

# INGENIEUR FERNSTUDIUM

Krakau

## Bauelemente der Informations- elektrik I 6

Herausgeber:  
Ingenieurhochschule  
Mittweida

200.40-06

L E H R W E R K

für das Ingenieur-Fernstudium

Dipl.-Ing. Hans-Joachim Krakau

B A U E L E M E N T E

D E R

I N F O R M A T I O N S -

E L E K T R I K I

6

Spulen und Übertrager

Veröffentlicht:

INSTITUT FÜR FACHSCHULWESEN DER  
DEUTSCHEN DEMOKRATISCHEN REPUBLIK

KARL-MARX-STADT

Lektoren:

1. Fachlektor: Dipl.-Ing. Kurt Biebach  
VEB Werk für Bauelemente  
der Nachrichtentechnik  
"Carl von Ossietzky" Teltow
2. Fachlektor: Dipl.-Ing. Hans-Joachim Fraach  
VEB Fernmeldewerk Leipzig
- Deutschlektor: Fachschuldozent Arthur Gärtner  
Ingenieurschule für Elektrotechnik  
Mittweida
- Bearbeitung: Ingenieurschule für Elektrotechnik  
Mittweida  
Lehrbriefentwicklung

Redaktionsschluß: 1.6.1969

Best.-Nr. 200.40 -- (M)

Inhaltsverzeichnis	Seite
1. Einleitung	1
1.1. Induktivität	2
1.2. Gegeninduktivität	4
2. Technische Spulen	6
2.1. Wicklung	7
2.1.1. Windungszahl	7
2.1.2. Gleichstromwiderstand	12
2.1.3. Drahtmaterial	17
2.1.4. Zusätzlicher Isolationsaufwand und Wickel- daten	18
2.2. Magnetischer Leitwert	19
2.2.1. Luftspalt	28
2.2.2. Anfangs-Kernpermeabilität	33
2.2.3. Komplexe Kernpermeabilität	35
2.2.4. Reversible Permeabilität	38
2.2.5. Vormagnetisierte Kerne mit Luftspalt	40
3. Verlustfaktor	44
3.1. Wicklungsverluste	46
3.1.1. Wechselstromwiderstand	46
3.1.2. Eigenkapazität und dielektrische Verluste	50
3.2. Kernverluste	54
3.2.1. Hystereseverluste	54
3.2.2. Wirbelstromverluste	56
3.2.3. Nachwirkungsverluste	60
3.2.4. Kernverluste bei Vormagnetisierung und Luftspalt	61
3.2.5. Ermittlung der Verlustbeiwerte	66
3.2.6. Verlustzahl	67
4. Verlustleistung	68
4.1. Verlustleistung der Wicklung	68
4.2. Verlustleistung des Kernes	72

## 1. Einleitung

Im Fach Grundlagen der Elektrotechnik haben Sie nach dem Studium der elektrischen Erscheinungen in Leitern und der elektrischen Erscheinungen in Nichtleitern die elektromagnetischen Erscheinungen studiert.

Beim Studium der elektromagnetischen Erscheinungen haben Sie in Analogie zum elektrischen Stromkreis den magnetischen Kreis beschrieben und dann die Wechselwirkungen zwischen elektrischen und magnetischen Größen untersucht. Dabei haben Sie die Verkopplungen

elektrische  $\rightarrow$  magnetische Größe  $\mathcal{I} \rightarrow \odot \rightarrow \phi$ ,

magnetische  $\rightarrow$  elektrische Größe  $\frac{d\phi}{dt} \rightarrow E_{ind}$

und die wechselseitigen Beziehungen, die bei sich änderndem Strom bestehen

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} \rightarrow \frac{d\phi}{dt} \rightarrow E_{ind},$$

studiert. Für diese wechselseitigen Kopplungen bestehen 2 örtliche Möglichkeiten:

1. Die mit dem sich ändernden Strom  $\frac{d\mathcal{I}}{dt}$  verknüpfte Flußänderung  $\frac{d\phi}{dt}$  induziert in diesem Schaltelement selbst die Spannung  $E_{ind}$ . Damit liegt die Schaltungsgröße Selbstinduktion = Induktivität vor. Es ist die Aufgabe des Bauelementes Spule, diese Schaltungsgröße Induktivität zu realisieren.
2. Die mit dem sich ändernden Strom  $\frac{d\mathcal{I}}{dt}$  verknüpfte Flußänderung  $\frac{d\phi}{dt}$  induziert in einem 2. Schaltelement die Spannung  $E_{ind2}$ . Jetzt liegt die Schaltungsgröße Gegeninduktion = Gegeninduktivität vor. Das Bauelement Übertrager hat die Aufgabe, diese Schaltungsgröße Gegeninduktivität zu verwirklichen.

Ihnen sind also die Begriffe Spule und Übertrager vom Grundlagenstudium her bekannt. Während dort die Schaltungsgrößen Induktivität und Gegeninduktivität interessierten, sollen im Fach Bauelemente die verschiedenen Möglichkeiten der technischen Realisierung der Bauelemente Spulen und Übertrager und

ihre Einsatzmöglichkeiten untersucht werden.

### 1.1. Induktivität

In einer Spule erzeugt ein sich ändernder Fluß  $\frac{d\phi}{dt}$  eine **Ursprungsspannung**  $E_{ind}$ . Bei einer Spule mit  $N$  Windungen werden die Spannungen je Windung addiert, und es gilt für die induzierte Spannung

$$E_{ind} = -N \frac{d\phi}{dt} . \quad (1.1)$$

$E_{ind}$  ist so gerichtet, daß sie der Ursache (Stromänderung) entgegenzuwirken sucht (Lenzsche Regel). In Analogie zum elek-

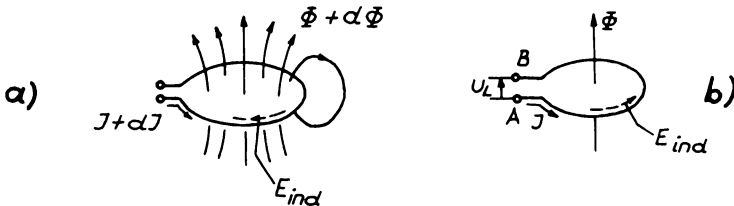


Bild 1.1 bei a) Pfeile = Richtungspfeile,  
bei b) Pfeile = Zählpfeile für die  
verwendeten Gleichungen [8]

trischen Stromkreis gilt für den magnetischen Kreis

$$\phi = \frac{\Theta}{R_m} . \quad (1.2)$$

Mit dem Durchflutungsgesetz

$$\Theta = \sum J = JN \quad (1.3)$$

wird

$$\phi = \frac{JN}{R_m} , \quad (1.4)$$

so daß sich Gl. (1.1) wie folgt darstellen läßt:

$$E_{ind} = - \frac{N^2}{R_m} \frac{dJ}{dt} . \quad (1.5)$$

Betrachten Sie noch einmal Bild 1.1! Unterscheiden Sie den Richtungspfeil, der mit der Wirkungsrichtung der betreffenden Größe übereinstimmt, und den Zählpfeil einer Größe, der angibt, daß die Größe beim Wirken in dargestellter Richtung

positiv gezählt wird.

In Gl.(1.5) ist der erste Term ausschließlich durch den konstruktiven Aufbau der Spule bedingt, so daß man zweckmäßig zusammenfaßt

$$E_{ind} = -L \frac{dJ}{dt} \hat{=} \text{Definitionsgleichung für die Induktivität,} \quad (1.6)$$

mit

$$L = \frac{N^2}{R_m} \hat{=} \text{Bemessungsgleichung für die Induktivität.} \quad (1.7)$$

Fragen wir nach der Dimension der Induktivität, so benutzen wir die Definitionsgleichung (1.6) und erhalten:

$$L = - \frac{E_{ind}}{dJ/dt} \quad (1.8)$$

$$[L] = \frac{V}{As^{-1}} = \Omega s = \text{Henry} = H \quad (1.9)$$

$$= \frac{\text{Antriebsgröße}}{\text{Strömungsgröße: Zeit}}, \quad (1.10)$$

d.h., die Schaltungsgröße Induktivität besitzt für sich zeitlich ändernde Ströme Widerstandscharakter.

Zum Aufbau ihres Magnetfeldes benötigt die Induktivität magnetische Energie

$$dW_m = V \cdot d\phi. \quad (1.11)$$

Diese magnetische Energie muß in Form elektrischer Energie

$$dW_{el} = U \cdot J \cdot dt \quad (1.12)$$

aufgebracht werden. Um aber einen Strom durch eine Induktivität anzutreiben, muß die induzierte Spannung  $E_{ind}$  überwunden werden

$$E_{ind} = -U_L, \quad (1.13)$$

so daß mit Gl.(1.1) gilt:

$$N \frac{d\phi}{dt} = -E_{ind} = U_L \quad (\hat{=} \text{Spannungsabfall über } L) \quad (1.14)$$

$$d\phi = \frac{1}{N} U_L \cdot dt. \quad (1.15)$$

Somit wird die bei Stromänderung an das magnetische Feld abgegebene Energie mit Gl. (1.11) und Gl. (1.3), wobei man für den magnetischen Spannungsabfall  $V$  schreibt, und Gl. (1.15)

$$dW_{el,m} = \mathcal{N} \cdot \frac{1}{N} U_L \cdot dt = \mathcal{J} U_L \cdot dt \quad (1.16)$$

und die gesamte an das Magnetfeld abgegebene Energie mit Gl.(1.6) und Gl.(1.14) - beachten Sie, daß,  $U_L = f(\mathcal{J})!$  -

$$W_{el,m} = \mathcal{L} \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_2} \mathcal{J} d\mathcal{J}. \quad (1.17)$$

Damit beträgt die gesamte magnetische Energie der Induktivität  $\mathcal{L}$ , die vom Strom  $\mathcal{J}$  durchflossen wird,

$$W_m = \mathcal{L} \frac{\mathcal{J}^2}{2}. \quad (1.18)$$

Im Grundlagenstudium haben Sie gelernt, Augenblickswerte zeitlich sich ändernder Größen als Zeiger darzustellen. Für den Zeiger der Spannung über der Induktivität haben Sie geschrieben

$$U^{\angle} = j\omega \mathcal{L} \cdot \mathcal{J}^{\angle} \quad (1.19)$$

Dividiert man die Spannung  $U^{\angle}$  durch den Strom  $\mathcal{J}^{\angle}$ , so erhält man den Zeiger des Blindwiderstandes der Induktivität:

$$\frac{U^{\angle}}{\mathcal{J}^{\angle}} = j\omega \mathcal{L} = Z^{\angle}. \quad (1.20)$$

## 1.2. Gegeninduktivität

In einer Spule 1 ruft ein sich ändernder Strom  $\mathcal{J}_1 + d\mathcal{J}_1$  einen sich ändernden Fluß  $\phi_1 + d\phi_1$  hervor. Ein Teil des sich Ändern-

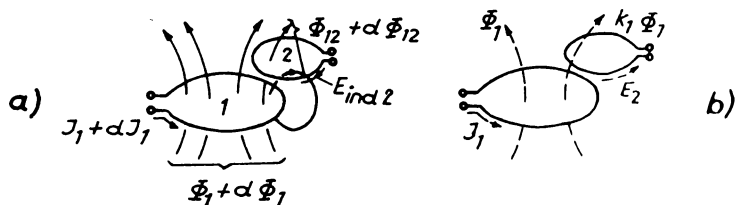


Bild 1.2 bei a) Pfeile = Richtungspfeile  
bei b) Pfeile = Zählpfeile    ||



den Flusses, der sogenannte Koppelfluß  $\alpha\phi_{12}$ , durchsetzt die Spule 2:

$$k_{12}(\phi_1 + \alpha\phi_1) = \phi_{12} + \alpha\phi_{12}. \quad (1.21)$$

Setzt man voraus, daß alle Windungen der Spule 2 die koppelnde Flußänderung  $\alpha\phi_{12}$  umfassen, so kann man mit dem Induktionsgesetz (1.1) die in der Spule 2 erzeugte Spannung wie folgt angeben:

$$E_{ind\ 2} = -N_2 \frac{\alpha\phi_{12}}{\alpha t}. \quad (1.22)$$

Da mit Gl.(1.4) und Gl.(1.21)

$$\phi_{12} = k_{12} \frac{J_1 N_1}{R_{m1}} \quad (1.23)$$

ist, so kann man für die induzierte Spannung schreiben:

$$E_{ind\ 2} = - \frac{k_{12} N_1 N_2}{R_{m1}} \cdot \frac{\alpha J_1}{\alpha t}. \quad (1.24)$$

Würde man durch die Spule 2 einen sich ändernden Strom  $J_2 + \alpha J_2$  schicken, so würde man analog zu obigen Ausführungen erhalten:

$$E_{ind\ 1} = -N_1 \frac{\alpha\phi_{21}}{\alpha t}, \quad (1.25)$$

$$\phi_{21} = k_{21} \frac{J_2 N_2}{R_{m2}}, \quad (1.26)$$

$$E_{ind\ 1} = - \frac{k_{21} N_1 N_2}{R_{m2}} \cdot \frac{\alpha J_2}{\alpha t}. \quad (1.27)$$

Wie in Abschnitt 8.2. noch gezeigt wird, gilt

$$\frac{k_{12} N_1 N_2}{R_{m1}} = \frac{k_{21} N_1 N_2}{R_{m2}} = M \hat{=} \text{ Bemessungsgleichung für die Gegeninduktivität. } (1.28)$$

Der erste Term in Gl.(1.24) und in Gl.(1.27) ist ausschließlich durch den konstruktiven Aufbau bedingt, so daß man mit Gl.(1.28) zweckmässig zusammenfaßt:

$$\left. \begin{aligned} E_{ind\ 2} &= -M \frac{\alpha J_1}{\alpha t} \\ E_{ind\ 1} &= -M \frac{\alpha J_2}{\alpha t} \end{aligned} \right\} \hat{=} \begin{aligned} &\text{Definitionsgleichung für} \\ &\text{die Gegeninduktivität.} \end{aligned} \quad \begin{aligned} &(1.29) \\ &(1.30) \end{aligned}$$

Bei gegebenen Spulen 1 und 2 kann man die Größe der Gegeninduktivität durch den Faktor  $k_{12}$  bzw.  $k_{21}$  verändern.

a) Der gesamte Fluß der einen Spule durchsetzt alle Windungen der anderen Spule:

$$k_{12} = k_{21} = 1 \hat{=} \text{völlige Kopplung.} \quad (1.31)$$

Im Fall völliger Kopplung müssen, wie bekannt, die magnetischen Flüsse beider Spulen gemeinsam sein, so daß auch deren magnetische Widerstände übereinstimmen:

$$R_{m1} = R_{m2} = R_m. \quad (1.32)$$

Folglich wird die Gegeninduktivität

$$M = \frac{N_1 N_2}{R_m} = \sqrt{L_1 L_2} = M_{\max}. \quad (1.33)$$

b) Der Fluß der einen Spule durchsetzt keine Windung der anderen Spule - großer Abstand, magnetische Abschirmung oder Achsen beider Spulen zueinander senkrecht:

$$k_{12} = k_{21} = 0 \hat{=} \text{völlige Entkopplung.} \quad (1.34)$$

Damit wird die Größe der Gegeninduktivität

$$M = 0. \quad (1.35)$$

c) Im allgemeinen wird die Kopplung zwischen beiden Grenzfällen liegen und damit die Gegeninduktivität nur ein Teil der maximal möglichen sein,

$$M = k \cdot M_{\max}, \quad (1.36)$$

und mit Gl.(1.33)

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \hat{=} \text{Definition des Kopplungsfaktors.} \quad (1.37)$$

Bei guten Übertragern ist  $k$  sehr nahe bei 1. Deshalb benutzt man häufig zugunsten der Anschaulichkeit die Angabe des Streugrades als Abweichung von 1, gemäß der Beziehung

$$\sigma = 1 - k^2 = (1 + k)(1 - k) \approx 2(1 - k). \quad (1.38)$$

## 2. Technische Spulen

Zur Verwirklichung der in Gl.(1.7) benötigten magnetischen Leitfähigkeit  $\frac{1}{R_m}$  benutzt man die sogenannten Kernmaterialien. Die gebräuchlichsten Kerne aus Blech III und IV nach TGL 10 475 sind von rechteckigem Querschnitt und als M- und

EI-Kerne bekannt. Der überall etwa konstante Kernquerschnitt  $A_K$ , die Kernweglänge  $l$  und weitere für die Spulen- und Übertragerberechnung notwendige Angaben sind in den Tabellen 2.1 und 2.2 zusammengestellt.

Zur Berechnung der Induktivität gehen wir von der Bemessungsgleichung der Induktivität (1.7) aus:

$$L = \frac{N^2}{R_m} = A_L \cdot N^2. \quad (2.1)$$

Es bedeuten:

$A_L$  = magnetischer Leitwert oder Induktivität der Spule mit einer Windung,

$N$  = Windungszahl der Spule.

## 2.1. Wicklung

Die Wicklung wird im allgemeinen auf den Wicklungsträger, den Spulenkörper, aufgebracht. Er ist aus Hartpapierteilen zusammengesetzt oder ein Preß- oder Spritzgußkörper. Dieser Spulenkörper muß aufnehmen

a) die Wicklung aus Kupfer-, Aluminium- oder Widerstandsdraht und

b) die zusätzlichen Isolationen (Grund-, Lagen-, Wicklungs- und Deckisolation), Verstärkungen sehr dünner Drahtenden, zusätzliche Isolierschläuche bei höherer Spannungsfestigkeit und den Zettel mit den Wickeldaten.

Ziehen wir den Platzbedarf für den unter b) genannten Aufwand vom Spulenquerschnitt  $A_{Sp}$  ab, so erhalten wir den für die eigentliche Wicklung verfügbaren Wickelquerschnitt  $A_W$ .

### 2.1.1. Windungszahl

Bei völlig gleichmäßiger Wicklung - Draht neben Draht und Lage auf Lage - wären unterzubringen

$$N = \frac{\text{Wickelquerschnitt}}{(\text{äußerer Drahtdurchmesser})^2}.$$

Da in der Praxis nicht so exakt gewickelt wird, kann man tatsächlich nicht ganz so viel Windungen unterbringen, erfahrungs-

Tabelle 2.1 Kern- und Wickeldaten von Spulen und Übertragern mit M-Schnitt [2], [4].

