena je pokaždé stejný a vyjádřitelný v celých rocích.

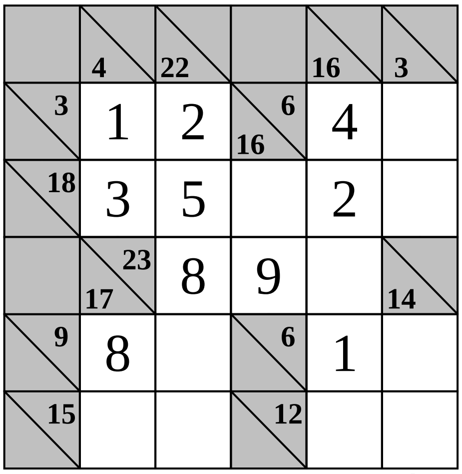
a) Tenisový spolek má 10 členů. Rozdíl věku každého člena a jemu nejbližšího staršího člena činí v tomto spolku dva roky. Nejmladšímu členu je 12 let.
   Vypočítej, jakého stáří dosáhnou všichni členové spolku dohromady.
b) Nejstaršímu členovi plaveckého spolku je 24 let. Všem členům dohromady je 84 let.
   Objasni všechny možnosti, kolik členů plavecký spolek může mít.

U následujících spolků činí rozdíl věku každého člena a jemu nejbližšího staršího člena jeden rok.

c) Fotbalový klub má 27 členů. Všem členům dohromady je 513 let.
   Vypočítej, kolik let je nejmladšímu členovi v tomto klubu.
d) Madlen si myslí: Můj bratr navštěvuje jeden spolek s 23 členy, kteří dosahují dohromady věku 230 let.
   Vyzkoumej, zda je to možné. Zdůvodni!

2007/2 – I/3

Tim a Tom řeší KAKURO. V čtverci složeném ze sloupců a řádků se nacházejí šedá a bílá pole. Některá šedá pole jsou rozdělena a obsahují čísla. Horní číslo v takovém poli udává součet čísel, která se nacházejí v bezprostředně vpravo umístěných bílých polích ve stejném řádku. Dolní číslo v takovém poli udává součet čísel, která se nacházejí v bezprostředně směrem dolů umístěných bílých polích ve stejném sloupci. Vyplňování bílých polí KAKURA probíhá podle následujících dvou pravidel:



Obr. 1

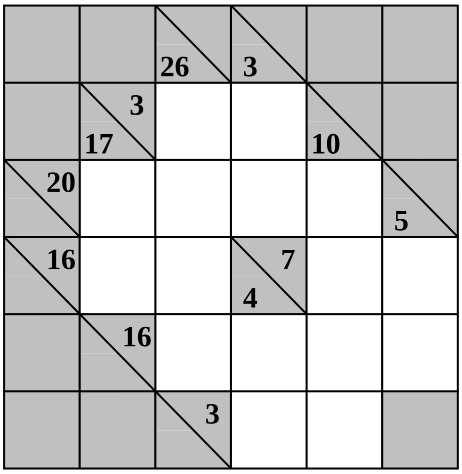
1) vyplňujeme pouze čísly 1 až 9.
2) v každém součtu se smí každé číslo vyskytnout maximálně jednou.

a) Vyplň zbylá bílá pole v KAKURA na obrázku 1.
b) Tim uvažuje, že by při vyplňování mohla být výhoda, znát pro daný počet políček možné hodnoty součtů. Vyhledej všechna čísla,

jejichž hodnota může vzniknout jako součet dvou polí při vyplňování KAKURA.

c) Tom by si chtěl sám sestavit KAKURO ze šesti sloupců a šesti řádků. Jakou maximální hodnotu může mít součet čísel v takovém KAKURU? Zdůvodni.

d) Vyřeš KAKURO na obrázku 2. Zjisti, zda je řešitelné jednoznačně.



Obr. 2

Poznámka: KAKURO pochází z japonštiny a znamená „součet“. I když se prodává jako japonská hra, pochází zřejmě z USA, kde byla v roce 1966 zveřejněna v Dell Magazine pod názvem „Cross Sums“. O jeho popularizaci se ale stejně jako v případě Sudoku, které pochází ze Švýcarska, postaral až japonský specialista na hádanky Nicoli.

* *

Složité úlohy minulých let – část 1

2005/2 – I/1

Ve své druhé knize příkladů vydané roku 1522 uvádí Adam Ries mezi jinými následující příklad (čísla jsou mírně pozměněna): Zákazník nakoupí tato koření: šafrán, hřebíček a zázvor. 1 libra šafránu stojí 4 guldeny 5 šilinků, 1 libra hřebíčku stojí 19 šilinků a 1 libra zázvoru stojí 8 šilinků.

V době Adama Riese se hmotnost zboží udávala v librách a lotech (1 libra = 32 lotů) a platilo se guldeny a šilinky (1 gulden = 20 šilinků).

Vyřeš následující úlohy:

a) Zákazník kupuje 1 libru šafránu, 2 libry hřebíčku a 3 libry zázvoru. Kolik zaplatí? (Cenu vyjádři tak, aby bylo zapotřebí co nejmenšího počtu mincí.)

b) Adam Ries položil následující otázku: zákazník nakoupil stejné množství šafránu, hřebíčku i zázvoru a zaplatil celkem 133 guldenů. Kolik koření od každého druhu nakoupil? (Výsledek uveď v základním tvaru.)

c) Další zákazník chce nakoupit hřebíček a zázvor, každého na váhu jen v celých librách (ale minimálně jednu libru) a chce, aby celková cena nákupu byla v celých guldenech.

Kolik musí nakoupit hřebíčku a zázvoru? Nalezni nejmenší možná množství splňující tyto podmínky a ukaž, že menší neexistují.

2006/2 – I/2

Marek a Lukáš se opět baví číselnými hádankami. Marek říká Lukášovi: „Mysli si dvě čísla. Obě jsou větší než nula. Vytvoř součet obou těchto čísel a přičti jej k součinu těchto myšlených čísel. Vyřkni výsledek.“

a) Dobrá, Lukáš si vybral čísla 4 a 12. Vypočítej, jaké číslo Markovi řekne.
b) Lukáš říká jako výsledek číslo 71. Sděluje ještě, že obě myšlená čísla jsou čísly po sobě následujícími.
Zjisti tato čísla.

Poté co Marek uhádl často čísla správně, prozradil svůj trik: „Přičti k výsledku 1 a rozlož obdržené číslo do dvou činitelů, z nichž oba jsou větší než jedna. Odečti od každého činitele 1, potom obdržíš ta myšlená čísla.“

c) Jako výsledek je uvedeno číslo 34. Zjisti tímto trikem myšlená čísla.
d) Lukáš chce tento Markův trik použít na číslo 71 jako výsledek (viz dílčí úloha b). Zjistí, že (bez požadavku na po sobě jdoucí čísla) člověk získá více než jednu dvojici čísel. Zjisti všechny možné dvojice myšlených čísel.

2006/3 – I/1

Ve své druhé početnici uvádí ADAM RIES několik úloh o „obchodních společnostech“. Jistý počet osob ukládá po určité časové období peněžní obnos a dosáhne tím zisku. Tento bude ve prospěch zúčastněných osob rozdělen podle výše podílu.

V době, kdy žil Adam Ries, se platilo zlat‘áky, šilinky a haléři. Pro přepočet platilo:
1 zlat’ák odpovídá 20 šilinkům, 1 šilink odpovídá 12 haléřům.

a) Tři osoby tvoří jednu „obchodní společnost“.

První vloží 120 zlaťáků, druhý 536 zlaťáků a třetí 144 zlaťáků současně. Dosáhnou při tom zisku ve výší 200 zlaťáků.
Vypočítej, jaká peněžní částka každému z nich přísluší.

b) Tři jiné osoby tvoří opět jednu „obchodní společnost“.
První uloží na 4 měsíce 55 zlaťáků, druhý uloží na 5 měsíců 45 zlaťáků a třetí uloží na 3 měsíce 65 zlaťáků. Dosáhnou při tom zisku ve výši 136 zlaťáků.
Vypočítej, jaký peněžní obnos nyní náleží každému z nich. (Uveď‘ peněžní částky ve zlaťácích, šilincích a haléřích).

2006/3 – I/2

Dnes večer se odehrají v Lipsku a v Mnichově dva osmifinálové zápasy v mistrovství světa ve fotbale 2006. Pro všechna mužstva to byla dlouhá cesta až k finálové účasti.

a) Kvalifikace skupiny Jižní Ameriky se zúčastnilo 10 mužstev. Každé mužstvo sehrálo proti každému soupeři jeden zápas na domácím hřišti a jeden zápas na hřišti soupeře.
Za každé vítězství byly uděleny tři body, za remízu jeden a za prohaný zápas žádný bod.
Vypočítej, kolik maximálně bodů mohlo získat mužstvo v této skupině.
b) Aby se čas na kvalifikaci zkrátil, byl by i možný KO-systém. Mužstvo bude vyřazeno, jakmile prohraje zápas. Každý zápas bude rozhodnut (popřípadě pokutovými kopy).
Evropské skupiny se kvalifikace zúčastnilo celkem 32 mužstev.
Uveď´, kolik zápasů by bylo nutných za těchto podmínek. Zdůvodni!
c) V prvním kole kvalifikace skupiny Oceánie hrálo v květnu 2004 ve skupině 1 pět mužstev – Cookovy ostrovy, Nová Kaledonie, Salomóny, Tahiti a Tongo.
Předpokládejme, že každé mužstvo sehrálo proti každému dalšímu jeden zápas na domácím hřišti a jeden zápas na hřišti soupeře, zápasy se uskutečnily v po sobě následujících týdnech a každé mužstvo mělo odehrát týdně právě dva zápasy. Některé ze zápasů jsou již nasazeny.

(1) Doplň možný herní plán na pracovním listě.
(2) Prověř, zda existují za těchto podmínek další od sebe odlišné herní plány a ukaž, že nemohou žádné další existovat. (Herní plány, které vznikly jenom výměnou zápasu na domácím hřišti se zápasem na hřišti soupeře, jsou stejné.)

Pracovní list:

		Zápas na domácím hřišti				
		Cookovy ostrovy	Nová Kaledonie	Salomóny	Thaiti	Tongo
Zápas hřišti soupeře	Cookovy ostrovy	--	1. týden			
	Nová Kaledonie	2. týden	--	1. týden	2. týden	
	Salomóny	3. týden	3. týden	--		
	Tahiti	2. týden		1. týden	--	1. týden
	Tonga					--

2006/3 – I/3

U mnohého zakoupeného zboží je natištěn čárový kód s čísly, evropské číslo výrobku (EAN). Tento kód podává informaci o původu a druhu daného zboží.

Úplné EAN je většinou 13-místné. Pro rozeznání chybného EAN je poslední číslice číslicí kontrolní. Tu můžeme vypočítat z předcházejících 12 číslic následovně: Zleva do prava se násobí jednotlivé číslice střídavě s činiteli 1 resp. 3 a součiny se potom sečtou. Doplněk takto získaného kontrolního součtu k nejbližčímu násobku 10 je kontrolní číslicí.

Pro výše uvedené EAN 4 009993 010207 získáme kontrolní čislo 7 takto

$$4\cdot 1+0\cdot 3+0\cdot 1+9\cdot 3+9\cdot 1+9\cdot 3+3\cdot 1+0\cdot 3+1\cdot 1+0\cdot 3+2\cdot 1+0\cdot 3=73$$

$$\rightarrow \quad 73+7=8\cdot 10$$

a) U následujícího EAN chybí kontrolní číslo: 40 16138 10060?
b) Jiné číslo EAN má kontrolní číslo 0, na všech ostatních místech stojí jedno a totéž číslo. Zjisti toto EAN.
c) U následujícího EAN chybí první dvě číslice: ?? 57054 07149 3. Zjisti všechny možné dvojice chybějících číslic a dokaž, že nemohou existovat další.

Mezinárodním standardním knižním číslem (krátce ISBN) jsou označovány skoro všechny knihy. Skládá se z 10 číslic, z nichž zase poslední je kontrolní číslicí. Tu můžeme vynásobí z předcházejících 9 číslic následovně: Počínaje zleva se vynásobí první číslice 10, druhá 9, třetí 8, ..., a devátá 2. Součiny se potom sečtou. Doplněk takto získaného kontrolního součtu k nejbližšímu násobku 11 je kontrolní číslice.

d) Někdo vzpomíná, že kniha „O matematickě soutěži Adam Ries 1992 – 2001“ má ISBN 3-930-43643-6. Ukáže se ale, že ve skutečném ISBN na právě jednom místě stojí (ne na místě kontrolního čísla) menší číslice.
Zjisti, zda se z těchto údajů dá jednoznačně určit ISBN této knihy.

* *

Puzzle a skládání

1999/3-II/1.2

Podle čísel na okraji čtverce položte odpovídající bonbónů do příslušného řádku, případně sloupce, přičemž na každé políčko lze položit nejvýše jeden bonbón.

3	2	1	2	3	
					2
					1
					4
					3
					1

2001/3 - II/1.2

Polož do šesti políček čtvercové sítě o rozměrech 6 x 6 vždy jeden bonbón a to tak,

a) aby v každém řádku a sloupci čtvercové sítě zůstal neobsazen lichý počet polí a mimo to, aby bonbóny neležely všechny současně v jedné úhlopříčce.
b) aby v každém řádku a sloupci čtvercové sítě zůstal neobsazen sudý počet polí.

2002/3 - II/1.2

Bonbóny (viz sáček) mají být „rozděleny“ s povšimnutím následujících podmínek:

- Stejná písmena mají být obložena stejným počtem bonbónů, různá s rozdílně velkým počtem.
- Ne každé písmeno jednoho jména musí být obloženo.
- Je-li písmeno obloženo, tak je toto obloženo při každém výskytu stejným počtem bonbónů.

a) 8 bonbónů se má tak rozdělit, že ANNA „získá“ třikrát tolik jak ADAM.

A	N	N	A

A	D	A	M

b) 12 bonbónů má být rozděleno tak, že Riesova nejstarší dcera EVA dostane nejvíce bonbónů, ANNA o jeden méně než EVA, a nejmladší dcera SYBILLA opět o jeden méně než ANNA.

E	V	A

A	N	N	A

S	Y	B	I	L	L	A

2004/3-II/1.2

8 bonbónů má být položeno na políčka čtverce tak, že na každém řádku a v každém sloupci budou zakryta právě dvě políčka a že na nezakrytých políčkách je možné postupně za sebou přečíst jméno matematika.

Ohranič zakrytá políčka. Písmena těchto políček postupně čtená udávají jméno jednoho z míst jeho působení.

A	A	D	N
N	A	M	A
R	B	E	I
R	E	G	S

2006/3 – II/1.2

Polož na 10 políček čtverce se 4 x 4 políčky vždy jeden bonbón tak, že na každem řádku, v každém sloupci a na každé úhlopříčce čtverce leži sudý počet (nejméně dva) bonbónů.

* *

Hry s čísly

2004/2 – II/2.2

Tlustá nula vyzývá všechna čísla na stránce početnice postavit se do řady, aby se se všichni mohli naučit dobře počítat:

Postaví-li se do dvojstupu, jedno přebývá.
Postaví-li se do třístupů, rovněž jedno přebývá.
A přebývá právě jedno i tehdy, stojí-li ve čtyř- či v pěti-, nebo v šestistupu.

Uveď jedno takové množství čísel, pro něž toto platí.

Odpověď': ....

A nyní požaduje tlustá nula, aby se všechna čísla postavila do sedmistupu – a žádné nepřebývá.

Uveď nejmenší možný počet čísel, pro něž toto platí.

Odpověď': ....

2005/2 – II/2.1

Nahraď ve vedle stojící figurce mezery čísly a početními znaménky tak, aby správně vypočítané příklady byly vodorovně i svisle.

309	-		=	
		-		+
150			=	170
=		=		=
	-	59	=	

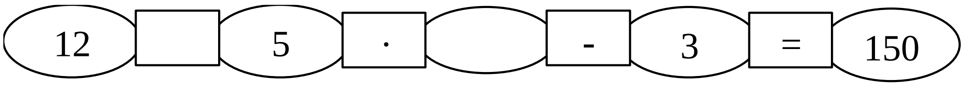
2005/2 – II/2.2

Čísla 1 až 16 (každé jednou) se mají vepsat do magického čtverce tak, aby v každém řádku, sloupci a úhlopříčce byl součet těchto čísel stejný.

16			13
	11	10	
		6	
4			1

2006/2 – II/2.1

Doplň v obrázku operační znaménka a přirozená čísla tak, aby řetězová úloha byla správně vyřešena při výpočtu směřujícím zleva doprava. (Pozor: pravidlo „násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním“ neplatí, mezivýpočty nejsou udány.)



2006/2 – II/2.2

Každé písmeno musí být nahrazeno jednou číslicí, přičemž rozdílná písmena znamenají rozdílné číslice, shodná písmena shodné číslice:

$$\begin{array}{ccccc} & A & D & A & M \\ + & A & N & N & A \\ \hline = & R & I & E & S \end{array}$$

a) Nahraď písmeno **A** číslicí **4**. Zbývající písmena nahraď tak, aby úloha byla vyřešena správně.

$$\begin{array}{ccccc} & 4 & \_ & 4 & \_ \\ + & 4 & \_ & \_ & 4 \\ \hline = & \_ & \_ & \_ & \_ \end{array}$$

b) Uveď další řešení:

$$\begin{array}{ccccc} & 4 & \_ & 4 & \_ \\ + & 4 & \_ & \_ & 4 \\ \hline = & \_ & \_ & \_ & \_ \end{array}$$

2007/2 – II/2.1

V egyptské pyramidě objevili učenci do kamene vytesané číslo. Toto číslo je nejmenší ze všech přirozených čísel, které je dělitelné všemi přirozenými čísly od 1 do 10. Najdi toto číslo.

