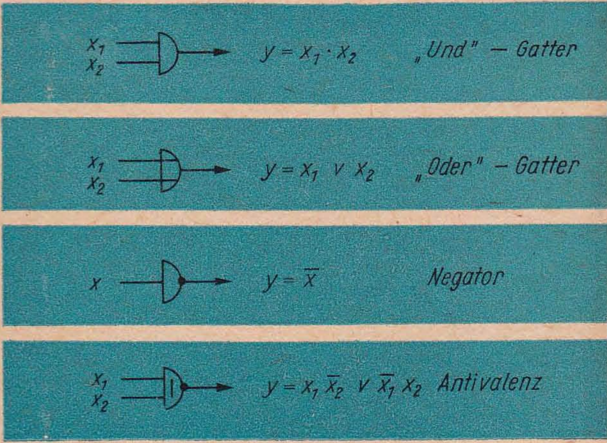
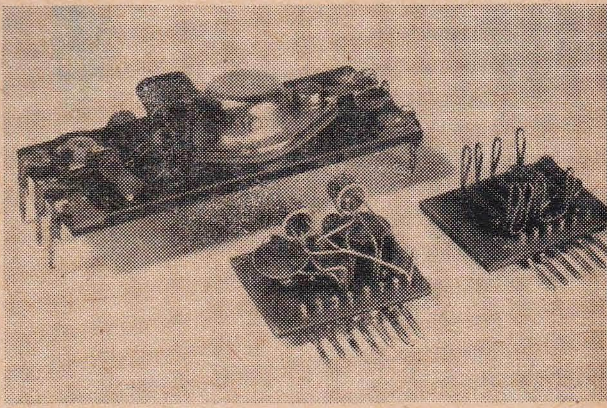
53

DER PRAKTISCHE FUNKAMATEUR





Claus Goedecke

Elektronisches Rechnen für den Amateur

CLAUS GOEDECKE

Elektronisches Rechnen für den Amateur

DEUTSCHER MILITÄRVERLAG

Redaktionsschluß: 15. März 1965

1.—10. Tausend
Deutscher Militärverlag · Berlin 1965
Lizenz-Nr. 5
Lektor: Wolfgang Stammler
Zeichnungen: Erich Böhm, Wilhelm Kaufmann
Korrektor: Christa Ritter
Hersteller: Günter Hennersdorf
Gesamtherstellung: Druckerei Märkische Volksstimme Potsdam
EVP: 1,90 MDN

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Die Schaffung der ersten kosmischen Raketen, der Erdsatelliten und der modernen Automaten sowie die Bewältigung der vor uns liegenden Aufgaben in Wissenschaft, Technik, Ökonomie sowie Militärwesen sind eng mit der Entwicklung der Kybernetik verbunden. Diese junge Wissenschaft, die sich innerhalb kürzester Zeit einen bedeutenden Platz in Wissenschaft und Technik erobert hat, ist dazu berufen, die wissenschaftliche Grundlage der Produktion der Zukunft zu schaffen. Sie wird mehr und mehr in Technik und Ökonomie eindringen und viele Wissenschaften, die bisher unabhängig, isoliert, voneinander existierten, gegenseitig befruchten und ihnen neue Wege in ihrer Forschung aufzeigen.
Eng mit der Kybernetik ist die Entwicklung der elektronischen Rechenautomaten verbunden. Das Entstehen der elektronischen Rechenautomaten trug hauptsächlich dazu bei, daß sich die Kybernetik in gewaltigem Tempo weiterentwickelte, und die praktischen Erfolge der Kybernetik liegen neben der Lösung von Aufgaben der Fernsteuerung hauptsächlich auf dem Gebiet der modernen Automaten.
Es ist daher nicht verwunderlich, daß in der breiten Öffentlichkeit Kybernetik und elektronische Rechenautomaten sehr oft identifiziert werden, d. h., spricht man allgemein über Kybernetik, so meint man Rechenautomaten. Natürlich bilden die Rechenautomaten kybernetische Systeme; sie werden durch ein vorgegebenes Programm gesteuert und dienen der Aufnahme und Verarbeitung von Information, aber der Rahmen der Kybernetik geht weit darüber hinaus. Die Rechenautomaten sind für die Kybernetik in zweierlei Hinsicht interessant: einmal, da sie selbst kybernetische Systeme darstellen, und zum anderen, da sie zur Modellierung eines kybernetischen Systems dienen können.
Die Grundlagen der elektronischen Rechentechnik sind in den Grundlagen der Kybernetik enthalten. Deshalb scheint

es angebracht, die elektronische Rechentechnik im Zusammenhang mit der Kybernetik zu behandeln, allerdings doch nur soweit es in dieser Broschüre möglich ist. Natürlich bringt das im Rahmen der Reihe „Der praktische Funkamateur“ einige Schwierigkeiten mit sich, da praktische Anwendungsbeispiele, die verständlicherweise von besonderem Interesse sind, durch die zu behandelnden Grundlagen nur in beschränktem Maße Platz finden können. Andererseits ist es auch für den Funkamateur wichtig, sich z. B. mit Dualsystem und Schaltalgebra zu beschäftigen, sowohl in der Theorie als auch in der Praxis. Dazu wird ihm dieser Band gute Anregung geben.
Der Verfasser ist sich jedoch klar darüber, daß mit dieser Broschüre nur der Anfang gemacht werden kann, Fragen der Kybernetik im Zusammenhang mit der elektronischen Rechentechnik für den Funkamateur zu behandeln. Ein weiteres Heft über kybernetische Experimente befindet sich in Vorbereitung.
Sollte es dem Verfasser gelungen sein, für die in dieser Broschüre behandelten Themen, die von Jahr zu Jahr größere Bedeutung gewinnen, Interesse zu wecken, so wäre der hauptsächliche Sinn dieses Heftes erfüllt.

Berlin, im März 1965 *Claus Goedecke*

1. Einführung in die Kybernetik

1.1. Entwicklungstendenzen in Wissenschaft und Technik

Die Entwicklung von Wissenschaft und Technik war während der letzten Jahrzehnte durch eine starke Spezialisierung bzw. Arbeitsteilung gekennzeichnet. Deshalb konzentrierte sich die Arbeit der Fachleute der einzelnen Wissensgebiete immer stärker auf ganz bestimmte Aufgaben, und die Spezialkenntnisse erweiterten sich mehr und mehr. Durch diese natürliche Entwicklung ging aber ein umfassender Überblick über den Gesamtkomplex eines Wissensgebietes oder gar darüber hinaus verloren. So entwickelten sich aus dem Elektrotechniker früherer Jahre Schwachstrom- oder HF-Techniker; aus dem Mathematiker wurden Algebraiker, Statistiker oder Logiker.
Diese Entwicklung ließe sich noch beliebig erweitern. Durch die stürmische Entwicklung von Wissenschaft und Technik hat sich der Umfang des Gesamtwissens so stark erweitert, daß es einfach nicht mehr möglich ist, einen großen Teil des Wissens der Zeit zu beherrschen, wie es beispielsweise bei Leonardo da Vinci der Fall war. Leonardo da Vinci verfügte dabei nicht nur über ein allgemeines Wissen auf den verschiedensten Gebieten, sondern er drang auch in ihre Probleme ein. Diese Tendenz zeigte sich sogar noch im 18. Jahrhundert, in dem Leonhard Euler bewies, wie ein einzelner Mensch umfangreiche Kenntnisse auf verschiedenen Gebieten erwerben und auch erfolgreich arbeiten konnte. So studierte er beispielsweise anfangs Theologie, orientalische Sprachen sowie Medizin und widmete sich später der Physik, der Mathematik und der Astronomie. Innerhalb weniger Jahre erhielt er die Professur für Physik und Mathematik.
Im Laufe der weiteren Entwicklung vergrößerte sich der Umfang der Forschungsergebnisse so stark, daß eine Spezia-

lisierung auf ein bestimmtes Gebiet und bald auch auf ein Teilgebiet innerhalb eines Wissensgebietes notwendig war.
Diese Entwicklung ist für den Fortschritt von Wissenschaft und Technik erforderlich. Für jedes Spezialgebiet ergeben sich spezielle Aufgaben und Untersuchungsmethoden, zu deren Bewältigung hochqualifizierte Spezialisten herangebildet werden müssen. Nun ist es aber so, daß trotz aller Unterschiede der einzelnen Wissenschaften Gesetzmäßigkeiten allgemeinen Charakters auftreten, die für die verschiedensten Wissenschaften gültig sind. Wenn man diese allgemeingültigen Gesetzmäßigkeiten erkennt, dann wird es aber auch in vielen Fällen möglich sein, bestimmte Methoden, die in einem Gebiet erfolgreich angewendet werden, in analoger Weise auf ein anderes Gebiet zu übertragen. Eine solche Übertragung kann nicht in der Form erfolgen, daß etwa ein bestimmter Versuchsaufbau mit entsprechenden Geräten und Instrumenten in seiner ursprünglichen Form in das andere Gebiet übernommen wird, sondern es handelt sich vielmehr um das allgemeine Prinzip der Untersuchung, wobei man von speziellen Gegenständen abstrahiert.
Da diese Gemeinsamkeiten und deren praktische Anwendung als Ausgangspunkt für die weitere Entwicklung von Wissenschaft und Technik dienen können, war es notwendig, gewisse Querverbindungen zwischen unterschiedlichen Wissenschaften zu schaffen. Diese Querverbindungen durften sich aber nicht nur über Gebiete erstrecken, die schon von jeher entsprechend ihrem Inhalt, ihrem Forschungsgegenstand und ihren Methoden eng miteinander verknüpft waren, wie Mathematik und Physik, sondern sie mußten auch verhältnismäßig weit voneinander entfernte Gebiete, wie Psychologie, Medizin, Chemie oder Sprachwissenschaft, einschließen, um zu möglichst allgemeinen Gesetzmäßigkeiten zu gelangen. Dieser Prozeß erfordert aber die Zusammenarbeit der Fachleute aus den verschiedensten Gebieten und die Fähigkeit zum abstrakten Denken, damit man über die Grenzen der einzelnen Gebiete hinaus zu einer umfassenden Zusammenschau gelangt.
Eine solche Zusammenschau erlebten wir vor wenigen Jahren

mit dem Entstehen der Kybernetik, einem Prozeß, dessen Verlauf noch längst nicht abgeschlossen ist.

1.2. Vom Wattschen Zentrifugalregler zu den modernen Regelautomaten

Um die Frage näher zu untersuchen, wie es zur Kybernetik kam, muß man sich mit den Problemen näher beschäftigen, die in engem Zusammenhang mit der Anwendung der Energie und der Steuerung des Energieflusses stehen. Die Energie spielt in unserem gesamten Leben eine außerordentlich wichtige Rolle. Sie ist heute in der Industrie genauso unentbehrlich wie in unserem privaten Leben. Die sinnvolle Anwendung der Energie setzt aber eine Steuerung des Energieflusses voraus, damit zu bestimmten Zeiten über die gewünschten Energiemengen verfügt werden kann.
Am Anfang der Entwicklung übernahm der Mensch selbst die Steuerung des Energieflusses. Es war erforderlich, einen Prozeß anzulassen oder anzuhalten; die Energiezufuhr mußte vergrößert oder verringert werden. Oft waren solche Steuerungen mit großen Schwierigkeiten verbunden und verlangten meist nicht vertretbare physische Kräfte. Zum anderen hingen sie aber auch stark vom Reaktionsvermögen des Menschen sowie vom jeweiligen körperlichen Befinden ab, und sie erforderten große Aufmerksamkeit. Darum war der Mensch bestrebt, Geräte zu konstruieren, die ihm bestimmte Funktionen abnahmen. Neben den Maschinen und Vorrichtungen, die die körperliche Arbeit erleichterten, entstanden so die ersten Mechanismen, die Steuerungsvorgänge selbst durchführen konnten.
Schon im Jahre 1588 beschrieb Ramelli eine Einrichtung, durch die die Drehgeschwindigkeit eines Mühlsteines konstant gehalten wurde. Später erlangten dann die Steuerungseinrichtungen besondere Bedeutung im Zusammenhang mit der Ausnutzung der Dampfkraft. Es ergaben sich besondere Schwierigkeiten bei der Regulierung der Dampfzufuhr zu den Kolben, da der Dampf einmal von der einen und dann

von der anderen Seite auf den Kolben drücken mußte. James Watt gelang es, dieses Problem durch einen automatischen Dampfverteiler zu lösen, und als Folge davon kam es zu einer regen Anwendung der Dampfmaschine.

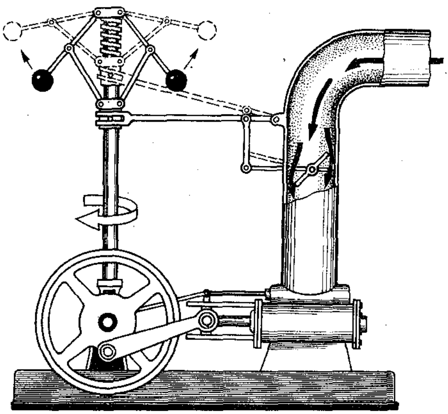


Bild 1.1. Wattscher Zentrifugalregler

Bekannt ist auch der Wattsche Zentrifugalregler (s. Bild 1.1.), der dazu diente, die Geschwindigkeit der Maschine bei wechselnder Belastung durch die Regulierung der Dampfzufuhr konstant zu halten. Unter dem Druck des Dampfes befindet sich eine Welle in drehender Bewegung, an der zwei Kugeln befestigt sind. Je größer der Dampfdruck ist, um so schneller dreht sich die Welle, und um so mehr streben die Kugeln unter dem Einfluß der Zentrifugalkraft nach außen. Die Kugeln betätigen die Öffnung des Ventils — je weiter die Kugeln nach außen streben, um so mehr wird die Ventilklappe geöffnet —, und der überflüssige Dampf kann entweichen.
Zur gleichen Zeit war es in Rußland Polsunow, dem die Erfindung eines selbsttätigen Reglers für die Kesselspeisung bei der Dampfmaschine gelang. Neben den praktischen Bemühungen, Steuer- und Regeleinrichtungen zu schaffen, entstanden aber auch theoretische Arbeiten über die Grundlagen der

Steuer- und Regeltechnik. So veröffentlichte beispielsweise Maxwell 1868 einen Artikel über die Rückkopplung.
Die Bedeutung der Steuersysteme wuchs in den verschiedensten Zweigen der Technik von Jahr zu Jahr. So sind sie im Zusammenhang mit der Nutzung der Kernenergie unentbehrlich geworden, um die Menschen vor gesundheitlichen Schäden zu bewahren. Dort, wo Steuersysteme eine Rolle spielten, wurden sie aber meist isoliert voneinander betrachtet. Erst in den vierziger Jahren unseres Jahrhunderts, als umfangreiche Arbeiten zur Projektierung technischer Steuerungen durchgeführt werden mußten, stand man zur weiteren Vervollkommnung der Steuerungssysteme vor der Aufgabe, die Prinzipien der Steuerung und die Struktur der Steuerungssysteme ausführlicher als bis zu diesem Zeitpunkt zu untersuchen. Bei diesen Untersuchungen stellten sich weitgehende Ähnlichkeiten in den Prozessen der Steuerung und Signalübertragung in technischen Einrichtungen und lebenden Organismen heraus. Diese Analogie hatte man zwar teilweise auch früher schon erkannt, jedoch erlangte sie erst zu diesem Zeitpunkt ihre volle Bedeutung.

1.3. Norbert Wiener — Vater der Kybernetik

Der amerikanische Mathematiker Dr. phil. Norbert Wiener (1894—1964) wurde im Jahre 1948 in der ganzen Welt bekannt, als sein Buch „Cybernetics, or Control and Communication in the animals and the machine“ erschienen war. In diesem Buch hatte er die Grundzüge einer neuen Wissenschaft dargelegt, die er Kybernetik nannte. Die Kybernetik befaßt sich mit den Prozessen der Steuerung sowie der Signalübermittlung in lebenden Organismen und technischen Einrichtungen.
Norbert Wiener beschäftigte sich schon in seiner frühen Jugend mit wissenschaftlichen Arbeiten, und er erhielt bereits mit 17 Jahren den Doktortitel an der Harvard-Universität. Neben seinen technischen und mathematischen Studien widmete er sich auch physiologischen und biologischen Fragen.

Das wurde besonders noch dadurch verstärkt, daß er an der Arbeit eines Zirkels teilnahm, der unter der Leitung des mexikanischen Physiologen Arthur Rosenblueth stand und an dem sich Gelehrte der verschiedensten Fachrichtungen beteiligten. Dieser Zirkel hatte sich die Aufgabe gestellt, allgemeine Fragen und Gesetzmäßigkeiten verschiedener Wissenschaften auszuarbeiten.
Während des zweiten Weltkrieges arbeitete Norbert Wiener auf dem Gebiet der elektronischen Rechenanlagen, die für militärische Zwecke eingesetzt wurden. Außerdem beschäftigte er sich mit den Fragen der Automatisierung im Militärwesen. Im Zusammenhang mit der Vervollkommnung der Flakartillerie ergab es sich, daß Mensch und Maschine ein einheitliches Steuerungssystem darstellten. Damit entstand ein völlig neues Forschungsgebiet, das in sich die Ergebnisse der verschiedensten Wissenschaften vereinigte, die Kybernetik.

1.4. Inhalt der Kybernetik

Die Kybernetik bezeichnet man oft als eine Querschnittswissenschaft. Aus unseren bisherigen Betrachtungen wird verständlich, daß solch eine Bezeichnung nicht abwegig ist. Durch die Kybernetik werden Gemeinsamkeiten verschiedener Systeme im Zusammenhang mit den Gesetzmäßigkeiten der Steuerung untersucht. Deshalb entstehen gewisse Probleme, da die Gegenstände, mit denen sich die Kybernetik beschäftigt, in verschiedenen Fachgebieten liegen und dort oft als ureigenste Dinge betrachtet werden.
So gab es in der bisherigen kurzen Entwicklungsperiode der Kybernetik auch viele Versuche, eine Definition der Kybernetik aufzustellen, wobei diese Definition aber oft vom Blickwinkel des jeweiligen Betrachters sehr stark abhängig war. Auch die Definition der Kybernetik durch Norbert Wiener hat einige kritische Bemerkungen hervorgerufen, auf die wir aber nicht näher eingehen können.
Der bekannte Kybernetiker der DDR Professor Dr. Georg

Klaus definiert die Kybernetik als die Theorie der dynamischen selbstregulierenden und selbstorganisierenden Systeme (siehe Poletajew, „Kybernetik", Vorwort des Herausgebers). Diese Definition umschließt völlig die verschiedenen Aspekte der Kybernetik. Dabei ist der Systemaspekt der primäre, denn er spielt auch in den anderen Bereichen die entscheidende Rolle: Es geht um die Regelung von Systemen, um den Informationsaustausch zwischen Systemen und um strategische Spiele, die Systeme untereinander oder gegeneinander austragen.

Entsprechend der obenangegebenen Definition versteht man dann unter kybernetischen Systemen sich selbst regulierende Systeme, also sowohl den lebenden Organismus als auch künstliche Steuergeräte.

Die Kybernetik betrachtet also die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Steuerung und Regelung, wobei von den speziellen Realisierungen abstrahiert wird. Gerätetechnische Betrachtungen gehören darum nicht zum Gebiet der Kybernetik. Bei der Behandlung der Rechenmaschinen wird darauf noch näher eingegangen.

Die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten der Kybernetik geben die Möglichkeit, miteinander nicht verwandte Gebiete gegenseitig zu befruchten und damit zu Ergebnissen zu gelangen, die man früher nicht erfassen konnte. Das trifft z. B. zu für die Tätigkeit des menschlichen Gehirns oder des Zentralnervensystems, wo durch die Anwendung analoger technischer Modelle bestimmte Gesetzmäßigkeiten oder Hypothesen aufgestellt werden konnten, die für weitere Untersuchungen von großer Bedeutung sind. Den Biologen gibt die Kybernetik die Möglichkeit, die Lebensprozesse besser zu verstehen, den Ökonomen und Technologen, die Wirtschaft und Produktion optimal zu gestalten, den Militärexperten schließlich neue Möglichkeiten der Strategie und Taktik der Truppenführung. In all den angeführten Beispielen spielen regelnde Systeme die entscheidende Rolle. Der Regelkreis ist in der Kybernetik ein zentraler Begriff. Deshalb sollen im nächsten Abschnitt die Fragen des Steuerns und Regelns behandelt werden. In den weiteren Betrachtungen wird aber hauptsächlich auf die technische Kybernetik eingegangen, d. h. auf die Anwendung der Theorie der Kybernetik auf technische Prozesse.

1.5. Steuern und regeln

Im täglichen Leben begegnen wir häufig den Begriffen „mechanisieren" und „automatisieren". Während bei der Mechanisierung der Mensch weitgehend von körperlicher Arbeit entbunden wird, handelt es sich bei der Automatisierung um die Übertragung der formalgeistigen Aufgaben auf geeignete technische Einrichtungen. Die Mechanisierung stellt dabei die Voraussetzung für die Automatisierung dar. Bei der Automatisierung wird ein Eingreifen des Menschen in den Arbeitsprozeß nahezu überflüssig; die Lenkung und Kontrolle des ablaufenden Prozesses übernehmen Maschinen und Geräte, während dem Menschen hauptsächlich die Pflege und Wartung bleiben.
Die Methoden der Automatisierung beruhen auf zwei Grundprinzipien: der selbsttätigen Steuerung und Regelung.

1.5.1. Steuerung

In einem Steuerprozeß wird das Stellglied von einer Steuereinrichtung in Abhängigkeit von einem Eingangssignal nach einer vorgegebenen Gesetzmäßigkeit betätigt. Dabei unterscheidet man eine Programmsteuerung und eine Führungssteuerung. Das besondere Merkmal einer Programmsteuerung ist der Programmspeicher, wie wir ihn später auch bei den elektronischen Rechenmaschinen wiederfinden werden. Das Prinzip einer Steuerung zeigt Bild 1.2.; man spricht von einer Steuerkette, die wirkungsmäßig nur in einer Richtung durchlaufen wird.

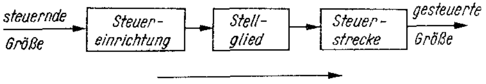


Bild 1.2. Prinzip der Steuerung

Bei der Steuerung spricht man auch von offenen Systemen, da bei ihnen das Ergebnis des durchgeführten Steuerprozesses nicht gemessen wird. Somit können bei Abweichungen durch entsprechende Einflüsse keinerlei regulierende Maßnahmen getroffen werden. Deshalb bieten in vielen Fällen die geschlossenen Systeme, denen wir uns jetzt zuwenden wollen, trotz größerer Schwierigkeiten und eines größeren Aufwands beträchtliche Vorteile.

1.5.2. Regelung

Bei einer Regelung wird ein Vergleich zwischen der Regelgröße (Ausgangsgröße) und der gegebenen Größe (Eingangsgröße) durchgeführt, indem man die Regelgröße mißt und ihren Wert mit dem Sollwert vergleicht. Bei einer Abweichung führt man dem Stellglied eine solche Regelgröße zu, die eine Verringerung der Regelabweichung bewirkt. Das Prinzip der Regelung zeigt Bild 1.3.; man spricht von einem Regelkreis, denn er ist wirkungsmäßig in sich geschlossen.

