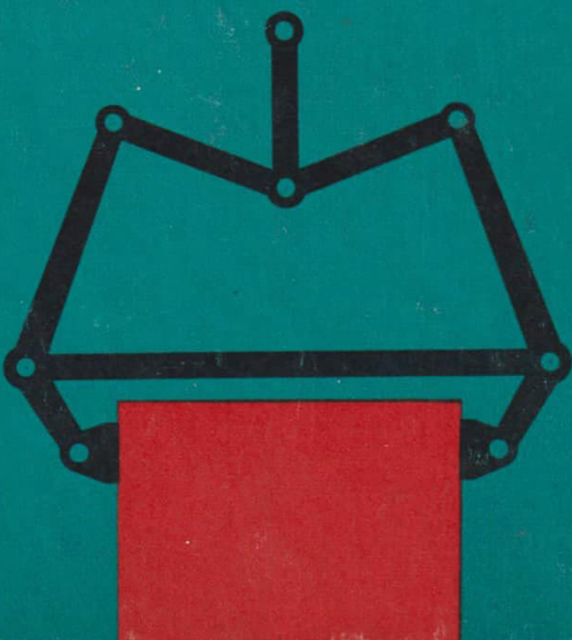
MENGE / ZIMMERMANN

Mechanik Aufgaben

BAND I Grundbegriffe, Statik starrer Körper



MENGE/ZIMMERMANN

Mechanik-Aufgaben

aus der Maschinentechnik

Band I: Grundbegriffe — Statik starrer Körper

Bearbeitet von

Baudirektor Dr.-Ing. Ernst Zimmermann
Direktor der Staatlichen Ingenieurschule für Maschinenwesen Wuppertal

31., verbesserte Auflage · Mit 276 Bildern

FACHBUCHVERLAG LEIPZIG 1959

Als Lehrbuch an den Fachschulen
der Deutschen Demokratischen Republik eingeführt

Staatssekretariat für das Hoch- und
Fachschulwesen

Berlin, den 25. 4. 1955

Redaktionsschluß 9. 12. 1958

Fachbuchverlag Leipzig in Verbindung mit dem Dr. Max Jänecke Verlag, Leipzig
Satz und Druck: (III/18/203) VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig
Veröffentlicht unter der Lizenznummer 114-210/31/59 des Ministeriums für Kultur
der Deutschen Demokratischen Republik, Abteilung Literatur und Buchwesen

VORWORT

Die großen Aufgaben unserer Volkswirtschaft sind nur zu verwirklichen, wenn auf allen Gebieten qualifizierte Fachkräfte herangebildet werden. Deshalb ist es notwendig, daß neben den Fachbüchern, die unseren Werktätigen den Wissensstoff vermitteln, Aufgabensammlungen erscheinen, die ihnen die Möglichkeit geben, das in Kursen erworbene Wissen im Selbststudium weiter zu vertiefen. Auch für die Dozenten und Schüler der technischen Fachschulen ist eine Aufgabensammlung von Vorteil; denn sie erspart ihnen viel Schreibarbeit im Unterricht.

Für alle in der Maschinenindustrie beschäftigten Facharbeiter, Meister, Techniker und Ingenieure soll das vorliegende Werk Mechanik-Aufgaben von Menge-Zimmermann-Schrieder hierzu die willkommene Hilfe sein. Darüber hinaus gehört es zu der lehrplangebundenen Fachliteratur unserer Fachschulen.

Das Werk ist in 4 Bänden erschienen:

Band I Grundbegriffe — Statik starrer Körper
Band II Festigkeitslehre
Band III Dynamik, Mechanik der Flüssigkeiten
Band IV Technische Wärmelehre.

Die sorgfältige Auswahl der Aufgaben soll den genannten Lesern die Verbindung von Praxis und Wissenschaft vermitteln und dazu beitragen, daß die Werktätigen der Maschinenindustrie ihre Arbeit sicherer und schneller durchführen können und dabei Zeit und Material sparen.

Leipzig, im Dezember 1958 Der Verlag

INHALTSVERZEICHNIS

Benutzte Formelzeichen

Größe	Formelzeichen	Maßeinheit	Begriff erläutert in Aufg.
Halbmesser des Kreises	r	mm, cm, m	bekannt
Durchmesser des Kreises	d	mm, cm, m	,,
Länge	l	mm, cm, m	,,
Höhe	h	mm, cm, m	,,
Fläche	F, f	mm^2, cm^2, m^2	,,
Kräfte	P, R	kg	,,
Seilkräfte und ähnliche	S	kg	,,
Auflagerdrücke	A, B	kg	,,
Gewicht	G	kg	,,
Rauminhalt	V	m^3	,,
Weg	s	km, m	,,
Zeit	t	s, min, h	,,
Wichte	γ	g/cm^3, kg/dm^3 t/m^3	,,
Geschwindigkeit	v	m/s, km/h	2
Fördermenge	Q	m^3/h	19
Drehzahl	n	U/min	32
Winkelgeschwindigkeit	ω	1/s	32
Beschleunigung	b	m/s^2	69, 71
Erdbeschleunigung	g	m/s^2	92
Leistung	N	PS, kW	108
Flächendruck	p	kg/cm^2, at	123
Wirkungsgrad	η	—	128
Masse	m	kgs^2/m	176
Moment	M	kgcm, kgm	197
Reibungskraft	R	kg	340
Reibungszahl	μ	—	340
Normaldruck	N	kg	340
Reibungswinkel	ϱ	Grad	381
Hebelarm der rollenden Reibung	f	cm	396

GRUNDBEGRIFFE

Geschwindigkeit

Gleichförmige geradlinige Bewegung

1. Was versteht man unter gleichförmiger Bewegung?

Lösung: Gleichförmige Bewegung ist eine solche, bei der in gleichen Zeiten gleiche Wegstrecken zurückgelegt werden.

2. Was versteht man unter Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung?

Lösung: Geschwindigkeit ist der Weg, der in einer Sekunde zurückgelegt wird, oder allgemein der Weg in einer Zeiteinheit. Die meist gebräuchliche Zeiteinheit ist die Sekunde, seltener die Minute oder die Stunde.

Bezeichnen v die Geschwindigkeit, t die Zeit, s die Wegstrecke, so ist der zurückgelegte Weg in 1 Sekunde $s = v$
in 2 Sekunden $s = v \cdot 2$
in t Sekunden $s = vt$.

Daraus folgt: $\boldsymbol{v = \frac{s}{t}}$ oder **Geschwindigkeit = $\frac{\textbf{Weg}}{\textbf{Zeit}}$.**

3. In welchen Maßeinheiten mißt man die Geschwindigkeit?

Lösung: Drückt man die Wegstrecke s in Metern (m, das Meter) und die Zeit t in Sekunden (s) aus, so erhält $v = \frac{s}{t}$ die Maßeinheit $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathrm{m/s} =$ **Meter je Sekunde.**

Die Fahrgeschwindigkeit von Eisenbahnzügen wird auch in Kilometern je Stunde = km/h ausgedrückt (h = lateinisch hora = Stunde).

Die geringen Schnittgeschwindigkeiten der Arbeitsmeißel von Werkzeugmaschinen pflegt man in Metern je Minute = m/min anzugeben, ebenso die Fahrgeschwindigkeiten von Laufkranen.

4. Ein Personenzug durchfährt eine 8,6 km lange Strecke mit gleichförmiger Geschwindigkeit in 7 Minuten und 50 Sekunden. Wie groß ist die Fahrgeschwindigkeit in m/s?

5. Wie groß ist die Fahrgeschwindigkeit des Zuges in km/h?

Lösung zu 4. und 5. $s = 8{,}6\ \mathrm{km} = 8600\ \mathrm{m}$, $t = 470\ \mathrm{s}$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{8600\ \mathrm{m}}{470\ \mathrm{s}} = 18{,}3\ \mathrm{m/s}.$$

In einer Sekunde wird der Weg 18,3 m zurückgelegt, also in einer Stunde oder 3600 Sekunden der Weg $18{,}3 \cdot 3600 = 65\,880$ m. Demnach $v = 65{,}88$ km/h.

6. Die elektrische Versuchsbahn Berlin–Zossen erreichte eine höchste Fahrgeschwindigkeit 208 km/h. Wie groß war die Geschwindigkeit in m/s?

7. Ein Schnelltriebwagen fährt in B. um 19.12 ab und kommt in H. um 22.39 Uhr an. **a)** Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit auf der 431 km langen Strecke? **b)** Wann würde bei dieser Durchschnittsgeschwindigkeit der Wagen in einer 256 km entfernten Zwischenstation ankommen?

8. Wieviel Zeit ist eine 220 m lange Brücke belastet, wenn ein Güterzug von 350 m Länge mit einer Fahrgeschwindigkeit 45 km/h hinüberfährt?

9. Welche Fahrgeschwindigkeit in Seemeilen je Stunde und m/s hat ein Schnelldampfer, der die 3680 Seemeilen lange Strecke Hamburg–New York in 6 Tagen und 18 Stunden zurücklegt? 1 Seemeile = 1 Knoten = 1852 m.

10. Eine Richtplatte von 2600 mm Länge und 1380 mm Breite (Bild 1) soll auf einer Tischhobelmaschine bearbeitet werden. Die Schnittgeschwindigkeit des Hobelmeißels in Längsrichtung der Platte ist 15 m/min, die Rücklaufgeschwindigkeit 1,8mal so groß. Vor und hinter der Platte läuft der Meißel je 50 mm frei aus. Der Vorschub des Meißels quer zur Schnittrichtung, d. h. die Spanbreite, ist 1,2 mm. Wie lange dauert die Arbeit?

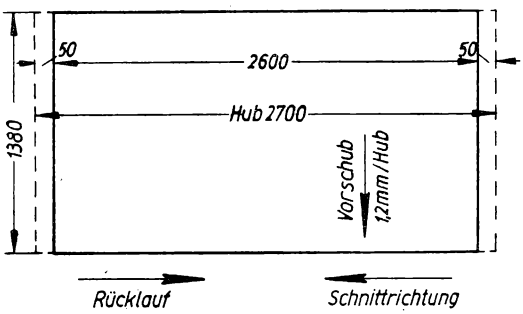


Bild 1

Lösung: Zahl der Hübe $\frac{1380\text{ mm}}{1,2\text{ mm}} = 1150$;

Schnittweg $s = 1150 \cdot 2,7\text{ m} = 3105\text{ m}$;

Zeit für Arbeitsgang $t = \frac{s}{v} = \frac{3105\text{ m}}{15\text{ m/min}} = 207\text{ min}$;

Zeit für Rücklauf $\frac{207}{1,8} = 115\text{ min}$;

Gesamtzeit $207 + 115 = 322\text{ min} \approx 5^1/_2$ Stunden.

11. An einer Maschinen-Grundplatte aus Grauguß soll eine Rechteckfläche von 3700 mm Länge und 900 mm Breite auf einer Tischhobelmaschine bearbeitet werden. Die Schnittgeschwindigkeit des Hobelmeißels in Längsrichtung der Platte beträgt 18 m/min, die Rücklaufgeschwindigkeit 30 m/min, der Vorschub 1,6 mm. Vor und hinter der Platte läuft der Hobelmeißel je 70 mm aus. Wie lange dauert die Arbeit?

12. Eine Blechkanten-Hobelmaschine führt in 5 Minuten 8 Schnitte von je 3900 mm Länge und ebenso viele Rückläufe mit doppelter Geschwindigkeit aus. Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit des Hobelmeißels in m/min?

13. Eine Schnelldruckpresse (Rotationsmaschine) druckt minutlich 140 Zeitungen, für die sie von einer Papierrolle je 51 cm Papier gleichförmig abwickelt. **a)** Wie groß ist die Papiergeschwindigkeit? **b)** Wie dick ist das Papier, wenn das Zählwerk an der Rolle 4876 Wicklungen angibt, während das Papier vom größten

Rollendurchmesser 870 mm bis auf die 90 mm dicke eingeschobene Stahlwelle völlig abgewickelt ist? **c)** Für wieviel Betriebszeit reicht die Rolle aus?

Lösung: a) 1,19 m/s. **b)** 0,08 mm. **c)** Statt des veränderlichen Durchmessers der Windungen kann der mittlere Durchmesser eingeführt werden, nämlich 480 mm.

$$\text{Gesamte Papierlänge } s = \pi \cdot 0{,}48 \cdot 4876 = 7350 \text{ m}.$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{7350}{1{,}19} = 6180 \text{ s} = 103 \text{ min}.$$

14. Die Leitspindel einer Drehmaschine (Bild 2) hat Flachgewinde von $^1/_2$ Zoll Ganghöhe (1 Zoll = 1″ = 25,4 mm) und macht 34 Umdrehungen in der Minute. Mit welcher Geschwindigkeit wird der Supportschlitten durch die Spindel verschoben?

Lösung: Bei einer Umdrehung der Spindel wird der Schlitten in der Achsenrichtung der Schraube um die Ganghöhe $^1/_2{}'' = 12{,}7$ mm verschoben. Bei 34 Umdrehungen, d. h. während einer Minute oder $t = 60$ s, ist die zurückgelegte Wegstrecke $s = 34 \cdot 12{,}7 = 432$ mm. Folglich $v = \frac{s}{t} = \frac{432 \text{ mm}}{60 \text{ s}} = 7{,}2$ mm/s.

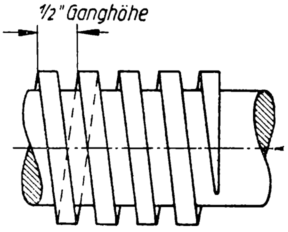


Bild 2

15. Bei einem Schiffshebewerk eines Binnenkanals werden die Schiffe im Wassertrog aus dem unteren Kanal in den oberen gehoben. Die Hubbewegung des Trogs wird durch vier Schraubenspindeln von je 24,6 m Länge geregelt. Das Flachgewinde derselben hat 280 mm Außendurchmesser und $4^3/_8{}''$ Ganghöhe. **a)** Wie groß ist die Hubgeschwindigkeit in mm/s, wenn die Spindeln 50 Umdrehungen je Minute ausführen? **b)** Wieviel Zeit erfordert der ganze Hub von 15 m?

16. Der Tisch einer schweren Hobelmaschine wird durch eine Schraubenspindel mit steilgängigem Flachgewinde von 180 mm Ganghöhe hin und her bewegt. Der Hub des Tisches beträgt 8,5 m. **a)** Wie viele Umdrehungen je Minute muß die Schraube machen, damit eine Schnittgeschwindigkeit 110 mm/s entsteht? **b)** Wie viele Arbeitshübe macht dann die Maschine in einer Stunde, wenn die Rücklaufgeschwindigkeit 1,7mal so groß wie die Schnittgeschwindigkeit ist?

17. Die Schraube eines Schnelldampfers hat 9,5 m Ganghöhe und wird durch die Maschine mit 80 Umdrehungen je Minute angetrieben. Die Fahrgeschwindigkeit des Schiffes beträgt 22 Seemeilen je Stunde. 1 Seemeile = 1 Knoten = 1852 m. Zu berechnen ist **a)** die Fahrgeschwindigkeit in m/s; **b)** die theoretische Fortbewegungsgeschwindigkeit der Schraube in m/s; **c)** der sogenannte „Rücklauf“ des Schiffes, d. h. das Zurückbleiben der wirklichen Schiffsgeschwindigkeit hinter der theoretischen Geschwindigkeit in Prozent.

18. Eine gleichförmige Bewegung soll graphisch dargestellt werden. In Abhängigkeit von der Zeit sind aufzutragen **a)** der Weg; **b)** die Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit sei angenommen mit $v = 10$ m/s. Die Bewegung ist darzustellen für eine Zeit von 0 bis 10 s.

Lösung: a) Die Weg-Zeit-Linie ist eine Gerade, da in gleichen Zeiten gleiche Wegstrecken zurückgelegt werden.

b) Die Geschwindigkeits-Zeit-Linie ist eine Parallele zur t-Achse. Die Geschwindigkeit ist zu allen Zeiten die gleiche. Der Flächeninhalt unter dieser Geraden ist gleich dem zurückgelegten Weg, da $s = vt$.

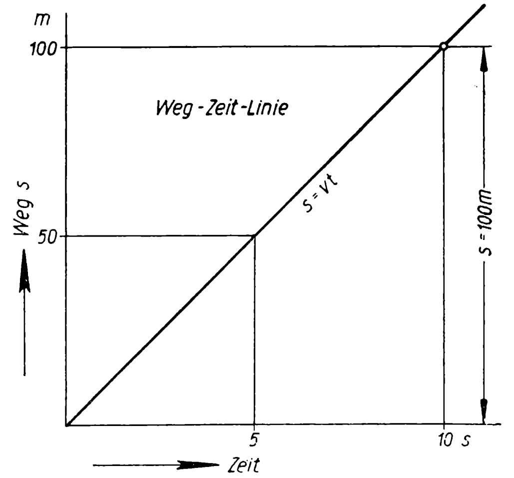


Bild 3

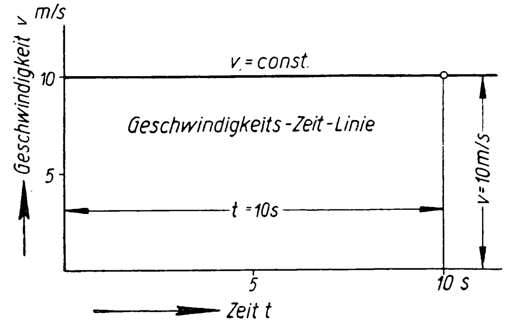


Bild 4

Bewegung von Flüssigkeiten in Rohrleitungen

19. In einer Rohrleitung vom lichten Querschnitt F (Bild 5) bewegt sich das Wasser mit gleichförmiger Geschwindigkeit v. Wie groß ist die sekundlich gelieferte Wassermenge?

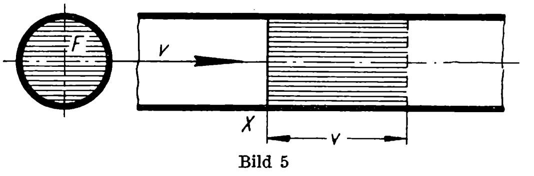


Bild 5

Lösung: Durch ein Rohr bewegt sich in jeder Sekunde eine zylindrische Wassersäule vom Querschnitt F und der Länge v, d. h. ein Volumen Fv (im Bild schraffiert). Demnach ist die sekundlich gelieferte Wassermenge (das Quantum)

$$\mathbf{m^3/s} = \frac{\mathbf{m^2 \cdot m}}{\mathbf{s}} \quad \boldsymbol{Q = Fv}.$$

20. Die Wasserleitung einer Stadt hat 400 mm lichten Rohrdurchmesser und fördert stündlich 500 m³ Wasser. Wie groß ist die Wassergeschwindigkeit in der Leitung?

Lösung: $Q = 500\ \mathrm{m^3/h} = \frac{500}{3600}\ \mathrm{m^3/s} = 0{,}139\ \mathrm{m^3/s}$;

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 400^2}{4}\ \mathrm{mm^2} = 125\,664\ \mathrm{mm^2} = \frac{125\,664}{1\,000\,000}\ \mathrm{m^2} = 0{,}1257\ \mathrm{m^2};$$

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{0{,}139\ \mathrm{m^3/s}}{0{,}1257\ \mathrm{m^2}} = 1{,}11\ \mathrm{m/s}.$$

21. Ein Eimer von 26 cm mittlerem Durchmesser und 28 cm Höhe wird an einem Wasserkran in 41 Sekunden gefüllt. Die Ausflußöffnung des Krans hat 8 mm lichten Durchmesser. Wie groß ist die Austrittsgeschwindigkeit des Wassers?

22. Welche sekundliche Wassermenge liefert ein Gerinne von dem skizzierten Querschnitt bei einer Wassergeschwindigkeit 0,8 m/s?

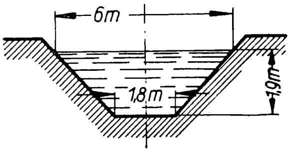


Bild 6

23. Aus der 60 mm weiten Düse einer Freistrahlturbine (Pelton-Rad) treten sekundlich 150 Liter Wasser aus. Wie groß ist die Austrittsgeschwindigkeit?

24. Durch eine Gasleitung von $1^1/_2''$ lichter Weite ($1'' = 1$ Zoll $= 25{,}4$ mm) werden 70 Flammen mit einem Gasverbrauch von je 110 l/h gespeist. Wie groß ist die Gasgeschwindigkeit in der Leitung?

25. Eine Wasserwerkpumpe liefert stündlich 310 m³ Wasser. Welchen Durchmesser muß die Rohrleitung erhalten, wenn die Wassergeschwindigkeit 1,8 m/s betragen soll?

Lösung: $Q = \frac{310\ \mathrm{m^3}}{3600\ \mathrm{s}} = 0{,}0861\ \mathrm{m^3/s} = Fv$.

$$F = \frac{0{,}0861}{1{,}8} = 0{,}0479\ \mathrm{m^2} = 47900\ \mathrm{mm^2} = \frac{\pi d^2}{4}.$$

In der Tafel (Tabelle) der Kreisinhalte findet man den zugehörigen Durchmesser $d = 247$ mm. Auszuführen Normalrohr von 250 mm Durchmesser.

26. Ein Lokomotivtender von 18 m³ Rauminhalt soll von einem Wasserkran in vier Minuten gefüllt werden. Welcher Durchmesser der Rohrleitung ist erforderlich bei einer Wassergeschwindigkeit von 2,5 m/s?

27. Ein 30pferdiger Gasmotor verbraucht stündlich 17 m^3 Gas. Die Gasgeschwindigkeit in der Leitung soll 2 m/s betragen. Zu berechnen ist der Durchmesser der Rohrleitung **a)** in mm; **b)** für Gasrohr in Zoll. $1'' = 25{,}4$ mm.

28. Eine Dampfmaschine gebraucht stündlich 5200 kg Dampf von 8 Atmosphären Überdruck. Die Wichte des Dampfes bei dieser Spannung beträgt 4,1 kg/m^3. **a)** Wie groß ist der sekundliche Dampfverbrauch in m^3? **b)** Welchen Durchmesser muß die Rohrleitung erhalten, wenn die Dampfgeschwindigkeit 20 m/s betragen soll?

29. In welcher Zeit kann ein Hochbehälter von 400 m^3 Inhalt durch eine 175 mm weite Rohrleitung gefüllt werden, wenn die Wassergeschwindigkeit 1,5 m/s betragen soll?

30. Ein Hochofen erhält den Gebläsewind durch eine Rohrleitung zugeführt, welche den Ofen nach Bild 7 ringförmig umfaßt und acht Blasrohre (sogenannte „Windformen“) von 190 mm lichter Austrittsweite speist. Die Tagesleistung des Ofens bei gleichmäßigem 24stündigem Betriebe beträgt 500 t Roheisen. Zur Erzeugung von 100 kg Eisen sind 280 m^3 Wind erforderlich. **a)** Welche Windmenge ist dem Ofen sekundlich zuzuführen? **b)** Welchen Innendurchmesser muß das Zuleitungsrohr erhalten bei einer Windgeschwindigkeit von 30 m/s? **c)** Mit welcher Geschwindigkeit wird der Wind in den Ofen eingeblasen?

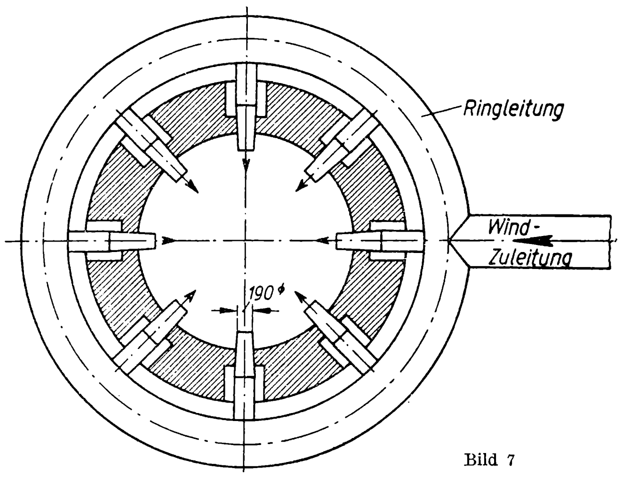


Bild 7

31. Das Pumpwerk für die Wasserversorgung einer Stadt liefert stündlich 580 m^3 Wasser in gleichmäßiger Arbeit durch die 500 mm weite Rohrleitung I (Bild 8) zur Stadt. Jenseits derselben ist ein auf dem Berge angeordneter Hochbehälter mit einer Rohrleitung II angeschlossen; sein Fassungsraum beträgt 1700 m^3. Zur Zeit geringen Bedarfs speist das Pumpwerk die Stadt und füllt zugleich den Hochbehälter; zur Zeit großen Bedarfs hilft der Hochbehälter durch Rückgabe von Wasser die Stadt versorgen. **a)** Wie groß ist die Wassergeschwin-

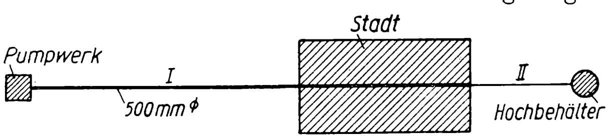


Bild 8

digkeit in der Rohrleitung I? **b)** Welchen Durchmesser muß die Leitung II erhalten, damit bei gleicher Wassergeschwindigkeit wie in Leitung I der Hochbehälter in 6 Stunden gefüllt wird? **c)** Wie hoch darf der stündliche Wasserverbrauch in der Stadt steigen, ohne daß die Wassergeschwindigkeit beim Füllen des Hochbehälters unter den berechneten Wert sinkt? **d)** Welche größte Wassermenge kann der Stadt zur Zeit höchsten Bedarfs bei der gegebenen Wassergeschwindigkeit stündlich zugeführt werden?

Gleichförmige kreisende Bewegung

32. Ein Körper bewegt sich gleichförmig auf einer Kreisbahn vom Halbmesser r (Bild 9), so daß er n Umdrehungen je Minute (U/min) ausführt. **a)** Wie groß ist seine Umfangsgeschwindigkeit? **b)** Was versteht man unter Winkelgeschwindigkeit der kreisenden Bewegung?

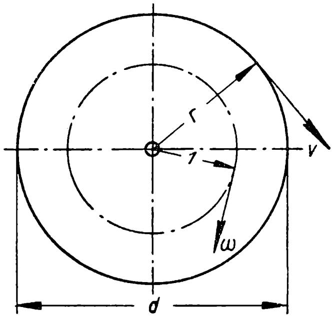


Bild 9

Lösung: a) Bei einer Umdrehung legt der Körper den Weg $2\pi r$ zurück; bei n Umdrehungen, also in einer Minute, d. h. in 60 Sekunden, den Weg $2\pi r n$. Folglich Weg in einer Sekunde

$$= \textbf{Umfangsgeschwindigkeit } v = \frac{2\pi r n}{60} = \frac{\pi d n}{60}.$$

b) Winkelgeschwindigkeit ω (griechischer Buchstabe Omega) ist die Umfangsgeschwindigkeit eines Punktes auf einem Kreise vom Halbmesser 1. Setzt man $r=1$ in die obige Gleichung der Umfangsgeschwindigkeit v ein, so erhält man $\omega = \frac{2\pi\, 1\, n}{60} = \frac{2\pi n}{60}$. Je weiter die Punkte einer kreisenden Scheibe von der Drehachse entfernt liegen, um so größer ist ihre Umfangsgeschwindigkeit; dagegen beschreiben alle Punkte denselben Drehwinkel in gleicher Zeit.

Die **Winkelgeschwindigkeit** $\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$

ist ein Maß für die Geschwindigkeit der Drehbewegung.

Zwischen v und ω besteht die Beziehung

$$v = r\,\omega.$$

33. Berechne folgende Umfangsgeschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten:

a) Schwungrad 5600 mm Durchmesser, $n = 90$ U/min.

b) Kurbelzapfen einer Dampfmaschine (Aufg. 54), 400 mm Kurbelradius, $n = 65$ U/min.

c) Kreissäge 700 mm Durchmesser, $n = 1200$ U/min.

d) Schmirgelscheibe 350 mm Durchmesser, $n = 1300$ U/min.

e) Schiffsschraube 7,2 m Flügeldurchmesser, $n = 80$ U/min.

f) Dampfturbine 1500 mm Raddurchmesser, $n = 3000$ U/min.

g) Punkt des Erdäquators. Erdradius 6377 km.

34. Bei einer Drehmaschine führt das Arbeitsstück eine kreisende Bewegung aus. Stelle die Bewegung graphisch dar für folgende Drehzahlen: 30, 40, 50, 65, 85, 110, 150, 190 U/min. Schnittgeschwindigkeiten bis 250 m/min, Drehdurchmesser bis 500 mm.

Lösung: Bei Angabe der Schnittgeschwindigkeit in m/min lautet die Gleichung:

$$v = \pi d n$$

Für $d = 0{,}318$ m $= 318$ mm ist $v = n$. Man zeichne (Bild 10) bei $d = 318$ mm die gegebenen Drehzahlen auf und verbinde diese Punkte mit dem Nullpunkt.

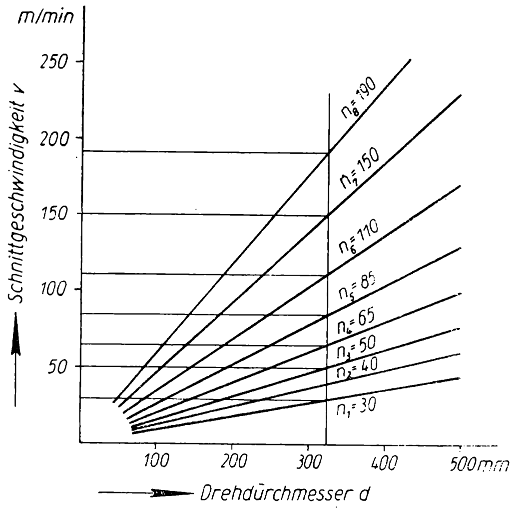


Bild 10

Gesucht Durchmesser:

35. Bei einer Seilscheibe soll die Geschwindigkeit der Hanfseile 25 m/s betragen. $n = 110$ U/min. Welcher Scheibendurchmesser ist auszuführen?

Lösung: $v = \frac{\pi d n}{60}$ = Seilgeschwindigkeit.

$$d = \frac{60 v}{\pi n} = \frac{60 \cdot 25}{\pi \cdot 110} = 4{,}34 \text{ m} = 4340 \text{ mm}.$$

36. Welchen Durchmesser muß die Riemenscheibe eines Elektromotors mit $n = 1200$ U/min erhalten, wenn die Riemengeschwindigkeit 15 m/s betragen soll?

37. Der Förderkorb eines Bergwerks mit den zu hebenden Kohlenwagen hängt an einem Drahtseil, das von der Fördertrommel aufgewunden wird. Diese wird von einer Dampfmaschine angetrieben. Wie groß ist der Trommeldurchmesser auszuführen, damit bei $n = 48$ U/min eine Fördergeschwindigkeit von 15 m/s erreicht wird?

Gesucht Drehzahl:

38. Wie groß muß die Drehzahl in U/min eines Schleifsteins von 1500 mm Durchmesser sein, wenn die Schleifgeschwindigkeit für Werkzeuge 8 m/s betragen soll?

39. Bei einer Bandsäge läuft das in sich geschlossene, endlose Säegband über zwei Scheiben von 850 mm Durchmesser. Gesucht wird a) Zeichnung; b) die Drehzahl in U/min der Scheiben, bei denen eine Schnittgeschwindigkeit von 20 m/s auftritt.

40. Eine Riemenscheibe von 860 mm Durchmesser ist zum Abdrehen auf einer Drehmaschine aufgespannt. Wie groß muß die Drehzahl in U/min gewählt werden, wenn die Schnittgeschwindigkeit am Drehmeißel 20 m/min sein soll?

41. Eine **Kreissäge** zum Metallschneiden soll eine Schnittgeschwindigkeit von 15 m je min bei 570 mm Blattdurchmesser erhalten (Bild 11). **a)** Wie groß muß die Drehzahl in U/min gewählt werden? **b)** Wieviel Zeit ist zum Durchschneiden eines 180 mm breiten Stahlblocks erforderlich, wenn der Vorschub desselben 0.4 mm/s beträgt?

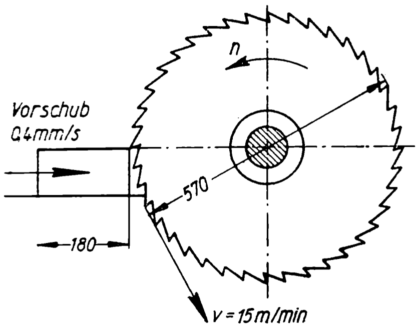


Bild 11

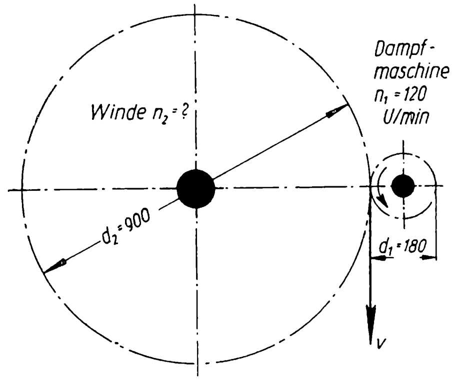


Bild 12

42. Das skizzierte **Zahnrädervorgelege** einer **Dampfwinde** (Bild 12) hat folgende Maße: Das kleine Zahnrad der Dampfmaschinenwelle hat 180 mm Teilkreisdurchmesser, $n_1 = 120$ U/min. Es greift treibend in ein großes Zahnrad der Windenwelle, dessen Teilkreisdurchmesser 900 mm beträgt. Die Teilkreise sind die gedachten mittleren Zahnkreise beider Räder, die mit gleicher Umfangsgeschwindigkeit aufeinanderrollen. Zu berechnen ist **a)** die Umfangsgeschwindigkeit beider Teilkreise; **b)** die Drehzahl in U/min der angetriebenen Windenwelle; **c)** die Räderübersetzung des Getriebes.

Lösung: **a)** $v = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 0{,}18 \cdot 120}{60} = 1{,}13\text{ m/s}.$

b) $v = \frac{\pi d_2 n_2}{60}$; $\quad n_2 = \frac{60 \cdot 1{,}13}{\pi \cdot 0{,}9} = 24\text{ U/min}.$

Aus $v = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{\pi d_2 n_2}{60}$ folgt $d_1 n_1 = d_2 n_2$, also $\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1}$, d. h., die Raddurchmesser verhalten sich umgekehrt wie die Drehzahlen. Das große Rad hat kleine Drehzahl und umgekehrt. Hieraus hätte man unmittelbar finden können

$$n_2 = \frac{d_1}{d_2} n_1 = \frac{180}{900} \cdot 120 = 24\text{ U/min}.$$

c) Räderübersetzung $\frac{d_1}{d_2} = \frac{180}{900} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{24}{120} = 1 : 5.$

43. Von einer Welle I, die mit $n_1 = 75$ U/min läuft, soll durch **Zahnräder** eine Welle II mit $n_2 = 300$ U/min angetrieben werden. Der Teilkreisdurchmesser des kleinen Zahnrades beträgt 168 mm. **a)** Zeichnung? **b)** Welche Umfangsgeschwindigkeit herrscht an den Teilkreisen beider Zahnräder? **c)** Welchen Teilkreisdurchmesser muß das große Zahnrad erhalten? **d)** Wie groß ist die Räderübersetzung?

44. Ein Straßenbahn-Elektromotor treibt mit einem Zahnrade von 136 mm Teilkreisdurchmesser ein großes, auf der Laufachse angeordnetes Zahnrad von 632 mm Teilkreisdurchmesser (Bild 13). Die auf den Schienen laufenden Treibräder der Achse haben 850 mm Durchmesser. Zu berechnen ist **a)** die Drehzahl in U/min der Achse, wenn der Wagen eine Fahrgeschwindigkeit von 45 km/h hat; **b)** Die Umfangsgeschwindigkeit der Zahnräderteilkreise; **c)** die erforderliche Drehzahl in U/min des Motors.

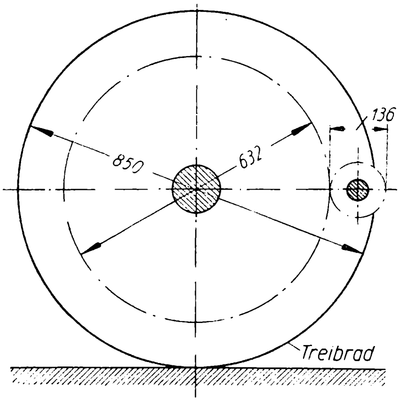


Bild 13

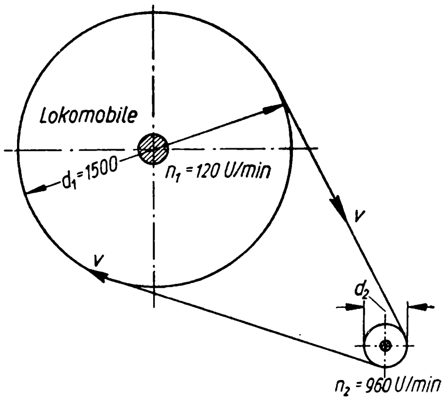


Bild 14

45. Die Welle einer Kreiselpumpe soll durch Riemen mit $n_2 = 960$ U/min von dem Schwungrade einer Lokomobile aus angetrieben werden (Bild 14). Letzteres hat 1500 mm Durchmesser und läuft mit $n_1 = 120$ U/min. **a)** Wie groß ist die Riemengeschwindigkeit? **b)** Welchen Durchmesser muß die Riemenscheibe der Pumpenwelle erhalten?

Lösung: **a)** $v = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 1{,}5 \cdot 120}{60} = 9{,}42$ m/s.

b) Die Umfangsgeschwindigkeiten beider Scheiben sind gleich groß, nämlich gleich der Riemengeschwindigkeit.

$$d_2 = \frac{60\, v}{\pi\, n_2} = \frac{60 \cdot 9{,}42}{\pi \cdot 960} = 0{,}188 \text{ m} = 188 \text{ mm}.$$

Wie in Aufg. 42 gilt $\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1}$ = Übersetzungsverhältnis. Die Scheibendurchmesser verhalten sich umgekehrt wie die Drehzahlen, d. h., die große Scheibe hat kleine Drehzahl. Hieraus unmittelbar

$$d_2 = d_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} = 1500 \cdot \frac{120}{960} = 188 \text{ mm}.$$

46. Ein Elektromotor mit einer Riemenscheibe von 300 mm Durchmesser und $n_1 = 540$ U/min soll eine Pumpe mit $n_2 = 75$ U/min antreiben. **a)** Das Bild des

Riementriebes ist zu zeichnen mit Eintragung der gegebenen Werte. **b)** Welchen Durchmesser muß die Riemenscheibe der Pumpenwelle erhalten?

47. Ein elektrischer Generator hat eine Riemenscheibe von 280 mm Durchmesser. Er soll mit $n_1 = 1050$ U/min von einer mit $n_2 = 160$ U/min laufenden Triebwerkwelle durch Riemen angetrieben werden. Gesucht wird **a)** das Bild des Riementriebes mit Eintragung der gegebenen Werte; **b)** die Riemengeschwindigkeit; **c)** der erforderliche Durchmesser der Riemenscheibe der Triebwerkwelle.

48. Die Welle einer Werkzeugmaschine kann mittels Riemen in drei verschiedenen Geschwindigkeitsstufen vom Deckenvorgelege aus angetrieben werden (Bild 15). Wie groß sind die Riemengeschwindigkeiten und die minutlichen Drehzahlen der Maschinenwelle bei den Stufen I, II und III, wenn das Deckenvorgelege unverändert mit $n_1 = 75$ U/min läuft?

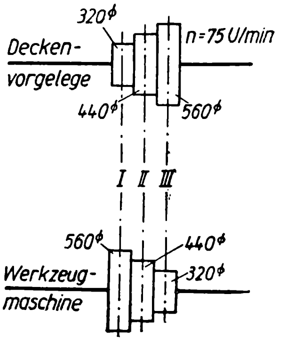


Bild 15

49. Eine Riemenscheibe von 2500 mm Durchmesser und 380 mm Kranzbreite ist zum Abdrehen auf der Drehmaschine aufgespannt. **a)** Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit, wenn die Scheibe in 4 Minuten 9 Umdrehungen ausführt? **b)** Wie lange dauert das Abdrehen des Kranzes, wenn die Spanbreite, d. h. der Vorschub, 1,8 mm beträgt?

Lösung: a) $n = \frac{9}{4} = 2{,}25$ U/min.

$$v = \frac{\pi d n}{60} = \frac{\pi \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}25}{60} = 0{,}294\ \mathrm{m/s} = 17{,}6\ \mathrm{m/min}\,.$$

b) Gesamtzahl der erforderlichen Umdrehungen $\frac{380\ \mathrm{mm}}{1{,}8\ \mathrm{mm}} = 211$,

$$\text{Schnittweg } s = \pi d \cdot 211 = \pi \cdot 2{,}5 \cdot 211 = 1657\ \mathrm{m},$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1657\ \mathrm{m}}{0{,}294\ \mathrm{m/s}} = 5640\,\mathrm{s} = \frac{5640}{3600} \approx 1^1/_2 \text{ Stunden.}$$

50. Eine Stange aus einer MgAl-Legierung von 50 mm Durchmesser und 600 mm Länge soll auf einer Drehmaschine mit der zulässigen Schnittgeschwindigkeit von 750 m/min bearbeitet werden. Vorschub 1,5 mm/U. **a)** Welche Drehzahl wäre erforderlich? **b)** Wie lange würde das Abdrehen dauern?

51. Auf einer Bohrmaschine sollen in CrNi-Stahl mehrere Löcher von 22 mm Durchmesser und 50 mm Tiefe gebohrt werden. Die Schnittgeschwindigkeit des Bohrers soll 25 m/min, der Vorschub 0,3 mm/U sein. **a)** Wieviel U/min muß die Bohrspindel machen? **b)** Wie lange dauert das Bohren eines Loches?

52. Auf einer Zylinderbohrmaschine soll ein Dampfzylinder von 900 mm Durchmesser und 1630 mm Länge ausgebohrt werden. Die Drehmeißel sind in einem radähnlichen Körper, dem sogenannten Bohrkopf, befestigt (Bild 16). Ihre Schnittgeschwindigkeit soll 30 m/min betragen, der Vorschub des Bohrkopfes in Längsrichtung des Zylinders 0,8 mm je Umdrehung. **a)** Wieviel Umdrehungen je Minute muß die Bohrspindel machen? **b)** Wie lange dauert die Arbeit?

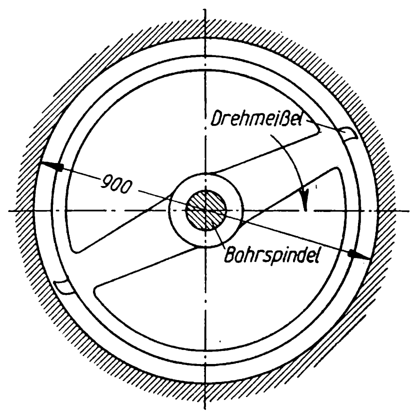


Bild 16

53. Eine Dampfmaschine mit einem Schwungrade von 2600 mm Durchmesser und $n = 180$ U/min treibt mittels Riemens eine elektrische Lichtmaschine von 840 mm Riemenscheiben-Durchmesser. **a)** Die Skizze des Riementriebes ist zu zeichnen mit Eintragung der gegebenen Werte. **b)** Wieviel Umdrehungen je Minute würde die Lichtmaschine ausführen, wenn kein „Riemenschlupf" aufträte? **c)** An der Lichtmaschine werden tatsächlich 547 U/min gemessen. Wie groß ist der Riemenschlupf, d. h., um wieviel Prozent bleibt die gemessene Drehzahl hinter der theoretischen Drehzahl zurück? **d)** Welchen Durchmesser muß die Riemenscheibe der Lichtmaschine erhalten, damit trotz des Riemenschlupfes die theoretische Drehzahl genau auftritt?

Mittlere Kolbengeschwindigkeit beim Kurbeltrieb

54. a) Welcher Art ist die Kolbenbewegung beim Kurbeltrieb (Bild 17), wenn der Kurbelzapfen A mit gleichförmiger Umfangsgeschwindigkeit kreist? **b)** Was versteht man unter „mittlerer Kolbengeschwindigkeit"?

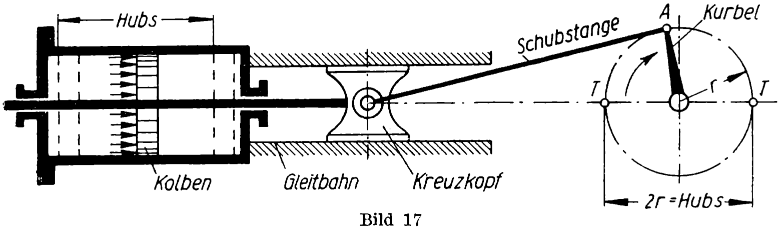


Bild 17

Lösung: a) Die Bewegung des hin- und hergehenden Kolbens ist ungleichförmig veränderlich. In den Totlagen T beim Hubwechsel ist die Kolbengeschwindigkeit Null; etwa in Hubmitte am größten.

b) Mittlere Kolbengeschwindigkeit v_m ist die Geschwindigkeit einer gedachten gleichförmigen Bewegung, bei welcher der Kolben in einer Minute denselben Weg zurücklegen würde wie bei seiner ungleichförmigen Bewegung.

$$v_m = \frac{\text{Weg in einer Minute}}{\text{Zeit}} = \frac{(2\,s\,n)\text{ Meter}}{60\text{ Sekunden}} = \frac{\mathbf{2\,s\,n}}{\mathbf{60}} = \frac{\mathbf{s\,n}}{\mathbf{30}}\,[\text{m/s}].$$

55. Eine **Dampfmaschine** hat 1600 mm Kolbenhub und macht 72 U/min. Wie groß ist **a)** die mittlere Kolbengeschwindigkeit? **b)** die Umfangsgeschwindigkeit des Kurbelzapfens? Bild wie bei voriger Aufgabe.

56. Die Kurbelwelle eines **Kraftwagenmotors** macht 1200 U/min. Der Kolbenhub beträgt 130 mm. Gesucht wird **a)** die mittlere Kolbengeschwindigkeit; **b)** die Umfangsgeschwindigkeit des Kurbelzapfens.

57. Wie groß darf der Kolbenhub einer **Gebläsemaschine** mit Kurbeltrieb für $n = 50$ U/min höchstens gewählt werden, wenn die mittlere Kolbengeschwindigkeit $\leqq 3$ m/s sein soll?

58. Welche höchste Drehzahl in U/min ist bei einer **Kolbenpumpe** mit Kurbeltrieb von 750 mm Hub zulässig, wenn die mittlere Kolbengeschwindigkeit $\leqq 1{,}4$ m/s sein soll?

59. In welchem Verhältnis steht bei einer **Kurbelkraftmaschine** die mittlere Kolbengeschwindigkeit zur Umfangsgeschwindigkeit des Kurbelzapfens?

Zusammengesetzte Geschwindigkeiten

60. Auf einem mit 2 m/s gleichförmig fahrenden **Schiffe** bewegt sich ein Mann rechtwinklig zur Fahrtrichtung mit einer Geschwindigkeit 1,5 m/s. **a)** Wie benennt man die verschiedenen Geschwindigkeiten? **b)** Wie groß ist die wirkliche Geschwindigkeit des Mannes? **c)** Unter welchem Winkel α zur Fahrtrichtung erfolgt die wirkliche Bewegung des Mannes?

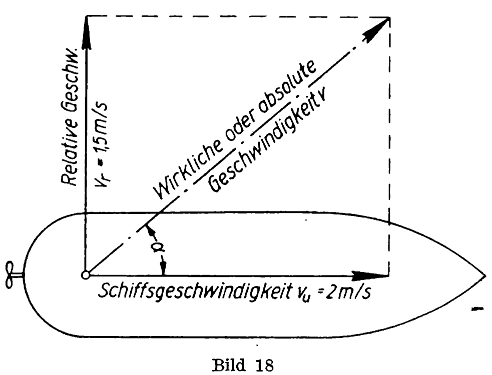


Bild 18

Lösung: a) Die Geschwindigkeit der bewegten Unterlage, d. h. des Schiffes, ist $v_u = 2$ m/s (Bild 18). Die Geschwindigkeit, mit der der Mann beim Gehen sich auf dem Schiffe bewegt und die er, nach unten auf das Deck des Schiffes sehend, wahrnimmt, heißt die **scheinbare** oder **relative** Geschwindigkeit, d. h. die Geschwindigkeit, bezogen auf die bewegte Unterlage. Im vorliegenden Falle $v_r = 1{,}5$ m/s. — Die aus beiden resultierende **wirkliche** oder **absolute** Geschwindigkeit ist nach Größe und Richtung dargestellt durch die Diagonale des aus den genannten Seitengeschwindigkeiten gezeichneten Parallelogramms.

b) $v = \sqrt{v_u^2 + v_r^2} = \sqrt{2^2 + 1{,}5^2} = 2{,}5$ m/s.

c) $\tan\alpha = \dfrac{v_r}{v_u} = \dfrac{1{,}5}{2} = 0{,}75; \quad \alpha = 37°.$

61. Ein Laufkran fährt in der Längsrichtung einer Werkstatt mit 1 m/s. Die Laufwinde verschiebt sich gleichzeitig auf der Kranbühne rechtwinklig zu deren Fahrtrichtung mit 0,8 m/s. **a)** Wie groß ist die wirkliche Geschwindigkeit der an der Winde hängenden Last? **b)** Unter welchem Winkel gegen die Längsrichtung der Werkstatt bewegt sich die Last?

62. Aus einem mit 15 m/s fahrenden Eisenbahnzuge wird eine Flasche hinausgeworfen mit einer Geschwindigkeit 7 m/s senkrecht zur Fahrtrichtung. **a)** Mit welcher Geschwindigkeit trifft sie einen Baum am Bahndamm? **b)** Unter welchem Winkel zur Fahrtrichtung erfolgt ihre wirkliche Bewegung?

63. Ein Motorboot, das 1,7 m/s zurückzulegen vermag, wird beim Durchqueren eines 130 m breiten Flusses um 69 m in der Flußrichtung abgetrieben, während es die Fahrtrichtung senkrecht zur Uferkante einhält (Bild 19). **a)** Wieviel Zeit gebraucht es zur Überfahrt? **b)** Wie groß ist die Wassergeschwindigkeit des Flusses? **c)** Welche wirkliche Geschwindigkeit hat das Boot? **d)** Unter welchem Winkel zur Uferkante müßte das Boot gesteuert werden, um senkrecht gegenüber der Abfahrtsstelle zu landen? **e)** Wie groß ist dann die wirkliche Geschwindigkeit? **f)** Wieviel Zeit gebraucht das Boot hierbei zur Überfahrt?

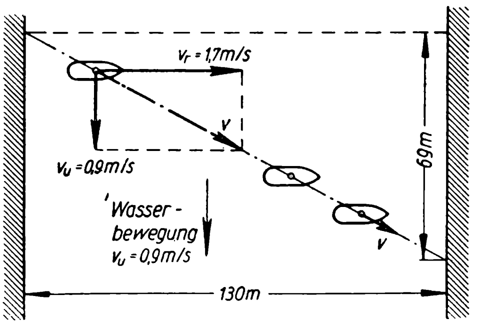


Bild 19

Lösung: a) Die scheinbare oder relative Geschwindigkeit, welche das Boot durch seine Motorkraft senkrecht zur Flußrichtung erhält, ist $v_r = 1{,}7\,\mathrm{m/s} = \frac{s}{t}$; $t = \frac{s}{v_r} = \frac{130\,\mathrm{m}}{1{,}7\,\mathrm{m/s}} = 76{,}5\,\mathrm{s}$.

b) Die Geschwindigkeit der bewegten Unterlage, d. h. die Wassergeschwindigkeit v_u des Flusses, ist so groß, daß während der 76,5 Sekunden der Überfahrt ein Weg von 69 m zurückgelegt wird.

$$v_u = \frac{69\,\mathrm{m}}{76{,}5\,\mathrm{s}} = 0{,}9\,\mathrm{m/s}.$$

c) Wirkliche Geschwindigkeit (Bild 19)

$$v = \sqrt{v_u^2 + v_r^2} = \sqrt{0{,}9^2 + 1{,}7^2} = 1{,}92\,\mathrm{m/s}.$$

d) Die wirkliche Geschwindigkeit v' (Bild 20) muß jetzt senkrecht zum Flusse gerichtet sein und als Diagonale des Parallelogramms der Seitengeschwindigkeiten erscheinen. Die Relativgeschwindigkeit, mit der sich das Boot durch seine Motorkraft im Wasser fortzubewegen vermag, ist, wie oben, $v_r = 1{,}7$ m/s.

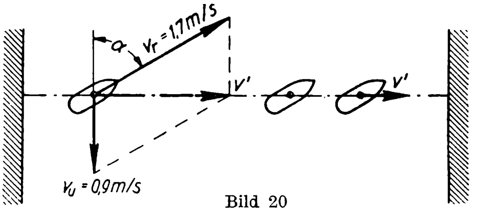


Bild 20

$$\cos\alpha = \frac{v_u}{v_r} = \frac{0{,}9}{1{,}7} = 0{,}5294;\quad \alpha = 58°.$$

e) $v' = \sqrt{1{,}7^2 - 0{,}9^2} = 1{,}44\,\mathrm{m/s}$.

f) $t = \frac{s}{v'} = \frac{130\,\mathrm{m}}{1{,}44\,\mathrm{m/s}} = 90\,\mathrm{s}$.

64. Ein Schwimmer, welcher sekundlich 0,8 m zurückzulegen vermag, will einen Fluß von der Wassergeschwindigkeit 0,5 m/s so durchqueren, daß er senkrecht gegenüber der Eingangsstelle landet. **a)** Das Geschwindigkeitsparallelogramm ist zu zeichnen. **b)** Unter welchem Winkel zur Uferkante muß er schwimmen? **c)** Wie groß ist seine wirkliche Geschwindigkeit? **d)** Wieviel Zeit gebraucht er zum Durchschwimmen des 54 m breiten Flusses?

65. Ein Luftschiff, das bei Windstille 18 m/s zurückzulegen vermag, soll bei Westwind von 6 m sekundlicher Geschwindigkeit genau nördlichen Kurs halten. **a)** Das Geschwindigkeitsparallelogramm ist zu zeichnen. **b)** Unter welchem Winkel zur Nordrichtung muß das Schiff gesteuert werden? **c)** Wie groß ist seine wirkliche Geschwindigkeit?

66. Gegen einen mit 50 km/h fahrenden Eisenbahnzug wird senkrecht zur Fahrtrichtung ein Stein geworfen mit einer Geschwindigkeit 9 m/s. **a)** Das Geschwindigkeitsparallelogramm ist zu zeichnen. **b)** Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Stein den Zug? **c)** Unter welchem Winkel zur Fahrtrichtung bewegt sich der Stein im Eisenbahnwagen?

67. Von den Fenstern eines mit 60 km/h fahrenden Personenzuges aus beobachtet man, daß Regen draußen bei Windstille unter 50° Neigung gegen die Lotrechte zu fallen scheint. Wie groß ist die wirkliche Geschwindigkeit der senkrecht fallenden Regentropfen?

68. Ein Schiff fährt mit der Geschwindigkeit 6,5 m/s genau nach Westen. Der Wind weht nach dem Bild 21 aus Südwestsüd mit der wirklichen Geschwindigkeit 3,5 m/s. **a)** Das Geschwindigkeitsparallelogramm ist zu zeichnen. **b)** Welche scheinbare Windgeschwindigkeit wird an Bord gemessen? **c)** Unter welchem Winkel zur Fahrtrichtung stellt sich die Schiffsflagge ein?

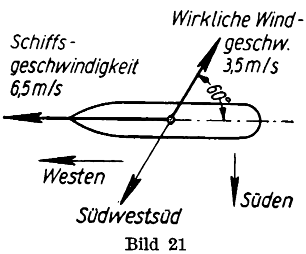


Bild 21

Lösung: **a)** Gegeben ist die Geschwindigkeit der bewegten Unterlage, d. h. des Schiffes $v_u = 6{,}5$ m/s, und die wirkliche Geschwindigkeit des Windes $v = 3{,}5$ m/s. Letztere muß Seite des Geschwindigkeitsparallelogramms werden. Die unbekannte relative Geschwindigkeit v_r erscheint als Parallelogrammdiagonale.

b) Nach dem Cosinussatze ist $v_r^2 = 6{,}5^2 + 3{,}5^2 - 2 \cdot 6{,}5 \cdot 3{,}5 \cdot \cos 120°$.

Daraus $v_r = 8{,}8$ m/s.

c) Die Richtung der Flagge ergibt sich nach zeichnerischer Darstellung durch Anwendung des Sinussatzes ($\alpha = 20°$).

Beschleunigung

Beschleunigte und verzögerte Bewegung

69. **a)** Was ist gleichmäßig beschleunigte Bewegung? **b)** Was ist Beschleunigung? **c)** Was versteht man unter Geschwindigkeit einer beschleunigten Bewegung in einem bestimmten Augenblick?

Lösung: **a)** Gleichmäßig beschleunigte Bewegung ist eine solche, bei der die Geschwindigkeit innerhalb jeder Sekunde um denselben Betrag wächst.

b) Beschleunigung ist Geschwindigkeitszunahme in einer Sekunde.

c) Die Geschwindigkeit nimmt fortwährend gleichmäßig zu. Geschwindigkeit in einem bestimmten Augenblick ist der Weg, den der Körper in der folgenden Sekunde zurücklegen würde, wenn er sich von dem betrachteten Zeitpunkte an gleichförmig weiterbewegte.

70. Wie heißen die Grundgleichungen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung?

Lösung: Es sei v_0 die Anfangsgeschwindigkeit der betrachteten Bewegung, b die Beschleunigung, d. h. die Geschwindigkeitszunahme je Sekunde. Dann ist

die Geschwindigkeit nach 1 Sekunde $v = v_0 + b$,
,, ,, ,, 2 Sekunden $v = v_0 + b \cdot 2$,
,, ,, ,, t ,, $\boldsymbol{v = v_0 + bt.}$ **(I)**

Diese erste Grundgleichung handelt von den Geschwindigkeiten.

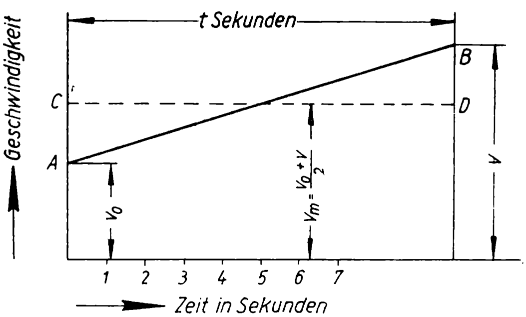


Bild 22

Trägt man im Schaubild (Bild 22, entsprechend Aufg. 18) waagerecht die Zeit t, senkrecht die Anfangsgeschwindigkeit v_0 und die Endgeschwindigkeit v auf, so wird die gleichmäßig zunehmende Geschwindigkeit durch eine ansteigende Gerade AB dargestellt. Der in der Zeit t zurückgelegte Weg s ist wie in Aufgabe 18 durch den Flächeninhalt der Trapezfläche im Schaubild dargestellt = mittlere Trapezhöhe mal Länge $= \frac{v_0 + v}{2} t$. Hierbei kann $\frac{v_0 + v}{2}$ als mittlere Geschwindigkeit v_m aufgefaßt werden. Der zurückgelegte Weg s der beschleunigten Bewegung ist gerade so groß, als wenn sich der Körper während t Sekunden gleichförmig mit einer mittleren Geschwindigkeit $v_m = \frac{v_0 + v}{2}$ bewegt hätte, die im Schaubild durch die waagerechte Gerade CD dargestellt wird.

$$\boldsymbol{s = v_m t = \frac{v_0 + v}{2} t.} \qquad \textbf{(II)}$$

Diese zweite Grundgleichung handelt von dem Wege.