1	Kernblech nach TGL 0-41 302	M42	M55	M65	M74	M85a	M 102a	M 102b
2	Eff. Kernquerschnitt	cm <sup>2</sup>	2,9	4,6	6,3	8,0	10	15
3	Kernweglänge	cm <sup>2</sup>	3,2	5,1	7,0	8,9	11,4	17,1
4	Schichthöhe	mm	13	15,4	17,2	19,7	23,8	23,8
5	Eisengewicht	kg	20	26	32	32	35	53
			0,33	0,62	0,68	1,3	2,0	3,0
6	Indukt.-Konstante	$A_L \cdot 10^{-1}$	3	4	5	5,65	5,8	9
7	Streindukt.-Konstante	$A_{St} \cdot 10^{-1}$	12	15	19	16	17	20
8	Windungslänge	cm	9,3	11,0	12,8	14,0	16,0	19,3
	$l_{min}$	cm	12,0	14,4	16,5	17,0	19,8	23,2
	$l_{max}$	cm	13,8	16,7	19,8	20,3	23,5	27,1
9	Wickelraumhöhe	mm	8,5	10	12	11	13,5	13,5
	absolut	mm	7,5	9	11	10	12	12
	nutzbar	mm	33,5	37	43	49	61	61
10	Wickelraumbreite	mm	30,5	34	40	46	57	57
	nutzbar	mm <sup>2</sup>	225	305	440	460	685	685
11	Wickelquerschnitt							
12	Max. Leistung bei 50 Hz, 12 Vsm <sup>-2</sup> , Bl. III	VA	12	25	45	60	120	180
13	Windungszahl je Volt 50 Hz, 12 Vsm <sup>-2</sup> , Bl. III	Wdg. V <sup>-1</sup>	13,4	8,4	6	4,8	3,8	2,5
14	Zulässige Stromdichte	Arm <sup>-2</sup>	3,7	3,1	2,7	2,4	2,1	1,9
	$\Delta \vartheta = 40 \text{ grad}$	Arm <sup>-2</sup>	4,8	4,0	3,5	3,1	2,8	2,6
	$\Delta \vartheta = 60 \text{ grad}$	W	1,25	2,25	3,38	4,88	7,5	11,25
15	Eisenverluste 50 Hz, 12 Vsm <sup>-2</sup>	W	0,53	1,14	1,71	2,47	3,8	5,7
	Bl. III	W	2,8	3,8	4,5	5,6	7,5	8,6
16	Kupferverluste	W	2,7	4,2	5,6	8,3	11,2	13
17	Spannungsabfall bei voller Belastung	%	35	27	13	10	7	6
18	Wirkungsgrad 50 Hz, 12 Vsm <sup>-2</sup>	%	65	75	84	86	88	89



gemäß etwa 85% der oben berechneten Windungszahl, also

$$N = 0,85 \frac{A_w}{d_a^2} . \quad (2.2)$$

Dabei wollen wir unter  $d_a$  den größtmöglichen über die Isolation gemessenen Drahtdurchmesser verstehen, der Tabelle 2.3 entnommen werden kann.

Die mögliche Windungszahl kann auch mit dem Kupferfüllfaktor  $f_k$  ermittelt werden, der das Verhältnis des reinen Kupferquerschnittes zum Wickelquerschnitt  $A_w$  angibt:

$$f_k = N \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{1}{A_w} . \quad (2.3)$$

Somit wird die mögliche Windungszahl

$$N = f_k \frac{A_w}{0,785 \cdot d^2} . \quad (2.4)$$

**Tabelle 2.3** Größter Außendurchmesser  $d_a$  und Windungszahl je  $\text{cm}^2$  Wickelquerschnitt  $n$  [7] von Runddraht LF ... TGL 8402 E-Cu (CuL) und Runddraht LSF ... TGL 200-1725 E-Cu (CuLS).

Nenndurchm. d in mm	$d_a$ in mm		n in Wdg $\text{cm}^{-2}$	
	CuL	CuLS	CuL	CuLS
0,03	0,042	-	40000	
0,04	0,052	-	26000	
0,05	0,065	0,10	20000	7800
0,06	0,075	0,11	15000	6300
0,07	0,088	0,12	11000	5100
0,08	0,099	0,13	9000	4300
0,09	0,112	0,15	7000	3800
0,10	0,122	0,16	6000	3200
0,11	0,132	0,17	5000	2700
0,12	0,142	0,18	4400	2400
0,13	0,159	0,19	3600	2200
0,14	0,169	0,20	3200	2000
0,15	0,179	0,21	2800	1900
0,16	0,190	0,23	2500	1700
0,17	0,200	0,24		

Fortsetzung von Tabelle 2.3

Nenndurchm. d in mm	d <sub>a</sub> in mm		n in Wdg cm <sup>-2</sup>	
	CuL	CuLS	CuL	CuLS
0,18	0,210	0,25	2000	1300
0,19	0,220	0,26		
0,20	0,230	0,27	1650	1150
0,22	0,255	0,30	1400	1000
0,24	0,275	0,32		
0,25	-	0,33		800
0,26	0,297	0,34		
0,28	0,317	0,36	870	680
0,30	0,337	0,38	770	590
0,32	0,364	0,40	690	500
0,34	0,384	0,42		
0,35	-	0,43		420
0,36	0,404	-		
0,38	0,424	0,46	500	400
0,40	0,444	0,48	450	360
0,42	0,471	0,51	420	310
0,45	0,501	0,54	370	280
0,47	0,521	0,56		
0,50	0,551	0,59	300	250
0,55	0,609	0,65	250	200
0,60	0,659	0,70	210	180
0,65	0,709	0,75	180	160
0,70	0,759	0,80	160	135
0,75	0,822	0,86	140	120
0,80	0,872	0,91	120	110
0,85	0,922	-	110	
0,90	0,972	-	100	
0,95	1,022	-	90	
1,00	1,072	-	83	

Der Kupferfüllfaktor kann Bild 2.1 entnommen werden. Die dargestellten Werte liefern für die Nutzung des Wickelquerschnittes etwas günstigere Werte als die mit Gl.(2.2) ermittelten;

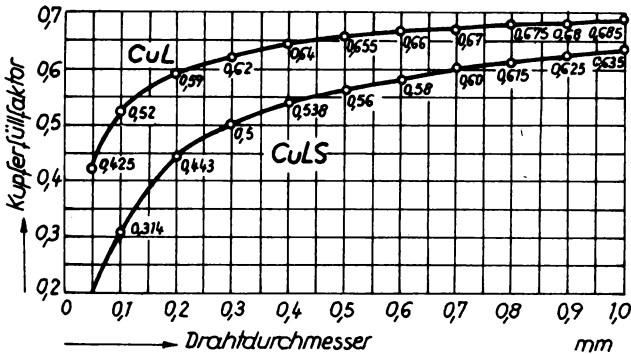


Bild 2.1 Kupferfüllfaktor in Abhängigkeit vom Drahtdurchmesser für Lackisolation (CuL) und Lack-Seide-Isolation (CuLS) [4]

sie werden von der Praxis aber durchaus erfüllt.

Ferner kann man aus der Tabelle 2.3 die Windungen je  $\text{cm}^2$  Wickelquerschnitt  $n$  ansehen und damit die mögliche Windungszahl berechnen

$$N = n \cdot A_w . \quad (2.5)$$

In bezug auf die Wickeltechnik interessieren häufig die tatsächlichen Windungszahlen je Lage; diese sind für die hauptsächlich verwendeten Spulengrößen in der Tabelle 2.4 angegeben. Für die Lagenhöhe setzt man statt des Außendurchmessers  $d_a$  des Drahtes mit [4] folgende Werte ein:

- $1,1 \cdot d_a$  = Lagenhöhe bei Drahtstärken bis 0,7 mm,
- $1,15 \cdot d_a$  = Lagenhöhe bei Drahtstärken über 0,7 bis 1,0 mm,
- $1,2 \cdot d_a$  = Lagenhöhe bei Drahtstärken über 1,0 bis 1,3 mm,
- $1,2 \cdot \delta$  = Höhe einer Isolationsschicht mit der Stärke  $\delta$  .

#### 2.1.2. Gleichstromwiderstand

Führt man die mittlere Länge einer Windung  $l_w$  ein, so erhält



**Tabelle 2.4** Windungszahl je Lage von Rdr LF für verschiedene Kerngrößen [4] .

d in mm	M 42	M 55	M 65	M 74	M 85	M 102	EI 130	EI 150	EI 170
						a, b	a, b	a-c	a, b
0,03	470								
0,04	377								
0,05	324								
0,06	267								
0,07	237	304	350	403	469	588			
0,08	215	276	318	369	425	532			
0,09	193	248	286	332	383	480			
0,10	178	229	264	306	353	442	454	511	605
0,11	159	203	234	272	314	394	404	456	539
0,12	147	189	217	253	292	365	375	423	500
0,13	138	176	203	236	272	342	350	395	468
0,14	130	166	192	224	257	322	330	373	441
0,15	122	156	180	209	241	302	310	349	413
0,16	115	148	171	199	228	287	294	332	392
0,17	109	140	162	188	216	271	278	314	372
0,18	104	134	154	179	206	259	266	300	354
0,19	99	127	146	170	196	246	252	284	336
0,20	95	121	140	163	187	235	241	272	321
0,22	86	110	127	147	170	213	218	246	291
0,24	80	102	117	137	157	197	203	229	270
0,26	74	94	109	126	146	183	187	211	250
0,28	69	88	102	119	137	171	176	198	234
0,30	65	83	96	112	128	161	165	186	220
0,32	60	77	89	103	119	149	153	173	204
0,34	57	73	84	98	113	141	145	164	194
0,36	54	69	80	93	107	134	138	156	184
0,38	51	66	76	89	102	128	131	148	175
0,40	49	63	73	84	97	122	125	141	167
0,42	46	60	68	80	92	115	118	133	158
0,45	43	56	64	75	86	108	111	125	148
0,47	41	54	62	72	83	104	106	120	142

Fortsetzung von Tabelle 2.4

d in mm	M 42	M 55	M 65	M 74	M 85	M 102	EI 130	EI 150	EI 170
						a, b	a, b	a-c	a, b
0,50	39	51	59	68	79	99	101	114	135
0,55		46	53	62	71	89	91	103	122
0,60		42	49	57	65	82	84	95	112
0,65		39	45	53	61	76	78	88	105
0,70		37	42	49	57	71	73	83	98
0,75		34	39	45	52	66	67	76	90
0,80		32	37	43	49	62	64	72	85
0,85		30	35	40	47	59	60	68	80
0,90		28	33	37	44	55	57	64	76
0,95		27	31	36	42	53	54	61	72
1,00		26	30	35	40	50	52	58	69

man den Gleichstromwiderstand  $R_G$  zu

$$R_G = 9 \frac{4 N l_w}{\pi d^2} \quad (2.6)$$

Für Kupferdraht ist bei Zimmertemperatur  $9 = 0,017 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$ , damit wird der Gleichstromwiderstand

$$R_G = 0,022 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{N l_w}{d^2} \quad (2.7)$$

Ferner kann man der Tabelle 2.5 den Gleichstromwiderstand pro Meter  $R'_G$  für 3 verschiedene Arbeitstemperaturen entnehmen und damit den Gleichstromwiderstand der Wicklung berechnen:

$$R_G = R'_G \cdot N l_w \quad (2.8)$$

Näherungsweise kann man den Gleichstromwiderstand in der Form

$$R_G = N^2 \cdot A_R \quad (2.9)$$

**Tabelle 2.5** Querschnitt, Belastbarkeit und Widerstand von Kupferdraht [4] .

Nenn- durch- messer $d$	Quer- schnitt $A_{Cu}$	Belastbarkeit			Widerstand		
		bei $2 A/mm^2$	bei $2,5 A/mm^2$	bei $3 A/mm^2$	bei $20^\circ C$ $\lambda = 57 \frac{m}{\Omega mm^2}$	bei $60^\circ C$ $\lambda = 49 \frac{m}{\Omega mm^2}$	bei $80^\circ C$ $\lambda = 46 \frac{m}{\Omega mm^2}$
mm	mm <sup>2</sup>	mA	mA	mA	$\Omega/m$	$\Omega/m$	$\Omega/m$
0,03	0,00071	1,4	1,8	2,1	24,82	28,9	30,8
0,04	0,00126	2,5	3,2	3,8	13,96	16,2	17,3
0,05	0,00196	3,9	4,9	5,9	8,94	10,4	11,1
0,06	0,00283	5,7	7,1	8,5	6,21	7,2	7,7
0,07	0,00385	7,7	9,6	11,5	4,56	5,3	5,65
0,08	0,00503	10	13	15	3,49	4,06	4,32
0,09	0,00636	13	16	19	2,76	3,21	3,42
0,10	0,00785	16	20	24	2,23	2,59	2,76
0,11	0,00950	19	24	29	1,846	2,16	2,29
0,12	0,0113	23	28	34	1,551	1,81	1,92
0,13	0,0133	27	33	40	1,322	1,54	1,64
0,14	0,0154	31	39	46	1,140	1,33	1,41
0,15	0,0177	35	44	53	0,993	1,15	1,23
0,16	0,0201	40	50	60	0,873	1,02	1,08
0,17	0,0227	46	57	68	0,773	0,9	0,96
0,18	0,0254	51	64	76	0,689	0,8	0,855
0,19	0,0284	57	71	85	0,619	0,72	0,77
0,20	0,0314	63	79	94	0,558	0,65	0,69
0,22	0,0380	76	95	114	0,462	0,54	0,57
0,24	0,0452	91	113	136	0,388	0,45	0,48
0,25	0,0491	98	123	147	0,357	0,415	0,441
0,26	0,0531	106	133	159	0,330	0,384	0,408
0,28	0,0616	123	154	185	0,285	0,331	0,354
0,30	0,0707	141	177	212	0,248	0,288	0,307
0,32	0,0804	161	201	241	0,218	0,254	0,27
0,34	0,0908	182	227	272	0,1932	0,224	0,24
0,35	0,0962	192	240	288	0,1824	0,212	0,227
0,36	0,1018	204	254	305	0,1724	0,201	0,215
0,38	0,1134	227	284	340	0,1547	0,18	0,192

Fortsetzung von Tabelle 2.5

Nenn- durchm. d	Quer- schnitt $A_{Cu}$	Belastbarkeit			Widerstand		
		bei 2A/mm <sup>2</sup>	bei 2,5A/mm <sup>2</sup>	bei 3A/mm <sup>2</sup>	bei 20°C $\frac{\Omega \cdot m}{mm^2}$	bei 60°C $\frac{\Omega \cdot m}{mm^2}$	bei 80°C $\frac{\Omega \cdot m}{mm^2}$
mm	mm <sup>2</sup>	mA	mA	mA	$\Omega/m$	$\Omega/m$	$\Omega/m$
0,40	0,1257	252	314	377	0,1396	0,162	0,174
0,42	0,1385	277	346	416	0,1266	0,147	0,157
0,45	0,1590	318	400	477	0,1103	0,128	0,137
0,47	0,1738	347	444	521	0,1010	0,117	0,125
0,50	0,1964	393	490	590	0,0894	0,104	0,11
0,55	0,2376	475	594	713	0,0738	0,086	0,092
0,60	0,2827	565	707	850	0,0621	0,072	0,077
0,65	0,3318	663	830	1,0 $\Delta$	0,0529	0,0615	0,066
0,70	0,3848	770	960	1,15	0,0456	0,053	0,0565
0,75	0,4418	885	1,1 $\Delta$	1,33	0,0397	0,046	0,0492
0,80	0,5027	1,0 $\Delta$	1,26	1,51	0,0349	0,0406	0,0432
0,85	0,5675	1,13	1,42	1,70	0,0309	0,0359	0,0383
0,90	0,6362	1,27	1,6	1,91	0,0276	0,0321	0,0342
0,95	0,7088	1,42	1,77	2,12	0,0248	0,0288	0,0307
1,00	0,7854	1,57	1,96	2,36	0,0223	0,0259	0,0276

angeben. Der Widerstandsfaktor  $A_R$  hängt nur wenig vom Draht-  
durchmesser ab. Eliminiert man in Gl. (2.6) den Draht-  
durchmesser mittels Gl. (2.3), so erhält man

$$R_G = N^2 \cdot \vartheta \frac{l_w}{f_k \cdot A_w} \quad (2.10)$$

und für den Widerstandsfaktor

$$A_R = \vartheta \frac{l_w}{f_k \cdot A_w} \quad (2.11)$$

Setzt man für Kupferdraht bei Zimmertemperatur  $\vartheta = 0,017 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$   
und für den Kupferfüllfaktor für Lackisolation einen Mittel-  
wert  $f_k = 0,55$ , so bekommt man

$$A_R = \frac{0,017}{0,55} \cdot \frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot \frac{l_w}{A_w} \approx 3 \frac{l_w}{A_w} \text{ cm } \mu \Omega \quad (2.12)$$

und für den Gleichstromwiderstand

$$R_G \approx N^2 \cdot 3 \frac{l_w}{A_w} \text{ cm } \mu \Omega. \quad (2.13)$$

Beispiel:

Ein Kern EI 60 ist mit 0,20 mm starkem Kupferlackdraht voll bewickelt. Wie groß sind die Windungszahl und der Gleichstromwiderstand?

Aus Tabelle 2.2 entnehmen wir einen absoluten Wickelquerschnitt = Spulenquerschnitt

$$A_{sp} = 80 \cdot 27,5 \text{ mm}^2 = 2,2 \text{ cm}^2.$$

Davon mögen für die Wicklung

$$A_w = 2,0 \text{ cm}^2$$

genutzt werden können.

Mit den Angaben in Tabelle 2.3 wird  $n = 1650 \text{ cm}^{-2}$ , und mit Gl.(2.5) ergibt sich die mögliche Windungszahl

$$N = n \cdot A_w = 1650 \text{ cm}^{-2} \cdot 2,0 \text{ cm}^2 = 3300.$$

Ferner gibt die Tabelle 2.2 eine mittlere Windungslänge

$l_w = 11,5 \text{ cm}$  an, und wir erhalten mit Gl.(2.7) für den Gleichstromwiderstand:

$$R_G = 0,022 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{N l_w}{d^2} = 0,022 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{3300 \cdot 11,5 \text{ cm}}{0,04 \text{ mm}^2} = 209 \Omega.$$

Näherungsweise hätten wir den Gleichstromwiderstand mit der Gl.(2.13) - ohne Kenntnis der Drahtstärke - wie folgt berechnen können:

$$R_G \approx N^2 \cdot 3 \frac{l_w}{A_w} \text{ cm } \mu \Omega = 10,9 \cdot 10^6 \cdot 3 \frac{11,5 \text{ cm}}{2,0 \text{ cm}^2} \text{ cm } \mu \Omega = 190 \Omega.$$

### 2.1.3. Drahtmaterial

Am häufigsten werden folgende Drahtsorten verwendet:

CuL = Kupferdraht mit Lackisolation,

CuLS = Kupferdraht mit Lack-Seide-Isolation,

Cu2S = Kupferdraht mit Seidenisolation und

Wd = Widerstandsdraht.

Lackisolierte Kupferdrähte sind nach TGL 8402 standardisiert. Neben verschiedenen anderen Ausführungen interessieren uns besonders die folgenden:

LF<sub>e</sub> = Runddraht lackisoliert für die Fernmeldetechnik mit eingegrenzter Toleranz für den Lackauftrag und

LF = Runddraht lackisoliert für die Fernmeldetechnik.

Beide Sorten können in lötfähiger Ausführung gefertigt werden. Die Bezeichnung eines Runddrahtes lackisoliert LFe aus Kupfer in lötfähiger Ausführung vom Nenndurchmesser  $d = 0,5 \text{ mm}$  lautet:

Runddraht LFe lötfähig 0,5 TGL 8402 E-Cu.

Umspinnene Wickeldrähte sind nach TGL 200-1725 standardisiert. Es werden Drähte für den Elektromaschinenbau Typ M und für die Fernmelde- und Meßtechnik Typ F unterschieden. Die Bezeichnung eines umspinnenen Runddrahtes der Sorte IS, Ausführung F, mit einem Nenndurchmesser  $d = 0,8 \text{ mm}$ , Leiterwerkstoff E-Cu lautet:

Runddraht ISF 0,8 TGL 200-1725 E-Cu.

#### 2.1.4. Zusätzlicher Isolationsaufwand und Wickeldaten

##### a) Grund- und Deckisolation

Insbesondere bei Spulenkörpern, die aus Hartpapier zusammengesetzt sind, verwendet man eine Grundisolation

2 Lagen Lackgewebe oder -papier 0,1 mm bis 1500 V Prüfspannung und

3 Lagen Lackgewebe oder -papier 0,1 mm bis 2000 V Prüfspannung. Als Abschluß der Wicklung wird eine Deckisolation in einer der Prüfspannung entsprechenden Lagenzahl (s.o.) aus Lackgewebe oder -papier aufgebracht. Die Isolierstoffe Lackgewebe und -papier sind nach TGL 14888 und TGL 14889 standardisiert.

