MINISTERRAT DER DEUTSCHEN DEMOKRATISCHEN REPUBLIK
MINISTERIUM FÜR VOLKSBILDUNG

Lehrplan

für den Mathematikunterricht

der Vorbereitungsklassen 9 und 10

zum Besuch der Erweiterten Oberschule

(Präzisierter Lehrplan)

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN · 1969

Der präzisierte Lehrplan für den Mathematikunterricht
tritt für die Vorbereitungsklasse 9 zum 1. September 1967
und für die Vorbereitungsklasse 10 zum 1. September 1968
in Kraft.

Berlin, den 1. September 1966

Der Minister für Volksbildung
M. Honecker

Bemerkungen zu den Zielen, zum Inhalt und zur Gestaltung des Unterrichts im Fach Mathematik der Vorbereitungsklassen 9 und 10

1. Ziele und Aufgaben des Mathematikunterrichts

Die Mathematik gewinnt in der gesellschaftlichen Praxis eine immer größere Bedeutung. Beim umfassenden Aufbau des Sozialismus findet die Mathematik in der modernen industriellen und landwirtschaftlichen Produktion, in allen Naturwissenschaften, technischen und ökonomischen Wissenschaften, aber auch in den Gesellschaftswissenschaften in steigendem Maße vielfältige Anwendung und wird somit zur unmittelbaren Produktivkraft.

Der präzisierte Lehrplan Mathematik für die Vorbereitungsklassen 9 und 10 zum Besuch der Erweiterten Oberschule dient der schrittweisen Verwirklichung des Gesetzes über das einheitliche sozialistische Bildungssystem. Der Mathematiklehrgang der Vorbereitungsklassen 9 und 10 baut auf dem nach dem „Lehrplan für den Mathematikunterricht der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule (präzisierter Lehrplan 1963)" bis zum Ende der Klasse 8 vermittelten mathematischen Wissen und Können auf. Er führt zu einer grundlegenden mathematischen Bildung als Teil der allgemeinen und polytechnischen Bildung der Schüler. Er sichert, daß die Schüler eine Abschlußprüfung entsprechend den Prüfungsanforderungen zum Abschluß der zehnklassigen allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule ablegen können. Die Abschlußprüfung ist gleichzeitig die Voraussetzung für die Teilnahme der Schüler am Unterricht in den Klassen 11 und 12 der Erweiterten Oberschule, der entsprechend den Festlegungen im Gesetz über das einheitliche sozialistische Bildungssystem die Schüler zur Hochschulreife führt.

Die im präzisierten Lehrplan für die Vorbereitungsklassen 9 und 10 vorgenommenen Veränderungen des Mathematiklehrganges gegenüber dem bisher gültigen „Lehrplan für die Erweiterte Oberschule Mathematik (1961)" zielen darauf ab,

- das wissenschaftlich-theoretische Niveau des Unterrichts durch Modernisierung der Betrachtungsweisen zu erhöhen;
- eine klarere Gliederung des Unterrichtsgegenstandes nach fachwissenschaftlichen und unterrichtsmethodischen Gesichtspunkten zu gewährleisten;
- deutlicher die fachlichen Leitlinien für die Stoffvermittlung sichtbar zu machen;
- den Mathematikunterricht besser in das System der naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer einzuordnen, um dadurch deren gemeinsame Bildungs- und Erziehungsergebnisse weiter zu erhöhen.

Der Mathematikunterricht in den Vorbereitungsklassen 9 und 10 muß die Schüler befähigen, ihr mathematisches Wissen und Können zur Lösung vielfältiger Aufgaben in der gesellschaftlichen Praxis anzuwenden. Ferner muß er die Vorstellungen der Schüler von der Mathematik als Wissenschaft vervollkommnen und den Schülern die Bedeutung der Mathematik als Produktivkraft deutlich machen.

Der Mathematikunterricht schafft weitere Voraussetzungen dafür, daß die Schüler die in der Natur und in der Gesellschaft herrschenden Gesetzmäßigkeiten tiefer und vollständiger erfassen, als das durch nur qualitative Beschreibungen möglich ist. Die Schüler werden dabei an die Erkenntnis herangeführt, daß die Mathematik kein Spiel mit Zeichen und Formeln um ihrer selbst willen ist, sondern ein Werkzeug, um einige Seiten der objektiven Realität tiefer erkennen und beherrschen zu können.

Der Mathematikunterricht hat einen wichtigen Beitrag zur Erziehung der jungen Menschen zu sozialistischen Persönlichkeiten zu leisten. Er hat insbesondere die Aufgabe, Erkenntnisse und Einsichten der Schüler über politische und volkswirtschaftliche Prozesse und gesellschaftliche Zusammenhänge, die teilweise in anderen Unterrichtsfächern erarbeitet werden, mit Hilfe mathematischer Methoden und Verfahren tiefer zu erschließen. Zur Anerziehung des Gefühles des Stolzes auf die Errungenschaften beim Aufbau des Sozialismus tragen vielfältige Aufgaben bei, in denen sich die bisherige gesellschaftliche Entwicklung und die Perspektive unserer Republik und des gesamten sozialistischen Lagers widerspiegeln. Mit der Bearbeitung und anhand der Ergebnisse derartiger Aufgaben sind gesellschaftspolitische Erkenntnisse und Einsichten zu festigen.

Die in der strengen Sachlichkeit und Exaktheit der Mathematik gelegenen erzieherischen Möglichkeiten sind bewußt und planmäßig zu nutzen. Im Mathematikunterricht der Vorbereitungsklassen 9 und 10 müssen das Denk- und Erkenntnisvermögen der Schüler sowie ihre Wißbegierde und ihr Forscherdrang weiterentwickelt werden. Beim Suchen nach der Lösung mathematischer Probleme, beim Beweisen mathematischer Aussagen, beim Diskutieren funktionaler Zusammenhänge muß das Denkvermögen der Schüler planmäßig entwickelt und gepflegt werden. Der dialektische Zusammenhang von Konkretem und Abstraktem, von Einzelnem und Allgemeinem ist den Schülern im Mathematikunterricht beim Anwenden und richtigen Verallgemeinern immer wieder klarzumachen. Die sozialistische Einstellung zur Arbeit, kritische Einschätzung der eigenen Leistungen und die Anerkennung der Leistungen anderer, Wahrheitsliebe, Genauigkeit und Sorgfalt, Ausdauer und Zähigkeit, Besonnenheit und Überlegtheit, Aufgeschlossenheit für das Neue und den Fortschritt sowie Einordnungsbereitschaft in das Kollektiv und uneigennützige Hilfe sind zu entwickeln.

Die Vermittlung eines gründlichen mathematischen Wissens und Könnens ist gleichzeitig eine wichtige Voraussetzung und ein wesentlicher Bestandteil der polytechnischen Bildung und Erziehung. Dabei kommt es nicht so sehr darauf an, möglichst viele Einzelaufgaben zu behandeln; vielmehr soll an typischen Beispielen gezeigt werden, wozu und wie mathematische Verfahren in der gesellschaftlichen Praxis benutzt werden, wobei nach rationellsten Lösungswegen zu suchen ist. Neben diesen Einsichten müssen weiterhin Fertigkeiten und Techniken bei der Lösung mathematischer Probleme (Anwenden von Lösungsalgorithmen, Anfertigen von Skizzen und Körperdarstellungen usw.) erreicht werden.

Großer Wert ist auf exakte mathematische Formulierungen, auf Klarheit und Strenge bei der Darstellung größerer mathematischer Zusammenhänge und auch in der täglichen Kleinarbeit auf die übersichtliche, saubere Ausführung der Lösung mathematischer Aufgaben zu legen.

2. Inhalt und Aufbau des Mathematiklehrganges

Aufbauend auf dem Wissen und Können, das die Schüler bis zum Ende der Klasse 8 in Mathematik erworben haben, werden in den Vorbereitungsklassen 9 und 10 die mathematischen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten vertieft, erweitert und abgerundet.

Gegenstand des Mathematikunterrichts in den Klassen 9 und 10 ist die Behandlung

- des Aufbaus der Zahlenbereiche bis zu den reellen Zahlen und des Rechnens in diesen Zahlenbereichen;
- elementarer Funktionen;
- einiger Typen von Gleichungen und Ungleichungen;
- wichtiger Sätze der ebenen Trigonometrie;
- häufig anzuwendender Formeln der Körperberechnung;
- einiger Elemente der darstellenden Geometrie.

Den modernen mathematischen Begriffsbildungen, Denkweisen und Arbeitsverfahren, die sich durch ihre große Tragweite und Anwendbarkeit auszeichnen, muß im Unterricht mehr Aufmerksamkeit gewidmet werden. Durch Einführung einiger Begriffe der Mengenlehre und der mathematischen Logik werden Voraussetzungen für eine gründlichere Behandlung des mathematischen Bildungsgutes geschaffen. Die Einführung einiger Begriffe der Mengenlehre und der mathematischen Logik erfolgt jedoch nicht in einem gesonderten Stoffgebiet, sondern im Zusammenhang mit solchen Problemen, wo sie zum besseren Verständnis der mathematischen Problematik beitragen. Der Stoffplan enthält derartige Hinweise.

Die Reihenfolge der Behandlung der Stoffgebiete ist gegenüber dem bisher gültigen „Lehrplan für die Erweiterte Oberschule Mathematik (1961)“ in den Klassen 9 und 10 an einigen Stellen geändert, um die Bildungs- und Erziehungsarbeit zu verbessern. Aus diesem Grunde werden die quadratischen Funktionen und Gleichungen erst nach Einführung der reellen Zahlen und der Potenzen mit rationalem Exponenten und die darstellende Geometrie als geschlossener Lehrgang in der Klasse 10 behandelt.

Auf die Behandlung einiger Teilgebiete des bisher gültigen „Lehrplanes für die Erweiterte Oberschule Mathematik (1961)“ für die Klassen 9 und 10 (biquadratische Gleichungen, Wurzel- und Exponentialgleichungen, goniometrische Gleichungen) wird zugunsten einer Vertiefung anderer Stoffgebiete verzichtet. Soweit erforderlich werden diese Teilgebiete an entsprechenden Stellen des Lehrgangs der Klasse 11 und 12 der Erweiterten Oberschule eingearbeitet.

Nach diesem Lehrplan soll das formale Rechnen mit Logarithmen und das formale trigonometrische Rechnen zugunsten der Schulung des logischen, funktionalen und räumlichen Denkens eingeschränkt werden.

Die Wiederholung der Zahlenbereiche bis zu den rationalen Zahlen und des Prinzips der Zahlenbereichserweiterungen zu Beginn der Klasse 9 ist dazu zu nutzen, eine einheitliche Ausgangsbasis für die gemeinsame Arbeit zu schaffen. Der Aufbau der Zahlenbereiche wird in der Klasse 9 durch Einführung der reellen Zahlen fortgesetzt. Die Schüler müssen am Ende der Klasse 10 Sicherheit im Rechnen mit den Zahlen aus den eingeführten Zahlenbereichen (bis zu den Rechenoperationen dritter Stufe einschließlich) besitzen.

Der in der Klasse 8 eingeführte Funktionsbegriff wird bei der Wiederholung der linearen Funktion präzisiert. Das Wissen der Schüler über Funktionen wird durch die Behandlung der Potenzfunktionen, der quadratischen Funktionen, der Exponential-, der Logarithmus- und der Winkelfunktionen schrittweise und systematisch erweitert. Die Fähigkeiten und Fertigkeiten im Untersuchen und Darstellen ausgewählter Repräsentanten dieser Klasse von Funktionen werden entwickelt. Bei der Behandlung von Funktionen sind enge Beziehungen zu innermathematischen Problemen, zu Problemen aus den naturwissenschaftlichen Fächern und zur gesellschaftlichen Praxis herzustellen. Der Lehrplan enthält Hinweise, auf welche Beispiele im Unterricht besonders einzugehen ist.

Die Fähigkeiten und Fertigkeiten im Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen, linearen Ungleichungen und Gleichungssystemen werden bis zum Ende der Klasse 10 so entwickelt, daß die Schüler in der Lage sind, Text-, Sach- und Anwendungsaufgaben sicher zu lösen. Thematisch wohlüberlegte Sach- und Anwendungsaufgaben sind auch dazu zu nutzen, die Schüler mit wichtigen Problemen aus verschiedenen Bereichen unseres gesellschaftlichen Lebens vertraut zu machen. Insbesondere sind die Erfordernisse aus der Bildungsarbeit der anderen Unterrichtsfächer zu beachten.

Das geometrische Wissen und Können der Schüler wird durch die Wiederholung wichtiger planimetrischer und stereometrischer Sätze gefestigt. Im Lehrplan wird im Zusammenhang mit der Behandlung der linearen und quadratischen Gleichungen und dem Rechnen mit Logarithmen festgelegt, aus welchen Bereichen der Geometrie die Übungsbeispiele auszuwählen sind.

Damit die Schüler bis zum Ende der Klasse 10 Sicherheit bei Körperberechnungen erhalten, ist im Lehrplan neben der immanenten Wiederholung eine systematische Wiederholung der schon bekannten Formeln und das Kennenlernen einiger weiterer Formeln vorgesehen.

Durch die Behandlung der Trigonometrie werden die Kenntnisse der Schüler auch in der Planimetrie wiederholt und vertieft. Durch die systematische Behandlung von Lagebeziehungen im Raum und einiger Probleme der darstellenden Geometrie wird das Raumvorstellungsvermögen der Schüler weiter verbessert.

Das Arbeiten mit Variablen ist bis zum Ende der Klasse 10 zur sicher beherrschten Fertigkeit zu entwickeln. Im Zusammenhang damit sind sowohl dem Umformen als auch der Interpretation von Termen, Gleichungen und Ungleichungen, die Variable enthalten, große Aufmerksamkeit zu widmen.