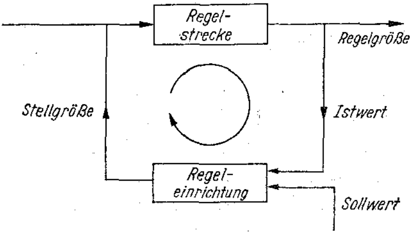


Bild 1.3. Prinzip der Regelung

Die Regelung wird in den verschiedensten Zweigen der Technik angewendet, z. B. zur Regelung der Drehzahl von Generatoren, zur Regelung von Druck und Temperatur, zur Kursregelung und in vielen Varianten auch im Militärwesen.
In der Praxis findet man häufig Steuerung und Regelung miteinander kombiniert vor, etwa bei der Steuerung eines Schiffes nach einem vorgegebenen Zeitplan, wobei ein Regelkreis zur Einhaltung des vorgegebenen Kurses dient.

Den geschlossenen Regelkreis findet man aber nicht nur in der Technik, sondern besonders auch in vielen biologischen Prozessen. Da die Ausgangsgröße gemessen und ein entsprechendes Signal auf den Eingang zurückgegeben wird, spricht man von Rückkopplungssystemen. In Bild 1.4. ist eine Rückkopplung schematisch dargestellt. Wird bei der Rückkopplung eine Abschwächung des äußeren Einflusses bewirkt, so spricht man von einer negativen Rückkopplung. Das Prinzip der negativen Rückkopplung ist für kybernetische Systeme typisch. Man findet dieses Prinzip im lebenden Organismus, wo durch die Rückkopplung Blutdruck und Temperatur konstant gehalten werden sowie in technischen Einrichtungen. Erforderlich sind dazu eine Signalverbindung und ein Informationsaustausch.

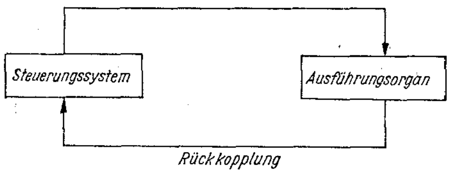


Bild 1.4. Rückkopplungssystem

Durch die Signale werden Informationen über bestimmte Prozesse, die sich in den einzelnen Teilen dieser Systeme abspielen, einander übermittelt. Die energetischen Prozesse, die sich dabei vollziehen, sind für die Kybernetik nicht von Interesse. Sie behandelt nicht das spezielle Material oder die Energetik der Bauelemente; es ist dabei unbedeutend, ob sie elektrischer Natur (z. B. Relais in technischen Einrichtungen) oder organischer Natur sind (z. B. die Neuronen im lebenden Organismus). Die Kybernetik interessiert nur das funktionelle Verhalten der Systeme.

1.6. Kybernetik und Rechentechnik

Die Aufgabe der Kybernetik besteht nach dem bisher Gesagten also darin, Gemeinsamkeiten komplizierter geregelter Systeme aufzufinden und praktisch anzuwenden. Die Kybernetik findet überall dort Anwendungsmöglichkeiten, wo Steuerungssysteme auftreten, also in technischen, organischen, gesellschaftlichen und ökonomischen Systemen.

In dieser Broschüre soll nur die Anwendung auf technische Systeme und dabei speziell auf die moderne Rechentechnik behandelt werden. Darum sind auch die Grundlagen der Kybernetik, soweit sie in Abschnitt 2. beschrieben werden, nicht rein abstrakt, sondern vom Blickpunkt der elektronischen Rechenautomaten her dargestellt.

Die Lösung bestimmter Probleme fordert oft, in kürzester Frist mehr als 10000 oder 50000 Rechenoperationen auszuführen. Die Realisierung dieser Aufgaben wurde aber zum überwiegenden Teil erst mit dem Entstehen der elektronischen Rechenautomaten möglich. Diese Entwicklung begann vor einem Vierteljahrhundert. Sie ist besonders mit den Namen Zuse in Deutschland, Aiken, Shannon, Eckert und Mauchley in Amerika sowie Lebedew in der Sowjetunion verbunden.

Während in früheren Jahrzehnten und Jahrhunderten neue Maschinen in der Hauptsache Muskelkraft ersetzten und vervielfachten, können die Rechenautomaten gewisse geistige Tätigkeiten des Menschen übernehmen und diese bedeutend schneller sowie zuverlässiger ausführen, als der Mensch je dazu in der Lage wäre. Das ist dadurch möglich, daß die Automaten auf Grund eines vorgegebenen Programms die Fähigkeit besitzen, selbständig Entscheidungen zu treffen, ohne daß der Mensch in den Rechenprozeß eingreifen muß. Auf Grund dieser Fähigkeit war es auch möglich, solche programmgesteuerten Automaten zur Steuerung und Überwachung von Produktionsprozessen einzusetzen.

Die Rechenautomaten sind damit heute in die verschiedensten Gebiete von Wissenschaft, Technik und Ökonomie eingedrungen. Im Laufe der Entwicklung entstand dabei eine Vielzahl unterschiedlicher Rechenautomaten, teils universell einsetzbar, teils speziell auf bestimmte Aufgaben oder Aufgabenkomplexe zugeschnitten. Sie lassen sich aber alle in zwei große Hauptgruppen *eingliedern, in Analog- und Digital*rechner. Diese beiden Gruppen unterscheiden sich hauptsächlich durch den Charakter der Signale, mit denen sie arbeiten. In Abschnitt 2. werden deshalb ausführlich die unterschiedlichen Arten von Signalen behandelt.

2. Signaltheorie und Schaltalgebra

2.1. Signal und Information

In der Einführung wurde festgestellt, daß die einzelnen Teile der Systeme so miteinander verbunden sind, daß durch Signale gegenseitig Information übermittelt werden kann. Dabei ist Information die Mitteilung über Ereignisse, die in der Umgebung des Systems oder im System selbst vor sich gehen. Das Signal besitzt demzufolge also die Eigenschaft, Informationsträger eines ihm zugeordneten Ereignisses zu sein. Dabei kann die gleiche Information durch verschiedene Signale weitergeleitet werden, denn die Größe einer Information, die ein Signal in sich trägt, wird nur durch den Inhalt, aber nicht durch die Energie des Signals bestimmt.
Grundsätzlich unterscheidet man zwei verschiedene Arten von Signalen: kontinuierliche und diskrete Signale. Die auf der Skala eines Meßinstruments angezeigten Werte bilden ein kontinuierliches Signal (Bild 2.1.), während ein diskretes Signal aus einzelnen, voneinander scharf getrennten Symbolen

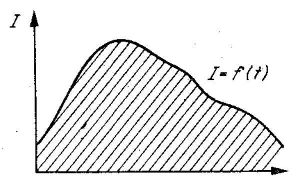


Bild 2.1. Kontinuierliches Signal

besteht, etwa wie die Ziffern einer Zahl. Stellen wir die Ziffern einer Zahl durch Rechtecke entsprechender Höhe dar, die Impulse verkörpern sollen, so erhalten wir in der grafischen Darstellung ein diskretes Signal (Bild 2.2.).
Ein diskretes Signal läßt sich stets durch ein kontinuierliches darstellen, da ein kontinuierliches Signal jeden beliebigen Wert innerhalb eines bestimmten Wertebereichs annehmen

kann. Der umgekehrte Vorgang, d. h. die Darstellung eines kontinuierlichen Signals durch ein diskretes, ist dagegen nur näherungsweise durchführbar, denn jeder Wert eines diskreten Signals stellt ein ganzzahliges Vielfaches einer kleinsten Einheit dar. Man gelangt also bei diesem Vorgang zu einer *stufenförmigen Kurve, die das kontinuierliche Signal um* so besser annähert, je feiner die Unterteilung gewählt wird.

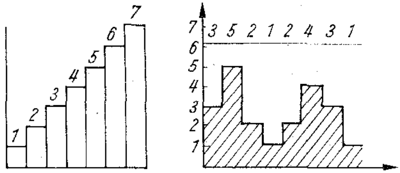


Bild 2.2. Diskretes Signal

Diesen Vorgang, den man als „Quantelung" eines Signals bezeichnet, *ist in Bild 2.3. dargestellt, wobei man speziell hier* von einer Quantelung nach dem Niveau spricht. Der diskrete Wert wird dabei jeweils so lange beibehalten, bis das kontinuierliche Signal einen anderen vorgegebenen diskreten Wert erreicht hat.

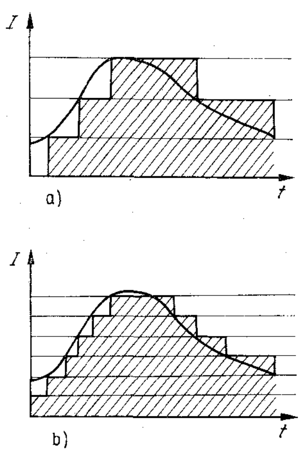


Bild 2.3.
Quantelung eines kontinuierlichen Signals

Die Struktur eines Signals — kontinuierlich oder diskret — ist durch den Charakter des jeweiligen Ereignisses bestimmt, wobei man aber von einer Signalform zu einer anderen übergehen kann. Im folgenden wird die diskrete Signalisierung noch eingehender erläutert. Dazu betrachten wir Worte und Zahlen, die übertragen werden sollen. Mit den diskreten Signalen kann man jede beliebige Nachricht übertragen, wenn man vereinbart, wie jede Ziffer oder jeder Buchstabe durch diskrete Signale dargestellt wird. Diese Umwandlung einer Nachricht in eine Folge von Signalen nennt man Kodierung. In Bild 2.4. sind in diesem Zusammenhang einige Möglichkeiten der Kodierung der Zahlen 0, 1, ..., 9 dargestellt.

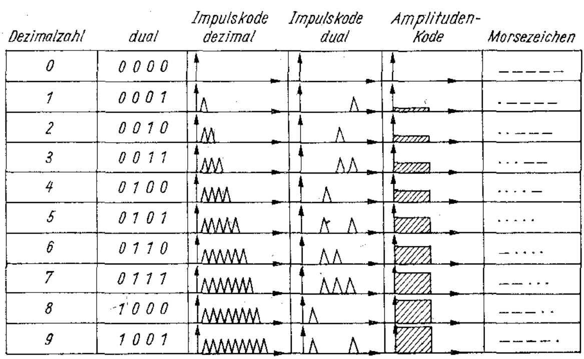


Bild 2.4. Möglichkeiten der Kodierung der Zahlen 0, 1, ..., 9

Ein Kode, der nur zwei verschiedene elementare Signale verwendet, heißt Binärkode. Analog sind wir in unserem täglichen Leben den Dezimalkode gewöhnt. Obwohl erst im nächsten Abschnitt näher auf das Dualsystem (Binärsystem) eingegangen wird, sollen an einem Beispiel dezimale und binäre Kodierung betrachtet werden.

Gegeben ist eine in unserem Alphabet niedergeschriebene Nachricht. Diese Nachricht muß kodiert werden. Es ist dann immer möglich, jedem Buchstaben eine bestimmte Zahl zuzuordnen, indem man beispielsweise durchnumeriert a = 1,

b = 2, usw. Die Zahlen überträgt man nicht direkt, sondern durch Impulse verschlüsselt. Eine Nachricht besteht demnach aus einer Folge von Signalen, die aus einer bestimmten Grundanzahl elementarer Signale zusammengesetzt ist.
Wir wollen unser Beispiel noch mehr konkretisieren, indem ein ganz bestimmtes Wort kodiert werden soll. Nehmen wir das Wort „Gabe“, so können wird uns auf die ersten sieben Buchstaben unseres Alphabets beschränken, denen wir die Zahlen 1, 2, ..., 7 zuordnen. In der dezimalen Kodierung benötigen wir dafür sieben elementare Signale und erhalten die in Bild 2.5. dargestellte Impulsfolge.

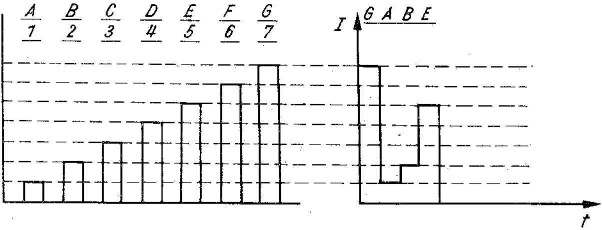


Bild 2.5. Diskrete Kodierung mit sieben elementaren Signalen

Oft ist es schwierig, bei einer großen Anzahl verschiedener elementarer Signale die einzelnen Elemente der Signalfolge voneinander zu unterscheiden, und man verwendet in vielen Fällen den Binärkode, der nur zwei verschiedene Möglichkeiten, etwa „Signal“ und „kein Signal“, besitzt. In der binären Kodierung erhält man für das oben betrachtete Wort die in Bild 2.6. gezeigte Impulsfolge. Die Kodierung durch das Dualsystem ist im Rahmen der Kybernetik von außerordentlicher Bedeutung, denn die Bausteine sowohl technischer als auch biologischer Natur sind besonders zur Verarbeitung binärer Signale geeignet.
Im Zusammenhang mit der Kodierung steht die Frage nach der ökonomischsten Kodierung. Diese Frage führt uns unmittelbar zur Informationstheorie, die ein wichtiges Teilgebiet der Kybernetik darstellt. Die Informationstheorie wurde in

den Jahren von 1947 bis 1949 von dem amerikanischen Mathematiker und Ingenieur Claude Shannon entwickelt, indem er sich mit Fragestellungen bei technischen Problemen der Nachrichtentechnik beschäftigte. Die Informationstheorie behandelt u. a. die Durchlaßfähigkeit von Nachrichtenkanälen zur Übertragung von Nachrichten und untersucht, welche

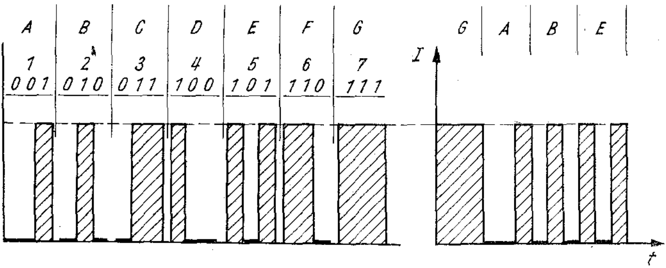


Bild 2.6. Diskrete Kodierung mit zwei elementaren Signalen

maximale Informationsmenge in der Zeiteinheit durch den Kanal gegeben werden kann. Diese Fragen spielen aber nicht nur in technischen Einrichtungen eine Rolle, sondern auch in den lebenden Organismen. Unter den Übertragungskanälen versteht man nicht nur Telegrafenleitungen, Kabel und Antennen, sondern auch die Nerven, in denen Signale übertragen werden.

Wollte man sich gründlich mit der Informationstheorie beschäftigen, so wären umfangreiche Betrachtungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung erforderlich, die aber im Rahmen dieser Broschüre nicht möglich sind. Es soll deshalb nur auf den Begriff der Entropie (aus der Physik übernommen) eingegangen werden, da gewisse tiefgehende Analogien bestehen. Man begegnet also hier wieder dem für die Kybernetik so typischen Analogieprinzip. Dabei bedeutet Entropie soviel wie Maß der Unbestimmtheit, und die Entropie eines Ereignisses wird durch seine Wahrscheinlichkeit ausgedrückt. Die Wahrscheinlichkeit ist eine Zahl, die zwischen 0 und 1 liegen kann. Ein sicheres Ereignis besitzt die Wahrscheinlichkeit 1; ein unmögliches Ereignis die Wahrscheinlichkeit 0. Ein Ereignis wird also um so bestimmter eintreten, je näher seine Wahrscheinlichkeit bei 1 liegt; je näher die Wahrscheinlichkeiten von mehreren verschiedenen Ereignissen beieinander liegen, um so unbestimmter ist, welches Ereignis eintritt. Wenn der Grad der Unbestimmtheit zahlenmäßig bestimmt werden soll, so hängt er auf jeden Fall von der Anzahl der möglichen Ausgänge ab, die wir mit k bezeichnen wollen. Ist $k = 1$, so ist der Ausgang eindeutig bestimmt, es liegt also keine Unbestimmtheit vor, während bei großem k auch die Unbestimmtheit sehr groß wird.

Da der Grad der Unbestimmtheit für $k = 1$ aber gleich Null ist, kann k nicht unmittelbar als Maß der Unbestimmtheit verwendet werden; man bildet dazu eine Funktion von k. Diese Funktion muß einerseits mit dem Ansteigen der Zahl der möglichen Ausgänge wachsen, und andererseits muß der Grad der Unbestimmtheit mehrerer Versuche gleich der Summe der Unbestimmtheiten der Einzelversuche sein. Man sucht demzufolge eine Funktion, für die gilt:

$$f(m \cdot n) = f(m) + f(n) .$$

Eine Funktion, die dieser Bedingung genügt, ist die Logarithmusfunktion, denn für sie gilt:

$$\log m \cdot n = \log m + \log n .$$

Außerdem erfüllt diese Funktion auch die Forderung, daß der Grad der Unbestimmtheit für $k = 1$ Null ist, denn

$$\log 1 = 0.$$

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde stillschweigend übersehen, auf welche Basis des Logarithmus man sich bezieht. Vom mathematischen Standpunkt aus ist das aber auch unwesentlich, da man durch die Beziehung

$$\log_a m = \log_a b \cdot \log_b m$$

ohne weiteres von einem Logarithmussystem zu einem anderen übergehen kann. Im Rahmen der Kybernetik bezieht man sich aber insbesondere auf die Basis 2. Das heißt, daß man als Maßeinheit für den Grad der Unbestimmtheit diejenige Unbestimmtheit verwendet, die ein Versuch mit zwei gleichwahrscheinlichen Ausgängen enthält, denn sowohl in technischen als auch in biologischen Systemen gibt es eine Vielzahl von Erscheinungen, die auf dem Prinzip des „Ja“ — „Nein“ beruhen. So ist ein Schalter ein- oder ausgeschaltet, eine Röhre sperrt oder sie läßt durch, und nicht zuletzt befinden sich die Neuronen im erregten oder im nichterregten Zustand.

Da die Unbestimmtheit eines Versuchs also gleich log k ist, so hat bei gleichwahrscheinlichen Ausgängen mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{k}$ jeder einzelne Ausgang die Unbestimmtheit $\frac{1}{k}\log k$. Unter gleichwahrscheinlichen Ausgängen sind dabei solche Ausgänge zu verstehen, die mit gleicher Berechtigung zu erwarten sind, so etwa beim Würfeln, wo jede Zahl mit der gleichen Wahrscheinlichkeit, mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$, gewürfelt werden kann.

Wird der obige Ausdruck $\frac{1}{k}\log k$ etwas umgeformt, so erhält man:

$$\frac{1}{k}\log k = \frac{1}{k}(\log k - \log 1) = -\frac{1}{k}(\log 1 - \log k)$$
$$= -\frac{1}{k}\log\frac{1}{k}.$$

$\frac{1}{k}$ war gerade die Wahrscheinlichkeit eines der gleichwahrscheinlichen Ausgänge. Man schreibt danach allgemeiner die Unbestimmtheit eines einzelnen Ausgangs

$$-p(A)\cdot\log p(A),$$

wobei die Wahrscheinlichkeit eines einzelnen Ausgangs A also als p (A) dargestellt wird. Für den Grad der Unbestimmtheit eines Ereignisses erhält man dann insgesamt:

$$H = -p(A_1)\log p(A_1) - p(A_2)\log p(A_2) - \dots$$
$$- p(A_k)\log p(A_k)$$
$$= -\sum_{i=1}^{k} p(A_i)\cdot\log p(A_i).$$

Diese Größe wird Entropie genannt; es handelt sich immer um eine positive Größe, denn der Logarithmus einer Zahl, die zwischen 0 und 1 liegt (und das trifft für die Wahrscheinlichkeiten zu), ist immer negativ, so daß man insgesamt eine positive Zahl erhält.

Durch die Entropie ergibt sich auch die Definition des Begriffs Informationsmenge, denn wenn nach einem Informationsempfang jede Unbestimmtheit beseitigt ist, während davor die Entropie den Wert H_0 besaß, so entspricht der Umfang der Information gleich der Entropie H_0.

Die Informationstheorie konnte nur kurz gestreift werden. In den Betrachtungen dieses Abschnitts spielte aber die Zahl 2 eine bemerkenswerte Rolle. Es wurden binäre Signale behandelt, die nur zwei verschiedene Signale annehmen können; wir betrachteten den Logarithmus zur Basis zwei. In diesem Zusammenhang soll jetzt das Dualsystem beschrieben werden.

2.2. Einführung in das Dualsystem

Um das Dualsystem erläutern zu können, geht man von dem uns geläufigen Dezimalsystem aus. Das Dezimalsystem besteht aus zehn verschiedenen Grundelementen, den Ziffern $0, 1, 2, \ldots, 9$, aus denen jede beliebige Zahl hergestellt wird. Die Basiszahl des Dezimalsystems B ist gleich 10. Wir wollen eine beliebige Dezimalzahl betrachten, etwa 2793, und daraus den Aufbau des Dezimalsystems erklären. Die Zahl 2793 bedeutet doch

$$\begin{aligned} 2793 &= 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 \qquad (1a)\\ &= 2000 + 700 + 90 + 3, \end{aligned}$$

das heißt aber, daß im Dezimalsystem die aufeinanderfolgenden Ziffern einer Zahl als Stellenwert die entsprechenden Potenzen von 10 besitzen.

Allgemein läßt sich eine Dezimalzahl so darstellen:

$$Z = b_n 10^n + \ldots + b_2 10^2 + b_1 10^1 + b_0 10^0, \quad (1b)$$

wobei die $b_1, b_2, \ldots, b_n$ zwischen 0 und $B-1$ liegen, also beim Dezimalsystem zwischen 0 und 9 (siehe Darstellung der Zahl 2793 in Formel 1a).

Zahlensysteme, die nach diesen Gesichtspunkten aufgebaut sind, bezeichnet man als Positionssysteme. Dabei ist aber die Basiszahl 10 nicht irgendwie besonders ausgezeichnet, sondern es lassen sich solche Positionssysteme zu jeder beliebigen Basis aufbauen. Aus dem vorhergehenden Abschnitt wird verständlich, daß uns hier besonders ein Zählsystem mit der Basis 2 interessiert.

Bei einer weiteren Verallgemeinerung der Formel (1) — wir schreiben statt der 10 die Basiszahl B — ergibt sich folgende Darstellung, mit der man jedes Zahlensystem zu einer beliebigen Basis herstellen kann:

$$\begin{aligned} &Z = b_n B^n + \ldots + b_2 B^2 + b_1 B^1 + b_0 B^0; \\ &0 \leqq b_i \leqq B - 1 . \end{aligned}$$

Ausgehend von dieser Darstellung, gelangen wir unmittelbar zum Dualsystem (auch als Zweier- oder Binärsystem bezeichnet). Da im Dualsystem $B = 2$ ist, so können die verschiedenen Elemente nur 0 und 1 sein. Während man also im Dezimalsystem jede Zahl aus den 10 verschiedenen Ziffern 0, 1, 2, ..., 9 aufbaut, wird im Dualsystem jede beliebige Zahl nur aus den 2 verschiedenen Elementen 0 und 1 aufgebaut.

