

Mathematik alpha

Software, Aufgaben, Bücher, Hefte

Adventskalender Lösungen

Adventskalender 2013

Lösung zum 1.12.

Die Spielidee wird auch unter dem Namen „Vexed-Puzzle“ in verschiedenen Programmen angeboten.

Die Schwierigkeit besteht nur darin, die ungeradzahlig vielen Pakete so zu platzieren, dass sie teleportiert werden. Hier ist eine mögliche Zugfolge:
Martok aus der 1.Spalte zweimal nach rechts, Tranx aus der 4.Spalte nach links, Narses hat seine Geschenke, jaenicke aus der 6.Spalte nach links, Tranx aus der 6.Spalte zweimal links, Martok aus der 6.Spalte dreimal links, Horst_H 1.Spalte 2mal links, usw...

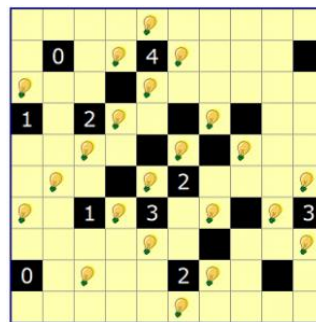
Lösung zum 2.12.

Das Spiel heißt „Akari“.

Man sollte zuerst alle 4 Felder um die „4“ füllen.
Die zwei Einzelfelder bei „2“ und „3“ füllen. Bei dieser „3“ können nur noch 2 Felder mit Lampen versehen werden, sonst hat die „2“ zu viele. Die restlichen Felder müssen nun noch abgearbeitet werden. Ist eines nicht beleuchtet, dann wird dort eine zusätzliche Lampe hineingesetzt.

Eine mögliche Lösung wäre:

Sieht das Spielfeld etwas anders, so ist es nur gespiegelt oder gedreht.



Lösung zum 3.12.

$$1w + 1h + 1f + 1m + 1z + 1o = 1470$$

$$1w + 1h - 1f - 1m - 1z - 1o = 230$$

$$1w - 1m - 1z - 1o = 0$$

$$1h - 1m - 1z = 0$$

$$3h - 15f + 5z = 0$$

Dieses ist unterbestimmt und liefert die Lösungen

$$w = 425 + 0,5 \cdot e$$

$$h = 425 - 0,5 \cdot e$$

$$f = 195 - 0,5 \cdot e$$

$$m = 95 + 0,7 \cdot e$$

$$z = 330 - 1,2 \cdot e$$

$$o = 1 \cdot e$$

Da m ein Vielfaches von 100 sein soll, kann m nur 100, 200, ... werden. Da alle Anteile durch 10 teilbar sein sollen, muss $10(m-95)$ durch 7 teilbar sein,

andernfalls treten Dezimalbrüche auf.

Dies geht nur für $m = 200, 900, \dots$ Nur für $m = 200$ ergeben sich für die anderen Zutaten stets positive Werte, d.h. die Lösung ist $w = 500$ g Weizenmehl ; $h = 350$ g Honig ; $f = 120$ g Feinzucker ; $m = 200$ g Halbfettmargarine ; $z = 150$ g gewürfeltes Zitronat ; $o = 150$ g gewürfeltes Orangeat.
Außerdem kann man auch jede Unbekannte durch ihr Zehntel ersetzen (durch 10 teilbar). Dann werden die Zahlen etwas kleiner und handlicher.

Lösung zum 4.12.

Bewegt man die Figur nach rechts, sollte die blaue Kugel so fallen, dass das Monster ziemlich weit unten erlegt wird.

Danach können die blauen Kugeln durch das Gitter geschoben werden/fallen und sich in Diamanten verwandeln. Diese sind einfach einzusammeln. Nach dem der Diamant rechts oben geholt wurde, geht es nach links unten zum Ausgang; ohne vom Monster erledigt zu werden.

Lösung zum 5.12.

Das Alter der drei Kinder soll als ganzzahlig angenommen werden. Es gibt 8 verschiedene Möglichkeiten, aus einem Produkt von drei natürlichen Zahlen als Ergebnis 36 zu erhalten. Die folgende Tabelle zeigt diese Produkte zusammen mit der Summe:

$1 \cdot 1 \cdot 36 = 36$; Summe: 38

$1 \cdot 2 \cdot 18 = 36$; Summe: 21

$1 \cdot 3 \cdot 12 = 36$; Summe: 16

$1 \cdot 4 \cdot 9 = 36$; Summe: 14

$1 \cdot 6 \cdot 6 = 36$; Summe: 13

$2 \cdot 2 \cdot 9 = 36$; Summe: 13

$2 \cdot 3 \cdot 6 = 36$; Summe: 11

$3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$; Summe: 10

Nehmen wir zuerst an, der Nikolaus kennt die Hausnummer: Nur wenn die Summe 13 beträgt, reichen die Informationen noch nicht zur Lösung aus; das Ergebnis ist dann noch nicht eindeutig. Da es aber ein ältestes Kind geben soll, kommt nur die folgende Lösung in Frage: 9, 2 und 2

Sollte der Nikolaus die Hausnummer aber nicht kennen, genügt die Aussage über das älteste Kind nicht, da es dann noch 7 Möglichkeiten gibt. Da er nicht weiterfragt, kennt er also die Hausnummer.

Lösung zum 6.12.

Mit den 4-Stangen-Türme von Hanoi wird die notwendige Zuganzahl 25. Bei 3 Säulen wären es $2^7 - 1 = 127$ Züge.

Die Grundidee besteht darin, die 3 oberen Scheiben von A mit Hilfe der 3 anderen Stangen z.B. nach B zu transportieren. Dann bringt man die nächsten 3 Scheiben von A wie beim 3-Säulen-Spiel nach C.

Die letzte Scheibe von A geht nach D. Danach schafft man die 3 Scheiben von C nach D und die 3 von A nach D.

Eine möglich Zugfolge ist:

A nach C, A nach D, A nach B, D nach B, C nach B, A nach C, A nach D, C nach D, A nach C, D nach A, D nach C, A nach C, A nach D, C nach D, C nach A, D nach A, C nach D, A nach C, A nach D, C nach D, B nach A, B nach C, B nach D, C nach D, A nach D

Lösung zum 7.12.

Für das Sudoku müssen die Ausgangszahlen ermittelt werden. Die korrekten Antworten sind:

- A1 : maximale Augenzahl bei einem Spielwürfel = 6
- A3 : Anzahl regelmäßiger Sternpolyeder = 4
- A4 : Anzahl der griechischen Musen = 9
- A5 : Anzahl der Tore Thebens = 7

- A8 : auf tschechisch „jeden“ = 1
- B3 : Anzahl der Symmetrieachsen eines Rechtecks = 2
- B4 : zweite Dezimalstelle der Eulerschen Zahl = 1
- B5 : Anzahl der Himmelsrichtungen = 4
- B8 : Nenner des vollständig gekürzten Bruchs $112 / 144 = 9$
- B9 : Flächeninhalt des Dreiecks mit den Seiten 3, 4 und 5 = 6
- C1 : Anzahl der Weihnachtsmann-Rentiere, ohne Rudolph = 8
- C7 : auf Latein „quattuor“ = 4
- D2 : auf französisch „sept“ = 7
- D4 : vierte Dezimalziffer von Pi = 5
- D5 : Basis der Ternärsystems = 3
- D8 : Periodenlänge des Bruchs $1/7 = 6$
- D9 : $984 : 123 = 8$
- E1 : ggT von 15 und 35 = 5
- E2 : kleinste Kubikzahl größer 1 = 8
- E5 : Höhe in cm von Altenburger Spielkarten = 9
- E8 : Anzahl der Prüfungen für die Goldmarie = 3
- E9 : Anzahl der Adventswochen = 4
- F1 : $4^2 - 3^2 - 2^2 - 1^2 = 2$
- F6 : Anzahl der Zwerge bei Schneewittchen = 7
- G2 : Anzahl amtierender Weihnachtsmänner = 1
- G4 : im Dualsystem $10000 : 100 = 4$
- G6 : Zinsen bei 1,5 % Zinssatz und 200 Grundwert = 3
- G9 : vierte Wurzel von 16 = 2
- H2 : Aschenputtel hatte ??? böse Schwestern = 2
- H3 : Anzahl platonischer Körper = 5
- H6 : Anzahl der Seitenflächen eines Würfels = 6
- H7 : Anzahl der Ankreise eines Dreiecks = 3
- I3 : über sovielen „Brücken musst Du gehen“ = 7
- I4 : Basis des Zahlensystems der Na'vi auf Pandora = 8
- I7 : Zähler von $2/5 - 1/3$, gekürzt = 1
- I9 : Ecken einer Seitenfläche eines Dodekaeders = 5

Danach löst man das Sudoku wie gewohnt. Etwas Hilfe bekommt man auch von dem im Programm eingebauten Hilfeschalte. Die Lösung ist:

6	5	4	9	7	2	8	1	3
7	3	2	1	4	8	5	9	6
8	9	1	3	6	5	4	2	7
1	7	9	5	3	4	2	6	8
5	8	6	2	9	1	7	3	4
2	4	3	6	8	7	9	5	1
9	1	8	4	5	3	6	7	2
4	2	5	7	1	6	3	8	9
3	6	7	8	2	9	1	4	5

Lösung zum 8.12.

Die Kodierungsscheibe gehört zur Alberti-Chiffrierung.

An der äußeren Scheibe sucht man den Code-Buchstaben und liest innen ab, d.h. für das erste C wird ein m.

Für den zweiten Buchstaben muss man aber die äußere Scheibe um ein Feld in Uhrzeigerichtung drehen, so dass aus dem Z ein a wird. Verfährt man so weiter und beachtet, dass innen kein u sondern nur ein v auftritt, ergibt sich als Weisheit *mathematiklehrersindavchnvrmenschen*

Lösung zum 9.12.

Bezeichnet man die Richtungen mit u für hoch (up), d für runter (down), l für links und r für rechts ist die Zugfolge: urdldlulurldruldrdr

Lösung zum 10.12.

Sokoban-Rätsel sind natürlich Klassiker. Für diese Aufgabe ist die Lösung etwas länger.

Dabei bedeutet 0 nach oben, 1 nach rechts, 2 nach unten und 3 nach links:

```
101122212332301121110112333333230
111111112230103333333111112223300
22110003333032123310111210112230
10333333230021111100012221223300
1200012300012333012222333300000
33210122212233012103000001110122
22221233332303012111100032212333
23021011000010033332210301110122
2212223333300022211100001003332
23001111222221233332300000222211
11222300103333230111112222230000
1033311001000033322322221230000
01001112221103223223333000010011
1222221233331110000003332232222
0000100322220003321012200011112
222222210103230103333311110123
22110332301033331111000122232211
03323010333
```

Lösung zum 11.12.

Mit dem Hinweis, dass Delphiana sich für die Geschichte des antiken Roms interessiert, war klar, dass nur das Cäsar-Verfahren vorliegen kann. Allerdings sind die Zeichen nicht im 26buchstabigen Alphabet verschoben, sondern über alle Zeichen im ASCII-Satz und zwar um den Wert 7.