##### b) Lagenisolation

Erforderliche Isolation bei CuL;

Scheitelwert der Lagenspannung.  $< 15 \text{ V}$  Isolation n. jeder 5. Lage,

Scheitelwert der Lagenspannung.  $15-25 \text{ V}$  Isolation n. jeder 3. Lage,

Scheitelwert der Lagenspannung.  $> 25 \text{ V}$  Isolation n. jeder Lage,  
bei Netztrafos im allgemeinen Isolation n. jeder Lage.

Erforderliche Isolation bei CuIS:

Scheitelwert der Lagenspannung.  $> 200 \text{ V}$  Isolation n. jeder Lage.

Die Stärke des Isolationsmaterials richtet sich nach der Drahtstärke, und zwar bei

Drahtstärken	bis 0,2 mm Lackpapier 0,04 mm,
Drahtstärken > 0,2	bis 1,0 mm Lackpapier 0,06 mm,
Drahtstärken > 1,0	mm Lackgewebe oder -papier 0,1 mm.

#### e) Wicklungsisolation

Sind insbesondere bei Übertragern mehrere gegeneinander spannungsführende Wicklungen vorhanden, so sind diese mit 0,1 mm starkem Lackgewebe oder -papier gegeneinander zu isolieren, und zwar

bis 1500 V Prüfspannung	mit 2 Lagen,
bis 2000 V Prüfspannung	mit 3 Lagen.

#### d) Isolierschläuche

Man unterscheidet gewebehaltige und gewebelose Isolierschläuche; diese sind nach TGL 13322 und 13323 standardisiert.

Bis 1500 V	Prüfsg. 1 Isolierschlauch,
über 1500 V bis 4000 V	Prüfsg. 2 Isolierschläuche übereinander,
über 4000 V	Prüfsg. 3 Isolierschläuche übereinander.

#### e) Zettel mit den Wickeldaten

Unter die letzte Lage der Deckisolation ist ein Zettel mit den Wickeldaten einzulegen. Die Angabe der Wickeldaten erfolgt in nachstehender Reihenfolge:

Widerstand in  $\Omega$  - Windungszahl - Drahtstärke in mm und  
-material, z.B.: 90 - 2700 - 0,15 CuL.

Anstelle dieser Angabe ist auch die Angabe des Herstellers mit Bauvorschrift-Nr. ausreichend.

### 2.2. Magnetischer Leitwert

In Analogie zum elektrischen Leitwert beträgt der magnetische Leitwert

$$A_L = \mu \frac{A_K}{l} \quad (2.14)$$

Hierin bedeuten

$\mu$  = absolute Permeabilität (= magn. Leitfähigkeit),  
 $A_K$  = Querschnitt des magnetischen Leiters,  
 $l$  = Länge des magnetischen Leiters.

Entsprechend der Dielektrizitätskonstante bezieht man  $\mu$  auf den Wert des Vakuums

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad (2.15)$$

mit

$\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-8} \text{ Hcm}^{-1}$  = Induktionskonstante (= absolute Permeabilität des leeren Raumes) und

$\mu_r$  = relative Permeabilität (dimensionslose Zahl).

Die relative Permeabilität ist eine material- und feldstärkeabhängige Größe und kann gemäß der Beziehung

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \quad (2.16)$$

ermittelt werden. Da man aber die Induktion  $B$  und die magnetische Feldstärke  $H$  nicht unmittelbar messen kann, führen wir Spannung und Strom ein und bekommen über den Scheinwiderstand der Spule eine praktische Definition der Permeabilität. Bei Anwendung der komplexen Schreibweise ( $\frac{d}{dt} \hat{=} j\omega$ ) ist mit Gl.(1.14) die Spannung über der Spule mit dem Gleichstromwiderstand  $R_G$

$$U^L = J^L \cdot R_G + j\omega N \phi. \quad (2.17)$$

Da in Analogie zur elektrischen Feldstärke die magnetische Feldstärke

$$H = \frac{\Theta}{l} \quad (2.18)$$

ist, wird mit dem Durchflutungsgesetz Gl.(1.3)

$$H = \frac{J \cdot N}{l}. \quad (2.19)$$

Führen wir

$$\phi = A_K \cdot B \quad (2.20)$$

mit Gl.(2.16) in Gl.(2.17) ein, so erhalten wir für den um den Gleichstromwiderstand  $R_G$  verkleinerten komplexen Widerstand



der Spule

$$\frac{U^L}{j^L} - R_G = j\omega\mu^L \frac{N^2 A_K}{l} \quad (2.21)$$

und hieraus eine Vorschrift für die Messung der Permeabilität:

$$\mu^L = \frac{\frac{U^L}{j^L} - R_G}{j\omega N^2 \frac{A_K}{l}} \quad (2.22)$$

Wegen der Verluste im Kern, die bei der ständigen Ummagnetisierung auftreten, ist auch der um den Gleichstromwiderstand  $R_G$  verkleinerte, in Gl.(2.21) berechnete und in Gl.(2.22) eingesetzte komplexe Widerstand der Spule kein reiner Blindwiderstand. In einer Ersatzschaltung müssen wir diese Kernverluste durch einen Wirkwiderstand darstellen. Bild 2.2 zeigt die Reihenersatzschaltung und Bild 2.3 die Parallelersatzschaltung einer Kernspule.



Bild 2.2 Reihenersatzschaltung einer Spule [2]

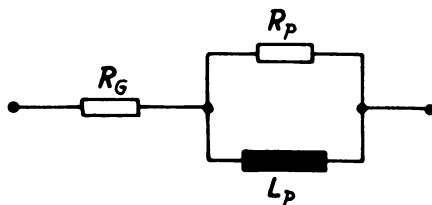


Bild 2.3 Parallelersatzschaltung einer Spule [2]

Da wir die Wirkung des Kernes der Permeabilität zuordnen wollen, müssen wir eine komplexe Permeabilität einführen

- vgl. Gl.(2.21) und Gl.(2.22) . Gehen wir mit Bild 2.2 von der Reihenersatzschaltung einer Spule aus, so können wir schreiben

$$\frac{U^L}{Z} - R_G = R_R + jX_R = R_R + j\omega L_R \quad (2.23)$$

und erhalten mit Gl.(2.22) den Real- und den Imaginärteil der komplexen absoluten Permeabilität:

$$\mu^L = \frac{R_R + j\omega L_R}{j\omega N^2 \frac{A_K}{l}} = \frac{L_R}{N^2 \frac{A_K}{l}} - j \frac{R_R}{\omega N^2 \frac{A_K}{l}} = \mu_{LR} - j\mu_{RR}. \quad (2.24)$$

Wir erkennen, daß der Realteil  $\mu_{LR}$  auf die in Bild 2.2 dargestellte Reiheninduktivität  $L_R$  und der Imaginärteil  $\mu_{RR}$  auf den Reihenwiderstand  $R_R$  führt. Deshalb nennt man  $\mu_{LR}$  die Reiheninduktivitäts-Permeabilität und  $\mu_{RR}$  die Reihenwiderstands-Permeabilität.

Es bleibt nun die Aufgabe, die Reihenersatzschaltung nach Bild 2.2 in die Parallelersatzschaltung, entsprechend Bild 2.3, umzurechnen. Beide Ersatzschaltungen müssen für einen gegebenen Kern den gleichen Scheinleitwert darstellen. Folglich muß gelten:

$$\frac{1}{R_P} + \frac{1}{j\omega L_P} = \frac{1}{j\omega N^2 \mu^L \frac{A_K}{l}} \quad (2.25)$$

$$\frac{1}{\mu^L} = \frac{N^2 A_K}{L_P l} + j \frac{\omega N^2 A_K}{R_P l} = \frac{1}{\mu_{LP}} + j \frac{1}{\mu_{RP}} \quad (2.26)$$

Entsprechend den obigen Ausführungen, nennen wir  $\mu_{LP}$  die Parallelinduktivitäts-Permeabilität und  $\mu_{RP}$  die Parallelwiderstands-Permeabilität.

Die Werte  $\mu_{LR}$ ,  $\mu_{RR}$ ,  $\mu_{LP}$  und  $\mu_{RP}$  kann man direkt ineinander umrechnen:

$$\frac{1}{\mu^L} = \frac{1}{\mu_{LR} - j\mu_{RR}} = \frac{\mu_{LR}}{\mu_{LR}^2 + \mu_{RR}^2} + j \frac{\mu_{RR}}{\mu_{LR}^2 + \mu_{RR}^2}. \quad (2.27)$$

Also gilt für die Parallel-Permeabilitäten

$$\mu_{LP} = \frac{\mu_{LR}^2 + \mu_{RR}^2}{\mu_{LR}} \quad (2.28)$$

$$\mu_{RP} = \frac{\mu_{LR}^2 + \mu_{RR}^2}{\mu_{RR}} \quad (2.29)$$

und für die Reihen-Permeabilitäten

$$\mu_{LR} = \frac{\mu_{LP} \cdot \mu_{RP}^2}{\mu_{LP}^2 + \mu_{RP}^2} \quad (2.30)$$

$$\mu_{RR} = \frac{\mu_{LP}^2 \cdot \mu_{RP}}{\mu_{LP}^2 + \mu_{RP}^2} \quad (2.31)$$

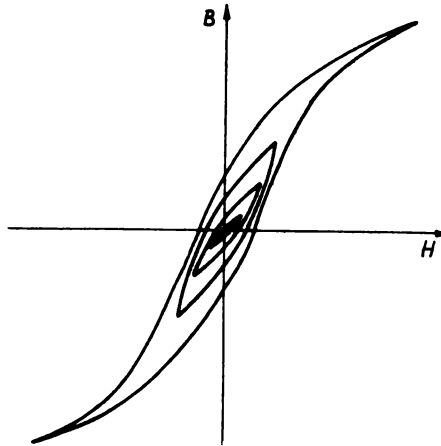


Bild 2.4 Hystereseschleifen, die bei periodischer Magnetisierung durchlaufen werden und sich mit wachsender Aussteuerung bis zum Eintritt von Sättigungserscheinungen aufrichten [1]

Bild 2.4 zeigt Hystereseschleifen mit wachsender Aussteuerung. Offenbar werden  $\mu_{LR}$  durch die Steilheit und  $\mu_{RR}$

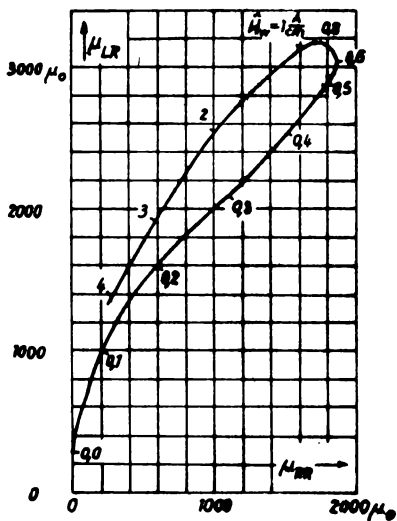


Bild 2.5 Komplexe Permeabilität von Blech IV, 4% Si, (Hysterese) bei großen Wechselfeldstärken [1]

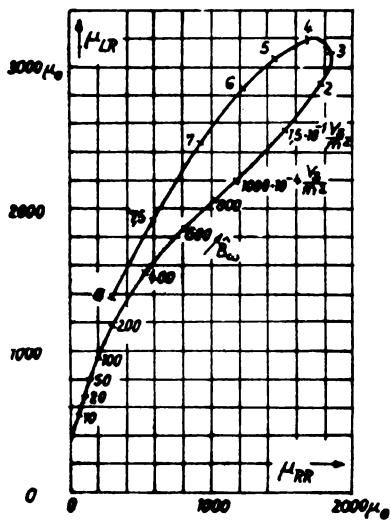


Bild 2.6 Komplexe Permeabilität von Blech IV, 4% Si, (Hysterese) bei großen Wechselfeldstärken [1]

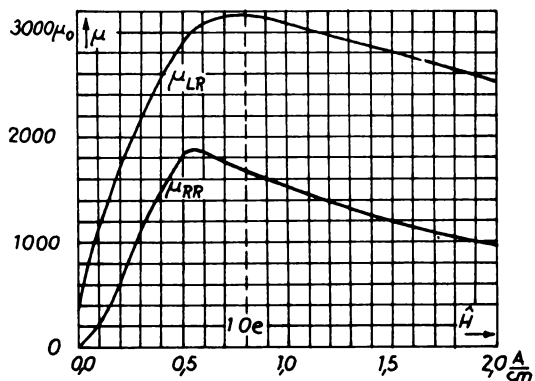


Bild 2.7 Komponenten der Permeabilität von Blech IV, 4% Si, (Hysterese) bei großen Feldstärken [1]

durch die Öffnung der Hystereseschleife bestimmt. Bei Aussteuerung mit kleiner magnetischer Feldstärke ist  $\mu_{LR}$  gering, durchläuft ein Maximum und wird bei eintretender magnetischer Sättigung wieder kleiner.

Beispiel:

Bei einem Kern EI 60 betragen nach Tabelle 2.2 für Blech IV der effektive Kernquerschnitt  $A_K = 3,8 \text{ cm}^2$  und die Kernweglänge  $l = 12 \text{ cm}$ . Bei einer Windungszahl  $N = 1000$  und einer Meßfrequenz  $f = 50 \text{ Hz}$  werden bei einer Feldstärke  $\hat{H} = 0,2 \text{ A cm}^{-1}$  mit einer Scheinwiderstandsmeßbrücke eine Reiheninduktivität  $L_R = 6,36 \text{ H}$  und ein Gleichstromwiderstand  $R_R + R_G = 750 \Omega$  gemessen. Mit einer Widerstandsmeßbrücke ermittelt man  $R_G = 25 \Omega$ . Wie groß sind die Reiheninduktivitäts-Permeabilität  $\mu_{LR}$  und die Reihenwiderstands-Permeabilität  $\mu_{RR}$ ? Mit Gl.(2.24) gilt:

$$\mu_{LR} = \frac{L_R}{N^2 \frac{A_K}{l}} = \frac{6,36 \text{ H}}{10^6 \frac{3,8 \text{ cm}^2}{12 \text{ cm}}} = \frac{6,36 \cdot 12}{10^6 \cdot 3,8} \text{ H cm}^{-1} = 1600 \mu_0$$

$$\mu_{RR} = \frac{R_R}{\omega N^2 \frac{A_K}{l}} = \frac{725 \Omega}{2\pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 10^6 \frac{3,8 \text{ cm}^2}{12 \text{ cm}}} = \frac{725 \cdot 12}{\pi \cdot 10^8 \cdot 3,8} \text{ H cm}^{-1} = 580 \mu_0$$

Die Permeabilität bei sehr kleiner Aussteuerung für  $\hat{H} \rightarrow 0$  bezeichnet man als Anfangspermeabilität  $\mu_A$ . Man kann sie nicht direkt messen, sondern nur durch Extrapolation ermitteln. Häufig genügt es, mit der Permeabilität  $\mu_{20}$ , die bei einer Wechselfeldstärke von 20 mOe (mOe = Millioersted) vorhanden ist, zu rechnen. Bei hochpermeablen Kernen wird häufig  $\mu_5$  angegeben, d.h.  $\mu$  bei einer Wechselfeldstärke von 5 mOe.

Nun ist aber die Einheit Oersted gesetzlich nicht mehr zulässig. Statt 20 mOe müßte man schreiben:

$$20 \text{ mOe} = \frac{20}{4\pi} \text{ A m}^{-1} = 1,59 \text{ A m}^{-1} \quad (2.32)$$

Diese Maßzahl wäre als Index ungewohnt. Deshalb verwendet man die Maßzahl der in  $10^{-7} \text{ Vs cm}^{-2} = 10^{-7} \text{ T}$  (T = Tesla) gemessen

senen Leerinduktion als Index (vgl. TGL 0-41301)

$$\hat{B}_0 = \mu_0 \cdot \hat{H}$$

$$\mu_0 \cdot 20 \text{ mOe} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1} \text{ m}^{-1} \cdot \frac{20}{4\pi} \text{ Am}^{-1} = 20 \cdot 10^{-7} \text{ Vs m}^{-2} = 20 \cdot 10^{-7} \text{ T} \quad (2.33)$$

oder allgemein

$$\mu_0 \cdot \alpha \text{ mOe} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1} \text{ m}^{-1} \cdot \frac{\alpha}{4\pi} \text{ Am}^{-1} = \alpha \cdot 10^{-7} \text{ Vs m}^{-2} = \alpha \cdot 10^{-7} \text{ T} \quad (2.34)$$

So können die gewohnten Indizes beibehalten bleiben.

Die oben beschriebene Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke wird in TGL 0-41301 nicht in Form von Kurven, sondern durch den Anstieg der Permeabilität angegeben. Dies ist der auf die Permeabilität  $\mu_{20}$  bezogene Differenzenquotient

$$\delta \hat{B}_0 = \delta \mu_0 \cdot \hat{H} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \Delta \hat{H}} \frac{\Delta \mu}{\mu_{20}} \quad (2.35)$$

Der Anstieg wird angegeben in der Einheit  $10^4 \text{ T}^{-1}$  für die Bereiche

$$\hat{B}_0 = 5 \text{ bis } 20 \cdot 10^{-7} \text{ T als } \delta_5 \quad \text{und} \quad (2.36)$$

$$\hat{B}_0 = 20 \text{ bis } 100 \cdot 10^{-7} \text{ T als } \delta_{100} \quad (2.37)$$

und sagt aus, um wieviel %o sich die Permeabilität bei einer Änderung von  $\mu_0 \Delta \hat{H} = 10^{-7} \text{ T}$ , lineare Abhängigkeit vorausgesetzt, in dem angegebenen Bereich ändert. Zugeschnitten auf die angeführten Feldstärkeänderungen gilt:

$$\delta_5 = \frac{1}{15 \cdot 10^{-7} \text{ T}} \cdot \frac{\mu_{20} - \mu_5}{\mu_{20}} = 66,7 \frac{\mu_{20} - \mu_5}{\mu_{20}} \cdot 10^4 \text{ T}^{-1} \quad (2.38)$$

$$\delta_{100} = \frac{1}{80 \cdot 10^{-7} \text{ T}} \cdot \frac{\mu_{100} - \mu_{20}}{\mu_{20}} = 12,5 \frac{\mu_{100} - \mu_{20}}{\mu_{20}} \cdot 10^4 \text{ T}^{-1} \quad (2.39)$$

Beispiel:

Für einen Kern M 42 aus Normaperm 2000 (D 1) wird bei einem  $\mu_{20} = 2000 \mu_0$  ein Anstieg der Permeabilität  $\delta_5 \leq 3 \cdot 10^4 \text{ m}^2 \text{ Wb}^{-1} (-3 \cdot 10^4 \text{ T}^{-1})$  angegeben. Wie groß ist  $\mu_5$ ?

Mit Gl.(2.38) gilt:

$$\mu_5 \geq \mu_{20} - \frac{\delta_5 \cdot \mu_{20}}{667 \cdot 10^4 \text{ T}^{-1}} = 2000 \mu_0 - 90 \mu_0 = 1910 \mu_0$$

Auch in der Praxis wird zur Angabe der Permeabilität Gl.(2.22) benutzt. Laut TGL 0-41301 wird für Übertragerbleche eine mittlere wirksame Permeabilität (in angeführter TGL mit  $\mu$  bezeichnet) einer **kapazitäts-** und verlustfreien Eisendrossel definiert durch

$$\mu = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l}{A_K \cdot N^2 \cdot \omega} \cdot \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l}{A_K \cdot N^2} \cdot L \quad (2.40)$$

Obwohl auch laut TGL-Entwurf 22112 vorgesehen ist, wie bisher unter  $\mu$  die absolute Permeabilität zu verstehen, ist in TGL 0-41301  $\mu$  gemäß Gl.(2.40) mit  $\frac{\mu_{LR}}{\mu_0}$  gleichzusetzen. Jedoch wird diese Definition der Permeabilität nur für sehr kleine Aussteuerung  $\mu_5$  und  $\mu_{20}$  angewendet und bei sehr tiefer Frequenz gemessen, so daß selbst für  $\mu_{20} \hat{=} \hat{H} = 159 \text{ mA cm}^{-1}$  in Bild 2.5  $\mu_{RR} \ll \mu_{LR}$  abgelesen werden kann. Hierdurch fallen in TGL 0-41301  $\mu$  und  $\frac{\mu_{LR}}{\mu_0}$  praktisch zusammen. Die tatsächlich vorhandenen Abweichungen sind im Vergleich mit den Toleranzen der angegebenen  $\mu$ -Werte vernachlässigbar klein.