Im gesamten Mathematikunterricht der Klassen 9 und 10 ist großer Wert darauf zu legen, daß die Schüler selbständig mathematische Probleme erkennen und lösen sowie mathematische Aussagen beweisen. Dabei müssen die Schüler befähigt werden, sich sprachlich exakt auszudrücken, sich der wissenschaftlichen Terminologie und Symbolik sowie zweckmäßiger anderer Darstellungsmöglichkeiten, wie Skizzen, Zeichnungen, Tabellen und Modelle, zu bedienen.

Großer Wert muß auf die Koordinierung mit anderen, insbesondere den naturwissenschaftlichen Fächern und dem polytechnischen Unterricht gelegt werden. Sorgfältige gegenseitige Abstimmung im Gebrauch von Begriffen, Symbolen, Schreibweisen, Maßeinheiten, Rechenhilfsmitteln u. ä. sowie eine rationelle Arbeitsteilung hinsichtlich bestimmter Stoffgebiete und Anwendungsaufgaben machen den Hauptinhalt der Koordinierung aus. Im Lehrplan wird deshalb ständig darauf verwiesen, welche Formeln, Gesetzmäßigkeiten, funktionalen Zusammenhänge usw. in Beispielen, besonders aus dem Fach Physik, zu verwenden sind, um die Kenntnisse der Schüler zu vertiefen. Rechtzeitig werden im Unterricht des einen Faches Kenntnisse bereitgestellt und Fähigkeiten und Fertigkeiten entwickelt, die für eine erfolgreiche Durchführung des Unterrichts im anderen Fach von Bedeutung sind (z. B. rechtzeitige Behandlung der Winkelfunktionen als Voraussetzung für die Behandlung der Schwingungs- und Wellenlehre im Fach Physik).

Diese Form der Koordinierung ist jedoch nicht in allen Fällen realisierbar, da die Eigengesetzlichkeiten der Fächer beachtet werden müssen und in keinem der zu koordinierenden Fächer der systematische Aufbau verletzt werden darf (z. B. stehen die quadratischen Gleichungen noch nicht für die Behandlung der gleichmäßig beschleunigten Bewegung im Fach Physik zu Beginn der Klasse 9 zur Verfügung).

3. Hinweise zur Unterrichtsgestaltung

Die Verwirklichung der Ziele und Aufgaben des Mathematikunterrichts hängt in entscheidendem Maße von den Methoden des Unterrichts, der Systematik des Kenntniserwerbs und der Fähigkeitsentwicklung sowie der Organisation der Unterrichtsarbeit ab. Es sind bei der Gestaltung des Mathematikunterrichts insbesondere solche Methoden anzuwenden, die die Aktivität bei der Aneignung von Wissen und Können und das schöpferische Denken der Schüler fördern. Dabei sind der Leistungsstand und die Fähigkeit der einzelnen Schüler zu berücksichtigen. Praktische Schülerarbeiten (Anfertigen von Modellen und Lehrmitteln, Benutzen von Werkstücken im Unterricht, Messungen an Maschinen und Werkstücken) sind durchzuführen.

In jeder Unterrichtseinheit sind durch das Lösen von Aufgaben verschiedener Art bei den Schülern das Verständnis für allgemeingültige mathematische Verfahren zu entwickeln und die Fertigkeiten im Operieren mit Zahlen und Figuren zu vervollkommnen. Besonders wichtig ist die Entwicklung der Fähigkeit, in praktischen Sachverhalten die mathematisch wesentlichen Zusammenhänge zu erkennen und herauszuarbeiten sowie schnell und sicher zu entscheiden, welche mathematischen Überlegungen für eine möglichst rationelle Lösung des gestellten Problems angestellt werden müssen. Zugleich muß die Unterrichtsgestaltung gewährleisten, daß die notwendigen Fertigkeiten in der sicheren Handhabung der zu behandelnden Lösungsverfahren und der Umgang mit geeigneten Hilfsmitteln (besonders dem Rechenstab) voll entwickelt werden. Die Schüler sind daran zu gewöhnen, bei der Lösung mathematischer Probleme einen Lösungsplan und gegebenenfalls auch eine Skizze anzufertigen.

Auf das ständige Festigen des grundlegenden mathematischen Wissens und Könnens ist besonders zu achten. Daher sollen während des ganzen Schuljahres die vielfältigen Möglichkeiten der immanenten Wiederholung und der täglichen Übung voll genutzt werden. Insbesondere müssen die Übungsaufgaben zu jedem Stoffgebiet auch sorgfältig im Hinblick auf die Sicherung des erworbenen Wissens und Könnens geplant und ausgewählt werden. Nicht nur einzelne Formeln, Regeln, Definitionen, Lehrsätze oder Methoden zur Lösung von Aufgaben sind immer wieder ins Gedächtnis zurückzurufen, sondern Wiederholungen müssen auch zu dem Zweck durchgeführt werden, um bei den Schülern beständige und bewußte Verbindungen des Neuen mit dem Alten zu schaffen, Gemeinsames und Unterschiedliches zwischen den Regeln und Methoden für das Lösen analoger Probleme festzustellen und das Erlernte von einem neuen, allgemeinen Gesichtspunkt zu beleuchten. In den Vorbemerkungen zu den einzelnen Stoffgebieten und im Stoffplan sind die Ansatzpunkte für derartige Wiederholungen angegeben.

Um die Schüler in steigendem Maße mit den Techniken selbständigen geistigen Arbeitens vertraut zu machen und sie an das Wesen wissenschaftlicher Tätigkeit heranzuführen, ist das Arbeiten mit Lehrbüchern, Tabellensammlungen und auch Nachschlagewerken ständig zu üben.

Bei den mündlichen und schriftlichen Leistungskontrollen sind nicht nur Einzelkenntnisse zu erfragen, sondern in erster Linie Lösungen mathematischer Probleme zu fordern. Neben dem Wissen sind ständig der Grad des Verständnisses, der Entwicklungsstand bestimmter Fähigkeiten und die Beherrschung wichtiger Arbeitsweisen und -verfahren zu kontrollieren.

Der Lehrer soll bei der Planung des Unterrichts auch die selbständige Betätigung seiner Schüler auf mathematischem Gebiet in der außerunterrichtlichen Zeit beachten und deren Bildungs- und Erziehungsergebnisse im Unterrichtsprozeß nutzen. Durch außerunterrichtliche mathematische Kurse, Zirkel, Arbeitsgemeinschaften und freiwillige Schülerarbeiten ist es möglich, mit interessierten Schülern einzelne Stoffgebiete und Anwendungsbereiche der Mathematik über den Unterricht hinaus zu bearbeiten (siehe Anhang!).

STOFFÜBERSICHT

KLASSE 9

1. Das Arbeiten mit Variablen	**40 Stunden**
1.1. Wiederholung der Zahlenbereiche; Einführung einiger Grundbegriffe	15 Stunden
1.2. Multiplikation von mehrgliedrigen Summen	8 Stunden
1.3. Division von mehrgliedrigen Summen	5 Stunden
1.4. Arbeiten mit Quotienten – Bruchrechnung	12 Stunden
2. Lineare Funktionen, Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme	**30 Stunden**
2.1. Lineare Funktionen	7 Stunden
2.2. Lineare Gleichungen und Ungleichungen	13 Stunden
2.3. Systeme linearer Gleichungen	10 Stunden
3. Potenzfunktionen; Rechnen mit Potenzen (Exponent ganzzahlig)	**25 Stunden**
3.1. Potenzfunktionen (Exponent n natürliche Zahl, $n \geqq 2$)	10 Stunden
3.2. Rechnen mit Potenzen (Exponent ganzzahlig)	10 Stunden
3.3. Potenzfunktionen (Exponent ganzzahlig)	5 Stunden
4. Potenzfunktionen; Rechnen mit Potenzen (Exponent rational)	**20 Stunden**
4.1. Reelle Zahlen	5 Stunden
4.2. Potenzfunktionen; Rechnen mit Potenzen (Exponent rational)	10 Stunden
4.3. Zueinander inverse Funktionen	5 Stunden
5. Quadratische Funktionen und Gleichungen	**25 Stunden**
5.1. Quadratische Funktionen	7 Stunden
5.2. Quadratische Gleichungen	18 Stunden
6. Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechnen mit Logarithmen	**30 Stunden**
6.1. Potenzen mit reellen Exponenten; Logarithmen	8 Stunden
6.2. Exponential- und Logarithmusfunktionen	7 Stunden
6.3. Logarithmengesetze; Rechnen mit Logarithmen	15 Stunden
insgesamt:	**170 Stunden**

KLASSE 10

1. Winkelfunktionen	**32 Stunden**
1.1. Die Funktionen mit den Gleichungen $y = \sin x$, $y = \cos x$ und $y = a \cdot \sin(bx + c)$	12 Stunden
1.2. Die Funktionen mit den Gleichungen $y = \tan x$ und $y = \cot x$	4 Stunden
1.3. Weitere Eigenschaften der Winkelfunktionen und Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen	16 Stunden
2. Anwendung von Formeln für die Körperberechnung	**8 Stunden**
2.1. Bereits bekannte Formeln	4 Stunden
2.2. Neu einzuführende Formeln	4 Stunden
3. Ebene Trigonometrie	**28 Stunden**
3.1. Trigonometrie des rechtwinkligen Dreiecks	8 Stunden
3.2. Trigonometrie beliebiger ebener Dreiecke	20 Stunden
4. Darstellende Geometrie	**36 Stunden**
4.1. Grundbegriffe	12 Stunden
4.2. Senkrechte Eintafelprojektion	12 Stunden
4.3. Senkrechte Zweitafelprojektion	12 Stunden
5. Vorbereitung auf die Prüfung	**20 Stunden**
5.1. Vorbereitung auf die schriftliche Prüfung	8 Stunden
5.2. Vorbereitung auf die mündliche Prüfung (nach der schriftlichen Prüfung)	12 Stunden
insgesamt:	**124 Stunden**

KLASSE 9

Im Mathematikunterricht der Vorbereitungsklasse 9 wird die Vermittlung exakter, wissenschaftlich begründeter Kenntnisse fortgesetzt. Dabei sind die Schüler an solche Arbeitsweisen heranzuführen, die den Mathematikunterricht der oberen Klassen kennzeichnen. Daneben ist die Sicherheit in der Handhabung elementarer Rechenverfahren weiter zu erhöhen.

In den neugebildeten Klassen ist es zunächst notwendig, eine einheitliche Ausgangsbasis für die gemeinsame Arbeit zu schaffen. Die ersten Stoffgebiete (Arbeiten mit Variablen; Lineare Funktionen, Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme; Potenzfunktionen, Rechnen mit Potenzen) sind zur umfassenden Wiederholung, Festigung und Übung des bis einschließlich zur Klasse 8 erworbenen mathematischen Wissens und Könnens zu nutzen. Dabei bietet in erster Linie das Lösen vielfältiger Aufgaben Gelegenheit zur Systematisierung und Vertiefung von Grundkenntnissen aus der Arithmetik, über Gleichungen, Proportionen (einschließlich der Prozentrechnung), Funktionen, Ähnlichkeit, über die Satzgruppe des Pythagoras, den Kreis und über Flächen- und Rauminhaltsberechnungen. Es sind sowohl formale Aufgaben als auch Sach- und Anwendungsaufgaben aus der sozialistischen Umwelt der Schüler, vor allem der gesellschaftlichen Praxis in Industrie und Landwirtschaft, sowie aus der Physik und der Geometrie zu wählen. Auf die Entwicklung solcher Fertigkeiten, wie Übergehen zu äquivalenten Gleichungen und Ungleichungen, das ständige zweckentsprechende Benutzen von Tafeln, Millimeterpapier und Kurvenlinealen sowie das Anfertigen von Skizzen, ist großer Wert zu legen. Das Berechnen von Produkten und Quotienten mit dem Rechenstab ist den Schülern seit der Klasse 7 bekannt. Deshalb wird der Rechenstab von Beginn der Klasse 9 ständig als Rechenhilfsmittel verwendet. Die Fertigkeiten im Umgang mit dem Rechenstab werden im Laufe des gesamten Schuljahres erweitert und verbessert. Im Stoffgebiet „Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechnen mit Logarithmen" werden der Aufbau des Rechenstabes und das Rechnen mit ihm theoretisch begründet.

Beim Arbeiten mit Variablen wird das bisher von den Schülern erworbene Wissen und Können wiederholt und erweitert. Das Arbeiten mit Variablen ist bis zur Fertigkeit im Rahmen des durch den Lehrplan gegebenen Stoffumfangs zu entwickeln; es erfolgt unter zwei Aspekten, einem inhaltlichen (Interpretation von Termen, die Variable enthalten) und einem formalen (Umformen von Termen). Die Schüler lernen einige Begriffe der Mengenlehre und der Logik kennen.

Die bis einschließlich Klasse 8 erworbenen Kenntnisse der Schüler über die Zahlenbereiche bis zu den rationalen Zahlen werden wiederholt und vertieft. Durch die Einführung der reellen Zahlen werden die Vorstellungen der Schüler über den Aufbau der Zahlenbereiche erweitert.

Bei der Behandlung von linearen Funktionen, von Potenzfunktionen, von quadratischen Funktionen und von Exponential- und Logarithmusfunktionen müssen die Vorstellungen vom mathematischen Funktionsbegriff erweitert und vertieft werden. Insbesondere sollen die Schüler lernen, funktionale Beziehungen aufzusuchen und zu erfassen, Bilder der Funktionen zu zeichnen und die Funktionen nach bestimmten Gesichtspunkten zu untersuchen. Die Schüler müssen am Ende der Klasse 9 in der Lage sein, Bilder der behandelten Funktionen zu skizzieren und wesentliche Eigenschaften dieser Funktionen aus ihren Bildern abzulesen.