Für den Fall, daß die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$ ist, heißen die beiden Grundgleichungen:

$$\text{(I)} \quad \boldsymbol{v = bt} \quad \text{und} \quad \text{(II)} \quad \boldsymbol{s = \frac{v}{2} t}.$$

71. Welche Maßeinheit hat die Beschleunigung?

Lösung: Aus (I) $v = v_0 + bt$ folgt:

$$b = \frac{v - v_0}{t} = \frac{\text{Geschwindigkeitszunahme}}{\text{Zeit}} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}}$$

$$\boldsymbol{b = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{m/s}^2}.$$

72. Wie heißen die Grundgleichungen der gleichmäßig verzögerten Bewegung?

Lösung: Verzögerung ist Geschwindigkeitsabnahme je Sekunde, kann als negative Beschleunigung ($-b$) aufgefaßt werden. Also gilt entsprechend Aufgabe 70:

$$\boldsymbol{v = v_0 - bt}. \qquad \text{(I)*}$$

Im Schaubild (Bild 23) wird die gleichmäßig abnehmende Geschwindigkeit durch eine abfallende Gerade AB dargestellt. Aus der mittleren Geschwindigkeit $v_m = \frac{v_0 + v}{2}$ ergibt sich für den zurückgelegten Weg derselbe Ausdruck wie bei der beschleunigten Bewegung (Aufg. 70):

$$\boldsymbol{s = v_m t = \frac{v_0 + v}{2} t}. \qquad \text{(II)*}$$

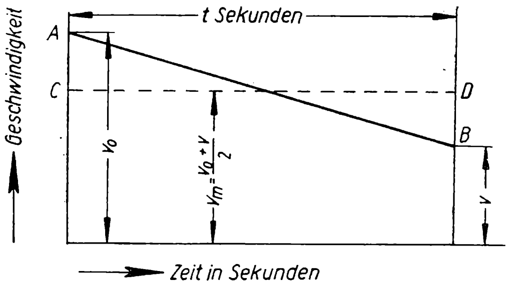


Bild 23

Wenn die Endgeschwindigkeit $v = 0$ ist, heißen die Grundgleichungen:

$$\text{(I)} \quad 0 = v_0 - bt; \quad \boldsymbol{v_0 = bt} \quad \text{und} \quad \text{(II)} \quad \boldsymbol{s = \frac{v_0}{2} t}.$$

73. Bei einer Versuchseinrichtung für beschleunigte Bewegung rollt eine Kugel aus der Ruhe ($v_0 = 0$) in 5 Sekunden 25 m weit gleichmäßig beschleunigt abwärts. Gesucht wird **a)** die Beschleunigung; **b)** die Geschwindigkeit nach 1, 2, 3, 4 und 5 Sekunden; **c)** ebenso die zurückgelegten Strecken. **d)** Zeichne die Bewegung graphisch auf!

Lösung: **a)** Gegeben $t = 5$ s, $s = 25$ m, $v_0 = 0$.

Die Grundgleichung (I) $v = bt$ enthält zwei Unbekannte, v und b, ist deshalb erst nach Ansatz der Gleichung II verwendbar.

$$\text{(II)} \quad s = \frac{v}{2} t; \quad v = \frac{2s}{t} = \frac{2 \cdot 25}{5} = 10 \text{ m/s}.$$

Eingesetzt in: $\quad \text{(I)} \quad b = \frac{v}{t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2.$

b) Da Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$,

nach	1 Sekunde	$v_1 = 2 \cdot 1 =$	2 m/s,
„	2 Sekunden	$v_2 = 2 \cdot 2 =$	4 m/s,
„	3 „	$v_3 = 2 \cdot 3 =$	6 m/s,
	4 „	$v_4 = 2 \cdot 4 =$	8 m/s,
„	5 „	$v_5 = 2 \cdot 5 =$	10 m/s.

Die Geschwindigkeit wächst in jeder Sekunde um den Betrag der Beschleunigung, d. h. um je 2 m/s.

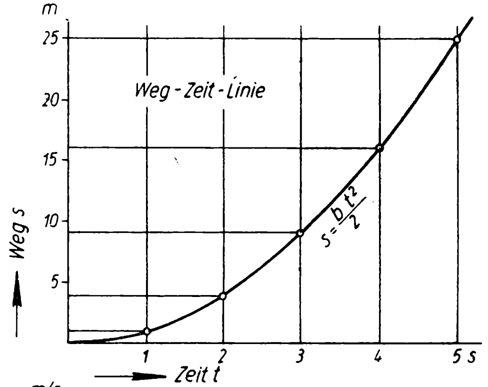


Bild 24

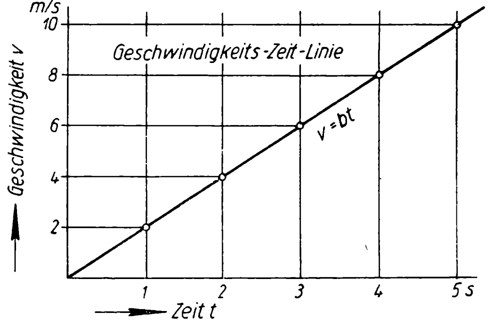


Bild 25

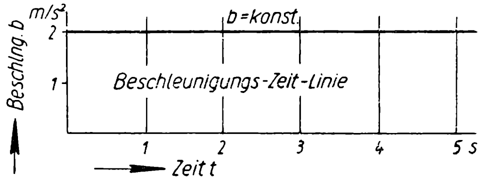


Bild 26

Lösung 73d

c) Setzt man (I) $v = bt$ in Gleichung (II) ein, so wird

$$s = \frac{v}{2} t = \frac{bt}{2} t = \frac{bt^2}{2}.$$

$$\begin{array}{lll} \text{Nach } 1 \text{ Sekunde} & s_1 = \frac{2 \cdot 1^2}{2} = 1^2 = & 1 \text{ m} \\ 2 \text{ Sekunden} & s_2 = \frac{2 \cdot 2^2}{2} = 2^2 = & 4 \text{ m} \\ 3 \quad ,, & s_3 = \frac{2 \cdot 3^2}{2} = 3^2 = & 9 \text{ m} \\ 4 \quad ,, & s_4 = \frac{2 \cdot 4^2}{2} = 4^2 = & 16 \text{ m} \\ 5 \quad ,, & s_5 = \frac{2 \cdot 5^2}{2} = 5^2 = & 25 \text{ m} \end{array}$$

Der Weg $s = \frac{bt^2}{2}$ wächst mit dem Quadrate der Zeit.

d) Die Weg-Zeit-Linie ist eine Parabel, die Geschwindigkeits-Zeit-Linie eine Gerade und die Beschleunigungs-Zeit-Linie eine Parallele zur t-Achse.

74. Ein Eisenbahnzug legt beim Anfahren 1120 m Weg in 80 Sekunden gleichmäßig beschleunigt zurück. Wie groß ist die Endgeschwindigkeit und die Beschleunigung?

Lösung: Gegeben $t = 80$ s, $s = 1120$ m, $v_0 = 0$.

(I) $v = bt$ enthält zwei Unbekannte v und b.

$$\text{(II)} \quad s = \frac{v}{2} t; \quad v = \frac{2s}{t} = \frac{2 \cdot 1120}{80} = 28 \text{ m/s}.$$

$$\text{(I)} \quad b = \frac{v}{t} = \frac{28}{80} = 0{,}35 \text{ m/s}^2.$$

75. Ein Straßenbahnwagen erreicht beim Anfahren in 7 Sekunden die höchste Fahrgeschwindigkeit von 4 m/s. Gesucht wird die Beschleunigung und der Anfahrweg.

76. Ein Kraftwagen hat nach drei Sekunden auf gerader Strecke (Autobahn) seine Höchstgeschwindigkeit von 100 km/h erreicht. Wie groß ist **a)** die Beschleunigung? **b)** der Anfahrweg?

77. Ein Schnellzug mit der Fahrgeschwindigkeit 110 km/h wird durch Schnellbremsen auf einer Strecke von 280 m zum Stehen gebracht. Wie groß ist die Bremszeit und die Verzögerung?

Lösung: $v_0 = 110 \text{ km/h} = 110 \cdot \frac{1000}{3600} = 30{,}6 \text{ m/s}, \quad v = 0.$

Nach Aufg. 72 ist (I)* $v_0 = bt$ und (II)* $s = \frac{v_0}{2} t$.

$$t = \frac{2s}{v_0} = \frac{2 \cdot 280}{30{,}6} = 18{,}3 \text{ s}.$$

$$b = \frac{v_0}{t} = \frac{30{,}6}{18{,}3} = 1{,}67 \text{ m/s}^2.$$

78. Ein Laufkran, der eine Fahrgeschwindigkeit von 90 m/min hat, läuft nach Ausschalten des Antriebmotors auf einer Strecke von 4,2 m gleichmäßig verzögert bis zum Stillstande aus. **a)** Wie lange dauert die Auslaufbewegung? **b)** Wie groß ist die Verzögerung?

79. Das Schwungrad eines Gasmotors hat 2600 mm Durchmesser und macht 180 U/min. Nach Abstellen des Gases läuft es gleichmäßig verzögert während 84 Umdrehungen bis zum Stillstande aus. Zu berechnen ist **a)** die Umfangsgeschwindigkeit des Rades bei voller Drehzahl; **b)** der Auslaufweg eines Punktes am Radumfang; **c)** die Zeitdauer der Auslaufbewegung; **d)** die Verzögerung am Radumfang.

Lösung: a) $v_0 = 24{,}5$ m/s. **b)** $s = \pi d \cdot 84 = 686$ m. **c)** 56 s. **d)** 0,438 m/s².

80. Die Bremsscheibe eines elektrisch betriebenen Kranwindwerks hat 720 mm Durchmesser und wird durch Anziehen der Bremse innerhalb 5 Sekunden von $n = 210$ U/min bis zum Stillstande gleichmäßig verzögert abgebremst. Wie groß ist **a)** die Umfangsgeschwindigkeit der Scheibe bei $n = 210$ U/min? **b)** der Bremsweg bis zum Stillstande? **c)** die Gesamtzahl der Umdrehungen während der Auslaufbewegung? **d)** die Verzögerung am Scheibenumfang?

81. Eine Dampfturbine, die im Betriebe 3000 U/min macht, braucht nach Absperren des Dampfes 27 Minuten Zeit, damit sie gleichmäßig verzögert bis zum Stillstande ausläuft. Gesucht wird **a)** die Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades im Betriebe bei 1600 mm Raddurchmesser; **b)** der von einem Punkte des Radumfangs während des Auslaufens zurückgelegte Weg in km; **c)** die Gesamtzahl der Umdrehungen, die das Rad bei der Auslaufbewegung noch ausführt; **d)** die Verzögerung am Radumfang.

82. Eine Walzenzugmaschine mit einem Schwungrade von 5800 mm Durchmesser läuft innerhalb 28 Sekunden gleichmäßig beschleunigt aus dem Ruhezustande bis auf 210 U/min an. Zu berechnen ist **a)** die Umfangsgeschwindigkeit des Rades bei voller Drehzahl; **b)** der Weg in m, den ein Punkt des Radumfangs während der Anlaufbewegung zurücklegt; **c)** die Zahl der Umdrehungen, welche die Maschine zum Anlaufen gebraucht; **d)** die Beschleunigung am Radumfang.

83. Ein Schnellzug soll von einem Orte A nach einem 9,0 km entfernten Orte B fahren, und zwar soll er beim Anfahren in 2 Minuten auf die höchste Geschwindigkeit 100 km/h gleichmäßig beschleunigt und beim Anhalten auf einer Strecke von 1100 m gleichmäßig gebremst werden. Die übrige Fahrt soll gleichförmig mit 100 km/h erfolgen. Gesucht wird **a)** die Beschleunigung, **b)** der Anfahrweg, **c)** die Zeitdauer des Bremsens, **d)** die Verzögerung, **e)** der Weg der

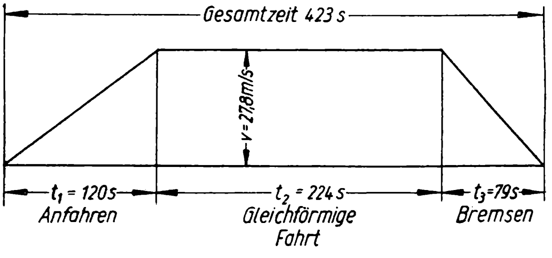


Bild 27

gleichförmigen Fahrt, **f)** die Zeitdauer der gleichförmigen Fahrt, **g)** die gesamte Fahrzeit, **h)** die Geschwindigkeits-Zeit-Linie.

Lösung: a) $v = 27{,}8\ \mathrm{m/s} = b_1 t_1$;

$$b_1 = \frac{v}{t_1} = \frac{27{,}8\ \mathrm{m/s}}{120\ \mathrm{s}} = 0{,}23\ \mathrm{m/s^2}.$$

b) $s_1 = \frac{v}{2} t_1 = \frac{27{,}8}{2} \cdot 120 = 1668\ \mathrm{m}.$

c) $s_3 = \frac{v}{2} t_3$; $\quad t_3 = \frac{2 s_3}{v} = \frac{2 \cdot 1100}{27{,}8} = 79\ \mathrm{s}.$

d) $v = b_3 t_3$; $\quad b_3 = \frac{v}{t_3} = \frac{27{,}8}{79} = 0{,}35\ \mathrm{m/s^2}.$

e) $s_2 = 9000 - 1668 - 1100 = 6232\ \mathrm{m}.$

f) $v = \frac{s_2}{t_2}$; $\quad t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{6232}{27{,}8} = 224\ \mathrm{s}.$

g) $t_1 + t_2 + t_3 = 120 + 224 + 79 = 423\ \mathrm{s}.$

h) Zum Schaubild (Bild 27) vgl. Aufgaben 18, 70 und 72.

84. Die Wagen einer elektrischen Untergrundbahn fahren mit 0,9 m sekundlicher Beschleunigung an und bremsen auf 80 m Weg. Die Geschwindigkeit der gleichförmigen Fahrt beträgt 50 km/h. Gesucht wird **a)** die Zeitdauer der Anfahrbewegung, **b)** der Anfahrweg, **c)** die Zeitdauer des Bremsens, **d)** der Weg der gleichförmigen Fahrt, wenn die Bahnhöfe 620 m voneinander entfernt liegen, **e)** die Zeitdauer der gleichförmigen Fahrt, **f)** die gesamte Fahrzeit, **g)** die Geschwindigkeits-Zeit-Linie.

85. Ein Personenaufzug von 25 m Hub soll beim Anfahren in 3 Sekunden auf eine Geschwindigkeit 1,5 m/s gleichmäßig beschleunigt und beim Anhalten auf eine Höhe 3,6 m gleichmäßig verzögert werden. Die übrige Hubbewegung soll gleichmäßig mit 1,5 m/s erfolgen. **a)** Wie groß ist die Beschleunigung? **b)** die Verzögerung? **c)** Wie lange dauert der ganze Hub? **d)** Die Geschwindigkeits-Zeit-Linie ist zu zeichnen.

86. Eine Schachtförderanlage hat 750 m Teufe (Tiefe). Das Anfahren soll mit gleichmäßiger Beschleunigung 0,9 m/s² stattfinden, die gleichförmige Fahrt mit einer Geschwindigkeit 18 m/s, das Auslaufen mit einer Verzögerung 0,6 m/s². Zu berechnen ist **a)** die Zeitdauer der beschleunigten und **b)** der verzögerten Fahrt; **c)** die während der drei aufeinander folgenden Bewegungsabschnitte zurückgelegten Förderhöhen in Metern und **d)** in Prozent der Gesamthöhe; **e)** die Zeitdauer der gleichförmigen Fahrt und **f)** die Gesamtzeit eines Hubes; **g)** die Geschwindigkeits-Zeit-Linie.

87. Die Fördermaschine eines Bergwerks hat eine Trommel von 9000 mm Durchmesser, auf der das Seil aufgewunden wird. Die Teufe, d. h. die Länge des aufzuwindenden Seiles, beträgt 680 m. Beim Anfahren soll nach 8 Trommelumdrehungen die größte Fördergeschwindigkeit des Seiles, 16 m/s, in gleichmäßig beschleunigter Bewegung erreicht sein. Das Auslaufen soll auf 6 Trommelumdrehungen gleichmäßig verzögert erfolgen, die übrige Förderung gleichförmig mit 16 m/s geschehen. Gesucht sind **a)** die Förderhöhen der beschleunigten, gleichförmigen und verzögerten Fahrt; **b)** die zugehörigen Zeiten und die Gesamtzeit eines Hubes; **c)** die Beschleunigung; **d)** die Verzögerung; **e)** die Geschwindigkeits-Zeit-Linie.

88. Eine Drehbrücke übergreift den Schiffahrtskanal mit einem 53 m langen Brückenarme OB (siehe schematisches Bild 28. Auch Bild bei Aufg. 408). Zwecks Freigabe der Durchfahrt für die Schiffe wird die Brücke um den Drehzapfen O um 90° in die Stellung OB' geschwenkt. Die Bewegung ist anfangs gleichmäßig beschleunigt, bis ein Drehwinkel von 10° zurückgelegt ist und der Brückenkopf B eine Umfangsgeschwindigkeit 0,6 m/s erreicht hat. Dann folgt gleichförmige Drehung mit der genannten Geschwindigkeit. Die Auslaufbewegung ist gleichmäßig verzögert und umfaßt die letzten 10° der Schwenkung. **a)** Welche Wegstrecken legt der Brückenkopf B während der drei Bewegungsabschnitte zurück? **b)** Wie lange dauern die drei Bewegungsabschnitte und das volle Schwenken der Brücke um 90°? **c)** Wie groß ist die Beschleunigung und Verzögerung des Brückenkopfes B?

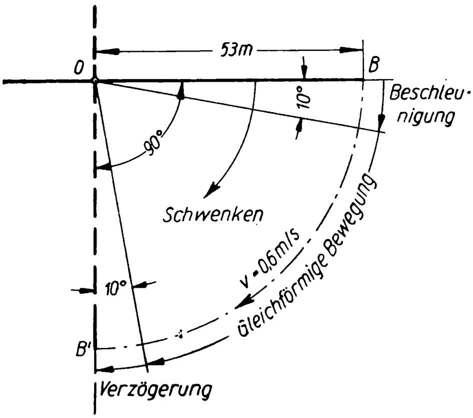


Bild 28

89. Ein Personenzug von 75 km stündlicher Fahrgeschwindigkeit bremst zum Anhalten auf einer Station mit einer Verzögerung 0,4 m/s². Der Aufenthalt dauert $^3/_4$ Minuten. Das Wiederanfahren geschieht mit einer Beschleunigung 0,2 m/s². Gesucht wird **a)** die Zeitdauer des Bremsens und **b)** der Bremsweg; **c)** die Zeitdauer des Anfahrens und **d)** der Anfahrweg; **e)** die Gesamtzeit vom Beginn des Bremsens bis zum Wiedererreichen der Höchstgeschwindigkeit; **f)** die Strecke, um welche der Zug weitergekommen wäre, wenn er frei hätte durchfahren können; **g)** der tatsächliche Zeitverlust, welchen das Anhalten zur Folge hat.

90. Die Geschwindigkeit eines Güterzuges wächst beim Durchfahren einer 1,9 km langen Gefällestrecke von 27 km/h gleichmäßig auf 62 km/h. Zu berechnen ist **a)** die Anfangs- und die Endgeschwindigkeit der beschleunigten Bewegung in m/s; **b)** die Zeit, welche der Zug zum Durchfahren der Gefällestrecke gebraucht; **c)** die Beschleunigung.

91. Das Rangieren eines Güterzuges mittels „Ablaufgleises" geschieht in der Weise, daß der Wagenzug zum Anfangspunkte der mit starkem Gefälle angeordneten Ablaufstrecke hin mit gleichförmiger Geschwindigkeit 0,9 m/s durch die Lokomotive vorgeschoben wird. Hier lösen sich die zuvor losgekuppelten Wagen, einer nach dem anderen, vom Zuge los, indem sie auf der Gefällestrecke gleichmäßig wachsende Geschwindigkeit annehmen. An das Ende dieser Strecke schließen die waagerechten Verteilungsgleise mit Weichen an. **a)** In welcher Zeit durchläuft ein Wagen die 80 m lange Gefällestrecke, wenn er am Ende derselben eine Geschwindigkeit 3,5 m/s erreicht? **b)** Mit welcher Beschleunigung bewegen sich die Wagen? **c)** Wie lange dauert der Vorschub des Zuges um eine Wagenlänge, wenn letztere zu 9 m angenommen wird? **d)** In welchen Abständen laufen die Wagen auf den an die Gefällestrecke anschließenden waagerechten Gleisen hintereinander her, die Abstände von Mitte bis Mitte Wagen gerechnet?

Erdbeschleunigung. Freier Fall

92. a) Welcher Art ist die Bewegung eines frei fallenden Körpers ohne Luftwiderstand? **b)** Wie groß ist die Beschleunigung der Fallbewegung? **c)** Wie heißen die Grundgleichungen der Fallbewegung? **d)** Welche Endgeschwindigkeit erreicht ein mit der Anfangsgeschwindigkeit Null fallender Körper nach dem Durchfallen einer Höhe h?

Lösung: a) Der freie Fall ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

b) Die Erde erteilt jedem fallenden Körper die Beschleunigung $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ = Erdbeschleunigung = Zunahme der Geschwindigkeit je Sekunde.

c) Entsprechend Aufgabe 70 lauten die **Fallgesetze:**

$$\text{(I)}\quad \boldsymbol{v = v_0 + g\,t} \quad \text{und} \quad \text{(II)}\quad \boldsymbol{h = \frac{v_0 + v}{2}\,t}.$$

d) Für $v_0 = 0$ gilt:

$$\text{(I)}\quad \boldsymbol{v = g\,t} \quad \text{und} \quad \text{(II)}\quad \boldsymbol{h = \frac{v}{2}\,t}.$$

Setzt man aus (I) $t = \frac{v}{g}$ in (II) ein, so wird $h = \frac{v}{2} \cdot \frac{v}{g} = \frac{v^2}{2g}$; $\boldsymbol{v = \sqrt{2\,g\,h}}$ = Endgeschwindigkeit nach Durchfallen einer Höhe h.

93. a) Welcher Art ist die Aufwärtsbewegung eines emporgeworfenen Körpers? **b)** Wie groß ist die Verzögerung der Aufwärtsbewegung? **c)** Wie heißen die Grundgleichungen der Aufwärtsbewegung? **d)** Welche Steighöhe erreicht ein mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 emporgeworfener Körper?

Lösung: a) Die Steigbewegung ist gleichmäßig verzögert.

b) Verzögerung $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ = Abnahme der Geschwindigkeit je Sekunde.

c) Wird der Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben emporgeworfen, so gilt entsprechend Aufgabe 72:

$$\text{(I)}\quad \boldsymbol{v = v_0 - g\,t}; \quad \text{(II)}\quad \boldsymbol{h = \frac{v_0 + v}{2}\,t} = \text{Steighöhe}.$$

d) Der Körper erreicht den höchsten Punkt, wenn die Endgeschwindigkeit $v = 0$ ist. Hierfür wird (I) $v = v_0 - gt = 0$; $t = \frac{v_0}{g}$ eingesetzt:

$$\text{(II)}\quad \boldsymbol{h} = \frac{v_0}{2}\,t = \frac{v_0}{2} \cdot \frac{v_0}{g} = \boldsymbol{\frac{v_0^2}{2\,g}} = \textbf{Steighöhe.}$$

Damit der Körper eine Steighöhe h erreicht, muß er mit der Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{2\,gh}$ emporgeworfen werden. Im höchsten Punkte kehrt sich die Bewegung um, und der Körper fällt ebenso beschleunigt nach unten, wie er vorher verzögert nach oben stieg. Er trifft unten mit derselben Geschwindigkeit $v = \sqrt{2\,g\,h}$ auf (Aufg. 92d), mit welcher er emporgeworfen wurde.

94. Ein Stein fällt mit der Anfangsgeschwindigkeit Null in einen 190 m tiefen Schacht. **a)** Mit welcher Geschwindigkeit und nach welcher Zeit trifft er unten auf? **b)** Wie groß sind die Geschwindigkeiten nach 1, 2, 3, 4, ... Sekunden, und in welchem Verhältnis stehen sie zueinander? **c)** Wie groß sind die durchfallenen Höhen nach 1, 2, 3, 4, ... Sekunden, und in welchem Verhältnis stehen sie zueinander?

Lösung: **a)** $v = \sqrt{2\,gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 190} = 61$ m/s.

$$\text{(I)} \quad v = gt; \quad t = \frac{v}{g} = \frac{61}{9{,}81} = 6{,}2\ \text{s}.$$

b) Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$.

Nach 1 Sekunde $v_1 = gt = 9{,}81 \cdot 1 = 9{,}81$ m/s
,, 2 Sekunden $v_2 = 9{,}81 \cdot 2 = 19{,}62$ m/s
,, 3 ,, $v_3 = 9{,}81 \cdot 3 = 29{,}43$ m/s
,, 4 ,, $v_4 = 9{,}81 \cdot 4 = 39{,}24$ m/s

$v_1 : v_2 : v_3 : v_4 = 1 : 2 : 3 : 4 \ldots$

Die Geschwindigkeit wächst in jeder Sekunde um den Betrag der Erdbeschleunigung.

c) Setzt man (I) $v = gt$ in (II) ein, so wird

$$h = \frac{v}{2} t = \frac{g\,t}{2} t = \frac{g\,t^2}{2}.$$

Nach 1 Sekunde $h_1 = \frac{9{,}81}{2} \cdot 1^2 = 4{,}905$ m

2 Sekunden $h_2 = \frac{9{,}81}{2} \cdot 2^2 = 19{,}62$ m

3 $h_3 = \frac{9{,}81}{2} \cdot 3^2 = 44{,}145$ m

4 ,, $h_4 = \frac{9{,}81}{2} \cdot 4^2 = 78{,}48$ m

$h_1 : h_2 : h_3 : h_4 = 1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 = 1 : 4 : 9 : 16 \ldots.$

Die durchfallene Höhe wächst mit dem Quadrate der Zeit.

95. Ein Stein fällt mit der Anfangsgeschwindigkeit Null in einen Schacht. Er schlägt nach 10,3 s auf. Wie tief ist der Schacht?

96. Die Niagara-Wasserfälle haben 47 m Fallhöhe. **a)** Mit welcher Geschwindigkeit kommt das Wasser unten an? **b)** Wie lange dauert der Fall eines Tropfens?

97. Bei einem Fallwerk soll eine 420 kg schwere Stahlkugel durch ein Windwerk so hoch gehoben werden, daß sie, aus höchster Stellung frei herabfallend, unten mit einer Geschwindigkeit von 15 m/s auf das zu zerschlagende Gußstück auftrifft. **a)** Welche Fallhöhe ist erforderlich? **b)** Wie lange dauert der Fall?

c) Wie groß würde die Aufschlaggeschwindigkeit bei halber Fallhöhe sein? d) Welchen Einfluß hat das Gewicht der Kugel auf die Fallgeschwindigkeit?

98. Welche Höhe durchfällt ein frei fallender Körper von Mitte der fünften bis Mitte der siebenten Sekunde?

99. Bei einem Springbrunnen steigt der Wasserstrahl 64 m hoch. **a)** Mit welcher Geschwindigkeit tritt das Wasser unten aus dem Strahlrohr aus? **b)** Wie lange steigt es?

100. Der Bär eines Dampfhammers fällt 2,9 m frei herab. **a)** Mit welcher Geschwindigkeit trifft er unten auf? **b)** Wie lange dauert der Fall? **c)** Wieviel Schläge kann der Hammer minutlich ausführen, wenn zum Heben doppelt soviel Zeit erforderlich ist als zum Fallen?

101. Ein Dampfhammer-Bär führt bei 1,6 m Fallhöhe 40 Schläge je Minute aus. **a)** Wie lange dauert der freie Fall? **b)** Wieviel Prozent der Gesamtzeit eines Schlages werden zum freien Fall und wieviel zum Heben verbraucht? **c)** Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Bär unten auf?

102. Der Bär einer Ramme wird durch die Dampfwinde 6 m hoch mit gleichförmiger Geschwindigkeit 1,2 m/s gehoben. Dann fällt er, im höchsten Punkte durch einen Anschlag ausgeklinkt, dieselbe Höhe frei herab auf den einzurammenden Pfahl. **a)** Wie lange dauert das Heben? **b)** Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Bär beim Fallen unten auf? **c)** Wie lange dauert die Fallbewegung? **d)** Wieviel Schläge können minutlich ausgeführt werden, wenn für jeden Schlag noch $2^1/_2$ Sekunden Zeitverlust für Ein- und Ausklinken hinzugerechnet werden?

103. Der Förderkorb eines Bergwerks, mit einer Geschwindigkeit 18 m/s gleichförmig abwärts fahrend, stürzt infolge Seilbruchs plötzlich frei herab in den 240 m tieferliegenden Schachtsumpf. **a)** Mit welcher Geschwindigkeit und **b)** wie lange nach dem Seilbruch schlägt er unten auf?

Beliebige Bewegung

104. In der Praxis kommen sehr oft Bewegungen vor, die weder als gleichförmige noch als gleichmäßig beschleunigte oder verzögerte angesehen werden können. Wie ermittelt man in einem solchen Falle den Weg und die Beschleunigung aus der Geschwindigkeits-Zeit-Linie?

Lösung: Wir betrachten (Bild 29) die Bewegung in dem Zeitintervall von t_1 bis t_2. Mit Hilfe der Differential- und Integralrechnung ist nach früherem:

$$s = \text{Fläche } f = \int_{t_1}^{t_2} v \, \mathrm{d}t$$

und $$b = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}.$$

Aus $v = \frac{s}{t}$ folgt: $b = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$.

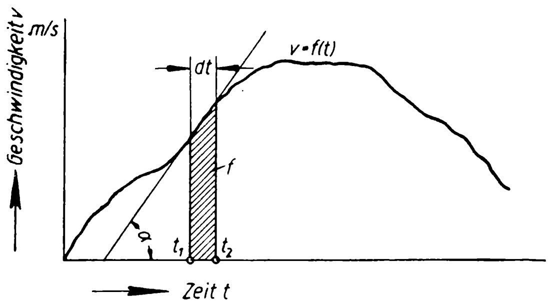


Bild 29

Bei einer beliebigen Bewegung bedienen wir uns dieser allgemeinen Formeln, solange v als Funktion von t durch eine einfache Gleichung darstellbar ist, die sich leicht differenzieren und integrieren läßt. Ist dies nicht der Fall, so ist immer

$s =$ Fläche unter der v-Kurve (durch Planimeter festzustellen),

$b = \tan\alpha$ (an jeder Stelle der Kurve zu messen).

Die graphische Integration und Differentiation führt also in allen Fällen zum Ziel.

105. Ermittele für eine angenommene v, t-Linie (ähnlich der vorigen Aufgabe) auf graphischem Wege die zugehörige s, t- und b, t-Linie!

106. Die Bewegung $s = 3 + 8t - 2t^2 + \frac{t^3}{3}$ ist für den Bereich $t = 0$ und $t = 10$ graphisch aufzuzeichnen.

107. Eine geradlinige Bewegung erfolgt mit der Beschleunigung $b = 2 + 3t^2$. Für $t = 0$ sei $v_0 = c = 1$ und $s_0 = 0$. Stelle die Bewegung graphisch dar für den Bereich $t = 0$ und $t = 10$.

Arbeit und Leistung

108. Erkläre die Begriffe **a)** mechanische Arbeit; **b)** Leistung; **c)** Pferdestärke; **d)** Kilowatt.

Lösung: a) Mechanische Arbeit einer Kraft ist das Produkt aus Kraft P mal der in ihrer Richtung zurückgelegten Wegstrecke s, also das Produkt $\boldsymbol{Ps}$.

Die Maßeinheit der Arbeit ist **kg · m** = Kilogrammeter (kgm).

b) Leistung ist Arbeit in einer Sekunde = kgm je s = $\frac{\text{kgm}}{\text{s}}$ = **kgm/s.**

c) Eine **Pferdestärke** (PS) ist eine Leistung von **75 kgm/s.**

d) Das **Kilowatt** (kW) ist die in der Elektrotechnik übliche Einheit der Leistung: **0,736 kW = 1 PS.**

Also $1\ \text{kW} = \frac{1}{0{,}736}\ \text{PS} = 1{,}36\ \text{PS} = 1{,}36 \cdot 75 \approx 102\ \text{kgm/s}$.

1 kW ist eine größere Einheit als 1 PS.

Leistung von Kräften mit gleichförmiger Arbeitsgeschwindigkeit

109. Wie groß ist die Leistung einer Kraft P, die mit gleichförmiger Geschwindigkeit v wirkt?

Lösung: Leistung $= \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$ = Kraft mal Geschwindigkeit $= Pv$

oder $$\boldsymbol{N = \frac{Pv}{75}\ (\text{PS}) = \frac{Pv}{102}\ (\text{kW})}.$$

110. Die Fördermaschine eines Bergwerks hebt einen Förderkorb von 8600 kg Gesamtgewicht mit einer Geschwindigkeit 17 m/s. Wie groß ist ihre Leistung?

Lösung: $$N = \frac{Pv}{75} = \frac{8600 \cdot 17}{75} = 1950\ \text{PS}.$$

111. Eine Schnellzug-Lokomotive liefert bei einer Fahrgeschwindigkeit 110 km/h eine Zugkraft von 2400 kg. Wie groß ist ihre Leistung?

112. Eine Güterzug-Lokomotive entwickelt 850 PS bei einer Fahrgeschwindigkeit von 45 km/h. Wie groß ist ihre Zugkraft?

113. Ein Arbeiter dreht an einer Handkurbel von 400 mm Armlänge mit einer Umfangskraft von 15 kg. Wie groß ist seine Leistung bei $n = 30$ U/min?

114. Das Schwungrad einer Dampfmaschine hat 3800 mm Durchmesser und macht 90 U/min. Die durch den Riemen übertragene Umfangskraft beträgt 270 kg. Wie groß ist die Leistung der Maschine?

115. Ein 10pferdiger Elektromotor läuft mit $n = 1050$ U/min. Welchen Durchmesser muß seine Riemenscheibe erhalten, wenn der Riemen eine Umfangskraft von 50 kg übertragen kann?

116. Ein Grubenventilator soll mit 350 PS und $n = 280$ U/min durch Hanfseile angetrieben werden. Die Seilscheibe hat 1700 mm Durchmesser. Wie viele Hanfseile sind erforderlich, wenn ein Seil 120 kg Umfangskraft übertragen kann?

117. Wie groß ist die reine Schnittleistung bei einer Drehmaschine, wenn eine Welle aus St 60 mit einer Schnittgeschwindigkeit $v = 40$ m/min gedreht wird, der Vorschub je Umdrehung 1 mm, die Schnittiefe 4 mm und der spezifische Schnittdruck (das ist der Druck auf 1 mm² Spanquerschnitt) 160 kg/mm² ist?

Leistung von Wasserkräften

118. Wie wird die Leistung einer Wasserkraft berechnet?

Lösung: Gegeben ist die in dem Wasserlauf zur Verfügung stehende Wassermenge in Kubikmetern je Sekunde und die Gefällehöhe. Die arbeitende Kraft ist die Schwerkraft, d. h. das Gewicht des fallenden Wassers. Die Arbeitsgeschwindigkeit des Wassers in Richtung dieser Kraft, d. h. seine Fallgeschwindigkeit, in senkrechter Richtung ist nicht gleichförmig. Also kann die Formel $N = \frac{P v}{75}$ (Aufg. 109) nicht benutzt werden. Man muß dann Leistung $= \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$ zerlegen $= \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \text{m} =$ Wassergewicht je Sekunde mal Gefällehöhe $= \boldsymbol{Q}\ [\textbf{kg/s}] \cdot \boldsymbol{h}\ [\textbf{m}]$.

$$\boldsymbol{N = \frac{Q h}{75}\ [\text{PS}]}.$$

119. Bei einem Wasserlauf stehen minutlich 210 m³ Wasser mit 3,1 m Gefälle zur Verfügung. Wieviel PS lassen sich daraus gewinnen?

Lösung: $Q = \frac{210\,000}{60}\ \text{kg/s} = 3500\ \text{kg/s}$,

$$N = \frac{Q h}{75} = \frac{3500\ \text{kg/s} \cdot 3{,}1\ \text{m}}{75} = 145\ \text{PS}.$$

120. Eine Feuerspritze mit Motorantrieb wirft minutlich 1700 Liter Wasser auf 32 m Höhe. Wie groß ist ihre Leistung in PS?

121. Bei einer Bergwerkswasserhaltung werden stündlich 720 m^3 Wasser aus 550 m Teufe (= Bergwerkstiefe) gehoben. Wie groß ist die Pumpleistung in PS?

122. Wieviel Kubikmeter Wasser fördert eine Wasserhaltungsmaschine von 1150 PS in einem Bergwerke aus 630 m Teufe täglich bei 20stündiger Betriebszeit?

Kolbenleistung bei Kurbelkraftmaschinen

123. Wie groß ist die Leistung des Dampfes am Kolben einer Dampfmaschine, wenn er während jeder Kurbelumdrehung abwechselnd vor und hinter dem Kolben treibt? Bild 17, siehe bei Aufgabe 54!

Lösung: Der Dampfdruck oder die Dampfspannung wird gemessen in Atmosphären (at). 1 at ist der Druck von 1 kg auf jeden Quadratzentimeter der gedrückten Fläche, also gleich 1 kg/cm^2. Beträgt die Dampfspannung p at $= p$ kg/cm^2 und der Kolbendurchmesser d cm, so ist die **Kolbenkraft** $\boldsymbol{P = \frac{\pi d^2}{4} p}$. (Bei allen Aufgaben bleibe der Kolbenstangenquerschnitt vernachlässigt.)

Wenn der Kurbelzapfen A mit gleichförmiger Umfangsgeschwindigkeit kreist, so ist die Kolbengeschwindigkeit ungleichförmig veränderlich. Deshalb kann die Formel $N = \frac{P v}{75}$ (Aufg. 107) nicht benutzt werden. Die Leistung kann dann durch folgenden Gedankengang bestimmt werden:

Arbeit bei einem Kolbenhube Ps [kgm],

„ einer Umdrehung, d. h. bei einem Doppelhube, $P \cdot 2\,s$,

„ n Umdrehungen, d. h. in einer Minute, $P \cdot 2\,sn$,

in einer Sekunde = Leistung $= \frac{P \cdot 2sn}{60} = \frac{P \cdot sn}{30}$ [kgm/s].

$$\textbf{Kolbenleistung } \boldsymbol{N = \frac{Psn}{75 \cdot 30}} \textbf{ [PS]}.$$

Die Gleichung hat die Form $\frac{P v_m}{75}$, wenn man $v_m = \frac{sn}{30}$ als mittlere Kolbengeschwindigkeit (Aufg. 54 b) auffaßt.

124. Eine doppeltwirkende Dampfmaschine hat 190 mm Zylinderdurchmesser, 250 mm Kolbenhub und macht 150 Umdrehungen je Minute. Der Dampfdruck beträgt 3,4 at. Wie groß ist die Kolbenleistung?

Lösung: Kolbenkraft $P = \frac{\pi \cdot 19^2}{4} \text{cm}^2 \cdot 3{,}4 \text{ kg/cm}^2 = 283{,}5 \cdot 3{,}4 = 963$ kg.

$$N = \frac{Psn}{75 \cdot 30} = \frac{963 \text{ kg} \cdot 0{,}25 \text{ m} \cdot 150 \text{ U/min}}{75 \cdot 30} = 16 \text{ PS}.$$

125. Eine Gaskraftmaschine von 1170 mm Zylinderdurchmesser und 1300 mm Kolbenhub macht 95 U/min. Der mittlere Gasdruck, abwechselnd vor und hinter dem Kolben wirkend, beträgt 4,8 at. Zu berechnen ist **a)** die Kolbenkraft; **b)** die Kolbenleistung.

126. Der Kolben des Niederdruckzylinders einer Schiffsmaschine hat 2850 mm Durchmesser und 1800 mm Kolbenhub und gibt bei $n = 80$ U/min eine Leistung von 2500 PS ab. Gesucht wird **a)** die Kolbenkraft; **b)** der mittlere Dampfdruck am Kolben.

127. Eine einfachwirkende, d. h. nur in einer Bewegungsrichtung des Kolbens arbeitende Preßpumpe von 110 mm Kolbendurchmesser und 160 mm Hub macht 80 Druckhübe/min und liefert Preßwasser von 50 at. Zu berechnen ist **a)** die Kolbenkraft; **b)** die Leistung der Pumpe am Kolben.

Mechanischer Wirkungsgrad

128. a) Was versteht man unter dem „mechanischen Wirkungsgrad" einer Maschine? **b)** Welches ist der Höchstwert, dem sich der Wirkungsgrad nähern kann? **c)** Welche Bedeutung hat der Wirkungsgrad für eine Maschine? **d)** Welche anderen Bezeichnungen sind statt „Wirkungsgrad" gebräuchlich?

Lösung: a) Wirkungsgrad ist das Verhältnis der von einer Maschine abgegebenen Nutzleistung N_e zu der aufgewandten, in die Maschine hineingeschickten Leistung N_i. Also **Wirkungsgrad** $\boldsymbol{\eta = \frac{N_e}{N_i}}$.

b) Da wegen der in der Maschine auftretenden Leistungsverluste N_e stets kleiner als N_i ist, so wird η stets kleiner als 1. Eine vollkommene Maschine ohne Verluste würde den Wirkungsgrad 1 erreichen.

c) Der Wirkungsgrad ist ein Maß für die Güte einer Maschine. Je kleiner η, um so größer der Leistungsverlust in der Maschine.

d) Güteverhältnis oder Gütegrad, Nutzungsgrad, Nutzeffekt.

129. Eine Kranwinde hebt eine Last 5000 kg in einer Minute 4,5 m hoch. Der Antriebsmotor gibt 6,5 PS an die Winde ab. Wie groß ist der Wirkungsgrad des Windwerks?

$$\textbf{Lösung:}\quad N_e = \frac{Pv}{75} = \frac{5000\text{ kg}}{75} \cdot \left(\frac{4{,}5}{60}\right)\text{m/s} = 5\text{ PS}.$$

$$\eta = \frac{N_e}{N_i} = \frac{5\text{ PS}}{6{,}5\text{ PS}} = 0{,}77 = 77\%.$$

77% der aufgewandten Antriebsleistung kommen an der Last nutzbar zur Wirkung, während 23% durch Reibung verlorengehen.

130. Eine Kranwinde soll 25 t Last mit einer Geschwindigkeit 3 m/min heben. **a)** Welche Nutzleistung ist an der Last erforderlich? **b)** Wie stark muß der antreibende Elektromotor sein, wenn der Wirkungsgrad des Rädertriebwerks 0,7 ist?

131. Bei einer Trommelwinde mit Zahnrädervorgelege drehen zwei Arbeiter mit je 20 kg Umfangskraft an einer Kurbel von 400 mm Armlänge und heben die 2100 kg schwere Last während 38 Kurbelumdrehungen 1,49 m hoch. Zu berechnen ist **a)** die an der Last verrichtete Nutzarbeit; **b)** die an der Kurbel aufgewandte Arbeit; **c)** der Wirkungsgrad der Winde in %.

132. Ein Laufkran gebraucht zum Längsfahren mit einer Geschwindigkeit 50 m/min eine Motorleistung von 30 PS. Der Wirkungsgrad des Fahrtriebwerks beträgt 65%. **a)** Welche Nutzleistung kommt an den Laufrädern des Kranes beim Fahren zur Wirkung? **b)** Wie groß ist der Fahrwiderstand, d. h. die zum Verschieben des Kranes erforderliche Kraft?

133. Die Schrauben eines Schnelldampfers werden mit 32 000 PS angetrieben. Ihr Wirkungsgrad beträgt 65%, die Fahrgeschwindigkeit 23,5 Seemeilen/h (1 Seemeile = 1852 m). **a)** Welche Nutzleistung kommt für die Fortbewegung des Schiffes zur Wirkung? **b)** Welche treibende Kraft üben die Schrauben auf das Schiff aus, um es im Wasser fortzubewegen?

134. Eine auf der Drehmaschine eingespannte Welle macht, während sie auf 260 mm Durchmesser abgedreht wird, 12 U/min. Wie groß ist der Schnittdruck am Drehmeißel, wenn der Antriebmotor der Drehmaschine 4 PS leistet und der Wirkungsgrad des Triebwerks zu 0,85 angenommen wird?

135. Eine Kreissäge zum Schneiden von Metallen in kaltem Zustande hat 800 mm Blattdurchmesser und wird durch einen 9pferdigen Motor angetrieben. Das Triebwerk hat 78% Wirkungsgrad. Der Schnittdruck am Umfang des Sägeblatts darf mit Rücksicht auf die Festigkeit der Maschine den Höchstwert 2500 kg nicht überschreiten. Gesucht wird **a)** die zum Schneiden verbrauchte Nutzleistung; **b)** die höchstzulässige Schnittgeschwindigkeit; **c)** die höchstzulässige minutliche Drehzahl.

136. Bei Schnittdruckmessungen an einer Drehmaschine wurde ein Schnittdruck von 1250 kg abgelesen. Der Durchmesser des Arbeitsstückes betrug 250 mm, die Drehzahl $n = 160$ U/min. Gleichzeitig wurde eine zugeführte Leistung von 35 kW gemessen. Wie groß war der Wirkungsgrad der Drehmaschine?

137. Ein Wasserlauf liefert minutlich 6,8 m³ Wasser mit 7 m Gefälle. **a)** Wieviel PS führt das Wasser zu? **b)** Welche Nutzleistung läßt sich daraus mittels eines Wasserrades vom Wirkungsgrade 0,85 gewinnen?

Lösung: **a)** $N_i = \frac{Qh}{75}$ (Aufg. 118) $= \left(\frac{6800}{60}\right) \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \frac{7\,\text{m}}{75} = 10{,}6$ PS.

b) $\eta = \frac{N_e}{N}$; $\quad N_e = \eta N_i = 0{,}85 \cdot 10{,}6 = 9$ PS.

138. Eine Pumpe, durch eine 55pferdige Dampfmaschine angetrieben, hebt stündlich 580 m³ Wasser auf 21 m Höhe. Zu berechnen ist **a)** die im Heben des Wassers bestehende Nutzleistung der Pumpe; **b)** ihr Wirkungsgrad.

139. Eine Kreiselpumpe soll minutlich 2,5 m³ Wasser auf 14 m Höhe heben. **a)** Welche Nutzleistung der Pumpe ist dazu erforderlich? **b)** Wie stark muß der Antriebsmotor gewählt werden, wenn der Wirkungsgrad der Pumpe zu 60% garantiert ist?

140. Ein Wasserwerk soll täglich in 14stündiger Betriebszeit 5800 m^3 Wasser auf 90 m Höhe fördern. Der Wirkungsgrad der Pumpen wird zu 81% geschätzt. **a)** Wieviel Liter Wasser sind sekundlich zu liefern? **b)** Welche Nutzleistung haben die Pumpen? **c)** Welche Antriebsleistung müssen die Dampfmaschinen an die Pumpen abgeben?

141. Die Pumpen des Wasserwerks einer Stadt werden durch Kraftmaschinen mit 280 PS angetrieben. Die Förderhöhe des Wassers beträgt 110 m, der Wirkungsgrad der Pumpen 78%. **a)** Wie groß ist die Nutzleistung der Pumpen? **b)** Wieviel Liter Wasser werden sekundlich geliefert? **c)** Für wieviel Einwohner reicht das Wasserwerk bei 16 Stunden täglicher Betriebszeit aus, wenn der Wasserbedarf je Kopf und Tag zu 150 Litern gerechnet wird?

142. Eine Wasserturbine erhält sekundlich 1,2 m^3 Wasser mit $2^1/_2$ m Gefälle zugeführt. Ihr Wirkungsgrad beträgt 82%. **a)** Welche Leistung führt das Wasser zu? **b)** Welche Nutzleistung gibt die Turbine am Zahnrade ab? **c)** Wie groß ist der Zahndruck, d. h. die treibende Umfangskraft am Zahnrade, bei 1600 mm Raddurchmesser und $n = 75$ U/min?

Lösung: **a)** 40 PS. **b)** 32,8 PS. **c)** $32{,}8\ \text{PS} = \frac{P v}{75}$; $P = 392$ kg.

143. Eine Pumpe mit Riemenantrieb soll stündlich 80 m^3 Wasser auf 25 m Höhe heben. Ihr Wirkungsgrad beträgt 78%. Gesucht wird **a)** die Nutzleistung der Pumpe; **b)** die erforderliche Antriebsleistung; **c)** die treibende Umfangskraft des Riemens an der Riemenscheibe der Pumpenwelle bei 1200 mm Scheibendurchmesser und $n = 65$ U/min.

144. Ein Wasserturbinenwerk arbeitet an 300 Tagen im Jahre je 10 Betriebsstunden. Durchschnittlich stehen 160 m^3 Wasser je Minute mit 3,2 m Gefälle zur Verfügung. Der Wirkungsgrad der Turbinen beträgt 80%, die gesamten Betriebskosten eines Jahres 11400 DM. **a)** Welche Leistung steht in dem zugeführten Wasser zur Verfügung? **b)** Welche Nutzleistung geben die Turbinen ab? **c)** Wie teuer stellt sich eine Nutz-Pferdestärkenstunde (PSh)?

145. Die Wasserhaltungsmaschine eines Bergwerks fördert an einem Tage in 20stündiger Betriebszeit 3000 m^3 Wasser aus 420 m Tiefe. Ihr Wirkungsgrad beträgt 75%, die Betriebskosten $5^1/_2$ Pf für eine zum Antrieb der Maschine zugeführte Pferdestärkenstunde (PSh). **a)** Wie groß ist die Nutzleistung der Pumpanlage? **b)** die erforderliche Antriebsleistung? **c)** die täglichen Betriebskosten? **d)** Wieviel kostet das Fördern von 1 m^3 Wasser?

146. Eine Dampfmaschine hat 350 mm Zylinderdurchmesser und 600 mm Kolbenhub. Der Dampf wirkt abwechselnd vor und hinter dem Kolben mit 3,2 at mittlerem Druck. Das Schwungrad gibt mittels Riemens eine Nutzleistung von 62 PS bei $n = 90$ U/min ab. Zu berechnen ist **a)** die Kolbenkraft; **b)** die „Kolbenleistung", d. h. die aufgewandte Leistung des Dampfes am Kolben (wie Aufg. 123); **c)** der mechanische Wirkungsgrad der Maschine.

147. Ein Luftkompressor hat 340 mm Zylinderdurchmesser und 410 mm Kolbenhub. Die Kurbelwelle macht 160 U/min. Der Kolben arbeitet in beiden Bewegungsrichtungen. Der mittlere Druck der verdichteten Luft beträgt 2,1 at, der mechanische Wirkungsgrad der Maschine 83%. Zu berechnen ist **a)** die Kolbenkraft; **b)** die Kolbenleistung; **c)** die an der Riemenscheibe der Kurbelwelle erforderliche Antriebsleistung.

148. Eine Dampfmaschine soll bei 460 mm Kolbenhub und $n = 120$ U/min eine Nutzleistung von 32 PS am Schwungrade abgeben. Der Dampf wirkt abwechselnd vor und hinter dem Kolben mit 2,9 at mittlerem Druck. Gesucht wird **a)** die erforderliche Kolbenleistung unter der Annahme, daß der Wirkungsgrad der Maschine 80% beträgt; **b)** die Kolbenkraft; **c)** der erforderliche Kolbendurchmesser.

149. Eine doppeltwirkende, d. h. in beiden Bewegungsrichtungen des Kolbens arbeitende Pumpe hat 380 mm Kolbendurchmesser, 620 mm Kolbenhub und macht 55 U/min. Die Förderhöhe des Wassers beträgt 96 m. Wie groß ist **a)** die sekundlich gelieferte Wassermenge? **b)** die Nutzleistung der Pumpe? **c)** die erforderliche Leistung der antreibenden Dampfmaschine bei einem Pumpenwirkungsgrade 85%?

150. Der Generator, d. h. die stromerzeugende Maschine, eines Elektrizitätswerkes soll 15000 Kilowatt an das Leitungsnetz abgeben. Sein Wirkungsgrad beträgt 95%. Wieviel Pferdestärken muß die Dampfturbine zum Antrieb des Generators ausüben?

Lösung: $N_e = 15000 \text{ kW} = \dfrac{15000}{0{,}736} \text{ PS} = 20400 \text{ PS}.$

$$N_i = \frac{N_e}{\eta} = \frac{20400}{0{,}95} = 21500 \text{ PS}.$$

151. Ein Drehstrommotor entnimmt dem elektrischen Leitungsnetze nach Angabe des Wattmeters 28,4 Kilowatt und gibt an der Riemenscheibe 33,6 PS ab. Wie groß ist sein Wirkungsgrad?

Parallelogramm der Kräfte

152. Wie kann man zwei im Punkte A eines Körpers angreifende Kräfte P_1 und P_2 (Bild 30) zu einer „Mittelkraft" oder „Resultierenden" vereinigen, die dieselbe Wirkung ausübt wie jene beiden „Seitenkräfte" oder „Komponenten"?

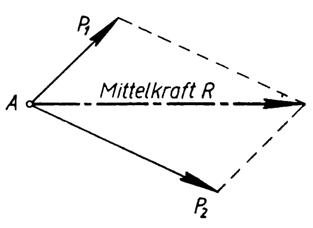


Bild 30

Lösung: Man stellt die Größen der Kräfte zeichnerisch dar durch die Längen gerader Linien in bestimmtem Maßstabe, indem man z. B. 1 kg Kraft $\triangleq$ 1 mm Länge aufträgt. Die Diagonale des aus den beiden Kraftlängen konstruierten „Kräfteparallelogramms" stellt die Mittelkraft R nach Größe und Richtung dar.

153. Ein mit 400 kg belastetes Seil ist nach Bild 31 über eine Seilrolle geführt, so daß das freie Seil-Ende unter 60° Neigung gegen die Senkrechte von der Rolle abläuft. Die Rolle ist an einer Pendelstange OB aufgehängt. **a)** Unter welchem Winkel α gegen die Senkrechte stellt sich die Pendelstange ein? **b)** Welche Zugkraft hat sie aufzunehmen?

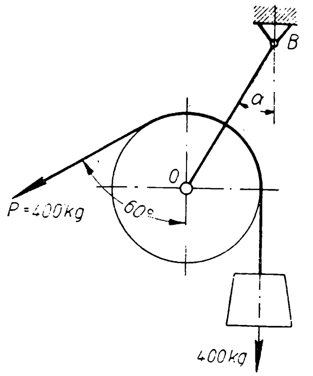


Bild 31

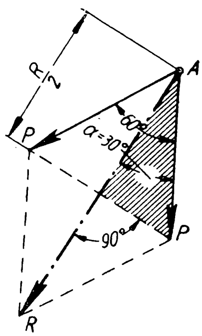


Bild 32

Lösung: a) Man verlängert die beiden Seitenkräfte $P = 400$ kg bis zu ihrem Schnittpunkt A und konstruiert dort das Kräfteparallelogramm (Bild 32). Die Pendelstange OB stellt sich in die Richtung der Mittelkraft R ein, d. h. unter der Neigung $\alpha = 30°$ gegen die Senkrechte.

b) Zieht man im Kräfteparallelogramm die zweite Diagonale, so ist in dem schraffierten rechtwinkligen Dreieck $\cos 30° = \frac{\frac{1}{2}R}{P} = \frac{R}{2P}$;

$$R = 2P \cos 30° = 2 \cdot 400 \cdot 0{,}866 = 693 \text{ kg}.$$

154. Ein elektrisches Starkstromkabel wird an einer Isolatorstütze um 40° aus seiner Richtung in waagerechter Ebene abgelenkt (Bild 33). Es ist so gespannt, daß es eine waagerechte Zugkraft 250 kg nach jeder Richtung ausübt. Die Entfernung der nächsten Stützpunkte beträgt nach beiden Richtungen je 30 m, das Eigengewicht des Kabels 3,6 kg für das laufende Meter. Zeichnerisch und rechnerisch soll bestimmt werden **a)** die waagerechte Mittelkraft R_w, welche die Spannkräfte des Kabels an der Stütze ausüben; **b)** die senkrechte Belastung der Stütze durch das Kabelgewicht G; **c)** die Gesamtkraft R, welche die Stütze aufzunehmen hat; **d)** der Winkel β, welchen diese Kraft mit der Senkrechten bildet.

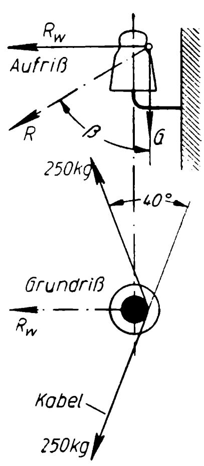


Bild 33

155. Wie wird eine Kraft R in ihre Seitenkräfte nach zwei gegebenen Richtungen AB und AC (Bild 34) zerlegt?

Lösung: Man trägt die Mittelkraft R in bestimmtem Maßstabe auf (z. B. 1 kg $\triangleq$ 1 mm) und zieht durch ihre beiden Endpunkte die Parallelen zu den gegebenen Richtungen. Die Seiten des entstehenden Parallelogramms stellen die Größen der gesuchten Seitenkräfte P_1 und P_2 in dem angenommenen Maßstabe dar.

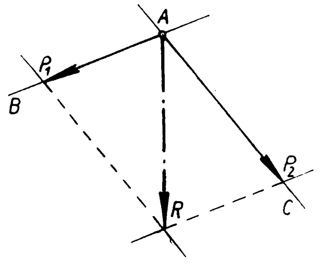


Bild 34

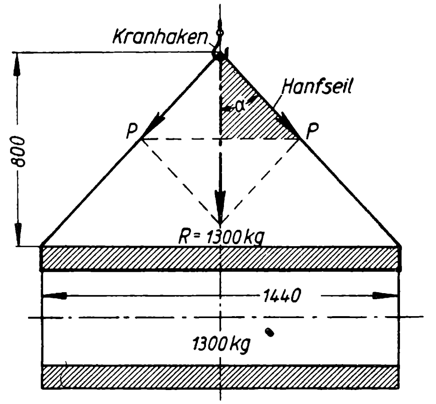


Bild 35

156. Eine zylindrische Büchse von 1300 kg Gewicht ist mittels eines durchgezogenen Hanfseils nach Bild 35 am Kranhaken aufgehängt. Die Spannkraft des Seiles ist zeichnerisch und rechnerisch zu ermitteln.

Lösung: Die Mittelkraft $R = 1300$ kg zerlegt sich am Kranhaken in die Schrägrichtungen der beiden Spreizen des Hanfseils. Das Kräfteparallelogramm wird nach Aufgabe 155 gezeichnet. In dem schraffierten rechtwinkligen Dreieck ist

$$\cos\alpha = \frac{\frac{1}{2}R}{P}; \quad P = \frac{R}{2\cos\alpha}.$$

Nun ist $\tan\alpha = \dfrac{720\text{ mm}}{800\text{ mm}} = 0{,}9; \quad \alpha = 42°; \quad \cos\alpha = 0{,}743.$

$$P = \frac{1300}{2\cdot 0{,}743} = 875\text{ kg}.$$

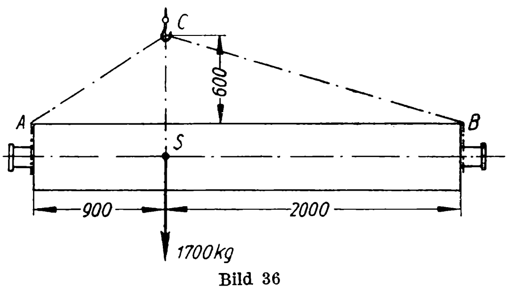


Bild 36

157. Ein Formkasten mit einseitiger Schwerpunktslage, 1700 kg schwer, hängt an einer gespreizten Kette nach Bild 36 am Krane. Welche Spannkräfte treten in den Kettenspreizen AC und BC auf?

158. Die Spannrolle A in Bild 37 pendelt um die Drehachse O des Schwinghebels OA. Welche Spannkraft erzeugt das Belastungsgewicht 190 kg im Riemen?

159. Der Fahrdraht einer elektrischen Straßenbahn ist in Abständen von 40 Metern an Querdrähten nach Bild 38 aufgehängt. Sie haben bei 14 m Spannweite 0,9 m Durchhang. Das Gewicht des Fahrdrahtes beträgt 0,56 kg für das laufende Meter; das Eigengewicht des Querdrahtes werde vernachlässigt. a) Welche senkrechte Belastung übt das Gewicht des Fahrdrahtes in einem Aufhängungspunkte aus? b) Welche Spannkraft tritt im Querdraht auf?

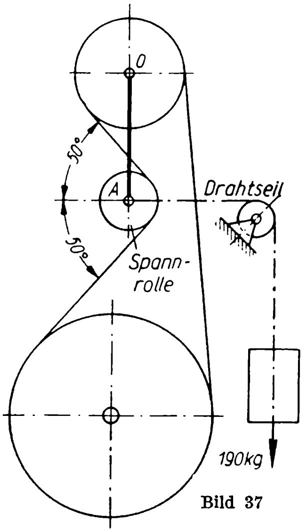


Bild 37

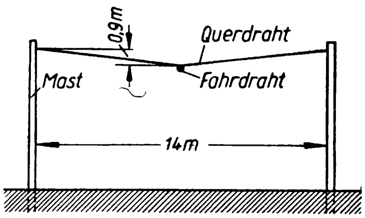


Bild 38

160. Die skizzierte Kniehebelpresse wird bei A durch eine waagerechte Kraft von 150 kg angezogen. Letztere wird durch eine Schraubenspindel mit Handkurbelantrieb erzeugt. Zeichnerisch und rechnerisch ist zu bestimmen a) die Druckkraft S in den Spreizen, b) der Preßdruck Q, c) der Normaldruck N an den Führungen.

