

Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

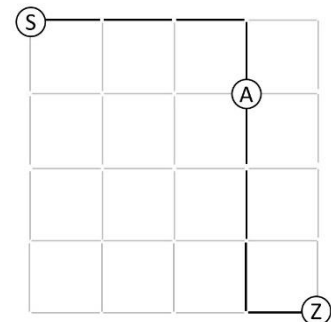
Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Lösungshinweise zum Nachtrag zur Sommeraufgabe 2023

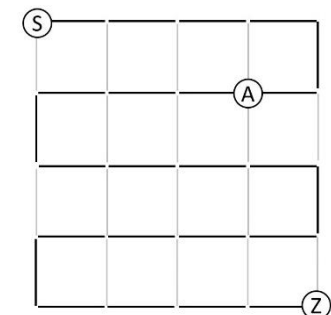
Kreisa und Quadrato haben in den Sommerferien auf einem 4x4-Gitternetz Legestäbchen gelegt und sich für die Größe der entstandenen zwei Teile interessiert. Dabei sollten die Legestäbchen genau auf den Gitterlinien zwischen zwei Gitterpunkten liegen, jedoch nie zwei oder mehr Legestäbchen übereinander. Der Weg sollte sich nirgends kreuzen.

Sie wollen wieder mit den Legestäbchen Wege legen, und zwar von links oben (Gitterpunkt **Start**) nach rechts unten (Gitterpunkt **Ziel**). Sie interessieren sich nun für die Anzahl der verwendeten Legestäben. Die Anzahl bezeichnen wir als Weglänge.

Lösungshinweise zu Aufgabe 1. Der kürzeste Weg von S nach Z ist mindestens 8 Legestäbchen lang, denn er geht mindestens viermal nach rechts und mindestens viermal nach unten. Wie in der Abbildung zu sehen, gelingt ein Weg mit dieser Länge.



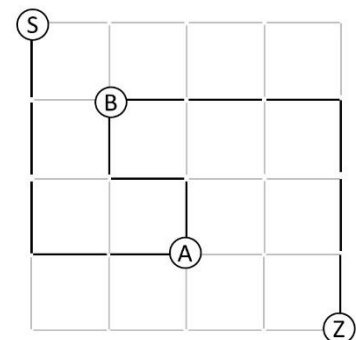
Der längste Weg benötigt 24 Legestäbchen und kann ebenfalls über A geführt werden.



Lösungshinweise zu Aufgabe 2. Unabhängig von der Lage des Punktes A beträgt der kürzeste Weg 8 Legestäbchen. Der in Aufgabe 1 gezeigte Weg kann zunächst in der oberen Zeile geführt werden. In der Spalte, in der der Punkt A liegt, biegt der Weg nach unten, bis er die untere Zeile erreicht hat, um dann weiter nach rechts geführt zu werden.

Unabhängig von der Lage des Punktes A beträgt der längste Weg 24 Legestäbchen. Der in Aufgabe 1 gezeigte Weg berührt alle möglichen Punkte des Gitternetzes.

Lösungshinweise zu Aufgabe 3. Von S nach A sind mindestens 5 Legestäbchen erforderlich (2 nach rechts und 3 nach unten). Von A nach B sind mindestens 3 Legestäbchen erforderlich (1 nach links und 2 nach oben). Schließlich sind von B nach Z mindestens 6 Legestäbchen erforderlich (3 nach rechts und 3 nach unten). Der kürzeste Weg $S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Z$ muss also mindestens $(5 + 3 + 6 =) 14$ Legestäbchen betragen.



Kreisa findet tatsächlich einen Weg, der mit 14 Legestäbchen auskommt, wie die Abbildung zeigt.

Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

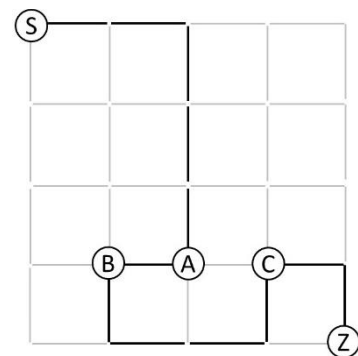
Lösungshinweise zu Aufgabe 4. Wir haben beobachtet, dass jeder Weg eine gerade Anzahl von Legestäbchen benötigt:

- Der kürzeste Weg von S nach Z benötigt 8 Legestäbchen (4 nach rechts und 4 nach unten).
- Für jedes Wegstück nach links müssen genauso viele Legestäbchen zusätzlich nach rechts gelegt werden.
- Für jedes Wegstück nach oben müssen genauso viele Legestäbchen zusätzlich nach unten gelegt werden.

Es kommen also immer eine gerade Anzahl von Legestäbchen hinzu.

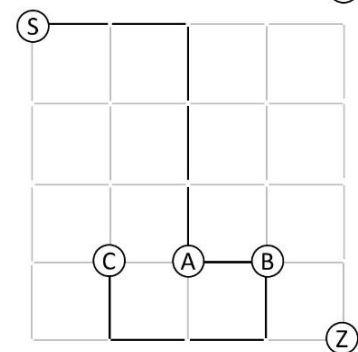
Lösungshinweise zu Aufgabe 5.

Für die erste Verteilung der Punkte A, B und C finden wir einen Weg, der die Bedingungen der Aufgabe erfüllt (siehe Abbildung).



Für die zweite Verteilung gibt es keinen geeigneten Weg.

Verbinden wir S und A auf dem kürzesten Weg, so kann C von B nur wie angegeben erreicht werden. Dann würden alle Wege von C nach Z den bisherigen Weg kreuzen – dies entspricht nicht den Bedingungen der Aufgabe.



Wir können von S aus den Punkt A über einen Weg weiter nach rechts nur erreichen, wenn wir zuerst B oder Z berühren – dies entspricht nicht den Bedingungen der Aufgabe.

Verbinden wir S und A auf einem Weg um C herum, kann C mit B nur auf dem angegebenen Weg (oder auf einem größeren Umweg) verbunden werden. Dann würden alle Wege von C nach Z auf den bisherigen Weg stoßen – dies entspricht nicht den Bedingungen der Aufgabe.