2007/2 – II/2.2

V jednom přístavu zakotvily čtyři lodě. Přístav pak opustily najednou. Je známo, že první loď se vrací každé čtyři týdny, druhá každých 8 týdnů, třetí každých 12 týdnů a čtvrtá každých 16 týdnů.

Po kolika týdnech zakotvily znovu všechny čtyři lodě v tomto přístavu?

2007/2 – II/2.3

Součin čtyř po sobě následujících přirozených čísel je 3024. Uveď tato čtyři čísla.

* *

Úlohy ze starých početnic

2000/3 – II/2.1

V arabských povídkách „Z tisíce a jedné noci“ najdeme ve 458. noci hezkou hádanku:

Holubí hejno letělo k vysokému stromu, část holubů si sedlo na strom, ostatní pod strom. Tu promluvili ti na stromě k těm, kteři byli dole: „ Když jeden z vás vzlétne nahoru, tak jste třetinou z nás všech. A když jeden z nás slétne dolů, tak vám budeme do počtu rovni.“

Kolik holubů bylo na stromě, kolik pod stromem?

Odpověd´: ....na stromě; .... pod stromen.

2002/3 - II/2.1

Mistr počtář Jacob von Koburg (kolem 1600) zadal svým posluchačům následující úkol:

Dvě města by mohla být 228 mil od sebe vzdálená. Z každého tohoto města si jdou dva poslové naproti se stejným startovním časem. Každý z těchto poslů uběhne nàsledující den vždy stejný počet mil jak v předcházející den, ale jeden z poslů ujde denně o dvě mile více než ten druhý. Po 12 dnech se potkají.

Kolik mil z celkové trasy uběhne kažký z poslů?

Odpověd‘: Ten jeden: .... mil,
Ten druhý: .... mil.

2004/2 – II/1.3

Achilles běží závod s krásnou Helenou. Helena běží poloviční rychlostí v porovnání s Achillem. Achilles dá Heleně náskok 1000 m.

Kolik metrů musí uběhnout Achilles, aby Helenu dohonil?

Odpověď: ....

2005/2 – II/1.3

Ze „Zázraků početní techniky“: Někdo, kdo je tázán jak staří jsou jeho synové, odpoví: „Nejstarší je právě ještě jednou tak starý jako nejmladší. Umocníme-li věkové číslo každého a sečteme-li obě mocniny, dostaneme výsledek 180.“

Jak staří jsou oba synové?

Odpověď: ....

2006/2 – II/1.2

Řekyně šla do Jupiterovy svatyně a prosila ho, zda by nemohl zdvojnásobit její peníze. Jupiter její prosbu vyslyšel a ona mu z vděčnosti obětovala dvě „Drachmen“ („Drachme“ byla řecká peněžní jednotka). Šla dál k Apollónově svatyni se stejnou prosbou, načež obětovala znovu dvě „Drachmen“. Když spočítala své peníze, zjistila, že jich má dvakrát tolik jako na začátku. Kolik jich měla?

Odpověď: ....

* *

Tolikero možností

1998/3 – II/3

Cyklistický závod vede místy působení Adama Rieseho: Staffelstein – Erfurt – Annaberg.

V této úloze nás nyní zajímají možná pořadí cílového vjezdu, přičemž žádní dva cyklisté nepřejedou cílovou čáru současně.

1. Cyklističtí závodníci Abler, Baler, Capler a Delar jedou v první skupině, která se blíží cílovému stadionu.

a) Napiš všechna možná pořadí cílového vjezdu, kdyby přejel Capler přes cílovou čáru jako první. Piš např. tak: CABD
b) Kolik možností může celkem nastat (tedy každý z jezdců by mohl jako první přejet cílovou čáru)?

Odpověď: . . . .

2. Ale ještě není závod u konce. Nastává nová situace, neboť Erlerovi se podaří připojení k první skupině. Diváci nyní povzbuzují těchto pět jezdců k závěrečnému finiši. Dva z těchto jezdců, totiž Abler a Erler, patří k AR týmu.

a) U kolika všech možných pořadí cílového vjezdu by mohl být jeden z těch dvou z AR týmu první, ten další druhý?

Odpověď: . . . .

b) U kolika všech možných pořadí cílového vjezdu by mohl být alespoň jeden z AR týmu první nebo druhý?

Odpověď: . . . .

c) Manažer AR týmu sní už o tom, že oba závodníci jeho týmu by mohli stát na stupních vítězů. U kolika všech možných cílových vjezdů by to bylo možné?

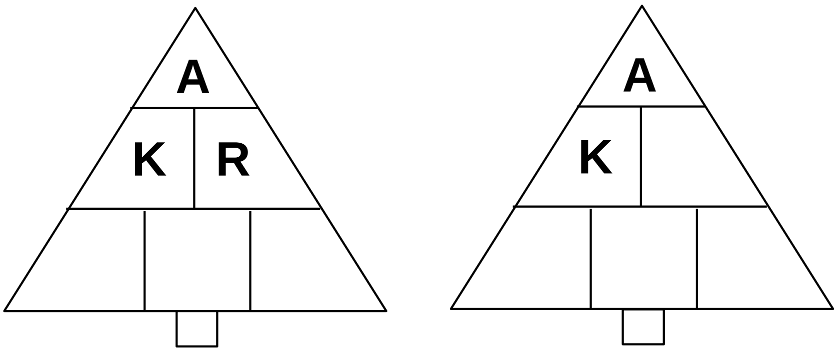
Odpověď: . . . .

2001/3 - II/3

Annabergsko-Buchholzští slaví v tomto roce 500. výročí města Buchholz. Městští hrdinové které buchholzští opěvují ve své národní písni, jsou přichystáni jako figurky – sošky k prodeji. To jsou mimo jiných: **A**ugustýn (A), **K**okosnuss (K), **R**ichter-Bui (R), **S**chmiedelpfeif (S), **W**ä-tä-tä (W) a **Z**acherlin (Z). (Při zápisu řešení by mělo být použito jen počátečních písmen.)

1. Vilík pomáhá postavit městské hrdiny do regálu jednoho prodejního stánku. Regál (→obr.) má tvar jehličnatého stromu, přičemž na horní

poličku má být postavena právě jedna figurka, na prostřední poličku dvě figurky a na spodní tři figurky.



a) Vilík postaví Augustýna na horní poličku, Kokosnuss na prostřední poličku vlevo, vedle Kokosnuss Richter-Buiho.
Napiš všechny různé možnosti postavení zbývajících figur na spodní poličce.

Možnosti: ....

b) Vilík postaví Augustýna na horní poličku, Kokosnuss na prostřední poličku vlevo.
Kolik různých možností vyplyne pro postavení zbývajících figur?

Odpověď‘: ....

U kolika těchto možností stojí Wä-tä-tä uprostřed spodní poličky?

Odpověď‘: ....

2. Anna by si chtěla koupit figurky.

a) Anna koupí právě dvě ze šesti figurek. Zapiš systematicky všechny různé možnosti volby obou figurek.

Začni takto: AK; AR; ....
KR; ....

b) U jiného stánku je nabízeno více než šest figurek. Vybrala-li by si Anna zde své dvě figurky, došla by na 45 různých možností volby.
Kolik různých figurek je nabízeno u tohoto stánku?

Odpověď‘: ....

2004/2 – II/3

Na počítacích fenicích erfurtské početní školy byly tyto ražby: zobrazení Adama Riese (R), pohled na město Erfurt (E), pohled na město Annaberg (A), pohled na město Staffelstein (S), erfurtská universitní brána (U).

(R) (A) (E) (S) (U)

1. V jednom koženém sáčku je přesně 100 počítacích feniků, a to 30 feniků s ražbou (E), 20 s ražbou (A) a 50 s ražbou (S). Máš z tohoto sáčku (aniž bys rozeznal ražbu - nebo-li „se zavázanýma očima“) vybrat nejnižší nutný počet feniků tak, aby sis mohl být jist, že mezi vybranými jsou minimálně:

(a) tři feniky s ražbou (A) Odpověd‘: ....
(b) tři feniky s ražbou (S) a tři feniky s ražbou (E) Odpověd‘: ....
(c) tři feniky s ražbou (A) a tři feniky s ražbou (E) Odpověd‘: ....

2. Martina a Ondra si vzájemně dávají složité úkoly, aby nalezli všechny možnosti seřazení feniků v albu mincí. K dispozici mají právě jeden fenik od každé ražby – tedy celkem 5 kusů.

Martina dá Ondrovi tento úkol: Ulož fenik s (R) jako první, ty ostatní ve všech možných řazeních po sobě.

V kolika z nich leží (U) vedle (E)?

Odpověd‘: ....

Ondra se ptá Martiny: na jedné straně alba jsou tři volná místa vedle sebe a na další straně ještě dvě.
V kolika různých uspořádáních můžeš 5 feniků na tato místa uložit?

Odpověd‘: ....

Nyní jsou k dispozici právě čtyři feniky: dva s (R), jeden s (S) a jeden s (E).

Kolik existuje možností pořadí těchto feniků, mají-li se tyto čtyři uložit po sobě na čtyři volná místa?

Odpověď: ....

2005/2 – II/3

1. Ve škole matematiky v Annabergu chtějí děti pověsit na zeď obrázky. Mají k dispozici pět obrázků s následujícími motivy (písmena v závorkách slouží jako značky pro jednotlivé obrázky):

(**A**) obrázek počítadla **A**bacus
(**B**) obrázek obchodnice **B**arbary Uthmann
(**C**) obrázek úhlu se jménem **C**osinus
(**R**) obrázek početního mistra Adama **R**iese
(**S**) obrázek **š**koly matematiky v Annabergu

a) Máte vybrat tři obrázky a ty poté pověsit vedle sebe na zeď. Tomáš se ptá, kolik různých trojic obrázků existuje, pokud nám záleží i na pořadí obrázků na zdi. Nalezni odpověď.

b) Dále máte pověsit na zeď všech pět obrázků. Tomáš se ptá, kolik různých možností máme, pokud mají obrázky (**A**), (**B**), (**C**) viset vždy za sebou, opět záleží na jejich pořadí, a obrázky (**R**) a (**S**) visí na zbývajících volných místech.

2. Těchto pět obrázků a ještě obrázek s**t**olu (**T**) použijeme jako obrázkové motivy na podložky pod myš u počítače. Máme tedy k dispozici šest různých podložek. Těchto šest podložek chceme nyní zabalit po dvojicích jako dárky. Tak nám vzniknou například následující dvojice: (**A**)(**T**) – (**B**)(**C**) – (**R**)(**S**).

a) Vypiš všechny možnosti rozdělení těchto šesti podložek do dvojic, pokud víš, že jedna dvojice je (**A**)(**B**).
b) Marie, která má všechny tyto podložky zabalit do dvojic jako dárky, přemýšlí, kolik má celkem různých možností rozdělení podložek do dvojic. Nalezni odpověď.

2006/2 – II/3

Anna, **B**edřich, **C**ecílie a **D**aniel se procházejí po náměstí v „KÄTu“ (zábavní centrum v Annaberg-Buchholz).

1. Všichni čtyři chtějí na kolotoči jezdit na „koni“a sedět na něm za sebou. „Koňský hřbet“ je dostatečně velký pro čtyři. Kolik různých možností posazení bude celkem, když

a) Anna a Daniel budou sedět za sebou?

   Odpověď‘: ....

b) Anna a Daniel a také Bedřich a Cecílie budou sedět za sebou?

   Odpověď‘: ....

c) Děvčata a chlapci budou sedět střídavě?

   Odpověď‘: ....

2. Tito čtyři potkají Elišku. Eliška má volné lístky a daruje každému ze svých čtyř přátel jeden.

a) Eliška má pět volných lístků, dva na kolotoč „Pavouk“ a tři na ruské kolo. Napiš všechny možnosti, jak si děti mohou lístky mezi sebou rozdělit.

   Možností: ....

b) Představ si, že by Eliška měla tři lístky na „Pavouka“ a na ruské kolo také tři. Kolik různých možností rozdělení lístků vyjde celkem, když jeden lístek, jedno který, bude přebývat.

   Odpověď‘: ....

* *

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
E-Mail: norman.bitterlich@t-online.de

Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2008

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Úvod

Adam Ries je na západě Krušných hor známou a oblíbenou osobností. Město Annaberg-Buchholz se svým označením “Horské město a město Adama Riese” pyšní po právu, protože právě zde tento počtář po několik let působil. Jeho praktické metody výrazně ovlivnily hospodářský rozkvět v tomto regionu v 16. století. Dobrá pověst jeho počtářské školy se šířila daleko za hranice Krušných hor.

V městě Annaberg-Bucholz je Adam Ries velmi uznávanou osobou. Jsou po něm pojmenovány ulice, škola, domov důchodců, nákupní středisko a obytná čtvrť. Ve městě se nachází pomník, který na tuto osobnost upozorňuje. Historická budova počtářské školy je dnes obyvatelům a turistům k dispozici jako muzeum. Moderně zařízené prostory jsou hojně využívány k hodinám počtů ve starém stylu. O Riesovo dědictví pečuje spolek Adam-Ries-Bund, který si tento úkol předsevzal. Má na starosti také pátrání po potomcích Adama Riese. Je známo přes 20.000 jmen příbuzných Adama Riese, kteří žili od 16. století do dneška!

Od roku 1981 nabízí Annaberg-Buchholz saským dívkám a chlapcům z pátých tříd vyučování ve stylu Adama Riese, které se týká počítání a hry v kostky. V každoroční matematické soutěži jsou vytipováni nejlepší počtáři Saska. V roce 2004/05 se uskuteční tento projekt po pětadvacáté. Cíl soutěže se během let nezměnil: poskytnout možnost chlapcům a dívkám, které zajímá matematika, ověřit si své znalosti a zároveň zintenzívnit jejich zájem o obor. Ale došlo k podstatným formálním změnám. Ze soutěže v regionu Chemnitz se stala soutěž s cílem internacionálního srovnání, kterou pořádá spolek Adam-Ries-Bund.

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil). Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

Jsme rádi, že můžeme v tomto školním roce již po patnácté přivítat na soutěži české družstvo. V uplynulých letech byli jako nejlepší za svou zemi vyznamenáni tito účastníci:

[1] www.adam-ries-bund.de

roce			mista	cena
2007	Alena Rossova	gymn. Louny	16.	
2006	Michaela Batoryová	gymn. Kadaň	13.	
2005	Markéta Gottfriedová	gymn. Louny	8.	III.
2004	Kateřina Hošková	gymn. Most	16.	
2003	Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	17.	
2002	Tomáš Tvrzník	gymn. Most	8.	III.
2001	Jiří Urban	gymn. Louny	12.	
2000	Petr Sindelar	gymn. Most	9.	III.
1999	Michal Pelc	gymn. Most	2.	II.
1998	Vojtèch Mezera Frantisek Krticka	gymn. Louny gymn. Most	4.	II.
1997	Lenka Sarnová	gymn. Most	2.	I.
1996	Tomáš Janata	zš. Chomutov	2.	II.
1995	Tomáš Janata	zš. Chomutov	14.	
1994	Vladimir Patera	zš. Chomutov	7.	

V Sasku slavila svůj první úspěch v soutěži Adama Riese řada matematických talentů, které se později úspěšně účastnily matematických olympiád. Počtářise dokonce dostali až do německého národního týmu na mezinárodní matematické olympiádě:

Lisa Sauermann (stříbrná medaile ve Vietnamu v roce 2007,
začínala v roce 2003 v soutěži Adama Riese),
Georg Schröter (stříbrná medaile ve Vietnamu v roce 2007,
začínal v roce 2000 v soutěži Adama Riese).

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)

2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí)

3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí)

Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

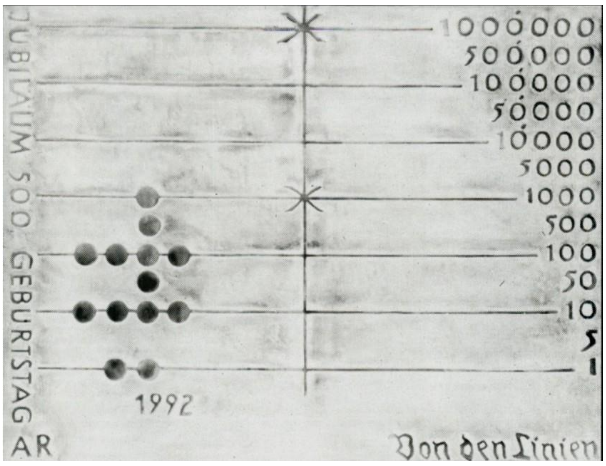
Úspěšní účastníci soutěže

V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994-2007 mezi 25 body (1998) a 39 body (2004). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 21 bodů byli:

		body	mista	cena	roce
Lenka Sarnová	gymn. Most	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	zš. Chomutov	29	7.		1994
Michal Pelc	gymn. Most	28	2.	II.	1999
Tomáš Janata	zš. Chomutov	27	2.	II.	1996
Vlasta Blahova	gymn. Louny	25	4.	III.	1996
Daniel Zibrt	gymn. Louny	25	8.	III.	1999
Marek Mojzík	zš. Chomutov	24	8.	III.	1997
Tomáš Tvrzník	gymn. Most	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	gymn. Louny	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	gymn. Most	22	4.	II.	1998
Michala Kockovská	zš. Chomutov	22	6.	III.	1998
Petr Sindelar	gymn. Most	22	9.	III.	2000
Petr Tvrzník	gymn. Most	21	10.		2000
Jiří Urban	gymn. Louny	21	12.		2001
Martin Suchan	gymn. Louny	21	14.		1997
Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	21	17.		2003

Adam Ries – počtář německého lidu

V letech 1491/92 bylo na úpatí krušnohorské hory Schreckenberg objeveno naleziště stříbra. “Hlas hory” přivolal do této krajiny tisíce lidí. Nově vzniklá osada se už po čtyřech letech stala městem s názvem “Sankt Annaberg”.