Ferner ist zu beachten, daß in vielen früheren Unterlagen

$$\mu_0 \cdot \mu_{\sim} = \mu_s = |\mu^L| \quad (2.41)$$

verwendet wird. In grober Näherung gilt wegen der geometrischen Addition der Größen

$$\mu_0 \cdot \mu_{\sim} \approx \mu_{LR} \quad (2.42)$$

Mit den Zahlenwerten des obigen Beispiels ergibt sich mit  $\mu_{LR} = 1600 \mu_0$  und  $\mu_{RR} = 580 \mu_0$ :

$$\mu_0 \cdot \mu_{\sim} = \sqrt{\mu_{LR}^2 + \mu_{RR}^2} = \sqrt{16^2 + 0,58^2} \cdot 1000 \mu_0 = 1700 \mu_0. \quad (2.43)$$

### 2.2.1. Luftspalt

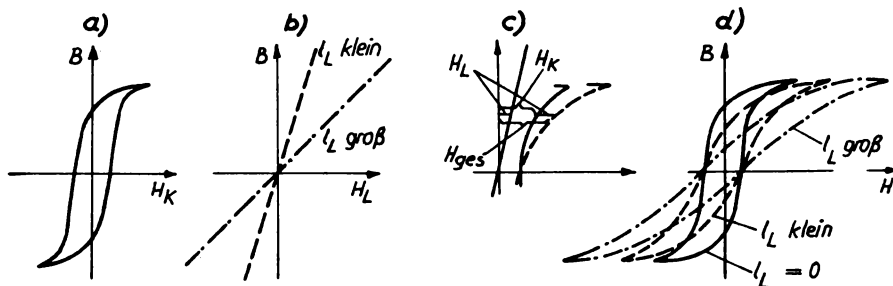
Mit Gl.(2.1) und Gl.(2.14) gilt:

$$L \sim \mu. \quad (2.44)$$

Nun ist aber nach obigen Ausführungen - vgl. Bilder 2.5 bis 2.7 -

$$\mu = f(\hat{H}) \text{ oder auch } f(\hat{B}). \quad (2.45)$$

Häufig ist man interessiert, eine Induktivität zu erhalten, die von der Größe der magnetischen Erregung möglichst unabhängig ist. Dazu bringt man in den magnetischen Kreis einen Luftspalt  $l_L$  ein, wodurch die Magnetisierungskurve gesichert und damit linearisiert wird, gleichzeitig also an Steilheit verliert, wodurch  $\mu_{LR}$  kleiner wird - siehe Bild 2.8.



**Bild 2.8** Soherung einer Magnetisierungskurve,  
 $H_L$  = magn. Feldstärke im Luftspalt,  $H_K$  = magn.  
 Feldstärke im Kern,  $H_{ges.} = H_L + H_K$  [8]

Wir wollen nun die Induktivität der Kernspule mit Luftspalt berechnen. Gemäß Gl.(2.1) benötigen wir dazu die Größe des



bei vorhandenem Luftspalt wirksamen magnetischen Leitwertes  $A_L^*$ . Nach Bild 2.9 gilt:

$$A_L^* = \frac{1}{R_{mk} + R_{mL}} \quad (2.46)$$

wobei

$R_{mk}$  den magnetischen Widerstand des Spulenkerne und  
 $R_{mL}$  den magnetischen Widerstand des Luftspaltes bedeuten.

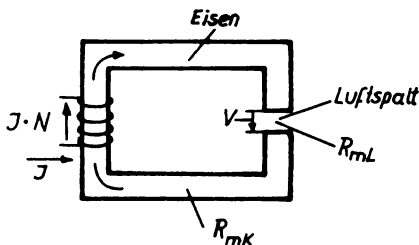


Bild 2.9 Magnetischer Grundstromkreis [8]

Zunächst wollen wir den magnetischen Widerstand des Luftspaltes berechnen; dazu benötigen wir die Breite und den Querschnitt des Luftspaltes. Bei gepreßten Kernmaterialien oder bei Kernmaterialien mit geschliffenem Luftspalt kann man die Luftspaltbreite recht genau angeben. Sind die Eisenkerne aus Kernblechen geschichtet, so bleibt eine gewisse Rauigkeit zurück. Dadurch ist die magnetisch wirksame Luftspaltbreite  $l'_L$  größer als die geometrisch gemessene Breite  $l_L$ . Diese Rauigkeit der Spaltwände wollen wir durch den Faktor  $\lambda$  berücksichtigen:

$$l'_L = \lambda \cdot l_L \quad (2.47)$$

Den im Luftspalt vorhandenen Fluß bezeichnen wir als Hauptfluß. Zu diesem Hauptfluß addieren sich noch Nebenflüsse, die den geometrischen Luftspalt außen umfließen. Dadurch ist der magnetisch wirksame Querschnitt  $A'_{Luft}$  größer als der geometrisch gemessene Querschnitt  $A_{Luft} = A_K$ . Diese Vergrößerung des Querschnittes wollen wir mit dem Faktor  $\varphi$  berücksichtigen und erhalten

$$A'_{Luft} = \varphi \cdot A_{Luft} = \varphi \cdot A_K \quad (2.48)$$

Damit wird mit Gl.(2.46) und Gl.(2.47) der magnetische Widerstand des Luftspaltes

$$R_{mL} = \frac{\lambda \cdot l_L}{\mu_0 \cdot \varphi \cdot A_K} \quad (2.49)$$

Zweckmäßig berücksichtigt man die beiden Korrekturgrößen  $\lambda$  und  $\varphi$  gemeinsam an der Luftspaltbreite

$$R_{mL} = \frac{\frac{\lambda}{\varphi} l_L}{\mu_0 \cdot A_K} \quad (2.50)$$

und nennt den Ausdruck

$$l_L^* = \frac{\lambda}{\varphi} l_L \quad (2.51)$$

die scheinbare Luftspaltbreite  $l_L^*$  - siehe Bild 2.10. Offenbar ist  $l_L^*$  diejenige Breite, die der Luftspalt bei

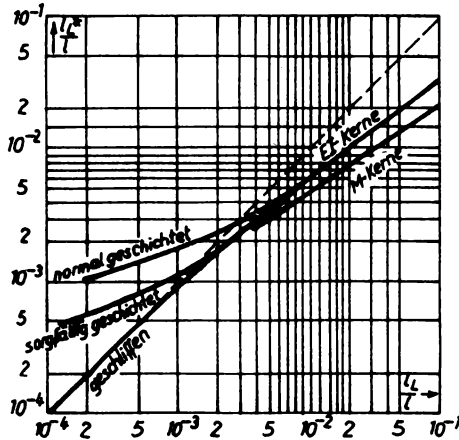


Bild 2.10 Scheinbare relative Breite  $\frac{l_L^*}{l}$  eines Luftspaltes in Abhängigkeit von der wirklichen relativen Breite  $\frac{l_L}{l}$  [8]

einer Messung des magnetischen Widerstandes nach

$$R_{mL} = \frac{l_L^*}{\mu_0 \cdot A_K} \quad (2.52)$$

erhalten würde, wenn man von der Rauigkeit der Spaltwände und den magnetischen Nebenflüssen nichts wüßte.

Nunmehr können wir den bei vorhandenem Luftspalt wirksamen magnetischen Leitwert  $A_L^*$  mit Gl.(2.46) detailliert angeben und erhalten:

$$A_L^* = \frac{1}{\frac{1}{\mu} \cdot \frac{l-l_L^*}{A_K} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l_L^*}{A_K}} \quad \begin{array}{l} \text{(Das gilt für M-Kerne; für} \\ \text{EI-Kerne müßte es im} \\ \text{Nenner heißen... } \frac{l}{A_K} + \dots) \end{array} \quad (2.53)$$

Führt man noch  $\mu^*$  für die bei vorhandenem Luftspalt wirksame Kernpermeabilität ein, so können wir mit Gl.(2.53) ansetzen:

$$\frac{1}{A_L^*} = \frac{1}{\mu^*} \cdot \frac{1}{A_K} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l-l_L^*}{A_K} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l_L^*}{A_K} \quad (2.54)$$

und erhalten für die Kernpermeabilität  $\mu^*$

$$\frac{1}{\mu^*} = \frac{1}{\mu} \left(1 - \frac{l_L^*}{l}\right) + \frac{1}{\mu_0} \frac{l_L^*}{l} \quad (2.55)$$

oder auch die Form

$$\mu^* = \frac{\mu}{1 + \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) \frac{l_L^*}{l}} \quad (2.56)$$

und für  $\frac{\mu}{\mu_0} \gg 1$

$$\mu^* \approx \frac{\mu}{1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{l_L^*}{l}} \quad (2.57)$$

Entsprechend Gl.(2.1) können wir mit Gl.(2.53) und Gl.(2.55) die Induktivität der Spule mit Luftspalt  $L^*$  angeben zu

$$L^* = A_L^* \cdot N^2 \quad (2.58)$$

$$= \mu^* \frac{A_K}{l} \cdot N^2 \quad (2.59)$$

Diese Gleichungen stimmen formal mit den Gleichungen (2.1) und (2.14) überein. Die Kernpermeabilität  $\mu^*$  entspricht der in den Gleichungen (2.22) und (2.40) aus dem Scheinwiderstand der Spule abgeleiteten Definition der Permeabilität und kann zu einer komplexen Kernpermeabilität  $\mu^{*\omega}$  ergänzt werden. Für die Kernspule mit Luftspalt soll noch eine anschauliche Vorstellung entwickelt werden. Dazu gehen wir von Gl.(2.55) aus. Im allgemeinen wird der Luftspalt schmal und damit  $\frac{l_L^*}{l} \ll 1$  sein, so daß man setzen kann

$$\frac{1}{\mu^*} = \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l_L^*}{l} \quad (2.60)$$

Wir erweitern Gl.(2.60) mit  $\frac{1}{N^2 \frac{A_K}{l}}$  und erhalten

$$\frac{1}{\mu^* N^2 \frac{A_K}{l}} = \frac{1}{\mu N^2 \frac{A_K}{l}} + \frac{1}{\mu_0 N^2 \frac{A_K}{l_L^*}} \quad (2.61)$$

also offenbar

$$\frac{1}{L^*} = \frac{1}{L} + \frac{1}{L_L} \quad (2.62)$$

Die Gleichungen (2.61) und (2.62) zeigen, daß durch den Luftspalt zur Induktivität  $L$  bei geschlossenem magnetischen Kreis eine Induktivität  $L_L$  parallel wirkt, die mit wachsendem Luftspalt  $l_L^*$  immer kleiner wird und die gesamte Induktivität  $L^*$  zunehmend bestimmt.

Beispiel:

Eine Kernspule M 42 aus Normaperm 2000 liegt bei einem  $\mu_{20} = 2000 \mu_0$  an konstanter Wechselspannung. Es werden die Kernbleche gegen D 1-Bleche (D 1 = Kurzbezeichnung für Normaperm 2000) mit einem Luftspalt von 0,5 mm ausgetauscht. Wie groß sind die scheinbare relative Luftspaltbreite und die Kernpermeabilität  $\mu^*$ ?

Nach Tabelle 1 beträgt die geometrische relative Luftspaltbreite

$$\frac{l_L}{l} = \frac{0,5 \text{ mm}}{102 \text{ mm}} \approx 5 \cdot 10^{-3}$$

und mit Bild 2.10 die scheinbare relative Breite

$$\frac{l_L^*}{l} = 3 \cdot 10^{-3}.$$

Die Kernpermeabilität ergibt sich, da  $\frac{\mu}{\mu_0} \gg 1$ , mit Gl.(2.57) zu

$$\mu^* \approx \frac{\mu}{1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{l_L^*}{l}} = \frac{2000\mu_0}{1 + 2000 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 286\mu_0.$$

### 2.2.2. Anfangs-Kernpermeabilität

Bei der Berechnung von Spulen interessiert die Anfangs-Kernpermeabilität in Abhängigkeit vom Luftspalt. Setzen wir in Gl.(2.56) die Anfangspermeabilität  $\mu_A$  ein, so erhält man für die Spule mit Luftspalt die Anfangs-Kernpermeabilität

$$\mu_A^* = \frac{\mu_A}{1 + \left( \frac{\mu_A}{\mu_0} - 1 \right) \frac{l_L^*}{l}} \quad (2.63)$$

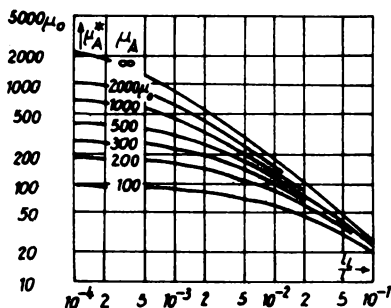
und für  $\frac{\mu_A}{\mu_0} \gg 1$

$$\mu_A^* \approx \frac{\mu_A}{1 + \frac{\mu_A}{\mu_0} \frac{l_L^*}{l}} \quad (2.64)$$

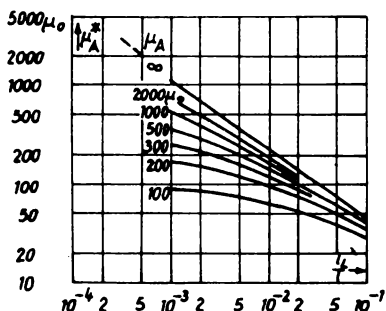
Entnimmt man Bild 2.10 die scheinbare relative Luftspaltbreite  $\frac{l_L^*}{l}$  in Abhängigkeit von der geometrischen relativen Luftspaltbreite  $\frac{l_L}{l}$  und setzt sie in Gl.(2.64) ein, so bekommt man die gesuchte Funktion

$$\mu_A^* = f\left(\frac{l_L}{l}\right). \quad (2.65)$$

Für die EI- und M-Kerne ist diese Funktion in den Bildern 2.11 und 2.12 dargestellt. Man erkennt, daß bei Kernmaterialien mit kleiner Anfangspermeabilität  $\mu_A$  der Einfluß des Luftspaltes auf die Anfangs-Kernpermeabilität  $\mu_A^*$  gering ist und daß bei zunehmendem Luftspalt die Anfangs-Kernpermeabilität  $\mu_A^*$  immer weniger von der Anfangspermeabilität  $\mu_A$  des Kernmaterials abhängt.



**Bild 2.11** Kernpermeabilität der EI-Kerne aus Blechen der Anfangspermeabilität  $\mu_A$  bei verschiedenen wirklichen relativen Breiten  $\frac{l_L}{l}$  des Luftspaltes [1]



**Bild 2.12** Kernpermeabilität der M-Kerne aus Blechen der Anfangspermeabilität  $\mu_A$  bei verschiedenen wirklichen relativen Breiten  $\frac{l_L}{l}$  des Luftspaltes [1]

Beispiel:

Ein Kern EI 60 aus Blech IV habe ein  $\mu_A$  von  $320 \mu_0$ . Durch Abheben des Joches um 0,5 mm entsteht ein Luftspalt von  $l_L = 1$  mm. Wie groß ist die Anfangs-Kernpermeabilität  $\mu_A^*$ ? Wieviel Windungen sind auf die Spule ohne und mit Luftspalt aufzubringen, wenn für  $\hat{H} \rightarrow 0$  eine Induktivität von  $1H$  gefordert wird?

Mit Tabelle 2.2 gilt  $l = 12$  cm und  $A_K = 3,8$  cm<sup>2</sup>. Die geometrische relative Luftspaltbreite beträgt

$$\frac{l_L}{l} = \frac{1 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} \approx 8 \cdot 10^{-3}$$

Nach Bild 2.11 ergibt sich für eine Anfangspermeabilität  $\mu_A = 320 \mu_0$  bei einer wirklichen relativen Luftspaltbreite von  $\frac{l_L}{l} \approx 8 \cdot 10^{-3}$  eine Anfangs-Kernpermeabilität  $\mu_A^* = 130 \mu_0$ . Die Windungszahl ohne Luftspalt berechnet sich mit Gl.(2.1) und Gl.(2.14) zu

$$N = \sqrt{\frac{L \cdot l}{\mu_A \cdot A_K}} = \sqrt{\frac{1H \cdot 12 \text{ cm}}{320 \cdot 0,4 \pi \cdot 10^{-8} \text{ Hcm}^{-1} \cdot 3,8 \text{ cm}^2}} = 886 \approx 900$$

und die Windungszahl mit Luftspalt zu

$$N^* = N \sqrt{\frac{\mu_A}{\mu_A^*}} = 886 \sqrt{\frac{320 \mu_0}{130 \mu_0}} = 1390 \approx 1400.$$

### 2.2.3. Komplexe Kernpermeabilität

Wenn die Frequenz  $\omega$  und die Feldstärke  $\hat{H}$  größer werden, so wirkt der Kern nicht mehr mit der reellen Anfangspermeabilität  $\mu_A$ , sondern wegen der Verluste im Kern infolge der ständigen Ummagnetisierung mit der komplexen Permeabilität  $\mu^L$ . Für einen Kern mit Luftspalt erhalten wir mit Gl.(2.55) den Kehrwert der komplexen Kernpermeabilität

$$\frac{1}{\mu^{L*}} = \frac{1}{\mu^L} \left(1 - \frac{l_L^*}{l}\right) + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l_L^*}{l}, \quad (2.66)$$

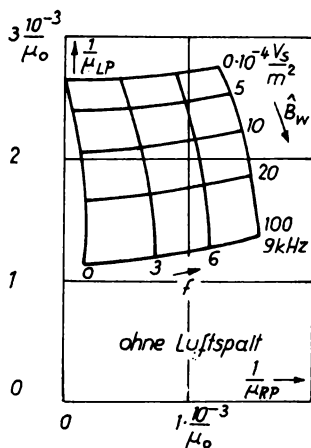
und da in den praktisch interessierenden Fällen  $\frac{l_L^*}{l} \ll 1$ , gilt

$$\frac{1}{\mu^{L*}} \approx \frac{1}{\mu^L} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l_L^*}{l}. \quad (2.67)$$

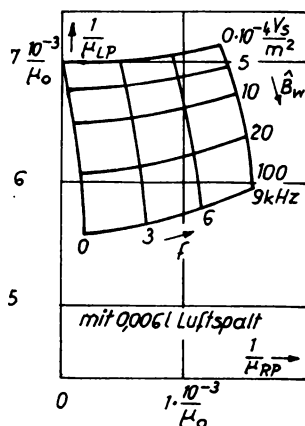
Wir wollen nun untersuchen, wie die Frequenz  $\omega$  und die Feldstärke  $\hat{H}$  die komplexe Kernpermeabilität  $\mu^{L*}$  beeinflussen. Wir wissen, daß in Analogie zum elektrischen Stromkreis die Feldstärke im magnetischen Kreis im Luftspalt und im Kern verschieden, daß aber die Induktion im ganzen magnetischen Kreis praktisch konstant ist. Deshalb wählt man als unabhängige Variable anstelle von  $\hat{H}$  zweckmäßig  $\hat{B}$ :

$$\frac{1}{\mu^{L*}(\omega, \hat{B})} = \frac{1}{\mu^L(\omega, \hat{B})} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{l_L^*}{l}. \quad (2.68)$$

Die Bilder 2.13 und 2.14 zeigen die Kehrwerte der komplexen Kernpermeabilität  $\mu^{L*}$  mit der Frequenz  $f$  und der Wechsel-



**Bild 2.13** Komplexe Permeabilität von Blech IV, 0,35mm, ohne Luftspalt [1]

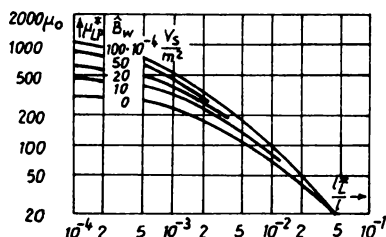


**Bild 2.14** Komplexe Permeabilität von Blech IV, 0,35mm, mit Luftspalt [1]

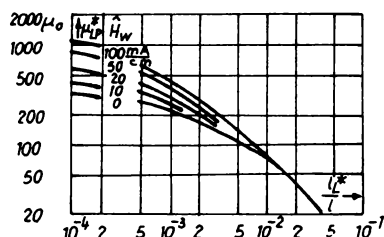
induktion  $\hat{B}_w$  als Parameter, die an einem EI-Kern aus 0,35 mm starkem Blech IV ohne Luftspalt und mit einer geometrischen relativen Luftspaltbreite  $\frac{l}{l} = 6 \cdot 10^{-3}$  gemessen wurden. In Bild 2.14 ist der Nullpunkt der Ordinatenkala so weit unterdrückt, daß die beiden Figuren der Bilder nebeneinander liegen. Man erkennt, daß die Figur des Kurvennetzes des Bildes 2.14 aus dem Bild 2.13 durch Parallelverschieben längs der Ordinatenachse zu gewinnen ist. Es ist also zu erkennen, daß die Abhängigkeit der komplexen Kernpermeabilität  $\mu^*$  von der Frequenz  $f$  und der Induktion  $\hat{B}$  durch den Luftspalt nicht beeinflusst wurde, daß also die Kernverluste infolge der ständigen Ummagnetisierung konstant geblieben sind. Durch den Luftspalt wird nur die Größe des Kehrwertes der komplexen Permeabilität durch Hinzufügen eines frequenz- und induktionsunabhängigen Gliedes geändert. Bei Feldstärkezunahme **vergrößert** sich bei kleinen Feldstär-



ken, besonders bei normalen Kernblechen, die Permeabilität und damit die Induktivität einer Spule. Für die Praxis interessiert die Zunahme der Permeabilität in Abhängigkeit vom Luftspalt für verschiedene Induktionen und Feldstärken. Diese Abhängigkeiten sind für Blech IV in den Bildern 2.15 und 2.16 dargestellt.



