RECHNEN
MESSEN
KONSTRUIEREN

ZUSATZHEFT SECHSTES SCHULJAHR

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

RECHNEN
MESSEN
KONSTRUIEREN

ZUSATZHEFT SECHSTES SCHULJAHR

Ausgabe 1959

VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1959

Den Abschnitt I verfaßte Doris Singer,
den Abschnitt II Paul Streu und den Abschnitt III Oskar Mader.

Zeichnungen: Kurt Dornbusch und Heinz Grothmann
Redaktionsschluß: 1. April 1959

ES 11 G · Bestell-Nr. 00609-1
–,35 DM · Lizenz-Nr. 203 · 1000/59(E)
Satz und Druck: Druckerei Neues Deutschland

INHALTSVERZEICHNIS

I. Flächen- und Rauminhaltsberechnung

1. Vorbereitende Übungen

1. Verwandle in Quadratzentimeter: 29 mm^2, 2,7 mm^2, 4,5 dm^2, 2750 mm^2, 12,3 dm^2, 0,8 dm^2, 556 mm^2, 2 m^2, 0,03 m^2, 162,5 mm^2!

2. Verwandle in Quadratmeter: 9,24 a, 3000,54 dm^2, 3,61 ha, 72,84 a, 22,56 cm^2, 263,5 cm^2, 28,28 a, 3,546 ha!

3. Verwandle in Hektar: 23 km^2, 1718 m^2, 3,8 km^2, 0,006 km^2, 428,5 m^2, 560 a, 13 000 m^2, 26,4 a, 3,1 km^2!

4. Verwandle in das nächst kleinere Raummaß: 4 m^3, 8 cm^3, 12 dm^3, 32 dm^3, 12,4 dm^3, 8,64 cm^3, 39,1 dm^3!

5. Verwandle in Kubikmeter: 5000 dm^3, 500 dm^3, 6 300 000 cm^3, 4 dm^3, 8,9 dm^3, 500 000 cm^3, 40,6 dm^3, 3007 dm^3!

6. Verwandle in das nächst größere Raummaß: 1000 dm^3, 4000 mm^3, 7864 cm^3, 500,6 dm^3, 3364 mm^3, 6892 cm^3!

7. Die Seite eines Quadrats mißt **a)** 37 cm, **b)** 68,9 cm, **c)** 57 mm, **d)** 95,87 cm. Wie groß sind Umfang und Flächeninhalt?

8. Länge und Breite eines Rechtecks werden gemessen zu **a)** 54 cm und 19 cm, **b)** 3,80 m und 68 cm, **c)** 17 cm und 38 mm. Wie groß sind Umfang und Flächeninhalt?

9. Der Flächeninhalt eines Quadrats soll aus seinem Umfang, der **a)** 64 m, **b)** 180 cm, **c)** 42 m, **d)** 630 m, **e)** 1376 m lang ist, berechnet werden.

10. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seiten **a)** 4,5 cm und 3,5 cm, **b)** 52,2 cm und 37,9 cm?

11. Berechne die Oberfläche und den Rauminhalt der Würfel mit den Kantenlängen: **a)** 12 cm, **b)** 7 mm, **c)** 3,5 m, **d)** 1,3 dm!

12. Berechne die Oberfläche und den Rauminhalt der Quader mit folgenden Kantenlängen:
a) 25 cm, 12 cm und 17 cm, **b)** 36 cm, 45 cm und 8 cm,
c) 2 m, 0,8 m und 1,5 m, **d)** 5 dm, 20 cm und 4 dm!

2. Einteilung der Vierecke

Die Gestalt eines Viereckes ist von der Größe der Winkel und Seiten abhängig.

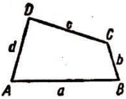


Abb. 1

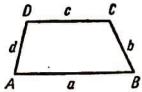


Abb. 2

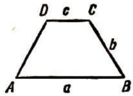


Abb. 3

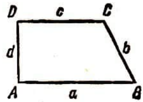


Abb. 4

1. Das unregelmäßige Viereck (Abb. 1) hat vier ungleiche Seiten und vier ungleiche Winkel.
2. Sind in einem Viereck zwei gegenüberliegende Seiten parallel, dann nennen wir es **Trapez** (Abb. 2 bis 4). In einem gleichschenkligen Trapez sind die beiden nicht parallelen Seiten gleich lang. Steht eine der beiden nicht parallelen Seiten senkrecht zu den beiden Parallelen, so spricht man von einem rechtwinkligen Trapez.

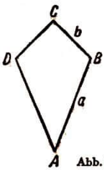


Abb. 5

3. In einem **Drachenviereck** sind je zwei benachbarte Seiten gleich lang (Abb. 5).
4. Sind jeweils die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang, so heißt die Figur **Parallelogramm** (Abb. 6).

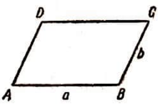


Abb. 6

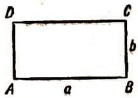


Abb. 7

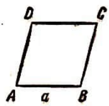


Abb. 8

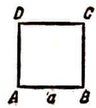


Abb. 9

Ein besonderes Parallelogramm kennen wir schon: das **Rechteck** (Abb. 7). Es ist ein Parallelogramm mit vier rechten Winkeln.

Ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten heißt **Rhombus** (Abb. 8). Sind die Seiten gleich lang und sind alle vier Winkel rechte Winkel, so ist es ein **Quadrat** (Abb. 9).

Aufgaben

1. Nenne die verschiedenen Sonderformen von Parallelogrammen!
2. Suche aus deiner Umgebung Beispiele für die verschiedenen Arten von Vierecken!
3. Fertige aus vier Pappstreifen (2 dm, 4 dm, 6 dm und 8 dm) ein bewegliches Viereck an, indem du die Enden durch Drahtstifte verbindest. Bilde durch Verschieben verschiedene Vierecke!

3. Eigenschaften des Parallelogramms

Wir untersuchen an einem beweglichen Parallelogramm die Seiten und Winkel sowie die Verbindungslinien von je zwei gegenüberliegenden Eckpunkten, die Diagonalen (Abb. 10).

Verändern wir die Gestalt des Parallelogramms und vergleichen wir die Winkel und Strecken, so können wir folgende Eigenschaften feststellen:

a) In einem Parallelogramm sind die Gegenseiten gleich lang (Abb. 11).

$$a = c; \quad b = d$$

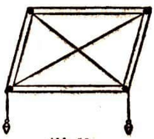


Abb. 10

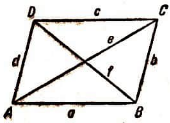


Abb. 11

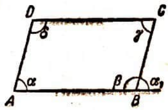


Abb. 12

b) In einem Parallelogramm verlaufen die Gegenseiten zueinander parallel (Abb. 11).

$a \parallel c; \quad b \parallel d$ (Lies: „a ist parallel c")

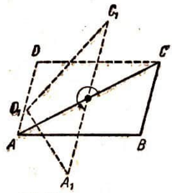


Abb. 13

c) In einem Parallelogramm beträgt die Summe von zwei benachbarten Innenwinkeln 180° (Abb. 12).

$$\alpha_1 + \beta = 180^\circ \quad \text{(Nebenwinkel)}$$

Da aber $\alpha_1 = \alpha$ ist (Stufenwinkel), ist auch

$$\alpha + \beta = 180^\circ, \quad \gamma + \delta = 180^\circ,$$
$$\beta + \gamma = 180^\circ, \quad \delta + \alpha = 180^\circ.$$

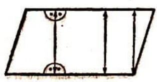


Abb. 14

d) In einem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Winkel gleich groß (Abb. 12).

Da $\alpha_1 = \alpha$ ist (Stufenwinkel) und $\alpha_1 = \gamma$ ist (Wechselwinkel), ist auch $\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$.

e) In einem Parallelogramm gibt es zwei Diagonalen, die im allgemeinen verschiedene Länge haben (Abb. 11). (Beachte aber Rechteck und Quadrat!)

f) In einem Parallelogramm gibt es im allgemeinen keine Symmetrieachse, sondern einen **Symmetriepunkt** (Symmetriezentrum). Dieser fällt mit dem Diagonalenschnittpunkt zusammen. Der Diagonalenschnittpunkt halbiert die Diagonalen (Abb. 13).

g) Der Abstand von zwei parallelen Seiten heißt **Höhe** des Parallelogramms. Wir können die Höhe an verschiedenen Stellen einzeichnen (Abb. 14).

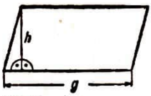


Abb. 15

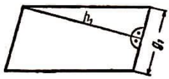


Abb. 16

h) Besonders praktisch ist es, wenn wir nur eine Höhe als Lot von einem Eckpunkt auf die gegenüberliegende Seite fällen. Man bezeichnet die Höhe mit *h* und die Grundlinie mit *g*. Beide sind einander zugehörig (Abb. 15). Auch zur kürzeren Grundseite kann die zugehörige Höhe eingezeichnet werden (Abb. 16).

Aufgaben

1. Sind folgende Flächen achsensymmetrisch? Nenne die Anzahl der Symmetrieachsen!
   a) Parallelogramm, b) ungleichschenkliges Trapez, c) gleichschenkliges Trapez, d) Rechteck, e) Quadrat, f) Rhombus.
2. Die Abbildung 17 zeigt eine Briefwaage. Durch ihre Konstruktion wird erreicht, daß die Waagschale immer in waagerechter Richtung bleibt. Erläutere die Konstruktion! Welche geometrische Figur wurde bei der Konstruktion verwendet?

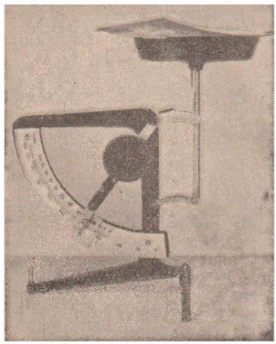


Abb. 17

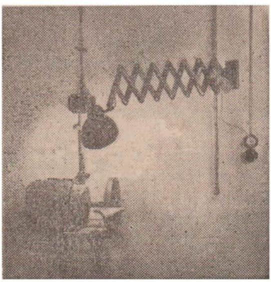


Abb. 18

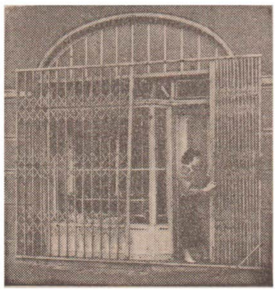


Abb. 19

3. Rhomben werden als Gelenkrhomben zu den verschiedensten Zwecken verwendet. Die Abbildungen 18 und 19 zeigen eine Werkplatzlampe und ein Scherengitter.
   a) Erläutere Bauweise und Vorteil der in den Abbildungen 18 und 19 dargestellten Einrichtungen! Begründe die Vorteile aus den Eigenschaften des Rhombus!
   b) Nenne weitere Beispiele, in denen Gelenkrhomben verwendet werden!
4. Ein Bücherregal ohne Rück- und Vorderwand hat im Querschnitt die Form eines Rechtecks. Da es schon sehr alt ist, verschiebt es sich seitlich, das heißt, es verwandelt sich in ein Parallelogramm. Was muß man tun, um die seitliche Verschiebung zu verhindern? Fertige eine Skizze an und begründe deinen Vorschlag!
5. Um welches Viereck handelt es sich bei den folgenden Bedingungen?
   a) Alle Seiten sind gleich lang.
   b) Alle Winkel sind einander gleich.
   c) Die Diagonalen halbieren einander.
   d) Zwei Gegenseiten sind zueinander parallel.
   e) Die Gegenseiten sind zueinander parallel, und ein Winkel beträgt 90°.
   f) Je zwei Gegenseiten sind einander gleich.
   g) Je zwei benachbarte Seiten sind einander gleich.
6. Schreibe die Eigenschaften auf, die **a)** alle Vierecke, **b)** Trapez und Parallelogramm, **c)** Rhombus und Quadrat gemeinsam haben!

4. Fläche und Umfang des Parallelogramms

1) Wir wissen bereits, wie wir den Flächeninhalt von Figuren messen können. Wir legen die Figuren mit Flächeneinheiten, z. B. Quadratzentimetern, aus und stellen fest, wie oft die Flächeneinheit in der Fläche der Figur enthalten ist. Daneben haben wir die Flächeninhalte des Rechtecks und Quadrats rechnerisch bestimmt.