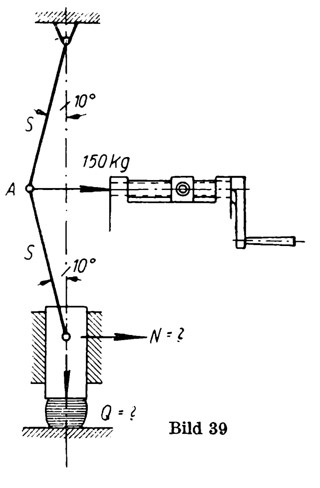


Bild 39

161. Eine Kippbühne für Eisenbahnwagen (Beschreibung siehe Aufgabe 319) nach Bild 40 ruht bei A auf Laufrädern, bei B auf zwei gespreizten Druckstreben BC und BD. Letztere stützen sich mit ihren unteren Enden C und D auf Muttern, die durch eine waagerechte Schraubenspindel mit Rechts- und Linksgewinde in entgegengesetzten Richtungen verschoben werden. Der Antrieb der Spindel erfolgt durch einen Elektromotor mit Vorgelege. Die senkrechten Seitenkräfte N der Streben an den Muttern werden durch Stützrollen aufgenommen, die auf waagerechten Schienen laufen. Dadurch wird die Schraubenspindel vor Biegungsbeanspruchung durch Kräfte quer zu ihrer Achse geschützt, so daß sie nur eine Zugkraft in ihrer Achsenrichtung aufzunehmen hat. Zeichnerisch und rechnerisch in t sind zu ermitteln a) die Druckkräfte S, die

die Streben in ihrer Achsenrichtung ausüben müssen, um die Bühne bei B mit einer senkrechten Gesamtkraft 15,4 t zu heben; **b)** die axiale Zugkraft in der

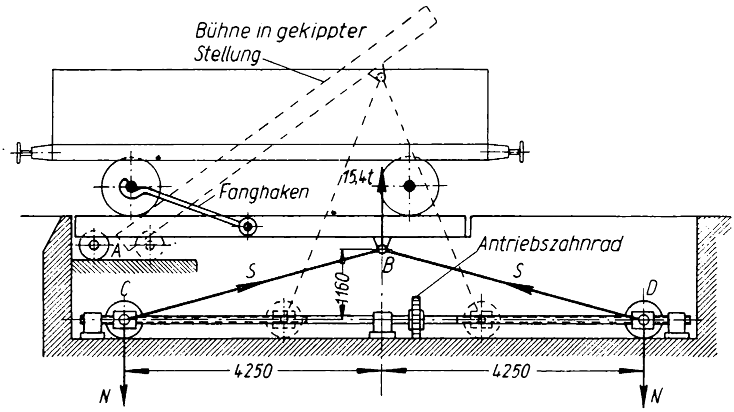


Bild 40

Schraubenspindel; **c)** der Normaldruck N an den Muttern der Tragrollen auf ihre Laufschienen.

162. Eine Lokomotive in der Ausbesserungswerkstatt verlangt, um fortbewegt zu werden, eine Zugkraft 1700 kg in Richtung des Gleises. Das Zugseil einer neben dem Gleise stehenden Spillwinde greift unter 20° Neigung zur Fahrrichtung am Zughaken der Maschine an (Bild 41). **a)** Welche Zugkraft muß der Antriebmotor der Spillwinde am Seile ausüben, um die Lokomotive fortzubewegen? **b)** Welche Seitenkraft haben dabei die Schienen rechtwinklig zur Gleisrichtung aufzunehmen?

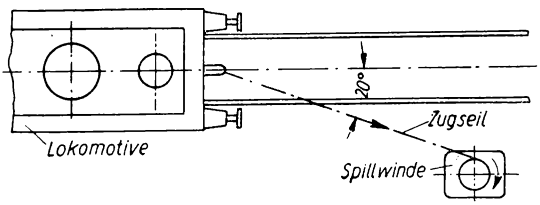


Bild 41

163. Der 18 m hohe Mast am Ende einer Drahtseilbahn, durch eine waagerechte Seilspannkraft 3200 kg belastet, ist nach Bild 42 durch ein schräges Drahtseil am Boden verankert, so daß er gegen Biegung gesichert wird. Gesucht wird zeichnerisch und rechnerisch **a)** die Spannkraft im Ankerseil; **b)** die senkrechte Belastung des Mastes durch die Seilspannkräfte.

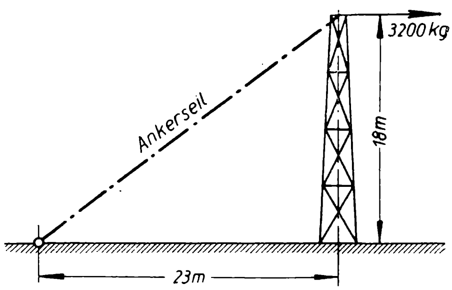


Bild 42

164. Bei einer Hängebrücke ist die Fahrbahn an einem zwischen zwei Punkten A und B ausgespannten Hängegurt durch senkrechte Tragstangen aufgehängt (Bild 43). Die Brückenpfeiler sind als Pendelsäulen mit unterem Gelenkpunkte C ausgeführt. Der Hängegurt übt am Kopfe der Säulen eine Zugkraft 580 t unter

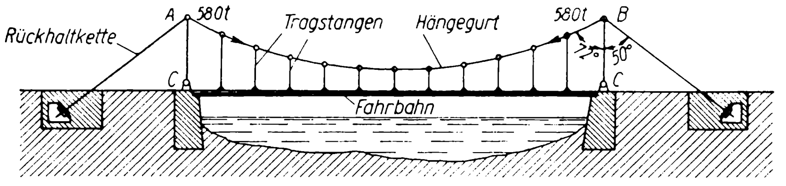


Bild 43

72° Neigung gegen die Lotrechte aus. Dieser Zug wird durch eine Rückhaltkette aufgenommen, die unter 50° Neigung landeinwärts geführt und in einem schweren, in die Erde eingebetteten Mauerwerkskörper verankert ist. a) Welche Druckkraft tritt in der Pendelsäule auf? b) Welche Zugkraft hat die Rückhaltkette aufzunehmen?

165. Bei einem Hochofenschrägaufzug läuft das mit Erz gefüllte, 7300 kg schwere Fördergefäß auf einem Schienengleis von 55° Neigung gegen die Waagerechte. Zeichnerisch und rechnerisch soll ermittelt werden a) die Spannkraft in dem parallel zum Gleis aufwärts ziehenden Drahtseil; b) der senkrecht zu den Schienen gerichtete Normaldruck.

166. Der skizzierte Drehkran trägt am Auslegerkopf A eine Last von 1500 kg. Welche Spannkräfte treten in der Strebe T und in der Zugstange Z auf?

Lösung: Die Last 1500 kg erzeugt in der Strebe eine Druckkraft T, in der Zugstange eine Zugkraft Z, zerlegt sich also in die Richtungen dieser beiden Stäbe. Man trägt von A aus nach unten die Mittelkraft $R = 1500$ kg maßstäblich auf und zieht durch ihre beiden Endpunkte die Parallelen zu den Stabrichtungen (Aufgabe 155). Dann erscheinen die Kräfte T und Z als Seiten des Kräfteparallelogramms. Aus der Ähnlichkeit des Kräftedreiecks mit dem Stabdreieck folgt:

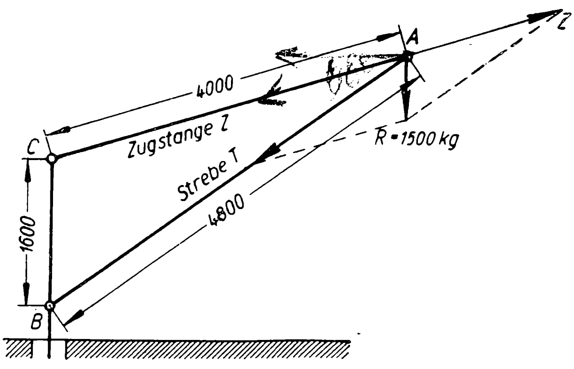


Bild 44

$$\frac{T}{R} = \frac{4800\text{ mm}}{1600\text{ mm}}; \quad T = 1500\text{ kg} \cdot \frac{4800}{1600} = 4500\text{ kg}.$$

$$\frac{Z}{R} = \frac{4000\text{ mm}}{1600\text{ mm}}; \quad Z = 1500\text{ kg} \cdot \frac{4000}{1600} = 3750\text{ kg}.$$

167. Ein Scherenkran nach Bild 45 ist am Auslegerkopfe mit 60 t belastet. Gesucht wird **a)** die Druckkraft in der Strebe; **b)** die Zugkraft in der Schließe; **c)** die waagerechte Zugkraft in der Bewegungsschraube; **d)** der senkrecht gerichtete Normaldruck N zwischen der Schraubenmutter und ihren Führungen.

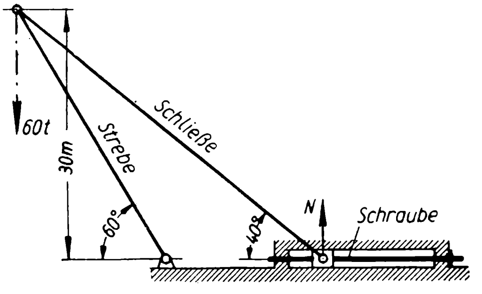


Bild 45

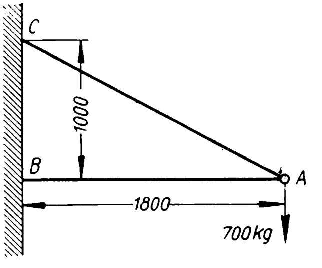


Bild 46

168. Ein Kranausleger nach Bild 46 ist im Knotenpunkte A mit 700 kg belastet. Welche Spannkräfte erzeugt diese Last in den Stäben AB und AC?

169. Der Bohlenbelag eines Laufstegs ruht an einer Seite auf einem Mauerabsatz, am anderen Ende auf einem ⊏-Stahl, der in Abständen von 2,1 m durch Kragstützen nach Bild 47 getragen wird. Die Gesamtbelastung des Stegs durch Eigengewicht und Verkehrslast ist zu 600 kg je Quadratmeter anzunehmen. Gesucht wird **a)** die senkrechte Belastung des Knotenpunktes A einer Kragstütze; **b)** die in der Strebe AC und in der Zugstange AB auftretenden Kräfte.

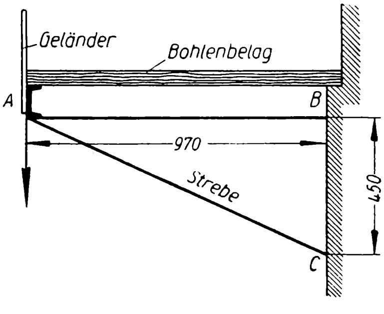


Bild 47

170. An eine Drehkransäule ist ein 1730 kg schweres Gegengewicht in 1650 mm Ausladung durch zwei Stäbe AB und AC nach Bild 48 angeschlossen. Die Spannkräfte in den beiden Stäben sind zeichnerisch und rechnerisch zu bestimmen.

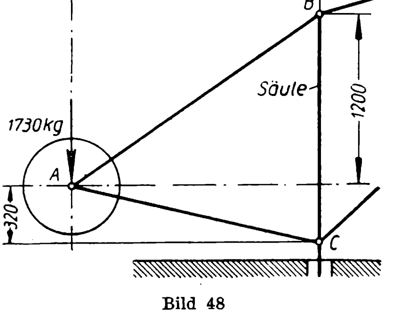


Bild 48

171. Ein Hebel OA, auf die Welle O aufgesetzt, wird durch zwei gespreizte Stangen AB und AC nach Bild 49 gebildet. Welche Kräfte erzeugt die am Hebelkopfe A angreifende Betriebskraft 900 kg in den beiden Stangen?

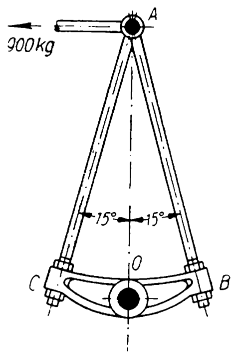


Bild 49

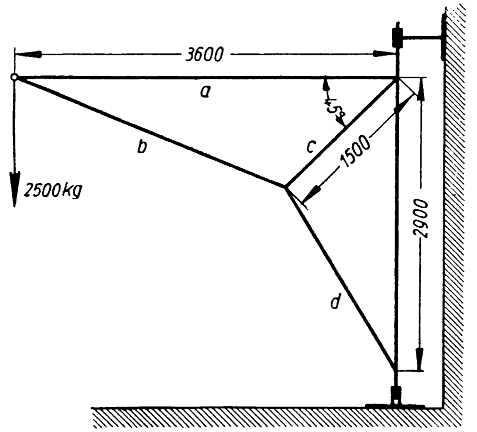


Bild 50

172. Ein Drehkrangerüst (Bild 50) mit geknickter Strebe bd hat die gegebenen Maße. Die Spannkräfte, die eine am Auslegerkopfe hängende Last 2500 kg in den Fachwerkstäben a, b, c und d erzeugen, sollen auf zeichnerischem Wege ermittelt werden.

173. Bei dem gezeichneten Kurbeltrieb einer Dampfmaschine von 14000 kg Kolbenkraft bilden Schubstange und Kurbel einen Winkel von 90°. Für diese Stellung ist zeichnerisch und rechnerisch zu bestimmen **a)** der Normaldruck des Kreuzkopfs auf die Gleitbahn; **b)** die Kraft in der Schubstange.

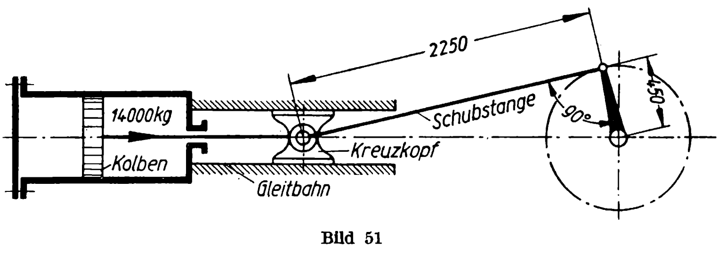


Bild 51

Lösung: Die waagerechte Kolbenkraft zerlegt sich am Kreuzkopfzapfen in die Richtung des Normaldrucks senkrecht nach unten und in die Schubstangenrichtung schräg nach oben.

Man findet **a)** 2800 kg; **b)** 14300 kg.

174. Das Förderseil eines Schachtes, durch den Förderkorb mit 7200 kg belastet, wird über eine oben auf dem Schachtgerüst gelagerte Seilscheibe von 6 m Durchmesser zur Fördermaschine geführt (Bild 52). Das letztere Seilstück bildet einen Winkel von 45° mit der Senkrechten. Welche Belastung üben die Seilspannkräfte aus **a)** auf die Achse der Seilscheibe (ähnlich Aufgabe 153)? **b)** auf die senkrechte Säule und die schräge Strebe des Schachtgerüsts, deren Mittellinien sich in demselben Punkte O schneiden wie die verlängerten Seilrichtungen?

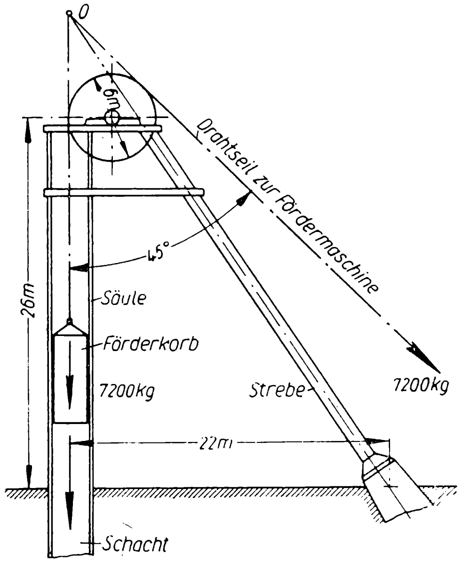


Bild 52

175. Bei der skizzierten Kniehebel-Nietmaschine (Bild 53) wird der Kolben von 320 mm Durchmesser mit Druckluft von 7 at angetrieben. Folgende Kräfte sind unter Vernachlässigung der Reibung zu ermitteln: **a)** die Kolbenkraft; **b)** die Zugkraft in den Zugstangen Z. Letztere sind in ihren unteren Endpunkten an festen Zapfen auf beiden Seiten des Maschinengestells drehbar gelagert und schwingen um diese Zapfen während der Kolbenbewegung; **c)** die Druckkraft in der Stange S; **d)** der von der Stange S auf den Nietkolben übertragene senkrechte Nietdruck N.

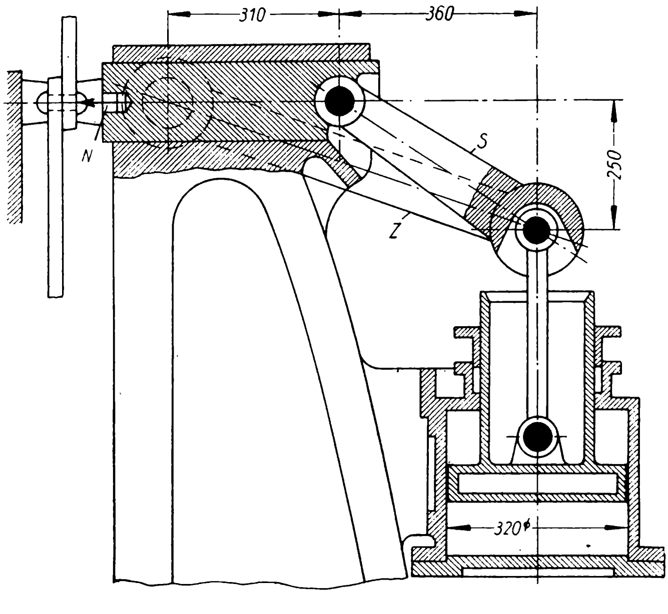


Bild 53

Masse

176. An einem auf waagerechter Ebene ruhenden Körper greift eine waagerechte Kraft von unveränderter Größe und Richtung an (z. B. Zugkraft einer Lokomotive an einem Eisenbahnzuge). **a)** Was für eine Bewegung führt der Körper unter dem Einfluß dieser Kraft aus, wenn keine Reibung wirksam ist? **b)** Wie heißt das Grundgesetz der Massenbeschleunigung? **c)** Welche Maßeinheit hat die Masse?

Lösung: a) Unter dem Einfluß einer nach Größe und Richtung gleichbleibenden Kraft führt ein Körper eine geradlinige, gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus.

b) Die Beschleunigung b ist proportional der wirksamen Kraft P, d. h., je größer die Kraft, um so größer die Beschleunigung. Ferner ist die Beschleunigung umgekehrt proportional der Masse m des Körpers, d. h., je größer die Masse, um so kleiner die Beschleunigung. Durch eine Gleichung ausgedrückt, ist demnach $b = \frac{P}{m}$ oder $\boldsymbol{P = mb}$.

Kraft = Masse mal Beschleunigung

c) Masse $m = \frac{P}{b} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Beschleunigung}} = \frac{\text{kg}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$,

$$\textbf{Masse } \boldsymbol{m} = \frac{\text{kg s}^2}{\text{m}} = \text{kg s}^2/\text{m}.$$

177. Wie groß ist die Masse eines Körpers, der durch eine Kraft 40 kg eine Beschleunigung 5 m/s² erhält?

Lösung: $P = mb;\quad m = \frac{P}{b} = \frac{40\text{ kg}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$,

$$m = 8 \text{ Masseneinheiten} = 8 \text{ kg s}^2/\text{m}.$$

178. Wie heißt das Grundgesetz der Massenbeschleunigung, angewandt auf die senkrechte Bewegung eines frei fallenden Körpers?

Lösung:

Schwerkraft oder **Gewicht = Masse mal Erdbeschleunigung**

$\boldsymbol{G = mg}$, wobei $g = 9{,}81$ m/s² (Aufg. 92 b).

179. Wie groß ist die Masse eines 296 kg schweren Körpers?

Lösung: $G = mg;\quad m = \frac{G}{g} = \frac{296}{9{,}81} = 30{,}2 \text{ kg s}^2/\text{m}$.

180. Erkläre die technisch gebräuchlichen Gewichtseinheiten Kilogramm und Tonne!

Lösung: 1 kg (kurz „Kilo“ genannt) ist das Gewicht von 1 Liter = 1 dm³ Wasser bei 4° C.

1 Tonne = 1 t = 1000 kg ist das Gewicht von 1000 Litern = 1000 dm³ = 1 m³ Wasser.

181. Eine Lokomotive beschleunigt einen aus fünf Wagen von je 32 t Gewicht bestehenden D-Zug in $2^1/_4$ Minuten aus dem Ruhezustande auf eine Fahrgeschwindigkeit von 90 km/h. Zu berechnen ist **a)** die Masse des Zuges; **b)** die Beschleunigung; **c)** die Zugkraft der Lokomotive bei Vernachlässigung der Reibungswiderstände; **d)** der Anfahrweg.

182. Eine Güterzug-Lokomotive soll mit unveränderter Zugkraft von 5600 kg einen aus 35 Wagen von durchschnittlich je 20 t Gewicht bestehenden Güterzug beim Anfahren aus dem Ruhezustande auf eine Fahrgeschwindigkeit 45 km/h beschleunigen. Gesucht wird **a)** die Masse des Zuges; **b)** die Beschleunigung; **c)** die Anfahrzeit; **d)** der Anfahrweg.

183. Ein 15 km/h fahrender Straßenbahnwagen von 11 t Gewicht soll auf einer Strecke von 12 m gleichmäßig verzögert gebremst werden. Zu berechnen ist **a)** die Masse des Wagens; **b)** die Verzögerung; **c)** die erforderliche Bremskraft.

184. Ein 13000 t schweres, stilliegendes Schiff soll durch zwei Dampfboote von je 2400 kg Zugkraft fortgeschleppt werden. Letztere ziehen unter einem Winkel von je 20°, von der Fahrrichtung des Schiffes symmetrisch seitlich abweichend (Bild 54). **a)** Welche Mittelkraft liefern die beiden Zugkräfte der Dampfboote? **b)** Wie groß ist die Masse des Schiffes? **c)** Welche Beschleunigung erfährt das Schiff bei Vernachlässigung des Wasserwiderstandes? **d)** Nach welcher Zeit erreicht es eine Fahrgeschwindigkeit 1 m/s? **e)** Welchen Weg legt es während dieser Zeit zurück?

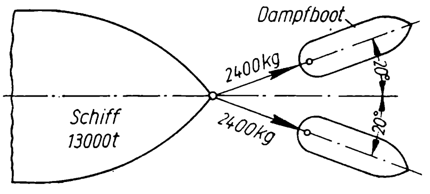


Bild 54

Arbeitsvermögen

185. a) Was versteht man unter mechanischem „Arbeitsvermögen" eines bewegten Körpers? **b)** Wie kann einem ruhenden Körper Arbeitsvermögen mitgeteilt werden? **c)** Welche Maßeinheit hat das Arbeitsvermögen?

Lösung: a) Mechanisches **Arbeitsvermögen** ist der Ausdruck $\frac{m v^2}{2}$, wobei m die Masse und v die Geschwindigkeit des bewegten Körpers bedeuten.

b) Einem ruhenden Körper kann Arbeitsvermögen mitgeteilt werden durch eine Kraft P, die, auf einem Wege s wirkend, ihn auf die Geschwindigkeit v bringt. Zum Beispiel einem Eisenbahnzuge wird beim Anfahren Arbeitsvermögen mitgeteilt durch die Zugkraft der Lokomotive, die ihn auf dem Anfahrwege aus dem Ruhezustande auf die Geschwindigkeit v bringt. Unter dem Einfluß der unveränderten Kraft P führt der Körper eine gleichförmig beschleunigte Bewegung aus, so daß $\boldsymbol{P} = m b$ wird (Aufg. 176). Auf dem Wege s wird die Endgeschwindigkeit v erreicht. Ist die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null, so heißen die Grundgleichungen der beschleunigten Bewegung nach Aufg. 70: (I) $v = b t$ und (II) $s = \frac{v}{2} t$. Setzt man aus Gleichung (I) $t = \frac{v}{b}$ in (II) ein, so wird $\boldsymbol{s} = \frac{v}{2} \cdot \frac{v}{b} = \frac{v^2}{2 b}$.

Die Kraft P verrichtet auf dem Wege s die mechanische Arbeit Ps. Durch Einsetzen obiger Werte für P und s findet man

$$Ps = mb \cdot \frac{v^2}{2b}, \quad \text{also} \quad \boldsymbol{Ps = \frac{mv^2}{2}}.$$

Die Arbeit der Kraft P ist als Arbeitsvermögen oder Bewegungsenergie oder Wucht in der bewegten Masse aufgespeichert.

c) Arbeitsvermögen hat das Maß der Arbeit $Ps = \text{kgm} = \text{Kilogrammeter}$.

186. Ein Schnellzug von 150 t Gesamtgewicht wird beim Anfahren durch die Zugkraft 2800 kg der Lokomotive auf eine Endgeschwindigkeit 90 km/h gleichförmig beschleunigt. **a)** Wie groß ist die Beschleunigung? **b)** der Anfahrweg? **c)** das Arbeitsvermögen des Zuges am Ende der Anfahrbewegung? **d)** Auf welche Strecke bringt eine Bremskraft von 14000 kg den Zug zum Stehen? **e)** Welche mittlere Widerstandskraft würde dem mit voller Geschwindigkeit fahrenden Zuge entgegenwirken, wenn durch Entgleisung seine Geschwindigkeit auf 20 m Weg vernichtet würde? **f)** Welche Wirkung außer der Verzögerung würde diese Widerstandskraft auf die Wagen ausüben?

Lösung: **a)** $m = \frac{G}{g} = \frac{150\,000}{9{,}81} = 15\,300\ \text{kgs}^2/\text{m}$,

$P = mb; \quad b = \frac{P}{m} = \frac{2800}{15\,300} = 0{,}183\ \text{m/s}^2$.

b) $s = \frac{v^2}{2b}$ (s. vorige Aufgabe!) $= \frac{25^2}{2 \cdot 0{,}183} = 1710\ \text{m}$.

c) $Ps = 2800 \cdot 1710 = 4\,780\,000\ \text{kgm}$

oder $\frac{mv^2}{2} = \frac{15\,300 \cdot 25^2}{2} = 4\,780\,000\ \text{kgm}$.

d) Die Bremskraft $P' = 14000$ kg arbeitet dem Zuge entgegen, verzögert seine Geschwindigkeit gleichmäßig und zehrt sein Arbeitsvermögen auf dem Bremswege s' auf. Also heißt die Arbeitsgleichung: $\frac{mv^2}{2} = P's'$. Daraus Bremsweg $s' = \frac{mv^2}{2P'} = \frac{4\,780\,000}{14000} = 342\ \text{m}$.

e) $4\,780\,000\ \text{kgm} = P''\ \text{kg} \cdot 20\ \text{m}; \quad P'' = 239\,000\ \text{kg}$.

f) Die Festigkeit der Wagen würde der großen Verzögerungskraft nicht gewachsen sein, die Wagen würden zertrümmert werden.

187. Ein Güterzug von 690 t Gesamtgewicht soll in gleichmäßig beschleunigter Anfahrbewegung aus dem Ruhezustande auf eine Endgeschwindigkeit von 54 km/h gebracht werden. **a)** Wieviel Arbeit muß die Lokomotive dem Zuge mitteilen? **b)** Welche Zugkraft muß die Lokomotive bei 850 m Anfahrweg ausüben? **c)** Wie groß wird der Bremsweg, wenn die Bremskraft unverändert ein Zwanzigstel des Zuggewichts beträgt?

188. Ein beladener Güterwagen von 17 t Gesamtgewicht, beim Rangieren mit einer Geschwindigkeit 4 m/s abgestoßen, läuft auf einer Strecke von 210 m gleichmäßig verzögert aus. Wie groß ist **a)** das Arbeitsvermögen des Wagens? **b)** der Fahrwiderstand der Reibung, der den Wagen allmählich zum Stillstand bringt?

189. Ein Laufkran von 13000 kg Gesamtgewicht wird aus einer Fahrgeschwindigkeit von 90 m/min auf 1,8 m Weg gleichmäßig verzögert bis zum Stillstande abgebremst. Gesucht wird **a)** das Arbeitsvermögen des fahrenden Krans; **b)** die Bremskraft, die zum Anhalten des Krans erforderlich ist.

190. Der Bär eines Fallhammers, 1800 kg schwer, fällt 2,1 m frei herab und dringt beim Auftreffen auf das glühende Schmiedestück 2,5 cm tief in dieses ein. Gesucht wird **a)** das Arbeitsvermögen und **b)** die Geschwindigkeit des Hammerbärs beim Aufschlagen; **c)** der Widerstand, den das Schmiedestück dem eindringenden Hammer entgegensetzt unter der Annahme, daß dieser Widerstand während der Formänderung unveränderte Größe hat. Der Wirkungsgrad des Hammers beträgt 90%, d. h., 10% des theoretischen Arbeitsvermögens gehen für die Schmiedewirkung verloren.

Lösung: **a)** Die arbeitende Kraft, die dem Bär beim Fallen Arbeitsvermögen mitteilt, ist die Schwerkraft oder sein Gewicht G. Also $\frac{m v^2}{2} = Gs = 1800 \text{ kg} \cdot 2{,}1 \text{ m} = 3780 \text{ kgm}$.

b) Setzt man $G = mg$ (Aufg. 178), so wird $\frac{m v^2}{2} = mgs$.

Daraus $v = \sqrt{2gs}$, wie bei den Fallgesetzen in Aufg. 92d.

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}1} = 6{,}42 \text{ m/s}.$$

c) $0{,}9 \cdot 3780 \text{ kgm} = Ws' = W \text{ kg} \cdot 0{,}025 \text{ m}$,

$$W = \frac{0{,}9 \cdot 3780}{0{,}025} = 136000 \text{ kg}.$$

191. Bei einer Ramme fällt der 700 kg schwere Bär 1,3 m frei herab und trifft auf den einzurammenden Pfahl. Zu berechnen ist **a)** das Arbeitsvermögen und **b)** die Geschwindigkeit des Rammbärs beim Aufschlagen; **c)** der Widerstand, den das Erdreich dem eindringenden Pfahle entgegensetzt, wenn dieser durch die letzten 12 Schläge noch 3 cm tiefer in den Erdboden eingetrieben wird. Der Wirkungsgrad der Ramme beträgt 80%, d. h., von dem theoretischen Arbeitsvermögen gehen 20% für die Rammwirkung verloren.

192. Wie kann man den Arbeitsbedarf und die Arbeitszeit beim Freiformschmieden angenähert berechnen?

Lösung: Bei der Berechnung des Arbeitsbedarfes und der Arbeitszeit beim Freiformschmieden ist man auf Erfahrungswerte angewiesen. (Vgl. Werkstatt-Technik 1941, S. 6.) Bei der Presse ist maßgebend der statische Formänderungswiderstand K_{ws} [kg/cm²], beim Hammer steigt während der Verformung der Widerstand vorübergehend, so daß in diesem Falle der dynamische Formänderungswiderstand K_{wd} [kg/cm²] maßgebend ist.

193. Wie groß ist der Arbeitsbedarf und die Arbeitszeit beim Schmieden einer Welle von 2500 mm Länge und 300 mm Durchmesser aus einem Block von 490 mm Länge und 600 mm Durchmesser

a) auf einer Presse?

b) auf einem Hammer?

Lösung: Das Endvolumen ist $V = 176700\ \text{cm}^3$. Der Verdrängungsraum V_f errechnet sich aus V und einem Faktor f (Verdrängung), der sich auf Erfahrungswerte stützt (angenommen zu 1,63).

$$V_f = Vf = 176700 \cdot 1{,}63 = 288000\ \text{cm}^3.$$

a) für die Presse:

Mit $K_{ws} = 644\ \text{kg/cm}^2$ ist $A = \dfrac{V_f \cdot K_{ws}}{100} = \dfrac{288000 \cdot 644}{100} = 1850000\ \text{kgm}.$

Bei einer angenommenen nutzbaren Pressenleistung von $L_n = 80000\ \text{kgm/min}$ ist die reine Schmiedezeit

$$t = \frac{A}{L_n} = \frac{1850000}{80000} = 23\ \text{min}.$$

b) für den Hammer:

Mit $K_{wd} = 1370\ \text{kg/cm}^2$ ist $A = \dfrac{V_f K_{wd}}{100} = \dfrac{288000 \cdot 1370}{100} = 3940000\ \text{kgm}.$

Bei einer angenommenen nutzbaren Hammerleistung von $L_n = 90000\ \text{kgm/min}$ wird

$$t = \frac{A}{L_n} = \frac{3940000}{90000} = 43{,}8\ \text{min}.$$

(Die Erfahrungswerte sind dem obengenannten Aufsatz entnommen.)

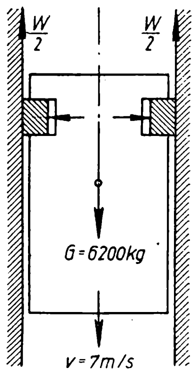


Bild 55

194. Ein mit 7 m/s gleichförmig abwärtsfahrender Förderkorb in einem Bergwerke stürzt infolge Seilbruchs ab, wird jedoch durch die in demselben Augenblicke eingreifende Fangvorrichtung auf 13 m Fallweg gebremst. Das Gewicht des Korbes beträgt 6200 kg. Welche senkrechte Widerstandskraft W der Reibung (Bild 55) üben dabei die Bremsschuhe der Fangvorrichtung, gegen die beiden Führungsschienen des Schachtes gepreßt, hemmend nach oben aus?

Lösung: Das Arbeitsvermögen des Korbes und die auf dem Fallwege s von der Schwerkraft verrichtete Arbeit Gs müssen durch die Arbeit Ws der Reibungskraft aufgezehrt werden.

Aus der Arbeitsgleichung $\dfrac{mv^2}{2} + Gs = Ws$ findet man $W = 7390\ \text{kg}$.

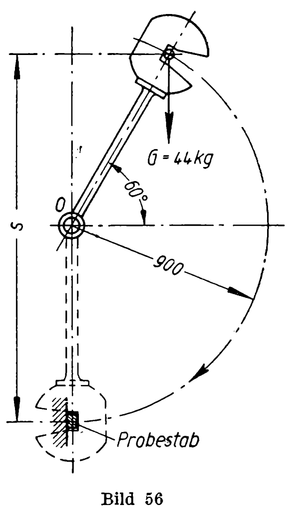


Bild 56

195. Bei einem Pendelschlagwerk ist der 44 kg schwere Hammer an einem 900 mm langen Arme, um die Drehachse O schwingend, aufgehängt (Bild 56). Der Hmamer wird in die gezeichnete Stellung bis zu einem Winkel von 60° über die Waagerechte hinaus gehoben und dann durch Auslösen einer Sperrklinke zum Fallen gebracht, so daß der Fall mit der Anfangsgeschwindigkeit Null beginnt. In der tiefsten Stellung trifft er auf den Probestab. Zu berechnen ist **a)** die gesamte senkrechte Fallhöhe bei dem gegebenen Ausschlagwinkel; **b)** das Arbeitsvermögen (Fallarbeit) des Hammers beim Auftreffen auf den Probestab. Die Masse des Armes und die Reibung in den Kugellagern der Welle werden vernachlässigt. **c)** die Geschwindigkeit des Hammers beim Aufschlagen.

Lösung:

a) $s = 0{,}9 + 0{,}9 \sin 60° = 1{,}68$ m.

b) Die Schwerkraft G arbeitet in senkrechter Richtung auf dem Wege s und teilt dadurch dem Hammer das Arbeitsvermögen mit, nämlich $\frac{mv^2}{2} = Gs = 44 \text{ kg} \cdot 1{,}68 \text{ m} = 73{,}9$ kgm.

c) 5,74 m/s.

196. Wie groß ist **a)** die verbrauchte Schlagarbeit A in kgm und **b)** die auf die durchschlagene Fläche bezogene spezifische Schlagarbeit (Kerbschlagzähigkeit a_k) in kgm/cm², wenn an dem in Aufg. 195 dargestellten Pendel ein Steigwinkel von 55° nach dem Durchschlagen der Probe gemessen worden ist?

Der durchschlagene Querschnitt betrug $20 \cdot 10$ mm².

Statisches Moment

197. Erkläre folgende Begriffe: **a)** Kräftepaar; **b)** statisches Moment; **c)** Hebelarm! **d)** Welche Maßeinheit hat das statische Moment? **e)** Welche Vorzeichen sind für die Drehrichtungen der Momente gebräuchlich?

Lösung: a) Ein **Kräftepaar** wird gebildet durch zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete Parallelkräfte P, die in verschiedenen Punkten eines Körpers angreifen (Bild 57) und ihn zu drehen suchen. Jede Drehung wird durch ein Kräfte*paar* erzeugt. Greift z. B. an einer Kurbel eine drehende Umfangskraft P an (Bild 58), so üben die Lager eine gleich große Kraft P' in entgegengesetzter Richtung auf die Kurbelwelle O aus. Folglich ist ein Kräfte*paar* wirksam.

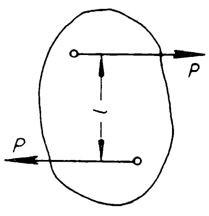


Bild 57

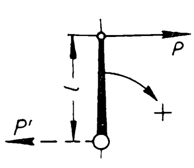


Bild 58

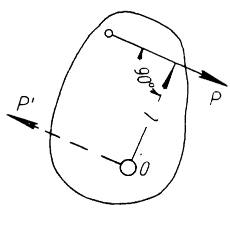


Bild 59

b) Das **statische Moment** oder **Drehmoment** M ist das Maß für das Drehbestreben eines Kräftepaares, ausgedrückt durch das Produkt $M = Pl$.

c) Der **Hebelarm** eines Kräftepaares ist der Abstand l der Richtungslinien beider Kräfte (Bild 57) oder die Länge des von der Drehachse O auf die Richtung der Kraft P gefällten Lotes l (Bild 59).

d) $Pl = \text{kgm} = \text{Kilogrammeter}$.

e) Statische Momente, die im Sinne der Uhrzeigerbewegung drehen, pflegt man rechtsdrehend und positiv zu nennen (Bild 58), die umgekehrten linksdrehend, negativ.

198. Wie lautet der **„Satz der statischen Momente"?**

Lösung: Das statische Moment der Mittelkraft ist gleich der Summe der statischen Momente ihrer Seitenkräfte für jede beliebige Drehachse.

199. Wie lautet der Satz der statischen Momente (vorige Aufgabe) für den Sonderfall, daß eine der beiden Seitenkräfte durch die Drehachse geht?

Lösung: An einem um die Achse O drehbaren Körper (Bild 60) greife in A die Mittelkraft P an. Sie sei zerlegt in ihre Seitenkräfte in Richtung AO und senkrecht dazu, nämlich in $P \sin\alpha$ und $P \cos\alpha$, so daß die Seitenkraft $P \sin\alpha$ durch die Drehachse O hindurchgeht. Das statische Moment der Mittelkraft P in bezug auf O ist $M = Pl$ oder, da $l = a \cos\alpha$, $M = Pa \cos\alpha$ $= (P \cos\alpha)\ a =$ dem statischen Momente der Seitenkraft $P \cos\alpha$. Die andere Seitenkraft $P \sin\alpha$ hat, da sie durch die Drehachse O hindurchgeht, den Hebelarm Null und das statische Moment $P \sin\alpha \cdot 0 = 0$.

Satz: Das statische Moment der Mittelkraft ist gleich dem statischen Moment der Seitenkraft, die rechtwinklig zur Verbindungslinie des Angriffspunktes A mit der Drehachse O steht.

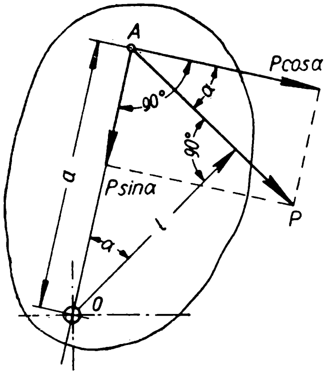


Bild 60

200. Am Ende eines 120 cm langen Hebels greift eine Kraft 7 kg senkrecht zur Hebelrichtung an (Bild 61). Wie groß müßte eine in demselben Punkte unter 30° Neigung gegen die Hebelrichtung wirkende Kraft P sein, um dasselbe Drehmoment zu liefern?

Lösung: Die statischen Momente der beiden Kräfte für den Hebeldrehpunkt O müssen gleich groß sein, also $Pl = 7\text{ kg} \cdot 120\text{ cm}$ oder, da $l = 120 \cdot \sin 30°$,

$$P \cdot (120 \sin 30°) = 7 \cdot 120,$$

also $$P \sin 30° = 7\text{ kg}.$$

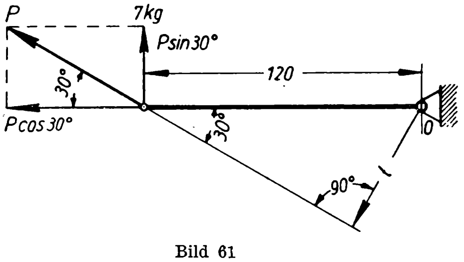


Bild 61

Die Kraft P muß demnach so groß sein, daß sie eine senkrechte Seitenkraft $P \sin 30° = 7\text{ kg}$ liefert (Bild 61). Ihre Größe ist $P = \frac{7}{\sin 30} = \frac{7}{0,5} = 14\text{ kg}$. Die waagerechte Seitenkraft $P \cos 30°$ geht durch den Drehpunkt O hindurch, hat also kein Drehmoment.

201. Die Schubstange einer Dampfmaschine überträgt auf den Kurbelzapfen A (Bild 62) eine Kraft von 9000 kg, während sie mit dem Kurbelarme einen Winkel von 60° bildet. Welches Drehmoment tritt an der 400 mm langen Kurbel der Kurbelwelle O auf?

Lösung 1: $M = Pl$, wobei $l = (40 \cdot \sin 60°) = 34{,}64$ cm,

$M = 9000$ kg $\cdot$ 34,64 cm = 311760 kgcm.

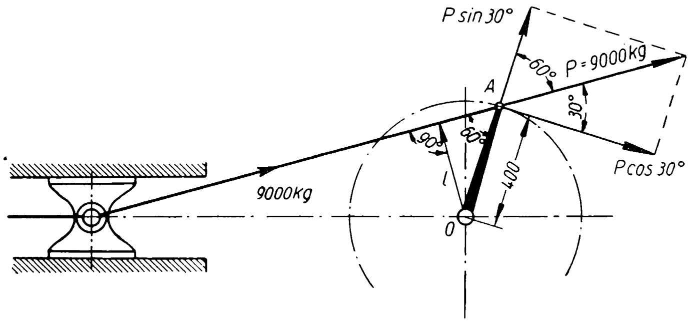


Bild 62

Lösung 2: P wird am Kurbelzapfen A zerlegt in die tangentiale Seitenkraft

$$P \cdot \cos 30° = 9000 \cdot 0{,}866 = 7794 \text{ kg}$$

und in die radiale Seitenkraft

$$P \cdot \sin 30° = 9000 \cdot 0{,}5 = 4500 \text{ kg}.$$

Letztere liefert kein Drehmoment, da sie durch den Drehpunkt O hindurchgeht. Die Tangentialkraft liefert das Drehmoment 7794 kg $\cdot$ 40 cm = 311760 kgcm.

202. Die Spannrolle des skizzierten Riementriebes soll im Riemen eine Spannkraft von 150 kg erzeugen. Gesucht wird **a)** die Mittelkraft, die beide Riemenkräfte 150 kg auf die Drehachse A der Spannrolle ausüben (ähnlich Aufg. 153); **b)** das erforderliche Belastungsgewicht G der Spannrolle.

Lösung: a) 114,8 kg.

b) Am Schwinghebel der Spannrolle muß das linksdrehende statische Moment des Belastungsgewichts G gleich dem rechtsdrehenden Momente der Mittelkraft der Riemenspannkräfte sein. Man findet $G = 106$ kg.

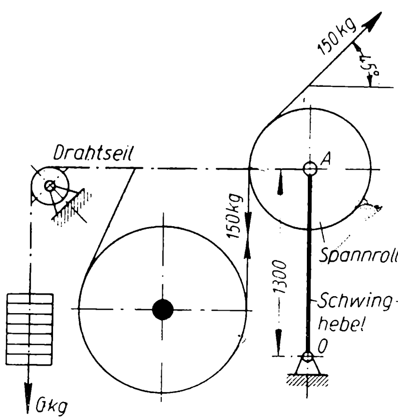


Bild 63

STATIK STARRER KÖRPER

Schwerpunktsbestimmungen

Schwerpunkte von Linien

203. Wie werden die Koordinaten x_0 und y_0 des Schwerpunkts S eines gebrochenen Linienzuges $l_1 l_2$ (Bild 64) berechnet?

Lösung: Die „materiellen" Geraden l_1 und l_2 haben gleichmäßig verteilte Massen; daher liegen ihre Schwerpunkte S_1 und S_2 in ihren Mitten. Der Linienzug samt dem Achsenkreuze XOY werde in waagerechter Ebene liegend gedacht. Dann bilden die Gewichte G_1 und G_2 der Geraden, in S_1 und S_2 angreifend, zwei senkrechte Parallelkräfte, sind also in Bild 64 senkrecht zur Papierfläche gerichtet. Ihre Mittelkraft $(G_1 + G_2)$ muß in die Ebene der beiden Einzelkräfte fallen, d. h., der Angriffspunkt S der Mittelkraft muß auf der Verbindungsgeraden $S_1 S_2$ liegen.

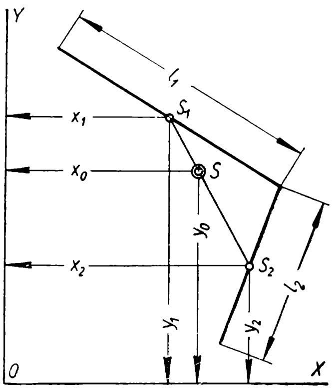


Bild 64

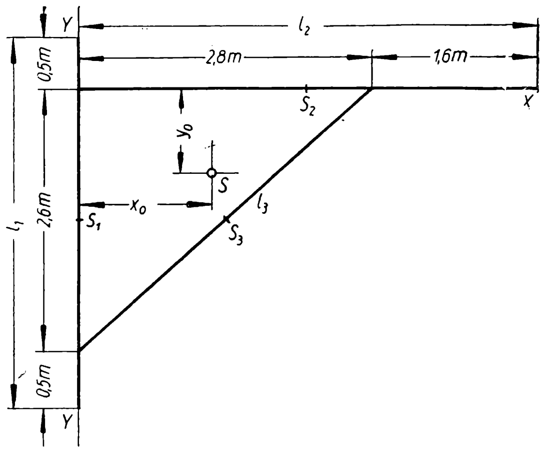


Bild 65

Nach dem Satze der statischen Momente (Aufg. 198) gilt für die Achse OY:

$$(G_1 + G_2)\, x_0 = G_1 x_1 + G_2 x_2$$

oder, da sich die Gewichte der Geraden wie ihre Längen verhalten,

$$(l_1 + l_2)\, x_0 = l_1 x_1 + l_2 x_2 .$$

Daraus ist x_0 zu berechnen.

Ebenso für Achse OX: $(l_1 + l_2)\, y_0 = l_1 y_1 + l_2 y_2$.

Daraus ist y_0 zu berechnen.

204. Das Gerüst eines Drehkrans ist aus Walzstahl gleichen Querschnitts nach Bild 65 zusammengesetzt. Die Schwerpunktskoordinaten x_0 und y_0 sind zu berechnen.

Lösung:	$l_1 = 3{,}6$ m	$l_2 = 4{,}4$ m	$l_3 = 3{,}82$ m
	$x_1 = 0$	$x_2 = 2{,}2$ m	$x_3 = 1{,}4$ m
	$y_1 = 1{,}3$ m	$y_2 = 0$	$y_3 = 1{,}3$ m
Man findet	$x_0 = 1{,}27$ m,	$y_0 = 0{,}815$ m.	

205. Wo liegt der Schwerpunkt S eines Kreisbogens AB (Bild 66)?

Lösung: Der Schwerpunkt liegt auf der Mittellinie OC. Sein Abstand vom Kreismittelpunkte ist

$$y_0 = r \cdot \frac{\text{Sehne}\,AB}{\text{Bogen}\,AB}.$$

(Ableitung der Formel siehe in den Mechaniklehrbüchern, z. B. „Statik fester Körper" von Prof. Hunnius, Fachbuchverlag.)

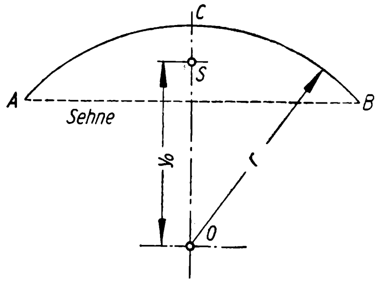


Bild 66

206. Wo liegt der Schwerpunkt des Halbkreisbogens?

Lösung: Die Formel voriger Aufgabe, auf den Halbkreisbogen (Bild 67) angewandt, ergibt

$$y_0 = r \cdot \frac{\text{Sehne}\,AB}{\text{Bogen}\,AB} = r \cdot \frac{2r}{r\pi} = \frac{2r}{\pi}.$$

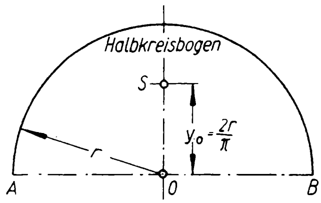


Bild 67

207. Ein Rahmen aus Walzstahl hat den skizzierten Linienzug überall gleichen Querschnitts. Die Schwerpunktslage x_0 ist zu berechnen.

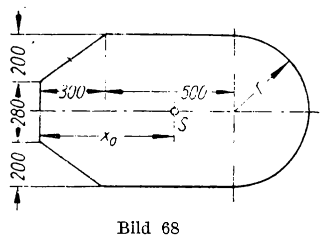


Bild 68

208. Aus einem Blech sollen Löcher von der skizzierten Form ausgestanzt werden. Der Stanzdruck des Lochstempels verteilt sich gleichmäßig über die Länge des Lochrandes. In welchem Abstande x_0 liegt die Mittelkraft des Stempeldruckes?

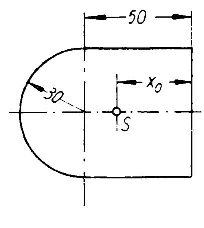


Bild 69

Schwerpunkte von Flächen

209. Die Rippe eines Gußkörpers hat den gegebenen ⊤-Querschnitt. Zu berechnen ist das Lagenmaß x_0 ihres Schwerpunktes S.

Lösung: Der Satz der statischen Momente (Aufg. 198), auf Flächen angewandt, lautet: Das statische Moment der Gesamtfläche ist gleich der Summe der statischen Momente der einzelnen Flächenteile.

Also für Achse O—O:

$$(F_1 + F_2)\,x_0 = F_1 x_1 + F_2 x_2.$$

$$F_1 = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2,$$

$$F_2 = 11 \cdot 3 = 33 \text{ cm}^2,$$

$$(24 + 33)\,x_0 = 24 \cdot 2 + 33 \cdot 9{,}5.$$

Daraus $\qquad x_0 = 63{,}5$ mm.

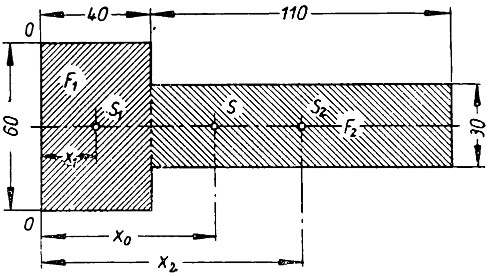


Bild 70

210. Für den skizzierten ungleichschenkligen Winkelstahl 80 · 120 · 12 (Bild 71) sind die Koordinaten x_0 und y_0 des Schwerpunkts zu berechnen.

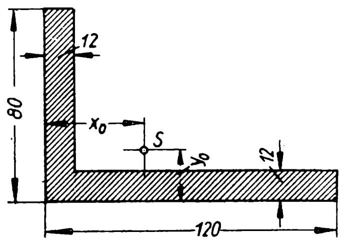


Bild 71

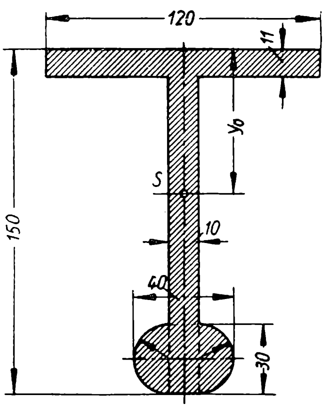


Bild 72

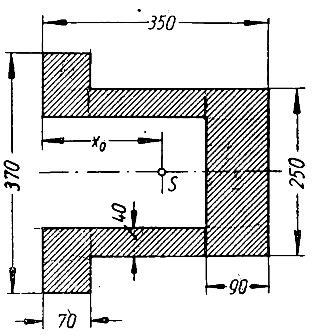


Bild 73

211. Gegeben ist der Querschnitt eines Wulststahles nach Bild 72. Gesucht wird die Schwerpunktslage y_0.

212. Ein Maschinenrahmen (Bild 73) hat den skizzierten Querschnitt. Gesucht wird die Schwerpunktslage x_0.

213. Das Maschinengestell (Bild 74) einer Exzenterpresse hat rechteckigen Hohlquerschnitt von den gegebenen Abmessungen. Das Lagenmaß x_0 des Schwerpunkts soll berechnet werden.

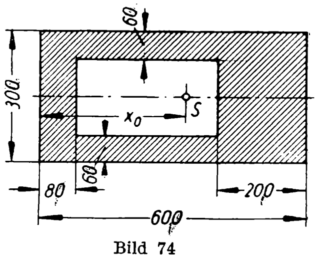


Bild 74

214. Für den skizzierten unsymmetrischen Querschnitt der Rippe eines Gußkörpers (Bild 75) sollen die Schwerpunktskoordinaten x_0 und y_0 berechnet werden.

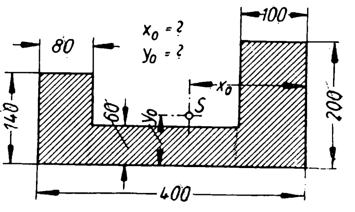


Bild 75

215. Wo liegt der Schwerpunkt der Dreieckfläche?

Lösung: Der Schwerpunkt S des Dreiecks ABC (Bild 76) liegt auf der Mittellinie CD in ein Drittel der Höhe:

$$y_0 = \frac{h}{3}.$$

Da dies für jede der drei Mittellinien des Dreiecks gilt, so ist der Schwerpunkt der Schnittpunkt der drei Mittellinien.

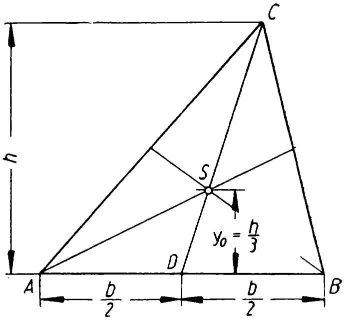


Bild 76

216. Wo liegt der Schwerpunkt der Trapezfläche?

Lösung: Der Schwerpunkt S liegt auf der Verbindungslinie der Mitten der beiden parallelen Seiten (Bild 77), und zwar im rechtwinkligen Abstande

$$y_0 = \frac{h}{3} \cdot \frac{a + 2b}{a + b}$$

von der größeren der beiden parallelen Seiten des Trapezes.

(Über Ableitung der Formel siehe Bemerkung bei Aufg. 205.)

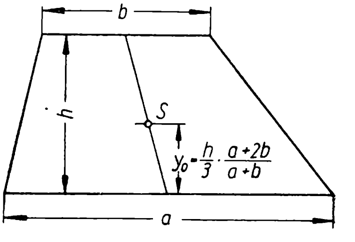


Bild 77

217. Die Stützmauer einer Erdböschung hat den gegebenen Trapezquerschnitt (Bild 78). Zu berechnen sind die Koordinaten x_0 und y_0 des Schwerpunkts S.

Lösung: Nach der Trapezformel voriger Aufgabe ist

$$y_0 = \frac{h}{3} \cdot \frac{a+2b}{a+b} = \frac{3}{3} \cdot \frac{1{,}5+2\cdot 0{,}6}{1{,}5+0{,}6} = 1{,}286\ \text{m}.$$

Zur Berechnung von x_0 muß das Trapez zerlegt werden in die Rechteckfläche

$$F_1 = 0{,}6 \cdot 3 = 1{,}8\ \text{m}^2$$

und die Dreieckfläche

$$F_2 = \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}9 \cdot 3 = 1{,}35\ \text{m}^2.$$

Statische Momente für Achse AC (Aufg. 209):

$$(1{,}8 + 1{,}35)\, x_0 = 1{,}8 \cdot 0{,}3 + 1{,}35 \cdot 0{,}9$$

$$x_0 = 0{,}557\ \text{m}.$$

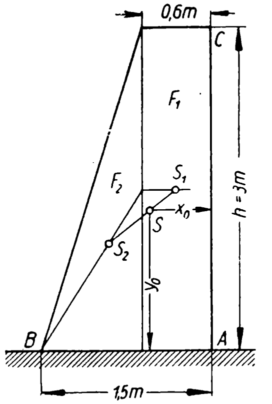


Bild 78

218. Für den T-Stahl von den gegebenen Querschnittsmaßen soll die Schwerpunktslage y_0 berechnet werden (Bild 79).

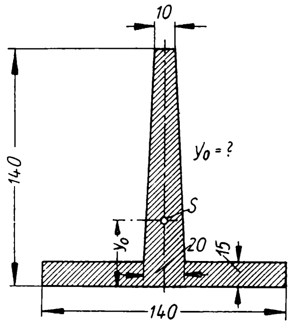


Bild 79

219. Ein [-Stahl hat die in Bild 80 angegebenen Abmessungen. In welcher Entfernung x_0 von der äußeren Stegkante liegt der Schwerpunkt?

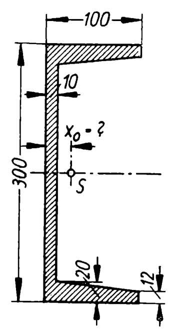


Bild 80

220. Wo liegt der Schwerpunkt der Halbkreisfläche?

Lösung: $y_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi}$ (Bild 81).

(Über Ableitung der Formel siehe Bemerkung bei Aufg. 205.)

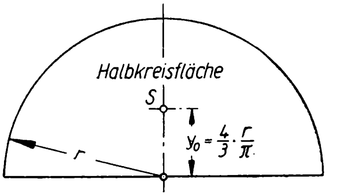


Bild 81

221. Die Schwerpunktslage x_0 des skizzierten Brückenpfeilerquerschnitts ist zu berechnen (Bild 82).

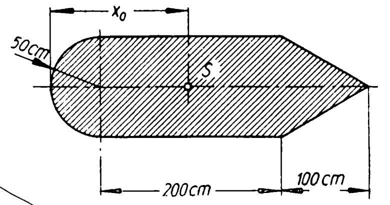


Bild 82

222. Wie lautet der Satz des statischen Momentes, auf eine beliebige Fläche (Bild 83) angewandt?

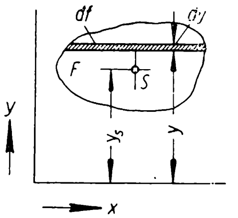


Bild 83

Lösung: $F \cdot y_s = \sum \mathrm{d}f \cdot y = \int \mathrm{d}f \cdot y,$

somit $$y_s = \frac{\int \mathrm{d}f \cdot y}{F},$$

wobei $$F = \int \mathrm{d}f.$$

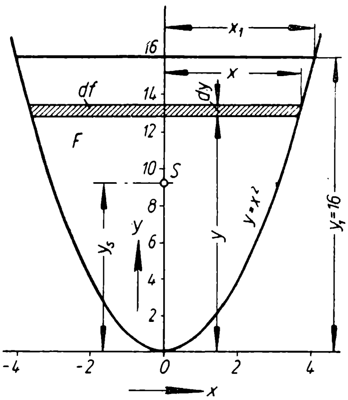


Bild 84

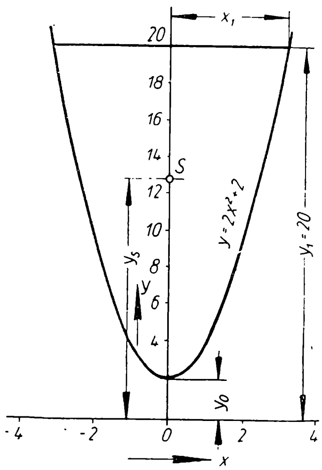


Bild 85

223. Wo liegt der Schwerpunkt der in Bild 84 dargestellten Parabelfläche in bezug auf die x-Achse?

Lösung: Es ist $$y_s = \frac{\int \mathrm{d}f \cdot y}{\int \mathrm{d}f} = \frac{\int 2x \cdot \mathrm{d}y \cdot y}{\int 2x \cdot \mathrm{d}y}$$
(da $\mathrm{d}f = 2\,x \cdot \mathrm{d}y$).

