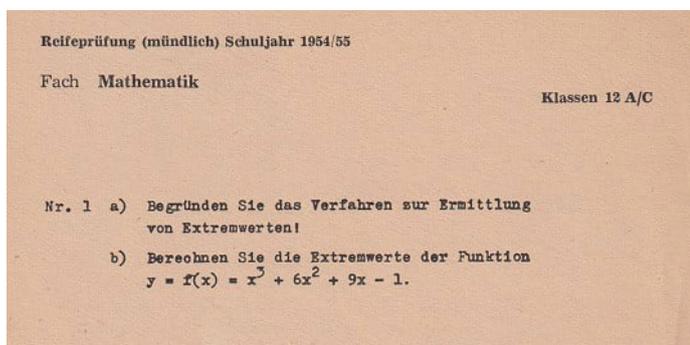


Aufgabensammlung

Mündliche Aufgaben der schriftlichen Reifeprüfung Mathematik 1954/55 der Abiturstufe der DDR

Abituraufgaben der mündlichen Prüfung des Jahrgangs 1954/55



Beispiel-Aufgabenblatt

Ausbildungszweig A/C - sprachlich

Nr. 1

- a) Begründen Sie das Verfahren zur Ermittlung von Extremwerten!
- b) Berechnen Sie die Extremwerte der Funktion $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x - 1$.

Nr. 2

- a) Welche Möglichkeiten bietet die Differentialrechnung zur näherungsweisen Ermittlung des Funktionsbildes?
- b) Ermitteln Sie das Bild der Funktion $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

Nr. 4

- a) Erläutern Sie die Begriffe "konkave" und "konvexe" Kurve, "Wendepunkt" und "Wendetangente"! Geben Sie die Bedingungen für das Vorhandensein von Wendepunkten einer Kurve an!
- b) Bestimmen Sie die Koordinaten der Wendepunkte der Funktion $y = f(x) = x^4 - 2x^3$.

Nr. 5

- a) Wie findet man die Richtung einer Kurve in einem Punkt?
- b) Unter welchen Winkeln schneidet die Parabel $y = \frac{x^2}{2} - 2$ die x-Achse?

Nr. 6

- a) Leiten Sie die Quotientenregel der Differentialrechnung aus der Produktregel her!
- b) Berechnen Sie den Differentialquotienten der Funktion $y = \frac{\sqrt{x^3}}{1-x}$.

Nr. 7

a) Sprechen Sie über das bestimmte und das unbestimmte Integral, und geben Sie eine geometrische Deutung des bestimmten Integrals an!

b) Berechnen Sie $\int_0^3 [(1+x)^2 + (1-x)^2] dx$.

Nr. 8

a) Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen Differential- und Integralrechnung, und zeigen Sie, welchen Nutzen man daraus beim Integrieren ziehen kann!

b) Bestimmen Sie $\int \frac{1+x^4}{x^2} dx$, und machen Sie die Probe.

Nr. 9

a) Begründen Sie ein Verfahren zur Berechnung des Rauminhaltes von Rotationskörpern mit Hilfe der Integralrechnung!

b) Berechnen Sie den Rauminhalt des Körpers, der durch Rotation der Kurve $y = -\sqrt{1-x^2}$ um die x-Achse entsteht!

Nr. 10

a) Die Kurve $y = f(x)$, die x-Achse und die beiden Geraden $x = a$ und $x = b$ begrenzen eine Fläche, Nennen Sie ein Verfahren, diese Fläche mit Hilfe der Integralrechnung zu bestimmen, und begründen Sie es!

b) Berechnen Sie die Fläche, die von der Kurve $y = 5 + 4x - x^2$ und der x-Achse begrenzt wird!

Nr. 11

a) Nennen Sie Formen der Geradengleichung, und entwickeln Sie eine von ihnen!

b) Durch den Punkt $P_1(3; 5)$ ist eine Gerade gelegt; die mit der positiven x-Richtung den Winkel $\alpha = 16,7^\circ$ bildet. Stellen Sie die Gleichung dieser Geraden auf, und bestimmen Sie ihren Schnittpunkt mit der y-Achse.

Nr. 12

a) Geben Sie eine Methode zur Berechnung des Schnittwinkels zweier Geraden an, und sprechen Sie über die Bedingungen für Parallelität und Orthogonalität zweier Geraden!

b) Welche Gleichungen haben die Geraden, die durch den Punkt $P_1(5; 2)$ gehen und parallel bzw. senkrecht zu der Geraden $4x - 2y + 3 = 0$ liegen?

