

REGIERUNG DER DEUTSCHEN
DEMOKRATISCHEN REPUBLIK
Ministerium für Volksbildung

Lehrplan

für den Mathematikunterricht
der Klassen 1 bis 10
der zehnklassigen allgemeinbildenden
polytechnischen Oberschule
(präzisiertes Lehrplan)



VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

Best.-Nr. 30'01 86-3, Lizenz Nr. 203 1000/65 (DN)

Verlag: Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin

Satz: VEB Landesdruckerei Sachsen, Dresden A 1

Druck: VEB Buch- und Werkdruckerei Mylau/Netzschkau i. V. III 26 8

Im Beschluß des Politbüros des ZK der SED und des Ministerrates der DDR vom 17. Dezember 1962 „Zur Verbesserung und weiteren Entwicklung des Mathematikunterrichts in den allgemeinbildenden polytechnischen Oberschulen der DDR“ ist festgelegt (Abschnitt I, Punkt 7):

„Die gegenwärtig gültigen Lehrpläne für den Mathematikunterricht der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule sind in ihrem Inhalt und in ihrer Aussage über Umfang und Tiefe des auf den einzelnen Klassenstufen zu erwerbenden Wissens und Könnens bis zum 1. September 1963 zu präzisieren, so daß sie zu einem wirksameren Mittel für die rasche Verbesserung des Mathematikunterrichts werden.“

Die präzierte Fassung des Lehrplanes wird hiermit als Grundlage für den mathematischen Unterricht in den Klassen 1 bis 10 der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule veröffentlicht. Nach diesem präzierten Lehrplan ist auf allen Klassenstufen ab 1. September 1963 zu unterrichten.

Berlin, den 17. April 1963

Prof. Dr. Lemnitz
Der Minister für Volksbildung

MATHEMATIK

Die Mathematik gewinnt in der gesellschaftlichen Praxis eine immer größere Bedeutung. Beim umfassenden Aufbau des Sozialismus findet die Mathematik in der modernen industriellen und landwirtschaftlichen Produktion, in allen Naturwissenschaften, technischen und ökonomischen Wissenschaften, aber auch in den Gesellschaftswissenschaften in steigendem Maße vielfältige Anwendung.

Eine umfassende und hohe mathematische Bildung wird immer mehr zu einem wesentlichen Bestandteil der allseitigen Bildung des Menschen der sozialistischen Gesellschaft. Vom Inhalt und von der Qualität der mathematischen Bildung, die in unlösbarem Zusammenhang mit der polytechnischen Bildung und Erziehung steht, hängt es in starkem Maße ab, wie die Aufgaben in Wissenschaft und Technik bewältigt werden. Die Erreichung des wissenschaftlich-technischen Höchststandes und die Beherrschung moderner Produktionsinstrumente und -verfahren in allen Bereichen unserer sozialistischen Industrie und Landwirtschaft erfordern hohes mathematisches Wissen und Können der Ingenieure, Techniker und aller Facharbeiter. Deshalb müssen bereits die Schüler der sozialistischen Oberschule gründliches mathematisches Wissen und Können erwerben.

Die enge Verbindung des Mathematikunterrichts mit der Praxis des umfassenden Aufbaus des Sozialismus muß zu einem wichtigen Prinzip werden, das Inhalt, Organisation und Methoden des mathematischen Unterrichts von der ersten bis zur zehnten Klasse der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule bedingt. Die Verwirklichung dieses Prinzips soll dazu beitragen, den Schülern richtige Vorstellungen von der Mathematik als der Wissenschaft von den quantitativen und räumlichen Beziehungen der realen Welt zu vermitteln und die Bedeutung der Mathematik als Produktivkraft deutlich zu machen sowie sie zu befähigen, ihr mathematisches Wissen und Können zur Lösung der vielfältigen Aufgaben in der gesellschaftlichen Praxis anzuwenden.

Der Mathematikunterricht muß Voraussetzungen dafür schaffen, daß die Schüler die in der Natur und in der Gesellschaft herrschenden Gesetzmäßigkeiten tiefer und vollständiger erfassen, als das durch bloße qualitative Beschreibungen möglich ist. Beim Suchen nach der Lösung mathematischer Probleme, beim Beweisen und Herleiten mathematischer Aussagen, beim Diskutieren funktionaler Zusammenhänge muß in systematischer und zielgerichteter Arbeit das richtige Denken entwickelt und gepflegt werden. Der dialektische Zusammenhang von Konkretem und Abstraktem, von Einzelem und Allgemeinem ist den Schülern immer wieder klarzumachen. Dabei sollte an geeigneten Beispielen die Rolle der gesellschaftlichen Praxis für die mathematische Erkenntnis herausgearbeitet werden.

Die hohe Stufe der Abstraktion, die die heutige mathematische Wissenschaft kennzeichnet, wurde erst in einem langen historischen

Prozeß erreicht. Den Schülern sollte dieser Prozeß gezeigt werden, indem auf die Entwicklung des Zahl- und des Funktionsbegriffs sowie der Rechenverfahren, auf das Leben und Wirken bedeutender Mathematiker und auf die ständig enger werdenden Beziehungen zwischen der Mathematik und der Entwicklung der Kultur eingegangen wird.

Um die Leistungen aller Schüler, insbesondere auch der mathematisch talentierten, im Mathematikunterricht zu steigern, sind bestimmte methodische Forderungen zu beachten. Der Unterricht muß in jeder einzelnen Unterrichtsstunde auf hohem fachwissenschaftlichem Niveau erteilt, intensiv und effektiv gestaltet und der jeweiligen Altersstufe angemessen durchgeführt werden. In allen Fällen müssen die mathematischen Grundbegriffe und -gedanken in den Vordergrund gerückt werden. Die Schüler müssen befähigt werden, sich sprachlich genau auszudrücken, sich der wissenschaftlichen Terminologie und Symbolik sowie zweckmäßiger anderer Darstellungsmöglichkeiten, wie Skizzen, Zeichnungen, Tabellen und Modelle, zu bedienen.

Großer Wert ist zu legen auf selbständiges Erarbeiten und Lösen mathematischer Aufgaben; Aufsuchen, Formulieren, Begründen und Beweisen von mathematischen Zusammenhängen, Regeln, Formeln, Sätzen oder Konstruktionsverfahren; bewußtes und planmäßiges Anwenden wohlausgewählter Untersuchungsmethoden auf Probleme, deren Lösungen den Schülern noch nicht bekannt sind. Häufig sollten mathematische Schüleraufträge, differenziert nach dem Leistungsstand und den Fähigkeiten der einzelnen Schüler, erteilt werden. Praktische Schülerarbeiten (Anfertigen von Modellen und Lehrmitteln, Benutzen von Werkstücken im Unterricht, Messungen an Maschinen und Werkstücken sowie Vermessungen im Gelände) sind durchzuführen.

Große Aufmerksamkeit ist der Organisation der selbständigen Arbeit der Schüler auch außerhalb des Unterrichts zu widmen. Durch außerunterrichtliche mathematische Kurse, Zirkel, Arbeitsgemeinschaften und freiwillige Schülerarbeiten sollte das Interesse für die Mathematik und für den Mathematikunterricht gesteigert werden. Dabei sind sowohl leistungsschwächere als auch mathematisch begabte Schüler besonders zu fördern.

Die in der strengen Sachlichkeit und Exaktheit der Mathematik gelegenen erzieherischen Möglichkeiten sind bewußt und planmäßig für die Entwicklung der Schüler zu Menschen der sozialistischen Gesellschaft zu nutzen. Insbesondere sind die sozialistische Einstellung zur Arbeit, kritische Einschätzung der eigenen Leistung und die Anerkennung der Leistungen anderer, Wahrheitsliebe, Genauigkeit und Sorgfalt, Ausdauer und Zähigkeit, Besonnenheit und Überlegenheit sowie Einordnungsbereitschaft in das Kollektiv und uneigennützig Hilfe für den Schwächeren zu entwickeln.

Innerhalb des einheitlichen Bildungs- und Erziehungsprozesses haben besonders die mathematischen Schüleraufgaben wichtige Funktionen zu erfüllen. Es ist zu beachten, daß nicht durch das Lösen einer mög-

lichst großen Anzahl von Aufgaben intensiv mathematisch gebildet und erzogen wird, sondern durch das Herausarbeiten und Bewußtmachen des Typischen, des Grundsätzlichen, des besonders Bedeutsamen an jeder einzelnen Aufgabe. Durch das Lösen von Aufgaben verschiedener Art sind bei den Schülern das Verständnis für allgemeingültige mathematische Verfahren zu entwickeln und die Fertigkeiten im Operieren mit Zahlen und Figuren zu vervollkommen. Besonders wichtig ist die Entwicklung der Fähigkeit, in praktischen Sachverhalten die mathematisch wesentlichen Zusammenhänge zu erkennen und herauszuarbeiten sowie schnell und sicher zu entscheiden, welche mathematischen Operationen zur Lösung des Problems durchgeführt werden müssen. Thematisch wohlüberlegte Sach- und Anwendungsaufgaben sind voll dazu zu nutzen, die Schüler mit wichtigen Problemen aus den Bereichen unseres gesellschaftlichen Lebens vertraut zu machen, die politisch, ökonomisch, technisch, kulturell oder für die Arbeit in anderen Unterrichtsfächern von Bedeutung sind.

Auf das ständige Festigen des grundlegenden mathematischen Wissens und Könnens ist besonders zu achten. Daher sollten während des ganzen Schuljahres planmäßig Übungs- und Wiederholungsstunden durchgeführt sowie die vielfältigen Möglichkeiten der immanenten Wiederholung und der täglichen Übung voll genutzt werden. Insbesondere sollten die Übungsaufgaben zu jedem Stoffgebiet auch sorgfältig im Hinblick auf die Sicherung des erworbenen Wissens und Könnens geplant und ausgewählt werden. Nicht nur einzelne Formeln, Regeln, Definitionen, Lehrsätze oder Methoden zur Lösung von Aufgaben sind immer wieder ins Gedächtnis zurückzurufen. Wiederholungen müssen durchgeführt werden, um bei den Schülern beständige und bewußte Verbindungen des Neuen mit dem Alten zu schaffen, Gemeinsames und Unterschiedliches zwischen den Regeln und Methoden für das Lösen analoger Probleme festzustellen und das Erlernte von einem neuen, allgemeineren Gesichtspunkt zu beleuchten.

Bei den mündlichen und schriftlichen Leistungskontrollen sollten nicht nur Einzelkenntnisse erfragt, sondern der Altersstufe entsprechend in erster Linie die Lösungen kleinerer mathematischer Probleme gefordert werden. Neben dem Wissen sind ständig der Grad des Verständnisses, der Entwicklungsstand bestimmter Fähigkeiten und die Beherrschung wichtiger Arbeitsweisen und -verfahren zu kontrollieren. In den Klassen 1 bis 3 sollten etwa fünfzehn kleinere Kontrollarbeiten im Schuljahr, in den Klassen 4 bis 6 etwa zehn Kontrollarbeiten geschrieben werden. In den Klassen 7 und 8 sind etwa sechs bis acht überwiegend zweistündige Arbeiten zu schreiben. In den Klassen 9 und 10 werden fünf Arbeiten gefordert, die sich in Klasse 10 auch auf drei Stunden ausdehnen sollen.

Großer Wert muß auf die Koordinierung mit anderen, insbesondere den naturwissenschaftlichen Fächern und dem polytechnischen Unterricht gelegt werden. Sorgfältige gegenseitige Abstimmung im Gebrauch von Begriffen, Symbolen, Schreibweisen, Maßeinheiten,

Rechenhilfsmitteln u. ä. sowie eine rationelle Arbeitsteilung hinsichtlich bestimmter Stoffgebiete und Anwendungsaufgaben machen den Hauptinhalt der Koordinierung aus. Rechtzeitig sind im Unterricht des einen Faches Kenntnisse bereitzustellen und Fähigkeiten und Fertigkeiten zu entwickeln, die für die erfolgreiche Durchführung des Unterrichts im anderen Fach von Bedeutung sind. Diese Form der Koordinierung ist jedoch nicht in allen Fällen realisierbar, da die Eigengesetzlichkeiten der Fächer beachtet werden müssen und in keinem der zu koordinierenden Fächer der systematische Aufbau verletzt werden darf. Von besonderer Bedeutung ist die zuletzt genannte Form der Koordinierung zwischen Mathematik- und Physikunterricht.

KLASSE 1

Das Zählen, Vergleichen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren ist, anknüpfend an die Kenntnisse und Fertigkeiten sowie an die Arbeitsweise mit Zahlen in der Vorschulzeit, auf der Grundlage der Anschauung zu behandeln. Schwerpunkte im Mathematikunterricht der Klasse 1 sind:

a) die Zahlen bis 100,

b) Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division bis 20.

Bei der *Behandlung der Zahlen* ist darauf zu achten, daß zur Unterstützung des Abstraktionsprozesses Mengen bis zu 10 Elementen mit Hilfe von verschiedenen Gegenständen in unterschiedlicher Anordnung aufgefaßt und dargestellt werden. Die Ziffer als Symbol der Zahl soll mit der Erarbeitung jeder Zahl eingeführt werden. In Verbindung mit dem Kennenlernen der Zahlen bis 20 und bis 100 sollen die Schüler bereits die dekadische Darstellungsweise natürlicher Zahlen erkennen und vorteilhaft für die Operationen, aber auch für das Erarbeiten weiterer Zahlen ausnutzen lernen (Gliederung in Zehner und Einer).

Bereits in der Klasse 1 werden alle vier *Grundrechenarten* behandelt. Die Schüler sollen die Fähigkeit erwerben, die Operationen richtig zu erfassen und anzuwenden. Es muß angestrebt werden, die Grundaufgaben der Addition und der Subtraktion bereits in dieser Klasse weitgehend zum gedächtnismäßigen Besitz der Schüler werden zu lassen. Dabei muß zugleich gesichert sein, daß die Grundaufgaben auf dem erlernten Weg jederzeit wieder gelöst werden können.

Gegenüber den bis zum Schuljahr 1962/63 gültigen Anforderungen tritt in der Klasse 1 die Erarbeitung der Multiplikation und Division neu auf. Die Schüler lernen diese Operationen auf anschaulicher Grundlage kennen. Da die Zahlen bis 20 vor der Erarbeitung der multiplikativen Beziehungen bereits gut bekannt sind, wird auch nur dieser Bereich – allerdings ausführlich – mit Hilfe der neuen Operationen durchdrungen.

In Verbindung mit dem Lösen von formalen Aufgaben werden konkrete Anforderungen zum *Lösen von Sachaufgaben* gestellt; vgl. Abschnitt 8. Die Schüler müssen die in einfachen Aufgaben enthaltenen mathematischen Probleme erkennen und ihr mathematisches Wissen zweckvoll einsetzen lernen. Die Aufgaben sind in Schwierigkeitsstufen gegliedert, die von der mathematischen Struktur der Aufgabe her gefaßt sind. Sie sollten in der angegebenen Reihenfolge gelöst werden. In der Stoffverteilung ist eine Zuordnung der Schwierigkeitsstufen zu den arithmetischen Stoffeinheiten notwendig. Die als Beispiele angeführten Aufgaben legen lediglich die zu behandelnde mathematische Struktur fest; sowohl die zahlenmäßig gegebenen Größen als auch die Sachinhalte der Aufgaben sind entsprechend den vorhandenen Kenntnissen der Schüler zu verändern. Das Betrachten einiger *geometrischer Körper* und ebener *Figuren*

hat zum Ziel, die Schüler mit einfachen geometrischen Formen vertraut zu machen. Im Vordergrund steht das Erkennen und richtige Benennen dieser Formen. Die Kenntnisse können nur in engem Zusammenhang mit dem Werkunterricht und dem Unterricht in heimatkundlicher Anschauung erworben werden. Besondere Stunden sind dafür nicht anzusetzen.

1. Die Zahlen bis 10

1. bis 5. Woche / 25 Stunden

Der Stoff dieses Abschnittes wird nicht völlig neu erarbeitet. Die Bildung und Erziehung im Kindergarten, aber auch in der Familie, unterstützt durch die organisierten Spielnachmittage zur Vorbereitung auf den Schulanfang, haben bereits vielfältige Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten geschaffen. Die Schulanfänger beherrschen meist schon die Zahlwortreihe bis 10 und darüber hinaus und können sie auch schon relativ sicher zum Auszählen kleiner Mengen anwenden. Sie können Mengen nach ihrer Anzahl vergleichen und wissen, welche Menge entsteht, wenn eine vorhandene Menge um ein Element vermehrt oder vermindert wird. Teilweise gilt dies auch schon für das Hinzufügen und Wegnehmen mehrerer Elemente. Auch die meisten Ziffern können sie schon lesen. Das vorhandene Wissen ist jedoch meist noch sehr konkret und enthält erst Ansätze von Verallgemeinerungen, die aber einen beachtlichen Anfang für die Erfüllung der Ziele dieses Unterrichtsabschnitts darstellen. Das bedeutet, daß der Anfangsunterricht das bereits vorhandene Wissen vervollständigt, erweitert, vertieft, systematisiert und dabei bis zu einem gewissen Grade verallgemeinert. Der Lehrer muß sich sofort zu Beginn des Schuljahres einen Überblick über das Wissen seiner Schüler verschaffen, um zu vermeiden, daß zeitraubend erarbeitet wird, was längst vorhanden ist.

Vervollständigen und Systematisieren des vorhandenen Wissens über die Zahlen bis 10;

Vergleiche an überschaubaren Mengen: mehr – weniger, ungleich, gleich, ebensoviel, kein, größer – kleiner, länger – kürzer, höher – tiefer (zunächst ohne schriftliche Fixierung);

Ermitteln der Anzahlen, Zuordnen der Zahlwörter;

Zeichnen von Strichen, Kreisen und Bogen zur Vorbereitung der grafischen Darstellung von Zählelementen und des Schreibens von Ziffern;

Auffassen und Darstellen der Zahlen mit gleichzeitiger Einführung der Ziffern;

Stellung der Zahlen in der Folge der natürlichen Zahlen

- a) durch Vergleich, Einführen der Symbole $>$, $<$, $=$
(größer als, kleiner als, gleich),
- b) Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen durch Addieren und Subtrahieren in Einerschritten;
Einführung der Symbole $+$, $-$ (plus, minus);

- Übergang vom freien Rechensatz zur Gleichung;
Beziehungen zu benachbarten Zahlen: vor, hinter, zwischen,
c) Zerlegen in zwei Teilmengen, Ergänzen eines Summanden zur Summe.

Bemerkungen zu 1.:

Es ist sinnvoll, beim Erarbeiten der Zahlbegriffe (von 1 beginnend) auch das Schreiben und Lesen der Ziffern zu behandeln.

Beim Veranschaulichen des Mengencharakters der Zahlen sind verschiedene Zählelemente in linearer und flächenhafter Anordnung zu verwenden. Beim Vergleichen, Zerlegen und Ergänzen wird mit Hilfe verschiedener Farben, Formen und Anordnungen der Zählelemente gegliedert.

Bei den Zählübungen verstärken die Schüler ihre Sicherheit im Gebrauch der Zahlwortreihe, wobei jedem Element der Menge ein Element der Zahlwortreihe zugeordnet wird. Das Vorwärtszählen lernen die Schüler als Hinzufügen je einer Einheit verstehen, das Rückwärtszählen als Wegnehmen je einer Einheit. Sie lernen, neben vielen anderen Ausdrucksweisen für die Addition und Subtraktion auch wie folgt sprechen und schreiben: z. B. $4 - 1 = 3$ (vier minus eins gleich drei) und diese Darstellung als Gleichung auffassen.

2. Addition und Subtraktion bis 10

6. bis 12. Woche / 35 Stunden

Das Hinzufügen und Wegnehmen einer Einheit haben die Schüler im vorhergehenden Unterrichtsabschnitt bereits als Addition und Subtraktion von 1 erfaßt und dargestellt. Wenn dies jetzt auf das Addieren und Subtrahieren von ein bis neun Einheiten ausgedehnt wird, so lernen die Schüler wichtige Gesetzmäßigkeiten für die Durchführung der Operationen kennen und anwenden. Außer dem zählenden Ermitteln des Ergebnisses lernen sie den zweiten Summanden bzw. den Subtrahenden in zwei geeignete Teilsummanden bzw. Teilsubtrahenden zerlegen und die Lösung schrittweise durchführen. Dieses Verbinden von zwei Rechenschritten, bei dem bereits vorhandenes Wissen angewendet wird, tritt im weiterführenden Unterricht immer wieder auf.

Bei der Addition von fünf und mehr Einheiten lernen die Schüler erstmalig das Vertauschen von Summanden und damit das Kommutativgesetz der Addition kennen und ständig anwenden.

2.1. Addition und Subtraktion von ein bis vier Einheiten

6. bis 8. Woche / 15 Stunden

Schriftliche Fixierung der Aufgaben als Gleichungen;

Durchführung der Operationen

a) durch Zählen,

b) durch Verbinden von zwei Rechenschritten;

Festigen der behandelten Grundaufgaben;

Verbindung der Addition und Subtraktion;

Formen der Kontrolle:

a) Wiederholen des Rechenganges,

b) Anwenden der Umkehroperation.

2.2. Addition und Subtraktion von fünf bis neun Einheiten 9. bis 12. Woche / 20 Stunden

Kommutativgesetz der Addition (Vertauschbarkeit der Summanden);
Zusammenstellen aller bisher erarbeiteten Grundaufgaben der Addition und der Subtraktion;

Addition mehrerer Summanden bzw. Subtraktion mehrerer Subtrahenden;

Verbindung von Addition und Subtraktion in einer Aufgabe;
Zerlegen und Ergänzen, Auffassen und Darstellen als Gleichung ($7 - x = 4$) und als Wertetabelle

$$\begin{array}{r|l} 10 & \\ 7 & 3 \\ 4 & \\ 6 & \end{array}$$

Begriffe:

Addieren, Subtrahieren, Zerlegen, Ergänzen, Menge, Vergrößern und Verkleinern der Menge, größer als, kleiner als, gleich, Summe, Differenz, Unbekannte.

Bemerkungen zu 2.:

Addition und Subtraktion werden zunächst unabhängig voneinander erarbeitet. Bei den weiteren Übungen werden beide Operationen in Verbindung miteinander behandelt. Das Einprägen aller in diesem Unterrichtsabschnitt behandelten Grundaufgaben der Addition und Subtraktion wird dadurch unterstützt, daß sie in Tabellen zusammengestellt werden. Bei der Addition mehrerer Summanden bzw. Subtraktion mehrerer Subtrahenden lernen die Schüler verschiedene Lösungswege benutzen.

Das Auffassen und Darstellen des Zerlegens und Ergänzens als Gleichung und als Wertetabelle ist als eine Erleichterung gegenüber den bisherigen sprachlichen und schriftlichen Formen einzuführen: Beispielsweise verstehen die Schüler jetzt $7 - x = 4$ als Gleichung, bei der eine Zahl unbekannt (noch nicht bekannt) ist. Diese Unbekannte x wird jetzt auf verschiedene Weise errechnet

- durch Übertragen der Grundaufgabe der Subtraktion $7 - 3 = 4$,
- durch Zerlegen der 7 in 4 und 3,
- durch Addieren $4 + 3 = 7$.

Die zur Veranschaulichung benutzten Rechtecke, Quadrate, Kreise, Dreiecke sowie Stäbchen werden linear und flächenhaft angeordnet. Auch das Rechengeld ist ein wichtiges Veranschaulichungsmittel.

3. Die Zahlen bis 20 13. bis 14. Woche / 10 Stunden

Die Zahlwörter, die Zifferschreibweise und das Rechnen mit Zahlen führen zum Verständnis des dekadischen Stellenwertsystems. Es ist deshalb besonders wichtig, daß jede der Zahlen von 11 bis 19 nach diesem System gegliedert wird.

Während die Schüler mit dem Zusammenfassen von zehn Einheiten in einer Reihe oder in einem Bündel bereits eine inhaltliche Seite des Zehnerbegriffs erarbeiten, kommt eine weitere hinzu, wenn sie die zusammengefaßten zehn Einer durch die neue Einheit „Zehner“ (z. B. Zehnpfennigstück) ersetzen. Dadurch lernen sie die Schreibweise der Zahlen kennen und auf der Grundlage des Stellenwert-

systems verstehen, daß die rechte Ziffer die Einer und die linke die Zehner abgibt. Damit werden zugleich die Begriffe „Zahl“ und „Ziffer“ unterschieden.

Erarbeiten der Zahlen bis 20;

Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen durch Addition und Subtraktion einer Einheit;

Auffassen und Darstellen der Zahlen (linear und flächenhaft) anschaulich und in Form der Gleichung, wobei ein Summand bzw. die Differenz 10 ist;

Erarbeiten der Begriffe „Zehner“ und „Einer“, Schreibweise zweistelliger Zahlen bis 20;

Unterscheiden der Begriffe „Zahl“ und „Ziffer“, Anwenden beim Schreiben von Zahlen;

Längeneinheit Zentimeter, Messen und Zeichnen von Strecken.

Bemerkungen zu 3.:

Der Schreibweise zweistelliger Zahlen ist besondere Aufmerksamkeit zu schenken, es ist darauf zu achten, daß stets erst die Zehner, dann die Einer geschrieben werden (entgegen der Sprechweise).

Der Begriff „Ziffer“ ist nur dann zu benutzen, wenn das geschriebene Symbol für die Zahl, also das Zahlzeichen bezeichnet werden soll.

Bei den Meßübungen ist besonders auf die richtige Zuordnung des Nullpunktes am Lineal zum Anfangspunkt der zu messenden Strecke zu achten.

4. Addition und Subtraktion bis 20

15. bis 20. Woche / 30 Stunden

In diesem Unterrichtsabschnitt werden die bereits vorhandenen Kenntnisse von den Grundaufgaben angewendet. Dabei darf es nicht bei der mechanischen Übertragung bleiben. Dem Wesen nach wird das Assoziativgesetz der Addition angewendet:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Die Schüler müssen erkennen, daß bei dieser Operation der Zehner nicht verändert wird. $16 + 3$ verstehen die Schüler als $(10 + 6) + 3$ und rechnen $10 + (6 + 3)$.

Das Eindringen in diesen Denkvorgang wird dadurch unterstützt, daß der unveränderte Zehner in stärkerer Zusammenfassung im Zehnerbündel veranschaulicht wird (Zehner des Rechengeldes).

Das Assoziativgesetz der Addition wird auch bei der Zehnerüberschreitung angewendet. Dabei ist es besonders wichtig, zunächst den gesamten Lösungsplan zu erarbeiten und erst danach die Lösungsschritte durchzuführen.

Je nach dem Grad der erworbenen Sicherheit werden die Lösungsschritte bei der Übung einzeln niedergeschrieben. Später wird nur noch nach dem Lösungsplan gerechnet (ohne schriftliche Fixierung). Schließlich wird der Lösungsplan selbst nur noch mündlich formuliert und danach gerechnet.

Die Schüler müssen dazu erzogen werden, auch in Verbindung mit dem Lösen von Sachaufgaben stets vor dem Rechnen den Lösungsplan aufzustellen.

Das Erarbeiten des Lösungsplanes und das schrittweise Operieren bilden Schwerpunkte dieses Unterrichtsabschnittes, mit dem Erwerben der Grundaufgaben als gedächtnismäßiger Besitz wird begonnen.

Addieren und Subtrahieren von ein bis neun Einheiten ohne und mit Überschreiten des Zehners, Anwenden der Grundaufgaben, Benutzung des Assoziativgesetzes der Addition;

Geldeinheiten: Einpfennigstück, Fünfpennigstück, Zehnpennigstück (Umwechseln von 10 Einpfennigstücken in ein Zehnpennigstück auch bei Verwendung des Begriffes „Zehner“).

Bemerkungen zu 4.:

Das Überschreiten des Zehners soll durch Zerlegen des zweiten Summanden bzw. des Subtrahenden bei Berücksichtigung des Zehners erfolgen. Zur Veranschaulichung sollten nur Anordnungen benutzt werden, in denen zwei linear aufgebaute Zehner untereinander erscheinen. Dabei ergibt sich zwingend der Lösungsplan aus der Betrachtung, wieviel Gegenstände oder Symbole in der ersten Reihe und weiterhin in der zweiten Reihe hinzugefügt werden müssen.

5. Multiplikation und Division bis 20

21. bis 26. Woche / 30 Stunden

Die Schüler können bereits zwei und mehr gleiche Summanden addieren. Jetzt lernen sie diesen Sonderfall des Addierens als Malnehmen verstehen, wobei ausgedrückt wird, wievielmals die gleiche Zahl als Summand gesetzt ist. Die Schüler müssen erkennen, daß nicht wie bisher ein Summand nach dem anderen addiert wird, sondern daß so zusammengefaßt wird, wie es für das schnelle Ermitteln des Ergebnisses zweckmäßig ist. Die gründliche Veranschaulichung (linear und flächenhaft) soll nicht das Rechnen ersetzen, sondern den Schülern helfen, den Rechenweg zu finden.

Als Dividieren wird das Ermitteln der Anzahl der Teile (bisher Enthaltensein) behandelt. Die besondere schriftliche Form für diese Aufgaben der Division (Formulierung als Enthaltensein) entfällt. Will man wissen, wie oft 2 l in 12 l enthalten sind, so wird die Zahl 12 in gleiche Teile geteilt. Die Zahl 2 bestimmt, durch welche Zahl der Dividend zu dividieren ist. Daß dadurch nicht die Größe der Teile, sondern ihre Anzahl bestimmt wird, ist zwar für den Sachverhalt einer Aufgabe von Bedeutung, aber nicht für das allgemeingültige Erfassen des mathematischen Problems.

Die Einführung der Division als Ermitteln der Anzahl gleicher Teile kann als Messen oder als Subtrahieren gleicher Teile geschehen. Das Üben geschieht immer auf der Grundlage der beim Multiplizieren erworbenen Kenntnisse.

Multiplikation und Division bis 20;
Einführen der Begriffe: Malnehmen, Teilen, Ergebnis;
Operationszeichen mal „·“ und geteilt durch „:“;
Darstellen der Multiplikation als Gleichung.

Bemerkungen zu 5.:

Zum Erfassen der beiden neuen Operationen ist es notwendig, vielfältig mit Veranschaulichungen zu arbeiten. Die Gleichung muß aus der Veranschaulichung der Operation erwachsen.

Im Bereich bis 20 sind alle möglichen Aufgaben der Multiplikation zu lösen; die mit dem Faktor 2 so vollständig, daß die Aufgaben zur Multiplikationsfolge der 2 zusammengestellt werden können.

Die Ergebnisse der Multiplikationsaufgaben sind zunächst additiv zu ermitteln, dabei sollen bereits die Beziehungen zwischen beiden Operationen hervorgehoben werden.

Die mathematisch exakten Begriffe für die multiplikativen Beziehungen werden erst in Klasse 2 eingeführt.

6. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 100 **27. bis 30. Woche / 20 Stunden**

Die Schüler lernten das dekadische Stellenwertsystem bereits beim Gliedern der Zahlen 11 bis 19 nach Zehnern und Einern kennen. Diese Kenntnisse werden angewandt, um die Zahlen bis 100 zu erarbeiten. Diesem Ziel dienen auch die additiven und multiplikativen Operationen mit Zehnern sowie das Erarbeiten weiterer Maßeinheiten und ihrer gegenseitigen Beziehungen.

Erarbeiten der Zahlen bis 100;
Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen in Zehnern,
Gegenüberstellung Zehner – Einer,
Additiver Aufbau der Zahlen aus Zehnern und Einern sowie Zerlegen in Zehner und Einer,
Schreiben der Zahlen, Stellenwert der Ziffern,
Addition von Einern zu Zehnern ohne Überschreiten;
Aufbau der Folge bis 100 in Einerschritten,
Zählübungen mit besonderer Betonung der Zehnerübergänge,
Lese- und Schreibübungen, Tabelle der Zahlen bis 100,
Stellung der Zahl in der Folge der natürlichen Zahlen
a) durch Vergleich,
b) durch Aufbau der Folge in Einerschritten,
c) durch Bestimmen des Vorgängers und Nachfolgers sowie des vorgehenden und nachfolgenden Zehners;
Längeneinheiten: Meter, Verwendung des Symbols „m“,
Beziehungen zwischen den Maßeinheiten m und cm;
Meßübungen mit Lineal und Meterstab;
Geldeinheiten: Fünzigpfennigstück, schriftliche Verwendung der Abkürzungen „DM“ und „Pf“,
Beziehungen zwischen den Geldeinheiten DM und Pf;

Addition und Subtraktion von Zehnern, Vergleichen, Zerlegen und Ergänzen mit besonderer Berücksichtigung der 100;
Multiplikation und Division von Zehnern;
Verbindung von Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (zwei Operationen in einer Aufgabe).

Bemerkungen zu 6.:

Bei der Verbindung von zwei Operationen ist festzulegen, daß stets zuerst multipliziert bzw. dividiert werden muß, ehe die additive Operation ausgeführt wird. Beim Niederschreiben entsprechender Zahlenaufgaben sind Klammern zu verwenden.

7. Propädeutische Geometrie

1. bis 30. Woche

Ziel der Unterrichtsarbeit ist das Kennenlernen einiger Körper und ebener Figuren, die der Schüler nach wichtigen Merkmalen vergleichen lernen soll. Damit ist das Zeichnen einfacher Figuren und zugleich der Erwerb von Fertigkeiten im richtigen Gebrauch einiger Zeichengeräte verbunden.