Das Wissen und Können der Schüler in der Gleichungslehre ist zu systematisieren, mengentheoretisch zu fundieren und zu erweitern. Dabei ist die Bedeutung des Übergangs zu äquivalenten Gleichungen bzw. Ungleichungen herauszuarbeiten. Am Ende der Klasse 9 müssen die Schüler in der Lage sein, aus einem vorgegebenen Problem eine Gleichung bzw. Ungleichung oder ein Gleichungssystem im Rahmen des Lehrplanstoffes selbständig aufzustellen und zu lösen, das heißt, es muß die Fähigkeit zur Analyse und Synthese eines vorgegebenen Problems durch entsprechende Übungen entwickelt werden.

Bei der Behandlung der Potenzfunktionen und beim Rechnen mit Potenzen werden die Schüler an die systematische Betrachtung kleiner mathematischer Stoffgebiete und Probleme und erneut an das Problem der Begriffserweiterung herangeführt. Die Schüler müssen unterscheiden lernen, was dabei Definition und was Folgerung ist. Sie sollen einsehen, daß die für einen Bereich gültigen Eigenschaften nicht selbstverständlich auch für einen erweiterten gelten, daß also ihre Gültigkeit im erweiterten Bereich bewiesen werden muß. Dabei sollen die Schüler das Aufsuchen, Formulieren und selbständige Beweisen einfacher arithmetischer Regeln üben. Am Ende der Behandlung der Lehre von den Potenzen müssen die Schüler sicher mit Potenzen und Wurzeln arbeiten können und Vorstellungen über den Aufbau der Zahlenbereiche bis einschließlich der reellen Zahlen besitzen.

Die im Hauptvorwort genannten Erziehungsaufgaben sind in Einheit mit den Bildungsaufgaben zu verwirklichen. Sie haben in dieser und auch in der Klasse 10 Gültigkeit, deshalb werden sie hier nicht wiederholt.

In der Klasse 9 sind für Stoffvermittlung, für Wiederholungen im Laufe des Schuljahres und für Klassenarbeiten 34 Unterrichtswochen mit je fünf Unterrichtsstunden geplant. Die Stunden für Klassenarbeiten und für Wiederholungen sind in den für die einzelnen Stoffgebiete angegebenen Stundenzahlen enthalten. In dieser Klasse sind sechs überwiegend zweistündige Klassenarbeiten verbindlich, wobei in den Arbeiten nicht nur Aufgaben aus dem zuletzt behandelten Stoffgebiet gestellt werden sollen.

1. Das Arbeiten mit Variablen — 40 Stunden

In diesem Unterrichtsabschnitt werden wichtige Begriffe, Gesetze und Verfahren, die die Schüler bis zum Ende der Klasse 8 kennengelernt haben, systematisierend wiederholt, vertieft und erweitert. Dabei kommt es in erster Linie darauf an, die Kenntnisse der Schüler über Zahlenbereiche, Zahlenbereichserweiterungen, Mengen, den Begriff der Variablen und das Arbeiten mit Variablen zu wiederholen und durch vielfältige Übungen zu vertiefen.

Bei der Wiederholung der Zahlenbereiche und des Rechnens in diesen Bereichen werden auch die in dem jeweiligen Bereich unbeschränkt und eindeutig ausführbaren Rechenoperationen zusammengestellt. Diese Wiederholung ist auf der Grundlage des bis zur Klasse 8 erworbenen Wissens durchzuführen (Bereich der natürlichen Zahlen, Bereich der gebrochenen Zahlen, Bereich der rationalen Zahlen). Wie in Klasse 7 ist auf den Begriff der ganzen Zahl einzugehen und der Bereich der ganzen Zahlen als Teilmenge der Menge der rationalen Zahlen zu kennzeichnen.

Die Schüler werden in Klasse 8 bei der Behandlung der Ähnlichkeitslehre und der Satzgruppe des Pythagoras propädeutisch mit dem Begriff der reellen Zahl bekannt gemacht. Reelle Zahlen können im Unterricht deshalb schon verwendet werden, ohne daß in diesem Abschnitt Näheres über den Bereich der reellen Zahlen ausgesagt wird (siehe Abschnitt 4.1.!).

Die Einführung des naiven Mengenbegriffs, einiger Begriffe und Symbole der Mengenlehre, die Wiederholung des Variablenbegriffs und die Einführung des Begriffs „Term“ erfolgt im Zusammenhang mit der Wiederholung der Zahlenbereiche und der Zahlenbereichserweiterungen.

Nachdem die Schüler mit dem naiven Mengenbegriff vertraut gemacht wurden, müssen sie befähigt werden, selbst Mengen zu beschreiben und zu bilden, wobei als Beispiele neben Zahlen- und Punktmengen gelegentlich auch andere Mengen herangezogen werden sollen. Es erfolgt jedoch im Unterricht keine systematische Behandlung der Mengenlehre. Vielmehr kommt es darauf an, durch die Bereitstellung einiger wichtiger Begriffe die mengentheoretische Durchdringung des mathematischen Bildungsgutes im Unterricht zu ermöglichen.

Bei der Wiederholung des Variablenbegriffs muß den Schülern bewußt werden, daß eine Variable ein Zeichen für ein beliebig wählbares Element einer fest vorgegebenen Menge, dem Variabilitätsbereich, ist.

Der Begriff „Term“ wird durch Aufzeigen typischer Beispiele eingeführt, ohne dabei eine Definition des Begriffs „Term“ zu geben.

An geeigneten Beispielen muß den Schülern immer wieder verdeutlicht werden, welchen universellen Charakter die Mathematik besitzt, so daß die Schüler an die Erkenntnis der dialektischen Einheit von Besonderem und Allgemeinem und von Konkretem und Abstraktem herangeführt werden.

Beispiel: Der Term $\frac{a \cdot b}{c}$ kann zum Beispiel ermöglichen die Berechnung

- des Prozentsatzes (a – Prozentwert, $b = 100$, c – Grundwert),
- der Größe des elektrischen Widerstandes eines homogenen Leiters (a – spezifischer Widerstand, b – Länge, c – Größe der Querschnittsfläche),
- des Volumens einer Pyramide (a – Größe der Grundfläche, b – Höhe, $c = 3$),
- der Größe der Last an einem zweiarmigen Hebel (a – Größe der Kraft, b – Länge des Kraftarmes, c – Länge des Lastarmes).

In diesem Unterrichtsabschnitt sollen die Schüler häufig durch Belegen der Variablen eines Terms mit Zahlen aus vorgegebenen Variabilitätsbereichen Mengen bilden. Dem Schüler muß dabei klarwerden, daß die Verwendung von Variablen und Termen nur dann sinnvoll ist, wenn für jede Variable ein entsprechender Bereich angegeben ist.

Auch das Abschätzen und Vergleichen der Werte, die ein Term annehmen kann, muß ständig an einfachen Beispielen geübt werden.

Beispiele:
- Welchen kleinsten Wert kann der Term $(x-2)\,(x+2)$ annehmen? (x rational)
- Vergleiche die Werte, die die Terme $\frac{n^2}{2}$ und $\frac{n^3}{8}$ bei gleicher Belegung von n annehmen (n natürliche Zahl)!

Dabei ist zu beachten, daß die Schüler zwar seit der Klasse 7 Ungleichungen kennen, aber noch nicht die Möglichkeit des Übergangs von einer Ungleichung zu äquivalenten Ungleichungen behandelt worden ist.

Der Gebrauch der Symbole der Mengenlehre, soweit sie einzuführen sind (siehe Abschnitt 1.1.!), und das Arbeiten mit Variablen sind bis zur Fertigkeit zu entwickeln. Dabei sind in Vorbereitung auf das Arbeiten mit Quotienten schon in den Abschnitten 1.1., 1.2. und 1.3. häufig gebrochene rationale Zahlen zu verwenden, z. B.

$$\left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}\right)^3 \quad \text{oder} \quad \left(5a^3a + \frac{2}{9}a^2b^2 - \frac{4}{5}a^2b\right) : \frac{2}{3}a^2b.$$

Die beiden binomischen Formeln sind fest einzuprägen und häufig anzuwenden. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a > 0,\ b > 0)$ ist nicht als gesonderte Formel (etwa 2. binomische Formel) zu behandeln, sondern mit $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (a und b beliebig) zu erfassen. Analog ist bei der Berechnung von $(a - b)^n$ $(a > 0,\ b > 0;\ n > 2$, natürliche Zahl) zu verfahren. Das Bilden vollständiger Quadrate (Aufsuchen der quadratischen Ergänzung) dient der Vorbereitung auf das Lösen quadratischer Gleichungen.

Die Division einer Summe durch eine Summe wird nur an einfachen Beispielen durchgeführt, wobei auch $(a^n - b^n) : (a - b)$ für $n \in \{3, 4, 5\}$ zu behandeln ist. Die „Division mit Rest“ wird an einigen wenigen Beispielen gezeigt. Fertigkeiten bei der Division einer Summe durch eine Summe werden nicht angestrebt.

Auf das Umformen vieler umfangreicher Terme ist zugunsten eines verständnisvollen Umgehens mit relativ leicht überschaubaren und solchen Termen, die im Mathematikunterricht und in anderen Unterrichtsfächern häufig verwendet werden, zu verzichten.

Bei der Behandlung der Abschnitte 1.2. und 1.4. sind auch bereits die Kenntnisse der Schüler über das Lösen linearer Gleichungen zu nutzen und nicht nur Umformungen von Termen durchzuführen.

1.1. Wiederholung der Zahlenbereiche; Einführung einiger Grundbegriffe — *15 Stunden*

Wiederholen der Zahlenbereiche und der Zahlenbereichserweiterungen bis zu den rationalen Zahlen; Rechnen in diesen Zahlenbereichen.

Wiederholen der Gesetzmäßigkeiten für die Addition und Multiplikation von Zahlen (Kommutativität, Assoziativität, Distributivität, Monotonie).

Die Relationen „kleiner“ ($<$) und „kleiner oder gleich“ ($\leq$) für Zahlen; Monotoniegesetze der Addition und der Multiplikation in bestimmten Zahlenbereichen bezüglich der Ordnungsrelation.

Anschauliche Abgrenzung des mathematischen Begriffs „Menge“ vom Gebrauch des Wortes „Menge“ in der Umgangssprache; Element einer Menge; Schreibweise für Mengen (geschweifte Klammern) und Zugehörigkeit eines Elementes zu einer Menge (Symbole $<$ und $\leq$); Bilden von Mengen, besonders Zahlenmengen; Einermengen; die leere Menge.

Gleichheit von Mengen.

Erarbeiten des Begriffs „Teilmenge" durch Betrachten von Punkt- und Zahlenmengen; Schreibweise für echte und beliebige Teilmengen (Inklusionssymbole).

Wiederholen des Begriffs „Variable"; Einführen des Begriffs „Variabilitätsbereich".

Einführen des Begriffs „Term".

Bilden von Zahlenmengen durch Belegen der Variablen in Termen mit Zahlen aus vorgegebenen Variabilitätsbereichen.

Beispiele: $2n$, $2n+1$, n^2, n^3, $\frac{n}{n+1}$ (n natürliche Zahl);

$\frac{1}{n}$ (n natürliche Zahl, $n \neq 0$);

$n \cdot m$ (n, m ungerade Zahlen).

1.2. Multiplikation von mehrgliedrigen Summen *8 Stunden*

Wiederholen der Addition und der Subtraktion von Summen.

Wiederholen der Multiplikation von zweigliedrigen Summen und Begründen durch das Distributivgesetz; die binomischen Formeln $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (a und b beliebig) und $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ als Spezialfälle der Multiplikation von zweigliedrigen Summen; Bilden vollständiger Quadrate.

Multiplikation von Summen mit mehr als zwei Summanden.

Entwickeln von $(a+b)^n$ nach Potenzen von a und b (a und b beliebig, $n \in \{3, 4, 5, 6\}$); Zusammenstellen der Koeffizienten dieser Entwicklung zur Pascalschen Figur.

Wiederholen und Vertiefen des Setzens von Klammern und des Ausklammerns gemeinsamer Faktoren einer Summe; Umwandeln einer Summe in ein Produkt von Summen.

Abschätzen und Vergleichen der Werte von Termen bei Belegung der Variablen mit Zahlen aus vorgegebenen Zahlenbereichen.

1.3. Division von mehrgliedrigen Summen *5 Stunden*

Wiederholen der Division als Umkehrung der Multiplikation.

Wiederholen der Division einer Summe durch eine Zahl.

Der Algorithmus für die Division einer Summe durch eine Summe mit zwei oder mehr Summanden; Bestätigen der Richtigkeit des Quotienten durch Ausführen der Probe.

1.4. Arbeiten mit Quotienten — Bruchrechnung *12 Stunden*

Wiederholen der Begriffe „größter gemeinsamer Teiler" und „kleinstes gemeinsames Vielfaches"; Bestimmen des größten gemeinsamen Teilers und des kleinsten gemeinsamen Vielfachen von natürlichen Zahlen.

Bestimmen gemeinsamer Teiler und gemeinsamer Vielfacher von Summen und Produkten.

Beispiele: Bestimmen eines gemeinsamen Vielfachen und eines gemeinsamen Teilers von

$3a^2b$, $12ab^2$ und $8abc$;

$a + b$, $a^2 - b^2$ und $a^2 + 2ab + b^2$.

Kürzen und Erweitern; Vergleichen von Quotienten.

Addition und Subtraktion von Quotienten.

Multiplikation und Division von Quotienten.

2. Lineare Funktionen, Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme **30 Stunden**

In diesem Unterrichtsabschnitt werden die Grundkenntnisse der Schüler über lineare Funktionen, Gleichungen und Ungleichungen wiederholt, vertieft und erweitert.