Mit $y = x^2$ und $\mathrm{d}y = 2\,x \cdot \mathrm{d}x$ wird unter Einsetzung der Grenzen

$$y_s = \frac{\int 2x \cdot 2x \cdot \mathrm{d}x \cdot x^2}{\int 2x \cdot 2x \cdot \mathrm{d}x} = \frac{4 \int_0^4 x^4 \cdot \mathrm{d}x}{4 \int_0^4 x^2 \cdot \mathrm{d}x}.$$

Gelöst: $$y_s = \frac{x^5 \cdot 3}{5 \cdot x^3} = \frac{3}{5}\,x^2 = 9{,}6.$$

224. Wo liegt der Schwerpunkt der in Bild 85 dargestellten Parabelfläche in bezug auf die x-Achse?

Schwerpunktsbestimmungen mit Benutzung der Tafeln (Tabellen) für Formstahl

225. Die Schwerpunktslage des gegebenen Blechträgerquerschnitts ist zu bestimmen (Bild 86).

Lösung: Stegfläche $F_1 = 28 \cdot 1{,}8 = 50{,}4\ \mathrm{cm}^2$; $x_1 = 14$ cm. Für einen ungleichschenkligen Winkelstahl 80 · 160 · 14 ist nach Tafel

$$F_2 = 31{,}8\ \mathrm{cm}^2;$$

$$x_2 = 5{,}81\ \mathrm{cm}.$$

$$(50{,}4 + 2 \cdot 31{,}8)x_0 = 50{,}4 \cdot 14 + 2 \cdot 31{,}8 \cdot 5{,}81,$$

$$x_0 = 94{,}4\ \mathrm{mm}.$$

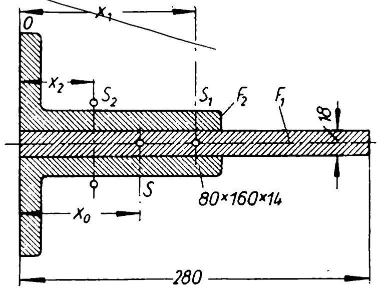


Bild 86

226. Ein Blechträger ist nach Bild 87 aus Stegblech, Gurtblech und zwei Winkelstählen 120 · 120 · 15 zusammengenietet.

Gesucht wird die Schwerpunktslage y_0 des Querschnitts.

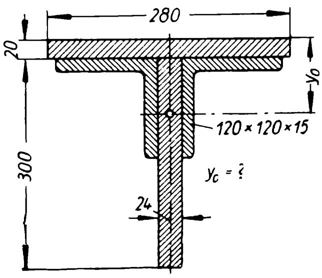


Bild 87

227. Ein Kranträger hat den gegebenen kastenförmigen Querschnitt (Bild 88).

Gesucht wird die Schwerpunktslage y_0.

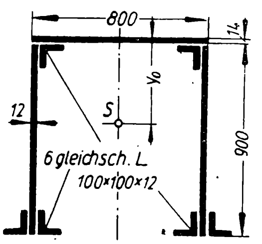


Bild 88

228. Ein Laufkranträger ist nach Bild 89 durch einen oben quer aufgenieteten [-Stahl gegen seitliche Ausbiegung versteift.

Die Schwerpunktslage y_0 ist zu bestimmen.

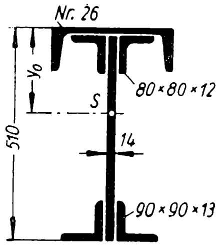


Bild 89

Schwerpunkte von Körpern

229. Ein Schlammkübel nach Bild 90 hat die Form eines Halbzylinders von 650 mm Radius und ist aus einem gewölbten Mantelblech und zwei ebenen, halbkreisförmigen Stirnwänden zusammengesetzt. Seine axiale Länge beträgt 900 mm. Das Blech wiegt 38 kg je m². Der Kübel soll in seiner Schwerachse an zwei Zapfen S in einem fahrbaren Gestell aufgehängt werden, um leicht gekippt und entleert werden zu können. Zu berechnen ist **a)** das Gewicht des Mantelblechs und **b)** sein Schwerpunktsabstand von der oberen waagerechten Achse. Die Blechdicke werde beim Einsetzen der Maße vernachlässigt. **c)** das Gewicht der beiden halbkreisförmigen Stirnwandbleche und **d)** ihr Schwerpunktsabstand von der waagerechten Achse. **e)** die Schwerpunktslage y_0 des leeren Kübels, d. h. das Lagenmaß für die Drehzapfen S.

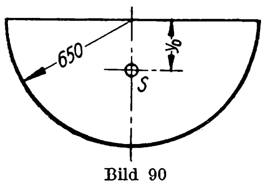


Bild 90

230. Ein Kohlenwagen für ein Kesselhaus hat die im Bild 91 gegebenen Abmessungen und 650 mm lichte Breite. **a)** Wieviel kg Kohle faßt der gestrichen volle Wagen, wenn die Wichte der aufgeschütteten Kohle 900 kg/m³ beträgt? **b)** In welchem waagerechten Abstande von der rechten Kastenwand liegt der Schwerpunkt der Kohlefüllung? **c)** Wie groß muß das Maß s für die Anordnung der Achsen unter den Wagen bemessen werden, wenn die Achsen 700 mm Abstand voneinander haben und beide gleich schwer belastet sein sollen? Der Schwerpunkt des leeren Wagens fällt mit dem der Kohlefüllung zusammen.

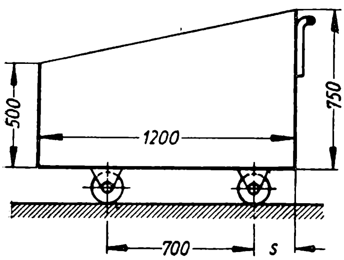


Bild 91

231. Der Bügel einer Nietmaschine nach Bild 92 soll an einem Drehzapfen A so aufgehängt werden, daß er die gezeichnete waagerechte Lage einnimmt. In welchem Abstande x_0 von der Vorderkante des Bügels muß der Zapfen angeordnet werden?

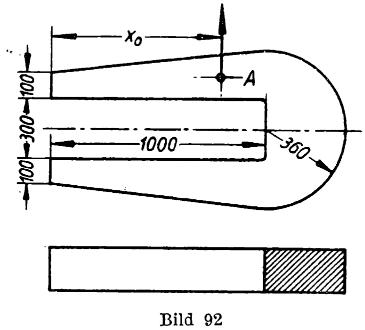


Bild 92

232. Der Wagen einer Hängebahn ist ein Prisma vom skizzierten Querschnitt. Die beiden seitlichen Tragzapfen S sollen in der Schwerachse des Fördergutes des gestrichen vollen Wagens liegen, damit er sich leicht kippen läßt. Die Maße x_0 und y_0 der Zapfenlage sind zu berechnen.

Lösung: Der Schwerpunkt S_h einer Halbkreisfläche muß auf der Verbindungslinie der Teilschwerpunkte S_v der beiden Viertelkreisflächen liegen (Bilder 93 u. 94). Deshalb gilt für die Viertelkreisfläche: $y_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi}$, wie für die Halbkreisfläche in Aufg. 220.

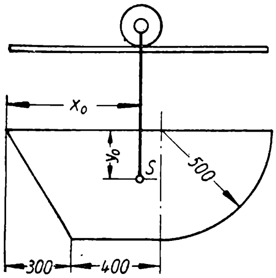


Bild 93

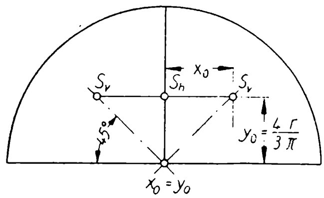


Bild 94

Man findet für die Zapfenlage die Werte $x_0 = 221$ mm und $y_0 = 624$ mm.

Guldinsche Regel

233. Wie heißt die Guldinsche Regel?

a) für Umdrehungsflächen? b) für Umdrehungskörper?

Lösung: a) Wenn eine Kurve von der Länge s um eine in ihrer Ebene liegende Achse Y kreist (Bild 95), so beschreibt sie eine **Umdrehungsfläche** (Rotationsfläche). Die Oberfläche derselben ist gleich der Länge s der erzeugenden Kurve mal Weg ihres Schwerpunkts:

$$O = s \cdot 2\pi x_0.$$

(Beweis siehe in den Mechaniklehrbüchern!)

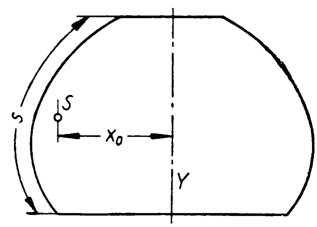


Bild 95

b) Wenn eine Fläche F um eine in ihrer Ebene liegende Achse Y kreist (Bild 96), so beschreibt sie einen **Umdrehungskörper.** Der Rauminhalt desselben ist gleich erzeugender Querschnittsfläche F mal Weg ihres Schwerpunkts:

$$V = F \cdot 2\pi x_0.$$

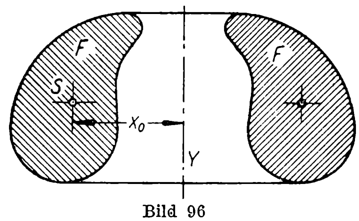


Bild 96

234. Die Schwerpunktslage des Halbkreisbogens soll mittels der Guldinschen Regel bestimmt werden.

Lösung: Der Halbkreisbogen von der Länge $s = \pi r$ beschreibt, um seine Durchmesserachse kreisend, eine Kugel von der Oberfläche $4\pi r^2$. Die Guldinsche Regel $O = s \cdot 2 x_0$ liefert also: $4\pi r^2 = \pi r \cdot 2\pi x_0$.

Daraus $x_0 = \frac{2r}{\pi}$, wie in Aufg. 206.

235. Die Schwerpunktslage der Halbkreisfläche soll mittels der Guldinschen Regel bestimmt werden.

Lösung: Siehe Aufg. 220.

236. Für den geraden Kreiskegel von der Höhe h und der Kegelseite s ist mittels der Guldinschen Regel zu berechnen
a) die Mantelfläche; b) der Rauminhalt.

237. Das Galloway-Rohr eines Dampfkessels, innen von den Feuergasen, außen vom Wasser bespült, hat die skizzierte Form eines abgestumpften Kegels. Wie groß ist die Heizfläche, d. h. die Mantelfläche des Rohres (Bild 97)?

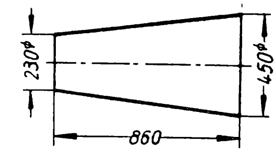


Bild 97

238. Für den Flanschenring (Bild 98) ist unter Benutzung der Formstahltafel zu berechnen a) die erzeugende Querschnittsfläche des Drehkörpers; b) der Abstand ihres Schwerpunkts von der Drehachse; c) der Rauminhalt des Flanschenrings; d) sein Gewicht. Die Wichte von Stahl ist 7,85 kg/dm³.

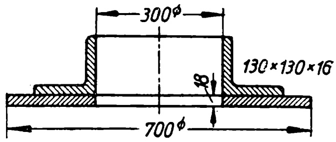


Bild 98

239. Der Kranz eines Riemenscheiben-Schwungrades (Bild 99) von 5200 mm Außendurchmesser hat die gegebenen Maße. a) Welchen Abstand von der Drehachse hat der Schwerpunkt des Kranzquerschnitts? b) Wie groß ist der Rauminhalt des Kranzringes und c) sein Gewicht? Die Wichte von Grauguß ist 7,2 kg/dm³.

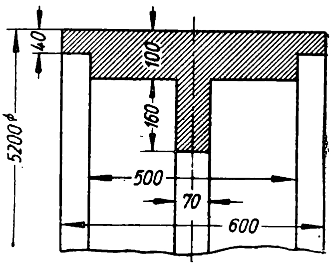


Bild 99

240. Ein Wasserbehälter von den gegebenen Maßen ist ringförmig um einen Fabrikschornstein gebaut. Wie groß ist sein Wasserinhalt (Bild 100)?

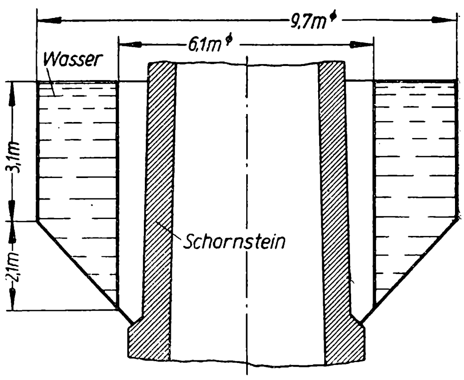


Bild 100

241. Bei einem Schwungrade ist der Kranz mit der Nabe durch eine vollwandig gegossene Stegscheibe nach Bild 101 verbunden (Ausführung von Ilgner). Wie groß ist a) die erzeugende Querschnittsfläche des Drehkörpers? b) der Abstand ihres Schwerpunktes von der Drehachse? c) der Rauminhalt und d) das Gewicht des Schwungrades? Die Wichte von Stahlguß ist 7,85 kg/dm³.

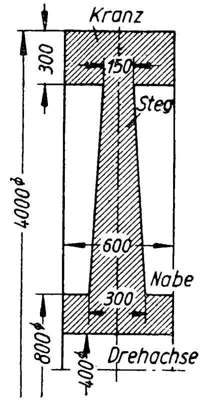


Bild 101

242. Eine Riemenscheibe (Bild 102) von 1500 mm Außendurchmesser hat die gegebenen Kranzabmessungen. Der Querschnitt des Verstärkungswulstes unter dem Kranze werde annähernd als Halbkreisfläche gerechnet. Gesucht wird a) der Schwerpunktsabstand des Kranzquerschnitts von der Außenkante und b) von der Drehachse; c) der Rauminhalt des Kranzkörpers und d) sein Gewicht. Die Wichte von Grauguß ist 7,2 kg/dm³.

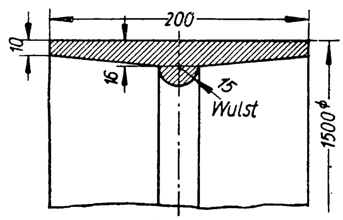


Bild 102

243. Der Asche-Ejektor (Bild 103) an Bord eines Schiffes hat einen Fülltrichter aus Grauguß von den gegebenen Maßen, in den die Asche der Schiffskessel eingeschippt wird, um durch den Wasserstrom einer Pumpe in See weggespült zu werden. Zu berechnen ist a) das Gewicht des hohlkegelförmigen Trichterstückes ($\gamma = 7{,}2$ kg/dm³); b) das Gewicht des hohlzylindrischen Flansches und c) das Gesamtgewicht.

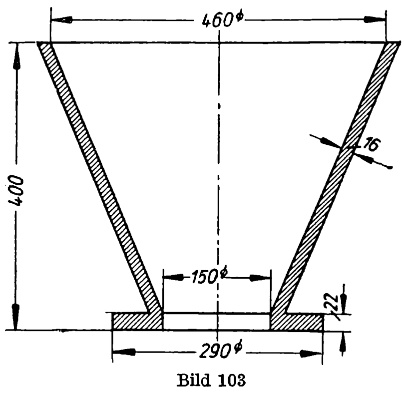


Bild 103

244. Das Wellblechflammrohr (Bild 104) eines Dampfkessels hat die gegebenen Wellenmaße und 1200 mm mittleren Rohrdurchmesser. Wie groß ist für 9 m gesamte Rohrlänge a) die Heizfläche, d. h. die äußere Oberfläche des Rohres? b) das Gewicht des Rohres? Die Wichte von Stahl ist 7,85 kg/dm³.

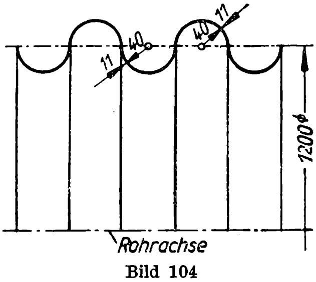


Bild 104

245. Ein kupfernes Ausgleichsrohr (Bild 105) ist in eine Rohrleitung eingebaut zum Ausgleich von Längenänderungen infolge der Wärme. Der innere Rohrdurchmesser beträgt 200 mm, die Wanddicke 3 mm. Zu berechnen ist **a)** die Gesamtlänge der gewundenen Mittellinie des Rohres; **b)** das Volumen des in der Rohrwand enthaltenen Kupfers; **c)** das Gewicht des Rohres. Die Wichte von Kupfer ist 8,9 kg/dm³.

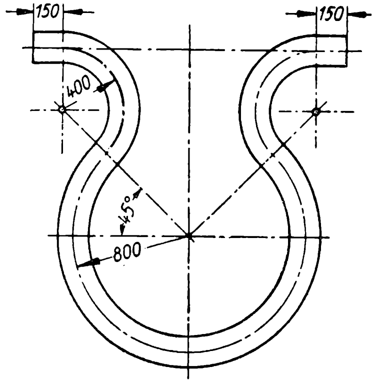


Bild 105

246. Ein Krümmerrohr (Bild 106) hat die gegebenen Maße. Die Wichte von Grauguß ist 7,2 kg/dm³. Zu berechnen ist **a)** die Gußmenge der Krümmerwand ohne die Flansche und **b)** ihr Gewicht; **c)** die Gußmenge der beiden Flansche und **d)** ihr Gewicht; **e)** das Gesamtgewicht des Krümmers; **f)** der Preis des Krümmers, wenn 1 kg Guß 1,20 DM kostet.

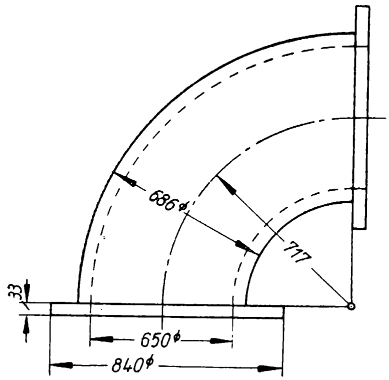


Bild 106

247. Der Wasserbehälter (Bild 107) eines Wasserturms hat die gegebenen Maße. Der in der Mitte ausgesparte zylindrische Raum von 1,2 m Durchmesser dient zur Aufnahme einer Treppe. Unter Vernachlässigung der Blechdicken soll mittels der Guldinschen Regel berechnet werden **a)** der Wasserinhalt; **b)** die Anzahl Quadratmeter Blech, die zur Herstellung des Behälters nötig sind. Die Überlappungen der Bleche an den Nietnähten sind durch 7% Zuschlag zu berücksichtigen; **c)** das Eigengewicht des Behälters. 1 m² Blech wiegt 63 kg.

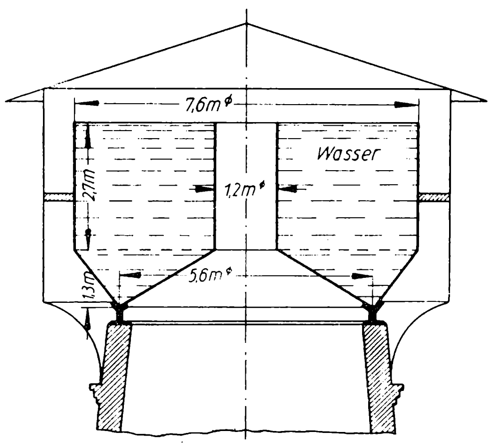


Bild 107

Gleichgewichtsbedingungen

248. Unter welchen Bedingungen befindet sich ein Körper im Gleichgewicht?

Lösung: Gleichgewicht besteht, wenn sich alle an einem Körper angreifenden Kräfte aufheben. Um diese Bedingung durch Gleichungen rechnerisch ausdrücken zu können, zerlegt man sämtliche Kräfte P_1, P_2, P_3 usw. (Bild 108) in ihre senkrechten und waagerechten Seitenkräfte nach den Achsenrichtungen OX und OY. Dann müssen

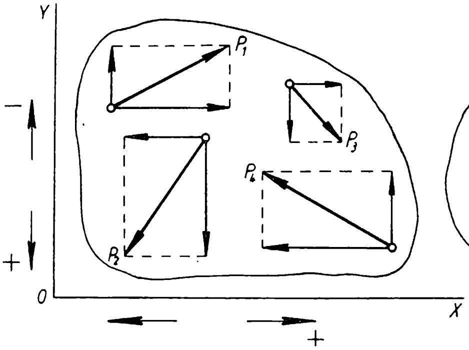


Bild 108

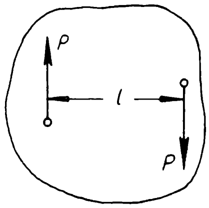


Bild 109

1. alle senkrechten Seitenkräfte sich aufheben. Nennt man die Richtung nach unten positiv, die Richtung nach oben negativ, so muß die algebraische Summe aller senkrechten Kräfte, d. h. ihre Summe unter Berücksichtigung der Vorzeichen, gleich Null sein.

Ebenso muß 2. die algebraische Summe aller waagerechten Seitenkräfte gleich Null sein. Bezeichnet man z. B. die Richtung nach rechts als positiv, so gilt die Richtung nach links als negativ.

3. Hierbei kann der Fall eintreten, daß einige Seitenkräfte zwar gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind (Bild 109), sich aber trotzdem nicht aufheben, weil ihre Wirkungslinien nicht auf einer Geraden liegen, sondern einen Abstand l haben. Die Kräfte P bilden dann ein Kräftepaar und suchen den Körper mit einem statischen Momente Pl zu drehen (Aufg. 197). Soll nun Gleichgewicht bestehen, so müssen die statischen Momente der rechtsdrehenden Kräfte durch gleich große linksdrehende Momente aufgehoben werden, d. h., die algebraische Summe aller Drehmomente für jede beliebige Drehachse muß gleich Null sein.

Wirken sämtliche Kräfte in einer Ebene, so heißen die **3 Gleichgewichtsbedingungen:**

1. algebraische Summe der senkrechten Kräfte gleich Null,
2. algebraische Summe der waagerechten Kräfte gleich Null,
3. algebraische Summe der statischen Momente gleich Null.

249. a) Wie heißt das Gesetz der Gegenwirkung oder Wechselwirkung?
b) Beispiele dazu?

Lösung: a) Jede Kraft erzeugt eine Gegenkraft von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Richtung.

b) Soll z. B. in einem Seile eine Zugkraft erzeugt werden, so muß das Seil-Ende mit einer gleich großen Gegenkraft festgehalten werden.

Die Zugkraft, mit welcher eine Lokomotive einen Wagen bergauf zieht, übt der Wagen, rückwärts hemmend, auf die Lokomotive aus.

Dieselbe Kraft, mit welcher eine Last durch ihr Gewicht nach unten drückt, wird von der Unterlage tragend nach oben auf die Last ausgeübt („Auflagerdruck" oder „Auflagerreaktion").

Hebel

250. Die skizzierte Speisepumpe hat 45 mm Kolbendurchmesser (Bild 110) und wird durch die Kraft 20 kg eines Arbeiters am Handgriff C des Hebels betätigt. Der erzeugte Wasserdruck am Kolben soll 7 at betragen; die Reibung ist durch 15% Zuschlag zum Wasserdruck zu berücksichtigen. Gesucht wird die Kolbenkraft, die Zugkraft S im Schwinghebel AO und die erforderliche Hebellänge x.

Lösung: Wasserdruck $p = 7 + 0{,}15 \cdot 7 = 8{,}05$ at.

$$\text{Kolbenkraft (Aufg. 123)}\ \frac{\pi d^2}{4}\, p = \left(\frac{\pi\, 4{,}5^2}{4}\right) \text{cm}^2 \cdot 8{,}05\ \text{kg/cm}^2$$

$$= 15{,}9 \cdot 8{,}05 = 128\ \text{kg}.$$

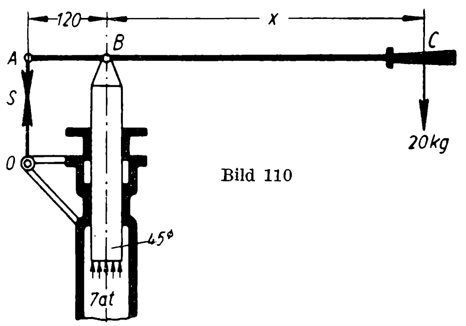


Bild 110

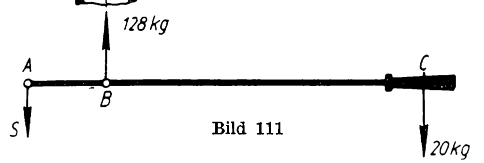


Bild 111

Diese Kraft wirkt nach dem Gesetze der Gegenwirkung (Aufg. 249) in zwei entgegengesetzten Richtungen in gleicher Größe, nämlich auf den Kolben nach unten, dagegen auf den Hebel bei B nach oben. Ebenso die Zugkraft S des Schwinghebels wirkt am Drehzapfen O nach oben, dagegen am Hebeldrehzapfen A nach unten. Dementsprechend sind die Kraftrichtungen am Hebel in Bild 111 eingetragen.

Die Gleichgewichtsbedingungen für den Hebel heißen (Aufg. 248):

1. Algebraische Summe der senkrechten Kräfte gleich Null:

$$+ S - 128 + 20 = 0; \quad S = 108\ \text{kg}.$$

2. Waagerechte Kräfte sind nicht vorhanden.

3. Algebraische Summe der statischen Momente für jede beliebige Drehachse gleich Null, z. B. für Drehpunkt A:

$$+ 20\ \text{kg}\ (12 + x)\ \text{cm} - 128\ \text{kg} \cdot 12\ \text{cm} = 0.$$

Die Kraft S geht durch den Drehpunkt A hindurch, hat also den Hebelarm Null und liefert kein Drehmoment,

$$240 + 20\,x - 1536 = 0; \quad x = 64{,}8 \text{ cm}.$$

Dasselbe Ergebnis liefert die Gleichung der statischen Momente für Drehpunkt B:

$$-S \cdot 12 + 20\,x = 0; \quad x = \frac{108 \cdot 12}{20} = 64{,}8 \text{ cm}.$$

251. Das Sicherheitsventil (Bild 112) von 50 mm lichtem Ventildurchmesser soll bei 12 at Dampfdruck abblasen. **a)** Mit welcher Kraft sucht der Dampf den Ventilteller zu heben? **b)** Wie schwer ist das Belastungsgewicht auszuführen bei Vernachlässigung des Hebeleigengewichts? **c)** Welche Kraft tritt am Hebeldrehzapfen O auf?

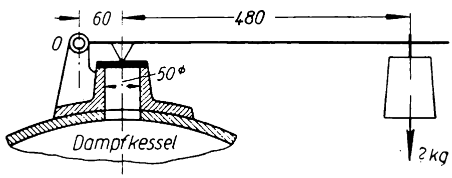


Bild 112

252. Ein Sicherheitsventil hat 75 mm lichten Ventildurchmesser (Bild 113). Das Belastungsgewicht am Hebel ist 50 kg schwer. Das Eigengewicht des Hebels werde vernachlässigt. **a)** Bei wieviel at Dampfdruck bläst das Ventil ab? **b)** Welche Kraft hat der Hebeldrehzapfen A aufzunehmen?

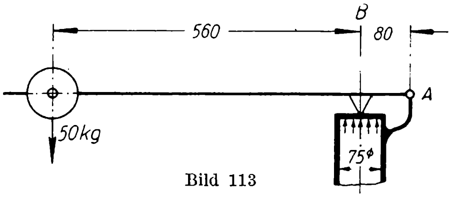


Bild 113

253. Der Lokomotivrahmen (Bild 114), in den Punkten A, B und C an den Tragfedern aufgehängt, belastet die Zapfen der Radachsen durch die Druckstützen der Federn mit 6,8 und 5,3 t. Bei der wechselnden Durchbiegung der

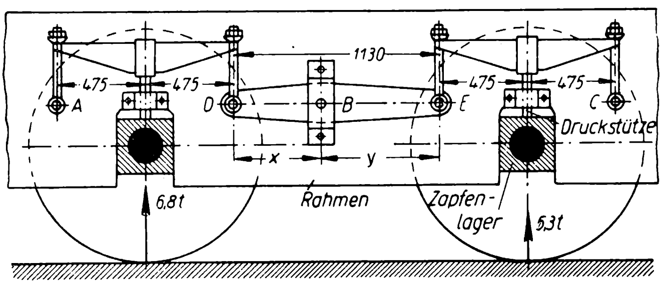


Bild 114

Federn und den dadurch entstehenden senkrechten Schwingungen des Rahmens gleiten die Lager der Achszapfen in den senkrechten Führungen des Rahmens. Der 1130 mm lange Hebel DBE gleicht die während der Fahrt auftretenden Belastungsschwankungen der beiden Nachbarfedern aus. **a)** Die Maße x und y für die Lage des Drehpunktes B des Ausgleichhebels sind zu berechnen. **b)** Welche Belastungen erfahren die Tragpunkte A, B und C?

254. Die Eisenbahnwagen-Bremse in Bild 115 wird am Winkelhebel bei A durch die Schraubenspindel der Hand-Bremskurbel mit einer Kraft 250 kg angezogen. Zu berechnen ist **a)** die Kraft in der Zugstange CD; **b)** der Normaldruck des Bremsklotzes I auf das Rad; **c)** die Kraft in der Zugstange FG. Die geringe Neigung der Stange werde vernachlässigt und ihre Richtung als waagerecht angenommen. **d)** die Hebellänge $HJ = x$, so daß der Druck des Bremsklotzes II auf das Rad ebensogroß wird wie der des Klotzes I.

Lösung: a) Winkelhebel ABC (Bild 116).

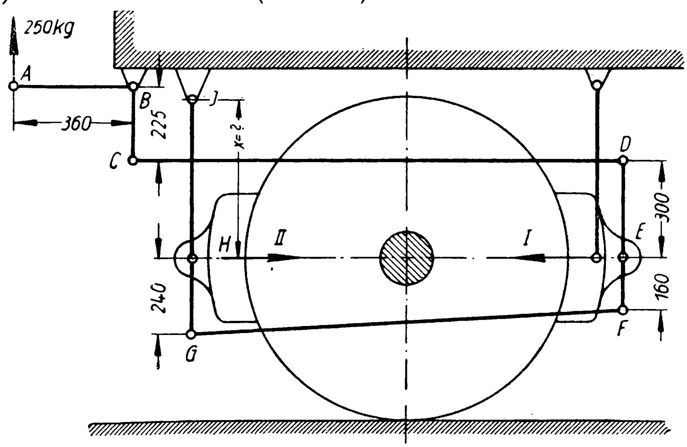


Bild 115

Statische Momente für Drehpunkt B:

$$+ 250 \text{ kg} \cdot 36 \text{ cm} - C \text{ kg} \cdot 22{,}5 \text{ cm} = 0$$

$$C = \frac{250 \cdot 36}{22{,}5} = 400 \text{ kg}.$$

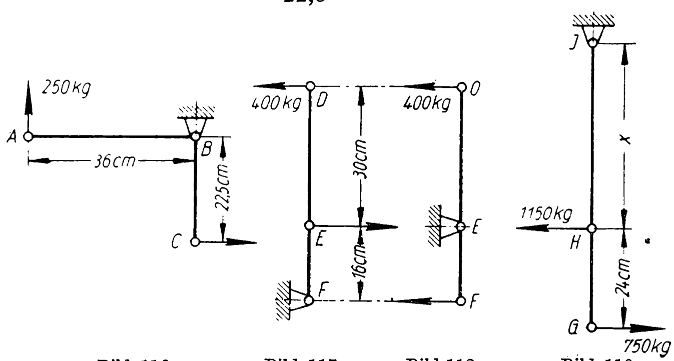


Bild 116 Bild 117 Bild 118 Bild 119

b) Hebel DEF. Die Kraft 400 kg der Zugstange CD, die am Winkelhebel in C nach rechts zieht, wirkt in D nach links (Gesetz der Gegenwirkung, Aufg. 249). — Der Bremsklotz I drückt das Rad nach links, dagegen den Hebel DEF in E nach rechts: Bild 117.

Statische Momente für Drehpunkt F:

$$-400\text{ kg}\cdot 46\text{ cm} + E\text{ kg}\cdot 16\text{ cm} = 0.$$

Die Kraft F geht durch den Drehpunkt F hindurch, liefert also kein Moment.

$$E = \frac{400\cdot 46}{16} = 1150\text{ kg} = \text{Bremsklotzdruck } I.$$

c) Hebel DEF. Drehpunkt E (Bild 118):

$$-400\text{ kg}\cdot 30\text{ cm} + F\text{ kg}\cdot 16\text{ cm} = 0;\quad F = 750\text{ kg}.$$

Probe: Die Gleichung der waagerechten Kräfte für Hebel DEF:

$$-400\text{ kg} + 1150\text{ kg} - 750\text{ kg} = 0 \text{ ergibt } 0 = 0.$$

d) Am Hebel GHJ wirkt in G die Kraft 750 kg der Zugstange nach rechts; in H der Normaldruck des Bremsklotzes 1150 kg nach links (Bild 119), während er auf das Rad nach rechts drückt.

Drehpunkt J: $-750\text{ kg}\,(24 + x)\text{ cm} + 1150\text{ kg}\cdot x\text{ cm} = 0.$

Daraus $x = 45$ cm.

255. Die skizzierte Doppelbackenbremse einer Fördermaschine wird durch einen Dampfkolben mit 1700 kg Kolbenkraft angezogen. Wie groß ist **a)** der Anpressungsdruck des Bremsbackens A? **b)** die Kraft in der Zugstange Z,

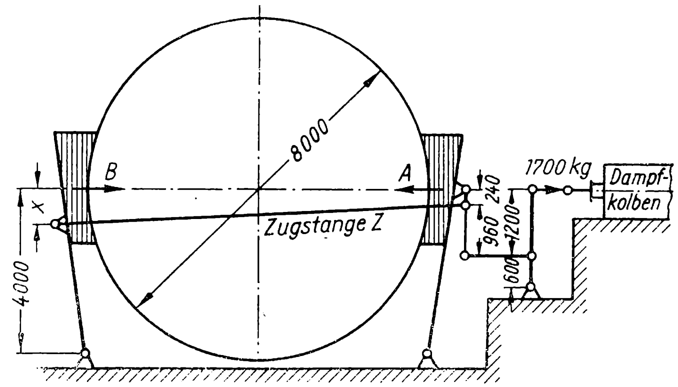


Bild 120

deren Richtung als annähernd waagerecht angenommen werden kann? **c)** Wie groß muß das Maß x des Hebels bei B gewählt werden, damit der Bremsbacken B denselben Druck auf die Scheibe ausübt wie A?

256. Die Backenbremse einer Fördermaschine wird durch einen Dampfkolben mit Hebelübersetzung nach Bild 121 angezogen. In Notfällen greift an Stelle des Kolbens selbsttätig ein Fallgewicht ein. Falls nämlich der Maschinist die Steuerung des Kolbens nicht rechtzeitig bedient, löst ein Anschlag des Förderkorbes die Aufhängungskette des Fallgewichts aus, so daß dieses, herunterfallend, die Bremse anzieht. Die Schleife am unteren Ende der Druckstange T ermöglicht, daß der Dampfkolben das Fallgewicht nicht mitbewegt. Zu be-

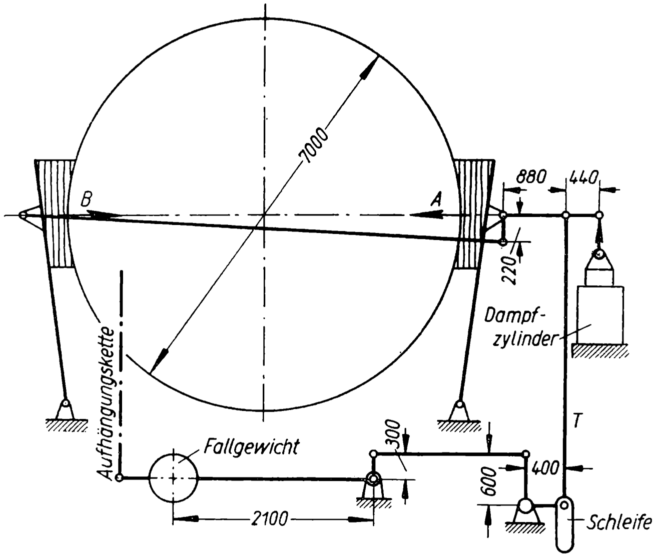


Bild 121

rechnen ist **a)** die Kolbenkraft für 180 mm Kolbendurchmesser und 12 at Dampfdruck; **b)** die Anpressungsdrücke der Bremsbacken A und B; **c)** das Fallgewicht so, daß es dieselbe Wirkung hervorzubringen vermag wie der Dampfkolben.

257. Ein Treibriemen wird durch eine Spannrolle (Bild 122) gespannt. Die Schwinge OAG ist in O drehbar gelagert und durch ein 26 kg schweres Gewicht G

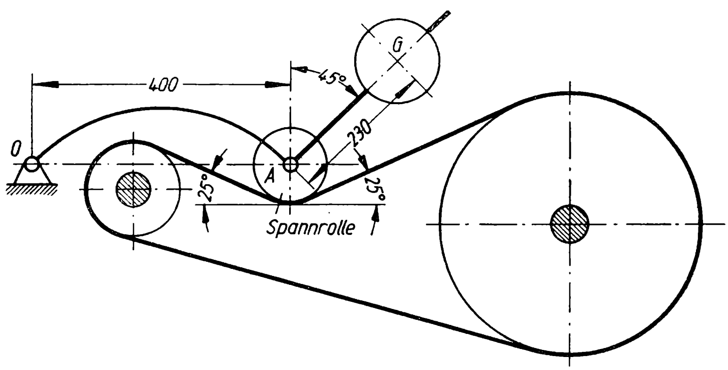


Bild 122

belastet. Gesucht wird **a)** der Hebelarm des Belastungsgewichtes in bezug auf die Drehachse O; **b)** der durch das Belastungsgewicht an der Achse A der Spannrolle ausgeübte senkrechte Druck; **c)** die im Riemen erzeugte Spannkraft.

258. Ein Drehkran von den gegebenen Maßen (Bild 123) trägt in 4,3 m Ausladung die Laufkatze mit Nutzlast, zusammen 5600 kg. Welche Druckkraft erzeugt diese Belastung in der Strebe T?

Lösung 1: Die senkrechte Belastung P, die der waagerechte Auslegerarm im Stützpunkte B ausübt, ergibt sich aus der Gleichung der statischen Momente für Drehpunkt A:

$$5600\,\text{kg} \cdot 4{,}3\,\text{m} = P \cdot 2{,}8;$$

$$P = 8600\,\text{kg}.$$

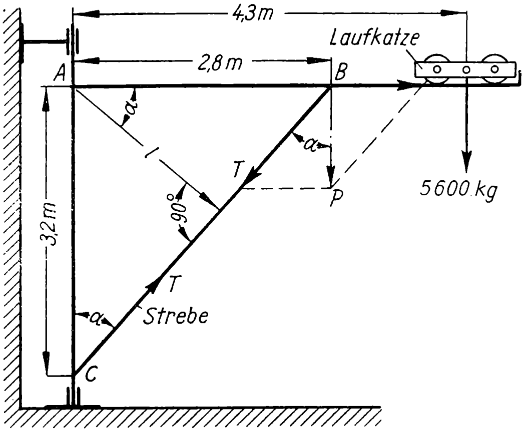


Bild 123

Diese senkrechte Kraft zerlegt sich im Knotenpunkte B in die Schrägrichtung der Strebe und in die waagerechte Richtung des Auslegerarms und erzeugt in der Strebe eine Druckkraft T, im Auslegerarm eine waagerechte Zugkraft (ähnlich Aufg. 166).

Im Kräfteparallelogramm ist $\cos\alpha = \frac{P}{T}$; $T = \frac{P}{\cos\alpha}$.

Aus dem Stabdreieck findet man

$$\cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{3{,}2}{4{,}52} = 0{,}753; \quad T = \frac{8600}{0{,}753} = 11\,400\,\text{kg}.$$

Lösung 2: Führt man in die Gleichung der statischen Momente für den Auslegerarm in bezug auf Drehpunkt A unmittelbar die schräge Strebenkraft T mit ihrem Hebelarm $l = 2{,}8 \cdot \cos\alpha = 2{,}8 \cdot 0{,}753 = 2{,}108\,\text{m}$ ein, so gilt:

$$5600\,\text{kg} \cdot 4{,}3\,\text{m} - T \cdot l = 0; \quad \text{daraus } T = 11\,400\,\text{kg}.$$

259. An dem waagerechten Ausleger eines Drehkrans ist ein 1920 kg schweres Gegengewicht in 3000 mm Ausladung nach Bild 124 angeordnet. Welche Druck-

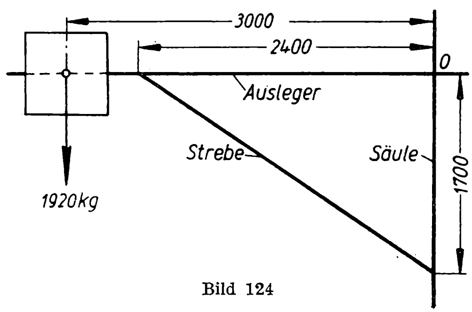


Bild 124

kraft hat die Strebe aufzunehmen, welche den Ausleger gegen die Kransäule abstützt?

260. Ein Pultdach von 200 kg Gesamtgewicht je m² Grundriß-Projektionsfläche wird durch Schrägstreben nach Bild 125 gestützt. Diese sind in Abständen von 1,8 m angeordnet. Gesucht wird **a)** die gesamte Dachlast für 1,8 m Länge; **b)** der Hebelarm der Strebe für Drehpunkt A; **c)** die Kraft, welche eine Strebe in ihrer Achsenrichtung aufzunehmen hat.

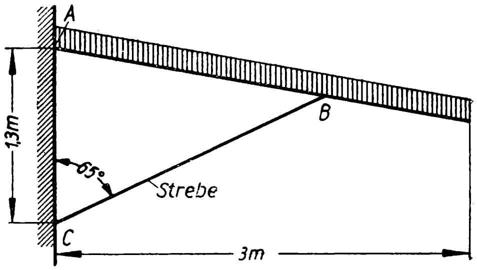


Bild 125

261. Die Bandbremse (Bild 126) wird durch ein 15 kg schweres Belastungsgewicht am Hebel angezogen. Wie groß ist **a)** der Hebelarm des Bremsbandes in bezug auf den Hebeldrehpunkt? **b)** die im Bremsbande erzeugte Spannkraft?

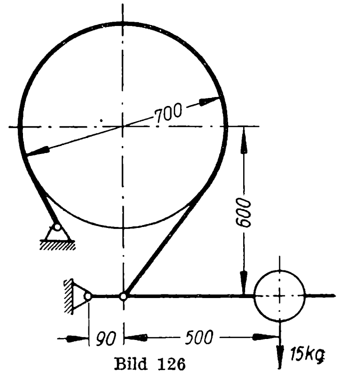


Bild 126

262. Die Zugkette des Deckels eines Tiegeleinsetzofens (Bild 127) ist durch ein Gegengewicht 15 kg belastet. Mit welcher Zusatzkraft P muß der Arbeiter an dem Gegengewichte nach unten ziehen, um den Deckel aus der waagerechten Lage zu öffnen? Das Gewicht des Deckels, 40 kg, greift in seiner Mitte an. Das Eigengewicht der Kette werde vernachlässigt.

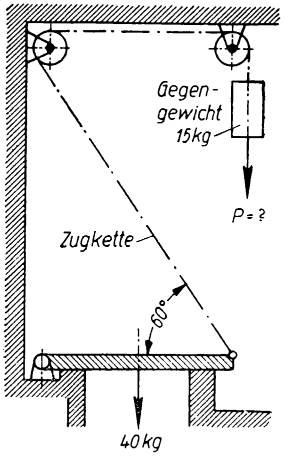


Bild 127

263. Eine Kondensator-Luftpumpe, im Keller aufgestellt, wird von oben durch die Dampfmaschinenkurbel unter Vermittlung des Winkelhebels AOB (Bild 128) angetrieben, und zwar soll auf den Kolben beim Saughube eine Zugkraft 1250 kg übertragen werden. Zu berechnen ist **a)** der Hebelarm der Kolbenkraft in bezug auf den Hebeldrehpunkt O; **b)** der Hebelarm der Treibstangenkraft T in bezug auf O; **c)** die erforderliche Treibstangenkraft T; **d)** der Hebelarm der Kraft T in bezug auf die Kurbelwellenachse; **e)** die zum Antrieb aufzuwendende Umfangskraft am Kurbelkreise.

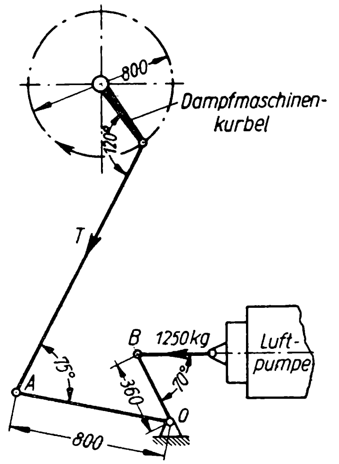


Bild 128

264. Der H e b e t i s c h eines Walzwerks wird mittels Hebeln und Stangen nach Bild 129 durch die Kolbenkraft eines Dampfzylinders gehoben. Das Tischgewicht 3800 kg ruht je zur Hälfte auf den Druckstangen A und B. Für die gezeichnete Stellung soll berechnet werden: **a)** die Zugkraft Z in der Verbindungsstange CD; **b)** die erforderliche Kolbenkraft bei Vernachlässigung der Reibung; **c)** der erforderliche Durchmesser des Dampfzylinders unter der Annahme, daß durch die Reibung ein Kraftverlust von 30% entsteht. Die Dampfspannung beträgt 9 at Überdruck, der Durchmesser der Kolbenstange 50 mm.

Lösung: a) Der Winkel α, den die Zugstange Z mit der Waagerechten bildet, wird berechnet zu $\alpha = 15°$.

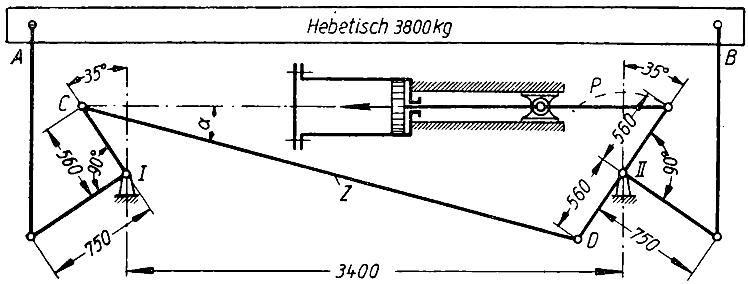


Bild 129

$$\text{Drehpunkt I: } -1900 \text{ kg} \cdot 61{,}44 \text{ cm} + Z \text{ kg} \cdot 36 \text{ cm} = 0$$

$$Z = 3240 \text{ kg}.$$

b) Drehpunkt II: $-P \cdot 45{,}88 + 1900 \cdot 61{,}44 + 3240 \cdot 52{,}6 = 0$

$$P = 6260 \text{ kg}.$$

c) 360 mm Zylinderdurchmesser.

265. Der S t r o m a b n e h m e r einer elektrischen Straßenbahn besteht aus einem auf dem Wagendache angeordneten doppelarmigen Hebel mit Drehpunkt O (Bild 130). Die Rolle am Kopfe des Hebels wird durch eine am anderen Hebelende

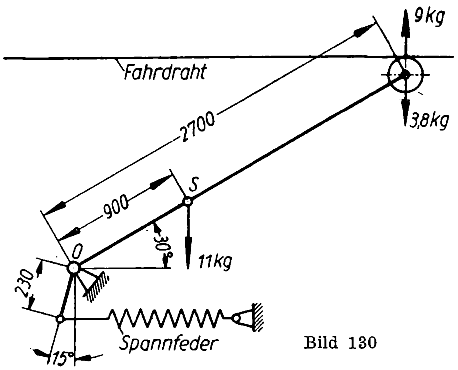


Bild 130

angreifende Spannfeder gegen den Fahrdraht angedrückt und nimmt, am Drahte rollend, den Strom ab. Das Eigengewicht des Hebels, im Schwerpunkte S angreifend, beträgt 11 kg, das Gewicht der Rolle mit Befestigungskopf 3,8 kg. Welche Spannkraft muß die Feder ausüben, damit die Rolle sich mit einem Anpressungsdruck 9 kg in senkrechter Richtung gegen den Fahrdraht anlegt?

266. Das Schaltwerk einer Dampfmaschine (Bild 131) wird durch eine Kraft 12 kg am Handhebel betätigt. Die Klinke am kurzen Hebelarme greift in einen Zahnkranz des Schwungrades und dreht dieses beim Hin- und Herbewegen des Handhebels von Zahn zu Zahn weiter. Das Schaltwerk wird benutzt, um beim Anlassen der Maschine die Kurbel aus der ungünstigen Totlage in die Anlaufstellung zu bringen, oder zum Antrieb der Maschine beim Auflegen des Riemens oder bei Ausbesserungsarbeiten. — Welche treibende Umfangskraft übt die Klinke am Schwungrade aus?

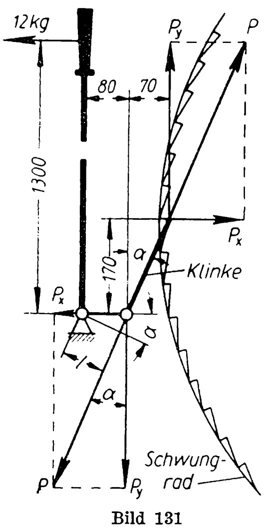


Bild 131

Lösung 1: Die von der Klinke übertragene Druckkraft P bestimmt sich aus der Momentengleichung für den Winkelhebel:

$$12\text{ kg} \cdot 1300\text{ mm} = Pl, \quad \text{wobei} \quad l = 80 \cdot \cos\alpha.$$

$$\text{Nun ist } \tan\alpha = \frac{70}{170} = 0{,}4118; \quad \alpha = 22^\circ\, 23',$$

$$\cos\alpha = 0{,}9247.$$

$$l = 80 \cdot 0{,}9247 = 74\text{ mm}, \quad P = \frac{12 \cdot 1300}{74} = 211\text{ kg}.$$

$$\text{Umfangskraft } P_y = P\cos\alpha = 211 \cdot 0{,}9247 = 195\text{ kg}.$$

Einfacher ist die folgende **Lösung 2:** Die Kraft P kann an beiden Endpunkten der Klinke in ihre senkrechten und waagerechten Seitenkräfte P_y und P_x zerlegt werden. Das statische Moment der Mittelkraft P ist dann gleich dem Momente der senkrechten Seitenkraft P_y, da die andere Seitenkraft P_x keinen Beitrag zum Momente liefert, weil sie durch den Drehpunkt hindurchgeht (siehe Aufg. 199).

Die Momentengleichung für den Winkelhebel heißt dann:

$$12\text{ kg} \cdot 1300\text{ mm} = P_y \cdot 80.$$

Daraus unmittelbar die Umfangskraft $P_y = 195$ kg.

267. Bei einer Zugbrücke in einem Hafen wird die um die Achse A drehbare Brückenklappe (Bild 132) mittels der Zugkette BC geöffnet. Das Gewicht 2600 kg der Klappe greift in ihrem Schwerpunkte S in 3,7 m Entfernung von der Drehachse an. Der obere Schwinghebel mit der Drehachse O ist gegenüber dem Kettenangriffspunkte C durch ein 1470 g schweres Gegengewicht belastet; das Eigengewicht 1950 kg des Hebels greift in seinem Schwerpunkte in 1,2 m Abstand von der Drehachse an. Welche senkrechte Zugkraft P muß zum Öffnen der Brücke am Hebelende ausgeübt werden bei Vernachlässigung der Reibungswiderstände?

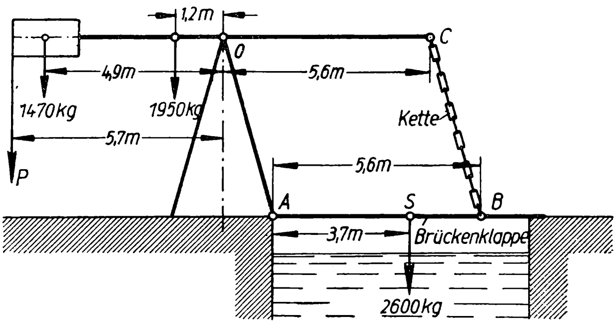


Bild 132

Lösung: Die schräge Zugkraft der Kette BC kann durch ihre senkrechte Seitenkraft ersetzt werden, ähnlich wie in voriger Aufgabe. Man findet $P = 13{,}7$ kg.

268. Die skizzierte Doppel-Backenbremse (Bild 133) wird durch eine Kraft 15 kg am Handhebel angezogen. **a)** Welchen Anpressungsdruck übt der Backen A auf die Bremsscheibe aus? **b)** Wie groß muß das Maß x des oberen Hebels bemessen werden, damit der Backen B denselben Anpressungsdruck wie A auf die Scheibe ausübt?

Bild 133

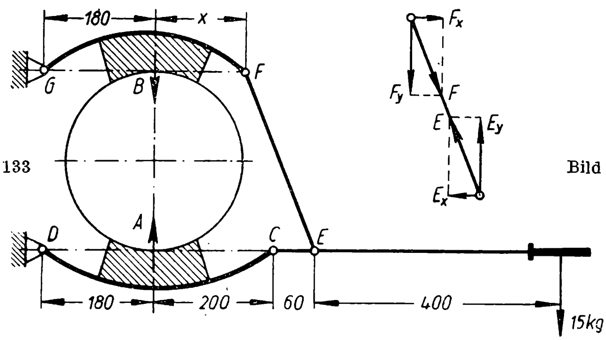


Bild 134

Lösung: a) 211 kg.

b) Die Zugkraft in der schrägen Stange EF kann an beiden Endpunkten in die senkrechten und waagerechten Seitenkräfte zerlegt werden (Bild 134). Die statischen Momente der schrägen Mittelkräfte E und F können dann durch die Momente der senkrechten Seitenkräfte E_y und F_y ersetzt werden, da die waagerechten Seitenkräfte E_x und F_x keinen Beitrag zum Momente liefern, weil sie durch die Drehpunkte der Hebel hindurchgehen (ähnlich wie in Aufg. 266, Lösung 2).

Man findet $E_y = F_y = 115$ kg. $x = 150$ mm.

269. Die Lokomotivbremse (Bild 135) wird durch einen Dampfkolben von 160 mm Durchmesser mit 10 at Dampfspannung betätigt. Durch Hebel werden die Bremsklötze gegen die Räder benachbarter Achsen auseinandergedrückt. Zu berechnen ist **a)** die Kolbenkraft; **b)** die in den schrägen Spreizen erzeugten Druckkräfte; **c)** der Normaldruck N der Bremsklötze auf die Räder.

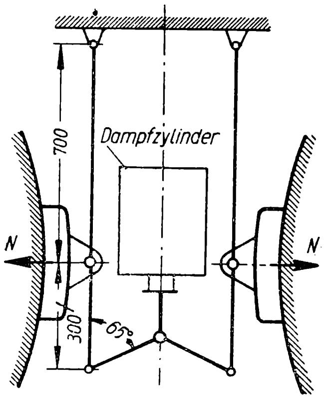


Bild 135

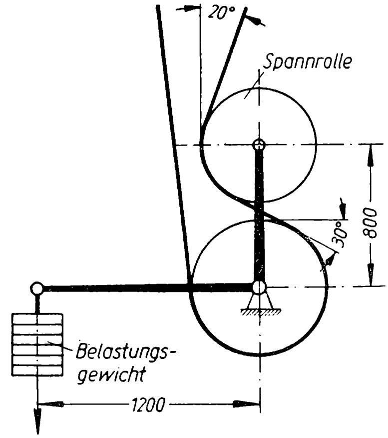


Bild 136

270. Durch die Spannrolle nach Bild 136 soll im Riemen eine Spannkraft 85 kg erzeugt werden. Gesucht wird **a)** die Mittelkraft der beiden Riemenkräfte an der Drehachse der Spannrolle; **b)** der Hebelarm dieser Mittelkraft in bezug auf den Drehpunkt des Winkelhebels; **c)** die erforderliche Größe des Belastungsgewichts.

271. Die Wippe (Bild 137), um die Achse O schwingend, dient zum Regeln der Riemenspannung des aufgesetzten Elektromotors. Sie ist belastet durch ihr Eigengewicht 45 kg und durch das Motorgewicht 160 kg. Die Spannkraft der gedrückten Feder am rechten Ende der Wippe soll so eingestellt werden, daß im ruhenden Riemen eine Spannkraft 52 kg auftritt. Zu berechnen ist **a)** die Mittelkraft des Riemenzuges an der Motorwelle; **b)** der Hebelarm dieser Mittelkraft in bezug auf den Wippendrehpunkt O; **c)** die erforderliche Federspannkraft.

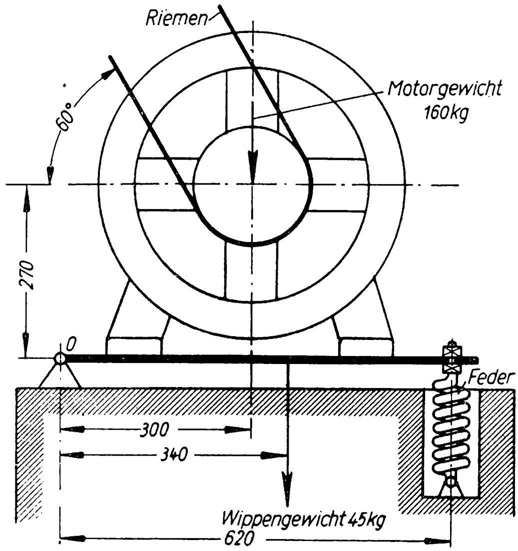


Bild 137

272. Welche Spannkraft wird bei der Spannvorrichtung eines Eisenbahn-Signalzuges (Bild 138) durch das 35 kg schwere Belastungsgewicht im Drahte erzeugt?

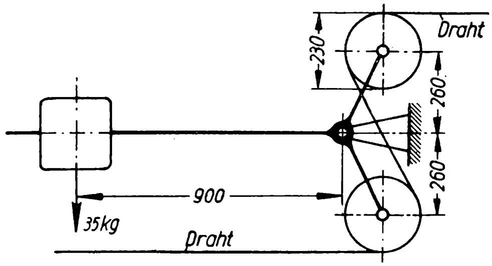


Bild 138

273. Der Kipper für Eisenbahnwagen (Bild 139) besteht aus einer um die Achse O drehbaren Kippbühne, deren Eigengewicht 16,3 t in 2,5 m Ausladung angreift; ein Gegengewicht 5,4 t ist in 4,8 m Ausladung angeordnet. Der zu entladende Eisenbahn-Kohlenwagen wird durch einen „Fanghaken" an der Vorderachse so

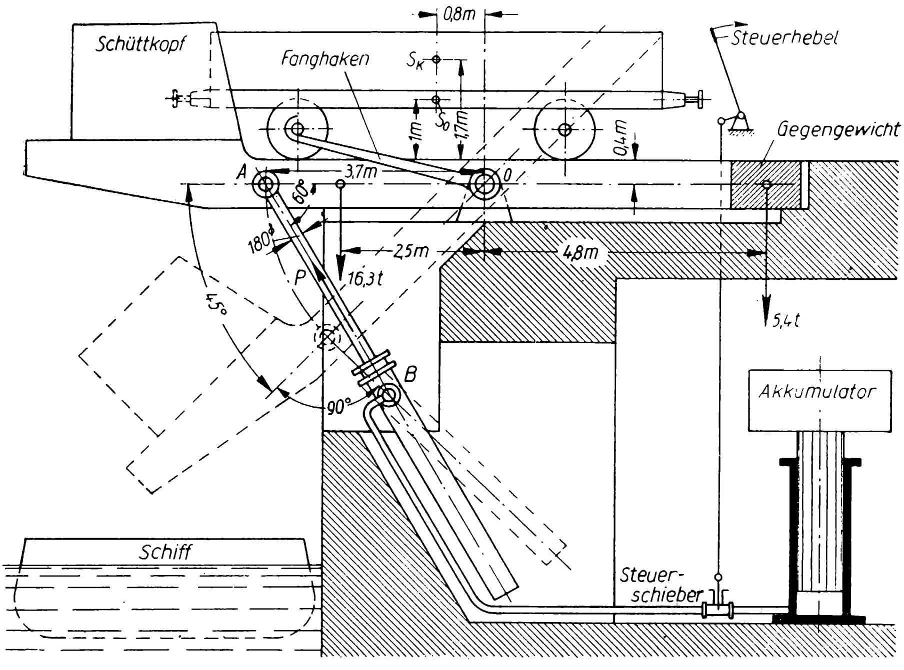


Bild 139

festgehalten, daß die Wagenmitte 0,8 m waagerechten Abstand von der Bühnenkippachse O erhält. Das Eigengewicht des Wagens beträgt 8,6 t; der Schwerpunkt S_0 des leeren Wagens liegt 1,0 m über Schienenoberkante. Die Kohleladung wiegt 15 t; ihr Schwerpunkt S liegt 1,7 m über Schienenoberkante. Die Kippachse O liegt 0,4 m unter Schienenoberkante. — Das Übergewicht des beladenen Wagens bringt die Bühne zum Kippen. Ein in A angreifender Tauchkolben von 180 mm Durchmesser wird dabei in seinen Zylinder hineingedrückt. Letzterer ist um eine waagerechte Drehachse B schwingend angeordnet, so daß er der wechselnden Schrägstellung des Kolbens folgen kann. Die Kolbenachse bildet mit der waagerechten Bühnenachse einen Winkel von 60° (Bild 139), während sie zu der unter 45° geneigten Bühne senkrecht steht. — Beim Senken der Bühne verdrängt der Kolben das Druckwasser aus dem Zylinder durch eine in der Drehachse B anschließende Rohrleitung in einen Druckwasser-Akkumulator, wodurch dessen entsprechend belasteter Kolben gehoben wird. Ein Schieber in der Rohrleitung, vom Führerstande aus mittels Steuerhebels betätigt, ermöglicht Regelung der Durchflußgeschwindigkeit des Wassers und somit Regelung der Bühnenbewegung. Durch Schließen des Schiebers kann die Bühne in jeder Stellung festgehalten werden. Bei genügender Neigung der Bühne gleitet die Kohle an der geöffneten und um ihre Oberkante ausschwingenden Stirnwand aus dem Wagen heraus (siehe auch Bild Aufg. 319) und wird durch den „Schüttkopf" der Bühne in das zu beladende Schiff geleitet. — Nach dem Ausstürzen der Kohle bekommt der Akkumulatorkolben das Übergewicht über die Belastung des Treibkolbens und hebt, sobald der Steuerschieber geöffnet wird, die Bühne mit dem leeren Wagen in die Anfangslage zurück. Der hydraulische Kipper arbeitet also selbsttätig ohne Motor. Das Gewicht der Kohle dient als Betriebskraft. — Es soll berechnet werden **a)** die Belastung des Treibkolbens und der erzeugte Wasserdruck für die waagerechte Anfangsstellung der Bühne mit beladenem Wagen; **b)** dasselbe für 45° Bühnenneigung unter der Annahme, daß die Kohle sich dann noch im Wagen befindet; **c)** die zum Heben der Bühne mit dem e n t l e e r t e n Wagen bei 45° Neigung erforderliche Triebkraft des Kolbens sowie der erforderliche Wasserdruck; **d)** dasselbe für die waagerechte Endstellung der Bühne mit dem leeren Wagen.