**Bild 2.15** Kernpermeabilität von Blech IV, 0,35mm, bei verschiedenen Wechselinduktionen in Abhängigkeit von der scheinbaren relativen Breite des Luftspaltes [1]



**Bild 2.16** Kernpermeabilität von Blech IV, 0,35mm, bei verschiedenen Wechselfeldstärken in Abhängigkeit von der scheinbaren relativen Breite des Luftspaltes [1]

#### Beispiel:

Ein Kern EI 60 aus Blech IV mit einer Anfangspermeabilität  $\mu_A = 320 \mu_0$  hat bei  $N = 900$  Windungen eine Anfangs-Induktivität von  $L = 1H$ . Wird die Stromstärke auf  $\hat{i} = 1mA$  erhöht, so beträgt die Feldstärke  $\hat{H} = \frac{900 \cdot 1mA}{12cm} = 75 \frac{mA}{cm}$ . Ihr entspricht nach Bild 2.16 ohne Luftspalt eine Permeabilität von  $\mu = 900 \mu_0$ , so daß die Induktivität jetzt  $L = \frac{900 \cdot \mu_0}{320 \cdot \mu_0} \cdot 1H = 2,8H$  beträgt. Hebt man das Joch um 0,5 mm ab, entsteht ein Luftspalt mit einer Breite von  $l_L = 1mm$ . Die geometrische relative Luftspaltbreite ist  $\frac{l_L}{l} = \frac{1mm}{120mm} \approx 8 \cdot 10^{-3}$  und mit Bild 2.10 die dazugehörige scheinbare relative Breite  $\frac{l^*}{l} = 5 \cdot 10^{-3}$ . Nach Bild 2.16 sinkt die Kernpermeabilität auf  $\mu^* = 130 \mu_0$ , so daß man für eine Induktivität von

$L^* = 1H$  jetzt  $N^* = 1400$  Windungen braucht. Zur Stromstärke  $\hat{i} = 1mA$  gehört jetzt die Kernfeldstärke  $\hat{H} = \frac{1400 \cdot 1mA}{12cm} = 117 \frac{mA}{cm}$ . Dieser Feldstärke entspricht nach Bild 2.16 eine Kernpermeabilität von  $\mu^* = 150\mu_0$ , so daß die Induktivität der Spule mit Luftspalt nur auf  $L^* = \frac{150\mu_0}{130\mu_0} \cdot 1H = 1,15H$  steigt.

#### 2.2.4. Reversible Permeabilität

Häufig werden Spulen von einem starken Gleichstrom durchflossen, der von einem sehr kleinen Wechselstrom überlagert ist, z.B. bei Siebdrosseln und Ausgangsübertragern. Die Gleichgrößen sollen mit dem Index  $G$  und die Wechselgrößen mit dem Index  $W$  gekennzeichnet werden. Die Gleichinduktion  $B_G$  kann man gemäß

$$B_G = \mu \cdot H_G \quad (2.69)$$

durch Kommutierung des Gleichfeldes und Messen des hierbei induzierten Spannungstoßes mit einem ballistischen Galvanometer aufnehmen. Bild 2.17 zeigt den prinzipiellen Verlauf

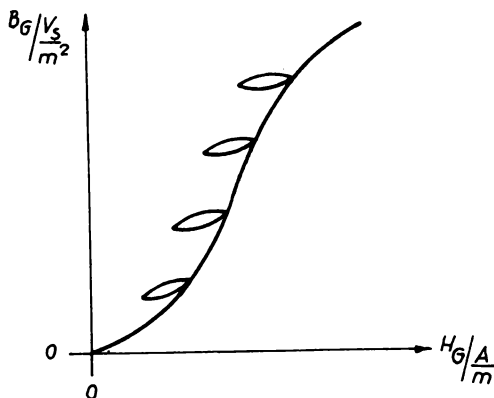


Bild 2.17 Magnetisierungskurve [2]

einer solchen Magnetisierungskurve. Gleichzeitig wurden bei verschiedenen Gleichstromwerten für sehr kleine überlagerte

Wechselströme die Hystereseschleifen eingetragen. Die Steilheit einer solchen Hystereseschleife nennt man ihre reversiblen Permeabilität

$$\mu_{rev} = \frac{\hat{B}_w}{\hat{H}_w} i \quad (2.70)$$

sie nimmt mit wachsender Feldstärke ab. Bild 2.18 zeigt die

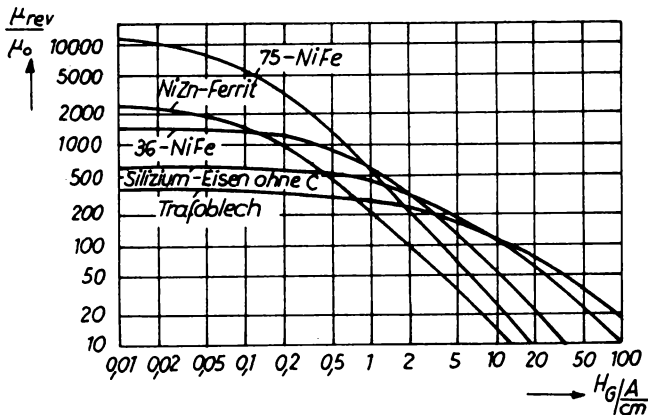


Bild 2.18  $\mu_{rev}$  für sehr tiefe Frequenzen als Funktion von  $H_G$  für verschiedene Werkstoffe [2]

Abhängigkeit der reversiblen Permeabilität  $\mu_{rev}$  von der Gleichfeldstärke  $H_G$  für verschiedene Kernwerkstoffe. Bis zu Gleichfeldstärken von  $H_G = 0,03 \frac{A}{cm}$  ist  $\mu_{rev} \approx \mu_A$  ; dann fallen die Kurven ab, und bei größerer Gleichfeldstärke behalten die Kurven mit den kleineren  $\mu_A$ -Werten die größeren Werte  $\mu_{rev}$  .

Frequenz und Wechselfeldstärke beeinflussen die reversible Permeabilität  $\mu_{rev}$  . Die Bilder 2.19 bis 2.22 zeigen die komplexe Permeabilität von Blech IV ohne und mit Gleichstromvormagnetisierung. Die in Bild 2.18 für  $\mu_{rev}$  angegebenen Werte entsprechen in den Bildern 2.19 und 2.20 der Anfangspermeabi-

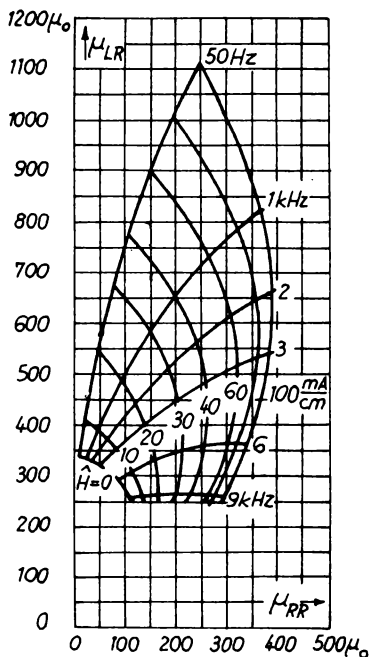


Bild 2.19 Komplexe Permeabilität von Blech IV, 0,35mm, ohne Vormagnetisierung [1]

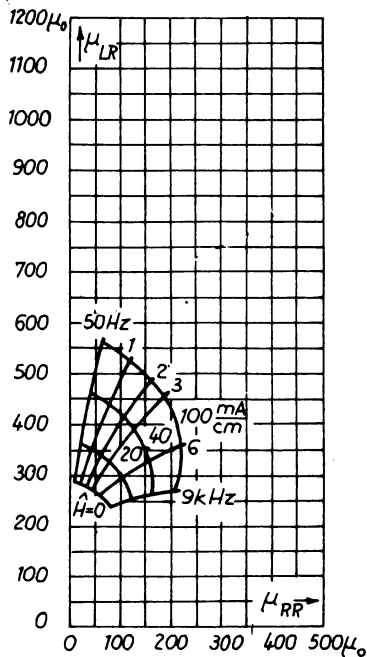
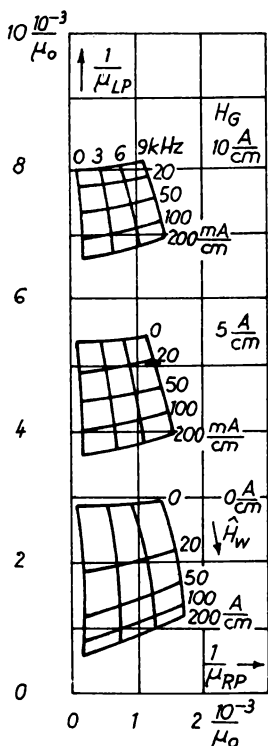


Bild 2.20 Komplexe Permeabilität von Blech IV, 0,35mm, unter Vormagnetisierung von  $1 \frac{A}{cm}$  [1]

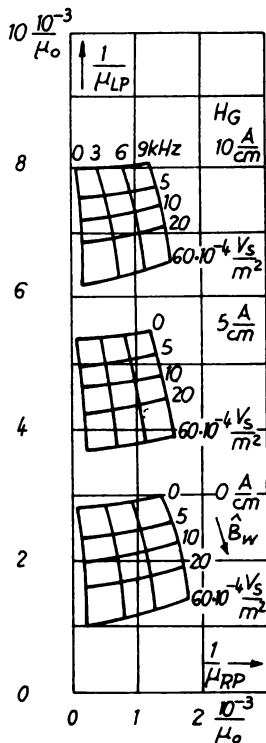
lität  $\mu_A$ . Die Bilder 2.21 und 2.22 lassen erkennen, daß die Figuren der Kurvennetze durch die Gleichfeldstärke  $H_G$  nur unwesentlich verändert, sondern nur längs der Ordinatenachse etwa parallel verschoben werden.

#### 2.2.5. Vormagnetisierte Kerne mit Luftspalt

Die Abnahme der Permeabilität eines Kernwerkstoffes bei starker Vormagnetisierung beruht auf der Sättigung des Eisens. Zur Herabsetzung der Wirkung der Vormagnetisierung bringt man einen Luftspalt an. Bei kleiner Vormagnetisierung vermindert er zwar merklich die Permeabilität des Eisenkernes, schiebt



**Bild 2.21** Kehrwert der komplexen Permeabilität von Blech IV, 0,35mm, in Abhängigkeit von der Wechselfeldstärke bei verschiedenen Vormagnetisierungen [1]



**Bild 2.22** Kehrwert der komplexen Permeabilität von Blech IV, 0,35mm, in Abhängigkeit von der Wechselinduktion bei verschiedenen Vormagnetisierungen [1]

aber bei größerer Vormagnetisierung infolge seiner entmagnetisierenden Wirkung das Auftreten der Sättigungserscheinungen hinaus und verbessert so bei großen Vormagnetisierungen die Kernpermeabilität. Für verschiedene Luftspaltbreiten zeigt Bild 2.23 Magnetisierungskurven in Abhängigkeit von der Gleichstromvormagnetisierung für Blech IV.

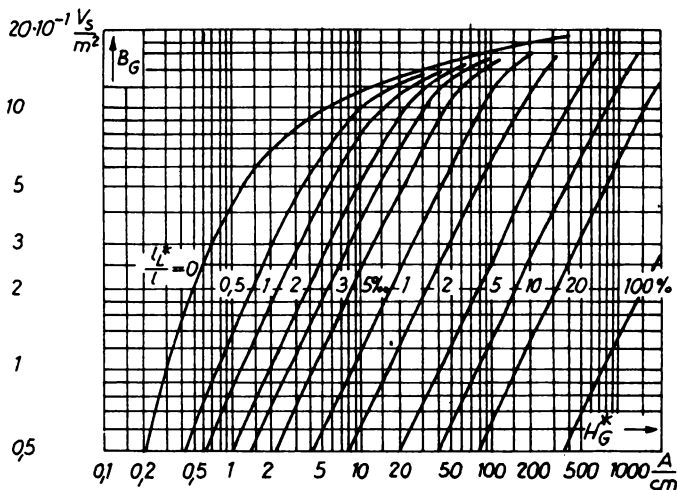


Bild 2.23 Magnetisierungskurven von Kernen aus Blech IV, 4% Si, mit verschiedener scheinbarer relativer Breite  $\frac{l_k^*}{l}$  des Luftspaltes [1]

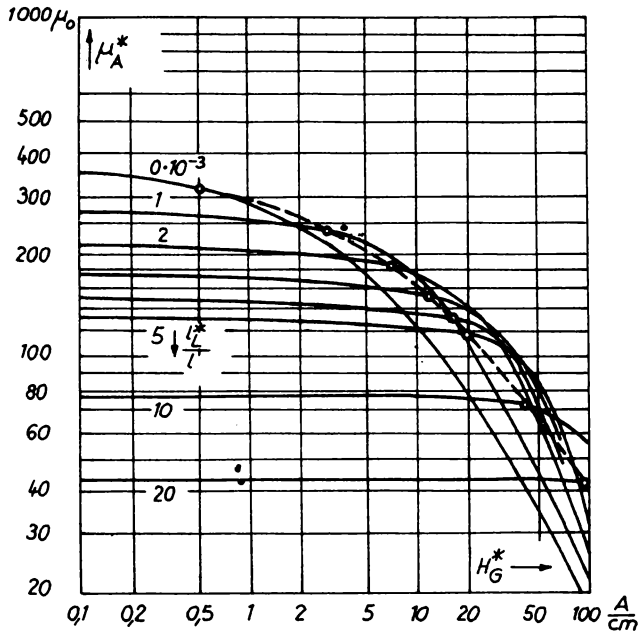
Beispiel: Durch eine Drossel aus einem Kern EI 60 mit 5000 Windungen fließt ein Gleichstrom von  $10\text{ mA}$ . Aus Tabelle 2.2 entnimmt man eine Kraftlinienlänge von  $12\text{ cm}$ , so daß im Kern eine Feldstärke

$$H_G = \frac{5000 \cdot 10\text{ mA}}{12\text{ cm}} \approx 4 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

wirkt. Nach Bild 2.23 erzeugt diese Feldstärke im Kern, wenn kein Luftspalt vorhanden ist, eine Induktion von  $0,9\text{ Vsm}^{-2}$ . Dieser Wert liegt bereits deutlich im Sättigungsgebiet.

Bringt man einen Luftspalt von  $\frac{l_k}{l} = 1\text{ mm}$  an, so beträgt  $\frac{l_k^*}{l} = 8\text{ ‰}$  und mit Bild 2.10  $\frac{l_k^*}{l} = 5,5\text{ ‰}$ , und damit entnehmen wir Bild 2.23 eine Gleichinduktion von nur noch  $0,09\text{ Vsm}^{-2}$ , die weit von der Sättigung entfernt ist.

Für die Berechnung der Spuleninduktivität interessiert die Größe der Kernpermeabilität. Bild 2.24 stellt die Anfangskernpermeabilität für verschiedene Luftspaltbreiten in Abhängigkeit von der Kernfeldstärke dar. Die Kurven zeigen die Abnahme der Anfangskernpermeabilität bei wachsendem Luftspalt,



**Bild 2.24** Anfangs- Kernpermeabilität von Blech IV, 4% Si, bei verschiedener scheinbarer relativer Breite  $\frac{l^*}{l}$  des Luftspaltes in Abhängigkeit von der Vormagnetisierung. Mit Kreisen sind die zweckmäßigen Luftspaltbreiten gekennzeichnet, für die die Kernpermeabilität um 1% abnimmt, wenn die Vormagnetisierung um 10% zunimmt [1]

lassen aber auch erkennen, wie das durch die Vormagnetisierung bedingte Absinken der Kernpermeabilität mit zunehmender Luftspaltbreite immer weiter hinausgeschoben wird.

**Beispiel:**

Zur Glättung eines gleichgerichteten Stromes von 20 mA mittlerer Stromstärke soll eine Drossel verwendet werden, an der eine Gleichspannung von höchstens 20 V abfällt. Ihr Gleichstromwiderstand darf somit 1000  $\Omega$  betragen. Wir wollen einen Kern EI 60 verwenden, den wir bei einer Drahtstärke von  $d = 0,14$  mm mit 7000 Windungen bewickeln können, so daß sein

Gleichstromwiderstand  $1000 \Omega$  beträgt. Da die Kraftlinien 12 cm lang sind, beträgt die vormagnetisierende Feldstärke

$$H_G = \frac{7000 \cdot 20 \text{ mA}}{12 \text{ cm}} \approx 12 \frac{\text{A}}{\text{cm}}.$$

Nach Bild 2.24 gehören zu dieser Feldstärke ein günstigstes Luftspaltverhältnis von  $\frac{l_L^*}{l} = 2 \cdot 10^{-3}$  und eine größte Anfangskernpermeabilität  $\mu_A^* = 160 \mu_0$ . Damit beträgt die Induktivität

$$L^* = N^2 \cdot A_L^* = 49 \cdot 10^6 \cdot 160 \mu_0 \frac{3,8 \text{ cm}^2}{12 \text{ cm}} \approx 31 \text{ H}$$

Bild 2.10 zeigt, daß zu einer scheinbaren Luftspaltbreite  $l_L^* = 2 \cdot 10^{-3} l$  eine geometrische Breite von  $l_L = 2,5 \cdot 10^{-3} l$  gehört. Der Luftspalt soll also  $l_L = 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \text{ cm} = 0,3 \text{ mm} = 2,0,15 \text{ mm}$  breit sein.