Bis zur Klasse 8 haben die Schüler bereits Kenntnisse über den Funktionsbegriff erworben. In der Klasse 9 wird eine Funktion erklärt als Menge der geordneten Paare, die entsteht, wenn, ausgehend von zwei gegebenen Mengen, jedem Element der einen dieser Mengen genau ein Element der anderen dieser Mengen zugeordnet wird. Es ist ständig darauf zu achten, daß die Begriffe „Funktion" und „Funktionswert", „Funktion" und „Zuordnungsvorschrift" (z. B. Gleichung, Beschreibung durch einen Satz) und „Funktion" und „graphische Darstellung" (Bild der Funktion) nicht verwechselt werden.

Bei der Behandlung von Funktionen ist das logische und funktionale Denken weiterzuentwickeln. Durch vielseitige Beispiele aus der Mathematik, Physik und Technik wird den Schülern die Bedeutung der Funktionen bewußtgemacht.

Die Kenntnisse der Schüler über lineare Funktionen aus der Klasse 8 werden wiederholt und vertieft. Dabei muß am Beispiel der Funktionen, deren Gleichungen die Form $y = mx$ haben, der Beweis wiederholt werden, daß die Bilder der Zahlenpaare $(x; mx)$ auf einer Geraden durch den Koordinatenursprung liegen und daß auch die Umkehrung dieses Satzes gilt. Die Schüler müssen befähigt werden, aus gegebenen Zahlenwerten für m und b die Lage des Bildes der Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx + b$ zu bestimmen und das Bild zu zeichnen.

Die in Klasse 8 behandelten Spiegelungen an den Koordinatenachsen und Verschiebungen sind als Kongruenztransformationen zu wiederholen. Darüber hinaus ist auch die Spiegelung der Bilder von Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx$ am Bild der Funktion mit der Gleichung $y = x$ zu behandeln. Auf das Problem zueinander inverser Funktionen ist in diesem Unterrichtsabschnitt nicht einzugehen.

Auf Zeichengenauigkeit ist besonderer Wert zu legen, jedoch sind auch deren Grenzen aufzuzeigen.

Ausgehend von den Kenntnissen der Schüler über lineare Gleichungen und Ungleichungen aus den Klassen 7 und 8 sind die Probleme mengentheoretisch zu durchdringen, um ein tieferes Verständnis zu erreichen. Von besonderer Bedeutung sind dabei die Begriffe „Aussage" und „Aussageform".

Bei der Lösung linearer Gleichungen werden die Regeln für den Übergang von einer Gleichung zu einer äquivalenten wiederholt und bei der Lösung von Gleichungen ständig berücksichtigt. Bei der Behandlung von linearen Ungleichungen werden auch Regeln für den Übergang von linearen Ungleichungen zu äquivalenten Ungleichungen erarbeitet. An geeigneten Beispielen muß den Schülern verdeutlicht werden, daß man bei Gleichungen bzw. Ungleichungen nur von einer Äquivalenz bezüglich gewisser Grundmengen für die Variablen sprechen kann. Die Schüler müssen begreifen, daß bei äquivalenten Übergängen die Probe kein mathematisches Erfordernis ist, sondern nur den Zweck erfüllt, Rechenfehler aufzudecken. Die Schüler müssen also die mathematischen Grundlagen der Lösung von linearen Gleichungen und Ungleichungen verstehen, Sicherheit im Lösen linearer Gleichungen und Ungleichungen erhalten und befähigt werden, lineare Gleichungen und Ungleichungen aus praktischen Sachverhalten aufzustellen. Dabei werden auch solche Beispiele betrachtet, in denen Variable als Koeffizienten auftreten. Als Beispiele linearer Ungleichungen werden nur solche untersucht, die sich auf den Typ $ax + b > 0$ bzw. auf den Typ $ax + b < 0$ zurückführen lassen.

Die Schüler sollen Sicherheit im Aufstellen und Lösen von Gleichungssystemen mit zwei Variablen erhalten. Dabei sind sie daran zu gewöhnen, ein geeignetes Lösungsverfahren für das jeweils vorgegebene Gleichungssystem auszuwählen. Es ist zu beachten, daß nicht einseitig ein bestimmtes Lösungsverfahren geübt wird.

Bei linearen Gleichungssystemen mit mehr als zwei Variablen ist nur an einigen Beispielen das Verfahren der schrittweisen Elimination der Variablen zu erläutern, ohne daß die Schüler dabei Fertigkeiten im Lösen solcher Systeme erwerben.

Als Beispiele für lineare Funktionen, Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme sind häufig Probleme aus dem Physikunterricht und dem polytechnischen Unterricht heranzuziehen. Dabei ist der Begriff der direkten Proportionalität zu wiederholen.

Außerdem werden die Übungen dazu genutzt, um die Kenntnisse über Strahlensätze, Ähnlichkeit geometrischer Figuren und Proportionen zu festigen.

Beim Lösen linearer Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme sind gleichzeitig die Fertigkeiten im Arbeiten mit Variablen zu verbessern.

2.1. Lineare Funktionen — *7 Stunden*

Wiederholen und Vertiefen des Funktionsbegriffs (Funktionen als Menge geordneter Paare) und Wiederholen der Begriffe „Definitionsbereich“ und „Wertevorrat“.

Wiederholen der Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx + b$; graphische Darstellung linearer Funktionen; Spiegelungen und Verschiebungen; die geometrische Deutung von m und b; die Variablen m und b als Scharparameter.

Lineare Funktionen aus der Physik.

Beispiele: $s(t) = vt + s_0$

$$R(l) = \varrho \cdot \frac{l}{A}$$

$$I(U) = \frac{1}{R} \cdot U$$

2.2. Lineare Gleichungen und Ungleichungen *13 Stunden*

Wiederholen der Begriffe „Gleichung“, „Ungleichung“, „lineare Gleichung“ und „lineare Ungleichung“.

Wiederholen des Begriffs „Aussage“; Einführen des Begriffs „Aussageform“.

Die Lösungen und die Lösungsmenge einer Gleichung bzw. Ungleichung; Kennzeichnen von Intervallen durch Ungleichungen.

Wiederholen der Begriffe „äquivalente“ und „nichtäquivalente Gleichungen“; „äquivalente“ und „nichtäquivalente Ungleichungen“.

Rechnerische und zeichnerische Lösungsverfahren für lineare Gleichungen und Ungleichungen.

Aufstellen und Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen aus praktischen Sachverhalten.

2.3. Systeme linearer Gleichungen *10 Stunden*

Lineare Gleichungssyteme mit zwei Variablen; die Lösungsmenge eines Gleichungssystems.

Rechnerische und zeichnerische Lösungsverfahren.

Beispiele, in denen die Lösungsmenge leer ist oder unendlich viele Elemente enthält.

Einfache Gleichungssysteme mit mehr als zwei Variablen.

Aufstellen und Lösen von linearen Gleichungssystemen aus praktischen Sachverhalten.

3. Potenzfunktionen; Rechnen mit Potenzen (Exponent ganzzahlig) 25 Stunden

Die bei der Behandlung der linearen Funktionen mit Gleichungen der Form $y = mx + b$ geschaffenen Grundlagen für das Verständnis des Funktionsbegriffs sind in diesem Unterrichtsabschnitt bei der Erörterung der Potenzfunktionen zu benutzen, zu erweitern und zu vertiefen.

Die Schüler sind durch Darstellung ausgewählter Repräsentanten der Funktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$ (n ganzzahlig) in einem gemeinsamen Koordinatensystem auf anschauliche Weise mit wichtigen Zusammenhängen und Gesetzmäßigkeiten vertraut zu machen. Unter Vertiefung der schon eingeführten Begriffe (z. B. Definitionsbereich, Wertevorrat) und unter Verwendung neu erlernter Begriffe (z. B. gerade und ungerade Funktion) üben sich die Schüler im Beschreiben wesentlicher Merkmale von Funktionsklassen.

Ausgehend von den Potenzfunktionen mit geradem bzw. ungeradem Exponenten sind die Begriffe „gerade Funktion“ und „ungerade Funktion“ und die Beziehungen $f(-x) = f(x)$ für gerade und $f(-x) = -f(x)$ für ungerade Funktionen einzuführen.

Die gemeinsamen Punkte der Kurven einer Schar sind zu bestimmen. Der Verlauf der Kurven innerhalb bestimmter Gebiete der Koordinatenebene ist zu erörtern und der Verlauf der Schar der Potenzfunktionen mit geradem Exponenten mit dem der Schar der Potenzfunktionen mit ungeradem Exponenten zu vergleichen. Dabei ist die Schreibweise von Definitionsbereichen, Wertevorräten und Monotonieintervallen mit Hilfe von Ungleichungen ständig zu üben. Der Begriff der Monotonie ist im Sinne von strenger Monotonie zu gebrauchen.

Die Tatsache, daß durch Verschiebung des Bildes einer Funktion im Koordinatensystem das Bild einer Funktion mit einer vereinfachten Gleichung entstehen kann, ist herauszuarbeiten. Auf die Möglichkeit der Verwendung unterschiedlicher Einheiten und unterschiedlicher Skalen auf der x- und der y-Achse bei der Darstellung von Funktionen ist nur informatorisch einzugehen.

Auf das Verhalten von Funktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$ ($n \leqq 0$, ganzzahlig) bei Annäherung an die Stelle $x = 0$ ist einzugehen, ohne dabei die Begriffe „Stetigkeit“ und „Unstetigkeit“ zu verwenden.

Im Zusammenhang mit der graphischen Darstellung von Funktionen mit Gleichungen der Form $y = k \cdot x^{-1}$ sind die Kenntnisse der Schüler über die indirekte Proportionalität zu wiederholen und durch Anwendungen in Beispielen aus der Physik und der gesellschaftlichen Praxis zu festigen. Die im Stoffplan ausgewiesenen Beispiele von Potenzfunktionen aus anderen Bereichen der Mathematik und der Physik sind in Übungen unbedingt heranzuziehen.

Die Schüler müssen lernen, mit Kurvenlinealen zu arbeiten.

Die seit der Klasse 6 bekannte Definition $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} = a^n$ für die n-te Potenz einer Zahl a ist zu wiederholen, und der Potenzbegriff ist in diesem Unterrichtsabschnitt zu erweitern. Bei der schrittweisen Erweiterung des Potenzbegriffs ist immer wieder der Unterschied zwischen Festsetzungen und beweisbaren mathematischen Aussagen hervorzuheben. Bei der schrittweisen Erweiterung des Potenzbegriffs muß von den Schülern auch die Zweckmäßigkeit der getroffenen Festsetzungen (im Sinne des Permanenzprinzips) erkannt werden. Das soll nicht nur dadurch geschehen, daß man zeigt, daß die getroffenen Festsetzungen dem Permanenzprinzip entsprechen, sondern auch dadurch, daß man versuchsweise Festsetzungen trifft – z. B. $a^0 = 0$ ($a \neq 0$) –, die diesem Prinzip widersprechen und sich als unzweckmäßig erweisen.

Gestützt auf die Definition der Potenz als Produkt gleicher Faktoren (Exponent n, $n \geqq 2$, natürliche Zahl) werden die Potenzgesetze an Beispielen plausibel gemacht und, diese Beispiele verallgemeinernd, mit Hilfe von Variablen formuliert. Dabei ist die Division von Potenzen mit gleicher Basis $\frac{a^m}{a^n}$ nur für den Fall $m \geqq n + 2$ zu betrachten. Beweise für die Gültigkeit der Potenzgesetze für Potenzen mit dem Exponenten n ($n \geqq 2$, natürliche Zahl) – etwa durch vollständige Induktion – werden nicht geführt. Dagegen ist die Gültigkeit der Potenzgesetze für den jeweils erweiterten Potenzbegriff nachzuweisen. Diese Nachweise werden aber aus Zeitgründen nur für einige Gesetze geführt, wobei auf eine exakte Fallunterscheidung zu achten ist.

Beispiel: Die Gültigkeit von $(a^m)^n = a^{mn}$ für alle natürlichen m und n wird vorausgesetzt. Es soll gezeigt werden, daß diese Beziehung auch für alle ganzzahligen m und n gilt.

Dabei müssen folgende Fälle unterschieden werden:

1. Fall: $m \geqq 0$; $n \geqq 0$ (als gültig vorausgesetzt)
2. Fall: $m \geqq 0$; $n < 0$
3. Fall: $m < 0$; $n \geqq 0$
4. Fall: $m < 0$; $n < 0$

Nach Erweiterung der Definition der Potenz auf Potenzen mit beliebigem ganzzahligem Exponenten ist zu zeigen, daß die Gesetze für die Division von Potenzen auf die Gesetze für die Multiplikation von Potenzen zurückgeführt werden können.

In praktischen Aufgaben ist das Rechnen mit dem Betrage nach großen und kleinen Zahlen in der Schreibweise mit abgetrennten Zehnerpotenzen intensiv zu üben. Dabei werden in erster Linie Aufgaben aus der Physik und der Technik herangezogen (z. B. Kapazität eines Kondensators). Die bis zum Ende der Klasse 8 erworbenen Fähigkeiten und Fertigkeiten beim Berechnen von Produkten, Quotienten und Quadratzahlen mit Hilfe des Rechenstabes sind weiter zu verbessern.

3.1. Potenzfunktionen
(Exponent n natürliche Zahl, $n \geqq 2$) *10 Stunden*

Wiederholen der Definition der n-ten Potenz einer Zahl a:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} = a^n \quad (n \geqq 2, \text{ natürliche Zahl});$$

Potenzen mit geradem und ungeradem Exponenten; das Vorzeichen der Potenz bei negativer Basis.

Potenzfunktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$ ($n \geqq 2$, natürliche Zahl); Zeichnen von Bildern der Potenzfunktionen; Einteilen in gerade und ungerade Funktionen; Untersuchen der Symmetrieverhältnisse und des Verlaufs der Kurven im gesamten Definitionsbereich und in einzelnen Intervallen.

Begiff der Monotonie; Ermitteln von Monotonieintervallen.

Bestimmen der Koordinaten der Punkte, die allen Kurven gemeinsam sind.

Zeichnen von Bildern der Funktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n + e$ ($n \geqq 2$, natürliche Zahl); Erkennen der Bilder dieser Funktionen als Verschiebung der Bilder von $y = x^n$.

Zeichnen von Bildern der Funktionen mit Gleichungen der Form $y = ax^n$ ($n \geqq 2$, natürliche Zahl); Erkennen der Bilder dieser Funktionen als Stauchung oder Streckung (auch mit Spiegelung an der x-Achse) der Bilder von Funktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$.

Potenzfunktionen aus anderen Bereichen der Mathematik und der Physik.

Beispiele: $V(a) = \frac{1}{3} \cdot h \cdot a^2$ (Volumen der quadratischen Pyramide)

$V(a) = a^3$ (Volumen des Würfels)

$s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$

$P(U) = \frac{1}{R} \cdot U^2$

3.2. Rechnen mit Potenzen (Exponent ganzzahlig) *10 Stunden*

Potenzgesetze für Potenzen a^n ($n \geqq 2$, natürliche Zahl); Rechnen mit Potenzen.

Schrittweise Erweiterung des Potenzbegriffs:

Definition der Potenzen $a^1 = a$ und $a^0 = 1$ ($a \neq 0$); Nachweis der Gültigkeit der Potenzgesetze für Potenzen mit Exponenten n ($n \geqq 0$, ganzzahlig).

Definition der Potenzen der Gestalt a^{-n} ($a \neq 0$; $n > 0$, ganzzahlig) durch die Gleichung $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; Nachweis der Gültigkeit der Beziehung $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ für jede ganze Zahl n; Nachweis der Gültigkeit der Potenzgesetze für Potenzen mit beliebigem ganzzahligem Exponenten; Rechnen mit Potenzen.

Darstellen dem Betrage nach großer und kleiner Zahlen mit abgetrennten Zehnerpotenzen (Begriff der Größenordnung); Rechnen mit dem Betrage nach großen und kleinen Zahlen durch Abtrennen von Zehnerpotenzen in Aufgaben aus der Praxis.

Beispiele: Volumen der Erde, mittlere Dichte der Erde, Kapazität eines Kondensators, Volumen eines Atoms, elektrische Elementarladung.

Wiederholen des Aufbaus des dekadischen Positionssystems; Hinweis auf das Dualsystem.

Wiederholen der Vorsätze für gesetzliche Einheiten.

3.3. Potenzfunktionen (Exponent ganzzahlig) *5 Stunden*

Potenzfunktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$ ($n \leqq 1$, ganzzahlig); Zeichnen von Bildern der Potenzfunktionen.

Einteilen in gerade und ungerade Funktionen; Untersuchen der Symmetrieverhältnisse, des Verlaufs der Kurven im gesamten Definitionsbereich und in bestimmten Intervallen, besonders für große und kleine Werte für x; Untersuchen der Monotonieverhältnisse; Bestimmen der Koordinaten der Punkte, die allen Kurven gemeinsam sind.

Das Verhalten der Bilder der Funktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$ ($n \leqq 0$, ganzzahlig) bei Annäherung an die Stelle $x = 0$.

Die Bilder der Potenzfunktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$ (n beliebig ganzzahlig) als Kurvenschar.

Beispiele von Funktionen mit Gleichungen der Form $y = a \cdot x^n$ ($a > 0$; n beliebig ganzzahlig).

Beispiele: $I(R) = \frac{U}{R}$, $R(A) = \frac{\varrho \cdot l}{A}$.

4. Potenzfunktionen; Rechnen mit Potenzen (Exponent rational) **20 Stunden**

In diesem Unterrichtsabschnitt lernen die Schüler erstmals nichtrationale Funktionen kennen. Die Einführung der Wurzelfunktionen – und auch aller später zu behandelnden Funktionen — macht die Erweiterung des Bereichs der rationalen Zahlen zum Bereich der reellen Zahlen unerläßlich.

Eine Motivation für die Einführung dieses neuen Zahlenbereichs ergibt sich aus der Frage nach der Lösbarkeit der Gleichung $x^2 = 2$. Es ist der Beweis zu führen, daß es keine rationale Zahl gibt, deren Quadrat 2 ist. Dabei ist das Führen indirekter Beweise zu erörtern. Wichtig ist auch der Nachweis, daß nicht jedem Punkt auf der Zahlengeraden eine rationale Zahl zugeordnet ist, obwohl die Punkte, denen rationale Zahlen zugeordnet sind, überall dicht liegen. Nach Einführung der reellen Zahlen dagegen entspricht jedem Punkt der Zahlengeraden eine Zahl und umgekehrt.

Ein möglicher Weg zur Einführung der reellen Zahlen wird den Schülern nur anschaulich verdeutlicht, wobei an geeigneten Beispielen Intervallschachtelungen (oft kurz Schachtelungen genannt) und die Gleichwertigkeit verschiedener Intervallschachtelungen zu zeigen sind. Die als Beispiele behandelten Intervallschachtelungen werden eingeführt als Folgen ineinanderliegender Intervalle (1. Intervall, 2. Intervall, 3. Intervall, ...), deren Längen kleiner werden als jede der Zahlen

$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \ldots$

Die Einschachtelung von rationalen Zahlen wird ebenfalls nur an Beispielen gezeigt $\left(\text{z.B.} \frac{1}{3}\right)$. Die Überlegungen sind unbedingt auf der Zahlengeraden zu veranschaulichen. An Beispielen wird der Zusammenhang zwischen unendlichen Dezimalbrüchen und Intervallschachtelungen hergestellt.

Die Schüler sind darauf hinzuweisen, daß nach Einführung der reellen Zahlen das Rechnen im Bereich der reellen Zahlen erklärt werden müßte. Es wird ihnen auch nur mitgeteilt, daß im Bereich der reellen Zahlen die gleichen Gesetzmäßigkeiten (Kommutativität usw.) wie im Bereich der rationalen Zahlen gelten. Die rationalen Zahlen werden als Teilbereich der reellen Zahlen gekennzeichnet. Für praktische Berechnungen werden unter Berücksichtigung der geforderten Genauigkeit nichtrationale reelle Zahlen durch rationale Zahlen angenähert.

Nach der Definition der Wurzel wird der Potenzbegriff auf Potenzen mit rationalem Exponenten erweitert und die Gültigkeit der Potenzgesetze nachgewiesen. Die „Wurzelgesetze“ ergeben sich als Spezialfälle der Potenzgesetze für Potenzen mit rationalem Exponenten.

Näherungswerte für Wurzeln werden sowohl mit der Tafel aus auch mit dem Rechenstab bestimmt. Dabei werden das sinnvolle Runden und die Überschlagsrechnung geübt.

Wurzelgleichungen werden nicht behandelt.

Bei der Untersuchung der Wurzelfunktionen und ihrer Bilder sollen die Schüler ihre Kenntnisse über wesentliche Merkmale von Funktionen selbständig anwenden.

Durch die Untersuchung zueinander inverser Funktionen lernen die Schüler Zusammenhänge zwischen schon behandelten Funktionen kennen. Ausgehend von der Definition der Funktion als Menge geordneter Paare werden an Beispielen die Zahlen in den Zahlenpaaren gegebener Funktionen zunächst formal vertauscht. Danach wird die Frage geklärt, unter welcher Voraussetzung die neue Paarmenge wieder eine Funktion ist, und der Begriff „eineindeutige Funktion“ eingeführt. Die Untersuchungen zueinander inverser Funktionen sind stets an Beispielen linearer Funktionen bzw. Potenz- und Wurzelfunktionen durchzuführen.

4.1. Reelle Zahlen — *5 Stunden*

Nachweisen, daß es keine rationale Zahl gibt, die die Gleichung $x^2 = 2$ erfüllt; nachweisen, daß nicht jedem Punkt auf der Zahlengeraden eine rationale Zahl zugeordnet ist.

Einschachteln von Punkten, denen keine rationale Zahl zugeordnet ist; Einschachteln von Punkten, denen rationale Zahlen zugeordnet sind; verschiedene Möglichkeiten des Einschachtelns eines solchen Punktes.
Hinweis auf Lückenlosigkeit der Zahlengeraden.

4.2. Potenzfunktionen; Rechnen mit Potenzen (Exponent rational) — *10 Stunden*

Definition der Wurzel; Radizieren als eine Umkehrung des Potenzierens.

Wurzel als Potenz mit gebrochenem Exponenten; Gültigkeit der Potenzgesetze für Potenzen mit rationalem Exponenten.

Wurzelgesetze als Spezialfälle; Rechnen mit Wurzeln.

Rationalmachen des Nenners.

Zeichnen und Untersuchen der Bilder der Funktionen mit den Gleichungen $y \leqq x^{\frac{1}{2}}$ und $y = x^{\frac{1}{3}}$ $(x \geqq 0)$ mittels Wertetafeln.

4.3. Zueinander inverse Funktionen — *5 Stunden*

Vertauschen der Zahlen in den Zahlenpaaren einer gegebenen Funktion (einfache Beispiele linearer Funktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen); Eineindeutigkeit der gegebenen Funktion als Voraussetzung dafür, daß die neugebildete Menge von Zahlenpaaren wieder eine Funktion ist.

Erarbeiten des Begriffs „zueinander inverse Funktionen“ an Beispielen; Beziehungen zwischen den Gleichungen zueinander inverser Funktionen; Achsensymmetrie der Bilder zueinander inverser Funktionen bezüglich der Geraden $y = x$; herausarbeiten, daß die Monotonie (strenge Monotonie, vgl. Hinweis Seite 21) Voraussetzung für die Eineindeutigkeit einer Funktion und damit für die Umkehrbarkeit einer Funktion ist.

5. Quadratische Funktionen und Gleichungen — 25 Stunden

Bei der Behandlung der quadratischen Funktionen wird der Funktionsbegriff vertieft, indem die Schüler weitere Untersuchungen ganzer rationaler Funktionen vornehmen. Ausgehend von der allgemeinen Form der Gleichung quadratischer Funktionen $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c reelle Zahlen, $a \neq 0$) müssen Fallunterscheidungen durchgeführt werden, um diejenigen Spezialfälle der quadratischen Funktionen zu finden, die noch nicht im Zusammenhang mit den Potenzfunktionen behandelt würden, aber für die weiteren Untersuchungen der quadratischen Funktionen wichtig sind.

Beim Zeichnen von Bildern der Funktionen sollen häufig Schablonen verwendet werden. Betrachtungen über die Anzahl der Nullstellen in Abhängigkeit von der Lage der Parabel sind laufend durchzuführen.

Die Begriffe „Verschiebung", „Streckung", „Stauchung" und „Spiegelung" werden wiederholt. Dabei ist die Abhängigkeit des Bildes der Funktion von a, b und c herauszuarbeiten.

In enger Verbindung zwischen der Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunktes und der Untersuchung der Funktionen wird die Ermittlung des Wertevorrats geübt.

Die Lösung quadratischer Gleichungen erfolgt zunächst an Beispielen. Dabei werden die beiden folgenden Möglichkeiten behandelt:

1. Übergang von quadratischen Gleichungen der Form

$$x^2 + px + q = 0 \text{ zu } \left(x + \frac{p^2}{4} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right) \cdot \left(x + \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\right) = 0$$

$$\text{mit } \frac{p^2}{4} - q \geqq 0,$$

woraus folgt:

$$\text{I. } x + \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = 0 \quad \text{oder}$$

$$\text{II. } x + \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = 0\,.$$

2 Übergang von quadratischen Gleichungen der Form

$$x^2 + px + q = 0 \text{ zu } \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \frac{p^2}{4} - q \qquad \text{mit } \frac{p^2}{4} - q \geqq 0,$$

woraus folgt $\left|x + \frac{p}{2}\right| \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

und weiter

$$\text{für } x \geqq -\frac{p}{2} \qquad \text{I. } x + \frac{p}{2} = \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{oder}$$

$$\text{für } x < -\frac{p}{2} \qquad \text{II. } -x - \frac{p}{2} = \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\,.$$

Die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung besteht aus den Lösungen von I. und II. Erst danach wird die allgemeine Lösungsformel auf *einem* der beiden Wege hergeleitet.

Als Grundmenge für Variable in einer quadratischen Gleichung wird nur der Bereich der reellen Zahlen in Betracht gezogen, d. h., der Bereich der komplexen Zahlen ist nicht einzuführen.

Rechnerische und zeichnerische Lösungsverfahren sind nebeneinander anzuwenden, um die Zusammenhänge zwischen der Anzahl der Elemente der Lösungsmenge der quadratischen Gleichung und der Lage der Bilder der Funktionen aufzuzeigen. Beim zeichnerischen Lösen quadratischer Gleichungen der Form $x^2 + px + q = 0$ werden zwei Verfahren angewandt:

1. Graphische Bestimmung der Nullstellen der Funktion mit Gleichungen der Form $y = x^2 + px + q$.
2. Graphische Bestimmung der Schnitte der Bilder der Funktionen mit den Gleichungen $y = x^2$ und $y = -px - q$ (Verwenden von Schablone und Lineal).

Bei der Durchführung der Probe sind auch die Kenntnisse über den Wurzelsatz des Viëta und die Zerlegung in Linearfaktoren anzuwenden. Bei der Zerlegung in Linearfaktoren soll auf den Fundamentalsatz der Algebra hingewiesen werden.