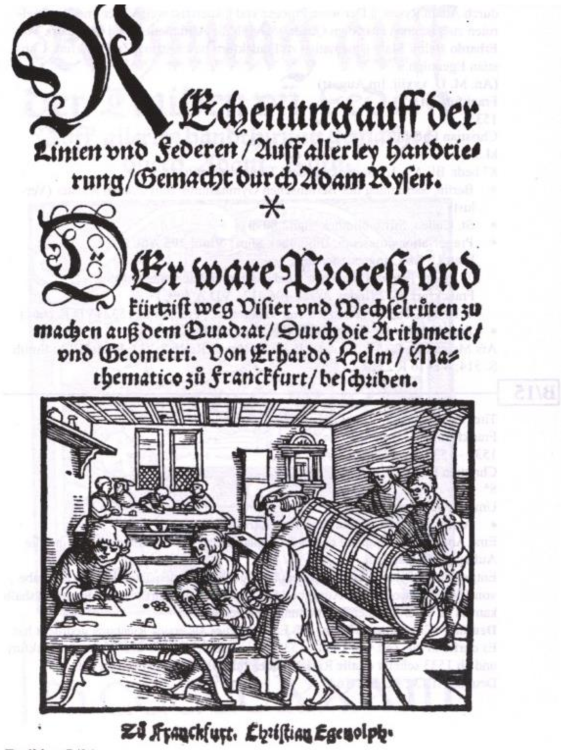


Ve stejném roce 1492 se v městě Staffelstein (Bavorsko) narodil Adam Ries. Po mládí stráveném cestováním, úspěšném vedení početní školy v Erfurtu (Thüringen) a po vydání svých prvních počtářských knih, se usadil v rozkvétajícím městě Annaberg. V tomto horském městě se staly moderní počtářské metody předpokladem dalšího vývoje hornických obchodů.

O zásluze Adama Riese se dovídáme i z německých přísloví. Dodnes znamenají slova

”…něco udělat podle Adama Riese…”

korektní a bezchybný výpočet. Obdiv si jistě vysloužil i díky úspěšnosti svých počtářských knih. Jen jeho druhá kniha “Rechnung auf der Linien und Federn” byla mezi roky 1522 a 1656 prokazatelně 108krát vydána. Až do 18. století byla jeho díla používána jako učební materiál. Mnoho generací se podle Riesových metod učilo pravidlům praktického počítání a jeho použití.

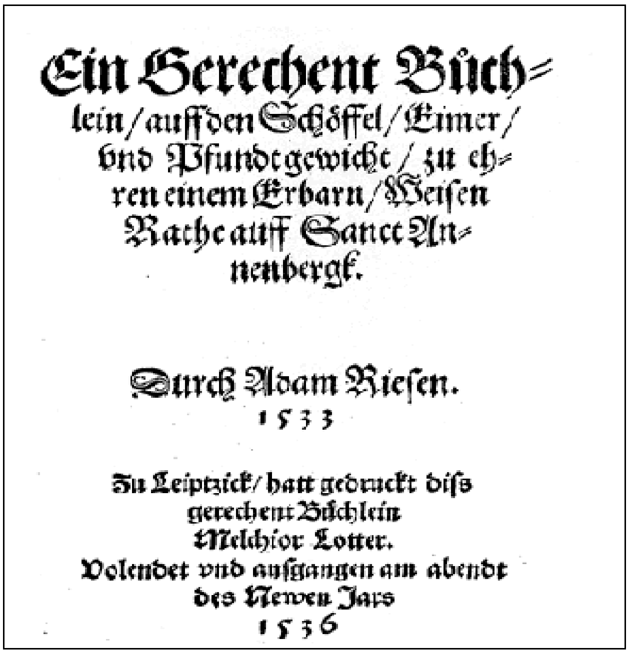


Chlebová norma

Ries vypracoval na základě požadavku městské rady města Annaberg tabulky, kde vypočítal hmotnost daného chleba z možné ceny obilí. Pokud se cena obilí lišila, byla změněna hmotnost a nikoliv cena chleba.

Jako jednotky hmotnosti byly používány libra (zkratka lb), lot (lot), čtvrtina lotu (kvint) (qu). Mezi jmenovanými jednotkami hmotnosti panovaly následující vztahy: 1 lb = 32 lot, 1 lot = 4 qu.

Díky tabulkám známým jako “chlebová norma” nemuseli pekařští mistři při změně ceny obilí dělat nové výpočty, ale mohli si z nich přečíst aktuální hmotnost. S těmito tabulkami je také spojena kontrola městské rady pekařských mistrů v dodržování přesných hmotností.


Ein Gerechent Büch-
lein/auff den Schöffel/Eimer/
vnd Pfundtgewicht/ zu eh-
ren einem Erbarn/Weisen
Rathe auff Sanct An-
nenbergk.

Durch Adam Riesen.
1533

Zu Leiptzick/ hatt gedruckt diss
gerechent Büchlein
Melchior Lotter.
Volendet vnd ausgangen am abendt
des Newen Jars
1536

Vyobrazení 1: titulní strana chlebové normy
“Ein gerechnetes Büchlein” 1533

Adam Ries tento požadavek splnil jako obvykle svědomitě a důkladně. Vypracoval tabulky pro různé druhy chleba a pro pekárny na housky. Všechny tabulky byly stejně konstruovány: V levé části je cena obilí. Měřič označuje v minulosti obvyklou dutou míru k měření sušiny (jako například obilí). Uprostřed je uvedena odpovídající hmotnost housek a vpravo je udán počet housek, které mají být podle předpisu upečeny.

Weitz	Par semel am gewicht			Par semel uffn schof	Par semel so quent un teil nachgelassen	
Gr.	lot	quent	teil	par semel	Par semel	lot
76	6	2	40	912	1008	0
77	6	2	14	924	1008	0
78	6	1	66	936	1008	0
79	6	1	41	948	1008	0
80	6	1	16	960	1008	0
81	6	0	72	972	1008	0
82	6	0	48	984	1008	0
83	6	0	24	996	1008	0
84	6	0	0	1008	1008	0

Vyobrazení 2: výřez jedné tabulky chlebové normy

V páté řádce je uvedeno: Pokud dutá míra pšenice stojí 80 gr, pak jeden pár housek 6 lot 1 qu a váží 16 dílů kvintu a z jedné duté míry lze upéci 960 párů housek.

Chlebová norma podle Adama Riese se osvědčila. Kvůli různosti měn, mincí a hmotnosti nemohly tyto tabulky beze změn převzít ostatní města. Tehdy např. platilo:

Annaberg: 1 lb = 467,69 g
Cheb: 1 lb = 531,96 g
Freiburg: 1 lb = 466,56 g
Gdańsk: 1 lb = 435,41 g
Jáchymow: 1 lb = 513,78 g
Wrocław: 1 lb = 405,22 g

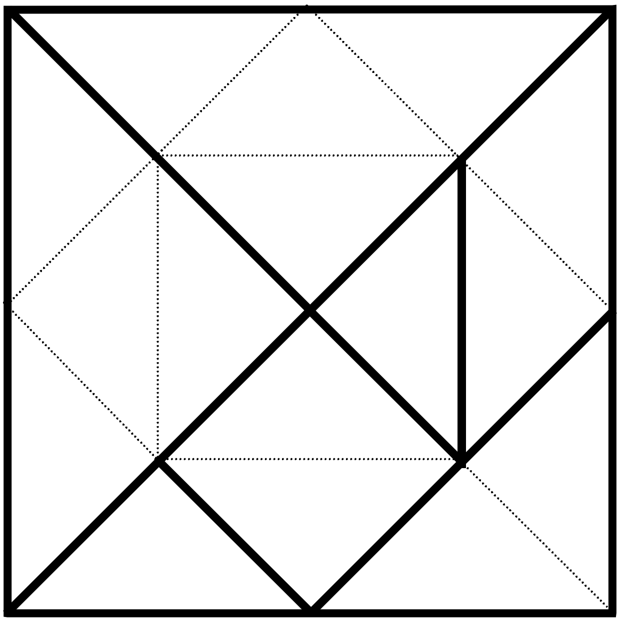
(I dnes se ”libra” používá v hovorové němčině, 1 lb = 500 g). Proto také Adam Ries sestavil chlebovou normu pro Zwickau, Marienberg, Leipzig, Hof nebo Jáchymov.

Pokládání a skládání kostek s TANGRAMem

Hra Tagram v sobě obsahuju dávnou čínskou minulost. „*Ch'i Ch'ae pan*" znamená asi tolik, co „vševěd" nebo „liška podšitá". Skládání tvarů plných fantazie – lidí, zvířat, rostlin a různých dalších věcí – patřilo vždy k oblíbeným zábavám se sedmi TAGRAM-kostkami. V 19. století se tato hra stala populární v Evropě. Kniha "*Das große chinesische Rätselspiel* *für die elegante Welt"* (Velká čínská hádanková hra pro elegantní svět), která vyšla v Lipsku v roce 1818, podnítila početnými úkoly a příklady ke skládání kostek mnohé zvědavce.

Kostky určené k pokládání si každý může sám lehce vyrobit z TANGRAM-čtverce (viz obrázek).

K skládání tvarů je nutné vždy použít všech sedm kostek!



* *

Úlohy soutěže Adama Riese 2008 (2. stupeň)

Část 1

2008/2 – I/1[2]

V první knize příkladů Adama Riese vydané roku 1518 (obrázek ukazuje titulní stranu jejího druhého vydání z roku 1525) uvádí Ries také úlohy spojené s prodejem zboží, při kterém je cena zboží určena s ohledem na velikost balení.

Vyjádřeno dnešním jazykem by úloha zněla takto (čísla jsou proti originálu pozměněna):

> Zákazník koupil tři soudky medu.
> První o hmotnosti 2 centy a 27 liber.
> Druhý o hmotnosti 1 cent a 39 liber,
> třetí o hmotnosti 1 cent a 84 liber.
> 12 liber medu stojí 1 gulden a 10 šilinků.

Pomocí centů a liber se udávala hmotnost. Pro přepočet těchto jednotek platí:

> 1 cent = 100 liber.

---
[2] roce/stupeň – čast/komplex

V době, ve které žil Adam Ries, se kromě jiných platilo guldeny, šilinky a haléři. Pro přepočet těchto jednotek platí:

1 gulden = 20 šilinků
1 šilink = 12 haléřů

(a) Jaká byla celková hmotnost všech tří soudků s medem? Výsledek vyjádři pomocí centů a liber.

(b) Vypočti cenu, jakou musel zákazník celkem zaplatit za med. Cenu vyjádři tak, aby počet mincí použitých k zaplacení byl nejmenší možný.

Adam Ries ve svém zadání bere ohled na to, že se celková hmotnost soudků skládá z hmotnosti samotných soudků a z hmotnosti medu, který je v soudcích.

(c) Předpokládejme nyní, že v hmotnostech v zadání této úlohy obsahuje každý 1 cent medu 10 liber hmotnosti samotného soudku. Vypočti celkovou hmotnost medu.

(d) Adam Ries formuloval zadání tak, že na každý 1 cent medu v zadání úlohy připadá ještě 10 liber hmotnosti samotného soudku. Předpokládejme nyní, že 12 liber medu stojí 1 gulden a 10 šilinků. Vypočti, kolik musí zákazník zaplatit za med. Cenu vyjádři tak, aby počet mincí použitých k zaplacení byl nejmenší možný.

2008/2 – I/2

U logického puzzle HASHI (japonsky をかけろ) jde o to, postavit mezi poli, což jsou kroužky, které obsahují čísla, jednoduché nebo dvojité mosty tj.nakreslit čáry. Vždy mezi dvěma poli je třeba zanést silné čáry podél čar sítě tak, že je třeba dodržet následující podmínky:

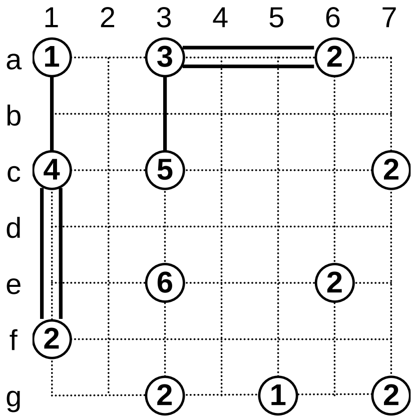
(1) Čáry probíhají buď jen vodorovně nebo svisle (tedy bez zlomu) a nesmí se křížit.

(2) V každém poli končí právě tolik čar, jako je číslo, které je udáno v poli. Čáry neprocházejí skrze pole a končí jen v polích.

(3) Všechny čáry spolu souvisejí, to znamená, že je možné se dostat od každého pole ke každému jinému libovolnému poli, tím že sledujeme čáry.

Hashi je vyřešeno, jestliže všechny zanesené čáry splňují podmínky (1), (2) a (3).

(a) V hashi 1 (viz obrázek) je již zaneseno 6 čar. Pro lepší orientaci označíme řádky malými písmeny od a do g, sloupce čísly od 1 do 7 a pole tedy a1 až g7.

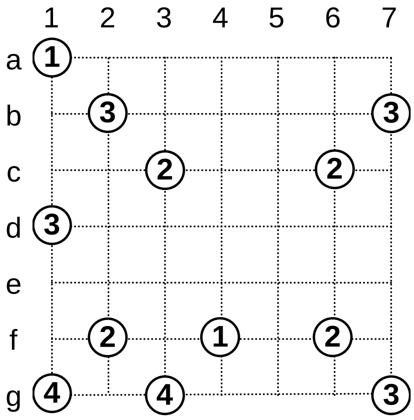


Hashi 1

Zdůvodni, že od pole e3 musí vycházet přesně 3 dvojité čáry a zanes tyto čáry do pracovního listu.

Vyřeš zcela hashi 1.

(b) Madlenka řeší hashi 2. Kreslí od pole a1 vycházející čáru, potom dvojitou čáru a ještě jednu dvojitou čáru. Když dojde k poli g3 rozmýšlí se , jak má pokračovat.

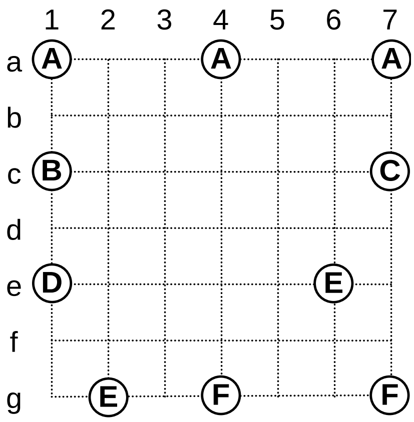


Hashi 2

Velmi rychle zjistí , že mezi poli f2 a f4 nemůže být žádná čára. Zdůvodni to.

Díky tomuto zjištění může nyní Madlenka hashi lehce vyřešit. Nyní vyřeš ty hashi 2.

(c) U hashi 3 (viz obrázek) jsou místo číslic pole označena písmeny. Tato mají být nahrazena čísly, aby vzniklo hashi, které může být vyřeseno podle shora uvedených podmínek(stejná písmena znamenají stejná čísla, rozdílná písmena znamenají rozdílná čísla.)



Hashi 3

Madlenka vytvoří tyto předpoklady:

A1: Pro B a C jsou možná jen čísla 5 a 6.
A2: V poli E musí být číslo 1.

Vyjdi z těchto předpokladů a na jejich na základě přiřaď každému poli správné číslo a vyřeš hashi 3.

Zdůvodni, proč jsou oba Madlenčiny předpoklady pradivé.

2008/2 – I/3
Mluvíme o číslech stran knih. Máme zjistit, jak často se vybrané číslo vyskytuje v číslování všech stránek knihy (krátce stránkování). Strany knihy se číslují vždy průběžně (počínaje stranou 1).

(a) Kniha „Soutěž Adama Riese 1992-2001“ má přesně 192 stran. Dokažte, proč se ve stránkování této knihy číslo 6 vyskytne přesně 39krát.

(b) Zjistěte, jak často se ve stránkování knihy „Soutěž Adama Riese 1992-2001“ vyskytne číslo 0.

(c) Jiná kniha má přesně 1000 stran. Zjistěte, jak často se ve stránkování této knihy vyskytne číslo 6.

(d) Předpokládejme, že by existovala kniha o přesně 100 000 stranách. Jak často by se ve stránkování této knihy vyskytlo číslo 6?

Část 2

2008/2 – II/1 Ùlohy ze starých početnic

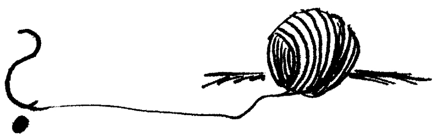
1. Hejno ptáků si sedne z části na keř, z části na strom. Ptáci na keři volají na ptáky na stromě: „Když k nám přiletí tři z vás, bude nás na keři i na stromě sedět stejně.“ Ptáci na stromě říkají: „Když tři z vás přeletí k nám, bude nás třikrát tolik co vás.“

Kolik ptáků sedí na keři a kolik na stromě?

Odpověď‘: ....

2. Z 2. početnice Adama Riese. Následující úloha pojednává o koupi a prodeji. Musíte přitom vědět, že za Riesových dob byl měřítkem množství „cent“ a jako platidlo sloužil 1 zlatý = 21 grošů, 1 groš = 12 vinder.

Jeden člověk koupil 8 centů vlny po osmi zlatých za jeden cent a 20 centů vlny po sedmi a půl zlatých za jeden cent. Vlnu smíchal a znovu ji prodal. Získal tak 10 zlatých.