Würfel, Kugel, Quader, Zylinder;
Rechteck, Quadrat (als spezielles Rechteck), Dreieck, Kreis;
Begriffe: rund, eckig, Fläche, gegenüberliegend, Ecke;
Gebrauch des Lineals als Meß- und Zeichengerät;
Zeichnen der genannten ebenen Figuren.

Bemerkungen zu 7.:

Durch Vergleich sind Gemeinsamkeiten und Unterschiede herauszuarbeiten. Bei Zeichenübungen sollen auch Schablonen verwendet werden. Geometrische Figuren sind oft als Objekte zum Zählen und zum Veranschaulichen von Rechenoperationen zu benutzen.

8. Sachaufgaben

1. bis 30. Woche

In der Klasse 1 sind Sachaufgaben und formale Aufgaben in Textform in enger Verbindung mit den arithmetischen Stoffeinheiten in den folgenden Schwierigkeitsstufen zu lösen:

1. Aufforderungen zum Vergleich von Mengen

Beispiel:

Vergleiche die Anzahl der roten Scheiben mit der Anzahl der blauen Scheiben. Wo sind mehr? Wo sind weniger?

2. Einfache Aufgaben der Addition und der Subtraktion

(Ermitteln der Summe und der Differenz)

Steigerung der Schwierigkeit nach:

a) Aufgaben, in denen die Größen zahlenmäßig gegeben sind und die Operationen eindeutig und direkt aus dem Text hervorgehen.

Beispiele:

In unserer Klasse hängen zwei Bilder. Wir kaufen noch drei Bilder dazu. Wieviel Bilder sind es zusammen?

Gerd hatte 8 Murmeln. Beim Spiel hat er 3 Murmeln verloren. Wieviel Murmeln hat er noch?

- b) Aufgaben, in denen die Größen zahlenmäßig gegeben sind, die Operationen aber nicht sofort aus dem Text (aus dem Verb) erkannt werden können.

Beispiele:

In unserer Straße wurden Kartoffeln ausgefahren. Vom Wagen wurden für Familie Müller 6 Säcke, für Familie Schneider 3 Säcke Kartoffeln abgeladen. Wieviel Säcke wurden abgeladen?

Wir sammeln Geld, um unserem erkrankten Klassenkameraden ein Geschenk zu kaufen. Werner hatte 9 Zehnpfennigstücke. Er gab zum gesammelten Geld auch 3 Zehnpfennigstücke dazu. Wieviel Zehnpfennigstücke behielt er?

(Zwischen beiden Schwierigkeitsgraden sind noch weitere Abstufungen vorhanden.)

- c) Aufgaben gleichen Sachinhalts mit unterschiedlicher Fragestellung und unterschiedlichen Operationen.

Beispiele:

Im Behälter stehen noch 10 Flaschen Milch. Lisa nimmt 4 Flaschen und Ursula 5 Flaschen heraus.

Wieviel Flaschen Milch nehmen sie zusammen heraus?

Wieviel Flaschen Milch bleiben im Behälter?

3. Additions- und Subtraktionsaufgaben, in denen ein **Summand oder der Subtrahend gesucht** werden.

Beispiele:

Peter besaß 4 Murmeln. Ich schenkte ihm noch einige, jetzt hat er 9 Murmeln. Wieviel Murmeln schenkte ich Peter?

Wir wollen 10 kleine Bäumchen pflanzen. Gestern haben wir schon einige gepflanzt. Für heute blieben noch 7 Bäumchen übrig. Wieviel Bäumchen haben wir gestern bereits gepflanzt?

(Beim Herauslösen und Niederschreiben von Zahlenaufgaben, in denen die gesuchte Größe am Anfang oder in der Mitte steht, soll an Stelle des bis jetzt üblichen „leeren Kästchens“ das Zeichen „x“ gesetzt werden.)

4. Aufgaben des **Vergleichens**, bei denen die Differenz durch Abziehen oder Ergänzen zu ermitteln ist.

Beispiel:

Für die Altstoffsammlung hat Petra 10 Flaschen mitgebracht, Ulla brachte 7 Flaschen mit.

Vergleiche die Anzahl der Flaschen miteinander!

(Errechnen der Differenz auf zwei Wegen).

5. Aufgaben der Addition, in denen ein **Summand indirekt** (z. B. durch den Begriff „gleich viel“) gegeben ist und auf eine zahlen-gegebene Größe bezogen wird.

Beispiel:

Gerda hilft der Mutter. Sie trocknet 6 flache und gleich viele tiefe Teller ab. Wieviel Teller trocknete Gerda zusammen ab?

(Aufgaben dieser Art müssen bereits in zwei deutlich unterscheidbaren Arbeitsschritten gelöst werden, einmal im Ermitteln der zahlenmäßigen Größe des fehlenden Summanden, weiterhin in der Addition beider Summanden zur Ermittlung des Endergebnisses.)

6. Einfache Aufgaben der **Multiplikation** und **Division**.

Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Multiplikations- und Divisionsaufgaben, in denen die Faktoren bzw. Dividend und Divisor in Zahlen gegeben sind und die Operationen eindeutig aus dem Text hervorgehen.

Beispiele:

Ursula half der Mutter beim Einkochen. Sie ging dreimal in den Keller und trug jedesmal 2 Gläser. Wieviel Gläser brachte Ursula in den Keller?

6 Äpfel sollen unter 3 Kindern so verteilt werden, daß jedes Kind gleich viel erhält. Wieviel Äpfel bekommt jedes Kind?

- b) Multiplikations- und Divisionsaufgaben, in denen die Operationen nicht ohne gründliche Analyse des Textes zu erkennen sind (indirekte Aufgaben).

Beispiele:

Gerd kaufte ein. Er verlangte 6 Brötchen. Das war aber nur der dritte Teil der Brötchen, die er einkaufen sollte. Wieviel Brötchen sollte Gerd kaufen?

Horst hat 20 Stäbchen auf seine Bank gelegt; das sind zweimal soviel wie Erika gelegt hat. Wieviel Stäbchen hat Erika gelegt?

7. Aufgaben der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, in denen **gegebene Größen vergrößert oder verkleinert** bzw. **vervielfacht oder geteilt** werden müssen. Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Aufgaben der Addition und der Subtraktion, in denen eine indirekt gegebene Größe zu ermitteln und diese noch zu vergrößern oder zu verkleinern ist.

Beispiele:

Ursula trug 6 Gläser in den Keller. Ihr Bruder trug 4 Gläser mehr als Ursula. Wieviel Gläser trug Ursulas Bruder in den Keller?

Hans hat auf seiner Bank 13 Stäbchen liegen. Seine Nachbarin hat 4 Stäbchen weniger hingelegt. Wieviel Stäbchen hat die Nachbarin von Hans gelegt?

- b) Aufgaben der Multiplikation und Division, in denen eine gegebene Größe vervielfacht oder geteilt werden muß.

Beispiele:

Ursula trug 6 Gläser in den Keller. Ihr großer Bruder trug zweimal soviel wie Ursula. Wieviel Gläser trug Ursulas Bruder in den Keller?

Herbert führt seine Hefte liederlich. Er braucht im Jahr 8 Hefte.

Sein Freund schreibt jede Seite voll, er braucht nur halb soviel.
Wieviel Hefte braucht Herberts Freund?

8. Aufgaben der Addition und Subtraktion; die zwei Operationen enthalten.

Steigerung der Schwierigkeit nach:

a) Aufgaben, in denen beide Operationen unabhängig voneinander durchzuführen sind.

Beispiele:

In unserer Klasse sind 15 Jungen und 16 Mädchen. In unserer Nachbarklasse sind 10 Jungen und 20 Mädchen. Wieviel Jungen und wieviel Mädchen gibt es in den beiden Klassen?

Im Klassenschrank lagen 30 Schreibhefte und 20 Rechenhefte. In der Pause gab die Lehrerin 9 Schreibhefte und 8 Rechenhefte aus. Wieviel Schreibhefte und wieviel Rechenhefte liegen noch dort?

b) Aufgaben, in denen das Ergebnis der ersten Operation als Summand oder Minuend in der zweiten Aufgabe auftritt.

Beispiel:

Im Schulbus saßen 36 Schüler. An der ersten Haltestelle stiegen 10 Schüler aus, aber 4 Schüler einer anderen Schule wieder ein. Wieviel Schüler fahren mit dem Bus weiter?

c) Aufgaben der Addition und der Subtraktion, in denen eine zweite Größe durch Bezug auf die erste ermittelt werden muß und beide Größen additiv zusammenzufassen sind.

Beispiele:

Lisa und Fritz haben für die Altstoffsammlung Flaschen gesammelt. Lisa hat 9 Flaschen. Fritz hat 8 Flaschen mehr als Lisa. Wieviel Flaschen haben beide Schüler zusammen gesammelt?

Hans braucht im Jahr 13 Hefte. Sein Freund braucht 4 Hefte weniger als Hans. Wieviel Hefte brauchen beide Schüler zusammen in einem Jahr?

Stoffübersicht:

Stunden Stunden Woche

1. Die Zahlen bis 10		25	1—5
2. Addition und Subtraktion bis 10		35	
2.1. Addition und Subtraktion von ein bis vier Einheiten	15		6—8
2.2. Addition und Subtraktion von fünf bis neun Einheiten	20		9—12
3. Die Zahlen bis 20		10	13—14
4. Addition und Subtraktion bis 20		30	15—20
5. Multiplikation und Division bis 20		30	21—28
6. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 100		20	27—30
7. Propädeutische Geometrie		—	1—30
8. Sachaufgaben		—	1—30

KLASSE 2

Im Mathematikunterricht der Klasse 2 werden alle additiven Beziehungen zwischen den Zahlen bis 100 behandelt, soweit sie nicht bereits bekannt sind. Die umfassenden Kenntnisse im Lösen von Aufgaben der Addition und der Subtraktion dienen der Vorbereitung auf die systematische Erarbeitung der Multiplikationsfolgen.

Der Lehrstoff gliedert sich in die Schwerpunkte:

- a) additive Beziehungen,
- b) multiplikative Beziehungen.

Ziel der Erarbeitung weiterer Schwierigkeitsstufen in der *Addition und Subtraktion* ist es, daß die Schüler die Operationen tiefer erfassen, einige wichtige Gesetze der Verknüpfung verstehen sowie die Beziehungen zwischen Addition und Subtraktion erkennen und zur Kontrolle von Ergebnissen anwenden können.

Die Behandlung der multiplikativen Beziehungen wird fortgesetzt. Die Schüler sollen die Grundaufgaben der Multiplikation sicher beherrschen und anwenden können. Auf dieser Grundlage lernen sie Aufgaben des Dividierens lösen, wobei beide Anwendungen der Division gelehrt werden (die Division zur Bestimmung der Anzahl der Teile und die Division zur Bestimmung der Größe der Teile). Außer dem Lösen der Grundaufgaben gehört die Behandlung einiger Gesetze der Multiplikation und ihrer Beziehungen zur Division zu dieser Unterrichtseinheit.

In der *propädeutischen Geometrie* werden die Körper nach ihren Begrenzungsflächen unterschieden. Dabei werden Messungen durchgeführt und Zeichnungen von ebenen Figuren angefertigt, die der Klärung der Begriffe, aber auch der Entwicklung von Fertigkeiten dienen.

Die Maße sind in enger Verbindung mit dem arithmetischen und geometrischen Stoff, aber auch mit dem Lösen von Sachaufgaben zu behandeln. Bei den Zeiteinheiten sind Fertigkeiten im Ablesen der Uhrzeiten und im Bestimmen von Zeitpunkten und Zeiträumen zu erreichen. In Verbindung mit den Längeneinheiten Meter und Zentimeter sind Zeichen- und Meßübungen durchzuführen.

Die Kenntnisse über geometrische Körper und Figuren sowie über Maße müssen über das ganze Schuljahr verteilt, in enger Verbindung mit der Behandlung arithmetischer Stoffe erarbeitet werden.

Die im Abschnitt 5 angegebenen *Sachaufgaben* stellen die Anforderungen für das Lösen von Sachaufgaben und formalen Aufgaben in Textform in der Klasse 2 dar. Die Gliederung nach Schwierigkeitsstufen ist von der mathematischen Struktur der Aufgaben her vorgenommen. Die einzelnen Stufen sollten in der angegebenen Reihenfolge im Zusammenhang mit der Arbeit an formalen, textfreien Aufgaben behandelt werden. Da ein systematisches Fortsetzen der Arbeit auf den in Klasse 1 geschaffenen Grundlagen erfolgen muß, ist es im Schuljahr 1963/64 zunächst notwendig, die wichtigsten Typen der Sachaufgaben aus der Klasse 1 zu behandeln. In der Stoffverteil-

lung ist eine Zuordnung der angegebenen Schwierigkeitsstufen zu den arithmetischen Stoffeinheiten notwendig. Die genannten Beispielaufgaben sind nur für die zu behandelnde mathematische Struktur von Sachaufgaben verbindlich. Sowohl die zahlenmäßig gegebenen Größen als auch die Sachinhalte sind entsprechend den vorhandenen Kenntnissen der Schüler zu verändern.

1. Addition und Subtraktion bis 100

1. bis 10. Woche / 55 Stunden

In diesem Unterrichtsabschnitt muß zunächst das Überschreiten mit einstelligem Summanden bzw. Subtrahenden auf alle Zehner übertragen werden. Neben dem Anwenden der Grundaufgaben ist auch weiterhin dem Überschreiten durch Zergliedern, das heißt dem Lösen der Aufgaben in zwei Arbeitsschritten, besondere Beachtung zu schenken. Ziel der Erarbeitung dieses Stoffgebietes ist das Beherrschen aller möglichen additiven Beziehungen zwischen den Zahlen bis 100.

1.1. Addieren und Subtrahieren von Einern mit Überschreiten

1. bis 4. Woche / 20 Stunden

Addieren und Subtrahieren von zwei bis neun Einheiten mit Überschreiten des Zehners:

- a) der zweite Summand wird so zerlegt, daß beim ersten Rechenschritt der Zehner erreicht wird,
- b) Übertragen der Grundaufgaben des Überschreitens;
Begriffe: Summand, Summe, Differenz.

1.2. Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen ohne Überschreiten des Zehners

5. bis 6. Woche / 15 Stunden

Addieren von Zehnern zu zweistelligen Zahlen, Subtrahieren von Zehnern von zweistelligen Zahlen;

Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen;

Begriffe: Addition, addieren.

1.3. Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen mit Überschreiten des Zehners

7. bis 10. Woche / 20 Stunden

Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen mit Neubildung bzw. Auflösung des Zehners;

Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen mit Überschreiten des Zehners;

Systematisieren der Kenntnisse über Addition und Subtraktion,

Addition: Ermitteln der Summe durch Vergrößern der Ausgangsmenge, Kommutativgesetz, Assoziativgesetz,

Subtraktion: Umkehrung der Addition.

Bemerkungen zu 1.:

Die Lösungswege für das Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen werden auf der Grundlage des Assoziativgesetzes erarbeitet. Dabei ist auf verschiedene vorteilhafte Lösungswege hinzuweisen.

Bei der Systematisierung wird das Assoziativgesetz der Addition für Aufgaben mit drei Summanden besprochen. Den Schülern ist bewußzumachen, daß die Subtraktion im Bereich der natürlichen Zahlen nicht allgemein durchführbar ist. Sie müssen erkennen, daß die Differenz zweier natürlicher Zahlen dann und nur dann im ihnen bisher bekannten Zahlenbereich enthalten ist, wenn der Minuend mindestens so groß ist wie der Subtrahend.

Alle Kenntnisse, die durch die Systematisierung gewonnen werden, sind an Beispielen zu erläutern und in einfachen Worten auszudrücken.

2. Multiplikation und Division bis 100

11. bis 30. Woche / 100 Stunden

In dieser Unterrichtseinheit wird auf dem in der Klasse 1 erworbenen Wissen über multiplikative Beziehungen aufgebaut. Im Schuljahr 1963/64 sind noch keine entsprechenden Kenntnisse vorhanden. In diesem Schuljahr muß daher mit dem für die Klasse 1 angegebenen Stoff begonnen werden.

Ziel dieses Unterrichtsabschnittes ist die gedächtnismäßige Aneignung der multiplikativen Grundaufgaben (Aufgaben der Multiplikationsfolgen) und der Erwerb von Fertigkeiten im Dividieren in enger Anlehnung an die Kenntnis der Multiplikationsfolgen.

Bei der Erarbeitung der Multiplikationsfolgen sind die Beziehungen zwischen den Gliedern einer Folge (Verdopplung eines Faktors) und zwischen verschiedenen Folgen frühzeitig zum Aufbau weiterer Folgen zu benutzen.

2.1. Multiplikationsfolgen der 10 und 5, Dividieren durch 10 und 5

11. bis 13. Woche / 20 Stunden

Wiederholen des Multiplizierens und Dividierens zur Bestimmung der Anzahl der Teile,

Multiplikationsfolge der 2, Division durch 2 zur Bestimmung der Anzahl der Teile,

Beziehungen zwischen Addition und Multiplikation;

Multiplikationsfolge der 10, Dividieren durch 10 zur Bestimmung der Anzahl der Teile,

Bewußtmachen und Anwenden von Beziehungen innerhalb der Folge durch Verwendung aller vier Rechenarten,

Verbindung der Multiplikation mit der Addition und Subtraktion;

Multiplikationsfolge der 5, Dividieren durch 5 zur Bestimmung der Anzahl der Teile,

Vergleichen von Zahlen und Herstellen der Gleichheit durch Addition und Multiplikation bzw. Subtraktion und Division;

Begriffe: Produkt, Multiplikation, multiplizieren.

2.2. Multiplikationsfolgen der 4, 8, 3, 6, 9 und 7; Dividieren durch 4, 8, 3, 6, 9 und 7 14. bis 22. Woche / 54 Stunden

Beziehungen innerhalb einer Folge und zwischen bekannten Folgen;
Dividieren zur Bestimmung der Anzahl der Teile;
Abhängigkeit des Produkts von der Veränderung eines Faktors;
Zuordnung der Elemente zweier Mengen nach gegebener oder zu ermittelnder Rechenvorschrift in einer Wertetabelle;
Kommutativgesetz der Multiplikation;
Begriff: Faktor.

2.3. Dividieren durch 2, 3, ..., 10 23. bis 28. Woche / 30 Stunden

Begriff der Division;
die beiden Anwendungen der Division:
a) Bestimmen der Anzahl der Teile,
b) Bestimmen der Größe der Teile;
Division durch 2, 3, ..., 10;
Beziehungen innerhalb einer Folge und zwischen den Folgen;
Abhängigkeit des Quotienten von der Veränderung des Dividenden oder des Divisors;
Zuordnen der Elemente zweier Mengen nach gegebener oder zu suchender Rechenvorschrift in einer Wertetabelle;
Dividieren durch 2, 3, ..., 10 mit Rest;
Vergleich von Zahlen und Herstellen der Gleichheit;
Begriffe: Division, dividieren, Rechenvorschrift, zuordnen, Wertetabelle, Abhängigkeit, Zahlenpaar.

2.4. Systematisieren der Kenntnisse über Multiplikation und Division 29. bis 30. Woche / 10 Stunden

Multiplikation: Beziehungen zur Addition, Kommutativgesetz der Multiplikation;
Division: Umkehrung der Multiplikation.

Bemerkungen zu 2.:

Beim Aufbau der Multiplikationsfolge der 5 und des Dividierens durch 5 zur Bestimmung der Anzahl der Teile sind die gleichen Forderungen zu erfüllen wie bei der Multiplikationsfolge der 10.

Das Kommutativgesetz der Multiplikation wird an Zahlenbeispielen und in Worten erläutert.

Der Begriff der Division wird ausgehend vom anschaulichen Vertellen geklärt. Der Unterschied zwischen den beiden Anwendungen der Division wird beim Lösen von Sachaufgaben erläutert, aus denen Aufgaben mit benannten Zahlen gewonnen werden. Dabei entsteht für die Division zur Bestimmung der Anzahl der Teile folgende Gleichung:

$$12 m : 3 m = 4$$

und für die Division zur Bestimmung der Größe der Teile folgende Gleichung:
 $12 m : 3 = 4 m$.

Bei der Division durch 2, 3, ..., 10 werden die Quotienten aus der Kenntnis der Multiplikationsaufgaben ermittelt. Das Erkennen der Abhängigkeit des Quotienten von der Veränderung des Dividenden oder des Divisors muß an Beispielen deutlich gemacht werden.

Das Herstellen der Gleichheit erfolgt jetzt auch durch Multiplikation und Division, z. B.:

$$\begin{aligned}6 &< 48 \\6 \cdot 8 &= 48 \\6 &= 48 : 8\end{aligned}$$

Die Division als Umkehrung der Multiplikation wird in beiden Anwendungen (Division zur Bestimmung der Anzahl der Teile und Division zur Bestimmung der Größe der Teile) behandelt.

Alle bei der Systematisierung erarbeiteten Kenntnisse werden an Beispielen erläutert und in einfachen Worten ausgedrückt.

3. Maße

1. bis 30. Woche / 10 Stunden

Die Kenntnisse über Maße und ihre Einheiten werden erweitert. Die Schüler dringen tiefer in die Beziehungen zwischen bekannten Maßeinheiten ein (m – cm, DM – Pf) und lernen weitere Maßeinheiten kennen. Großer Wert ist auf die Ausbildung von Fertigkeiten im Messen sowie im Ablesen und Angeben der Uhrzeit in der vorgeschriebenen Sprechweise zu legen.

Meter, Meßübungen mit Meterstab und Bandmaß;
Zentimeter, Dezimeter, Meßübungen mit dem Lineal;
Schätzen von Längen;

a) nur in Metern,

b) nur in Zentimetern;

Längeneinheit Kilometer (km);

Zeitmaße: Stunden, Minuten, (Lauf beider Uhrzeiger), Zeitvorstellungen über eine Minute,

Ableseübungen, Vor- und Nachmittagszeit auf Minutengenauigkeit, Tag, Woche, Wochentage, (Kalender);

Liter, Kilogramm (als Bezeichnungen).

Bemerkungen zu 3.

Die Behandlung der Maße erfolgt in der Weise, daß das Kennenlernen neuer Maßeinheiten besonderer Schwerpunkt jeweils einer Unterrichtsstunde ist. Die weitere Festigung und Anwendung erfolgt stets in Verbindung mit dem arithmetischen oder geometrischen Stoff.

Beim Messen mit dem Lineal ist auf solche Ableserfehler besonders zu achten, die aus Unkenntnis der Einteilung auf dem Lineal entstehen.

4. Propädeutische Geometrie 1. bis 30. Woche / 15 Stunden

Die in Klasse 1 betrachteten Körper und ebenen Figuren werden genauer analysiert. Der Unterschied zwischen Körper und Fläche ist herauszuarbeiten. Die Körper werden nach ihren Begrenzungsflächen unterschieden. Die Arbeit an geometrischen Stoffen ist auf das ganze Schuljahr zu verteilen und in enger Verbindung mit der Arithmetik, aber auch mit dem Werkunterricht durchzuführen.

Körper: Würfel, Quader, Pyramide, Kegel, Zylinder;

Flächen: Rechteck, Quadrat,

Erkennen als Begrenzungsflächen am Würfel und am Quader,
Beziehungen zwischen Körper und Fläche,
Vergleich der Flächen (nach der Form und nach der jeweiligen Lage),
Zeichnen von Quadraten und Rechtecken (Quadrat als Sonderform des Rechtecks);
Gleichschenkliges Trapez,
Erkennen von trapezförmigen Flächen an Gegenständen,
Vergleich mit anderen Vierecken,
Zeichnen von Trapezen,
Einzeichnen von Diagonalen in bekannte Vierecke;
Dreieck,
Erkennen der dreieckigen Flächen an der Pyramide,
gleichseitige und beliebige gleichschenklige Dreiecke,
Zeichnen von Dreiecken,
Begriffe: gleichseitig, gleichschenklig;
Kreis,
Kreislinie und Kreisfläche,
Zeichnen von Kreisen und Kreisornamenten mit dem Zirkel,
Begriffe: Kreislinie, Kreisfläche, Mittelpunkt.

Bemerkungen zu 5.:

Zum Erkennen der Gleichheit gegenüberliegender Vierecksseiten und der Ungleichheit benachbarter Seiten sind Meßübungen durchzuführen. Beim Betrachten von Begrenzungsflächen von Körpern ist nach ebenen und gekrümmten Flächen zu unterscheiden.

Bei Übungen im Zeichnen ebener Figuren soll auch mit Schablonen gearbeitet werden.

6. Sachaufgaben

In der Klasse 2 sind Sachaufgaben und formale Aufgaben in Textform in enger Verbindung mit den arithmetischen Stoffeinheiten in folgenden Schwierigkeitsstufen zu lösen:

Wiederholen einiger wichtiger Typen von Sachaufgaben aus der Klasse 1:

- a) Ermitteln der Summe oder Differenz, eines Summanden oder des Subtrahenden, Vergleiche und Ermitteln der Differenz;
- b) Ermitteln des Produkts oder der Differenz;
- c) Ermitteln der Summe oder Differenz mehrerer Summanden bzw. Subtrahenden;
- d) Aufgaben mit zwei additiven Operationen, die zunächst unabhängig, dann aber auch abhängig voneinander sind.

(Genaue Erläuterungen zu diesen Typen sind im Lehrplan der Klasse 1 gegeben.)

In der Klasse 2 sind in entsprechender Aufeinanderfolge der Schwierigkeiten folgende Aufgabentypen als Schwerpunkte zu betrachten:

1. Aufgaben mit zwei additiven Operationen, die miteinander in Beziehung stehen.

Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Aufgaben, in denen zu einer ermittelten Summe oder Differenz durch Angabe des Unterschiedes eine weitere Größe zu ermitteln ist.

Beispiel:

Von einem Beet ernteten die Schüler 18 kg Möhren, von einem anderen 10 kg, von einem dritten 6 kg Möhren weniger als von den beiden ersten zusammen.

Wieviel kg Möhren ernteten sie vom dritten Beet?

- b) Aufgaben, in denen der Unterschied zwischen einer gegebenen Größe und einer durch Addition oder Subtraktion veränderten Größe zu ermitteln ist.

Beispiel:

In der Klasse 1 waren 36 Schüler, in der Klasse 2 waren 38 Schüler. Während des Schuljahres wurden in die Klasse 1 noch 4 Schüler aufgenommen, in der Klasse 2 kam kein Schüler hinzu. In welcher Klasse sind jetzt mehr Schüler und wieviel mehr?

2. Aufgaben mit zwei additiven Operationen, in denen durch Angabe des Unterschiedes zu einer anderen Größe auf additive Weise neue Größen ermittelt werden.

Beispiel:

Drei Jungen wetteiferten im Schwimmen, der erste durchschwamm 18 m, der zweite 11 m mehr als der erste, der dritte 10 m weniger als der zweite. Wieviel m durchschwamm der dritte Junge?

3. Aufgaben mit drei einfachen Operationen der Addition und Subtraktion.

Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Aufgaben, in denen die Operationen unabhängig voneinander durchzuführen sind.

Beispiel:

In der Schulküche waren 80 kg Mehl, 60 kg Zucker und 12 kg Fett vorhanden. An einem Tag wurden 25 kg Mehl, 12 kg Zucker und 2 kg Fett verbraucht. Wieviel kg Mehl, Zucker und Fett blieben übrig?

- b) Aufgaben, in denen zwischen den Operationen Beziehungen vorhanden sind, z. B. der Unterschied zwischen zwei ermittelten Summanden oder Differenzen festgestellt werden muß.

Beispiel:

Gerhard hatte 90 Pf, Petra hatte 70 Pf. Im Schreibwarengeschäft gab Gerhard 68 Pf, Petra 35 Pf aus. Wer von beiden Schülern hatte nach dem Einkauf mehr Geld und wieviel?

4. Aufgaben mit zwei Operationen, in denen eine Multiplikation und die Vergrößerung oder Verringerung der Produkte vorzunehmen ist. Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Aufgaben, in denen das ermittelte Produkt nochmals durch einen Summanden oder Subtrahenden zu verändern ist.

Beispiele:

Die Schüler nahmen von einem Apfelbaum 3 Körbe Äpfel zu

10 kg je Korb ab. Von einem zweiten Apfelbaum ernteten sie 20 kg Äpfel. Wieviel kg Äpfel ernteten sie von beiden Apfelbäumen zusammen?

Ein Kindergarten erhielt 5 Körbe Äpfel zu 10 kg je Korb. 20 kg wurden bereits davon verbraucht. Wieviel kg Äpfel sind noch vorhanden?

- b) Aufgaben, in denen der Unterschied zwischen dem ermittelten Produkt und einer gegebenen Größe zu bestimmen ist.

Beispiel:

An der Tafel sind 5 Bündel zu je 10 Stäbchen in roter Farbe und 20 Stäbchen in blauer Farbe zu sehen. Vergleiche die Menge der roten mit der Menge der blauen Stäbchen!

5. Aufgaben mit zwei Operationen, in denen ein Vermehren oder Vermindern einer Größe und ein Vervielfachen dieser Größe durchzuführen ist.

Beispiel:

Gegeben ist eine Strecke von 3 cm Länge.

Zeichne eine zweite Strecke, die 5 cm länger ist als die erste, und eine dritte Strecke, die fünfmal so lang ist wie die erste. Wie lang ist die zweite Strecke, wie lang ist die dritte?

6. Aufgaben, in denen Größen durch Vervielfachen anderer Größen ermittelt werden müssen.

Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Aufgaben, in denen die Abhängigkeit der zu ermittelnden Größe von einer gegebenen Größe vorliegt.

Beispiel:

Im Legespiel sind 10 Quadrate, fünfmal soviel Kreise und dreimal soviel Dreiecke. Wieviel Kreise und wieviel Dreiecke sind im Spiel?

- b) Aufgaben, in denen die Abhängigkeit einer Größe von zwei anderen gegebenen oder ermittelten Größen vorliegt.

Beispiel:

Ein Mensch läuft in einer Stunde 5 km. Ein Zug fährt zehnmal so schnell. Ein Auto fährt zweimal so schnell wie ein Zug. Wieviel km legt ein Auto in der Stunde zurück?

7. Aufgaben mit drei Operationen, in denen die Multiplikation in den bekannten Schwierigkeitsstufen, verbunden mit weiteren Operationen, auftritt.

Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Aufgaben, in denen drei Multiplikationen unabhängig voneinander durchzuführen sind.

Beispiel:

In einer LPG gibt es je Arbeitseinheit außer dem Geld 7 kg Kartoffeln, 6 kg Gemüse und 3 kg Getreide. Eine Bäuerin erarbeitet in einer Woche 3 Arbeitseinheiten. Wieviel erhält sie dafür an Kartoffeln, Gemüse und Getreide?

- b) Aufgaben, in denen die Summe oder Differenz zweier Produkte zu ermitteln ist.

Beispiel:

Im Saal stehen 10 Reihen Stühle, in jeder Reihe 9 Stühle. Zur Feier kamen zwei Klassen zu je 40 Schülern. Reichen die Stühle aus? Wieviel Stühle sind zuviel oder zuwenig?

- c) Aufgaben, in denen die Summe, ein Summand unmittelbar und ein zweiter Summand indirekt gegeben sind. Der dritte Summand muß ermittelt werden.

Beispiel:

3 Schüler sammelten zusammen 39 kg Altpapier. Ein Schüler sammelte 9 kg, der zweite Schüler sammelte doppelt soviel. Wieviel kg Altpapier sammelte der dritte Schüler?

- d) Aufgaben, in denen die Summe oder Differenz von Vielfachen von Mengen zu ermitteln ist.

Beispiel:

Zur Altstoffsammlung sollte jeder Schüler 7 Flaschen mitbringen. Günther brachte dreimal soviel Flaschen wie gefordert, Bärbel siebenmal soviel Flaschen mit. Wer von beiden Schülern brachte mehr Flaschen mit und wieviel?

8. Aufgaben mit zwei Operationen, in denen eine Division verbunden mit einer Addition, Subtraktion oder Multiplikation auftritt.

Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Aufgaben, in denen eine Summe, eine Differenz oder ein Produkt zu dividieren ist.

Beispiel:

Die Schüler halfen bei der Kartoffelernte. Auf einem Teil des Feldes sammelten sie 50 kg Kartoffeln, auf einem anderen Teil 40 kg Kartoffeln. Sie schütteten die Kartoffeln gleichmäßig verteilt in 3 Körbe. Wieviel kg Kartoffeln waren in jedem Korb?

- b) Aufgaben, in denen ein Quotient durch Addition, Subtraktion oder Multiplikation zu verändern ist.

Beispiel:

Im Zirkel „Geschickte Hände“ arbeiten 24 Pioniere. Der sechste Teil von ihnen bastelt Fähnchen für den Pioniergeburtstag, jeder klebt 10 Fähnchen. Wieviel Fähnchen werden insgesamt geklebt?

- c) Aufgaben, in denen zwei Divisionen auszuführen sind.

Beispiele:

Ein Maurer vermauert in 5 Minuten 40 Ziegelsteine, ein anderer Maurer in 3 Minuten 27 Ziegelsteine. Wieviel Ziegelsteine vermauert jeder Maurer in einer Minute?

Ein Buch hat 32 Seiten. Ein Mädchen liest den vierten Teil dieses Buches an zwei Tagen, davon an jedem der zwei Tage die Hälfte. Wieviel Seiten des Buches liest das Mädchen an einem Tag?