Lösung: a) Statische Momente für Drehachse O:

$$-16{,}3\,\text{t}\cdot 2{,}5\,\text{m} + 5{,}4\,\text{t}\cdot 4{,}8\,\text{m} - (8{,}6+15)\,\text{t}\cdot 0{,}8\,\text{m}$$
$$+ P_1\cdot(3{,}7\cdot\sin 60°) = 0. \quad \text{Daraus } P_1 = 10{,}52\,\text{t}.$$

$$\text{Wasserdruck } p_1 = 10520 : \frac{\pi\, 18^2}{4} = 41{,}3\,\text{at}.$$

b)
$$-16{,}3\,\text{t}\cdot(2{,}5\sin 45°)\,\text{m} + 5{,}4\,\text{t}\cdot(4{,}8\sin 45°)\,\text{m}$$
$$-\ 8{,}6\,\text{t}\cdot 1{,}556\,\text{m} - 15\,\text{t}\cdot 2{,}05\,\text{m} + P_2\cdot 3{,}7\,\text{m} = 0,$$
$$P_2 = 14{,}76\,\text{t}; \qquad p_2 = 58\,\text{at}.$$

c) Derselbe Ansatz wie b), nur das Glied $(-15\,\text{t}\cdot 2{,}05\,\text{m})$ fällt weg.
$$P_3 = 6{,}45\,\text{t}; \qquad p_3 = 25{,}3\,\text{at}.$$

d)
$$P_4 = 6{,}78\,\text{t}; \qquad p_4 = 26{,}6\,\text{at}.$$

Räderwerke

274. Bei der W i n d e mit Rädervorgelege nach Bild 140 dreht ein Arbeiter mit 15 kg Kraft an der 360 mm langen Kurbel. **a)** Wie groß ist bei Vernachlässigung der Reibung der zwischen den Rädern auftretende Zahndruck Z und **b)** die zu hebende Last Q? **c)** Welche Beziehung besteht allgemein zwischen Antriebmoment und Lastmoment? **d)** Wie verhält sich bei reibungslosem Betriebe die an der Kurbel aufgewandte Arbeit zu der an der Last verrichteten Nutzarbeit? **e)** Welchen Zweck hat das Rädervorgelege? **f)** Welche Beziehung besteht zwischen Antriebmoment und Lastmoment, wenn die Reibungsverluste der Winde durch Einführung eines Gesamtwirkungsgrades $\eta = 0{,}84$ berücksichtigt werden? **g)** Wie groß ist die zu hebende Last bei Berücksichtigung der Reibungsverluste?

Lösung: a) Der Zahndruck zwischen den Rädern wirkt nach dem Gesetze der Gegenwirkung (Aufg. 249) in zwei entgegengesetzten Richtungen in gleicher Größe, nämlich an dem kleinen Rade als hemmende Kraft Z nach oben (Bild 140), dagegen an dem großen Rade als treibende Kraft Z' nach unten. Gleichung der statischen Momente für die Kurbelwelle I:

$$-P \cdot 360 + Z \cdot 40 = 0;$$

$$Z = \frac{15\,\text{kg} \cdot 360}{40} = 135\,\text{kg}.$$

b) Statische Momente für Trommelwelle II:

$$Z' \cdot 320 - Q \cdot 60 = 0;$$

$$Q = \frac{135 \cdot 320}{60} = 720\,\text{kg}.$$

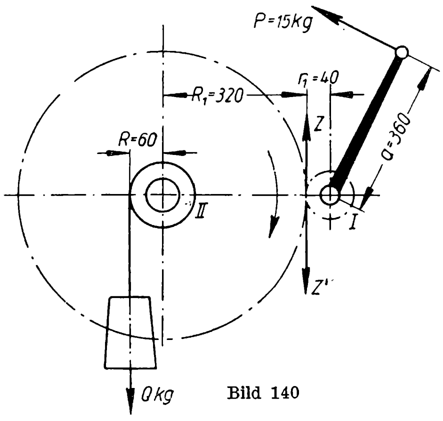


Bild 140

c) $(I)\quad Pa = Zr_1 \qquad (II)\quad QR = ZR_1.$

$$Z = \frac{QR}{R_1} \text{ eingesetzt: } (I)\quad Pa = \frac{QR}{R_1} : r_1 \quad \text{oder} \quad Pa = QR \cdot \frac{r_1}{R_1}.$$

$\frac{r_1}{R_1}$ heißt „Räderübersetzung“ $= \frac{40\,\text{mm}}{320\,\text{mm}} = \frac{1}{8} = 1$ zu 8.

Antriebmoment Pa = Lastmoment QR mal Räderübersetzung.

d) Da bei reibungslosem Betriebe keine Arbeit verlorengeht, muß die Nutzarbeit gleich der aufgewandten Arbeit sein. Bei einer Trommelumdrehung wird die Last Q um die Höhe $2\pi R$ gehoben, also die Nutzarbeit $Q \cdot 2\pi R$ verrichtet. Während die Trommel und das große Zahnrad eine Umdrehung machen, muß das kleine Zahnrad 8 Umdrehungen ausführen. Dabei verrichtet die Kurbelkraft P die Arbeit $P \cdot 8 \cdot 2\pi a$. Die Gleichung heißt also: $P \cdot 8 \cdot 2\pi a = Q \cdot 2\pi R$.

In Zahlen: $15\,\text{kg} \cdot (8 \cdot 2\pi\ 0{,}36)\,\text{m} = 720\,\text{kg} \cdot (2\pi\ 0{,}06)\,\text{m}$

oder $271\,\text{kgm} = 271\,\text{kgm}.$

Dies Ergebnis bestätigt die Richtigkeit der obigen Rechnung.

e) Die Räderübersetzung des Vorgeleges bewirkt nicht einen Gewinn an Arbeit, wie die Lösung d) zeigt, sondern eine Vergrößerung des Drehmoments, so daß mit dem kleinen Kurbelmoment das große Lastmoment überwunden werden kann. — Die Räderübersetzung ist das Verhältnis der Drehzahlen beider Wellen. Bei $\frac{r_1}{R_1} = \frac{1}{8}$ macht die Kurbelwelle achtmal soviel Umdrehungen wie die Trommelwelle (siehe Aufgabe 42).

f) Bei $\eta = 84\%$ gehen 16% verloren, d. h., statt des vollen Kurbelmoments Pa kommt nur $0{,}84\ Pa$ zur Wirkung. Dies in die Gleichung der Lösung c) eingesetzt:

$$\boldsymbol{\eta \cdot Pa = QR \cdot \frac{r_1}{R_1}}.$$

g) Die letzte Gleichung ergibt

$$0{,}84 \cdot 15\,\text{kg} \cdot 0{,}36\,\text{m} = Q\,\text{kg} \cdot 0{,}06\,\text{m} \cdot \frac{1}{8}.$$

Daraus $Q = 605\,\text{kg}$ (statt 720 kg ohne Reibung).

275. Mittels der **Räderwinde** (Bild 141) soll eine Last 800 kg gehoben werden. Zu berechnen ist a) der Zahndruck zwischen den Zahnrädern bei Vernachlässigung der Reibung; b) die erforderliche Kurbelkraft bei Vernachlässigung der Reibung; c) die Räderübersetzung aus den gegebenen Maßen; d) die Kurbelkraft bei Berücksichtigung der Reibungsverluste. Der Gesamtwirkungsgrad der Winde beträgt 86%. e) Das letztere Ergebnis soll mittels der Arbeitsgleichung nachgeprüft werden. f) Wie viele Arbeiter sind zum Bedienen der Winde erforderlich, wenn die Kurbelkraft eines Mannes nicht über 20 kg betragen soll?

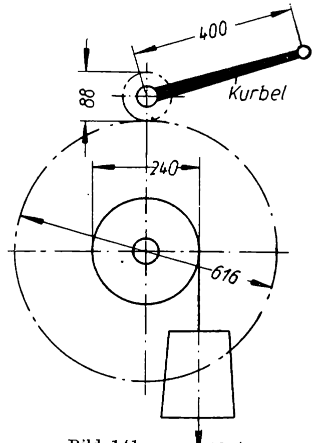


Bild 141

276. Das Stauschütz einer Wasserkraftanlage erfordert zum Heben eine Kraft 540 kg an der Zahnstange der **Aufzugwinde** nach Bild 142. Die Zahnstange greift in ein Zahnrad von 100 mm Durchmesser ein.

Wie groß muß die Übersetzung des Rädervorgeleges gemacht werden, damit ein Mann mit 15 kg Kurbelkraft bei einem Gesamtwirkungsgrade von 75% das Schütz aufziehen kann?

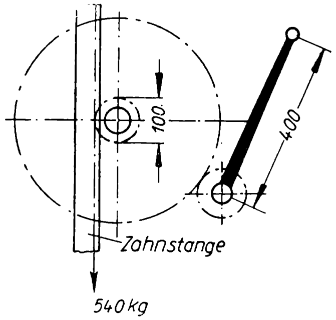


Bild 142

277. Eine **Winde** mit zwei Zahnrädervorgelegen (Bild 143) hat die gegebenen Maße. Der Antrieb erfolgt durch zwei Arbeiter, welche an der 400 mm langen Kurbel mit je 15 kg Umfangskraft drehen. a) Welche Zahndrücke Z_1 und Z_2 treten an den beiden Räderpaaren auf, wenn keine Reibung wirksam ist? b) Welche Last kann dann gehoben werden? c) Welche Beziehung besteht zwischen Antriebmoment und Lastmoment? d) Welche Last kann tatsächlich gehoben werden bei einem Gesamtwirkungsgrade $\eta = 78\%$? e) Wie groß ist die Räderübersetzung? f) Die Hubhöhe der Last während 10 Kurbelumdrehungen ist mit Hilfe der Räderübersetzung zu berechnen. g) Dasselbe mit Hilfe der Arbeitsgleichung.

Lösung: a) Welle I: $-Pa + Z_1 r_1 = 0$;

$$Z_1 = \frac{30\text{ kg} \cdot 400\text{ mm}}{44\text{ mm}} = 273\text{ kg}.$$

Welle II: $Z_1 R_1 - Z_2 r_2 = 0$; $\qquad Z_2 = \frac{273\text{ kg} \cdot 264\text{ mm}}{90\text{ mm}} = 800\text{ kg}.$

b) Welle III: $-Z_2 R_2 + QR = 0$;

$$Q = \frac{800\text{ kg} \cdot 360\text{ mm}}{130\text{ mm}} = 2210\text{ kg}.$$

c) Aus Gleichung *III* folgt: $Z_2 = \frac{QR}{R_2}$. Eingesetzt in *II*:

$$Z_1 R_1 = \frac{QR}{R_2} \cdot r_2 = 0; \quad Z_1 = \frac{QRr_2}{R_1 R_2}.$$

Dies eingesetzt in *I*: $Pa = Z_1 r_1 = \frac{RQr_2}{R_1 R_2} \cdot r_1$

$$Pa = QR \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2}.$$

Antriebmoment = Lastmoment mal Räderübersetzung (wie in Aufgabe 274c).

Bei Berücksichtigung der Reibungsverluste durch Einführung des Gesamtwirkungsgrades η gilt (wie in Aufgabe 274f):

$$\boldsymbol{\eta \cdot Pa = QR \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2}}.$$

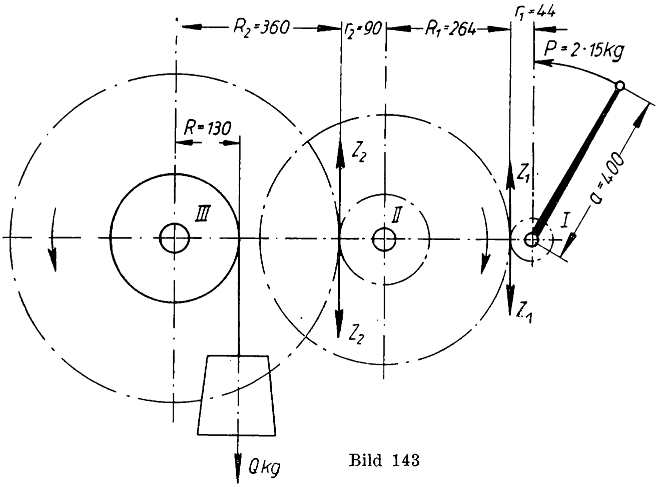


Bild 143

d) Die letzte Gleichung ergibt

$$0{,}78 \cdot 30 \cdot 400 = Q \cdot 130 \cdot \frac{44}{264} \cdot \frac{90}{360}; \text{ daraus } Q = 1730 \text{ kg}.$$

e) $\frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{r_2}{R_2} = \frac{44}{264} \cdot \frac{90}{360} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}.$

f) Bei der Räderübersetzung $\frac{1}{24}$ werden bei 10 Kurbelumdrehungen $\frac{10}{24}$ Trommelumdrehungen ausgeführt. Dem entspricht eine Hubhöhe der Last $h = 2\pi R \cdot \frac{10}{24}$ $= 2\pi 0{,}13 \text{ m} \cdot \frac{10}{24} = 0{,}34$ m.

g) η · aufgewandte Arbeit = Nutzarbeit

$$0{,}78 P \cdot 2\pi a \cdot 10 = Qh. \qquad \text{Daraus } h = 0{,}34 \text{ m}.$$

278. Die Räderwinde (Bild 144) von 230 mm Trommeldurchmesser soll eine Last 3000 kg heben. Gesucht werden **a)** die Zahndrücke an den beiden Räderpaaren bei reibungslosem Betriebe und **b)** die dann erforderliche Kurbelkraft; **c)** die

Räderübersetzung; d) die bei einem Wirkungsgrade 77% erforderliche Kurbelkraft; e) die zur Bedienung des Windwerks erforderliche Anzahl Arbeiter. Ein Mann kann 15 bis 20 kg Kurbelkraft liefern. f) Mit Hilfe der Arbeitsgleichung soll die Anzahl Kurbelumdrehungen berechnet werden, die zum Heben der Last um 1 m Höhe erforderlich sind. g) Dies Ergebnis ist mit Hilfe der Räderübersetzung nachzuprüfen.

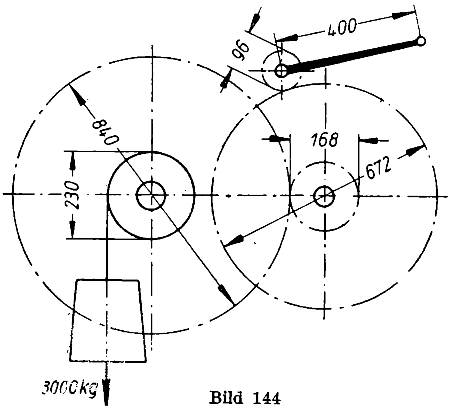


Bild 144

279. Das Hubwerk eines Laufkrans (Bild 145) wird mittels Haspelkette durch einen Arbeiter von unten bedient. Die Zugkraft des Mannes an der Kette soll 20 kg betragen, die Tragfähigkeit der Winde 2300 kg. Der Gesamtwirkungsgrad ist zu 72% anzunehmen. Zu berechnen ist a) die erforderliche gesamte Räderübersetzung; b) die Übersetzung des der Haspelkette zunächst liegenden ersten Vorgeleges aus den gegebenen Raddurchmessern; c) die Übersetzung des an der Trommelwelle liegenden zweiten Vorgeleges; d) der Durchmesser des großen Zahnrades der Trommelwelle; e) das Verhältnis des Arbeitsweges der Haspelkette zu dem erzielten Lasthube.

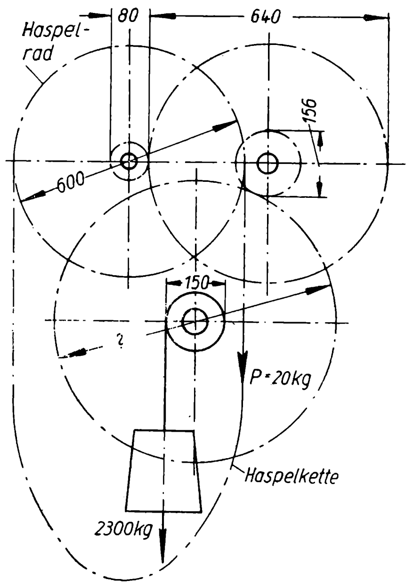


Bild 145

Körper mit zwei Stützpunkten

280. Ein **Balken auf zwei Stützen** trägt eine Einzellast P (Bild 146). Welche Richtung und welche Größe haben die Auflagerdrücke?

Lösung: Die Last P drückt die Stützen A und B des Trägers nach unten. Die Stützen dagegen üben nach dem Gesetze der Gegenwirkung (Aufgabe 249) dieselben Kräfte in entgegengesetzter Richtung auf den Träger nach oben aus. Bei der Untersuchung des Gleichgewichts des Trägers sind deshalb die Auflagerdrücke als nach oben gerichtet anzunehmen.

Gleichgewichtsbedingungen (Aufg. 248):

1. Senkrechte Kräfte $P - A - B = 0$; $P = A + B$.
2. Waagerechte Kräfte sind nicht vorhanden.
3. Statische Momente

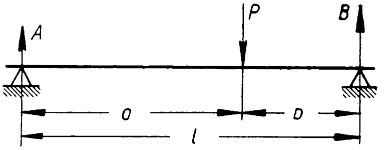


Bild 146

Drehpunkt B: $A \cdot l - P \cdot b = 0$; $\boldsymbol{A = P \cdot \frac{b}{l}}$.

Drehpunkt A: $-B \cdot l + P \cdot a = 0$; $\boldsymbol{B = P \cdot \frac{a}{l}}$.

Probe nach (1): $P = A + B = P \cdot \frac{b}{l} + P \cdot \frac{a}{l} = P \cdot \frac{b+a}{l} = P \cdot \frac{l}{l} = P$.

281. Eine Triebwerkwelle (Bild 147) trägt eine 230 kg schwere Riemenscheibe. Die waagerecht gerichteten Riemenspannkräfte sind 280 und 140 kg. Gesucht wird **a)** die an der Welle wirksame Mittelkraft der waagerechten und senkrechten Kräfte; **b)** die Belastungen der Wellenlager A und B.

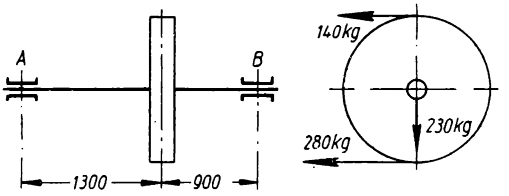


Bild 147

282. Ein Träger ist durch die senkrechten Kräfte 350 kg und 540 kg (Bild 148) belastet. Die Auflagerdrücke A und B sind zu berechnen.

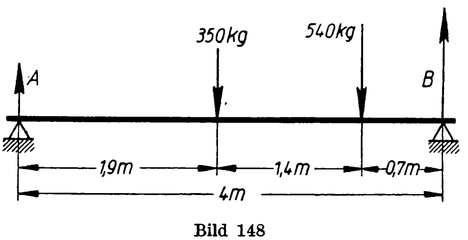


Bild 148

Lösung:

Drehpunkt B: $A \cdot 4 - 350 \cdot 2{,}1 - 540 \cdot 0{,}7 = 0$; $A = 278$ kg.

Drehpunkt A: $350 \cdot 1{,}9 + 540 \cdot 3{,}3 - B \cdot 4 = 0$; $B = 612$ kg.

Probe: Senkrechte Kräfte $350\text{ kg} + 540\text{ kg} = A + B$

$890 = 278 + 612$.

283. Eine Dampfwalze mit den Achsdrücken 12,8 und 8,7 t (Bild 149) nimmt die gezeichnete Stellung auf einer Brücke ein. Welche Belastungen übt sie durch ihr Gewicht auf die Auflager A und B der Brücke aus?

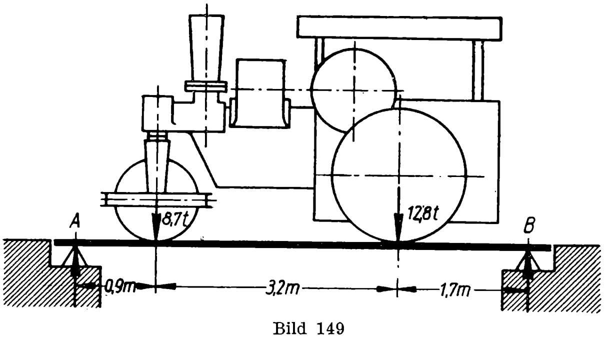


Bild 149

284. Die beiden Laufräder am Kopfende eines Laufkrans haben 2,8 m Mittenabstand und üben je 9400 kg Raddruck auf den Fahrbahnträger aus (Bild 150). Letzterer ist in Abständen von 6 m auf Säulen gelagert. Welche senkrechten Belastungen übt der Laufkran in der gezeichneten Stellung auf die Säulen A und B aus?

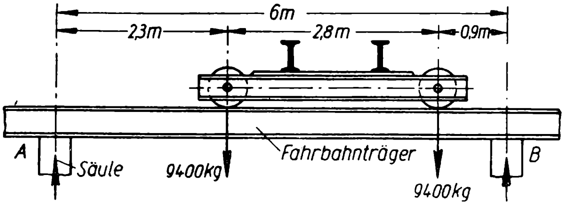


Bild 150

285. Eine Lokomotive von den gegebenen Achsdrücken (Bild 151) wird nach Abkupplung des Tenders in der Werkstatt durch den Laufkran mittels untergeschobener Querträger A und B aufgehoben, um auf ein anderes Gleis versetzt zu werden. Die Belastungen A und B der beiden Winden des Laufkrans sind zu berechnen.

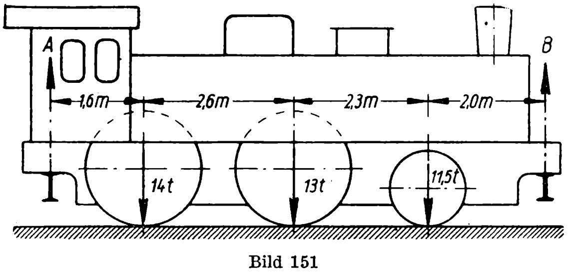


Bild 151

286. Eine Schubkarre von den gegebenen Maßen (Bild 152) hat 36 kg Eigengewicht. Zum Anheben der leeren Karre ist an den Handgriffen am Ende der waagerechten Tragholme eine senkrechte Kraft 8 kg erforderlich. **a)** Wie groß ist die Belastung des Rades beim Anheben der leeren Karre? **b)** Wieviel Kilogramm Erde mit der Wichte 1500 kg/m³ faßt der gestrichen volle Kasten von den gegebenen Innenmaßen und 45 cm innerer Breite? c) In welchem waagerechten Abstande von Radmitte liegt der Schwerpunkt der Erdfüllung? d) Wie verteilt sich das Gewicht der Erdmasse beim Anheben der Karre auf das Rad und auf die Handgriffe? e) Wie groß wird der gesamte Raddruck und die Kraft zum Anheben an den Handgriffen unter Berücksichtigung der Erdfüllung und des Eigengewichts der Karre?

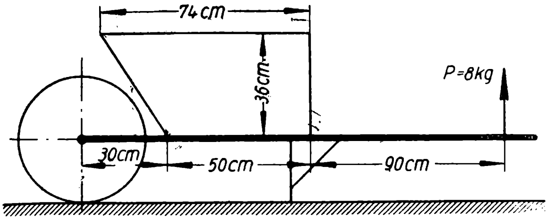


Bild 152

287. Ein zweiachsiger Lokomotivtender (Bild 153) hat die gegebenen Maße bei 2,7 m lichter, d. h. innerer Kastenbreite. Zu berechnen ist a) das Gewicht der im Wasserbehälter enthaltenen Wassermenge; b) der waagerechte Abstand des Schwerpunkts der Wasserfüllung von Achsmitte A; c) das Gewicht der in dem schraffierten Raume aufgeschütteten Kohle mit der Wichte 900 kg/m³; d) der waagerechte Abstand des Schwerpunkts der Kohleladung von Achsmitte A; e) die durch das Wasser- und Kohlegewicht ausgeübten Achsdrücke A und B; f) die Gesamtachsdrücke A und B unter Berücksichtigung des Tendereigengewichts 9300 kg, welches sich auf beide Achsen gleich verteilt.

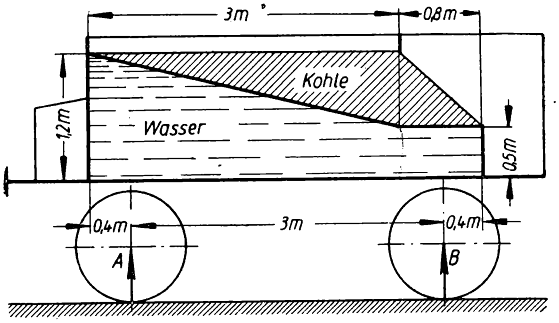


Bild 153

288. Ein Drehkran zum Verladen der Kohle ist fahrbar auf einem zweiachsigen Wagen aufgebaut (Bild 154). Die Nutzlast 1000 kg hängt am Auslegerkopfe in 5,5 m Ausladung. Auf der anderen Seite ist ein 1400 kg schweres Gegengewicht in 1,7 m Ausladung angeordnet. Der Schwerpunkt S des 600 kg schweren Auslegers liegt in 1,6 m Abstand von der Drehachse des Krans. Das Gewicht des Wagens mit Windwerk, 4200 kg, fällt mit der Drehachse zusammen. Der Abstand der Laufachsen beträgt

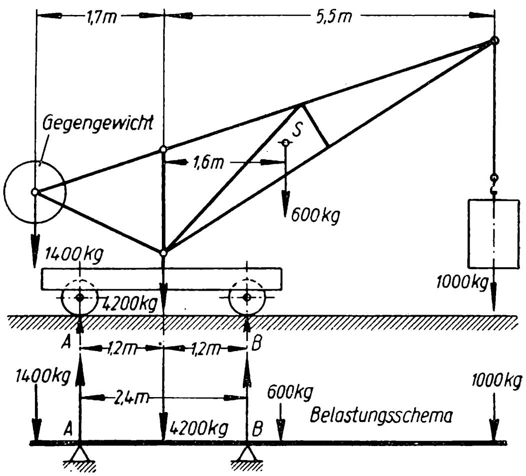


Bild 154

2,4 m. Belastungsschema siehe Bild 154. Zu berechnen sind die auf die Schienen ausgeübten Achsdrücke A und B.

Lösung: Drehpunkt B: $1000\ \text{kg} \cdot 4{,}3\ \text{m} + 600\ \text{kg} \cdot 0{,}4\ \text{m}$
$- 4200\ \text{kg} \cdot 1{,}2\ \text{m} + A \cdot 2{,}4\ \text{m} - 1400\ \text{kg} \cdot 2{,}9\ \text{m} = 0$; $A = 1900$ kg.

Drehpunkt A: $1000 \cdot 6{,}7 + 600 \cdot 2{,}8 - B \cdot 2{,}4$
$+ 4200 \cdot 1{,}2 - 1400 \cdot 0{,}5 = 0$; $B = 5300$ kg.

Probe: Senkrechte Kräfte $1000 + 600 + 4200 + 1400$
$= A + B = 1900 + 5300$.

Die Gleichung ergibt $7200 = 7200$.

289. Ein Träger (Bild 155) ist durch Kräfte zwischen den Stützen und außerhalb der Stützen belastet. Die Auflagerdrücke A und B sind zu berechnen.

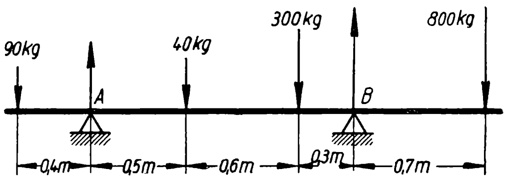


Bild 155

Lösung: $A = -194$ kg, $B = 1424$ kg. Das negative Vorzeichen des Auflagerdrucks A bedeutet, daß der nach oben gerichtete Pfeil in dem Bild verkehrt eingetragen ist, daß der Träger bei A vielmehr mit 194 kg nach unten niedergedrückt werden muß.

290. Ein Eisenbahndrehkran (Bild 156) von den gegebenen Abmessungen hat folgende Belastungen: Nutzlast 6000 kg in 4,5 m Ausladung; Gegengewicht 4000 kg; Eigengewicht der schwenkbaren Teile des Krans 8000 kg; Eigengewicht

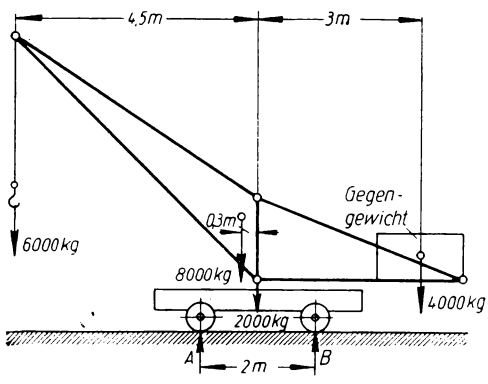


Bild 156

des Wagenunterbaus 2000 kg. Achsstand 2 m. Skizze des Belastungsschemas ähnlich Bild 154 in Aufg. 288. Zu berechnen sind die Achsdrücke A und B **a)** bei voller Belastung durch 6000 kg Nutzlast; **b)** bei unbelastetem Haken, d. h. fehlender Nutzlast.

291. Ein Laufdrehkran (Bild 157) besteht aus einem fahrbaren Laufkrangerüst von 6,8 t Eigengewicht und einem daran aufgehängten, um die Achse C schwenkbaren Drehkran von 9,7 t Eigengewicht. Letzterer trägt am Ende seines

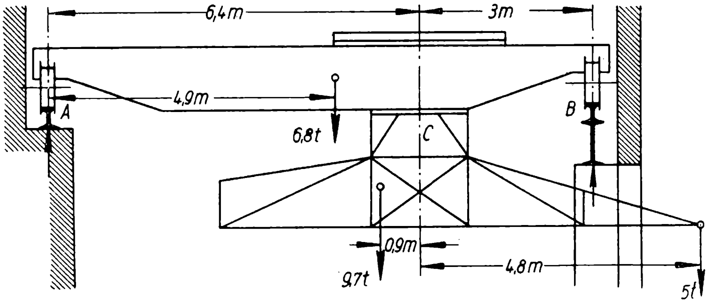


Bild 157

Auslegerarmes die Nutzlast 5 t. **a)** Das Belastungsschema ist zu skizzieren. **b)** Wie groß sind in der gezeichneten Stellung die Belastungen der Fahrbahnschienen A und B?

292. Bei einem Halbtor-Hafenkran (Bild 158) von den gegebenen Maßen beträgt das Gewicht des auf den Schienen A und B laufenden Halbtorgerüsts 9,8 t;

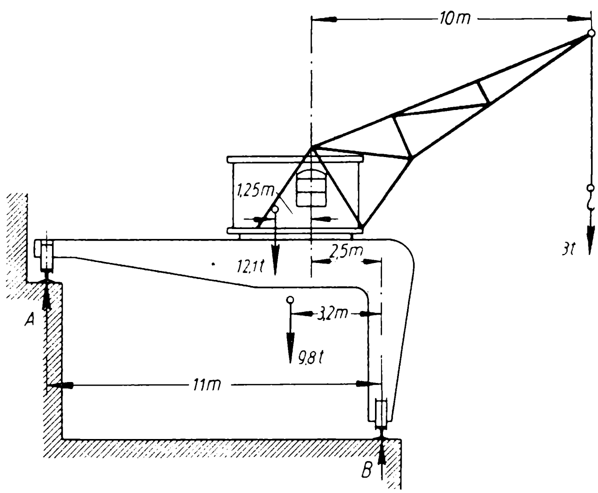


Bild 158

das Gewicht des oben aufgesetzten Drehkrans 12,1 t; die Nutzlast 3 t in 10 m Ausladung. **a)** Das Belastungsschema ist zu skizzieren. **b)** Die Schienendrücke A und B sind zu berechnen.

293. Die Teile eines Dampf-Drehkrans (Bild 159) haben folgende Gewichte: Nutzlast 3500 kg in 7 m Ausladung; Ausleger 800 kg; Dampfmaschine mit

Triebwerk und Führerhaus 7000 kg; stehender Dampfkessel mit Wasserbehälter 4300 kg; fahrbarer Unterbau 3600 kg. Stützweite des Laufgleises 2,4 m. Belastungsschema? Zu berechnen sind die Schienendrücke A und B a) bei voller Belastung durch 3500 kg Nutzlast; b) bei leerem Haken, d. h. fehlender Nutzlast.

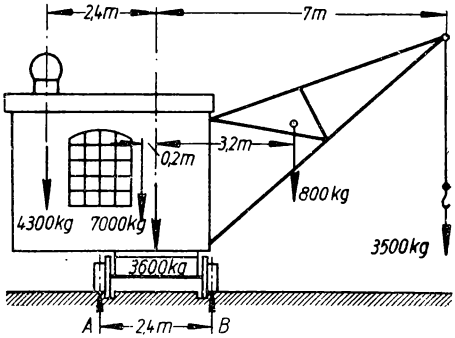


Bild 159

294. Eine Drehbrücke (Bild 160) ruht auf dem Drehzapfen O und zwei Laufrädern A, welche auf einem Schienenkreise von 6,8 m Durchmesser rollen. Das Eigengewicht der Brücke beträgt 112 t und greift in ihrem Schwerpunkte in 5,6 m Entfernung vom Drehzapfen an. Außerdem ist am Ende des kürzeren Brückenarms ein 93,5 t schweres Gegengewicht in 7,1 m Ausladung

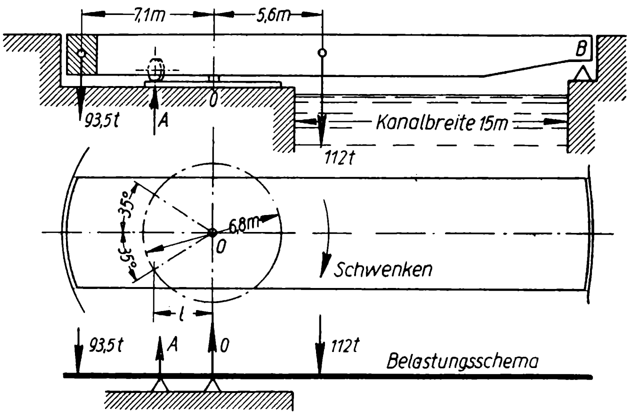


Bild 160

angeordnet. Wenn die Brücke ausgeschwenkt werden soll, wird zunächst das rechte Auflager B gesenkt, so daß die Brücke hier frei schwebt. Danach erfolgt das Schwenken um 90° und damit die Freigabe der Kanaldurchfahrt für die Schiffe. Welche senkrechte Belastung erfahren dabei der Drehzapfen O und die Laufräder A?

Lösung: In bezug auf die waagerechte Momentenachse O haben die Laufräder A den Hebelarm $l = 3{,}4 \cdot \cos\ 35° = 3{,}4 \cdot 0{,}81915 = 2{,}785$ m.

$$-93{,}5\ \mathrm{t} \cdot 7{,}1\ \mathrm{m} + A \cdot 2{,}785 + 112\ \mathrm{t} \cdot 5{,}6\ \mathrm{m} = 0.$$

Daraus $A = 13{,}16$ t. Also ist jedes der beiden Laufräder mit 6,58 t belastet. — Die statische Momentengleichung für Drehpunkt A ergibt $O = 192{,}34$ t. **Probe** mittels der Gleichung der senkrechten Kräfte.

295. Eine D r e h s c h e i b e nach Bild 161 ruht in der Mitte auf dem Drehzapfen A und an einem Ende auf zwei Laufrädern B, welche, um 1,95 m seitlich von der Mittelebene der Scheibe angeordnet, auf einem Schienenkreise von 13 m Durch-

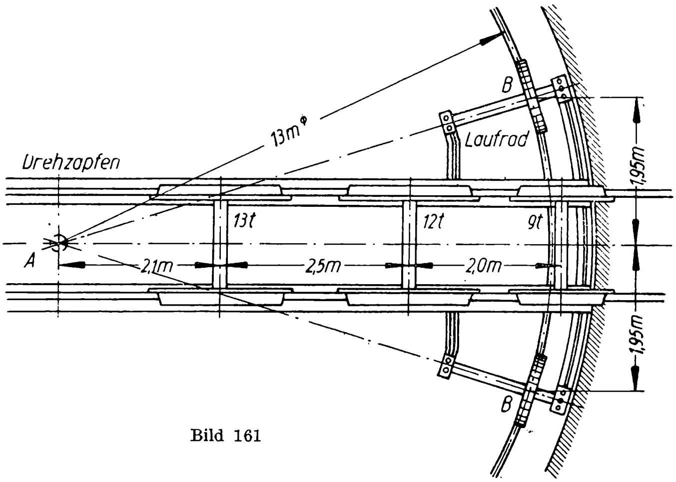


Bild 161

messer rollen. Eine Lokomotive ist auf die Scheibe vom Ende her so weit aufgefahren, daß sie mit drei Achsen die skizzierte einseitige Stellung einnimmt. Die senkrechten Drücke der Achsen sind 13, 12 und 9 t. Welche Belastung übt die Lokomotive aus **a)** auf den Stützzapfen A in Scheibenmitte und **b)** auf jedes der beiden Laufräder B? Das Eigengewicht der Scheibe bleibe unberücksichtigt.

296. Ein W a n d - D r e h k r a n (Bild 162) von den gegebenen Maßen trägt 3000 kg Nutzlast in 4 m Ausladung. Sein Eigengewicht beträgt 2800 kg; der Schwerpunkt des unbelasteten Krangerüsts liegt in 1 m Abstand von der Drehachse. Welche Drücke üben die Zapfen A und B auf die Lager aus?

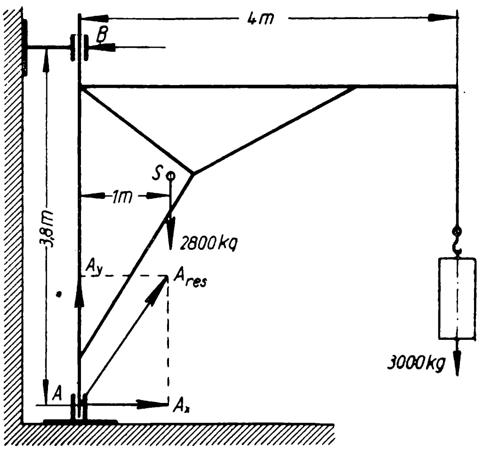


Bild 162

Lösung: G l e i c h g e w i c h t s b e d i n g u n g e n (Aufg. 248):

1. S e n k r e c h t e K r ä f t e $= 0$. Die Lasten 3000 kg und 2800 kg müssen am Stützpunkte A durch eine nach oben gerichtete Kraft A_y getragen werden, so daß $3000 + 2800 - A_y = 0$; $A_y = 5800$ kg.

2. W a a g e r e c h t e K r ä f t e $= 0$. Das obere Wandlager B vermag keine senkrechten Kräfte auf den Zapfen zu übertragen, sondern hält ihn nur

mit einer waagerechten, nach links gerichteten Kraft B fest. Der untere Zapfen muß durch eine waagerechte Kraft A_x vom Lager nach rechts gedrückt werden, so daß $A_x - B = 0$, also $A_x = B$. Diese beiden gleich großen waagerechten Zapfendrücke bilden ein Kräftepaar vom Hebelarm 3,8 m, das den rechtsdrehenden, kippenden Lasten des Krans das Gleichgewicht hält.

3. Statische Momente $= 0$, z. B. für Drehpunkt A:

$$3000\,\text{kg} \cdot 4\,\text{m} + 2800\,\text{kg} \cdot 1\,\text{m} - B \cdot 3{,}8 = 0.$$

Die Kräfte A_x und A_y gehen durch den Drehpunkt A hindurch und liefern keine Momente.

Daraus $B = 3900\,\text{kg} = A$.

Die beiden Kräfte A_x und A_y am Stützzapfen liefern eine schräg gerichtete Mittelkraft

$$A_{\text{res}} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{3900^2 + 5800^2} = 6990\,\text{kg}.$$

297. Ein Wand-Drehkran (Bild 163) trägt eine Nutzlast 2000 kg in 3,2 m Ausladung. Der Schwerpunkt S des 1700 kg schweren Krangerüsts liegt in 0,8 m Abstand von der Drehachse des Krans.

Zu berechnen ist **a)** der waagerechte Zapfendruck des oberen Lagers B; **b)** der waagerechte, senkrechte und resultierende Zapfendruck des unteren Stützlagers A.

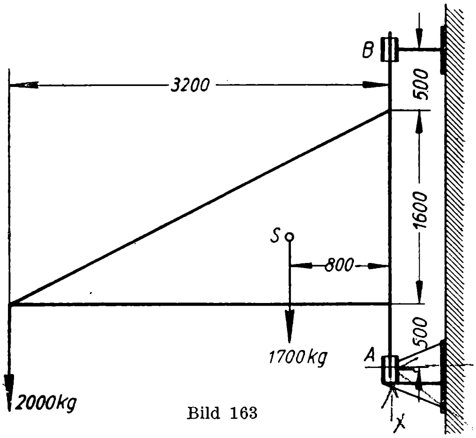


Bild 163

298. Ein Zweirad-Kran (Bild 164) ruht unten auf zwei Rädern, die hintereinander auf derselben Schiene laufen. Oben lehnt sich der Kran mit einer Rolle in waagerechter Richtung gegen seitliche Führungsschienen. Die Nutzlast beträgt 2500 kg in 4 m Ausladung; Gewicht des Auslegers 1900 kg; Gegengewicht 1600 kg; Gewicht des fahrbaren Unterbaus 2100 kg. Zu berechnen ist **a)** der waagerechte Seitendruck der oberen Führungsrolle; **b)** die waagerechte, senkrechte und resultierende Belastung der unteren Fahrschiene.

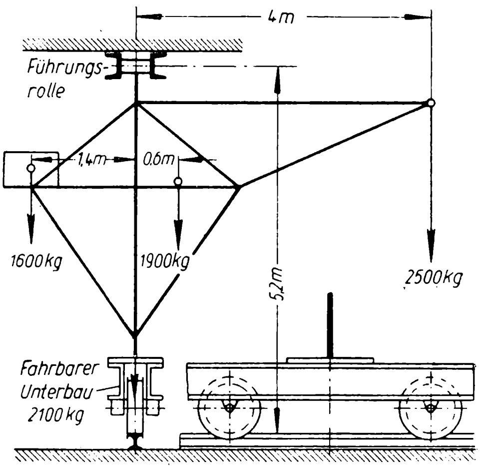


Bild 164

299. Ein Hammerkran nach Bild 165 stützt sich mit seiner drehbaren Säule unten auf das Spurlager A und wird oben durch das Halslager B in einem feststehenden Fachwerkgerüst geführt, so daß das Lager B nur waagerechte Kräfte

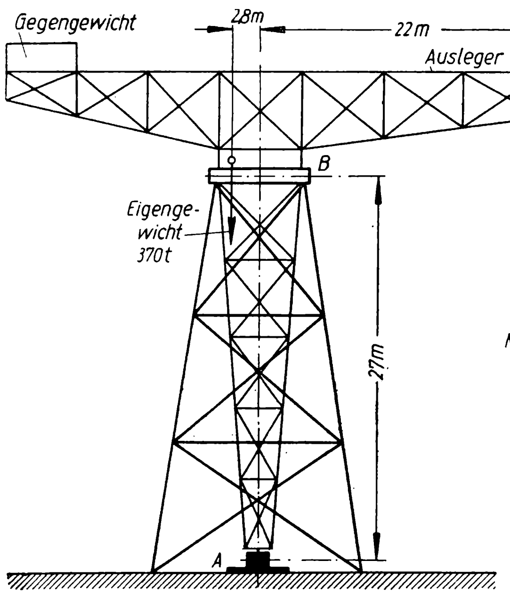


Bild 165

aufnehmen kann. Die Nutzlast 150 t befindet sich in 22 m Ausladung. Das Eigengewicht des hammerförmigen Krankörpers mit Säule, Ausleger und Gegengewicht beträgt 370 t und ist in 2,8 m Abstand hinter der Drehachse wirksam. Wie groß sind **a)** die waagerechte Belastung des oberen Lagers B? **b)** die waagerechte, senkrechte und resultierende Belastung des unteren Stützlagers A?

300. Der Fahrbahnträger eines Laufkrans, parallel zur Gebäudewand in 270 mm Abstand angeordnet, ist auf Kragträgern (Konsolen) nach Bild 166 gelagert. Diese stützen sich unten mittels eines angenieteten Winkelstahls auf eine in die Wand eingemauerte Graugußplatte und sind bei A mit einer Ankerschraube, bei B mit zwei Steinschrauben an der Wand befestigt. Welche Kräfte haben die Schrauben und die Graugußplatte aufzunehmen, wenn der Fahrbahnträger einen senkrechten Auflagerdruck $G = 2300$ kg ausübt?

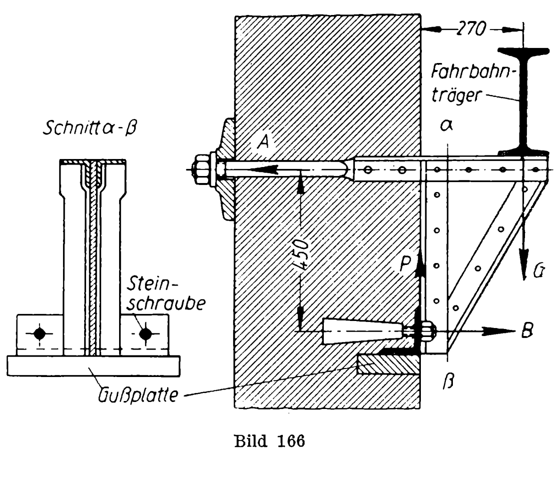


Bild 166

Lösung: Gleichgewichtsbedingungen (Aufg. 248):

1. Senkrechte Kräfte. Der Auflagerdruck G wird an der Stützplatte aus Grauguß durch eine gleich große Gegenkraft $P = G = 2300$ kg aufgenommen.

2. Waagerechte Kräfte. Die Ankerschraube A hat Zug aufzunehmen. Bei B stemmt sich der Kragträger mittels des angenieteten Winkelstahles in waagerechter Richtung gegen die Wand. Die Mittelkraft des Gegendruckes B kann in der Mittellinie der Steinschrauben wirksam gedacht werden. Letztere werden durch die Last des Fahrbahnträgers überhaupt nicht beansprucht, sie dienen nur zur Lagensicherung. Die Gleichung der waagerechten Kräfte heißt:

$$A - B = 0; \quad A = B.$$

3. Statische Momente, z. B. für Drehpunkt B:

$$G \cdot 27 - A \cdot 45 = 0; \quad A = 1380 \text{ kg}.$$

$$\text{Drehpunkt } A: \; G \cdot 27 - B \cdot 45 = 0; \quad B = 1380 \text{ kg} = A.$$

Die beiden gleich großen Kräfte A und B bilden ein linksdrehendes Kräftepaar, das dem rechtsdrehenden, kippenden Kräftepaar der Kräfte G und P das Gleichgewicht hält.

301. Ein Wandarm (Bild 167), an einer Säule mittels der Schrauben A und B befestigt, trägt in 600 mm Ausladung das Lager einer Triebwerkwelle, das 900 kg senkrechte Belastung ausübt. Welche Kräfte wirken zur Befestigung des Wandarms an der Säule?

Lösung ähnlich voriger Aufgabe.

Schraubenzugkraft $A = 770$ kg. Bei B waagerecht gegen die Säule gerichteter Anpressungsdruck 770 kg. Am Knaggen C senkrechte Stützkraft 900 kg.

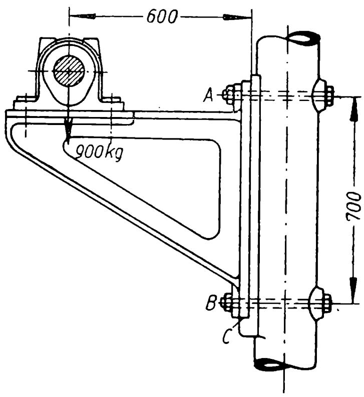


Bild 167

302. Die skizzierte symmetrische Gelenkstangenverbindung (Bild 168) ist im Scheitelpunkte C mit 90 kg belastet. Die Eigengewichte der beiden Stangen, in ihrer Mitte angreifend, betragen je 30 kg. Welche Kräfte treten in den Gelenkpunkten A, B und C auf?

Lösung mittels der Gleichgewichtsbedingungen für eine der beiden Stangen, z. B. BC (Bild 169):

1. Senkrechte Kräfte $= 0$. Sämtliche Lasten werden von den Stützpunkten A und B getragen.

$$45 \text{ kg} + 30 \text{ kg} - B_y = 0; \quad B_y = 75 \text{ kg}.$$

2. Waagerechte Kräfte $=0$. Die beiden Stangen lehnen sich im Scheitelpunkte mit einer waagerechten Kraft C gegeneinander.

$$C - B_x = 0; \quad C = B_x.$$

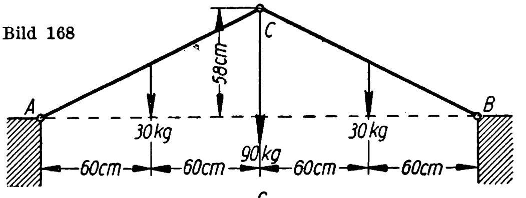


Bild 168

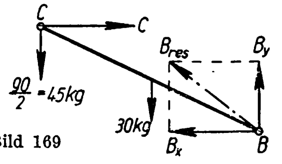


Bild 169

3. Statische Momente $=0$, z. B. für Drehpunkt B:

$$C \cdot 58 - 45 \text{ kg} \cdot 120 \text{ cm} - 30 \text{ kg} \cdot 60 \text{ cm} = 0; \quad C = 124 \text{ kg} = B_x.$$

$$B_{res} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{124^2 + 75^2} = 145 \text{ kg} = A_{res}.$$

303. Eine Dreigelenk-Bogenbrücke von 32,4 m Spannweite und 4,2 m Pfeilhöhe ist im Scheitelpunkte C durch eine Lokomotive mit 90 t belastet (Bild 170). Das Eigengewicht jeder Brückenhälfte beträgt 71 t und greift im

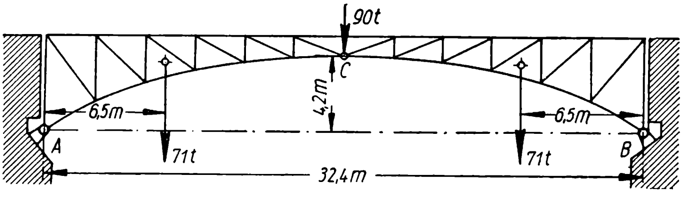


Bild 170

Schwerpunkte in 6,5 m waagerechtem Abstande von den Widerlagern A und B an. Welche Belastung erfahren die Kämpfergelenke A und B und das Scheitelgelenk C?

Lösung nach voriger Aufgabe.

$$B_y = 116 \text{ t.} \quad C = B_x = 284 \text{ t.} \quad B_{res} = A_{res} = 307 \text{ t.}$$

304. Der Scheren-Stromabnehmer eines elektrischen Straßenbahnwagens besteht aus zwei Gelenkstangensystemen nach Bild 171, die nebeneinander auf dem Wagendache angeordnet sind und zusammen im oberen Gelenkpunkte A den Schleifbügel tragen. Dieser wird durch die zwischen den unteren Hebeln angebrachte Spannfeder stets nach oben gegen den Fahrdraht angedrückt, so daß er der veränderlichen Höhenlage desselben folgt und, an ihm gleitend, den

Strom abnimmt. Hierbei drehen sich die beiden Stangen AB und AB' wie die Blätter einer Schere um den Zapfen A; daher der Name „Scheren"-Stromabnehmer. — An jedem der beiden Scherensysteme greifen folgende Kräfte an: bei A das halbe Bügelgewicht $\frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ kg und der halbe Normaldruck des Fahrdrahtes, der $\frac{1}{2} \cdot 6 = 3$ kg betragen soll. In der Mitte M der Stange AB kann ihr Eigengewicht 5,1 kg vereinigt gedacht werden. Im Schwerpunkte S des Hebels BO greift sein Eigengewicht 7,8 kg an. Das Gewicht der Spannfeder kann vernachlässigt werden. Die Lenkerstange CD sichert die symmetrische

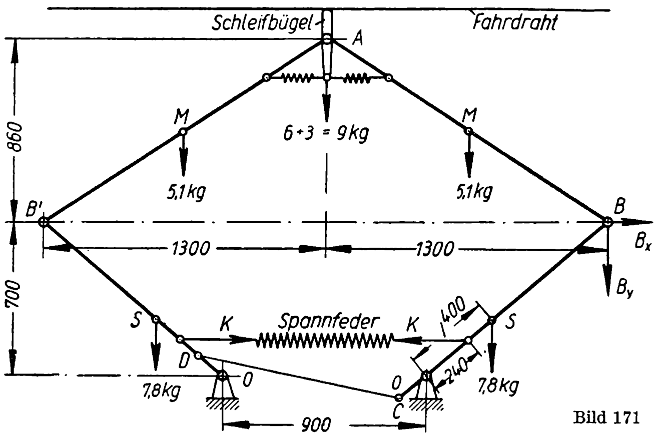


Bild 171

Bewegung der beiden Scherenhälften, so daß der Bügel sich nur senkrecht auf- und abbewegen kann. Das Gewicht der Lenkerstange wirkt auf beide Scherenhälften in umgekehrtem Sinne, nämlich rechts hebend, links senkend, ist also ohne Einfluß. **a)** Welche waagerechte Kraft B_x und welche senkrechte Kraft B_y überträgt die Stange AB auf den Gelenkpunkt B? **b)** Welche Spannkraft K muß die Feder ausüben?

Lösung: **a)** Ähnlich wie in Aufgabe 302 findet man $B_x = 10{,}66$ kg und $B_y = 9{,}6$ kg.

b) Statische Momente für Hebel OB:

$$10{,}66 \cdot 70 + 9{,}6 \cdot 85 + 7{,}8 \cdot 30{,}88 - K \cdot 15{,}25 = 0; \quad K = 118 \text{ kg}.$$

Standsicherheit

305. Was versteht man unter dem **„Standmoment"** oder „Standsicherheitsmoment" eines gestützten Körpers?

Lösung: Das Standmoment ist das statische Moment des Körpergewichts für die in Betracht kommende Kippkante.

306. Der 430 kg schwere Flügel eines Fabriktores (Bild 172) hängt an einem frei stehenden prismatischen Mauerpfeiler von quadratischem Querschnitt 0,9 · 0,9 m und 2,9 m Höhe. Die Wichte des Ziegelmauerwerks ist 1600 kg/m³. Zu berechnen ist **a)** das Kippmoment, das der Torflügel in bezug auf die untere rechte Kante des Mauerpfeilers ausübt; **b)** das Gewicht des Pfeilers; **c)** das Standmoment des Pfeilers; **d)** der Sicherheitsgrad gegen Umkippen des Pfeilers bei Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Mörtels.

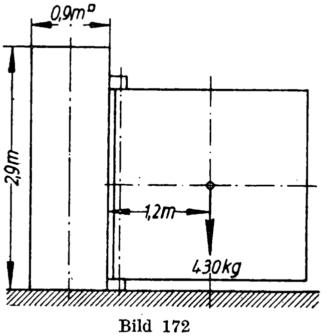


Bild 172

Lösung:

a) Kippmoment 430 kg · 1,2 m = 516 kgm. **b)** 3760 kg. **c)** Standmoment 3760 kg · 0,45 m = 1690 kgm. **d)** Sicherheitsgrad 1690 kgm : 516 kgm = 3,3.

307. Für die in Aufgabe 217 behandelte Stützmauer einer Erdböschung ist für 1 m Mauerlänge zu berechnen **a)** das Gewicht der Mauer. Die Wichte des Betons ist 2300 kg/m³. **b)** das Standmoment für Kippkante A und **c)** für Kippkante B. **d)** Um wieviel Prozent ist die Standsicherheit für Kante A geringer als für Kante B?

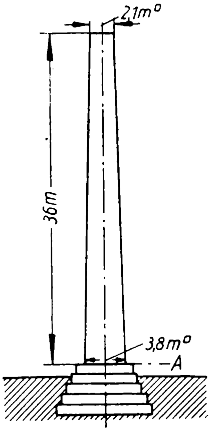


Bild 173

308. Ein Fabrikschornstein (Bild 173) hat einen pyramidenförmig verjüngten Schaft von 36 m Höhe und 174 t Gewicht. Die äußere Seitenlänge des quadratischen Querschnitts beträgt unten 3,8 m, oben 2,1 m. Zu berechnen ist **a)** die Gesamtkraft des waagerechten Winddrucks, der, gleichmäßig verteilt, auf die trapezförmige Fläche der Seitenwand des Schornsteins wirkt. Der Winddruck wird für stärksten Orkan zu 150 kg/m² angenommen. **b)** die Höhe des Schwerpunkts der Seitenwandfläche, in der die Mittelkraft des Winddrucks angreift, über der waagerechten Schaftsohle A (nach Aufg. 216); **c)** das Umsturzmoment des Winddrucks für die Kippkante der Schaftsohle A; **d)** der waagerechte Abstand von der Schornsteinachse, in der die Mittelkraft aus Eigengewicht und Winddruck die waagerechte Ebene der Schaftsohle A durchschneidet.

309. Ein Drehkran (Bild 174) ruht auf vier Rädern, die auf einem Schienenkreise von 3,7 m Durchmesser laufen. Der mittlere Drehzapfen des Krans dient nur zum Führen, nicht zum Tragen. Die Nutzlast 7000 kg greift in 8 m Ausladung an; das Eigengewicht 12000 kg des unbelasteten Krangerüsts in 0,4 m Abstand von der Drehachse. Für die

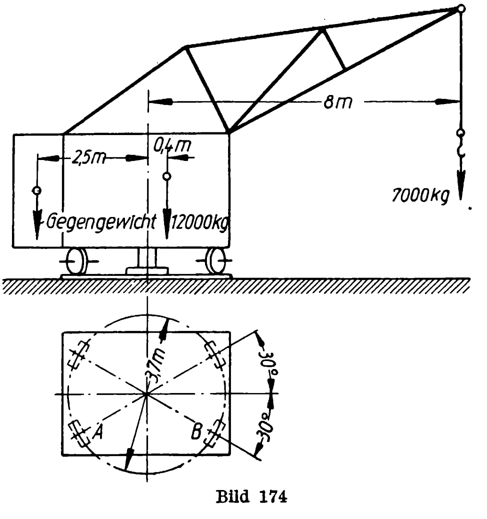


Bild 174

gezeichnete Kranstellung soll berechnet werden **a)** die Stützweite des vorliegenden Trägers auf zwei Stützen; **b)** die erforderliche Größe des in 2,5 m Ausladung angeordneten Gegengewichts. Es soll 1,4 mal so schwer gemacht werden, als zur Sicherung des Krans gegen Kippen bei voller Belastung nötig wäre; **c)** die Belastung der Laufräder A und B bei leeren Haken, d. h. fehlender Nutzlast, unter Berücksichtigung des Gegengewichts.

310. Ein frei stehender Drehkran ist nach Bild 175 auf einem zylindrischen Betonfundament von 3,5 m Durchmesser verankert. Die Nutzlast 7000 kg hat 7,5 m Ausladung. Das Eigengewicht des schwenkbaren Krangerüsts beträgt 5000 kg, das Gewicht der Säule und Grundplatte 3000 kg. **a)** Wie schwer muß der Betonkörper Q sein, damit er das Kippen des Krans um die Kante A gerade verhindert? Der Widerstand des umgebenden Erdreichs werde vernachlässigt. **b)** Welche Tiefe x muß der Betonkörper erhalten, wenn er doppelt so schwer, als zur Standsicherung gerade erforderlich, ausgeführt wird? Die Wichte des Betons ist 2300 kg/m³.

