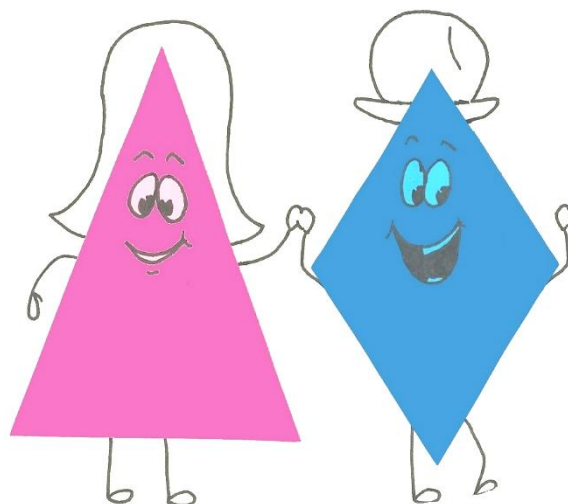


Mathe macht Spaß - ist doch LOGO

**Knobelaufgaben mit der Post für alle Grundschüler,
die Freude an Mathematik haben.**



Mit Frau Dreieck und Herrn Raute rechnen und knobeln!

Beachte bitte folgende Hinweise: Für eine vollständige Lösung genügt es nicht, nur das Ergebnis anzugeben. Schreibe einen Antwortsatz, führe wenn möglich eine Probe und erkläre wie du die Lösung gefunden hast oder zeichne zur Begründung deine Lösung. Auf der Rückseite sind einige Hinweise für die Lösungsdarstellung angegeben.

Du kannst auch einsenden, wenn du nicht alle Aufgaben gelöst hast.

Schicke deine Lösungen bis spätestens ... (Datum des Poststempels) an folgende Adresse:

MATHE LOGO
c/o Dr. Norman Bitterlich
Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Du darfst auch eher einsenden! Wenn du sogar schon bis ... einsendest, schicken wir dir weitere Aufgaben zu.

Nach Einsendeschluss erhältst du eine Teilnahmeurkunde für diese Runde und die Aufgaben der nächsten Runde.

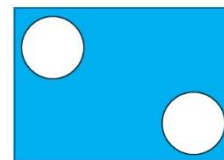
Bitte vergiss nicht, auf deiner Einsendung deinen Vor- und Familiennamen sowie den Namen und den Ort deiner Schule anzugeben!

Viel Spaß beim Rechnen und Tüfteln wünscht dir das LOGO-Team.

Teil A: Im Fussball-Fieber

Familie Geometrie – das sind Frau Dreieck, Herr Raute, Kreisa und Quadrato – verfolgten im Sommer die Spiele der Europameisterschaft im Fußball mit Interesse, denn auch Quadrato und Kreisa spielen in Mannschaften eines Fußball-Vereins.

Aufgabe 1. Quadrato bereitete sich auf ein Turnier vor und übt Torwandschießen. Wenn er den Fußball durch das Loch rechts unten schoss, erhielt er einen Punkt. Traf er dagegen das Loch links oben, erhielt er drei Punkte. Wenn er daneben schoss, gab es keinen Punkt. Jeden Tag schoss er dreimal und zählte die Trefferpunkte zusammen.



Am Montag schaffte er nur wenige Punkte. Am Dienstag waren es schon 4 Punkte mehr als am Vortag. Mittwoch war sein erfolgreichster Tag. Am Donnerstag gelangen ihm noch einmal halb so viele Trefferpunkte wie am Dienstag. Quadrato freute sich, dass er in der Summe der vier Tage mehr als 15 Trefferpunkte erreichte. Außerdem stellte er fest, dass diese Summe ein Vielfaches von 4 ist.

Kannst du ermitteln, wie viele Punkte Quadrato insgesamt an diesen vier Tagen schaffte? Begründe dein Ergebnis und zeige, dass bei diesen Aussagen nur dieses Ergebnis möglich ist!