Wenn die Schüler Sicherheit im Lösen einfacher quadratischer Gleichungen besitzen, müssen auch quadratische Gleichungen mit Variablen als Koeffizienten gelöst und die auftretenden Fälle anhand der Diskriminante $\frac{p^2}{4} - q$ unterschieden werden. Auch einfache Beispiele von Gleichungssystemen mit zwei Gleichungen, die sich auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen, werden gelöst, ohne dabei den Lösungsalgorithmus für biquadratische Gleichungen zu behandeln.

Bei der näherungsweisen Bestimmung von Wurzelwerten ist je nach der geforderten Genauigkeit der Rechenstab bzw. die Tafel zu verwenden.

Die Übungsaufgaben werden zur Wiederholung und Vertiefung der Ähnlichkeitslehre, der Kreislehre und der Satzgruppe des Pythagoras genutzt. Außerdem müssen häufig solche Aufgaben aus der Mechanik (gleichmäßig beschleunigte Bewegung) gelöst werden, die auf quadratische Gleichungen führen, weil dieses Stoffgebiet bereits zu Beginn der Klasse 9 im Physikunterricht behandelt wird, aber zu jener Zeit quadratische Gleichungen noch nicht systematisch gelöst werden können.

5.1. Quadratische Funktionen — *7 Stunden*

Die allgemeine Form der Gleichung der quadratischen Funktion
$y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$; a, b, c reell); Fallunterscheidung.

Zeichnen von Bildern der Funktionen mit Gleichungen der Form
$y = (x+d)^2$ und $y = (x + d)^2 + e$
durch Wertetafeln und mit Schablonen; Untersuchen der Bilder.

Zeichnen von Bildern der Funktionen mit Gleichungen der Form $y = x^2 + px + q$ durch Bestimmen der Koordinaten des Scheitelpunktes und Verwenden der Schablone; Untersuchen der Bilder.

Zeichnen von Bildern quadratischer Funktionen mit Gleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) mit Hilfe von Wertetafeln.

Beispiel aus der Physik: $s(t) = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 t$.

5.2. Quadratische Gleichungen *18 Stunden*

Lösen des Spezialfalles $x^2 + q = 0$ $(q \leqq 0)$; Lösen quadratischer Gleichungen mit Hilfe der quadratischen Ergänzung; Herleiten der allgemeinen Lösungsformel.

Aufstellen und Lösen quadratischer Gleichungen aus praktischen Sachverhalten.

Quadratische Gleichungen mit Variablen als Koeffizienten.

Diskriminantendiskussionen.

Einfache Gleichungssysteme, die sich auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen.

Zeichnerische Lösungsverfahren.

Wurzelsatz von Viëta; Zerlegen in Linearfaktoren; Bilden von Gleichungen nach vorgegebenen Lösungen.

6. Exponential- und Logarithmusfunktionen; Rechnen mit Logarithmen **30 Stunden**

In diesem Unterrichtsabschnitt werden die Schüler mit weiteren wichtigen nichtrationalen Funktionen vertraut gemacht.

Die Existenz der Werte des Terms a^x für jede Belegung mit reellen Zahlen für x und mit positiven reellen Zahlen für a und die Existenz der Werte des Terms $\log a^x$ für jede Belegung mit positiven reellen Zahlen für x und für a $(a \neq 1)$ wird durch Schachtelungen an Beispielen plausibel gemacht. Nach der Definition des Logarithmus und der Berechnung einiger ganzzahliger Logarithmen wird der Nachweis geführt, daß lg 2 keine rationale Zahl ist. Dadurch werden die Fähigkeiten der Schüler, indirekte Beweise zu führen, weiterentwickelt.

Die Eigenschaften und die Zweckmäßigkeit der dekadischen Logarithmen müssen deutlich herausgestellt werden. Dabei werden auch die Genauigkeitsgrenzen des logarithmischen Rechnens aufgezeigt.

Die Bilder ausgewählter Exponentialfunktionen werden mit Hilfe von Wertetafeln gewonnen. Der Verlauf der Kurven zwischen zwei benachbarten berechneten Punkten wird nur mitgeteilt. Es ist darauf hinzuweisen, daß der Wertevorrat der Exponentialfunktionen alle positiven reellen Zahlen umfassen kann. Die Bilder von Exponentialfunktionen sind auch an der y-Achse zu spiegeln.

Die Bedeutung der Exponentialfunktionen ist an geeigneten Beispielen aus der Praxis (Wachstum, Produktionszuwachs usw.) zu verdeutlichen, ohne dabei auf die Zahl $e = 2{,}718\ldots$ einzugehen.

Auch auf die Unterschiede zwischen den Funktionen mit Gleichungen der Form $y = x^n$ ($n > 1$, natürliche Zahl) und $y = a^x$ ($a > 1$, reelle Zahl) ist einzugehen.

Die Bilder ausgewählter Logarithmusfunktionen werden zunächst nach Aufstellen von Wertetafeln graphisch dargestellt. Nachdem gezeigt worden ist, daß Exponential- und Logarithmusfunktionen zueinander invers sind, werden Bilder von Logarithmusfunktionen auch durch Spiegelung der Bilder entsprechender Exponentialfunktionen an der Geraden $y = x$ gewonnen.

Beim Arbeiten mit Logarithmen wird das lineare Interpolieren ausgehend von den Kenntnissen über die Proportionalität begründet und beim Rechnen sinnvoll angewandt. Das Interpolieren ist auch an den Bildern der Logarithmusfunktionen zu verdeutlichen. Es muß den Schülern verständlich gemacht werden, daß man durch das Interpolieren nur einen besseren Näherungswert für den Logarithmus erhält.

Die Schüler müssen befähigt werden, beim Lösen praktischer Aufgaben selbst zu entscheiden, ob man mit dem Rechenstab, mit Logarithmen (ohne oder mit Interpolieren) oder ohne beide Hilfsmittel arbeitet. Bei dieser Gelegenheit sollen auch Abschätzungen über die Genauigkeit der Rechnungen vorgenommen werden. Das sinnvolle Runden wird wiederholt und vertieft.

Auf die zeitraubende logarithmische Berechnung komplizierter Ausdrücke ist zugunsten praktischer Aufgaben zu verzichten. Die praktischen Aufgaben sollen zur Wiederholung der Flächen- und Körperberechnungen, zur Vertiefung der Kenntnisse aus dem Physik-, Chemie- und polytechnischen Unterricht und zum Verständnis technischer und ökonomischer Probleme beitragen.

Die Schüler sind bei allen Aufgaben zum planvollen Vorgehen bei der Lösung und zum rationellen Arbeiten zu erziehen. Das Verwenden geeigneter, der Aufgabenstellung angepaßter Schemata ist zu üben.
Exponentialgleichungen werden nicht behandelt.

6.1. Potenzen mit reellem Exponenten; Logarithmen *8 Stunden*

Erläutern der Existenz der Potenz a^b (b reell; $a > 0$, reell) durch Schachtelungen an Beispielen.

Beispiel: $3^{\sqrt{2}}$ ist einzuschachteln:

$1 < \sqrt{2} < 2$ also $3^1 < 3^{\sqrt{2}} < 3^2$

also $3 < 3^{\sqrt{2}} < 9$

$1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$ also $3^{1,4} < 3^{\sqrt{2}} < 3^{1,5}$ also $\sqrt[10]{3^{14}} < 3^{\sqrt{2}} < \sqrt[10]{3^{15}}$

also $4{,}65 < 3^{\sqrt{2}} < 5{,}20$

$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$ also $3^{1,41} < 3^{\sqrt{2}} < 3^{1,42}$ also $\sqrt[100]{3^{141}} < 3^{\sqrt{2}} < \sqrt[100]{3^{142}}$

also $4{,}70 < 3^{\sqrt{2}} < 4{,}76$

....

Definition des Logarithmus; Logarithmieren als eine Umkehrung des Potenzierens; numerisches Bestimmen einiger ganzzahliger Logarithmen.

Beispiele: $\log_2 8 = 3$, $\log_{10} \frac{1}{100} = -2$.

Nachweisen, daß lg 2 keine rationale Zahl ist.

Erläutern der Existenz der dekadischen Logarithmen lg b ($b > 0$, reell) durch Schachtelung an Beispielen.

Beispiel: lg 2 ist einzuschachteln:

$10^0 < 2^1 < 10^1$ also $10^0 < 2 < 10^1$ also $0 < \lg 2 < 1$
$10^3 < 2^{10} < 10^4$ also $10^{0,3} < 2 < 10^{0,4}$ also $0,3 < \lg 2 < 0,4$
$10^{30} < 2^{100} < 10^{31}$ also $10^{0,30} < 2 < 10^{0,31}$ also $0,30 < \lg 2 < 0,31$

Klären des Zusammenhangs von Logarithmen mit beliebiger positiver Basis a ($a \neq 1$) und dekadischen Logarithmen durch die Beziehung $\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a}$.

Eigenschaften der dekadischen Logarithmen; Gebrauch der Logarithmentafel.

6.2. Exponential- und Logarithmusfunktionen — *7 Stunden*

Zeichnen von Bildern der Exponentialfunktionen $y = a^x$ ($a > 0$) und Untersuchen der Funktionen.

Beispiele aus der Physik und der Praxis.

Zeichnen von Bildern der Logarithmusfunktionen $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$; $x > 0$) und Untersuchen dieser Funktionen.

Exponential- und Logarithmusfunktionen als zueinander inverse Funktionen.

6.3. Logarithmengesetze; Rechnen mit Logarithmen — *15 Stunden*

Beweis der Gesetze für das Logarithmieren eines Produktes, eines Quotienten und einer Potenz; Rechenübungen zur Anwendung der Logarithmengesetze.

Begründen des Rechenstabrechnens; Größenordnung, Überschlag, Genauigkeitsgrenzen.

Übungsaufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie, aus anderen Unterrichtsfächern und zu technischen und ökonomischen Problemen.

KLASSE 10

Inhalt und Gestaltung des Mathematikunterrichts in Klasse 10 werden wesentlich dadurch bestimmt, daß im Zusammenhang mit der Erweiterung des mathematischen Wissens und Könnens den Schülern gleichzeitig durch ständiges Wiederholen und Systematisieren ein Überblick über die in ihrer gesamten Schulzeit erworbenen mathematischen Kenntnisse und Erkenntnisse vermittelt werden muß. Bis zum Ende der Klasse 10 sind die mathematischen Grundfertigkeiten im Berechnen, Bestimmen, Konstruieren, Beschreiben, Formulieren und Beweisen zu vervollständigen. Die jungen Menschen werden befähigt, ihr mathematisches Wissen und Können bewußt, rationell und sicher zur Lösung vielfältiger Probleme sowohl im weiterführenden Bildungsprozeß als auch in der sozialistischen Praxis, bei der weiteren Vertiefung ihrer Kenntnisse über die marxistisch-leninistische Theorie, ihrer politischen Überzeugung und bei der Herausbildung eines wissenschaftlichen Weltbildes anzuwenden.

Im Mathematikunterricht der Klasse 10 ist die in der Klasse 9 begonnene systematische Betrachtung umfangreicher mathematischer Stoffgebiete fortzusetzen. Bei der Behandlung der drei großen Unterrichtsabschnitte — Winkelfunktionen, ebene Trigonometrie, darstellende Geometrie — lernen die Schüler noch deutlicher den Wert und die Bedeutung eines mathematischen Systems kennen und nutzen.

Bei der Behandlung der Winkelfunktionen ist das funktionale Denken zu verbessern. Die Entwicklung von Fähigkeiten und Fertigkeiten im sicheren Arbeiten mit Funktionen ist intensiv zu betreiben. Besonderer Wert wird weiterhin auf das Zeichnen von Bildern der Funktionen gelegt. Die Schüler müssen am Ende der Klasse 10 sicher den Kurvenverlauf ausgewählter Repräsentanten aller bis dahin behandelten Klassen von Funktionen angeben und wesentliche Eigenschaften einer Funktion aus ihrem Bild ablesen können.

Die Schüler sollen die große Bedeutung der Winkelfunktionen für die Lösung vielfältiger Aufgaben, besonders aus der Physik, erkennen. Mit der ebenen Trigonometrie wird die in unteren Klassen begonnene Dreiecksbehandlung durch die Berechnung von Dreiecken mittels Winkelfunktionen abgeschlossen. Es ist den Schülern deutlich zu machen, daß die Berechnung von Dreiecken nur ein spezieller Anwendungsbereich der Winkelfunktionen ist. Deshalb ist die ebene Trigonometrie auch erst nach den Winkelfunktionen zu behandeln.

Die Schüler müssen am Ende der Klasse 10 die Verfahren zur Lösung der Grundaufgaben der trigonometrischen Dreiecksberechnungen sicher beherrschen. Darüber hinaus sollen sie trigonometrische Berechnungen als eine wichtige Methode zur Lösung verschiedenartiger Probleme kennen und anwenden können.

Die Behandlung der Winkelfunktionen und der Trigonometrie darf weder in weitschweifige Belehrungen über bestimmte Anwendungsbereiche ausarten, noch darf im überwiegenden Maße nur Geometrie betrieben bzw. nur gerechnet werden. Es kommt vielmehr auf eine vielgestaltige Arbeitsweise an, durch die die Fähigkeiten im Erkennen und im Lösen sowie Beweisen mathematischer Probleme weiterentwickelt werden.