Zur Lösung muss der String markiert und kopiert werden. In einem kleinen Programm verschiebt man jedes Zeichen im ASCII-Code um 7 „abwärts“. Es sollte sich

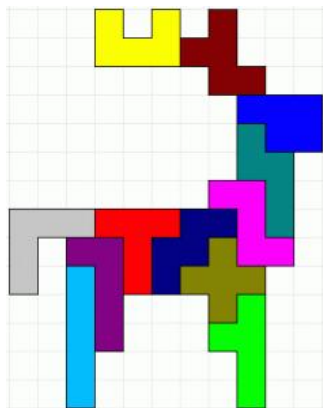
$x = 2; y = 5; z = 0;$ solange $x > 0$ ist, wiederhole {wenn x ungerade dann $z = z + y; y = 2 \cdot y; x = x \text{ div } 2$ } Ausgabe z

ergeben. Der Algorithmus; binäres Multiplizieren, ägyptische Multiplikation, russische Bauernmultiplikation, usw. genannt; berechnet das Produkt $a \cdot b$, so dass das Ergebnis 10 ist.

Lösung zum 12.12. und 13.12.

Da bei jedem Start eine andere Zahlenpyramide konstruiert wird, gibt es keine eindeutige Lösung.

Auch bei den Farbkreisen kann man keine Lösung angeben.



Lösung vom 14.12.

Eine Zugfolge zum Zusammensetzen von Rudolph kann schlecht angegeben werden.

Lösung vom 15.12.

Das berühmteste Werk über mathematische Spiele, „Cyclopedia of Puzzles“ von Sam Loyd, enthält neben dem Klassiker „Spiel 15“ auch das Puzzle aus der Aufgabe.

Allerdings ist Loyd nicht der Erfinder. Schon 1909 beschrieb L.W.Hardy das Puzzle und ließ es sich patentieren. Er nannte es Dad’s Puzzle. Bis heute

wird das Rätsel immer wieder „neuerfunden“ und vertrieben.

Es ist ziemlich schwierig und eine optimale Lösung ist:

1, 2, 3, 5 zwischen 3 und 4, 1, 9, 8, 6, 7, 4, 5, 1, 9, 8, 6, 7, 4 zwischen 6 und 5,
7, 6, 4, 5, 1, 3, 2, 8, 9, 5 zwischen 4 und 8, 9, 8, 5, 4, 9, 8, 4 zwischen 5 und 2,
3, 2, 4, 5, 3, 2, 5 zwischen 4 und 1, 2, 3, 9, 8, 1, 5, 4, 2, 3, 9, 8, 1, 5 zwischen
1 und 4, 7, 6, 1.

Lösung vom 16.12.

Für die einzelnen Varianten von

Dreiecken ergibt sich:

Abbildung 1: Es gibt 20

aneinanderstoßende Dreiecke, an
den Spitzen 10 und im Inneren des
Fünfecks weitere 10

Abbildung 2: Je 1 Paar anstoßender

Dreiecke von 1. gibt ein neues Dreiecke, insgesamt 10

Abbildung 3: 10 aneinanderstoßende Dreiecke

Abbildung 4: Insgesamt 10 Dreiecke, die sich teilweise überlappen

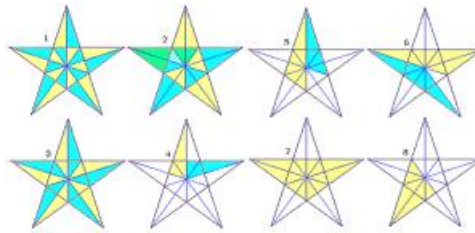
Abbildung 5: Von jeder eingezeichneten Art existieren genau 10 Dreiecke

Abbildung 6: Von der gelb eingezeichneten Dreiecksart gibt es 10, von der
anderen 5

Abbildung 7: 5 Dreiecke

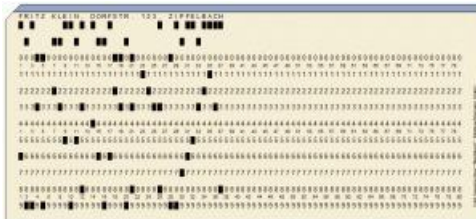
Abbildung 8: 10 derartige Dreiecke

In der Summe existieren somit in der Ausgangsfigur genau 100 verschiedene
Dreiecke.



Lösung vom 17.12.

Für das Löchersetzen und -füllen muss man x-mal auf die Lochkarte klicken. Die
endgültige Lösung ist



Auf den Lochkarten wurden die
Ziffern 0 bis 9 durch ein Loch an der
Stelle 0 bis 9 markiert. Für die
Buchstaben galt, je nach
Rechnersystem:

A ... I : Loch bei A und 1 bis 9

J ... R : Loch bei B und 1 bis 9

S ... Z : Loch bei 0 und 2 bis 9

Dabei ist die Zeile A die oberste, die Zeile B die zweite. Für die Sonderzeichen
gab es spezielle Codes.

Lösung vom 18.12.

Abgebildet ist eine Halbadder-Schaltung bei der das Signal der oberen Lampe
zusätzlich negiert wurde. Damit ergibt sich als Lösung von oben nach unten
0 0 , 1 1 , 1 1, 1 0

In der Realität wird bei einem Halbadder der obere Ausgang natürlich nicht
negiert, es sollte aber ein kleines bisschen schwieriger werden.

Lösung vom 19.12.

Die einzelnen Zahlen ergeben sich zwingend logisch.

In der ersten Aufgabe ist das Ergebnis natürlich 0. Bei der Addition von 2
zweistelligen Zahlen kann der evtl. entstehende Hunderter nur 1 sein. Dann folgt
in der 7. Zeile, dass der Zehner des Ergebnisses eine 2 sein muss, usw.
usw. Insgesamt erhält man die Lösungen der Gleichungen

Lösung vom 20.12.

Die Hausnummern sind von oben nach unten in Arabisch, Hindi, Tamil,
Farsi/Arabisch und Maya geschrieben.

Zusätzlich mit den Erklärungen sind die gesuchten Zahlen damit: 127, 42, 276, 80 und 137.

Lösung vom 21.12.

Dieses Kryptogramm kann man schrittweise lösen.

In der Darstellung (bei Euch können andere Symbole erscheinen, da sie permutieren) können Mond und Herz keine 1 sein, da dann in der 1. Zeile das Produkt auf eines der beiden Symbole enden würde.

Der Mond kann auch nicht 2 oder 3 sein, da die Summe der 2. Spalte dann nicht möglich ist. Nehmen wir an Mond = 4.

Dann ist das Kreuz (Division 2. Zeile) 1 oder 6. 1 ist nicht möglich (Division 3. Spalte), d.h. Kreuz = 6.

In der 2. Spalte wird Herz = 2 und Dreieck = 8. In der untersten Zeile wird für den Kreis = 7. Zuletzt ergibt sich Gesicht = 1 und Pfeil = 3.

Damit ist eine Lösung gefunden. Alle anderen Ansätze Mond > 4 führen zu Widersprüchen.

Begnügt man sich mit den ersten beiden waagerechten Aufgaben
 $(10 \cdot a + b) \cdot (10 \cdot b + c) - 100 \cdot d - 10 \cdot e - f = 0$

$$(100 \cdot g + 10 \cdot c + c) - e \cdot (10 \cdot b + c) = 0$$

so ergibt Brute Force mit der möglichen Lösungsmenge $\{0; 1; \dots; 9\}$ schon die gesuchte Lösung. Die anderen Gleichungen sind nicht notwendig.

[Lösung vom 22.12.](#)

Das Bild ist ein Stereogramm.

Die Lösung „sieht“ man, wenn man versucht durch das Bild hindurch zu sehen, d.h. man blickt in die Ferne. Den Trick mit dem Schielen oder Überkreuzen der Augen kann ich nicht. Ergebnis: ein Dreirad

[Lösung vom 23.12.](#)

Das nichtlineare Gleichungssystem

$$A - B = C ; A + B = D ; B \cdot E = F ; G - H = I / B$$

kann man schrittweise lösen.

Aus der 1. Gleichung folgt $A > 2$, aus der 2. $A < 8$

Aus der 3. Gleichung folgt, dass weder B noch E = 1 sein können; aus der

4. Gleichung ergibt sich, dass B nur noch 2, 3 oder 4 sein kann; andernfalls müsste I zweistellig sein, was nicht geht.

Fall a) B = 4 erzwingt I = 8. Dann müsste aber E 1 oder 2 sein. Beides führt zum Widerspruch da dann $F = B$ ist oder $F = 8$.

Fall b) B = 2 ergibt $A - 2 = C ; A + 2 = D ; 2E = F ; 2G - 2H = I$

Mit E = 3 wird F = 6. Mit A = 4 $\rightarrow$ C = 2, A = 5 $\rightarrow$ C = 3 ergeben sich

Widersprüche. A müsste 7 sein, d.h. C = 5, D = 9. Damit verblieben für G, H, I nur noch die Wert 1, 4 und 8. Keine mögliche Belegung erfüllt $2G - 2H = I$, d.h. B kann nicht 2 sein.

Damit verbleibt nur der

Fall c) B = 3

$$A - 3 = C ; A + 3 = D ; 3E = F ; G - H = I / 3$$

Wäre F = 9 dann E = 3 (Widerspruch), d.h. F = 6, E = 2, I = 9.

$$A - 3 = C ; A + 3 = D ; G - H = 3$$

Für A verbleibt nur noch 4 mit $C = 1$ und $D = 7$. G ist dann 8 und H = 5.
Insgesamt lautet der Code also 431726859.

Adventskalender 2014

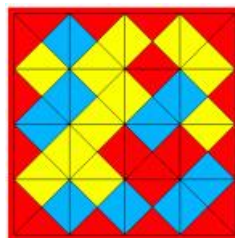
Lösung 1.12.:

Folgende Geschenke müssten verschoben werden:

Eva nach rechts, Melanie oben nach links, Kerstin rechts nach links neben Eva,
Susi oben nach rechts und links zwischen die 2 Kerstin, Susi oben nach links,
Anja nach rechts zur zweiten Anja, Iren zur 2.Iren, Susi zur Susi und Kerstin
bzw. Eva zusammenschieben.

Lösung 2.12.:

Es gibt mehrere Möglichkeiten. Eine davon ist



Lösung 3.12.:

Die 20 blauen Kugeln links oben müssen durch das Gitter fallen und sich in Diamanten verwandeln. Dazu muss man sich einen Weg vorbei an den 2 Monstern suchen. Ansonsten muss man eben „vorsichtig“ zum Ausgang laufen.

Lösung 4.12.:

E kann nicht 2 oder größer sein, da selbst mit Übertrag die 2 fünfstelligen Zahlen THREE kein sechstelliges ELEVEN ergeben. Man kann durch analoge Überlegung erkennen, dass T mindestens 4 sein muss. $T=9$ ist nicht möglich, da $H+H$ eine Zahl mit Einerziffer 1 ergeben soll, d.h. ein Übertrag auftritt.

Damit sind die Möglichkeiten schon eingeschränkt. Mit Brute Force erhält man, je nach Berücksichtigung der Einschränkungen, verschiedene Lösungen.