Wir erhalten also für die allgemeine Darstellung einer Dualzahl:

$$\begin{aligned} &Z = b_n 2^n + \ldots + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0; \\ &0 \leqq b_i \leqq 1 . \end{aligned}$$

Betrachten wir als Beispiel die Dezimalzahl 27.

Im Dezimalsystem würde die Zahl ausführlich geschrieben wie folgt aussehen:

$$27 = \underline{2} \cdot 10^1 + \underline{7} \cdot 10^0 .$$

Die Dezimalzahl wird dann allgemein so geschrieben, daß man die Zehnerpotenzen wegläßt und die Koeffizienten entsprechend ihrer Reihenfolge aneinanderfügt.

Wir wollen nun die Zahl 27 im Dualsystem darstellen:

$$\begin{aligned} 27 &= \underline{1} \cdot 2^4 + \underline{1} \cdot 2^3 + \underline{0} \cdot 2^2 + \underline{1} \cdot 2^1 + \underline{1} \cdot 2^0 \qquad (2) \\ &= 16 \quad + 8 \quad + 0 \quad + 2 \quad + 1 \\ &= 27. \end{aligned}$$

Gehen wir bei der Darstellung der Dualzahl in der verkürzten Schreibweise genauso vor wie im Dezimalsystem, indem wir die Potenzen weglassen und die Koeffizienten aneinanderfügen, so erhalten wir aus (2) die Dualdarstellung der Zahl 27:

$$27 = 11011.$$

Im Dualsystem haben also die aufeinanderfolgenden Ziffern einer Zahl die entsprechenden Potenzen von 2.
Die Umwandlung einer Dezimalzahl in eine Dualzahl erfolgt somit durch eine Zerlegung der Dezimalzahl in Zweierpotenzen. In der Darstellung (2) sind wir von der größten Zweierpotenz ausgegangen, die noch in 27 enthalten war. Dann haben wir die niedrigeren Zweierpotenzen jeweils so mit dem Koeffizienten 1 oder 0 versehen, daß sich insgesamt die Summe 27 ergab. Dieses Verfahren ist aber bei einer großen Zahl sehr mühselig. Es soll jetzt gezeigt werden, wie man das einfacher durchführen kann. Dazu betrachten wir zuerst wieder das Dezimalsystem. Dort führen wir mit der angenommenen Zahl 1436 eine Reihe von Zehnerdivisionen durch:

$$\begin{array}{rcl} 1436 &=& 10 \cdot 143 + 6 \\ 143 &=& 10 \cdot 14 + 3 \\ 14 &=& 10 \cdot 1 + 4 \\ 1 &=& 10 \cdot 0 + 1 \end{array} \qquad \underline{1436}$$

Die Reste von unten nach oben gelesen, ergeben also gerade die Zahl. Verfahren wir genauso bei der Zerlegung ins Dualsystem, so erhalten wir beispielsweise für die Zahl 22:

$$\begin{array}{rcl} 22 &=& 2 \cdot 11 + 0 \\ 11 &=& 2 \cdot 5 + 1 \\ 5 &=& 2 \cdot 2 + 1 \\ 2 &=& 2 \cdot 1 + 0 \\ 1 &=& 2 \cdot 0 + 1 \end{array} \qquad \underline{10110}$$

Von unten nach oben gelesen, erhält man demnach als Dualdarstellung für 22:

$$22 = 10110.$$

Die Richtigkeit wird dadurch überprüft, indem wir jeder Ziffer wieder die entsprechende Zweierpotenz zuordnen und zurückrechnen:

$$\begin{aligned} 10110 &= 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\ &= 16 \quad + 0 \quad + 4 \quad + 2 \quad + 0 = 22. \end{aligned}$$

In Bild 2.7. sind die Zahlen von 1 bis 10 in verschiedenen Zahlensystemen gezeigt. Dabei muß ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß die 10 im Dualsystem nicht die Dezi-

Dezimal-system	Achter-system	Dreier-system	Zweier-system
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	10	11
4	4	11	100
5	5	12	101
6	6	20	110
7	7	21	111
8	10	22	1000
9	11	100	1001
10	12	101	1010

Bild 2.7. Positionssysteme mit verschiedener Basis

malzahl Zehn, sondern die duale Zwei darstellt. Zur Vermeidung von Mißverständnissen verwendet man deshalb im Dualsystem auch oft an Stelle der 1 das Symbol L, um dadurch eindeutig eine Dualzahl zu kennzeichnen. Hat man mehrere Zahlensysteme, so setzt man die Zahlen auch oft in Klammern und fügt zur Unterscheidung einen Index an die Klammer an, der das jeweilige Zahlensystem kennzeichnet, z. B.

$$(22)_{10} = (10110)_2 .$$

Aus Bild 2.7. ersehen wir auch, daß die Dualzahlen bedeutend länger als die Dezimalzahlen sind. Je weniger verschiedene Grundelemente man verwendet, um so länger wird eine be-

stimmte Zahl. Mit n Stellen eines Zahlensystems zur Basis B sind alle Zahlen zwischen 0 und $B^n - 1$ darstellbar. Mit drei Dezimalstellen lassen sich also alle Zahlen zwischen 0 und $10^3 - 1 = 999$ wiedergeben, während mit drei Dualstellen alle Zahlen zwischen 0 und $2^3 - 1 = 7$ erfaßt werden können. Es wurde gezeigt, wie man von einem Zahlensystem zu einem anderen übergeht, insbesondere zum Dualsystem. Damit man in diesem Zahlensystem auch rechnen kann, müssen wir die Rechengesetze im Dualsystem betrachten. Diese werden aber besonders einfach, da man nur die Gesetze für zwei verschiedene Elemente aufschreiben muß.
So erhält man für die Addition:

$$0 + 0 = 0; \; 1 + 0 = 0 + 1 = 1; \; 1 + 1 = 10 .$$

Beispiel: 14 + 17. Die Zahlen werden ins Dualsystem umgewandelt, dort stellenweise nach obigen Gesetzen addiert, und das Ergebnis wird wieder ins Dezimalsystem zurückverwandelt, um die Richtigkeit der Regeln durch Vergleich mit dem Ergebnis im Dezimalsystem zu beweisen (s. Bild 2.8.).

$$\begin{array}{rlrl}
\text{dezimal} & \longrightarrow & \text{dual} & \\
14 & (1\cdot 10^1 + 4\cdot 10^0) & 1110 & (1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1) \\
+\ 17 & & +\ 10001 & \\
\hline
31 & \longleftarrow & 11111 &
\end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{dabei ist:} \quad (11111)_2 = 1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 \\ \qquad\qquad\qquad\quad = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31 \end{array} \right\}$$

Bild 2.8. Addition im Dualsystem

Für die Subtraktion gelten die folgenden Regeln:

$$0 - 0 = 0; \; 1 - 0 = 1; \; 1 - 1 = 0; \; 10 - 1 = 1 .$$

Regeln für die Multiplikation:

$$0 \times 0 = 0; \; 0 \times 1 = 1 \times 0 = 0; \; 1 \times 1 = 1 .$$

Analog zur Addition wird ein Beispiel für die Multiplikation 14×17 in Bild 2.9. dargestellt. Dabei ist die Multiplikation im Dualsystem nichts weiter als schrittweise Linksverschiebung des Multiplikanten und nachfolgende Addition.

$$
\begin{array}{lcr}
\text{dezimal} & \longrightarrow & \text{dual} \\
\underline{14 \times 17} & & \underline{1110 \times 10001} \\
98 & & 1110 \\
\underline{14} & & \underline{1110} \\
238 & \longleftarrow & 11101110
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
(\text{Probe: } 11101110 &= 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 \\
&= 128 + 64 + 32 + 8 + 4 + 2 \\
&= 238 \quad)
\end{aligned}
$$

Bild 2.9. Multiplikation im Dualsystem

Auch die Division wird analog zum Dezimalsystem durchgeführt. Bild 2.10. zeigt ein Beispiel dafür. Die genannten Regeln lassen sich ebenso auf gebrochene Zahlen anwenden, wobei im Dualsystem den Ziffern nach dem Komma die negativen Potenzen von 2 zugeordnet sind.

$$
\begin{array}{l|l}
\begin{array}{l}
72 : 6 = 12 \\
\underline{6} \\
12 \\
\underline{12} \\
0
\end{array}
&
\begin{array}{l}
1001000 : 110 = 1100 \\
\underline{110} \\
110 \\
\underline{110} \\
00 \\
\underline{00} \\
0
\end{array}
\end{array}
$$

Bild 2.10. Division im Dualsystem

Wir haben in diesem Abschnitt die Anwendung der Gesetze der gewöhnlichen Algebra auf Dualzahlen betrachtet. Es gibt aber noch eine andere Algebra, die nur die Zahlen 0 und 1 kennt, der wir uns nun zuwenden wollen.

2.3. Schaltalgebra

In der Technik werden bei der Steuerung der verschiedensten Vorgänge Binärsignale verwendet, d. h. Signale, die jeweils einen von 2 möglichen Zuständen annehmen können. Die einfachsten Geber von Binärsignalen sind die Kontakte von Schaltern und Relais (entweder geöffnet oder geschlossen). Dieser Kontakt, bestehend aus Arbeits- und Ruhe-Kontakt, ist etwa entsprechend Bild 2.11. aufgebaut. Wird dabei die

Schaltzunge betätigt, dann schließt sich der Arbeitskontakt, und wir erhalten ein „1"- oder „L"-Signal des Arbeitskontakts und ein „0"-Signal des Ruhekontakts.
Bei jeder Art von Steuerungseinrichtungen oder technischen Geräten besteht die Aufgabe, diese Anlagen so störsicher wie möglich aufzubauen. Darum muß man schon beim Entwurf des entsprechenden Geräts oder der Anlage möglichst wenige störanfällige Bauelemente vorsehen, wobei vor allem die Anzahl der anfälligsten Bauelemente klein gehalten werden muß. Beim Entwurf einer Schaltung, zu der Relais Verwendung finden, wird man versuchen, die Anzahl der Kontaktelemente möglichst gering zu halten, da sich die Kontakte verhältnismäßig schnell abnutzen.

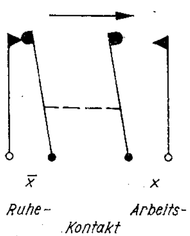


Bild 2.11. Arbeits- und Ruhekontakt

Schaltungen mit Kontakt-Relais werden für die verschiedensten Steueranlagen verwendet, soweit man eine nicht allzu große Schalthäufigkeit verlangt, da sie eine relativ hohe Ansprechzeit haben. So wurde u. a. auch der erste Rechenautomat „Mark I" auf Relaisbasis entwickelt. Bei diesem Automaten waren die auftretenden Mängel hauptsächlich mit der Anfälligkeit der Relais verbunden. Um diese Mängel soweit wie möglich zu beseitigen, mußte man die Schaltungen mit einer Minimalzahl von Relaiskontakten aufbauen, wobei natürlich die gleiche Wirkung beibehalten werden mußte. Während sich bei einer verhältnismäßig einfachen Schaltung diese Probleme der Schaltungsoptimierung noch übersehen lassen, ergaben sich bei den Rechenautomaten, wo eine Vielzahl dieser binären Signalgeber miteinander verknüpft waren, doch beträchtliche Schwierigkeiten.

Mit diesen Problemen entstand die Aufgabe, nach Verfahren zu suchen, durch die Schaltungen auf mathematischer Grundlage vereinfacht werden konnten, um damit auch die Anzahl der Kontakte zu verringern. Im Jahre 1938 stieß man dabei auf die Algebra der Logik, die Mitte des 19. Jahrhunderts von George Boole (1815—1869) entwickelt worden war und die man heute nach ihrem Begründer als Boolesche Algebra bezeichnet. Boole hatte diese Algebra mit dem Ziel entwickelt, mathematische Gesetzmäßigkeiten in die Logik einzuführen, indem sie zur Analyse formallogischer Konstruktionen diente. Da sich nun grundlegende Ähnlichkeiten zwischen der logischen Algebra und der Struktur der Kontaktsysteme ergaben, entwickelte Claude Shannon daraus eine algebraische Methode zur Analyse von Kontaktschaltungen, die heute den Namen Schaltalgebra trägt.

Die Schaltalgebra hat zwei Aufgaben. Die erste Aufgabe besteht darin, zu einem bestimmten Netzwerk die logistische Funktion aufzustellen und zu vereinfachen, um damit eventuell die Identität der gegebenen mit einer anderen Schaltung nachzuweisen. Eine zweite Aufgabe der Schaltalgebra ist es, von einer logistischen Funktion zu einem Netzwerk zu gelangen, das dieser Funktion genügt und das beispielsweise mit einem Minimum von Kontakten auskommt.

Bevor wir uns speziell mit der Schaltalgebra beschäftigen, sollen die Grundlagen der Booleschen Algebra erklärt werden, da diese in abstrahierter Form gleichzeitig die Grundlagen der Schaltalgebra bilden.

Die Grundelemente der Booleschen Algebra sind Aussagen, deren Wahrheitswerte untersucht und miteinander verknüpft werden. Da es für jede Aussage in der zweiwertigen Logik nur die beiden verschiedenen Möglichkeiten gibt: Eine Aussage ist wahr, oder die Aussage ist unwahr, kann man den Wahrheitswerten die Dualzahlen 1 (statt der 1 wählt man wieder zur Unterscheidung von der 1 des Dezimalsystems die Schreibweise L) und 0 zuordnen. Analog wird dann in der Schaltalgebra, wie wir noch sehen werden, den Kontaktstellungen *geschlossen* und *offen* die „1“ beziehungsweise die

„0“ zugeordnet. In der Booleschen Algebra legt man gewöhnlich die folgende Zuordnung fest:

$$\text{wahr} \longleftrightarrow 1,$$
$$\text{unwahr} \longleftrightarrow 0,$$

wobei prinzipiell auch die umgekehrte Form möglich ist, nur muß die gewählte Zuordnung dann auch durchgehend beibehalten werden. In den weiteren Ausführungen wird aber von obiger Zuordnung ausgegangen.
Während die gewöhnliche Algebra einen unbegrenzten Zahlenbereich hat, indem man immer neue Stellen anfügen kann, beschränkt sich die Boolesche Algebra in ihrem Wirkungsbereich auf die beiden Elemente 0 und 1. Das ist aber dadurch verständlich, daß die Verknüpfung von Aussagen stets wieder zu einer Aussage führt, der nur das Urteil „wahr“ oder „unwahr“ zukommen kann; eine dritte Möglichkeit gibt es nicht. Demzufolge hat natürlich die Boolesche Algebra auch abweichende Züge gegenüber der gewöhnlichen Algebra, denen wir uns jetzt zuwenden wollen.
In der Booleschen Algebra gibt es drei Operationen:

a) die logische Multiplikation,
b) die logische Addition,
c) die logische Verneinung.

2.3.1. Die logische Multiplikation

Wir betrachten zwei Aussagen A und B, die uns aber nicht von ihrem Inhalt, sondern nur von ihrem Wahrheitswert her interessieren sollen. Man versteht unter der logischen Multiplikation dieser beiden Aussagen die Aussage, die nur dann wahr sein kann, wenn sowohl A als auch B wahr sind. Die logische Multiplikation wird auch als Konjunktion oder logisches Produkt bezeichnet. Es existieren dafür folgende Schreibweisen:

$$A \cdot B; \quad A \,\&\, B; \quad A \wedge B$$

In der weiteren Abhandlung wird stets die erste angeführte Schreibweise für die logische Multiplikation verwendet, wobei

wir aber zur Vereinfachung analog zur gewöhnlichen Multiplikation auch den Punkt noch weglassen. Es handelt sich in diesem Abschnitt aber immer um logische Produkte, die den folgenden Gesetzen genügen:
Setzen wir sämtliche Möglichkeiten bezüglich des Wahrheitswerts von A und B in eine Tabelle ein, so ist AB nur dann wahr, also gleich „1", wenn sowohl A = 1 als auch B = 1.
Wertetabelle für die logische Multiplikation:

A	B	AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.3.2. Die logische Addition

Gehen wir wieder von A und B aus, so verstehen wir unter ihrer logischen Addition die Aussage, die wahr ist, wenn wenigstens eine der beiden Aussagen A oder B wahr ist. Als Schreibweise für die logische Addition (auch als Disjunktion oder logische Summe bezeichnet) verwendet man

$$A \vee B \quad \text{oder} \quad A + B.$$

Wir werden die Schreibweise AvB (A vel B, vel = oder) weiterhin verwenden.
Als Wertetabelle für die logische Addition erhalten wir:

A	B	AvB
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Wir hatten doch festgestellt, daß sich „1" für AvB ergibt, wenn wenigstens eine der beiden Aussagen A oder B gleich „1" ist; erst recht bei A = 1 und B = 1.

2.3.3. Die logische Verneinung

Als logische Verneinung von A versteht man die Aussage, die A widerspricht. Sie wird auch als Negation bezeichnet und durch einen Querstrich über der Aussage gekennzeichnet ($\bar{A}$).

Demnach wird also die logische Verneinung durch die folgende Tabelle definiert:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Für das Rechnen in der Booleschen Algebra gelten eine Reihe von Gesetzen, die wir auch von der gewöhnlichen Algebra her kennen.

Dazu gehören:

Kommutatives Gesetz: $AvB = BvA$; $AB = BA$;
Assoziatives Gesetz: $Av(BvC) = (AvB)vC$; $A(BC) = (AB)C$,
Distributives Gesetz: $A(BvC) = ABvAC$.

(Das letzte Gesetz lautet beispielsweise in der gewöhnlichen Algebra: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.)

Neu hinzu kommen dann noch drei für die Boolesche Algebra typische Gesetze, ein zweites distributives Gesetz

$$AvBC = (AvB)(AvC)$$

und die Gesetze

$$\overline{AvB} = \bar{A}\bar{B} \quad \text{und} \quad \overline{AB} = \bar{A}v\bar{B}.$$

Die Richtigkeit dieser Gesetze wollen wir am Beispiel des zweiten distributiven Gesetzes zeigen; dem Leser bleibt es dann überlassen, analog die Gültigkeit der anderen Gesetze zu überprüfen.

Dazu betrachten wir sämtliche Kombinationen der Wahrheitswerte der Aussagen A, B und C und zeigen, daß die linke und rechte Seite der Gleichung gleichzeitig falsch oder wahr sind. Da A, B und C jeweils sowohl wahr als auch unwahr sein können, müssen wir insgesamt $2^3 = 8$ verschiedene Varianten betrachten. In Bild 2.12. sind sämtliche Möglichkeiten zusammengestellt. Die linke Seite ist in Spalte 5 und die rechte in Spalte 8 zu finden; wir stellen fest, daß diese beiden Spalten übereinstimmen, und die Richtigkeit der Aussage wird damit bestätigt.

A	B	C	BC	$A \vee BC$	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B)(A \vee C)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Bild 2.12. Überprüfung der Gültigkeit des 2. Distributivgesetzes

Wir wollen jetzt untersuchen, wieviel verschiedene Funktionen es insgesamt von zwei Variablen gibt. Zwei Variable können in vier verschiedenen Kombinationen bezüglich ihres Wahrheitsgehaltes auftreten:

A :	0	0	1	1
B :	0	1	0	1

Eine Funktion von zwei Variablen kann in jedem dieser Punkte die Werte 0 und 1 annehmen, und man erhält damit insgesamt 16 verschiedene Funktionen, die in Bild 2.13. aufgeführt sind.

Von den in der Tabelle angegebenen Funktionen sind die Funktionen Nr. 0 und 15 Konstanten, und die Funktionen Nr. 3, 5, 10, 12 hängen nur von einer Variablen ab. Von den anderen Funktionen kennen wir bereits die Multiplikation (Nr. 1) sowie die Addition (Nr. 7). Durch Addition, Multiplikation und Negation lassen sich sämtliche anderen Funktionen ausdrücken.

Im folgenden sollen nun die Aussagen der Algebra der Logik durch Relais-Schaltkreise realisiert werden. Dabei entspricht eine wahre Aussage einem geschlossenen, eine unwahre Aussage einem geöffneten Kontakt. Jedes Relais kann Arbeits-

A	0	0	1	1	
B	0	1	0	1	
0	0	0	0	0	Konstante
1	0	0	0	1	$A \cdot B$ Multiplikation
2	0	0	1	0	$A \cdot \bar{B}$
3	0	0	1	1	A
4	0	1	0	0	$\bar{A} \cdot B$
5	0	1	0	1	B
6	0	1	1	0	$\bar{A}B \vee A\bar{B}$ Antivalenz
7	0	1	1	1	$A \vee B$ Addition
8	1	0	0	0	$\bar{A}\bar{B}$
9	1	0	0	1	$\bar{A}\bar{B} \vee AB$ Äquivalenz
10	1	0	1	0	$\bar{B}$ Negation
11	1	0	1	1	$A \vee \bar{B}$ Implikation
12	1	1	0	0	$\bar{A}$ Negation
13	1	1	0	1	$\bar{A} \vee B$ Implikation
14	1	1	1	0	$\overline{AB}$
15	1	1	1	1	Konstante

Bild 2.13. Sämtliche Möglichkeiten der Funktionen von zwei Variablen

und Ruhekontakte haben, wobei ein Arbeitskontakt geschlossen wird, wenn das Relais anzieht, ein Ruhekontakt dagegen, wenn es abfällt. Die Relais werden mit großen Buchstaben A, B, ... und die zugehörigen Kontakte mit entsprechenden kleinen Buchstaben bezeichnet. Die Arbeitskontakte erhalten die Bezeichnungen a, b, ... und die Ruhekontakte $\bar{a}$, $\bar{b}$, ...

Die Wahrheit einer Aussage, die durch Verknüpfung mehrerer Aussagen entstanden ist, entspricht einem geschlossenen Stromkreis. Danach lassen sich dann logische Multiplikation und logische Addition durch Reihen- und Parallelschaltung von Kontakten darstellen. Bei einer Reihenschaltung wird der Stromkreis nur dann geschlossen, wenn beide Kontakte geschlossen sind. Dagegen ist in einer Parallelschaltung der Stromkreis bereits geschlossen, wenn der obere oder der untere Kontakt geschlossen ist. In Bild 2.14. sind Funktionen und entsprechende Relais-Schaltungen zusammengestellt, während Bild 2.15. noch einmal gesondert die Darstellung des logischen Produkts zeigt.