In einem Rechteck bezeichnen wir allgemein die Länge mit a und die Breite mit b. Daher können wir die Flächenberechnung eines Rechtecks durch folgende Kurzform (Formel) ausdrücken:

$$F_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$$

Da in einem Quadrat Länge und Breite gleich lang sind, werden beide Seiten mit a bezeichnet. Wir merken uns die Formel:

$$F_{\text{Quadrat}} = a \cdot a \quad \text{oder}$$
$$F_{\text{Quadrat}} = a^2$$

2) Es soll die Fläche eines Parallelogramms berechnet werden. Wir zeichnen ein Parallelogramm $ABCD$ auf Millimeterpapier (Abb. 20 a) und schneiden

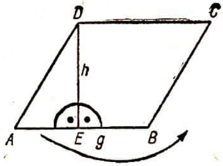


Abb. 20a

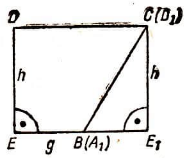


Abb. 20b

es aus. Die Höhe h von D auf g teilt das Parallelogramm in zwei Teilfiguren: in ein rechtwinkliges Dreieck und in ein rechtwinkliges Trapez.

Wir schneiden das Dreieck AED ab und setzen es entsprechend der Abbildung 20b an BC an. Dadurch haben wir das Parallelogramm in ein flächengleiches Rechteck mit der Länge g und der Breite h verwandelt. Daraus erkennen wir, daß wir den Flächeninhalt des Parallelogramms wie den des Rechtecks berechnen können, indem wir die Maßzahl der Grundlinie g mit der Maßzahl der zugehörigen Höhe h multiplizieren.

Den Flächeninhalt eines Parallelogramms berechnet man, indem man die Maßzahlen der Grundlinie und der zugehörigen Höhe miteinander multipliziert.

$$F_{\text{Parallelogramm}} = g \cdot h$$

Beachte: Verwechsle niemals die Höhe h mit den Seiten b und d!

3) Die Abbildung 21 zeigt mehrere Parallelogramme über derselben Grundlinie. Alle haben die gleiche Grundlinie g und die gleiche Höhe h. Für jedes Parallelogramm erhalten wir somit den gleichen Flächeninhalt.

Wir merken uns:

Parallelogramme mit gleicher Grundlinie und mit gleicher Höhe sind flächengleich.

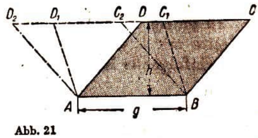


Abb. 21

4) Um den Umfang eines Parallelogramms zu bestimmen, bilden wir die Summe aus den vier Seiten. Wegen der Gleichheit der gegenüberliegenden Seiten ergibt sich:

$$u_{\text{Parallelogramm}} = 2\,a + 2\,b$$

Beispiel:

Die Grundlinie eines Parallelogramms beträgt 3,25 m und die zugehörige Höhe 2,15 m.
Berechne den Flächeninhalt!

Gegeben: $g = 3{,}25$ m, $h = 2{,}15$ m. Gesucht: F (in m²).

$F = g \cdot h$

$F = 3{,}25 \cdot 2{,}15$ Überschlag: $3 \cdot 2 = 6$

$F = 6{,}9875$

Nebenrechnung:

```
3,25 · 2,15
-----------
 650
  325
  1625
-----------
 6,9875
```

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Parallelogramms beträgt rund 7 m².

Aufgaben

1. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Parallelogramms für
   a) $g = 24$ cm, $h = 19$ cm b) $g = 36$ cm, $h = 12{,}5$ cm
   c) $g = 4{,}5$ m, $h = 2{,}4$ m d) $g = 38{,}5$ cm, $h = 22{,}7$ cm
   e) $g = 142{,}5$ cm, $h = 82{,}4$ cm f) $g = 4{,}5$ cm, $h = 137$ cm
   g) $g = 82{,}75$ m, $h = 7{,}28$ m h) $g = 7{,}5$ cm, $h = 5{,}4$ cm?
2. Zeichne ein Parallelogramm mit den Seiten $a = 6$ cm und $b = 4$ cm, die einen Winkel von 60° einschließen! Bestimme die beiden Höhen und berechne den Flächeninhalt auf zweierlei Art sowie den Umfang! Vergleiche die beiden Ergebnisse für den Flächeninhalt!
3. Berechne aus den Maßen den Flächeninhalt der Parallelogramme!
   a) $a = 4{,}8$ cm, $h_a = 3{,}2$ cm b) $c = 7$ cm, $h_c = 4$ cm
   c) $a = 5{,}2$ cm, $h_a = 10{,}8$ cm d) $b = 3{,}7$ cm, $h_b = 4{,}1$ cm
   e) $a = 3\frac{1}{2}$ m, $h_a = 1\frac{3}{4}$ m f) $d = 3{,}73$ m, $h_d = 1{,}88$ m

5. Fläche und Umfang des Dreiecks

1) Auch in einem Dreieck kann man die Höhe einzeichnen. Hierfür fällt man von einem Eckpunkt das Lot auf die gegenüberliegende Seite (Abb. 22 a).

Wir falten einen Bogen Papier zusammen und schneiden ein beliebiges Dreieck doppelt aus. Auf diese Weise erhalten wir zwei gleiche Dreiecke (Abb. 22 a und b). In beiden Dreiecken benennen wir die Grundlinie mit g und die Höhe mit h! Wir setzen beide Dreiecke so zusammen, wie es in den

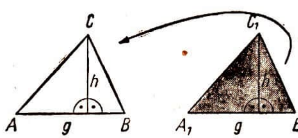


Abb. 22a Abb. 22b

Abbildungen 22a und b dargestellt wird. Es entsteht ein Parallelogramm mit der gleichen Grundlinie g und der gleichen Höhe h (Abb. 23).

Wir erkennen: Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist halb so groß wie der Flächeninhalt eines Parallelogramms, wenn beide dieselbe Grundlinie g und dieselbe Höhe h haben.

Daraus erhalten wir die Formel: $F_{\text{Dreieck}} = \frac{g \cdot h}{2}$

In jedem Dreieck gibt es drei verschiedene Höhen. Man bezeichnet sie nach den Seiten, auf denen sie senkrecht stehen, mit h_a, h_b und h_c (Abb. 24a bis c).

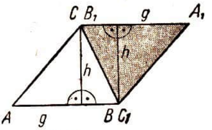


Abb. 23

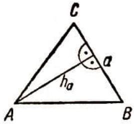


Abb. 24a

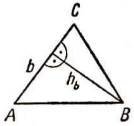


Abb. 24b

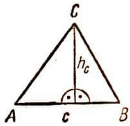


Abb. 24c

Wir überprüfen die Formel über die Dreiecksfläche an drei weiteren Dreiecken in entsprechender Weise, indem wir wieder jedes doppelt ausschneiden und je zwei zum Parallelogramm zusammenfügen. Dabei wählen wir in jedem Dreieck eine andere Dreiecksseite als Grundlinie des Parallelogramms. In jedem Fall finden wir, daß die Dreiecksfläche gleich der halben Parallelogrammfläche ist.

Allgemein können wir sagen:

Den Flächeninhalt eines Dreiecks berechnet man, indem man die Maßzahl einer Seite mit der Maßzahl der zugehörigen Höhe multipliziert und das Produkt halbiert.

$$F_{\text{Dreieck}} = \frac{s \cdot h_s}{2}$$

2) Die Abbildung 25 zeigt mehrere Dreiecke über derselben Grundlinie. Alle haben die gleiche Grundlinie g und die gleiche Höhe h. Für jedes Dreieck erhalten wir somit den gleichen Flächeninhalt.

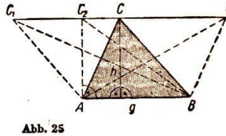


Abb. 25

Wir merken uns:

Dreiecke mit gleicher Grundlinie und mit gleicher Höhe sind flächengleich.

3) Unter den Dreiecken der Abbildung 25 befindet sich ein rechtwinkliges Dreieck ABC_2. Setzen wir zwei gleiche rechtwinklige Dreiecke entsprechend der Abbildung 26 zusammen, so entsteht ein Rechteck.

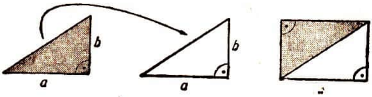
Abb. 26a 

Abb. 26b

Der Flächeninhalt des Rechtecks beträgt $F_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$.

Es ergibt sich demnach für den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks die Formel:

$$F_{\text{rechtw. Dreieck}} = \frac{a \cdot b}{2}$$

Merke:

1. In einem rechtwinkligen Dreieck heißen die beiden senkrecht aufeinanderstehenden Seiten **Katheten.** Die beiden Katheten schließen den rechten Winkel ein.
2. Man berechnet den Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks, indem man die Maßzahlen der beiden Katheten miteinander multipliziert und das Produkt halbiert.

4) Den Umfang eines Dreiecks berechnen wir, indem wir die Summe aus den Maßzahlen der drei Seiten bilden.

$$u_{\text{Dreieck}} = a + b + c$$

Beispiel 1:

Berechne den Flächeninhalt eines Dreiecks mit der Seite $a = 3{,}7$ dm und der zugehörigen Höhe $h_a = 18{,}4$ cm! (Vgl. Abb. 24 a!)

Gegeben: $a = 3{,}7$ dm, $h_a = 18{,}4$ cm $= 1{,}84$ dm. Gesucht: F (in dm²).

$$F = \frac{s \cdot h_s}{2}$$

$$F = \frac{3{,}7 \cdot 1{,}84}{2} \qquad \text{Ü.: } \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$

$$F = 3{,}7 \cdot 0{,}92$$

$$F = 3{,}404$$

Nebenrechnung:

$$\begin{array}{r} 3{,}7 \cdot 0{,}92 \\ \hline 333 \\ 74 \\ \hline 3{,}404 \end{array}$$

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt rund 3,40 dm².

Beachte: Vor der Berechnung wandle in gleiche Maßeinheiten um!

Beispiel 2:

Berechne den Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten 15 cm bzw. 24 cm lang sind! (Vgl. Abb. 26 a!)

Gegeben: $a = 24$ cm, $b = 15$ cm. Gesucht: F (in cm²).

$$F = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$F = \frac{24 \cdot 15}{2}$$

$$F = 180$$

Ergebnis: Der Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks beträgt 180 cm².

Aufgaben

1. Zeichne **a)** ein spitzwinkliges, **b)** ein rechtwinkliges, **c)** ein stumpfwinkliges Dreieck! Konstruiere durch zwei Eckpunkte die Parallelen zu den gegenüberliegenden Seiten! Was für Figuren entstehen?

2. Begründe, daß der Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks ($\gamma = 90°$) durch $F = \frac{1}{2}\, a \cdot b$ berechnet werden kann!

3. Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke mit den angegebenen Maßen!

a) $a = 3{,}7$ cm, $h_a = 4{,}2$ cm   **b)** $b = 6{,}5$ cm, $h_b = 2{,}9$ cm
c) $c = 12{,}8$ cm, $h_c = 8{,}4$ cm   **d)** $a = 6$ cm, $h_a = 5$ cm
e) $h_b = 4{,}3$ cm, $b = 2$ cm   **f)** $h_c = 2{,}8$ cm, $c = 4$ cm
g) $a = 12{,}4$ cm, $h_a = 4{,}9$ cm   **h)** $b = 5{,}4$ cm, $h_b = 4{,}5$ cm

4. Zeichne ein Dreieck aus $a = 11$ cm, $b = 8$ cm und $c = 6$ cm und bestimme die Längen der drei Höhen aus der Zeichnung! Berechne den Inhalt aus jeder Dreiecksseite und der zugehörigen Höhe und vergleiche die Ergebnisse! Sprich das Ergebnis der Untersuchung in einem Satz aus! Berechne den Umfang des Dreiecks!

5. Zeichne ein Dreieck aus $a = 6$ cm; $b = 8$ cm; $c = 9$ cm! Zeichne die drei Höhen und berechne den Flächeninhalt auf dreierlei Art! Vergleiche die Ergebnisse! Berechne den Umfang des Dreiecks!

6. Berechne den Flächeninhalt eines Dreiecks nach folgenden Angaben:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
c	15 cm	64 cm	27,4 cm	7,28 m	36,7 cm	2,775 m
h_c	22 cm	55 cm	22,5 cm	87,5 m	44,8 cm	3,808 m!