Eine Verbreiterung des Luftspaltes auf das Doppelte, auf  $l_L = 0,6 \text{ mm} = 2 \cdot 0,3 \text{ mm}$  läßt nach Bild 2.24 die Anfangskernpermeabilität auf  $\mu_A^* = 125 \mu_0$  und damit die Induktivität auf

$$L^* = \frac{125 \mu_0}{160 \mu_0} \cdot 31 \text{ H} = 24,2 \text{ H},$$

also nur wenig absinken. Dafür haben wir aber den Vorteil größerer Unempfindlichkeit dieser Induktivität gegenüber Änderungen der Gleichstromstärke.

Zu jeder Gleichfeldstärke  $H_G$  gibt es nach Bild 2.24 eine Luftspaltbreite, für die die Anfangs-Kernpermeabilität  $\mu_A^*$  einen Größtwert erreicht. Schwankungen der Vormagnetisierung können  $\mu_A^*$  stark verändern. Zweckmäßig macht man die Luftspaltbreite etwas größer. Die empfohlenen Luftspaltbreiten sind durch kleine Kreise gekennzeichnet und berücksichtigen, daß die Anfangs-Kernpermeabilität nur um 1% sinkt, wenn die Gleichfeldstärke um 10% zunimmt.

### 3. Verlustfaktor

Im allgemeinen soll eine Spule, die von einem Wechselstrom mit der Frequenz  $\omega$  durchflossen wird, einen reinen Blindwiderstand  $Z^L = j\omega L$  darstellen. In der Wicklung und im Kernwerkstoff treten aber Verluste auf, die im Ersatzschaltbild durch Wirkwiderstände darzustellen sind. Bild 3.1 zeigt



die Reihenersatzschaltung und das dazugehörige Zeigerbild.

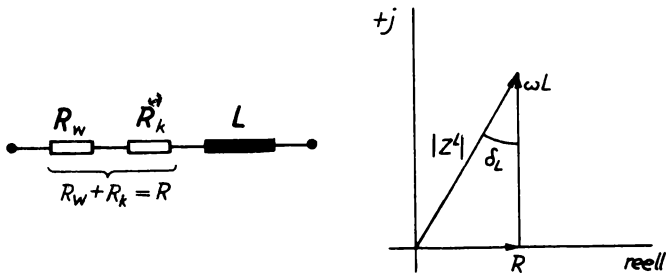


Bild 3.1 Reihenersatzschaltung einer verlustbehafteten Spule mit Zeigerbild

Es bedeuten

$R_w$  der Widerstand, der die Wicklungsverluste beschreibt,  
 $R_k$  der Widerstand, der die Kernverluste darstellt.

Mit Bild 3.1 nennen wir

$\delta_L$  den Verlustwinkel,

mit  $R = R_w + R_k$  (3.1)

$\tan \delta_L = \frac{R}{\omega L}$  den Verlustfaktor und (3.2)

$q_L = \frac{1}{\tan \delta_L} = \frac{\omega L}{R}$  den Gütefaktor. (3.3)

In vielen Fällen, z.B. beim Parallelschalten eines verlustbehafteten Kondensators, ist es zweckmässig, von der Parallelersatzschaltung nach Bild 3.2 auszugehen. Die Umrechnung ergibt mit

$$\tan \delta_L = \frac{R}{\omega L} = \frac{\omega L_P}{R_P} \quad (3.4)$$

für die Elemente der Parallelersatzschaltung

$$L_P = (1 + \tan^2 \delta_L) L \approx L \quad (3.5)$$

$$R_P = \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \delta_L}\right) R \approx \frac{R}{\tan^2 \delta_L}. \quad (3.6)$$

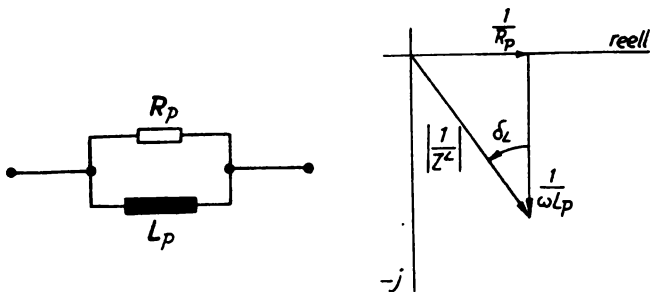


Bild 3.2 Parallelersatzschaltung einer verlust-behafteten Spule mit Zeigerbild

Es ist zu beachten, daß bei der Ermittlung des Verlustfaktors das Verhalten der Spule nur bei Wechselstrom interessiert. Für die Berechnung der Verlustleistung, die die freiwerdende Wärmeenergie beschreibt, die von der Spule abgegeben werden muß, ist außer der vom Wechselstrom herrührenden Komponente des Verlustfaktors für den gegebenenfalls überlagerten Gleichstrom der Gleichstromwiderstand der Wicklung zu berücksichtigen. Die freiwerdende Wärmeenergie, deren Übergang zur Umgebung und die sich einstellende Übertemperatur werden im Abschnitt "4. Verlustleistung" untersucht.

### 3.1. Wicklungsverluste

#### 3.1.1. Wechselstromwiderstand

Für Wechselstrom tieferer Frequenz (etwa Bereich der Tonfrequenzen, s.u.) ist der Wechselstromwiderstand  $R_{\sim}$  etwa gleich dem Gleichstromwiderstand  $R_G$  der Wicklung. Wird nun eine Spule von Wechselstrom höherer Frequenz durchflossen, so werden, wie bekannt, nach dem Induktionsgesetz Gl. (1.1) auch Spannungen im Inneren des Leiters erzeugt, wodurch die Stromverteilung und der magnetische Fluß im Leiterinneren über den Querschnitt verändert werden. In den inneren Teilen des Leiters werden der Strom und der vom Strom erzeugte magnetische Fluß geschwächt und an der Leiteroberfläche konzentriert. Diese Erscheinung bezeichnet man als Haut- oder Skineffekt, in

ihren Einzelercheinungen als Stromverdrängung und als Feldverdrängung. Uns soll hier die Stromverdrängung interessieren; sie nimmt, wie bekannt, mit der Frequenz, der Leitfähigkeit, der Permeabilität und dem Querschnitt des Leiters zu. Als Folge dieser Stromverdrängung steigt der Wechselstromwiderstand  $R_{\sim}$  über den Gleichstromwiderstand  $R_G$  der Spule an. Als Rechenwert verwendet man die Leiterdicke  $\mathcal{J}$ , bei der die Stromdichte auf den  $\frac{1}{e}$  ten Teil ihres Oberflächenwertes abgeklungen ist. Bei sehr hohen Frequenzen ist dann  $\mathcal{J}$  gleich der Dicke der Leiterschicht, deren Gleichstromwiderstand dem in Rechnung zu setzenden Wechselstromwiderstand gleich ist.

Für den einzelnen, freistehenden, gestreckten und runden Leiter ist nach [7] die für die Berechnung des Wechselstromwiderstandes anzusetzende Leiterdicke

$$\mathcal{J}/mm = \frac{503}{\sqrt{f/s^{-1} \cdot \frac{\rho}{\Omega mm^2} \cdot \mu_r}} \quad (3.7)$$

Für den Kupferleiter vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$\mathcal{J}/mm = \frac{6,72}{\sqrt{f/s^{-1}}} \quad (3.8)$$

Jetzt können wir den Wechselstromwiderstand  $R_{\sim}$  ausrechnen und

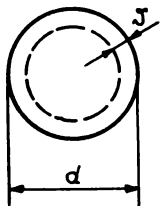


Bild 3.3 Leitschicht eines zylindrischen Leiters

erhalten mit Bild 3.3

$$R_{\sim} = \varrho \frac{l_{leit}}{A_{\sim}} \approx \varrho \frac{l_{leit}}{(d - \mathcal{J}) \cdot \mathcal{J} \cdot \pi} \quad (3.9)$$

Dabei sind

$A_{\sim}$  der bei Wechselstrom wirksame Leiterquerschnitt,  
 $l_{\text{Leit}}$  die Länge des einzelnen, freistehenden, gestreckten,  
 runden Leiters.

Für  $\lambda \ll d$  wird

$$R_{\sim} = \varrho \frac{l}{\alpha \lambda \pi} \quad (3.10)$$

Da die Gleichstromwiderstände mit Tabelle 2.5 vorliegen, wollen wir den Wechselstromwiderstand  $R_{\sim}$  auf den Gleichstromwiderstand  $R_G$  beziehen:

$$R_{\sim} \approx R_G \frac{\varrho \frac{l}{\alpha \lambda \pi}}{\varrho \frac{l}{\pi d^2}} = \frac{d}{4 \lambda} R_G = \frac{d/\text{mm}}{26,9 \sqrt{f/\text{s}^{-1}}} \cdot R_G \quad (3.11)$$

Nun ist aber die oben angenommene Voraussetzung, der Leiter soll einzeln, freistehend und gestreckt sein, bei einer Spule nicht erfüllt. Bereits bei zwei benachbarten Drähten ist die Stromverdrängung um so größer, je geringer der Abstand dieser beiden Leiter im Verhältnis zu ihrem Durchmesser ist. Ferner ist noch die Stromrichtung - entgegengesetzt oder gleich - von Einfluß. Eine Übersicht gibt Bild 3.4.

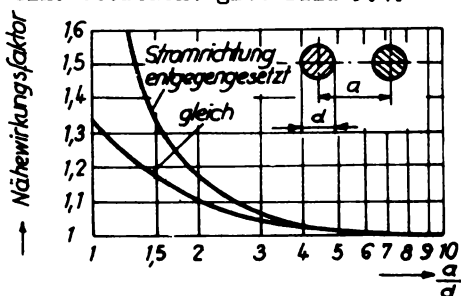


Bild 3.4 Näherungswirkungsfaktor für parallele zylindrische Leiter bei sehr hoher Frequenz [9]

In Spulen ergeben sich im allgemeinen noch stärkere Stromverdrängungen als in zwei einzelnen Leitern. Demgemäß ist bei Spulen das Verhältnis des Wechselstromwiderstandes  $R_{\sim}$  zum Gleichstromwiderstand  $R_G$  größer, als es im Bild 3.4 angegeben

wird.

Um den Wechselstromwiderstand auch bei höheren Frequenzen möglichst klein zu halten, kann man die Leiteroberfläche mit einem besonders gut leitenden Metall, z.B. Silber, überziehen. Ferner besteht die Möglichkeit, recht dünne Drähte zu verwenden, die ein günstiges Verhältnis von leitender Schichtdicke zu Querschnitt besitzen und damit bei höheren Frequenzen nur eine geringere Widerstandszunahme zeigen; dabei werden zweckmäßig mehrere Drähte parallelgeschaltet und zu der sogenannten Hochfrequenzlitze verdreht.

Um bei Einsatz der HF-Litze den zu erwartenden Erfolg abschätzen zu können, werden ohne Ableitung einige Gleichungen angegeben. Diese Gleichungen gelten für gestreckte Drähte, geben aber auch für Spulen brauchbare Näherungswerte [3].

a) Der Widerstand von HF-Litze  $R_{\sim, Li}$  ergibt sich zu

$$R_{\sim, Li} = R_{\sim} + k \left( \frac{n \cdot d}{d_0} \right)^2 \cdot G \quad (3.12)$$

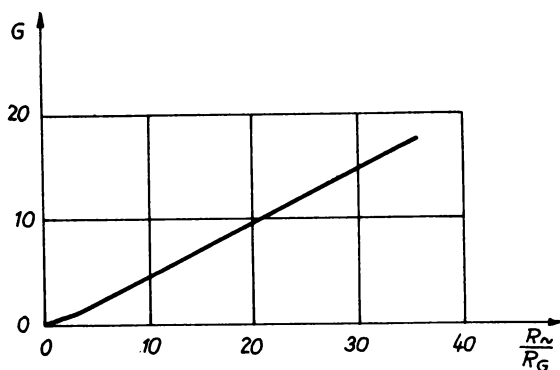


Bild 3.5 Konstante  $G$  als Funktion von  $\frac{R_{\sim}}{R_G}$ ,  
vgl. [3]

Es bedeuten

$R_{\sim}$  den Widerstand eines einzelnen Litzendrahtes unter Berücksichtigung der Stromverdrängung nach Gl.(3.9), Gl.(3.10) oder Gl.(3.11),

- $n$  die Anzahl der Litzendrähte,  
 $d$  den Durchmesser eines einzelnen Litzendrahtes,  
 $d_0$  den Durchmesser der Litze,  
 $k$  die Konstante, abhängig von  $n$ , siehe Tabelle 3.1,  
 $G$  die Konstante für die Nähewirkung, siehe Bild 3.5.

Tabelle 3.1

$n$	3	9	27	$\infty$
$k$	1,55	1,84	1,92	2,0

b) Der Litztenwiderstand  $R_{\omega, Li}$  wird für folgende Frequenz ein Minimum:

$$f_{opt} = \frac{95 \cdot 10^2 \cdot g}{d^3 \cdot n} \text{ Hz}, \quad (3.13)$$

wobei der Durchmesser eines einzelnen Litzendrahtes  $d$  in mm einzusetzen ist.

o) Von einer bestimmten Frequenz ab bietet Litze gegenüber Volldraht keinen Vorteil mehr. Bei einer Ganghöhe  $g$  in mm (-vgl. Ganghöhe eines Gewindes!-) gilt für diese Grenzfrequenz

$$f_{gr} = \frac{143 \cdot 10^2 \cdot g}{d^2 \sqrt{\frac{d \cdot n \cdot \frac{3}{2}}{g}}} \text{ Hz}. \quad (3.14)$$

Der Durchmesser eines einzelnen Litzendrahtes  $d$  ist in mm und der spezifische Widerstand  $\varrho$  in  $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{m}$ , d.h. für Kupfer 0,017, einzusetzen.

### 3.1.2. Eigenkapazität und dielektrische Verluste

Der die Spulenwicklung durchfließende Wechselstrom ruft über dem Scheinwiderstand der Spule einen Wechselspannungsabfall hervor, wodurch zwischen den einzelnen Windungen und Lagen Kapazitäten wirksam werden, die ihrerseits dielektrische Verluste zur Folge haben.

Die zwischen den Windungen und zwischen den Lagen bestehenden

Kapazitäten bezeichnet man als die "innere" Kapazität. Ferner

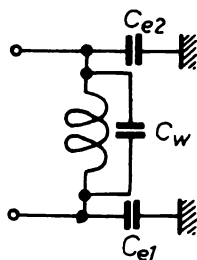


Bild 3.6 Wicklungskapazität  
(=innere Kapazität) und  
Erdkapazitäten (=äußere  
Kapazitäten) [1]

bildet sich zwischen der Wicklung und dem sie umschließenden Kern oder der einhüllenden Abschirmung eine weitere Kapazität aus, die man die "äußere" Kapazität nennt. Bild 3.6 gibt den Sachverhalt schematisch wieder.

Die innere Kapazität kann man mit guter Näherung nach folgenden empirisch gefundenen Formel berechnen [2] :

$$C_w = \frac{0,12 \cdot \epsilon_1 \cdot l_w \cdot b_w}{D \left( 1 - \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot f_k} \right)} \text{ pF.} \quad (3.15)$$

Hierin bedeuten

$\epsilon_1$  die relative Dielektrizitätskonstante der Drahtisolation,

L (Lack)  $\epsilon_1 = 6,$

LS (Lack-Naturseide)  $= 3,$

LKS (Lack-Triazetatseide)  $= 4,$

$l_w$  die mittlere Länge einer Windung in cm

$b_w$  die gesamte Wickelbreite in cm und

$D$  die Dicke (Höhe) der Wicklung in cm.

Durch eine Kammerwicklung kann man diese innere Spulenkapazität verkleinern. Bei  $m$  Kammern wird die Wickelbreite  $b_w$  auf  $\frac{b_w}{m}$  reduziert, wodurch die gesamte innere Kapazität bei Berücksichtigung der  $m$  in Serie liegenden Teilkapazitäten auf  $\frac{1}{m^2}$  zurückgeht. Ferner kommen hinzu die Kapazität  $C_k$  zwischen zwei benachbarten Kammern mit der Trennwand als Dielek-

trikum und die Kapazität  $C_E$  zwischen den nicht auf Erdpotential liegenden Kammerwicklungen und Kern.

Für die Kammerwicklung erhält man folgende Näherungsformeln [2] :

$$\begin{aligned}
 m=1 \quad C' &= C_W = \frac{0,12 \cdot \epsilon_1 \cdot l_w \cdot b_w}{D \left(1 - \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot f_k'}\right)} pF \\
 =2 \quad C'' &= \frac{1}{4} \left[ C_W + \frac{0,09 \cdot \epsilon_2 \cdot l_w \cdot D}{\alpha_2} + \frac{0,045 \cdot \epsilon_3 \cdot l_w \cdot b_w}{\alpha_3} \right] pF \\
 =3 \quad C''' &= \frac{1}{9} \left[ C_W + \frac{0,18 \cdot \epsilon_2 \cdot l_w \cdot D}{\alpha_2} + \frac{0,15 \cdot \epsilon_3 \cdot l_w \cdot b_w}{\alpha_3} \right] pF \\
 =4 \quad C'''' &= \frac{1}{16} \left[ C_W + \frac{0,27 \cdot \epsilon_2 \cdot l_w \cdot D}{\alpha_2} + \frac{0,31 \cdot \epsilon_3 \cdot l_w \cdot b_w}{\alpha_3} \right] pF
 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Der zweite Summand ist die Kapazität  $C_K$  mit  $\epsilon_2$  = DK der Trennwand und  $\alpha_2$  = Dicke der Trennwand in cm; der dritte Summand ist die Erdkapazität  $C_E$  mit  $\epsilon_3$  = DK des Spulenkörpers und  $\alpha_3$  = Abstand der Wicklung vom Kern in cm. Als Richtwerte für die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_2$  und  $\epsilon_3$  kann man setzen:

$$\begin{aligned}
 \text{Hartpapier } \epsilon_2 &= \epsilon_3 = 5 \\
 \text{Polystyrol } \epsilon_2 &= \epsilon_3 = 2,5
 \end{aligned}$$

Soll die gesamte Eigenkapazität der Spule ermittelt werden, so muß man noch die äußere Kapazität hinzufügen. Mit Bild 3.6 ergibt sich für die nichtgeerdete Wicklung

$$C = C_W + \frac{C_{e1} \cdot C_{e2}}{C_{e1} + C_{e2}} \quad (3.17)$$

Erdet man die innere Wicklung, so wird  $C_{e1}$  kurzgeschlossen, und die Eigenkapazität der Spule beträgt

$$C = C_W + C_{e2} \quad (3.18)$$

Erdet man dagegen das äußere Ende der Spule, so wird  $C_{e2}$  kurzgeschlossen, und man erhält für die Eigenkapazität

$$C = C_W + C_{e1} \quad (3.19)$$



Die Eigenkapazität hängt also auch von der Schaltung der Spule ab. Da mit Bild 3.6 im allgemeinen  $C_{e1} > C_{e2}$  ist, wird man, wenn man eine kleine Eigenkapazität erreichen will, das Innere der Wicklung erden.