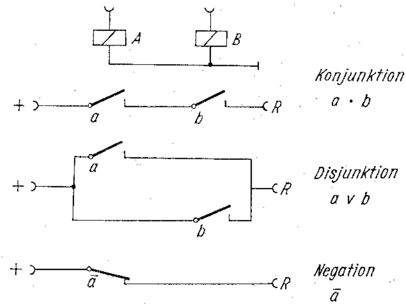


Bild 2.14. Logische Grundschaltungen auf Relaisbasis

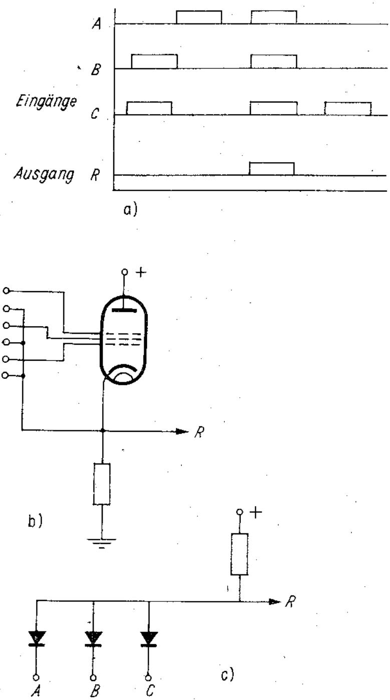


Bild 2.15. Logisches Produkt

Analog ist dann auch die Gültigkeit der einzelnen Gesetze auf Relais-Schaltkreise zu übertragen. Als Beispiel dafür gibt Bild 2.16. das zweite Distributivgesetz wieder.
Ferner gelten natürlich auch immer die Beziehungen:

$$a \vee a \vee a \vee \ldots \vee a = a,$$

$$a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a.$$

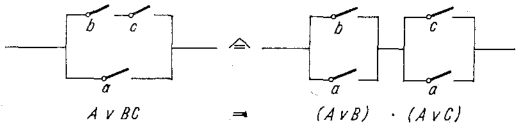


Bild 2.16. Darstellung des 2. Distributivgesetzes durch Relaiskontakte

Betrachten wir die bisherigen Gesetze, so bedeuten sie jeweils, daß beide Seiten der Gleichungen einander gleichwertig sind und damit gegenseitig ersetzt werden können. Analog sind dann auch die entsprechenden Relais-Schaltkreise einander gleichwertig. Damit ergibt sich aber gerade für die Schaltalgebra die Möglichkeit, eine Schaltung durch eine andere zu ersetzen, die in ihrer Wirkung der ursprünglichen gleichwertig ist, die jedoch mit weniger Elementen auskommt. Der Vereinfachung logischer Ausdrücke entspricht also die Vereinfachung logischer Schaltungen in der Schaltalgebra. Dazu wollen wir uns ein Beispiel ansehen.
Es soll ein Verkaufsautomat aufgestellt werden, der Waren im Wert von 3,00 MDN enthält. Diese Summe kann man in den Automaten durch Münzen im Wert von 2,00 MDN, von 1,00 MDN und von 0,50 MDN einwerfen. Dabei können die folgenden Kombinationen auftreten:

1. 6 Münzen zu 0,50 MDN
2. 4 Münzen zu 0,50 MDN und 1 Münze zu 1,00 MDN
3. 2 Münzen zu 0,50 MDN und 1 Münze zu 2,00 MDN
4. 2 Münzen zu 0,50 MDN und 2 Münzen zu 1,00 MDN
5. 3 Münzen zu 1,00 MDN
6. 1 Münze zu 1,00 MDN und 1 Münze zu 2,00 MDN

Für diese Möglichkeiten muß der Automat die Ware ausgeben.
Die Eingabe einer 0,50-MDN-Münze wollen wir mit dem Buchstaben A, die einer 1,00-MDN-Münze mit B und die einer 2,00-MDN-Münze mit C bezeichnen. Die wiederholte Eingabe von Münzen des gleichen Wertes bezeichnen wir wieder mit diesem Buchstaben, wobei der entsprechende Index angefügt wird.
Damit der Automat arbeitet, d. h. die Ware ausgibt, muß eine der 6 Kombinationen erfüllt sein. Wir können nun dafür einen logischen Ausdruck bilden, wonach der Automat gerade dann immer die Ware ausgibt, wenn der Ausdruck wahr ist. Bei der Bildung des logischen Ausdrucks gehen wir so vor, daß jede einzelne Kombination für sich einer Reihenschaltung und die Kombinationen untereinander einer Parallelschaltung entsprechen. In der ersten Kombination wird z. B. die Ware nur dann ausgegeben, wenn man sowohl die erste als auch die zweite, ..., als auch die sechste Münze eingeworfen hat. Damit ist aber gerade ein logisches Produkt gegeben, das in der Schaltalgebra durch eine Reihenschaltung realisiert wird. Analog dazu stellen die einzelnen Kombinationen untereinander die Zweige einer Parallelschaltung dar. Wir erhalten also für den logischen Ausdruck:

$$(a_1a_2a_3a_4a_5a_6) \vee (a_1a_2a_3a_4b_1) \vee (a_1a_2c_1) \vee (a_1a_2b_1b_2) \vee$$
$$\vee (b_1b_2b_3) \vee (b_1c_1).$$

Dieser Ausdruck entspricht dann der in Bild 2.17. gezeigten elektrischen Schaltung, die sich nur auf die mit kleinen Buchstaben bezeichneten Kontakte beschränkt.

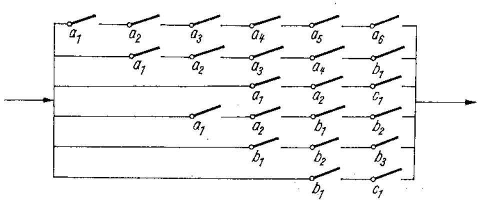


Bild 2.17. Elektrische Schaltung auf Relaisbasis

Wir wollen versuchen, diesen Ausdruck zu vereinfachen.
Dazu wenden wir auf den ersten und zweiten Summanden einerseits und auf den vierten und fünften Summanden andererseits das Distributivgesetz an. Damit erhalten wir:

$$a_1a_2a_3a_4\,(a_5a_6 \vee b_1) \vee (a_1a_2c_1) \vee b_1b_2\,(a_1a_2 \vee b_3) \vee (b_1c_1)$$
$$= a_1a_2(a_3a_4(a_5a_6 \vee b_1) \vee c_1) \vee b_1(b_2(a_1a_2 \vee b_3) \vee c_1),$$

indem wir das Distributivgesetz noch ein zweites Mal angewendet haben.
Der jetzt erhaltene Ausdruck entspricht der Schaltung in Bild 2.18. In dieser Schaltung benötigen wir nun aber nur noch 14 Kontakte gegenüber 23 in der ersten Schaltung. Beide Schaltungen sind aber in ihrer Wirkung völlig gleichwertig.

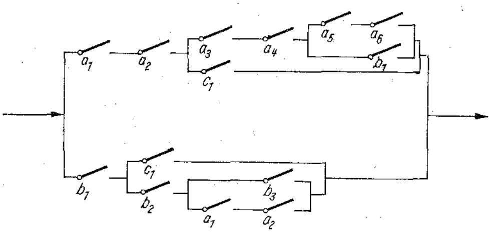


Bild 2.18. Vereinfachte Schaltung

Werden beispielsweise zwei Münzen zu 0,50 MDN und zwei Münzen zu 1,00 MDN eingeworfen, so werden die entsprechenden Kontakte a_1, a_2, b_1 und b_2 geschlossen, und wir erhalten im unteren Teil der Schaltung einen geschlossenen Stromkreis: Der Automat arbeitet.
Wir wollen jetzt noch ein zweites Beispiel betrachten, in dem auch die Negation, also Ruhekontakte, mit auftritt.
Ein Automat enthält Ware im Wert von 2,50 MDN. Es können Münzen zu 0,50 MDN, 1,00 MDN und 2,00 MDN eingeworfen werden. Hat man kein passendes Geld, so gibt der Automat bei 3,00 MDN 0,50 MDN und bei 4,00 MDN 1,50 MDN zurück.

Es treten dann insgesamt die folgenden Möglichkeiten auf:

1. 5 Münzen zu 0,50 MDN
2. 3 Münzen zu 0,50 MDN und 1 Münze zu 1,00 MDN
3. 1 Münze zu 0,50 MDN und 2 Münzen zu 1,00 MDN
4. 1 Münze zu 0,50 MDN und 1 Münze zu 2,00 MDN

In diesen Fällen muß der Automat nichts zurückgeben.

5. 2 Münzen zu 2,00 MDN

Der Automat muß in diesem Fall 1,50 MDN zurückgeben.

6. 1 Münze zu 2,00 MDN und 1 Münze zu 1,00 MDN
7. 3 Münzen zu 1,00 MDN

In diesen beiden Fällen muß der Automat 0,50 MDN zurückgeben.
Wir bezeichnen den Einwurf einer 0,50-MDN-Münze wieder mit A, den einer 1,00-MDN-Münze mit B und den einer 2,00-MDN-Münze mit C. Die Rückgabe von 0,50 MDN benennen wir mit D und die Rückgabe von 1,00 MDN mit E.

$\overline{D}$ bedeutet dann, daß 0,50 MDN nicht zurückzugeben sind. Analog ist die Bedeutung von $\overline{E}$.
Die Arbeit des Automaten kann in diesem Beispiel durch den folgenden Ausdruck beschrieben werden:

$$(a_1a_2a_3a_4a_5\overline{de}) \vee (a_1a_2a_3b_1\overline{de}) \vee (a_1b_1b_2\overline{de}) \vee (a_1c_1\overline{de}) \vee$$
$$\vee (c_1c_2de) \vee (b_1c_1d\overline{e}) \vee (b_1b_2b_3d\overline{e}).$$

Unter Verwendung des Distributivgesetzes erhalten wir:

$$\overline{de}(a_1(a_2a_3(a_4a_5 \vee b_1) \vee b_1b_2 \vee c_1)) \vee d(c_1(c_2e \vee b_1\overline{e}) \vee b_1b_2b_3\overline{e}).$$

Diese Schaltung ist in Bild 2.19. wiedergegeben. Mit den Methoden der Schaltalgebra wurden gegenüber der ersten Schaltung wieder Kontakte eingespart. Waren es anfangs 35, so sind es jetzt nur noch 21 Kontakte. Wirft man beispielsweise eine 2,00-MDN-Münze und eine 1,00-MDN-Münze in den Automaten, so werden die Kontakte b_1, c_1, d und $\overline{e}$ geschlossen, und wir haben einen geschlossenen Stromkreis.

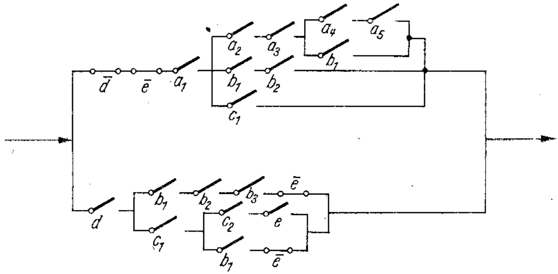


Bild 2.19. Vereinfachte Schaltung mit Arbeits- und Ruhekontakten

2.4. Aufbau eines Halbadders

Bei der Behandlung der Dualzahlen wurde gezeigt, nach welchen Gesetzen man sie addiert. Im Zusammenhang mit der Schaltalgebra soll jetzt erklärt werden, wie eine Additionsschaltung auf digitaler Basis aufgebaut wird.
Wir stellen dazu noch einmal die Additionstabelle in einer etwas ausführlicheren Form auf.

1. Summand a	2. Summand b	Übertragung ü	Summe s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Dabei wurde das Ergebnis in zwei Teile zerlegt, in die Summe s und in den Übertrag ü, der der nächsthöheren Stelle zukommt und in unserer Tabelle nur in dem letzten Teil auftritt. Das heißt aber, ein Übertrag entsteht nur dann, wenn beide Summanden gleich 1 (bzw. „L“) sind, und er kann daher als logisches Produkt dargestellt werden;

$$ü = a \cdot b \ .$$

Die Summe dagegen ist immer dann gleich 1, wenn einer der Summanden gleich 1, der andere aber gleich 0 ist. Somit ergibt sich dafür aber der logische Ausdruck

$$s = (\bar{a} \cdot b) \vee (a \cdot \bar{b}) \ ,$$

den wir bereits als Antivalenz kennengelernt haben. Schaltungsmäßig erhält man dafür eine Parallelschaltung aus zwei Zweigen, die aus a und $\bar{b}$ bzw. aus $\bar{a}$ und b bestehen. Damit erhält man insgesamt die Schaltung nach Bild 2.20.

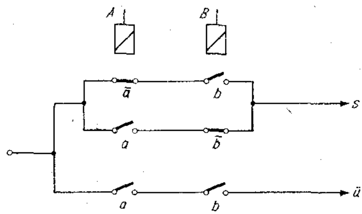


Bild 2.20. Schaltung eines Halbadders

Verwendet man zum Aufbau dieser Schaltung sogenannte Zweilagenrelais, die sich bei einem Steuerwert „1" in der Lage RS und bei einem Steuerwert „0" in der Lage RT befinden, so erhält man die Schaltung nach Bild 2.21.

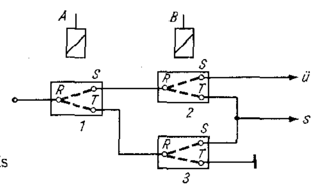


Bild 2.21. Halbadder mit Zweilagenrelais

Addiert man also beispielsweise a = 1 und b = 1, dann liegen sämtliche Relais in der Stellung RS, und es entsteht, wie auch erwartet, ein Überlauf. Hat man eine Addition von a = 0 und b = 1, so befindet sich das Relais „1" in der Lage RT, die beiden anderen in der Lage RS, d. h., der untere Stromkreis ist geschlossen, und es wird die Summe 1 erzeugt. Diese Schaltung bezeichnet man als Halbadder. Ein Volladder ergibt sich, wenn man die Schaltung so vervollkommnet, daß der Übertrag aus der vorhergehenden Stelle jeweils mit berücksichtigt wird.

Es gibt zwei verschiedene Arten von Addierwerken, die Paralleladdierwerke und die Serienaddierwerke. Während bei den parallelarbeitenden Rechenwerken für jede Stelle ein Volladder vorhanden sein muß, wird bei den serienmäßig arbeitenden nur ein Volladder verwendet. Dabei erfolgt die Verknüpfung stellenweise. Der Übertrag wird dann jeweils mit den beiden folgenden Ziffern der nächsten Stelle verarbeitet. Serienaddierwerke sind natürlich langsamer als Paralleladdierwerke, dafür aber bedeutend weniger aufwendig.

Beim Aufbau großer Schaltkreise mit Hilfe der Schaltalgebra verwendet man eine Reihe von Grundschaltungen, denen bestimmte Symbole zugeordnet sind. Bild 2.22. zeigt die

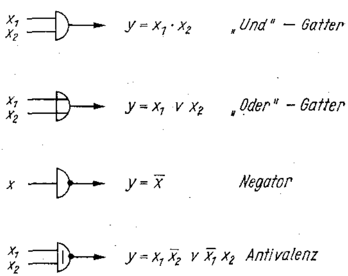


Bild 2.22. Symbole für Grundschaltungen

Symbole für die logische Multiplikation („Und"-Gatter), für die logische Addition („Oder"-Gatter) und für die Negation sowie für die Antivalenz (d. h. für $\bar{A}B \vee A\bar{B}$). Daraus weiter hergeleitete Symbole sind in Bild 2.23. dargestellt.

In der Praxis hängt der Aufbau logischer Grundschaltungen von einer Anzahl Faktoren technischer Natur ab, beispielsweise von den Bauelementen. So gelten für Relais-Schaltungen andere Bedingungen als für Schaltungen mit Transistoren oder Dioden, was beim Entwurf von Schaltkreisen beachtet werden muß. Man wird danach den speziellen Aufbau auswählen.

In der Praxis ist man dazu übergegangen, Funktionsgruppen zu Bausteinen zusammenzufassen. In der DDR wurde beispielsweise das Translog-System, ein kontaktloses Bausteinsystem, entwickelt. Überall in der Welt werden diese Bausteinsysteme geschaffen. Für den Bastler sind aber Systeme von Interesse, die von ihm selbst hergestellt werden können

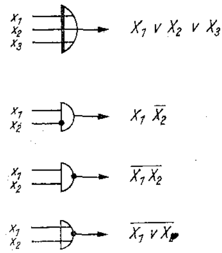


Bild 2.23. Weitere Symbole

und mit denen sich dann logische Schaltungen demonstrieren lassen.
Eines dieser Systeme wurde in der DDR u. a. von der Schule der Landstreitkräfte der NVA entwickelt, das im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

2.5. Kybernetik-Lehrbaukasten

Die Schule der Landstreitkräfte der NVA entwickelte eine Reihe kybernetischer Lehrmittel, unter anderem einen Lehrbaukasten, der es gestattet, mit logischen Schaltungen zu experimentieren. Dieser Kybernetik-Lehrbaukasten enthält als Bausteine eine Reihe logischer Schaltungen, die physikalische Modelle von Gleichungen der logischen Algebra darstellen. Mit ihnen ist es möglich, in Dualzahlen verschlüsselte Informationen auf die verschiedenste Art umzuformen.
Der Baukasten ist in einem Koffer untergebracht, wobei der Deckel gleichzeitig das Schaltfeld darstellt, in dem sich zahlreiche Röhrenfassungen zur Aufnahme der Bausteine be-

finden. Die Schablonen geben jeweils die Fassungen frei. die für das entsprechende Modell bestückt werden müssen.
Wir hatten im vorangegangenen Abschnitt gesehen, daß sich 16 verschiedene logische Schaltungen mit 2 Eingängen bilden lassen. Dabei kann jede einzelne aus den Grundschaltungen „Und“ (logisches Produkt), „Oder“ (logische Summe) und „Nicht“ (Negation) zusammengesetzt werden.
Die Eigenschaften logischer Funktionen lassen sich auch einfach durch ein Zahlenschema erfassen. Das Zahlenschema enthält auf der linken Seite die möglichen Zuordnungen der Eingangsgrößen und auf der rechten Seite die dazugehörigen Werte der Ausgangsgrößen, die sich aus dem Experiment ergeben haben. Bei dieser Prüfschaltung kann mit Hilfe der Schalter E_1 bis E_4 in 4 mögliche Eingänge entweder ein „L“ oder eine „0“ eingespeist werden. Das jeweilige Ergebnis läßt sich dann unmittelbar an der Lampe A_1 ablesen. Man erhält ein „L“, wenn die Lampe aufleuchtet, und eine „0“, wenn die Lampe nicht leuchtet. Das Eingangsschema wird mit dem Ergebnis durch Magnethaftplättchen ergänzt, wobei die Abbildung das für die Antivalenz gewonnene Schema zeigt.
Man überprüft experimentell beliebige logische Schaltungen bzw. Schaltungssysteme durch Einspeisen von „0“ und „L“ in den verschiedenen Kombinationen und beobachtet das Verhalten der Ausgangsgröße. Dieses bekannte analytische Verfahren der Kybernetik wird auch „Methode des schwarzen Kastens“ (black box) genannt.
Mit Hilfe des Kybernetik-Baukastens lassen sich verschiedenartige praktische Anwendungen demonstrieren. So kann z. B. das Modell einer Anlage für automatische Fehlerkorrektur von Binärinformationen — kybernetisches Modell — aufgebaut werden. Außerdem lassen sich viele Grundlagen der elektronischen Rechentechnik darstellen. Dazu gehören Schaltungen zur Entschlüsselung, d. h. Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen, oder die Realisierung algebraischer Operationen durch logische Schaltungen.
Die moderne elektronische Rechentechnik ist in Abschnitt 3. beschrieben.

3. Rechenautomaten in der Kybernetik

3.1. Analogrechner

Es gibt zwei verschiedene Arten von Signalen: kontinuierliche und diskrete Signale. Maschinen, die mit kontinuierlichen Signalen arbeiten, sind Analogrechner. Dabei ordnet man den Größen, mit denen Rechenoperationen durchgeführt werden sollen, physikalische Größen zu, die sich kontinuierlich ändern können. Ein klassisches Beispiel eines analogen Rechengeräts ist der Rechenschieber, bei dem die Zahlen durch bestimmte Längen dargestellt sind. Man führt die eine oder die andere Rechenoperation mit dem Rechenstab aus, indem bestimmte Abschnitte des Körpers und der Zunge addiert oder subtrahiert werden.
Die Zahlen kann man aber auch durch Winkelstellungen von Wellen darstellen; bei den modernen elektronischen Analogrechnern können die Zahlen durch Ströme und Spannungen realisiert werden. Eine Spannung von 63 V bedeutet beispielsweise die Zahl 6,3, wenn man einen Maßstab 10 : 1 zugrunde legt. Die Analogrechner, in der DDR wird heute besonders der „endim 2000" eingesetzt, lassen sich zur Lösung verschiedenartiger Aufgaben aus Wissenschaft und Technik benutzen. Dabei werden sie dort besonders vorteilhaft für Integrationen und Differentiationen verwendet, z. B. zur Lösung von Differentialgleichungen. Um eine Aufgabe mit einem Analogrechner zu lösen, muß man das Problem mathematisch formulieren und die dazugehörige Rechenschaltung stecken. Die gesuchte Lösung erhält man dann durch Messung der entsprechenden Spannungen. Allerdings hat das Ergebnis meist nur mit einer Genauigkeit von 0,1 bis 1 %, da das Ergebnis von den verwendeten Bauelementen und vom richtigen Messen abhängig ist. Bild 3.1. gibt das Verhältnis von Genauigkeit und Aufwand für Analog- und Digitalrechner wieder. Daraus kann man ersehen, daß bei den Analogrech-

nern von einer bestimmten Stelle an, auch bei Vergrößerung des Aufwands, die Genauigkeit kaum noch zu verbessern ist. Deshalb werden für viele Probleme die digitalen Rechenanlagen vorgezogen, da sich mit ihnen das Ergebnis theoretisch bis zu jeder beliebigen Genauigkeit berechnen läßt. Ein sinnvoller Einsatz bietet sich in der Kopplung von digitalen und analogen Rechenautomaten in einem Rechenzen-

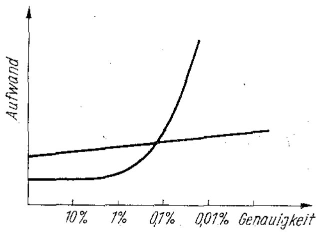


Bild 3.1. Verhältnis von Genauigkeit und Aufwand bei Analog- und Digitalrechnern

trum an, indem eine durch den Analogrechner bestimmte Anfangslösung durch den Digitalrechner in der Genauigkeit bis zu der gewünschten Stellenzahl verbessert wird.

Ein Analogrechner besteht aus verschiedenen Rechenelementen oder Bausteinen, die entsprechend den Vorschriften des zu lösenden Problems miteinander verbunden werden. Man erhält damit die Rechenschaltung oder das Programm. Die Rechenelemente sind dazu auf ein Programmfeld geführt, auf das die erforderlichen Verbindungen gesteckt werden. Hat man ein bewegliches Programmierfeld, d. h. austauschbare Programmiertafeln, so kann man das Programm unabhängig von der Maschine schalten. Das Feld wird erst dann in die Maschine eingesetzt, wenn die entsprechende Rechnung durchgeführt werden soll.