7. Berechne aus den Maßen den Flächeninhalt rechtwinkliger Dreiecke!

a) $a = 4{,}5$ cm, $b = 6{,}4$ cm, $\gamma = 90°$ **b)** $c = 3$ cm, $b = 4$ cm, $\alpha = 90°$ **c)** $a = 0{,}5$ dm, $c = 0{,}3$ dm, $\beta = 90°$ **d)** $a = 6{,}4$ cm, $b = 2{,}5$ cm, $\gamma = 90°$

8. Gib den Flächeninhalt der Dreiecke in der Aufgabe **3** an **a)** in Quadratmillimetern, **b)** in Quadratdezimetern!

9. a) Der dreieckige Teil an der Giebelfläche eines Hauses ist 10,50 m breit und 2,75 m hoch. Berechne seinen Flächeninhalt!

b) Diese Fläche soll verputzt werden. Wie hoch werden die Kosten, wenn für das Verputzen 4,50 DM je Quadratmeter berechnet werden?

10. Im Werkunterricht wird ein Werkstück hergestellt, dessen Fläche in der Abbildung 27 dargestellt ist. Berechne den Flächeninhalt!

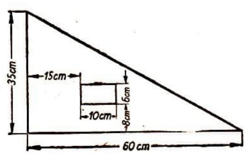


Abb. 27

11. Ein dreieckiges Feld (Seite 295 m, zugehörige Höhe 183 m) soll mit Kunstdünger gedüngt werden. Wieviel Doppelzentner werden benötigt, wenn je Hektar drei Doppelzentner genommen werden sollen?

12. Stecke unter Verwendung von Fluchtstäben auf dem Schulhof ein Dreieck ab!

a) Schätze den Flächeninhalt!

b) Ermittle durch Konstruktion in geeignetem Maßstab die Länge einer Höhe, miß diese und die zugehörige Seite und berechne den Flächeninhalt!

13. Zeichne viele Dreiecke, die in einer Seite und dem Flächeninhalt übereinstimmen!

6. Fläche und Umfang des Trapezes

1) Die Abbildung 28a stellt ein unregelmäßiges Trapez dar. Die zueinander parallelen Seiten *a* und *c* bezeichnet man als große und kleine Grundseite. Der Abstand der beiden parallelen Seiten ist die Höhe des Trapezes. Man bezeichnet sie mit *h*.

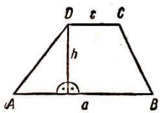


Abb. 28a

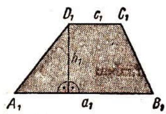


Abb. 28b

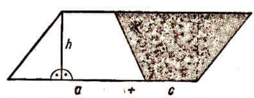


Abb. 29

Wir wollen versuchen, auch das Trapez in eine uns bekannte Fläche zu verwandeln. Wir schneiden zwei Trapeze, die in ihrer Form und Größe übereinstimmen, aus und legen sie nebeneinander (Abb. 28a und b). Nachdem wir die entsprechenden Seiten gleich benannt haben, setzen wir die beiden Trapeze zu einem Parallelogramm zusammen (Abb. 29). Die Grundlinie des entstandenen Parallelogramms beträgt $g = a + c$; die Höhe ist h.

Das Parallelogramm, das aus zwei gleichen Trapezen gebildet wurde, hat demnach den Flächeninhalt:

$$F = (a + c) \cdot h.$$

Der Flächeninhalt eines der beiden Trapeze ist halb so groß wie der des Parallelogramms.

$$F_{\text{Trapez}} = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

Den Flächeninhalt eines Trapezes berechnet man, indem man die halbe Summe der Maßzahlen der Grundseiten mit der Maßzahl der Höhe multipliziert.

2) Um den Umfang des Trapezes zu berechnen, bilden wir die Summe aus den Maßzahlen der vier Seiten.

$$u_{\text{Trapez}} = a + b + c + d$$

Beispiel: Wie groß ist der Flächeninhalt eines Trapezes, wenn die beiden parallelen Seiten $a = 6{,}4$ cm, $c = 4{,}8$ cm und ihr Abstand $h = 2{,}7$ cm betragen?

Gegeben: $a = 6{,}4$ cm, $c = 4{,}8$ cm, $h = 2{,}7$ cm. Gesucht: F (in cm²).

$$F = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

$$F = \frac{6{,}4 + 4{,}8}{2} \cdot 2{,}7 \qquad \text{Ü.:} \frac{6+4}{2} \cdot 3 = 15$$

$$F = \frac{11{,}2}{2} \cdot 2{,}7$$

$$F = 5{,}6 \cdot 2{,}7$$

$$F = 15{,}12$$

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt rund 15 cm².

Beachte: Kürze niemals in Summen! Nachdem du die Zähler addiert hast, darfst du kürzen.

Aufgaben

1. Berechne den Flächeninhalt folgender Trapeze!

	Große Grundseite	kleine Grundseite	Höhe
a)	6 cm	25 mm	1 dm
b)	2,5 dm	64 cm	280 mm
c)	2 m	13 dm	480 mm
d)	14 cm	27 cm	0,75 m
e)	1,30 m	2,40 m	1,80 m
f)	270 dm	36 m	18 m

2. Wie groß ist der Flächeninhalt der Trapeze mit folgenden Seiten:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
a	13 cm	25 cm	54 cm	127 cm	79 m	8,45 m	35,97 m
c	9 cm	19 cm	46 cm	73 cm	58 m	3,67 m	19,48 m
h	16 cm	15 cm	33 cm	59 cm	37 m	4,53 m	23,75 m?

3. Welchen Flächeninhalt hat der trapezförmige Querschnitt eines Deiches, dessen Sohle 44 m, dessen Krone 16 m und dessen Höhe 11 m beträgt?

4. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Trapezes, bei dem die kleine und große Grundseite gleich lang sind ($a = c$)? Um welche Figur handelt es sich?

5. Welchen Flächeninhalt hat der trapezförmige Querschnitt eines Kanals, der oben 13,80 m breit, unten 10,40 m breit und 3,80 m tief ist?

6. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Trapezes, bei dem die kleine Grundseite c die Länge Null hat? Um welche Figur handelt es sich?

7. Der Flächeninhalt von Vielecken

Die landwirtschaftliche Nutzfläche (LNF) einer neu gegründeten LPG soll festgestellt werden. Aus der Flurkarte werden die einzelnen Flächen im Maßstab entnommen. Häufig haben sie eine unregelmäßige Form (Abb. 30). Man kann den Flächeninhalt jedes beliebigen Vielecks durch Messen geeigneter Strecken und durch anschließende Rechnung ermitteln. Dazu wird das Vieleck in Figuren unterteilt, deren Flächeninhalt man berechnen kann. Es gibt zwei einfache Methoden.

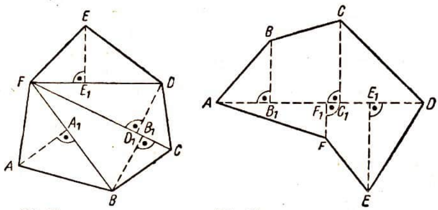


Abb. 30a Abb. 30b

a) Die Dreiecksmethode

Man zerlegt die Vielecke durch Diagonalen in Dreiecke (Abb. 30a). In diesen mißt man jeweils eine Seite und die dazugehörige Höhe und berechnet so den Flächeninhalt der einzelnen Dreiecke. Die Summe der Teilflächen ergibt den Flächeninhalt der gesamten Figur.

b) Die Trapezmethode

Man legt eine Diagonale durch das Vieleck und fällt von allen Eckpunkten die Lote auf diese Diagonale (Abb. 30b). Dadurch entstehen Trapeze und rechtwinklige Dreiecke. Die Lote bilden die kleinen und großen Grundseiten in den Trapezen bzw. eine Seite in den rechtwinkligen Dreiecken. Die zu den einzelnen Teilfiguren gehörenden Höhen werden auf der Diagonalen gemessen. Man berechnet die Teilflächen und erhält als deren Summe den Flächeninhalt des Vielecks.

Aufgaben

1. Ermittle den Flächeninhalt der Vielecke in den Abbildungen 30 a und b!
2. Ermittle den Flächeninhalt des in der Abbildung 31 dargestellten Vielecks!
3. Pause die Abbildung 32 auf durchsichtiges Papier! Bestimme den Flächeninhalt des Vielecks **a)** nach der Dreiecksmethode und **b)** nach der Trapezmethode! Vergleiche die Ergebnisse!
4. Der Fußboden eines Krankenzimmers soll mit Fußbodenbelag belegt werden. Die Grundfläche des Krankenzimmers zeigt die Abbildung 33.
   a) Wieviel Quadratmeter Fußbodenbelag müssen verlegt werden?
   b) Wieviel Meter Umrandungsleisten werden benötigt?
5. Berechne den Flächeninhalt des in der Abbildung 34 gezeigten Bleches! (Die Maße sind in Millimetern angegeben.)
6. Die Abbildung 35 zeigt die Giebelfläche eines Hauses.
   a) Berechne den Flächeninhalt der Giebelfläche!
   b) Wieviel DM kostet das Verputzen dieser Fläche, wenn je Quadratmeter 4,50 DM berechnet werden?

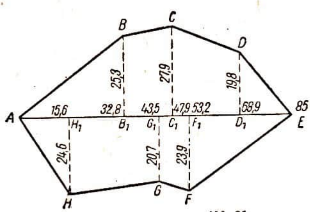


Abb. 31

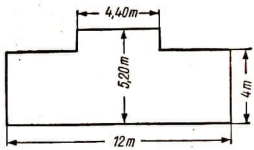


Abb. 33

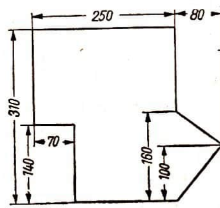


Abb. 34

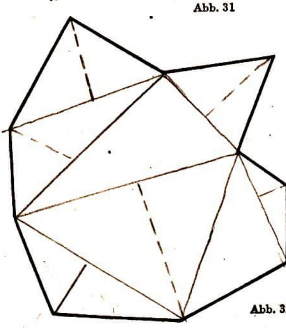


Abb. 32

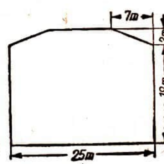


Abb. 35

7. Berechne den Flächeninhalt des in der Abbildung 36 dargestellten Bleches! (Die Maße sind in Millimetern angegeben.)

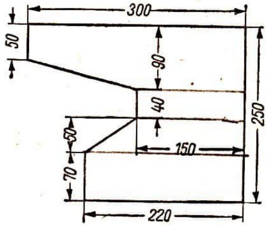


Abb. 36

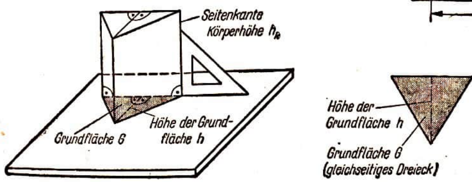


Abb. 37

8. Oberfläche und Volumen des geraden Prismas

1) Die Abbildung 37 stellt ein dreiseitiges gerades Prisma dar. Grund- und Deckfläche des Körpers haben die gleiche Form und Größe und liegen parallel zueinander. Die Seitenflächen sind Rechtecke, die auf der Grundfläche senkrecht stehen. Die Körperhöhe, nämlich der Abstand zwischen Grund- und Deckfläche, entspricht der Seitenkante des Körpers. Diese ist zugleich die Höhe einer Seitenfläche. Die Körperhöhe h_k muß von der Höhe h der Grundfläche unterschieden werden.

Prismen können in vielen Formen auftreten (vgl. Abb. 65 bis 70 auf Seite 131 im Lehrbuch). Bei einem Prisma sind jedoch stets die Grund- und Deckflächen Vielecke von gleicher Form und Größe, und die Seitenflächen sind Rechtecke. Zahlreiche Werkstücke, Bauteile und Gebrauchsgegenstände haben die Form eines Prismas. Auch die Dämme, die zum Schutz gegen Hochwasser errichtet werden, oder die Entwässerungsgräben, die in sumpfigen Gebieten zur Gewinnung von Neuland gezogen werden, haben die Form eines Prismas.

2) Die Oberfläche.

Oft ist es notwendig, die Oberfläche eines Prismas zu berechnen; zum Beispiel, wenn Eisenträger mit einem Rostschutzmittel angestrichen werden sollen, oder wenn prismatische Werkstücke mit Chrom, Nickel u. a. überzogen werden.

Das Netz eines Prismas zeigt uns die Teilflächen, die seine Oberfläche bilden. Die Oberfläche eines regelmäßigen dreiseitigen Prismas (Abb. 41) setzt sich zum Beispiel aus zwei gleichen gleichseitigen Dreiecken (Grundfläche und Deckfläche) und drei gleich großen Rechtecken zusammen. Ebenso können wir das Netz von einem trapezförmigen Prisma zeichnen. Das Netz hat nur zwei gleich große Flächen, nämlich die Grundfläche und die Deckfläche. Wir bezeichnen jede mit G. Die anderen vier Begrenzungsflächen sind Rechtecke. Sie haben die gleiche Höhe, unterscheiden sich aber in ihrer Breite. Diese Rechtecke sind die Seitenflächen F_1, F_2, F_3, F_4 (Abb. 38).