Aufgabe 2. Im Fußball-Verein trainieren 3 Mannschaften (wir nennen sie A, B und C). Damit sie im Turnier gegeneinander gut zu unterscheiden sind, hat der Verein Trikots in den Farben weiß und blau sowie Hosen in den Farben rot und blau.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat Mannschaft A (in der auch Quadrato spielt), Trikots und Hosen auszuwählen? Schreibe das Ergebnis in einer Tabelle auf!
- b) Wie viele Möglichkeiten bleiben für die Mannschaften B und C für ihre Auswahl übrig, wenn sich Mannschaft A für weiße Trikots und schwarze Hosen entschieden hat?

Aufgabe 3. Am Turnier nahmen die 3 Jungen-Mannschaften teil. Jede Mannschaft spielte genau einmal gegen jede andere Mannschaft: A gegen B, A gegen C und B gegen C. Die Spielergebnisse wurden in eine Tabelle eingetragen: Für einen Sieg gab es 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt und für ein verlorenes Spiel wurde kein Punkt eingetragen. Die Mannschaft A erreichte in der Tabelle die meisten Punkte und gewann das Turnier.

- a) Wie sah die Tabelle nach dem Turnier aus, wenn Mannschaft B Zweiter wurde und keines der 3 Spiele Unentschieden endete?
- b) Wie viele Tore hat Mannschaft A in seinen 2 Spielen höchstens geschossen, wenn in den 3 Spielen insgesamt 7 Tore fielen? Und wie viele Tore hat Mannschaft A in seinen 2 Spielen mindestens geschossen?

Aufgabe 4. Am Rande des Turniers durfte Familie Geometrie sich im Torwandschießen messen, wobei die Regeln aus Aufgabe 1 galten. Jeder schoss dreimal. Vorab spekulierten sie über die Punktzahlen, die sie erreichen könnten.

Quadrato prahlte: „Ich werde gewinnen.“

Frau Dreieck meinte: „Ich schaffe bestimmt nur 3 Punkte“.

Herr Raute frohlockte: „Ich war früher gut im Torwandschießen – ich erreiche mindestens halb so viele Punkte wie Quadrato und Frau Dreieck zusammen.“

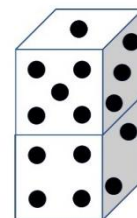
Schließlich sagte Kreisa: „Ich war schon einmal besser als Herr Raute – das wird mir heute wieder gelingen.“

Ermittle die Anzahl der Trefferpunkte, die jeder der Familie Geometrie erreichte, wenn bekannt ist, dass alle 4 Aussagen richtig waren und kein Schuss ohne Punkte blieb!

Teil B: Würfelspiele

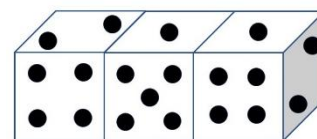
Kreisa und Quadrato spielen gern mit Spielwürfeln, auf deren sechs Würfelseiten wie gewöhnlich 1 bis 6 Punkte zu sehen sind. Hast du auch schon bemerkt, dass die Summe der Punkte auf den gegenüberliegenden Würfelseiten immer 7 ergibt?

Aufgabe 1a. Quadrato hat auf dem Tisch einen Würfel-Turm gebaut, also zwei Würfel wie in der Abbildung übereinandergelegt. Wie viele Punkte sieht er insgesamt auf allen sichtbaren Würfelseiten, wenn er um den Tisch herumläuft?



(Die Punkte auf der Seite unten und auf den sich berührenden Seiten beider Würfel sieht er natürlich nicht!)

Aufgabe 1b. Kreisa hat auf dem Tisch eine Würfel-Schlange aus drei Würfeln gelegt, also drei Würfel wie in der Abbildung nebeneinandergelegt. Wie viele Punkte könnte sie jetzt insgesamt auf allen sichtbaren Würfelseiten sehen, wenn sie um den Tisch herumläuft?



(Die Punkte auf den Seiten unten und auf den sich berührenden Seiten der Würfel sieht sie natürlich nicht!)