Die Schüler haben schon bis zum Ende der Klasse 8 wichtige Formeln für die Körperberechnung kennengelernt. Körperberechnungen spielen aber in der Praxis eine so große Rolle, daß die Schüler bis zum Ende der Klasse 10 noch weitere Formeln kennenlernen, vor allem aber Sicherheit in der

Anwendung von Formeln für die Körperberechnung erwerben müssen. Das ist zu erreichen, wenn entsprechende Übungen auch in den Unterrichtsabschnitten „Trigonometrie“ und „Darstellende Geometrie“ durchgeführt werden. Trotz der vorwiegend praktischen Zielstellung muß auch dieser Unterrichtsabschnitt für die allseitige mathematische Bildung und Erziehung genutzt werden.

Im Mathematikunterricht der Klasse 8 wurde der Übergang von einer mehr propädeutischen zu einer stärker systematischen Behandlung der darstellenden Geometrie eingeleitet. Im Unterricht der Klasse 10 tritt auch in der darstellenden Geometrie konsequent der systematische Lehrgang in Erscheinung. Bei der Behandlung der darstellenden Geometrie als Teil der synthetischen Geometrie ist eine enge Verbindung mit der Planimetrie, der Stereometrie und der Trigonometrie herzustellen.

Das räumliche Vorstellungsvermögen der Schüler ist nicht nur an konkreten Gegenständen der Umwelt zu schulen, sondern auch an abstrakten geometrischen Gebilden weiterzuentwickeln. Das wird um so besser und schneller vor sich gehen, je gründlicher die Grundkonstruktionen der darstellenden Geometrie behandelt werden. Insbesondere tragen die Darstellungen in senkrechter Eintafelprojektion zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens bei. Deshalb ist der senkrechten Eintafelprojektion große Aufmerksamkeit zu schenken.

Am Ende der Klasse 10 müssen die Schüler die behandelten Grundkonstruktionen sicher ausführen, räumliche Gebilde darstellen und umgekehrt aus der Darstellung eine richtige Vorstellung des dargestellten Objekts gewinnen können.

Bei den Anwendungsaufgaben für trigonometrische und stereometrische Berechnungen sowie für darstellend-geometrische Abbildungen sind enge Beziehungen zur polytechnischen Ausbildung herzustellen. Praktische Schülerarbeiten und Schüleraufträge (Messungen, Berechnungen, Zeichnungen, Bau von Modellen, Maßentnahme aus Konstruktionszeichnungen usw.) sind unter Beachtung der örtlichen Gegebenheiten dazu zu nutzen, den Mathematikunterricht eng mit dem Leben in der sozialistischen Gesellschaft zu verbinden und die Aktivität und Selbsttätigkeit der Schüler zu erhöhen.

Bei voller Beachtung der Systematik der mathematischen Teildisziplinen sollte eine wechselseitige Förderung verschiedener Bereiche des Mathematikunterrichts der Klasse 10 erfolgen. Das Stoffgebiet „Darstellende Geometrie“ ist deshalb mit zwei Wochenstunden zeitlich parallel zu den Stoffgebieten „Anwendung von Formeln für die Körperberechnung“ und „Ebene Trigonometrie“ zu behandeln.

In der Klasse 10 sind für Stoffvermittlung, für Wiederholungen im Laufe des Schuljahres und für Klassenarbeiten 26 Unterrichtswochen mit je vier Unterrichtsstunden geplant. Die Stunden für die Klassenarbeiten und für Wiederholungen sind in den für die einzelnen Stoffgebiete angegebenen Stundenzahlen enthalten. Zur direkten Vorbereitung auf die schriftliche Prüfung stehen zwei Unterrichtswochen und zur Vorbereitung auf die mündliche Prüfung (zwischen schriftlicher und mündlicher Prüfung) drei Unterrichtswochen zur Verfügung.

In dieser Klasse sind vier Klassenarbeiten verbindlich, wobei die Schüler durch die Anlage der Arbeiten, durch die Auswahl der Aufgaben und durch die für die Arbeiten zur Verfügung gestellte Zeit auf die schriftliche Prüfung vorzubereiten sind.

1. Winkelfunktionen

32 Stunden

Bei der systematischen Behandlung der Winkelfunktionen ist das bis zur Klasse 9 erarbeitete Wissen und Können der Schüler über Funktionen anzuwenden und erneut zu erweitern und zu vertiefen. Insbesondere ist der in Klasse 9 erarbeitete Funktionsbegriff bei der Definition der Winkelfunktionen zu verwenden.

Mit der rechtzeitigen Einführung speziell der Sinusfunktion während der ersten drei Unterrichtswochen in Klasse 10 sind wesentliche Voraussetzungen zu schaffen für eine quantitative Bearbeitung der Schwingungs- und Wellenlehre, die im Physikunterricht ebenfalls zu Beginn der Klasse 10 behandelt wird. Durch enge Zusammenarbeit mit dem Physiklehrer ist zu gewährleisten, daß an entsprechenden Stellen im Physikunterricht durch mathematische Erörterungen zum Kurvenverlauf ein breites Anwendungsgebiet erschlossen wird. Die Schüler müssen die Mathematik für die Formulierung physikalischer Gesetzmäßigkeiten nutzen lernen.

Nach einer einleitenden Wiederholung und Erweiterung der Kenntnisse der Schüler über Winkel und Winkelmessung sind der Sinus und der Kosinus eines Winkels am Kreis mit beliebigem Radius einzuführen. Der gründlichen Untersuchung der Sinus- und der Kosinusfunktion muß sich die Behandlung der Funktionen mit Gleichungen der Form

$$y = a \cdot \sin(bx + c) \quad (a > 0;\ b > 0;\ a, b, c \text{ reell})$$

anschließen, wobei der Einfluß von a, b und c auf das Bild der Funktion herauszuarbeiten ist.

Der Tangens und der Kotangens eines Winkels sind mit Hilfe des Sinus und des Kosinus desselben Winkels zu erklären. Wesentliche Eigenschaften der Tangens- und der Kotangensfunktion sind aus den Eigenschaften der Sinus- und der Kosinusfunktion zu folgern.

Die vielfältigen Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen sind herauszuarbeiten, die grundlegenden Beziehungen sind fest einzuprägen. Die Schüler müssen befähigt werden, andere Beziehungen selbst herzuleiten.

Die Bilder der Winkelfunktionen sind – ausgehend vom Einheitskreis – so zeitig wie möglich zu zeichnen. Bei der Untersuchung der Winkelfunktionen werden die Bilder der Funktionen häufig gezeichnet – auch mit Kurvenlineal und Schablone – und zur Veranschaulichung herangezogen.

Das Arbeiten mit den Tafeln der Winkelfunktionswerte und den Tafeln ihrer Logarithmen ist so zu üben, daß bei der Anwendung dieser Rechenhilfsmittel in der Trigonometrie keine grundsätzlichen Schwierigkeiten auftreten. Ihre volle Beherrschung kann jedoch erst nach weiteren Übungen innerhalb der Trigonometrie gefordert werden.

Bei der Berechnung der speziellen Winkelfunktionswerte sind die Schüler darauf hinzuweisen, daß die Winkelfunktionswerte im allgemeinen keine rationalen Zahlen sind. Die im Stoffplan genannten speziellen Winkelfunktionswerte sind sicher einzuprägen.

Die Additionstheoreme der Winkelfunktionen und goniometrischen Gleichungen – Ausnahme: Bestimmen des Winkels bei gegebenem Winkelfunktionswert – werden in der Klasse 10 nicht behandelt.

1.1. Die Funktionen mit den Gleichungen $y = \sin x$, $y = \cos x$ und $y = a \cdot \sin(bx + c)$ — *12 Stunden*

Wiederholen der Entstehung eines Winkels durch Drehung eines Strahles in einer Ebene um seinen Anfangspunkt; positive und negative Winkel; Winkel, die größer als 360° bzw. kleiner als 360° sind.

Definition von äquivalenten Winkeln; Einführen des Begriffs „Hauptwert" für den Repräsentanten α ($0° \leqq \alpha < 360°$) äquivalenter Winkel.

Definition des Bogenmaßes; die Beziehung zwischen Bogenmaß und Gradmaß; Umrechnungen vom Gradmaß ins Bogenmaß und umgekehrt.

Definition des Sinus und des Kosinus eines Winkels x am Kreis mit beliebigem Radius; die Funktionen mit den Gleichungen $y = \sin x$ und $y = \cos x$.

Berechnen der speziellen Funktionswerte für $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$ (k ganze Zahl).

Einführen des Begriffs „Einheitskreis".

Zeichnen der Bilder der Sinus- und der Kosinusfunktion, wobei die Funktionswerte aus dem Einheitskreis entnommen werden.

Bestimmen des Wertevorrats der Sinus- und Kosinusfunktion.

Untersuchen der Funktionen im gesamten Definitionsbereich: Vorzeichen der Funktionswerte, Eineindeutigkeit und Monotonie in bestimmten Intervallen.

Periodizität der Sinus- und Kosinusfunktion.

Behandeln der Funktionen mit Gleichungen der Form

$y = a \cdot \sin x \quad (a \neq 0;\ \text{reell});$

$y = \sin bx \quad (b \neq 0;\ \text{reell});$

$y = \sin(x + c) \quad (c \neq 0;\ \text{reell});$

Zeichnen von Bildern (ausgehend von der Sinuskurve) und Vergleichen mit der Sinuskurve.

Erkennen der Funktionen mit Gleichungen der Form

$y = a \cdot \sin(bx + c) \quad (a > 0;\ b > 0)$

als Verknüpfung der o. g. Funktionen; Zeichnen von Bildern dieser Funktionen. Superposition, speziell von Sinuskurven.

1.2. Die Funktionen mit den Gleichungen $y = \tan x$ und $y = \cot x$ — *4 Stunden*

Definition des Tangens und des Kotangens eines Winkels x durch

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \text{für } x \neq (2k + 1) \cdot \frac{\pi}{2}$$

und $$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \quad \text{für } x \neq k \cdot \pi \ (k \text{ ganze Zahl});$$

die Funktionen mit den Gleichungen $y = \tan x$ und $y = \cot x$.

Bestimmen des Wertevorrats beider Funktionen.

Deuten der Definitionen des Tangens und des Kotangens am Einheitskreis.

Zeichnen der Bilder der Tangens- und der Kotangensfunktion, wobei die Funktionswerte aus dem Einheitskreis entnommen werden.

Untersuchen beider Funktionen im gesamten Definitionsbereich: Vorzeichen der Funktionswerte, Eineindeutigkeit und Monotonie in bestimmten Intervallen; Periodizität; Untersuchen des Verhaltens beider Funktionen bei der Annäherung

an die Stellen $x = k \cdot \frac{\pi}{2}$ (k ganze Zahl).

1.3. Weitere Eigenschaften der Winkelfunktionen und Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen — *16 Stunden*

Gerade und ungerade Funktionen: $\sin(-x) = -\sin x$, $\cos(-x) = \cos x$, $\tan(-x) = -\tan x$, $\cot(-x) = -\cot x$; Untersuchen der Symmetrieverhältnisse der Bilder der Winkelfunktionen.

Herleiten der grundlegenden Beziehungen zwischen den verschiedenen Winkelfunktionen bei gleichem Winkel:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1; \quad \tan x \cdot \cot x = 1;$$

Darstellen der verschiedenen Winkelfunktionen durch die Sinus- bzw. die Kosinus- bzw. die Tangens- bzw. die Kotangensfunktion.

Berechnen der speziellen Winkelfunktionswerte für die Winkel $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$

Herleiten der Komplementbeziehungen zwischen einer Winkelfunktion und ihrer Kofunktion.

Gebrauch der Tafeln der Winkelfunktionswerte und der Tafeln der Logarithmen der Winkelfunktionswerte.

Die Beziehungen $\sin\alpha \approx \operatorname{arc}\alpha$ und $\tan\alpha \approx \operatorname{arc}\alpha$ für $-5° \leqq \alpha \leqq 5°$.

Beweisen folgender Beziehungen zwischen Funktionswerten von Winkeln aus verschiedenen Quadranten (Quadrantenbeziehungen):

$$\begin{aligned}
\sin(\pi - x) &= \sin x & \qquad \tan(\pi - x) &= -\tan x\\
\cos(\pi - x) &= -\cos x & \qquad \cot(\pi - x) &= -\cot x\\[4pt]
\sin(\pi + x) &= -\sin x & \qquad \tan(\pi + x) &= \tan x\\
\cos(\pi + x) &= -\cos x & \qquad \cot(\pi + x) &= \cot x\\[4pt]
\sin(2\pi - x) &= -\sin x & \qquad \tan(2\pi - x) &= -\tan x\\
\cos(2\pi - x) &= \cos x & \qquad \cot(2\pi - x) &= -\cot x
\end{aligned}$$

$$\left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right) \qquad \left(0 \leqq x < \frac{\pi}{2} \text{ für } \tan x\right),$$

$$\left(0 < x \leqq \frac{\pi}{2} \text{ für } \cot x\right).$$

Bestimmen der Winkelfunktionswerte und ihrer Logarithmen für beliebige Winkel mittels der Tafeln; Bestimmen der Winkel bei gegebenen Winkelfunktionswerten und bei gegebenen Logarithmen von Winkelfunktionswerten.

2. Anwendung von Formeln für die Körperberechnung — 8 Stunden

Körperberechnungen spielen in der Praxis eine so große Rolle, daß den Schülern im Unterricht der Klasse 10 noch einmal gründlich das Wesentliche der verschiedenen Berechnungsfälle verdeutlicht werden muß. Sie müssen außerdem erkennen, daß ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Bestimmungsstücken (Radius, Höhe, Kantenlänge usw.) einerseits und dem gesuchten Stück (Oberfläche, Volumen usw.) andererseits besteht und Oberflächen und Volumina mit Hilfe von charakteristischen Konstanten und eindimensionalen Größen errechnet werden. Die Schüler müssen begreifen, daß die in den Formeln enthaltenen Stücke nicht stets diejenigen sind, die einer praktischen Messung am leichtesten zugänglich sind. Sie müssen daher das zweckmäßige Umformen und Ersetzen bestimmter Größen durch andere verfügbare Größen als typisch mathematische Verfahrensweisen beherrschen lernen.