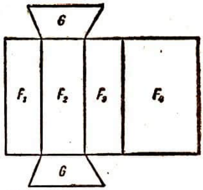


Abb. 38

Wollen wir die Oberfläche dieses Prismas berechnen, so errechnen wir den Inhalt der einzelnen Begrenzungsflächen und addieren die Einzelergebnisse.

Diesen Rechenweg können wir für jedes beliebige Prisma anwenden.

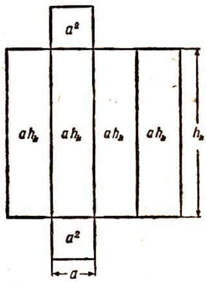


Abb. 39

Die Oberfläche eines Prismas berechnet man, indem man den Flächeninhalt der Grund- und Deckfläche (2 *G*) und den der Seitenflächen ermittelt und die gefundenen Werte addiert.

$$\text{Oberfläche}_{\text{Prisma}} = 2\,G + \text{Summe der Seitenflächen}$$

Die Seitenflächen insgesamt nennen wir den **Mantel** (M) des Prismas. So können wir uns merken:

$$O_{\text{Prisma}} = 2\,G + M$$

Wollen wir die Oberfläche eines regelmäßigen Prismas berechnen, dann vereinfachen sich die Rechenvorgänge, da die Seitenflächen gleich große Rechtecke sind.

Das Netz eines quadratischen Prismas (Abb. 39) besteht aus zwei gleich großen Quadraten und aus vier gleich großen Rechtecken.

$$O_{\text{quadr. Prisma}} = 2\,a^2 + 4\,a\,h_k$$

Das Netz eines Würfels (Abb. 40) besteht aus sechs gleich großen Quadraten.

$$O_{\text{Würfel}} = 6\,a^2$$

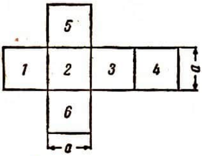


Abb. 40

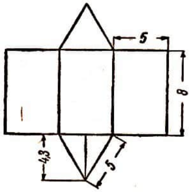


Abb. 41

Beispiel:

Berechne die Oberfläche eines 8,0 cm hohen regelmäßigen dreiseitigen Prismas! Die Grundfläche ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $s = 5{,}0$ cm und der Höhe $h_s = 4{,}3$ cm (Abb. 41).

Gegeben: $s = 5{,}0$ cm, $h_s = 4{,}3$ cm, $h_k = 8{,}0$ cm. Gesucht: O (in cm²).

$$O = 2\,G + 3\,F$$

G ist ein gleichseitiges Dreieck

$$G = \frac{s \cdot h_s}{2}$$

$$G = \frac{5 \cdot 4{,}3}{2}$$

$$G = \frac{21{,}5}{2}$$

$$2\,G = 21{,}5$$

F ist ein Rechteck

$$F = s \cdot h_k$$

$$F = 5 \cdot 8$$

$$F = 40$$

$$3\,F = 120$$

Einsetzen:

$$O = 21{,}5 + 120$$

$$O = 141{,}5$$

Ergebnis: Die Oberfläche des dreiseitigen Prismas beträgt 141,5 cm².

3) Das Volumen. Bei einem Brückenbau soll die Zufahrtstraße erhöht werden. Dazu wird ein Damm aufgeschüttet. Der Bauplan muß berücksichtigen, wieviel Erde dafür zu bewegen ist. In einem anderen Fall sind für den Bau eines Hauses Stahlträger bereitzustellen. Man muß berechnen, wieviel Stahl benötigt wird.

Für einfache Prismen, wie Quader, Würfel und quadratisches Prisma, kennen wir schon die Berechnung des Volumens. Wir berechnen mit den Maßzahlen der Länge und Breite die Grundfläche und multiplizieren dann mit der Maßzahl der Höhe h_k (Abb. 42).

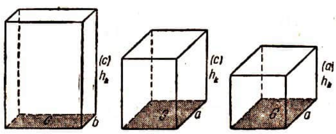


Abb. 42

Wir können die Berechnung des Volumens durch folgende Formeln ausdrücken:

Quader:	$V = a \cdot b \cdot c$
Quadratisches Prisma:	$V = a \cdot a \cdot c$
Würfel:	$V = a \cdot a \cdot a$

Da wir jedesmal zunächst die Grundfläche G berechnen und dann mit der Maßzahl der Höhe h_k multiplizieren, können wir kurz schreiben:

$$V = G \cdot h_k$$

Diese Formel kann man auch zur Berechnung des Volumens eines anders gestalteten Prismas anwenden. Wir müssen jedoch stets darauf achten, was für eine Grundfläche das Prisma hat. Wir erhalten somit für die Berechnung des Volumens von Prismen eine einheitliche Formel.

$$V_{\text{Prisma}} = G \cdot h_k$$

Das Volumen eines geraden Prismas berechnet man, indem man die Maßzahl der errechneten Grundfläche mit der Maßzahl der Körperhöhe multipliziert.

Beispiel 1:

Berechne das Volumen eines dreiseitigen Prismas, das 8,25 cm hoch ist! Die Grundfläche ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $s = 5$ cm und der Höhe $h_s = 4{,}3$ cm.

Gegeben: $s = 5$ cm, $h_s = 4{,}3$ cm, $h_k = 8{,}25$ cm. Gesucht: V (in cm³).

$$V = G \cdot h_k \quad (G \text{ ist ein Dreieck})$$

Berechnen der Grundfläche: $G = \frac{s \cdot h_s}{2}$

$G = \frac{5 \cdot 4{,}3}{2}$

$G = 10{,}75 \text{ cm}^2$

Einsetzen: $V = 10{,}75 \cdot 8{,}25$ (Ü.: $11 \cdot 8 = 88$)

$V = 88{,}6875$

Ergebnis: Das Volumen des Prismas beträgt rund 88,7 cm³.

Beispiel 2:

Der Querschnitt eines Dammes ist ein gleichschenkliges Trapez. Seine Sohle mißt 36 m, seine Krone 10 m, seine Höhe 7,50 m. Wieviel Kubikmeter Erde müssen aufgeschüttet werden, wenn der Damm 1 km lang werden soll (Abb. 43)?

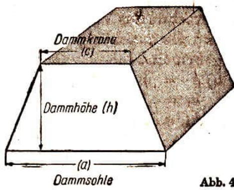


Abb. 43

Gegeben: $a = 36\,\text{m}$, $c = 10\,\text{m}$, $h = 7{,}50\,\text{m}$,
$h_k = 1\,\text{km} = 1000\,\text{m}$.

Gesucht: V (in m^3).

$V = G \cdot h_k$ (G ist ein Trapez)

Berechnen der Querschnittsfläche:

$$G = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

$$G = \frac{36+10}{2} \cdot 7{,}5$$

$$G = 23 \cdot 7{,}5 \qquad (\text{Ü.: } 20 \cdot 8 = 160)$$

$$G = 172{,}5\,\text{m}^2$$

Einsetzen:

$$V = 172{,}5 \cdot 1000$$

$$V = 172\,500$$

Ergebnis: Es müssen 172500 m³ Erde bewegt werden.

4) Merke:

a) Verwende zum Berechnen des Volumens eines Prismas die Formel $V = G \cdot h_k$! Dabei wird G als Grundfläche gesondert berechnet.
b) Fertige dir stets von der Grundfläche (bzw. vom Querschnitt) eine Planskizze an.
c) Bringe vor der Berechnung alle Maße auf die gleiche Maßeinheit.
d) Überlege vor der Berechnung, welche Maßeinheit dem Ergebnis hinzugefügt werden muß.
e) Rechne mit unbenannten Zahlen! Vergiß die Überschlagsrechnung nicht!
f) Runde das Ergebnis sinnvoll!

Aufgaben

1. Die Grundfläche eines dreiseitigen Prismas ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten 4 cm und 3 cm. Die Höhe des Prismas beträgt 20 cm. Berechne die Oberfläche und den Rauminhalt!

2. Berechne Oberfläche und Volumen von Prismen, deren Grundflächen rechtwinklige Dreiecke sind! (Der rechte Winkel liegt bei C)

a)	b)	c)	d)
$a = 4$ cm	$a = 1{,}3$ cm	$a = 7{,}2$ cm	$a = 5{,}3$ cm
$b = 9$ cm	$b = 1{,}8$ cm	$b = 35$ mm	$b = 5{,}3$ cm
$h_k = 12$ cm	$h_k = 6{,}2$ cm	$h_k = 40$ cm	$h_k = 53$ mm

3. Berechne Volumen und Oberfläche eines quadratischen Prismas!

a)	b)	c)
$a = 7$ cm	$a = 16$ cm	$a = 3{,}4$ cm
$h_k = 9$ cm	$h_k = 4$ cm	$h_k = 15{,}7$ cm

4. Berechne das Volumen eines dreiseitigen Prismas, wenn eine Grundkante s und die zugehörige Höhe h_s der Grundfläche sowie die Körperhöhe h_k gegeben sind!

a) $s = 8$ cm, $h_s = 5$ cm, $h_k = 15$ cm
b) $s = 4{,}2$ cm, $h_s = 3{,}4$ cm, $h_k = 30$ cm
c) $s = 6{,}5$ cm, $h_s = 83$ mm, $h_k = 24$ mm

5. Berechne das Volumen eines Prismas! Seine Grundfläche ist ein Parallelogramm, dessen Grundlinie s und die zugehörige Höhe h_s gegeben sind. Die Körperhöhe ist h_k.

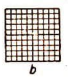
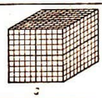
a) $s = 35$ cm, $h_s = 10$ cm, $h_k = 25$ cm
b) $s = 4{,}5$ cm, $h_s = 37$ mm, $h_k = 7$ cm
c) $s = 1{,}5$ cm, $h_s = 2{,}4$ cm, $h_k = 40$ cm

6. Berechne das Volumen eines Prismas, dessen Grundfläche ein Trapez ist! Die beiden parallelen Seiten sind a und c, ihr Abstand ist h und die Körperhöhe ist h_k.

a) $a = 8$ cm, $c = 5$ cm, $h = 6$ cm, $h_k = 11$ cm
b) $a = 3{,}9$ cm, $c = 5{,}4$ cm, $h = 2{,}6$ cm, $h_k = 8{,}5$ cm
c) $a = 28$ mm, $c = 1{,}7$ cm, $h = 7{,}3$ cm, $h_k = 98$ mm

9. Aufgaben zur Übung und Wiederholung

Zusammenfassende Übersicht

Längenmaße	Flächenmaße	Körpermaße	Hohlmaße
 a	 b	 c	
Umrechnungszahl 10	Umrechnungszahl 100	Umrechnungszahl 1000	Umrechnungszahl 1000
km	km²	—	—
100 m	ha	—	—
10 m	a	—	—
m	m²	m³	1000 l = 10 hl
dm	dm²	dm³	l
cm	cm²	cm³	ml
mm	mm²	mm³	—
Hochzahl: 1	Hochzahl: 2	Hochzahl: 3	

Merke:

1. Strecken haben 1 Ausdehnung – Länge;
   Flächen haben 2 Ausdehnungen – Länge und Breite;
   Körper haben 3 Ausdehnungen – Länge, Breite und Höhe.
2. Die Ergebnisse müssen entsprechend den Bedingungen der Aufgaben sinnvoll gerundet werden.

Aufgaben

Aus der Landwirtschaft

1. Die Regenhöhe wird in Wetterstationen mit dem Regenmesser gemessen. Unter Regenhöhe versteht man die Höhe, mit der das Regenwasser den Boden bedecken würde, wenn es weder abfließen noch verdunsten würde.
   a) Wieviel Liter Regenwasser sind bei einer Regenhöhe von 15 mm auf 1 m^2 gefallen?
   b) Wieviel Hektoliter Wasser sind das auf einem Hektar?

2. Ein Genossenschaftsbauer hat in seinem Garten 8 Gemüsebeete von je 3,20 m Länge und 1,10 m Breite angelegt. Es sind 5 mm Regen gefallen.
   a) Wieviel Kubikdezimeter Wasser sind auf alle 8 Beete gefallen? Wieviel Liter sind das?
   b) Wieviel Gießkannen zu je 12 Liter Inhalt hätte er auf die Beete gießen müssen, um dem Boden die gleiche Wassermenge zukommen zu lassen?