Aufgabe 2. Quadrato hat erneut einen Würfel-Turm aus zwei Würfeln gebaut. Kreisa hat daneben eine Turm-Schlange aus zwei Türmen gelegt. Erstaunt stellen sie fest, dass auf dem Turm insgesamt genauso viele Punkte zu sehen sind wie insgesamt auf der Schlange. Wie viele Punkte könnten sie sowohl auf dem Turm als auch auf der Schlange sehen? Finde alle Möglichkeiten!

Aufgabe 3a. Quadrato hat einen Würfel-Turm aus einigen Würfeln gebaut. Er behauptet, insgesamt 45 Punkte auf allen sichtbaren Seitenflächen zu sehen. Wenn seine Aussage stimmt – wie viele Würfel hat er übereinandergelegt und welche Punktzahl ist oben zu sehen?

Aufgabe 3b. Kreisa hat eine Würfel-Schlange aus einigen Würfeln gelegt. Sie behauptet, insgesamt 50 Punkte auf allen sichtbaren Seitenflächen zu sehen. Wenn ihre Aussage stimmt – wie viele Würfel hat sie nebeneinandergelegt? Ist es möglich, dass für insgesamt 50 Punkten unterschiedlich viele Würfel gelegt werden können? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 3c. Quadrato hat nun einen neuen Würfel-Turm aus einigen Würfeln gebaut. Er behauptet, diesmal ebenfalls insgesamt 50 Punkte auf allen sichtbaren Seitenflächen zu sehen. Kreisa widerspricht: „Das kann nicht sein!“ Hat Kreisa recht? Begründe deine Antwort.

Teil A: Winter-Spaß

Es ist kalt geworden. Bald wird der erste Schnee fallen. Kreisa und Quadrato freuen sich schon darauf. Sie erinnern sich, wie sie im vergangenen Winter Schneemänner bauten.

Aufgabe 1. Kreisa baute damals viele Schneemänner, jeweils aus drei Kugeln. Dafür rollte sie im Januar 3 Kugeln mehr als im Dezember und im Februar halb so viele Kugeln wie im Dezember. Quadrato staunte und meinte: „Da hast du bestimmt über 50 Kugeln gerollt“. Doch Kreisa erwiderte: „Nein, es waren nicht über 50. Hätte ich aber Kugeln für einen Schneemann mehr gerollt, wären es über 50 Kugeln gewesen“.

Wie viele Schneemänner hatte Kreisa im vergangenen Winter gebaut? Erkläre, wie du dein Ergebnis gefunden hast!

Kreisa und Quadrato formten 6 verschieden große Kugeln mit 35 cm, 40 cm, 45 cm, 50 cm, 55 cm und 60 cm Durchmesser. Sie bauten daraus Schneemänner aus jeweils 3 Kugeln. Dabei achteten sie darauf, dass auf jede Kugel keine Kugel mit größerem Durchmesser gesetzt wurde.

Aufgabe 2a. Wie viele verschieden große Schneemänner ließen sich unter diesen Bedingungen aus den 6 Kugeln bauen? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 2b. Wenn ein Schneemann komplett war, bauten sie aus den verbleibenden 3 Kugeln einen zweiten Schneemann. Quadrato fragte sich, ob dabei zwei gleichgroße Schneemänner entstehen könnten. Kannst du ihm diese Frage beantworten? Erkläre, wie du deine Lösung gefunden hast!

Aufgabe 3. Einen dieser Schneemänner aus Aufgabe 2 ließen Kreisa und Quadrato stehen. Herr Raute fragte, wie groß dieser Schneemann geworden sei. Sie antworteten:

- (1) Kreisa sagte: „Der Schneemann ist kleiner als 135 cm.“
- (2) Quadrato ergänzte: „Wir haben nicht die kleinste Kugel verwendet.“
- (3) Kreisa wusste noch: „Die Höhe des Schneemanns (angegeben in Zentimeter) ist kein Vielfaches von 10.“
- (4) Schließlich meinte Quadrato: „Der Schneemann aus den anderen drei nicht verwendeten Kugeln ist um mehr als 20 cm größer als unser Schneemann.“

Herr Raute wunderte sich über diese Aussagen: „Eine dieser Antworten ist falsch“. Was ist Herrn Raute aufgefallen? Welche Aussage muss falsch sein? Kann Herr Raute die Größe des Schneemanns aus den Aussagen ermitteln, wenn die anderen drei Aussagen alle wahr sind? Ermittle auch du die Größe und erkläre, wie du dein Ergebnis gefunden hast!