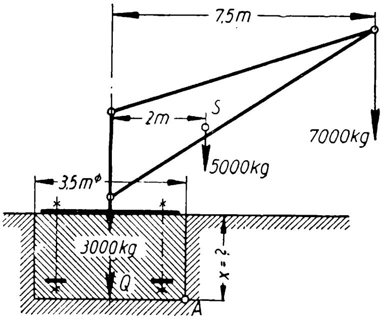


Bild 175

Lösung: a) Statische Momente für Kippkante A:

$$7\,\mathrm{t}\cdot 5{,}75\,\mathrm{m}+5\,\mathrm{t}\cdot 0{,}25\,\mathrm{m}-3\,\mathrm{t}\cdot 1{,}75\,\mathrm{m}$$
$$-Q\cdot 1{,}75=0.$$

Daraus $Q = 20{,}7$ t. **b)** $x = 1{,}87$ m.

311. Die Graugußgrundplatte eines Drehkrans ist als sechsarmiger Stern nach Bild 176 ausgebildet und mit sechs Ankerschrauben auf dem Grundmauerwerk befestigt. Die Nutzlast beträgt 4000 kg, das Eigengewicht des schwenkbaren Auslegers 1800 kg, das Gewicht der Grundplatte mit Säule 1300 kg. Der Kran sucht um die Kante A B zu kippen. Die Ankerschrauben, welche dies verhindern, werden hierbei um so mehr auf Zug beansprucht und gereckt, je weiter sie von der Kippkante entfernt liegen, so daß die äußeren Schrauben doppelt so viel Belastung erhalten wie die mittleren. Welche größte Kraft entfällt auf eine Schraube?

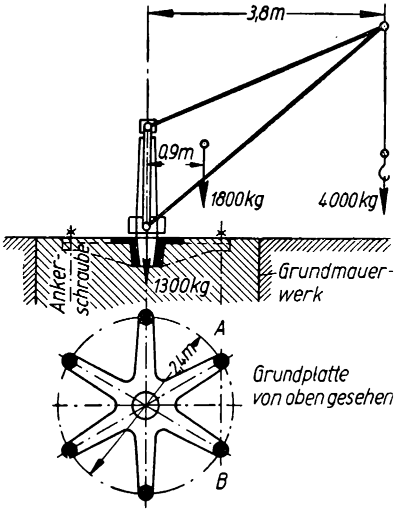


Bild 176

Zusammensetzung von Kräften

Kräfte in einem Punkte

312. a) Wie werden drei in einem Punkte A angreifende Kräfte P_1, P_2, P_3 (Bild 177) auf zeichnerischem Wege zu einer Mittelkraft zusammengesetzt? b) Welche Bedeutung hat die Reihenfolge der einzelnen Kräfte bei ihrer Zusammensetzung? c) Erkläre die Bezeichnungen „Kräftezug" und „Krafteck".

Lösung: a) Man vereinigt zunächst P_1 und P_2 zu ihrer Mittelkraft R_{1-2} (Bild 178). Dabei genügt es, statt des vollständigen Parallelogramms (Aufg. 152) das halbe Parallelogramm, d. h. das Kräftedreieck, zu zeichnen. Die Kraft R_{1-2} wird dann weiter mit P_3 zur Gesamtmittelkraft R zusammengesetzt.

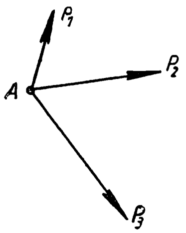


Bild 177

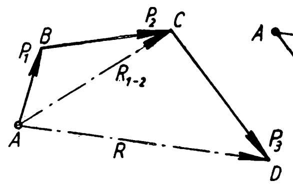


Bild 178

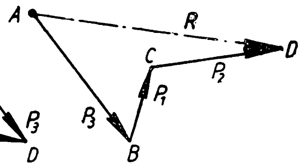


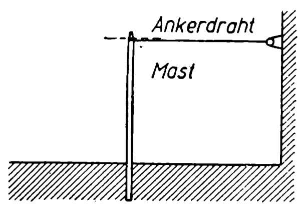
Bild 179

b) Die Reihenfolge der Kräfte ist bedeutungslos. In Bild 179 ist z. B. die Reihenfolge P_3—P_1—P_2 gewählt, wobei sich dieselbe Mittelkraft R wie in Bild 178 ergibt. Die Richtung der Mittelkraft geht immer vom Anfangspunkte A aus.

c) Die drei Einzelkräfte bilden in den Bildern 178 oder 179 einen fortlaufenden Linienzug $ABCD$. Dieser „Kräftezug" ist die Aneinanderreihung der Kräfte nach Größe und Richtung. — Die Mittelkraft R schließt den Kräftezug zu einem Vieleck $ABCDA$, dem sogenannten „Krafteck" oder „Kräftepolygon". Das Krafteck ist also der durch die Mittelkraft als Schlußlinie zu einem vollständigen Vieleck geschlossene Kräftezug.

313. An einem Telegrafenmast werden nach Bild 180 von acht Leitungsdrähten drei um 60° und nach der anderen Seite fünf um 50° abgelenkt. Jeder Draht ist so gespannt, daß er eine waagerechte Zugkraft 40 kg ausübt. a) Welche waagerechte Mittelkraft liefern die sämtlichen Drahtspannkräfte am Mastkopf? b) Unter welchem Winkel α (Bild 181) muß der waagerechte Ankerdraht, der den Mastkopf mit einer Gebäudewand verbindet, angeordnet werden, damit der Mast gegen Biegung geschützt ist?

Bild 180



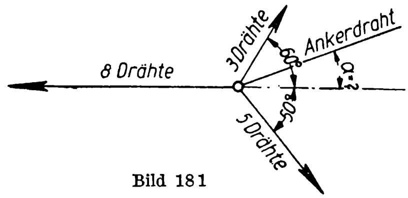


Bild 181

Kräfte in verschiedenen Punkten

314. An einem Körper greifen zwei Kräfte P_1 und P_2 nach Bild 182 an. Die Mittelkraft soll auf zeichnerischem Wege bestimmt werden.

Lösung: Man verlängert die Richtungslinien der beiden Kräfte bis zu ihrem Schnittpunkte C und zeichnet dort das Parallelogramm der Kräfte. Die Mittelkraft R ist durch die Diagonale des Parallelogramms dargestellt nach Größe, Richtung und Lage. Ihr Angriffspunkt kann ein beliebiger Punkt der Diagonale, z. B. M, sein.

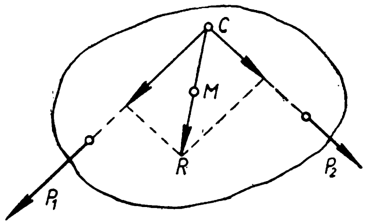


Bild 182

315. Ein Sicherheitsventil (Bild 183) einer Wasserdruckpresse ist am Hebel durch ein 30 kg schweres Gewicht belastet. **a)** Die auf den Ventilteller ausgeübte Druckkraft ist zeichnerisch zu bestimmen; **b)** dasselbe rechnerisch. **c)** Welche Kraft ist von dem Drehzapfen O des Winkelhebels aufzunehmen? **d)** Bei wieviel at Wasserdruck öffnet sich das Ventil, dessen Durchmesser 20 mm beträgt?

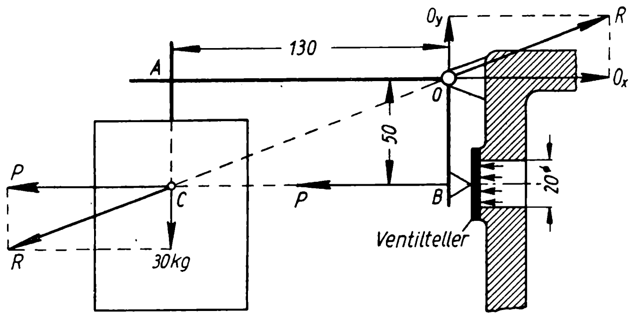


Bild 183

Lösung: a) An dem Winkelhebel greifen zwei äußere Kräfte an, nämlich bei A das Belastungsgewicht und bei B die Ventilkraft P. Letztere wirkt auf den Hebel nach links, auf den Teller nach rechts (Gesetz der Gegenwirkung, Aufg. 249). Die verlängerten Kraftrichtungen schneiden sich in C. Beide Kräfte halten sich am Hebel im Gleichgewicht, wenn ihre Mittelkraft R durch den Drehpunkt O des Hebels hindurchgeht, so daß sie keinen Hebelarm findet und kein Drehmoment ausübt. Das Kräfteparallelogramm bei C ist bestimmt durch die Seitenkraft 30 kg und durch die Richtung OC der Diagonale R. Man mißt die Kathete $P = 78$ kg.

b) Gleichgewichtsbedingungen (Aufg. 248):

1. Senkrechte Kräfte $= 0$. Das Belastungsgewicht 30 kg muß am Drehzapfen durch eine nach oben wirkende Kraft O_y getragen werden: $O_y - 30 = 0$; $O_y = 30$ kg.

2. Waagerechte Kräfte $=0$. Die nach links gerichtete Ventilkraft P muß am Drehzapfen durch eine nach rechts gerichtete Kraft O_x aufgehoben werden: $O_x - P = 0$; $O_x = P$.

3. Statische Momente $=0$. Drehpunkt O:

$$P \text{ kg} \cdot 5 \text{ cm} - 30 \text{ kg} \cdot 13 \text{ cm} = 0; \quad P = 78 \text{ kg}.$$

c) Aus dem Kräfteparallelogramm bei C ergibt sich die Mittelkraft

$$R = \sqrt{78^2 + 30^2} = 84 \text{ kg}.$$

Diese wird am Drehzapfen O aufgenommen durch eine gleich große, entgegengesetzt gerichtete Mittelkraft

$$R = \sqrt{O_x^2 + O_y^2} = 84 \text{ kg}.$$

d) 25 at.

316. Eine 120 kg schwere Tür hängt nach Bild 184 an den Angeln A und B so, daß nur die untere Angel A senkrechte Belastung aufnimmt, während die obere in senkrechter Richtung Spiel gibt. Die an den Angeln auftretenden Kräfte sind durch Zeichnung zu ermitteln und durch Rechnung nachzuprüfen.

Lösung: Die obere Angel erhält nur waagerechten Druck. Die waagerechte Richtungslinie B wird mit der Schwerkraft 120 kg zum Schnitt gebracht. Im Schnittpunkte zerlegt sich die Mittelkraft 120 kg in den waagerechten Angeldruck $B = 53$ kg und den schräg gerichteten Angeldruck $A = 131$ kg. Letzterer zerlegt sich bei A in eine waagerechte Seitenkraft $A_x = 53$ kg und eine senkrechte Seitenkraft $A_y = 120$ kg.

Rechnerische Lösung nach Aufg. 296.

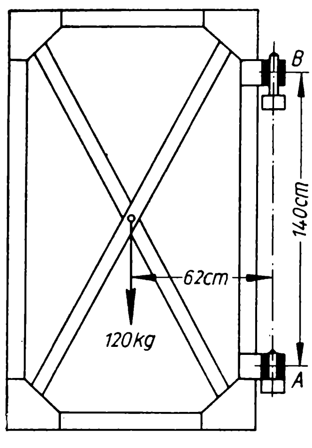


Bild 184

317. Ein Dachbinder (Bild 185) von den gegebenen Abmessungen ruht bei B auf einem festen Auflager, bei A auf einem Rollenlager. Letzteres ist in waagerechter Richtung nachgiebig, um die Ausdehnung des Binders bei Temperaturänderungen zu ermöglichen, kann also nur eine senkrechte Auflagerkraft übertragen. Der Winddruck in waagerechter Richtung ist $p = 125$ kg/m² anzunehmen. a) Wie groß ist die Komponente des Winddrucks senkrecht zu der geneigten Dachfläche? b) Mit welcher Kraft P belastet der Winddruck den Binder senkrecht zu der geneigten Dachfläche, wenn die tragenden Binder des Daches in Abständen von 4,9 m

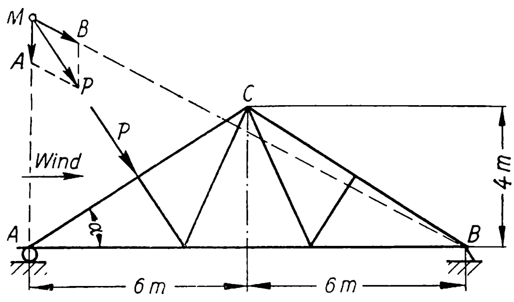


Bild 185

angeordnet sind? c) Die Auflagerdrücke A und B, welche der Winddruck an einem Binder erzeugt, sind auf zeichnerischem Wege zu ermitteln.

Lösung: a) $p \sin \alpha = 69{,}3 \text{ kg/m}^2$.

b) $P = (7{,}21 \cdot 4{,}9) \text{ m}^2 \cdot 69{,}3 \text{ kg/m}^2 = 2450 \text{ kg}$.

c) $A = 1300$ kg senkrechte Belastung.

$B = 1550$ kg schräg gerichtete Belastung.

318. Die Schüttrinne eines Kohlenkippers ist nach Bild 186 mittels Zapfens O am Schüttrumpf befestigt, während das vordere Ende A durch zwei seitlich angreifende, schräg ausgespannte Ketten getragen wird. Das Gewicht der Rinne, in ihrem Schwerpunkte S angreifend, beträgt 670 kg. a) Welche Spannkräfte haben die Ketten zusammen aufzunehmen? b) Welche Belastung erhalten die Drehzapfen O?

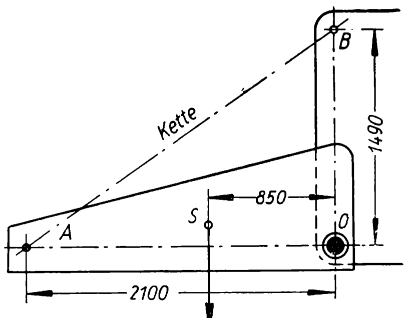


Bild 186

319. Bei einem Kipper zum Entladen von Eisenbahn-Kohlenwagen wird die vordere Achse A (Bild 187) des auf die Bühne aufgefahrenen Wagens durch einen Fanghaken AD festgehalten und die Bühne um die Kante O gekippt. Bei genügender Neigung gleitet die Kohle an der ausschwingenden vorderen Stirnwand aus dem Wagen heraus. Das Gesamtgewicht des Wagens mit Ladung beträgt 23,6 t. Der Gesamtschwerpunkt S des beladenen Wagens liegt 1,5 m über Schienenoberkante in Wagenmitte. Der Raddurchmesser beträgt 1 m, der Achsstand 4 m. Auf zeichnerischem Wege sind zu ermitteln a) die Normaldrücke, welche die Achsen A und B auf die Bühne

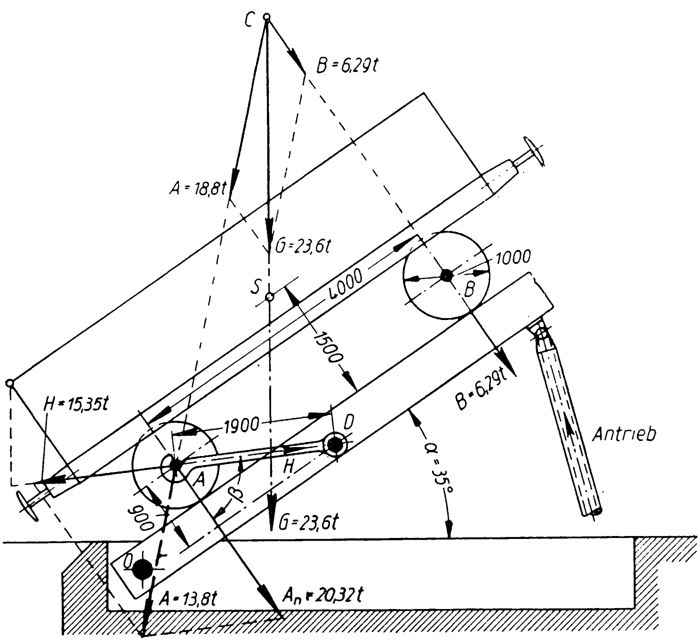


Bild 187

ausüben, wenn die Entleerung des Wagens bei 35° Neigung erfolgt; **b)** die Zugkraft, die der Fanghaken aufzunehmen hat.

Lösung: Das Gesamtgewicht $G = 23{,}6$ t verteilt sich auf die beiden Achsen. Zwischen den Rädern und Schienen bei B können nur Normaldrücke auftreten. Also wird die Normalrichtung B mit der Richtung der Schwerkraft G in C zum Schnitt gebracht und die Kraft G dort in die Richtungen CA und CB zerlegt. Im Kräfteparallelogramm wird gemessen $A = 18{,}8$ t, $B = 6{,}29$ t. — Die Kraft A zerlegt sich in Achsmitte in die Richtung A_n normal zu den Schienen und in die Schrägrichtung H des Fanghakens. Man mißt im Kräfteparallelogramm (Bild 187) $A_n = 20{,}32$ t, $H = 15{,}35$ t.

320. Bei der skizzierten Gelenkstangenverbindung (Bild 188) greifen zwei Stäbe AC und BC gelenkartig ineinander und stützen sich bei A und B auf Widerlagergelenke. Welche Kräfte übt eine Last P auf die drei Gelenke aus? Das Eigengewicht der Stangen werde vernachlässigt.

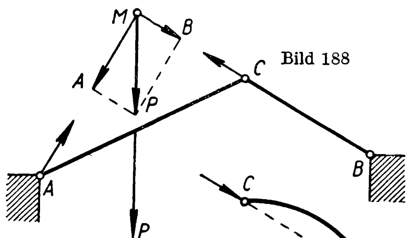


Bild 188

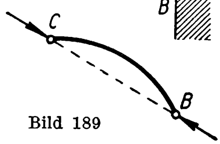


Bild 189

Lösung: Die gewichtlose, unbelastete Stange BC kann nur Widerstände in der Richtung der Verbindungslinie BC ihrer Gelenkpunkte ausüben, welche Form sie auch haben mag (z. B. Bild 189). Denn damit die Stange sich im Gleichgewichte befindet, müssen sich die beiden an ihr angreifenden Gelenkdrücke B und C das Gleichgewicht halten, also in Richtung der Verbindungsgeraden BC entgegengesetzt wirken (Bild 189). Der Widerlagerdruck B muß demnach in die Richtung BC fallen. — Die Kräfte B und P schneiden sich in M. Folglich muß auch die dritte Kraft A durch M hindurchgehen. Das Kräfteparallelogramm in M ergibt die Größe der Widerlagerdrücke A und B. Der Gelenkdruck C ist gleich B.

321. Eine Dreigelenk-Bogenbrücke stützt sich nach Bild 190 auf die Widerlager- oder Kämpfergelenke A und B, während die beiden Brückenhälften im Scheitelgelenk C ineinandergreifen. Die Spannweite beträgt 26 m, die Pfeilhöhe

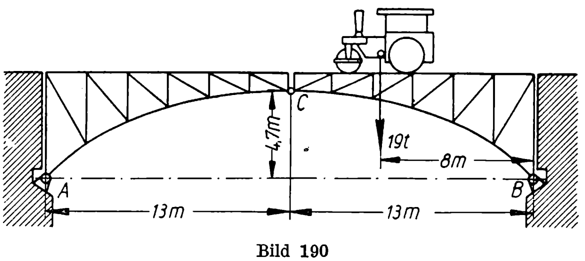


Bild 190

des Bogens 4,7 m. Eine 19 t schwere Straßenwalze befindet sich auf der Brücke in der angegebenen Stellung. Die durch das Gewicht der Walze ausgeübten Kämpferdrücke A und B sind zeichnerisch und rechnerisch zu ermitteln.

Lösung: Zeichnerische Lösung wie in voriger Aufgabe.— Rechnerisch ergibt sich $A = 17{,}2$ t aus der statischen Momentengleichung für die rechte Brückenhälfte in bezug auf Drehpunkt B. Aus dem Kräfteparallelogramm findet man weiter mittels des Cosinussatzes $B = 20{,}85$ t.

322. Wie werden zwei an einem Körper angreifende Kräfte P_1 und P_2 (Bild 191) zur Mittelkraft zusammengesetzt, wenn der Schnittpunkt C ihrer Richtungslinien (Aufg. 314) außerhalb des Zeichenblattes fällt?

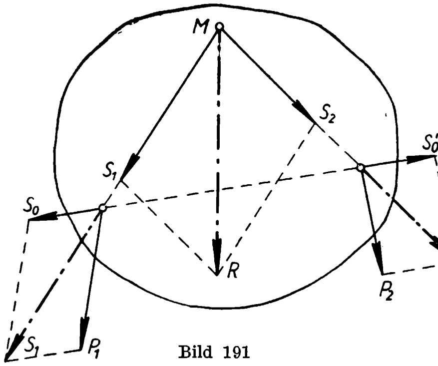


Bild 191

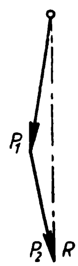


Bild 192

Lösung: Man fügt zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kräfte S_0 und S'_0 beliebiger Größe hinzu. Diese ändern an der Kraftverteilung nichts, weil sie sich einander aufheben. Setzt man nun S_0 mit P_1 und S'_0 mit P_2 zu den Mittelkräften S_1 und S_2 zusammen und verlängert deren Richtungslinien bis zu ihrem Schnittpunkte M, so kann man in M aus S_1 und S_2 die Mittelkraft R konstruieren. Diese ist dann zugleich auch die Mittelkraft von P_1 und P_2; ihre Größe hätte man auch aus dem Krafteck (Bild 192) unmittelbar finden können.

323. Ein gemauerter Brückenpfeiler in einem Flußlaufe hat die Auflagerdrücke von zwei Brückenträgern aufzunehmen, nämlich 87 t und 58 t. Der waagerechte Abstand dieser Kräfte beträgt 92 cm (Bild 193). Gesucht wird **a)** die Größe der Mittelkraft R beider Auflagerdrücke, d. h. die Gesamtbelastung des Pfeilers; **b)** das Lagenmaß x der Mittelkraft durch zeichnerisches Verfahren; **c)** dasselbe rechnerisch; **d)** der Abstand y von der linken Pfeilerkante, in welchem das Auflager des linken Brückenträgers angeordnet werden muß, damit die resultierende Pfeilerbelastung gerade in die Mitte des 210 cm breiten Pfeilers fällt.

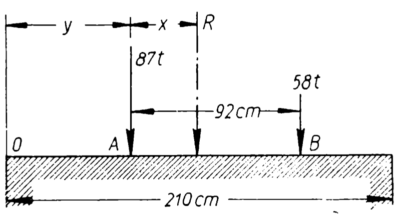


Bild 193

324. Drei Kräfte P_1, P_2, P_3, in verschiedenen Punkten eines Körpers angreifend (Bild 194), sollen zeichnerisch zur Mittelkraft zusammengesetzt werden.

Lösung: Man vereinigt zunächst die Kräfte P_1 und P_2, indem man ihre Richtungslinien bis zu ihrem Schnittpunkte verlängert. Dort zeichnet man das Parallelogramm, dessen Diagonale die Mittelkraft R_{1-2} ist. Ihre Richtlinie wird bis zum Schnittpunkte M mit P_3 verlängert und dort aus beiden Kräften die Gesamtmittelkraft R gefunden. — Die Größe und Richtung der Mittelkräfte R_{1-2} und R kann man unmittelbar aus dem Krafteck (Bild 195) ermitteln, während allerdings ihre Lage, d. h. der Angriffspunkt M, durch Verlängerung der einzelnen Kraftrichtungen in Bild 194 bestimmt werden muß.

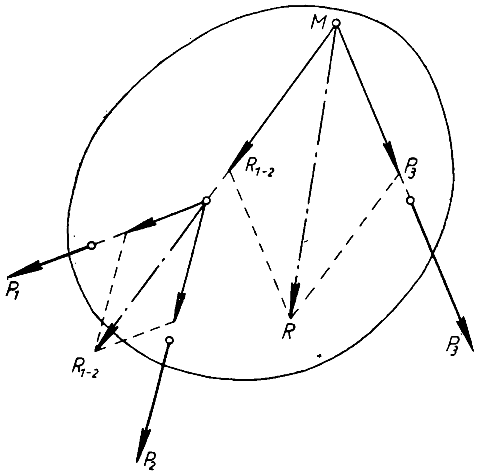


Bild 194

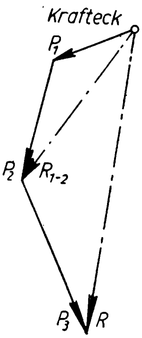


Bild 195

Kraft- und Seileck

325. Die vorige Aufgabe 324 ist zu lösen für den Fall, daß die Schnittpunkte der drei gegebenen Kraftrichtungen außerhalb des Zeichenblattes fallen.

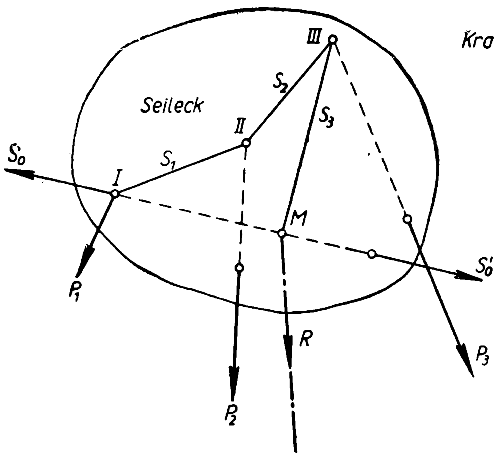


Bild 196

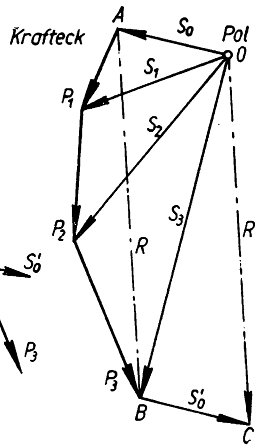


Bild 197

Lösung: Man fügt wie in Aufg. 322 zwei beliebige gleich große, sich aufhebende Hilfskräfte S_0 und S_0' hinzu (Bild 196). Nun setzt man im Krafteck (Bild 197) S_0 und P_1 zusammen zur Mittelkraft S_1 und zieht deren Richtungslinie in Bild 196 durch Punkt I. Weiter im Krafteck S_1 mit P_2 vereinigt zu S_2; dazu die Parallele in

Bild 196 durch Punkt *II*. Dann S_2 mit P_3 vereinigt zu S_3; Parallele durch Punkt *III*. Um endlich die Richtung von S_3 in Bild 196 zum Schnitt mit der letzten Kraft S_0' zu bringen, muß man sie rückwärts verlängern bis M. Durch M geht die Gesamt-Mittelkraft R hindurch. Ihre Größe und Richtung findet man im Krafteck (Bild 197), indem man S_3 mit der letzten Kraft S_0' zu $OC = R$ zusammensetzt, oder einfacher unmittelbar als Schlußlinie AB des Kräftezuges P_1-P_2-P_3 (wie in Aufg. 312).

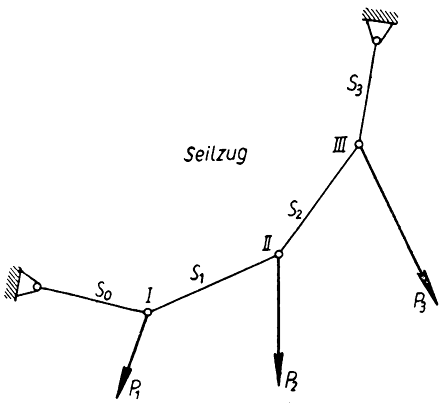


Bild 198

Wenn man den Linienzug S_0-S_1-S_2-S_3 durch ein Seil verkörpert (Bild 198), so halten in jedem Eckpunkte die Seilspannkräfte der dort angreifenden Last das Gleichgewicht. Man nennt deshalb den eckigen Linienzug des Seiles den „**Seilzug**". Das geschlossene Vieleck *I-II-III-M* in Bild 196, welches durch rückwärtige Verlängerung der äußersten Seilseiten S_0 und S_3 bis zu ihrem Schnittpunkte M entsteht, heißt „**Seileck**" (Seilpolygon). Die Strahlen S_1, S_2, S_3 im Krafteck (Bild 197) heißen „**Seilstrahlen**"; ihr Schnittpunkt O heißt der „**Pol**".

326. Drei Parallelkräfte P_1, P_2, P_3 (Bild 199) sollen mittels Kraft- und Seilecks zu ihrer Mittelkraft R zusammengesetzt werden.

Lösung: Das Krafteck wird eine gerade Linie (Bild 200).

$$R = P_1 + P_2 + P_3 .$$

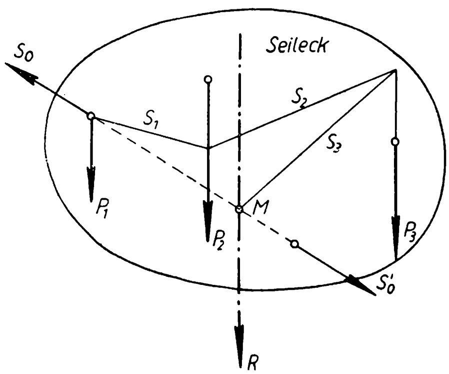


Bild 199

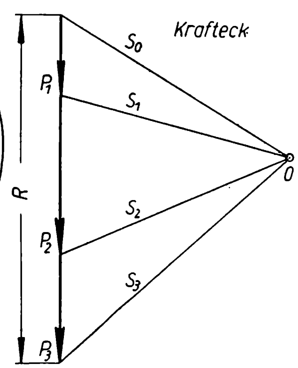


Bild 200

Um die Lage der Mittelkraft, also ihren Angriffspunkt M, in Bild 199 zu finden, wählt man beliebige Hilfskräfte S und S_0', d. h., man nimmt die Lage des Poles O in Bild 200 beliebig an. Dann zeichnet man mit Hilfe der Seilstrahlen (Bild 200) das Seileck (Bild 199) wie in voriger Aufgabe 325. Der Linienzug BCO daselbst ist für die Zeichnung entbehrlich und kann deshalb weggelassen werden.

327. An einem Hebel greifen drei senkrechte Kräfte nach Bild 201 an. In welchem Abstande x vom Angriffspunkte der mittleren Kraft muß der Hebeldrehpunkt angeordnet werden, damit Gleichgewicht besteht? Die zeichnerische Lösung soll durch Rechnung nachgeprüft werden.

Lösung: Die Mittelkraft der gegebenen drei Kräfte muß durch den Hebeldrehpunkt hindurchgehen. Ihre Lage wird wie in voriger Aufgabe durch Kraft- und Seileck bestimmt. Man findet $x = 44$ cm.

Nachprüfung mittels Gleichung der statischen Momente.

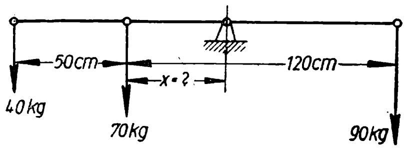


Bild 201

328. Für den in Aufgabe 209 gegebenen ⊤-Querschnitt einer Gußrippe soll die Lage des Schwerpunkts auf zeichnerischem Wege bestimmt werden.

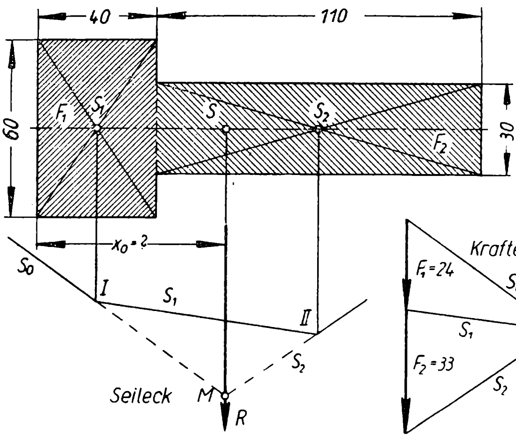


Bild 202

Lösung: Die Teilflächen $F_1 = 24\ \text{cm}^2$ und $F_2 = 33\ \text{cm}^2$ werden wie Kräfte behandelt, welche in den Schwerpunkten S_1 und S_2 der Flächen angreifen. Die beiden Kräfte werden mittels Kraft- und Seilecks zur Mittelkraft R vereinigt (s. Bild 202). Man mißt $x_0 = 63{,}5$ mm. Dasselbe Ergebnis wurde in Aufgabe 209 durch Rechnung gefunden.

329. Für den Winkelstahlquerschnitt (Bild 203) soll der Schwerpunktsabstand x_0 zeichnerisch mittels Kraft- und Seilecks bestimmt und das Ergebnis durch Rechnung nachgeprüft werden.

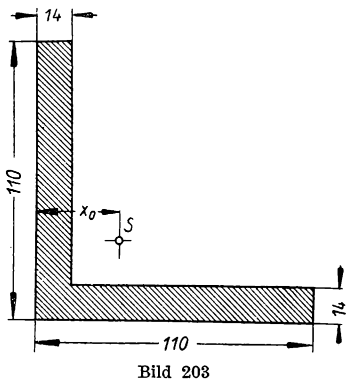


Bild 203

330. Die Schwerpunktslage x_0 des Schienenquerschnitts (Bild 204) soll zeichnerisch und rechnerisch ermittelt werden.

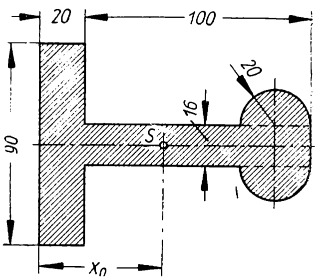


Bild 204

331. Eine Lokomotive mit den gegebenen Achslasten (Bild 205) soll auf einer Drehscheibe so aufgestellt werden, daß die ganze Last auf dem Drehzapfen der Scheibe in ihrer Mitte ruht. Welchen Abstand x_0 von Zapfenmitte muß die vordere Achse erhalten?

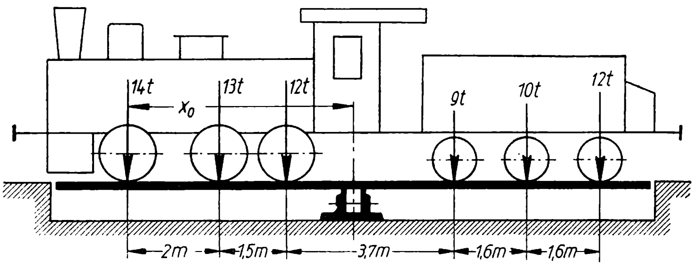


Bild 205

Lösung: Die Mittelkraft der sechs Achslasten muß mit der senkrechten Achse des Drehzapfens zusammenfallen. Ihr Lagenmaß $x = 4{,}94$ m wird durch Kraft- und Seileck bestimmt.

Rechnerische Probe mittels Gleichung der statischen Momente in bezug auf die vordere Achse.

332. Bei dem Schacht-Drehkran (Bild 206) wird die drehbare Säule in den Lagern A und B in einem Fundamentschacht geführt. Nutzlast 4000 kg in 3,8 m Ausladung; Eigengewicht 3200 kg in 0,9 m Ausladung. **a)** Welchen Abstand von der Drehachse hat die Mittelkraft der beiden gegebenen Lasten? Die zeichnerische Lösung ist durch Rechnung nachzuprüfen. **b)** Die Auflagerdrücke A und B sind zeichnerisch und rechnerisch zu bestimmen (ähnlich Aufgabe 316).

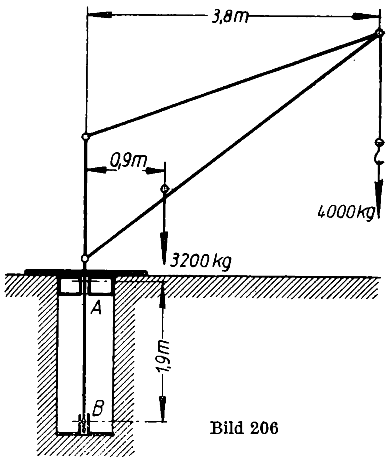


Bild 206

333. An dem waagerechten Arme eines Winkelhebels nach Bild 207 greifen die Kräfte $P_1 = 320$ kg und $P_2 = 430$ kg an. Zeichnerisch und rechnerisch soll ermittelt werden **a)** die Kraft A, welche an dem senkrechten Arme des Hebels unter 60° Neigung wirken muß, um Gleichgewicht zu halten; **b)** die Belastung des Drehzapfens O.

Lösung: P_1 und P_2 werden mittels Kraft- und Seilecks zur Mittelkraft $R = 750$ kg vereinigt, diese mit der Richtung von A zum Schnitt gebracht. Im Schnittpunkte

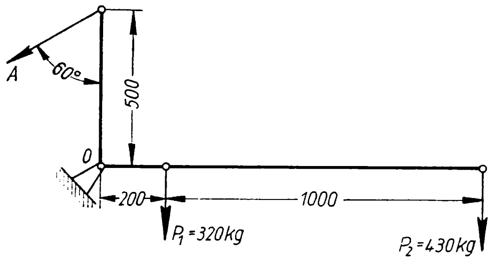


Bild 207

wird das Kräfteparallelogramm aus A und R gezeichnet, so daß die Diagonale durch O hindurchgeht (ähnlich Aufg. 315). Man findet $A = 1340$ kg, $O = 1830$ kg.

Ermittlung der Auflagerdrücke

334. Ein Balken auf zwei Stützen trägt eine Last R (Bild 208). Die Auflagerdrücke sollen zeichnerisch ermittelt werden.

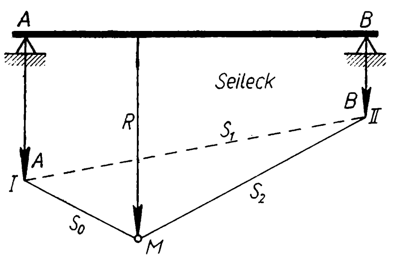


Bild 208

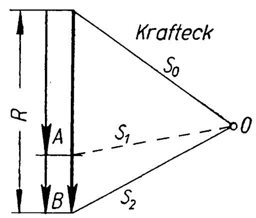


Bild 209

Lösung: Die Mittelkraft R muß in die beiden Einzelkräfte A und B zerlegt werden. Folglich ist das umgekehrte Verfahren anzuwenden als z. B. in Aufgabe 328, wo zwei Einzelkräfte zur Mittelkraft R zusammengesetzt wurden. — Man trägt im Krafteck (Bild 209) die Mittelkraft R auf, wählt die Lage des Pols O beliebig und zieht die äußersten Seilstrahlen S_0 und S_2. Parallel zu diesen im Seileck (Bild 208) durch einen auf der Richtung von R beliebig angenommenen Punkt M die Strahlen $MI \parallel S_0$ und $MII \parallel S_2$. Zieht man dann im Seileck die Verbindungslinie $I\,II$ und parallel zu dieser im Krafteck den Strahl S_1, so schneidet letzterer auf der Mittelkraft R (Bild 209) die Größen A und B der Auflagerdrücke ab.

335. Eine Triebwerkwelle (Bild 210) von 3 m Stützweite trägt drei Räder, die die gegebenen senkrechten Kräfte 70, 90 und 250 kg ausüben. Die Belastungen der Lager A und B sind zeichnerisch zu ermitteln und das Ergebnis durch Rechnung nachzuprüfen.

Lösung: Man bestimmt zunächst wie in Aufg. 326 die Mittelkraft R der drei gegebenen Einzelkräfte nach Größe und Lage.

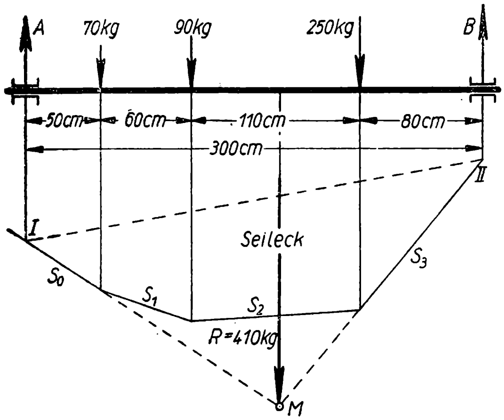


Bild 210

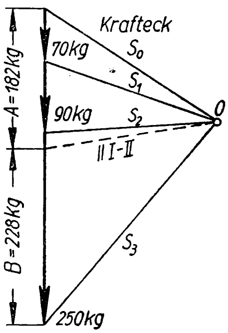


Bild 211

Dann zerlegt man R nach Aufg. 334 in die beiden Auflagerdrücke $A = 182$ kg und $B = 228$ kg (Bild 211).

336. Ein Träger auf zwei Stützen ist nach Bild 212 durch die senkrechten Kräfte 900 und 400 kg belastet. Gesucht wird zeichnerisch und rechnerisch **a)** der

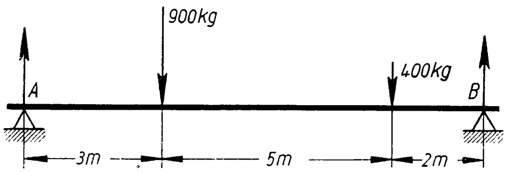


Bild 212

Abstand der Mittelkraft beider Lasten vom linken Auflager A; **b)** die Auflagerdrücke A und B.

337. Die Welle eines Wasserrades ist nach Bild 213 senkrecht belastet durch die beiden Naben des Wasserrades mit je 5200 kg und durch das Gewicht und den

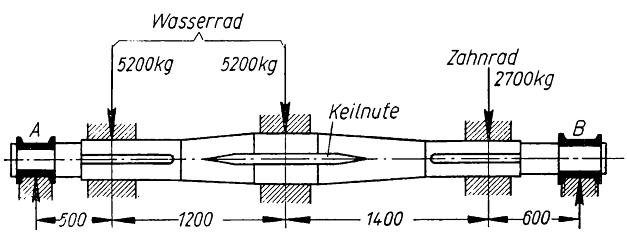


Bild 213

Zahndruck des Zahnrades mit 2700 kg. Die Lagerdrücke A und B sind zeichnerisch und rechnerisch zu bestimmen.

338. Ein Beschick-Kran (Bild 214) für einen Martinofen führt die Mulde voll Stahlschrott in den Ofen ein, um sie dort umzudrehen und zu entleeren. Die Ge-

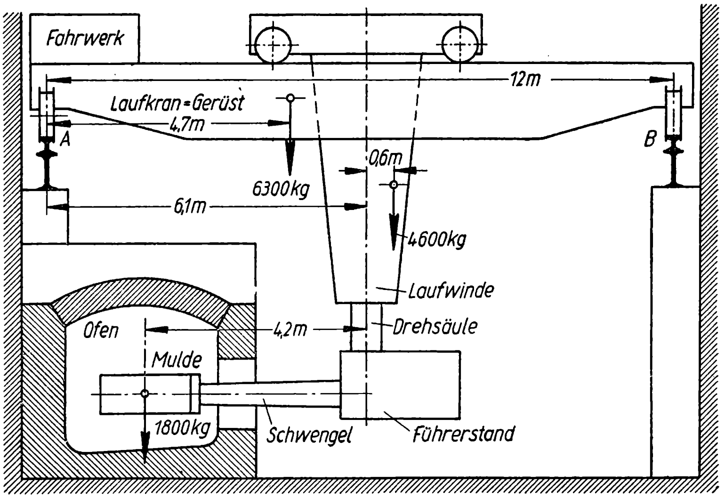


Bild 214

wichte sind: gefüllte Mulde 1800 kg; Laufwinde mit Drehsäule, Führerstand und Schwengel 4600 kg; Laufkrangerüst 6300 kg. Die Belastungen der Fahrbahnschienen A und B sollen zeichnerisch und rechnerisch ermittelt werden.

339. Für den fahrbaren Drehkran (Bild 215) sollen die Achsdrücke A und B durch zeichnerisches Verfahren ermittelt und durch Rechnung nachgeprüft werden. Die Nutzlast am Auslegerkopfe beträgt 800 kg, das Gegengewicht 1400 kg, das Eigengewicht des schwenkbaren Auslegers 500 kg, das Eigengewicht des Wagens 1600 kg.

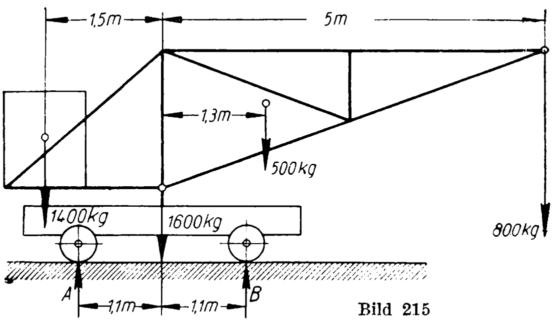


Bild 215

Reibung

Gleitende Reibung

340. a) Wie groß ist der Reibungswiderstand an einem auf waagerechter Ebene gleitenden Körper? **b)** Welche Maßeinheit hat die Reibungszahl? **c)** Erläuterung durch ein Zahlenbeispiel! **d)** Wovon hängt die Reibungszahl μ ab?

Lösung: a) Der Reibungswiderstand R ist um so größer, je größer der Normaldruck N ist, mit dem die gleitenden Flächen gegeneinandergedrückt werden. Bei einem Schlitten auf waagerechter Ebene (Bild 216) ist $N = G$. Man setzt R gleich

einem bestimmten Bruchteil von N, nämlich $\boldsymbol{R} = \mu \boldsymbol{N}$ (μ = griechischer Buchstabe My).
Zum Fortbewegen des Schlittens, d. h. zum Überwinden des Reibungswiderstandes, muß eine waagerechte Zugkraft $P = R$ an ihm angreifen.

b) $\mu = \frac{R}{N} = \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$ ist eine unbenannte Zahl, die **Reibungszahl**. (In ähnlicher Weise ist π eine unbenannte Verhältniszahl ohne Maßbezeichnung, nämlich das Verhältnis des Kreisumfangs zum Durchmesser.)

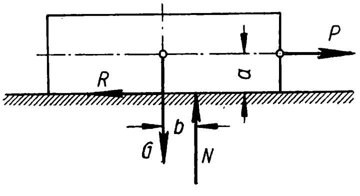


Bild 216

c) Braucht ein Schlitten vom Gewicht $G = 50$ kg zur gleichförmigen Fortbewegung auf waagerechter Bahn eine Zugkraft $P = 6$ kg, so ist $\mu = \frac{R}{N} = \frac{P}{G} = \frac{6\text{ kg}}{50\text{ kg}} = 0{,}12$. Der Reibungswiderstand beträgt in diesem Falle 12% vom Normaldruck.

d) 1. Bei der trockenen Reibung fester Körper hängt die Reibungszahl μ von einer Reihe von Faktoren ab, insbesondere von dem Werkstoff der aufeinander reibenden Körper, vom Oberflächenzustand, von der Gleitgeschwindigkeit, vom Flächendruck, von der Größe der Berührungsfläche usw. μ ist somit eine Erfahrungszahl. Die Gesetze der trockenen Reibung lassen sich allgemein nicht übersehen, da die Vorgänge je nach den vorliegenden Verhältnissen grundlegend verschieden sein können.

2. Bei der Flüssigkeitsreibung hängt die Reibungszahl μ nur von den Eigenschaften des Schmiermittels sowie vom Flächendruck und der Gleitgeschwindigkeit ab. Die Eigenschaften des Schmiermittels ändern sich mit der Temperatur. Die Gesetze der Flüssigkeitsreibung sind bekannt.

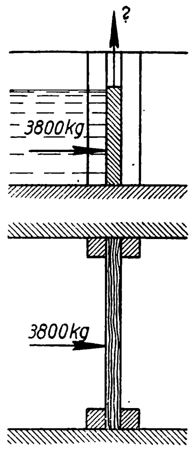


Bild 217

341. Ein Stauschütz von 600 kg Eigengewicht (Bild 217) wird durch das angestaute Wasser mit einem waagerechten Druck 3800 kg gegen die senkrechten Führungen gepreßt. Wie groß ist **a)** der waagerechte Normaldruck an den Führungen? **b)** der beim Aufziehen des Schützes an den Führungen auftretende senkrechte Reibungswiderstand bei einer Reibungszahl 0,4? **c)** die erforderliche senkrechte Zugkraft zum Aufziehen des Schützes?

342. Die Führungsrinne des Tisches einer Hobelmaschine (Bild 218) hat einen keilförmigen Querschnitt und ist mit 2600 kg senkrecht belastet. **a)** Welchen Normaldruck N hat jede der beiden schrägen Gleitflächen aufzunehmen? **b)** Wie groß ist der Gleitwiderstand, welcher beim Verschieben des Tisches in der Führung überwunden werden muß bei einer Reibungszahl 0,06? **c)** Um wieviel Prozent würde dieser Gleitwiderstand kleiner sein, wenn statt der keilförmigen eine ebene, waagerechte Stützfläche ausgeführt wäre?

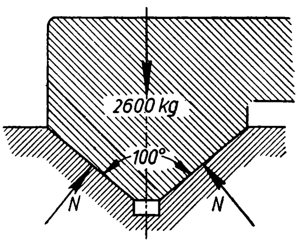


Bild 218

343. Ein Schleifstein von 1,4 m Durchmesser wird mit $n = 90$ U/min angetrieben. Das zu schleifende Werkstück wird mit einer Kraft 15 kg in radialer Richtung gegen den Stein angedrückt. Wie groß ist **a)** der Reibungswiderstand zwischen Stein und Werkstück bei einer Reibungszahl 0,6? **b)** die zum Überwinden der Reibung erforderliche Antriebsleistung (Aufg. 109)?

344. Der Steuerungsschieber (Bild 219) einer 65pferdigen Dampfmaschine liegt mit einer Rechteckfläche 200 mm · 260 mm auf dem Schieberspiegel auf, mit 7 at Dampfdruck belastet. Die an ihm angreifende Schieberstange bewegt ihn mit 90 mm Hub und $n = 120$ U/min hin- und her, so daß er auf dem Spiegel gleitet. Die Reibungszahl ist 0,1. Gesucht wird **a)** der Normaldruck zwischen Schieber und Spiegel; **b)** der Reibungswiderstand am Schieber, d. h. die erforderliche Antriebskraft der Schieberstange; **c)** der Leistungsverlust infolge Reibung in PS (Aufg. 123) und **d)** in Prozent der Maschinenleistung.

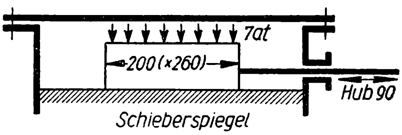


Bild 219

345. Bei einer Großgasmaschine von 2300 PS Nutzleistung und $n = 94$ U/min wird das Gewicht des hin- und hergehenden Kolbens und der Kolbenstange, zusammen 6100 kg, durch zwei Gleitschuhe auf waagerechten Gleitbahnen vor und hinter dem Zylinder getragen. Der Kolbenhub beträgt 1,5 m. Wie groß ist **a)** der waagerechte Reibungswiderstand an den Gleitbahnen bei einer Reibungszahl 0,03? **b)** der Leistungsverlust infolge Reibung an den Gleitbahnen in PS und **c)** in Prozent der Maschinenleistung?

346. Auf einer Tischhobelmaschine von 6 t Tischgewicht sollen bis 20 t schwere Werkstücke mit einer Schnittgeschwindigkeit 15 m/min bearbeitet werden. Die Spanstärke soll so groß sein, daß der in der Bewegungsrichtung des Tisches auftretende waagerechte Schneidwiderstand am Hobelmeißel bis 2800 kg beträgt. Zu berechnen ist **a)** der Reibungswiderstand an den waagerechten, ebenen Tischführungen bei einer Reibungszahl 0,07; **b)** die zum Fortbewegen des Tisches beim Schnitthub erforderliche waagerechte Triebkraft; **c)** die Höchstleistung, für die der antreibende Elektromotor zu bemessen ist, wenn der Wirkungsgrad des Räderwerks 78% beträgt.

347. Die skizzierte Backenbremse wird durch eine Kraft 20 kg am Handgriff des Hebels angezogen (Bild 220). Die Reibungszahl für Bremsbacken und Scheibe ist 0,3. **a)** Welche bremsende Umfangskraft wird an der Scheibe ausgeübt bei Umlaufrichtung *I*? **b)** bei Umlaufrichtung *II*? **c)** Wie groß muß das Maß b für die Lage des Hebeldrehpunkts O gemacht werden, damit die Bremskraft für beide Umlaufrichtungen der Scheibe gleich groß wird? Wie groß wird dann die Bremskraft? **d)** Welches Maß ist bei Umlaufrichtung *I* für b auszuführen, damit die Bremse „selbstsperrend" wirkt, d. h. ohne eine Kraft am Handgriff des Hebels sich selbst anzieht?

Lösung: **a)** Bei Umlaufrichtung *I* der Scheibe wirkt die durch den Normaldruck N erzeugte Reibungskraft μN am Bremsbacken nach links (Bild 221a), hilft also mit einem rechtsdrehenden Momente den Hebel anziehen. Für Drehpunkt O gilt dann:

$$20\,\mathrm{kg}\cdot 68\,\mathrm{cm} - N\cdot 18 + \mu N\cdot 12 = 0; \qquad N = 94{,}4\,\mathrm{kg}.$$

Bremskraft $\mu N = 0{,}3\cdot 94{,}4 = 28{,}3$ kg.

b) Bei Umlaufrichtung *II* der Scheibe wirkt μN am Hebel nach rechts (Bild 221 a) lösend auf die Bremse:

$$20\cdot 68 - N\cdot 18 - \mu N\cdot 12 = 0; \qquad N = 63\,\mathrm{kg}.$$

Bremskraft $\mu N = 0{,}3\cdot 63 = 18{,}9$ kg.

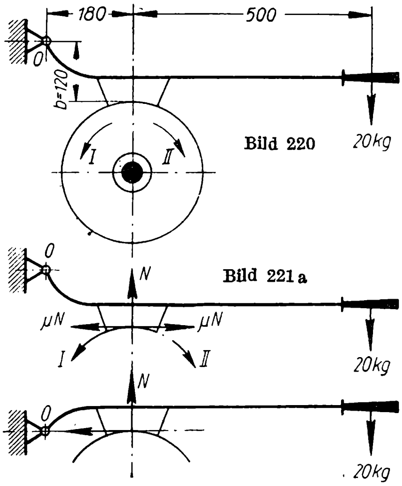


Bild 221 b

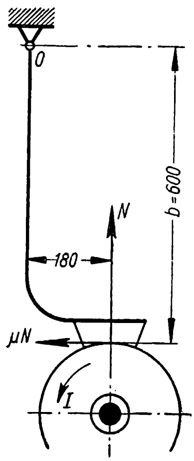


Bild 222

c) Die Ungleichheit der Bremskräfte bei beiden Umlaufrichtungen wird durch die in beiden Fällen entgegengesetzt gerichtete Reibungskraft μN verursacht. Der Einfluß dieser Kraft kann beseitigt werden dadurch, daß man den Hebeldrehpunkt O auf der Richtungslinie von μN anordnet, also $b = 0$ macht (Bild 221 b). Dann erhält die Reibungskraft μN kein Moment am Hebel und bleibt wirkungslos. Hierfür gilt:

$$20\cdot 68 - N\cdot 18 = 0; \qquad N = 75{,}5\,\mathrm{kg}.$$

Bremskraft $\mu N = 0{,}3\cdot 75{,}5 = 22{,}7$ kg.

d) Damit die Bremse ohne die Kraft 20 kg sich selbst anzieht, muß sein:

$$-N\cdot 18 + \mu N\cdot b = 0, \quad \text{also} \quad \mu b = 13;$$

$b = \frac{18}{0{,}3} = 60$ cm (Bild 222). Die Bremse wird dann durch die Reibungskraft μN festgeklemmt, bildet ein „Reibungsgesperre" und läßt nur Drehung der Scheibe in Umlaufrichtung *II* zu.

348. Eine Doppel-Backenbremse von den gegebenen Maßen (Bild 223) wird durch ein 16 kg schweres Belastungsgewicht angezogen. Die Reibungszahl für Holz auf Eisen ist 0,3. **a)** Welche Normaldrücke üben die Bremsbacken A und B bei der eingezeichneten Rechtsdrehung der Bremsscheibe auf diese aus? **b)** Wie groß ist das Bremsmoment an der Scheibe? **c)** Welche Mängel hat die gegebene Anordnung der Bremse, und wie können diese beseitigt werden?

Lösung: a) Die Zugkraft in der schrägen Stange EF kann an beiden Endpunkten wie in Aufgabe 268 in die senkrechte und waagerechte Seitenkraft E_y und E_x zerlegt werden (Bild 223). Ähnlich an der unteren Stange HD. Die in E und H angreifenden waagerechten Seitenkräfte E_x und H_x gehen durch den Hebeldrehpunkt O hindurch, liefern also kein Drehmoment an diesem Hebel. Folglich kommen nur die senkrechten Seitenkräfte E_y und H_y in Betracht. Für Drehpunkt O gilt: $16\,\text{kg} \cdot 40\,\text{cm} = E_y \cdot 6 + H_y \cdot 6 = 2E_y \cdot 6$.

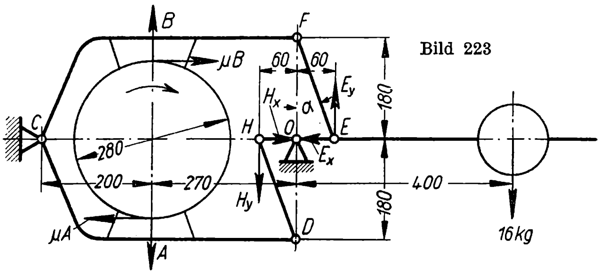
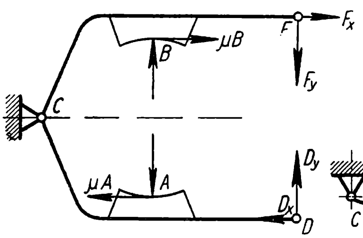


Bild 223



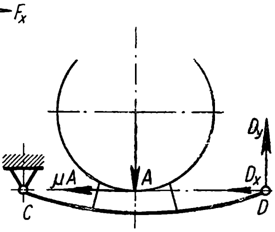


Bild 224 Bild 225

Daraus $E_y = 53{,}33\,\text{kg} = F_y = D_y$ (Bild 224).

$$\tan\alpha = \frac{E_x}{E_y} = \frac{180\,\text{mm}}{60\,\text{mm}}; \quad E_x = \frac{1}{3}\,E_y = 17{,}78\,\text{kg} = F_x = D_x.$$

Für den unteren Hebel CAD (Bild 224) gilt für Drehpunkt C:

$$A \cdot 20 + \mu A \cdot 14 + D_x \cdot 18 - D_y \cdot 47 = 0$$

$$A \cdot 20 + 0{,}3\,A \cdot 14 + 17{,}78 \cdot 18 - 53{,}33 \cdot 47 = 0.$$

Daraus $A = 90{,}5\,\text{kg}$.

Ebenso für den oberen Hebel CBF (Bild 224) für Drehpunkt C:

$$-B \cdot 20 + \mu B \cdot 14 + F_x \cdot 18 + F_y \cdot 47 = 0$$

$$-B \cdot 20 + 0{,}3B \cdot 14 + 17{,}78 \cdot 18 + 53{,}33 \cdot 47 = 0.$$

Daraus $B = 179\,\text{kg}$.

b) $M_d = \mu A \cdot 14 + \mu B \cdot 14 = 380 + 752 = 1132\,\text{kgcm}$.

c) Ein Nachteil der Anordnung ist, daß die beiden Bremsbacken A und B ungleich belastet sind, nämlich $B = 179$ kg etwa doppelt so schwer wie $A = 90{,}5$ kg. Der Backen B wird übermäßig, der Backen A nicht genügend beansprucht.

Ferner bewirken die unausgeglichenen einseitigen Kräfte eine Belastung der Bremswelle und ihrer Lager.

Die Ursache der Ungleichheit der beiden Kräfte A und B liegt darin, daß auf der unteren Seite die Kräfte μA und D_x lösend, dagegen auf der oberen Seite die entsprechenden Kräfte μB und F_x anziehend auf die Bremse wirken. Den ungünstigen Einfluß dieser Kräfte kann man dadurch beseitigen, daß man ihre Hebelarme gleich Null macht, indem man ihre Kraftrichtungen durch den Hebeldrehpunkt hindurchgehen läßt. Zu diesem Zwecke ordnet man die Hebel-Endpunkte C und D auf einer den Bremsscheibenkreis berührenden Geraden an: Bild 225.

Dies ist z. B. bei den Bremsen in Aufg. 268 und 349 ausgeführt.

349. Die Doppel-Backenbremse einer Kranwinde (Bild 226) wird durch das 15 kg schwere Belastungsgewicht angezogen. **a)** Welche Anpressungsdrücke üben

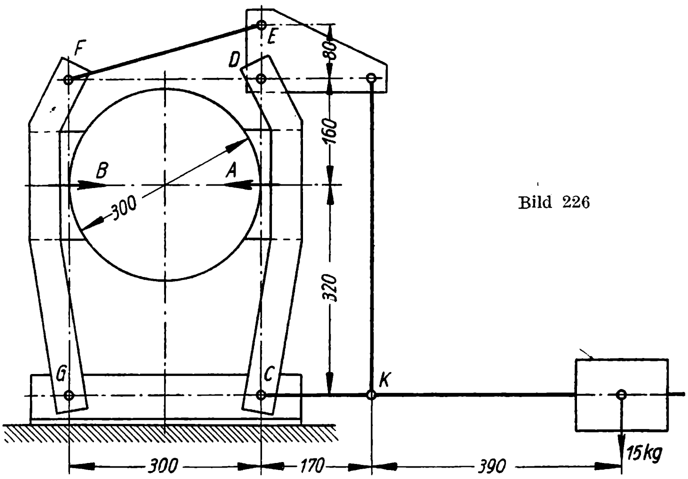


Bild 226

die Backen A und B auf die Bremsscheibe aus? **b)** Wie groß ist das erzeugte Bremsmoment bei einer Reibungszahl 0,3? **c)** Weshalb sind die Hebel-Endpunkte C und D auf einer den Scheibenumfang berührenden Geraden angeordnet?