Mein (wirklich nicht elegantes) Delphi-Programm im Anhang liefert nach Start sofort die eindeutige Lösung:

THREE TWO ONE ELEVEN

84611 803 391 171219

Selbst ohne Test auf die Zehnerstelle von ELEVEN = 1L1V1N erhält man 19

Lösungen, von denen nur die letzte Zeile korrekt ist.

D.h.: $T=8$, $H=4$, $R=6$, $E=1$, $W=0$, $O=3$, $N=9$, $L=7$ und $V=2$

Lösung 6.12.:

Abfolge: Schalter „senkrecht“, danach „hinten“, 3x „rechts“, „waagerecht“, 3x „oben“, einmal „mitte“ (in der Mitte der 3 Schalter) und abschließend 3x „vorn“.

Lösung 7.12.:

Mögliche andere Lösungen entstehen durch Drehung und Spiegelung.

Lösung 8.12.:

In der achten Zeile steht ... 69519**5**15116094...

Die hervorgehobene 5 ist falsch und müsste eine 4 sein. Damit ist die 392.Stelle falsch.

Lösung 9.12.:

Eine mögliche Lösung wäre:

```
222333000333000100030001123
31112211100333312210301330332
221222322211100000022222333
000122000003000112112232222
2330322123301003330012321110
```

```

120000030001121122322222330
32123331100333000001222232111
0100003000112112232222223330
0120000030001121122322222233
0321233100330000013221023222
1110000331122223333000001222
2321133000011112222211000000
1003303322212332322211012000
0030001121122322222233032212
303210003330000012222321110
010003000112112232222223330
012000003000112112232222223
303221230003300000132222211
121100000010033033222321012
222200003000011211223222222
330321230000100030003321012
2212330322223211300001112223
222200001000300001123032221
2330322200011001111223010333
03222123303201100111221110033
3330322232332212321133000001
111222232220033300001220001
11233032111222221122211103323
00000000001033303222333222
1232113300000111122223220333
0000122000111233032011001112
222222212322110323000000000
0103330322232101222222201100
1110332300000103330322232101
222222000003333221232113300
0011112223201000333222321133
0000111000111222221103230000
103330322232101222220000300
01111112332301033303222321012
222

```

mit 0 = hoch, 1 = rechts, 2 = runter, 3 = links.

Lösung 12.12.:

Die Aufgabe entstammt dem Wasan, der „japanischen Mathematik“ während der Edo-Zeit (1603-1867). Eine besondere Form des Wasan ist das Sangaku, d.h. Holztäfelchen, auf denen geometrische Rätsel beschrieben wurden. Diese Tafeln wurden in Tempeln als Dank für eine Shinto-Gottheit ausgehängt.

Zeichnet man in die Darstellung einige Strecken ein, u.a. die Verbindungslinien der Kreismittelpunkte und Senkrechte, so entstehen zwei rechtwinklige Dreiecke. Das untere Dreieck in der Abbildung ermöglicht den Radius der roten Halbkreise zu berechnen.

Sind die Quadratseite = 1 und der rote Kreisradius = a, so wird mit dem Satz des Pythagoras

$$(12+a)^2 = (12)^2 + (1-a)^2$$

Mittels binomischer Formeln; das Quadrat a^2 hebt sich heraus; wird $a = 1/3$.

Das 2. Dreieck ist schwieriger zu finden. Ist R der gesuchte Kreisradius, so wird für die Hypotenuse $R+a = R+1/3$ und für die Katheten $1/2$ sowie $1/3-R$, d.h.

$$(R+1/3)^2 = (1/2)^2 + (1/3-R)^2$$

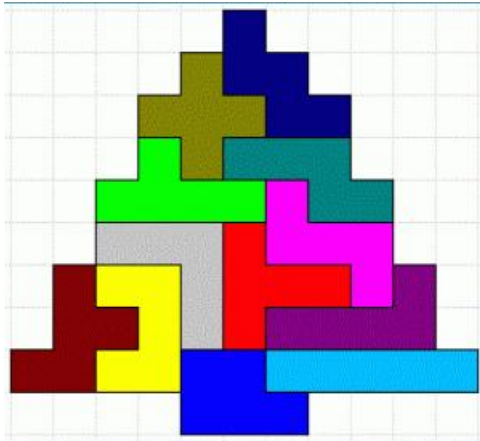
Diese lineare(!) Gleichung hat nur eine Lösung: $R = 3/16$.

Lösung 13.12.:

Der Weihnachtsbaum sollte aus Pentomino-Bausteinen zusammengesetzt werden. Insgesamt gibt es 532 verschiedene Möglichkeiten die Teile entsprechend anzuordnen. Eine Lösung ist in der Abbildung zu sehen.

Lösung 15.12.:

Der kodierte Text ist MTNYAEYISABGI.
Betrachtet man die



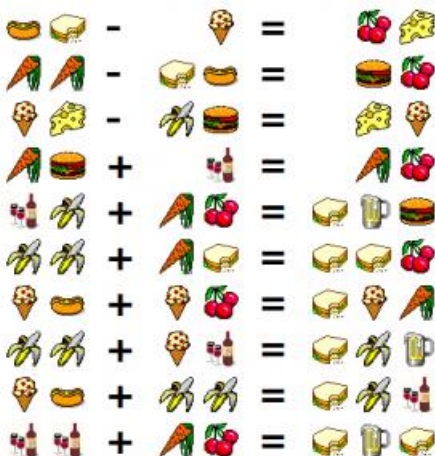
Verschlüsselungsscheibe, so tritt im äußeren Ring kein Y auf, d.h. innen muss der Geheimtext eingestellt werden, außen der Klartext abgelesen werden. Da es den Zurücksetzen-Schalter gibt, muss die angezeigte Lage der Scheiben wichtig sein. Das ist sie auch, denn es ist die Starteinstellung. Damit erhält man für das M innen als ersten Klartextbuchstaben das C außen. Die Innenscheibe dreht man um 1 gegen die Uhrzeigerrichtung 🕒. Und damit erhält man als Lösung

COGITOERGOSVM

Da im klassischen Latein $U=V$ ist, wird also (hier mit Leerzeichen, die nicht eingegeben werden sollten):

COGITO ERGO SUM

d.h. das berühmte Zitat (Ich denke also bin ich ; Je pense donc je suis) vom französischen Mathematiker und Philosophen René Descartes. COGITOERGOSVM ist aber auch richtig.



Lösung 17.12.:

Lösung bezieht sich auf die links abgebildete Aufgabe.

Bei der Addition von 2 zweistelligen Zahlen muss ein dreistelliges Ergebnis mit einer 1 beginnen, d.h. das Sandwich ist eine 1.

Nur das Bierglas und der Hamburger treten nicht als erste Ziffer eines Summanden auf. Aber nur das Bierglas ist ausschließlich in den Ergebnissen zu finden. Es muss die 0 sein, andernfalls würde es sich „verraten“; dass es die Einerstelle als

Summand oder Subtrahend nicht verändert.

Damit ergeben sich u.a. die zwei Aufgaben

$$\begin{array}{l} \text{Banane} + \text{Eistüte} = 10 \\ \text{Eistüte} + \text{Banane} = 10 \end{array}$$

In der ersten Zeile wird der erste

Summand mit einem

Zehner=Banane mit einer anderen

zweistelligen Zahl (Zehner=Eistüte) so addiert, dass auch im Ergebnis wieder eine Banane als Zehner auftritt. Dies ist nur möglich, wenn die Eistüte die 9 ist.

Danach verändern sich alle anderen Aufgaben so, dass durch relativ einfache Addition und Subtraktion die restlichen Ziffern gefunden werden können. Vom oben nach unten ergibt sich:

$81 - 9 = 72$; $55 - 18 = 37$; $92 - 63 = 29$; $53 + 4 = 57$; $46 + 57 = 103$; $66 + 51 = 117$; $98 + 97 = 195$; $66 + 94 = 160$; $98 + 66 = 164$; $44 + 57 = 101$

Lösung 19.12:



Das Kugelrollspiel löst man von „hinten“, d.h. man beginnt beim Ziel und prüft von welchem Ort aus die Kugel sich bewegen könnte. Dann erhält man die Zugfolge mit lurulldldrdrurulurldlr ; d = down, r = right, u = up und l = left oder als Bild (siehe links).

Lösung 20.12.:

Das gesuchte Geschenk vom 20.12. zu ermitteln, erforderte einen QR-Code-Reader.

Dann erhält man die Lösungsbuchstaben

ABDEEEHILLMNNOS

Nun muss man die Buchstaben noch durcheinander würfeln. Gesucht war ...

MODELLEISENBAHN

und das ist wirklich ein schönes Geschenk.

Lösung 21.12.:

Das Märchen, dessen Text am 21.12. vollkommen durcheinander gekommen war, ist „König Drosselbart“.

1) algorithmische Lösung; d.h. der Text wird entschlüsselt

Hier war die Gartenzaunkodierung das Kodierungsverfahren, wie bei der Ankündigung des AGS 2014.

Allerdings gibt es zwei Änderungen.

Erstens ist die Codezahl 5, d.h. es werden 5 Zeilen berücksichtigt, und zweitens wurden dieses Mal alle Zeichen, d.h. auch die Leer- und Sonderzeichen, „verwurschtelt“. Dass alle Zeichen verändert werden, erkennt man auch daran, dass sehr viele Einzelbuchstaben im Codetext auftreten, d.h. die Satzstrukturen nicht mehr vorhanden sind.

2) visuell-kognitiv; Hinsehen, Überlegen und Märchenkennen

Da man ohne die Idee des Kodierungsverfahrens keine Lösung erzielt, gab es noch ein Hintertürchen, die Abbildung. Auf der Abbildung sind eine Prinzessin und drei Herren, Edelmänner natürlich, zu sehen; einer dick wie ein Weinfass, einer zu lang („lang und schwank hat keinen Gang“) und einer ziemlich kurz („kurz und dick hat kein Geschick“). Kennt man sich in Grimms Märchen aus, wird klar, dass es „König Drosselbart“ ist.

Die Abbildung stammt von einem Märchen-Briefmarkensatz. Mit einer Google-Suche findet man das Bild relativ schnell.

Lösung 23.12.:

Die Lösung ist einfach, wenn man Fan von „The hitchiker’s guide to the galaxy“ („Per Anhalter durch die Galaxie“) von Douglas Adams ist.

Im Text steht, dass der Doctor murmelt: „DNA, 42, DNA, 42, ...“

Die 42 ist in diesem Werk „... the ultimative answer to life, the universe, and everything, ...“ („ultimativ letzte Antwort zum Leben, zum Weltall und allen anderen Dingen“). Das ist der wichtigste Hinweis auf das Buch. DNA sind aber die drei Anfangsbuchstaben von Douglas Noël Adams. Und Noël = Weihnachten passt ja hervorragend.

Welches Datum ist nun gesucht?

Die merkwürdigen Schriftzeichen sind die Zahldarstellung von 11031952 in der Kunstsprache Gallifrey, der Sprache des Heimatplaneten des Doctors in der Kultserie „Doctor Who“.

Wenn man gar keine Idee hatte, konnte man zumindest 11xx1xxx erraten, denn bei 8 Zeichen wird die Jahresangabe wohl mit einer 1 losgehen. Damit sind auch die ersten 2 Zeichen eine „1“.