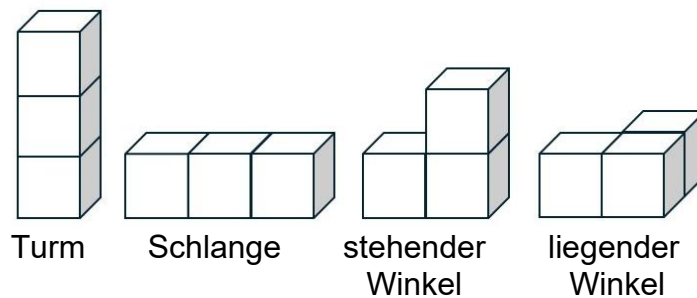
Aufgabe 4. Ein anderes Mal hatten Kreisa und Quadrato 6 gleichgroße Kugeln gerollt. Herr Raute hatte beobachtet, dass Kreisa für eine Kugel 5 Minuten benötigte und es bei Quadrato für jede Kugel 7 Minuten dauerte. Natürlich formte jeder seine begonnene Kugel allein bis zur geplanten Größe.

Frau Dreieck hatte angekündigt, dass sie um 12:00 Uhr zum Mittagessen rufen wird. Wann mussten Kreisa und Quadrato spätestens mit dem Kugelrollen beginnen, damit sie pünktlich fertig wurden?

Teil B: Würfel-Figuren

Kreisa und Quadrato spielen wieder mit Spielwürfeln, auf deren sechs Würfelseiten wie gewöhnlich 1 bis 6 Punkte zu sehen sind. Dabei beträgt die Summe der Punkte auf den gegenüberliegenden Würfelseiten immer 7.

Quadrato stellt drei Würfel zu Figuren zusammen. Er findet vier verschiedene Möglichkeiten, bei denen sich die Würfel stets an den Würfelseiten vollständig berühren:



Aufgabe 1a. Gib an, wie viele Seitenflächen bei jeder dieser vier Figuren zu sehen sind!

Aufgabe 1b. Gib für jede dieser vier Würfel-Figuren an, wie groß die Punktschme auf den sichtbaren Würfelseiten maximal werden kann. Erkläre, wie du für die maximale Punktschme die Würfel anordnen musst!

Aufgabe 1c. Gib für jede dieser vier Würfel-Figuren an, wie groß die Punktschme auf den sichtbaren Würfelseiten mindestens sein muss. Erkläre, wie du für die kleinste Punktschme die Würfel anordnen musst!

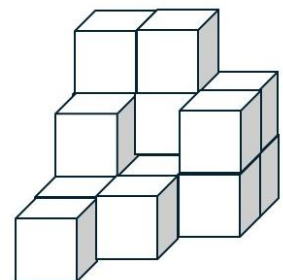
(Die Punkte auf den Seiten unten und auf den sich berührenden Seiten der Würfel sind natürlich nicht zu sehen.)

Aufgabe 2. Kreisa gestaltet Würfel-Figuren aus 4 Würfeln. Den Würfel-Turm und die Würfel-Schlange kennst du schon. Finde vier weitere Würfel-Figuren und achte darauf, dass sie sich untereinander in der Anzahl der sichtbaren Würfelseiten unterscheiden. Beschreibe, welche Würfel-Figuren du gefunden hast und gib jeweils die Anzahl der sichtbaren Würfelseiten an.

Quadrato hat nun mehrere weiße Würfel verbaut, ohne auf die Punkte zu achten. Er freut sich über die abgebildete Figur.

Aufgabe 3a. Wie viele Würfel hat Quadrato verbaut? Begründe dein Ergebnis!