Nr. 13

- a) Diskutieren Sie die Lage von Kreisen und Geraden zueinander, und entwickeln Sie die Gleichung der Tangente an einen Kreis in Mittelpunktslage!
- b) Welchen Winkel bildet die Tangente an den Kreis $x^2 + y^2 = 25$ in dem Berührungspunkt $T(4; 3)$ mit der x-Achse? Wo schneidet sie die x-Achse?

Nr. 14

- a) Definieren Sie die Ellipse, geben Sie ihre Mittelpunktsleichung an, und erläutern Sie ein Verfahren der punktwisen Konstruktion!
- b) Untersuchen Sie die Lage der Geraden $x + 2y = 8$ zu der Ellipse $3x^2 + 4y^2 = 48$.

Nr. 15

- a) Erläutern Sie die Grundbegriffe der Fehlerrechnung!
- b) Berechnen Sie Mittelwert, absoluten und relativen Fehler für folgende Messwerte des Durchmessers einer Kugel: $d = 5,02$ mm; $5,01$ mm; $4,99$ mm; $5,02$ mm

Nr. 16

- a) Sprechen Sie über den Fehler eines Rechenergebnisses.
- b) Ein Körper hat das Volumen $V = 67,5 \text{ cm}^3 \pm 0,2 \text{ cm}$ und die Wichte $\gamma = 8,9 \text{ p/cm}^3 \pm 0,1 \text{ p/cm}^2$. Berechnen Sie den relativen Fehler des Gewichtes!

Nr. 17

- a) Das rechtwinklige sphärische Dreieck: Definition und Berechnung.
- b) Berechnen Sie die Kathete a eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks aus den Winkeln: $\alpha = 60^\circ$ und $\beta = 45^\circ$.

Nr. 18

- a) Das allgemeine sphärische Dreieck: Definition und Berechnung.
- b) Berechnen Sie den Winkel des gleichseitigen sphärischen Dreiecks mit der Seite $a = 60^\circ$.

Nr. 19

- a) Sprechen Sie über die geographischen Koordinaten, die Begriffe "Orthodrome" und "Loxodrome" und ihre Bedeutung für die Navigation.
- b) Die kürzeste Entfernung von Peking ($\varphi_1 = 39,9^\circ\text{N}$; $\lambda_1 = 116,5^\circ\text{O}$) und Moskau ($\varphi_2 = 55,8^\circ\text{N}$; $\lambda_2 = 37,6^\circ\text{O}$) beträgt $e = 52,2^\circ$. Mit welchem Kurs muss ein Flugzeug Peking zum Flug nach Moskau verlassen?

Nr. 20

- a) Sprechen Sie über die Gaußsche Zahlenebene und über Darstellungsmöglichkeiten komplexer Zahlen!
- b) Berechnen Sie $(1 + i)^2 + (1 - i)^2$.

Ausbildungszweig B - naturwissenschaftlich**Nr. 1**

- a) Sprechen Sie über die Definition des Extremums, und erläutern Sie die Bedingungen für das Vorliegen eines Extremums!
- b) Bestimmen Sie unter allen Rechtecken mit dem Flächeninhalt 1 dm^2 dasjenige, das die kürzeste Diagonale hat!

Nr. 2

- a) Definieren Sie die Begriffe "Differenzenquotient" und "Differentialquotient", und erläutern Sie ihre geometrische Bedeutung!
- b) Unter welchem Winkel schneidet die Kurve $y = f(x) = \frac{2}{1-x}$ die y-Achse?

Nr. 3

- a) Definieren Sie die Begriffe "konvexe" und "konkave" Kurve und "Wendepunkt"! Begründen Sie die Bedingungen für das Vorliegen einer Wendestelle!
- b) Berechnen Sie die Wendepunktsabszisse der Kurve $y = f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{2}{x}$ die y-Achse?

Nr. 4

- a) Erläutern Sie den Begriff "Umkehrfunktion"! Welche Beziehung besteht zwischen dem Differentialquotienten einer Funktion und dem ihrer Umkehrfunktion?
- b) Bestätigen Sie die angegebene Beziehung zwischen einer Funktion und ihrer Umkehrfunktion an dem Beispiel $y = f(x) = \frac{1}{1-x}$.