Das Ergebnis ist der Geburtstag von Douglas Noël Adams, d.h. der 11.März 1952. Einzugeben war damit 11031952.

Adventskalender 2015

Lösung 1.12.:

Melanie (oben) nach links, Maria (rechts) 1 nach links, Kerstin (links) zwischen Eva und Maria,

Maria (links) nach rechts, Kerstin (rechts) 1 nach links, Kerstin (links) 1 nach rechts, Eva (links) 1 nach rechts,

Anja (links) links neben Eva, Sophia (links) nach rechts über Kerstin, Sophia (rechts) 2 nach links,

Kerstin (rechts) nach links, Eva (oben) nach links, Anja (rechts) nach links

Lösung 3.12.;

Die Lösung ist OSTERHASE um 18:30.

Das Gerät, mit dem die Nachricht übertragen wurde, soll ein Chappe-Telegraf sein.

Diese optische Telegrafie-Vorrichtung benutzte zur Zeichenübermittlung schwenkbare Signalarms. An einem fünf Meter hohen Mast mit zwei Querbalken war jeweils ein weiterer schwenkbarer Balken am Ende der Querbalken angebracht, der je nach Position unterschiedliche Buchstaben signalisierte.

Die erste reguläre Telegrafienlinie zwischen Paris und Lille wurde 1794 eingerichtet, 22 Stationen auf 270 km. Die Laufzeit für die Übertragung eines einzelnen Buchstabens lag bei nur zwei Minuten. Im Netz findet man u.a. diese Kodiertabelle (allerdings auch abweichende Darstellungen).

A	B	C	D	E	F
G	H	I	K	L	M
N	O	P	Q	R	S
T	U	V	W	X	Y
Z	&	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10

Lösung 5.12.:

Die Lösung ist UN=81 ; HUIT=2864 ; ONZE=3107.

Aus UN + UN + UN + HUIT = ONZE

folgt sofort, dass U mindestens 7, wahrscheinlich eher 8, sein muss. (7 nur, wenn I mindestens 8 ist) Andernfalls gibt es bei der Addition keinen Übertrag, d.h. eine Erhöhung des Tausenders von HUIT. N kann nicht 0 sein, da sich der Einer ändert.

O kann nicht 9 sein, da sonst die 2.Gleichung keine Lösung mehr hat, d.h. O = 2,...,8 und H = 1,...,7.

Fallunterscheidung:

H = 1 und U = 8 ergibt $8N + 8N + 8N + 18IT = 2NZE$, Widerspruch da dann N = 0 oder 1
H = 1 und U = 9 ergibt $9N + 9N + 9N + 19IT = 2NZE$, Widerspruch da dann N = 1 oder 2
H = 2 und U = 8 führt zu $8N + 8N + 8N + 28IT = 3NZE$.
Probieren mit N = 1 wird $81 + 81 + 81 + 28IT = 31ZE$ und $Z + E = 7$. Die Möglichkeiten für E, Z mit 7;0, 3;4 oder 4;3 führen zur Lösung.

Lösung 6.12.:

Eine mögliche Kombination der Schalter ist: 1x senkrecht, 1x hinten, 3x rechts, 3x unten mitte, 2x unten, waagerecht, 3x oben, 1x mitte mitte, 1x vorn

Lösung 8.12.:

Es war das Josephus-Problem. Bei 36 Personen ergibt sich dort die optimale Abzählweite von 13.

Das kann man auch mit Papier und Stift wieder ermitteln. Einfach aufmalen und dann mit einer Abzählweite 2, 3, 4, ... testen.

Es hilft auch eine kleine Routine:

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var i,j,r,personen:integer;
    gefunden:boolean;
begin
    personen:=strtoint(edit1.Text);
    i:=2;
    gefunden:=false;
    repeat
        r:=0;
        for j:=1 to personen do r:=(r + i) mod j;
        if r=0 then gefunden:=true;
        inc(i);
    until gefunden or (i>=personen);
    if gefunden then label1.Caption:=inttostr(i-1)
        else label1.Caption:='kein Optimum';
end;
```

Lösung 9.12.:

Dieses Jahr waren es nur wenige Kisten, die bewegt werden mussten, so dass es nicht ganz so stupide wurde.

Eine mögliche Zugfolge ist: 0=hoch, 1=rechts, 2=runter, 3=links

2222330332221230012100233001110121222333033221030121002330011222
1110003032
333222233012103012103233300101323221111010003322201210022333221
0301210301
210211100033003001222001100303222321012200330300101222321012010
110333032
223210110111223010330333221101033032220033003332110111223303011
01222011223
303203033332210301110111223303011012222

Lösung 11.12.:

Die Kodierung erfolgt über die klassische Jefferson-Walze.

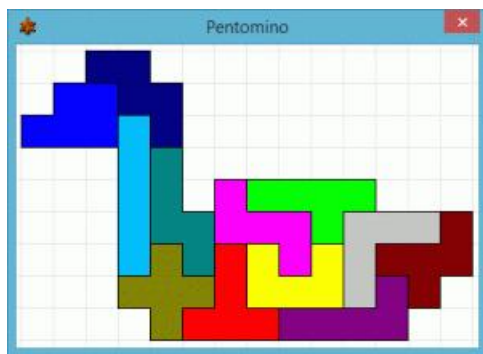
Zum Entschlüsseln musste die Nachricht TTYQVNCALYNYNMXZWU Buchstabe für Buchstabe an den einzelnen Scheiben eingestellt werden. Das geht, in dem man unter oder über einer der Scheiben mit der Maus klickt. Dann „rollt“ die Scheibe einen Buchstaben weiter.

Sind alle Buchstaben des „Geheimtextes“ eingestellt, befindet sich irgendwo auf der Walze der Klartext.

Um diesen zu sehen, klickt man wiederholt auf Walze vorwärts oder rückwärts.
 Die Nachricht ist: ESGIBTKEINENSCHATZ
 Das ist „überraschend“, wo doch jeder weiß, dass John Flint auf Stevensons
 „Schatzinsel“ einen Riesenschatz versteckt hat.

Lösung 12.12.:

Die Gesamtfläche der gelben Mündchen ist die Fläche von 8 Halbkreisen,
 reduziert um die 8 weißen Kreissegmente.
 Die Kreissegmente ergeben sich als Differenz des Umkreisflächeninhalts und des
 Achteckflächeninhalts.
 Entweder löst man alles Schritt für Schritt oder man greift zur Formelsammlung.
 Ist $r = 4$ der Umkreisradius wird:
 Kreisfläche = πr^2
 Achteckfläche = $\sqrt{2} r^2$
 Seite des Achtecks $a = r/\sqrt{2-\sqrt{2}}$
 8 Halbkreisflächen = $\pi r^2 (2-\sqrt{2})$
 8 Mündchen = $\pi r^2 (2-\sqrt{2}) - \pi r^2 + \sqrt{2} r^2$
 Einsetzen ergibt mit $r = 4$ als gesuchte Fläche 24,4341...



Lösung 13.12.:

Lösung 15.12.:

Der kodierte Text ist
 TNQX2VLQTZON.
 Da im inneren Ring keine 2 auftritt,
 muss der Geheimtext außen
 eingestellt werden und der Klartext
 innen abgelesen werden. Da es den
 Zurücksetzen-Schalter gibt, ist die
 angezeigte Lage der Scheiben

wichtig, d.h. sie ist die Starteinstellung. Damit erhält man für das T außen als
 ersten Klartextbuchstaben das E innen.

Vor zwei Jahren musste man die äußere Scheibe für den jeweils nächsten
 Buchstaben um ein Feld in Uhrzeigerrichtung drehen, im Vorjahr entgegen der
 Uhrzeigerrichtung.

Im Text steht: „Dieses Jahr kann er aber sich nicht so richtig entscheiden.“
 Folglich wird einmal in Uhrzeigerrichtung um 1 Feld gedreht und dann wieder
 entgegen, usw. usf. oder entsprechend entgegengesetzt. Von den 2
 Möglichkeiten führt eine zu: EXORIENTELVX
 Da im klassischen Latein $U=V$ ist, kann auch EXORIENTELUX („Aus dem Osten
 kommt das Licht“) eingegeben werden.

Lösung 17.12.:

Bei der Zahlenaufgabe ist das erste Symbol der dreistelligen Zahl logischer
 Weise die 1. Da dort eine einstellige mit einer zweistelligen Zahl addiert wird,
 kann das Ergebnis nicht größer als 109 sein, d.h. das dreistellige Ergebnis muss
 (2 gleich Ziffern) die 100 sein.
 Daraus ergibt sich auch, dass die zweistellige Zahl mit 9 anfängt.
 Im Ergebnis gibt es nun eine Aufgabe: $a + bc = 91$. Dort muss $b = 8$ sein. Die
 restlichen Ziffern folgen dann durch einfache Additionen.

Lösung 19.12.:

Mit der Bezeichnung l=left, d=down, r=right, u=up ist die kürzeste Zugfolge:
 ldruludlrulululdrurdlrdu
 oder als Bild

Lösung 20.12.:

Da er nur waagerecht nach rechts, senkrecht nach oben und diagonal von links

unten nach rechts oben laufen kann, liegt hier ein gerichteter Graph von W nach A vor. Für ein einzelnes Quadrat ABCD mit Diagonale gilt dann:

Ist a die Anzahl der Möglichkeiten nach A zu gelangen, b die nach B und c die nach C, so gibt es genau $d = a+b+c$ Möglichkeiten nach D zu gelangen.

Es ist offensichtlich, dass man von B und C nur auf einem Weg nach D kommt, damit ist die Gesamtzahl $b+c$. Von A kann man auch nur auf eine Art nach D gelangen, nämlich diagonal. Die Wege $A \rightarrow B \rightarrow D$ und $A \rightarrow C \rightarrow D$ sind nicht mehr zu berücksichtigen, da diese schon bei den Möglichkeiten b und c eingerechnet sind. D.h., insgesamt $d = a+b+c$.

Beginnt man nun links unten im Graphen und berechnet für die rechte obere Ecke jedes Quadrates die Summe der dahinführenden Wege (3, bzw. wenn der Eisbär stört 2), so erhält man

Willy kann also auf 152 verschiedenen Wegen zum Weihnachtsmann gelangen, ohne gefressen zu werden.

Die Gesamtzahl der Wege wird durch die Delannoy-Zahlen bestimmt. Die Delannoy-Zahlen werden definiert durch:

$$D(a,b) = D(a-1,b) + D(a,b-1) + D(a-1,b-1)$$

wobei $D(0,0) = 1$ ist. Das ist die von mir oben gegebene Erklärung für das Lösen per Hand.

Diese Zahlen geben die Anzahl der möglichen Wege vom Punkt (0,0) zum Punkt (a,b) an, wenn ausschließlich Schritte (1,0), (0,1) und (1,1) möglich sind.

Für die ersten Delannoy-Zahlen $D(n,n)$ ergibt sich für $n = 0,1,2,3,\dots$

1, 3, 13, 63, 321, 1683, 8989, 48639, 265729, 1462563, 8097453, 45046719, 251595969, 1409933619, 7923848253, 44642381823, 252055236609, 1425834724419, 8079317057869, 45849429914943, 260543813797441, ...

Lösung 23.12.:

Analyse des Rätsels:

1) Damezug oder Königszug

a) Ein Damezug zu a2 bis e2 oder ein Königszug erzwingt Th2 und kein Matt in nur noch 4 Zügen.

b) Ein Damezug f2 bis h2 führt zum Dameverlust.

c) Dd3 Kh2 ergibt kein Matt in nur noch 4 Zügen

d) Dg6+ Kf2 führt zu Matt in nun 5, d.h. insgesamt 6 Zügen

2) Bauernzug

a) Bf4 Th2 Dxh2 ... führt zu Remis

b) Bf4 Th2 Dd3 Kg2 ... ergibt kein Matt in noch 4 Zügen

c) Bf4 Th2 Dg6 Kf2 ... ergibt kein Matt in noch 4 Zügen

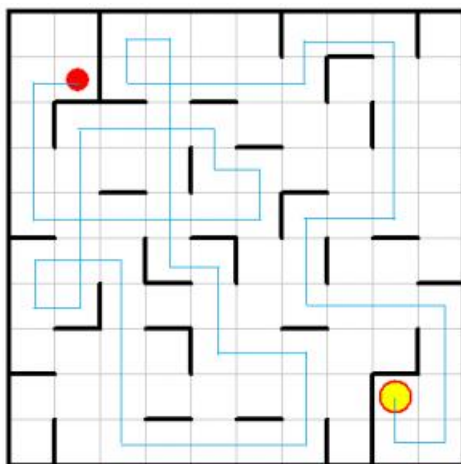
3) Springerzug

Sh3 Kxh3 führt mit Kd4 ... zu Matt in nun noch 5 Zügen

Die einzige noch verbleibende Lösung ist:

Se2+ Kxf3 Sf4 Ke3 De2++

Se2+ Kxf3 Sf4 Kg3 Dg2++



Se2+ Kxf3 Sf4 Kg4 Dg6+ Kf3 Dg2+ Ke3 De2++ , wenn der Nikolaus „gut“ spielt.

Also ist Se2 die richtige Lösung.

Adventskalender 2016

Lösung 1.12.:

Sophia (links) nach rechts, Susi (oben, 6.Reihe) links, Melanie (6.Reihe) links, Sophia (7.Reihe) ganz nach links, Melanie (3.Reihe) 3x rechts, Anja (3.reihe) 2x rechts, Susi (7.Reihe) links, Anja links, Sophia (5.Reihe) rechts, Sophia (4.Reihe) rechts, Sophia (8.Reihe) 2x links

Lösung 3.12.:

A nach C, C nach B, A nach C, C nach B, B nach A, C nach B, A nach C, C nach B, A nach C, C nach B

Es gibt weitere Möglichkeiten, aber mit 10 Zügen ist es das kürzeste Mögliche.

Lösung 5.12.:

HOCUS + POCUS = PRESTO

Ist die Summe zweier 4stelliger Zahlen 5stellig, so ist die 1.Ziffer von PRESTO eine 1, folglich H eine 9, d.h.

9OCUS + 1OCUS = 1RESTO , d.h.

OCUS + OCUS = RESTO

R muss Null sein, da bei einem Übertrag maximal 1 entstehen kann. 1 ist aber schon vergeben.

OCUS + OCUS = ESTO

O muss gerade sein ($2 \cdot S$), d.h. 2, 4, 6 oder 8. 6 und 8 entfallen, da sonst durch den Übertrag $R = 1$ wäre. Damit gibt es zwei Möglichkeiten

1) $2CUS + 2CUS = EST2$ (*)

2) $4CUS + 4CUS = EST4$

Im 1.Fall muss $S = 6$ sein, $S = 1$ entfällt. Im 2.Fall kann $S = 2$ oder 7 sein.

Dafür gibt es wieder zwei Fälle

2A) $4CU2 + 4CU2 = E2T4$; entfällt, da C dann 1 oder 6 sein müsste

2B) $4CU7 + 4CU7 = E7T4$;

$4CU7 + 2CU7 = E7T4$; d.h. $E = 6$

$4CU7 + 2CU7 = 67T4$; und somit $C = 3$ und $U \geq 5$

$43U7 + 23U7 = 67T4$; $U = 6, 7$ geht nicht , also $U = 8$, dann wird $T = 6$

Widerspruch

Folglich gilt der 1.Fall (*)

$2CU6 + 2CU6 = E6T2$

U kann noch sein 3, 4, 5, 7, 8 ; durch den Übertrag entfallen 4 und 5 und da kein neuer Übertrag entstehen darf, entfallen auch 7 und 8

$2C36 + 2C36 = E672$

Damit müssen $C = 8$ und $E = 5$ sein.

HOCUS = 92836

POCUS = 12836

PRESTO = 105672

Lösung 8.12.:

Lösung = 2168

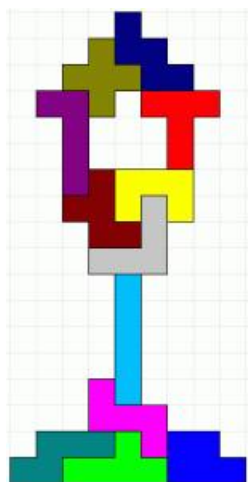
Klar ist, dass das gesuchte Jahr, wie 2016, an einem Freitag beginnen muss.

Ebenso logisch ist, dass es ein Schaltjahr sein muss. Allein mit diesen Regeln ergibt sich 2044. Allerdings widerspricht der Osterhase!

Warum wohl? Ganz einfach, auch Ostern soll am gleichen Tag liegen.

Damit reduziert sich die Aufgabe auf die Suche nach einem Schaltjahr, bei dem am 27.März Ostersonntag ist.

Entweder man nutzt einen der vielen Osterrechner im Netz, oder mein Programm 😊 oder man schreibt schnell ein kleines Programm.



Lösung 11.12.:

Lösung 12.12.:

von A bis E: Gift, Schokolade, Schokolade, Gift, Schokolade.

Lösung 13.12.:

mögliche Zugfolge der Scheiben: A-C, A-D, A-B, D-B, C-B, A-D, A-C, D-C, A-D, C-A, C-D, A-D, B-A, B-C, B-D, C-D, A-D

Lösung 16.12.:

Die äußere Scheibe ist je Buchstabe um 1 in Uhrzeigerrichtung zu drehen. Dann ergibt sich:
FROHEWEIHNACHTEN

Lösung 20.12.:

Der Euro-Betrag des korrekten Wechselgeldes sei euro, der Cent-Betrag cent.

Das Wechselgeld ist also 100 euro + cent. Das vertauschte Wechselgeld ist

demnach euro + 100 cent, alles in Cent gerechnet.

Damit ergibt sich die Gleichung: $\text{euro} + 100 \cdot \text{cent} = 2 \cdot (\text{cent} + 100 \cdot \text{euro}) + 5$

$\text{euro} + 100 \cdot \text{cent} = 2 \cdot (\text{cent} + 100 \cdot \text{euro}) + 5$

$\text{euro} + 100 \cdot \text{cent} = 2 \cdot \text{cent} + 5 + 100 \cdot (2 \cdot \text{euro})$

Euro- (der Summand mit dem Faktor 100) und Cent-Betrag müssen auf beiden Seiten der Gleichung identisch sein, wodurch sich zwei Gleichungen ergeben:

$\text{euro} = 2 \cdot \text{cent} + 5$

$\text{cent} = 2 \cdot \text{euro}$

Einsetzen ergibt $\text{euro} = 4 \cdot \text{euro} + 5$, d.h. $\text{euro} = -5/3$.

Das ist aber ein Widerspruch, da der Euro-Betrag ganzzahlig und größer Null sein muss.

Wo ist der Denkfehler?

Es ist der Übertrag von $2 \cdot \text{cent} + 5$, der auftritt wenn $\text{cent} > 47$ ist. In diesem Fall verändern sich die 2 Gleichungen zu

$\text{euro} = 2 \cdot \text{cent} + 5 - 100$; Übertrag 100 Cent subtrahieren

$\text{cent} = 2 \cdot \text{euro} + 1$; Übertrag 1 € addieren

d.h. $\text{euro} = 2 \cdot \text{cent} - 95$

$\text{cent} = 2 \cdot \text{euro} + 1$

mit der Lösung

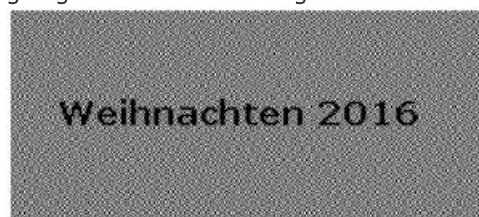
$\text{euro} = 2 \cdot (2 \cdot \text{euro} + 1) - 95$, d.h. $\text{euro} = 31$.

$\text{cent} = 63$ folgt automatisch.

Lösung 22.12.:

Die Aufgabe verwendete eine einfache Form der visuellen Kryptografie.

D.h., die beiden Bilder müssen absolut genau und transparent übereinander gelegt werden. Damit ergibt sich

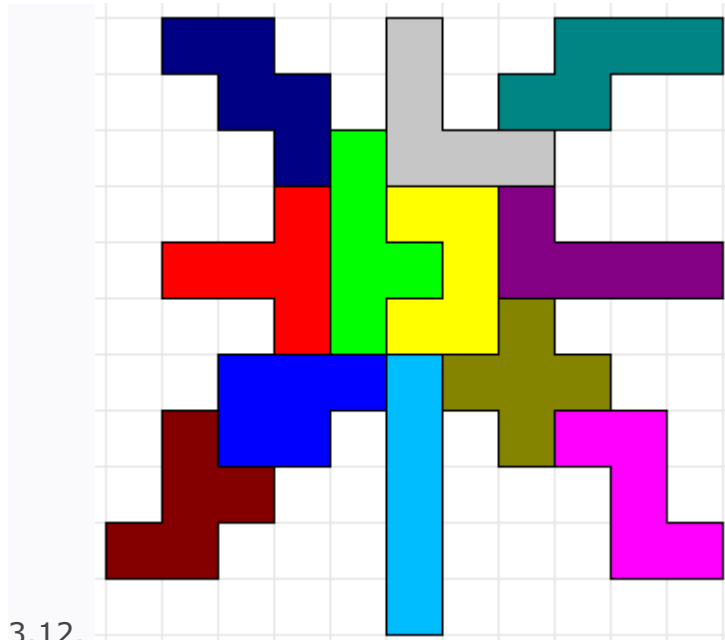


also: Weihnachten 2016

Adventskalender 2017

1.12.

Anja rechts nach links, Maria rechts nach links, Iren unten nach rechts, Susi rechts nach links und dann rechts, Kerstin oben nach links und 3 x rechts, Sophia links ganz nach rechts, Susi links nach rechts, Anja nach rechts, Iren nach rechts



3.12.

4.12.

Allgemein bestand die Aufgabe, die Anzahl der Lösungen (a,b,c,d,e) der diophantischen Gleichung $a+5b+10c+25d+50e=100$ zu finden, wobei die 5 Variablen alle nichtnegativ sein müssen.

1. Brute-Force-Lösung

Bei diesem Verfahren werden alle möglichen Tupel (a,b,c,d,e) konstruiert und geprüft, ob die Summe gleich 100 ist.

Delphi-Quelltext