Za kolik zlatých cent vlny prodal?

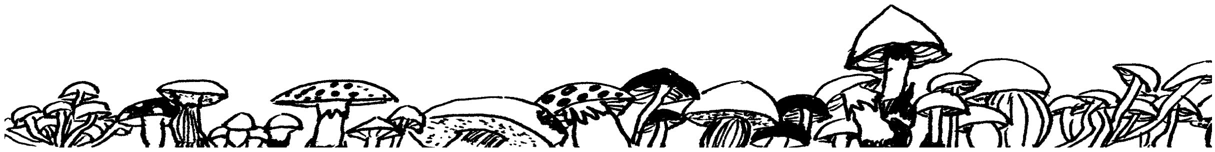
Odpověď‘: ....

3 Šel dědeček se svými čtyřmi vnoučaty do lesa na houby. Za hodinu měl dědeček ve svém košíku několik hub, ale vnoučata ani jednu. Aby děti nepřestalo bavit houby hledat, rozdělil dědeček všechny svoje houby mezi vnoučata. Když se všichni znovu rozešli do různých směrů, stalo se následující:

Jedno vnouče našlo další dvě houby, jiné dvě houby ztratilo, třetí našlo stejně tolik, kolik dostalo od dědečka, a čtvrté ztratilo polovinu všech hub, které dostalo. Když se všichni znovu sešli, spočítalo každé vnouče houby ve svém košíku. Ukázalo se, že mají všichni hub stejně, totiž 10.

Kolik hub rozdělil dědeček mezi vnoučata?

Odpověď‘: ....



2008/2 – II/2 Hry s čísly
1. Číslo 1 lze znázornit pomocí pěti dvojek: $1 = 2 + 2 - 2 - 2 : 2$.

Znázorněte čísla 5 a 8 pomocí pěti dvojek a jejich propojení početními operacemi.

5 = ...

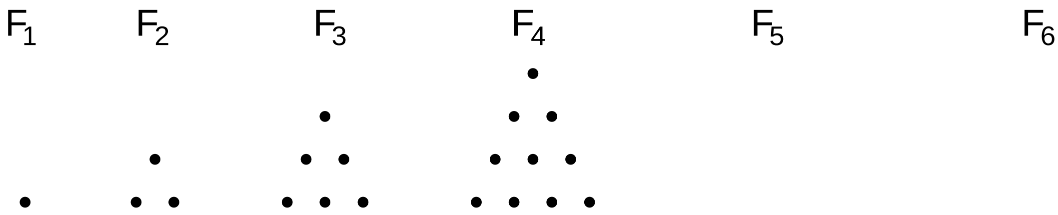
8 = ...

2. Po jednom čísle následuje další. Zjistěte pravidla a doplňte řady o dvě další čísla:

4 ; 13 ; 40 ; 121 ; ... ; ... ;

1 ; 8 ; 27 ; 64 ; ... ; ... ;

3. „Ahoj, nás čísla rozeznáš ve obrazcích - jsme počet bodů v obrázcích.“



Následující obrazce $F_5, F_6, \ldots$ vzniknou tak, že délky stran trojúhelníku prodloužíme o 1 jednotku a v odstupu 1 jednotky umístíme body.

Vytvořte dva následující obrazce a napište na příslušný obrázek počet všech bodů v každém obrazci.

Kolikátý obrazec F_n má 78 bodů?

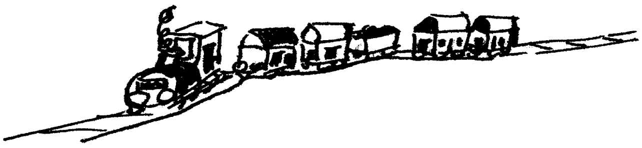
Odpověď': ....

2008/2 – II/3 Tolikero možností!
Prodavači květin a zeleniny na tržišti v Annabergu se každý týden starají o rozmanitost obchodu na trhu.

1. Občas sveze malé návštěvníky trhu malý vlak, který se skládá z lokomotivy a několika vagónů. Mezi jednotlivými vagóny jsou **č**ervený, **m**odrý, **ž**lutý a **f**ialový vagón. Přitom lze vidět všechna možná různá pořadí, v nichž jsou různobarevné vagóny připojeny k lokomotivě.

(a) U kolika z těchto pořadí budou žlutý a fialový vagón vedle sebe?

K tomu vezmeme jeden **r**ůžový vagón, který se spojí s červeným a modrým vagónem do jedné části vlaku. V druhé části vlaku se spojí žlutý a fialový vagón.



Odpověď': ....

(b) Obě tyto části vlaku se připojí k lokomotivě.

Kolik různých možností pořadí barev vznikne?

Odpověď': ....

2. U jednoho stánku s květinami mají **m**odré, **ž**luté, **o**ranžové, **č**ervené a **b**ílé květiny. Prodavačka váže kytice, které se skládají z květin jedné nebo více barev. (V následujících úlohách je třeba dbát pouze na barvy, nikoliv na počet květin v kytici.)

(a) Napište všechny možnosti kytic, které lze uvázat z květin tří různých barev. Uveďte následovně: m-ž-o; m-ž-č; ...., tedy pouze počáteční písmena barev.

Odpověď': ....

(b) Kolik různých možností barevných kytic vznikne, když se v jedné kytici použije jedna, dvě, tři, čtyři nebo pět z výše uvedených barev?

Odpověd‘: ....

* *

Složité úlohy minulých let – část 1

2007/3 – I/3

A zase sudoku!

Vzpomínáte, při prvním stupni matematické soutěže Adama Rieseho jsme už jednou řešili sudoku.

V této úloze se budeme ale zabývat sudoky s bloky 2x2, při čemž každý blok opět obsahuje 2x2 pole. Takové 4x4 sudoku se tedy skládá ze 4 vodorovných řádků a 4 svislých sloupců, tedy ze 16 polí.

Takové sudoku je vyřešeno, když v každém poli je zapsána jedna z číslic od 1 do 4 tak, že se v každém řádku, každem sloupci a v každém bloku vyskytuje každé z čísel od 1 do 4 právě jen jednou.

Pro lepší orientaci označíme bloky postupným, řádkovým počítáním blokem 1 až 4, řádky malými písmeny od a do d, sloupce velkými písmeny od A do D a pole podle toho od aA do dD.

(a) Sudoku 4x4 na obr. 1, ve kterém je už předem zadáno sedm čísel, je jednoznačně řešitelné.

Vyřeš toto sudoku.

Prošetři, jestli by bylo toto sudoku jednoznačně řešitelné dokonce i s menším počtem předem daných čísel. Případně uveď‘ pole všech čísel, které by se mohly vynechat.

	A	B	C	D
a	1	2	3	4
b	3	4		
c			1	
d				

Obr. 1

	A	B	C	D
a	1	2	3	4
b	3	4		
c				
d				

Obr. 2

	A	B	C	D
a	1	2		
b	3	4		
c				
d				

Obr. 3

(b) V sudoku 4x4 na obr. 2 jsou jen dána čísla bloku 1 a řádku a.

Zjisti všechna možná řešení tohoto sudoka (počet uvedených sudok se nemusí shodovat s počtem možných řešení).

(c) V sudoku 4x4 na obr. 3 jsou jen dána čísla v bloku 1.

Zjisti počet všech řešení tohoto sudoka, které mohou za těchto podmínek existovat. Zdůvodni!

(d) Zjisti celkový počet všech řešení sudoka 4x4, když nebude zadáno žádné číslo. Zdůvodni!

2007/2 – I/1

V nejvýznamnější matematické knize Adama Rieseho, která pochází z roku 1524 a jmenuje se **Coß**, se nachází úloha, jež převedena do současného jazyka, zní takto (čísla a jednotky jsou pozměněny):

136) Item eyn Vischer hat ein hechtt, Ist etwas groß vnd langk, sol 1 ℔ vmb 20 h gebnn. Nun hat er kein wag darmit er wigtt. Nimet eyner $1/4$ daruon gibt 30 ₰, komet einander Nimet $1/8$ vom vbrigenn gibt darfur 7 ₰. Nun komet einander, Nimet das do vorhanden ist alles miteinander gibt darfur 80 ₰, let solches stuck wegenn befindet $27\,1/2$ ℔. Nun frage ich, wiuil der hecht gewegen hab vnd ab er daß gethan stuckweyß vorkaufftt Dan machn ℔.

Rybář chytil velkou štiku, kterou chtěl prodat na trhu. Bohužel ale neměl s sebou žádnou váhu.

První zákazník si vzal čtvrtinu štiky a dal za ni 30 feniků, aniž by znal váhu.
Druhý zákazník si vzal ze zbytku štiky polovinu a dal za ni 40 feniků, aniž by znal váhu.
Třetí zákazník měl již váhu s sebou a zjistil, že ještě 15 liber ze štiky zbylo, a tak zbytek ryby koupil.

V době, kdy Adam Ries žil, se platilo mimo jiné feniky a haléři. Pro přepočet platí: 1 fenik odpovídá 8 haléřům.

(a) Spočítej, jakou cenu musí třetí zákazník zaplatit, jestliže rybář požaduje 20 haléřů za libru štiky. Cenu uveď ve fenicích i v haléřích.

Ries klade ve své úloze další otázky. Vyřeš tyto úlohy:

(b) Kolik liber vážila celá štika?

(c) Prozkoumej, zda rybář prodejem prvnímu a druhému zákazníkovi udělal dobře, nebo zda by bylo pro něj výhodnější prodat celou štiku za cenu 20 haléřů za libru ?

2006/3 – I/3
U mnohého zakoupeného zboží je natištěn čárový kód s čísly, evropské číslo výrobku (EAN). Tento kód podává informaci o původu a druhu daného zboží.

Úplné EAN je většinou 13-místné. Pro rozeznání chybného EAN je poslední číslice číslicí kontrolní. Tu můžeme vypočítat z předcházejících 12 číslic následovně: Zleva do prava se násobí jednotlivé číslice střídavě s činiteli 1 resp. 3 a součiny se potom sečtou. Doplněk takto získaného kontrolního součtu k nejbližčímu násobku 10 je kontrolní číslicí.

Pro výše uvedené EAN 4 009993 010207 získáme kontrolní čislo 7 takto

$$4\cdot 1+0\cdot 3+0\cdot 1+9\cdot 3+9\cdot 1+9\cdot 3+3\cdot 1+0\cdot 3+1\cdot 1+0\cdot 3+2\cdot 1+0\cdot 3=73$$
$$\rightarrow \quad 73+7=8\cdot 10$$

(a) U následujícího EAN chybí kontrolní číslo: 40 16138 10060?

(b) Jiné číslo EAN má kontrolní číslo 0, na všech ostatních místech stojí jedno a totéž číslo. Zjisti toto EAN.

(c) U následujícího EAN chybí první dvě číslice: ?? 57054 07149 3.
Zjisti všechny možné dvojice chybějících číslic a dokaž, že nemohou existovat další.

Mezinárodním standardním knižním číslem (krátce ISBN) jsou označovány skoro všechny knihy. Skládá se z 10 číslic, z nichž zase poslední je kontrolní číslicí. Tu můžeme vynásobí z předcházejících 9 číslic následovně: Počínaje zleva se vynásobí první číslice 10, druhá 9, třetí 8, ..., a devátá 2. Součiny se potom sečtou. Doplněk takto získaného kontrolního součtu k nejbližšímu násobku 11 je kontrolní číslice.

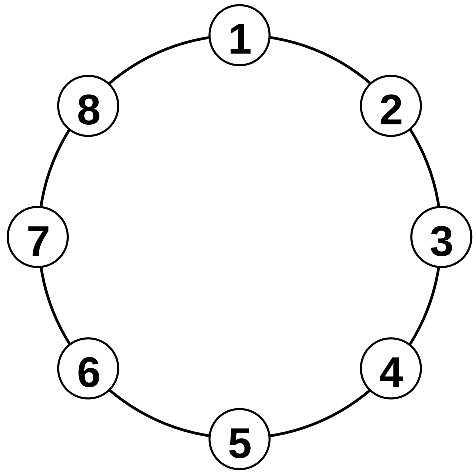
(d) Někdo vzpomíná, že kniha „O matematickě soutěži Adam Ries 1992 – 2001“ má ISBN 3-930-43643-6. Ukáže se ale, že ve skutečném ISBN na právě jednom místě stojí (ne na místě kontrolního čísla) menší číslice. Zjisti, zda se z těchto údajů dá jednoznačně určit ISBN této knihy.

2006/2 – I/3
Znáte nějaké rozpočitadlo? Třeba „Ententýky dva špalíky, čert vyletěl z elektriky, bez klobouku, bos, narazil si nos…?“

Skupina *n* osob vytvoří uzavřený kruh. Rozpočítávání začíná u první osoby ve směru pohybu hodinových ručiček až ke *k-té* osobě, která je z kruhu vyřazena a kruh je znovu uzavřen.

Další rozpočítávání začne u osoby bezprostředně následující za vyřazenou osobou a pokračuje opět ve směru pohybu hodinových ručiček až ke *k-té* osobě, která je z kruhu také vyřazena a kruh je znovu uzavřen.

Takto se pokračuje nepřetržitě až do okamžiku, kdy ve hře zůstane pouze jedna osoba.



Na obrázku vpravo je znázorněno 8 osob ($n = 8$), které jsou očíslovány ve směru pohybu hodinových ručiček od čísla 1 do čísla 8. Vyřazena bude každá čtvrtá osoba ($k = 4$). Pořadí vyřazených osob bude tedy následující: [4, 8, 5, 2, 1, 3, 7, (6)]. Jako poslední zůstane ve hře osoba s číslem 6.

(a) Zjisti pořadí vyřazovaných osob pro $n = 10$ a $k = 5$ a urči, kdo zůstane jako poslední ve hře. U které osoby bychom museli začít s rozpočítáváním, aby jako poslední zůstala ve hře osoba s číslem 1?

(b) Nyní máme počet osob devět ($n = 9$) a vyřazovat budeme každou devátou osobu ($k = 9$). Zjisti, u které osoby musíme začít s rozpočítáváním, aby jako poslední ve hře zůstala osoba s číslem 1.

V následujících úlohách budeme s rozpočítáváním začínat vždy u osoby s číslem 1 a vyřazována bude každá druhá osoba ($k = 2$).

(c) Najdi všechny možné počty osob *n*, při jejichž rozpočítávání (začínáme u čísla jedna a $k = 2$) zůstane jako poslední ve hře osoba s číslem 1. Zdůvodni!

(d) Najdi návod, který umožní pro libovolný počet hráčů zjistit osobu, která zůstane ve hře jako poslední.

Poznámka: Problém zpracovaný v této úloze uvedl již historik Flavius Josephus (žil přibližně v letech 37 až 100 n. l.) a je nyní znám pod označením Josephův problém.

2005/3 – I/1
Vedle rozmanitých úloh k přeměně mincovních jednotek a jednotek hmotnosti nacházíme v početnicích Adama Rieseho i ojediněle úlohy o pohybu. V knize „Coß“, nejvýznamnější Riesově početnici, se nachází úloha o honu na lišku.

Pes pronásleduje lišku, která má určitý náskok. Pes a liška provádějí současně skok po skoku.

1. Na 5 psích skoků potřebuje liška 7 skoků.

(a) Kolik liščích skoků dohání pes při 15 svých skocích?

> Ries předkládá následující úlohu: Liška je 250 svých skoků před psem. Nyní se ptám, za kolik psích skoků je liška polapena?
>
> Vyřeš tuto úlohu.

(b) U jiného honu na lišku činí nások 250 psích skoků. Vypočítej, kolika psími skoky je tentokráte liška dostižena.

2. U dalšího nonu na lišku činí náskok lišky zase 250 jejích skoků. Po 1000 psích skocích je liška psem dostižena.

Zjisti souvislost mezi počtem ps´ch a liščích skoků.

2005/2 – I/3
Arian, Bert, Celine a Denise hrají na oslavě narozenin následující hru:

Jeden z nich opustí místnost. Jeden z ostatních tří dětí si vezme nějaký předmět. Po zavolání dovnitř musí příchozí uhodnout, kdo daný předmět má. K tomu použije výpovědi od každého, kdo zůstal v místnosti. Ten, kdo předmět má, lže; ostatní dva mluví pravdu.

(Upozornění: Pokud někdo lže, lže v každé své výpovědi.)

1. V jedné takové hře musela jít Denise za dveře. Ostatní vypovídají následovně:

Arian: Předmět nemám. Celine ho má.
Bert: Předmět nemám. Arian ho má.
Celine: Předmět nemám.

(a) Zdůvodni, že pro případ, že Arian předmět má, jsou pravidla hry splněna. To znamená, že Arian lže v obou výpovědích, ale že ostatní říkají pravdu.

(b) Zjisti, zda by pro případ, že by předmět měl Bert respektive Celine, byla pravidla hry spněna.

2. V jiné takové hře musela Celine za dveře. Ostatní tři vypovídají následovně:

Arian: Předmět nemám.
Bert: Předmět mám.
Denise: Předmět nemám.

Ukaž, že pomocí těchto výpovědí nemá Celine možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu.

Změň Bertovu výpověď tak, aby Celine poté měla možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu. Zdůvodni!

2005/2 – I/2

„Lodě“ jsou klasickou dětskou hrou. Na hrací ploše s m vodorovnými řádky a n svislými sloupci jsou v jednotlivých ohraničených polích umístěny různé lodě, označené např. křížkem. Odhalení těchto poloh je spoluhráčovým úkolem.

Pro jednodušší vypátrání těchto pozic je určen počet křížků v jedné řádce resp. sloupci. Na vyobraz. 1 jsou představeny možné polohy 15-ti lodí a počet křížků v jedné řádce.