Für Körperberechnungen gibt es, besonders bei krummflächig begrenzten Körpern, eine Fülle von Formeln. Es ist nicht Sinn des Unterrichtsabschnittes über Körperberechnungen in Klasse 10, jede Formel gesondert zu beweisen. Das ist zum Teil erst mit den Methoden der Infinitesimalrechnung wissenschaftlich einwandfrei möglich, worauf die Schüler auch hinzuweisen sind. In Klasse 10 sind nur wenige Formeln herzuleiten, mindestens die Formel für das Volumen und die Formel für den Mantel des geraden Kreiskegelstumpfes — ausgehend von den entsprechenden Formeln des Kreiskegels.

Damit die Schüler Fertigkeiten in der Arbeit mit Formelsammlungen erwerben, sind im allgemeinen die Formeln daraus zu entnehmen. Dabei darf das gedächtnismäßige Beherrschen oft benötigter Formeln nicht vernachlässigt werden.

Bei den Berechnungen, insbesondere bei Anwendungsaufgaben, dürfen keine Ergebnisse mit sinnloser Genauigkeit ermittelt werden. Bekanntlich ist es nicht möglich, durch Rechnung die durch Messungen im voraus festgelegte Genauigkeit zu vergrößern. Das ist insbesondere beim Interpolieren und bei der Entscheidung zwischen Stab- und Tafelrechnen zu beachten.

Alle diese Forderungen können nicht allein innerhalb der explizit für das Stoffgebiet „Anwendung von Formeln für die Körperberechnung“ vorgesehenen Stunden erfüllt werden. Dazu sind auch entsprechende Übungen in den Stoffgebieten „Trigonometrie“ und „Darstellende Geometrie“ durchzuführen.

2.1. Bereits bekannte Formeln — 4 Stunden

Wiederholen der schon (aus Klasse 7 bzw. Klasse 8) bekannten Formeln zur Flächen- und Rauminhaltsberechnung für Prisma, Pyramide, Kreiszylinder, Kreiskegel und Kugel.

2.2. Neu einzuführende Formeln — 4 Stunden

Mitteilen, Erörtern und Anwenden der Formeln zur Flächen- und Rauminhaltsberechnung für Pyramiden- und Kegelstümpfe und für Kugelteile; Herleiten der Rauminhaltsformel und der Mantelformel für den geraden Kegelstumpf.

3. Ebene Trigonometrie **28 Stunden**

Die bei der Behandlung der Trigonometrie zu lösenden mathematischen Aufgaben müssen dazu benutzt werden, um die Kenntnisse der Schüler über Dreiecke, Vierecke, regelmäßige n-Ecke, Kreis und Kreisteile, Prismen und Pyramiden, Zylinder, Kegel und Kugel zu wiederholen, zu festigen und zu ergänzen. Durch enge Beziehungen zur darstellenden Geometrie wird das geometrische Wissen und Können der Schüler weiter vertieft. Aus der Physik sind in erster Linie Aufgaben zur Bestimmung von Kräften und von Brechungswinkeln zu lösen. Ferner sind Probleme aus der sozialistischen Produktion zu berücksichtigen, wobei eine enge Beziehung zum polytechnischen Unterricht herzustellen ist.

Das Lösen eines planimetrischen, stereometrischen, darstellend-geometrischen, physikalischen oder technischen Problems darf nicht auf das formale Lösen einer Dreiecksaufgabe eingeengt werden. Um intensiv Bildungs- und Erziehungsarbeit zu leisten, muß das mit Hilfe trigonometrischer Verfahren zu lösende Problem diskutiert, ein geeignetes Verfahren ausgewählt und das Ergebnis vom ursprünglichen Sachverhalt her gedeutet werden.

Die Schüler sind zur richtigen Entscheidung zwischen Tafelrechnen und Stabrechnen unter Beachtung der vorgeschriebenen Genauigkeit zu erziehen. Das Rechnen mit Hilfe der Tafeln und das Stabrechnen mit Werten der Winkelfunktionen für vorgegebene Winkel, die den Tafeln entnommen werden, sind zu Fertigkeiten zu entwickeln.

Großer Wert ist darauf zu legen, daß neben der Rechnung im allgemeinen eine maßstäbliche Zeichnung angefertigt wird. Damit werden die Schüler zur Kontrolle der auf einem Wege gefundenen Lösung angehalten; gleichzeitig werden ihre Konstruktionsfertigkeiten wiederholt und gefestigt. In diesem Zusammenhang werden die Kongruenzsätze wiederholt und Fragen der eindeutigen Konstruierbarkeit und der eindeutigen Berechenbarkeit ebener Dreiecke geklärt.

3.1. Trigonometrie des rechtwinkligen Dreiecks *8 Stunden*

Anwenden der Winkelfunktionen auf das rechtwinklige Dreieck.

Lösen der vier Grundaufgaben für rechtwinklige Dreiecke; Berechnen der Größe der fehlenden Seiten, der Winkel und des Flächeninhalts.

Anwenden der Grundaufgaben bei Berechnungen am gleichschenkligen Dreieck, am regelmäßigen n-Eck und bei Aufgaben aus der Physik

3.2. Trigonometrie beliebiger ebener Dreiecke *20 Stunden*

Beweisen des Sinussatzes, des Kosinussatzes und der Flächenformeln

$$A = \frac{1}{2}\, ab \sin\gamma \quad \text{und} \quad A = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\sin\beta \cdot \sin\gamma}{\sin\alpha}.$$

Lösen der vier Grundaufgaben; Berechnen der Größe der fehlenden Seiten, der Winkel und des Flächeninhalts eines Dreiecks.

Anwenden der Trigonometrie beim Lösen von Aufgaben aus der Planimetrie, der Stereometrie, der Physik und der Technik.

4. Darstellende Geometrie **36 Stunden**

Dem Lehrgang der darstellenden Geometrie geht die Wiederholung des bereits in der Klasse 7 propädeutisch behandelten Schrägbildes voraus, damit die Schüler die zur Veranschaulichung der behandelten Probleme an der Tafel und im Lehrbuch benutzten Schrägbilder lesen und selbst solche Schrägbilder skizzieren können. Ferner sind dem Lehrgang die Wiederholung bzw. Einführung einiger Grundbegriffe der systematischen Stereometrie vorangestellt; denn zahlreiche Verfahren der darstellenden Geometrie stützen sich auf Definitionen und Lehrsätze der Stereometrie. Bei der Erörterung der Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen sind die in Klasse 9 erarbeiteten Begriffe der Mengenlehre zu verwenden.

Im Zusammenhang mit der Abbildung von Punkten, Geraden und Ebenen sind nicht eine Vielzahl von verschiedenen Konstruktionsmöglichkeiten zu erörtern, sondern die im Stoffplan angegebenen Grundaufgaben müssen so gründlich bearbeitet werden, daß die Schüler diese Verfahren sicher beherrschen. Dabei ist zuerst ausschließlich das Verfahren der senkrechten Eintafelprojektion zu benutzen.

Konstruktionen im Eintafel- und im Zweitafelverfahren sind an Modellen, der Manipermklapptafel, mit Hilfe von Anaglyphen oder an anschaulichen Schrägbildern zu erläutern. Die Schüler sind anzuhalten, im Anschluß daran die Konstruktionsaufgabe selbständig zu lösen.

Nachdem die verschiedenen Möglichkeiten des Festlegens einer Ebene behandelt worden sind, ist eine Ebene bei den Übungen in der Eintafelprojektion in der Regel durch ihre Spur und eine Höhenlinie und bei allen Übungen in der Zweitafelprojektion durch ihre Spurgeraden zu geben. Bei der Behandlung einfacher ebener Schnitte ist die Schnittebene stets senkrecht zum Aufriß zu legen. In Übungsaufgaben sollten die Punkte in einem rechtwinkligen räumlichen kartesischen Koordinatensystem gegeben werden.

Im Zusammenhang mit der Körperdarstellung sind Körperberechnungen durchzuführen, um die im Abschnitt „Anwendung von Formeln zur Körperberechnung“ angegebenen Forderungen zu erfüllen. Die darstellende Geometrie ist mit zwei Wochenstunden zeitlich parallel zu diesem Abschnitt und dem Abschnitt „Trigonometrie“ zu behandeln.

Es ist Wert darauf zu legen, daß alle Zeichnungen sauber und gewissenhaft und nur mit Bleistift angefertigt werden. Als Zeichenpapier ist glattweißes Papier zu verwenden. Davon ausgenommen sind die als Skizzen freihändig entworfenen Schrägbilder.

Die Axonometrie ist nicht zu behandeln.

4.1. Grundbegriffe *12 Stunden*

Wiederholen der (bereits aus der Klasse 7 bekannten) Schrägbilddarstellung.

Punkt, Gerade, Ebene als geometrische Grundgebilde.

Die Bestimmungsstücke einer Geraden im Raum und einer Ebene im Raum (Fallunterscheidungen).

Erörtern der Lagebeziehungen

- zweier Geraden in der Ebene,
- zweier Geraden im Raum,
- von Gerade und Ebene,
- zweier Ebenen.

Wiederholen der Definition des Winkels; Winkel zwischen parallelen und zwischen windschiefen Geraden.

Neigungswinkel einer Geraden gegen eine Ebene; die Sonderfälle, Gerade und Ebene parallel und Gerade senkrecht auf Ebene, sind zu beachten. Neigungswinkel zweier Ebenen.

Erarbeiten des Begriffs der Projektion als eindeutige Abbildung der Punkte des Raumes auf eine Ebene; Kennzeichnen der Projektionsarten (Zentralprojektion, Parallelprojektion, senkrechte Parallelprojektion) durch die Zuordnungsvorschrift; Gegenüberstellen der Vor- und Nachteile dieser Projektionsarten hinsichtlich Anschaulichkeit, Maßgerechtigkeit und Konstruktionsschwierigkeit.

Herausarbeiten der Eigenschaften und Invarianten der senkrechten Parallelprojektion.

4.2. Senkrechte Eintafelprojektion — *12 Stunden*

Abbilden von Punkten, Geraden und Ebenen auf eine Tafel; Einführen der Begriffe „Spurpunkt", „Spurgerade", „Fallinie", „Höhenlinie", „projizierende Ebenen".

Folgende Grundaufgaben erarbeiten und vielfältig üben:

Konstruieren

- der wahren Länge einer Strecke (Wiederholung aus Klasse 8),
- des Neigungswinkels einer Geraden gegen die Tafel,
- des Neigungswinkels einer Ebene gegen die Tafel,
- der wahren Größe eines ebenen Dreiecks,
- der Senkrechten in einem Punkt auf eine Ebene,
- des Lotes von einem Punkt auf eine Ebene.

4.3. Senkrechte Zweitafelprojektion — *12 Stunden*

Abbilden von Punkten, Geraden und Ebenen im Grundriß-Aufriß-Verfahren; die in 4.2. aufgeführten Begriffe übertragen und den Begriff „Frontlinie" einführen.
Durchführen der in 4.2. angegebenen Grundaufgaben im Zweitafelverfahren.

Vielfältige Übungsaufgaben in Eintafel- und in Zweitafelprojektionen; u. a. auch Abbilden ebenflächig begrenzter mathematischer Körper und Konstruieren von einfachen ebenen Schnitten durch ebenflächig begrenzte Körper.

ANHANG

Empfehlungen für die außerunterrichtliche Tätigkeit

Um interessierten Schülern entsprechend ihren Neigungen und Fähigkeiten Gelegenheit zu geben, in einige im Unterricht behandelte Probleme tiefer einzudringen oder sich mit einzelnen Stoffgebieten und Anwendungsbereichen der Mathematik, die nicht Unterrichtsgegenstand sind, bekannt zu machen, sind nachfolgende Themenvorschläge für außerunterrichtliche Veranstaltungen zusammengestellt. Dabei wird kein Anspruch auf Vollständigkeit und Systematik erhoben. Die Themen können in verschiedenen Formen (Vorträge, Kurse, Zirkel, Jahresarbeiten, mathematische Wandzeitungen) behandelt werden.

1. Das Lösen von Gleichungssystemen mit Hilfe von Determinanten; Untersuchung der Lösbarkeitsbedingungen von Gleichungssystemen mit Hilfe von Determinanten und Matrizen
2. Einfache Probleme der Linearoptimierung in der Volkswirtschaft
3. Betrachtungen über Positionssysteme mit von 10 verschiedener Basis — besonders über das Dualsystem; die Bedeutung des Dualsystems für Rechenautomaten
4. Quadratische Ungleichungen
5. Sätze über Dreiecke, die nicht im Unterricht behandelt werden
6. Vermessungsübungen im Gelände; die Bedeutung der trigonometrischen Methoden für die Landesvermessung, die Nautik, die Astronomie und die Militärtechnik
7. Weitere Sätze der ebenen Trigonometrie
8. Elemente der sphärischen Trigonometrie mit Anwendungen auf Geographie und Astronomie
9. Konstruktionen zur senkrechten Parallelprojektion, die nicht im Unterricht behandelt werden; schräge Parallelprojektion; Axonometrie
10. Weitere Anwendungen der darstellenden Geometrie und der Körperberechnungen in der Praxis (Werkstücke, Maschinenteile, Bauten usw.)
11. Durcharbeiten von Aufgaben aus den mathematischen Schülerolympiaden der DDR und den internationalen Olympiaden
12. Bearbeiten und Veranschaulichen gesellschaftspolitischer Prozesse und Zusammenhänge mittels mathematischer Methoden und Verfahren
13. Aus der Geschichte der Mathematik

00 30 11—4

—,50