```
1: procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
2: const n=100;
3: var a1,a5,a10,a25,a50,anz:integer;
4: begin
5:   anz:=0;
6:   for a1:=0 to n do
7:     for a5:=0 to n div 5 do
8:       for a10:=0 to n div 10 do
9:         for a25:=0 to n div 25 do
10:          for a50:=0 to n div 50 do
11:            if a1+5*a5+10*a10+25*a25+50*a50=n then inc(anz);
12:           // Ausgabe der Größe von anz
13: end;
```

2. Rekursive Lösung

Eleganter ist eine rekursive Programmierung. Dazu werden die Münzwerte in einem Feld m gespeichert und die Funktion $\text{anz}(n,k)$ rekursiv aufgerufen. Der Rekursion erfolgt mit $\text{anz} = \text{anz}(n, k-1) + \text{anz}(n-m[k], k)$

d.h. wird die k .te Münze nicht mehr verwendet, der Betrag n und eine Münze weniger ($k-1$), sowie im Fall, dass die k .te Münze zum Wechsel genutzt wird, der nun um diese Münze reduzierte Restbetrag $n-m[k]$ mit einem weiteren Versuch, die k .te Münze zu nutzen.

Delphi-Quelltext

```
1: var m : array[1..100] of integer;
2: function anz(n,k: integer): integer;
3: begin
4:   if (n < 0) or (k = 0) then anz := 0
5:     else if n = 0 then anz := 1
6:       else anz := anz(n,k-1) + anz(n-m[k],k);
7: end;
8: procedure Geldwechsel;
9: var a,n,k : integer;
10: begin
11:   n := 100; //Zielwert eingeben
12:   m[1]:=1; m[2]:=5; m[3]:=10; m[4]:=25; m[5]:=50; //evtl. weiter
13:   k := 5; //Anzahl der Münzen
14:   a := anz(n,k);
15:   // Ausgabe der Möglichkeiten a
16: end;
```

3. Mathematische Lösung

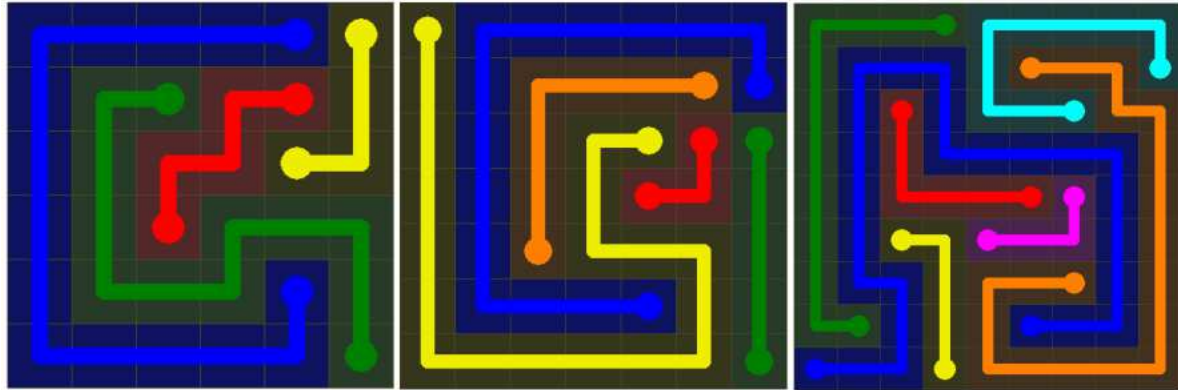
Für eine mathematische Lösung muss die diophantische Gleichung $a+5b+10c+25d+50e=100$ untersucht werden. Dies ist mittels Fallunterscheidung möglich.

```
1: 1.Fall  $e = 2$  ... ergibt 1 Lösung mit 2 x 50 Kreuzern
2:
3: 2.Fall  $e = 1$  ... d.h.  $a + 5b + 10c + 25d = 50$ 
4:
5: 2.1.  $d = 2$  ... ergibt 1 Lösung mit 1 x 50 und 2 x 25
6:
7: 2.2.  $d = 1$  ... d.h.  $a + 5b + 10c = 25$ 
8:   hier kann  $c$  die Werte 2,1,0 annehmen.
9:   für  $c = 2$  wird  $a + 5b = 5$  mit 2 Lösungen für  $(a,b) = \{(5,0),(0,1)\}$ 
10:  für  $c = 1$  wird  $a + 5b = 15$  mit 4 Lösungen für  $(a,b) = \{(15,0),(10,1),(5,2),(0,3)\}$ 
11:  für  $c = 0$  wird  $a + 5b = 25$  analog 6 Lösungen für  $(a,b)$  ;  $b=0,1,2,3,4,5$ 
12:
13: 2.3.  $d = 0$  ...  $a + 5b + 10c = 50$  (analog zu oben)
14:   mit  $c = 5,4,\dots,1,0$  und 1, 3, 5, 7, 9, 11 Lösungen für  $(a,b) = 36$  Lösungen
15:
16: 3.Fall  $e = 0$  ...  $a + 5b + 10c + 25d = 100$ 
17:
18: 3.1.  $d = 4$  ... 1 Lösung  $(a,b)$ 
19: 3.2.  $d = 3$  ... analog zu oben, 12 Lösungen  $(a,b)$ 
```

20: 3.3. d = 2 ... analog zu oben, 36 Lösungen (a,b)
 21: 3.4. d = 1 ... analog zu oben, 72 Lösungen (a,b)
 22: 3.5. d = 0 ... analog zu oben, 121 Lösungen (a,b)

In der Summe ergeben sich die 292 Lösungen, die auch von den Computerprogrammen ermittelt werden.

5.12.



8.12.

Das Problem des 8.Rätsels ist, dass die eigentliche Aufgabe in Datumsangaben versteckt ist. Die jeweiligen Tage spielen überhaupt keine Rolle.

Wichtig sind nur die 3 Zahlen jedes Datums. Schreibt man diese auf:

Zitat:

12 3 1728
 11 3 1331
 6 4 1296

wird es vielleicht schon klarer.

Die Grundidee ist die Potenzbildung $\text{Tag}^{\text{Monat}}$, die das Jahr ergibt. Z.B. also $12^3 = 1728$.

Für das 21.Jahrhundert kommt damit der 2.November 2048 ($2^{11} = 2048$) in Frage. Und das ist das gesuchte Datum.

Man kann dies auch mit einem Programm ermitteln:

Delphi-Quelltext

```
1: var t,m:integer; j:double;
2: begin
3:   for t:=1 to 31 do
4:     for m:=1 to 12 do begin
5:       j:=power(t,m);
6:       if (j>1000) and (j<=2100) then
7:         listbox1.items.add(floattostr(j)+' / '+inttostr(m)+' / '+inttostr(t));
8:     end;
9: end;
```

Ergebnis

Zitat:

1024 / 5 / 4

1024 / 10 / 2
1296 / 4 / 6
1331 / 3 / 11
1728 / 3 / 12
2048 / 11 / 2

Der Hinweis "schulfrei" war eigentlich überflüssig, aber korrekt. Sowohl dieses Jahr als auch nächstes Jahr war/ist in 5 Bundesländern am 2.11. (Allerseelen) schulfrei; in Bayern obligatorisch und in 4 weiteren Ländern Herbstferien. 2048 kann das natürlich ganz anders sein.

10.12.

Beginnend mit einer Zeichenkette 'A' sollten die Buchstaben von Kette zu Kette entsprechend der angegebenen Regeln ersetzt werden.

Das kann man (mühevoll) mit Papier und Bleistift machen und erhält für die ersten Ketten:

Zitat:

A
Bc
CaaBa
AbbCbCCabC
BccAcAAbcAAbAbbCcAAb
CaaBaaBaBcaBaBcBccAaBaBcBccABccAcAAbaBaBcBccA

Einfacher geht es mit einem kleinen Programm:

Delphi-Quelltext