3. Ein Feld liegt an der Kreuzung zweier Straßen, die sich unter einem spitzen Winkel schneiden. Es hat die Form eines Parallelogramms. Die größeren Seiten sind je 450 m lang, ihr Abstand voneinander beträgt 72 m.
   a) Wie groß ist die Fläche des Feldes?
   b) Wieviel Doppelzentner Kartoffeln wird man ernten, wenn ein Durchschnittsertrag von 210 dz je ha angenommen werden kann?
   c) Wieviel Personen können davon ihre Einkellerungskartoffeln erhalten, wenn man für eine Person 1,25 dz Kartoffeln rechnet?

4. Für die Lehrer einer Zentralschule soll ein Wohnhaus gebaut werden. Es steht ein Grundstück zur Verfügung, das die Form eines rechtwinkligen Trapezes hat (Maße: große Grundseite 45 m, kleine Grundseite 27 m, Tiefe 18 m). Die rechteckige Baustelle ist 12,50 m lang und 9,75 m breit. Wieviel Quadratmeter Land bleiben für Hof und Garten übrig?
   a) Entwirf eine Skizze!
   b) Berechne den Flächeninhalt des ganzen Grundstückes!
   c) Berechne den Flächeninhalt der Baustelle!
   d) Berechne den Flächeninhalt von Hof und Garten!

5. Unter einem Satteldach liegt ein Heuboden. Seine Bodenfläche ist 16,5 m × 11,5 m groß; der Abstand des Firstes von der Bodenfläche beträgt 4,5 m.

a) Zeichne den Querschnitt! (1 cm ≙ 3 m)

b) Berechne den Rauminhalt des Bodens!

c) Wieviel Heu kann er aufnehmen, wenn 1 dz Heu einen Raum von 1,5 m³ einnimmt?

6. Ein Obstgarten hat die Form eines Parallelogramms. Seine Seiten sind 45 m und 65 m lang, der Abstand zweier gegenüberliegender Seiten beträgt 60 m.

a) Fertige eine Zeichnung im Maßstab 1:1000!

b) Wie groß ist die Gartenfläche?

c) Wieviel Quadratmeter Maschendraht mit einer Breite von 1,60 m benötigt man für die Einzäunung? (Runde auf volle 10 m²!)

7. Von einem Feld wurden 192 dz Kartoffeln geerntet. Das Feld ist dreieckig; eine Seite ist 160 m lang, die gegenüberliegende Ecke ist 120 m von dieser Seite entfernt.

a) Entwirf eine Skizze! b) Berechne den Flächeninhalt des Feldes!

c) Berechne den Hektarertrag an Kartoffeln!

8. Um den Ertrag zu steigern, beschloß eine LPG in ihrer Mitgliederversammlung, ein Stück saurer Wiese zu kultivieren. Dazu ist es notwendig, mehrere Entwässerungsgräben anzulegen. Die Gräben haben einen trapezförmigen Querschnitt (untere Breite 40 cm, obere Breite 120 cm, Tiefe 60 cm). Die Gesamtlänge der Entwässerungsgräben beträgt 1200 m.

a) Fertige eine Skizze an!

b) Wieviel Kubikmeter Erde müssen bewegt werden?

9. Der Querschnitt einer Kartoffelmiete hat ungefähr die Form eines gleichschenkligen Dreiecks (Abb. 44). (Die Kartoffeln werden durch eine Schicht Stroh und eine Schicht Erde vor Witterungsschäden geschützt.) Wieviel Doppelzentner Kartoffeln können in einer 50 m langen Miete gelagert werden, wenn 7,5 dz Kartoffeln etwa 1 m³ Raum einnehmen?

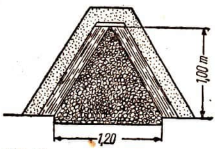


Abb. 44

10. Für den Neubau einer Straße muß ein Damm aufgeschüttet werden. Sein Querschnitt ist ein Trapez. Die Dammsohle ist 38 m, die Krone ist 12 m breit und die Höhe beträgt 7,20 m.

a) Wieviel Kubikmeter Erde sind für 2 km Dammlänge aufzuschütten?

b) Wieviel Fuhren sind das, wenn man mit einer Fuhre 2 m³ Erde befördern kann?

Auf dem Bauhof

11. An einem Tage stapelt eine Transportbrigade 80000 (96000, 124000) Ziegel.

a) Berechne die Anzahl der Stapel, wenn 200 Ziegel (250 Ziegel) zu einem Stapel errichtet werden!

b) Die Seitenlänge eines quadratischen Stapels beträgt 0,55 m. Welche Fläche muß auf der Baustelle für die Ziegel mindestens freigehalten werden?

12. Bevor ein Bau begonnen wird, errichten die Zimmerleute eine Baubude aus Brettern. Wieviel Quadratmeter Bretter werden dafür mindestens gebraucht, wenn die Fenster nachts durch Fensterläden geschlossen werden? Entnimm die Maße der Abbildung 45!

13. Ein Muldenkipper hat nahezu die Form eines dreiseitigen Prismas (Abb. 46). Wieviel Kubikmeter Erde können damit befördert werden? (Runde das Ergebnis sinnvoll!)

14. Der Ladekasten eines Lastwagens hat folgende Maße: Kastenlänge 3,50 m, Kastenbreite 2 m, Wandhöhe 0,55 m.

a) Wie groß ist die Ladefläche?

b) Wie groß ist das Fassungsvermögen?

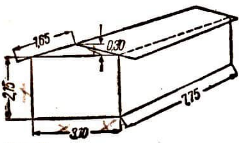


Abb. 45

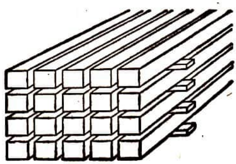


Abb. 47

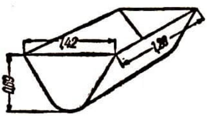


Abb. 46

15. a) Beim Hausbau werden Kanthölzer (Abb. 47) verwendet (z. B. als Deckenbalken oder bei Dachkonstruktionen). Die Maße eines Kantholzes betragen: Breite 10 cm, Höhe 12 cm und Länge 4,45 m. Berechne das Volumen eines Kantholzes!

b) Auf dem Bauhof werden die Kanthölzer gestapelt.
(Warum wird zwischen den Hölzern eine Luftschicht freigelassen?)
Wieviel Kubikmeter Holz sind in einem Stapel von

1. 4 · 5 Stück Kanthölzern,
2. 8 · 20 Stück Kanthölzern,
3. 9 · 11 Stück Kanthölzern enthalten?

Aufgaben aus der Metallbearbeitung

16. Ein Eisenblech hat die Form eines Parallelogramms. Die langen Parallelseiten sind 125 mm lang, ihr Abstand beträgt 73 mm. Berechne die Fläche in Quadratzentimeter!

17. Berechne den Querschnitt und das Volumen des Führungsstückes! Entnimm die Maße der Abbildung 48!

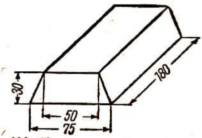


Abb. 48

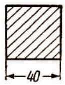


Abb. 49

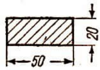


Abb. 50

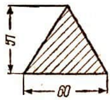


Abb. 51

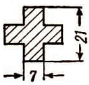


Abb. 52

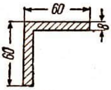


Abb. 53

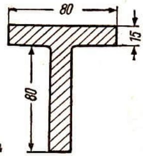


Abb. 54

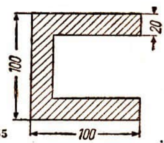


Abb. 55

18. Die Abbildungen 49 bis 55 stellen Querschnitte von Stahlträgern dar. Die Maße werden in Millimetern angegeben. Berechne jeweils die Fläche!

19. Die Maße des Stahlblechs (Abb. 56) werden in Millimetern angegeben. Berechne die Fläche!

20. Wie groß ist der Querschnitt einer Schwalbenschwanzführung? Entnimm die Maße (in mm) der Abbildung 57!

21. Ein Stück Vierkantstahl ist am Ende keilförmig abgefräst. Wie groß ist der Materialabfall? Entnimm die Maße der Abbildung 58! (Maße in mm)

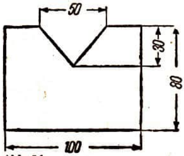


Abb. 56

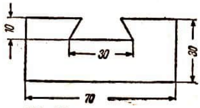


Abb. 57

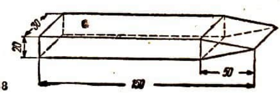


Abb. 58

In der Werkstatt und in der Station „Junge Techniker“

22. Eine Flachfeile (Schlichtfeile) hat folgende Maße (Abb. 59):

	a)	b)
l	307 mm	254 mm
b	5 mm	4 mm
h	29 mm	24 mm

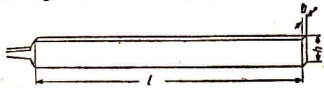


Abb. 59

Berechne den Materialbedarf für eine Feile! Gib dabei für den Stiel $\frac{1}{10}$ des Materials zu!

23. Meißel haben die Form von abgeschrägtem Vierkantstahl (Abb. 60).

a) Berechne den Materialverbrauch für die Meißel, die deine Klasse im polytechnischen Unterricht braucht!

b) Berechne den Materialverbrauch für den in Abbildung 60 gezeigten Meißel!

24. Das Sägeblatt eines Fuchsschwanzes ist trapezförmig (Abb. 61). Folgende Maße wurden festgestellt:

	a)	b)
a	110 mm	97 mm
c	45 mm	42 mm
h	400 mm	295 mm

Wieviel Quadratzentimeter Stahlblech werden für ein Sägeblatt benötigt?

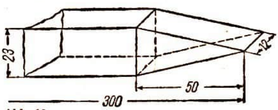


Abb. 60

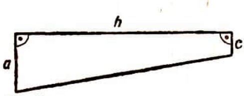


Abb. 61

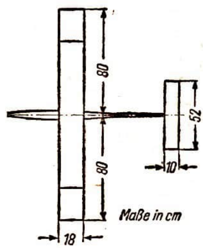


Abb. 62

25. Um an einem Segelflugmodell-Vergleichsfliegen in der Flugmodellklasse A 2 teilnehmen zu dürfen, mußt du ein Segelflugmodell anfertigen, bei dem die Fläche der Tragflügel und die Fläche des Höhenleitwerkes zusammen nicht mehr als 34 dm² Flächeninhalt aufweisen! Überprüfe an der Modellskizze (Abb. 62), ob das Modell zum Wettbewerb zugelassen wird!

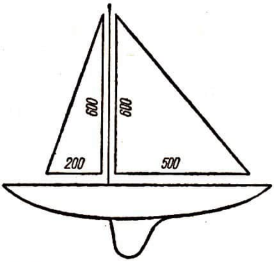


Abb. 63

26. Ähnliche Bestimmungen gelten auch beim Bau von Modellsegelbooten. In der Klasse G (für Anfänger) wirst du mit dem Bau von Bootskörpern vertraut gemacht. Die größte Länge des Bootes darf nicht mehr als 750 mm betragen. Die Segelfläche darf nicht größer sein als 21 dm². Zur Segelfläche gehören zwei Segel, das Vorsegel und das Großsegel (Abb. 63; Maße in mm).

a) Zeichne die Segel im Maßstab 1:10!

b) Überprüfe, ob die Segelfläche den Wettbewerbsbestimmungen entspricht!

II. Einführung in die Kongruenz

Wie wird ein Drachen gebaut? Man benötigt ein Holzkreuz, dessen beide Latten so aufeinandergenagelt werden, daß die kürzere Latte genau halbiert wird, die längere je nach Drachenform weiter nach oben oder zur Mitte mit der kürzeren verbunden wird (Abb. 64 a, b, und c). Beim Vergleich der linken mit der rechten Hälfte der Drachen erkennen wir, daß es sich um Dreiecke mit gleicher Größe und Form handelt.

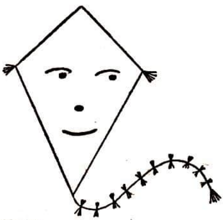


Abb. 64a

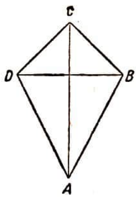


Abb. 64b

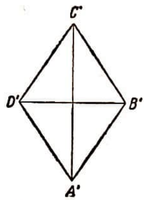


Abb. 64c

Zur Erklärung bedienen wir uns der Achsensymmetrie.