	X	X	X				3
							0
		X	X	X			3
X			X			X	3
	X		X				2
		X	X	X		X	4
1	2	3	5	2	0	2	

vyobrazení 1

V následujících úlohách se mají určit pozice lodí pomocí počtu křížků. Pro první hru je použito hrací pole o 6 řádcích a 7 sloupcích. K dispozici jsou jenom lodě o velikosti jednoho ohraničeného pole, to znamená označené jedním křížkem.

(a) Ve hře na vyobrazení 2 se dají pozice lodí jednoznačně určit. Urči jejich pozici a zakroužkuj je. (Tip: Vyškrtej pole, ve kterých nemůže být žádná loď.)

(b) Zjisti, jestli je možné jednoznačně určit pozice lodí pro hru na vyobraz.

Zdůvodni! V daném případě urči jaká uspořádání jsou možná.

							1
							5
							0
							3
							4
							2
3	5	0	1	0	4	2	

vyobrazení 2

							1
							5
							0
							3
							3
							3
3	5	0	1	0	4	2	

vyobrazení 3

Pro druhou hru je opět použito hrací pole o 6 řádcích a 7 sloupcích. Ale nyní budou použity jen takové lodě, které se mohou skládat z většího počtu spojených ohraničených polí:

loď ze 4 vedle sebe ležících ohraničených polí,	X X X X
loď ze 3 vedle sebe ležících ohraničených polí,	X X X
loď ze 2 ohraničených polí,	X X
loď z 1 ohraničeného pole.	X

Lodě musí být vždy uspořádány tak, svisle nebo vodorovně, aby se žádné dvě lodě nedotýkaly.

Urči možné pozice těchto lodí pro hru na vyobrazení 4. Zjisti, zda jsou možná nějaká další uspořádání. Zdůvodni!

							1
							4
							0
							1
							3
							1
1	3	1	1	1	2	1	

vyobrazení 4

* *

Složité úlohy minulých let – část 2

Puzzle a skládat

2000/3 - II/1.2
Čtyři bonbóny mají být položeny na čtverec tak, aby na každém řádku, sloupci, případně na každé úhlopříčce ležel právě jeden bonbón.

Leží-li bonbón na jedné samohlásce (A; E; I) počítá se za dva body, leží-li na jedné souhlásce (B; D; G; M; N; R; S) počítá se za jeden bod.

Součet všech bodů se má nazývat bodový součet.

a) Polož jeden bonbón na M a zbývající tak, jak je vyžadováno v textu úlohy. Vypočítej získaný bodový součet.

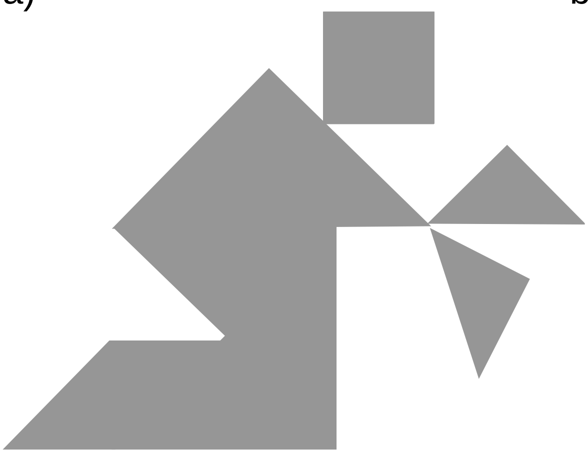
b) Polož bonbóny tak, aby těmito bylo dosaženo co možná největšího bodového součtu.

c) Polož bonbóny tak, aby těmito bylo dosaženo co možná nejmenšího bodového součtu.

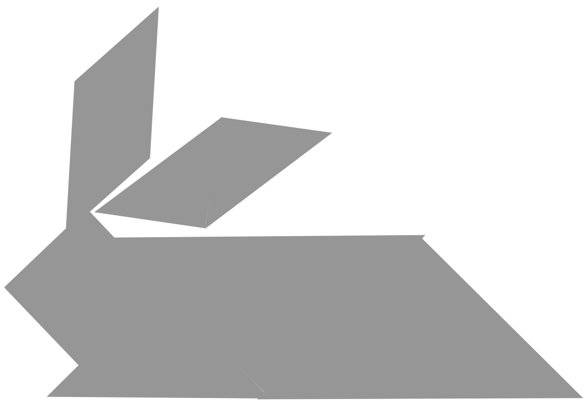
A	D	A	M
R	I	E	S
A	N	N	A
B	E	R	G

2001/3 - II/1.1
Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ následujici obrazce:

a)

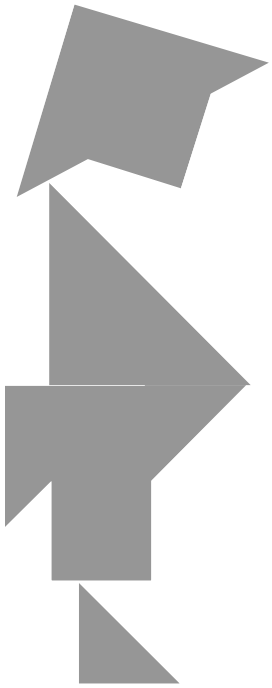


b)

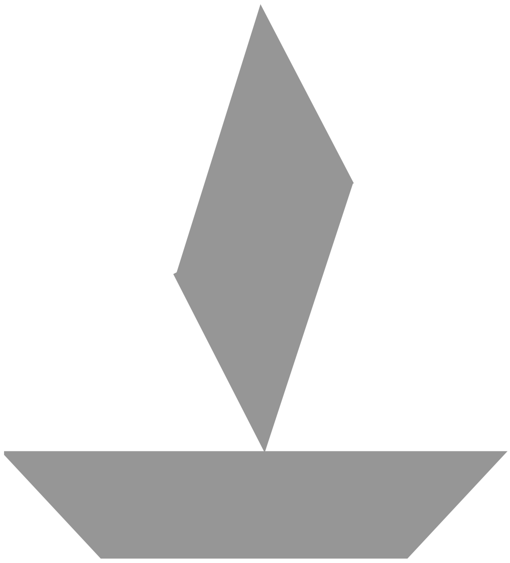


2002/3 - II/1.1
Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ následujici obrazce:

a)



b)



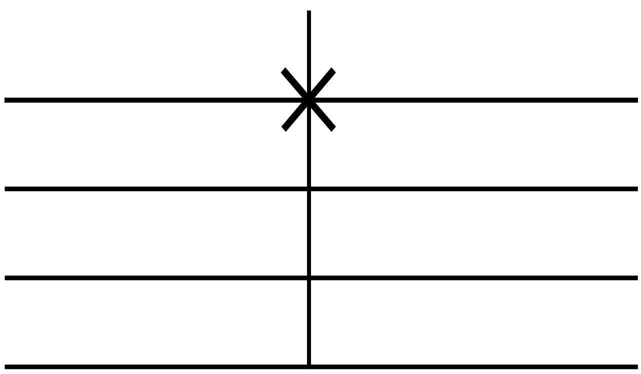
2003/3 – II/1.2
Za dob Adama Rieseho se pokládala pomocí počítací feniků „čísla“ na početní tabulku.

Polož na početní tabulku bonbóny jako počítací feniky. Přitom má vždy jedno číslo (neshodné s nulou) ležet na levé a pravé straně. Leží-li jeden bonbón na nejspodnější čáře je jehohodnota 1, na každé výše položené je jeho hodnota 10, 100, 1000. N jedné čáře mají ležet nejvýše dva bonbóny. Do mezer se nemá nic pokládat.

a) Polož 6 bonbónů tak, aby byl součet obou čísel co možná nejmenší.

b) Polož 6 bonbónů tak, aby byl rozdíl obou čísel co možná největší.

c) Polož 6 bonbónů tak, aby byl součin obou čísel co možná nejmenší.



Úlohy ze starých počtnic

1998/3 - II/2.2
Někdo byl tázán, kolik ovcí má v každém ze dvou chlévů, načež tento odpověděl: Rozdělím-li ovce ve stáji, kde je jich většina, na čtyři stejné díly, a rozdělím-li ovce ve stáji, kde jich stojí nejméně, do 7 stejných dílů, a vezmu-li nyní z každé stáje jeden takový díl, tak obnáší tyto díly dohromady 21. Kolik ovcí je v každé stáji?

Odpověd‘: ....

2000/3 – II/2.2
Ve staré perské povídce „Tisíc a jeden den“ najdeme následující povídku:

Jedna žena jde do zahrady sklízet jablka. Zahrada má čtyři brány, každá je střežena jedním mužem. Žena dá hlídači 1. brány polovinu sklizených jablek, hlídači 2. brány polovinu zbylých jablek; právě tak postupuje u třetího a čtvrtého. Zůstance jí nakonec jen 10 jablek. Kolik jablek sklidila?

Odpověd‘: ....

2002/3 - II/2
Adam Ries, mistr počtář a báňský úředník, musel rozdělit výhru dle následující podmínky:

Abrahám dostane dvakrát tolik zlatých než Bertram, Jacob dostane čtvrtinu toho, co Abrahám.

(a) Kolik zlatých dostane každý, když je na rozdělení celkem 70 zlatých?

Odpověd‘:
Abrahám .... zlatých
Bertram .... zlatých
Jacob .... zlatých

(b) Který nejblíže vyšší počet zlatých se nechá na tři beze zbytku podle výše uvedené podm´nky rozdělit, když je požadováno, že každý podíl je celým číslem?

Odpověd‘: .... zlatých

2005/2 – II/2.2
Euklid (300 př.n.l.) položil následující otázku: Mezek a osel jsou naloženi obilím. Mezek řekne oslovi: „Když mi dáš dva díly svého nákladu, ponesu toho třikrát tolik co ty. Ale když ti dám jeden díl ze svého, budou naše náklady stejné.“ Kolik obilí tedy mezek a osel nesou?

Odpověď‘: ....

Hry s čísly

2004/2 – II/2.1
Najdi pravidlo a doplň řady čísel vždy o dvě další čísla:

1 4 9 16 25 ....

1 4 10 19 31 ....

1 6 2 12 8 23 19 ....

2005/2 – II/2.1
Nahraď ve vedle stojící figurce mezery čísly a početními znaménky tak, aby správně vypočítané příklady byly vodorovně i svisle.

309	-		=	
		-		+
150			=	170
=		=		=
	-	59	=	

2006/2 – II/2
1. Doplň v obrázku operační znaménka a přirozená čísla tak, aby řetězová úloha byla správně vyřešena při výpočtu směřujícím zleva doprava. (Pozor: pravidlo „násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním“ neplatí, mezivýpočty nejsou udány.)

12		5	·		-	3	=	150

2. Každé písmeno musí být nahrazeno jednou číslicí, přičemž rozdílná písmena znamenají rozdílné číslice, shodná písmena shodné číslice:

$$\begin{array}{r} A\ D\ A\ M \\ +\ A\ N\ N\ A \\ \hline =\ R\ \ I\ \ E\ \ S \end{array}$$

(a) Nahraď písmeno **A** číslicí **4**. Zbývající písmena nahraď tak, aby úloha byla vyřešena správně.

$$\begin{array}{r} 4\ \_\ 4\ \_ \\ +\ 4\ \_\ \_\ 4 \\ \hline =\ \_\ \_\ \_\ \_ \end{array}$$

(b) Uveď další řešení:

$$\begin{array}{r} 4\ \_\ 4\ \_ \\ +\ 4\ \_\ \_\ 4 \\ \hline =\ \_\ \_\ \_\ \_ \end{array}$$

3. Součin tří přirozených čísel je 30, součet těchto čísel je dělitelný čtyřmi. Uveď tato tři čísla.

Odpověď‘: ....

4. Hledají se dvě číslice, jejichž součet je 132, přičemž pátý díl jedné se rovná šestému dílu druhé číslice.

Odpověď‘: ....

Tolikero možností

1999/3 - II/3.1

Jana, Karel, Lisa, Martin a Nora sfárali na své průzkumnické výpravě do dolu „Markus Röhling“. Přitom existuje tolikero možností a ty máš všechny najít.

1. Horníci se před 500 lety klouzali dolů po chodbách na kožených „prdeláčích“. Proto se smí těchto pět nyní také sklouznout dolů.

(a) Napiš všechna různá pořadí pokud se Karel sklouzne první a Martin poslední. Napiš takto: K J L N M, K..., ...

(b) Kolik různých pořadí vyplývá celkem, pokud se Martin sklouzne vždy poslední a ostatní vždy ve změněném pořadí?

Odpověď: ....

(c) Kolik různých pořadí vyplyne celkem, když děvčata a chlapci se sklouznou střídavě jeden po druhém?

Odpověď: ....

2. K výjezdu ze štoly využívají děti důlního vláčku. Malá lokomotiva táhne vagóny, ve kterých mohou sedět nanejvýš 4 děti. (V žádné z následujících úloh si nemusíte všímat pořadí vagónů.)

(a) Kolikero různých rozdělení těchto pěti dětí do právě dvou vagónů celkem existuje?

Odpověď: ....

(b) Kolik různých rozdělení těchto pěti dětí do právě dvou vagónů existuje celkem, když v každém vagónu sedí právě jeden chlapec?

Odpověď: ....

(c) Kolik různých rozdělení existuje, když jedno dítě smí jet s sebou na lokomotivě, zbývající usednou v právě dvou vagónech?

Odpověď: ....

2003/3 – II/3

Účastníci matematické soutěže Adama Rieseho z Česka dorazili do Annaberg-Buchholzu. Dozvídají se že dům Adama Rieseho v Johannisově uličce poskytuje přístřeší muzeu, počtářské škole, výstavě o Barboře Uthmannové a knihovně.

1. Hana, Ina, Karel, Lenka a Michal se dohadují, která zařízení domu a v jakém pořadi tato navštíví.

Kolik různých možností pořadí existuje,

(a) kdyby chtěli jít do muzea, do počtářské školy a do knihovny?

Odpověď: ....

(b) kdyby chtěli jít do tří ze čtyř zařízení?
(Důležité: Také pořadí, viz zadání úkolu, má být vzato v úvahu.)

Odpověď: ....

2. Po návštěvě domu Adama Rieseho se děti zdržují na náměstí a fotí se u znovu vybudované studny Barbory Uthmannové.

Kolik různých fotografií může vzniknout,

(a) kdyby se každé dítě nechalo vyfotit s každým právě jednou?

Odpověď: ....

(b) kdyby právě tři z těch pěti dětí měly být viděny na fotkách?
Napiš pro toto všechny možnosti. Využij k tomu počáteční písmena vlastních jmen H, I, K, L, M.

Odpověď: ....

(c) kdyby měly být viděny nejméně dvě z pěti dětí na fotkách (při čemž vychovatelka pomáhá při fotografování)?

Odpověď: ....

2005/3 – II/3
Děti z „Annabergské počtářské školy“ si vymýšlejí úkoly s kartami. Mají k dispozici série karet s následujícími obrázky:

Abacus (A)	Barbara Uthmann (B)
Coß (C)	mistr počtář Adam Ries (R)

Ke každé sérii patří právě čtyři karty, při čemž se každý obrázek vyskytuje právě jen jednou. (Písmena v závorkách jsou použita jako označení pro obrázky.)

1. Max klade karty jedné série přes sebe a říká: „Navrchu leží R. Pak existuje 6 různých pořadí polohy zbývajících karet, totiž ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Zamíchám nyní tyto čtyři karty. Kolik různých pořadí existuje pro polohu těchto čtyř karet?

Odpověď': ....

2. Marie klade dvě série takových karet vedle sebe. V každé sérii leží karty zakryté přes sebe. Táhne jednu kartu z 1. série, potom jednu z 2. série a odloží je v taženém pořadí vedle sebe, zaznamená výsledek, např. AC, vrátí karty zpátky a zopakuje tento postup.
Kolik různých výsledků může dostat?

Odpověď': ....

3. František klade tři série takových karet vedle sebe. V každé sérii leží karty zakryté přes sebs. Táhne jednu kartu z 1. série, potom jednu z 2. série a jednu z 3. série, odloží je v taženém pořadí vedle sebe, zaznamená výsledek, např. ACA, vrátí karty zpátky a zopakuje tento postup.

(a) Zapiš všechny výsledky, ve kterých se R objeví právě dcvakrát.

Možnosti:

(b) Uveď' počet všech různých možnosti, ve kterých se R objeví (jednou nebo vícekrát).

Počet:

4. Nyní klade Líza 5 sérií takových karet do krabice, promíchá je a žádá: „Máš z této krabice bez poznání obrázků, říká se za tmy, vyndat co možná nejmenší počet karet a být si jist, že se mezi vyndanými nachází nejméně

(a) od každého obrázku jedna karta. Odpověď': ....

(b) dvě karty se stejnými obrázky. Odpověď': ....

(Rada: K nalezení počtu vycházej z nejméně výhodného případu.)

* *

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2009

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Úvod

Adam Ries je na západě Krušných hor známou a oblíbenou osobností. Město Annaberg-Buchholz se svým označením „Horské město a město Adama Riese” pyšní po právu, protože právě zde tento počtář po několik let působil. Jeho praktické metody výrazně ovlivnily hospodářský rozkvět v tomto regionu v 16. století. Dobrá pověst jeho počtářské školy se šířila daleko za hranice Krušných hor.

Od roku 1981 nabízí Annaberg-Buchholz saským dívkám a chlapcům z pátých tříd vyučování ve stylu Adama Riese, které se týká počítání a hry v kostky. V každoroční matematické soutěži jsou vytipováni nejlepší počtáři Saska. Cíl soutěže se během let nezměnil: poskytnout možnost chlapcům a dívkám, které zajímá matematika, ověřit si své znalosti a zároveň zintenzívnit jejich zájem o obor. Ale došlo k podstatným formálním změnám. Ze soutěže v regionu Chemnitz se stala soutěž s cílem internacionálního srovnání.