Die wichtigsten Rechenelemente im Analogrechner sind: Rechenverstärker, Summierer, Integrierer, Potentiometer und Multiplizierer. Ein weiterer wesentlicher Baustein ist der Funktionsgeber, mit dem sich beliebige Funktionen nachbilden lassen. Der Rechenverstärker stellt kein eigentliches Rechenelement dar; er wird aber von anderen Elementen zur Funktion benötigt und hat ein eigenes Symbol. Der Summierer dient der Addition, der Integrierer zur Integration und das Potentiometer zur Multiplikation mit einer Konstanten. Bild 3.2. zeigt die Symbole für diese Bausteine. Zur Eingabe verwendet man bei Analogrechnern das Programmierfeld. Bei großen Analogrechnern werden Potentiometer und Funktionsgeber aber auch durch Lochstreifen eingestellt bzw. zur Übermittlung einiger Programmbefehle benutzt.

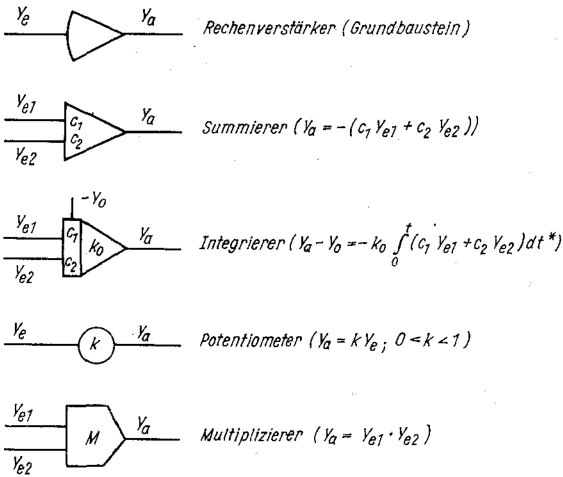


Bild 3.2. Symbole für Bausteine eines Analogrechners

In Abschnitt 2. wurde die Additionsschaltung eines Digitalrechners behandelt. Es wird jetzt das Prinzip der analogen Addition erläutert (s. Bild 3.3.). Die Schaltung besteht aus zwei Potentiometern, mit R_1 und R_2 bezeichnet, durch die die Spannungen U_1 und U_2 entsprechend den zu addierenden Größen eingestellt werden. Die Spannungen U_1 und U_2 mißt man mit den Voltmetern V_1 und V_2. Das Voltmeter V zeigt uns dann die Spannung $U = U_1 + U_2$ an, d. h. die Spannung, die gleich der Summe der beiden Spannungen U_1 und U_2 ist. Die Richtigkeit dieser Schaltung folgt aus der Kirchhoffschen Knotenregel. Danach gilt

$$I_1 + I_2 + I = 0.$$

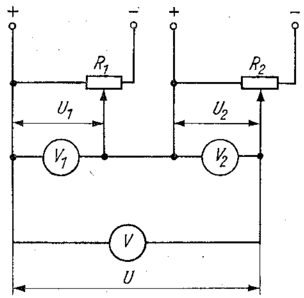


Bild 3.3. Prinzip der analogen Addition

Ferner hat man

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}; \quad I = \frac{U}{R}.$$

Setzt man diese Größen in die Kirchhoffsche Regel ein, so folgt

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U}{R} = 0.$$

Für U erhält man

$$U = -\left(\frac{R}{R_1} U_1 + \frac{R}{R_2} U_2\right),$$

und mit $R_1 = R_2 = R$ folgt

$$U = -(U_1 + U_2).$$

3.2. Aufbau und Arbeitsweise der Digitalrechner

Die Digitalrechner arbeiten mit diskreten Signalen, d. h., sie arbeiten ziffernmäßig. Als einfachste Digitalrechner kennen wir Rechenbretter und Tischrechenmaschinen. Bei den mechanischen Tischrechenmaschinen verwendete man das Dezimalsystem, da sich die einzelnen Stellen einer Zahl durch je ein Zahnrad mit zehn Zähnen realisieren lassen. Es war also

dort sehr einfach, jeweils einen von zehn möglichen Zuständen darzustellen. In den modernen elektronischen Rechenautomaten treten aber ausschließlich binäre Elemente auf, d. h. Elemente mit nur zwei verschiedenen Betriebszuständen wie z. B. der offene bzw. geschlossene Relaiskontakt oder die leitende bzw. gesperrte Diode. Aus diesem Grunde verwendet man dort überwiegend das Dualsystem.
Die Dualzahlen sind bezüglich der Stellenzahl etwa viermal so groß wie die entsprechenden Dezimalzahlen. Es würde auch erhebliche Mühe bereiten, mit den ungewohnten Dualzahlen umzugehen und beispielsweise berechnetes Zahlenmaterial auszuwerten. Aus diesem Grunde werden bei den meisten Rechenautomaten die Zahlen dezimal ein- und ausgegeben, während der Automat die entsprechenden Umrechnungen — vom Dezimalsystem in das Dualsystem bei der Eingabe und vom Dualsystem zurück in das Dezimalsystem vor der Ausgabe — selbständig durchführt. Diese Prozesse bezeichnet man als Konvertierung und als Rückkonvertierung.
Die Entschlüsselung dual — dezimal kann beispielsweise mit Relaiskontakten durch die Schaltung in Bild 3.4. realisiert werden. Hat man also beispielsweise die Dualzahl LOL, d. h.,

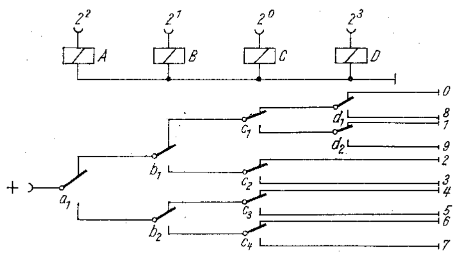


Bild 3.4. Entschlüsselung dual — dezimal

sind die Dualstellen 2^2 und 2^0 besetzt, so werden die Kontakte a_1, c_1, c_2, c_3 und c_4 geschlossen, und es ergibt sich die Dezimalzahl 5. Die Richtigkeit können wir sofort nachprüfen, denn

$$\mathrm{LOL} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5.$$

Es ist ohne weiteres richtig, daß die Tischrechenmaschinen als Digitalrechner bezeichnet werden, da sie ebenso wie die elektronischen Rechenautomaten auf der Grundlage des Zählprinzips arbeiten. Was sie aber unterscheidet, ist die Fähigkeit der Rechenautomaten, eine große Anzahl aufeinanderfolgender arithmetischer Operationen ohne Unterbrechung in kürzester Zeit auszuführen. Wie ist so etwas möglich?

Soll eine technische Rechnerin eine Aufgabe mit der Tischrechenmaschine lösen, so teilt man ihr den Rechenablauf und die zu verarbeitenden Zahlenwerte mit. Den Rechenablauf gliedern wir in eine Reihe von Anweisungen oder von einzelnen Rechenschritten auf, die hintereinander auszuführen sind. Bei Beachtung dieser Vorschriften wird dann die Rechnerin in der Lage sein, die gestellte Aufgabe zu lösen. Dabei steuert die Rechnerin den Rechenprozeß, indem sie die jeweiligen Zahlenwerte in die Tastatur eingibt und dann die entsprechende Rechentaste drückt. Ein Rechenblatt dient dazu, die Ausgangswerte, Zwischenergebnisse und das Endergebnis zu notieren. Gleichzeitig sind darin die Rechenanweisungen enthalten.

Soll nun diese Aufgabe durch einen Automaten gelöst werden, so müssen bestimmte Baugruppen vorhanden sein, die die Aufgaben von Rechnerin, Tischrechenmaschine und Rechenblatt übernehmen können. An Stelle des Rechenblattes tritt der Speicher, die Aufgabe der Tischrechenmaschine übernimmt das Rechenwerk, und die Rolle der Rechnerin wird durch das Leit- oder Steuerwerk ersetzt, das den gesamten Rechenablauf nach vorher aufgestellten und dem Automaten mitgeteilten Anweisungen — dem sogenannten Programm — steuert. Dazu gehören dann noch ein Eingabe- und ein Ausgabewerk, die die Verbindung zwischen dem Menschen und dem Automaten herstellen, beispielsweise zur Eingabe des Programms und der Zahlen in den Automaten bzw. zum Druck der berechneten Ergebnisse. Damit sind aber schon die Hauptbestandteile eines elektronischen Rechenautomaten aufgezählt. In Bild 3.5. sind die Hauptbestandteile zu einem Blockschema vereinigt.

Dem Leitwerk eines Rechenautomaten kommt eine besondere Bedeutung zu. Es organisiert den gesamten Arbeitsablauf in der Maschine, so daß eine Aufgabe ohne Eingreifen des Menschen von ihr selbständig gelöst wird. Erst dadurch ist es möglich, daß die großen Rechengeschwindigkeiten der elektronischen Rechenautomaten zu einer sehr hohen Arbeitsgeschwindigkeit führen. Genauso schnell erfolgen automa-

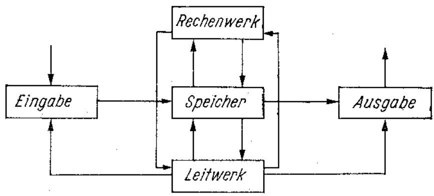


Bild 3.5. Blockschema eines Rechenautomaten

tisch auch alle Zwischenoperationen — bei der Rechnerin das Eintasten der Zahlen in die Tischrechenmaschine, die Auslösung der Rechenoperationen und das Notieren der Zwischen- und Endergebnisse. An Stelle des Eintastens der Zahlen tritt in den Rechenautomaten der Transport der Zahlen; das Abarbeiten des entsprechenden Befehls löst die Rechenoperation aus. Dazu wird die Schaltung der Maschine mit jedem Arbeitstakt verändert, indem durch das Leitwerk neue Leitungen geöffnet und andere geschlossen werden. Die Schaltung entspricht dann jeweils der Operation, die gemäß dem jeweiligen Programmbefehl auszuführen ist, wobei die Befehle in der Maschine ebenfalls wieder durch Dualzahlen dargestellt sind.

Die technische Konzeption für digitale Rechenautomaten kann sehr unterschiedlich sein; sie wird wesentlich bestimmt durch den jeweiligen Entwicklungsstand der elektronischen Bauelemente.

Zur Eingabe verwendet man beispielsweise Lochkarten oder den Lochstreifen, in die Zahlen und Befehle verschlüsselt eingesetzt werden. Es läßt sich aber auch ein Magnetband einsetzen. In jüngster Zeit wurden Geräte entwickelt, die Klarschriftleser, die Ziffern und Buchstaben unmittelbar aus Formularen lesen können. Die Abtastung der Information erfolgt bei Lochkarten und Lochstreifen häufig mechanisch durch Bürstensätze, ist aber auch auf optischem Weg möglich. Die Ergebnisse werden durch Schreibmaschine, Zeilen- und Tabellendrucker, Lochkarten und Lochstreifen oder durch Magnetband aufgenommen. Um die Schreibgeschwindigkeiten den Rechengeschwindigkeiten der Rechenautomaten anzugleichen, wurden elektronisch gesteuerte Zeilenschnelldrucker entwickelt. Von großer Bedeutung für Ein- und Ausgabe sind auch Analog-Digital- bzw. Digital-Analog-Konverter; mit Digital-Analog-Konvertern wird beispielsweise der Kurvenverlauf einer berechneten Funktion wiedergegeben.

Der Speicher stellt das „Gedächtnis“ des Automaten dar und speichert die Ausgangsdaten, die Zwischen- und Endergebnisse und die Befehle, aus denen sich das jeweilige Rechenprogramm zusammensetzt. Als Speicher verwendet man Bandspeicher, Plattenspeicher, Trommelspeicher und Kernspeicher. Aber auch Lochkarten und Lochband benutzt man als Speicher; allerdings kann ihre Information nicht verändert werden. Heute setzt man hauptsächlich Magnetkerne als Speicherelemente ein. Die wichtigsten Kenngrößen eines Speichers sind Zugriffszeit und Kapazität. Unter der Speicherkapazität versteht man die Anzahl der Worte (Zahlen oder Befehle) oder die Anzahl der Speicherstellen, die der Speicher enthält. Als Zugriffszeit wird die Zeitspanne bezeichnet, die vergeht, bis eine Zelle angesteuert ist. Beide Begriffe hängen unmittelbar zusammen: je größer die Speicherkapazität, desto größer im allgemeinen auch die Zugriffszeit. Die Zugriffszeit muß aber in einem vernünftigen Verhältnis zur Rechengeschwindigkeit stehen, um das Rechenwerk in seinen Möglichkeiten auch voll auszunutzen. Die Zugriffszeiten bei Magnetkernspeichern zu einer Speicherstelle liegen bei etwa 1 μs, und es lassen sich damit Speicher mit einer Kapazität von über 10000 Worten bauen.

In diesem Zusammenhang einige Bemerkungen zur Rechengeschwindigkeit der heutigen Automaten. Es gibt einige Automaten, wie die Atlas oder die IBM 7030 Stretch, die in der Sekunde 1000000 Rechenoperationen ausführen können. Solche Anlagen bilden aber Ausnahmeerscheinungen. Die meisten Automaten haben eine Operationsgeschwindigkeit von etwa 5000 bis 20000 Operationen in der Sekunde. Die mittleren Additionsgeschwindigkeiten betragen beispielsweise für den sowjetischen Automaten M-20 35 μs, für den Gamma 60 aus Frankreich 50 μs und für die IBM 704 24 μs. Diese Additionsgeschwindigkeiten sind kürzer als die mittleren Rechengeschwindigkeiten, da beispielsweise eine Multiplikation länger als eine Addition dauert.

Die elektronischen Rechenautomaten können genau wie auch die Tischrechenmaschinen nur die vier Grundrechenarten durchführen. Die Lösung der meisten mathematischen Aufgaben läßt sich aber zumindest durch ein Näherungsverfahren auf die Grundrechenoperationen zurückführen. Man kann sogar alle Operationen auf die ausschließliche Verwendung von Addition und Subtraktion beschränken. Will man beispielsweise 24 mit 8 multiplizieren, so genügt es, die Zahl 24 achtmal mit sich selbst zu addieren. Soll die Zahl 20 durch 5 dividiert werden, so führt man eine Reihe aufeinanderfolgender Subtraktionen aus:

1. $20-5=15$
2. $15-5=10$
3. $10-5=5$
4. $5-5=0$

Nachdem man die Null erhalten hat, werden die Subtraktionen (in unserem Fall 4) gezählt; diese Zahl liefert das Ergebnis der Division. Potenzieren ist Multiplikation einer Zahl mit sich selbst; die Multiplikation läßt sich wieder auf mehrfache Additionen zurückführen.

Das Zurückführen einer komplizierten Aufgabe auf eine endliche Anzahl einfacher arithmetischer Operationen gestattet es, einem anderen Menschen die Lösung dieser Aufgabe zu übertragen, wenn man ihm gleichzeitig das Lösungsverfahren beschreibt. Solch eine Beschreibung, die aus einem System formaler Regeln besteht und deren mechanische Anwendung zur Lösung eines bestimmten Aufgabenkomplexes führt,

nennt man Algorithmus. Ein Algorithmus ist also eine genaue Vorschrift, nach der ein System von Operationen in einer bestimmten Reihenfolge ausgeführt werden muß. Algorithmen, mit deren Hilfe sich die Lösung eines Problems auf die vier Grundrechenarten zurückführen läßt, bezeichnet man als numerische Algorithmen. Die numerischen Algorithmen sind von besonderem Interesse, da sie von einem elektronischen Rechenautomaten gelöst werden können, wenn der Algorithmus nur aus arithmetischen und logischen Elementaroperationen besteht.
Die Beschreibung dieser Operationen-Folge wird dem Automaten als sogenanntes Programm eingegeben. Es besteht aus einer Reihe hintereinander auszuführender Befehle. Jeder Befehl bewirkt eine arithmetische oder logische Operation (wir beschränken uns hierbei auf die sogenannten 3-Adreß-Befehle, wie sie z. B. in dem sowjetischen Rechenautomaten BESM verwendet werden). Die Gestalt eines solchen Befehls ist in Bild 3.6.a dargestellt. Er besteht aus der Operation, die auszuführen ist, und aus der Angabe von 3 Adressen des

Operationskode	Adressen d. Operanden		Adresse d. Ergebnisses
	1	2	3
02	96	97	156

Bild 3.6.a

Speichers. Die Operanden für die Operation kommen aus den beiden ersten Adressen, und das Ergebnis kommt auf die Speicherzelle, die durch die dritte Adresse angegeben ist. Alle für die Maschine möglichen Operationen werden durch bestimmte Zahlen kodiert. Als Beispiel wollen wir die folgenden Kodierungen verwenden:

Addition	01
Subtraktion	02
Multiplikation	03
Division	04

Zusätzlich müssen wir noch die beiden folgenden Operationen einführen:

Drucken 06,
Halt 07.

Diese beiden Befehle werden benötigt, um das in der Maschine berechnete Ergebnis auszudrucken und die Maschine zu stoppen.
Danach bedeutet also das in Bild 3.6.a angegebene Beispiel: Die beiden Zahlen, die auf den Zellen 96 und 97 stehen, sind zu subtrahieren, und das Ergebnis dieser Subtraktion ist in Zelle 156 zu speichern. Der in der DDR hergestellte Rechenautomat ZRA 1 besitzt beispielsweise 4096 Speicherzellen; es könnten also die Adressen von 0 bis 4095 auftreten. Allerdings ist der ZRA 1 eine 1-Adreß-Maschine, die Befehle sind also prinzipiell anders aufgebaut.
Wir wollen jetzt mit den oben eingeführten Kodierungen ein einfaches Programm aufstellen. Vier gegebene Zahlen a, b, c und d sind auf den Zellen 51, 52, 53 und 54 gespeichert. Es soll der Ausdruck

$$F = \frac{(a + c)(a + d)}{b}$$

berechnet werden. Das Programm hat dann die in Bild 3.6.b wiedergegebene Form. Der erste Befehl bewirkt die Addition

Operationskode	Adressen d. Operanden		Adresse d. Ergebnisses
	1	2	3
01	51	53	55
01	51	54	56
03	55	56	57
04	57	52	58
06	58	—	—
07	—	—	—

Bild 3.6.b

der Zahlen, die auf den Zellen 51 und 53 stehen, also a — c. und das Ergebnis a + c wird auf Zelle 55 gespeichert. Nach dem zweiten Befehl ist in Zelle 56 die Summe a + d. Die Berechnung des Zählers erfolgt im dritten Befehl, der nach Zelle 57 gelangt. Befehl vier bewirkt die Division des Inhalts der Zelle 57 durch den Inhalt der Zelle 52, d. h., (a + c) (a + d) wird durch b dividiert, wobei das Ergebnis F in die Zelle 58 kommt. Die Berechnung ist damit im Prinzip beendet. Das Ergebnis steht aber noch in der Maschine auf Zelle 58 und muß ausgedruckt werden. Dann wird die Maschine angehalten. Das Programm zur Lösung einer komplizierten Aufgabe besteht aus einer großen Anzahl solcher Befehle. Die Automaten können 10000 Operationen in der Sekunde und mehr ausführen, so daß auch eine komplizierte Aufgabe in kurzer Zeit gelöst wird.

Allgemein ergibt sich bei der Lösung eines Problems mit Hilfe des Automaten der folgende Weg:

1. mathematische Formulierung des Problems,
2. Auswahl der Lösungsmethode,
3. algorithmische Darstellung,
4. Übersetzung in die Maschinensprache,
5. Durchführung der Rechnung durch den Automaten,
6. Auswertung der Ergebnisse.

Nachdem das Problem in eine mathematische Formulierung gebracht wurde, muß man ein geeignetes numerisches Verfahren suchen, da der Automat nur die vier Grundrechenarten ausführen kann. Dabei ist oftmals nicht nur ein Weg möglich. Man wählt jedoch das Verfahren aus, das eine ausreichende Genauigkeit liefert und das den Maschinengegebenheiten am besten entspricht. Bei Näherungsverfahren wird die Lösung keineswegs ungenau, da man das Näherungsverfahren so lange anwenden kann, bis das Ergebnis mit einer vorgegebenen Genauigkeit vorliegt. Das ist eine wichtige Besonderheit für die Programmierung eines elektronischen Rechenautomaten: Einzelne Programmteile werden nicht nur einmal, sondern mehrfach mit unterschiedlichen Anfangsdaten durchlaufen. Die Maschine kehrt dabei in Abhängigkeit vom Ergebnis entweder zum Beginn der Schleife zurück, oder sie setzt das Programm mit der Abarbeitung der folgenden Befehle fort, oder aber sie hält an, wenn die Rechnung beendet ist. Die elektronischen Rechenautomaten können also Entscheidungen treffen.

Dann erfolgt die algorithmische Darstellung des Problems, d. h., das Verfahren muß so in eine Folge arithmetischer und logischer Operationen zerlegt werden, daß sie den Rechenablauf exakt und eindeutig bestimmen. Eine gute Hilfe leistet dabei die Aufstellung eines Fluß- oder Strukturdiagramms, das eine geometrische Darstellung des Rechenablaufs liefert. Wie man dieses Flußdiagramm aufstellt, soll an einem Beispiel erläutert werden. Das Beispiel ist so gewählt, daß die vorhin erwähnten Schleifen, auch als Zyklen bezeichnet, ebenfalls darin auftreten.

Es soll die Anzahl der Zahlen bestimmt werden, die in natürlicher Reihenfolge von 1 an addiert werden müssen, damit ihre Summe die Zahl 100 übersteigt. Zur geometrischen Erläuterung des Ablaufs verwenden wir Kästchen, die die Durchführung einer bestimmten Operation symbolisieren. Dabei bezeichnet man die verschiedenen Kästchen entsprechend ihrer Funktion und unterscheidet somit Plangleichungskästchen, Zuordnungskästchen, Alternativ- und Substitutionskästchen. In der Literatur über Rechenautomaten ist darüber ausführlich berichtet. Wenn solche Kästchen verwendet werden, so erhält man das Flußdiagramm (Bild 3.7.). Den

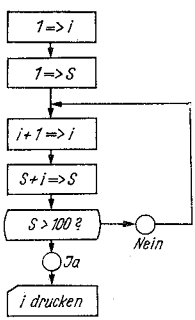


Bild 3.7. Beispiel für ein Flußdiagramm

Anfang des Diagramms bilden zwei Zuordnungskästchen, in denen man jeweils eine Konstante einer anderen Größe zuordnet. Der weitere Diagrammablauf bildet dann einen Zyklus, den man so lange durchläuft, bis die Frage mit „Ja" beantwortet wird. In diesem Fall liefert uns dann die Größe „i" die Anzahl der Summanden, die addiert werden mußten, um die vorgegebene Zahl zu übersteigen. Wir können in diesem Diagramm die Zahl 100 durch jede andere Zahl ersetzen, die größer als Null ist, und der Ablauf bleibt unverändert.