Die Punkte D und B (D' und B') sind symmetrische Punkte. Beim Klappen um die Symmetrieachse fallen die Dreiecke ABC und ADC aufeinander. Sie decken sich, weil achsensymmetrische Figuren gleiche Form und Größe haben.

Beide Dreiecke stimmen überein in den drei Seiten, aber auch in den drei Winkeln.

1) Wir können bereits ein Dreieck konstruieren, wenn die drei Seiten gegeben sind (*sss*).

Zeichne ein Dreieck auf Pappe, schneide es aus und lege es auf die Pappe! Umfahre es mit einer feinen Nadel! Schneide die eingeritzte Form aus und lege beide aufeinander! Die Dreiecke decken sich.

Man nennt solche Dreiecke **deckungsgleich** oder **kongruent.**

Dreiecke sind kongruent, wenn sie in den drei Seiten übereinstimmen.

2) Die Abbildung 65 zeigt Dreiecke, die in den Seiten b und c übereinstimmen. Da der Winkel α in allen Dreiecken verschieden groß ist, ist zwangsläufig auch die Seite a verschieden lang. Die Dreiecke haben dadurch verschiedene Formen und Größen. Wenn wir deckungsgleiche Dreiecke aus den Seiten b und c konstruieren wollen, so muß uns außerdem noch der Winkel α bekannt sein.

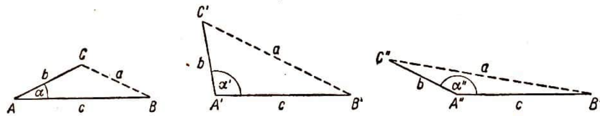


Abb. 65

Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen (*sws*).

3) Die Abbildung 66 zeigt Dreiecke, die in der Seite c, nicht aber in der Größe der Winkel α und β übereinstimmen. Die Dreiecke haben deshalb verschiedene Formen und Größen. Wenn wir deckungsgleiche Dreiecke mit Hilfe der Seite c und zwei Winkeln konstruieren wollen, so müssen wir die Größe der Winkel α und β kennen.

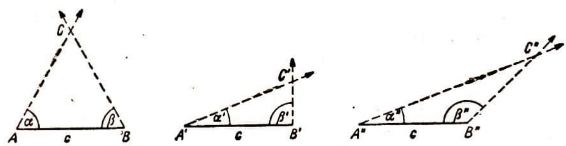


Abb. 66

Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen (*wsw*).

4) Die Abbildung 67 zeigt Dreiecke, die in der Seite b und dem Winkel γ übereinstimmen. Die Seite c ist einmal größer als b, im zweiten Falle gleich b und im dritten Falle kleiner als b. In den ersten beiden Fällen gibt es eindeutige Lösungen. Die letzte Konstruktion dagegen zeigt 2 Dreiecke, nämlich $\triangle ABC$ und $\triangle AB'C$, die beide der Konstruktionsbedingung entsprechen.

Was würde man feststellen, wenn eine ganze Schulklasse nach den gleichen Bedingungen die obigen drei Zeichnungen angefertigt hätte?

Dreiecke nach der ersten Bedingung (c größer als b) wären alle deckungsgleich, ebenfalls nach der zweiten (c gleich b), nicht aber nach der dritten (c kleiner als b). In diesem Falle würde ein Teil der Klasse das kleine Dreieck ausschneiden, ein anderer das große. Es würden sich nicht alle Dreiecke zur Deckung bringen lassen.

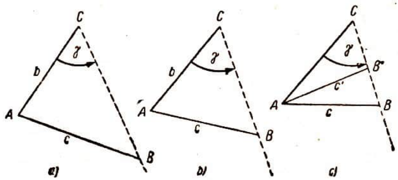


Abb. 67

Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem der größeren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen.

(Dabei darf die „größere" Seite höchstens gleich der anderen Seite sein. Bei spitzem Winkel gibt es auch dann noch kongruente Dreiecke, und zwar gleichschenklige. Ist der Winkel gleich 90° oder größer, dann gibt es kein Dreieck, daher ist die obige Fassung allgemein gültig.)

Wir können die vier Fälle *sss*, *sws*, *wsw* und *ssw* benutzen, um die Kongruenz von Dreiecken zu beweisen.

Zusammenfassung:

Wir unterscheiden am Dreieck sechs Stücke: drei Seiten und drei Winkel. Die Größe und die Form eines Dreiecks ist schon durch drei geeignet ausgewählte Stücke bestimmt (*sss*, *sws*, *wsw*, *ssw*).

Aufgaben

1. Konstruiere ein Drachenviereck! Die Holzleisten haben beide eine Länge von 80 cm und kreuzen sich rechtwinklig im Mittelpunkt (Abb. 64c). Miß die Seiten und Winkel der entstehenden vier Dreiecke und vergleiche sie! (Maßstab 1:10)

2. Konstruiere ein Dreieck mit den angegebenen Seiten und miß in jedem Dreieck die Winkel α, β und γ!

a) $a = 3$ cm	$b = 5$ cm	$c = 6$ cm
b) $a = 4$ cm	$b = 7$ cm	$c = 5$ cm
c) $a = 5{,}5$ cm	$b = 4{,}3$ cm	$c = 3{,}8$ cm

Was läßt sich über die Größe der Winkel aller nach diesen Angaben gezeichneten Dreiecke sagen?
Was stellt man fest, wenn die Dreiecke aller Schüler ausgeschnitten und übereinandergelegt werden?

3. Gegeben sei eine Strecke $AB = c = 5$ cm. Trage an die Endpunkte beliebige Winkel α und β an! Verlängere die Schenkel und versuche sie zum Schnitt zu bringen!
Nenne Winkelpaare, die einen Schnittpunkt ergeben, und solche, bei denen kein Schnittpunkt möglich ist!

4. Konstruiere Dreiecke aus den gegebenen Stücken!

a) $c = 4$ cm	$b = 3$ cm	$\alpha = 45°$
b) $c = 5{,}2$ cm	$b = 4{,}3$ cm	$\alpha = 171°$
c) $a = 3{,}9$ cm	$b = 2{,}8$ cm	$\gamma = 12°$

Bei welcher Größe des Winkels α bzw. γ würde in Aufgabe 4b und 4c kein Dreieck entstehen?

5. Untersuche in den folgenden Aufgaben, ob mit den gegebenen Stücken eine eindeutige Konstruktion eines Dreiecks möglich ist!

a) $b = 4$ cm	$a = 3$ cm	$\beta = 60°$
b) $a = 5$ cm	$b = 6{,}2$ cm	$\alpha = 48°$
c) $c = 3$ cm	$b = 3$ cm	$\beta = 62°$
d) $a = 4{,}2$ cm	$b = 4{,}2$ cm	$\alpha = 90°$
e) $a = 3$ cm	$b = 3{,}6$ cm	$\gamma = 132°$

Anmerkung: Zeichne jeweils eine Überlegungsfigur!

III. Darstellende Geometrie

10. Der Aufriß

Wir stellten bereits Gegenstände durch einen Grundriß dar. Der Grundriß vermittelt uns die Umrisse des Körpers, die wir bei einem Blick von oben (senkrecht zur Bildtafel) wahrnehmen würden. Dabei wurden verdeckte Kanten durch Strichlinien gekennzeichnet.

Aus dem Grundriß können wir aber nicht auf die Höhe des Gegenstandes schließen. Zum Beispiel kann man aus den Grundrissen der beiden Häuser

(Abb. 68) nicht ersehen, welche Höhe sie haben. Auch aus den Grundrissen der dreiseitigen Prismen (Abb. 69) kann man die Höhe nicht entnehmen. Deshalb werden Gegenstände, deren Gestalt und Größe aus dem Grundriß allein nicht hervorgeht, noch in einer Ansicht von vorn dargestellt. Diese Zeichnung heißt **Aufriß.** Die Abbildung 70 zeigt die Aufrisse der in der Abbildung 68 dargestellten Häuser.

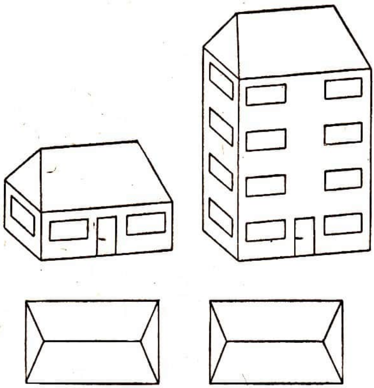


Abb. 68

Wir denken uns hinter dem Gegenstand eine ebene Fläche, die senkrecht zur Grundrißtafel steht, die **Aufrißtafel.** Im allgemeinen nimmt man an, daß sich die Gegenstände in einem bestimmten Abstand vor der Aufrißtafel befinden, diese also nicht berühren (Abb. 71). Der Aufriß wird mit den gleichen Buchstaben oder Ziffern wie das Original bezeichnet, nur werden diesen Be-

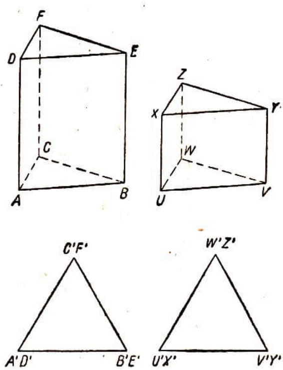


Abb. 69

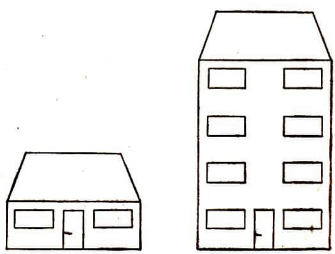


Abb. 70

zeichnungen – im Unterschied zum Grundriß – zwei hochgestellte Striche hinzugefügt. Der Aufriß des Punktes A erhält also die Bezeichnung A'' (gesprochen: A-zwei-Strich). Von vorn sichtbare Körperkanten werden mit Vollinien, von vorn nicht sichtbare, verdeckte Kanten mit Strichlinien gezeichnet.

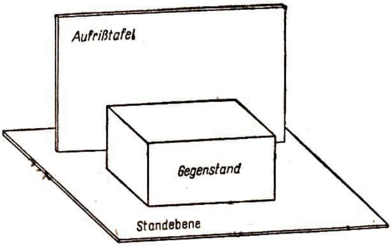


Abb. 71

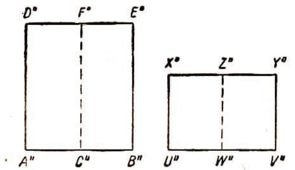


Abb. 72

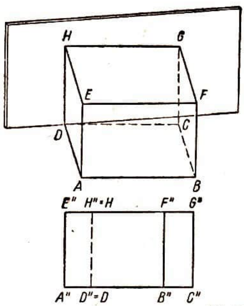


Abb. 73

Die Abbildung 72 zeigt die bezeichneten Aufrisse der in der Abbildung 69 dargestellten dreiseitigen Prismen.

Liegen Punkte, Linien oder Flächen eines Gegenstandes auf der Aufrißtafel, so fallen Bild und Original zusammen. Bei dem in der Abbildung 73 gezeigten Quader liegt die rückwärtige Kante DH auf der Aufrißtafel. Dies wird durch ein Gleichheitszeichen ausgedrückt: $D'' = D$; $H'' = H$.

Strecken und Flächen, die auf der Aufrißtafel oder parallel zu ihr liegen, werden in wahrer Größe abgebildet. So haben die senkrechten Kanten AE, BF, CG, DH des Quaders in der Abbildung 73 auch im Aufriß die gleiche Länge.

Strecken, die gegen die Aufrißtafel geneigt sind, werden verkürzt abgebildet. In der Abbildung 73 sind das die Kanten AB, BC, CD, DA an der Grundfläche und die Kanten EF, FG, GH, HE an der Deckfläche des Quaders. Strecken, die auf der Aufrißtafel senkrecht stehen, werden als Punkte abgebildet. Das wird bei der Abbildung des liegenden dreiseitigen Prismas in der Abbildung 74, dessen Grundfläche auf der Aufrißtafel liegt, deutlich.