9. Aufgaben mit dem Schluß von einer Vielheit über die Einheit auf eine neue Vielheit (Schlußrechnung mit direktem Verhältnis).

Beispiel:

Von 3 Schafen erhält man im Jahr 12 kg Wolle. Wieviel Wolle erhält man von 7 Schafen?

10. Aufgaben mit zwei Operationen, in denen ein ermittelter Teil

einer gegebenen Größe nochmals additiv zu verändern oder zu vervielfachen ist.

Steigerung der Schwierigkeit nach:

- a) Aufgaben, in denen ein Teil einer gegebenen Größe durch Addition oder Subtraktion zu verändern ist.

Beispiel:

Hans, Dieter und Kurt halfen dem Vater. Hans trug 50 Eimer Kohlen in den Keller, Dieter schaffte nur den fünften Teil davon, Kurt trug 12 Eimer mehr als Dieter. Wieviel Eimer Kohlen trug Kurt in den Keller?

- b) Aufgaben, in denen von einem Teil einer gegebenen Größe nochmals ein Teil zu ermitteln ist.

Beispiel:

Heinz las in einem Jahr 12 Bücher aus der Schülerbücherei. Gerhard las halb soviel, wie Heinz gelesen hat. Wolfgang las den dritten Teil der Bücher, die Gerhard gelesen hat. Wieviel Bücher las Wolfgang in einem Jahr?

- c) Aufgaben, in denen ein Teil einer gegebenen Größe zu vervielfachen ist.

Beispiel:

Ein Zeitungsverkäufer hat 100 Zeitungen. Den fünften Teil davon verkauft er am Vormittag. Viermal soviel wie am Vormittag verkauft er am Nachmittag. Wieviel Zeitungen verkauft er am Nachmittag?

Stoffübersicht:

Stunden Stunden Woche

1. Addition und Subtraktion bis 100 . . .		55	
2.1. Addieren und Subtrahieren von Einern mit Überschreiten des Zehners	20		1—4
1.2. Addieren und Subtrahieren zweistelliger Zahlen ohne Überschreiten des Zehners	60		5—8
1.3. Addition und Subtraktion zweistelliger Zahlen mit Überschreiten des Zehners	20		7—10
2. Multiplikation und Division bis 100 . .		100	
2.1. Multiplikationsfolgen der 10 und 5, Dividieren durch 10 und 5	20		11—13
2.2. Multiplikationsfolgen der 4, 8, 3, 6, 9 und 7; Dividieren durch 4, 8, 3, 6, 9 und 7	40		14—22
2.3. Dividieren durch 2, 3 . . . , 10	30		23—28
2.4. Systematisieren der Kenntnisse über Multiplikation und Division	10		29—30
3. Maße		10	1—30
4. Propädeutische Geometrie		15	1—30
5. Sachaufgaben			1—30

KLASSE 3

Im Verlauf des Schuljahres sind die Zahlen bis 10 000 zu behandeln und die Kenntnisse der Schüler vom dekadischen Stellenwertsystem für natürliche Zahlen zu vertiefen und zu festigen. Für das Rechnen mit großen Zahlen ist es erforderlich, schriftliche Rechenverfahren für die bekannten Grundrechenarten einzuführen.

Im Mittelpunkt der Arbeit stehen:

- a) der Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 10 000;
- b) das Erarbeiten der schriftlichen Rechenverfahren der vier Grundrechenarten;
- c) die Steigerung der Fertigkeiten im Lösen von Sachaufgaben mit mehreren Operationen.

Diese Schwerpunkte müssen in enger Beziehung zueinander behandelt werden.

Der *Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen* geschieht in zwei Unterrichtsabschnitten. Zunächst werden die Zahlen bis 1000 behandelt und in diesem Bereich die vier Grundrechenoperationen erst mündlich, dann schriftlich durchgeführt. Die Zahlen bis 10 000 werden in gleicher Weise erarbeitet und durch das Operieren mit ihnen gefestigt. Dieser schrittweise Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen soll gewährleisten, daß die Zahlen erst ausreichend gefestigt werden, ehe die Folge erweitert wird.

Die *schriftlichen Verfahren* zu den vier *Grundrechenarten* werden in dieser Klasse noch nicht in allen Schwierigkeitsstufen behandelt. Während das schriftliche Verfahren zur Addition vollständig zu erarbeiten ist, werden die Multiplikation nur mit einstelligem Multiplikator, die Division mit einstelligem Divisor und die Subtraktion ohne Überschreiten der Zehner, Hunderter und Tausender durchgeführt.

Die Behandlung der *Maße* ist in engem Zusammenhang mit dem Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen und mit dem Lösen von Aufgaben durchzuführen. Die dezimale Schreibweise für doppelt benannte Zahlen ist erst dann einzuführen, wenn bei den Schülern Fertigkeiten im Umwandeln der Maßzahl einer Maßeinheit in die Maßzahl einer anderen Maßeinheit vorhanden sind.

In der *propädeutischen Geometrie* ist der Winkel als geometrisches Gebilde, das durch sich schneidende gerade Linien entsteht, zu behandeln. In Verbindung damit werden die Fertigkeiten im Gebrauch der Zeichengeräte vervollkommen. Eine Verbindung von Arithmetik und Geometrie muß durch Berechnen der Länge von Strecken, von Seiten ebener Figuren und durch Anwenden geometrischer Sachverhalte in Sachaufgaben gewährleistet werden.

Beim *Lösen von Sachaufgaben* ist zunächst zu sichern, daß alle für die Klassen 1 und 2 verbindlichen Schwierigkeitsstufen behandelt werden. Dabei sind sowohl die Sachverhalte als auch die Zahlen für den Unterricht in der Klasse 3 zu verändern. Daran anschließend soll der Schwerpunkt auf das Lösen von Aufgaben mit drei Operationen gelegt werden.

1. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 1000

1. bis 2. Woche / 10 Stunden

Im Mittelpunkt dieses Unterrichtsabschnittes steht der Erwerb weiterer Kenntnisse über den Aufbau und die Anwendung der natürlichen Zahlen. Die Schüler sollen Vorstellungen von der Größe der Zahlen und von ihrem Vorkommen in der Umwelt erhalten. Durch das Runden auf volle Hunderter und das Bestimmen der vorgehenden und nachfolgenden Zehner und Hunderter muß ihnen der Begriff des Stellenwertes bewußtgemacht werden. Der Vergleich von Zahlen und das Herstellen der Gleichheit soll dazu benutzt werden, die vielfältigen Beziehungen zwischen den Zahlen zu erkennen.

Auf- und Abbau der Folge der natürlichen Zahlen durch Vorwärts- und Rückwärtsschreiten in Hundertern;
Aufbau der Zahlen aus Hundertern und zweistelligen Zahlen;
Dekadisches Stellenwertsystem, Aufbau der Zahlen aus Hundertern, Zehnern und Einern durch Multiplikation und Addition;
Zählen, Lesen und Schreiben dreistelliger Zahlen;
Stellung der Zahl in der Folge der natürlichen Zahlen,
Vorgänger, Nachfolger, vorgehender und nachfolgender Zehner und Hunderter,
Runden auf Hunderter;
Vergleich von Zahlen und Herstellen der Gleichheit.

Bemerkungen zu 1.:

Das Auffassen und Darstellen der Zahlen ist stets in Verbindung mit den Maßeinheiten der Länge (Meter und Millimeter) durchzuführen.

Das dekadische Stellenwertsystem ist an Aufgaben zu erläutern. Beispiel:

$$\begin{aligned} 265 &= 2 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 1 \\ &= 200 + 60 + 5 \end{aligned}$$

Beim Zählen muß der Hunderterübergang betont werden.

2. Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division bis 1000

3. bis 17. Woche / 82 Stunden

Die Kenntnisse über die Operationen sind so zu festigen und zu erweitern, daß die Schüler in der Lage sind, die einzelnen Operationen mit einfachen Worten zu kennzeichnen und diese Kenntnisse anzuwenden. Die Multiplikation muß als wiederholt ausgeführte Addition erkannt werden. Die Umkehroperationen sind zur Kontrolle der Ergebnisse einzusetzen. Die Schüler müssen wissen, daß eine bestimmte Vorschrift für die Reihenfolge der Ausführung bei Verbindung mehrerer Operationen besteht, sie müssen diese Vorschrift richtig anwenden können. Sie sollen stets in der Lage sein, Aufgaben mündlich vorzurechnen und die Art der Aufgaben anzugeben sowie vor der Rechnung einen Plan zur Lösung der Aufgabe aufzustellen. Großer Wert ist auf das selbständige Finden von Rechenwegen zu legen.

Die Schüler müssen befähigt werden, das Rechnen mit Grundaufgaben auch auf Operationen mit größeren Zahlen zu übertragen. Das Rechnen mit doppelt benannten Zahlen ist verstärkt durchzuführen, um bei den Schülern Fähigkeiten im Umrechnen von Größen zu entwickeln.

2.1. Addieren in mündlicher und schriftlicher Form

3. bis 5. Woche / 18 Stunden

Mündliches Rechnen (etwa 10 Stunden)

Addieren von Einern, Zehnern und Hundertern zu dreistelligen Zahlen;

Addieren zweistelliger Zahlen zu dreistelligen mit Überschreiten des Hunderters;

Addieren dreistelliger Zahlen zu dreistelligen bei Aufgaben, in denen insgesamt nur 5 von Null verschiedene Ziffern auftreten;

Ermitteln vorteilhafter Lösungswege;

Begriffe: Summand, Summe, Addition, addieren, Glieder der Aufgabe.

Schriftliches Rechnen (etwa 8 Stunden)

Einführen des schriftlichen Verfahrens;

Addieren von zwei Summanden ohne und mit Überschreiten;

Vergleich zwischen mündlichem und schriftlichem Rechnen;

Addieren mehrerer Summanden;

Addieren von doppelt benannten Zahlen.

2.2. Subtrahieren in mündlicher und schriftlicher Form

6. bis 8. Woche / 16 Stunden

Mündliches Rechnen (etwa 10 Stunden)

Subtrahieren von Einern, Zehnern und Hundertern von dreistelligen Zahlen;

Subtrahieren zweistelliger Zahlen von dreistelligen mit Überschreiten des Hunderters;

Subtrahieren dreistelliger Zahlen von dreistelligen (Begrenzung wie Addition);

Ergänzen und Abziehen als zwei Möglichkeiten der Subtraktion;

Begriffe: Minuend, Subtrahend, Differenz, Subtraktion, subtrahieren.

Schriftliches Rechnen (etwa 6 Stunden)

Einführen des schriftlichen Verfahrens;

Subtrahieren eines Subtrahenden ohne Überschreiten;

Subtrahieren von doppelt benannten Zahlen.

2.3. Multiplizieren in mündlicher und schriftlicher Form

9. bis 12. Woche / 24 Stunden

Mündliches Rechnen (etwa 14 Stunden)

Multiplizieren einstelliger Zahlen mit 10 und mit 100;

Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit 10;

Multiplizieren von Zehnern;

Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit einstelligen;
 Verbindung von Multiplikation und Addition oder Subtraktion;
 Begriffe: Faktor, Produkt, Multiplikation, multiplizieren.
 Schriftliches Rechnen (etwa 10 Stunden)
 Einführen des schriftlichen Verfahrens;
 Multiplizieren dreistelliger Zahlen mit einstelligen;
 Multiplizieren von doppelt benannten Zahlen.

2.4. Dividieren in mündlicher und schriftlicher Form

13. bis 17. Woche / 24 Stunden

Mündliches Rechnen (etwa 16 Stunden)

Wiederholen des Dividierens ohne und mit Rest;
 Abhängigkeit des Quotienten von Dividend und Divisor;
 Zahlenvergleich und Herstellen der Gleichheit zwischen einer zweistelligen Zahl und ihrem Zehnfachen;
 Dividieren durch 10 und durch 100 ohne Rest;
 Dividieren durch Zehner ohne und mit Rest;
 Dividieren von Zehnern durch Einer ohne Rest;
 Dividieren zweistelliger Zahlen durch einstellige ohne und mit Rest;
 Dividieren dreistelliger Zahlen (mit nur zwei von Null verschiedenen Ziffern) durch einstellige ohne Rest;
 Begriffe: Division, dividieren, Dividend, Divisor, Quotient, Rechenoperation;
 Reihenfolge bei der Ausführung verschiedener Rechenoperationen:
 a) Verbindung Multiplikation und Division,
 b) Verbindung Division oder Multiplikation mit Addition oder Subtraktion.

Schriftliches Rechnen (etwa 8 Stunden)

Einführen des schriftlichen Verfahrens;
 Dividieren dreistelliger Zahlen durch einstellige ohne Rest;
 Dividieren doppelt benannter Zahlen ohne Rest;
 Kontrolle des Ergebnisses mit Hilfe der Umkehroperation und durch Vergleich mit dem Überschlag.

Bemerkungen zu 2.:

In Anlehnung an die Beziehungen zwischen Addition und Subtraktion, die im mündlichen Rechnen besonders herausgestellt werden, ist hier die Einführung der schriftlichen Verfahren in der Reihenfolge Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division dargestellt.

In Ausnutzung der Beziehungen zwischen Addition und Multiplikation kann das schriftliche Verfahren der Multiplikation auch vor der Subtraktion behandelt werden.

Das Überprüfen des Ergebnisses beim Anwenden des schriftlichen Verfahrens der Addition erfolgt durch Addition der Summanden in umgekehrter Reihenfolge.

Beim schriftlichen Verfahren der Subtraktion wird folgende Sprechweise vom Schüler verlangt:

Beispiel:	385	$3 + 2 = 5$	Betonen der 2
	- 243	$4 + 4 = 8$	Betonen der 4
	<u>142</u>	$2 + 1 = 3$	Betonen der 1

Das Ergebnis wird durch Addition überprüft.

Beim Multiplizieren in mündlicher Form sollen Wertetabellen angelegt werden. Dadurch gelangen die Schüler leicht zur Erkenntnis, daß beim Multiplizieren einer Zahl mit 10 oder mit 100 die Ziffern in der Stellenwerttafel um eine bzw. um zwei Stellen nach links rücken und die freiwerdende Einer- bzw. Einer- und Zehnerstelle mit der Ziffer Null besetzt werden.

Das Multiplizieren der Zehner ist durch Übertragen der Grundaufgaben auszuführen. Dabei soll die Anwendung des Distributivgesetzes bewußtgemacht werden.

Das Überprüfen des ermittelten Produkts erfolgt beim schriftlichen Rechnen durch Vergleich mit dem Überschlag.

Das schriftliche Verfahren der Division muß zunächst ausführlich durchgeführt werden. erst nach einigen Übungen können die Schüler sofort die Differenzen festhalten.

3. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 10 000

18. Woche / 6 Stunden

Die Kenntnisse über die Zusammenhänge im Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen und über das dekadische Stellenwertsystem sind zu erweitern und zu vertiefen. Der Erwerb von Größenvorstellungen muß in enger Verbindung mit dem Auftreten großer Zahlen in der Umwelt erfolgen. Die Fertigkeiten im Schreiben und Lesen großer Zahlen sind weiterzuentwickeln.

Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen in Tausendern;
Aufbau der Zahlen aus Tausendern und dreistelligen Zahlen;
Dekadisches Stellenwertsystem, Aufbau der Zahlen aus Tausendern, Hundertern, Zehnern und Einern durch Multiplikation und Addition;
Zählen, Lesen und Schreiben vierstelliger Zahlen;
Stellung der Zahlen in der Folge der natürlichen Zahlen,
Vorgänger und Nachfolger, vorgehender und nachfolgender Hunderter und Tausender;
Runden auf volle Tausender;
Vergleich von Zahlen,
Vergleich von Tausendern, von Zahlen innerhalb der Tausender,
Herstellen der Gleichheit durch Addition und Subtraktion, für Tausender auch durch Multiplikation und Division.

Bemerkungen zu 3.:

Für den Aufbau der Folge in Tausendern werden die Beziehungen zwischen den Maßeinheiten der Länge (km – m) und der Masse (kg – g, t – kg) benutzt. Bei Zählübungen ist der Tausenderübergang besonders zu berücksichtigen. Das Schreiben und Lesen vierstelliger Zahlen erfolgt auch mit Hilfe der Stellenwerttafel.

4. Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

bis 10 000

19. bis 30. Woche / 60 Stunden

Die Fähigkeit zum Übertragen von Grundaufgaben auf das Rechnen mit größeren Zahlen ist weiter auszubilden. Dem Auffinden vorteilhafter Lösungswege muß besondere Beachtung geschenkt werden; vor

der Lösung einer Aufgabe ist stets ein Lösungsplan (mündlich oder schriftlich) aufzustellen.

Das Multiplizieren mit 10, 100, 1000 und das Dividieren durch diese Zehnerpotenzen muß zur Fertigkeit entwickelt werden.

Bei den Schülern ist die Gewohnheit herauszubilden, die schriftlich ermittelten Ergebnisse auch schriftlich zu kontrollieren.

4.1. Addieren in mündlicher und schriftlicher Form

19. bis 20. Woche / 12 Stunden

Mündliches Rechnen (etwa 5 Stunden)

Addieren von Einern, Zehnern, Hundertern und Tausendern zu vierstelligen Zahlen mit Überschreiten des Tausenders;

Addieren zwei-, drei- und vierstelliger Zahlen zu vierstelligen Zahlen mit Überschreiten des Tausenders.

Schriftliches Rechnen (etwa 7 Stunden)

Addieren von zwei und mehr Summanden ohne und mit Überschreiten;

Addieren von doppelt benannten Zahlen.

4.2. Subtrahieren in mündlicher und schriftlicher Form

21. bis 23. Woche / 15 Stunden

Mündliches Rechnen (etwa 5 Stunden)

Subtrahieren von Einern, Zehnern, Hundertern und Tausendern von vierstelligen Zahlen mit Überschreiten des Tausenders;

Subtrahieren zwei- und dreistelliger Zahlen von vierstelligen Zahlen.

Schriftliches Rechnen (etwa 10 Stunden)

Subtrahieren eines Subtrahenden ohne Überschreiten;

Subtrahieren doppelt benannter Zahlen ohne Überschreiten.

4.3. Multiplizieren in mündlicher und schriftlicher Form

24. bis 27. Woche / 18 Stunden

Mündliches Rechnen (etwa 6 Stunden)

Multiplizieren einstelliger Zahlen mit 10, 100, 1000;

Multiplizieren einstelliger Zahlen mit Hundertern;

Multiplizieren einstelliger Zahlen mit dreistelligen Zahlen, in denen die Einerstelle durch Null besetzt ist.

Schriftliches Rechnen (etwa 12 Stunden)

Multiplizieren drei- und vierstelliger Zahlen mit einstelligen;

Multiplizieren dreistelliger Zahlen mit zweistelligen;

Überschlag und Vergleich des Ergebnisses mit dem Überschlag;

Multiplizieren doppelt benannter Zahlen.

4.4. Dividieren in mündlicher und schriftlicher Form

28. bis 30. Woche / 15 Stunden

Mündliches Rechnen (etwa 5 Stunden)

Dividieren vierstelliger Zahlen durch 10, 100 und 1000 ohne Rest;

Dividieren vierstelliger Zahlen durch Zehner ohne Rest.
Schriftliches Rechnen (etwa 10 Stunden)
Dividieren vierstelliger Zahlen durch einstellige ohne und mit Rest;
Dividieren doppelt benannter Zahlen.

Bemerkungen zu 4.:

Das mündliche Addieren und Subtrahieren muß auch der Festigung der Kenntnisse vom Aufbau der natürlichen Zahlen dienen. Daher sind Aufgaben, in denen der Tausender überschritten wird, besonders zu betonen. Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben ist dabei so zu wählen, daß in beiden Summanden bzw. im Minuenden und Subtrahenden zusammen nur 5 von Null verschiedene Ziffern vorkommen.

Beim Anwenden des schriftlichen Verfahrens der Addition zum Lösen von Aufgaben mit doppelt benannten Zahlen sind solche Aufgaben zu bevorzugen, in denen die Maßzahl einer Maßeinheit in die Maßzahl einer anderen Maßeinheit umgerechnet werden muß.

Für die Subtraktion gilt Analoges wie für die Addition. Das Subtrahieren benannter Zahlen ist besonders in Aufgaben zu üben, in denen eine Umrechnung in die Maßzahl der nächstkleineren Maßeinheit notwendig ist.

Bei Anwendung des schriftlichen Verfahrens der Multiplikation sind bei dem Operieren mit doppelt benannten Zahlen solche Aufgaben zu bevorzugen, in denen nach erfolgter Multiplikation eine Umrechnung in die nächstgrößere Einheit erforderlich ist.

Beim mündlichen Dividieren vierstelliger Zahlen ohne Rest sollen die Schüler ihre Kenntnisse über die Abhängigkeit des Quotienten von Dividend und Divisor anwenden. Werden Aufgaben mit Rest gelöst, so ist auszudrücken, daß dieser Rest des Dividenden nicht geteilt wird.

5. Maße

1. bis 30. Woche / 10 Stunden

Im Mittelpunkt der Arbeit müssen die Beziehungen zwischen den Maßeinheiten stehen. In Verbindung damit ist die Fertigkeit auszubilden, Umrechnungen von der Maßzahl einer Maßeinheit in die Maßzahl einer anderen Maßeinheit vornehmen zu können. Die Maßeinheiten sind übersichtlich in einer Tabelle zusammenzustellen. Die Fertigkeiten im Schätzen und im Messen von Strecken müssen weiterentwickelt werden. Die Schüler müssen entscheiden lernen, in welcher Maßeinheit eine gegebene Strecke gemessen werden muß.

Maßeinheiten, ihre Beziehungen untereinander:

Länge: Millimeter (mm),

Beziehungen km – m, m – mm, cm – mm;

Masse: Tonne (t), Dezitonne (dt),

Beziehungen kg – g, t – kg, t – dt, dt – kg;

Messen, Wägen und Schätzen;

Zeit: Stunde (h), Minute (min), Sekunde (s),

Beziehungen Jahr – Monat, Monat – Tag, Minute – Sekunde;

Benutzen von Uhr und Kalender;

Darstellen der Maßeinheiten in einer Tabelle, geordnet nach den Beziehungen zwischen den Einheiten gleicher Maße;

Dezimale Schreibweise der Maße;

Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division mit Maßen in dezimaler Schreibweise.

Bemerkungen zu 5.:

Beim Untersuchen der Beziehungen zwischen den Maßeinheiten soll der Zusammenhang zwischen dem dekadischen Maßsystem und dem dekadischen Stellenwertsystem für die natürlichen Zahlen herausgearbeitet werden.

Durch Benutzen von Vergleichsgrößen beim Schätzen sind bei den Schülern Zahl- und Größenvorstellungen zu entwickeln. Das Schätzen von Größen muß anfangs stets durch Messen kontrolliert und evtl. korrigiert werden. Die angegebenen Abkürzungen sind als gesetzlich vorgeschrieben zu benutzen.

Das Operieren mit Größen in dezimaler Schreibweise ist stets im Anschluß an das Rechnen mit doppelt benannten Zahlen durchzuführen. Beim Überschlag vor der Berechnung ist das Komma zu berücksichtigen.

Beispiel: $5,375 \text{ km} : 5 = \dots$ Überschlag: $5 \text{ km} : 5 = 1 \text{ km}$.

Die Symbole ' und ", die zu den Winkelmaßen gehören, dürfen nicht für die Zeitmaße Minute und Sekunde verwendet werden.

6. Propädeutische Geometrie 1. bis 30. Woche / 15 Stunden

Gerade und gekrümmte Linien in beliebiger Lage;

Gebrauch von Lineal, Zeichendreieck und Zirkel zum Zeichnen und Prüfen,

senkrecht zueinander verlaufende Linien,

Zeichnen von Kreisen, Dreiecken und Vierecken (Ornamente);

Winkel: spitze Winkel, rechte Winkel, stumpfe Winkel ohne Gradeinteilung;

Messen der Seiten von Dreiecken und Vierecken auf Millimetergenauigkeit;

Begriffe: gerade Linie, gekrümmte Linie, sich schneidende Linien, senkrecht zueinander,

Winkel, Schenkel, Scheitelpunkt, Zirkelspanne, Durchmesser, Radius.

Bemerkungen zu 6.:

Bei der Erarbeitung des Begriffes „senkrecht zueinander“ ist darauf zu achten, daß die sich schneidenden geraden Linien nicht immer in Richtung des Heft- oder Tafelrandes verlaufen.

Die Winkelarten sind an sich schneidenden geraden Linien zu erarbeiten, die um ihren Schnittpunkt gedreht werden. Der rechte Winkel wird an einem Kreis erklärt, der durch zwei Durchmesser in vier gleiche Teile geteilt wird. An beweglichen Modellen ist zu zeigen, daß der rechte Winkel eine Sonderstellung einnimmt. Es ist zweckmäßig, ein Modell zu benutzen, bei dem die Schenkel verlängert werden können, um deutlich zu machen, daß die Größe des Winkels nicht von der Länge der auf den Schenkeln gelegenen Teilstrecken abhängt.

Stoffübersicht:

Stunden Stunden Woche

1. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 1000	10	1-2
2. Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division bis 1000	82	
2.1. Addieren in mündlicher und schriftlicher Form	18	3-5
2.2. Subtrahieren in mündlicher und schriftlicher Form	16	6-8
2.3. Multiplizieren in mündlicher und schriftlicher Form	24	9-12

2.4. Dividieren in mündlicher und schriftlicher Form	24	13–17
3. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 10 000		6 18
4. Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division bis 10 000		60
4.1. Addieren in mündlicher und schriftlicher Form	12	19–20
4.2. Subtrahieren in mündlicher und schriftlicher Form	15	21–23
4.3. Multiplizieren in mündlicher und schriftlicher Form	18	24–27
4.4. Dividieren in mündlicher und schriftlicher Form	15	28–30
5. Maße		10 1–30
6. Propädeutische Geometrie		12 1–30

KLASSE 4

Der nachfolgende Plan für die Klasse 4 baut auf der Grundlage des bis zum Schuljahr 1962/63 gültigen Planes für diese Klasse auf. Er setzt die in den vorangegangenen drei Schuljahren durchgeführte Bildungs- und Erziehungsarbeit fort, schließt also nicht an den hier veröffentlichten Plan der Klasse 3 unmittelbar an.

In der Klasse 4 stehen drei Schwerpunkte im Mittelpunkt der Arbeit:

- a) der Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen über die Million hinaus;
- b) das Erarbeiten der schriftlichen Verfahren der vier Grundrechenarten;
- c) die Steigerung der Fertigkeiten im Lösen von Sachaufgaben mit mehreren Operationen.

Die Operationen mit großen Zahlen machen die Anwendung der schriftlichen Verfahren erforderlich. Beim Lösen von Sachaufgaben wird mit großen Zahlen operiert, die schriftlichen Verfahren werden angewendet. Die drei Schwerpunkte müssen daher in enger Beziehung zueinander behandelt werden.

Der *Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen* wird in Klasse 4 bis zur Million und darüber hinaus fortgesetzt. Die Schüler müssen ihre Kenntnisse über die Schreibweise natürlicher Zahlen vervollständigen und dabei soweit in das dekadische Stellenwertsystem eindringen, daß sie die Folge der natürlichen Zahlen über die Million hinaus selbständig erweitern können.

Durch das Kennenlernen der *schriftlichen Verfahren* erhalten die Schüler die Möglichkeit, die vier Grundrechenarten mit großen Zahlen durchzuführen. Es ist anzustreben, daß die Schüler bereits gegen Ende des Unterrichts in Klasse 4 hochentwickelte Fertigkeiten

im Anwenden schriftlicher Verfahren besitzen. Die schriftlichen Verfahren der Addition und Subtraktion sind in allen Schwierigkeitsstufen zu behandeln, die der Multiplikation und Division jedoch nur bis zu zweistelligem Multiplikator bzw. Divisor.

Das *Lösen von Sachaufgaben* und formalen Aufgaben in Textform trägt in starkem Maße zur Anwendung des erworbenen mathematischen Wissens und Könnens bei. Es hat weiterhin große Bedeutung für die Entwicklung des mathematischen Denkens der Schüler. Sachaufgaben gehören daher zu jedem Stoffgebiet der Arithmetik und sollten ein wichtiger Bestandteil des Unterrichts sein.

Durch die systematische Arbeit an Sachaufgaben ist bei den Schülern die Fähigkeit weiterzuentwickeln, bestimmte Aufgabentypen, vor allem solche mit mehreren Operationen in verschiedenen Schwierigkeitsgraden, lösen zu können. Bisher wurden Anforderungen in dieser Hinsicht in den Plänen nicht gesondert genannt. Der vorliegende Lehrplan enthält genau abgegrenzte Schwierigkeitsstufen im Lösen von Aufgaben für die Klassen 1 und 2. In Klasse 4 sind zunächst die für die Klasse 2 vorgesehenen Aufgabentypen, allerdings mit größeren Zahlen, durchzuarbeiten. Davon ausgehend sind entsprechend der erreichten Entwicklungsstufe die Aufgaben schwieriger zu gestalten. Ziel der Klasse 4 ist das Lösen von Aufgaben in verschiedener Schwierigkeitsstufung mit drei und vier Operationen.

Durch konsequente Forderung der Kontrolle jedes ermittelten Ergebnisses sind die Schüler zur kritischen Haltung zur eigenen Arbeit zu erziehen. Dem gleichen Ziel dient das Überschlagen vor der Berechnung und das Vergleichen des Ergebnisses mit dem Überschlag.

Das Kennenlernen einiger *Brüche* muß in enger Verbindung mit dem Erweitern der Kenntnisse vom Kreis im propädeutischen Geometrieunterricht durchgeführt werden. Das systematische Erarbeiten der Brüche und die Operationen mit ihnen sind Stoff der Klassen 5 und 6.

Die Kenntnisse über Maße müssen sowohl beim Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen, als auch beim Lösen von Aufgaben erweitert und ergänzt werden. Durch die Arbeit mit großen Zahlen können die Schüler umfassendere Beziehungen zwischen den Maßeinheiten erkennen. Großer Wert ist auf das Herausbilden richtiger Größenvorstellungen mit Hilfe von Maß-, Schätz- und Wägebungen zu legen.

Neben der im Plan genannten Erweiterung der geometrischen Kenntnisse und Fertigkeiten muß das in den Klassen 1 bis 4 erworbene geometrische Wissen übersichtlich zusammengestellt und systematisiert werden. Es ist zu gewährleisten, daß die Schüler richtige Vorstellungen von den ihnen bekannten geometrischen Figuren haben, daß sie über einen anwendungsbereiten Schatz geometrischer Begriffe verfügen, daß sie einige wichtige Lagebeziehungen zwischen den Begrenzungen an Körpern und ebenen Figuren erkennen und Fertigkeiten im Umgang mit den Zeichengeräten besitzen.

Sowohl die Arbeit an den Maßen als auch die weitere Erarbeitung geometrischer Kenntnisse entsprechend dem Plan hat in Verbindung mit den arithmetischen Stoffeinheiten – also auf das ganze Schuljahr verteilt – zu erfolgen.

1. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 10 000

1. bis 4. Woche / 20 Stunden

Im Mittelpunkt dieses Unterrichtsabschnittes steht die Gewinnung der Zahlbegriffe. Die Übungen zum Zählen, zum Auffassen und Darstellen von Zahlen (Größenvorstellungen), zum Gliedern, Vergleichen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren dienen diesem Ziel.

Aufbau der Folge in Tausendern;
Aufbau der Zahlen aus Tausendern und dreistelligen Zahlen;
Aufbau der Zahlen aus Tausendern, Hundertern, Zehnern und Einern;
Dekadisches Stellenwertsystem;
Zählen mit besonderer Berücksichtigung der Tausenderübergänge;
Lesen und Schreiben vierstelliger Zahlen, Benutzen der Stellenwerttafel;
Stellung der Zahl in der Folge der natürlichen Zahlen, vorgehender und nachfolgender Hunderter und Tausender;
Vergleich von Tausendern,
von vierstelligen Zahlen innerhalb eines Tausenders;
Einführen der Symbole $>$ (größer als) und $<$ (kleiner als);
Gewinnen von Gleichheiten aus Ungleichheiten durch Addition und Subtraktion, bei Tausendern auch durch Multiplikation und Division;
Addition und Subtraktion auch mit Überschreiten der Tausender, Übertragen der Operationen aus dem ersten Tausender;
Multiplikation und Division mit einstelligem Multiplikator bzw. Divisor, mit 10 und mit 100.

Bemerkungen zu 1.:

Da Zahlenvergleiche bisher noch nicht verlangt wurden, ist sowohl auf die ausführliche mündliche Erläuterung als auch auf die schriftliche Darstellung besonders zu achten. Dabei sind die Symbole $>$, $<$ einzuführen und ständig zu benutzen.

Die Beziehungen zwischen den Operationen (Umkehrbeziehungen) sind besonders herauszuarbeiten. Die Operationen in diesem Abschnitt dienen hauptsächlich der Erarbeitung der Zahlbegriffe. Der Schwierigkeitsgrad ist so zu wählen, daß die Aufgaben noch mündlich gelöst werden können; das sind bei der Addition und Subtraktion in der Regel solche Aufgaben, in denen bei beiden Größen zusammen höchstens fünf von Null verschiedene Ziffern auftreten. Beim Aufbau der Folge sind die Beziehungen zwischen den Maßeinheiten der Länge $km - m$ und der Masse $kg - g$, $t - kg$ sinnvoll zu nutzen.