Eine Übersicht über die Spulenkapazität voll bewickelter Spulen in Abhängigkeit von der Anzahl der Kammern geben die Bilder 3.7 und 3.8. In Gl.(3.16) sind die Windungszahl und der

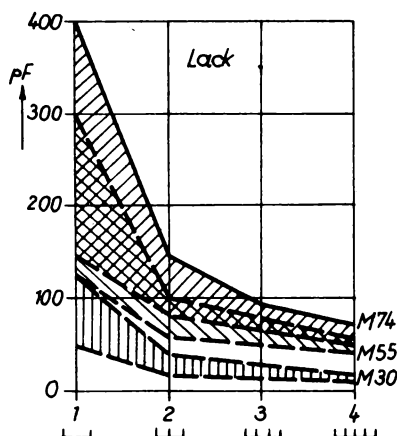


Bild 3.7 Kapazität der Ein- bis Vierkammerwicklung von drei verschiedenen mit CuL voll bewickelten Spulen für M-Kerne [2]

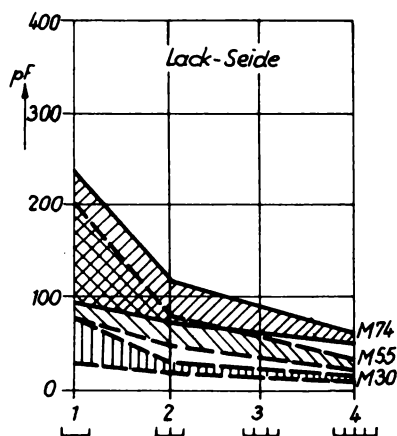


Bild 3.8 Kapazität der Ein- bis Vierkammerwicklung von drei verschiedenen mit CuLS voll bewickelten Spulen für M-Kerne [2]

Drahtdurchmesser nicht enthalten, sie werden über den Kupferfüllfaktor erfaßt.

Sollen die Spulen für Siebzwecke oder für variable Schwingkreise eingesetzt werden, so begrenzt die Eigenkapazität bezüglich der Frequenz ihre Einsatzmöglichkeiten gemäß

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad (3.20)$$

Durch die Eigenkapazität der Spulen werden zusätzliche Verluste, die sogenannten dielektrischen Verluste, hervorgerufen. Die Wirkung dieser dielektrischen Verluste wird im Ersatzschaltbild Bild 3.9 durch den Wirkwiderstand  $R_D$  in Reihe zur Induktivität dargestellt.

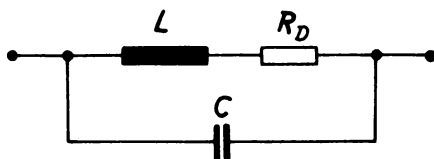


Bild 3.9 Spule mit dielektrischen Verlusten

Kennt man den Verlustfaktor des Dielektrikums  $\tan \delta_D$ , so kann man den Wirkwiderstand  $R_D$  berechnen zu [3]

$$R_D \approx R_p \frac{\omega^2 L^2}{R_p^2} = \frac{\omega^2 L^2}{R_p} = \omega^2 L^2 \cdot \omega C \cdot \tan \delta_D = \omega^3 L^2 C \cdot \tan \delta_D \quad (3.21)$$

## 3.2. Kernverluste

### 3.2.1. Hystereseverluste

Wird eine Spule von einem Wechselstrom durchflossen, so wird bekanntlich der Kern in ununterbrochener Folge auf- und entmagnetisiert, in entgegengesetzter Richtung auf- und ebenfalls wieder entmagnetisiert usw.. Nun ist aber die beim Entmagnetisieren zurückgewonnene Energie kleiner als die beim Aufmagne-

tisieren an das Feld gelieferte Energie:

$$W_{Hyst} = |W_{m,auf}| - |W_{m,ent}|. \quad (3.22)$$

Diese Energiedifferenz nennt man die **Hysteresearbeit**  $W_{Hyst}$ ; sie ist zum Umklappen der **Weiß'schen Bezirke** erforderlich und wird im Kern in Form von Wärme frei. Diese Hysteresearbeit je Umlauf ist offenbar dem Volumen des Kernmaterials  $V$  und der von der Hysteresekurve umgrenzten Fläche  $A_f$  proportional:

$$W_{Hyst} = V \int H \cdot dB = V \cdot A_f. \quad (3.23)$$

Damit wird die Hystereseverlustleistung, also die Hysteresearbeit je Zeiteinheit, der Anzahl der Umläufe je Sekunde und damit der Frequenz proportional:

$$P_{Hyst} = f \cdot W_{Hyst}. \quad (3.24)$$

Will man bei gegebener Frequenz nur geringe Hystereseverluste erhalten, so muß man die Hysteresearbeit je Umlauf möglichst klein halten; man muß also Kernmaterialien mit möglichst schlanker Hysteresekurve auswählen.

Die in Bild 2.7 dargestellten Komponenten der komplexen Permeabilität wurden bei niedriger Frequenz gemessen, so daß die dargestellte Reihenwiderstands-Permeabilität  $\mu_{RR}$  im wesentlichen die Hystereseverluste beschreibt (vgl. hierzu die Grenzfrequenz der Wirbelströme in 3.2.2.).

Insbesondere für Hochfrequenz-Kernmaterialien ist es üblich, die Hystereseverluste durch den Reihenverlustwiderstand  $R_h$  in der Form

$$R_h = h \cdot L \cdot f \cdot H \quad (3.25)$$

anzugeben. "h" nennt man den Verlustbeiwert der Hysterese, er wird in  $\frac{cm}{kA}$  angegeben.

Beispiel:

Auf einen Kern EI 60 aus Blech IV sind  $N = 1000$  Windungen aufgebracht, die von einem Strom  $i_{eff} = 1mA$  bei einer Frequenz von  $f = 100$  Hz durchflossen werden. Wie groß ist der Wirkwiderstand, den die Hysterese verursacht? [1]

Die Wechselfeldstärke beträgt

$$\hat{H} = \frac{1000 \cdot 1 \text{ mA} \cdot \sqrt{2}}{12 \text{ cm}} = 117 \frac{\text{mA}}{\text{cm}} .$$

Aus Bild 2.7 ergibt sich die Reihenwiderstands-Permeabilität zu

$$\mu_{RR} = 240 \mu_0 .$$

Mit Gl.(2.24) gilt:

$$R_R = \mu_{RR} \cdot \omega \cdot N^2 \frac{A_K}{l} = 240 \cdot 1,256 \cdot 10^{-8} \text{ Hcm}^{-1} \cdot 2\pi \cdot 100 \text{ s}^{-1} \cdot 10^6 \frac{3,8 \text{ cm}^2}{12 \text{ cm}} = 600 \Omega .$$

Wie leicht nachzuprüfen, beträgt der Gleichstromwiderstand für die mit CuL-Draht vollbewickelte Spule  $R_G = 17 \Omega$  . Der Wirkwiderstand  $R_R = R_K$  , den die Hysterese verursacht, ist also wesentlich größer als der Gleichstromwiderstand  $R_G$  .

### 3.2.2. Wirbelstromverluste

Nach dem Induktionsgesetz Gl.(1.1) erzeugt der sich ändernde Fluß auch im Kern eine Urspannung, die infolge der elektrischen Leitfähigkeit des Kernes einen Strom antreibt. Dieser Strom fließt im Kern auf geschlossene Bahnen und wird als Wirbelstrom bezeichnet - siehe Bild 3.10.

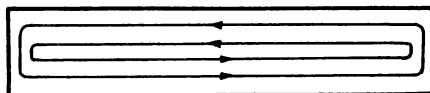


Bild 3.10 Blechquerschnitt mit  
Wirbelstrombahnen [1]

Der Wirbelstrom hat die **sogenannten Wirbelstromverluste** zur Folge. Durch **Lamellieren** des Kernes - Aufbau aus **geschichteten, elektrisch isolierten Kernblechen** quer zur Hauptrichtung des Wirbelstromes - kann man diese Wirbelstromverluste wirksam reduzieren. Nach [1] kann man für kleine Feldstärken und beliebige Frequenzen den Scheinwiderstand  $Z^L$  der Kernspule berechnen. Ohne die Ableitung zu entwickeln,

soll das Ergebnis für weitere Untersuchungen angegeben werden:

$$Z^L = N^2 \cdot 2 \frac{mb}{l} \sqrt{j\omega\mu_A g_E} \cdot \tanh\left(\sqrt{\frac{j\omega\mu_A}{g_E}} \cdot \frac{d_E}{2}\right). \quad (3.26)$$

Hierin bedeuten

$m$  die Anzahl der gegeneinander isolierten Bleche,  
 $b$  die Breite des Blechpaketes im Mittelsteg,  
 $d_E$  die Blechdicke und  
 $g_E$  der spezifische Widerstand des Kernmaterials.

Mit

$$\mu_A^L = \frac{\tanh\sqrt{\frac{j\omega\mu_A d_E^2}{4 g_E}}}{\sqrt{\frac{j\omega\mu_A d_E^2}{4 g_E}}} \cdot \mu_A \quad (3.27)$$

wird der Scheinwiderstand der Kernspule

$$Z^L = j\omega N^2 \mu_A^L \frac{m \cdot d_E \cdot b}{l}. \quad (3.28)$$

Führen wir in die komplexe Anfangspermeabilität  $\mu_A^L$  nach W. Wolman die Grenzfrequenz der Wirbelströme  $\omega_w$  ein,

$$\omega_w = \frac{8 \cdot g_E}{\mu_A \cdot d_E^2}, \quad (3.29)$$

so erhalten wir für die komplexe Anfangspermeabilität  $\mu_A^L$

$$\mu_A^L = \frac{\tanh\sqrt{j2 \frac{\omega}{\omega_w}}}{\sqrt{j2 \frac{\omega}{\omega_w}}} \cdot \mu_A. \quad (3.30)$$

Diese Grenzfrequenz  $\omega_w$  bildet die Grenze zwischen den tiefen Frequenzen, bei denen die Wirkung der Wirbelströme auf die komplexe Permeabilität klein ist, und den hohen Frequenzen, bei denen die Wirbelströme das Blechinnere abschirmen und dadurch die komplexe Permeabilität stark beeinflussen. Um den Frequenzgang der komplexen Permeabilität leicht angeben zu können, wurde in Bild 3.11

der Bruch

$$\frac{\tanh \sqrt{j2 \frac{\omega}{\omega_w}}}{\sqrt{j2 \frac{\omega}{\omega_w}}}$$

dargestellt.

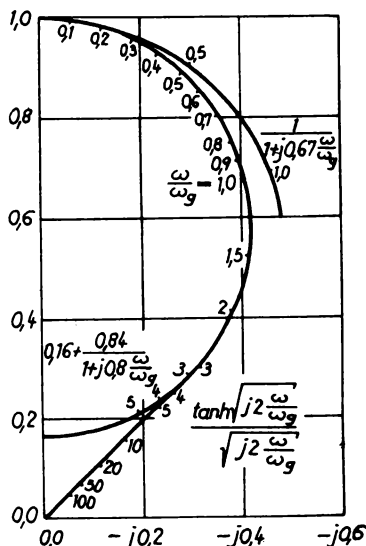


Bild 3.11  $\frac{\tanh \sqrt{j p}}{\sqrt{j p}}$   
Der Bruch  $\frac{\tanh \sqrt{j p}}{\sqrt{j p}}$   
und seine elementaren  
Näherungen [1]

Mit Gl.(3.28) kann man die Komponenten des Scheinwiderstandes einer Kernspule berechnen. Gehen wir von der Parallelschaltung aus, so erhalten wir für sehr kleine Wechselfeldstärken entsprechend [1]

$$L_P = N^2 \mu_{LP} \frac{m \cdot d_E \cdot b}{l} \quad (3.31)$$

$$R_P = \omega N^2 \mu_{RP} \frac{m \cdot d_E \cdot b}{l} \quad (3.32)$$

und für tiefe Frequenzen

$$L_P = N^2 \mu_A \frac{m \cdot d_E \cdot b}{l} = L \quad (3.33)$$

$$R_P = \frac{3}{2} \omega_w L = \frac{12 g_E}{\mu_A \cdot d_E^2} L. \quad (3.34)$$

Während  $R_R$  proportional  $\omega^2$  ist,

$$R_R \approx \frac{\omega^2 L^2}{R_P}, \quad (3.35)$$

ist  $R_p = \text{konstant}$ . Darin liegt der Vorteil der Parallelschaltung.

Auch für die Wirbelstromverluste gibt man, insbesondere für die Hochfrequenz-Kernmaterialien, einen Reihenverlustwiderstand in der Form

$$R_w = w \cdot L \cdot f^2 \quad (3.36)$$

an. "w" nennt man den Verlustbeiwert für die Wirbelströme, er wird in  $\mu s$  angegeben.

Beispiel:

Wie groß ist die Grenzfrequenz für Blech IV bei den Blechdicken  $d_E = 0,1 \text{ mm}$ ,  $0,35 \text{ mm}$  und  $0,5 \text{ mm}$ ? Der spezifische Widerstand beträgt  $\varrho_E = 55 \mu \Omega \text{ cm}$  und die Anfangspermeabilität

$$\mu_A = 320 \mu_0.$$

Mit Gl.(3.29) gilt:

$$f_w = \frac{8 \varrho_E}{2\pi \mu_A d_E^2} = \frac{8 \cdot 55 \mu \Omega \text{ cm} \cdot 10^3}{2\pi \cdot \mu_{rel} \cdot 12,57 \mu \text{ H cm}^{-1} \cdot d_E^2} = \frac{5600}{\mu_{rel} \left( \frac{d_E^2}{\text{cm}^2} \right)} \text{ Hz}.$$

Für  $d_E = 0,1 \text{ mm}$  ergibt sich

$$f_{w \ 0,1} = \frac{5600}{320 \cdot 0,01^2} \text{ Hz} = 175 \text{ kHz}$$

und für  $d_E = 0,35 \text{ mm}$  und  $0,5 \text{ mm}$

$$\begin{aligned} f_{w \ 0,35} &= 14,5 \text{ kHz} \\ f_{w \ 0,5} &= 7 \text{ kHz} . \end{aligned}$$

Beispiel:

Ein Kern EI 60 aus Blech IV trägt eine Wicklung mit  $N = 1000$  Windungen. Wie groß ist bei geringer Wechselfeldstärke der Parallelwiderstand zur Nachbildung der Wirbelstromverluste bei einer Blechstärke von  $d_E = 0,35 \text{ mm}$  und einem spezifischen Widerstand von  $\varrho_E = 55 \mu \Omega \text{ cm}$ , und wie groß ist der Reihenverlustwiderstand bei einer Frequenz von  $f = 100 \text{ Hz}$ ? Mit Gl.(3.34) gilt für den Parallelverlustwiderstand:

$$R_p = \frac{12 \cdot \varrho_E}{\mu_A \cdot d_E^2} L = N^2 \frac{A_k}{l} \cdot \frac{12 \cdot \varrho_E}{d_E^2} = 10^6 \frac{3,8 \text{ cm}^2 \cdot 12 \cdot 55 \mu \Omega \text{ cm}}{12 \text{ cm} \cdot (0,35 \cdot 0,1 \text{ cm})^2} \approx 171 \text{ k}\Omega.$$

Für den Reihenverlustwiderstand  $R_R$  ergibt sich mit Gl.(3.34) und Gl.(3.35):

$$\begin{aligned}
 R_R &\approx \frac{\omega^2 L^2}{R_p} = \frac{\omega^2 L \cdot \mu_A d_E^2}{12 g_E} = \frac{\omega^2 N^2 \mu_A^2 A_K d_E^2}{12 g_E \cdot l} \\
 &\approx \frac{(2\pi)^2 \cdot 10^4 s^{-2} \cdot 10^6 \cdot 3,2^2 \cdot 10^4 \cdot 1,58 \cdot 10^{-16} H^2 cm^{-2} \cdot 3,8 cm^2 \cdot (0,35 \cdot 10^{-1} cm)^2}{12 \cdot 55 \mu \Omega cm \cdot 12 cm} \\
 &\approx 3,75 \Omega .
 \end{aligned}$$

### 3.2.3. Nachwirkungsverluste

Mit Gl.(3.29) hatten wir die Grenzfrequenz der Wirbelströme ermittelt. Man kann nun ausrechnen, daß nach der Zeit  $5 \cdot t_w$ , wobei mit Gl.(3.29)

$$t_w = \frac{1}{\omega_w} = \frac{d_E^2 \cdot \mu_A}{8 g_E} , \quad (3.37)$$

die Induktion praktisch ihren Endwert erreicht haben müßte. Nun zeigt aber der Versuch, daß zusätzlich zur Verzögerung durch die Wirbelströme eine weitere, viel größere Verzögerung auftreten kann.

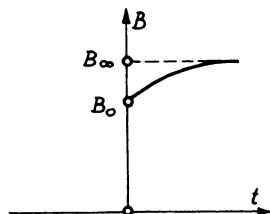


Bild 3.12 Nachwirkende  
Induktion [1]

Die Induktion steigt, wie in Bild 3.12 dargestellt, schnell auf einen Zwischenwert  $B_0$ , dann aber immer langsamer auf den Endwert  $B_\infty$ . Diese Erscheinung des **verzögerten Nachfolgens eines Teiles der Magnetisierung gegenüber der Feldstärkeänderung über die Verzögerung der Wirbelströme hinaus bezeichnet man als Nachwirkung. Die für diese Nachwirkungserscheinung erforderliche Magnetisierungsarbeit nennt man die Nachwirkungsverluste.**



Sie werden häufig, besonders für Hochfrequenz-Kernmaterialien, durch einen Reihenverlustwiderstand  $R_n$  dargestellt:

$$R_n = n \cdot L \cdot f. \quad (3.38)$$

"n" nennt man den Verlustbeiwert der Nachwirkung, er wird in % angegeben.

### 3.2.4. Kernverluste bei Vormagnetisierung und Luftspalt

Wir wollen den Einfluß der Vormagnetisierung auf die Hysterese- und die Wirbelstromverluste untersuchen. Dazu gehen wir von Bild 2.22 aus.

Bei sehr tiefer Frequenz entfällt die Wirkung der Wirbelströme auf die komplexe Permeabilität; es bleibt nur die Wirkung der Hysterese übrig. Damit kann man aus der Lage der Induktions-skala der Kurven für  $f = 0 \text{ kHz}$  die Wirkung der Vormagnetisierung auf die Hysterese ablesen. Das Bild 2.22 läßt erkennen, daß die Wechselinduktion  $\hat{B}_w$  auf den Kehrwert der komplexen Permeabilität  $\frac{1}{\mu_c}$  praktisch unabhängig von der Vormagnetisierung wirkt.

Bei sehr kleiner Induktion entfällt die Wirkung der Hysterese auf die komplexe Permeabilität, und es bleibt nur die Wirkung der Wirbelströme übrig. Somit kann man aus der Lage der Frequenzskala der Kurven für  $\hat{B}_w = 0 \frac{Vs}{m^2}$  die Wirkung der Vormagnetisierung auf die Wirbelströme ablesen. Das Bild 2.22 zeigt, daß die Frequenz  $f$  auf den Kehrwert der komplexen Permeabilität  $\frac{1}{\mu_c}$  praktisch unabhängig von der Vormagnetisierung wirkt. Um den Einfluß eines Luftspaltes auf die Hysterese- und Wirbelstromverluste zu untersuchen, gehen wir von Gl.(2.62) aus. Je größer der Luftspalt ist, um so kleiner wird die parallel wirkende Induktivität  $L_L$ , um so kleiner wird auch  $L^*$  gegenüber  $L$ . Ebenso nehmen die Einflüsse der Hysterese- und Wirbelstromverluste auf den Kern ab.