Nr. 5

- a) Die Kurve $y = f(x)$, die x-Achse und die beiden Geraden $x = a$ und $x = b$ begrenzen eine Fläche. Nennen Sie ein Verfahren, diese Fläche mit Hilfe der Integralrechnung zu berechnen, und begründen Sie es!
- b) Berechnen Sie das Flächenstück, das von der Kurve $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$ und der Geraden $y = \frac{x}{2}$ begrenzt wird!

Nr. 6

a) Erläutern Sie die Berechnung von Rauminhalten von Rotationskörpern!

b) Die x-Achse schneidet von der Parabel $y = \frac{x^2}{4} - 1$ ein Segment ab. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers um die x-Achse.

Nr. 7

a) Lösen Sie das Integral $\int \frac{(1 + \sqrt{x})^2}{\sqrt{x^3}}$.

Nr. 8

a) Entwickeln Sie eine Formel für den Schnittwinkel zweier Geraden, und leiten Sie die Bedingungen für Parallelität und Orthogonalität her!

b) Die Geraden $x = -2$, $y = \frac{1}{2}x + 1$ und $y = -x + 4$ bilden ein Dreieck. Berechnen Sie die Dreieckswinkel.

Nr. 9

a) Entwickeln Sie die Gleichung der Tangente des Kreises in Mittelpunkts- und in allgemeiner Lage!

b) Ein Kreis hat die Gleichung $x^2 + y^2 = 10$ und eine Gerade die Gleichung $3x + y = 0$. Bestimmen Sie die Gleichungen der Tangenten des Kreises, die zu der Geraden parallel laufen!

Nr. 10

a) Sprechen Sie über die Schnitte einer Ebene mit einem geraden Kreiskegel!

b) Konstruieren Sie punktweise die Ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Nr. 11

a) Leiten Sie aus der Ortsdefinition die Gleichung der Parabel her!

b) Konstruieren Sie punktweise die Parabel $y^2 = 8x$.

Nr. 12

a) Erläutern Sie die Grundbegriffe der Fehlerrechnung!

b) Für die Brennweite einer Linse wurden folgende Werte gefunden: $f = 10,04$ cm; 10,13 cm; 10,09 cm; 10,05 cm; 10,01 cm. Stellen Sie Mittelwert, absoluten und relativen Fehler fest!

Nr. 13

- a) Wie bestimmt man den Einfluss von Messfehlern auf das Ergebnis einer Rechnung?
- b) Um den Widerstand eines elektrischen Geräts zu bestimmen, misst man den aufgenommenen Strom I und die angelegte Spannung U . Damit berechnet man den Widerstand nach dem Ohmschen Gesetz. Welchen Wert erhält man aus $I = 1,20 \text{ A} \pm 0,015 \text{ A}$ und $U = 3,60 \text{ V} \pm 0,018 \text{ V}$?

Nr. 14

- a) Erläutern Sie die Begriffe "Unendliche Reihe", "Konvergenz" und "Divergenz", und geben Sie Konvergenzkriterien an!
- b) Führen Sie eine Konvergenzuntersuchung durch für die Potenzreihe
- $$\frac{x}{2} + \frac{2x^2}{3} + \frac{3x^3}{4} + \frac{4x^4}{5} + \dots$$

Nr. 15

- a) Sprechen Sie über die Taylorsche Formel und ihre Anwendungen!
- b) Entwickeln Sie mit Hilfe der Taylorformel eine Approximation erster Ordnung für die Funktion $y = f(x) = x^3$ an der Stelle $x_0 = 1$. Bestimmen Sie damit einen Näherungswert für $1,01^3$.

Nr. 16

- a) Sprechen Sie über Näherungsverfahren zur Auflösung von Gleichungen!
- b) Bestimmen Sie einen Näherungswert für $\sqrt[4]{15}$, indem Sie auf die Gleichung $x^4 - 15 = 0$ das Tangentennäherungsverfahren anwenden!

Nr. 17

- a) Leiten Sie an der rechtwinkligen körperlichen Ecke die Formel $\cos c = \cos a \cdot \cos b$ her!
- b) Berechnen Sie in dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck mit der Hypotenuse $c = 45^\circ$ und dem Winkel $\beta = 135^\circ$ die Kathete b .

Nr. 18

- a) Leiten Sie den Sinussatz für das allgemeine sphärische Dreieck her!
- b) Berechnen Sie aus $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 135^\circ$ und $a = 45^\circ$ die Seite b des sphärischen Dreiecks.