Aufgabe 3b. Wie viele Würfelflächen sieht Quadrato, wenn er um den Tisch herum läuft und auch von oben auf die Figur schaut?



Aufgabe 3c. Quadrato kam auf die Idee, alle sichtbaren Würfelseiten rot anzumalen. Als die Farbe getrocknet war, nahm er seine Figur auseinander und betrachtete jeden einzelnen Würfel auf allen seiner 6 Seiten.

- Wie viele dieser einzelnen Würfel sind auf allen Würfelseiten weiß?
- Wie viele dieser einzelnen Würfel haben 1 rote und 5 weiße Würfelseiten?
- Wie viele dieser einzelnen Würfel haben 2 rote und 4 weiße Würfelseiten?
- Kann es einzelne Würfel geben, die auf allen Würfelseiten rot sind?

Teil A: Fahrrad-Ausflug

Familie Geometrie – das sind Frau Dreieck, Herr Raute, Kreisa und Quadrato – wollen auch dieses Frühjahr wieder einen Fahrradausflug unternehmen.

Aufgabe 1. Bei ihren Vorbereitungen erinnern sie sich an die Fahrt im vergangenen Jahr.

- Quadrato sagt: „Das waren damals insgesamt 23 km Fahrtstrecke“.
- Kreisa meint: „Es waren viel mehr, nämlich 32 km.“
- Schließlich behauptet Frau Dreieck: „Ich erinnere mich, dass wir 29 km gefahren sind.“

Herr Raute lacht: „Da irrt ihr euch. Im Vergleich zu der tatsächlichen Strecke ist eine Antwort um 2 km daneben, eine Antwort um 4 km daneben und eine Antwort sogar um 5 km daneben“

Kannst du aus diesen Antworten ermitteln, wie viele Kilometer die Familie letztes Jahr geradelt ist? Gib den Wert an und beschreibe, wie du ihn gefunden hast.

Aufgabe 2. Vor Beginn des neuen Ausfluges beraten sie, in welcher Reihenfolge sie hintereinander fahren wollen.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge der vier Radfahrenden?
- b) Wie viele Möglichkeiten sind es, wenn Frau Dreieck nicht vorn fahren will?
- c) Wie viele Möglichkeiten sind es, wenn zusätzlich Quadrato und Kreisa stets direkt hintereinander fahren wollen?

Aufgabe 3. Nach der ersten Rast fragt Quadrato, wie viele Kilometer sie denn noch fahren müssen, um wieder zu Hause anzukommen. Herr Raute antwortet: „Bis zur nächsten Rast sind es noch einmal so viele Kilometer, wie wir schon zurückgelegt haben. Danach fahren wir zum Museum, das 6 km von dort entfernt ist. Nach dem Museumsbesuch müssen wir nur noch halb so viele Kilometer radeln, wie wir bis zu unserem ersten Rastplatz gefahren sind.“ Frau Dreieck ergänzt: „Du weißt doch, dass unser Ausflug insgesamt 31 km lang sein wird.“

Mit diesen Angaben konnte sich Quadrato seine Frage beantworten – du auch? Gib an, wie viele Kilometer die Familie nach der ersten Rast bis nach Hause noch fahren muss. Begründe dein Ergebnis.

Aufgabe 4. An Quadratos Fahrrad ist ein Kilometerzähler, auf dem die zurückgelegten Kilometer mit drei Ziffern angezeigt werden. Er führt zu Hause ein Rad-Tagebuch: Er schreibt nach jeder längeren Strecke den Kilometerstand vor Beginn und nach Ende einer Fahrt auf. Diesmal stellt er fest, dass der Kilometerstand vor Beginn vorwärts und rückwärts gelesen den gleichen Wert ergibt und der Kilometerstand nach Ende der Fahrt (also nach 31 km) aus lauter gleichen Ziffern besteht.

Finde alle Möglichkeiten, wie der aktuelle Kilometerstand nach diesem Ausflug sein könnte.