350. Welcher Unterschied besteht zwischen Reibung der Ruhe und Reibung der Bewegung?

Lösung: Reibung der Ruhe, sog. Haftreibung, tritt auf beim Übergang aus dem Ruhezustande in die Bewegung. Die Reibungszahl der Ruhe μ_0 ist größer als die Reibungszahl μ der Bewegung. Die Zugkraft einer Lokomotive wird z. B. von den Treibrädern auf die Schienen durch Reibung der Ruhe übertragen. Sobald aber die Treibräder auf feuchten Schienen anfangen zu gleiten, tritt an Stelle der Haftreibung der Ruhe die geringere gleitende Reibung der Bewegung, und die von der Maschine ausgeübte Zugkraft nimmt ab.

351. Wieviel Prozent vom Gewichte eines in Fahrt befindlichen Eisenbahnwagens beträgt die Bremskraft, **a)** wenn die Räder völlig festgebremst werden, so daß sie auf den Schienen gleiten? Die „Reibungszahl der Bewegung" ist 0,16.

b) wenn die Bremsen weniger fest angezogen werden, so daß die Räder gerade noch nicht anfangen, auf den Schienen zu gleiten? Die „Reibungszahl der Ruhe" zwischen Rad und Schiene ist 0,2. **c)** Was folgt daraus bezüglich Wirkungsweise und Bedienung der Bremsen?

352. Eine Güterzug-Lokomotive übt mit ihren drei Achsen (Bild 227) die senkrechten Drücke 16, 13,7 und 15,6 t auf die Schienen aus. Der Kolbendurchmesser ist 450 mm, der Kolbenhub 640 mm gleich Kurbelkreisdurchmesser; der Dampfdruck 12 at, der Raddurchmesser 1350 mm. Die Kolbenkraft wird durch die Schubstange auf die Kurbel der mittleren Treibachse übertragen, von dort

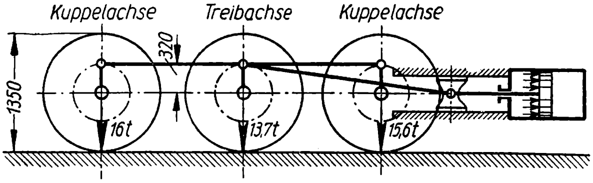


Bild 227

durch Kuppelstangen auf die beiden äußeren Kuppelachsen. Gesucht wird **a)** die Kolbenkraft; **b)** die gesamte treibende Umfangskraft am Kurbelkreise, die bei der gezeichneten senkrechten Kurbelstellung von der Schubstange auf die Kurbelzapfen in waagerechter Richtung übertragen wird; **c)** die gesamte Triebkraft der Reibung, die zwischen Rädern und Schienen auftritt; **d)** die Mindestgröße der Reibungszahl, die erforderlich ist, damit die Räder auf den Schienen nicht gleiten.

353. Bei der Reibungskupplung von Dohmen-Leblanc (Bild 228) sind vier Reibbacken in kastenartigen Führungen der getriebenen inneren Scheibe radial verschiebbar angeordnet. Sie werden beim Einrücken der Kupplung nach außen gegen die hohlzylindrische Mantelfläche der umlaufenden, treibenden Scheibe gedrückt, so daß die Mitnahme der getriebenen Scheibe durch Reibung erfolgt. **a)** Welche Umfangskraft muß an den vier Reibbacken zusammen wirksam sein, wenn die Kupplung 7 PS mit $n = 150$ U/min übertragen soll? **b)** Mit welchem Normaldruck Q muß jeder der Reibbacken gegen den Mantel der treibenden Scheibe angepreßt werden, wenn die Reibungszahl zu 0,12 anzunehmen ist?

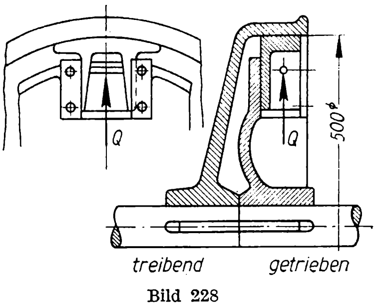


Bild 228

354. Eine Scheibenkupplung (Bild 229) von 100 mm Wellendurchmesser soll 30 PS mit $n = 90$ U/min übertragen. **a)** Wie groß ist die zu übertragende Umfangskraft P, bezogen auf den Schraubenlochkreis von 260 mm Durchmesser? **b)** Mit welchem Gesamt-Normaldruck Q müssen die beiden Kupplungsscheiben

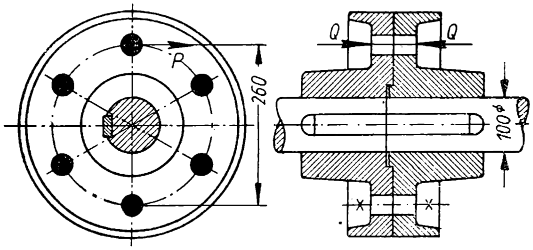


Bild 229

durch die sechs Schrauben gegeneinandergepreßt werden, damit die Umfangskraft am Lochkreis durch Reibung übertragen wird, ohne daß die Schrauben durch Kräfte quer zu ihrer Achse beansprucht werden? Die Reibungszahl ist 0,15. **c)** Welche Anpressungskraft muß eine Schraube in ihrer Achsenrichtung ausüben?

355. Eine Riemenscheibe von 900 mm Durchmesser überträgt 17 PS mit $n = 210$ U/min auf eine Welle von 70 mm Durchmesser (Bild 230). Die beiden Nabenhälften der zweiteiligen Scheibe sollen durch die Verbindungsschrauben so auf die Welle gedrückt werden, daß die Reibung genügt, um das Drehmoment zu übertragen, ohne daß ein Nutenkeil zwischen Nabe und Welle notwendig wird. Zu berechnen ist **a)** die Umfangskraft an der Riemenscheibe; **b)** die reibende Umfangskraft, welche von jeder Nabenhälfte auf die Welle zu übertragen ist; **c)** die erforderliche Anpressungskraft, mit der jede Nabenhälfte durch die Verbindungsschrauben auf die Welle gedrückt werden muß, unter der Annahme, daß die Reibungskraft am Wellenumfang in der Mitte der Wölbung jeder Nabenhälfte angriffe. Die Reibungszahl ist 0,15.

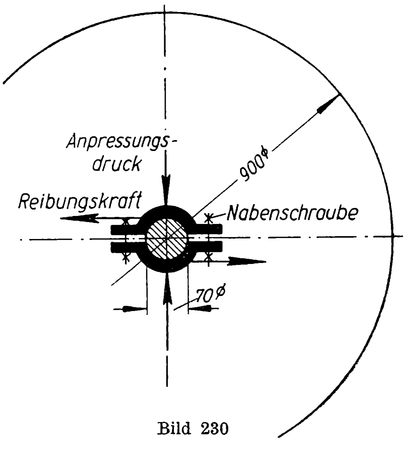


Bild 230

356. Eine Stehleiter, nach Bild 231 unter 45° auseinandergespreizt, ist oben mit Q kg belastet. Wie groß muß die Reibungszahl für die Reibung zwischen Leiter und Fußboden mindestens sein, damit die Leiterhälften nicht auseinandergleiten?

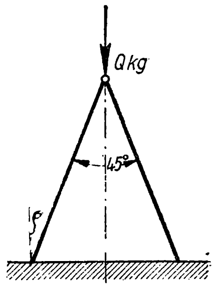


Bild 231

357. Ein viereckiger Ring ist nach Bild 232 über eine Säule geschoben und an seinem vorstehenden Arme durch ein Gewicht P belastet, so daß er sich in schräger Lage gegen die Säule anpreßt und durch Reibung getragen wird: sog. Reibungsring oder Klemmring. **a)** Wie groß muß die Reibungszahl zwischen Säule und Ring mindestens sein, damit der Ring nicht an der Säule herabgleitet, wenn die Last sich im Abstande $x = 38$ cm von Säulenmitte befindet? **b)** Wie groß ist der Sicherheitsgrad des Festklemmens, wenn die Reibungszahl für Eisen auf Holz $\mu = 0{,}4$ ist? **c)** Welchen Einfluß hat das Maß x auf die Sicherheit der Klemmwirkung? **d)** Welchen Einfluß hat die Größe der Last P auf den Sicherheitsgrad?

Lösung: a) Die Säule übt auf den Ring Normaldrücke N_1 und N_2 aus. Dadurch werden die senkrechten Reibungskräfte μN_1 und μN_2 erzeugt, welche den Ring tragen. Die Gleichgewichtsbedingungen heißen:

1. Waagerechte Kräfte $N_1 - N_2 = 0$;

$$N_1 = N_2, \quad \text{folglich auch} \quad \mu N_1 = \mu N_2 = \mu N.$$

2. Senkrechte Kräfte $P - 2\mu N = 0$; $P = 2\mu N$.
3. Statische Momente $= 0$, z. B. für den in Säulenmitte liegenden Drehpunkt O:

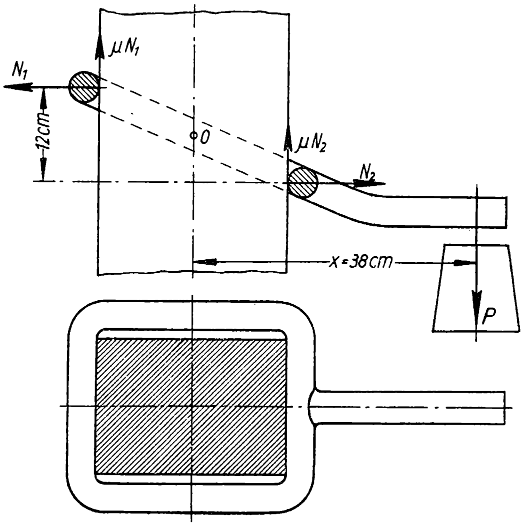


Bild 232

$P \cdot 38 - N_1 \cdot 6 - N_2 \cdot 6 = 0$. Die Momente der beiden Reibungskräfte μN_1 und μN_2 heben sich auf.

$$P \cdot 38 = 2N \cdot 6; \quad P = N \cdot \frac{12}{38}.$$

P aus 2) eingesetzt: $2\mu N = N \cdot \frac{12}{38}$; $\mu = \frac{12}{76}$; $\mu \geqq 0{,}158$.

b) $\frac{0{,}4}{0{,}158} = 2{,}5$fache Sicherheit.

c) Je größer x, um so größer die Normaldrücke N und die Reibungskräfte μN, um so sicherer das Festklemmen. Der Mindestwert von x, bei der die Reibung noch gerade genügt, ergibt sich aus der Gleichung der statischen Momente: $Px - 2N6 = 0$.

Oder: $P = 2\mu N$ eingesetzt: $2\mu N x = N\,12$.

Daraus: $x = \frac{12}{2\mu} = \frac{12}{2 \cdot 0{,}4} = 15$ cm.

d) Die Größe der Last P ist ohne Einfluß, da die Normaldrücke und Reibungskräfte verhältnisgleich mit P wachsen.

358. Zum Ersteigen von Telegrafenmasten benutzt man Steigeisen nach Bild 233. Die Fußplatten der Eisen werden mit Riemen unter die Stiefel geschnallt, der hakenförmige Bügel auf den Mast aufgeschoben und in der Schräglage festgeklemmt. Durch geschicktes Übereinandersetzen der Steigeisen des rechten und des linken Fußes kann man den Mast erklettern. **a)** Wie groß muß bei den gegebenen Maßen die Reibungszahl zwischen Bügel und Mast mindestens sein, damit der Bügel nicht abgleitet? **b)** Wie groß ist der Sicherheitsgrad der Klemmwirkung, wenn die Reibungszahl der mit vorstehenden Spitzen versehenen Bügel auf Holz 0,7 beträgt?

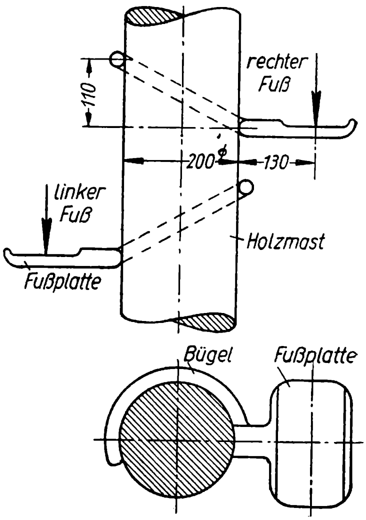


Bild 233

359. Die Greifzange nach Bild 234, mittels Kette am Kran aufgehängt, soll unten in ihrem Maul einen G kg schweren Eisenblock durch Reibung tragen. **a)** Welche Spannkräfte treten in den schräggespreizten Ketten auf, die an den oberen Enden der Zangenarme angreifen? **b)** Mit welchem Normaldruck N faßt das Zangenmaul den Block von beiden Seiten? **c)** Wie groß muß die Reibungszahl für Block und Zangenmaul mindestens sein, damit der Block durch Reibung festgehalten wird?

Lösung: a) Das Kräfteparallelogramm (wie in Aufg. 156) ergibt Kettenkraft $K = G$.

b) An jedem der beiden Zangenhebel greifen drei Kräfte an, nämlich oben die Schrägkraft der Kettenspreize $K = G$; unten die waagerechte Kraft des Normaldrucks N und die senkrechte Reibungskraft $\mu N = \frac{G}{2}$.

Statische Momente für den Gelenkpunkt:

$$K \cdot 600 - N \cdot 150 + \mu N \cdot 100 = 0$$

$$G \cdot 600 - N \cdot 150 + \frac{G}{2} \cdot 100 = 0. \qquad \text{Daraus } N = 4{,}33\,G.$$

c) Gleichung der senkrechten Kräfte am Block:

$$2\mu N = G; \qquad \mu = \frac{G}{2N} = \frac{G}{2 \cdot 4{,}33\,G} = 0{,}116.$$

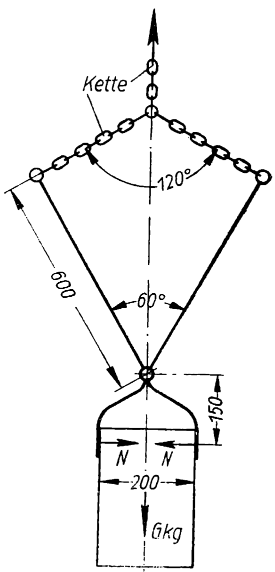


Bild 234

360. Eine Greifzange zum Heben von Schmelztiegeln ist aus Gelenkstangen nach Bild 235 zusammengesetzt. **a)** Welche Druckkraft tritt beim Heben eines G kg schweren Tiegels in den beiden oberen schräggespreizten Stangen auf?

b) Welchen Normaldruck N üben die Greifklauen des Zangenmauls von beiden Seiten auf den Tiegel aus, während sie ihn durch Reibung festhalten? c) Welchen Mindestwert muß dabei die Reibungszahl zwischen Tiegel und Greifklauen haben? d) Wie groß ist der Sicherheitsgrad des Festhaltens, wenn die Reibungszahl 0,4 beträgt?

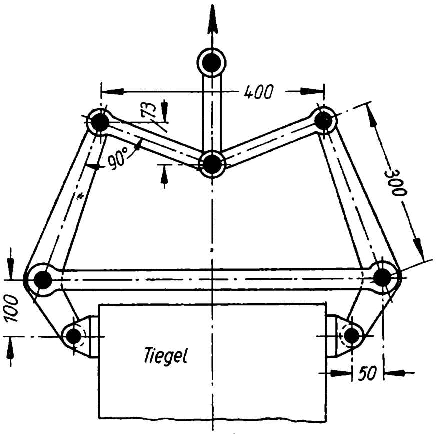


Bild 235

Lösung: a) $P = 1{,}46\,G$.

b) $-P \cdot 300 + N \cdot 100 + \frac{G}{2} \cdot 50 = 0$;

$N = 4{,}13\,G$.

c) $\mu = 0{,}121$. d) 3,3.

Tragzapfenreibung

361. Ein Tragzapfen, mit P kg belastet (Bild 236), dreht sich im Lager mit der Umfangsgeschwindigkeit v. Wie groß ist a) der Reibungswiderstand am Zapfenumfang? b) das der Drehung widerstehende Reibungsmoment? c) die zur Überwindung der Zapfenreibung aufzuwendende Leistung?

Lösung: a) $W = \mu P$, wobei μ = Zapfenreibungszahl.

b) Reibungsmoment $M = W \cdot R = \mu P \cdot R$ kg cm.

c) $N = \frac{W v}{75} = \frac{\mu P \cdot 2\pi R n}{75 \cdot 60}$ PS.

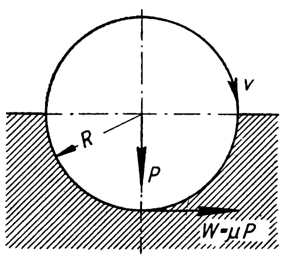


Bild 236

362. Die Welle einer 6000pferdigen Dampfturbine ist durch das Gewicht der Laufräder mit 4700 kg belastet. $n = 1500$ U/min. Die Schmierung der beiden Traglager von 180 mm Durchmesser erfolgt durch Drucköl, das durch eine Pumpe unter die Zapfen gepreßt wird. Der Leistungsverlust infolge Lagerreibung beträgt 0,4% der Turbinenleistung. Wie groß ist a) die Verlustleistung in PS? b) der gesamte Reibungswiderstand am Umfang der Zapfen? c) die Zapfenreibungszahl?

363. Bei dem Reibungsräder-Getriebe nach Bild 237 wird die kleine Scheibe von 250 mm Durchmesser mit $n = 150$ U/min angetrieben und überträgt eine Leistung 1,8 PS auf die große Scheibe von 670 mm Durchmesser. Die Wellendurchmesser sind 40 und 60 mm. Gesucht wird a) die durch Reibung zwischen den Rädern übertragene Umfangskraft P; b) der Normaldruck N, mit dem die

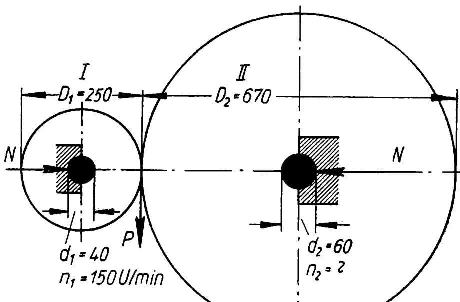


Bild 237

Scheiben gegeneinandergedrückt werden müssen, damit kein Gleiten eintritt. Die Reibungszahl der Ruhe (Aufg. 350) ist 0,15. **c)** die Drehzahl in U/min der großen Scheibe; **d)** der Reibungswiderstand in den Lagern beider Wellen infolge des Anpressungsdruckes. Die Zapfenreibungszahl ist 0,08. **e)** der Leistungsverlust infolge Lagerreibung beider Wellen zusammen in PS und **f)** in Prozent der übertragenen Leistung.

364. Die Welle eines elektrischen G e n e r a t o r s (Bild 238) ist durch die 24000 kg schwere Ankertrommel belastet und wird durch eine 900pferdige Dampfmaschine mit $n = 105$ U/min angetrieben. Die Zapfenreibungszahl ist 0,03. Zu berechnen ist **a)** der Reibungswiderstand in den Lagern der Wellenzapfen A und B infolge des Ankergewichts; **b)** der Leistungsverlust infolge Reibung in beiden Lagern in PS und **c)** in Prozent der Antriebsleistung.

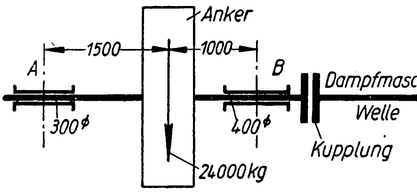


Bild 238

365. Die Spindel einer P l a n s c h e i b e n - D r e h m a s c h i n e ist nach Bild 239 belastet durch Eigengewicht 2300 kg, Planscheibe mit Zahnkranz zum Antrieb 7000 kg und abzudrehendes Schwungrad 20000 kg. Wie groß sind **a)** die Belastungen der Lagerzapfen A und B? **b)** die Reibungswiderstände in den beiden Lagern? Die Zapfenreibungszahl ist 0,06; **c)** die erforderliche Antriebsleistung der Drehmaschinenspindel bei $n = 9$ U/min und Leerlauf, d. h. wenn der Drehmeißel nicht arbeitet?

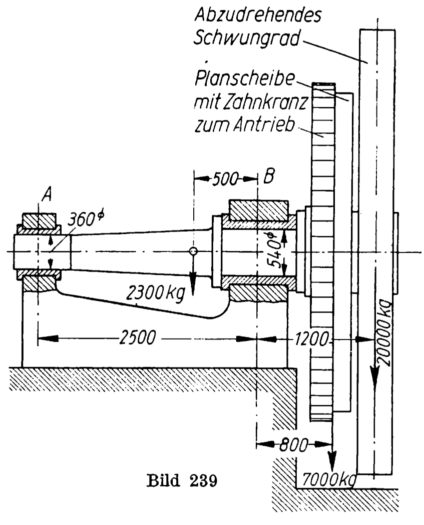


Bild 239

366. Wie mißt man die Leistung einer Kraftmaschine mittels B a c k e n - B r e m s d y n a m o m e t e r s (Pronyschen Bremszaums)?

Lösung: Auf die Maschinenwelle wird eine Bremsscheibe aufgesetzt. Die beiden Bremsbacken des Zaumes (Bild 240) werden durch entsprechendes Anziehen der Spannschrauben so gegen die Scheibe gepreßt, daß die Maschinenleistung bei der gewünschten Drehzahl durch die Reibung gerade aufgezehrt wird. Die abgebremste Leistung ist dann

$$N = \frac{Pv}{75}, \text{ wobei } P = 2 \cdot \frac{P}{2}$$

die Reibungskraft an den beiden Bremsbacken und v die Umfangsgeschwindigkeit der Scheibe bedeuten.

$$N = \frac{P \cdot 2 r \pi n}{75 \cdot 60} = P r \cdot \frac{2 \pi n}{75 \cdot 60} \text{ in PS.}$$

Das ausgeübte Bremsmoment Pr, welches den Zaum in der Drehrichtung mitzunehmen sucht, wird an der Waagschale des Hebels gemessen. Man setzt hier nämlich so viele Kilogramm Gewichte G auf, bis der Waagebalken zwischen seinen Anschlägen frei spielt. Die statische Momentengleichung für den Hebel in bezug auf die Maschinenachse heißt dann: $Pr - Gl = 0$.

Daraus das Bremsmoment $Pr = Gl$. Eingesetzt:

$$N = Gl\,\frac{2\pi n}{75 \cdot 60} = \frac{2\pi l}{75 \cdot 60} \cdot Gn = CGn \text{ in PS.}$$

$$C = \frac{2\pi l}{75 \cdot 60} = \frac{l}{716} \text{ heißt „Bremskonstante".}$$

Hierbei muß l in Metern eingesetzt werden, weil die Pferdestärke die Einheit kgm enthält.

Durch die Gewichte auf der Waagschale wird die Belastung der Maschine nicht beeinflußt. Die Regelung der Belastung geschieht vielmehr an den Spannschrauben, während an der Waage die Belastung nur gemessen wird. Da die ganze Maschinenleistung durch die Reibung in Wärme umgesetzt wird, ist Kühlung der Bremsscheibe durch Wasser erforderlich.

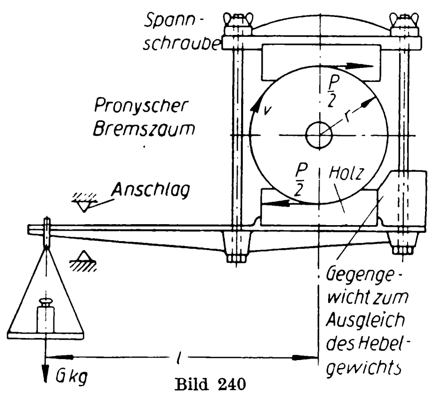


Bild 240

367. Ein Wasserrad gibt seine Leistung durch zwei Zahnrädervorgelege an eine Triebwerkwelle ab. An letzterer wurden beim Bremsversuch mit Pronyschem Zaume (Bild 240) folgende Werte gemessen: Hebellänge $l = 90$ cm, Waagschalenbelastung 43,5 kg, Drehzahl 150 U/min. Gesucht wird **a)** die Bremskonstante; **b)** das Bremsmoment; **c)** die von der Triebwerkwelle abgegebene Nutzleistung

Lösung: a) $C = \frac{l}{716} = \frac{0{,}9\text{ m}}{716} = 0{,}00126$ oder besser in der Form $C = \frac{1{,}26}{1000}$ geschrieben, weil sich mit diesem Ausdruck bequemer rechnen läßt.

b) $M = 43{,}5\text{ kg} \cdot 0{,}9\text{ m} = 39{,}15\text{ kgm}$.

c) $N = CGn = \frac{1{,}26}{1000} \cdot 43{,}5 \cdot 150 = 8{,}2\text{ PS}$.

368. Eine Dampfmaschine wurde mittels Backenbremse (Pronyschen Bremszaums) nach Bild 241 gebremst, so daß sie 120 U/min machte. Die Dezimal-

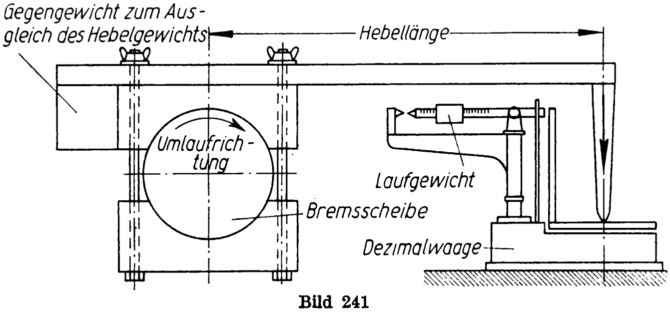


Bild 241

waage zeigte 78 kg Druckbelastung am Ende des 1800 mm langen Hebels. Wie groß ist **a)** die Bremskonstante? **b)** die abgebremste Nutzleistung der Maschine?

369. Bei Untersuchung einer Wasserturbine mittels Bremsdynamometers nach Bild 241 wurde gemessen: Belastung der Dezimalwaage 127 kg, Hebellänge 1500 mm, Drehzahl 230 U/min. Dabei wurde sekundlich eine Wassermenge von 860 Litern mit 6,5 m Gefälle verbraucht. Gesucht wird **a)** die Bremskonstante; **b)** die abgebremste Nutzleistung der Turbine; **c)** die in dem zugeführten Wasser aufgewandte Leistung (Aufg. 118); **d)** der Wirkungsgrad der Turbine.

370. Die Leistung eines Elektromotors, wurde mit Bremsdynamometer nach Bild 241 bei $n = 780$ U/min gemessen. Das Ende des 600 mm langen Hebels übte auf die Dezimalwaage eine Druckbelastung von 11,1 kg aus. Aus dem elektrischen Leitungsnetz wurde nach Angabe der Instrumente eine Leistung 6,6 kW (Aufg. 108 d) entnommen. Zu berechnen ist **a)** die Bremskonstante; **b)** die abgebremste Nutzleistung des Motors; **c)** die zugeführte elektrische Leistung; **d)** der Wirkungsgrad des Motors.

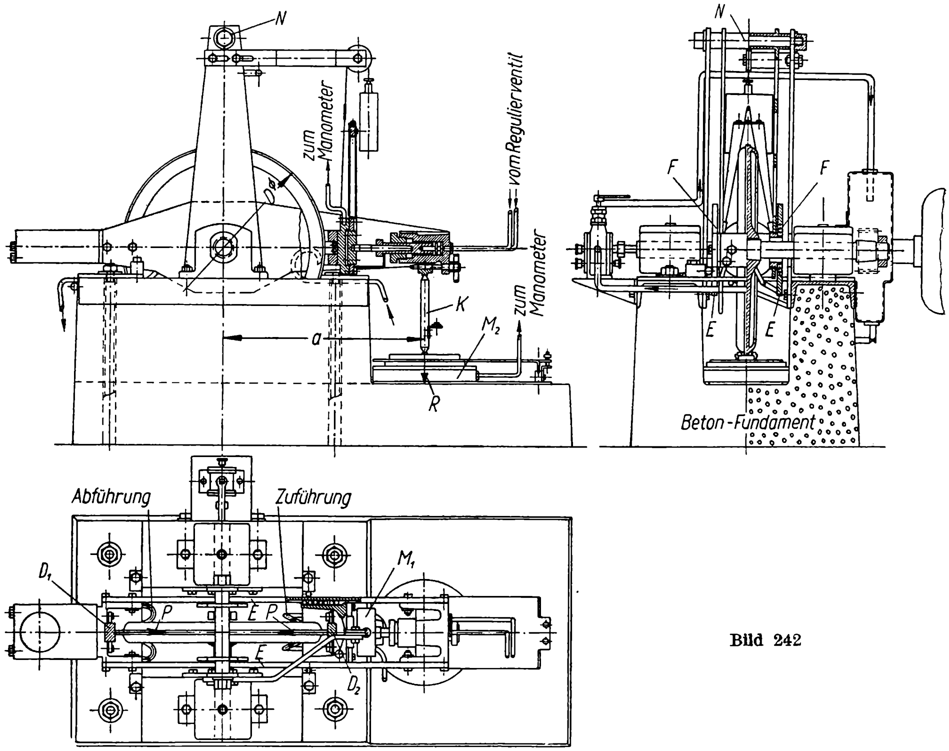


Bild 242

371. Die Reibungszahl bei der trockenen Reibung fester Körper kann beispielsweise mit einer in dem Bild 242 wiedergegebenen Maschine ermittelt werden. Die Probekörper D_1 und D_2 werden mit der Kraft P, die durch die Meßdose M_1 gemessen werden kann, gegen eine sich drehende Scheibe gepreßt. Infolge der

Reibung sucht die Scheibe die Proben und den um die Kugellager F leicht drehbaren Rahmen E mitzunehmen, wird aber daran durch die Stütze K gehindert. Durch die Meßdose M_2 kann somit der Stützpunkt R gemessen werden. Wie groß ist die Reibungszahl, wenn ein Anpressungsdruck $P = 36$ kg und ein Stützpunkt $R = 9$ kg gemessen wurde? Der Hebelarm a ist gleich dem Scheibendurchmesser D.

Spurzapfenreibung

372. Ein Spurzapfen oder Stützzapfen, in Richtung seiner Längsachse mit P kg belastet (Bild 243), macht n U/min. Wie groß ist das der Drehung widerstehende Reibungsmoment und die Verlustleistung infolge der Reibung **a)** bei einem neuen Zapfen? **b)** bei einem eingelaufenen Zapfen?

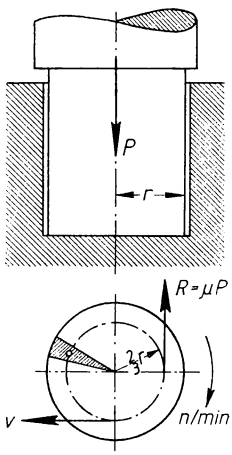


Bild 243

Lösung: a) Bei einem **neuen,** ebenen Zapfen verteilt sich der Druck gleichmäßig über die tragende Kreisfläche. Denkt man sich letztere durch radiale Strahlen in Sektordreiecke zerlegt (Bild 243, Grundriß), so liegt der Druckmittelpunkt jedes Dreiecks in dessen Schwerpunkte, d. h. im Abstande $\frac{2}{3}r$ vom Mittelpunkte. Ebendort greift dann auch der Reibungswiderstand $R = \mu P$ an. Das Reibungsmoment ist demnach $\boldsymbol{M = \mu P \cdot \frac{2}{3} r}$. Die Verlustleistung ist $N = \frac{Rv}{75}$, wobei v die Drehgeschwindigkeit auf dem Kreise vom Halbmesser $\frac{2}{3}r$ bedeutet.

b) Der Verschleiß des Zapfens im Betriebe ist am äußeren Umfang wegen der größeren Geschwindigkeit größer als in der Mitte. Daher nimmt die Flächenpressung außen im Laufe der Zeit ab, und der Druckmittelpunkt verschiebt sich mehr nach der Mitte zu. Der Hebelarm des Reibungswiderstandes R verringert sich von $\frac{2}{3}r$ erfahrungsgemäß auf etwa $\frac{r}{2}$. Also wird das Reibungsmoment für den **eingelaufenen** Spurzapfen $\boldsymbol{M = \mu P \cdot \frac{r}{2}}$. In der Gleichung der Verlustleistung bedeutet v die Drehgeschwindigkeit auf dem mittleren Kreise vom Halbmesser $\frac{r}{2}$.

373. Der Spurzapfen einer Triebwerkwelle hat 110 mm Durchmesser und ist mit 4100 kg belastet. Die Zapfenreibungszahl ist 0,08. Wie groß ist bei $n = 90$ U/min das Reibungsmoment und die Verlustleistung infolge der Reibung **a)** bei dem neuen Zapfen? **b)** bei dem eingelaufenen Zapfen?

374. Der Spurzapfen einer Wasserturbine ist mit 2300 kg belastet und macht 140 U/min. Die Lauffläche des Zapfens ist ringförmig und hat 150 mm äußeren und 110 mm inneren Durchmesser (Bild 244). Der Reibungswiderstand kann auf dem mittleren Laufkreise von 130 mm Durchmesser vereinigt gedacht werden. Die Reibungszahl ist bei bester Schmierung 0,03. Die Turbine verbraucht

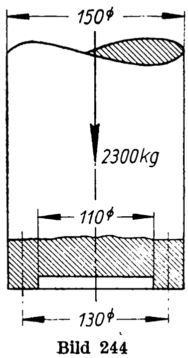


Bild 244

sekundlich 0,84 m³ Wasser mit 3,9 m Gefälle. Wie groß ist der Leistungsverlust infolge der Spurzapfenreibung **a)** in PS? **b)** in Prozent der zugeführten Leistung des Wassers?

375. Bei einer Drehmaschine mit senkrechter Drehachse (Bild 245) ruht die waagerechte Planscheibe von 6 m Durchmesser auf einer kreisringförmigen Gleitbahn von 2,8 m mittlerem Durchmesser. Wieviel PS sind zum Überwinden der Reibung auf der Gleitbahn bei $n = 4$ U/min aufzuwenden, wenn die Reibungszahl 0,05 und das Gewicht der Planscheibe samt aufgespanntem Werkstück 42 t beträgt?

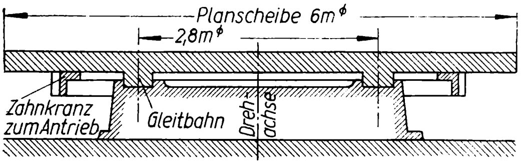


Bild 245

376. Eine Schiffswelle, durch eine 7000pferdige Dampfmaschine mit $n = 80$ U/min angetrieben, übt 34000 kg Axialschub auf das schematisch skizzierte Kammlager aus (Bild 246). Die „Kämme", d. h. die Ringzapfen der Welle, haben 760 mm äußeren und 460 mm inneren Durchmesser. Die Reibung werde auf dem mittleren Ringkreise wirksam angenommen mit einer Reibungszahl 0,05. **a)** Wieviel PS beträgt der Leistungsverlust infolge Reibung der Ringzapfen? **b)** Wie groß ist der Wirkungsgrad des Kammlagers?

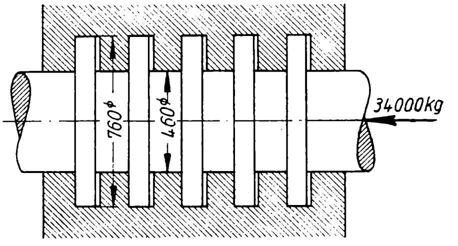


Bild 246

377. Ein Gießereidrehkran (Bild 247) trägt am Auslegerkopfe 2500 kg Nutzlast in 4,4 m Ausladung. Sein Eigengewicht 2300 kg greift im Schwerpunkte in 1,2 m Abstand von der Drehachse an. Die Durchmesser beider Zapfen sind 80 mm; die Zapfenreibungszahl 0,1; der Hebelarm der Spurzapfenreibung gleich $\frac{2}{3}$ Zapfenradius (Aufgabe 372). Gesucht wird **a)** der waagerechte Zapfendruck oben und unten (Aufg. 296); **b)** die Umfangskraft, die beim Schwenken des Kranes am Auslegerkopfe, d. h. am Hebelarm 4,4 m, ausgeübt werden muß, um die Reibung am Mantel der beiden Tragzapfen zu überwinden; **c)** die senkrechte Belastung des unteren Spurzapfens; **d)** die drehende Kraft am Auslegerkopfe zum Überwinden der Spurzapfenreibung; **e)** die drehende Umfangskraft, die die Arbeiter, an der Nutzlast angreifend, ausüben müssen, um den Kran gleichförmig zu schwenken, d. h. die gesamte Zapfenreibung zu überwinden.

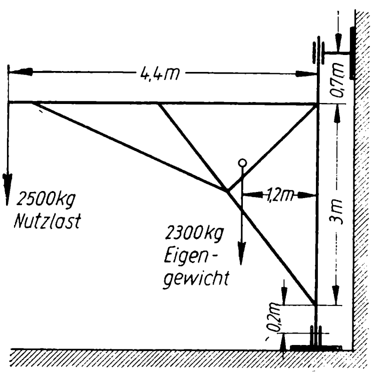


Bild 247

Reibung auf geneigter Ebene

378. Bei einem Schrägaufzug vom Neigungswinkel $\alpha = 35°$ (Bild 248) soll ein 900 kg schwerer Förderkübel durch ein an seiner Tragrolle angreifendes, parallel zur Fahrschiene gerichtetes Seil gleichförmig aufwärtsgezogen werden. Gesucht wird **a)** die Zugkraft P im Seil bei Vernachlässigung der Reibung; **b)** die Belastung der Fahrschiene.

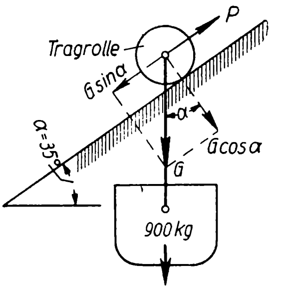


Bild 248

Lösung: Das Gewicht $G = 900$ kg zerlegt sich an der Tragrolle in die beiden Seitenkräfte $G \sin \alpha$ und $G \cos \alpha$.

a) Die Seitenkraft der Schwere $G \sin \alpha$ muß vom Zugseil aufgenommen werden. Also

$$P = G \sin \alpha = 900 \cdot \sin 35° = 900 \cdot 0{,}5736 = 516 \text{ kg}.$$

b) Die Seitenkraft $G \cos \alpha$ wirkt als Normaldruck auf die Fahrschiene. Die Belastung der letzteren ist also

$$900 \cdot \cos 35° = 900 \cdot 0{,}8192 = 737 \text{ kg}.$$

379. Wieviele Achsen von durchschnittlich 9 t Belastung kann eine Schnellzug-Lokomotive mit 4000 kg Zugkraft auf einer Steigung 1:100 in gleichförmiger Fahrt befördern, wenn eine Achse zur Überwindung der Reibung auf waagerechter wie auf ansteigender Strecke 35 kg Zugkraft verlangt?

Lösung: Zu dem Fahrwiderstande, der auf waagerechter Strecke auftritt, kommt auf ansteigendem Gleise die Seitenkraft der Schwere $G \sin \alpha$ hinzu. Folglich Zugkraft für eine Achse $P = 35 \text{ kg} + G \sin \alpha$. Bei kleinen Winkeln ist $\sin \alpha \approx \tan \alpha$, im vorliegenden Falle $= \frac{1}{100}$. $P = 35 + 9000 \cdot \frac{1}{100} = 125$ kg für eine Achse.

Zulässige Achsenzahl $\frac{4000 \text{ kg}}{125 \text{ kg}} = 32$.

380. Ein Güterzug von 580 t Gesamtgewicht soll mit 30 km/h befördert werden. Der gesamte Fahrwiderstand der Reibung beträgt auf waagerechter wie auf ansteigender Strecke 4 kg für 1 t Zuggewicht. Zu berechnen ist **a)** die Zugkraft und die abgegebene Nutzleistung der Lokomotive auf gerader, waagerechter Strecke; **b)** auf einer Steigung 1:150; **c)** die notwendige Bremskraft zum Erhalten der gleichförmigen Geschwindigkeit im Gefälle 1:150.

381. Eine Zahnrad-Lokomotive von 17,5 t Eigengewicht soll auf einer Bergbahn von der Steigung 250 je Mille (d. h. 250 m Erhöhung auf 1000 m waagerechte Strecke) einen besetzten Personenwagen von 12,5 t Gewicht aufwärts ziehen. Der Fahrwiderstand der Reibung beträgt auf waagerechter wie auf ansteigender Strecke für 1 t Lokomotivgewicht 14 kg und für 1 t Wagengewicht 6 kg. Gesucht wird für Lokomotive und Wagen zusammen **a)** der Fahrwiderstand der Reibung; **b)** die Seitenkraft der Schwere; **c)** die erforderliche gesamte Zugkraft.

382. Ein Körper vom Gewichte G befindet sich auf einer unter $\alpha°$ geneigten Ebene. **a)** Welche Kraft P muß parallel zur geneigten Ebene an dem Körper angreifen, um ihn in gleichförmiger Gleitbewegung aufwärts zu ziehen? **b)** um ihn gleichförmig abwärts gleiten zu lassen? **c)** Wie groß muß der Neigungswinkel der Ebene sein, damit der Körper, sich selbst überlassen, gleichförmig abwärts gleitet?

Lösung: a) In der Bewegungsrichtung parallel zur geneigten Ebene müssen sich die Kräfte das Gleichgewicht halten, d. h. einander aufheben. Die außer P vorhandene Kraft G übt in dieser Schrägrichtung die Seitenkraft $G \sin \alpha$ aus (Bild 249).

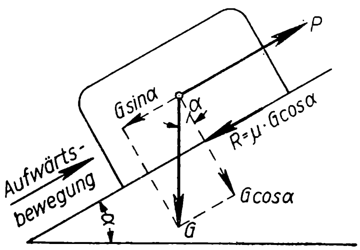


Bild 249

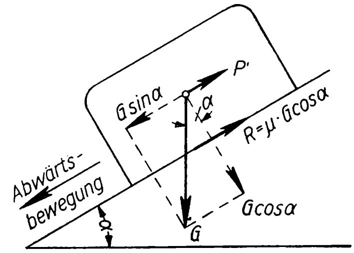


Bild 250

Ihre andere Seitenkraft $G \cos \alpha$ wirkt als Normaldruck auf die geneigte Ebene und erzeugt den Reibungswiderstand $R = \mu\, G \cos \alpha$ entgegengesetzt der Bewegungsrichtung, also schräg nach unten.

Für gleichförmige **Aufwärts**bewegung gilt:

$$P = G \sin \alpha + R = G \sin \alpha + \mu G \cos \alpha.$$

b) Soll der Körper gleichförmig **abwärts** gleiten (Bild 250), so muß eine Kraft P' hemmend an ihm angreifen, um beschleunigte Abwärtsbewegung zu verhindern. Der Reibungswiderstand $R = \mu G \cos \alpha$ wirkt dabei der Bewegung entgegen schräg nach oben.

$$P' = G \sin \quad - \mu G \cos \alpha.$$

c) Der Körper gleitet von selbst gleichförmig abwärts, wenn $P' = 0$ wird, also $P' = G \sin \alpha - \mu G \cos \alpha = 0$ (Bild 251) oder $G \sin \alpha = \mu G \cos \alpha$. Die abwärts treibende Kraft $G \sin \alpha$ überwindet dann gerade den entgegenwirkenden Reibungswiderstand $\mu G \cos \alpha$. Die Gleichung ergibt $\sin \alpha = \mu \cos \alpha$, also $\mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$. — Man pflegt den Neigungswinkel der Ebene, bei dem der Körper gerade von selbst gleichförmig abwärts gleitet, als **„Reibungswinkel"** ϱ (griechischer Buchstabe Rho) zu bezeichnen. $\mu = \tan \varrho$. Die Größe der Reibungszahl μ kann hiernach durch Versuch ermittelt werden: Man stellt den Neigungswinkel ϱ der Ebene so ein, daß der Körper gleichförmig abwärts gleitet, und findet $\mu = \tan \varrho$.

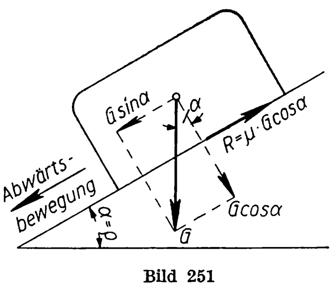


Bild 251

383. Bei einer Montage soll ein 1800 kg schweres Werkstück auf einer Balkenbahn von der Steigung 1 : 2 mittels eines parallel zur geneigten Ebene angeordneten Flaschenzuges gleitend aufwärts gezogen werden. Die Reibungszahl ist 0,2. **a)** Welche Tragfähigkeit muß der Flaschenzug haben? **b)** Welche Kraft muß er ausüben, um die Last gleichförmig abwärts gleiten zu lassen?

384. Ein 140 kg schweres Werkstück gleitet beim Verladen auf einer unter 17° geneigten Rutsche gerade gleichförmig abwärts. **a)** Wie groß ist die Reibungszahl? **b)** Welche Kraft muß bei 22° Neigung parallel zur Schrägrichtung der Rutsche an dem Werkstück angreifen, um es aufwärts zu ziehen und **c)** um es gleichförmig abwärts gleiten zu lassen? **d)** Zwischen welchen Grenzwerten darf die Schrägkraft veränderlich sein, ohne daß eine Bewegung der Last eintritt?

385. Ein Schiff von 9200 t Gewicht ruht beim Stapellauf auf einer Ablaufbahn vom Gefälle 1 : 17. Wie groß darf die Reibungszahl der mit Seife geschmierten geneigten Bahn höchstens sein, damit das Schiff gerade gleichförmig abwärts gleitet?

386. Welche **waagerechte** Kraft muß an einem auf geneigter Ebene befindlichen Körper vom Gewichte G angreifen, um ihn gleichförmig aufwärts oder abwärts zu ziehen? (Bild 252.)

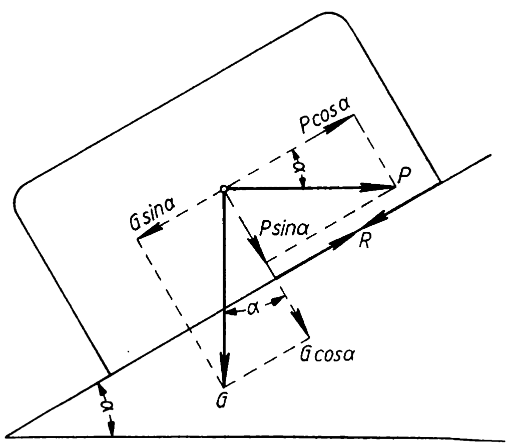


Bild 252

Lösung: Die waagerechte Kraft P liefert in der Schrägrichtung der Bewegung die Seitenkraft $P \cos\alpha$ und normal zur geneigten Ebene die Seitenkraft $P \sin\alpha$. Entsprechend Aufgabe 382 gilt

für Aufwärtsbewegung:

$$P \cos\alpha = G \sin\alpha + R,$$

für Abwärtsbewegung:

$$P \cos\alpha = G \sin\alpha - R.$$

Nun ist $R = \mu N = \mu(G \cos\alpha + P \sin\alpha)$. Eingesetzt:

$$P \cos\alpha = G \sin\alpha \pm \mu(G \cos\alpha + P \sin\alpha),$$

$$P \cos\alpha \mp \mu\, P \sin\alpha = G \sin\alpha \pm G \cos\alpha,$$

$$P\,(\cos\alpha \mp \mu \sin\alpha) = G\,(\sin\alpha \pm \mu \cos\alpha),$$

$$P = G\,\frac{\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha}{\cos\alpha \mp \mu\sin\alpha}.$$

Dividiert man Zähler und Nenner des Bruches durch $\cos\alpha$ und setzt $\mu = \tan\varrho$ (Aufg. 382c), so wird

$$P = G\,\frac{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \mp \tan\varrho\,\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha} \pm \tan\varrho\,\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = G\,\frac{\tan\alpha \pm \tan\varrho}{1 \mp \tan\alpha\tan\varrho}.$$

$$\boldsymbol{P = G\tan(\alpha + \varrho)}.$$

387. Auf einer Ebene von 30° Neigung gegen die Waagerechte ruht eine Last 300 kg. Zwischen welchen Grenzwerten darf eine an ihr angreifende waagerechte Kraft veränderlich sein, wenn keine gleitende Bewegung der Last aufwärts oder abwärts erfolgen soll? Die Reibungszahl ist 0,18. Bild wie in voriger Aufgabe.

Lösung: $\tan \varrho = \mu = 0{,}18$; $\varrho = 10°\,12'$.

Aufwärtsbewegung erfolgt, wenn

$$P = G \tan(\alpha + \varrho) = 300 \tan(30° + 10°\,12') = 300 \tan 40°\,12' = 254\ \text{kg};$$

Abwärtsbewegung, wenn $P = 300 \tan(30° - 10°\,12') = 108$ kg.

P darf also zwischen 254 und 108 kg schwanken, ohne daß Bewegung der Last eintritt.

388. Der Tisch einer Hobelmaschine (Bild 253) stützt sich mit 1200 kg senkrechter Belastung auf die skizzierte keilförmige Führungsrinne. Die Reibungszahl ist 0,07. Welche höchstzulässige waagerechte Kraft P darf auf den Tisch ausgeübt werden, etwa durch den am aufgespannten Werkstück angreifenden Hobelmeißel, ohne daß der Tisch seitlich aus der Führung herausgehoben wird und entgleist?

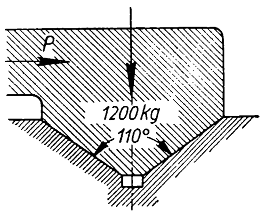


Bild 253

Reibung an der Schraube

389. Eine **flachgängige Schraube,** in ihrer Achsenrichtung mit G kg belastet (Bild 254), soll durch eine am mittleren Gewindekreise vom Halbmesser r angreifende Umfangskraft P in dem festliegenden Muttergewinde gedreht und dadurch die Last gehoben werden. **a)** Inwiefern liegt der in Aufgabe 386 behandelte Fall der Bewegung eines Körpers auf geneigter Ebene vor? **b)** Welche Kraft P ist zum gleichförmigen Heben bzw. Senken der Last erforderlich? **c)** Wie groß ist der Wirkungsgrad der Schraube? **d)** Welche Werte für P und η ergeben sich für reibungslosen Betrieb? **e)** Was versteht man unter Selbsthemmung oder Selbstsperrung einer Schraube? **f)** Unter welcher Bedingung ist eine Schraube selbsthemmend? **g)** Welchen Vorteil und welchen Nachteil hat Selbsthemmung bei einer Schraube?

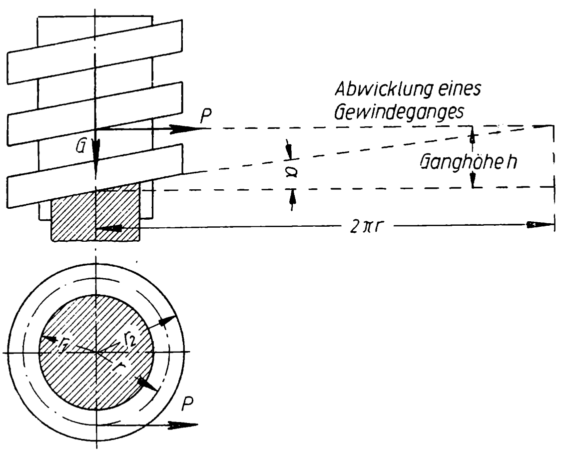


Bild 254

Lösung: a) Die Schraube kann aufgefaßt werden als eine um einen Zylinder herumgewundene geneigte Ebene. Ein Schraubengang hat auf dem mittleren

Gewindekreise vom Halbmesser $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$ (Bild 254, Grundriß) den Umfang $2\pi r$ und steigt um die Ganghöhe h. Er liefert abgewickelt ein Dreieck mit dem Steigungswinkel α (Bild 254), und zwar ist $\tan\alpha = \frac{h}{2\pi r}$. Bei der Drehung der Spindel werden ihre schrägen Gewindegänge, auf dem festliegenden, ansteigenden Muttergewinde gleitend, aufwärts bewegt und ihre Last G wie auf einer geneigten Ebene emporgezogen. Dabei wirkt die drehende Umfangskraft P in einer zur Schraubenachse senkrechten Ebene, ist also waagerecht gerichtet. Demnach liegt der in Aufg. 386 dargestellte Belastungsfall vor.

b) Für gleichförmige Auf- bzw. Abwärtsbewegung der Last gilt nach Aufg. 386: $P = G \tan(\alpha \pm \varrho)$.

c) $\eta = \frac{\text{Nutzarbeit}}{\text{Aufgewandte Arbeit}}$. Bei einer Umdrehung der Schraube wird die Last G um die Ganghöhe h gehoben, also die Nutzarbeit Gh verrichtet. Dabei wendet die Kraft P, den Weg $2\pi r$ zurücklegend, die Arbeit $P \cdot 2\pi r$ auf.

$$\eta = \frac{Gh}{P \cdot 2\pi r} = \frac{Gh}{G\tan(\alpha+\varrho)\cdot 2\pi r} \quad \text{oder,} \quad \frac{h}{2\pi r} = \tan\alpha \quad \text{eingesetzt:}$$

$$\boldsymbol{\eta = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\varrho)}} = \text{Wirkungsgrad der Schraube}$$

d) Bei reibungslosem Betriebe wäre $\mu = \tan\varrho = 0$; $\varrho = 0$.

$$P_0 = G\tan(\alpha + 0) = G\tan\alpha.$$

Dasselbe ergibt sich aus der Arbeitsgleichung. Ohne Reibung wäre nämlich $\eta = 1$, d. h. aufgewandte Arbeit = Nutzarbeit oder $P_0 \cdot 2\pi r = Gh$; $P_0 = G\frac{h}{2\pi r} = G\tan\alpha$.

e) Selbsthemmung ist die Eigenschaft der Schraube, daß sie sich unter der Belastung nicht von selbst rückwärts dreht, daß also die Gewindegänge der Schraubenspindel unter dem Einfluß der Last G nicht in Drehbewegung auf dem geneigten Muttergewinde abwärts gleiten.

f) Eine Last auf geneigter Ebene gleitet nicht von selbst abwärts, wenn der Neigungswinkel α der Ebene gleich oder kleiner als der Reibungswinkel ϱ ist (Aufg. 382c). Die Bedingung der Selbsthemmung für eine flachgängige Schraube heißt also: $\alpha \leqq \varrho$. Steilgängige Schrauben mit großem α sind nicht selbsthemmend.

g) Vorteil der Selbsthemmung ist, daß die Schraube sich selbst gegen Rückwärtsdrehung sichert. Dies ist eine wertvolle Eigenschaft z. B. bei Schraubenwinden, welche zum Heben von Lasten dienen, weil dann Bremsen und Sperrwerke entbehrlich sind. Demgegenüber steht der Nachteil eines schlechten Wirkungsgrades beim Heben. Es ist nämlich $\eta = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\varrho)} = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\alpha)} = \frac{\tan\alpha}{\tan 2\alpha}$. Bei den kleinen Steigungswinkeln α der Schraube ist $\tan 2\alpha \approx 2\tan\alpha$, also $\eta = \frac{1}{2} = 0{,}5$. Bei selbsthemmenden Schrauben ist $\eta \leqq 0{,}5$, d. h., mindestens die Hälfte der aufgewandten Arbeit geht durch Reibung verloren.

390. Die Spindel der Schraubenwinde (Bild 255) für 6000 kg Last hat Flachgewinde von 70 mm äußerem Durchmesser, 56 mm Kerndurchmesser und $^1/_2''$ Ganghöhe. **a)** Welche Kraft muß zum Heben der Last am Ende des

900 mm langen Antriebhebels angreifen bei reibungslosem Betriebe? **b)** Dasselbe bei Berücksichtigung der Schraubenreibung durch eine Reibungszahl 0,1? **c)** Dasselbe unter zusätzlicher Berücksichtigung der Reibung an der ringförmigen Auflagefläche der Stützklaue, wenn diese Reibung auf einem mittleren Kreise von 60 mm Durchmesser wirksam ist? Reibungszahl 0,1. **d)** Wie groß ist in den genannten drei Fällen der Wirkungsgrad der Winde? **e)** Ist die Winde selbsthemmend? **f)** Welche Kraft muß zum Senken der Last am Hebel wirken unter Berücksichtigung aller Reibung?

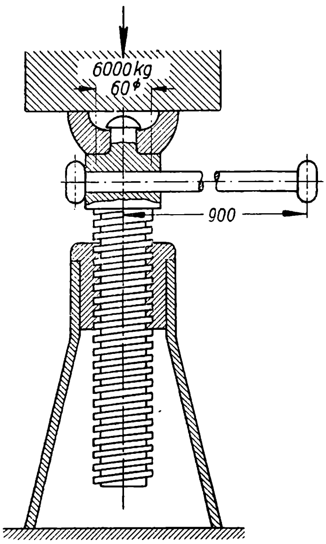


Bild 255

Lösung: a) $P_0 = G \tan\alpha$ (Aufg. 389 d)

$$2r = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{56 + 70}{2} = 63 \text{ mm},$$

$$\tan\alpha = \frac{h}{2\pi r} = \frac{12{,}7 \text{ mm}}{63\pi} = 0{,}0642; \quad \alpha = 3^\circ\, 40',$$

$$P_0 = 6000 \text{ kg} \cdot 0{,}0642 = 385 \text{ kg},$$

$$P_0 \cdot \frac{6{,}3}{2} = K_0 \cdot 90; \qquad K_0 = \frac{385 \cdot 3{,}15}{90} = 13{,}5 \text{ kg}.$$

b) $P = G \tan(\alpha + \varrho)$; $\mu = \tan\varrho = 0{,}1$; $\varrho = 5^\circ\, 43'$.

$$\alpha + \varrho = 3^\circ\, 40' + 5^\circ\, 43' = 9^\circ\, 23',$$

$$P = 6000 \cdot \tan 9^\circ\, 23' = 6000 \cdot 0{,}1653 = 992 \text{ kg}.$$

$$P \cdot \frac{6{,}3}{2} = K \cdot 90; \qquad K = \frac{992 \cdot 3{,}15}{90} = 34{,}7 \text{ kg}.$$

c) Reibungsmoment $(0{,}1 \cdot 6000)$ kg $\cdot$ 3 cm $= K' \cdot 90$; $K' = 20$ kg.
Zusammen $K + K' = 34{,}7 + 20 = 54{,}7$ kg.

d) In Fall a) ohne Reibung $\eta = 100\%$.

In Fall b) $\eta_{\text{Schraube}} = \dfrac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \varrho)} = \dfrac{0{,}0642}{0{,}1653} = 39\,\%$.

In Fall c) $\eta = \dfrac{\text{Nutzarbeit}}{\text{Aufgewandte Arbeit}}$ für eine Umdrehung

$$= \frac{6000 \text{ kg} \cdot 1{,}27 \text{ cm}}{54{,}7 \text{ kg} \cdot (\pi\, 180) \text{ cm}} \doteq 25\,\%.$$

e) Der Steigungswinkel des Gewindes $\alpha = 3^\circ\, 40'$ ist kleiner als der Reibungswinkel $\varrho = 5^\circ\, 43'$. Folglich ist die Schraube nach Aufg. 389 f selbsthemmend. Dasselbe folgt nach Aufg. 389g daraus, daß der Gesamtwirkungsgrad kleiner als 0,5 ist, nämlich $\eta = 0{,}25$.

f) $P = G \tan(\alpha - \varrho) = 6000 \tan(3^\circ\, 40' - 5^\circ\, 43') = 6000 \tan(-2^\circ\, 3')$
$= -6000 \cdot \tan 2^\circ\, 3' = -6000 \cdot 0{,}0358 = -215$ kg.

Das negative Vorzeichen deutet an, daß die Kraft 215 kg rückwärts drehen muß.

$$P \cdot \frac{6{,}3}{2} = K \cdot 90; \quad K = \frac{215 \cdot 3{,}15}{90} = 7{,}5 \text{ kg}.$$

Zusammen $K + K' = 7{,}5 + 20 = 27{,}5$ kg.

391. Die Schraubenspindel einer Mutternpresse (Bild 256) hat dreigängiges Flachgewinde von 170 mm äußerem Durchmesser, 138 mm Kerndurchmesser, 96 mm Ganghöhe und übt den Preßdruck an einem Stützzapfen von 132 mm Durchmesser aus. Der Antrieb erfolgt durch eine Scheibe von 1900 mm Durchmesser. Welchen Preßdruck erzeugt eine am Scheibenumfang wirkende Kraft 200 kg a) bei reibungslosem Betriebe? b) bei Berücksichtigung der Schraubenreibung durch eine Reibungszahl 0,08? c) bei Berücksichtigung der Schrauben- und Stützzapfenreibung? Letztere werde an einem Hebelarm von $\frac{2}{3}$ Stützzapfenradius wirksam angenommen (Aufg. 372a). Die Reibungszahl ist 0,08. d) Wirkungsgrad der Schraube allein? e) Gesamtwirkungsgrad?