```
1: procedure TForm1.ButtonClick(Sender: TObject);
2:   var i,anz:integer; k,k2:string;
3:   begin
4:     k:='A';
5:     repeat
6:       k2:='';
7:       for I:=1 to length(k) do
8:         case k[i] of
9:           'A' : k2:=k2+'Bc';
10:          'a' : k2:=k2+'bC';
11:          'B' : k2:=k2+'Ca';
12:          'b' : k2:=k2+'cA';
13:          'C' : k2:=k2+'Ab';
14:          'c' : k2:=k2+'aBa';
15:        end;
16:       k:=k2;
17:       anz:=0;
18:       for i:=1 to length(k) do
19:         if k[i] in ['B','b'] then inc(anz);
20:         listbox1.Items.add(inttostr(anz)+' | '+inttostr(3*anz)+' | '+inttostr(length(k)));
21:       until length(k)>1000;
22:     end;
```

Das Programm ermittelt für die erste Kette, länger als 1000 Lämpchen, genau 680 gelbe.

Alternativ geht es auch mit einer Excel-Tabelle:

A	a	B	b	C	c	Summe	gelb
1						1	0
0	0	1	0	0	1	2	1
0	3	1	0	1	0	5	1
1	1	0	4	4	0	10	4
8	0	1	5	1	5	20	6
6	11	13	1	1	13	45	14
2	39	19	12	24	7	103	31
36	33	9	63	58	14	213	72
121	37	50	91	42	99	440	141
133	248	220	79	87	212	979	299
166	644	345	335	468	212	2170	680

11.12.

Obwohl es nur wenige Kisten sind, war es doch ziemlich aufwendig, alle an die geforderten Positionen zu transportieren.

Eine mögliche Zugfolge ist (A = abwärts, H = hoch, R = rechts und L = links)

Zitat:

ARRLAALAARRRRHHHHRRRAAHHHHLHLHLALLHLLAR
RRRLLLAARRRRRLLLLHHHRRRHRAARAALLLAAAA
LLLLHHRHALAARRRRHHHHRRRHHLHLLALLLAALAR
AALAARHRARRHHHHRRRHHLHLLALLLAAARRRLLLL
AALAARRHRARHHAALLLHRRRARHLLLHHHHHHRRRH
RRALLLHLAAALARRRRLHHHRRRRRRARRHLLLLLLH
LAAALARRRLLHHHRRRRRRRAAARAALHHHHRHLLLLL
HLAAALARRLHHHRRRRRRRAAAAALAARHHHHHHRHLLL
LLLHLAAALAR

12.12.

Die Aufgabe war

Zitat:

Wenn

$$1088 = 5$$

$$3900 = 3$$

$$31474 = 0$$

$$32901 = 2$$

Was ist dann 18306820?

Es ist ein Scherzrätsel, das wohl sehr alt ist.

Für die Lösung muss man erkennen, dass hier nur die "Kringel" in der Ziffernschreibweise gezählt werden sollen.

0, 6 und 9 haben 1 "Kringel", die 8 zwei "Kringel". Die 4 hat kein "Kringel", sondern ein "Dreieck".

Addiert man entsprechend bei 18306820, so ergibt sich 7, die gesuchte Lösung.

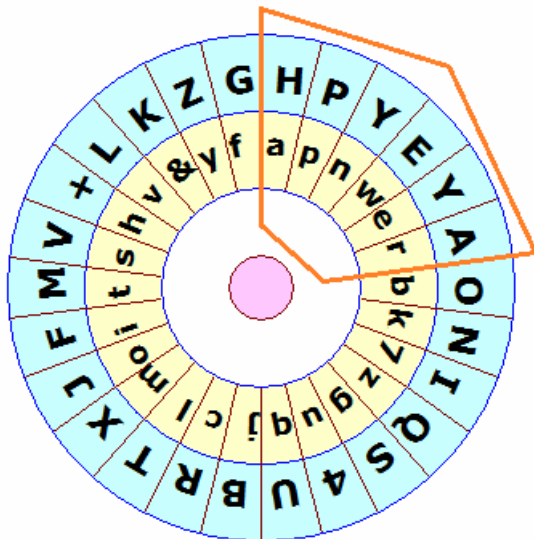
14.12.

Im Text steht, dass die kodierte Nachricht fehlt. Damit ist das Lösungswort eigentlich nicht bestimmbar, da man theoretisch unendlich viele

"Verschlüsselungsmethoden" konstruieren kann. Das kann aber nicht der Inhalt der Aufgabe sein.

Folglich muss die gesuchte Nachricht in der Verschlüsselungsscheibe selbst verborgen sein, d.h. die kodierte Nachricht ist unwichtig. Das Lösungswort muss sich aus den Buchstaben des äußeren und inneren Rings bilden.

Die Scheibe ist drehbar. Dreht man den äußeren Ring schrittweise entgegen der Uhrzeigerichtung, so ergibt sich nach einer Gesamtdrehung von 7 Feldern das Bild



Mit ein klein wenig "Glück" sieht man, dass das H über dem a, rechts daneben das P über dem p, usw. stehen und sich die Nachricht
HAPPY NEW YEAR

bildet. Eingegeben wird es ohne die Leerzeichen (12 Buchstaben). Klein- und Großschreibung sind ohne Bedeutung.

Alternativ kann man auch so überlegen:

Der Weihnachtsmann kommt am 24.12. zu Besuch, das Christkind mitunter erst am 25.12., ebenso Santa Claus. Väterchen Frost beschenkt die artigen Kinder in der Silvesternacht (evtl. auch erst am 6.1). Diesem "Weihnachtsmann" wünscht man damit eher ein "Glückliches Neues Jahr".

Da der Weihnachtsmann vielleicht doch nicht Russisch kann und das russische Väterchen Frost vielleicht nicht Deutsch kann, sendet man die Nachricht in Englisch.

Man kann aber auch pragmatisch vorgehen.

Welche Glückwünsche sendet man in der Weihnachtszeit. Sicher nicht "Frohe Ostern" oder "Erdumdrehung".

Welche Nachricht hat 12 Buchstaben?

"Frohe Weihnachten" z.B. ist zu lang, "Moin" und "Don't panic" sind zu kurz.

"Warm anziehen" hat zwar 12 Buchstaben, aber so etwas als Wunsch?

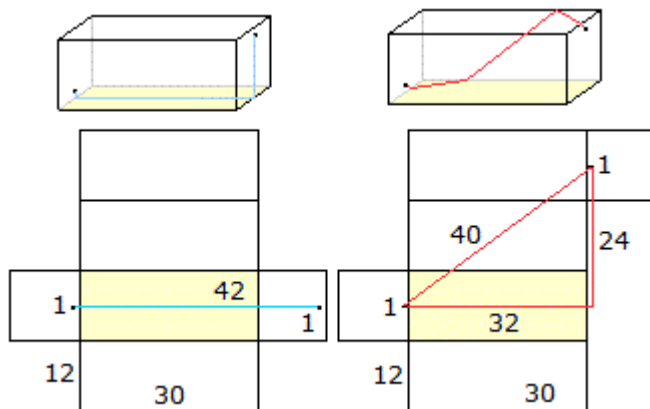
Nach etwas Zeit findet man vielleicht das international bekannte "Happy New Year".



16.12.

17.12.

Die nahe liegende Lösung ist der direkte Weg. Er beträgt 42 Fuß. (in der Abbildung links)



Allerdings existiert ein kürzerer Weg. Man betrachtet ein passendes Netz des Quaders und zeichnet eine gerade Linie als kürzeste Verbindung ein. Dieser Weg ist kürzer und nach dem Satz des Pythagoras nur 40 Fuß lang. (in der Abbildung rechts)

19.12.

Im 19.Rätsel war ein Bild (Bitmap) gegeben, in dem der Text eines Buches versteckt war.

Dazu wurde der Text von "Alice's Adventures in Wonderland" von Lewis Carroll verwendet. Von jedem Zeichen wurde der ASCII-Code n ermittelt und das Bitmap Pixel für Pixel mit der Farbe $\text{rgb}(n,n,n)$ gefüllt.

Im Ergebnis entstand dieses merkwürdige graue Gebilde.

Um das gesuchte Buch zu ermitteln, kann man ein kleines Programm schreiben, bei dem man die Pixel nacheinander auswertet. Lässt man sich die Bytes anzeigen, so gibt es eine Häufung ab dem Wert 64. Evtl. kommt man dann auf die Idee des ASCII-Codes.

Der ganze Text kann dann mit folgender Routine ausgelesen werden:

Delphi-Quelltext

```
1: procedure TForm1.ButtonClick(Sender: TObject);
2:   var i,j,farbe:integer;
3:     s:string;
```

```

4: begin
5:   memo1.clear;
6:   s:="";
7:   for i:=0 to image1.height-1 do
8:     for j:=0 to image1.width-1 do begin
9:       farbe:=image1.canvas.pixels[j,i] mod 256;
10:      s:=s+chr(farbe);
11:    end;
12:   memo1.Text:=s;
13: end;

```

Die Lösung der Aufgabe geht aber auch ohne Programmierung.
Das heruntergeladene Bild zieht man z.B. auf notepad. Scrollt man durch die komischen Zeichen oder geht gleich zum Textende (wo die erste Bildzeile zu finden ist), so sieht man

```

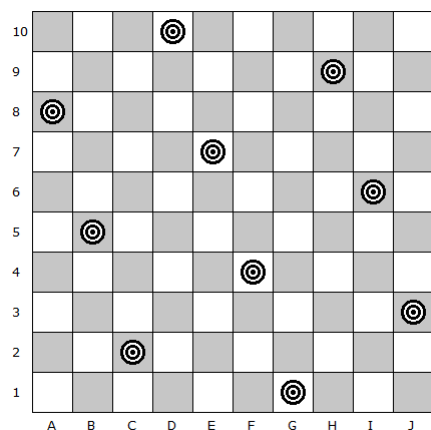
ggg   aaa   ddd aaa iii sss yyy --- ccc hhh aaa iii nnn   www ooo uuu ll ddd   bbb eee   www ooo rrr ttt hhh
ttt hhh eee   ttt rrr AAA LLL III CCC EEE "" SSS   AAA DDD VVV EEE NNN TTT UUU RRR EEE SSS   III NNN   WWW
OOO NNN DDD EEE RRR LLL AAA NNN DDD   BBB yyy   LLL eee www iii sss   CCC aaa rrr rrr ooo ll ll
                                     CCC HHH AAA PPP TTT EEE RRR   III
DDD ooo www nnn   ttt hhh eee   RRR aaa bbb iii ttt
--- HHH ooo ll eee   AAA ll iii ccc eee   www aaa sss   bbb eee ggg iii nnn nnn iii nnn ggg   ttt ooo   ggg eee
ttt   vvv eee rrr yyy   ttt iii rrr eee ddd   ooo fff   sss iii ttt ttt iii nnn ggg   bbb yyy   hhh eee rrr   sss iii sss
ttt eee rrr   ooo nnn   ttt hhh eee   bbb aaa nnn kkk ,,,   aaa nnn ddd   ooo fff   hhh aaa vvv iii nnn ggg   nnn
ooo ttt hhh iii nnn ggg   ttt ooo   ddd ooo ::   ooo nnn ccc eee   ooo rrr   ttt www iii ccc eee   sss hhh
eee   hhh aaa ddd   ppp eee eee ppp eee ddd   iii nnn ttt ooo   ttt hhh eee   bbb ooo ooo kkk   hhh eee rrr
sss iii sss ttt eee rrr   www aaa sss   rrr eee aaa ddd iii nnn ggg ,,,   bbb uuu

```

Mit etwas Glück kann man die Großbuchstaben lesen, die dann ALICE'S ADVENTURES IN WONDERLAND bilden.

21.12.

Es waren 10 Superdamen zu platzieren. Dabei gibt es genau 4 Lösungen, die allerdings durch Drehung und Spiegelung auseinander hervorgehen.



Adventskalender 2018

1.12.

Die "Geschenke" können in folgender Reihenfolge verschoben werden:

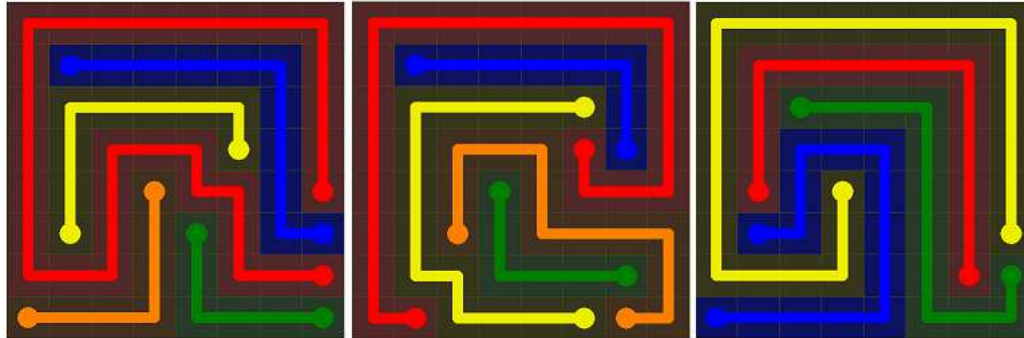
Iren oben 2x nach links, Maria + Eva unten nach links, Sophia 3.Zeile rechts, Maria 3.Zeile 2x links, Susi 4.Zeile nach links bis zu Susi, Maria oben links und links, Eva unten 2x links, Sophia unten links, Sophia 2.Zeile links, Susi 2.Zeile links, Kerstin zusammenschieben, rechtes Sophia 1 x links, oberes Sophia links oder rechts herum in die Lücke zwischen den anderen Sophia, Eva und Anja

zusammenschieben. Es gibt natürlich auch andere Möglichkeiten.

2.12.

Schrittfolge: vertikal gegen Uhrzeigerrichtung, horizontal in Uhrzeigerrichtung, 3 x vertikal gegen UR, 3 x horizontal in UR

3.12.



4.12.

Lösung			
	Geschenk	Beruf	Stadt
Anton	Briefmarken	Lehrer	Dresden
Ernst	Eisenbahn	Vikar	Essen
Frank	Drachen	Bahnbeamter	Dortmund
Georg	Dampfmaschine	Fahrer	Gera
Peter	Modellauto	Feuerwehrmann	Hamburg

5.12.

Diese Aufgabe verwendet einen Klassiker der Mathematik, die Pellische Gleichung. Ist y die Seitenlänge eines der 114 Quadrate, so sind es ohne Henrietta genau $114y^2$ Wichtel, mit Henrietta also $114y^2+1$.

Diese Wichtel sollen ein einziges Quadrat mit der Seitenlänge x bilden, d.h. es ist die Gleichung $x^2=114y^2+1$ in natürlichen Zahlen (größer 0) zu lösen. Das ist eine Pellische Gleichung.

Die mathematische Lösung ist anspruchsvoll. Man entwickelt $\sqrt{114}$ in einen Kettenbruch mit dem Ergebnis $[10, 1; 2; 10; 2; 1; 20; \dots]$ mit der Periodenlänge 6.

Nun bildet man die Partialbrüche bis zur 5.Stelle und erhält $1025/96$. Nenner und Zähler sind x und y , d.h. insgesamt (mit Henrietta) sind es $x^2=1050625$ Wichtel.

Man kann es aber auch viel einfacher lösen, nämlich mit Brute Force. Folgende Delphi-Routine ergibt sofort die Lösung:

Delphi-Quelltext