Hinweis: Du kannst zum Beispiel die Zahl 585 oder die Zahl 2442 vorwärts und rückwärts lesen. Eine Zahl mit dieser Eigenschaft heißt *Palindrom*.

Teil B: Schlangen und Rahmen aus Würfeln

Quadrato legt Würfel auf ein viereckiges Feld mit Kästchen. Jedes Kästchen ist so groß, dass darauf genau ein Würfel passt. Seinen ersten Würfel legt er in die untere linke Ecke. Den nächsten Würfel legt er so, dass er mindestens einen bereits liegenden Würfel an einer Seitenfläche vollständig berührt. Keine Würfel dürfen übereinander gestellt werden. Hat er alle Würfel gelegt, nummeriert er sie. Er nennt seine Figur *Würfel-Schlange*, wenn er die Nummern in aufsteigender Reihenfolge erreichen kann, ohne einen Würfel mehrfach zu berühren.

Beispiel: Quadrato hat ein 4x4-Feld mit insgesamt 16 Kästchen und 5 Würfel. Die Abbildung 1 zeigt keine Würfel-Schlange, denn um alle Nummern nacheinander zu erreichen, muss die Zahl 3 zweimal durchlaufen werden. Abbildung 2 ist eine Würfel-Schlange. Quadrato hätte die Würfel aber auch so wie in Abbildung 3 nummerieren können.

4			
3	5		
2			
1			

Abbildung 1

3	4		
2	5		
1			

Abbildung 2

5	4		
2	3		
1			

Abbildung 3

Aufgabe 1a. Quadrato hat ein 4x4-Feld und vier Würfel. Markiere auf diesem Feld alle Kästchen, auf denen der Würfel mit der Nummer 4 einer Würfel-Schlange liegen könnte.

Aufgabe 1b. Quadrato zeichnet sich nun ein 5x5-Feld und nimmt 7 Würfel. Er möchte eine Würfel-Schlange legen, so dass der Würfel mit der Nummer 7 mit einer Seitenfläche am Würfel mit der Nummer 1 anliegt. Probiere es auch – was stellst du fest? Beschreibe deine Beobachtung.

Aufgabe 1c. Nun nimmt Quadrato ein 6x6-Feld. Wie lang muss seine Würfel-Schlange mindestens sein, damit der Würfel mit der höchsten Nummer auf dem Kästchen rechts oben liegt?

Aufgabe 1d. Kreisa meint zum 6x6-Feld: „Die längste Würfel-Schlange, deren Würfel mit der höchsten Nummer auf dem Kästchen rechts oben liegt, berührt alle 36 Kästchen, ist also 36 Würfel lang.“ Hat Kreisa recht? Begründe deine Antwort und gib ein Beispiel für die längste Würfel-Schlange dieser Art an.

Aufgabe 2a. Kreisa nennt eine Würfel-Schlange *Würfel-Rahmen*, wenn der Würfel mit der höchsten Nummer am Würfel mit der Nummer 1 an einer Seite anliegt. Sie fordert Quadrato auf, einen Würfel-Rahmen zu legen, so dass 3 Kästchen in dessen Mitte frei bleiben (umrahmt werden). Wie viele Würfel benötigt Quadrato, um die Aufgabe zu lösen. Zeichne eine mögliche Lösung.

Aufgabe 2b. Quadrato möchte Würfel-Rahmen legen, die 12 Kästchen umrahmen. Er vermutet, dass es verschiedene Rahmen gibt. Finde alle Möglichkeiten und gib jeweils an, wie viele Würfel für jede Möglichkeit benötigt werden.

Aufgabe 2c. Quadrato möchte mit 13 Würfeln möglichst viele Kästchen umrahmen. Es gelingt ihm nicht. Erkläre, warum diese Aufgabe nicht lösbar ist.

Aufgabe 3. Kreisa hat viele Würfel-Rahmen gelegt, mit denen eine Anzahl Kästchen umrahmt wurden. Sie vermutet, dass immer mehr Würfel für den Würfel-Rahmen benötigt werden, als Kästchen umrahmt werden können. Hat Kreisa recht? Begründe deine Antwort.