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil).

V Německu slavila svůj první úspěch v soutěži Adama Riese řada matematických talentů, které se později úspěšně účastnily matematických olympiád. Počtářise dokonce dostali až do německého národního týmu na mezinárodní matematické olympiádě:

Lisa Sauermann : začínala v roce 2003 a 2004 v soutěži Adama Riese,
stříbrná medaile ve Vietnamu v roce 2007,
zlatá medaile v Madridu v roce 2008.
Georg Schröter: začínal v roce 2000 v soutěži Adama Riese,
stříbrná medaile ve Vietnamu v roce 2007,
stříbrná medaile v Madridu v roce 2008.
Florentin Münch: začínal v roce 2001 v soutěži Adama Riese,
bronzové medaile v Madridu v roce 2008.
Philipp Weiß: začínal v roce 2001 v soutěži Adama Riese,
bronzové medaile v Madridu v roce 2008.

[1] www.adam-ries-bund.de

Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

Jsme rádi, že můžeme v tomto školním roce již po patnácté přivítat na soutěži české družstvo. V uplynulých letech byli jako nejlepší za svou zemi vyznamenáni tito účastníci:

roce			mista	cena
2008	Tereza Höferova	gymn. Louny	15.	
2007	Alena Rossova	gymn. Louny	16.	
2006	Michaela Batoryová	gymn. Kadaň	13.	
2005	Markéta Gottfriedová	gymn. Louny	8.	III.
2004	Kateřina Hošková	gymn. Most	16.	
2003	Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	17.	
2002	Tomáš Tvrzník	gymn. Most	8.	III.
2001	Jiří Urban	gymn. Louny	12.	
2000	Petr Sindelar	gymn. Most	9.	III.
1999	Michal Pelc	gymn. Most	2.	II.
1998	Vojtèch Mezera Frantisek Krticka	gymn. Louny gymn. Most	4.	II.
1997	Lenka Sarnová	gymn. Most	2.	I.
1996	Tomáš Janata	zš. Chomutov	2.	II.
1995	Tomáš Janata	zš. Chomutov	14.	
1994	Vladimir Patera	zš. Chomutov	7.	

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)

2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí)

3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí)

Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

Dne 4. a 5. května 2001 se ve městě Annaberg-Bucholz po desáté konalo třetí kolo Soutěže Adama Riese. U příležitosti tohoto jubilea vydal Peter Haase v publikační řadě Spolku Adama Riese (Schriftenreihe des Adam-Ries-Bundes e.V.) sbírku příkladů z let 1992-2001 s obsáhlými komentáři k jejich řešení a informacemi k soutěži /1/ [2]. Žáci se zájmem o matematiku mají tak spolu s /2/, /3/ a /4/ k dispozici rozsáhlý materiál pro samostatnou práci při řešení problémových příkladů. Úlohy obsažené v tomto sešitě byly vybrány z /1/.

Soutěž Adama Riese 2009 došla tradičním finále čtyř zemí 19. a 20. června svého závěrečného vrcholu. Pouze v Sasku se v tomto roce zabývalo úlohami prvního kola a tedy Riesovým dílem 1950 dívek a chlapců. I úlohy 2. kola spojují historii a matematiku.

Chceme, aby tato knížečka dodala podněty k přípravě na finálové kolo, aby každý účastník mohl své správné výsledky stvrdit slovy:

„To jsem udělal podle Adama Riese...“.

Úspěšní účastníci soutěže

V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994-2008 mezi 25 body (1998) a 39 body (2004). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 20 bodů byli:

[2] /1/ Haase, P.: Adam-Ries-Wettbewerb 1992-2001 – Aufgaben und Lösungen. In: Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Bd. 13., Annaberg-Buchholz, 2001 (ISBN 3-930430-43-6)
/2/ Haase, P.; König, H.: 15 Jahre Adam-Ries-Wettbewerb für Schüler der Klasse 5 – ein Beitrag zur Förderung mathematisch begabter Schüler. Chemnitz 1996.
/3/ Aufgaben der Adam-Ries-Wettbewerbe – Klasse 5 – (1981-1995). Chemnitz, 1995.
/4/ Haase, P.; Jatz, M.: Aufgaben und Lösungen aus der 1. Stufe des Adam-Ries-Wettbewerbs, 2001 – 2005. Chemnitz, 2005

		body	mista	cena	roce
Lenka Sarnová	gymn. Most	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	zš. Chomutov	29	7.		1994
Michal Pelc	gymn. Most	28	2.	II.	1999
Tomáš Janata	zš. Chomutov	27	2.	II.	1996
Vlasta Blahova	gymn. Louny	25	4.	III.	1996
Daniel Zibrt	gymn. Louny	25	8.	III.	1999
Marek Mojzík	zš. Chomutov	24	8.	III.	1997
Tomáš Tvrzník	gymn. Most	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	gymn. Louny	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	gymn. Most	22	4.	II.	1998
Michala Kockovská	zš. Chomutov	22	6.	III.	1998
Petr Sindelar	gymn. Most	22	9.	III.	2000
Petr Tvrzník	gymn. Most	21	10.		2000
Jiří Urban	gymn. Louny	21	12.		2001
Martin Suchan	gymn. Louny	21	14.		1997
Tereza Höferova	gymn. Louny	21	15.		2008
Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	21	17.		2003
Martin Houda	gymn. Louny	20	13.		2000
Tomáš Janata	zš. Chomutov	20	14.		1995
Jiří Markvart	gymn. Most	20	17.		2002
Hana Trešlová	gymn. Louny	20	18.		2003
Daniela Lešáková	gymn. Louny	20	20.		2008
Filip de Bolle	gymn. Kadaň	20	20.		2008
Ondřej Šefl	gymn. Most	20	22.		2005
Ondřej Draganov	gymn. Kadaň	20	22.		2005
Marie Koutská	gymn. Most	20	22.		2005

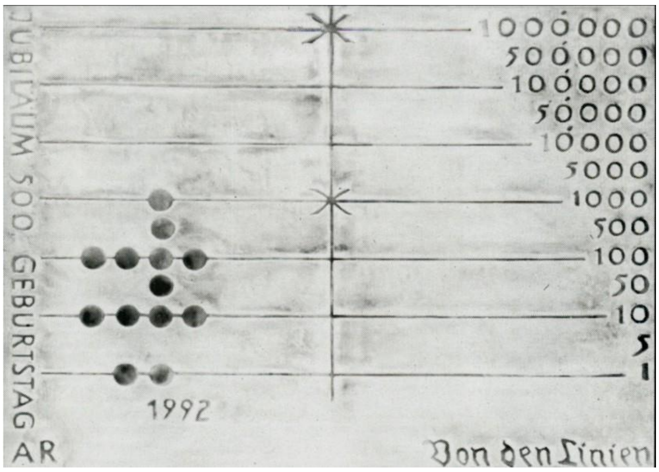

ENCOMIVM
ARITHMETI
ARithmetica S
menj
Slowe Počeſtw Znánj / neb
Počjtánj;
Bez něhož Swětſké wěcy y Duchownj/
Nemohauſ prawě býtí Sprawowany:
Neb w Počtu/ Mjře / Waze Wſſemohauc

Po stopách Adama Riese

V domě na Johannisgasse 23, kde je dnes Muzeum Adama Riese, žil a pracoval Adam Ries od roku 1525 do roku 1559. Zde se nacházela i jeho proslulá Početní škola, kterou po jeho smrti vedl dále jeden z jeho synů, Abraham Ries. Adam Ries získal tento dům v červenci 1525 za 150 zlatých od svého švagra, občana městské části Buchholzu, Andrease von der Strassen. (Pro porovnání: zedník vydělával v této době přibližně 7 zlatých týdně).

Dům byl postaven pravděpodobně v roce 1500. Během požáru města Annabergu v roce 1604 byl těžce poškozen, ale s použitím původních stavebních dílů opět postaven. Následovalo mnoho dalších přestaveb a dostaveb a tak dnes jsou pro něj typické stavební formy 18. století. Půdorys a uspořádání místností v přízemí však i nadále odpovídá stavu z dob Adama Riese.

Návštěvníkům muzea, založeného v roce 1984, se tím zprostředkují všechny důležité aspekty života a práce Adama Riese. Pochopíme zejména i jeho roli německého početního mistra. Oceněn bude též jako saský horní úředník a „znovuobjevený“ cosista (středověký výraz pro algebraika od slova cosa – neznámá). Kromě toho tu získáte informace o známých knihách „Brotordnungen" které Adam Ries vytvořil kromě jiných pro města Annaberg, Cvikov, Hof a Lipsko mezi lety 1533 a 1557.



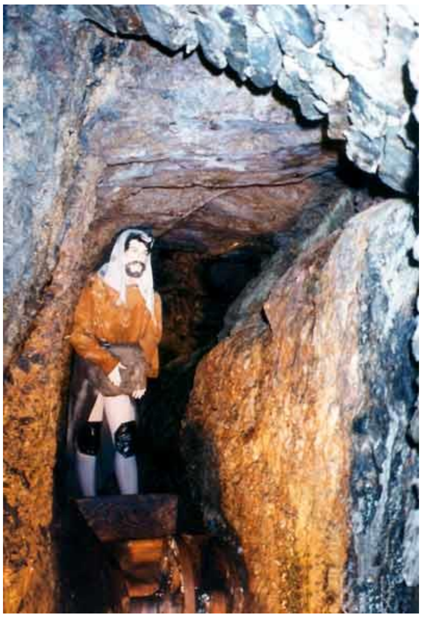
Návštěvník je uveden do proměnlivé historie starých saských měr a vah, kterou se Adama Ries vizionářsky snažil v jejím vývoji a užívání ovlivňovat. Zpracování v "Rechnens auf der Linien" (Počítání v liniích), znázorňující zacházení s římskými číslicemi na počitadle znamená pro návštěvníka vrchol prohlídky

Muzea Adama Riese. A kdo přitom ještě neovládá pokládání a sčítání počítacích feniků, neměl by v žádném případě zanedbat návštěvu moderní početní školy v horním patře budovy. Tady budete mít příležitost naučit se čtyři základní pravidla počítání „v liniích“, abyste mohli nadále nosit titul „Mistr počítání na počitadle“.

Po stopách důlní těžby

V centru starého hornického města Annaberk se nacházejí dva turisticky zajímaví svědkové krušnohorského dolování. Historické vnitřní město s kostelem sv. Anny, Muzeem Krušnohoří a zpřístupněným dolem má zvláštní konstelaci: jen zřídka lze zažít tak bezprostředně vedle sebe těžbu stříbra a její vliv na pozdně středověký vývoj města, architekturu a umění.

V kostele sv. Anny postaveném v letech 1499 – 1525 můžeme obdivovat čtyřkřídlý oltář malíře Hanse Hesse. Tento tzv. „hornický oltář“ je považován za nejvýznamnější malbu báňského regionu z doby Adama Riese. Působí na nás svou barevnou pestrostí a komplexním vyobrazením těžby stříbra. Ukazuje scény týkající se vyměřování, průzkumu a těžby, dopravy a úprav i mincovnictví. Na obrazech jsou detailně zobrazeny pracovní procesy, pracovní prostředky a oděv z dávné doby.



Několik metrů od anenského kostela se ve dvoře Muzea Krušnohoří nachází vchod k dolu „U Gößnera“, který je přístupný návštěvníkům. Zde se můžeme seznámit s mnoha detaily týkajícími se hornického řemesla mezi léty 1500 a 1530. Je nutné sestoupit po ocelových schodech do 13 m hloubky. Prohlídka trvá necelou hodinu, je dlouhá asi 260 m a vede třemi štolami. Návštěvníci chránění helmou a pláštěm procházejí úzkými a často nízkými chodbami. Důl byl pro veřejnost otevřen roku 1995. Díky muzeálnímu ztvárnění a nasvícení zde ožívají obrazy na „hornickém oltáři“.

Roku 1491 bylo na úpatí „hory strachu“ (Schreckenberg) poprvé nalezeno stříbro. Naleziště je poněkud vzdálené od dnešního městského centra, na druhém břehu řeky „Sehma“. Spolu s těžbou se rozvíjelo město, jehož výstavba byla započata roku 1496 a které roku 1497 obdrželo městská práva. V následujících letech bylo otevřeno uvnitř města více než 20 dolů. Důl „U Gößnera“, který vznikl v této době, byl pojmenován po Andreasovi Gößnerovi. Od roku 1519 byl radním v Annaberku a od roku 1524 správcem mlýna. Zemřel roku 1533. Jelikož Adam Ries žil v tomto hornickém městě od roku 1523, jistě se oba muži potkávali často.

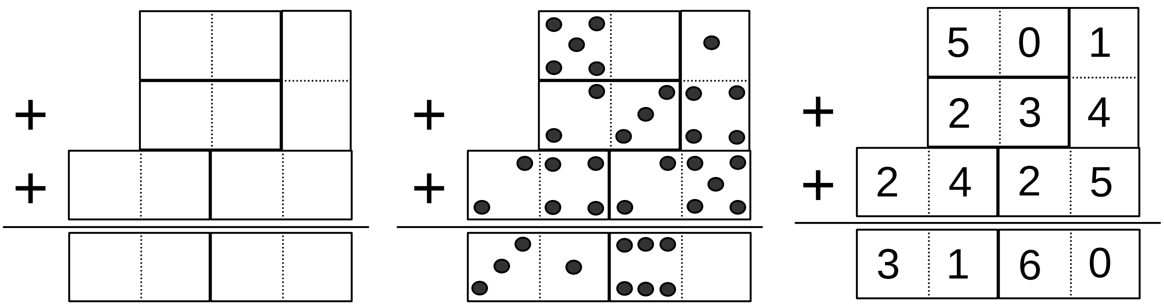
* *

Počítání s kostkami domina

Účastníci druhého kola soutěže Adama Riese se setkávají každým rokem v předvečer soutěže ze Saska v zemském školním domově v Jöhstadtu. V přátelské atmosféře soupeření v řešení úloh se chlapci a dívky zabývají počítáním, skládáním puzzle a skládáním papírových skládanek. Jedna z takových úloh používá jako pomůcku dominové kostky:

Polož 7 kostek domina na šablonu tak, aby vznikla správě vypočtená úloha. Považuj přitom počet bodů na jedné polovině dominové kostky za číslici vícemístného čísla.

Příklad:



.
Najděte sami podobná rozložení.

* *

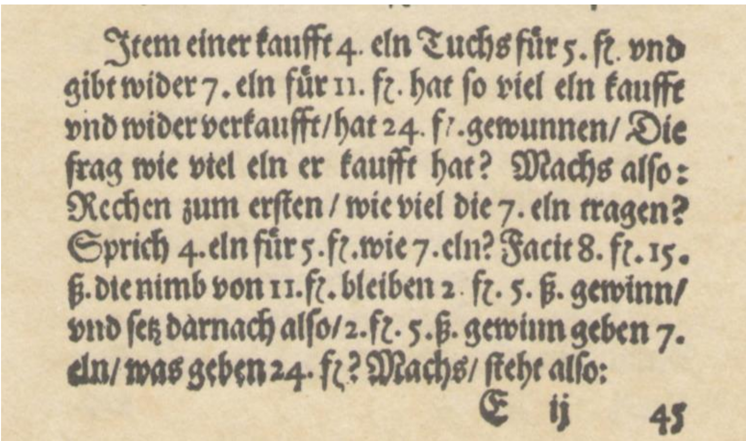
Úlohy soutěže Adama Riese 2009 (2. stupeň, část 1)

2009/2 – I/1[3]

Ve své druhé knize příkladů, vydané roku 1522, uvádí Adam Ries také úlohy spojené s obchodem. Při obchodu má být koupí a prodejem zboží dosaženo zisku. Obchodník kupuje zboží za nižší cenu a prodává jej poté za cenu vyšší.

Obrázek ukazuje původní text jedné z úloh, včetně řešení. Převedena do současného jazyka by úloha zněla takto (čísla byla pozměněna):

„Obchodník kupuje určitou délku látky 4 lokty stojí přitom 5 guldenů. Všechnu látku poté prodá za vyšší cenu …“


Item einer kaufft 4. eln Tuchs für 5. fl. vnd gibt wider 7. eln für 11. fl. hat ſo viel eln kauffe vnd wider verkaufft/ hat 24. fl. gewunnen/ Die frag wie viel eln er kaufft hat? Machs alſo: Rechen zum erſten/ wie viel die 7. eln tragen? Sprich 4. eln für 5. fl. wie 7. eln? Facit 8. fl. 15. ß. die nimb von 11. fl. bleiben 2. fl. 5. ß. gewinn/ vnd ſetz darnach alſo/ 2. fl. 5. ß. gewinn geben 7. eln/ was geben 24. fl? Machs/ ſteht alſo:

E ij 45

V době Adama Riese se loket běžně používal jako jednotka délky a platilo se mimo jiné těmito mincemi: guldeny (fl), šilinky (ß) a haléři (he). Pro přepočet platí: 1 fl = 20 ß, 1 ß = 12 he.

a) Obchodník koupí 14 loktů látky.

   Vypočítej, kolik musí za látku zaplatit (cenu uveď tak, aby počet mincí byl co nejmenší).

b) Následně všech 14 loktů prodá. Přitom dosáhne zisku ve výši 8 guldenů a 15 šilinků.

   Vypočítej, za jakou cenu obchodník prodal 1 loket látky (cenu uveď tak, aby počet mincí byl co nejmenší).

c) Ries klade v této úloze následující otázku:

   > Obchodník koupil několik loktů látky. Všechnu látku poté prodal, přičemž 7 loktů u něj stálo 13 guldenů. Koupil a prodal tolik loktů, že nakonec dosáhl zisku 51 guldenů.
   > Otázka zní: Kolik loktů látky koupil?