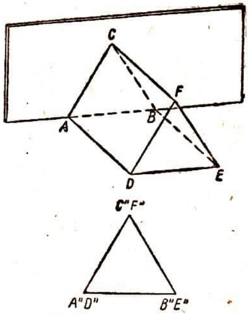


Abb. 74

Aufgaben

1. Fertige ein Quadermodell mit den Kanten 60 mm, 40 mm, 30 mm an! Bezeichne die Eckpunkte! Bringe das Modell in eine parallele Lage zu der Aufrißtafel (Abb. 71) und zeichne den Aufriß! Wie werden die zwölf Kanten und die sechs Flächen des Quaders im Aufriß abgebildet?
2. Fertige das Kantenmodell einer quadratischen Pyramide an! Stelle das Modell so vor die Aufrißtafel, daß die Vorderkante der Grundfläche parallel zu ihr ist! Zeichne den Aufriß! Welche Kanten der Pyramide werden in wahrer Länge abgebildet, welche verkürzt?
3. Zeichne den Aufriß einer quadratischen Pyramide von 5 cm Höhe, deren Kanten an der Grundfläche 3 cm lang sind! Die Pyramide soll mit einer Grundkante parallel zur Aufrißtafel stehen!
4. Die in der Aufgabe 3 beschriebene Pyramide werde in einer Höhe von 3 cm abgestumpft. Zeichne den Aufriß!

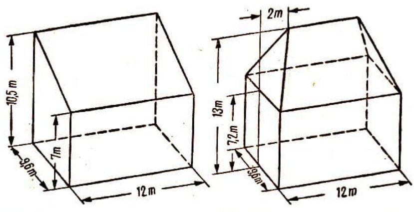


Abb. 75a Abb. 75b

5. Zeichne die in der Abbildung 75 dargestellten Häusermodelle im Aufriß (Maßstab 1:200)! Die Abbildung 75a zeigt ein Pultdach, 75b ein Walmdach.

6. Zeichne den Aufriß der in der Abbildung 76 (Maße in mm) dargestellten gefrästen Platte in natürlicher Größe!

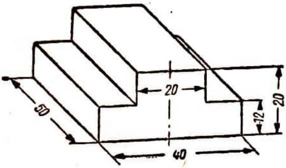


Abb. 76

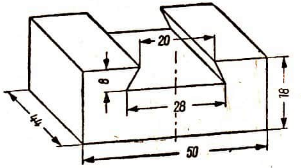


Abb. 77

7. Zeichne den Aufriß der in der Abbildung 77 (Maße in mm) dargestellten Schwalbenschwanzführung in natürlicher Größe!

8. Schneide verschiedene geometrische Figuren aus Pappe aus und halte sie parallel zur Aufrißtafel! Vergleiche jeweils das Original mit seinem Aufriß!

9. Halte ein Quadrat aus Pappe zunächst parallel zur Aufrißtafel und schwenke es dann um eine senkrechte Kante, bis es senkrecht zur Aufrißtafel steht (Abb. 78)! Wie verändert sich der Aufriß des Quadrats bei dieser Bewegung?

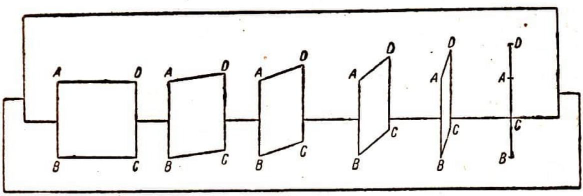


Abb. 78

10. Für die Abbildung von Gegenständen im Grundriß gelten folgende Sätze:

a) Gerade Linien werden im allgemeinen als gerade Linien abgebildet;

b) Strecken, die in der Grundrißtafel liegen oder zu dieser parallel sind, werden in wahrer Größe abgebildet;

c) Strecken, die zur Grundrißtafel geneigt sind, werden verkürzt abgebildet;

d) Gerade Linien, die auf der Grundrißtafel senkrecht stehen, werden als Punkte abgebildet.

e) **Parallelen werden als Parallelen abgebildet, falls sie nicht auf der Grundrißtafel senkrecht stehen.**

f) **Ebene Flächen, die auf der Grundrißtafel senkrecht stehen, werden als gerade Linien abgebildet.**

Nenne die entsprechenden Sätze für die Abbildung im Aufriß!

11. Grundriß und Aufriß

Zu jeder Stellung eines Gegenstandes gehören ein bestimmter Grundriß und ein bestimmter Aufriß. Die Abbildung 79 zeigt eine Streichholzschachtel im Grund- und Aufriß bei verschiedenen Stellungen. Die Grundrisse sind in unserem Beispiel stets deckungsgleiche Rechtecke, nur ist die Lage der Figur auf der Grundrißtafel jedesmal anders.

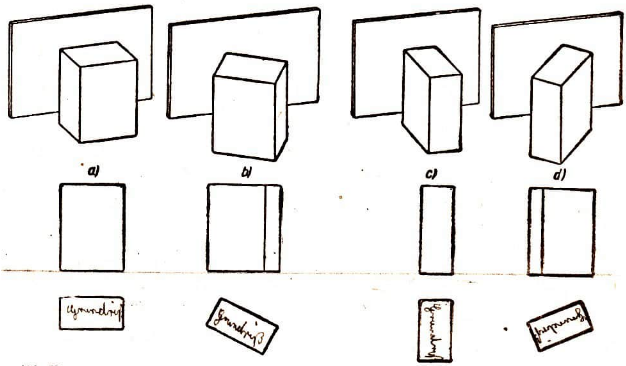


Abb. 79

Zur Darstellung eines Gegenstandes im Grund- und Aufriß müssen wir die beiden zusammengehörenden Risse auf dem Zeichenblatt richtig anordnen. Wir denken uns die Risse auf den beiden Tafeln gezeichnet und die Aufrißtafel um ihre Standlinie so weit nach hinten geklappt, daß sie mit der Grundrißtafel in einer Ebene liegt. Das ist dann die Zeichenebene. In den Abbildungen 80a und b wird dieser Vorgang am Beispiel eines auf der Grundriß-

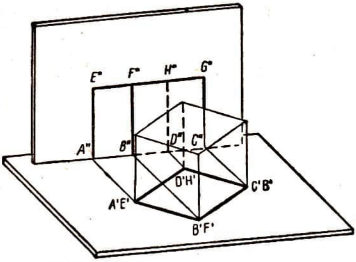


Abb. 80a

tafel stehenden Würfels gezeigt. In der Abbildung 80c sind die beiden zusammengehörenden Risse des Gegenstandes gezeichnet. Die Linie, um die wir uns die Aufrißtafel in die Zeichenebene geklappt denken, heißt **Rißachse** oder kurz **Achse**. In der Rißachse stoßen die Aufrißtafel und die Grundrißtafel aneinander. Die beiden Risse werden so angeordnet, daß Grundriß und Aufriß der einzelnen Punkte des Gegen-

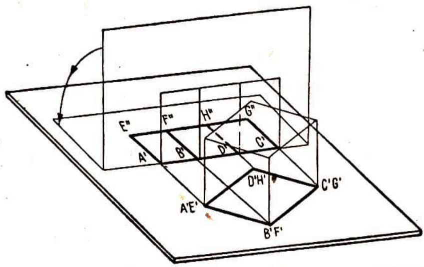
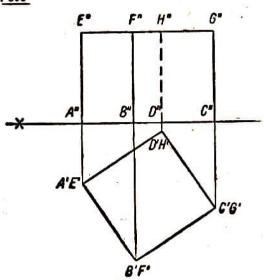


Abb. 80b

Abb. 80c



standes jeweils auf parallelen, zur Rißachse senkrechten Geraden liegen (Abb. 80c). Diese Geraden heißen **Ordnungslinien;** beim praktischen Zeichnen werden sie als Hilfslinien benutzt.

Der Abstand, den der Aufriß eines Punktes von der Rißachse hat, gibt an, in welcher Höhe der Originalpunkt über der Grundrißtafel liegt. Ebenso gibt der Abstand des Grundrisses eines Punktes von der Rißachse an, in

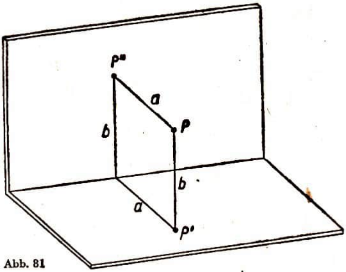


Abb. 81

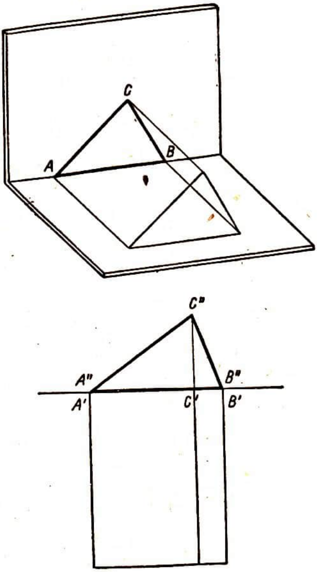


Abb. 82

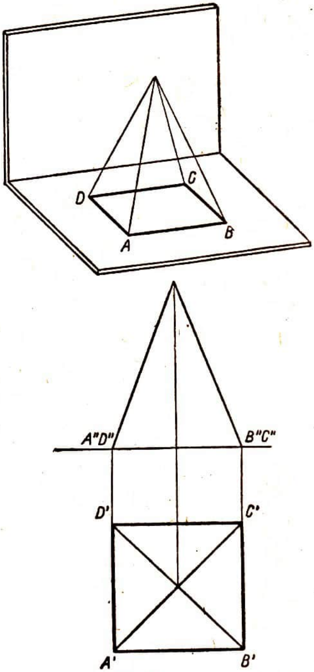


Abb. 83

welcher Entfernung sich der Originalpunkt vor der Aufrißtafel befindet (Abb. 81).

Alle Punkte, Linien und Flächen, die auf der Aufrißtafel liegen, haben ihren Grundriß auf der Rißachse (Abb. 82). Ebenso haben alle Punkte, Linien und Flächen, die auf der Grundrißtafel liegen, ihren Aufriß auf der Rißachse (Abb. 83). Gerade Linien, die parallel zur Grundrißtafel liegen, haben als

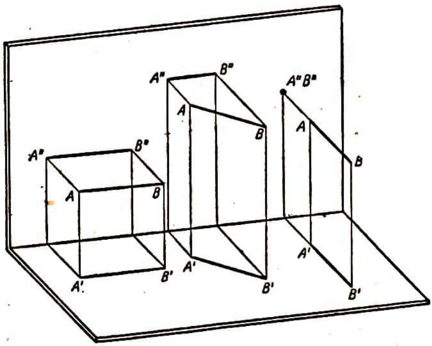


Abb. 84

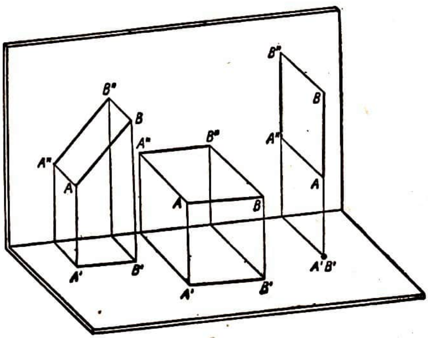


Abb. 85

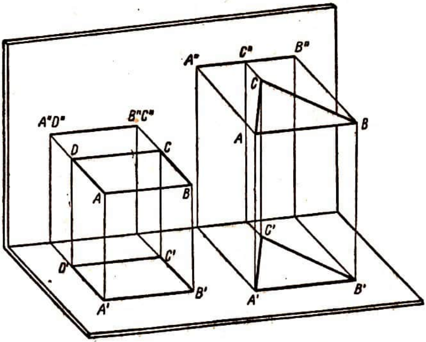


Abb. 86

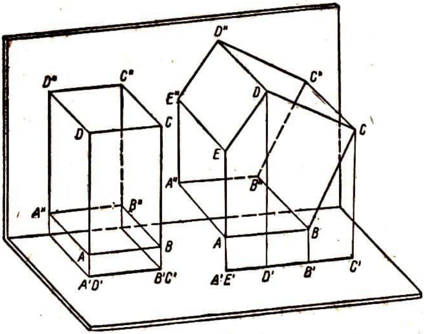


Abb. 87

Aufriß Parallelen zur Rißachse; eine Ausnahme bilden gerade Linien, die senkrecht zur Aufrißtafel stehen (sie werden im Aufriß als Punkte abgebildet) (Abb. 84). Liegen gerade Linien parallel zur Aufrißtafel, so haben sie als Grundriß Parallelen zur Rißachse, mit Ausnahme der zur Grundrißtafel senkrecht stehenden geraden Linien (Abb. 85). Strecken, die parallel zur Grundrißtafel liegen, werden im Grundriß in wahrer Größe abgebildet.

Ebene Figuren, die parallel zur Grundrißtafel liegen, werden im Aufriß durch Strecken abgebildet, die parallel zur Rißachse verlaufen. Sie werden im Grundriß in wahrer Größe und Gestalt abgebildet (Abb. 86). Ebenso werden ebene Figuren, die parallel zur Aufrißtafel liegen, im Grundriß als Strecken abgebildet, die parallel zur Rißachse verlaufen. Sie werden im Aufriß in wahrer Größe und Gestalt abgebildet (Abb. 87).