Die Rechenautomaten helfen dem Menschen, viele Probleme schneller und leichter zu lösen. Jedoch müssen bestimmte Vorarbeiten noch vom Menschen selbst ausgeführt werden. Es hat deshalb nicht an Versuchen gefehlt, die Arbeit der Automaten immer mehr zu vervollkommnen, d. h. dem Menschen immer mehr bestimmte Vorarbeiten abzunehmen. Auf diesem Wege hat man unter anderem programmierende Programme geschaffen. Diese Programme übernehmen die oft mühevolle Aufstellung der Befehlszeilen eines Programms im Maschinenkode, aber das Leistungsvermögen der Automaten ist nicht unendlich. Trotz aller Möglichkeiten muß der Mensch den ersten Schritt zur Lösung einer Aufgabe stets selbst ausführen, indem er dem Automaten bestimmte Vorschriften mitteilt. So ist die Bezeichnung „Elektronengehirn" zwar eine Anerkennung für die hohe Leistungsfähigkeit der Automaten, aber sie ist mißverstanden, wenn man darunter eine Maschine versteht, die dem Menschen das Denken abnimmt. Das schöpferische Denken wird Privileg des Menschen bleiben; der Automat ist in allen Belangen aber diensteifriger Gehilfe.

3.3. Anwendungsmöglichkeiten der Digitalrechner

Wissenschaftliche, technische und ökonomische Aufgaben erfordern in vielen Fällen umfangreiche Rechenarbeiten, die nur mit großem Zeitaufwand und einer Vielzahl von Mathematikern und Rechnern zu lösen sind. So ergaben sich vor dem Entstehen der Rechenautomaten viele Probleme, deren Lö-

sung zwar möglich war, die aber einen gewaltigen Aufwand erforderte oder deren Ergebnisse auf Grund der langen Zeitspanne bereits überholt waren. So benötigte man z. B. 14 Tage für die Berechnungen der Wettervorhersage des nächsten Tages. In der Raketentechnik sind eventuelle Bahnkorrekturen ebenfalls nur mit Hilfe der elektronischen Rechenautomaten möglich.
Durch die Ziffernrechenautomaten konnten Aufgaben gelöst werden, deren Rechenumfang Millionen Operationen und mehr beträgt. Dabei sind die Anwendungsmöglichkeiten außerordentlich vielseitig, die sich in folgende Problemkreise zusammenfassen lassen:

1. wissenschaftliche und technische Berechnungen;
2. statistische und ökonomische Berechnungen;
3. Steuerung von Produktionsprozessen;
4. vielseitige Anwendung im Militärwesen;
5. Lösung logischer Aufgaben.

Besonders interessante Möglichkeiten ergeben sich bei der Lösung logischer Aufgaben. So wurden mit den Rechenautomaten Übersetzungen durchgeführt (z. B. aus dem Englischen in die russische Sprache und umgekehrt). Des weiteren entwickelte man schachspielende Automaten, die jeweils eine bestimmte Anzahl von Varianten im voraus berechnen und die beste davon auswählen. Rechenautomaten wurden auch zur Lösung strategischer Aufgaben und zum Studium der Denkprozesse eingesetzt.
Während der letzten 20 Jahre ist in den verschiedensten Ländern eine Anzahl von Rechenautomaten entwickelt worden. In der DDR kam es besonders durch die ZRA 1 zu einer breiten Anwendung der modernen Rechentechnik. Wenn auch in der Zukunft der Einsatz größerer Automaten unerläßlich ist, so konnten mit der ZRA 1 viele Aufgaben gelöst werden. Neben den großen elektronischen Rechenautomaten, die man in den einzelnen Rechenzentren zur Lösung der verschiedensten Aufgaben aus Wissenschaft, Technik und Ökonomie einsetzt, wurden aber auch Anlagen geschaffen, die als Modellrechenautomaten optische und akustische Eindrücke der all-

gemeinen Vorgänge in einem Rechenautomaten demonstrieren, d. h., die als kybernetische Lehrmittel dienen. Ein solches Lehrmodell wurde u. a. von der Schule der Landstreitkräfte der NVA aufgebaut.

3.4. Aufgabe und Eigenschaften des Modellrechners der Schule der Landstreitkräfte der Nationalen Volksarmee

Der Modellrechner dieser Schule der NVA wurde mit dem Ziel entwickelt, die grundlegenden Vorgänge in einem Rechenautomaten zu veranschaulichen. Dieses Modell mußte so angefertigt werden, daß es mit fünfstelligen Dualzahlen Addition und Subtraktion durchführen kann. Dadurch war es möglich, mit dem Modellrechner einfache Aufgaben wie

$$x = a - b + c$$

oder

$$x = \frac{a - b}{c}$$

zu lösen, wobei die Größen a, b, c bestimmten Bedingungen unterworfen waren (kein Überschreiten des möglichen Zahlenbereichs).

Die inneren Vorgänge der Maschine veranschaulichen Glühlämpchen, wobei als Betriebsart das Serienprinzip verwendet wurde, d. h., die Impulse werden hintereinander erzeugt und befördert. Mit Hilfe dieser Glühlämpchen ist es möglich, das schrittweise erfolgende Einlaufen der Dualzahlen ins Addierwerk zu zeigen. Zum anderen hat das Serienprinzip den Vorteil des geringeren Materialaufwands gegenüber dem Parallelprinzip.

Der Modellrechner der Schule der NVA vereinigt in sich alle wesentlichen Bestandteile eines Rechenautomaten: Ein- und Ausgabe, Rechenwerk, Speicher und Leitwerk. Die Eingabe erfolgt bei diesem Modell rein dual, während die Ausgabe durch Sichtbarmachen der dezimalen Zahl erfolgt.

Der Aufbau des Schaltkreissystems erfolgte mit Halbleitern,

die günstige Verknüpfungsmöglichkeiten bieten und geringen Platzbedarf erfordern. Gleichzeitig wurde die Bausteinbauweise angestrebt, die eine einfache Fehlerbeseitigung und einen einfachen Aufbau gewährleistet.
Der Modellrechner gestattet es, den Ablauf eines Rechenprogramms in beliebig langsamem Zeitmaß zu demonstrieren. Dadurch ist er als Lehrmittel besonders geeignet.
In den folgenden Abschnitten werden mehrere Demonstrationsmodelle beschrieben, die sich besonders für den Selbstbau in Arbeitsgemeinschaften eignen, die aber auch den Bastler interessieren dürften.

4. Rechenexperimentiergerät

Vom Zentralvorstand der GST werden regelmäßig Qualifizierungslehrgänge für Arbeitsgemeinschaftsleiter Elektronik durchgeführt. Bei diesen Lehrgängen wird ein einfaches, von DM 2 ATE konstruiertes Experimentiergerät verwendet. Mit diesem Experimentiergerät lassen sich einfache Grundfunktionen des elektronischen Rechnens darstellen. Es ist nicht für umfangreiche Rechenoperationen vorgesehen. Deshalb besteht es nur aus einer geringen Anzahl von Grundbauelementen, die aber ausreichen, um die verschiedenartigsten Funktionen experimentell durchzuführen.
Das gesamte Gerät setzt sich aus Einzelbausteinen zusammen, die im Transportkasten je nach Bedarf zusammenge-

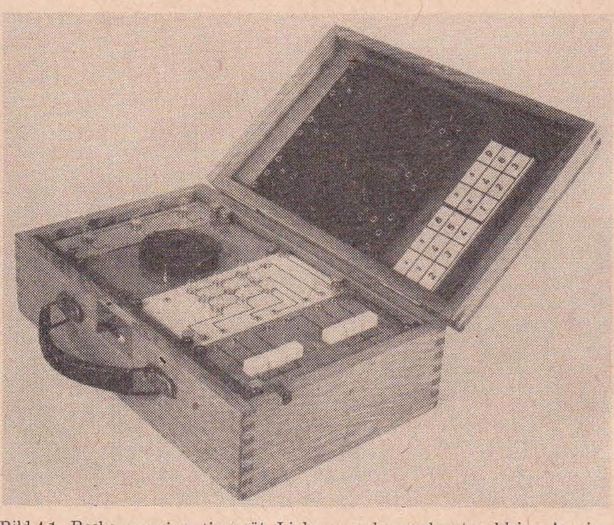


Bild 4.1. Rechenexperimentiergerät. Links: von oben nach unten: kleines Anzeigefeld, Impuls-Eingabefeld, großes Anzeigefeld, Tastenfeld. Rechts: Schaltfeld für die Steckelemente (oben) und Masken (unten)

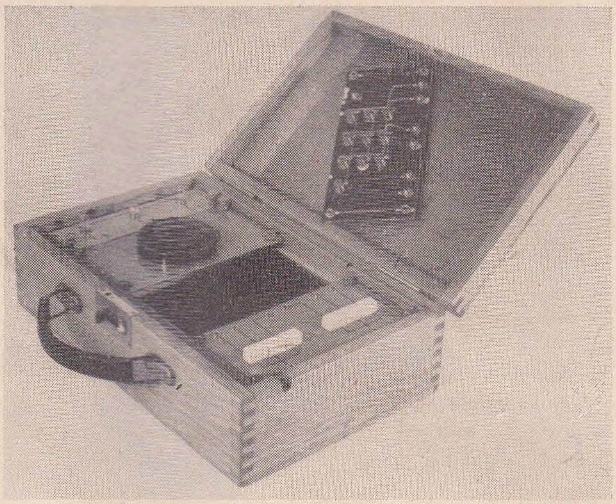


Bild 4.2. Rechenexperimentiergerät. Das große Anzeigefeld wurde herausgenommen. An der rechten Seite des Kastens ist deutlich eine Schiene aus Aluwinkelmaterial zu erkennen. Beide Schienen dienen gleichzeitig zur Befestigung der Felder sowie zur Stromversorgung

steckt werden können. Die Maße der einzelnen Bausteine halten sich an die dekadischen Amateurnormen 200 mm × 50 mm, 200 mm × 100 mm oder 200 mm × 200 mm. Der Transportkasten des Geräts ist so aufgebaut, daß in seinem Innenteil zwei Schienen aus Aluwinkelmaterial angebracht sind, die gleichzeitig zur Stromzuführung für die einzelnen Gruppen dienen. Auf diese Schienen können die jeweiligen Baugruppen aufgeschraubt werden, die mit ihrer Befestigung gleichzeitig die notwendige Stromversorgung erhalten.
Zur Stromversorgung wird ein kleiner NC-Sammler 6 V/1 Ah des VEB Grubenlampenwerk Zwickau verwendet.
Folgende Bausteine stehen zur Verfügung:

4.1. Tastenfeld

Das Tastenfeld dient zur Signaleingabe. Hierfür wurden zwei dreiteilige Neumann-Tastenschalter verwendet. Diese beiden

Tastenaggregate sind auf einer Grundplatte von 200 mm × 100 mm aufmontiert. Ihre Schaltung ist aus Bild 4.3. ersichtlich.

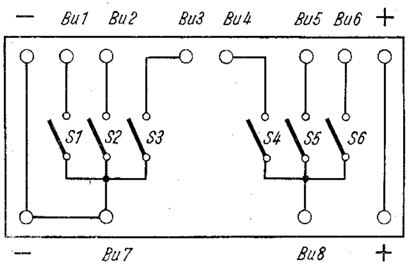


Bild 4.3. Schaltung des Tastenschalters

Die mit Plus und Minus bezeichneten Telefonbuchsen benutzt man sowohl zur Stromversorgung als auch zur Befestigung auf den Stromschienen des Kastens. Die Buchse Bu 7 ist fest mit dem Minuspol verbunden, während die Buchse Bu 8 je nach Bedarf durch Verbindungsschnüre an den Plus- oder Minuspol gelegt werden kann. Die Telefonbuchsen Bu 1 bis Bu 6 dienen zur Verbindung mit den nachfolgenden Bausteinen. Statt der Tastaggregate kann man auch sechs Kippschalter verwenden.

4.2. Anzeigefeld

Das Anzeigefeld ist ebenfalls auf einer Pertinaxplatte der Größe 200 mm × 100 mm aufgebaut. Die neun Glühlämpchen sind nach Bild 4.4. geschaltet. Die Zuführung der entsprechenden Eingangsspannung erfolgt über die Buchsen Bu 1 bis Bu 6, die mit gleichem Abstand voneinander angebracht sind wie die Buchsen Bu 1 bis Bu 6 des Tastenfelds. Das Anzeigefeld ist eine primitive, auf eine minimale Zahl von Anzeigeelementen begrenzte Matrix. Auf den Einbau jeglicher Entkopplungsglieder wurde verzichtet.

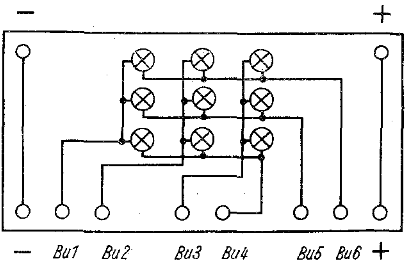


Bild 4.4 Schaltung des großen Anzeigefelds

4.3. Kleines Anzeigefeld

Das kleine Anzeigefeld nach Bild 4.5. dient nur zur Anzeige der Ausgangssignale in Verbindung mit dem nachfolgend angeführten Steckfeld. Die Maße des Anzeigefelds sind 200 mm × 50 mm. Auch in diesem Fall werden die Buchsen Minus und Plus zur Stromversorgung und gleichzeitig zur Befestigung (entsprechend lange M-3-Schrauben) verwendet.

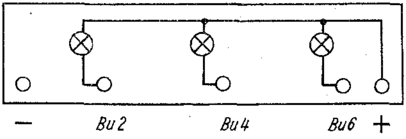


Bild 4.5. Schaltung des kleinen Anzeigefelds

4.4. Feld für Steckelemente

Der wichtigste Teil des Experimentiergeräts ist das Feld für die Steckelemente (Bild 4.6.). Für den Gesamtaufbau wird eine Pertinaxplatte der Größe 200 mm × 200 mm benutzt. Die Buchsen Bu 1 bis Bu 6 (Eingabe) und Bu 1 bis Bu 6 (Ausgabe) haben wieder den gleichen Abstand wie die Buchsen der anderen Felder, so daß bereits durch die Buchsen-anordnung die Zugehörigkeit ersichtlich ist. Zwischen den Buchsen Bu 1 und Bu 2, Bu 3 und Bu 4, Bu 5 und Bu 6 ist eine weitere Steckbuchse (ohne nähere Bezeichnung) vorgesehen, die man für zusätzliche Signalein- oder -ausgaben verwenden kann. Der in der Skizze mit Feld für Steckelemente bezeichnete Raum ist mit einer Kontaktfeder zur Aufnahme der entsprechenden Einzelelemente versehen.

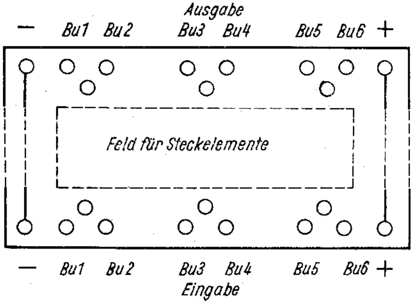


Bild 4.6. Schaltfeld für die Steckelemente

DM 2 ATE benutzte dafür die Kontaktfedern, die aus den Amateurbaugruppen des VEB Meßelektronik bekannt sind. Auch für die später beschriebenen Steckbauelemente wurden die bei den Amateurbausteinen gebräuchlichen Steckerstifte verwendet. Es wäre aber ohne weiteres möglich, andere Kontaktformen zu wählen (z. B. auch Röhrenfassungen und -sockel).

4.5. Impuls-Eingabefeld

Als letzter dekadischer Baustein in den Abmessungen 200 mm × 100 mm steht der nach Bild 4.7. geschaltete zur Verfügung. Eine vom Telefon her bekannte Wählerscheibe erzeugt Impulse. Der links neben dieser Scheibe angeordnete Druckknopf kann zur Eingabe von Einzelimpulsen verwendet werden.

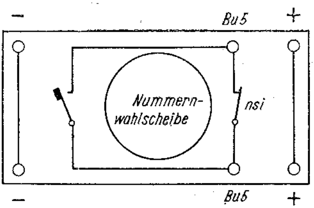


Bild 4.7. Schaltskizze des Impuls-Eingabefelds

4.6. Anwendungsbeispiele

Mit dem Tastenbaustein zur Eingabe und dem Anzeigefeld läßt sich eine einfache Addier- oder Multiplizierschaltung demonstrieren. Die Buchsen Bu 1 bis Bu 6 des Tastenfelds werden mit den Buchsen Bu 1 bis Bu 6 des Anzeigefelds verbunden, so daß die Schaltung nach Bild 4.8.a entsteht. Buchse 8 des Tastenfelds erhält durch entsprechende Verbindung

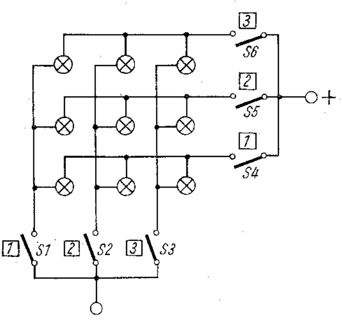


Bild 4.8.a Die einfache Addier- und Multiplizierschaltung

positives Potential. Den beiden Tastenzusätzen werden jeweils die Ziffern 1, 2 und 3 zugeordnet. Jeder Tastensatz entspricht einem Summanden. Wird nun beispielsweise am linken Tastensatz die Taste der Ziffer 3 (1. Summand) gedrückt und am 2. Tastensatz die Taste der Ziffer 2 (2. Summand), dann leuchtet am Anzeigefeld die entsprechende Glühlampe (5) hell auf;

$$3 + 2 = 5.$$

Die gleiche Anordnung kann zur Demonstration einer Multiplikationsaufgabe verwendet werden. Bei Zuordnung der gleichen Ziffern für die Tasten leuchtet die gleiche Glühlampe auf. Die Lampe erhält jetzt die Bedeutung „6“;

$$3 \cdot 2 = 6.$$

Es ist notwendig, für das Lampenfeld verschiedenartige Anzeigemasken zu benutzen, wie sie Bild 4.8.b wiedergibt. Diese Anzeigemasken sind mit den einzelnen Ziffern (Summe oder

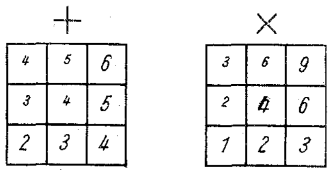


Bild 4.8.b Masken für Additions- und Multiplikationsanzeige

Produkt) der jeweiligen Glühlampe versehen. Leuchtet die entsprechende Glühlampe, wird also die entsprechende Ziffer zu sehen sein. Diese Abdeckmasken wurden aus weißem, durchscheinendem PVC-Material angefertigt und mit Tusche die entsprechenden Ziffern aufgetragen. Bei der Arbeit mit dieser einfachen Vorrichtung wird man feststellen, daß nicht nur die gewünschte Zahl hell aufleuchtet, sondern einige der anderen Glühlampen mit Unterspannung glimmen. Das ist auf das Fehlen jeglicher Entkopplungsglieder zurückzuführen. Auf den Einbau dieser Entkopplungsglieder wurde bewußt verzichtet.

Bei der Multiplikation verwendet man die gleiche Vorrichtung. Es wird nur eine zweite Maske mit anderer Zahleneinteilung (s. Bild 4.8.b) benutzt. Dabei sind einige Zahlen doppelt aufgeführt, so daß eine Vereinfachung vorgenommen werden könnte. Diese nun entstehende Halbmatrix erfordert dann aber, daß beim Addieren der kleinere Summand nur am rechten Tastenfeld eingegeben wird. Bei der Arbeit des einfachen Anzeigefelds käme man in diesem Fall nicht mehr ohne Entkopplungsglieder aus.

Zur Arbeit mit dem Steckelementefeld ist es notwendig, die einzelnen Steckbaugruppen zu beschreiben. Einige dieser Baugruppen zeigt Bild 4.9.

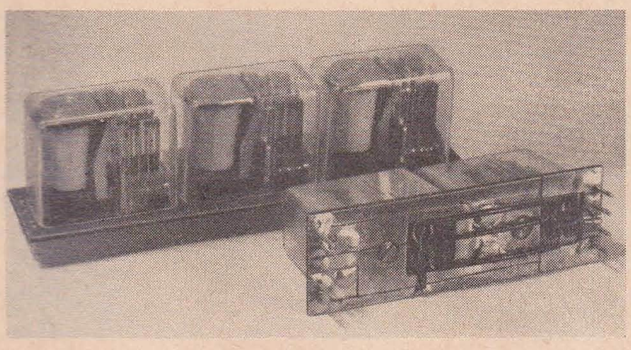


Bild 4.9. Halbadder (liegend) und Volladder (stehend)

Halbadder

Diese Baugruppe ist auf einer 25 mm × 80 mm großen Leiterplatte aufgebaut und mit Steckerstiften versehen. Die Schaltfunktionen übernehmen 2 Kleinstumpfrelais GBR 302 mit vier Umschaltkontakten (4 Wechseler). Diese Relais sind mit einer durchsichtigen Kunststoffkappe versehen, so daß man ihre Funktion gut beobachten kann. Die Schaltung des Halbadders ist in Bild 4.10. dargestellt.

Volladder

Diese Steckgruppe gleicht in ihrem grundsätzlichen Aufbau dem Halbadder-Baustein. Die Schaltung ist aus Bild 4.11. ersichtlich.

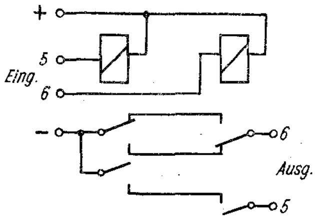


Bild 4.10. Schaltung des Halbadder-Steckbausteins

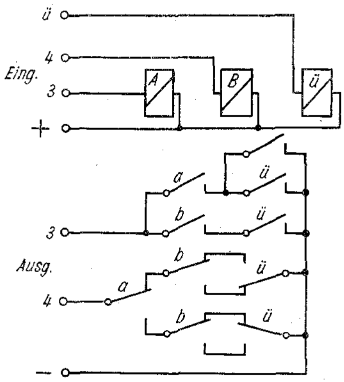


Bild 4.11. Schaltung des Volladder-Steckbausteins

Zählkette

Zur Demonstration einer (elektromech.) Zählkette wurde eine mit drei Relais bestückte Steckbaugruppe aufgebaut, die nach Bild 4.12. geschaltet ist.

Elektronische Gruppen

Halb- und Volladder sowie die Zählkette sind elektromechanische Systeme. Um auch elektronische Lösungen demonstrieren zu können, stehen einige mit Dioden und Tran-

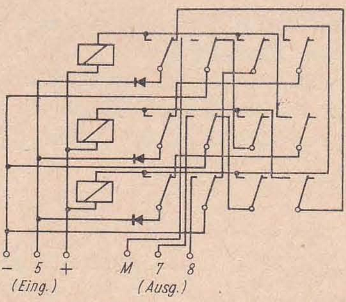


Bild 4.12. Schaltung einer Zählkette mit drei Relais

sistoren bestückte Baugruppen zur Verfügung. Bild 4.13. zeigt einige dieser Gruppen.