   Uveď správný výsledek.

---

[3] roce/stupeň – část/komplex

2009/2 – I/2

Ve strategických hrách jde často o dosažení vítězství s pomocí jednotné strategie, díky které znemožníme soupeři vítězství.

a) Strategickou hru „Kdo první vysloví 20, ten vyhrává“ hrají dva hráči. Začínající hráč v prvním kole vysloví přirozené číslo v rozmezí 1 až 5 včetně. V druhém kole druhý hráč vysloví také přirozené číslo v rozmezí 1 až 5 včetně a čísla sečte. Stejným způsobem hráči pokračují i v dalších kolech, tzn. přičítají k výslednému součtu předchozího kola přirozená čísla v rozmezí 1 až 5 včetně. Vítězí hráč, který se jako první dostane k výslednému součtu rovnému číslu 20.

Tim a Tom hrají tuto hru s následujícím průběhem:

Kolo	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**
Tim	2		5		13		20
Tom		4		10		16	

Tim v této hře zvítězil.

Urči číslo, které měl vyslovit Tom v šestém kole aby v této hře zvítězil on. Své tvrzení zdůvodni!

V následující hře začíná Tom s číslem 2. Jaká čísla musí dát ve třetím a v pátém kole, aby v sedmém kole určitě zvítězil?

Tom zjistil: „Existuje strategie, která mi umožní pokud začínám hru, pokaždé zvítězit.“

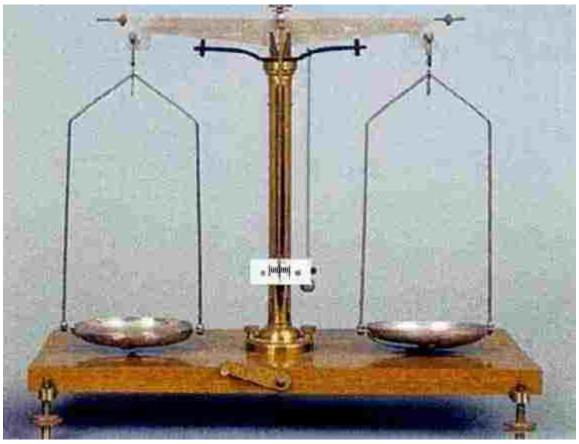
Jakým číslem musí Tom zahájit hru, aby pokaždé zvítězil?

b) Nyní hrají Tim a Tom hru „Kdo první vysloví 100, ten vyhrává“. Pravidla jsou stejná jako ve hře v bodu A), jen přirozená čísla vyslovená v každém kole hry jsou v rozmezí 1 až 10 včetně. Vítězí hráč, který se jako první dostane k výslednému součtu rovnému číslu 100.
Tim by chtěl tuto hru vyhrát. Popiš jeho strategii. Jakým číslem musí hru začít a po kolika kolech hra skončí?

c) Nyní hrají Tim a Tom hru „Kdo první vysloví 100, ten prohrává“. Pravidla jsou stejná jako ve hře v bodu B) s tím rozdílem, že hru prohrává ten hráč, který jako první vysloví v součtu číslo 100 nebo vyšší.

Tom by chtěl tuto hru vyhrát. Kdo musí zahájit hru? Své tvrzení zdůvodni.

2009/2 – I/3



Pomocí pákové váhy je možné určit hmotnost předmětů. Na jednu misku vah položíme předmět, který chceme zvážit. Na druhou misku položíme tolik závaží z jedné sady tak, aby se váha nacházela v rovnováze. Součet závaží nám pak udá hmotnost předmětu.
(Následující úlohy berou v úvahu jen měření přesně na celé gramy.)

a) Tim má sadu s následujícími závažími : 1g, 2g, 2g, 5g, 10g, 20g.

Uveď, jak těmito závažími může zvážit 27 g.

Uveď všechny hmotnosti, které je možné zjistit za pomoci této sady dvěma rozdílnými způsoby.

Tim ztratil ze své sady jedno ze dvou dvougramových závaží. Zjisti všechny hmotnosti, které nyní již nemůže zvážit.

b) Tom má sadu s následujícími závažími, jejichž velikosti dávají možnost rozpoznat určitou matematickou zákonitost:

1g, 2g, 4g, 8g, 16g a další závaží dle této zákonitosti.

Těmito závažími se dají zvážit hmotnosti od 1g až po určitou nejvyšší hranici, která závisí na počtu závaží.

Uveď, jak je možné touto sadou zvážit 41g.

Zjisti počet všech závaží, který musí mít sada, abychom mohli zjistit hmotnost od 1g až do 511g.

Madlenka zjišťuje, že je možné určit hmotnost předmětů také tím, že pokládá závaží na obě misky vah. Jestliže například přiloží na jednu misku vah dopisem neznámé hmotnosti závaží o hmotnosti 1g a pak získá rovnováhu položením 5gramového závaží na druhou misku, tak může odvodit hmotnost dopisu (5 – 1 =) 4g.

c) Madlenka by chtěla mít takovou sadu závaží k měření všech hmotností od 1g až do 40g, která má co nejnižší počet závaží.

Zjisti velikosti všech závaží, která tato sada obsahuje.

Popiš, jak je možné touto sadou zvážit hmotnost 22g.

Část 2

2009/2 – II/1: Ùlohy ze starých početnic

1.1 Jeden pastýř přichází s 10 voly. Na otázku počtáře, kolik zvířat ze svého početného stáda přivádí, odpovídá pastýř: „Přivádím čtvrtinu poloviny svého dobytka.“

Kolik volů pastýř celkem vlastní?

Odpověď‘: ....

1.2 Jeden švec nastříhá denně deset pruhů kůže určené pro výrobu sandálů nebo denně ušije (z nastříhaných kusů) pět sandálů.

Kolik dní musí pracovat, aby vyrobil 20 sandálů?

Odpověď‘: ....

Kolik sandálů vyrobí za $1\frac{1}{2}$ dne?

Odpověď‘: ....

1.3 Z druhé knihy příkladů Adama Riese: Jedna libra šafránu stojí 3 guldeny 9 šilinků 6 haléřů.

Přitom je nutné vědět: V době Adama Riese se hmotnost zboží udávala v librách. Pro mince platilo: 1 gulden = 20 šilinků, 1 šilink = 12 haléřů.

Jeden balíček šafránu váží 20 liber. Kolik stojí tento balíček? Výsledek uveď v co možná nejmenším počtu mincí.

Odpověď‘: ....

Jiný balíček stojí celočíselný počet guldenů. Kolik váží? Uveď jeden možný výsledek.. (Pozor: balíček může vážit maximálně 50 liber.)

Odpověď‘: ....

2009/2 – II/2: Umění počítat

2.1 Rozděl číslo 98 na čtyři čísla (sčítance), a to tak, aby ti vycházel vždy stejný výsledek, přičteš-li k prvnímu sčítanci 6, odečteš-li od druhého sčítance 6, vynásobíš-li třetí sčítanec 6 nebo vydělíš-li čtvrtý sčítanec 6. Do políček doplň chybějící čísla:

□ + 6
□ - 6　　□
□ · 6
□ : 6

98

2.2 a) Následující schéma se čte takto: různé početní úkony s číslem 2 mají za výsledek 7. Provedeme-li ty samé početní úkony s číslem 5 získáme 16, pokud je provedeme s číslem 10, získáme jako výsledek číslo 31.

$2 \longrightarrow 7$

$5 \longrightarrow 16$

$10 \longrightarrow 31$

$12 \longrightarrow ?$

Najdi hledaný početní úkon a doplň chybějící výsledek.

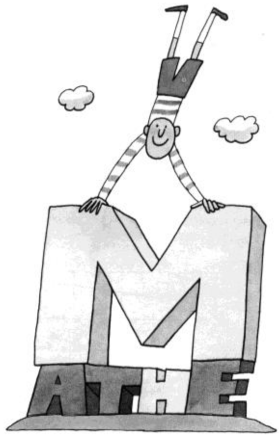
b) Najdi hledaný početní úkon a doplň chybějící výsledek.

$2 \longrightarrow 1$

$3 \longrightarrow 3$

$8 \longrightarrow 13$

$10 \longrightarrow ?$



2.3 Každé písmeno lze nahradit číslicí, přičemž rozdílná čísla znamenají rozdílné číslice, shodná písmena shodné číslice. Nahraď písmena číslicemi a uveď správný výsledek.

		A	**R**	**W**
+	**A**	**D**	**A**	**M**
=	**R**	**I**	**E**	**S**

2009/2 – II/3: Tolikero možností!

Následující příklady se týkají sportovních disciplin vyučovaných na elitní škole zimních sportů v městečku Oberwiesenthal. Na této škole studují žáci, kteří se současně věnují jedné z následujících disciplin: biatlonu, běhu na lyžích, severské kombinaci, závodům na saních nebo skokům na lyžích.

3.1 Anna, Elen, Karen a Lena jsou biatlonistky. Společně se účastní soutěže. Lena přijíždí ke střelnici a vidí, že Anna, Elen a Karen již na střelnici stojí.

a) V kolika možných pořadích mohou tyto tři dívky vyrazit do posledního kola za předpokladu, že je Lena nedohoní?

Odpověď‘: ....

b) Představ si, že Lena v posledním kole předjede přesně jednu z dívek. Kolik různých možností umístění na stupni vítězů může nastat? Uveď všechny možné kombinace.

Odpověď‘: ....

Trenér stojí u tratě a sleduje šance na vítězství svých čtyř svěřenek.
c) Jaký je počet možných umístění, při kterých se na stupně vítězů dostanou Anna a Elen?

Odpověď‘: ....

3.2 Erik (E), Felix (F) a Kai (K) jsou skokani na lyžích, Lina (L), Marie (M) a Nils (N) jsou běžci na lyžích. U příležitosti „Dne otevřených dveří“ se na škole koná sportovní fórum. Tohoto fóra se mají účastnit přesně čtyři z těchto žáků.

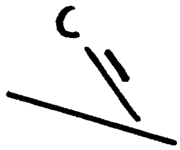
a) Podmínkou je, že fóra se musí účastnit přesně dva zástupci obou sportů. Jaký je počet možností, že fóra se účastní obě dívky?

Odpověď‘: ....

b) Uveď všechny různé kombinace, mají-li se fóra účastnit dva skokani a dva běžci na lyžích. Užívej přitom začáteční písmena jmen a uváděj kombinace podle vzoru: EFLM, ...

Možností: ....

c) Podmínkou je, že fóra se musí účastnit minimálně jeden zástupce obou sportů. Kolik možných kombinací tím vzniká?



Odpověď‘: ....

* *

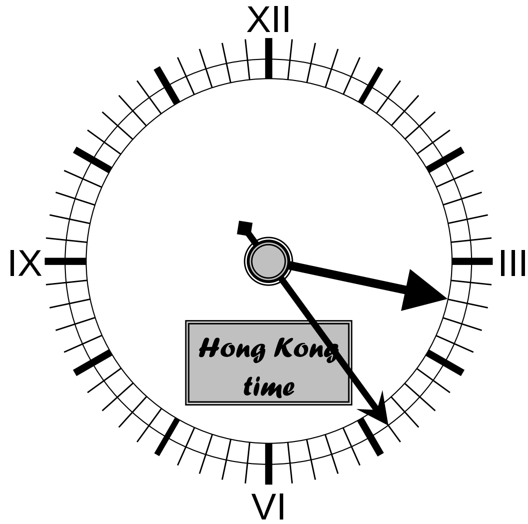
Složité úlohy minulých let – část 1

2008/3 – I/3

Na dvanáctihodinovém letu z Frankfurtu nad Mohanem do Hong Kongu se mezi cestujícím a letuškou utvořil následující rozhovor: „Kdy přistaneme v Hong Kongu?“, ptá se cestující letušky.

„Zitra před 12.00 hodinou hong kongského času“, odpovídá letuška.

„Nejde to trochu přesněchce vědět cestující. Nato letuška dodá: „Když dorazíme přesně podle letového plánu, bude na ciferníku přesně jdoucích hodin (s místním hong kongským časem) minutová a i hodinová ručička právě přesně ukazovat na minutovou čárku. Mezi oběma ručičkami leží pak šest minut“.



(Vedlejší zobrazení ukazuje hodiny v 03.24. Mezi minutovou a hodinovou ručičkou leží, odlišněne než v zadání, sedm minut.)

a) Zdůvodni, že jen pro pozice minutové ručičky 0, 12, 24, 36 a 48 je minutová a hodinová ručička právě přesně na minutové čárce.

b) Dokaž, že čas 01.12 splňuje všechny podmínky výpovědi letušky.

c) Zjisti všechny další možné časy, v kterých může letadlo na základě výpovědi letušky přist´t v Hong Kongu.

2007/2 – I/2

V různých sportovních spolcích diskutují členové o svém věku. Všechny spolky se skládají ze členů různého stáří, nejmladšímu je jeden rok. Rozdíl věku každého člena a jemu nejbližšího staršího člena je pokaždé stejný a vyjádřitelný v celých rocích.

a) Tenisový spolek má 10 členů. Rozdíl věku každého člena a jemu nejbližšího staršího člena činí v tomto spolku dva roky. Nejmladšímu členu je 12 let.
Vypočítej, jakého stáří dosáhnou všichni členové spolku dohromady.

b) Nejstaršímu členovi plaveckého spolku je 24 let. Všem členům dohromady je 84 let.
Objasni všechny možnosti, kolik členů plavecký spolek může mít.

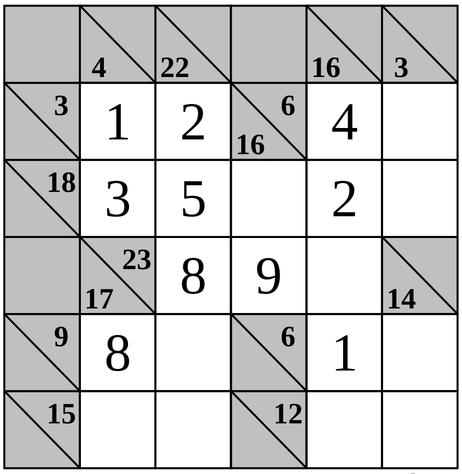
U následujících spolků činí rozdíl věku každého člena a jemu nejbližšího staršího člena jeden rok.

c) Fotbalový klub má 27 členů. Všem členům dohromady je 513 let.
Vypočítej, kolik let je nejmladšímu členovi v tomto klubu.

d) Madlen si myslí: Můj bratr navštěvuje jeden spolek s 23 členy, kteří dosahují dohromady věku 230 let.
Vyzkoumej, zda je to možné. Zdůvodni!

2007/2 – I/3

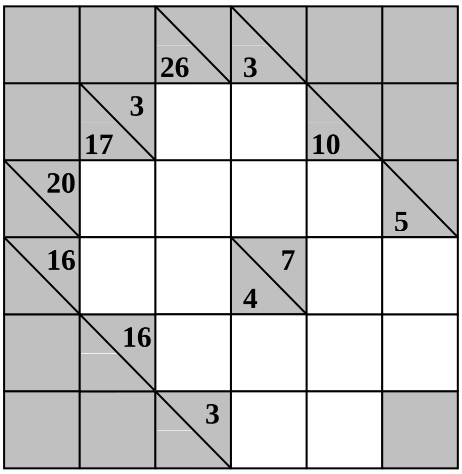
Tim a Tom řeší KAKURO. V čtverci složeném ze sloupců a řádků se nacházejí šedá a bílá pole. Některá šedá pole jsou rozdělena a obsahují čísla. Horní číslo v takovém poli udává součet čísel, která se nacházejí v bezprostředně vpravo umístěných bílých polích ve stejném řádku. Dolní číslo v takovém poli udává součet čísel, která se nacházejí v bezprostředně směrem dolů umístěných bílých polích ve stejném sloupci. Vyplňování bílých polí KAKURA probíhá podle následujících dvou pravidel:



Obr. 1

1) vyplňujeme pouze čísly 1 až 9.
2) v každém součtu se smí každé číslo vyskytnout maximálně jednou.

a) Vyplň zbylá bílá pole v KAKURA na obrázku 1.
b) Tim uvažuje, že by při vyplňování mohla být výhoda, znát pro daný počet políček možné hodnoty součtů. Vyhledej všechna čísla, jejichž hodnota může vzniknout jako součet dvou polí při vyplňování KAKURA.
c) Tom by si chtěl sám sestavit KAKURO ze šesti sloupců a šesti řádků. Jakou maximální hodnotu může mít součet čísel v takovém KAKURU? Zdůvodni.
d) Vyřeš KAKURO na obrázku 2. Zjisti, zda je řešitelné jednoznačně.



Obr. 2

Poznámka: KAKURO pochází z japonštiny a znamená „součet“. I když se prodává jako japonská hra, pochází zřejmě z USA, kde byla v roce 1966 zveřejněna v Dell Magazine pod názvem „Cross Sums“. O jeho popularizaci se ale stejně jako v případě Sudoku, které pochází ze Švýcarska, postaral až japonský specialista na hádanky Nicoli.

2005/2 – I/1

Ve své druhé knize příkladů vydané roku 1522 uvádí Adam Ries mezi jinými následující příklad (čísla jsou mírně pozměněna): Zákazník nakoupí tato koření: šafrán, hřebíček a zázvor. 1 libra šafránu stojí 4 guldeny 5 šilinků, 1 libra hřebíčku stojí 19 šilinků a 1 libra zázvoru stojí 8 šilinků.

V době Adama Riese se hmotnost zboží udávala v librách a lotech (1 libra = 32 lotů) a platilo se guldeny a šilinky (1 gulden = 20 šilinků).