2. Die schriftlichen Verfahren der Addition und Multiplikation

5. bis 12. Woche / 38 Stunden

Die schriftlichen Verfahren sind durch das Rechnen mit großen Zahlen zu motivieren. Jedoch ist den Schülern bewußtzumachen, daß die schriftlichen Verfahren nicht zu neuen Operationen führen, daher ist ständig der Blick auf den Gebrauch des mündlichen Lösungsweges der Addition und Subtraktion zu richten. Der Unter-

richt ist so zu gestalten, daß nicht ausschließlich schriftlich gearbeitet wird, sondern neben dem schriftlichen das mündliche und halb-schriftliche Rechnen durchgeführt wird, wo es zweckmäßig erscheint. Es ist größter Wert auf die Sorgfalt und Sauberkeit bei der Arbeit zu legen. Falsches Untereinandersetzen stellt nicht nur eine Äußerlichkeit dar, sondern ist ein Verstoß gegen die mathematische Arbeitsweise und hat meist seine Wurzeln darin, daß sich der Schüler über das Wesentliche seiner Arbeit keine Gedanken macht.

2.1. Das schriftliche Verfahren der Addition

5. bis 7. Woche / 16 Stunden

Einführung des schriftlichen Verfahrens;
Beziehungen zwischen mündlichem und schriftlichem Verfahren;
Addieren von zwei und mehr mehrstelligen Summanden ohne und mit Überschreiten;
Kontrolle des Ergebnisses durch Addieren in umgekehrter Reihenfolge der Summanden;
Überschlagen des Ergebnisses und Vergleich des ermittelten Ergebnisses mit dem Überschlag;
Addieren von benannten Dezimalzahlen;
Begriffe: Addition, addieren, plus, gleich, Summand, Summe.

2.2. Das schriftliche Verfahren der Multiplikation

8. bis 12. Woche / 22 Stunden

Einführung des schriftlichen Verfahrens;
Beziehungen zwischen mündlichem und schriftlichem Verfahren;
Multiplizieren dreistelliger Zahlen mit einstelligen;
Überprüfen des Ergebnisses durch Vergleich mit dem Überschlag;
Multiplizieren mit Zehnern;
Multiplizieren mit beliebigem zweistelligem Multiplikator;
Multiplizieren von benannten Dezimalzahlen;
Begriffe: Multiplikation, multiplizieren, Faktor, Produkt.

Bemerkungen zu 2.:

Zur Steigerung der Fertigkeiten im Anwenden der schriftlichen Verfahren der Addition und Multiplikation müssen die Grundaufgaben der Addition und der Multiplikation ständig wiederholt werden, auch in den täglichen Übungen.

Auf das richtige Untereinandersetzen der Summanden bei der Addition und der Teilergebnisse bei der Multiplikation ist besonders zu achten.

Für das schriftliche Verfahren der Multiplikation ist ein einheitliches Verfahren zu verwenden.

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 324 \cdot 26 \\ \hline 648 \\ 1944 \\ \hline 8424 \end{array}$$

Beim Multiplizieren von benannten Dezimalzahlen ist vor dem Ermitteln des Ergebnisses in die nächst kleinere Maßeinheit umzuwandeln. Das Ergebnis wird in eine Dezimalzahl rückverwandelt.

3. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zur Million und darüber hinaus 13. bis 18. Woche / 25 Stunden

Das vorstellungsmäßige Erfassen großer Zahlen geschieht anfangs noch mit Hilfe des Zahlenstrahls und der Maße, um das Bilden von Größenvorstellungen zu unterstützen. In zunehmendem Maße müssen die Schüler aber dazu geführt werden, die großen Zahlen mit Hilfe der Kenntnisse über die dekadische Schreibweise der Zahlen zu erfassen und richtig in die Folge der natürlichen Zahlen einzuordnen. Die Stellenwerttafel ist dabei ein wichtiges Hilfsmittel. Die einfachen, mündlich zu lösenden Aufgaben aus den vier Grundrechenarten dienen der Erarbeitung der Zahlen. Auf die Parallelen zu den Grundaufgaben ist hinzuweisen.

Aufbau der Folge in Zehntausendern bis Hunderttausend, in Hunderttausendern bis zur Million;

Aufbau großer Zahlen aus ihren Stellenwerten;

Zählen in Einern und in größeren Schritten mit besonderer Beachtung der Übergänge;

Zerlegen großer Zahlen nach ihren Stellenwerten mit Hilfe der Stellenwerttafel;

Stellung der Zahl in der Zahlenfolge;

Vergleichen von Zahlen, Ermitteln der Differenz, Darstellen in der Form der Gleichung;

Mündliches Lösen einfacher Aufgaben der Addition und Subtraktion auch mit Überschreiten der Zehn- und Hunderttausender;

Mündliches Lösen einfacher Aufgaben der Multiplikation und Division mit einstelligem Multiplikator bzw. Divisor, mit 10 und mit 100.

Bemerkungen zu 3.:

Bei der Multiplikation (Division) ein und derselben Zahl mit 10, 100, 1000, ... sind die Ergebnisse zu vergleichen.

4. Die schriftlichen Verfahren der Subtraktion und Division 19. bis 30. Woche / 52 Stunden

Für die Behandlung dieses Stoffgebietes gilt das zum Abschnitt 2. Gesagte.

4.1. Das schriftliche Verfahren der Subtraktion

19. bis 23. Woche / 20 Stunden

Einführung des schriftlichen Verfahrens;

Subtrahieren von einem und mehreren Subtrahenden ohne und mit Überschreiten;

Kontrolle des Ergebnisses durch die Addition als Umkehroperation;

Subtraktion von benannten Dezimalzahlen;

Begriffe: Subtraktion, subtrahieren, minus, Minuend, Subtrahend, Differenz.

4.2. Das schriftliche Verfahren der Division

24. bis 30. Woche / 32 Stunden

Einführung des schriftlichen Verfahrens;
Beziehungen zwischen mündlichem und schriftlichem Verfahren;
Division mehrstelliger Dividenden durch einstelligen Divisor ohne Rest;
Division mehrstelliger Dividenden durch einstelligen Divisor mit Rest;
Division mehrstelliger Zahlen durch Zehner;
Division mehrstelliger Dividenden durch beliebige zweistellige Divisoren ohne und mit Rest;
Kontrolle der Ergebnisse der Division durch schriftliches Multiplizieren, Vergleich des Ergebnisses mit dem Überschlag;
Division benannter Dezimalzahlen;
Begriffe: Division, dividieren, Dividend, Divisor, Quotient.

Bemerkungen zu 4.:

Bei Einführung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion ist auf das Ermitteln der Differenz durch Ergänzen besonderer Wert zu legen.

Beispiel:	385	Sprechweise:	$3 + 2 = 5$	Betonung der 2
	- 243		$4 + 4 = 8$	Betonung der 4
	<hr/>		$2 + 1 = 3$	Betonung der 1
	142			

Das schriftliche Verfahren der Division muß zunächst ausführlich durchgeführt werden, erst nach einiger Übung können die Schüler sofort die Differenzen notieren. Bei einer neuen Schwierigkeitsstufe ist wieder auf die ausführliche Form zurückzugreifen.

Beim schriftlichen Verfahren der Division (Kontrolle durch Multiplikation) werden die anderen schriftlichen Verfahren wiederholt und gefestigt.

5. Maße

1. bis 30. Woche / 20 Stunden

Schwerpunkt der Arbeit ist nicht das Kennenlernen neuer Maßeinheiten, die Schüler sollen vielmehr ihre Kenntnisse über die Beziehungen zwischen den bereits bekannten Maßeinheiten erweitern und vertiefen. Sie sollen die Fähigkeit erwerben, vielfältige Umrechnungen der Maßzahl einer Maßeinheit in die Maßzahl einer anderen Maßeinheit vornehmen zu können.

Das Stoffgebiet wird nicht als geschlossene Unterrichtseinheit behandelt, es ist wegen der engen Beziehungen zur Erarbeitung der Folge der natürlichen Zahlen und zu den Operationen als Bestandteil der vorher genannten Stoffeinheiten zu betrachten. Eine Ausnahme davon macht das Zusammenfassen und Systematisieren aller Kenntnisse über Maße zum Schuljahresabschluß.

Beziehungen zwischen bekannten Maßeinheiten der Länge:

km - m, m - dm - cm - mm;

der Masse: t - dt - kg, kg - g;

der Zeit: Jahr - Monat - Tag,

Tag - Stunde, Stunde - Minute - Sekunde;

Umrechnungen der Maßzahl von einer Maßeinheit in die Maßzahl einer anderen Maßeinheit;
Dezimale Schreibweise der Maße;
Abkürzungen der Maßeinheiten und ihre Schreibweise;
Messen und Schätzen größerer Entfernungen (im Gelände);
Systematisieren der Kenntnisse über alle bekannten Maße und ihre Einheiten.

Bemerkungen zu 5.:

Die Fertigkeiten im Messen mit dem Lineal sind bis auf Millimetergenauigkeit zu erweitern. Sie werden in Verbindung mit dem Werkunterricht weiter vervollkommen. Es ist zu gewährleisten, daß die Schüler feste Größenvorstellungen von einigen Standardmaßen aus ihrer Umwelt besitzen.

6. Propädeutische Geometrie

1. bis 30. Woche / 25 Stunden

Neben der Erarbeitung weiterer geometrischer Kenntnisse ist in dieser Klasse besonderer Wert auf das Zusammenfassen und Systematisieren der Kenntnisse zu legen. Es sollte im Zusammenhang am Ende des Schuljahres durchgeführt werden. Die Kenntnisse sollen hier in Übersichten so zusammengefaßt werden, daß die Schüler dabei tiefer in die Zusammenhänge zwischen den geometrischen Figuren eindringen. Dabei sind auch die erarbeiteten geometrischen Begriffe übersichtlich zu ordnen.

Anknüpfend an die Kenntnisse der Schüler aus ihrer gesellschaftlichen Umwelt, werden sie im Rahmen der propädeutischen Geometrie bei der Teilung von Kreisen auch mit einigen einfachen Brüchen vertraut gemacht. Eine Behandlung der Brüche erfolgt jedoch hierbei nicht. Die Schüler sollen erste Vorstellungen von Bruchteilen eines Ganzen erwerben. Ganze werden dazu in Teile zerlegt (Falten und Schneiden am Kreis, an Papierstreifen). Auf den Zusammenhang zwischen der Anzahl und der Größe der Teile eines Ganzen soll bereits hingewiesen werden.

Kreis, Teile des Kreises: Halbe, Viertel, Achtel, Sechstel ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$);
Durchmesser, Radius, Sehne des Kreises;
Winkel, spitzer und stumpfer Winkel in Gegenüberstellung zum rechten Winkel;
Zeichnen einfacher Figuren mit Lineal, Zeichendreieck und Zirkel;
Zeichnen und Lesen von einfachen Strecken- und Streifendiagrammen bei Benutzung der Maßstäbe 1 : 1, 1 : 10, 1 : 100, 1 : 1000.

Bemerkungen zu 6.:

Bei den Zeichenübungen ist großer Wert auf Meß- und Zeichengenauigkeit sowie auf richtigen Gebrauch der Zeichengeräte zu legen. Mit dem Darstellen von Längen, von Zahlen aus Natur und Gesellschaft usw. in Strecken- und Streifendiagrammen wird eine neue Form der Darstellung erarbeitet. Das sollte in engem Zusammenhang mit den heimatkundlichen Themen geschehen, in denen auch maßstäbliches Zeichnen (Grundriß) behandelt wird.

Stoffübersicht:*Stunden* *Stunden* *Woche*

1. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis 10 000		20	1—4
2. Die schriftlichen Verfahren der Addition und Multiplikation		38	
2.1. Das schriftliche Verfahren der Addition	16		5—7
2.2. Das schriftliche Verfahren der Multiplikation	22		8—12
3. Aufbau der Folge der natürlichen Zahlen bis zur Million und darüber hinaus		25	13—18
4. Die schriftlichen Verfahren der Subtraktion und Division		52	
4.1. Das schriftliche Verfahren der Subtraktion	20		19—23
4.2. Das schriftliche Verfahren der Division	32		24—30
5. Maße		20	1—30
6. Propädeutische Geometrie		25	1—30

KLASSE 5

Im Mathematikunterricht der Klasse 5 sind, aufbauend auf den Unterrichtsergebnissen der Klassen 1 bis 4, die für das sichere und schnelle Rechnen mit *natürlichen Zahlen* notwendigen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten weiterzuentwickeln. Dabei gilt es, alle Schüler zur vollen Beherrschung sämtlicher Rechenfälle mit natürlichen Zahlen zu führen, die entsprechenden Rechenfertigkeiten weitgehend zu automatisieren, die mathematische Terminologie einzuführen und anzuwenden, die Zahlauffassung und -vorstellung weiterzuentwickeln und die Kenntnisse über natürliche Zahlen zu vertiefen und zu systematisieren. An Hand von konkreten Rechenfällen sind den Schülern mathematische Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten aus dem Bereich der natürlichen Zahlen bewußt zu machen. Diesem Ziel dient unter anderem auch die Formulierung arithmetischer Gesetze mit Hilfe allgemeiner Zahlsymbole als Zusammenfassung von vielen vorher behandelten konkreten Fällen.

Die Fertigkeiten im Rechnen mit natürlichen Zahlen sind so zu entwickeln, daß die Schüler sich im nachfolgenden Unterricht voll auf die mathematischen Probleme konzentrieren können. Bei Beendigung des Unterrichts in Klasse 5 darf kein Schüler mehr Schwierigkeiten bei rechnerischen Umformungen haben, in denen nur Operationen mit natürlichen Zahlen auszuführen sind.

Die Schüler müssen sichere Kenntnisse über das *dekadische Stellenwertsystem* erlangen. Nicht nur in den für seine Behandlung direkt vorgesehenen Unterrichtsstunden, sondern auch bei der Ausbildung

der Fertigkeiten in den Grundrechenarten, beim Schätzen, Überschlagen und Runden, bei der Flächen- und Raummessung, bei der Behandlung der Dezimalbrüche, immer wieder ist auf den Aufbau des dekadischen Stellenwertsystems einzugehen. Diese Arbeit ist auch später fortzuführen und hat dazu beizutragen, die Schüler zu überlegtem Handeln und zu kritischer Haltung gegenüber den Ergebnissen ihrer mathematischen Arbeit zu erziehen.

Beim *Schätzen, Runden und Überschlagen* wird die Entwicklung klarer Vorstellungen über Größenordnungen zunächst der natürlichen Zahlen, später auch von Brüchen, Längen, Flächen- und Rauminhalten, fortgesetzt. Auch das Schätzen, Runden und Überschlagen wird nur in einigen wenigen Stunden direkt zum Unterrichtsgegenstand gemacht; es tritt jedoch ab Klasse 5 als Prinzip beim Lösen aller mathematischen Schüleraufgaben in Erscheinung. Die Schüler sind daran zu gewöhnen, rechnerisch oder zeichnerisch gewonnene Ergebnisse mit den Vorüberlegungen zu vergleichen sowie Kontrollrechnungen bzw. Kontrollzeichnungen durchzuführen. Bei der *Einführung in die Bruchrechnung* steht die sorgfältige und wissenschaftlich einwandfreie Erweiterung des Zahlbegriffs im Vordergrund. Den Schülern ist klarzumachen, daß jeder Bruch *eine Zahl* darstellt und die gleiche Zahl durch beliebig viele äquivalente Brüche dargestellt werden kann.

Wohl ist bei der Einführung in die Bruchrechnung auch bereits mit den neu erarbeiteten Zahlen zu rechnen, aber das hat stets unter dem Blickwinkel der richtigen Begriffsbildung und -entwicklung zu geschehen. Das Konkretisieren mit Hilfe von Anschauungsmaterial, das Vergleichen, Ordnen und Zusammenfassen von Brüchen sind wesentlicher als eine Vielzahl bloßer Rechenübungen.

Dezimalbrüche sind als eine besondere Darstellungsweise der Brüche zu behandeln.

Der *Geometrieunterricht* baut auf der geometrischen Propädeutik der Klassen 1 bis 4 auf. Nunmehr werden geometrische Grundbegriffe systematisch erarbeitet, einfache ein-, zwei- und dreidimensionale geometrische Gebilde beschrieben, gemessen, konstruiert, berechnet und abgebildet. Dabei wird das Raumvorstellungsvermögen der Schüler planmäßig geschult. Von besonderer Bedeutung sind die schrittweise Erarbeitung hinreichend allgemeiner geometrischer Grundvorstellungen, exakter Begriffe und Gesetzmäßigkeiten, die Entwicklung einer präzisen und sprachlich einwandfreien Ausdrucksweise sowie die Erziehung zu Genauigkeit und Sorgfalt beim Konstruieren.

Im Mathematikunterricht der Klasse 5 herrscht bei Wahrung systematischer Folgerichtigkeit in den einzelnen Bereichen bis zur Einführung in die Bruchrechnung eine enge *Durchdringung von Arithmetik und Geometrie* vor. Aber auch in der Bruchrechnung darf nicht auf geometrische Betrachtungen verzichtet werden, die hier in erster Linie zur Unterstützung des Kenntniserwerbs und bei Anwendungen in Erscheinung treten.

Im gesamten Mathematikunterricht der Klasse 5, nicht nur im zu-

sammenfassenden letzten Unterrichtsabschnitt, ist die wichtige Fähigkeit des weitgehend selbständigen Lösen mathematischer Schüleraufgaben weiterzuentwickeln.

1. Zahl, Ziffer, Maßeinheiten

1. bis 5. Woche / 30 Stunden

Zu Beginn des Mathematikunterrichts in Klasse 5 ist die notwendige Wiederholung und Übung nicht als gesonderter Unterrichtsabschnitt durchzuführen, sondern mit der Erarbeitung des Grundsätzlichen innerhalb des den Schülern bereits Bekannten zu verknüpfen.

Die Klärung des Aufbaus des dekadischen Stellenwertsystems erfolgt in engem Zusammenhang mit der systematischen Behandlung der wichtigsten Maßeinheiten, insbesondere beim Umwandeln von Maßzahlen verschiedener Maßeinheiten. Die Umwandlungsübungen wiederum sind eng mit der Entwicklung des Größen- und Raumvorstellungsvermögens zu verbinden. Den Schülern sind wichtige Vergleichsmaße fest einzuprägen. Die Schüler müssen auf der Grundlage konkreter Vorstellungen entscheiden lernen, welche Maßeinheiten für die quantitative Beschreibung bestimmter Größen zweckmäßigerweise zu wählen sind. Auch das sinnvolle Runden und die Verwendung der dezimalen Schreibweise bei der Formulierung des Ergebnisses dienen diesem Bildungsziel. Die Rechnungen hingegen sind noch nicht in dezimaler Schreibweise durchzuführen. Berechnungen sind im allgemeinen in Form von Zahlenwertgleichungen, also ohne Angabe der Maßeinheiten, durchzuführen. Bei den Schülern sind klare Vorstellungen von den jeweiligen Maßeinheiten und vom Prozeß des Messens zu entwickeln. Daher sind geeignete praktische Schülerarbeiten durchzuführen, wobei jedoch keine Fertigkeiten im Umgang mit einer *Vielzahl* von Meßgeräten herauszubilden sind.

Zur Erarbeitung der Begriffe Flächeninhalt und Rauminhalt sind Übungen im Auslegen von Rechtecken mit Einheitsquadraten bzw. von Quadern mit Einheitswürfeln und im Aufbauen von Flächen bestimmten Flächeninhalts aus Einheitsquadraten bzw. von Körpern bestimmten Rauminhalts aus Einheitswürfeln durchzuführen. Die Berechnung des Flächen- bzw. Rauminhalts rechteckiger Figuren bzw. quaderförmiger Körper wird hier nur vorbereitet; für die Durchführung vgl. Abschnitt 6.

1.1. Dekadisches Stellenwertsystem

6 Stunden

Folge der natürlichen Zahlen;
Zahl und Ziffer, Zahldarstellung mit Hilfe von Ziffern;
Aufbau des dekadischen Stellenwertsystems;
Übungen im Lesen und Schreiben großer Zahlen;
Wiederholung und Festigung der Geldmaße: DM und Pf;

Wiederholung und Festigung der Maßeinheiten der Masse:

t, dt, kg, g;

Runden auf volle Zehner, Hunderter, Tausender usw.

1.2. Längenmessung, Längemaße

6 Stunden

Messen als Vergleichen mit zweckmäßig gewählten Maßeinheiten; Maßeinheiten der Länge: m, dm, cm, mm und km;

Umwandeln von Maßzahlen bei verschiedenen Maßeinheiten;

Dezimalschreibweise der Maßzahlen bei größeren Maßeinheiten;

Sinnvolles Runden bei Längenangaben;

Zeichnen und Messen von Strecken, konstruktive Streckenaddition und -subtraktion.

1.3. Flächen- und Rauminhaltsbestimmung, Flächen- und Raummaße

12 Stunden

Wiederholung und Festigung: Rechteck einschließlich Quadrat;

Flächenmessung;

Flächenmaße: m^2 , dm^2 , cm^2 , mm^2 und km^2 , ha, a, m^2 ;

Übungen im Bestimmen von Umfängen und Flächeninhalten ebener rechteckiger Figuren;

Sinnvolles Runden bei Angaben über Umfänge und Inhalte von rechteckigen Flächenstücken;

Wiederholung und Festigung: Quader einschließlich Würfel;

Rauminhaltsbestimmung;

Raummaße: m^3 , dm^3 , cm^3 , mm^3 ;

Übungen im Bestimmen von Rauminhalten quaderförmiger Körper mit Hilfe von Längenmessungen;

Sinnvolles Runden bei Angaben von Rauminhalten quaderförmiger Körper;

Hohlmaße: l, dl, cl, ml und hl.

1.4. Zeitmaße

6 Stunden

Jahr, Monat, Woche, Tag;

Tag, Stunde, Minute, Sekunde;

Schreibweise von Zeitangaben;

Lesen des Fahrplanes.

Bemerkungen zu 1.:

Beim Runden sind zunächst noch die Fälle zu vermeiden, in denen die Ziffer 5 an letzter Stelle der Zifferndarstellung einer zu rundenden Zahl auftritt, da die Geradzahregel den Schülern erst im Verlauf des Unterrichts in Klasse 5 zu erläutern ist; vgl. Abschnitt 4.

Bei den Übungen im Lesen und Schreiben großer Zahlen ist besonders auf die Fälle einzugehen, bei denen Nullen das Nichtbesetztsein bestimmter Stellenwerte kennzeichnen.

Das Messen ist in enger Verbindung zum Werkunterricht durchzuführen; Fertigkeiten sind im Messen mit Hilfe des Lineals im Heft bzw. an der Tafel zu entwickeln. Die Maßeinheit 1 Ar ist im Schulhof zu demonstrieren und mit

nichtquadratischen Flächen gleicher Größe zu vergleichen. Bei allen Rechnungen mit großen Zeitmaßen werden das Jahr mit 360 Tagen, der Monat mit 30 Tagen angesetzt. Auf den geringfügigen Unterschied zwischen 1 dm^3 und 1 l wird nicht eingegangen.

2. Die vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen **6. bis 15. Woche / 40 Stunden**

Bei der wiederholenden und vertiefenden Behandlung der Addition und der Subtraktion natürlicher Zahlen sind die den Schülern bereits bekannten Operationen genauer zu erschließen. Die in diesem Unterrichtsabschnitt vorherrschenden formalen Aufgaben dienen der Verdeutlichung des mathematischen Kerns des Lösungsverfahrens. Dabei sind die Kenntnisse über das dekadische Stellenwertsystem und die gebräuchlichen Maßeinheiten zu festigen.

Zwischen mündlichem, halbschriftlichem und schriftlichem Rechnen ist ein wohlausgewogener Wechsel anzustreben.

Bei der Behandlung der Multiplikation und der Division natürlicher Zahlen ist analog zu verfahren. Dabei sind ferner diejenigen Rechenfälle einzuführen und zu üben, die wegen zu großer Stellenzahl im Mathematikunterricht der Klasse 4 nicht behandelt wurden.

Am Ende dieses Unterrichtsabschnitts ist von allen Schülern Sicherheit und Schnelligkeit in der Ausführung sämtlicher vier Grundrechenarten zu fordern. Die Beziehungen der vier Grundrechenarten untereinander müssen erkannt werden. Dabei ist dem Rechnen mit Null bzw. Eins, den neutralen Elementen der additiven bzw. der multiplikativen Verknüpfung, besondere Aufmerksamkeit zu widmen.

Vor jeder längeren Rechnung ist die Größenordnung des Ergebnisses durch Überschlag festzustellen; die gewonnene Lösung ist kritisch mit dem Überschlag zu vergleichen.

In den zehn Wochen, die für die Behandlung der vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen vorgesehen sind, entfallen je Woche etwa 4 Stunden auf die Arbeit an diesem Stoffkomplex; in den verbleibenden 2 Stunden je Woche sind geometrische Stoffgebiete zu behandeln; vgl. Abschnitte 3. und 4.

2.1. Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen / **12 Stunden**

Addition als verkürztes Weiterzählen, Darstellung am Zahlenstrahl; Begriffe: Summand, Summe, Addition, addieren, plus, gleich;

Vertauschbarkeit (Kommutativität) der Summanden;

Schrittweises Zusammenfassen (Assoziativität) mehrerer Summanden;

Festigung des schriftlichen Verfahrens der Addition mehrerer Summanden;

Runden und Überschlagen;

Subtraktion als Umkehroperation zur Addition, Darstellung am Zahlenstrahl;

Begriffe: Minuend, Subtrahend, Differenz, Subtraktion, subtrahieren, minus;
Festigung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion eines und mehrerer Subtrahenden;
Probe mit Hilfe der Umkehroperation.

2.2. Multiplikation und Division natürlicher Zahlen 28 Stunden

Multiplikation als verkürzte Addition gleicher Summanden;
Begriffe: Faktor, Produkt, Multiplikation, multiplizieren;
Vertauschbarkeit (Kommutativität) der Faktoren;
Schrittweises Zusammenfassen (Assoziativität) mehrerer Faktoren;
Festigung des schriftlichen Verfahrens des Multiplizierens zweier Faktoren, Erweiterung auf Faktoren mit beliebiger Stellenzahl;
Division als Umkehroperation zur Multiplikation und als verkürzte Subtraktion gleicher Subtrahenden;
Begriffe: Dividend, Divisor, Quotient, Division, dividieren;
Festigung des schriftlichen Verfahrens der Division, Erweiterung auf Divisoren mit beliebiger Stellenzahl;
Probe mit Hilfe der Umkehroperation.

Bemerkungen zu 2.:

Beim Verdeutlichen der Verknüpfungsgesetze für natürliche Zahlen und der Teilschritte beim Rechnen ist in propädeutischer Art mit Klammern zu arbeiten.

Die wesentlichen Gesetze (Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz) sollten bei der Zusammenfassung vieler konkreter Fälle auch mit Hilfe allgemeiner Zahlsymbole niedergeschrieben werden. Bei der Erörterung der Zusammenhänge zwischen Addition und Subtraktion sowie zwischen Multiplikation und Division sollte auch mit einfachen Gleichungen unter Verwendung des Symbols x gearbeitet werden. Diese vorbereitende Arbeit darf jedoch nicht zu einer systematischen Behandlung der allgemeinen Zahlsymbole bzw. der Gleichungslehre ausgedehnt werden.

Bei der Behandlung der Division ist herauszuarbeiten, daß diese zum Lösen verschiedenartiger Probleme genutzt wird. Das Teilen und das Enthaltensein sind also nicht als zwei verschiedene Rechenoperationen zu betrachten. Bei der Division durch einstellige und einfache zweistellige Divisoren ist höchstens halbschriftlich zu arbeiten, bei größeren Divisoren schriftlich, auch unter Notierung der Hilfsrechnungen.

3. Geometrische Grundbegriffe und Konstruktionen 6. bis 12. Woche / 14 Stunden

Der Übergang von der propädeutischen zur systematischen Behandlung der Geometrie erfolgt im Zusammenhang mit dem Vertrautmachen der Schüler mit so grundlegenden Begriffen wie Punkt, Gerade und Ebene; Strecke, Strahl und Gerade; Winkel. Das kann nicht mit Hilfe von strengen Definitionen, sondern nur durch wissenschaftlich einwandfreies Beschreiben erfolgen. Von großem Wert sind dabei Erklärungen, die das Entstehen der geometrischen Grundfiguren anschaulich und sprachlich richtig wiedergeben. Auch abbildungsgeometrische Betrachtungen sind anzustellen.

Am Beispiel der Parallelität und der Orthogonalität von Geraden ist herauszuarbeiten, daß es hier stets um (mindestens) zwei als zusammengehörig zu betrachtende Geraden geht.

Die Schüler sind bereits beim Ausführen der einfachsten Konstruktionen an eine mathematisch richtige, von überflüssigen Angaben freie Beschreibung der Konstruktionen zu gewöhnen. Zugleich ist schrittweise das Verständnis dafür anzubahnen, daß alle geometrischen Grundbegriffe hochgradige Abstraktionen und Idealisierungen, alle Zeichnungen demgemäß nur Veranschaulichungen für diese Begriffsbildungen darstellen.

Der Gebrauch des Winkelmessers ist in vielfältiger Form zu üben. Dabei sollte vermieden werden, daß sich stets ein Schenkel der zu messenden oder zu zeichnenden Winkel in paralleler Lage zum Tafel- oder Heftrand befindet; vielmehr sollten schon hier vorbereitende Übungen für die spätere systematische Behandlung der Innenwinkel ebener konvexer Vielecke, der Neben- und Scheitelwinkel, der Stufen- und Wechselwinkel usw. durchgeführt werden.

3.1. Strecke, Strahl, Gerade

6 Stunden

Begriffe: Strecke, Strahl, Gerade;
Bezeichnung von Punkten und Strecken;
Messen, Zeichnen, An- und Abtragen von Strecken (Streckenaddition und -subtraktion);
Abstecken von Strecken im Gelände;
Entstehen von Parallelen durch Verschiebung von Geraden;
Parallelen und zueinander senkrechte Geraden;
Zeichnen von zueinander parallelen bzw. senkrechten Geraden mit Hilfe von Zeichendreiecken;
Abstand zweier Punkte, Abstand eines Punktes von einer Geraden, Abstand paralleler Geraden.

3.2. Winkel und Winkelmessung

8 Stunden

Entstehen von Winkeln durch Drehung eines Strahls um seinen Anfangspunkt und durch Schnitt von Geraden;
Begriffe: Scheitel, Schenkel;
Bezeichnungen von Winkeln mit Hilfe von Punktbezeichnungen und mittels griechischer Buchstaben;
Drehung als Maß der Winkelgröße, Teilung des Kreises in gleiche Teile;
Gradmaß, Winkelmesser und Winkelmessung;
Einteilung der Winkel in spitze, rechte, stumpfe, gestreckte und überstumpfte Winkel, Vollwinkel;
Zeichnen von Winkeln vorgeschriebener Größe mit Hilfe des Winkelmessers;
Übertragen gegebener Winkel mit Hilfe von Zirkel und Lineal;
An- und Abtragen von Winkeln (konstruktive Winkeladdition und -subtraktion).

Bemerkungen zu 3.:

Parallelen werden als Geraden gleicher Richtung definiert; der Begriff der Richtung ist anschaulich zu gewinnen.

Den Winkelmaßen sind die Zeitmaße wiederholend gegenüberzustellen, wobei auf das richtige Schreiben und Benutzen der entsprechenden Symbole für die verschiedenen Maßeinheiten gleichen Namens besonders zu achten ist. Auf Neugrad (Gon) sollte hingewiesen werden. Rechnungen damit sind nicht durchzuführen. Beim Schätzen der Größe von Winkeln ist immer wieder hervorzuheben, daß die Winkelgröße nicht von der Länge der auf den Schenkeln gelegenen begrenzenden Teilstrecken abhängt.

4. Maßstäbliches Zeichnen, Diagramme

13. bis 16. Woche / 8 Stunden

Beim Anfertigen von maßstäblichen Zeichnungen ist auf eine enge Verbindung zum Werk- und zum Erdkundeunterricht Wert zu legen; die große Bedeutung grafischer Darstellungen in der Praxis ist zu zeigen.

Das Einführen der Achsen beim Anfertigen von Diagrammen bereitet das Arbeiten mit dem rechtwinkligen Koordinatensystem vor. Die Auswahl des Zahlenmaterials hat so zu erfolgen, daß auf diese Weise den Schülern die großen Erfolge unseres sozialistischen Aufbaus überzeugend verdeutlicht werden.

Den Schülern sind die Vorzüge, aber auch die Grenzen grafischer Darstellungen zu zeigen. In diesem Zusammenhang ist das sinnvolle Runden weiter zu üben und durch Beachten der Geradzahregel für das Runden der 5 zu vervollständigen.

4.1. Maßstäbliches Zeichnen

4 Stunden

Wiederholung und Festigung des bisher erworbenen Wissens über den Maßstab;

Gebräuchliche Kartenmaßstäbe;

Übungen im Umrechnen von der wahren Länge einer Strecke zum maßstäblichen Bild und umgekehrt;

Wiederholung und Festigung der Längenmaße;

Sinnvolles Runden bei maßstäblichen Zeichnungen.

4.2. Diagramme

4 Stunden

Streifendiagramme;

Streckendiagramme;

Beschriftung der Achsen von Diagrammen;

Arbeiten auf Millimeterpapier;

Sinnvolles Runden von Zahlenangaben für grafische Darstellungen;

Übungen im Lesen und Anfertigen einfacher Diagramme.

