

Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Lösungshinweise zum Nachtrag zur Sommeraufgabe 2024

Aufgabe 1) Lösungshinweise – Antwortsatz: Nein, Quadrato kann die Aufstellung 5 – 1 – 1 – 1 nicht erhalten.

Begründung: Wenn im 5. Zug ganz rechts ein Turm mit nur einem Spielstein zu sehen ist, kann im 4. Zug nur ein Turm vorhanden sein. Da aber insgesamt 4 Türme zu sehen sind, kann die Aufstellung nicht mit den neuen Regeln entstanden sein.

4. Zug					?								
5. Zug			5	1	1	1							

Aufgabe 2) Lösungshinweise – Antwortsatz: Unabhängig von der Anordnung der drei genannten Türme in der Startaufstellung erscheint die Aufstellung 1 – 2 – 3, die sich im Weiteren nicht mehr verändert.

Herleitung: Wir probieren alle sechs Möglichkeiten aus, die Türme mit der Höhe 1, 2 und 3 nebeneinander anzuordnen. Wir erkennen, dass sich spätestens nach dem 3. Zug die Aufstellung 1 – 2 – 3 zeigt, die sich bei Fortsetzung des Spiels nicht mehr verändert.

Start	1	2	3						1	3	2		
1. Zug		1	2	3						2	1	3	
2. Zug										1	0	2	3
3. Zug												1	2
												3	
Start	2	1	3						2	3	1		
1. Zug	1	0	2	3					1	2	0	3	
2. Zug			1	2	3					1	0	2	3
3. Zug												1	2
												3	
Start	3	1	2						3	2	1		
1. Zug	2	0	1	3					2	1	0	3	
2. Zug	1	0	0	2	3				1	0	0	2	3
3. Zug				1	2	3						1	2
												3	

Aufgabe 3) Lösungshinweise – Antwortsatz: Nach wenigen Spielzügen hat sich die Startaufstellung umgekehrt und bleibt im weiteren Verlauf unverändert.

Begründung: Wir führen beide Spiele aus und notieren die entstehenden Aufstellungen.

Start	1	2	3					
1. Zug		3	3					
2. Zug			4	1	1			
3. Zug				2	2	1	1	
4. Zug					3	2	1	
5. Zug						3	2	1

Start	1	2	3	4					
1. Zug		3	3	4					
2. Zug			4	5	1				
3. Zug				6	2	1	1		
4. Zug					3	2	2	1	1
5. Zug						3	3	2	1
6. Zug							4	3	2
7. Zug								4	3

Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Aufgabe 4) Lösungshinweise – Antwortsatz: Die umgekehrte Startaufstellung von 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 wird nach dem 9. Zug zu sehen sein.

Begründung: Wir schreiben die bisherigen Beobachtungen in einer Tabelle auf.

Anzahl Türme	n	1	2	3	4
Anzahl der Züge	m	1	3	4	6

Die Folge 1 – 3 – 4 – 6 haben wir auch schon bei Aufgabe 3 der Sommeraufgabe gesehen. Wir wollen deshalb vermuten, dass sich für $n = 6$ die Anzahl $m = 4 + 6 - 1 = 9$ und ebenso für $n = 9$ die Anzahl $m = 6 + 9 - 1 = 14$ ergeben könnte. Wir prüfen es:

Start	1	2	3	4	5	6									
1. Zug		3	3	4	5	6									
2. Zug			4	5	6	6									
3. Zug				6	7	7	1								
4. Zug					8	8	2	1	1	1					
5. Zug						9	3	2	2	2	1	1	1		
6. Zug							4	3	3	3	2	2	2	1	1
7. Zug								4	4	4	3	2	2	1	1
8. Zug									5	5	4	3	2	1	1
9. Zug										6	5	4	3	2	1

Start	1	2	3	4	5	6	7	8	9											
1. Zug		3	3	4	5	6	7	8	9											
2. Zug			4	5	6	6	7	8	9											
3. Zug				6	7	7	8	8	9											
4. Zug					8	8	9	9	10	1										
5. Zug						9	10	10	11	2	1	1	1							
6. Zug							11	11	12	3	2	2	2	1	1					
7. Zug								12	13	4	3	3	3	2	2	1	1	1		
8. Zug									14	5	4	4	4	3	3	2	2	2	1	1
9. Zug										6	5	5	5	4	4	3	3	3	2	2
10. Zug											6	6	6	5	5	4	3	3	2	2
11. Zug												7	7	6	6	5	4	3	2	2
12. Zug													8	7	7	6	5	4	3	2
13. Zug														8	8	7	6	5	4	3
14. Zug															9	8	7	6	5	4

Wir setzen also unsere Tabelle mit der Formel bis $n = 9$ fort. Für die nächsten Spalten dieser Tabelle vermuten wir weitere Züge-Zahl, auch wenn wir es (noch) nicht geprüft haben.

Anzahl Türme	n	1	2	3	4	6	9	14	22	35
Anzahl der Züge	m	1	3	4	6	9	14	22?	35?	56?

Es erscheint nun spannend, ob wir beweisen können (ohne aber das Spiel so lange zu spielen), ob wir die Fragezeichen weglassen dürfen. Außerdem wäre es sicherlich interessant, auch für die noch fehlenden Türme-Anzahlen $n = 5, 7, 8, 10, \dots$ die Anzahl der benötigten Züge bis zur Umkehrung der Startaufstellung ermitteln zu können.