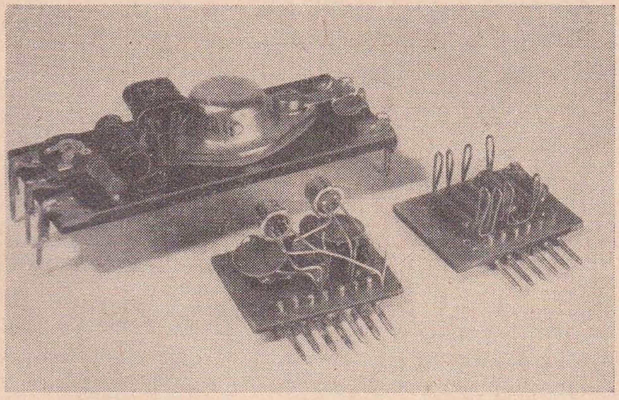


Bild 4.13. Oder-Baustein, Multivibrator-Baustein und Negator-Baustein

4.7. Demonstration einiger binärer Schaltungen

Zur Darstellung der Addition binärer Zahlen werden das Tastenfeld, das Steckfeld mit Halb- und Volladder und das kleine Anzeigefeld nach Bild 4.14. miteinander verbunden. Mit den linken Tasten (Schalter) des Tastenfelds wird der

1. Summand (A) und mit den rechten Tasten der 2. Summand (B) eingegeben.
Die Baugruppen auf dem Steckfeld verarbeiten durch Betätigen der verschiedenen Relais die entsprechenden Eingangssignale und bilden die Summe (S) für das Ausgangssignal,

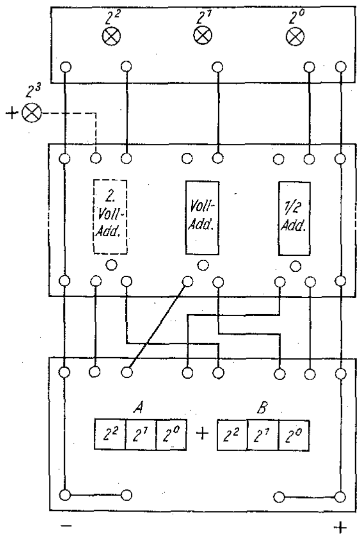


Bild 4.14.
Skizze einer Schaltverbindung von Tastenfeld, Steckfeld und kleiner Anzeigetafel zur binären Addition

das vom Anzeigefeld durch Aufleuchten der entsprechenden Glühlampe sichtbar gemacht wird. Es ist zu empfehlen, den Rechenvorgang durch Vergleich mit den Schaltungen nach Bild 4.10 und Bild 4.11 zur besseren Übersicht zu verfolgen. Die vielseitige Verwendbarkeit des Tastenfelds gestattet es nicht, die Tastenbezeichnungen direkt aufzutragen. Es werden deshalb Auflegemasken verwendet, die einfache, beschriftete Papierstreifen sein können. Für die hier beschriebene Anwendung lautet die Beschriftung z. B. 2^1, $2^0 + 2^1$, 2^0 oder wenn eine 2-Volladdergruppe eingesteckt wird 2^2, 2^1, 2^0. Eine gedrückte Taste entspricht einem Signal (L), nicht betätigte Taste keinem Signal (0). Auch beim Anzeigefeld bezeichnet

ein aufgelegter Papierstreifen die verschiedenen Werte (in diesem Falle 2^2, 2^1, 2^0). Dabei entspricht ein erleuchtetes Glühlämpchen einem Signal (L) und eine nicht leuchtende Lampe einer 0.
Zur besseren Veranschaulichung können auch die einzelnen Relais nach ihrer Funktion gekennzeichnet werden (z. B. Ü $\hat{=}$ Relais zur Übertragsbildung).

4.8. Logische Schaltungen

Mit der Demonstration der binären Addition zweier Dualzahlen ist die Anwendung der Halb- und Volladder-Baugruppen nicht erschöpft. Die Halbaddergruppe stellt eine Und-Oder-Verknüpfung dar. Wenn man die entsprechenden Schalter für die Eingangssignale betätigt, dann kann sehr gut die Funktion eines Oder-Gliedes gezeigt werden. Das Ausgangssignal wird über die Buchsen Bu 5 und Bu 6 (Ausgang) am Steckfeld abgegeben. Die Buchsen Bu 5 und Bu 6 müssen außerdem miteinander verbunden werden. Über die Buchsen Bu 5 und Bu 6 (Eingabe) kann man die Eingangssignale x_1 und x_2 zuführen. Das Ausgangssignal einer Und-Funktion wird der Ausgabebuchse Bu 5 entnommen. Die Buchsen Bu 5 und Bu 6 dürfen hierbei keine Verbindung miteinander haben. Die beiden Tafeln (Bild 4.15.) zeigen die Abhängigkeit des Ausgangssignals (y) von den Eingangssignalen (x_1, x_2) des Oder- und des Und-Gliedes.
Durch entsprechende Verbindungen der Ausgabe- und Eingabebuchsen können verschiedene andere logische Verknüpfungen demonstriert werden, wie Negation eines Signals usw.

X_1	0	L	0	L
X_2	0	0	L	L
Y	0	0	0	L

Und-Funktion

X_1	0	L	0	L
X_2	0	0	L	L
Y	0	L	L	L

Oder-Funktion

Bild 4.15. Abhängigkeit des Ausgangssignals (y) von den Eingangssignalen (x_1, x_2) des Oder- und des Und-Gliedes

Diese Beispiele zeigen, wie vielseitig sich diese beiden einfachen Gruppen (Halb- und Volladder) anwenden lassen.

4.9. Zählschaltungen

Zur Darstellung einer einfachen Zählschaltung wird zur Signaleingabe das Impulseingabefeld mit dem Feld für Steckelemente zusammengesetzt. Zur Anzeige benutzt man das kleine Anzeigefeld.
Wird die Wählscheibe des Impulsfelds betätigt, so werden negative Impulse über Bu 5 auf das Steckelementefeld gegeben. Dort übernimmt die Dreier-Zählkette die Verarbeitung. Zur Demonstration genügt eine Dreier-Zählschaltung. Nach jedem Impuls wird das folgende Relais betätigt, um nach dem 3. Impuls wieder bei Relais 1 zu beginnen. Vor der ersten Impulseingabe muß eines der Zählkettenrelais angezogen sein. Am einfachsten läßt sich das erreichen, indem man einen Relaisanker von Hand betätigt (nach Abnehmen der Relaiskappe). Zur Anzeige werden die drei Glühlämpchen des Anzeigefelds der Reihe nach aufblinken. Eine tatsächliche dekadische Zählung läßt sich aber nur mit einer dekadischen Zählkette bzw. mehreren durchführen. Für Demonstrationszwecke reichen jedoch die beschriebenen Schaltungen aus.
Die Schaltung der Dreier-Kette kann durch Zwischenschalten von zusätzlichen sieben Relais zur Dekade erweitert werden. Zur Zählung von Binärzahlen wären Relais Flip-Flop notwendig. Auch diese Relaisschaltung läßt sich aus der Dreier-Kette ableiten. Zum weiteren Ausbau des Rechengeräts sind aber keine weiteren Relaisschaltungen und Elemente vorgesehen. Es ist geplant, die gesamte Anlage um einige elektronische Bauelemente zu erweitern. Für das Zählen dualer Zahlen verwendet man zukünftig bistabile Transistor-Multivibratoren (Flip-Flop).
Auch Speicherelemente sollen ohne Relais aufgebaut werden.

5. Demonstrationsmodell für eine elektronische Uhr

Als Zeitnormal für elektronische Uhren dient grundsätzlich eine hochkonstante Normalfrequenz, die man im einfachsten Fall von einem Quarzgenerator, bei stationären Anlagen für wissenschaftliche Zwecke neuerdings aus atomaren Schwingungsvorgängen (Ammoniak-Maser u. ä.) ableitet. Diese Normalfrequenz wird mit Frequenzteilerstufen bis zur Frequenz 1 Hz untersetzt. Man erhält auf diesem Wege hochkonstante Sekundenimpulse, die als Zeitmaßstab dienen. Die Anzeige kann entweder auf mechanischem Wege geschehen — der 1-s-Impuls wird dann elektromagnetisch auf einen Sekunden-Schrittzeiger und weiter über Zahnraduntersetzung auf Minuten- und Stundenanzeige übertragen —, oder man benutzt eine rein elektronische Anzeige. Diese besteht grundsätzlich aus Zählringketten (auf Thyratron- oder Halbleiterbasis) und Glimm-Ziffernanzeigeröhren. Schon dieser Überblick zeigt den großen Aufwand, der für eine echte elektronische Uhr bereits für die Erzeugung des 1-s-Impulses erforderlich ist. Die Normalfrequenz muß um viele Größenordnungen untersetzt werden; das erfordert eine beträchtliche Anzahl von Frequenzteilerstufen, die eine sehr hohe Genauigkeit erfordern. Bei vollelektronischer Zeitanzeige steigt dieser Aufwand weiter; allein für die elektronische Zählung und Anzeige des 1-s-Impulses im Sexagesimalsystem kann er bei etwa 50 Thyratrons und bei über einem Dutzend Hilfsröhren liegen! Für praktische Zwecke des Amateurs und für Demonstrationsmodelle scheidet eine vollelektronische Anzeige daher schon aus Aufwandsgründen aus — sie lohnt nicht. Deshalb wird im folgenden das Vorhandensein einer üblichen einfachen elektrischen Nebenstellenuhr mit 1-s-Schrittschaltwerk angenommen, deren Zeiger mittels 1-s-Stromstößen betätigt werden.

Allerdings ist es auch nicht einfach, mit einem für Amateurzwecke oder für Demonstrationsgeräte vertretbaren Aufwand zu einem hinreichend genauen 1-s-Impuls zu kommen. Das ist eine Frage der gewählten Normalfrequenz und damit des Frequenznormals. Frequenzen über 10 kHz scheiden für die Frequenzteilung auf Grund des sich ständig vergrößernden Aufwands aus und bleiben den Kleinquarzuhren vorbehalten. Für Amateurzwecke könnte man eventuell einen — auch nicht gerade billigen — 10-kHz-Quarz als Normal benutzen und dessen Frequenz mittels vier dekadischer Glimmzählröhren auf 1 Hz untersetzen. Trotzdem beträgt der Aufwand bis zum 1-s-Impuls dann noch: vier Glimmzählröhren, mindestens sechs Vakuumtrioden und der 10-kHz-Quarz; den Aufwand für Stromversorgung, Stabilisierung und den kaum entbehrlichen Quarz-Thermostaten nicht einbezogen.

Für wirklich genaue Uhren ist außer dem Quarz kein anderes (jedenfalls kein vorteilhafteres) Frequenznormal zu verwenden. Bereits eine größenordnungsmäßige Überschlagsrechnung zeigt, daß eine Abweichung der Normalfrequenz um den Betrag $\approx 1 \cdot 10^{-5}$ einen täglichen Gangfehler von rund 1 Sekunde ergibt (diese Genauigkeit erreicht aber bereits ein guter mechanischer Schiffschronometer). Für den Amateur ist es daher aus Aufwandsgründen sinnlos, eine echte elektronische Uhr zu bauen.

Die im folgenden beschriebene Schaltung ist nur als Demonstrationsmuster für das Prinzip einer elektronischen Uhr anzusehen, sie kann jedoch keine Genauigkeitsanforderungen erfüllen. Als Frequenznormal benutzt man aus Gründen der Einfachheit die Netzfrequenz. Allein durch die unvermeidlichen Abweichungen der Netzfrequenz vom Sollwert wird sich bei dieser elektronischen Uhr eine tägliche Gangabweichung von einigen Minuten nicht vermeiden lassen.

Um aus der Netzfrequenz 50 Hz einen 1-s-Impuls für die mechanische Zeitanzeige abzuleiten, ist eine Frequenzteilung 50 : 1 erforderlich. Bild 5.1. zeigt die Gesamtschaltung des Frequenzteilers. Unterteilt wird in drei Stufen auf die Frequenzen 10 Hz, 2 Hz und 1 Hz. Als Frequenzteiler werden Glimmlampen-Kippschaltungen benutzt, die sich mit einer für diesen Zweck ausreichenden Genauigkeit synchronisieren

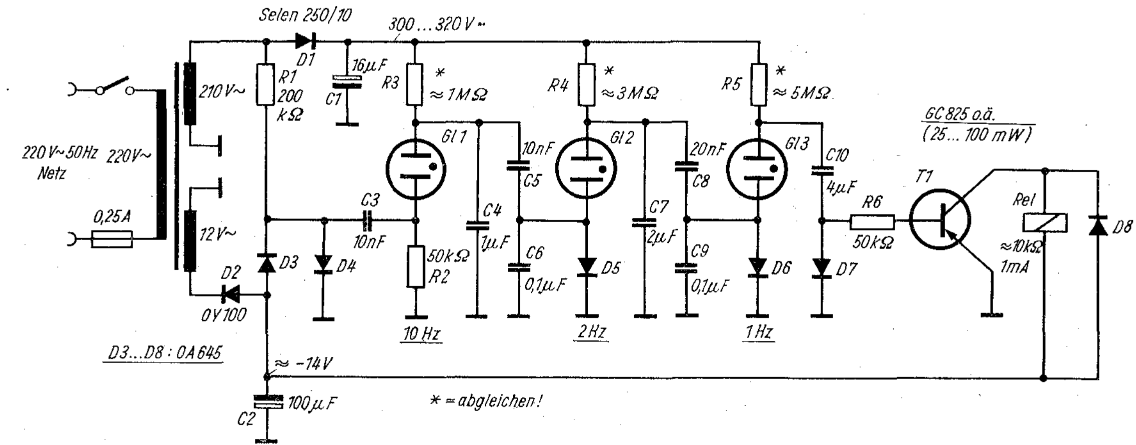


Bild 5.1. Gesamtschaltung des Frequenzteilers

lassen. Das Prinzip dieses Verfahrens wurde vom Verfasser bereits im „Elektronikbastelbuch“ beschrieben. Es soll zum besseren Verständnis nochmals erläutert werden.

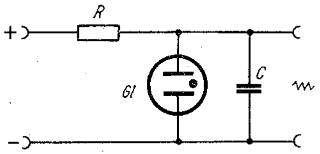


Bild 5.2.
Einfache Glimmlampen-Kippschaltung

Bild 5.2. zeigt eine einfache Glimmlampen-Kippschaltung, bei der man parallel zu C eine Sägezahnschwingung abnehmen kann. Beim Anlegen der Betriebsspannung wird zunächst über R der Kondensator C aufgeladen (ansteigende Sägezahnflanke). Sobald die Zündspannung der Glimmlampe Gl erreicht ist, wird C stoßartig entladen (abfallende Sägezahnflanke), und zwar bis zum Wert der Löschspannung der Glimmlampe Gl. Ist diese erreicht, so erlischt Gl, und über R beginnt die erneute Aufladung von C. Die Spannung an C pendelt daher ständig zwischen dem Wert der Zündspannung und dem — meist um einige 10 V tiefer liegenden — Wert der Löschspannung von Gl. Die Differenz zwischen Zündspannung Uz und Löschspannung Ul der Glimmlampe ist darum gleich der Amplitude der Sägezahnschwingung. Die Frequenz der Schwingung wird im wesentlichen durch die Werte für R und C bestimmt, jedoch geht in diese Werte auch die Differenz der Zünd- und Löschspannung ein. Da die Aufladung von C über R exponentiell erfolgt, beeinflußt auch die Betriebsspannung diese Werte.
Um die Frequenz der Schwingung in der Schaltung (Bild 5.2.) zu bestimmen, müssen neben R und C sowie der Betriebsspannung Ub auch die Werte Uz und Ul der Glimmlampe Gl bekannt sein. Sie sind exemplarabhängig und sind durch Messung zu ermitteln. Diese Werte lassen sich einfach ermitteln, indem Gl über einen Vorwiderstand an eine regelbare Gleichspannung angeschlossen wird. Dann mißt man mit einem gegenüber dem Vorwiderstand ausreichend hochohmi-

gen Instrument (Röhrenvoltmeter) die Spannung parallel zu Gl. Dabei steigert man die Spannung langsam, bis Gl zündet. Die in diesem Moment gemessene Spannung ist die Zündspannung Uz. Im Moment der Zündung geht diese Spannung durch den Einfluß des Vorwiderstands (zur Strombegrenzung erforderlich) auf den Wert der Brennspannung — der in diesem Falle nicht interessiert — zurück. Die Betriebsspannung wird nun langsam verringert, bis Gl erlischt. Die in diesem Moment ablesbare Spannung ist die Löschspannung Ul. Nach dem Erlöschen geht die Spannung an Gl auf Grund des jetzt entfallenden Spannungsverlusts am Vorwiderstand wieder etwas hinauf; das Ablesen muß also unmittelbar **vor** dem Zünden bzw. **vor** dem Verlöschen erfolgen.

Die Frequenz des freilaufenden Kippgenerators nach Bild 5.2. kann nun mit den genannten Größen nach der Formel errechnet werden:

$$f = \frac{2}{R \cdot C \cdot \ln \dfrac{Ub - Ul}{Ub - Uz}};$$

f in Hz, R in MΩ, C in μF, U in V.

Weniger bekannt ist, daß sich die Schaltung nach Bild 5.2. — die im freilaufenden Zustand auf Grund ungenügender Konstanz der Glimmlampenbetriebswerte relativ instabil arbeitet — verhältnismäßig leicht synchronisieren läßt. Bild 5.3. zeigt das Prinzip.

R, C und Gl bilden die bekannte Kippschaltung. Die Synchronisationsspannung Usync sei zunächst nicht vorhanden.

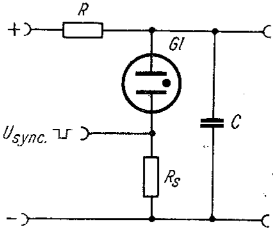


Bild 5.3.
Prinzip der Synchronisation

Es wird angenommen, daß sich C über R bis kurz vor Zündeinsatz von Gl aufgeladen hat. Rs ist bis zu diesem Zeitpunkt noch unwirksam, da über Gl kein Strom fließt. (Bei Entladung des Kondensators C über Gl und Rs verlängert Rs — dessen Wert wesentlich kleiner als R ist — die Entladezeit von C geringfügig. Gegenüber Bild 5.2. ergeben sich lediglich eine geringe Erniedrigung der Frequenz und eine geringere Steilheit der abfallenden Sägezahnflanke.)
Legt man kurz vor Zündeinsatz der Glimmlampe eine zusätzliche Spannung an Rs mit negativem Pol am oberen Ende von Rs), so addiert sich diese Spannung zu der an Gl auftretenden Augenblicksspannung des Kondensators C. In diesem Moment wird die Zündspannung überschritten und die Zündung vorzeitig ausgelöst. Es ist daher möglich, den Kippgenerator mit negativen Impulsen am Anschluß Usync zu synchronisieren. Die Frequenz des Kippgenerators wird dabei so bemessen, daß sie im unsynchronisierten Zustand geringfügig zu tief ist. Durch die Synchronimpulse Usync erhöht sich die Frequenz dann auf den Sollwert.
Die Impulsfrequenz bei Usync kann auch ein Mehrfaches der Frequenz des freilaufenden Kippgenerators sein. Beträgt sie beispielsweise das Doppelte, so löst nur jeder zweite Impuls die Zündung aus, da sich zum Zeitpunkt des Eintreffens des vorhergehenden Impulses C noch nicht weit genug aufgeladen hat, um zusammen mit der Synchronspannung die Zündspannung zu erreichen. Das gilt allerdings nur unter der Voraussetzung, daß die Spannung Usync nicht größer ist, als die sichere Zündung erfordert. Im allgemeinen genügt für Usync eine Impulsamplitude von wenigen Volt. Als Faustformel kann angesetzt werden, daß die Amplitude von Usync nicht größer sein darf als n · (Uz — Ul), wobei n das Teilerverhältnis der Stufe darstellt. Die Kippstufe arbeitet dann als Frequenzteiler. Überschreitet die Synchronspannung diesen Höchstwert, so springt die Kippfrequenz auf das nächstkleinere Teilerverhältnis über oder wird instabil. Um einen präzisen Zündeinsatz und damit sichere Synchronisation zu erreichen, muß der Synchronimpuls zeitlich kurz sein (Nadelimpuls oder schmales Rechteck).