Bemerkungen zu 4.:

Das Zahlenmaterial ist von den Schülern weitgehend selbständig zu beschaffen, wobei durch den Lehrer zu sichern ist, daß für die sozialistische Bildung und Erziehung wichtige Zahlen von den Schülern zusammengetragen werden.

5. Anwendungen der vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen 16. bis 30. Woche / 39 Stunden

Die Übungen und Anwendungen im Rechnen mit natürlichen Zahlen sind bis zum Ende des Schuljahres fortzusetzen. Wohl sind auch in den vorangegangenen Unterrichtsabschnitten schon viele Textaufgaben, eingekleidete Aufgaben und Anwendungsaufgaben gelöst worden; hier kommt es aber nunmehr darauf an, daß die Schüler durch das systematische Lösen solcher Aufgaben ihre mathematischen Kenntnisse bewußt und zielstrebig innerhalb und außerhalb der Mathematik nutzen lernen. Es gilt, den Schülern bestimmte Bereiche des gesellschaftlichen Lebens mit Hilfe mathematischer Betrachtungen tiefer und vollständiger zu erschließen und dadurch wertvolle Überzeugungen und Verhaltensweisen entwickeln zu helfen. In erster Linie sollten solche Aufgaben gelöst werden, mit deren Hilfe bestimmte Probleme des örtlichen und des aktuellen gesellschaftlichen Lebens verdeutlicht werden. Insbesondere ist auf die rechnerische Erfassung von Problemen aus der sozialistischen Landwirtschaft Wert zu legen. Hingegen sollten Fragen der industriellen Produktion erst in den höheren Klassen, in denen umfangreicheres technisch-physikalisches Wissen der Schüler vorausgesetzt werden kann, in stärkerem Maße in Sach- und Anwendungsaufgaben Verwendung finden.

Während in der 16. bis 23. Woche etwa die Hälfte des Mathematikunterrichts für Übungen und Anwendungen zum Rechnen mit natürlichen Zahlen anzusetzen ist – vgl. Abschnitt 6. –, steht von der 24. Woche an dafür nur etwa ein Drittel der Gesamtzeit zur Verfügung; vgl. Abschnitt 7. Dabei ist es weder erforderlich noch in jedem Falle wünschenswert, streng in Arithmetikstunden und Stunden zur Behandlung geometrischer Lehrstoffe zu trennen. Ein sinnvolles wechselseitiges Durchdringen des Rechnens mit natürlichen Zahlen, der Geometrie und der Bruchrechnung trägt dazu bei, die Anwendungsfähigkeit und Anwendungsbereitschaft des mathematischen Grundwissens insgesamt zu erhöhen.

5.1. Formale Aufgaben

15 Stunden

Textfreie Aufgaben;

Rechenvorteile, arithmetisches Mittel (Durchschnitt);

Übungen im Erkennen der Rechenoperationen bei formalen Textaufgaben;

Übungen im textlichen Einkleiden textfreier formaler Aufgaben.

5.2. Einkleidete Aufgaben und Anwendungsaufgaben 24 Stunden

Anwendungen der vier Grundrechenarten beim Lösen geometrischer Probleme;

Übungen im Erkennen der mathematischen Zusammenhänge bei sachbezogen eingekleideten Aufgaben;

Übungen im Bilden von Sachaufgaben nach Angabe von Zahlenmaterial oder der Verknüpfungsvorschriften.

Bemerkungen zu 5.:

Bei jeder Aufgabe, auch bei zusammengesetzten formalen Aufgaben, sind ein Plan für die Lösung zu entwerfen und ein Überschlagn anzu fertigen. Dabei ist auf die richtige Verwendung der Symbole = und \approx und \sim sowie der Fachterminologie großer Wert zu legen. Ferner sind die Schüler systematisch zum Beschreiben und Begründen des eingeschlagenen Lösungsweges sowie zum kritischen Deuten des gewonnenen Resultates zu erziehen. Die Anwendungsaufgaben sollten etwa drei verschiedenen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis entnommen werden.

6. Quadrat und Würfel, Rechteck und Quader

17. bis 23. Woche / 21 Stunden

Messen, Berechnen und Darstellen einfacher geometrischer Gebilde gehören eng zusammen. Nachdem im vorangegangenen Unterricht die Schüler mit wichtigen ebenen Figuren und Körperformen bekannt gemacht wurden und diese beispielsweise nach Flächen- oder Rauminhalt bestimmen gelernt haben, sind nunmehr das Berechnen, das Konstruieren und das systematische Erfassen und Beschreiben ihrer Eigenschaften Hauptinhalt des Geometrieunterrichts. Da dem Bestimmen von Flächen- beziehungsweise Rauminhalten durch Messen in vielen Fällen praktische Grenzen gesetzt sind, wird für die Schüler die Zweckmäßigkeit der Entwicklung von Berechnungsformeln motiviert.

Auf enge Beziehungen zwischen ebenen und räumlichen Betrachtungen ist zu achten. Den Schülern ist das Verhältnis zwischen allgemeinen und besonderen Formen (Viereck – Rechteck – Quadrat; Quader – Würfel) bewußt zu machen. Für die Berechnungen sind demgemäß für die Spezialfälle keine besonderen Formeln zu entwickeln.

Fertigkeiten im Konstruieren mit Hilfe von Lineal, Zirkel und Zeichendreiecken sind auf vielfältige Weise, insbesondere beim Anfertigen von Modellen, zu entwickeln.

In jeder Woche sind etwa 3 Stunden auf die Arbeit an geometrischen Lehrstoffen zu verwenden; vgl. Abschnitt 5.

6.1. Geometrische Grundbegriffe und Konstruktionen **6 Stunden**

Wiederholung und Festigung des bisher erworbenen Wissens über Quadrat und Würfel sowie über Rechteck und Quader;

Übungen im Beschreiben von einfachen Figuren und Körpern, richtiges Benennen der Begrenzungen;

Quadrat als Sonderfall des Rechtecks, Würfel als Sonderfall des Quaders;

Konstruktion von Rechtecken einschließlich Quadraten mit Hilfe von Zeichendreiecken;

Konstruktion des Netzes von Quadern einschließlich der Sonderfälle;

Anfertigen von Körpermodellen aus Netzen und als Kantenmodelle.

6.2. Flächen- und Rauminhaltsberechnung

9 Stunden

Wiederholung und Festigung des Bestimmens von Flächen- und Rauminhalten durch Messung mit Hilfe geeigneter Maßeinheiten; Berechnung von Flächeninhalt und Umfang rechteckiger Figuren; Berechnung von Rauminhalt und Oberfläche quaderförmiger Körper; Eingekleidete Aufgaben zur Umfangs-, Oberflächen-, Flächeninhalts- und Rauminhaltsberechnung.

6.3. Körperdarstellung

6 Stunden

Grundriß einfacher Körper;
Bezeichnung der Bildpunkte;
Sichtbarkeit von Kanten im Grundriß.

Bemerkungen zu 6.:

Gesonderte Formeln für das Berechnen des Umfanges beziehungsweise der Oberfläche rechteckiger Figuren beziehungsweise quaderförmiger Körper sind nicht einzuprägen.

Die Darstellung von Körpern ist auf solche einfachen Fälle zu beschränken, bei denen der Grundriß ein Rechteck (Quadrat) ist. Besonders wichtig sind die Grundrisse von quaderförmigen Körpern, von vierseitigen Pyramiden in verschiedener Lage und von dreiseitigen Prismen (Dächern). Von der Benutzung von Koten oder eines Höhenmaßstabes wird in Klasse 5 noch abgesehen, da dieser Teil des Lehrganges in darstellender Geometrie weitgehend propädeutisch aufgebaut ist. Auf das Einprägen bestimmter Lehrsätze über die Bilder geometrischer Elemente wird verzichtet, wenngleich einige Gesetzmäßigkeiten aus der Anschauung bewußtgemacht werden.

7. Einführung in die Bruchrechnung

24. bis 30. Woche / 28 Stunden

Durch die Einführung in die Bruchrechnung wird der Zahlbegriff der Schüler erweitert. Daher ist große Sorgfalt darauf zu verwenden, die Schritte vom Anschaulichen zum Begrifflichen vollständig zu durchlaufen. Alle Übungen im Vergleichen, Erweitern, Kürzen, Ordnen, Zusammenfassen und Umwandeln in andere Darstellungsweisen haben letztlich der Erarbeitung des Bruchbegriffes zu dienen. Dabei ist den Schülern verständlich zu machen, daß die ihnen bisher bekannten natürlichen Zahlen und diejenigen Brüche, die mit Hilfe des Nenners 1 darstellbar sind, begrifflich nicht dasselbe sind. Das Rechnen mit den sogenannten „gemischten Zahlen“ sollte auch aus diesem Grunde, nicht nur aus praktischen Erwägungen, weitgehend vermieden werden.

Bei der Einführung der Dezimalbrüche ist an die den Schülern

bereits geläufige dezimale Schreibweise anzuknüpfen, beim Rechnen mit Dezimalbrüchen ist das mechanistische Einprägen von Regeln über das Setzen des Kommas zu vermeiden; die Schüler müssen vielmehr lernen, auch beim Rechnen mit Dezimalbrüchen die all-gemeingültigen Kenntnisse aus der Bruchrechnung anzuwenden. In jeder Unterrichtswoche sind etwa 4 Mathematikstunden für die Bruchrechnung anzusetzen; vgl. Abschnitt 5. Auftretende Schwierig-keiten sind, soweit sie im Rechnen mit natürlichen Zahlen begründet sind, in den 2 Unterrichtsstunden zu klären, die für das Fortsetzen der Arbeit mit natürlichen Zahlen vorgesehen sind.

7.1. Bruchbegriff

9 Stunden

Bilden gleicher Teile einer Einheit;
Bilden gleicher Teile mehrerer Einheiten;
Vergleichen von Brüchen;
Verschiedene Darstellungsweisen eines Bruches, Erweitern und Kürzen.

7.2. Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche

9 Stunden

Darstellen von Brüchen auf dem Zahlenstrahl;
Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche;
Echte und unechte Brüche, Zerlegen unechter Brüche in einen ganz-zahligen Bestandteil und einen echten Bruch;
Vervielfachen von Brüchen als verkürzte Addition.

7.3. Dezimalbrüche, dezimale Schreibweise

10 Stunden

Zehnerbrüche als spezielle Darstellungsweise von Brüchen;
Erweiterung der Stellenwerttafel auf Zehntel, Hundertstel usw.;
Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen;
Vervielfachen von Dezimalbrüchen als verkürzte Addition;
Addition, Subtraktion und Vervielfachen von beliebigen Brüchen.

Bemerkungen zu 7.:

Zur Darstellung von Brüchen sind vor allem Kreisstellungen, lineare und rechteckförmige Veranschaulichungen zu nutzen. Im Zusammenhang mit der regelmäßigen Teilung der Kreisfläche sind die Winkelmessung zu wiederholen und die Arbeit mit Kreisdiagrammen vorzubereiten. Beim Vergleichen von Brüchen ist nicht vom „Wert“ eines Bruches zu sprechen. Für die Zahlbe-ziehungen sind neben den Zeichen = und + die Zeichen < und > zu benutzen.

Stoffübersicht:

Stunden Stunden Woche

1. Zahl, Ziffer, Maßeinheiten		30	1-5
1.1. Dekadisches Stellenwertsystem	6		
1.2. Längenmessung, Längenmaße	6		
1.3. Flächen- und Rauminhaltsbestimmung, Flächen- und Raummaße	12		

1.4. Zeitmaße	6		
2. Die vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen		40	6–15
2.1. Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen	12		
2.2. Multiplikation und Division natürlicher Zahlen	28		
3. Geometrische Grundbegriffe und Konstruktionen		14	6–12
3.1. Strecke, Strahl, Gerade	6		
3.2. Winkel und Winkelmessung	8		
4. Maßstäbliches Zeichnen, Diagramme		8	13–16
4.1. Maßstäbliches Zeichnen	4		
4.2. Diagramme	4		
5. Anwendung der vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen		39	16–30
5.1. Formale Aufgaben	15		
5.2. Eingekleidete Aufgaben und Anwendungsaufgaben	24		
6. Quadrat und Würfel, Rechteck und Quader		21	17–23
6.1. Geometrische Grundbegriffe und Konstruktionen	6		
6.2. Flächen- und Rauminhaltsberechnung	9		
6.3. Körperdarstellung	6		
7. Einführung in die Bruchrechnung		28	24–30
7.1. Bruchbegriff	9		
7.2. Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche	9		
7.3. Dezimalbrüche, dezimale Schreibweise	10		
	<hr/>	<hr/>	<hr/>
	180	180	30

KLASSE 6

Im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts der Klasse 6 steht die Behandlung der *Bruchrechnung* und der *Planimetrie*. Diese beiden Stoffgebiete werden zeitlich parallel behandelt.

In der *Bruchrechnung* kommt es auf sicheres und verständiges Operieren mit Brüchen und auf das Erfassen des Wesentlichen der entsprechenden Rechenverfahren an, nicht auf das Einprägen bestimmter Schemata, Rechenregeln und Merksätze. Um die Schüler systematisch dazu zu erziehen, über den einzuschlagenden Weg zur Lösung einer Aufgabe nachzudenken, sind immer wieder verschiedene Lösungswege miteinander zu vergleichen. Die Schüler sind anzuhalten, Beziehungen zwischen den Zahlen einer Aufgabe für eine möglichst rationelle Lösung dieser Aufgabe zu nutzen. Insbesondere

ist von umfangreichen und zeitraubenden Übungen im Rechnen mit sogenannten „gemischten Zahlen“ abzusehen.

Bei der Behandlung einer jeden Rechenoperation mit Brüchen wird stets auch gleich das Arbeiten mit *Dezimalbrüchen* angeschlossen. Da in der Praxis in starkem Maße Dezimalbrüche verwendet werden, ist zu sichern, daß alle Schüler hoch entwickelte Fertigkeiten im Rechnen mit ihnen erlangen. Jedoch ist eine einseitige Bevorzugung der Dezimalbrüche zu vermeiden. Die Schüler sind daran zu gewöhnen, vor der Lösung einer Aufgabe selbständig zu entscheiden, ob es im jeweiligen Falle zweckmäßig ist, mit Dezimalbrüchen zu arbeiten.

Im *Geometrieunterricht* der Klasse 6 müssen die Schüler lernen, geometrische Konstruktionen exakt durchzuführen, sachlich und sprachlich einwandfrei zu beschreiben und zu begründen. Sie müssen daran gewöhnt werden, einfache geometrische Lehrsätze zu beweisen. Sie müssen befähigt werden, geometrisch verwandte Figuren zu klassifizieren und zu systematisieren. Es geht also im Geometrieunterricht der Klasse 6 nicht nur um das Kennenlernen bestimmter Figuren, Konstruktionsweisen und Lehrsätze.

Bei allen geometrischen Untersuchungen ist Wert darauf zu legen, daß den Schülern die wesentlichsten Eigenschaften einzelner Figuren beziehungsweise ganzer Figurenklassen auf vielfältige Weise erschlossen werden. Neben abbildungsgeometrischen Betrachtungen sind vor allem Konstruktionen, rechnerische Untersuchungen, Beweise und Determinationen für das Gewinnen und das Vertiefen von geometrischen Erkenntnissen zu nutzen.

1. Teilbarkeit natürlicher Zahlen

1. bis 5. Woche / 15 Stunden

Die Behandlung dieses Unterrichtsabschnitts der Arithmetik dient in erster Linie der Vorbereitung auf die systematische Behandlung der Bruchrechnung, zugleich aber auch der einführenden Wiederholung am Schuljahresbeginn.

Die Schüler werden nur mit solchen Gesetzmäßigkeiten der Teilbarkeit natürlicher Zahlen bekannt gemacht, die für das rationelle Rechnen mit Brüchen wesentlich sind; weiterführende zahlen-theoretische Betrachtungen werden nicht durchgeführt. Es ist insbesondere beim Kürzen, beim Erweitern, beim Addieren und beim Subtrahieren von Brüchen zu zeigen, daß die Untersuchung der Teilbarkeitsbeziehungen natürlicher Zahlen für das rationelle Lösen einer großen Anzahl mathematischer Probleme von Bedeutung sind. Damit aber solche Hilfstätigkeiten, wie beispielsweise das Aufsuchen des Hauptnenners bei ungleichnamigen Brüchen, nicht zum Selbstzweck werden, ist die Behandlung der Teilbarkeit natürlicher Zahlen kurz zu fassen; in den nachfolgenden Unterrichtsabschnitten hingegen ist immer wieder auf die hier erworbenen Grundkenntnisse zurückzugreifen.

1.1. Teilbarkeitsregeln

6 Stunden

Teilbarkeit durch 10, 5, 100, 50;
Teilbarkeit durch 2, 4 und 8;
Teilbarkeit durch 9, 3 und 6;
Gemeinsame Teiler zweier Zahlen.

1.2. Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen

9 Stunden

Begriff der Primzahl und der zusammengesetzten Zahl;
Zerlegen zusammengesetzter Zahlen in Primfaktoren;
Einführung der Potenzschreibweise;
Gemeinsame Vielfache und gemeinsame Teiler mehrerer Zahlen, teilerfremde Zahlen;
Kleinstes gemeinsames Vielfaches (k. g. V.) und größter gemeinsamer Teiler (g. g. T.) mehrerer Zahlen.

Bemerkungen zu 1.:

Das Potenzieren ist als abgekürztes Multiplizieren gleicher Faktoren zu erklären. Daher sind als Exponenten der Potenzen nur natürliche Zahlen, die mindestens gleich 2 sind, zuzulassen.

Beim Ermitteln von gemeinsamen Vielfachen und von gemeinsamen Teilern kommt es in erster Linie auf das Verständnis der Begriffsbildungen und der möglichen Verfahren an; Fertigkeiten im Ermitteln des k. g. V. werden beim Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche entwickelt, der g. g. T. wird gelegentlich beim Kürzen benutzt.

2. Winkelbeziehungen an Geraden

1. bis 3. Woche / 9 Stunden

Die Sätze über Winkelbeziehungen spielen besonders als Beweishilfsmittel im weiteren Aufbau des Planimetrielehrganges eine bedeutende Rolle. Daher dient dieser Unterrichtsabschnitt, ähnlich wie der erste Abschnitt des Arithmetikunterrichts, vor allem der Vorbereitung auf die Behandlung weiterer Stoffgebiete.

Die im Geometrieunterricht der Klasse 5 erworbenen Grundkenntnisse über Strecken, Strahlen, Geraden und Winkel sind dabei zu wiederholen und zu festigen. Die Schüler sind nunmehr daran zu gewöhnen, Zusammenhänge zwischen einfachen geometrischen Gebilden (Nebenwinkelpaare, Scheitelwinkelpaare usw.) zu beachten.

2.1. Neben- und Scheitelwinkel

3 Stunden

Komplement- und Supplementwinkel;
Nebenwinkelpaare als Supplementwinkel in besonderer Lage zueinander;
Rechte Winkel als Winkel, die ihren Nebenwinkeln gleich sind;
Begriff des Scheitelwinkelpaares;
Gleichheit von Scheitelwinkeln.

2.2. Winkel an geschnittenen Parallelen

6 Stunden

Winkel an geschnittenen Geraden;
Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen;
Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen;
Entgegengesetzt liegende Winkel an geschnittenen Parallelen.

Bemerkungen zu 2.:

Die Gleichheit der Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen ist durch Verschiebung zu gewinnen. Bei den Erörterungen der anderen Winkelbeziehungen sollten neben abbildungsgeometrischen Betrachtungen auch solche Schlußweisen geübt werden, mit deren Hilfe ein Zurückführen auf bereits Bekanntes erfolgt.

Bei den Definitionen der Winkel an geschnittenen Geraden sollte von ihrer Lage bezüglich der geschnittenen und der schneidenden Geraden ausgegangen werden. Die Parallelität der geschnittenen Geraden ist als Spezialfall zu behandeln. Demgemäß sind die exakten Umkehrungen über Stufenwinkel, Wechselwinkel und entgegengesetzt liegende Winkel anschaulich zu erarbeiten; auf das Beweisen der Umkehrsätze sollte jedoch auf dieser Klassenstufe noch verzichtet werden.

3. Addition und Subtraktion von Brüchen

6. bis 10. Woche / 15 Stunden

Es ist deutlich herauszuarbeiten, daß additive Verknüpfungen von Brüchen stets mit gleichnamigen Brüchen durchgeführt werden. Insbesondere ist zu beachten, daß hier die Addition (Subtraktion) für Brüche zwar neu, aber unter Beachtung des Permanenzprinzips erklärt wird.

Die vor dem Ausführen von Additionen (Subtraktionen) in bestimmten Fällen notwendigen Umformungen sind als Übergänge in eine für das Rechnen geeignetere Darstellungsweise der gleichen Zahl zu deuten und demgemäß als Nebenrechnung vor Beginn der Hauptrechnung auszuführen.

In diesem Unterrichtsabschnitt herrschen formale Aufgaben vor. Um das Wesentliche der Rechnungen deutlich werden zu lassen, sollten die Nenner nur dann groß und ungebräuchlich gewählt werden, wenn auf diese Weise bestimmte Fertigkeiten im Rechnen mit natürlichen Zahlen gefestigt werden sollen.

Bereits beim Formulieren der Verknüpfungsgesetze für natürliche Zahlen wurden in Klasse 5 allgemeine Zahlensymbole verwendet. Dies wird beim Formulieren der entsprechenden Verknüpfungsgesetze (Kommutativ- und Assoziativgesetz) fortgesetzt. Auch das Verwenden von Klammern ist weiterhin zu üben. Zur Festigung der wissenschaftlichen Terminologie sind dabei Übungen mit formalen Textaufgaben durchzuführen.

3.1. Addition und Subtraktion von gemeinen Brüchen

6 Stunden

Hauptnenner als k. g. V. der Nenner;
Addition und Subtraktion von gemeinen Brüchen.

3.2. Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen

9 Stunden

Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen;
Umwandeln endlicher Dezimalbrüche in gemeine Brüche;
Umwandeln von Brüchen mit Nennern, die nur Potenzen von 2 bis 5 als Faktoren enthalten, in Dezimalbrüche;
Addition und Subtraktion von beliebigen Brüchen.

Bemerkungen zu 3.:

Für die Veranschaulichung sind neben Darstellungen an Kreis und Rechteck vor allem Linearteilungen (Zahlenstrahl) zu benutzen. Daneben sollten auch geometrische Einkleidungen der formalen Aufgaben vorgenommen werden, insbesondere Umfangsbestimmungen bei Rechtecken.

4. Achsiale Symmetrie

4. bis 9. Woche / 18 Stunden

Bei der Behandlung der achsialen Symmetrie sollen die Schüler Kenntnisse über Figuren erwerben, die achsialsymmetrisch sind beziehungsweise symmetrisch zu einer Achse liegen. Die Schüler müssen die wichtigsten Gesetze der achsialen Symmetrie anschaulich erfassen und in einfachen Lehrsätzen festhalten. Diese Sätze sind bewußt für die Durchführung exakter geometrischer Konstruktionen zu nutzen. Schließlich sind die Schüler daran zu gewöhnen, alle Konstruktionen unter richtiger Benutzung der Fachterminologie zu beschreiben und den Konstruktionsweg zu begründen. Es gilt also, den an und für sich nicht sehr umfangreichen Stoff aus der Lehre von der achsialen Symmetrie im Unterricht vielfältig für die Entwicklung von Fähigkeiten und Fertigkeiten zu nutzen.

4.1. Grundeigenschaften der achsialen Symmetrie

9 Stunden

Symmetrische Figuren;
Spiegelung an einer Achse als Abbildung;
Gesetze der achsialen Symmetrie, Umkehrungen.

4.2. Geometrische Grundkonstruktionen

9 Stunden

Halbieren einer Strecke;
Konstruktion der Mittelsenkrechten;
Senkrechte zu einer Geraden durch einen Punkt, der nicht auf der angegebenen Geraden liegt, Senkrechte auf einer Geraden in einem Punkt dieser Geraden;
Halbieren eines Winkels.

Bemerkungen zu 4.:

Zentral- und Radialsymmetrie sowie die räumliche Symmetrie sollten erwähnt werden, obwohl die systematischen Untersuchungen auf den ebenen Fall der achsialen Symmetrie beschränkt bleiben.

Die geometrischen Grundkonstruktionen sind unter anderem an Dreiecken zu üben. Dabei sind die Begriffe Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende für Dreiecke einzuführen.

Zu allen Konstruktionen sind Begründungen für den einzuschlagenden Lösungsweg und Konstruktionsbeschreibungen von den Schülern zu fordern. Die Entwicklung sicherer Fertigkeiten im Ausführen der Grundkonstruktionen muß im Rahmen des weiteren Geometrieunterrichts der Klasse 6 erfolgen.

5. Multiplikation und Division von Brüchen

11. bis 24. Woche / 42 Stunden

Es ist zu beachten, daß hier die Multiplikation (Division) für Brüche zwar neu, aber unter Beachtung des Permanenzprinzips erklärt wird.

Die Zweckmäßigkeit der Festsetzungen für die Multiplikation und die Division von Brüchen ist den Schülern auf verschiedene Weise anschaulich klarzumachen. Es muß jedoch vermieden werden, bei den Schülern den Eindruck zu erwecken, die Verknüpfungsvorschriften wären durch diese Veranschaulichungen bewiesen.

Gegen Ende der Behandlung der Bruchrechnung wird die Isomorphie zwischen der Menge der Brüche mit dem Nenner 1 und der Menge der natürlichen Zahlen festgestellt: mit solchen Brüchen wird wie mit den zugeordneten natürlichen Zahlen gerechnet.

Bei der Behandlung der Multiplikation und Division von Brüchen sind ständig das Rechnen mit natürlichen Zahlen, das Erweitern und Kürzen, das Umwandeln von gemeinen Brüchen in Dezimalbrüche und von endlichen Dezimalbrüchen in gemeine Brüche zu festigen. Wie bei der Behandlung der Addition und Subtraktion von Brüchen herrschen auch hier formale Aufgaben vor. Es gilt, im Verlauf dieses Unterrichtsabschnittes die Schüler zu befähigen, alle vier Grundrechenarten mit Brüchen sicher und schnell auszuführen. Zugleich sind das Kommutativ- und das Assoziativgesetz der Multiplikation und das Distributivgesetz sowie der Zusammenhang der vier Grundrechenarten bei Brüchen, auch unter Benutzung allgemeiner Zahlsymbole, zu erörtern.

5.1. Multiplikation von Brüchen

21 Stunden

Multiplikation von gemeinen Brüchen;
Multiplikation von Dezimalbrüchen;
Multiplikation von beliebigen Brüchen.

5.2. Division von Brüchen

21 Stunden

Division von gemeinen Brüchen;
Division von Dezimalbrüchen;
Endliche und periodische Dezimalbrüche;
Division von beliebigen Brüchen.

Bemerkungen zu 5.:

Die multiplikativen Verknüpfungen von Brüchen sind zur Vertiefung und Ergänzung der Vorstellungen der Schüler über natürliche Zahlen und über Brüche zu nutzen. Insbesondere ist herauszuarbeiten, daß die Division im Bereich der

natürlichen Zahlen nicht immer ausführbar ist. Der Quotient von Brüchen (Divisor ungleich Null) hingegen ist stets wieder ein Bruch. Unter Beachtung der Isomorphie zwischen der Menge der Brüche mit dem Nenner 1 und der Menge der natürlichen Zahlen ist im erweiterten Zahlbereich die Division natürlicher Zahlen nunmehr stets ausführbar. Der Quotient zweier natürlicher Zahlen ist immer als gemeiner Bruch bzw. als endlicher oder periodischer Dezimalbruch darstellbar. Auf die Vor- und Nachteile des Rechnens mit Dezimalbrüchen ist hinzuweisen.

6. Dreieck; Kongruenz **10. bis 16. Woche / 21 Stunden**

In diesem Unterrichtsabschnitt lernen die Schüler Eigenschaften des Dreiecks und die Kongruenz als geometrische Verwandtschaft kennen. Es werden also einerseits die Behandlung der wichtigsten Eigenschaften einfacher ebener Figuren, andererseits die Betrachtungen geometrisch verwandter Figurenklassen fortgeführt. Dabei wird auch von Verschiebungen und Spiegelungen Gebrauch gemacht. Ferner werden die Schüler in das Beweisen und Herleiten einfacher geometrischer Sätze eingeführt. Auch das exakte geometrische Konstruieren dient dem tieferen Erfassen der Eigenschaften ebener Figuren, besonders des Dreiecks.

Der Unterricht ist so zu gestalten, daß die Schüler möglichst Vieles am gleichen Gegenstand, dem Dreieck, erkennen. Es geht also nicht allein um das Kennenlernen einiger Dreieckseigenschaften und entsprechender Sätze, sondern zugleich um die systematische Weiterentwicklung solcher Fähigkeiten, die für das erfolgreiche und weitgehend selbständige Arbeiten in der Geometrie von Bedeutung sind.

6.1. Dreieck **9 Stunden**

Arten der Dreiecke;
Seitenrelationen, Winkel-Seitenrelationen am Dreieck;
Satz über die Summe der Innenwinkel des Dreiecks, Außenwinkelsatz (einschließlich Beweise);
Symmetrieeigenschaften besonderer Dreiecke;
Dreieckstransversalen.

6.2. Kongruenz **12 Stunden**

Kongruenz als geometrische Verwandtschaft;
Kongruenzsätze als Kriterien für die Kongruenz von Dreiecken;
Dreieckskonstruktionen und Beweise planimetrischer Sätze unter Benutzung der Kongruenzsätze.

Bemerkungen zu 6.:

Der Beweis des Satzes über die Summe der Innenwinkel des Dreiecks ist der erste mit den Schülern bewußt und systematisch durchzuführende geometrische Beweis. Er ist ausführlich zu formulieren. Die Schüler sind mit der klassischen Form der euklidischen Beweisführungen und Konstruktionen bekannt zu machen. Jedoch ist auch von abbildungsgeometrischen Betrachtungen möglichst oft und vielseitig Gebrauch zu machen. Dabei werden aber nur Verschiebungen als gleichsinnige, Spiegelungen als ungleichsinnige Kongruenz-

abbildungen benutzt, auf Drehungen wird noch nicht eingegangen. Die Kongruenzbetrachtungen sind nicht auf Dreiecke zu beschränken. Die Zeichnungen sind so anzufertigen, daß die Schüler befähigt werden, wesentliche Eigenschaften auch in beliebiger Lage und bei unterschiedlicher Benennung der betreffenden Figuren zu erkennen.

7. Viereck; Flächeninhalt von Vielecken

17. bis 24. Woche / 24 Stunden

In diesem Unterrichtsabschnitt spielen das Beweisen und Herleiten mathematischer Sätze, das Konstruieren sowie das Beschreiben und Determinieren von Konstruktionen und das Ordnen und Systematisieren der Figurenarten eine entscheidende Rolle.

7.1. Das Viereck

12 Stunden

Arten der Vierecke;
Eigenschaften der Parallelogramme;
Eigenschaften der Drachenvierecke;
Eigenschaften der Trapeze.

7.2. Vieleckskonstruktionen und -berechnungen

12 Stunden

Flächeninhaltsberechnungen an Parallelogrammen und an Dreiecken;
Flächeninhaltsberechnungen an Trapezen;
Konstruktionen von Vierecken;
Umfangs- und Flächeninhaltsbestimmungen bei beliebigen Vielecken;
Einfache Flächenverwandlungen.

Bemerkungen zu 7.:

Bei Konstruktionen und Flächeninhaltsberechnungen sind neben formalen Aufgaben auch solche eingekleideten Aufgaben und Anwendungsaufgaben zu lösen, die in Verbindung stehen mit der gesellschaftlich nützlichen Arbeit der Schüler, dem Werkunterricht, der Schulgartenarbeit und einfachen Vermessungsübungen im Gelände.

Bei der Berechnung unregelmäßiger Vielecke sind die Schüler mit der Methode des Zerlegens der Vielecke in Dreiecke und Trapeze bekannt zu machen.

8. Darstellende Geometrie

25. bis 28. Woche / 12 Stunden

Der Unterricht in der darstellenden Geometrie wird auch in Klasse 6 noch in propädeutischer Art durchgeführt; dennoch sind hier auf anschaulichem Wege bereits die Zusammenhänge zwischen Grund- und Aufriß bei der senkrechten Parallelprojektion auf zwei Tafeln klar herauszuarbeiten. Die Abbildung von einfachen geometrischen Körpern und Werkstücken dient zugleich der Wiederholung und Festigung stereometrischer Grundkenntnisse.

Grundriß und Aufriß einfacher Körper;
Zusammenhang von Grund- und Aufriß, Ordnungslinien;
Abbildung von einfachen geometrischen Körpern und Werkstücken
im Eintafelverfahren mit Höhenmaßstab und im Zweitafelverfahren.

Bemerkungen zu 8.:

Zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens der Schüler sollte in starkem Maße mit geeigneten Unterrichtsmitteln gearbeitet werden (selbstgebaute Modelle, Anaglyphen usw.). Besondere Beachtung ist auch dem Lesen von Grundriß-Aufriß-Abbildungen zu schenken.