```
1: procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
2:   var x,y:integer;
3:   gefunden:boolean;
4:   begin
5:     gefunden:=false;
6:     x:=1;
7:     repeat
```

```

8:     y:=1;
9:     repeat
10:        if x*x=114*y*y+1 then begin
11:            edit1.Text:=inttostr(x*x);
12:            gefunden:=true;
13:        end;
14:        inc(y);
15:    until (y>=x) or gefunden;
16:    inc(x);
17: until gefunden;
18: end;

```

6.12.

Zuerst braucht man ein magisches Quadrat der Ordnung 4. Entweder berechnet man dies, z.B. mit

Delphi-Quelltext

```

1: procedure magisches_quadrat(n:integer); //n = 4,8,12,16,20
2: type
3:     matrix = array[1..20,1..20] of integer;
4: var
5:     a:matrix;
6:
7: procedure quadrat;
8: var n2:integer;
9:     procedure markieren;
10: var i,j,k,m,sgn:integer;
11: begin
12:     k:=n div 2;
13:     n2:=n*n;
14:     sgn:=1;
15:     m:=k;
16:     for i:=1 to k do begin
17:         for j:=1 to k do begin
18:             a[((m-j)div n)+1,((m-j)mod n) +1]:=sgn;
19:             a[((m+j-1)div n)+1,((m+j-1)mod n) +1]:=sgn;
20:             sgn:=-sgn;
21:         end;
22:         m:=m+n;
23:         sgn:=-sgn;
24:     end;
25: end;
26: procedure einsetzen;
27: var i,h:integer;
28: begin
29:     for i:=1 to n2 div 2 do begin
30:         h:=i;
31:         if a[(i-1) div n+1,(i-1) mod n +1]<0 then h:=n2+1-i;
32:         a[(h-1) div n+1,(h-1) mod n+1]:=i;
33:         a[(n2-h)div n+1,(n2-h)mod n+1]:=n2+1-i;
34:     end;
35: end;
36: begin
37:     markieren;

```

```

38: einsetzen;
39: end;
40:
41: begin
42:   fillchar(a,sizeof(a),0);
43:   if n mod 4 = 0 then quadrat;
44:   //in a steht magisches quadrat;
45: end;

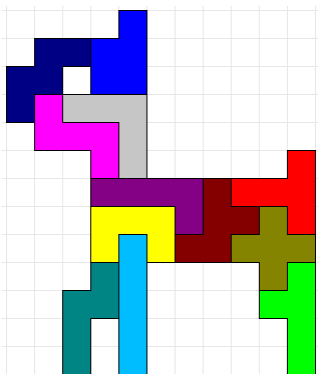
```

oder man wählt eines, z.B. das magische Quadrat Dürers aus "Melancholia":



Diese Quadrate beginnen alle mit 1 und enden bei 16. Hier braucht man aber 0 bis 15, d.h. man reduziert jedes Feld um 1. In dem hier angehängten einfachen Programm wird dies sofort gemacht.

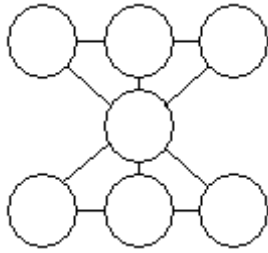
Anschließend müssen die 15 Steine noch durch Mausklick an die richtige Position gebracht werden. Mehr ist das nicht und einen einfacheren "Trick" kenne ich nicht.



7.12.

10.12.

Die Zahlen 1 bis 7 sind so in die 7 Kreise einzutragen, dass die Summe je dreier Zahlen, die durch eine Strecke miteinander verbunden sind, jeweils 12 ergibt.



Lösung:

In jeder der 5 Dreiersummen kommt jede Zahl 2mal vor, die Zahl im mittleren Kreis 3mal. Die Summe der Zahlen von 1 bis 7 ist 28, die doppelte Summe 56; da auf 60 (5 Dreiersummen zu 12) die Zahl 4 fehlt, muss diese 3mal in der Gesamtsumme vorkommen und steht damit in der Mitte.

Die anderen Zahlen bilden Paare 1-7, 2-6 und 3-5, von denen je drei oben bzw. unten stehen müssen 6-1-5 und 3-7-2. Da es 6 Möglichkeiten gibt die Zahlen 1, 5, 6 zu permutieren und diese entweder oben oder unten stehen, gibt es somit insgesamt 12 verschiedene Lösungen des Rätsels.

Natürlich kann man die Aufgabe auch wieder mit "roher Gewalt" lösen:

Delphi-Quelltext

```
1: procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
2:   var a,b,c,d,e,f,g : integer;
3:   begin
4:     listBox1.Clear;
5:     for a:=1 to 7 do begin
6:       for b:=1 to 7 do begin
7:         if (a<>b) then
8:           for c:=1 to 7 do begin
9:             if (a<>c) and (b<>c) then
10:              for d:=1 to 7 do begin
11:                if (a<>d) and (b<>d) and (c<>d) then
12:                  for e:=1 to 7 do begin
13:                    if (a<>e) and (b<>e) and (c<>e) and (d<>e) then
14:                      for f:=1 to 7 do begin
15:                        for g:=1 to 7 do begin
16:                          if (a+b+c=12) and (a+d+g=12) and (b+d+f=12) and (c+d+e=12)
17:                            and (e+f+g=12) then
18:                            listBox1.Items.add(inttostr(a)+#9+inttostr(b)+#9+inttostr(c)+#9
19:                              +inttostr(d)+#9+inttostr(e)+#9+inttostr(f)+#9+inttostr(g));
20:                        end; end; end; end; end; end; end;
21:                      label1.caption:=inttostr(listBox1.Items.Count)+' Möglichkeiten';
22:                    end;
```

13.12.

Die kodierte Nachricht ist jmyluw7hleslu , also nur Kleinbuchstaben und die Ziffer 7. Kleinbuchstaben und die 7 sind auf der inneren Scheibe angebracht, d.h., die entschlüsselte Nachricht wird dann wahrscheinlich auf der äußeren Scheibe abgelesen.

Auf beiden Scheiben ist ein #.

Probiert man: Drehe das äußere # auf das j der kodierte Nachricht und lese beim inneren # auf der äußeren Scheibe ab, so bekommt man ein A. Dreht man wieder das äußere # auf den 2. Buchstaben m, kann man ein D ablesen usw.

Und genau so funktioniert es. 🤖 Als Bestellung ergibt sich ADVENTSKERZEN.

17.12.

Das gesuchte Lied ist natürlich "Last Christmas".

19.12.

t sei der konstante Zeitabstand zwischen zwei Transportern.

Durch Marianas Fahrt zum Nordpol, gegen die Fahrtrichtung der Transporter, wird eine Zeit von $t - 18$ min gewonnen. Dieser Zeitgewinn verteilt sich gleichmäßig auf die 18 min, bis die nächste Begegnung stattfindet.

In Richtung Nordpol werden $22 - t$ min verloren, was sich jetzt auf die 22 min bis zur nächsten Begegnung (Mariana wird eingeholt) verteilt.

Es muss der Zeitverlust etwas größer sein als der Zeitgewinn, da die Fahrt mit dem Rentierschlitten Richtung Nordpol bis zum nächsten Treff länger dauert als gegen die Fahrtrichtung der Transporter.

Die Werte des Zeitgewinns und des Zeitverlustes sind jetzt auf jeweils 1 min zu normieren, d.h.

$$(t-18)/18 = (22-t)/22$$

$$\text{mit } t = 19,8 \text{ min} = 19 \text{ min } 48 \text{ s} = 1188 \text{ s.}$$

Das ist der Zeitabstand, in dem die Transporter regelmäßig fahren.

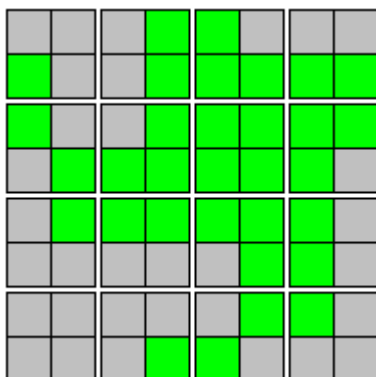
Lösung 2:

Die Relativgeschwindigkeiten von Mariana und Transporter $v_t - v_m$ und $v_t + v_m$, wobei v_t die Transportergeschwindigkeit und v_m Marianas Geschwindigkeit sind, verhalten sich wie die 18 min zu den 22 min, allerdings indirekt proportional, d.h. höhere Geschwindigkeit $\rightarrow$ kleinere Zeit.

Das ergibt

$$(v_t - v_m)/(v_t + v_m) = 18/22 \text{ mit } 10 v_m = v_t$$

Die Strecke, die zwischen zwei Treffen in Richtung Nordpol aller 18 min zurückgelegt wird, ergibt sich aus v_t und einem Zehntel v_t (Marianas Geschwindigkeit) zusammen. Der Transporter allein würde also ein Zehntel mehr als 18 min benötigen, d.h., die Abstände zwischen den Transportern ist $1,1 \cdot 18 \text{ min} = 19,8 \text{ min}$.

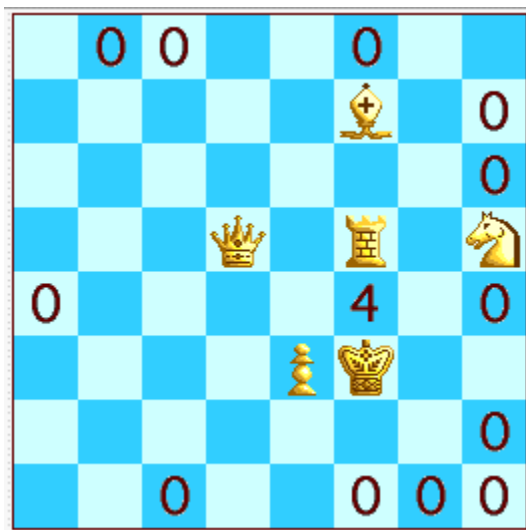


20.12.

21.12.

Das Kugelschieben war wohl schwieriger als erwartet. Eine Zugfolge (wahrscheinlich geht es kürzer) ist:

Lösung: lrl dur lrl rrl rrd lrl rrl lur dlr uud ul
(left, right, up, down)



22.12.