Nach diesem Prinzip arbeitet die Frequenzteilerschaltung des 1-s-Impulsgebers für die elektronische Demonstrationsuhr (Bild 5.1.).
Ein kleiner Netztransformator stellt über den Netzgleichrichter D 1 die Betriebsspannung für die drei Glimmlampen Gl 1 ... 3 bereit. Eine weitere Wicklung mit 12 V~ (bei Verwendung eines Standard-Netztransformators zwei in Serie geschaltete Heizwicklungen) liefert die Hilfsspannung für den Relais-Schalttransistor T 1. Als Glimmlampen eignen sich beliebige kleine Typen mit Zündspannungen um 90 bis 110 V, u. a. auch schon die billigen kleinen Prüfstift-Stabglimmlampen. Sie sind lichtgeschützt zu montieren, da starker Lichteinfall die Zündspannung verändert. Die erste Teilerstufe mit Gl 1, R 3 und C 4 — den frequenzbestimmenden Organen — arbeitet auf 10 Hz. Sie wird mit R 3 so abgeglichen, daß sie unsynchronisiert (C 3 abtrennen) auf 9,5 Hz läuft. Diese Stufe synchronisiert man im Verhältnis 1 : 5 mit einem aus der Netzfrequenz gewonnenen 50-Hz-Impuls, den man an R 2 (entspricht Rs in Bild 5.3.) einkoppelt. Über R 1 und die mit —14 V vorgespannten Begrenzerdioden D 3 und D 4 wird die Netz-Sinusschwingung zunächst in einen ausreichend flankensteilen Rechteckimpuls umgewandelt, der sich anschließend über C 3 und R 2 zu einem Nadelimpuls differenziert. Da D 4 auf Massepotential liegt, treten an R 2 vorwiegend negative Nadelimpulse auf, wie es entsprechend Bild 5.3. zu fordern ist. Diese Impulse synchronisieren die erste Teilerstufe starr mit der Netzfrequenz auf 10 Hz. Wie sich auch aus Bild 5.2. erkennen läßt, treten an C 4 im Moment der Entladung steile negative Impulse auf. Über den kapazitiven Spannungsteiler C 5/C 6 werden diese auf den zur Synchronisation der folgenden Stufe erforderlichen Höchstwert verringert und zur Synchronisation der zweiten, auf 2 Hz arbeitenden Stufe benutzt. Auch hier erfolgt also eine weitere Frequenzteilung 1 : 5. Die zeitbestimmenden Glieder der zweiten Teilerstufe mit Gl 2 sind R 4 und C 7, wobei R 4 auf eine Frequenz der freilaufenden Stufe (C 5 abgetrennt) von 1,9 Hz abgeglichen wird. An Stelle des Einkopplungswiderstands Rs (Bild 5.3.) ist in diesem Fall

eine Diode D 5 vorhanden. Für die negativen Synchronimpulse liegt D 5 in Sperrichtung, so daß diese voll an Gl 2 wirksam werden und die vorhergehende Stufe nicht zusätzlich belastet wird. Während der Aufladung von C 4 arbeitet D 5 in Durchlaßrichtung, wodurch die positive Sägezahnflanke der 10-Hz-Stufe an Gl 2 nicht zur Wirkung kommt. Für die 10-Hz-Stufe bedeutet das lediglich, daß sich der Wert von C 5 zu C 4 addiert. Das Ergebnis geht mit in den Abgleich von R 3 ein.
Die zweite Teilerstufe mit Gl 2 arbeitet ebenso wie die vorhergehende. Ebenfalls wird der Synchronimpuls für die dritte Stufe (1 Hz) über einen kapazitiven Spannungsteiler C 8/C 9 abgenommen und in die dritte Stufe über D 6 eingekoppelt. Die 1-Hz-Stufe arbeitet mit dem Teilerverhältnis 1 : 2, die man mit R 5 bei abgetrenntem C 8 auf 0,95 Hz mit der Stoppuhr abgleicht. Der frequenzbestimmende Kondensator ist C 10. Für die zeitbestimmenden Kondensatoren C 4, C 7 und C 10, insbesondere für den letzteren, sind hochwertige MP- oder Lackfilmkondensatoren mit bester Isolation zu verwenden, wenn die Stufen stabil arbeiten sollen.
Gl 3 arbeitet mit 1 Hz — das heißt, C 10 wird in jeder Sekunde einmal entladen. Sein Entladestromstoß stellt deshalb den gewünschten Sekundenimpuls dar. Aus diesem Grund erfolgt die Entladung über R 6 und die Basis von T 1 (die Impulsflanke bei Entladung ist negativ, wie auch Bild 5.2. zeigt). Für die Aufladeperiode würde die Basis-Emitterstrecke von T 1 sperren, für diese Impulsperiode liegt D 7 in Durchlaßrichtung. R 6 hat mehrere Aufgaben. Einmal verhindert er einen unzulässig starken Stromstoß über die Basis von T 1, zum anderen verlängert er die negative Impulsflanke (Entladedauer von C 10) so weit, daß das Relais Rel genügend lange über T 1 angeschaltet bleibt, um trotz seiner mechanischen Trägheit zuverlässig zu ziehen. Je nach Relaiseigenschaften und Stromverstärkungsfaktor β des Transistors kann R 6 daher im Wert etwas geändert, insbesondere erhöht werden. Der Abgleich von R 5 darf erst nach endgültigem Bemessen von R 6 erfolgen. Die Diode D 8 bedämpft die Abschalt-Spannungsspitzen der Relaiswicklung, die anderen-

falls die Kollektorsperrschicht des Transistors beschädigen würden. Relais Rel zieht nunmehr in jeder Sekunde einmal kurz an. Über seinen Relaiskontakt betätigt es den elektromagnetischen Fortschaltmechanismus beispielsweise einer elektrischen Nebenstellenuhr oder einer anderen mechanischen Zeitanzeige bzw. auch einer Zählvorrichtung. Im einfachsten Fall kann Rel ein kleines Post-Gesprächszählwerk als Sekundenzähler schalten, das mit aus der an C 2 stehenden Hilfsspannung gespeist werden kann. Wird eine Zuleitung von Rel nunmehr mit Hilfe eines Schalters oder einer Handtaste unterbrochen, so kann man diese Einrichtung auch als einfachste „elektronische Stoppuhr" für Zeitmessungen verwenden (selbstverständlich immer mit Einschränkungen hinsichtlich der Genauigkeit). Die Genauigkeit kann man aber um etwa eine Größenordnung steigern, wenn man während einer solchen Zeitmessung die Genauigkeit der Netzfrequenz mit dem Zungenfrequenzmesser kontrolliert (die Netzfrequenz ändert gewöhnlich nur allmählich ihren Wert) und die prozentuale Frequenzabweichung im Zählergebnis dieser „Stoppuhr" rechnerisch berücksichtigt.
Für Relais Rel eignet sich jeder Relaistyp mit einem Strombedarf von höchstens 2 mA. Der Transistortyp ist beliebig, das verwendete Exemplar soll jedoch nicht zu geringe Stromverstärkung haben. Diese beiden Forderungen haben folgenden Grund: Für ein Relais mit höherem Anzugsstrom – oder einen Transistor mit geringerem ß-Wert – benötigt man einen höheren Basisstrom zur ausreichenden Durchsteuerung von T 1. Damit wird der Wert von R 6 nach oben hin begrenzt. Des weiteren ergibt kleiner Wert von R 6 schnellere Entladung von C 10 und damit kürzere Anzugszeit für Rel. Da Relais mit höheren Anzugsströmen meist auch mechanisch träger sind als solche mit geringerem Anzugsstrom bzw. kleinerem Anker, ist dann kein sicheres Durchziehen von Rel mehr zu erreichen. Da für die Relaisbetätigung – unabhängig von der Dimensionierung von R 6 – nur eine maximale, der Ladung von C 10 entsprechende Energiemenge zur Verfügung steht, die lediglich proportional mit dem Stromverstärkungsfaktor von T 1 gesteigert werden kann,

ergibt sich im Zusammenhang mit dem β des Transistors eine *obere Grenze für die Relaisdaten. Eine unmittelbare* Einschaltung des Zählwerk- oder des Nebenuhr-Elektromagneten an Stelle von Rel ist deshalb im allgemeinen nicht möglich. Bei der Bemessung von R 6 muß man darauf achten, daß nicht nur Rel, sondern auch der diesem nachgeschaltete Mechanismus ausreichend lange angeschaltet wird. Das ist gegebenenfalls leicht in dessen sekundärem Stromkreis durch entsprechende elektrische Verzögerungsmaßnahmen (z. B. Abfallverzögerung mit Elko o. ä.) zu erreichen.
Die Aufteilung der Teilerverhältnisse in die Schritte 1 : 5, 1 : 5 und 1 : 2 soll nun noch erklärt werden. Die Unsicherheit der Synchronisierung einer Schaltung nach Bild 5.3. nimmt mit dem Teilerverhältnis zu. Je mehr Synchronimpulse auf eine Kipp-Periode des Generators entsprechend Bild 5.3. entfallen, desto dichter liegt der jeweils vorletzte nicht wirksame Synchronimpuls vor dem Zündeinsatzpunkt, desto größer ist also die Gefahr, daß bereits dieser Impuls die Zündung auslöst oder aber auch der folgende, „richtige" Impuls noch wirkungslos bleibt. Die Frequenz der Teilerstufe springt in diesem Fall auf das nächsthöhere oder tiefere Verhältnis um oder schwankt unregelmäßig zwischen diesen. Auch das richtige Bemessen der Synchronimpuls-Amplitude wird mit steigendem Teilerverhältnis immer schwieriger, weil dann bereits geringe Zunahme oder Abnahme der Synchronimpuls-Amplitude — aber auch kleine Schwankungen der Grundfrequenz der Stufe sofort ein Umspringen auf ein anderes Teilerverhältnis bewirkt. Praktisch lassen sich mit dieser Schaltung Teilerverhältnisse bis 1 : 5, höchstens aber 1 : 6, noch ausreichend stabil betreiben. Trotzdem empfiehlt sich schon dabei — falls das Gerät nicht nur als Demonstrationsgerät mit geringstem Aufwand betrieben werden soll — eine Stabilisierung der Betriebsspannung. *Außerdem eignet sich bei* hohen Genauigkeitsanforderungen auch nicht jede Glimmlampe. Einige Exemplare ändern nach kurzer Betriebszeit *sporadisch ihre Zündspannung, wodurch sich* Grundfrequenz und bei höherem Teilerverhältnis als etwa 1 : 4 auch dieses ändern. In solchem Fall hilft nur eine Exemplar-Auswahl oder

die Verwendung von kleinen Stabilisator-Glimmröhren (z. B. Typ StR 85/10) an Stelle einfacher Glimmlampen. Für den kommerziellen Einsatz werden derartige Teilerschaltungen nicht mit Glimmlampen, sondern in ganz ähnlicher Schaltungstechnik mit Thyratrons aufgebaut. Auch dabei wird jedoch über ein Teilerverhältnis von 1 : 5 selten hinausgegangen. Diese Zusammenhänge zeigen, daß im vorliegenden Fall bereits mindestens drei Teilerstufen notwendig waren. Für diese Stufenzahl ergibt sich zwangsläufig die Staffelung 1 : 5, 1 : 5, 1 : 2. Dabei wurde das geringste Teilerverhältnis in die Stufe mit der geringsten Frequenz genommen. Das hat folgenden praktischen Grund: Die Frequenzunsicherheit der Grundfrequenz der Stufe steigt mit zunehmender Periodendauer. Einmal sind dann die Möglichkeiten für Fremdeinflüsse zeitlich größer (die Ladekurve an C verläuft im Zeitmaßstab flacher), zum anderen ergibt sich für C und R ein größerer Wert, womit der störende Einfluß von Kriechströmen und Isolationswiderständen (C 10) zunimmt. Die Stufe mit der niedrigsten Grundfrequenz hat daher die größte Frequenzsicherheit. Deshalb wurde ihr zur sicheren Synchronisation das niedrigste Teilerverhältnis zugeordnet.

6. Einfache Analogrechner

Mit Potentiometerschaltungen lassen sich einfache Analogrechenschaltungen verwirklichen. Man benötigt dafür Potentiometer mit linearer Abhängigkeit des eingestellten Widerstandswerts vom Drehwinkel (Potentiometerbezeichnung „lin"), dazu Batterien (z. B. Flachbatterien 4,5 V) und ein Meßwerk als Nullwert-Indikator. Das Meßwerk muß einen in der Mitte der Skala stehenden Zeiger haben, damit eindeutig der Nullwert beim Abgleichvorgang erkannt werden kann. Die Empfindlichkeit soll etwa 100-0-100 μA betragen. Um das Meßwerk beim Abgleich der Schaltung nicht zu überlasten, wird über einen Drucktastenschalter ein Potentiometer (1 kΩ — lin) parallel zum Meßwerk geschaltet. Beim Feinabgleich kann durch den Drucktastenschalter diese Parallelschaltung vom Meßwerk getrennt werden.
Bild 6.1.a zeigt die benutzte Schaltung für die Addition bzw. Subtraktion zweier Zahlen:

$$a + b = c,$$
$$c - b = a.$$

An den beiden linken Potentiometern liegt eine Spannung von je 4,5 V und am rechten Potentiometer eine Spannung von 9 V. Um die Potentiometer nicht zu belasten, erfolgt die

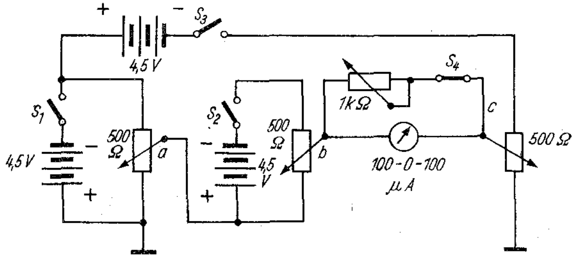


Bild 6.1.a Potentiometerschaltung für Addition und Subtraktion

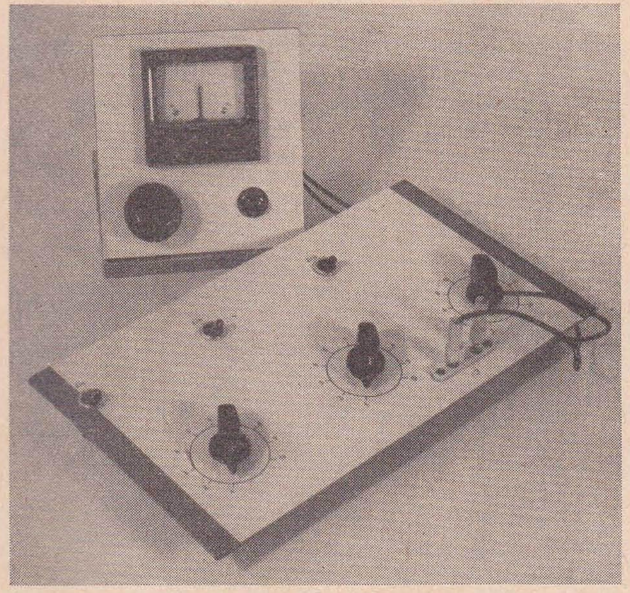


Bild 6.1.b Potentiometerschaltung als Analogrechner für Addition und Subtraktion

Anzeige durch eine Kompensationsschaltung. Mit dem linken Potentiometer wird der Wert a, mit dem mittleren der Wert b eingestellt. Dazu erhalten diese Potentiometer über den ganzen Drehbereich eine lineare Skala von 1 bis 10. Da minimal $1 + 1 = 2$ und maximal $10 + 10 = 20$ ist, wird das rechte Potentiometer für den Wert c von 2 bis 20 geeicht. Da lineare Potentiometer verwendet werden ($500\,\Omega$ – lin), ergeben sich auch lineare Verhältnisse bezüglich der Teilspannung und der Drehwinkel.

Wie aus Bild 6.1.a zu ersehen ist, liegt die Spannung am Potentiometer b noch, so daß sich die eingestellte Teilspannung b zur Teilspannung a addiert. Mit den beiden Teilspannungen a + b erhält man also eine Gesamtspannung, die dem Wert c entspricht. Zur Anzeige des Wertes c wird jetzt das Potentiometer c so lange verstellt, bis der Meßwerkzeiger auf

Null steht. Damit entspricht die Kompensationsspannung der Gesamtspannung. Zur Subtraktion werden c und b eingestellt und Potentiometer a auf den Meßwerk-Nullpunkt eingeregelt. Eine Schaltung zur Multiplikation bzw. Division zweier Zahlen zeigt die Schaltung nach Bild 6.2.:

$$a \cdot b = c,$$

$$c : b = a.$$

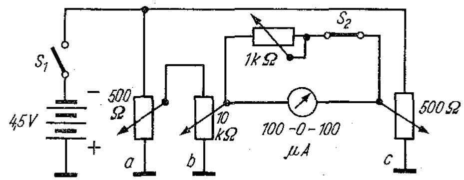


Bild 6.2. Potentiometerschaltung für Multiplikation und Division

Damit das mittlere Potentiometer das linke Potentiometer nicht zu stark belastet, es wird am Schleifer angeschlossen und liegt damit parallel, muß es einen etwa 20— bis 30mal größeren Widerstandswert aufweisen. Die Potentiometer a und b erhalten Skalen von 0 bis 10, das Potentiometer c eine von 0 bis 100. Bei der Multiplikation wird der größere Faktor immer mit dem Potentiometer a eingestellt, damit eine genügend große Spannung für das Potentiometer b zur Verfügung steht. Aus diesem Grund sollte man auch nur 2/3 des Drehbereichs der Potentiometer für die Skalen ausnutzen. Für die Division stehen zwei Möglichkeiten offen:

$$c : b = a \quad \text{und}$$

$$c : a = b.$$

Vielseitig kann die Meßbrückenschaltung nach Wheatstone als einfacher Analogrechner benutzt werden. Die Prinzipschaltung gibt Bild 6.3. wieder. Der Brückenstrom durch das Meßwerk wird Null, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

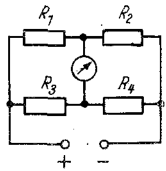


Bild 6.3.
Grundschaltung der Wheatstone-Meßbrücke

Wie die Schaltung zur Addition zweier Zahlen a und b aussieht, zeigt Bild 6.4. Es gilt die Beziehung

$$\frac{x}{a + b} = \frac{c}{c},$$

$$x = a + b.$$

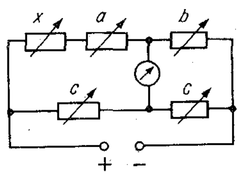


Bild 6.4.
Brückenschaltung zur Addition

Die beiden Potentiometer c regelt man auf gleiche Werte (z. B. Vollausschlag) ein. Dann werden die beiden Summanden a und b eingestellt. Mit dem Potentiometer x wird die Brücke auf Null abgeglichen. Der ermittelte Wert von x entspricht der Summe a + b.

In Bild 6.5. ist die Schaltung für die Subtraktion zweier Zahlen a und b dargestellt. Man erhält die Beziehung

$$\frac{x + a}{b} = \frac{c}{c},$$

$$x = b - a.$$

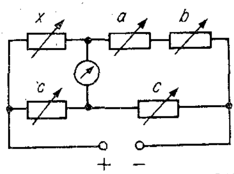


Bild 6.5.
Brückenschaltung zur Subtraktion

Die Einstellung und der Abgleich der Brückenschaltung entsprechen denen bei der Addition.
Zur Multiplikation zweier Zahlen a und b benutzt man die Schaltung nach Bild 6.6. Für die Werte der Brückenschaltung erhält man für den Nullabgleich die Beziehung

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{k}, \quad x \cdot k = a \cdot b;$$

für k = 1 ist

$$x = a \cdot b.$$

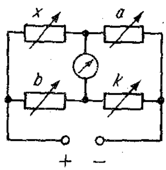


Bild 6.6.
Brückenschaltung zur Multiplikation

Multipliziert man a = 3 mit b = 2, so wird das Potentiometer k auf den Wert 1 eingestellt, da 3 · 2 = 6 ist. Will man größere Faktoren multiplizieren, dann regelt man k auf den Wert 10 ein. So ist a = 8 und b = 7 als Produkt nicht 5,6, sondern 56. Für die Division zweier Zahlen a und b ergibt sich eine andere Reihenfolge beim Abgleich (siehe Bild 6.7.). Es gilt die Beziehung

$$\frac{x}{k} = \frac{a}{b};$$

für k = 1 ist

$$x = \frac{a}{b}.$$

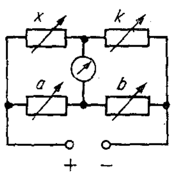


Bild 6.7.
Brückenschaltung zur Division

Je nach den Erfordernissen kann das Potentiometer k auf den Wert 1 oder 10 eingestellt werden.
Auch die Quadratwurzeln einzelner Zahlen kann man mit dieser Brückenschaltung bestimmen. Bild 6.8. zeigt die Schaltung. Für den Nullabgleich erhält man die Beziehung

$$\frac{x}{k} = \frac{a}{x}, \quad \frac{x^2}{k} = a;$$

für k = 1 wird

$$x = \sqrt{a}.$$

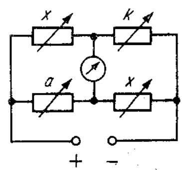


Bild 6.8. Brückenschaltung zur Wurzelberechnung

Je nach dem eingestellten Wert von k kann man Wurzeln bis 10 oder bis 100 lösen. Eine Schwierigkeit dieser Schaltung besteht darin, daß man für die beiden x-Potentiometer eine Tandem-Ausführung benötigt.
Eine komplette Brückenschaltung für die beschriebenen Grundrechenarten zeigt Bild 6.9.a. Die einzelnen Rechenarten werden

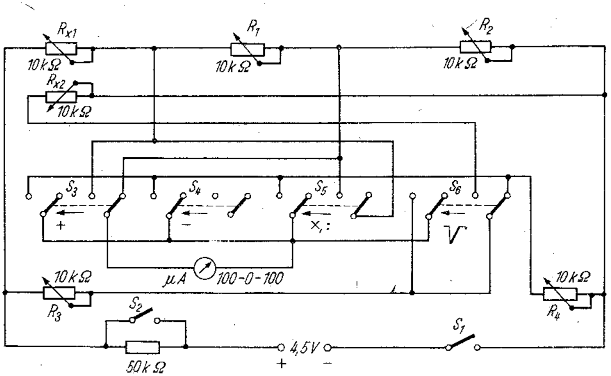


Bild 6.9.a Brückenschaltung nach Wheatstone als einfacher Analogrechner für die Grundrechenarten

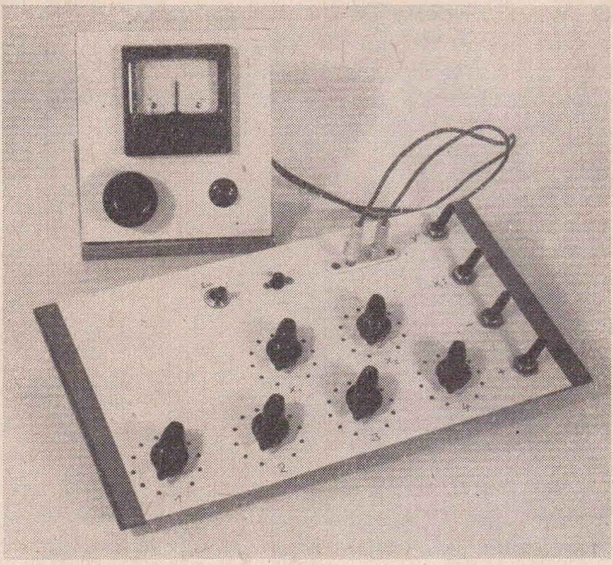


Bild 6.9.b Einfacher Analogrechner

durch zweipolige Umschalter eingestellt. Alle Potentiometer sind lineare Ausführungen (10 kΩ — lin). Mit dem Ein/Ausschalter S_2 kann die Brückenschaltung unempfindlich gemacht werden, damit beim Vorabgleich das Meßwerk nicht überlastet wird. Für die Potentiometer R_{x1} und R_{x2} sollte man eine Tandem-Ausführung vorsehen. Da diese schwierig zu erhalten sind und das zweite Potentiometer nur bei der Wurzelrechnung benötigt wird, kann man auch zwei getrennte Potentiometer verwenden. Die Einstellung der Potentiometer und der Nullabgleich wurden bereits bei Bild 6.4. bis Bild 6.8. erklärt.

Zusammenstellung von Spezialbegriffen mit Erläuterungen

Analogrechner	Rechenmaschine, die mit kontinuierlichen Signalen arbeitet.
Boolesche Algebra	Algebra der Logik, die mathematische Gesetzmäßigkeiten in die Logik eingeführt hat. Später zur Schaltalgebra ausgebaut.
Digitalrechner	Rechenmaschine, die mit diskreten Signalen arbeitet.
Disjunktion	Logische Addition, eine der drei Grundoperationen in der Booleschen Algebra.
dual (binär)	Im Gegensatz zum gebräuchlichen Dezimalsystem mit zehn verschiedenen Ziffern verwendet das Dualsystem nur zwei verschiedene Ziffern.
Entropie	Maß der Unbestimmtheit in der Informationstheorie.
Informationstheorie	Mathematische Theorie der Nachrichtenübertragung, die sich statistischer Methoden bedient.
Konjunktion	Logische Multiplikation, neben Disjunktion und Negation eine der drei Grundoperationen der Booleschen Algebra.
Kybernetik	Theorie der dynamischen selbstregulierenden und selbstorganisierenden Systeme (Kybernetik bedeutet soviel wie Steuermannskunst).
lb x bzw. ld x	Logarithmus zur Basis 2 (dualer oder binärer Log.).

Literaturverzeichnis

Bär/Gottschalk/Hantke: „Steuern und Regeln in der Elektrotechnik", VEB Verlag Technik, Berlin 1961

Rowenski: „Maschine und Gedanke", Passat-Bücherei, Urania Verlag, 1962

Raulien: „Kybernetik im Militärwesen", Deutscher Militärverlag, Berlin 1963

Poletajew: „Kybernetik", VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1962

Kämmerer: „Ziffernrechenautomaten", Akademie-Verlag, Berlin 1960

Tukatschinski: „Maschinen als Mathematiker", Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1960

Archangelski/Saizew: „Automatische Ziffernrechenmaschinen", VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1960

Jaglom/Jaglom: „Wahrscheinlichkeit und Information", VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1960

Friedländer/Zeitlin: „Elektronische Rechenmaschinen" (russisch), Moskau 1961