**9. Anwendungen des Arithmetik- und Geometrielehrestoffes
25. bis 30. Woche / 24 Stunden**

Die Übungen und Anwendungen zu den vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen und mit Brüchen erstrecken sich auf sämtliche im bisherigen Unterricht erarbeiteten mathematischen Stoffgebiete. Es kommt dabei einerseits auf die Festigung, Vertiefung und Systematisierung des von den Schülern bereits erworbenen mathematischen Wissens und Könnens an, andererseits auf die zielstrebige erzieherische Einwirkung auf die Schüler mit Hilfe geeigneter Aufgaben, denen örtlich bedeutsames und aktuelles Zahlenmaterial zugrunde liegt. Durch das Lösen von eingekleideten Aufgaben und von Anwendungsaufgaben sollen den Schülern einige wenige Sachgebiete genauer erschlossen werden.

Während in der 25. bis 28. Woche etwa die Hälfte des Mathematikunterrichts für solche Übungen und Anwendungen zur Verfügung steht, sind diese in den beiden letzten Wochen im Rahmen einer systematisierenden Gesamtwiederholung des Jahresstoffes durchzuführen.

9.1. Formale Aufgaben, eingekleidete Aufgaben und Anwendungsaufgaben
24 Stunden

Umfangs- und Flächeninhaltsberechnungen von Vielecken;
Konstruktionen von Vielecken und Abbildungen von Körpern;
Die vier Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen und mit Brüchen.

Bemerkungen zu 9.:

Die Anwendungsaufgaben sollten etwa drei verschiedenen Bereichen der gesellschaftlichen Praxis entnommen werden. Dabei sollten vor allem Probleme aus der nationalen Volkswirtschaft unter besonderer Berücksichtigung ihrer führenden Zweige und der örtlichen Produktionsschwerpunkte berücksichtigt werden.

Stoffübersicht:	<i>Stunden</i>	<i>Stunden</i>	<i>Woche</i>
1. Teilbarkeit natürlicher Zahlen . . .		15	1–5
1.1. Teilbarkeitsregeln	6		
1.2. Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen	9		
2. Winkelbeziehungen an Geraden . . .		9	1–3
2.1. Neben- und Scheitelwinkel	3		
2.2. Winkel an geschnittenen Parallelen . .	6		
3. Addition und Subtraktion von Brüchen		15	6–10
3.1. Addition und Subtraktion von gemeinen Brüchen	6		
3.2. Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen	9		
4. Achsiale Symmetrie		18	4–9
4.1. Grundeigenschaften der achsialen Symmetrie	9		
4.2. Geometrische Grundkonstruktionen . .	9		
5. Multiplikation und Division von Brüchen		42	11–24
5.1. Multiplikation von Brüchen	21		
5.2. Division von Brüchen	21		
6. Dreieck; Kongruenz		21	10–16
6.1. Dreieck	9		
6.2. Kongruenz	12		
7. Viereck; Flächeninhalt von Vielecken		24	17–24
7.1. Vierecke	12		
7.2. Vieleckskonstruktionen und -berechnungen	12		
8. Darstellende Geometrie		12	25–28
8.1. Zweitafelverfahren	12		
9. Anwendungen des Arithmetik- und Geometrielehrstoffes		24	25–30
9.1. Formale Aufgaben, eingekleidete Auf- gaben und Anwendungsaufgaben . . .	24		
	180	180	30

KLASSE 7

Im Mathematikunterricht der Klasse 7 werden die Schüler mit einer Anzahl mathematischer Begriffe und Verfahren bekannt gemacht, die eine entscheidende Grundlage für den weiterführenden mathematischen Unterricht und auch für den Unterricht in anderen Fächern darstellen.

Im *Arithmetikunterricht* wird der Begriff der rationalen Zahl erarbeitet. Aufbauend auf den vorhandenen Kenntnissen über natür-

liche Zahlen und Brüche, wird damit eine wesentliche Weiterentwicklung des Zahlbegriffs vorgenommen. Beim Lösen einfacher linearer Gleichungen werden die Schüler mit einem wichtigen mathematischen Arbeitsverfahren vertraut gemacht. Zugleich wird dabei das Arbeiten mit rationalen Zahlen fortgesetzt. Die algebraische Betrachtungsweise dringt allmählich in stärkerem Maße in den Mathematikunterricht ein.

Ein großer zeitlicher Anteil des gesamten Mathematikunterrichts der Klasse 7 entfällt auf die Behandlung der Lehre von den Proportionen und ihrer Anwendungen, besonders der Prozent- und Zinsrechnung. Im Mittelpunkt stehen das Gewinnen des Begriffs der Proportionalität, das Arbeiten mit Proportionen und das Bestimmen einer gesuchten Proportionalen.

Durch sorgfältige Behandlung der Lehre von den Proportionen ist ein wesentlicher Beitrag zur Denkerziehung und zur Vorbereitung auf die Behandlung der Lehre von den Funktionen zu leisten. Proportionen stellen ein wichtiges mathematisches Hilfsmittel zur quantitativen Erfassung der Wirklichkeit dar; den Schülern werden durch diese Erweiterung ihres mathematischen Wissens neue Bereiche der gesellschaftlichen Praxis zugänglich. Vor allem ist zu beachten, daß durch den in Klasse 7 einsetzenden Unterricht in der sozialistischen Produktion der Erlebniskreis der Schüler bedeutend erweitert wird. Sie kommen regelmäßig mit den werktätigen Menschen an deren Arbeitsplätzen zusammen und werden in die Lage versetzt, die Anwendung der Mathematik in der Produktion unmittelbar zu beobachten beziehungsweise ihre eigenen mathematischen Kenntnisse darin anzuwenden. Besondere Bedeutung hat dabei die Prozentrechnung, die voll zur politisch-moralischen Bildung und Erziehung zu nutzen ist. Das mathematische Wissen und Können der Schüler sollte aber auch mit dem auf dieser Klassenstufe verstärkt einsetzenden naturwissenschaftlichen Unterricht in enge Beziehung gebracht werden, insbesondere durch inhaltliche Koordinierungen mit dem Physik- und Chemieunterricht.

Beim Bestimmen der vierten Proportionalen werden die Schüler in den Gebrauch eines wichtigen Rechenhilfsmittels, des logarithmischen Rechenstabes, eingeführt. Die mathematische Begründung für den Aufbau des Rechenstabes erfolgt in Klasse 9. Der Stab ist nach seiner Einführung immer wieder zur Durchführung von Multiplikationen und Divisionen im Mathematikunterricht, aber auch im Unterricht anderer Fächer zu benutzen, um durch häufigen Gebrauch allmählich sichere Fertigkeiten im Umgang mit diesem Rechenhilfsmittel zu erreichen. Bei der Arbeit mit dem Rechenstab ist den Schülern die Bedeutung des Rundens, Schätzens und Überschlagens auf neue Weise nahezubringen.

Im Mittelpunkt des *Geometrieunterrichts* stehen der wichtige Begriff des geometrischen Ortes und der Kreis.

Im Unterricht der vorangehenden Klassen, vor allem beim Konstruieren, werden die Schüler in propädeutischer Form mit geometrischen Örtern bekannt gemacht; im Unterricht der Klasse 7 sind

diese als Menge aller Punkte, die einer bestimmten geometrischen Bedingung genügen, zu kennzeichnen und bewußt bei der Analyse und Ausführung geometrischer Konstruktionen zu nutzen.

Bei der Berechnung des Umfangs und des Flächeninhalts von Kreisen sowie des Mantels und des Volumens von Zylindern wird die Bedeutung von Näherungswerten und des Rechnens mit ihnen für die Schüler erneut sichtbar, wobei Näherungswerte für die Zahl π empirisch zu ermitteln sind. Hierbei sind auch einige Betrachtungen zur Geschichte der Kreisberechnung durchzuführen.

Die Arbeit am Kreis beschränkt sich nicht auf Berechnungen. Die Schüler müssen die Drehung als eine weitere Kongruenzabbildung erkennen. Die Beweise wichtiger Sätze aus der Kreislehre sind demgemäß auch mit Hilfe von Drehungen zu führen, nicht nur unter Benutzung der Kongruenzsätze für Dreiecke.

Im Unterricht in der darstellenden Geometrie endet mit der Einführung des Kreuzrisses der in Klasse 5 begonnene propädeutische Lehrgang, die systematische Behandlung beginnt. Dabei ist zu beachten, daß in Klasse 7 auch der Unterricht im Fach Technisches Zeichnen einsetzt. Deshalb sind sehr sorgfältig die Zusammenhänge und die unterschiedlichen Aufgaben und Verfahrensweisen zwischen den mathematischen Teildisziplinen der Stereometrie und der darstellenden Geometrie einerseits und dem Fach Technisches Zeichnen andererseits zu erläutern und voneinander abzugrenzen.

Im Interesse der Koordinierung des Mathematikunterrichts mit dem Physik- und Chemieunterricht werden die rationalen Zahlen und die Gleichungslehre gleich zu Beginn des Schuljahres behandelt. In den ersten Unterrichtswochen setzt deshalb der Geometrieunterricht für kurze Zeit aus. Im Anschluß daran erfolgt eine wechselseitige Verzahnung der einzelnen mathematischen Teildisziplinen unter starker Beachtung der Koordinierung mit dem Unterricht anderer Fächer.

1. Rationale Zahlen

1. bis 3. Woche / 18 Stunden

Den Schülern ist zunächst die Notwendigkeit der Einführung von positiven und negativen Zahlen zu erläutern. Dabei ist von der Erfahrungswelt der Schüler auszugehen. Erst danach ist der Begriff der rationalen Zahl für die Vereinigungsmenge aller positiven und negativen ganzen und gebrochenen Zahlen einschließlich der Zahl Null einzuführen. Auf irrationale Zahlen ist hier noch nicht einzugehen.

Den Schülern ist anschaulich klarzumachen, daß die rationalen Zahlen überall dicht liegen. Zu diesem Zweck ist zu zeigen, daß zwischen zwei gegebenen rationalen Zahlen, auch wenn sie noch so nahe beieinanderliegen, immer noch weitere angegeben werden können. Während also jede ganze Zahl eine genau angebbare ganze Zahl als Vorgänger und eine andere als Nachfolger besitzt, ist das für rationale Zahlen nicht der Fall.

Das Rechnen mit rationalen Zahlen hat erst nach weitgehender Klärung des Begriffs der rationalen Zahl einzusetzen. Die Rechenregeln für rationale Zahlen sind im Schulunterricht nicht beweisbar. Es gilt daher, den Schülern zu zeigen, daß die Festsetzungen für das Rechnen mit rationalen Zahlen zweckmäßig sind und den Regeln für das Rechnen mit natürlichen Zahlen nicht widersprechen.

1.1. Einführung der rationalen Zahlen

6 Stunden

Begriff der positiven und der negativen ganzen Zahl;
Begriff der rationalen Zahl;
Zahlengerade, Bild rationaler Zahlen;
Absoluter Betrag.

1.2. Die vier Grundrechenarten mit rationalen Zahlen 12 Stunden

Addition und Subtraktion rationaler Zahlen;
Algebraische Summe, Klammern;
Multiplikation und Division rationaler Zahlen;
Beziehungen zwischen den Rechenoperationen mit rationalen Zahlen.

Bemerkungen zu 1.:

Die Definition des absoluten Betrages ist in der Form:

$|a| = a$ für $a \geq 0$, $|a| = -a$ für $a < 0$, vorzunehmen.

Der absolute Betrag einer rationalen Zahl ist also nicht als Zahl ohne Vorzeichen einzuführen.

Die Rechenregeln für rationale Zahlen sind den Schülern zu geben; durch Zahlenbetrachtungen erweist sich ihre Zweckmäßigkeit.

2. Einführung in die Gleichungslehre

4. bis 7. Woche / 24 Stunden

Bei der Einführung in die Gleichungslehre ist ein tieferes Verständnis der Schüler für den Begriff der Gleichheit zu entwickeln. Zu diesem Zweck ist auch mit Ungleichheiten zu arbeiten.

Es ist klar herauszuarbeiten, daß in einer Gleichung die Seiten vertauschbar sind. Das Umformungsgesetz für Gleichungen ist schrittweise, aufgegliedert nach den einzelnen Rechenoperationen, mit Hilfe von Waage, Modellen und Tafelbild anschaulich zu erarbeiten. Die Unbekannte muß von den Schülern als eine gesuchte Zahl erfaßt werden, die die vorgelegte Gleichung erfüllt. Zu dieser Erkenntnis gelangen die Schüler in erster Linie auf dem Wege über die Probe, die zur vollständigen Lösung einer Gleichung stets dazugehört. Bei Anwendungsaufgaben ist die Probe am Sachverhalt durchzuführen.

2.1. Gleichung und Ungleichung

6 Stunden

Gleichheit und Ungleichheit, Gleichheits- und Ungleichheitszeichen;
Gleichung und Ungleichung;
Umformen von Gleichungen.

2.2. Lösen von linearen Gleichungen

18 Stunden

Lösen formaler linearer Gleichungen;
Probe bei Gleichungen;
Formale Textaufgaben, die auf lineare Gleichungen führen;
Geometrisch eingekleidete und sachbezogen eingekleidete Aufgaben, die mit Hilfe linearer Gleichungen gelöst werden;
Einfache Anwendungsaufgaben, deren Lösungen auf lineare Gleichungen führen.

Bemerkungen zu 2.:

Um die Schüler im Herauslösen des mathematischen Kerns aus einem gegebenen Sachverhalt zu schulen, sind auch Übungen im textlichen und im sachbezogenen Einkleiden formaler textfreier linearer Gleichungen durchzuführen. Bei der Lösung von Aufgaben aus der Geometrie, der Physik und der Technik sollten die Unbekannten mit den dort üblichen Symbolen bezeichnet werden.

3. Proportionalität und Proportionen; Rechenstab

8. bis 18. Woche / 39 Stunden

Ausgehend vom Vergleich von Zahlen sind das Bilden von Differenzen (Unterschieden) und Quotienten (Verhältnissen) als wichtige Vergleichsverfahren zu erörtern. Der Vergleich von Zahlenfolgen führt zu den Begriffen der Proportionalität und der umgekehrten Proportionalität. Dabei ist großer Wert auf die Erziehung zum funktionalen Denken zu legen. Die Bedeutung der eindeutigen Zuordnung von Zahlen verschiedener Zahlenfolgen muß den Schülern an vielen konkreten Beispielen verdeutlicht werden.

Jede schematische Anwendung von Proportionen beim Lösen von Aufgaben ist zu vermeiden. In jedem Falle ist zunächst zu untersuchen, ob überhaupt Proportionalität oder umgekehrte Proportionalität vorliegt.

Unter den Anwendungsbereichen spielt die Physik eine besondere Rolle. Bei der Verhältnisbildung ist auf den absoluten und den relativen Fehler einzugehen.

Im Rahmen dieses Stoffgebiets ist der Rechenstab einzuführen. Die ersten Übungen im Rechnen mit dem Stab erfolgen bereits innerhalb des Abschnitts 3.2. An allen weiteren geeigneten Stellen im nachfolgenden Unterricht ist mit dem Rechenstab zu arbeiten, in Klasse 7 zum Beispiel bei der Prozent- und Zinsrechnung sowie bei der Flächen- und Rauminhaltsberechnung.

3.1. Proportionalität und umgekehrte Proportionalität 15 Stunden

Vergleich von Zahlen, Zahlenverhältnis;
Absoluter und relativer Fehler;
Vergleich von Zahlenfolgen, Proportionalität;
Proportionalitätsfaktor;
Umgekehrte Proportionalität.

3.2. Proportionen

18 Stunden

Gleichheit von Zahlenverhältnissen, Proportion;
Umformen von Proportionen;
Proportionen als Gleichungen;
Eingekleidete Aufgaben und Anwendungsaufgaben.

3.3. Einführung in den Gebrauch des Rechenstabes

6 Stunden

Stabkörper, Läufer und Zunge;
Die Skalen C und D;
Multiplikation und Division mit Hilfe der Skalen C und D.

Bemerkungen zu 3.:

Die Proportionalität und die umgekehrte Proportionalität sind durch grafische Darstellungen zu veranschaulichen.

Beim Rechnen mit Hilfe von Proportionen sind immer wieder Beispiele für umgekehrte Proportionalität und auch für solche funktionalen Zusammenhänge einzustreuen, denen weder Proportionalität noch umgekehrte Proportionalität zugrunde liegen. Im Rahmen dieser Übungen sind die Grundkenntnisse aus der Gleichungslehre auszubauen und zu festigen.

Bei der Einführung in den Gebrauch des Rechenstabes sind systematische Übungen im Einstellen und Ablesen von Ziffernfolgen erforderlich. Die Größenordnung der Rechenergebnisse ist durch Überschlag festzustellen.

4. Darstellende Geometrie 8. bis 12. Woche / 15 Stunden

Die Schüler müssen den Zusammenhang zwischen Grundriß, Aufriß und Kreuzriß erfassen und von den drei Ansichten unterscheiden, die im Technischen Zeichnen benutzt werden. In der darstellenden Geometrie ist die Maßhaltigkeit der Risse ausschlaggebend, bei technischen Zeichnungen hingegen vor allem die Bemaßung.

Die Abbildung einfacher Körper in schräger Parallelprojektion wird auch im Stereometrieunterricht angewendet. Es sind nur solche Schrägrisse anzufertigen, die mit Hilfe der Zeichendreiecke leicht konstruierbar sind, also mit Verzerrungswinkeln von 45° , 60° oder 30° und mit Verkürzungsverhältnissen wie $1:2$, $1:3$ oder $1:4$; bevorzugt werden dabei der Verzerrungswinkel 45° und das Verkürzungsverhältnis $1:2$.

4.1. Grundriß, Aufriß, Kreuzriß

9 Stunden

Einführung des Kreuzrisses;
Abbildung von Punkten, Strecken und Körpern im Dreitafelverfahren.

4.2. Schrägriß

6 Stunden

Schrägriß ebener geradlinig begrenzter Figuren;
Schrägriß quader- und pyramidenförmiger Körper.

Bemerkungen zu 4.:

Der Schrägriß des Kreises, von Zylindern und Kegeln wird in diesem Unterrichtsabschnitt noch nicht behandelt; vgl. Abschnitt 6.

5. Kreislehre

15. bis 25. Woche / 33 Stunden

Durch die Behandlung des Kreises wird der im Mathematikunterricht der Klasse 5 begonnene Lehrgang in der Planimetrie fortgeführt.

Der Kreis wird zunächst als geometrischer Ort definiert. Andere Linien, zum Beispiel die Mittelsenkrechte und die Winkelhalbierende, werden ebenfalls als geometrische Örter erkannt. Alle planimetrischen Konstruktionen werden ab Klasse 7 unter bewußter Benutzung von geometrischen Örtern für das Auffinden gesuchter Konstruktionselemente durchgeführt, beschrieben und begründet. Die Schüler erkennen aber auch, daß der Punkt P eine Kreislinie beschreibt, wenn sich die Strecke MP in der Ebene um den Punkt M dreht.

Schließlich lernen die Schüler den Kreis als ebenen Schnitt gerader Kreiszyylinder kennen; es ist aber zu zeigen, daß nicht jeder ebene Schnitt durch einen geraden Kreiszyylinder ein Kreis ist. In diesem Zusammenhang wird die Ellipse als Schrägriß des Kreises erkannt. Darüber hinaus ist die Ellipse jedoch auch als geometrischer Ort zu definieren; diese Ortsdefinition findet ihre Anwendung bei der sogenannten Gärtnerkonstruktion.

Den Schülern ist die Gleichwertigkeit der verschiedenen Definitionen des Kreises beziehungsweise der Ellipse plausibel zu machen. Die Zahl π wird als Proportionalitätsfaktor von Verhältnissen aus den Maßzahlen von Kreisumfang und -durchmesser beziehungsweise von Kreisfläche und Radiusquadrat beliebiger Kreise experimentell angenähert ermittelt und dann entsprechend definiert.

Als Näherungswerte für π werden $\frac{22}{7}$ und 3,14 benutzt; für den Überschlag reicht die Näherung $\pi \approx 3$ aus. Es muß aber vermieden werden, daß die Schüler π mit $\frac{22}{7}$ oder 3,14 identifizieren.

Im Hinblick auf die Erfordernisse der Praxis sind bei Berechnungen die Formeln, in denen der Durchmesser angegeben ist, zu bevorzugen. Die Rechnungen sind weitgehend mit Hilfe von Zahlentafel und Rechenstab durchzuführen, wobei ein wohlausgewogener Wechsel zwischen der Benutzung dieser beiden Rechenhilfsmittel anzustreben ist.

5.1. Grundbegriffe und Konstruktionen

18 Stunden

Begriff des geometrischen Ortes;
Kreis als geometrischer Ort;
Entstehung des Kreises durch Drehung;
Symmetrieverhältnisse am Kreis;

Sehnen, Sekanten, Tangenten;
Kreisausschnitt, Kreisabschnitt, Kreisbogen;
Zentriwinkel, Peripheriewinkel, Sehnen-Tangenten-Winkel;
Sätze über Winkel, Strecken und Geraden am Kreis;
Gegenseitige Lage mehrerer Kreise, Kreisring.

5.2. Kreisberechnung

9 Stunden

Umfang des Kreises;
Flächeninhalt des Kreises;
Anwendungen zur Kreisberechnung.

5.3. Ellipse

6 Stunden

Kreis und Ellipse als ebene Schnitte gerader Kreiszyylinder;
Ellipse als Schrägriß des Kreises;
Ellipse als geometrischer Ort, Gärtnerkonstruktion.

Bemerkungen zu 5.:

Die eindeutige Bestimmtheit eines Kreises durch drei Punkte ist konstruktiv herauszuarbeiten. Dabei sind auch In- und Umkreise von Dreiecken und die Mittelpunkte vorgegebener Kreise zu konstruieren.

Es sollte nicht auf eine kurze Erörterung von Sehnen- und Tangentenvierecken sowie von regelmäßigen n -Ecken verzichtet werden. Einige Sätze über diese Figuren sollten der Übung im Beweisen und Herleiten dienen.

Es ist besonders auf die Konstruktion von Tangenten an einen Kreis und an zwei Kreise einzugehen. Der hierfür benötigte Satz des Thales wird als Spezialfall des Zentri-Peripheriewinkel-Satzes hergeleitet.

Die Schüler sind darauf hinzuweisen, daß π keine rationale Zahl ist; auf die Transzendenz von π kann jedoch auf dieser Klassenstufe nicht eingegangen werden. Der Begriff der Irrationalzahl wird an dieser Stelle noch nicht erarbeitet.

6. Prozent- und Zinsrechnung

19. bis 30. Woche / 36 Stunden

Die Prozentrechnung wird als wichtiges Anwendungsgebiet der Lehre von den Proportionen behandelt. Die Schüler müssen erkennen, daß alle Grundaufgaben der Prozentrechnung mit Hilfe von Proportionen bewältigt werden können. Um jedoch zum rationellen Arbeiten zu erziehen und um jeden Schematismus zu vermeiden, sind geeignete Aufgaben auch durch bloßes Überlegen zu lösen.

Die Zinsrechnung wird nur in den einfachsten Grundzügen behandelt. Sie stellt eine Anwendung der Prozentrechnung unter Berücksichtigung der Zeit dar.

Mit Hilfe vielfältiger Sach- und Anwendungsaufgaben ist den Schülern überzeugend nachzuweisen, welche große Rolle die Prozent- und Zinsrechnung in der gesellschaftlichen Praxis spielt. Besondere Beachtung verdienen Aufgaben zum Nachweis der Überlegenheit der sozialistischen Gesellschaftsordnung gegenüber der kapitalistischen, zur Planung der Volkswirtschaft, zur Steigerung der Arbeits-

produktivität, zu Fragen der Betriebsökonomik, zur Erhöhung der Sparsamkeit auf allen Gebieten usw. Dabei sind örtlich bedeutende und politisch aktuelle Beispiele zu bevorzugen. Die Ergebnisse der Aufgaben sind ihrer sachlichen Bedeutung gemäß zu diskutieren, ohne daß die Mathematikstunden dadurch zu gesellschaftswissenschaftlichen Unterrichtsstunden werden.

Das Lösen vielfältiger Aufgaben dient zugleich der Festigung der Kenntnisse aus der Gleichungslehre. Die Fertigkeiten im Umgang mit dem Rechenstab sind zu erhöhen.

6.1. Prozentrechnung

27 Stunden

Die Zahl 100 als zweckmäßige Vergleichszahl;
Prozentbegriff;
Prozentsatz, Prozentwert, Grundwert;
Grundaufgaben der Prozentrechnung;
Grafische Darstellungen;
Prozentualer Fehler;
Sach- und Anwendungsaufgaben zur Prozentrechnung.

6.2. Zinsrechnung

9 Stunden

Grundbegriffe der Zinsrechnung;
Jahres- und Tageszinsen;
Sach- und Anwendungsaufgaben zur Zinsrechnung.

Bemerkungen zu 6.:

Bei der Beschaffung von aktuellem und örtlich interessantem Zahlenmaterial aus Betrieben, Verwaltungen, Statistiken, der Tagespresse usw. sollte weitgehend mit gelenkten und rechtzeitig kontrollierten Schüleraufträgen gearbeitet werden. Durch grafische Darstellungen sollten sowohl Entwicklungen als auch Zusammensetzungen (Gliederungen) verdeutlicht werden.

7. Prismen und Zylinder 26. bis 30. Woche / 15 Stunden

Durch die Behandlung der Prismen und Zylinder wird der im Mathematikunterricht der Klasse 5 begonnene Lehrgang in der Stereometrie fortgesetzt. Obwohl auch in Klasse 7 nur gerade Prismen und gerade Kreiszylinder berechnet und dargestellt werden, kommt es auf ein zielstrebiges Erweitern und Verallgemeinern der Vorstellungen der Schüler an. Sie müssen die ihnen bisher genauer bekannten Körper – Quader, quadratisches Prisma, Würfel – als Spezialfälle des geraden Prismas erfassen. Dabei muß erkannt werden, daß sich jedes gerade Prisma in dreiseitige gerade Prismen zerlegen läßt.

7.1. Körperberechnung und -darstellung

15 Stunden

Vierseitige, dreiseitige und n-seitige gerade Prismen;
Oberfläche und Rauminhalt gerader Prismen;

Abbildung gerader Prismen im Ein- und Mehrtafelverfahren und im Schrägriß;

Gerader Kreiszylinder als Rotationskörper;

Mantel, Oberfläche und Rauminhalt gerader Kreiszylinder;

Abbildung gerader Kreiszylinder als Rotationskörper;

Mantel, Oberfläche und Rauminhalt gerader Kreiszylinder;

Abbildung gerader Kreiszylinder im Zweitafelverfahren und im Schrägriß;

Hohlzylinder;

Sach- und Anwendungsaufgaben zur Darstellung und Berechnung von Prismen, Zylindern und Hohlzylindern.

Bemerkungen zu 7.:

Bei den Berechnungen ist wohlausgewogen mit der Zahlentafel und mit dem Rechenstab zu arbeiten. Bei praktischen Anwendungen ist auf sinnvolles Runden zu achten.

Stoffübersicht:

	<i>Stunden</i>	<i>Stunden</i>	<i>Woche</i>
1. Rationale Zahlen		18	1-3
1.1. Einführung der rationalen Zahlen	6		
1.2. Die vier Grundrechenarten mit rationalen Zahlen	12		
2. Einführung in die Gleichungslehre		24	4-7
2.1. Gleichung und Ungleichung	6		
2.2. Lösen von linearen Gleichungen	18		
3. Proportionalität und Proportionen; Rechenstab		39	8-18
3.1. Proportionalität und umgekehrte Proportionalität	15		
3.2. Proportionen	18		
3.3. Einführung in den Gebrauch des Rechenstabes	6		
4. Darstellende Geometrie		15	8-12
4.1. Grundriß, Aufriß, Kreuzriß	9		
4.2. Schrägriß	6		
5. Kreislehre		33	15-25
5.1. Grundbegriffe und Konstruktionen	18		
5.2. Kreisberechnung	9		
5.3. Ellipse	6		
6. Prozent- und Zinsrechnung		36	19-30
6.1. Prozentrechnung	27		
6.2. Zinsrechnung	9		
7. Prismen und Zylinder		15	26-30
7.1. Körperberechnung und -darstellung	15		
	180	180	30

Korrektur des Planes für Klasse 7 beachten! (Verfügung Nr. 27/65, Verfügungen und Mitteilungen des Ministeriums für Volksbildung Nr. 8/1965.)

KLASSE 8

Im Mathematikunterricht der Klasse 8 lernen die Schüler mit allgemeinen Zahlsymbolen arbeiten und mit ihrer Hilfe Überlegungen für das rationelle Lösen einer Vielzahl von Einzelproblemen durchführen. Insbesondere ersparen sie sich in zunehmendem Maße langwierige numerische Rechnungen und beginnen zugleich immer stärker, Gesetzmäßigkeiten, Strukturen und Relationen allgemeiner Art zu sehen und zu nutzen.

Vom ersten Schuljahr an wurden die Schüler im funktionalen Denken geschult. Durch die Einführung des Funktionsbegriffes wird diese Arbeit auf eine höhere Stufe gehoben. Bereits am Beispiel der linearen Funktionen sollten die Schüler erfassen, daß durch mathematische Funktionen Zusammenhänge, Prozesse und Veränderungen beschrieben und in ihren wesentlichen Zügen erkannt werden können. Die Behandlung der elementaren mathematischen Funktionen trägt entscheidend zur Entwicklung der wissenschaftlichen Weltanschauung bei.

Die Schüler müssen erkennen, daß die Anwendungsmöglichkeiten der Ähnlichkeitslehre außerordentlich groß und viel weitreichender sind als die der Lehre von der Kongruenz. Die Erkenntnis, daß die Kongruenz eine spezielle Form der äquiformen Verwandtschaft ist, führt zum tieferen Verständnis für geometrische Fragestellungen und Probleme sowie für deren Lösungen und Lösungswege.

Im Unterricht in der darstellenden Geometrie wird der in Klasse 7 vorbereitete und eingeleitete systematische Lehrgang weitergeführt. Die Schüler werden am Beispiel der Drehung und der Umklappung mit zwei Verfahren bekannt gemacht, die charakteristisch für die Arbeitsweise in der darstellenden Geometrie sind. Dabei werden zugleich solche Grundaufgaben wie die der Bestimmung der wahren Größe und Gestalt geometrischer Figuren behandelt.

Bei den Flächen- und Rauminhaltsberechnungen sind die Fertigkeiten im Umgang mit Tafeln, Tabellen und dem Rechenstab weiterzuentwickeln. Zugleich muß das Verwenden allgemeiner Zahlsymbole geübt werden. Die Beispiele sind auch unter dem Gesichtspunkt auszuwählen, daß die Satzgruppe des Pythagoras wiederholt und gefestigt wird. Beim Arbeiten mit Formeln sind Grundkenntnisse aus der Gleichungslehre ständig anzuwenden. Der Unterricht in der Stereometrie darf niemals rein rechnerisch durchgeführt werden; die zu berechnenden Körper sind zur Erhöhung der Anschaulichkeit stets zu skizzieren.

Bei allen Übungen, besonders zur Ähnlichkeitslehre, zum Lehrsatz des Pythagoras und zur Flächen- und Rauminhaltsberechnung, sind sowohl die Kenntnisse aus dem jeweiligen Stoffgebiet zu festigen und anzuwenden als auch die im Mathematikunterricht der Klasse 8 neu eingeführten abstrakten mathematischen Begriffe und Hilfsmittel allen Schülern vertraut zu machen. Im Verlauf des gesamten Schuljahres müssen ausreichende Grundfertigkeiten im Arbeiten mit diesen Begriffen und Hilfsmitteln erlangt werden.

Der Anteil des Mathematikunterrichts der Klasse 8 an der polytechnischen Bildung und Erziehung der Schüler ist besonders groß. Die reichen Möglichkeiten, die sich durch den Unterricht in der sozialistischen Produktion ergeben, sind auch für die weitere Entwicklung der mathematischen Bildung der Schüler zu nutzen. Neben dem Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben sind besonders polytechnisch bedeutsame Arbeitstechniken zu üben, zum Beispiel der Umgang mit Formeln, Tafeln und Tabellen. Aber auch das Prinzip der Rationalisierung des Arbeitens durch Verwendung geeigneter mathematischer Hilfsmittel, beispielsweise der allgemeinen Zahlsymbole, ist besonders hervorzuheben.

1. Allgemeine Zahlsymbole

1. bis 8. Woche / 24 Stunden

Die Kenntnis der Bedeutung der allgemeinen Zahlsymbole ist eine entscheidende Grundlage für das Verständnis aller weiteren Lehrstoffe. Daher ist es wichtig, zunächst begriffliche Klarheit zu schaffen. Da bei der Behandlung aller weiteren Stoffgebiete das Operieren mit allgemeinen Zahlsymbolen zu einer sicher beherrschten Fertigkeit zu entwickeln ist, sind für die Übungen in diesem einführenden Unterrichtsabschnitt solche Aufgaben auszuwählen, in denen das Grundsätzliche der anzuwendenden Verfahren in übersichtlicher Form erläutert werden kann. Mit Hilfe allgemeiner Zahlsymbole sind die bisher schon benutzten elementaren Rechengesetze zu formulieren. Vom Lösen komplizierterer und umfangreicherer Aufgaben ist in dieser Klasse noch abzusehen.

1.1. Addition und Subtraktion unter Verwendung allgemeiner Zahlsymbole

9 Stunden

Begriff des allgemeinen Zahlsymbols;

Addition und Subtraktion unter Verwendung allgemeiner Zahlsymbole;

Setzen und Auflösen von Klammern.