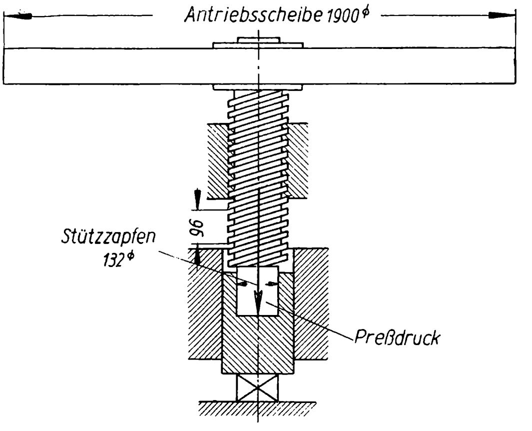


Bild 256

392. Bei einer Zerreißmaschine (Bild 257) wird die Zugkraft 40000 kg erzeugt durch eine flachgängige, gegen Drehung gesicherte Schraubenspindel von 96 mm Außendurchmesser, 80 mm Kerndurchmesser, $^1/_2''$ Ganghöhe. Das Muttergewinde liegt in der Nabe eines Schneckenrades von 480 mm Teilkreisdurchmesser. a) Welche Umfangskraft muß am Teilkreis wirken zur Erzeugung der Schraubenkraft 40000 kg unter Berücksichtigung der Reibung an der Schraube und an der aufliegenden unteren Stirnfläche der Radnabe? Die Reibung an letzterer werde auf einem mittleren Kreise von 144 mm Durchmesser wirksam angenommen. Die Reibungszahl ist 0,08. b) Wie groß ist der Gesamtwirkungsgrad?

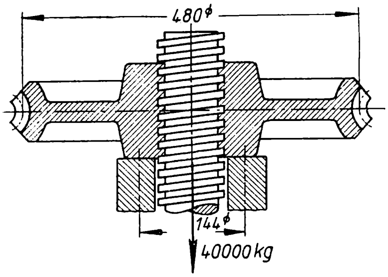


Bild 257

393. a) Wie sind die Formeln der flachgängigen Schraube für die **scharfgängige Schraube** abzuändern? b) Für welche Verwendungsgebiete sind die beiden Gewindearten besonders geeignet?

Lösung: a) Bei der flachgängigen Schraube sind die Normaldrücke N_f an den Gewindegängen parallel zur Achse der Last G entgegengerichtet (Bild 258), also $N_f = G$. Bei der scharfgängigen Schraube (Bild 259) dagegen wirken die Normaldrücke N_s senkrecht zu den tragenden Schrägflächen der Gewindegänge, also unter einem Winkel β geneigt zur Achse, wobei β der halbe Winkel an den Gewindespitzen ist. Die lotrechte Seitenkraft $N_s \cos\beta$ muß der Last das Gleichgewicht halten; folglich $N_s \cos\beta = G$ oder $N_s = \frac{G}{\cos\beta} = \frac{N_f}{\cos\beta}$.

Da $\cos\beta < 1$, wird $N_s > N_f$, d. h., die Normaldrücke an den Gewindegängen sind bei der scharfgängigen Schraube größer als bei der flachgängigen. Folglich ist auch der Reibungswiderstand μN_s größer als μN_f, nämlich $\mu N_s = \mu \cdot \frac{N_f}{\cos\beta} = \frac{\mu}{\cos\beta} \cdot N_f$. Statt $\mu = \tan\varrho$ ist bei der scharfgängigen Schraube einzusetzen $\frac{\mu}{\cos\beta} = \tan\varrho'$, d. h., die größere Reibung ist durch Einführung eines größeren Reibungswinkels ϱ' zu berücksichtigen.

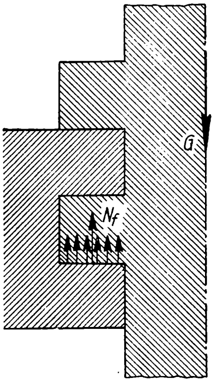


Bild 258

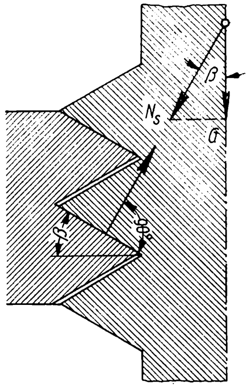


Bild 259

Beim Whitworthschen Gewindesystem ist der Winkel an den Gewindespitzen (Bild 259) $2\beta = 55°$; $\cos\beta = \cos 27^1/_2° = 0{,}887$.

$$\tan\varrho' = \frac{\mu}{\cos\beta} = \frac{\tan\varrho}{0{,}887} = 1{,}13\tan\varrho.$$

Dann gelten für die scharfgängige Schraube die Grundgleichungen

$$P = G\tan(\alpha + \varrho') \quad \text{und} \quad \mu = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\varrho')}.$$

b) Das flachgängige Gewinde ist wegen der geringeren Reibungsverluste besonders als Bewegungsgetriebe geeignet, z. B. für Schraubenspindeln von Winden, Pressen, Supporten von Werkzeugmaschinen (Aufgaben 390 bis 392); diese Schrauben sollen mit möglichst wenig Verlust Arbeit übertragen. Das scharfgängige Gewinde dagegen wird hauptsächlich bei Befestigungsschrauben angewandt, welche, einmal angezogen, durch die größere Reibung gegen selbsttätiges Lösen besser gesichert sind.

394. Die Mutter einer scharfgängigen $2\frac{3}{4}''$-Whitworth-Schraube soll mittels Schlüssels von 700 mm Hebellänge so angezogen werden, daß eine axiale Schraubenkraft 3000 kg entsteht. **a)** Welche Kraft müßte am Schlüsselende angreifen, wenn keine Reibung vorhanden wäre? **b)** Dasselbe bei Berücksichtigung der Reibung im Gewinde durch eine Reibungszahl 0,15. **c)** Dasselbe bei Berücksichtigung der Reibung im Gewinde und an der ringförmigen Auflagefläche der Mutter. Die letztere Reibung werde auf einem mittleren Kreise von 86 mm Durchmesser wirksam angenommen. **d)** Wirkungsgrad der Schraube allein? **e)** Gesamtwirkungsgrad unter Mitberücksichtigung der Reibung an der Auflagefläche der Mutter? **f)** Ist die Schraube selbsthemmend?

Lösung: a) $P_0 = G \tan\alpha$.

Der äußere Gewindedurchmesser ist nach Whitworth-Tafel 69,8 mm, der Kerndurchmesser 60,6 mm. Also mittlerer Gewindedurchmesser

$$2\,r = \frac{69{,}8 + 60{,}6}{2} = 65{,}2\text{ mm}.$$

Auf 1″ kommen $3^1/_2$ Gänge, also Ganghöhe $h = \frac{25{,}4}{3{,}5} = 7{,}26$ mm.

$$\tan\alpha = \frac{h}{2\pi r} = \frac{7{,}26}{\pi\, 65{,}2} = 0{,}03545; \quad \alpha = 2°\,2'.$$

$$P_0 = 3000\text{ kg} \cdot 0{,}03545 = 106{,}4\text{ kg}.$$

$$K\text{ kg} \cdot 70\text{ cm} = P_0 r; \quad K = \frac{106{,}4 \cdot 3{,}26}{70} = 5\text{ kg}.$$

b) $\quad P = G \tan(\alpha + \varrho'). \qquad \tan\varrho = \mu = 0{,}15,$

$$\tan\varrho' = 1{,}13 \tan\varrho = 1{,}13 \cdot 0{,}15 = 0{,}1695; \qquad \varrho' = 9°\,36',$$

$$\alpha + \varrho' = 2°\,2' + 9°\,36' = 11°\,38',$$

$$P = 3000 \cdot \tan 11°\,38' = 3000 \cdot 0{,}2059 = 618\text{ kg}.$$

$$K\text{ kg} \cdot 70\text{ cm} = P\,r; \qquad K = \frac{618 \cdot 3{,}26}{70} = 28{,}8\text{ kg}.$$

c) $\quad K' \cdot 70 = \mu\, G \cdot \frac{8{,}6}{2} = 0{,}15 \cdot 3000 \cdot 4{,}3,$

$$K' = 27{,}6\text{ kg}; \quad K + K' = 28{,}8 + 27{,}6 = 56{,}4\text{ kg}.$$

d) $\quad \eta_{\text{Schraube}} = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \varrho')} = \frac{0{,}03545}{0{,}2059} = 17\,\%.$

e)
$$\eta_{\text{gesamt}} = \frac{\text{Nutzarbeit}}{\text{Aufgewandte Arbeit}} = \frac{G\,h}{56{,}4\text{ kg} \cdot \pi\, d}$$
$$= \frac{3000\text{ kg} \cdot 7{,}26\text{ mm}}{56{,}4\text{ kg} \cdot \pi\, 1400\text{ mm}} = 0{,}088 = 8{,}8\,\%.$$

f) Da $\eta = 0{,}088$ erheblich kleiner als 0,5 ist, so ist die Schraube nach Aufg. 389g mit Sicherheit selbsthemmend, also gegen selbsttätiges Lösen gesichert.

395. Der Deckel eines Dampfzylinders, auf einer Kreisfläche von 560 mm Durchmesser mit 9 at Dampfdruck belastet, ist mit 16 Schrauben $1^1/_2$″ Withworth verschlossen. Die Schrauben sollen nicht nur die Dampfbelastung des Deckels aufnehmen, sondern zur Herstellung der Flanschendichtung noch einen um 80 % überschüssigen Anpressungsdruck ausüben. **a)** Wieviel Axialkraft muß eine Schraube liefern? **b)** Welche Kraft muß zum Anziehen der Schrauben am Ende des 450 mm langen Schraubenschlüssels ausgeübt werden? Die Reibung im Gewinde und an der ringförmigen Auflagefläche der Mutter werde durch eine Reibungszahl 0,15 berücksichtigt; der mittlere Durchmesser der ringförmigen Auflagefläche beträgt 48 mm. **c)** Schraubenwirkungsgrad mit Rücksicht auf Reibung im Gewinde? **d)** Gesamtwirkungsgrad unter Mitberücksichtigung der Reibung an der Auflagefläche der Mutter?

Rollende Reibung

396. Wie wird der Widerstand der sog. rollenden Reibung berechnet?

Lösung: Das rollende Rad und seine Unterlage drücken sich einander ein (Bild 260). Die Rollbewegung des Rades kann aufgefaßt werden als eine Kippbewegung um die vor der Radmitte liegende Kante X. Die waagerechte Kraft P, welche an der Achse angreifen muß, um das G kg schwere Rad fortzurollen, ergibt sich aus der Gleichung der statischen Momente für Drehachse X:

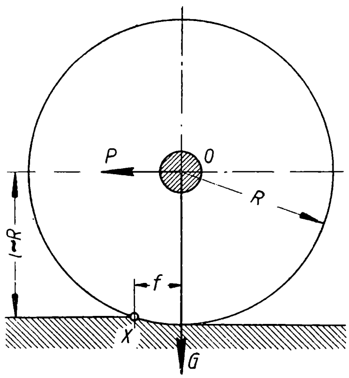


Bild 260

$$-Pl + Gf = 0 \quad \text{oder,} \quad \text{da } l \approx R,$$

$$-PR + Gf = 0, \quad \text{also} \quad \boldsymbol{P = G \cdot \frac{f}{R}}.$$

f heißt **Hebelarm der rollenden Reibung** und ist ein Längenmaß, vom Stoffe des Rades und der Unterlage abhängig, z. B. für Stahlrad auf Stahlschiene $f = 0{,}05$ cm $= {}^1/_2$ mm. f ist also nicht eine unbenannte Zahl wie die Reibungszahl μ der gleitenden Reibung (Aufg. 340b)!

P ist nach obiger Gleichung umgekehrt proportional R. Der Rollwiderstand ist demnach um so kleiner, je größer der Raddurchmesser ist.

397. Eine Eisenbahn-Wagenachse hat 1000 mm Raddurchmesser und 1150 kg Gewicht. Der Hebelarm der rollenden Reibung ist 0,05 cm. Welche Kraft ist zum gleichförmigen Fortrollen erforderlich **a)** auf geradem, waagerechtem Gleis, wenn die Kraft, waagerecht gerichtet, in Achsmitte angreift? **b)** Dasselbe, wenn die Kraft am oberen Radumfang angreift? **c)** auf einer Steigung 1:80, wenn die Kraft in Achsmitte angreift und parallel zur geneigten Ebene schräg aufwärts gerichtet ist? **d)** Wie groß muß das Gefälle sein, damit die Achse ohne dauernden Antrieb von selbst gleichförmig abwärts rollt?

Lösung: **a)** $P = G \cdot \dfrac{f}{R} = 1150\,\text{kg} \cdot \dfrac{0{,}05\text{ cm}}{50\text{ cm}} = 1{,}15$ kg.

b) $P \cdot 2R = Gf; \qquad P = 0{,}575$ kg.

c) Statische Momente für Kippkante X (Bild 261):

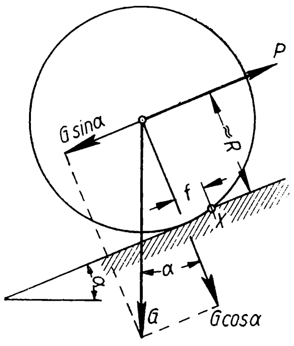


Bild 261

$$PR - G\sin\alpha\, R - G\cos\alpha\, f = 0,$$

$$P = G\sin\alpha + G\cos\alpha \cdot \frac{f}{R},$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{80} = 0{,}0125 \approx \sin\alpha; \quad \alpha = 0^\circ 43',$$

$$\cos\alpha = \cos 43' = 0{,}99992 \approx 1,$$

$$P = 1150 \cdot 0{,}0125 + 1150 \cdot 1 \cdot \frac{0{,}05}{50}$$

$$= 14{,}38 + 1{,}15 = 15{,}53 \text{ kg}.$$

d) $G\sin\alpha\, R = G\cos\alpha\, f; \quad \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{f}{R},$

$$\tan\alpha = \frac{0{,}05\text{ cm}}{50\text{ cm}} = \frac{1}{1000}. \quad \text{Gefälle } 1:1000.$$

398. Eine Straßenwalze von 1,7 m Durchmesser und 5300 kg Gewicht wird beim Walzen einer frisch aufgeworfenen Straße von sechs Pferden gezogen. Wie groß ist der Hebelarm der rollenden Reibung, wenn die Zugkraft eines Pferdes zu 75 kg angenommen und die unbedeutende Zapfenreibung vernachlässigt wird?

399. Eine Platte vom Gewichte Q soll auf Walzen nach Bild 262 fortgerollt werden. Welche Kraft P muß zu diesem Zwecke in waagerechter Richtung an der Last angreifen?

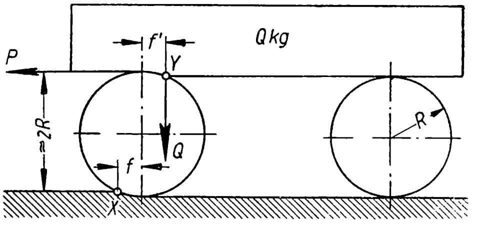


Bild 262

Lösung: Man kann sich die Kräfte von beiden Walzen an einer derselben vereinigt denken (Bild 262). Die Walze kippt beim Rollen auf der Unterlage gleichsam um die Kante X (wie in Aufg. 396), während oben die Last Q in der Kante Y ruht. f ist der Hebelarm der rollenden Reibung zwischen Walze und Boden; f' zwischen Walze und Platte. Die Kippgleichung für Kante X ergibt $P \cdot 2R = Q(f + f')$ unter Vernachlässigung des Eigengewichts der Walze. Wenn $f = f'$, wird

$$P \cdot 2R = Q \cdot 2f; \quad \boldsymbol{P = Q\frac{f}{R}}.$$

400. Ein Kugel-Stützlager für eine stehende Welle von 7600 kg axialer Belastung und $n = 150$ U/min enthält 13 Kugeln von je 38 mm Durchmesser, die auf einem Kreise von 180 mm Durchmesser laufen (Bild 263). Der Hebelarm der rollenden Reibung für Stahl auf Stahl, gehärtet, beträgt 0,008 cm. Gesucht wird **a)** die Umfangskraft am Kugellaufkreise zum Überwinden der rollenden Reibung; **b)** der Leistungsverlust in PS.

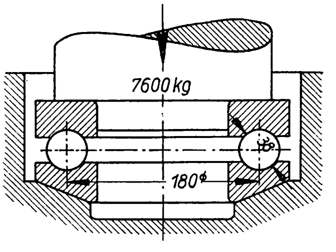


Bild 263

401. Eine Drehscheibe für Eisenbahnwagen wird durch einen Kranz von Rädern getragen, so daß der Drehzapfen in Scheibenmitte keine Belastung

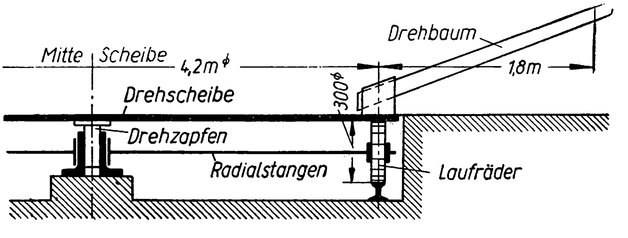


Bild 264

bekommt, sondern nur führt (Bild 264). Die Räder von 300 mm Durchmesser sind in einem besonderen Rahmen, unabhängig von der Scheibe, gelagert und werden durch Radialstangen um den mittleren Drehzapfen der Scheibe geführt. Sie rollen unten auf dem Fundament und oben unter der Scheibe auf einem Schienenkreise von 4,2 m Durchmesser. Das Eigengewicht der Scheibe beträgt 2800 kg; das Gewicht der Laufräder werde vernachlässigt. Der Hebelarm der rollenden Reibung ist 0,05 cm. **a)** Welche Umfangskraft muß an dem Kreise von 4,2 m Durchmesser ausgeübt werden, um die mit einem 17 t schweren Wagen belastete Scheibe gleichförmig zu drehen, d. h. die rollende Reibung zu überwinden? **b)** Mit welcher Umfangskraft müssen die Arbeiter an den 1,8 m über den Schienenkreis radial nach außen vorstehenden Drehbäumen drücken?

Fahrwiderstand

402. Eine Achse mit zwei Rädern hat das Eigengewicht G und trägt auf den Zapfenlagern die Nutzlast Q (Bild 265). Wie groß ist der „Fahrwiderstand", d. h. die Kraft, die zum Fortrollen der Achse in ihrer Mitte angreifen muß?

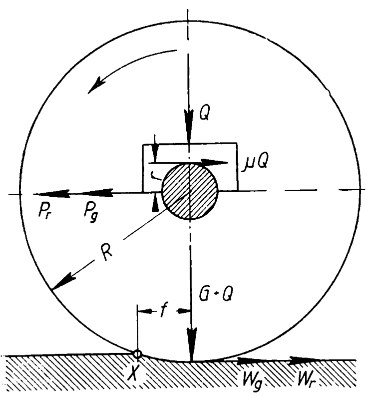


Bild 265

Lösung: 1. Die gleitende Reibung μQ am Zapfenumfang sucht am Hebelarm r die Drehung des Rades zu verhindern. Zwischen Rad und Schiene muß ein Reibungswiderstand W_g auftreten, der das Rad mittels Reibung der Ruhe (sog. Haftreibung) festhält und dadurch die Drehung des Rades erzwingt. Die Größe von W_g ergibt sich aus der Momentengleichung für die Radachse:

$$\mu Q r - W_g R = 0; \qquad W_g = \mu Q \frac{r}{R}.$$

Die hemmende Kraft W_g muß durch eine in Achsmitte ziehende Kraft P_g überwunden werden. Aus der Gleichung der waagerechten Kräfte $W_g - P_g = 0$ folgt: $P_g = W_g = \mu Q \frac{r}{R}$.

(Der Zapfenreibungs-Widerstand μQ ist nicht in die Gleichung der waagerechten Kräfte einzuführen, weil er keine äußere Kraft ist. Er wirkt am Zapfen nach rechts, dagegen am Lager nach links; diese beiden gleich großen inneren Kräfte heben sich auf.)

2. Die rollende Reibung muß durch eine Kraft P_r an der Achse überwunden werden. Die Momentengleichung für die Kippkante X ergibt wie in Aufg. 396:

$$-P_r R + (G + Q) f = 0; \qquad P_r = (G + Q) \frac{f}{R}.$$

Der gesamte **Fahrwiderstand,** d. h. die erforderliche Zugkraft am Wagen, ist also

$$\boldsymbol{P_g + P_r = \mu Q \frac{r}{R} + (G + Q) \frac{f}{R}}.$$

Dieselbe Kraft wirkt als Reibungswiderstand der Ruhe oder Haftreibung $W_g + W_r$ zwischen Rad und Schiene in entgegengesetzter Richtung auf den Radumfang.

403. Ein vierachsiger D-Zug-Wagen hat unbesetzt 43,2 t Gesamtgewicht einschließlich Radsätze. Das Gewicht einer Achse mit Rädern beträgt 1150 kg, der Raddurchmesser 1000 mm, der Zapfendurchmesser 115 mm, die Zapfenreibungszahl 0,03, der Hebelarm der rollenden Reibung 0,05 cm. Wie groß ist der Fahrwiderstand auf ebenem, geradem Gleise?

Lösung: $G + Q = 43200\ \text{kg}; \quad G = 4 \cdot 1150 = 4600\ \text{kg};$

$$Q = 43200 - 4600 = 38600\ \text{kg}.$$

$$P = \mu Q \frac{r}{R} + (G + Q) \frac{f}{R} \ \text{(Aufg. 402)}$$

$$= 0{,}03 \cdot 38600 \cdot \frac{115\ \text{mm}}{1000\ \text{mm}} + 43200 \cdot \frac{0{,}5\ \text{mm}}{500\ \text{mm}} = 133 + 43 = 176\ \text{kg}.$$

404. Der gesamte Fahrwiderstand der Reibung für Eisenbahnwagen kann erfahrungsgemäß zu 4 kg für 1 t Wagengewicht angenommen werden. Wie groß ist danach die Zapfenreibungszahl für einen zweiachsigen Güterwagen von 18 t Gesamtgewicht einschließlich Radsätze? Der Raddurchmesser beträgt 1000 mm, der Achszapfendurchmesser 115 mm, das Gewicht einer Achse mit Rädern 1150 kg, der Hebelarm der rollenden Reibung 0,05 cm.

405. Ein Laufkran für 10000 kg Nutzlast hat 13000 kg Eigengewicht einschließlich der 1200 kg schweren Achsen und Räder. Raddurchmesser 700 mm, Achszapfendurchmesser 90 mm, Zapfenreibungszahl 0,1, Hebelarm der rollenden Reibung 0,05 cm. Zu berechnen ist für den vollbelasteten Kran **a)** der Fahrwiderstand; **b)** die Nutzleistung des Elektromotors beim gleichförmigen Fahren des Krans mit einer Geschwindigkeit 70 m/min. Der Wirkungsgrad des Triebwerks zwischen Motor und Laufachsen ist zu 80% anzunehmen.

406. Die Winde eines Laufkrans hat bei 50000 kg Tragfähigkeit 11500 kg Eigengewicht. Die vier Laufräder haben 500 mm, die Achszapfen 80 mm Durchmesser. Die Zapfenreibungszahl ist 0,1, der Hebelarm der rollenden Reibung 0,05 cm. Das Gewicht der Räder und Achsen werde vernachlässigt. **a)** Wie groß ist der Fahrwiderstand der Laufwinde? **b)** Welche Geschwindigkeit vermag der Motor mit 8 PS Nutzleistung der Winde zum Querfahren auf dem Krangerüst zu erteilen, wenn der Wirkungsgrad der Rädervorgelege 70% beträgt?

407. Eine Schubkarre nach Bild 266 wiegt leer 35 kg; davon 9 kg Gewicht des Rades mit Achse. Das Rad hat 480 mm, der Zapfen 20 mm Durchmesser. Zum Anheben der mit 190 kg Nutzlast beladenen Karre muß an den Handgriffen eine senkrechte Gesamtkraft 43 kg angreifen. **a)** Welche waagerechte Schubkraft ist zum Fahren der Karre aufzuwenden, wenn die Reibungszahl am Radzapfen 0,2 und der Hebelarm der rollenden Reibung auf Holzbahn 1,4 cm beträgt? **b)** Welche Gesamtkraft muß dann der Arbeiter beim Fortschieben der Karre an den Handgriffen ausüben? **c)** Unter welchem Winkel gegen die Senkrechte muß diese Kraft wirken?

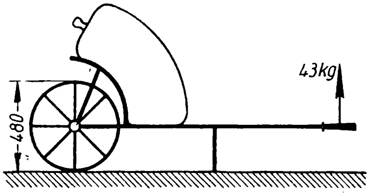


Bild 266

408. Eine Drehbrücke (Bild 267) belastet beim Schwenken den Spurzapfen O mit 760 t und die zwei Laufräder am Ende des kurzen Brückenarms A zusammen mit 69 t. Das Gewicht des langen, den Schiffahrtskanal überspannenden Brückenarms OB ist durch ein schweres Gegengewicht bei A ausgeglichen, so daß der lange Arm frei schwebt, während die Brücke in O und A aufliegt. Die Laufräder bei A rollen auf einem Schienenkreise von 21,8 m Halbmesser. Das Schwenken der Brücke erfolgt mittels eines an ihrem Kopfende A gelagerten Zahnrades mit

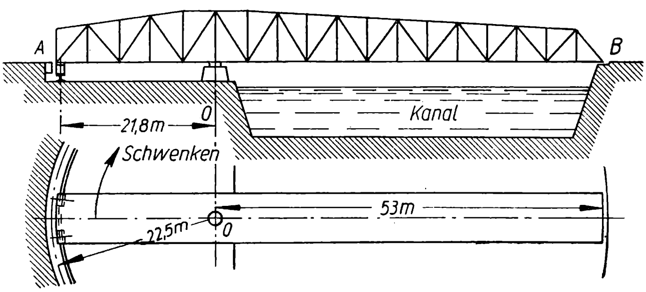


Bild 267

senkrechter Welle, das in einen an der Ufermauer befestigten waagerechten Zahnkranz von 22,5 m Halbmesser eingreift und durch einen Benzinmotor mit Rädervorgelege angetrieben wird. **a)** Welche Umfangskraft muß am Zahnkranz zur Überwindung der Spurzapfenreibung wirken? Der Spurzapfen hat 500 mm Durchmesser und Reibungszahl 0,07; der Hebelarm des Reibungswiderstandes ist nach Aufg. 372a zu $\frac{2}{3}$ Zapfenradius anzunehmen.

b) Welche Umfangskraft, ebenfalls auf den Zahnkranz bezogen, ist zum Antrieb der Laufräder erforderlich? Der Durchmesser der Räder beträgt 750 mm, der Hebelarm der rollenden Reibung $f = 0{,}05$ cm; die Lagerzapfen der Achsen haben 190 mm Durchmesser und eine Reibungszahl 0,1. Das Eigengewicht der Räder und Achsen werde neben ihrer großen Belastung 69 t vernachlässigt. **c)** Welche Leistung muß der antreibende Benzinmotor abgeben, um die Brücke mit einer Umfangsgeschwindigkeit 0,26 m/s am Zahnkranz zu schwenken, wenn der Gesamtwirkungsgrad des Triebwerks zu 60% angenommen wird?

409. **a)** Was versteht man unter „Gesamtreibungszahl" (Fahrwiderstandsziffer) von Fuhrwerken? **b)** Beispiele dazu?

Lösung: **a)** Die Gesamtreibungszahl ist ein Erfahrungsfaktor, der, mit dem Gewichte des Fahrzeugs multipliziert, den gesamten Fahrwiderstand ergibt, also gleitende und rollende Reibung berücksichtigt.

b) Die Gesamtreibungszahl für Eisenbahnwagen ist $\approx 0{,}004$. Der Fahrwiderstand eines 15 t schweren Wagens ist also $0{,}004 \cdot 15000$ kg $= 60$ kg $=$ erforderliche Zugkraft bei gleichförmiger Fahrt auf waagerechtem, geradem Gleis.

Die Gesamtreibungszahl für Straßenfuhrwerke auf Asphalt ist $\approx 0{,}01$; auf gutem Steinpflaster 0,02; auf Straßen 0,025; auf Sandweg 0,15 bis 0,3.

Seilreibung

410. Ein Seil, mit S_2 kg belastet, ist nach Bild 268 um einen gegen Drehung gesicherten Zylinder geschlungen. **a)** Welche Kraft S_1 muß an dem freien Seil-Ende angreifen, um die Last S_2 emporzuziehen? **b)** Wie groß ist der an dem zylindrischen Mantel auftretende gesamte Reibungswiderstand?

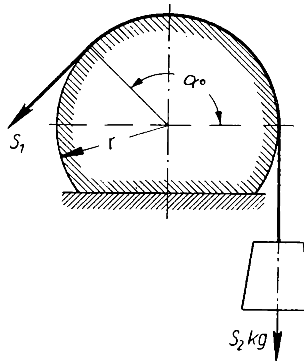


Bild 268

Lösung: a) Wegen der Reibung des Seiles auf dem Zylinder muß S_1 größer als S_2 sein, nämlich $S_1 = S_2\, e^{\mu\alpha}$. (Über Ableitung der Formel siehe Bemerkung bei Aufgabe 207.) Dabei ist $e = 2{,}71828$ die Basis der natürlichen Logarithmen; μ die Reibungszahl für die Reibung zwischen Seil und Zylinder; α der umspannte Bogen, und zwar nicht in Grad gemessen, sondern als Bogenlänge auf einem Kreise vom Halbmesser 1.

b) Der Reibungswiderstand am Zylindermantel ist $S_1 - S_2$.

411. Der 90 kg schwere Bär eines Riemen-Fallhammers hängt an einem Lederriemen, der eine dauernd umlaufende Scheibe nach Bild 269 umschlingt. Mit welcher Kraft muß ein Arbeiter an dem unter 30° gegen die Lotrechte geneigten freien Riemenende ziehen, damit der Bär gleichförmig gehoben wird? Die Reibungszahl für Leder auf Eisen ist 0,28.

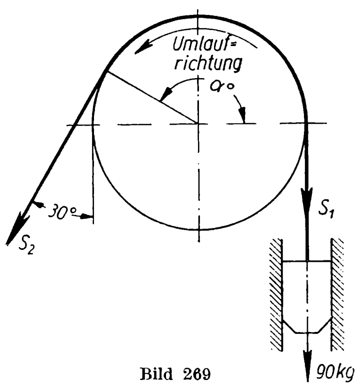


Bild 269

Lösung: Die Reibung der umlaufenden Scheibe sucht den Riemen mitzunehmen, vergrößert also seine Spannkraft von S_2 am freien Ende bis auf S_1 an der Last. $S_1 = 90\text{ kg} = S_2 e^{\mu\alpha}$.

Der umspannte Bogen ist

$2\pi r \cdot \frac{150°}{360°}$, also für $r = 1$ ist $\alpha = 2\pi \cdot \frac{150}{360} = 2{,}618$.

$$e^{\mu\alpha} = 2{,}71828^{0{,}28 \cdot 2{,}618} = 2{,}71828^{0{,}733}$$

$$\log e^{\mu\alpha} = \mu\alpha \log e = 0{,}733 \cdot 0{,}43429 = 0{,}318.$$

Nach Logarithmentafel $\qquad e^{\mu\alpha} = 2{,}08.$

$$S_2 = \frac{S_1}{e^{\mu\alpha}} = \frac{90}{2{,}08} = 43\text{ kg}.$$

412. Bei dem Riementrieb (Bild 270) wird in dem gezogenen Riementeil durch eine Spannrolle mit Belastungsgewicht eine Spannkraft 170 kg erzeugt. Der vom Riemen umfaßte Winkel an der treibenden Scheibe beträgt 220°, die Reibungszahl für Leder auf Grauguß 0,25. **a)** Wie groß ist an der treibenden Scheibe der umspannte Bogen, gemessen auf einem Kreise vom Halbmesser 1? **b)** der Wert $e^{\mu\alpha}$? **c)** Welche höchstzulässige Zugkraft darf von der treibenden

Scheibe im ziehenden Riemen erzeugt werden, ohne daß dieser auf der Scheibe anfängt zu gleiten? **d)** Welche treibende Umfangskraft überträgt die Scheibe dabei

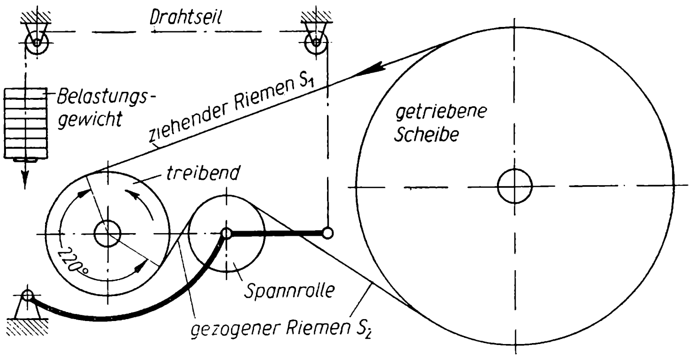


Bild 270

auf den Riemen? **e)** Wie groß ist die übertragene Leistung, wenn die treibende Scheibe 400 mm Durchmesser hat und 720 minutliche Umdrehungen ausführt?

413. Die Bandbremse (Bild 271) wird durch eine am Handgriff des Hebels ausgeübte Kraft 15 kg angezogen. Der umspannte Bogen der Scheibe beträgt sieben Zehntel des Umfangs. Die Reibungszahl für Stahlband auf Graugußscheibe ist 0,18. **a)** Wie groß ist der umspannte Bogen, gemessen auf einem Kreise vom Halbmesser 1? **b)** der Wert $e^{\mu\alpha}$? **c)** Welche Spannkraft wird durch Anziehen des Hebels in dem Bremsbande A erzeugt? **d)** Wie groß wird die Spannkraft in dem festen Bandende B und die bremsende Umfangskraft an der Scheibe bei Drehrichtung I? **e)** Dasselbe bei Drehrichtung II?

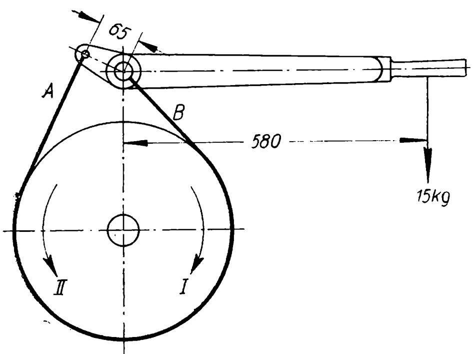


Bild 271

414. Bei der Differential-Bandbremse nach Bild 272 ist das stärker gespannte Bandende S_1 nicht an den festen Hebeldrehpunkt O angeschlossen wie bei der einfachen Bandbremse (Aufg. 413), sondern seitlich von diesem, so daß S_1 an einem kleinen Hebelarme die Bremse anziehen hilft. S_2 wirkt in umgekehrtem Drehsinne am Hebel lösend auf die Bremse. Wegen der Differenzwirkung der beiden Kräfte S_1 und S_2 heißt diese Anordnung „Differentialbremse". Sie liefert infolge der Mitwirkung von S_1 stärkere

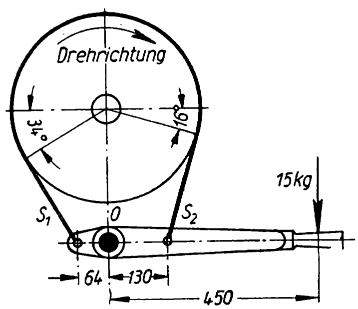


Bild 272

Bremskräfte, als die kleine Kraft 15 kg des Arbeiters am Handgriff des Hebels sie zu erzeugen vermag. Die Reibungszahl für Stahlband auf Graugußbremsscheibe ist 0,18. Zu berechnen ist **a)** der umspannte Bogen der Scheibe, bezogen auf einen Kreis vom Halbmesser 1; **b)** der Wert $e^{\mu\alpha}$; **c)** die Hebelarme der beiden Spannkräfte S_1 und S_2 in bezug auf den Hebeldrehpunkt O; **d)** die Kraft S_2; **e)** die Kraft S_1; **f)** die bremsende Umfangskraft an der Scheibe.

Lösung: a) 4,02. **b)** 2,06. **c)** 53 und 125 mm.

d) In der Gleichung der statischen Momente für den Hebeldrehpunkt O erscheinen die drei Kräfte 15 kg, S_1 und S_2. Setzt man $S_1 = S_2\, e^{\mu\alpha} = S_2 \cdot 2{,}06$ in die Gleichung ein, so kann man S_2 als einzige Unbekannte berechnen. Man findet $S_2 = 427$ kg.

e) 880 kg. **f)** 453 kg.

415. Das von einer Windentrommel ablaufende Drahtseil ist mit 3200 kg belastet. Die Befestigungsstelle des Seiles auf dem Trommelmantel soll höchstens mit 10 kg Zugkraft beansprucht werden. Deshalb darf das Seil nie vollständig abgewickelt werden, sondern eine gewisse Mindestzahl Windungen muß aufgewickelt bleiben, damit die Reibung dieser Windungen auf der Trommel die Befestigungsstelle entlastet. Die Reibungszahl für Drahtseil auf Graugußtrommel ist 0,15. Gesucht wird **a)** der erforderliche Wert $e^{\mu\alpha}$; **b)** der umspannte Bogen auf einem Kreise vom Halbmesser 1; **c)** die Zahl der Windungen, welche aufgewickelt bleiben müssen.

416. Eine Spillwinde (Bild 273) wird zum Heranholen von Eisenbahnwagen so benutzt, daß ein Drahtseil mit einem Ende am Zughaken des Wagens befestigt und mit dem anderen Ende um die Spilltrommel geschlungen wird. Letztere wird durch einen im Erdboden versenkt aufgestellten Elektromotor dauernd angetrieben. Ein Arbeiter zieht an dem von der Trommel ablaufenden Seilende mit geringer Kraft. Diese wird aber durch die Reibung des Seiles auf der Spilltrommel vergrößert und dadurch im auflaufenden Seile eine große Zugkraft erzeugt. Die konische Gestalt der Trommel bewirkt, daß die unten auflaufenden Seilwindungen auf der schrägen Mantelfläche immer nach oben zu dem kleinsten Durchmesser hin abgleiten, also nicht unten von der Trommel ablaufen. Die Veränderlichkeit des Trommeldurchmessers werde vernachlässigt. Die Reibungszahl für Drahtseil auf Graugußtrommel ist 0,15. Zu berechnen ist **a)** der umspannte Winkel in Grad für den Fall, daß das Seil mit drei vollständigen Umwindungen um die Trommel geschlungen ist; **b)** der umspannte Bogen α, gemessen auf einem Kreise vom Halbmesser 1; **c)** der Wert $e^{\mu\alpha}$; **d)** die Kraft, mit der der Arbeiter an dem ablaufenden Seilende ziehen muß, um im auflaufenden Seile eine Zugkraft 300 kg zu erzeugen.

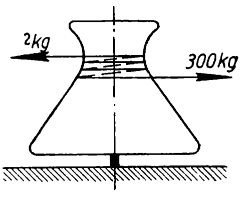


Bild 273

417. Ein Frachtdampfer von 2000 t Gesamtgewicht hat beim Anlegen an der Ufermauer des Hafens eine Fahrgeschwindigkeit 0,5 m/s und soll mittels eines Hanftaues gebremst werden. Letzteres ist am Schiff befestigt und wird um einen am Lande verankerten zylindrischen Haltepfahl mit vier Umwindungen herumgeschlungen. Das freie, auflaufende Seilende werde von einem Arbeiter mit einer Kraft 5 kg zurückgehalten, so daß die auftretende Seilreibung das Schiff in verzögerter Auslaufbewegung zum Stillstande bringt. Die Reibungszahl für Hanfseil auf Eisenpfahl ist 0,25. Gesucht wird **a)** der umspannte Bogen am Haltepfahl, bezogen auf einen Kreis vom Halbmesser 1; **b)** der Wert $e^{\mu\alpha}$; **c)** die in dem ablaufenden, am Schiffe befestigten Seilende erzeugte Spannkraft; **d)** das zu vernichtende Arbeitsvermögen des Schiffes; **e)** der bei der verzögerten Auslaufbewegung zurückgelegte Bremsweg.

418. Wie mißt man die Leistung einer Kraftmaschine mittels Band-Bremsdynamometers?

Lösung: Ein um die Bremsscheibe der Maschinenwelle geschlungenes Seil oder Stahlband (Bild 274) wird am freien Ende durch eine Waagschale mit P_1 kg belastet. Die Spannkraft am anderen, festen Seilende wird an einer Federwaage zu P_2 kg gemessen. Bei der eingezeichneten Drehrichtung der Scheibe ist $P_1 > P_2$;

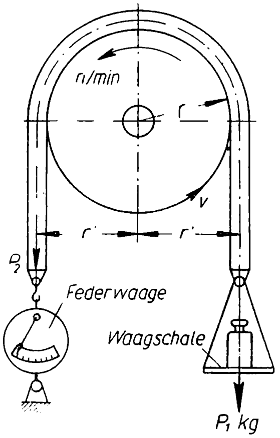


Bild 274

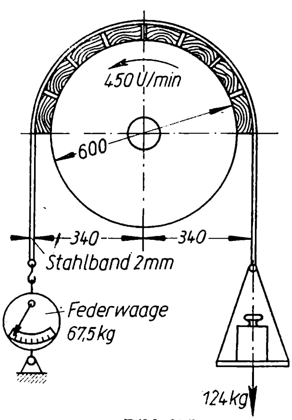


Bild 275

denn die Spannkraft P_2 wird durch die hinzukommende Reibungskraft P der Scheibe auf P_1 vergrößert, so daß $P_2 + P = P_1$. Die Reibungskraft, d. h. die Bremskraft, ist demnach $P = P_1 - P_2$, und zwar gemessen im Abstande r' von Mitte Scheibe. Auf den Umfang der Scheibe, also den kleineren Hebelarm r, bezogen, ist die Bremskraft im Verhältnis $r' : r$ größer anzusetzen, nämlich $P = (P_1 - P_2)\frac{r'}{r}$.

Die abgebremste Leistung der Maschine ist dann

$$N = \frac{Pv}{75} = (P_1 - P_2)\frac{r'}{r} \cdot \frac{2\pi r n}{75 \cdot 60} \text{ in PS}$$

$$= \frac{2\pi r'}{75 \cdot 60}(P_1 - P_2)\, n = \boldsymbol{C\,(P_1 - P_2)},$$

wobei die „Bremskonstante“

$$C = \frac{2\pi r'}{75 \cdot 60} = \frac{r'}{716}.$$

419. An einem Dieselmotor wurden beim Bremsversuch folgende Werte gemessen: Bremsscheibendurchmesser 600 mm, Drehzahl 450 U/min, Waagschalenbelastung 124 kg, Federwagenbelastung 67,5 kg. Das 2 mm dicke Stahlband ist mit Holzklötzen von 40 mm Dicke gefüttert (Bild 275). Gesucht wird **a)** die Bremskonstante; **b)** die Bremskraft, bezogen auf den Umfang der Scheibe; **c)** die abgebremste Nutzleistung des Motors.

420. Die Leistung eines Elektromotors wurde mittels einer Seilbremse nach Bild 276 gemessen. Das 12 mm dicke Hanfseil ist einmal um die Riemenscheibe des Motors herumgeschlungen. Die Federwaage am festen Seilende zeigte 2,3 kg; die Waagschalenbelastung am freien Seilende betrug einschließlich Eigengewichts der Schale 18,7 kg; die Drehzahl $n = 1400$ U/min; der Scheibendurchmesser 200 mm. Die elektrischen Meßinstrumente gaben die aus dem Leitungsnetze entnommene Leistung zu 3,17 kW an (Aufgabe 108 d). Zu berechnen ist **a)** die Bremskonstante; **b)** die Bremskraft, bezogen auf den Umfang der Scheibe; **c)** die abgebremste Nutzleistung; **d)** die aus dem Netze entnommene aufgewandte Leistung in PS; **e)** der Wirkungsgrad des Motors.

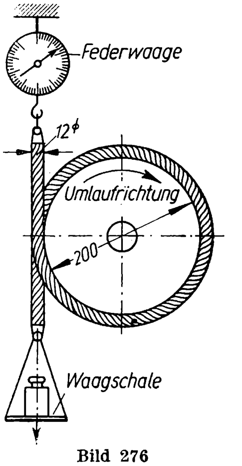


Bild 276

Ergebnisse der Berechnungen

6. 57,8 m/s.
7. a) 34,8 m/s; 125 km/h; b) 21.15 Uhr.
8. 46 s.
9. 22,7 Seemeilen/h; 11,7 m/s.
11. 3 h 12 min.
12. 9,36 m/min.
15. a) 92,6 mm/s; b) 162 s.
16. a) 36,7 U/min; b) 29,4 Hübe/h.
17. a) 11,32 m/s; b) 12,67 m/s; c) 10,7%.
21. 7,2 m/s.
22. 5,93 m^3/s.
23. 52,5 m/s.
24. 1,88 m/s.
26. 200 mm.
27. a) 55 mm; b) $2^1/_4$″.
28. a) 0,353 m^3/s; b) 150 mm.
29. 3 h 5 min.
30. a) 16,2 m^3/s; b) 830 mm; c) 71,5 m/s.
31. a) 0,82 m/s; b) 350 mm; c) 297 m^3/h; d) 863 m^3/h.
33. a) 26,4 m/s; 9,43 1/s.
    b) 2,72; 6,8;
    c) 44; 125,7;
    d) 23,8; 136,14;
    e) 30,16; 8,38;
    f) 235,6; 314;
    g) 464; 0,000073.
36. 240 mm.
37. 5970 mm.
38. 102 U/min.
39. b) 450 U/min.
40. 7,4 U/min.
41. a) 8,4 U/min; b) $7^1/_2$ min.
43. b) 2,64 m/s; c) 672 mm; d) 1:4.
44. a) 281 U/min; b) 9,29 m/s; c) 1305 U/min.
46. b) 2160 mm.
47. b) 15,4 m/s; c) 1838 mm
48. I. 1,25 m/s; 42,8 U/min.
    II. 1,73 m/s; 75 U/min.
    III. 2,2 m/s; 131 U/min.
50. a) 4780 U/min; b) 5,0 s.
51. a) 363 U/min; b) 0,46 min.
52. a) 10,6 U/min; b) 3 h 13 min.
53. b) 557 U/min; c) 1,8%; d) 825 mm.
55. a) 3,84 m/s; b) 6,03 m/s.
56. a) 5,2 m/s; b) 8,17 m/s.
57. 1,8 m.
58. 56 U/min.
59. 2: π.
61. a) 1,28 m/s; b) 39°.
62. a) 16,5 m/s; b) 25°.
64. b) 51°; c) 0,62 m/s; d) 87 s.
65. b) $19^1/_2$°; c) 17 m/s.
66. b) 16,5 m/s; c) 33°.
67. 14 m/s.
75. 0,57 m/s^2; 14 m.
76. a) 9,3 m/s^2; b) 41,7 m.
78. a) 5,6 s; b) 0,268 m/s^2.
80. a) 7,9 m/s; b) 19,8 m; c) 8,75 Umdrehungen; d) 1,58 m/s^2.
81. a) 251 m/s; b) 203 km; c) 40500 Umdrehungen; d) 0,155 m/s^2.
82. a) 63,8 m/s; b) 893 m; c) 49 Umdrehungen; d) 2,28 m/s^2.
84. a) 15,4 s; b) 107 m; c) 11,5 s; d) 433 m; e) 31,2 s; f) 58 s.
85. a) 0,5 m/s^2; b) 0,313 m/s; c) 20,6 s.
86. a) 20 s; b) 30 s; c) $180 + 300 + 270 = 750$ m; d) $24\% + 40\% + 36\% = 100\%$; e) 16,7 s; f) 67 s.

87. a) $226 + 284 + 170 = 680$ m;
b) $28{,}3 + 17{,}8 + 21{,}3 = 67{,}4$ s;
c) 0,566 m/s^2; d) 0,752 m/s^2.
88. a) $9{,}25 + 64{,}75 + 9{,}25 = 83{,}25$ m;
b) $30{,}8 + 108 + 30{,}8 \approx 170$ s;
c) 0,0195 m/s^2.
89. a) 52 s; b) 542 m; c) 104 s;
d) 1084 m; e) 201 s;
f) 2561 m; g) 123 s.
90. a) 7,5 und 17,2 m/s;
b) 154 s; c) 0,063 m/s^2.
91. a) 36 s; b) 0,072 m/s^2;
c) 10 s; d) 35 m.
95. 522 m.
96. a) 30,36 m/s; b) 3,1 s.
97. a) 11,5 m; b) 1,53 s;
c) 10,6 m/s; d) keinen.
98. 108 m.
99. a) 35,5 m/s; b) 3,6 s.
100. a) 7,54 m/s; b) 0,77 s; c) 26.
101. a) 0,57 s; b) 38% und 62%;
c) 5,6 m/s.
102. a) 5 s; b) 10,85 m/s;
c) 1,1 s; d) 7.
103. a) 71 m/s; b) 5,4 s.
111. 980 PS.
112. 5100 kg.
113. 0,25 PS.
114. 64,5 PS.
115. 273 mm.
116. 9.
117. 5,7 PS.
120. 12,1 PS.
121. 1470 PS.
122. 9860 m^3.
125. a) 51600 kg;
b) 2830 PS.
126. a) 39000 kg;
b) 0,612 at.
127. a) 4750 kg;
b) 13,5 PS.
130. a) 16,67 PS;
b) 23,8 PS.
131. a) 3130 kgm;
b) 3820 kgm;
c) 82%.
132. a) 19,5 PS;
b) 1755 kg.
133. a) 20800 PS;
b) 129000 kg.
134. 1560 kg.
135. a) 7 PS; b) 0,21 m/s;
c) 5 U/min.
136. 0,74.
138. a) 45 PS; b) 0,82.
139. a) 7,8 PS; b) 13 PS.
140. a) 115 l/s; b) 138 PS;
c) 170 PS.
141. a) 218 PS; b) 148,5 l/s;
c) 57000.
143. a) 7,4 PS; b) 9,5 PS;
c) 175 kg.
144. a) 113,8 PS; b) 91 PS;
c) 0,0418 DM/PSh.
145. a) 233 PS; b) 311 PS;
c) 342 DM; d) 0,114 DM/m^3.
146. a) 3080 kg; b) 74 PS;
c) 0,84.
147. a) 1910 kg; b) 55,6 PS;
c) 67 PS.
148. a) 40 PS; b) 1630 kg;
c) 270 mm.
149. a) 129 l/s; b) 165 PS;
c) 194 PS.
151. 87%.
154. a) 171 kg; b) 108 kg;
c) 202 kg; d) 58°.
157. 2110 und 1840 kg.
158. 148 kg.
159. a) 22,4 kg; b) 88 kg.
160. a) 432 kg; b) 425 kg;
c) 75 kg.
161. a) 29,23 t; b) 28,2 t; c) 7,7 t.
162. a) 1810 kg; b) 620 kg.
163. a) 4060 kg; b) 2500 kg.
164. a) 642 t; b) 720 t.
165. a) 5980 kg; b) 4190 kg.
167. a) 135 t; b) 87,8 t;
c) 67,2 t; d) 56,4 t.
168. 1260 kg Druck und 1440 kg Zug.
169. a) 610 kg; b) 1450 und 1310 kg.
170. 2320 kg Zug und 1910 kg Druck.
171. Zugkraft bzw. Druckkraft 1740 kg.
172. a) = 5980 kg; b) = 6480;
c) = 4100, d) = 6200 kg.
174. a) 13300 kg; b) 4600 und 9220 kg.

175. a) 5630 kg; b) 18750; c) 21400; d) 17550.
181. a) 16310 kg s^2/m; b) 0,185 m/s^2; c) 3020 kg; d) 1690 m.
182. a) 71400 kg s^2/m; b) 0,0785 m/s^2; c) 160 s; d) 1000 m.
183. a) 1120 kg s^2/m; b) 0,725 m/s^2; c) 810 kg.
184. a) 4510 kg; b) 1325000 kg s^2/m; c) 3,4 mm/s^2; d) 294 s; e) 147 m.
187. a) 7920000 kgm; b) 9320 kg; c) 230 m.
188. a) 13870 kgm; b) 66 kg.
189. a) 1490 kgm; b) 830 kg.
191. a) 910 kgm; b) 5,05 m/s; c) 291000 kg.
196. a) $A = 22{,}7$ kgm; b) $a_k = 11{,}35$ kgm/cm^2.
207. 618 mm.
208. 35,4 mm.
210. 40,5 und 20,5 mm.
211. 62,8 mm.
212. 191 mm.
213. 328 mm.
214. 176 und 71,6 mm.
218. 37,3 mm.
219. 27,7 mm.
221. 157 cm.
224. $y_s = 12{,}8$.
226. 84,5 mm.
227. 395 mm.
228. 210,5 mm.
229. a) 69,8 kg; b) 414 mm; c) 50,4 kg; d) 276 mm; e) 356 mm.
230. a) 440 kg; b) 560 mm; c) 210 mm.
231. 795 mm.
236. a) $sr\pi$; b) $\frac{\pi r^2 h}{3}$.
237. 0,93 m^2.
238. a) 75,3 cm^2; b) 21,8 cm; c) 10,3 dm^3; d) 81 kg.
239. a) 253 cm; b) 1036 dm^3; c) 7460 kg.
240. 181,8 m^3.
241. a) 5925 cm^2; b) 110,5 cm; c) 4110 dm^3; d) 32300 kg.
242. a) 8,5 mm; b) 741,5 mm; c) 13,76 dm^3; d) 99 kg.
243. a) 47,6 kg; b) 7,7; c) 55,3 kg.
244. a) 53,3 m^2; b) 4600 kg.
245. a) 596 cm; b) 11,4 dm^3; c) 101,5 kg.
246. a) 42,5 dm^3; b) 306 kg; c) 14,8 dm^3; d) 107 kg; e) 413 kg; f) 495 DM.
247. a) 151 m^3; b) 146 m^2; c) 9190 kg.
251. a) 236 kg; b) 26,2 kg; c) 210 kg
252. a) 9,05 at; b) 350 kg.
253. a) 495 und 635 mm; b) 3,4; 6.05; 2,65 t.
255. a) 20400 kg; b) 25500 kg; c) 800 mm.
256. a) 3050 kg; b) je 18320 kg; c) 436 kg.
257. a) 563 mm; b) 36,6 kg; c) 43,4 kg.
259. 4150 kg.
260. a) 1080 kg; b) 117,8 cm; c) 1380 kg.
261. a) 73 mm; b) 121 kg.
262. 8 kg.
263. a) 338 mm; b) 773 mm; c) 547 kg; d) 346 mm; e) 473 kg.
265. 173 kg.
269. a) 2010 kg; b) 2380 kg; c) 3080 kg.
270. a) 109 kg; b) 752 mm; c) 68,3 kg.
271. a) 104 kg; b) 395 mm; c) 35,8 kg.
272. 42 kg.
275. a) 312 kg; b) 34,3 kg; c) 1 : 7; d) 39,9 kg; f) 2 Mann.
276. 1 : 6.
278. a) 821 und 205 kg; b) 24,6 kg; c) 1 : 35; d) 32 kg; e) 2; f) 48,5.

279. a) 1 : 40; b) 1 : 8; c) 1 : 5; d) 780 mm; e) 160 : 1.
281. a) 479 kg; b) 196 und 283 kg.
283. 11,1 und 10,4 t.
284. 7200 und 11600 kg.
285. 20,65 und 17,85 t.
286. a) 28 kg; b) 150 kg; c) 48,6 cm; d) 107 und 43 kg; e) 135 u. 51 kg.
287. a) 7960 kg; b) 1,18 m; c) 3230 kg; d) 1,867 m; e) 6050 und 5140 kg; f) 10700 und 9790 kg.
290. a) 18700 und 1300 kg; b) 2200 und 11800 kg.
291. b) 6,32 und 15,18 t.
292. b) 4,93 und 19,97 t.
293. a) 3210 und 15990 kg; b) 11670 und 4030 kg.
295. a) 11,1 t; b) 11,45 t.
297. a) 2980 kg; b) 2980, 3700 und 4750 kg.
298. a) 1710 kg; b) 1710, 8100 und 8280 kg.
299. a) 84 t; b) 84, 520 und 527 t.
307. a) 7250 kg; b) 4040 kgm; c) 6840 kgm; d) 41%.
308. a) 15930 kg; b) 16,27 m; c) 260000 kgm; d) 1,49 m.
309. a) 3,2 m; b) 10400 kg; c) 8910 und 2290 kg.
311. 1820 kg.
313. a) 140 kg; b) 20° 30′.
318. a) 470 kg; b) 550 kg.
323. a) 145 t; b) und c) 36,8 cm; d) 68,2 cm.
329. 32,6 mm.
330. 55 mm.
332. a) 2,51 m; b) 9500 und 11900 kg.
336. a) 4,54 m; b) 710 und 590 kg.
337. 7750 und 5350 kg.
338. 7380 und 5320 kg.
339. 990 und 3310 kg.
341. a) 3800 kg; b) 1520; c) 2120 kg.
342. a) 1700 kg; b) 204 kg; c) 23,5%.
343. a) 9 kg; b) 0,8 PS.
344. a) 3640 kg; b) 364 kg; c) 1,75 PS; d) 2,7%.
345. a) 183 kg; b) 11,5 PS; c) 0,5%.
346. a) 1820 kg; b) 4620 kg; c) 19,7 PS.
349. a) $A = B = 157{,}5$ kg; b) 1418 kgcm; c) damit $A = B$ wird (s. Aufg. 348c).
351. a) 16%; b) 20%.
352. a) 19100 kg; b) 19100 kg; c) 9050 kg; d) 0,2.
353. a) 134 kg; b) 280 kg.
354. a) 1840 kg; b) 12250 kg; c) 2040 kg.
355. a) 129 kg; b) 830 kg; c) 5530 kg.
356. 0,414.
358. a) 0,24; b) 2,9.
362. a) 24 PS; b) 127 kg; c) 0,027.
363. a) 68,7 kg; b) 458 kg; c) 56; d) 36,6 kg; e) 0,24 PS; f) 13,3%.
364. a) 288 und 432 kg; b) 19 PS; c) 2,1%.
365. a) 11380 und 40680 kg; b) 683 und 2440 kg; c) 9,9 PS.
368. a) $\frac{2{,}51}{1000}$; b) 23,5 PS.
369. a) $\frac{2{,}095}{1000}$; b) 61 PS; c) 74,5 PS; d) 0,82.
370. a) $\frac{0{,}838}{1000}$; b) 7,25 PS; c) 8,97 PS; d) 0,81.
371. 0,25.
373. a) 1200 kgcm und 1,51 PS; b) 900 und 1,13.
374. a) 0,88 PS; b) 2%.
375. 16,4 PS.
376. a) 58 PS; b) 99,2%.
377. a) 3540 kg; b) 6,4 kg; c) 4800 kg; d) 2,9 kg; e) 9,3 kg.
380. a) 2320 kg und 258 PS; b) 6170 und 685; c) 1530 kg.
381. a) 320 kg; b) 7280 kg; c) 7600 kg.
383. a) 1127 kg; b) 483 kg.
384. a) 0,3; b) 91,4 kg; c) 13,5 kg; d) zwischen 91,4 und 13,5 kg.

385. 0,059.
388. 970 kg.
391. a) 12430 kg; b) 8710; c) 7510; d) 70%; e) 60%.
392. a) 1885 kg; b) 18%.
395. a) 2490 kg; b) 40,3 kg; c) 18,2%; d) 9,3%.
398. 7,2 cm.
400. a) 32 kg; b) 0,6 PS.
401. a) 66 kg; b) 35,6 kg.
404. 0,03.
405. a) 313 kg; b) 6,1 PS.
406. a) 1107 kg; b) 0,38 m/s^2.
407. a) 12 kg; b) 44,7 kg; c) $15\frac{1}{2}$%.
408. a) 394 kg; b) 1783 kg; c) 12,6 PS.
412. a) 3,84; b) 2,612; c) 444 kg; d) 274 kg; e) 55 PS.
413. a) $1,4\,\pi$; b) 2,2; c) 134 kg; d) 295 und 161 kg; e) 61 u. 73 kg.
415. a) 320; b) 38,5; c) 6,1.
416. a) $3 \cdot 360°$; b) 1885; c) 16,87; d) 17,8 kg.
417. a) $8\,\pi$; b) 535; c) 2675 kg; d) 25500 kgm; e) 9,5 m.
419. a) $\frac{0,476}{1000}$; b) 64,2 kg; c) 12,1 PS.
420. a) $\frac{0,148}{1000}$; b) 17,4 kg; c) 3,4 PS; d) 4,31 PS; e) 0,79.