Vyřeš následující úlohy:

a) Zákazník kupuje 1 libru šafránu, 2 libry hřebíčku a 3 libry zázvoru. Kolik zaplatí? (Cenu vyjádři tak, aby bylo zapotřebí co nejmenšího počtu mincí.)

b) Adam Ries položil následující otázku: zákazník nakoupil stejné množství šafránu, hřebíčku i zázvoru a zaplatil celkem 133 guldenů. Kolik koření od každého druhu nakoupil? (Výsledek uveď v základním tvaru.)

c) Další zákazník chce nakoupit hřebíček a zázvor, každého na váhu jen v celých librách (ale minimálně jednu libru) a chce, aby celková cena nákupu byla v celých guldenech.

   Kolik musí nakoupit hřebíčku a zázvoru? Nalezni nejmenší možná množství splňující tyto podmínky a ukaž, že menší neexistují.

2006/2 – I/2

Marek a Lukáš se opět baví číselnými hádankami. Marek říká Lukášovi: „Mysli si dvě čísla. Obě jsou větší než nula. Vytvoř součet obou těchto čísel a přičti jej k součinu těchto myšlených čísel. Vyřkni výsledek.“

a) Dobrá, Lukáš si vybral čísla 4 a 12. Vypočítej, jaké číslo Markovi řekne.

b) Lukáš říká jako výsledek číslo 71. Sděluje ještě, že obě myšlená čísla jsou čísly po sobě následujícími.
   Zjisti tato čísla.

Poté co Marek uhádl často čísla správně, prozradil svůj trik: „Přičti k výsledku 1 a rozlož obdržené číslo do dvou činitelů, z nichž oba jsou větší než jedna. Odečti od každého činitele 1, potom obdržíš ta myšlená čísla.“

c) Jako výsledek je uvedeno číslo 34. Zjisti tímto trikem myšlená čísla.

d) Lukáš chce tento Markův trik použít na číslo 71 jako výsledek (viz dílčí úloha b). Zjistí, že (bez požadavku na po sobě jdoucí čísla) člověk získá více než jednu dvojici čísel. Zjisti všechny možné dvojice myšlených čísel.

2006/3 – I/1

Ve své druhé početnici uvádí ADAM RIES několik úloh o „obchodních společnostech“. Jistý počet osob ukládá po určité časové období peněžní obnos a dosáhne tím zisku. Tento bude ve prospěch zúčastněných osob rozdělen podle výše podílu.

V době, kdy žil Adam Ries, se platilo zlat‘áky, šilinky a haléři. Pro přepočet platilo:
1 zlaťák odpovídá 20 šilinkům, 1 šilink odpovídá 12 haléřům.

a) Tři osoby tvoří jednu „obchodní společnost“.
První vloží 120 zlaťáků, druhý 536 zlaťáků a třetí 144 zlaťáků současně. Dosáhnou při tom zisku ve výší 200 zlaťáků.
Vypočítej, jaká peněžní částka každému z nich přísluší.

b) Tři jiné osoby tvoří opět jednu „obchodní společnost“.
První uloží na 4 měsíce 55 zlaťáků, druhý uloží na 5 měsíců 45 zlaťáků a třetí uloží na 3 měsíce 65 zlaťáků. Dosáhnou při tom zisku ve výši 136 zlaťáků.
Vypočítej, jaký peněžní obnos nyní náleží každému z nich. (Uveď‘ peněžní částky ve zlaťácích, šilincích a haléřích).

2006/3 – I/2

Dnes večer se odehrají v Lipsku a v Mnichově dva osmifinálové zápasy v mistrovství světa ve fotbale 2006. Pro všechna mužstva to byla dlouhá cesta až k finálové účasti.

a) Kvalifikace skupiny Jižní Ameriky se zúčastnilo 10 mužstev. Každé mužstvo sehrálo proti každému soupeři jeden zápas na domácím hřišti a jeden zápas na hřišti soupeře.

Za každé vítězství byly uděleny tři body, za remízu jeden a za prohaný zápas žádný bod.
Vypočítej, kolik maximálně bodů mohlo získat mužstvo v této skupině.

b) Aby se čas na kvalifikaci zkrátil, byl by i možný KO-systém. Mužstvo bude vyřazeno, jakmile prohraje zápas. Každý zápas bude rozhodnut (popřípadě pokutovými kopy).
Evropské skupiny se kvalifikace zúčastnilo celkem 32 mužstev.
Uved´, kolik zápasů by bylo nutných za těchto podmínek. Zdůvodni!

c) V prvním kole kvalifikace skupiny Oceánie hrálo v květnu 2004 ve skupině 1 pět mužstev – Cookovy ostrovy, Nová Kaledonie, Salomóny, Tahiti a Tongo.
Předpokládejme, že každé mužstvo sehrálo proti každému dalšímu jeden zápas na domácím hřišti a jeden zápas na hřišti soupeře, zápasy se uskutečnily v po sobě následujících týdnech a každé mužstvo mělo odehrát týdně právě dva zápasy. Některé ze zápasů jsou již nasazeny.

(1) Doplň možný herní plán na pracovním listě.
(2) Prověř, zda existují za těchto podmínek další od sebe odlišné herní plány a ukaž, že nemohou žádné další existovat. (Herní plány, které vznikly jenom výměnou zápasu na domácím hřišti se zápasem na hřišti soupeře, jsou stejné.)

Pracovní list:

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="5">Zápas na domácím hřišti</td></tr>
<tr><td>Cookovy ostrovy</td><td>Nová Kaledonie</td><td>Salomóny</td><td>Thaiti</td><td>Tongo</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Zápas hřišti soupeře</td><td>Cookovy ostrovy</td><td>--</td><td>1. týden</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Nová Kaledonie</td><td>2. týden</td><td>--</td><td>1. týden</td><td>2. týden</td><td></td></tr>
<tr><td>Salomóny</td><td>3. týden</td><td>3. týden</td><td>--</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Tahiti</td><td>2. týden</td><td></td><td>1. týden</td><td>--</td><td>1. týden</td></tr>
<tr><td>Tonga</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>--</td></tr>
</table>

* *

Puzzle a skládání

1999/3-II/1.2

Podle čísel na okraji čtverce položte odpovídající bonbónů do příslušného řádku, případně sloupce, přičemž na každé políčko lze položit nejvýše jeden bonbón.

3	2	1	2	3	
					2
					1
					4
					3
					1

2001/3 - II/1.2

Polož do šesti políček čtvercové sítě o rozměrech 6 x 6 vždy jeden bonbón a to tak,

a) aby v každém řádku a sloupci čtvercové sítě zůstal neobsazen lichý počet polí a mimo to, aby bonbóny neležely všechny současně v jedné úhlopříčce.

b) aby v každém řádku a sloupci čtvercové sítě zůstal neobsazen sudý počet polí.

2002/3 - II/1.2

Bonbóny (viz sáček) mají být „rozděleny“ s povšimnutím následujících podmínek:

- Stejná písmena mají být obložena stejným počtem bonbónů, různá s rozdílně velkým počtem.
- Ne každé písmeno jednoho jména musí být obloženo.
- Je-li písmeno obloženo, tak je toto obloženo při každém výskytu stejným počtem bonbónů.

a) 8 bonbónů se má tak rozdělit, že ANNA „získá“ třikrát tolik jak ADAM.

A	N	N	A

A	D	A	M

b) 12 bonbónů má být rozděleno tak, že Riesova nejstarší dcera EVA dostane nejvíce bonbónů, ANNA o jeden méně než EVA, a nejmladší dcera SYBILLA opět o jeden méně než ANNA.

E	V	A

A	N	N	A

S	Y	B	I	L	L	A

2004/3-II/1.2

8 bonbónů má být položeno na políčka čtverce tak, že na každém řádku a v každém sloupci budou zakryta právě dvě políčka a že na nezakrytých políčkách je možné postupně za sebou přečíst jméno matematika.

Ohranič zakrytá políčka. Písmena těchto políček postupně čtená udávají jméno jednoho z míst jeho působení.

A	A	D	N
N	A	M	A
R	B	E	I
R	E	G	S

2006/3 – II/1.2

Polož na 10 políček čtverce se 4 x 4 poličky vždy jeden bonbón tak, že na každem řádku, v každém sloupci a na každé úhlopříčce čtverce leži sudý počet (nejméně dva) bonbónů.

* *

Hry s čísly

2004/2 – II/2.2

Tlustá nula vyzývá všechna čísla na stránce početnice postavit se do řady, aby se se všichni mohli naučit dobře počítat:

> Postaví-li se do dvojstupu, jedno přebývá.
> Postaví-li se do třístupů, rovněž jedno přebývá.
> A přebývá právě jedno i tehdy, stojí-li ve čtyř- či v pěti-, nebo v šestistupu.

Uveď jedno takové množství čísel, pro něž toto platí.

> Odpověd‘: ....

A nyní požaduje tlustá nula, aby se všechna čísla postavila do sedmistupu – a žádné nepřebývá.

Uveď nejmenší možný počet čísel, pro něž toto platí.

> Odpověd‘: ....

2007/2 – II/2.1

V egyptské pyramidě objevili učenci do kamene vytesané číslo. Toto číslo je nejmenší ze všech přirozených čísel, které je dělitelné všemi přirozenými čísly od 1 do 10. Najdi toto číslo.

2007/2 – II/2.2

V jednom přístavu zakotvily čtyři lodě. Přístav pak opustily najednou. Je známo, že první loď se vrací každé čtyři týdny, druhá každých 8 týdnů, třetí každých 12 týdnů a čtvrtá každých 16 týdnů.

Po kolika týdnech zakotvily znovu všechny čtyři lodě v tomto přístavu?

2007/2 – II/2.3

Součin čtyř po sobě následujících přirozených čísel je 3024. Uveď tato čtyři čísla.

* *

Úlohy ze starých početnic

2000/3 – II/2.1

V arabských povídkách „Z tisíce a jedné noci“ najdeme ve 458. noci hezkou hádanku:

Holubí hejno letělo k vysokému stromu, část holubů si sedlo na strom, ostatní pod strom. Tu promluvili ti na stromě k těm, kteři byli dole: „ Když jeden z vás vzlétne nahoru, tak jste třetinou z nás všech. A když jeden z nás slétne dolů, tak vám budeme do počtu rovni.“

Kolik holubů bylo na stromě, kolik pod stromem?

Odpověd´: ....na stromě; .... pod stromen.

2004/2 – II/1.3

Achilles běží závod s krásnou Helenou. Helena běží poloviční rychlostí v porovnání s Achillem. Achilles dá Heleně náskok 1000 m.

Kolik metrů musí uběhnout Achilles, aby Helenu dohonil?

Odpověď‘: ....

2005/2 – II/1.3

Ze „Zázraků početní techniky“: Někdo, kdo je tázán jak staří jsou jeho synové, odpoví: „Nejstarší je právě ještě jednou tak starý jako nejmladší. Umocníme-li věkové číslo každého a sečteme-li obě mocniny, dostaneme výsledek 180.“

Jak staří jsou oba synové?

Odpověď‘: ....

2006/2 – II/1.2

Řekyně šla do Jupiterovy svatyně a prosila ho, zda by nemohl zdvojnásobit její peníze. Jupiter její prosbu vyslyšel a ona mu z vděčnosti obětovala dvě „Drachmen“ („Drachme“ byla řecká peněžní jednotka). Šla dál k Apollónově svatyni se stejnou prosbou, načež obětovala znovu dvě „Drachmen“. Když spočítala své peníze, zjistila, že jich má dvakrát tolik jako na začátku. Kolik jich měla?

Odpověď‘: ....

* *

Tolikero možností

1998/3 – II/3

Cyklistický závod vede místy působení Adama Rieseho: Staffelstein – Erfurt – Annaberg.

V této úloze nás nyní zajímají možná pořadí cílového vjezdu, přičemž žádní dva cyklisté nepřejedou cílovou čáru současně.

1. Cyklističtí závodníci Abler, Baler, Capler a Delar jedou v první skupině, která se blíží cílovému stadionu.

a) Napiš všechna možná pořadí cílového vjezdu, kdyby přejel Capler přes cílovou čáru jako první. Piš např. tak: CABD
b) Kolik možností může celkem nastat (tedy každý z jezdců by mohl jako první přejet cílovou čáru)?

Odpověď’: . . . .

2. Ale ještě není závod u konce. Nastává nová situace, neboť Erlerovi se podaří připojení k první skupině. Diváci nyní povzbuzují těchto pět jezdců k závěrečnému finiši. Dva z těchto jezdců, totiž Abler a Erler, patří k AR týmu.

a) U kolika všech možných pořadí cílového vjezdu by mohl být jeden z těch dvou z AR týmu první, ten další druhý?

Odpověď’: . . . .

b) U kolika všech možných pořadí cílového vjezdu by mohl být alespoň jeden z AR týmu první nebo druhý?

Odpověď: . . . .

c) Manažer AR týmu sní už o tom, že oba závodníci jeho týmu by mohli stát na stupních vítězů. U kolika všech možných cílových vjezdů by to bylo možné?

Odpověď: . . . .

2004/2 – II/3

Na počítacích fenicích erfurtské početní školy byly tyto ražby: zobrazení Adama Riese (R), pohled na město Erfurt (E), pohled na město Annaberg (A), pohled na město Staffelstein (S), erfurtská universitní brána (U).

(R) **(A)** **(E)** **(S)** **(U)**

1. V jednom koženém sáčku je přesně 100 počítacích feniků, a to 30 feniků s ražbou (E), 20 s ražbou (A) a 50 s ražbou (S). Máš z tohoto sáčku (aniž bys rozeznal ražbu - nebo-li „se zavázanýma očima“) vybrat nejnižší nutný počet feniků tak, aby sis mohl být jist, že mezi vybranými jsou minimálně:

(a) tři feniky s ražbou (A) Odpověď‘: ....
(b) tři feniky s ražbou (S) a tři feniky s ražbou (E) Odpověď‘: ....
(c) tři feniky s ražbou (A) a tři feniky s ražbou (E) Odpověď‘: ....

2. Martina a Ondra si vzájemně dávají složité úkoly, aby nalezli všechny možnosti seřazení feniků v albu mincí. K dispozici mají právě jeden fenik od každé ražby – tedy celkem 5 kusů.

Martina dá Ondrovi tento úkol: Ulož fenik s (R) jako první, ty ostatní ve všech možných řazeních po sobě.

V kolika z nich leží (U) vedle (E)?

Odpověď‘: ....

Ondra se ptá Martiny: na jedné straně alba jsou tři volná místa vedle sebe a na další straně ještě dvě.
V kolika různých uspořádáních můžeš 5 feniků na tato místa uložit?

Odpověd‘: ....

Nyní jsou k dispozici právě čtyři feniky: dva s (R), jeden s (S) a jeden s (E). Kolik existuje možností pořadí těchto feniků, mají-li se tyto čtyři uložit po sobě na čtyři volná místa?

Odpověd‘: ....

2005/2 – II/3

1. Ve škole matematiky v Annabergu chtějí děti pověsit na zeď obrázky. Mají k dispozici pět obrázků s následujícími motivy (písmena v závorkách slouží jako značky pro jednotlivé obrázky):

(**A**) obrázek počítadla **A**bacus
(**B**) obrázek obchodnice **B**arbary Uthmann
(**C**) obrázek úhlu se jménem **C**osinus
(**R**) obrázek početního mistra Adama **R**iese
(**S**) obrázek **š**koly matematiky v Annabergu

a) Máte vybrat tři obrázky a ty poté pověsit vedle sebe na zeď. Tomáš se ptá, kolik různých trojic obrázků existuje, pokud nám záleží i na pořadí obrázků na zdi. Nalezni odpověď.

b) Dále máte pověsit na zeď všech pět obrázků. Tomáš se ptá, kolik různých možností máme, pokud mají obrázky (**A**), (**B**), (**C**) viset vždy za sebou, opět záleží na jejich pořadí, a obrázky (**R**) a (**S**) visí na zbývajících volných místech.

2. Těchto pět obrázků a ještě obrázek s**t**olu (**T**) použijeme jako obrázkové motivy na podložky pod myš u počítače. Máme tedy k dispozici šest různých podložek. Těchto šest podložek chceme nyní zabalit po dvojicích jako dárky. Tak nám vzniknou například následující dvojice: (**A**)(**T**) – (**B**)(**C**) – (**R**)(**S**).

a) Vypiš všechny možnosti rozdělení těchto šesti podložek do dvojic, pokud víš, že jedna dvojice je (**A**)(**B**).

b) Marie, která má všechny tyto podložky zabalit do dvojic jako dárky, přemýšlí, kolik má celkem různých možností rozdělení podložek do dvojic. Nalezni odpověď.

2006/2 – II/3

Anna, **B**edřich, **C**ecílie a **D**aniel se procházejí po náměstí v „KÄTu“ (zábavní centrum v Annaberg-Buchholz).
1. Všichni čtyři chtějí na kolotoči jezdit na „koni“a sedět na něm za sebou. „Koňský hřbet“ je dostatečně velký pro čtyři. Kolik různých možností posazení bude celkem, když

a) Anna a Daniel budou sedět za sebou?

Odpověd‘: ....

b) Anna a Daniel a také Bedřich a Cecílie budou sedět za sebou?

Odpověd‘: ....

c) Děvčata a chlapci budou sedět střídavě?

Odpověd‘: ....

2. Tito čtyři potkají Elišku. Eliška má volné lístky a daruje každému ze svých čtyř přátel jeden.

a) Eliška má pět volných lístků, dva na kolotoč „Pavouk“ a tři na ruské kolo. Napiš všechny možnosti, jak si děti mohou lístky mezi sebou rozdělit.

Možností: ....

b) Představ si, že by Eliška měla tři lístky na „Pavouka“ a na ruské kolo také tři. Kolik různých možností rozdělení lístků vyjde celkem, když jeden lístek, jedno který, bude přebývat.

Odpověd‘: ....

* *

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
E-Mail: norman.bitterlich@t-online.de