1.2. Multiplikation und Division unter Verwendung allgemeiner Zahlsymbole

15 Stunden

Multiplikation und Division eingliedriger Ausdrücke;

Multiplikation von Summen mit eingliedrigen Ausdrücken;

Division von Summen durch eingliedrige Ausdrücke;

Ausklammern eines gemeinsamen Faktors;

Multiplikation mehrgliedriger Summen miteinander.

Bemerkungen zu 1.:

Die Kommutativ- und Assoziativgesetze für die Addition und die Multiplikation und das Distributivgesetz sind mit Hilfe allgemeiner Zahlsymbole anzugeben. Beim Setzen und Auflösen von Klammern sollten im allgemeinen nicht

mehr als drei verschiedene Klammerungen auftreten. Bei der Multiplikation mehrgliedriger Summen sollte eine Beschränkung der Anzahl der Summanden und der Summen auf jeweils etwa drei erfolgen. Die binomischen Formeln werden in Klasse 8 noch nicht systematisch behandelt, obwohl im Rahmen der Übungen zur Multiplikation zweier zweigliedriger Summen auch die Fälle auftreten sollten, die als sogenannte binomische Formeln in Klasse 9 besonders hervorgehoben werden.

2. Ähnlichkeitslehre

1. bis 16. Woche / 40 Stunden

Bei der Behandlung der Ähnlichkeitslehre werden die in Klasse 6 begonnenen Betrachtungen geometrisch verwandter Figurenklassen fortgeführt. Die Streckung (Stauchung) wird als Ähnlichkeitsabbildung erkannt und mit den Kongruenzabbildungen (Verschiebung, Drehung, Spiegelung) zu den Abbildungen zusammengefaßt, die Parallelität, Orthogonalität und Streckenverhältnisse ungeändert lassen.

Die Kongruenz wird als Sonderfall der Ähnlichkeit erkannt, die Kongruenzsätze werden mit den entsprechenden Ähnlichkeitssätzen verglichen.

Bei der Behandlung der Strahlensätze ist die Fähigkeit weiterzuentwickeln, Sätze richtig umzukehren. Beim Konstruieren und Beweisen ist auf die genaue Angabe der benutzten Sätze durch die Schüler zu achten.

Die Ähnlichkeitslehre findet in der Praxis vielfältige Verwendung. Auf einige (etwa drei) Anwendungen ist genauer einzugehen, andere sind nur anzudeuten. Dabei sollte von Beispielen ausgegangen werden, die den Schülern durch ihre Arbeit in der sozialistischen Produktion bekannt sind. Die große Bedeutung maßstäblicher Konstruktionen ist in diesem Zusammenhang bewußtzumachen. Es sollten einfache Meßgeräte im Selbstbau hergestellt und praktische Vermessungen im Freien durchgeführt werden, gegebenenfalls in Verbindung mit der außerunterrichtlichen Arbeit. Auf subjektive und objektive Fehlerquellen und den Genauigkeitsgrad bei Konstruktionen und Vermessungen ist hinzuweisen.

Die zeitliche Aufteilung der 40 Unterrichtsstunden ist etwa wie folgt vorzunehmen: In den ersten acht Unterrichtswochen entfallen je zwei, in den folgenden acht Unterrichtswochen je drei Wochenstunden auf die Behandlung der Ähnlichkeitslehre.

2.1. Ähnliche Figuren

12 Stunden

Kongruenz, Flächengleichheit und Ähnlichkeit ebener Figuren;
Seiten- beziehungsweise Streckenverhältnisse in ähnlichen Figuren;
Streckung, Stauchung, Ähnlichkeitsfaktor;
Ähnlichkeitslage und Ähnlichkeitszentrum;
Kongruenz und Ähnlichkeit als geometrische Verwandtschaften,
Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen;
Kongruenz als Sonderfall der Ähnlichkeit.

2.2. Ähnliche Dreiecke

19 Stunden

Kongruenzsätze als Kriterien für die Kongruenz, Ähnlichkeitssätze als Kriterien für die Ähnlichkeit von Dreiecken;
Hauptähnlichkeitssatz für Dreiecke;
Anwendungen des Hauptähnlichkeitssatzes bei der Feststellung der Ähnlichkeit von Dreiecken in praktischen Beispielen;
Anwendungen der Ähnlichkeitssätze beim Beweisen und Herleiten von Sätzen über besondere Linien im Dreieck;
Umfang und Flächeninhalt ähnlicher Figuren;
Anwendungen der Ähnlichkeitssätze bei Dreieckskonstruktionen;
Praktische Anwendungen der Ähnlichkeitslehre, Vermessungsübungen.

2.3. Streckenproportionalität und Strahlensatz

9 Stunden

Streckenverhältnisse, Strahlensatz;
Innere und äußere Streckenteilung;
Konstruktion der vierten Proportionalen;
Anwendungen des Strahlensatzes;
Kommensurabilität und Inkommensurabilität, Präzisions- und Approximationsmathematik.

Bemerkungen zu 2.:

Bei den Anwendungen der Ähnlichkeitslehre sollten solche Geräte wie Meßkeil, Transversalmaßstab, Proportionalzirkel, Storchschnabel usw. in ihrer Funktion erklärt werden. Es ist jedoch nicht Aufgabe des Mathematikunterrichts, Fertigkeiten im Umgang mit diesen Geräten zu erzielen. Dasselbe gilt für solche Verfahren wie den Daumensprung. Das Benutzen des Försterdreiecks und ähnlicher einfachster Geräte wird empfohlen, auch wenn heute in der Praxis genauer arbeitende Apparate Verwendung finden. Durch die Betrachtung der optischen Projektion wird nicht nur eine wertvolle Verbindung zur Physik hergestellt, sondern zugleich eine bedeutende Vorarbeit für die weitere Behandlung der darstellenden Geometrie geleistet.

Zum Abschluß des gesamten Unterrichtsabschnittes werden Erörterungen über die Kommensurabilität von Strecken durchgeführt, wobei auf geometrischem Wege zu zeigen ist, daß beispielsweise die Seite und die Diagonale eines Quadrates inkommensurabel sind. Es geht hierbei vor allem darum, einige Ausblicke zu geben.

Zugleich dienen diese Betrachtungen der Vorbereitung auf die Einführung der reellen Zahlen.

Auf geometrisch-anschauliche Weise sind an geeigneter Stelle die arithmetischen Begriffe der fortlaufenden Proportion und der korrespondierenden Addition und Subtraktion bei Proportionen einzuführen.

3. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen

9. bis 21. Woche / 26 Stunden

Im Mittelpunkt der Arbeit stehen die Gewinnung des Funktionsbegriffes und die Untersuchung der Funktionen der Form $y = mx$. Die Funktionen sind als eindeutige Abbildungen zu erklären, wobei die Abbildung selbst nach einer bestimmten Zuordnungsvorschrift erfolgt. Für die Darstellung von Funktionen sind, unter

Beachtung der sich jeweils ergebenden Beschränkungen, neben der Wortvorschrift Wertetafeln, grafische Darstellungen und Gleichungen zu wählen. Auf Definitionsbereich und Wertevorrat ist im Zusammenhang mit praktischen Beispielen bereits bei der Einführung propädeutisch hinzuweisen, genauere Betrachtungen dazu erfolgen in Klasse 9.

Die Funktionen der Form $y = mx$ sind als Funktionen der Proportionalität zu gewinnen. Beim Zeichnen der Bilder linearer Funktionen sind enge Verbindungen zum parallel zu behandelnden Unterricht in der Ähnlichkeitslehre herzustellen; vgl. Abschnitt 2.

Die Schüler wurden in Klasse 7 in die Gleichungslehre eingeführt. Das dort und bei der Behandlung der Proportionen von den Schülern erworbene Wissen und Können ist durch das Einbeziehen von Klammern und allgemeinen Zahlsymbolen zu ergänzen, der Schwierigkeitsgrad der zu lösenden Gleichungen ist zu erhöhen. Auch außerhalb dieses Unterrichtsabschnittes, besonders in den täglichen Übungen und im Unterricht anderer Fächer (vor allem der Physik), sind immer wieder Gleichungen zu lösen. Das Umformen und das Lösen einfacher linearer Gleichungen sind in Klasse 8 zu Fertigkeiten zu entwickeln.

3.1. Lineare Funktionen

14 Stunden

Proportionalität, proportionale Zahlenfolgen, Wertetafeln;
Funktionsbegriff;

Rechtwinkliges Koordinatensystem mit gleichgeteilten Achsen;
Funktionen der Form $y = mx$, ihre grafische Darstellung, Spiegelungen;

Funktionen der Form $y = mx + n$, ihre grafische Darstellung, Verschiebungen;

Implizite und explizite Form der analytischen Ausdrücke linearer Funktionen.

3.2. Lineare Gleichungen

12 Stunden

Nullstelle der Funktion;

Grafische und rechnerische Lösung einfacher linearer Gleichungen;
Formale Gleichungen mit allgemeinen Zahlsymbolen;

Gleichungen mit Klammerausdrücken;

Textgleichungen, mathematisch und sachbezogen eingekleidete lineare Gleichungen.

Bemerkungen zu 3.:

Die nicht durch den Koordinatenursprung verlaufenden Geraden, deren Gleichungen die Form $y = mx + n$ haben, sind auch unter Benutzung des Steigungsverhältnisses m , durch Spiegelung und durch Verschiebung zu gewinnen. Solche Gleichungen, bei denen die Unbekannte im Nenner auftritt, sind noch weitgehend zu vermeiden, einfache Beispiele sind wie in Klasse 7 mit Hilfe von Proportionen zu lösen.

Bei der Behandlung des Koordinatensystems ist darauf hinzuweisen, daß die Punkte mit den Koordinaten $(0; y)$ bzw. $(x; 0)$ auf den Achsen liegen.

4. Satzgruppe des Pythagoras, Quadratzahlen und -wurzeln **17. bis 23. Woche / 25 Stunden**

Der Höhensatz, der Satz des Euklid und der Satz des Pythagoras werden als Anwendungen der Ähnlichkeitslehre auf rechtwinklige Dreiecke gewonnen. Die große kulturhistorische und praktische Bedeutung erfordert jedoch, noch einige weitere Beweise, die nicht auf Überlegungen aus der Ähnlichkeitslehre beruhen, durchzuführen. Bei den Formulierungen der Sätze sind die Aussagen über Flächen von denen über Strecken deutlich zu unterscheiden. Der Begriff der mittleren Proportionalen und die Konstruktion der mittleren Proportionalen zu zwei gegebenen Strecken sind zu behandeln.

Beim rechnerischen Lösen geometrisch eingekleideter Aufgaben werden die Schüler mit dem Begriff der Quadratwurzel bekannt gemacht.

Schließlich werden die Schüler in diesem Unterrichtsabschnitt systematisch mit dem Gebrauch von Zahlentafeln und Tabellen vertraut gemacht. Dabei ist an die Erfahrungen anzuknüpfen, die die Schüler bei der Kreisberechnung unter Verwendung der Tafeln für Vielfache der Zahl π sammelten. Der Rechenstab und die Zahlentafel sind an allen geeigneten Stellen im Mathematikunterricht und im Unterricht anderer Fächer zu benutzen. Die rechnerischen Hilfstätigkeiten müssen zugunsten eines vertieften Eindringens in die mathematische, physikalische, technische, ökonomische, politische u. ä. Fragestellung weitgehend rationalisiert werden.

Die zeitliche Aufteilung der 25 Unterrichtsstunden ist etwa wie folgt vorzunehmen: In den ersten fünf Unterrichtswochen entfallen nur je drei Stunden auf die Behandlung des Lehrstoffes dieses Abschnittes, die übrigen zwei Wochenstunden sind für das Lösen linearer Gleichungen vorgesehen (vgl. Abschnitt 3); in den folgenden zwei Unterrichtswochen stehen alle fünf Mathematikstunden für Übungen und Anwendungen des Lehrsatzes des Pythagoras zur Verfügung.

4.1. Satzgruppe des Pythagoras

9 Stunden

Höhe und Kathete als mittlere Proportionalen zu Strecken in rechtwinkligen Dreiecken;

Höhensatz und Kathetensatz (Satz des Euklid) als Aussagen über Flächengleichheiten;

Verwandlung von Rechtecken in flächengleiche Quadrate und umgekehrt;

Herleitung des Satzes des Pythagoras;

Geometrisch-konstruktive Anwendungen.

4.2. Berechnungen mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes

16 Stunden

Einführung in den Gebrauch der Tafeln der Quadratzahlen und der Quadratwurzeln, Begriff der Quadratwurzel;
Quadrieren und Quadratwurzelziehen mit Hilfe von Rechenstab und Zahlentafel;
Anwendungen des Satzes des Pythagoras in praktischen Sachverhalten;
Verschiedene Beweisverfahren zum pythagoreischen Lehrsatz;
Kulturhistorisches zum pythagoreischen Lehrsatz.

Bemerkungen zu 4.:

Bei den Beweisen zum Satz des Pythagoras ist der klassische euklidische Beweis vorzuführen, es ist ferner von einfachen Zerlegungsbeweisen Gebrauch zu machen. Auf Anwendungen in der Stereometrie kann in diesem Unterrichtsabschnitt weitgehend verzichtet werden, da entsprechende Übungen im Abschnitt 5. enthalten sind. In Fortführung der Betrachtungen über inkommensurable Strecken ist den Schülern am Beispiel von $\sqrt{2}$ als Maßzahl der Diagonalen im Einheitsquadrat geometrisch zu zeigen, daß Quadratwurzeln im allgemeinen keine rationalen Zahlen sind.

5. Flächen- und Rauminhaltsberechnungen

24. bis 30. Woche / 25 Stunden

In diesem Unterrichtsabschnitt wird der Lehrgang in der Stereometrie zu einem vorläufigen Abschluß gebracht. Zunächst lernen die Schüler noch einige einfache Körper genauer kennen. Dann ist das gesamte Wissen der Schüler über die Berechnung von Dreiecken, Vierecken, Vielecken und Kreisen sowie von Prismen, Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln zusammenzufassen, zu ordnen und zu systematisieren. Dabei sind nur die wichtigsten Grundformeln für die Flächen- und Rauminhaltsberechnung fest dem Gedächtnis einzuprägen. Die Schüler müssen jedoch befähigt werden, sich die für die Lösung einer speziellen Aufgabe benötigte Formel aus den Grundformeln jederzeit schnell herzuleiten. Dabei wird immanent das Arbeiten mit allgemeinen Zahlsymbolen gefestigt.

Die Grundformeln der Stereometrie werden im Unterricht der Klassen 5 bis 8 im allgemeinen nur mitgeteilt und mit Hilfe von Modellen oder durch experimentelle oder ähnliche nichtmathematische Verfahren plausibel gemacht. Den Schülern ist bewußt zu machen, daß die so gewonnenen Formeln noch eines mathematischen Beweises bedürfen.

Bei der Behandlung der Flächen- und Körperberechnung sind möglichst vielfältige Wiederholungen durchzuführen. Sie haben sich durch die Wahl der Maßzahlen auf die Bruchrechnung, durch die Art der Aufgabenstellung auf die Lehre von den Proportionen und den Gleichungen, durch den Lösungsweg auf die Ähnlichkeitslehre und die Satzgruppe des Pythagoras zu erstrecken. Rechnung und

Konstruktion, insbesondere Abbildungen mit Hilfe der Verfahren der darstellenden Geometrie, müssen sich ständig gegenseitig ergänzen. Die Rechnungen selbst sind unter weitgehender Benutzung der gebräuchlichen Rechenhilfsmittel (Tafel, Rechenstab) durchzuführen. Von wesentlicher Bedeutung für die Weiterentwicklung der mathematischen Bildung der Schüler sind funktionale Betrachtungen zu den verschiedenen Formeln. Zugleich wird auf diese Weise die Fortführung der Behandlung der elementaren Funktionen in Klasse 9 vorbereitet.

Wegen der großen Bedeutung der Flächen- und Rauminhaltsberechnung in der gesellschaftlichen Praxis sind vielfältige Verbindungen zum Leben herzustellen. Besonders durch sinnvolle Berechnungen an Werkstücken, die die Schüler vom Unterricht in der sozialistischen Produktion her kennen oder im Betrieb selbst anfertigen.

Die zeitliche Aufteilung der 25 Unterrichtsstunden ist etwa wie folgt vorzunehmen: In den ersten fünf Unterrichtswochen entfallen nur je drei Stunden auf die Behandlung des Lehrstoffes dieses Abschnittes, die übrigen zwei Wochenstunden sind für die Arbeit auf dem Gebiet der darstellenden Geometrie vorgesehen (vgl. Abschnitt 6.); in den folgenden zwei Unterrichtswochen stehen alle fünf Mathematikstunden für verschiedenartige Übungen und Anwendungen zur Flächen- und Rauminhaltsberechnung zur Verfügung.

5.1. Pyramiden, Kegel, Kugel

15 Stunden

Pyramide, Pyramidenformen;
Flächen- und Rauminhaltsberechnungen an Pyramiden;
Gerader Kreiskegel;
Flächen- und Rauminhaltsberechnungen zum Kegel;
Oberfläche und Volumen der Kugel;
Anwendungen zur Körperberechnung.

5.2. Einfache Figuren und Körper

10 Stunden

Systematisierung der Kenntnisse zur Flächen- und Rauminhaltsberechnung;
Anwendungen zur Flächen- und Rauminhaltsberechnung sowie zur Körperdarstellung;
Umformen von Formeln, Gebrauch der Formelsammlung.

Bemerkungen zu 5.:

Bei den Berechnungen an Prismen, Pyramiden, Kegeln und der Kugel ist der Satz des Pythagoras häufig anzuwenden. Bei den Umformungen der Formeln für die Kugelberechnung ist der Begriff der Kubikwurzel einzuführen. Gleichzeitig sind die Schüler zum entsprechenden Gebrauch von Tafeln und des Rechenstabes (falls eine solche Skala vorhanden ist) zu befähigen. Bei praktischen Berechnungen von Kegeln und Kugeln sind die Formeln zu bevorzugen, in denen der Durchmesser vorkommt.

6. Darstellende Geometrie

24. bis 28. Woche / 10 Stunden

Im Unterricht in der darstellenden Geometrie in Klasse 8 wird der in Klasse 7 begonnene Übergang von der propädeutischen zur systematischen Behandlungsweise dadurch endgültig vollzogen, daß der Projektionsvorgang bei allen Abbildungen benutzt wird. Es werden nicht mehr in erster Linie Körper oder Werkstücke, sondern geometrische Grundgebilde (Punkte, Strecken, ebene Flächenstücke) abgebildet. Die Umklappung wird noch nicht für den allgemeinen Fall der Umklappung einer Geraden beziehungsweise einer Ebene in eine Bildtafel, sondern nur für Strecken beziehungsweise geradlinig begrenzte ebene Figuren durchgeführt; Analoges gilt für Drehungen. Die Darstellung der Kugel wird auf die Abbildung auf zwei beziehungsweise drei Tafeln beschränkt; Schrägrisse von Kugeln werden nicht angefertigt. Bei der Zwei- beziehungsweise Dreitafelabbildung der Kugel sind auch einzelne Kugelkreise (Breitenkreise und Meridiane) sowie einfache Kugelteile abzubilden. Die Bearbeitung solcher Aufgaben fördert nicht nur das räumliche Vorstellungsvermögen der Schüler, sondern auch die Fertigkeit im sauberen und richtigen Zeichnen gekrümmter Linien. Die Ellipse und der Ellipsenbogen sind so wichtige Elemente vieler Zeichnungen, daß sie besondere Beachtung verdienen. Daher ist es notwendig, sich auch mit Näherungskonstruktionen unter Benutzung von Kurvenlinealen zu beschäftigen.

6.1. Wahre Größe und Gestalt einfacher Figuren

6 Stunden

Wahre Länge einer Strecke, Drehung und Umklappung;
Wahre Größe und Gestalt einer Pyramidenbegrenzungsfläche;
Praktische Beispiele zur Bestimmung der wahren Größe und Gestalt einfacher Figuren.

6.2. Abbildungen der Kugel

4 Stunden

Die Kugel im Grund-, Auf- und Kreuzriß;
Abbildung des Gradnetzes der Kugel.

Stoffübersicht:

	Stunden	Stunden	Woche
1. Allgemeine Zahlsymbole		24	1-8
1.1. Addition und Subtraktion unter Verwendung allgemeiner Zahlsymbole . .	9		
1.2. Multiplikation und Division unter Verwendung allgemeiner Zahlsymbole . .	15		
2. Ähnlichkeitslehre		40	1-16
2.1. Ähnliche Figuren	12		
2.2. Ähnliche Dreiecke	19		

2.3. Streckenproportionalität und Strahlensatz	9		
3. Lineare Funktionen und lineare Gleichungen		26	9–21
3.1. Lineare Funktionen	14		
3.2. Lineare Gleichungen	12		
4. Satzgruppe des Pythagoras, Quadratzahlen und -wurzeln		25	17–23
4.1. Satzgruppe des Pythagoras	9		
4.2. Berechnungen mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes	16		
5. Flächen- und Rauminhaltsberechnungen		25	24–30
5.1. Pyramiden, Kegel, Kugel	15		
5.2. Einfache Figuren und Körper	10		
6. Darstellende Geometrie		10	24–28
6.1. Wahre Größe und Gestalt einfacher Figuren	6		
6.2. Abbildungen der Kugel	4		
	<hr/>	<hr/>	<hr/>
	150	150	30

KLASSE 9

Diedrei Stoffgebiete Allgemeine Zahlsymbole, Lineare Funktionen und Gleichungen, Quadratische Funktionen und Gleichungen sind zur umfassenden Wiederholung, Festigung und Übung des bisher erworbenen mathematischen Wissens und Könnens zu nutzen. Dabei bietet in erster Linie das Lösen vielfältiger Aufgaben Gelegenheit zur Systematisierung und Vertiefung von Grundkenntnissen. Es sind sowohl formale Aufgaben zur Schulung des Abstraktionsvermögens als auch Aufgaben aus der Umwelt der Schüler, vor allem der sozialistischen Produktion in Industrie und Landwirtschaft, sowie aus der Physik und der Geometrie zu wählen. Auf die Entwicklung solcher Fertigkeiten, wie das Umformen von Gleichungen, das zweckentsprechende Benutzen von Tafeln, Rechenstab, Millimeterpapier und Kurvenlinealen sowie das Anfertigen von Skizzen, ist großer Wert zu legen.

Bei der Behandlung der linearen und quadratischen Funktionen und Gleichungen ist eine strengere Darstellung und Untersuchungsweise mathematischer Probleme vorzubereiten, beispielsweise durch Diskussionen und Fallunterscheidungen.

Im Rahmen der Lehre von den Potenzen müssen die Schüler die Bedeutung von mathematischen Festsetzungen und Begriffsbildungen erkennen. Zugleich sollen sie sich im Aufsuchen, Formulieren und selbständigen Beweisen oder Herleiten einfacher arithmetischer Regeln üben. Am Ende der Behandlung der Lehre von den Potenzen müssen die Schüler Vorstellungen besitzen über den Aufbau der

Zahlbereiche von den natürlichen über die ganzen und die rationalen Zahlen bis zu den reellen Zahlen.

Bei der Behandlung des umfangreichen, in sich geschlossenen Stoffgebietes der Lehre von den Potenz- (einschließlich Wurzel-) und Logarithmusfunktionen sowie des Rechnens mit Potenzen (einschließlich Wurzeln) und Logarithmen müssen die Schüler den Wert und die Bedeutung eines klaren Systemaufbaus kennen- und nutzen lernen.

Die linearen Funktionen und Gleichungen und quadratischen Funktionen und Gleichungen sind in engem Zusammenhang zu behandeln. Durch die gegenseitige Durchdringung von Potenzfunktionen und Potenzrechnung sowie von Logarithmusfunktionen und Logarithmenrechnung sollen die Schüler den Zusammenhang zwischen diesen Teilgebieten erkennen. Insbesondere sollen sie lernen, auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu achten, Wesentliches von Unwesentlichem zu unterscheiden und richtige Verallgemeinerungen vorzunehmen. Das Entwickeln und Diskutieren der Bilder entsprechender Funktionen sollte auch dazu genutzt werden, das arithmetische Grundwissen auf anschauliche Art und Weise fest und sicher einzuprägen. Das Wesen einer mathematischen Funktion muß im Unterricht der Klasse 9 tiefer und allgemeiner erfaßt werden.

1. Allgemeine Zahlsymbole 1. bis 8. Woche / 24 Stunden

In Klasse 9 muß das Arbeiten mit allgemeinen Zahlsymbolen zu einer sicher beherrschten Fertigkeit entwickelt werden. Daher muß auch bei der Behandlung aller folgenden Unterrichtsabschnitte und in den täglichen Übungen immer wieder mit allgemeinen Zahlsymbolen gearbeitet werden. Den Schülern muß der große Wert allgemeiner Formulierungen mathematischer Aussagen bewußtgemacht werden. Auf das Umformen vieler umfangreicher Ausdrücke ist zugunsten eines verständnisvollen Umgehens mit relativ leicht überschaubaren und praktisch bedeutsamen Ausdrücken zu verzichten. Durch häufiges Verallgemeinern von Einzelaussagen und Konkretisieren von allgemeingültigen Aussagen sollen die Schüler die dialektische Einheit von Besonderem und Allgemeinem und von Konkretem und Abstraktem erkennen.

1.1. Multiplikation von mehrgliedrigen Summen 9 Stunden

Wiederholung des Begriffs der Multiplikation und des Multiplizierens im Dezimalsystem;

Wiederholung der Multiplikation von Summen mit zwei Summanden;

Binomische Formeln;

Multiplikation von Summen mit mehr als zwei Summanden;

Umwandeln von Summen in Produkte durch Ausklammern gemeinsamer Faktoren oder durch Anwenden der binomischen Formeln.

1.2. Division von Summen durch Summen

6 Stunden

Wiederholung des Begriffs der Division und des Dividierens im Dezimalsystem;
Wiederholung der Division einer Summe durch einen eingliedigen Ausdruck;
Division von Summen durch Summen mit zwei und mehr Summanden.

1.3. Bruchrechnung

9 Stunden

Kürzen und Erweitern;
Addition und Subtraktion;
Multiplikation und Division;
Umformen von Doppelbrüchen.

Bemerkungen zu 1.:

Die binomischen Formeln $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ und $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ sind fest einzuprägen und als Rechenvorteile häufig anzuwenden; die Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ bedeutet gegenüber der ersten keine neue Aussage. Das Bilden vollständiger Quadrate (Aufsuchen der quadratischen Ergänzung) dient der Vorbereitung auf das Lösen quadratischer Gleichungen. Die Bedeutung der Klammer für das Zusammenfassen mehrerer Zahlen ist durch häufiges Heranziehen bestimmter Zahlen immer wieder bewußt zu machen.

Die Multiplikation von Summen mit mehreren Summanden ist in Analogie zur Multiplikation im Dezimalsystem zu erklären. Auf die Multiplikation von Summen mit einer größeren Anzahl von Summanden und auf die Division von Summen durch Summen mit mehr als zwei Summanden ist durch Beispiele (auch solche, bei denen der Divisor kein Teller des Dividenden ist) hinzuweisen; Rechenfertigkeiten sind hierbei nicht anzustreben. Bei der Division sind sowohl der Doppelpunkt als auch der Bruchstrich zu verwenden. Bei den Übungen zur Division sind die Bruchrechnung zu wiederholen und die Kenntnisse über die Verwendung von Klammern zu festigen.

Die Übungsbeispiele sind bevorzugt mit den in der Geometrie, der Physik und der Technik üblichen Symbolen durchzuführen.

Beispiele:

$$l = \frac{\pi}{4} d_1^3 - \frac{\pi}{4} d_2^3 = \frac{\pi}{4} (d_1^3 - d_2^3) = \frac{\pi}{4} (d_1 + d_2) \cdot (d_1 - d_2);$$

Gesetze über Längen- und Volumenausdehnung bei Erwärmung; Kirchhoffsche Gesetze; Ohmsches Gesetz für den Gleichstromkreis.

Die Schüler sind zu terminologisch und sprachlich einwandfreier Erläuterung der Aufgaben, der Lösungsschritte und der Ergebnisse zu erziehen.

2. Darstellende Geometrie

1. bis 8. Woche / 16 Stunden

Der Lehrgang in der darstellenden Geometrie wird mit einem Überblick über die Projektionsarten, ihre Wesensmerkmale, ihre Vor- und Nachteile hinsichtlich Anschaulichkeit, Maßhaltigkeit und Konstruktionsschwierigkeit fortgesetzt.

Mit der Abbildung von Punkten, Strecken, Geraden und ebenen Figuren sollte ständig die Abbildung einfacher, ebenflächig begrenzter Körper verbunden werden. Die Abbildung von Körpern bietet Gelegenheit zu wiederholenden stereometrischen Betrachtungen.

2.1. Senkrechte und schräge Parallelprojektion

10 Stunden

Kurze Gegenüberstellung von Parallelprojektionen und Zentralprojektion (Lage des Projektionszentrums);
Senkrechte Parallelprojektion auf eine Tafel:
Abbildung von Punkten, Strecken, Geraden, ebenflächig begrenzten Körpern;
Höhenmaßstab, Koten;
Zwei- und Dreitafelverfahren:
Schneiden und Kreuzen zweier Geraden;
Schrägrisse als Parallelprojektionen;
Verzerrung, Verkürzung, Front- und Tiefenlinien;
Affinität (Affinitätsstrahlen, Affinitätsachse).

2.2. Axonometrie

6 Stunden

Abbildung eines räumlichen Achsenkreuzes durch Parallelprojektion;
Isometrische und dimetrische Abbildung ebenflächig begrenzter Körper.

Bemerkungen zu 2.:

Zur Erklärung ist der Projektionsvorgang heranzuziehen. Die Abbildung von Punkten, Strecken und Geraden ist systematisch zu behandeln, wobei das Ein- tafelverfahren im Mittelpunkt stehen, das Mehrtafelverfahren daraus entwickelt werden sollte.

Alle Konstruktionen im Ein- und Mehrtafelverfahren sollten an Modellen und anschaulichen Schrägrissen erläutert werden.

Die Axonometrie ist als eine Methode der schiefwinkligen Parallelprojektion einzuführen; auf die trimetrische und die schiefwinklige axonometrische Projektion wird nicht eingegangen.

Alle Zeichnungen sind normgerecht, sauber und gewissenhaft und nur mit Bleistift anzufertigen.

Die Abbildung von Werkstücken sollte vorzugsweise an solchen Körpern durchgeführt werden, die den Schülern von der beruflichen Grundausbildung bekannt sind.

Die Schüler sollen nicht nur befähigt werden, räumliche Gebilde nach einem der genannten Verfahren richtig darzustellen, sie müssen vor allem auch umgekehrt aus der Darstellung richtige Vorstellungen des dargestellten Objektes gewinnen.

Auf die historische Entwicklung der darstellenden Geometrie (Albrecht Dürer, Gaspard Monge, Jacob Steiner) ist hinzuweisen.

3. Lineare Funktionen und Gleichungen

9. bis 11. Woche / 15 Stunden

In diesem Unterrichtsabschnitt sind die in den Klassen 7 und 8 erworbenen Grundkenntnisse über lineare Funktionen und Gleichungen zu wiederholen, zu vertiefen und zu erweitern. Damit werden wichtige Voraussetzungen für die erfolgreiche Durchführung des gesamten folgenden Mathematikunterrichts geschaffen.

Die Behandlung von Systemen linearer Gleichungen mit zwei und mehr Unbekannten hat nicht nur das Ziel, Sicherheit im Lösen solcher Systeme zu erreichen; die Schüler sollen auch die allgemei-

nen Grundlagen für das Verständnis der Lösung von Gleichungssystemen mit mehreren Unbekannten erwerben. Es kommt darauf an, daß die Schüler das Grundsätzliche der Lösungsmethode (schrittweise Elimination der Unbekannten und damit parallellaufende Reduzierung der Anzahl der Gleichungen) erkennen.

Auch auf Systeme mit mehr oder weniger Gleichungen als Unbekannten sollte hingewiesen werden.

3.1. Wiederholung linearer Funktionen und linearer Gleichungen mit einer Unbekannten **5 Stunden**

Wiederholung und Vertiefung des Funktionsbegriffes;
Grafische Darstellung von Funktionen der Form $y = mx + n$;
Definitionsbereich und Wertevorrat;
Wiederholung linearer Gleichungen mit einer Unbekannten.

3.2. Systeme linearer Gleichungen **10 Stunden**

Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten, rechnerische und zeichnerische Lösungsverfahren;
Lösbarkeitsbedingungen;
Aufstellen von Gleichungen aus praktischen Sachverhalten.

Bemerkungen zu 3.:

Bei der Wiederholung der linearen Funktionen von der Form $y = mx + n$ sind Beispiele aus der Physik und der Technik auch unter Benutzung der dort üblichen Symbole zu verwenden. Dabei ist der Begriff der Proportionalität zu festigen.

Für das Lösen von Gleichungssystemen ist der jeweils rationellste Lösungsweg zu wählen; das Einsetzungsverfahren ist besonders gründlich zu behandeln. Auf Systeme linearer Gleichungen mit mehr als zwei Unbekannten ist nur in einigen Beispielen einzugehen.

Die vollständige Probe am Gleichungssystem beziehungsweise am Aufgabentext gehört zur Lösung.

An Hand grafischer Darstellungen müssen die Schüler anschaulich die Erkenntnisse gewinnen, daß ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen genau eine Lösung (einander schneidende Geraden), keine Lösung (parallele Geraden) oder beliebig viele Lösungen (zusammenfallende Geraden) haben kann.