Zusammenfassung:

Für die Darstellung eines Gegenstandes in Grund- und Aufriß gilt:

1. Grundriß und Aufriß eines Punktes liegen auf einer zur Rißachse senkrechten Geraden, der Ordnungslinie.

2. Die Höhe eines Punktes über der Grundrißtafel wird durch den Abstand seines Aufrisses von der Rißachse dargestellt. Der Abstand eines Punktes von der Aufrißtafel ist gleich dem Abstand seines Grundrisses von der Rißachse.

3. Eine zur Grundrißtafel parallele Gerade wird im Aufriß als Parallele zur Rißachse oder als Punkt abgebildet. Eine zur Aufrißtafel parallele Gerade wird im Grundriß als Parallele zur Rißachse oder als Punkt abgebildet.

4. Eine zur Grundrißtafel parallele ebene Fläche wird im Aufriß als Parallele zur Rißachse abgebildet; eine zur Aufrißtafel parallele ebene Fläche wird im Grundriß als Parallele zur Rißachse abgebildet.

5. Eine Strecke wird auf einer Bildtafel in wahrer Größe abgebildet, wenn sie zu dieser Bildtafel parallel liegt. Eine ebene Figur wird auf einer Bildtafel deckungsgleich abgebildet, wenn sie zu dieser Bildtafel parallel liegt.

Aufgaben

1. Stelle ein Quadermodell so auf die Grundrißtafel, daß eine Seitenfläche parallel zur Aufrißtafel liegt („Parallelstellung“)! Zeichne Grundriß und Aufriß und bezeichne beide Risse!

2. Zeichne die beiden Risse des Modells von Aufgabe 1, wenn es
   a) auf der Grundrißtafel steht und mit einer Fläche an der Aufrißtafel anliegt;
   b) mit einer Fläche an der Aufrißtafel anliegt, aber um 1 cm von der Grundrißtafel abgehoben ist;
   c) sich in Parallelstellung befindet, seine Grundfläche jedoch von der Grundrißtafel einen Abstand von 1,5 cm und eine Seitenfläche von der Aufrißtafel einen Abstand von 2 cm hat!

3. Ein Würfel *ABCDEFGH* mit der Kantenlänge 3 cm steht auf der Grundrißtafel in Parallelstellung. Der Abstand einer Seitenfläche von der Aufrißtafel beträgt 2 cm. Er wird um seine linke vordere Kante entgegen-

gesetzt dem Uhrzeigersinn gedreht (Abb. 88). Zeichne Grundriß und Aufriß des Würfels
a) in der Ausgangsstellung,
nach einer Drehung von b) 30°, c) 45°), d) 60°, e) 90°!

4. Zeichne Grundriß und Aufriß eines Punktes P, der
a) auf der Grundrißtafel liegt und von der Aufrißtafel einen Abstand von 2,5 cm hat,
b) 3,6 cm über der Grundrißtafel und 2,4 cm vor der Aufrißtafel liegt,
c) 3,2 cm über der Grundrißtafel auf der Aufrißtafel liegt!

5. Welche Lage gegenüber den Bildtafeln haben die in der Abbildung 89 in Grundriß und Aufriß dargestellten Punkte?

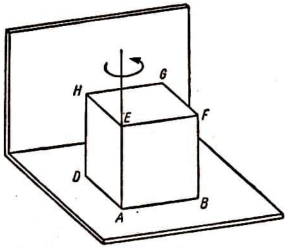


Abb. 88

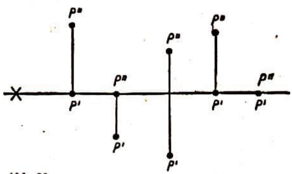


Abb. 89

6. Zeichne Grundriß und Aufriß einer auf der Grundrißtafel senkrecht stehenden Strecke AB von 5 cm Länge in einem Abstand von 2 cm von der Aufrißtafel!

7. Zeichne Grundriß und Aufriß einer Strecke AB von 4 cm Länge, die in einem Abstand von 2 cm parallel zur Grundrißtafel liegt und gegen die Aufrißtafel um 45° geneigt ist! Der Endpunkt A liegt auf der Aufrißtafel. Fertige zunächst eine anschauliche Skizze an!

8. Zeichne zu den in der Abbildung 90 im Grundriß dargestellten Körpern die Aufrisse! Es ist

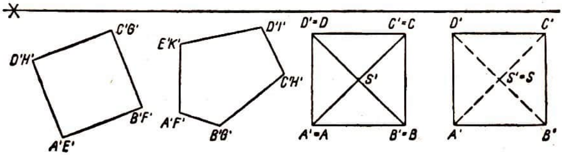


Abb. 90 a) b) c) d)

a) ein auf der Grundrißtafel stehender Würfel,
b) ein auf der Grundrißtafel stehendes fünfseitiges gerades Prisma von 4,5 cm Höhe,
c) eine Pyramide von 5 cm Höhe,
d) eine Pyramide von 4 cm Höhe.

9. Zeichne zu den in der Abbildung 91 im Aufriß dargestellten Körpern die Grundrisse! Es ist
a) ein Prisma mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche,
b) ein Würfel,
c) eine quadratische Pyramide.

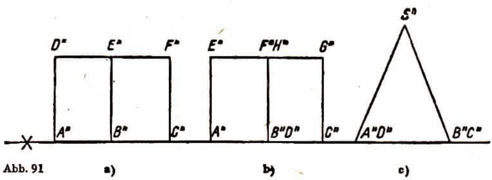


Abb. 91

10. In den Abbildungen 92a bis d sind verschiedene Grundrisse und Aufrisse eines auf der Grundrißtafel stehenden Würfels gezeichnet, aber falsch angeordnet. Welche Risse gehören zusammen?

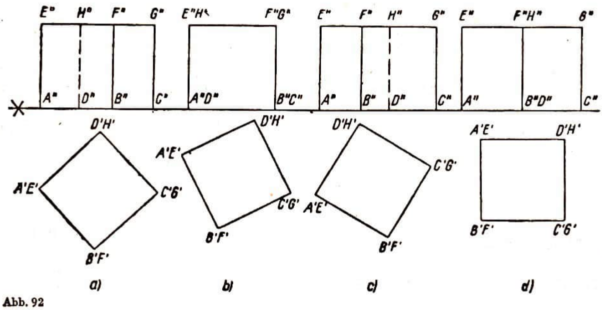


Abb. 92

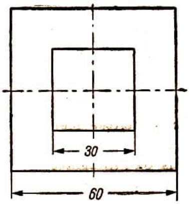


Abb. 93

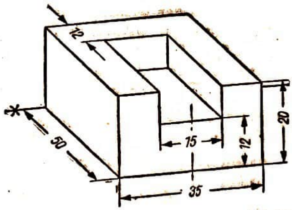


Abb. 95a

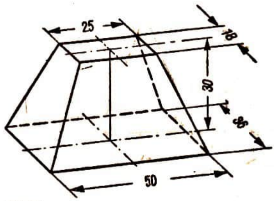


Abb. 94

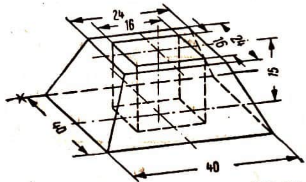


Abb. 95b

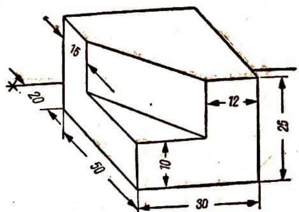


Abb. 95c

11. Von einem Würfel mit einer Ausfräsung ist der Grundriß gegeben (Abb. 93). Zeichne den zugeordneten Aufriß (Maßstab 1 : 2)!

12. Zeichne Grundriß und Aufriß der in der Abbildung 94 dargestellten abgestumpften Pyramide in natürlicher Größe!

13. Zeichne Grundriß und Aufriß der in den Abbildungen 95a bis c dargestellten Werkstücke (natürliche Größe, mit Rißachse)!

12. Grundriß mit Höhenmaßstab

Die Höhen eines im Grundriß dargestellten Gegenstandes können außer durch den Aufriß auch durch einen Höhenmaßstab angegeben werden. In diesem Fall besteht die Abbildung des Gegenstandes aus dem **Grundriß und dem Höhenmaßstab.**

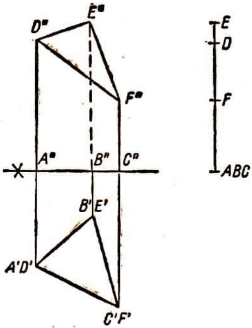


Abb. 96

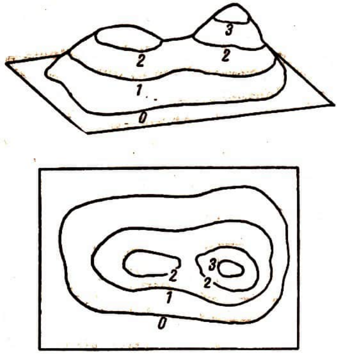


Abb. 98

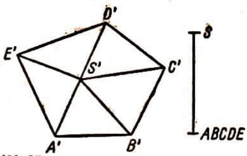


Abb. 97

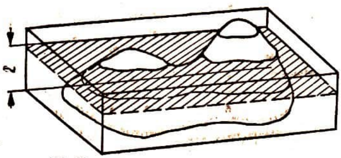


Abb. 99

Das schief abgeschnittene Prisma (Abb. 96) wurde im Grundriß, Aufriß und durch den Höhenmaßstab dargestellt. Auf den Aufriß kann man in dieser Darstellung verzichten.

Die Abbildung 97 zeigt den Grundriß einer fünfkantigen Pyramide mit dem zugehörigen Höhenmaßstab.

Für Landkarten benutzt man ebenfalls eine Darstellungsform, bei der die Höhen durch Höhenmaße angegeben werden. Hierbei wird meist kein Maßstab beigefügt, sondern alle Punkte gleicher Höhe werden durch sogenannte **Höhenlinien** verbunden und erhalten **Höhenzahlen.** Diese Zahlen bedeuten Meter über dem Meeresspiegel (Normal Null).

Die Abbildung 98 zeigt ein Geländemodell im Schaubild und seinen bezifferten Grundriß. Am Modell kann man die Höhenlinien dadurch bestimmen, daß man es in einen flachen Trog stellt und den Trog bis zu den verschiedenen Höhen mit Wasser füllt. Wo die Wasseroberfläche das Modell jeweils trifft, liegt die entsprechende Höhenlinie (Abb. 99).

Aufgaben

1. Stelle einen Quader mit den Kantenlängen 3,2 cm, 4,4 cm und 6 cm jeweils in der gleichen Lage a) durch Grundriß und Aufriß, b) durch Grundriß mit Höhenmaßstab dar!

2. Stelle die in der Abbildung 100 in Grundriß und Aufriß gegebenen Körper durch den Grundriß mit Höhenmaßstab dar!

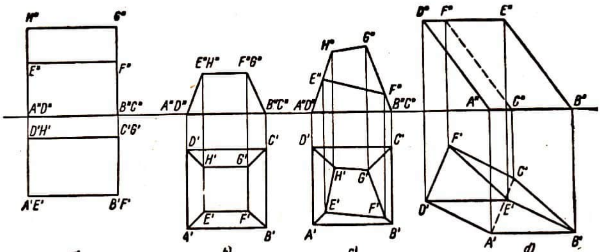


Abb. 100

3. Zeichne zu den in der Abbildung 75 dargestellten Hausmodellen den Grundriß mit Höhenmaßstab!

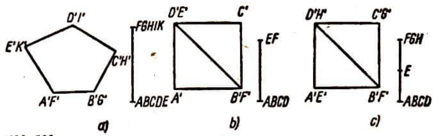


Abb. 101

4. Eine 6 cm hohe Pyramide, deren Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck von 4 cm Seitenlänge ist, wird in 3 cm Höhe abgestumpft. Der Körper steht auf der Grundrißtafel. Zeichne den Grundriß mit Höhenmaßstab!

5. Ein Würfel von 3 cm Kantenlänge ist 1,5 cm von der Grundrißtafel abgehoben. Zeichne den Grundriß mit Höhenmaßstab!

6 Zeichne zu den in der Abbildung 101 im Grundriß mit Höhenmaßstab dargestellten Körpern Grundriß und Aufriß!

00609-1
0,35 DM