Die Übungsaufgaben aus der Geometrie sind vor allem zur Wiederholung der Proportionen und der Strahlensätze zu benutzen. Die Mehrzahl der Anwendungsaufgaben ist der Technik und der Physik zu entnehmen.

4. Quadratische Funktionen und Gleichungen **12. bis 17. Woche / 30 Stunden**

Die bei der Behandlung der linearen Funktionen der Form $y = mx + n$ geschaffenen Grundlagen für das Verständnis des Funktionsbegriffes sind bei der Erörterung der quadratischen Funktionen der Form $y = x^2 + px + q$ und ihrer Sonderfälle zu benutzen, zu ergänzen und zu erweitern. Die Schüler sollen in diesem Unterrichtsabschnitt Kenntnisse und Fertigkeiten erwerben, die sie befähigen, einfache funktionale Zusammenhänge in zahlreichen

Gebieten der Naturwissenschaften und der Technik zu erkennen und zu deuten.

Großer Wert ist auf das Gewinnen und das Diskutieren der Bilder solcher quadratischer Funktionen zu legen, deren analytische Ausdrücke in verschiedenen Formen gegeben sind. Die Bedeutung der Verschiebung für die Vereinfachung des analytischen Ausdrucks der Funktion ist herauszuarbeiten.

Bei der Erörterung gemeinsamer beziehungsweise unterschiedlicher Eigenschaften von linearen und quadratischen Funktionen sollten die sich bietenden Wiederholungsmöglichkeiten (zum Beispiel Bedeutung des Absolutgliedes, Existenz und Anzahl der Nullstellen usw.) genutzt werden. Beim zeichnerischen Lösen quadratischer Gleichungen ist neben dem grafischen Bestimmen der Nullstellen der Funktion auch das Verfahren mit Hilfe von Normalparabel (Schablone) und Gerade (Lineal) anzuwenden. Die Schüler müssen Fertigkeiten im Gebrauch der Kurvenlineale erwerben. Dabei sind Genauigkeitsbetrachtungen anzustellen.

Bei der Behandlung der rechnerischen Lösung quadratischer Gleichungen sollte von den einfachen Sonderformen ausgegangen werden, die bei der abschließenden Zusammenfassung von den Schülern als Spezialfälle erkannt werden müssen.

Bei der Diskussion über die Beschaffenheit der Lösungen einer quadratischen Gleichung sind Fallunterscheidungen vorzunehmen: eine quadratische Gleichung hat rationale, irrationale oder keine Lösungen im Bereich der rationalen und irrationalen Zahlen; zwei voneinander verschiedene reelle Wurzeln, eine reelle Doppelwurzel oder keine reellen Wurzeln.

4.1. Quadratische Funktionen

10 Stunden

Bild der Funktion $y = x^2$;

Bilder der Funktionen der Form $y = x^2 + e$, $y = (x + d)^2$, $y = ax^2$ (a rational);

Definitionsbereich und Wertevorrat;

Verschiebung, Spiegelung, Streckung beziehungsweise Stauchung;

Bild der Funktionen der Form $y = (x+d)^2 + e$ beziehungsweise $y = x^2 + px + q$;

Bestimmen der Lage des Scheitels und der Schnittpunkte mit den Achsen des Koordinatensystems;

Beispiele für die Funktionen der Form $y = Ax^2 + Bx + C$.

4.2. Quadratische Gleichungen

20 Stunden

Lösen von Spezialfällen quadratischer Gleichungen;

Lösen der allgemeinen Form quadratischer Gleichungen durch Bilden der quadratischen Ergänzung;

Allgemeine Formel zur Lösung quadratischer Gleichungen;

Diskriminantendiskussion;

Wurzelsatz von Vieta;

Zerlegen in Linearfaktoren.

Bemerkungen zu 4.:

Bei der Behandlung der Gleichung $x^2 + q = 0$ ist eine Fallunterscheidung vorzunehmen. Um den Begriff der irrationalen Zahl zu vertiefen, ist der Beweis zu führen, daß $x^2 - 2 = 0$ im Bereich der rationalen Zahlen nicht lösbar ist. Dabei ist das Führen von indirekten Beweisen zu erörtern. Die Nichtlösbarkeit der Gleichung $x^2 + q = 0$ mit $q > 0$ durch rationale oder irrationale Zahlen, die hier zu den reellen Zahlen zusammenzufassen sind, ist auch durch Diskussion der Bilder der Funktionen von der Form $y = x^2 + q$ im Koordinatensystem zu erklären. Der Begriff der imaginären Zahl ist nicht einzuführen.

Die Funktionen der Form $y = Ax^3 + Bx + C$ sind nicht allgemein zu behandeln, eine Diskussion im Sinne der analytischen Geometrie ist nicht durchzuführen. Auf unterschiedliche Einheiten auf der x-Achse und der y-Achse sollte hingewiesen werden.

Die Übungsaufgaben aus der Geometrie sind vor allem zur Wiederholung der Ähnlichkeitslehre, der Kreislehre und der Satzgruppe des Pythagoras zu benutzen, die Mehrzahl der Anwendungsaufgaben ist der Technik und der Physik zu entnehmen.

Auf das Leben und die Bedeutung von Vieta für die Schaffung einer zweckmäßigen Symbolik in der Mathematik ist einzugehen.

5. Potenzfunktionen; Rechnen mit Potenzen

(Exponent rational)

18. bis 23. Woche / 30 Stunden

In diesem Unterrichtsabschnitt sind am Beispiel der Potenzfunktionen die Vorstellungen der Schüler über den Funktionsbegriff zu erweitern und zu vertiefen.

Die Schüler müssen durch Darstellung ausgewählter Repräsentanten der Kurvenscharen verschiedener Arten der Potenzfunktionen in einem gemeinsamen Koordinatensystem auf anschauliche Weise mit wichtigen Zusammenhängen und Gesetzmäßigkeiten vertraut gemacht werden. Unter Vertiefung der schon eingeführten Begriffe (zum Beispiel Definitionsbereich und Wertevorrat) und unter Verwendung neu erlernter mathematischer Begriffe (zum Beispiel gerade und ungerade Funktionen) müssen sich die Schüler im Beschreiben wesentlicher Merkmale der Funktionenklassen üben.

Das Rechnen mit Potenzen (und Wurzeln) ist in enger Verbindung mit der schrittweisen Erweiterung des Potenzbegriffes und den Erörterungen zu den Potenzfunktionen zu behandeln. Dabei ist immer wieder der Unterschied zwischen Festsetzungen und beweisbaren mathematischen Aussagen hervorzuheben. Nach jeder neuen Festsetzung ist die Gültigkeit einiger Rechengesetze zu überprüfen. Dabei soll von den Schülern die Zweckmäßigkeit der getroffenen Festsetzungen (im Sinne des Hankelschen Permanenzprinzips) erkannt werden.

Der Zusammenhang zwischen den Rechengesetzen für Potenzen und Wurzeln ist deutlich herauszuarbeiten und durch ständige Übungen im Wechsel zwischen Wurzel- und Potenzschreibweise zu festigen.

Die Wurzelrechnung ist als Umkehroperation der Potenzrechnung (Exponent positiv ganzzahlig) zu kennzeichnen. Bei der Erörterung des Zahlcharakters der Wurzeln muß der Begriff der reellen Zahl gefestigt werden.

Bei der Behandlung der Wurzelfunktionen mit geraden Wurzel-exponenten ist zu beachten, daß in der Mathematik unter einer Funktion eine eindeutige Zuordnung von Elementen einer Menge zu denen einer anderen verstanden wird. Daher muß zum Beispiel streng zwischen den beiden Funktionen $y = \sqrt{x}$ und $y = -\sqrt{x}$ unterschieden werden.

5.1. Potenzfunktionen und Potenzen: Exponent positiv ganzzahlig 12 Stunden

Rechnen mit Potenzen mit positiven ganzzahligen Exponenten, die größer oder gleich 2 sind, Potenzgesetze;
Die Kurvenschar $y = x^n$ ($n \geq 2$, ganzzahlig);
Gerade und ungerade Funktionen, zugehörige Symmetrieverhältnisse der Kurven;
Definitionsbereich und Wertevorrat;
Kurvenverlauf in bestimmten Intervallen;
Schrittweise Erweiterung des Potenzbegriffes und des Gültigkeitsbereiches der Potenzgesetze;
Mathematische Festsetzungen, Permanenzprinzip;
Potenzen mit den Exponenten 1 und 0, Rechnen mit Potenzen mit den Exponenten 1 und 0.

5.2. Potenzfunktionen und Potenzen: Exponent beliebig ganzzahlig 8 Stunden

Potenzen mit beliebigen ganzzahligen Exponenten, Rechnen mit Potenzen mit beliebigen ganzzahligen Exponenten;
Schreibweise großer und kleiner Zahlen mit abgetrennten Zehnerpotenzen (Begriff der Größenordnung);
die Kurvenschar $y = x^n$ mit beliebigem ganzzahligen n .

5.3. Potenzfunktionen und Potenzen: Exponent rational 10 Stunden

Begriff der Wurzel, Schreibweise mit Wurzelzeichen und als Potenz mit gebrochenem Exponenten;
Einschachtelung irrationaler Zahlen durch rationale Zahlen, reelle Zahlen;
Herleitung der Wurzelgesetze;
Rechnen mit Wurzeln;
Vereinfachen von Wurzelausdrücken, speziell Rationalmachen der Nenner von Brüchen;

Bilder der Funktionen $y = x^{\frac{1}{2}}$ und $y = x^{\frac{1}{3}}$

(Beschränkung auf $x \geq 0$).

Bemerkungen zu 5.:

Das Zeichnen der Bilder der Funktionen von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten ist auf $n = \pm 2, \dots, \pm 6$ zu beschränken. Die gemeinsamen Punkte der Kurven einer Schar sind zu bestimmen und der Verlauf der Kurven inner-

halb bestimmter Gebiete der Koordinatenebene ist zu erörtern und für die verschiedenen Kurvenscharen untereinander zu vergleichen. Dabei ist die Schreibweise von Definitionsbereichen und Wertevorräten mit Hilfe von Ungleichungen ständig zu üben.

Die Bilder der Funktionen $y = x^{\frac{1}{2}}$ und $y = x^{\frac{1}{3}}$ sind mit Hilfe von Wertetafeln zu zeichnen. Die Bilder für $y = x^n$ für beliebiges gebrochenes n sollten unter Beachtung der Eindeutigkeitsforderungen nur angedeutet werden. Im Zusammenhang mit der grafischen Darstellung von $y = x^{-1}$ ist der Begriff der umgekehrten Proportionalität zu wiederholen und durch Anwendung auf Beispiele aus der Physik zu festigen.

6. Logarithmusfunktionen, logarithmisches Rechnen

24. bis 30. Woche / 35 Stunden

Die Bilder der Funktionen $y = {}^2\log x$ und $y = {}^{10}\log x = \lg x$ sind mit Hilfe von Wertetafeln zu zeichnen. Die Behandlung dieser Funktionen dient in erster Linie den Vorbereitungen auf das Rechnen mit Logarithmen.

Im Unterricht werden vierstellige Logarithmentafeln benutzt; auf sinnvolles Interpolieren ist zu achten. Beim Rechnen mit dem Rechenstab und beim Umgang mit Tafeln ist an das bisher erworbene Wissen und Können anzuknüpfen. Der Aufbau des Rechenstabes und das Rechnen mit ihm müssen hier ihre theoretische Begründung erfahren. Die Schüler müssen mit der Logarithmentafel und dem Rechenstab so sicher umgehen lernen, daß bei der in Klasse 10 erfolgenden Behandlung der Trigonometrie keine grundsätzlichen Schwierigkeiten in der Handhabung dieser Rechenhilfsmittel auftreten und die Unterrichtszeit voll für die neu auftretenden mathematischen Probleme genutzt werden kann.

Die Schüler sind zum planvollen Vorgehen beim Lösen von Aufgaben und zum rationellen Arbeiten zu erziehen. Das Verwenden geeigneter, der Aufgabenstellung und den Rechenhilfsmitteln angepaßter Schemata ist zu üben.

Das Rechnen mit Näherungswerten soll zum kritischen Abschätzen der Rechenergebnisse führen. In praktischen Schülerarbeiten durchgeführte eigene Vermessungen und Wägungen sowie in der beruflichen Grundausbildung realisierte Schüleraufträge sollen zum Verständnis für das sinnvolle Runden und das richtige Entscheiden zwischen Stabrechnen, Tafelrechnen und logarithmenfreiem Rechnen unter Beachtung der durch den jeweiligen Sachverhalt vorgeschriebenen Genauigkeit verhelfen.

6.1. Logarithmen, Logarithmusfunktionen

8 Stunden

Der Logarithmus als Exponent einer Potenz mit fester Basis;
Bilder der Funktionen $y = {}^2\log x$ und $y = {}^{10}\log x = \lg x$;
Zusammenhang zwischen Logarithmen mit verschiedener Basis;
Zehnerlogarithmus, Kennzahl und Mantisse.

6.2. Logarithmengesetze

10 Stunden

Herleitung der Gesetze für das Logarithmieren eines Produkts, eines Quotienten, einer Potenz mit ganzzahligem und mit gebrochenem Exponenten;

Einfache Rechenübungen zur Anwendung der Logarithmengesetze.

6.3. Hilfsmittel für das logarithmische Rechnen

5 Stunden

Logarithmentafel;

Rechenstab.

6.4. Rechnen mit Hilfe von Logarithmentafel und Rechenstab

10 Stunden

Berechnung zusammengesetzter Zahlenausdrücke mit Logarithmentafel und Rechenstab;

Bestimmen der Größenordnung des Ergebnisses durch Überschlag; Genauigkeitsgrenzen.

6.5. Zur Geschichte des logarithmischen Rechnens

2 Stunden

Die ersten Logarithmentafeln;

Bedeutung der Logarithmenrechnung in der Gegenwart;

Bedeutung von Rechenmaschinen und Nomogrammen.

Bemerkungen zu 6.:

Bevor der Tafel Werte entnommen werden, sind einige Logarithmen zur Basis 2 und zur Basis 10 zu ermitteln.

Beim Lösen von Anwendungsaufgaben ist das Rechnen mit dem Rechenstab zu bevorzugen, jedoch muß auch im Rechnen mit Hilfe der Logarithmentafel Sicherheit erreicht werden. Die Übungsaufgaben sind zur Wiederholung der Flächen- und Rauminhaltsberechnung zu benutzen; die Mehrzahl der Anwendungsaufgaben ist der Technik und der Physik zu entnehmen.

Bei den historischen Betrachtungen sind die großen Leistungen von Briggs, Neper, Bürgli und anderen für die Entwicklung der Kultur zu würdigen. Es ist herauszustellen, daß sich Umfang und Schwierigkeit der in Produktion und Forschung notwendigen Berechnungen ständig vergrößern, so daß logarithmische Hilfsmittel allein nicht mehr ausreichen. In diesem Zusammenhang ist auf die Bedeutung moderner elektronischer Rechenmaschinen hinzuweisen, beispielsweise für die Bahnbestimmung und Steuerung von Weltraumschiffen, für die Wirtschaft und Statistik, für die Automatisierung von Produktionsprozessen, für die Konstruktion komplizierter optischer und elektrischer Apparate.

Stoffübersicht:

Stunden Stunden Woche

1. Allgemeine Zahlsymbole	24	1-8
1.1. Multiplikation von mehrgliedrigen Summen	9	
1.2. Division von Summen durch Summen		
1.3. Bruchrechnung		
2. Darstellende Geometrie	16	1-8

2.1. Senkrechte und schräge Parallelprojektion	10		
2.2. Axonometrie	6		
3. Lineare Funktionen und Gleichungen		15	9–11
3.1. Wiederholung linearer Funktionen und linearer Gleichungen mit einer Unbekannten	5		
3.2. Systeme linearer Gleichungen	10		
4. Quadratische Funktionen und Gleichungen		30	12–17
4.1. Quadratische Funktionen	10		
4.2. Quadratische Gleichungen	20		
5. Potenzfunktionen; Rechnen mit Potenzen (Exponent rational)		30	18–23
5.1. Potenzfunktionen und Potenzen: Exponent positiv ganzzahlig	12		
5.2. Potenzfunktionen und Potenzen: Exponent beliebig ganzzahlig	8		
5.3. Potenzfunktionen und Potenzen: Exponent rational	10		
6. Logarithmusfunktionen, logarithmisches Rechnen		35	24–30
6.1. Logarithmen, Logarithmusfunktionen	8		
6.2. Logarithmengesetze	10		
6.3. Hilfsmittel für das logarithmische Rechnen	5		
6.4. Rechnen mit Hilfe von Logarithmentafeln und Rechenstab	10		
6.5. Zur Geschichte des logarithmischen Rechnens	2		
	<hr/>	<hr/>	<hr/>
	150	150	30

KLASSE 10

Die Klasse 10 ist die Abschlußklasse der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule der Deutschen Demokratischen Republik. Inhalt und Gestaltung des Mathematikunterrichts werden wesentlich dadurch bestimmt, daß die in diesem Fach zehn Jahre währende Bildungs- und Erziehungsarbeit zu einem gewissen Abschluß zu führen ist.

Wohl wird das mathematische Wissen der Schüler noch erweitert, wohl muß ihr mathematisches Können so entwickelt werden, daß sie die Abschlußprüfung mit gutem Erfolg bestehen, aber die entscheidende Aufgabe der gesamten Bildungs- und Erziehungsarbeit ist nicht in diesen eng begrenzten Zielstellungen zu sehen. Die jungen Menschen müssen befähigt werden, ihr mathematisches

Wissen und Können mit Erfolg in der sozialistischen Produktion in Industrie und Landwirtschaft, beim Lösen technischer und ökonomischer Probleme, aber auch im kulturellen Geschehen, bei der weiteren Entwicklung ihrer wissenschaftlichen Weltanschauung und ihrer politischen Überzeugungen anzuwenden. Die Schüler müssen die Erkenntnis gewinnen, daß die mathematische Bildung einen wesentlichen Bestandteil der Allgemeinbildung des Menschen der sozialistischen Gesellschaft darstellt. Sie müssen dazu angeregt werden, sich auch nach Verlassen der Schule in der Mathematik weiterzubilden, selbst dann, wenn dazu kein unmittelbarer beruflicher Anlaß besteht.

Bei der Behandlung der *Lehre von den Winkelfunktionen* und der *Trigonometrie* sollen die Schüler erstens die große Bedeutung der Winkelfunktionen für die Lösung vielfältiger Aufgaben, besonders aus der Physik, erkennen. Dieser Unterrichtsabschnitt ist also von vornherein breit anzulegen; die starke Einengung der Vorstellungen auf das rechtwinklige Dreieck muß vermieden werden. Zweitens ist die Erziehung zum funktionalen Denken fortzusetzen. Die Entwicklung von Fähigkeiten und Fertigkeiten im Arbeiten mit mathematischen Funktionen ist verstärkt zu betreiben und so weit zu führen, daß die Schüler in ihrer späteren gesellschaftlichen Praxis sicher mit mathematischen Funktionen zu arbeiten vermögen. Daher wird in die Trigonometrie von den Winkelfunktionen her eingeführt, nicht von der Planimetrie her. So wird die Gefahr vermieden, die Rationalisierung und die Modernisierung des Mathematikunterrichts dadurch zu erschweren, daß beim Ausgehen vom rechtwinkligen Dreieck mehrfache Definitionsänderungen erforderlich sind.

Die Berechnung von Dreiecken, also die Trigonometrie im engeren Sinne, ist nur ein Anwendungsbereich der mathematisch wesentlich mehr umfassenden Lehre von den Winkelfunktionen.

Die trigonometrischen Berechnungen führen immer wieder auf Dreiecksberechnungen zurück; daher müssen die Verfahren zur Lösung der Grundaufgaben der trigonometrischen Dreiecksberechnung sicher beherrscht werden. Eine besonders intensive Bildungs- und Erziehungsarbeit wird jedoch erst dann geleistet, wenn bei der Anwendung der Winkelfunktionen beim Lösen eines planimetrischen, stereometrischen, darstellend-geometrischen, physikalischen, technischen, vermessungspraktischen, nautischen oder militärwissenschaftlichen Problems nicht auf eine bloße Dreiecksberechnung eingeeengt wird. Es ist von Bedeutung, das mit Hilfe trigonometrischer Verfahren zu lösende Problem zu diskutieren, ein geeignetes Lösungsverfahren auszuwählen und das Ergebnis vom ursprünglichen Sachverhalt her zu deuten. Die Erziehung zum richtigen logischen Denken muß stets im Vordergrund stehen, gleichgültig, ob es sich um eine rein mathematische Fragestellung oder um ein Problem der Anwendung der Mathematik handelt.

Großer Wert ist darauf zu legen, daß die mit Hilfe trigonometrischer Verfahren gefundenen Lösungen auch mit Hilfe anderer

Methoden ermittelt werden. Der Unterricht in der Trigonometrie darf weder in weitschweifige Belehrungen über bestimmte Anwendungsbereiche ausarten, noch darf im überwiegenden Maße Geometrie betrieben beziehungsweise nur gerechnet werden. Es muß vielmehr eine möglichst vielseitige, eng mit dem Leben verbundene mathematische Bildungs- und Erziehungsarbeit geleistet werden.

Ähnliche Anforderungen sind an die Gestaltung des Unterrichts in der *Stereometrie* zu stellen. Die Behandlung stereometrischer Probleme dient nicht in erster Linie der Ergänzung des bereits vorhandenen Wissens über einzelne mathematische Körper. Auch dieser Unterrichtsabschnitt muß möglichst allseitig für die mathematische Bildung und Erziehung sozialistischer Menschen genutzt werden. Dabei sind wiederum die Wiederholung, Festigung und Anwendung des erworbenen Wissens und Könnens von entscheidender Bedeutung.

Die ausführliche Behandlung stereometrischer Probleme dient vor allem der Weiterentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens, das für die spätere Praxis in den meisten Berufszweigen sehr wichtig ist. Im Stereometrieunterricht ist daher nicht nur zu rechnen, sondern auch großer Wert auf das Zeichnen und Modellieren, Abbilden und Deuten der Ergebnisse zu legen.

Trotz der vorwiegend praktischen Bedeutung des Unterrichts in der Stereometrie spielt auch das Beweisen und das Herleiten mathematischer Formeln eine große Rolle. Einmal werden die entsprechenden Fähigkeiten und Fertigkeiten weiterentwickelt und das logische Denken in starkem Maße geschult; zum anderen bieten sich gerade beim Beweisen und Herleiten von Formeln aus der Stereometrie viele Möglichkeiten der Wiederholung.

Im gesamten Mathematikunterricht der Klasse 10 werden immer wieder die mathematischen Grundfertigkeiten im Berechnen, Bestimmen, Konstruieren und Beweisen vervollständigt. Die Schüler müssen entscheiden lernen, welches mathematische Verfahren und welches zugehörige Rechenhilfsmittel für eine möglichst rationelle Lösung des gestellten Problems zweckmäßig ist. Zugleich müssen die notwendigen Fertigkeiten in der sicheren Handhabung der wichtigsten Lösungsverfahren und im Umgang mit den geeigneten Hilfsmitteln voll entwickelt werden. Vor den numerischen Rechnungen sind im allgemeinen ein Lösungsplan mit einer Skizze und zur Kontrolle der Ergebnisse eine maßstäbliche Zeichnung anzufertigen.

Die beiden großen Unterrichtsabschnitte, die Lehre von den Winkelfunktionen nebst Trigonometrie und die Stereometrie, werden zeitlich hintereinander behandelt. In beiden Fällen müssen arithmetische und geometrische Betrachtungen stets in enger Verbindung miteinander durchgeführt werden.

Auf eine längere und zusammenhängende Vorbereitung auf die Abschlußprüfung wird verzichtet. Bei methodisch richtiger Gestaltung des Unterrichts erfolgt in allen Stunden eine intensive, stetige und kontinuierlich wirkende Vorbereitung auf die Prüfung und vor allem auf das Leben.

1. Winkelfunktionen und ebene Trigonometrie

1. bis 17. Woche / 85 Stunden

Im Vordergrund steht die Behandlung der Winkelfunktionen, nicht wie bisher die Dreiecksberechnung. Um der Gefahr vorzubeugen, daß die Schüler in ihrer Vorstellung den Begriff der Winkelfunktion stets nur mit dem rechtwinkligen Dreieck verbinden, sind die Winkelfunktionen am Kreis mit beliebigem Radius einzuführen. Außerdem sind als praktische Schülerarbeiten häufig Kurven zu zeichnen. Durch sinnvolle Abstimmung mit dem Physikunterricht (Schwingungen und Wellen, Zusammenhang zwischen Drehbewegung und Periodizität) kann für die mathematischen Erörterungen zum Kurvenverlauf ein breites Anwendungsgebiet erschlossen werden. Die innerhalb der Behandlung der Trigonometrie zu lösenden mathematischen Aufgaben sollten dazu dienen, das Wissen der Schüler über Dreiecke, Vierecke, regelmäßige n -Ecke, Kreis- und Kreisteile, Prismen und Pyramiden, Zylinder, Kegel und Kugel zu wiederholen, zu festigen und zu ergänzen. Durch enge Beziehungen zur darstellenden Geometrie wird das geometrische Wissen und Können der Schüler weiter vertieft. Mit Hilfe von eingekleideten Aufgaben und Anwendungsaufgaben aus der Physik lernen die Schüler das Anwenden mathematischer Verfahren für das Ermitteln physikalischer Größen, zum Beispiel für die Bestimmung von Kräften, von Reibungskoeffizienten, von Brechungs- und Reflexionswinkeln, sowie bei der Herleitung und Formulierung physikalischer Gesetzmäßigkeiten. Auch Probleme aus dem Unterricht in der sozialistischen Produktion sind zu berücksichtigen. Schließlich vermittelt die Anwendung trigonometrischer Methoden bei Vermessungen im Gelände, beim Lösen von Problemen aus dem Flugwesen, aus der Nautik und aus dem Militärwesen Einblicke in weitere Gebiete. Das Rechnen mit Hilfe der Tafeln und das Stabrechnen mit Werten der Winkelfunktionen, die den Tafeln entnommen werden, sind zu sicher beherrschten Fertigkeiten zu entwickeln, das Rechnen mit den trigonometrischen Leitern auf dem Rechenstab jedoch nicht.

1.1. Winkelfunktionen

30 Stunden

Definition der Winkelfunktionen am Kreis mit beliebigem Radius; Positive und negative Winkel, Winkel über 360° ; Einheitskreis, Bogenmaß; Bilder der Winkelfunktionen, Periodizität; Deutung der Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck; Komplementbeziehungen zwischen einer Winkelfunktion und ihrer Kofunktion; Winkelfunktionswerte für $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$; Tafeln der Winkelfunktionswerte; Trigonometrische Berechnungen an rechtwinkligen Dreiecken; Beziehungen zwischen Funktionswerten von Winkeln aus verschiedenen Quadranten;

Beziehungen zwischen den verschiedenen Funktionen bei gleichem Winkel;
Tafeln der Logarithmen von Winkelfunktionen;
Interpolation und sinnvolles Runden bei trigonometrischen Berechnungen.

1.2. Trigonometrie des rechtwinkligen Dreiecks **15 Stunden**

Trigonometrische Berechnungen an rechtwinkligen, an gleichseitigen und an beliebigen gleichschenkligen Dreiecken;
Trigonometrische Berechnungen an regelmäßigen n-Ecken, am Kreis und an Vierecken;
Anwendungen der Trigonometrie des rechtwinkligen Dreiecks in der Physik.

1.3. Trigonometrie beliebiger ebener Dreiecke **40 Stunden**

Berechnungen, die mit Hilfe des Sinussatzes, des Kosinussatzes und der Flächenformeln durchgeführt werden;
Anwendung der Trigonometrie in der Planimetrie, in der Stereometrie, in der darstellenden Geometrie, in der Physik, in der Astronomie, in der Technik, in der Landvermessung und in der Nautik;
Praktische Strecken- und Winkelmessungen im Gelände zur Berechnung von Längen und Flächen.

Bemerkungen zu 1.:

Bei der Einführung der Winkelfunktionen sollte an die im Physikunterricht erworbenen Kenntnisse über die Wirkungsweise elektrischer Generatoren oder an die im Unterricht in der sozialistischen Produktion gesammelten Erfahrungen über Schwingungen, Oszillographen u. ä. angeknüpft werden.

Die drei Unterabschnitte dürfen nicht isoliert voneinander oder in strenger zeitlicher Aufeinanderfolge behandelt werden. Bei Wahrung des systematischen Aufbaus muß gesichert werden, daß möglichst frühzeitig auf praktische Anwendungen eingegangen wird.

Probleme aus der sozialistischen Produktion sind in weitem Umfang bei den trigonometrischen Berechnungen zu berücksichtigen, wobei insbesondere eine enge Verbindung zur beruflichen Grundausbildung herzustellen ist. Für praktische Vermessungen im Gelände sind mindestens 5 Unterrichtsstunden zu nutzen. Es sollte eine Beschränkung auf das Vorwärtseinschneiden erfolgen.

Bei den Berechnungen am regelmäßigen n-Eck sind die Arbeiten von Archimedes und Gauß zu würdigen; auf das Leben und Wirken von C. F. Gauß sollte auch im Zusammenhang mit den praktischen Vermessungsübungen eingegangen werden (Dreieck: Brocken – Inselsberg – Hoher Hagen); das geodätische Koordinatensystem ist nicht zu benutzen.

2. Stereometrie **18. bis 25. Woche / 40 Stunden**

Körperberechnungen spielen in der Praxis eine so große Rolle, daß den Schülern in der Abschlußklasse noch einmal gründlich und systematisch das Wesentliche der verschiedenen Berechnungsfälle verdeutlicht werden muß. Es muß beispielsweise klarwerden, daß bei Gewichts- oder Massebestimmungen das Volumen eine Rolle

spielt, daß Oberflächen und Volumina mit Hilfe von charakteristischen Konstanten und eindimensionalen Größen errechnet werden. Vor allem muß der Schüler begreifen, daß die in den Formeln enthaltenen Stücke nicht stets diejenigen sind, die einer praktischen Messung am leichtesten zugänglich sind. Er muß daher das zweckmäßige Umformen und Ersetzen bestimmter Größen durch andere verfügbare Größen als typisch mathematische Verfahrensweise beherrschen lernen.

Besonders bei Anwendungsaufgaben dürfen keine nicht realen Ergebnisse ermittelt werden. Bekanntlich ist es nicht möglich, durch Rechnung die durch Messungen im voraus festgelegte Genauigkeit zu vergrößern. Das ist insbesondere beim Interpolieren und bei der Entscheidung zwischen Stab- und Tafelbenutzung zu beachten.

In der Stereometrie gibt es, besonders bei krummflächig begrenzten Körpern, eine Fülle von Formeln. Es ist nicht Sinn des Unterrichts in der Stereometrie in Klasse 10, jede einmal benutzte Formel gesondert zu beweisen oder herzuleiten. Wohl müssen eine größere Anzahl von mathematischen Beweisen und Herleitungen durchgeführt werden. Aber darüber hinaus sind die Schüler auch daran zu gewöhnen, bestimmte Formeln der Formelsammlung zu entnehmen, beispielsweise die verschiedenen Formeln über die Berechnung von Kugelteilen. Die Schüler müssen befähigt werden, sich aus einer Auswahl von Grundformeln benötigte Spezialformeln selbst herzuleiten. Das gedächtnismäßige Beherrschen oft benötigter Formeln darf jedoch durch das Benutzen einer Formelsammlung nicht vernachlässigt werden.

Obwohl im Mathematikunterricht der Klasse 10 keine gesonderten Stunden für den Unterricht in darstellender Geometrie vorgesehen sind, sollten die im vorangegangenen Unterricht behandelten Verfahren häufig angewendet werden.

2.1. Ebenflächig begrenzte Körper

15 Stunden

Gerade und schiefe Prismen;
Satz des Cavalieri;
Pyramiden, Pyramidenstümpfe;
Zusammengesetzte Körper, Anwendungen.

2.2. Krummflächig begrenzte Körper

25 Stunden

Gerader und schiefer Kreiszyylinder;
Kegel, Kegelstumpf;
Volumina und Oberflächen der Kugel und ihrer Teile;
Zusammengesetzte Körper, Anwendungen.

Bemerkungen zu 2.:

Der Satz des Cavalieri wird mit Hilfe geeigneter Modelle plausibel gemacht. Bei den Berechnungen der Stumpfkörper sind auch in der Praxis gebräuchliche Näherungsformeln heranzuziehen.

3. Dualzahlen

5 Stunden

Zwischen der schriftlichen und der mündlichen Abschlußprüfung sind Hinweise auf die Verwendung moderner Rechenautomaten zu geben. In diesem Zusammenhang ist eine Einführung in das Rechnen mit Dualzahlen vorzunehmen.

Stoffübersicht:

Stunden Stunden Woche

1. Winkelfunktionen und ebene			
Trigonometrie		85	1—17
1.1. Winkelfunktionen	30		
1.2. Trigonometrie des rechtwinkligen			
Dreiecks	15		
1.3. Trigonometrie beliebiger ebener			
Dreiecke	40		
2. Stereometrie		40	18—25
2.1. Ebenflächig begrenzte Körper			
2.2. Krummflächig begrenzte Körper . . .			
.	25		
3. Dualzahlen			
.	5		
	<hr/>		
	130		