Führt man den Verlustfaktor des Kernwerkstoffes  $\tan \delta_K$  bei geschlossenem magnetischen Kreis ein,

$$\tan \delta_K = \frac{R_K}{\omega L} \quad , \quad (3.39)$$

so gilt angenähert, daß durch Einfügen eines Luftspaltes (Scherung) der Verlustfaktor des Kernwerkstoffes  $\tan \delta_K$  im gleichen Verhältnis reduziert wird wie die Permeabilität:

$$\tan \delta_K^* = \frac{\mu^*}{\mu_A} \tan \delta_K \quad (3.40)$$

$\tan \delta_K^*$  ist also der Verlustfaktor des Kernwerkstoffes bei vorhandenem Luftspalt. Bei genauerer Untersuchung ergibt sich, daß die Verlustbeiwerte  $w$  und  $n$  proportional  $\mu$  sind,  $h$  aber proportional  $\mu^2$  ist.

Nun reduziert aber ein eingeführter Luftspalt nicht nur die Kernverluste, sondern verringert auch die Kernpermeabilität. Deshalb muß man für eine geforderte Induktivität die Windungszahl entsprechend erhöhen und bekommt einen größeren Kupferwiderstand und damit größere Wicklungsverluste, so daß der Verlustfaktor wieder ansteigt. Wir wollen dieses Wechselspiel genauer untersuchen und dabei als Kernverluste nur die Wirbelstromverluste berücksichtigen. Nach Gl.(2.10) ist der Gleichstromwiderstand der Wicklung

$$R_G = N^2 \frac{q}{f_K} \cdot \frac{l_w}{A_w} \quad (3.41)$$

und mit Gl.(2.59) der Blindwiderstand der Spule

$$\omega L^* = \omega N^2 \mu_A^* \frac{A_K}{l} \quad (3.42)$$

Somit wird der von der Wicklung verursachte Anteil des Verlustfaktors

$$\tan \delta_w^* = \frac{R_G}{\omega L^*} = \frac{q}{f_K} \frac{l_w \cdot l}{A_w \cdot A_K} \frac{1}{\omega \mu_A^*} \quad (3.43)$$

Der von den Wirbelströmen stammende Anteil des Verlustfaktors  $\tan \delta_K^*$  ergibt sich mit den Gleichungen (3.4) und (3.34) zu

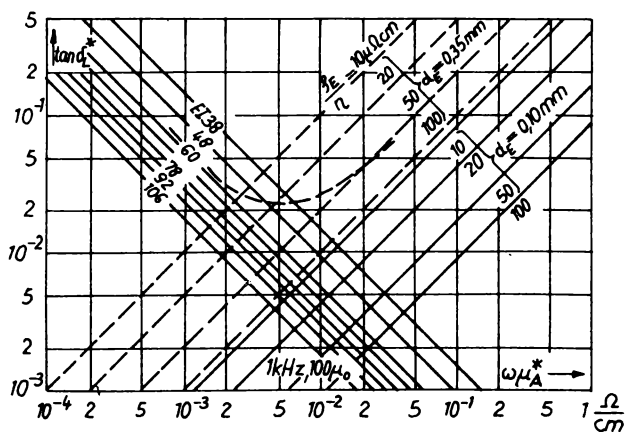
$$\tan \delta_K^* = \frac{\omega L_p^*}{R_p} = \frac{\alpha_E^2}{12 q_E} \eta \cdot \omega \mu_A^* \quad (3.44)$$

Gegenüber Gl.(3.34) wurde der Inhomogenitätsfaktor  $\eta$  mit aufgenommen. In der Praxis beobachtet man nämlich häufig, daß die Wirkung der Wirbelströme auf die komplexe Permeabilität größer ist, als man sie ausrechnet. Diese Abweichungen erklärt man sich durch Oberflächenveränderungen infolge des Walzprozesses und berücksichtigt diese Wirbelstromanomalie durch den Faktor  $\eta$ , der in der Regel zwischen 1,0 und 1,5 liegt.

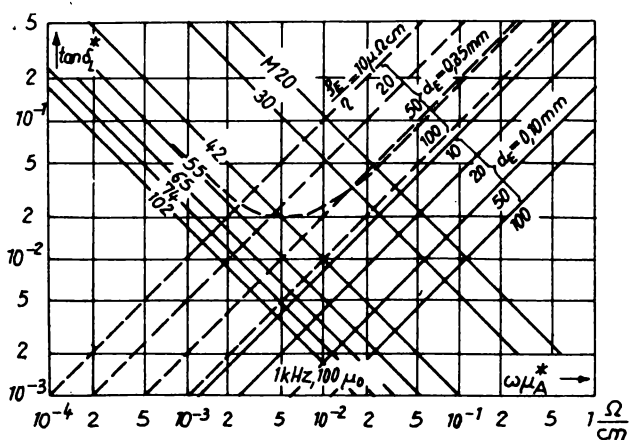
Mit den Gleichungen (3.43) und (3.44) wird der gesamte Verlustfaktor der Spule

$$\tan \delta_L^* = \tan \delta_w^* + \tan \delta_K^* = \frac{\varrho}{f_K} \cdot \frac{l_w \cdot l}{A_w \cdot A_K} \cdot \frac{1}{\omega \mu_A^*} + \frac{d_E^2}{12} \cdot \frac{\eta}{\varrho_E} \cdot \omega \mu_A^* \quad (3.45)$$

Damit setzt sich der Verlustfaktor aus zwei Summanden zusammen, von denen der erste von den Kernabmessungen abhängt und proportional dem Kehrwert von  $\omega \mu_A^*$  ist und der zweite von den Eigenschaften der benutzten Bleche bestimmt wird und proportional  $\omega \mu_A^*$  ist. Stellt man also den Verlustfaktor  $\tan \delta_L^*$  über  $\omega \mu_A^*$  im doppelt-logarithmischen Maßstab dar, so erhält man für den ersten Summanden fallende und für den zweiten Summanden steigende Geraden. Die Bilder 3.13 und 3.14 zeigen mit dem spezifischen Kupferwiderstand  $\varrho = 1,7 \mu \Omega \text{ cm}$  und einem mittleren Kupferfüllfaktor  $f_K = 0,5$  die Komponenten des Verlustfaktors für EI- und M-Kerne. Am Beispiel der Kerne EI 60 und M 55 aus 0,35 mm starkem Blech IV ist durch gestrichelt eingetragene Kurven gezeigt, wie sich die beiden Anteile zum Gesamtwert addieren. Dieser Gesamtwert des Verlustfaktors hat ein Minimum dort, wo beide Anteile gleich groß sind. Wird nun ein Luftspalt in den magnetischen Kreis eingefügt, so wirkt dieser nur auf die Kernpermeabilität  $\mu_A^*$  und damit in den Bildern 3.13 und 3.14 nur auf die Werte der Abszisse. Dem entsprechend wurde in Bild 3.15 für einen Kern EI 60 aus 0,35 mm starkem Blech IV an der Abszisse anstelle der Werte  $\omega \mu_A^*$  die Frequenz aufgetragen und für die Kurven die Luftspaltbreite  $l_L$  als Parameter eingeführt. Das Bild 3.15 zeigt, wie mit zunehmendem Luftspalt, also mit fortschreitender Er-

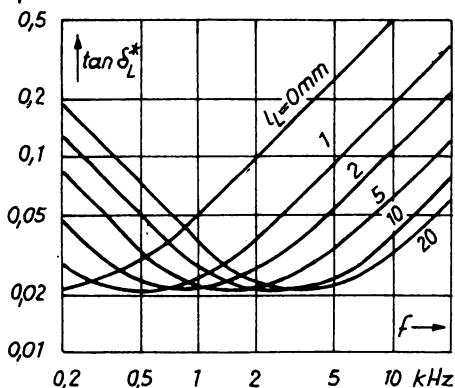


**Bild 3.13** Komponenten des Verlustfaktors von Spulen mit EI-Kernen [1]



**Bild 3.14** Komponenten des Verlustfaktors von Spulen mit M-Kernen [1]

niedrigung von  $\mu_A^*$ , sich die Kurven in Richtung der Abszisse



**Bild 3.15** Verlustfaktoren von  
Spulen mit EI 60-Kernen mit ver-  
schiedener Luftspaltbreite [1]

parallel verschieben, wobei die Tiefe des Minimums konstant bleibt. Man kann also mit geeignetem Luftspalt das Minimum des Verlustfaktors einer gewünschten Frequenz zuordnen.

Beispiel:

Es soll eine Spule mit einem  $\tan \delta_L^* = 0,01$  hergestellt werden. [1]

Nach Bild 3.13 ist hierzu ein Kern EI 106 erforderlich, wenn man 0,35 mm starkes Blech mit einem spezifischen Widerstand  $\varrho_E = 80 \mu\Omega\text{cm}$  verwendet und  $\eta = 1$  ansetzt. Bei 0,1 mm starkem Blech genügt ein Kern EI 38, wenn dieses Blech einen spezifischen Widerstand von  $\varrho_E = 50 \mu\Omega\text{cm}$  aufweist. Dann liegt das Minimum des Verlustfaktors bei

$$\omega \mu_A^* = 30 \frac{\text{m}\Omega}{\text{cm}},$$

d.h. bei einer Frequenz von

$$\omega_{\min} = \frac{1}{\mu_A^*} \cdot 30 \frac{\text{m}\Omega}{\text{cm}}.$$

Mit  $\mu_A^* = 1000 \mu_0 \approx 12 \frac{\mu\text{H}}{\text{cm}}$  wird

$$\omega_{\min} = \frac{30}{12} \frac{\text{m}\Omega \cdot \text{cm}}{\text{cm} \cdot \mu\text{H}} = 2500 \text{ s}^{-1} \quad \text{oder} \quad f_{\min} = 400 \text{ Hz}.$$

Soll das Minimum bei 5 kHz liegen, dann muß man den Luft-

spalt des Kernes so einstellen, daß die Kernpermeabilität den Wert  $\mu_A^* = 80 \mu_0$  annimmt.

### 3.2.5. Ermittlung der Verlustbeiwerte

Nach den Ausführungen in den Abschnitten 3.2.1., 3.2.2. und 3.2.3. kann man den Reihenverlustwiderstand des Kernwerkstoffes  $R_K$  darstellen als Summe

$$R_K = R_W + R_h + R_n . \quad (3.46)$$

Bei Verwenden der eingeführten Verlustbeiwerte gilt:

$$R_K = w f^2 L + h H f L + n f L . \quad (3.47)$$

Die Gleichung zeigt die Zunahme des Reihen-Kernverlustwiderstandes  $R_K$  mit der Frequenz. Ferner nehmen nach Abschnitt 3.2.4. die Verlustbeiwerte mit der Permeabilität zu,  $w$  und  $n$  proportional zu  $\mu$ ,  $h$  proportional zu  $\mu^2$ .

Bei der Beurteilung eines Kernwerkstoffes interessiert die getrennte Bestimmung der Verlustanteile. Meßtechnisch kann man nur  $R_K$  als Summe dreier Anteile bestimmen. Nach Jordan lassen sich auf graphischem Wege die Verlustanteile trennen. Zunächst bilden wir mit Gl.(3.47) den bezogenen Kernwiderstand:

$$\frac{R_K}{fL} = wf + hH + n . \quad (3.48)$$

Dann werden bei mindestens 2 Frequenzen und 2 Feldstärken Messungen durchgeführt und die bezogenen Kernverluste bestimmt. Dabei müssen vom ermittelten Verlustwiderstand  $R$  gemäß Gl.(3.1) die Wicklungsverluste subtrahiert werden:

$$\frac{R_K}{fL} = \frac{R - R_W}{fL} . \quad (3.49)$$

Nun kann man entsprechend Bild 3.16 die Funktion  $\frac{R_K}{fL} = f(f)$  mit  $H$  als Parameter darstellen. Gemäß Gl.(3.48) ergeben sich Geraden, die um  $hH$  parallel in Richtung der Ordinatenachse verschoben sind. Für  $H \rightarrow 0$  und  $f \rightarrow 0$  erhält man den Verlustbeiwert der Nachwirkung  $n$ . Somit ergibt sich folgendes Verfahren: Extrapolieren von  $H$  und  $f$  auf Null und Ablesen

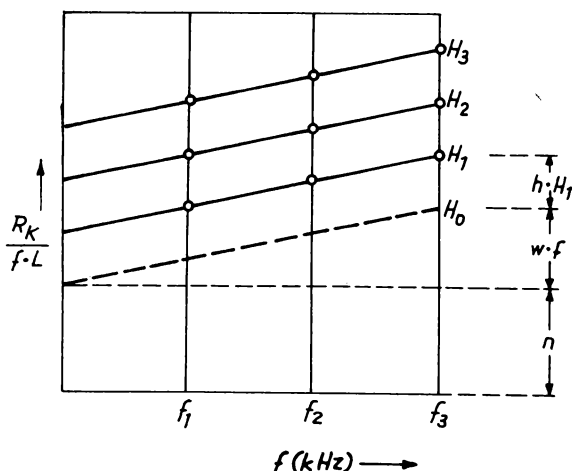


Bild 3.16 Schema einer grafischen Verlusttrennung nach Jordan [6]

der Anteile  $n$ ,  $wf$  und  $hH$  an der Ordinate – siehe Bild 3.16.

### 3.2.6. Verlustzahl

Insbesondere bei Dynamoblechen ist es üblich, die gesamten Kernverluste in  $W/kg$  anzugeben. Dabei bezieht man sich auf eine Wechselfeldmagnetisierung von 50 Hz und auf Scheitelwerte der Induktion von 1,0 und 1,5  $\frac{Vs}{m^2}$ , die an die Verlustzahl  $V$  als Index angehängt werden. So kann z.B. für Blech III die Angabe der Verlustzahl lauten:

$$V_{1,0} = 2,3 \frac{W}{kg}.$$

Es ist zu berücksichtigen, daß durch die Kaltbearbeitung der Bleche (Stanzen der Blechschnitte) die in der Praxis gebräuchlichen Werte höher liegen können als die in TGL 10475 angegebenen Werte.

Die Verlustzahlen für andere Induktionen und für Frequenzen, die von 50 Hz abweichen, ergeben sich nach [3] zu:

$$V_{B2} = V_{B1} \left( \frac{B_2}{B_1} \right)^{2,15} \approx V_{B1} \left( \frac{B_2}{B_1} \right)^2 \quad (3.50)$$

$$V_f = V_{50\text{Hz}} \left( \frac{f}{50\text{ Hz}} \right)^{1,3} . \quad (3.51)$$

#### 4. Verlustleistung

##### 4.1. Verlustleistung der Wicklung

Im allgemeinen ist der Wechselstrom  $i_{\sim}$  durch eine Spule von einem Gleichstrom  $i_{\text{=}}$  überlagert, z.B. bei Spulen in Anodenkreisen von Verstärkerröhren, in Kollektorkreisen von Transistoren, insbesondere bei Ausgangsübertragern und bei Drosselspulen. Der Spulenstrom durchfließt den Wicklungswiderstand der Spule und läßt in diesem die Verlustleistung

$$P_w = R_G \cdot i_{\text{=}}^2 + R_{\sim} \cdot i_{\sim}^2 \quad (4.1)$$

freiwerden. Dabei ist  $R_G$  der Gleichstromwiderstand der Wicklung und  $R_{\sim}$  der für die Frequenz des Wechselstromes wirksame Wechselstromwiderstand (Vgl. Abschnitt 3.1.1.). Für tiefere Frequenzen, etwa für den Bereich der Tonfrequenzen, ist  $R_{\sim} \approx R_G$ , so daß man vereinfachen kann zu:

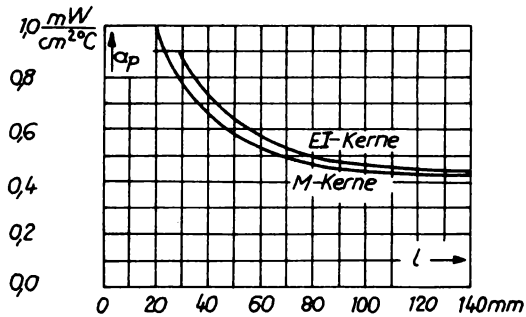
$$P_w \approx R_G (i_{\text{=}}^2 + i_{\sim}^2) = R_G \cdot i^2 . \quad (4.2)$$

Diese Verlustleistung wird die Wicklung über die normale Umgebungstemperatur von 20 °C (=Bezugstemperatur) hinaus um die Übertemperatur  $\Delta T$  erwärmen. Um Beschädigungen der Isolation zu vermeiden, darf bei maximalem Strom im allgemeinen eine Temperatur von  $T=80$  °C nicht überschritten werden. Für die Abgabe der Wärme an die Luft ist die gesamte Oberfläche A der Spule plus Kern maßgebend. Dabei ist die abgegebene Wärmeleistung der Übertemperatur  $\Delta T$  proportional, so daß mit dem Wärmeabgabefaktor  $\alpha_p$  gilt:

$$P_w = \alpha_p \cdot A \cdot \Delta T . \quad (4.3)$$

Für freie Aufstellung der Spule stellt Bild 4.1 den Wärmeabgabefaktor  $\alpha_p$  als Funktion der Länge des Kernes für EI- und M-Schnitte dar. Dieser Wärmeabgabefaktor wird für größere Spulen kleiner, weil sich bei größeren Spulen die am Spulenkörper aufsteigende Luft erwärmt und die oberen Teile





**Bild 4.1 Wärmeabgabefaktoren der Spulen und Übertrager mit EI-Kernen und M-Kernen [1]**

der Spule dann schlechter kühlt.

Der mit Gl. (4.3) gegebene Zusammenhang zwischen Verlustleistung und Übertemperatur wird für EI- und M-Kerne in den Bildern 4.2 und 4.3 wiedergegeben. Für die Berechnung von Spulen ist es jedoch zweckmäßig, einen Zusammenhang zwischen der Stromdichte  $S$  und der Übertemperatur  $\Delta T$  herzustellen. Für die Stromdichte gilt mit Gl. (2.3)

$$S = \frac{i}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{N}{f_K \cdot A_K} \cdot i \quad (4.4)$$

und mit den Gleichungen (2.10) und (4.4) für die Verlustleistung:

$$P_w = R_G \cdot i^2 = N^2 \varrho \frac{l_w}{f_K \cdot A_w} \cdot \frac{f_K^2 \cdot A_w^2}{N^2} S^2 = \varrho \cdot f_K \cdot l_w \cdot A_w \cdot S^2 \quad (4.5)$$

Bild 4.2 Verlustleistungen  
und Übertemperaturen der  
EI-Kerne [1]

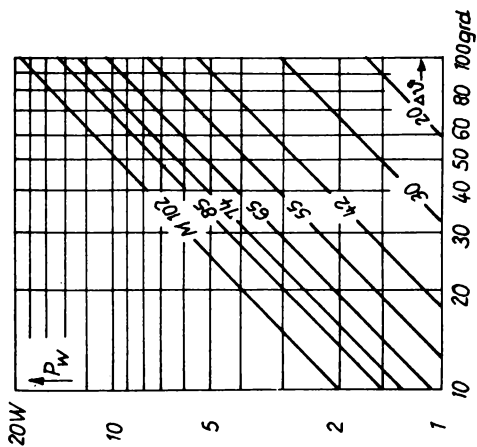
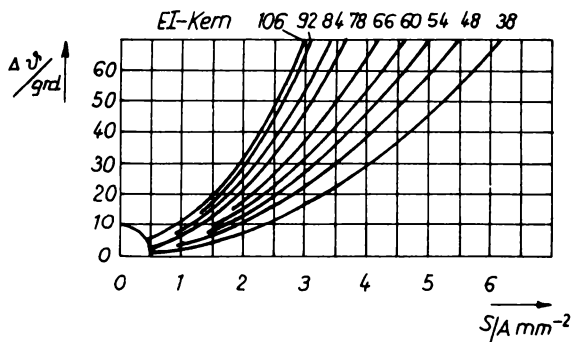
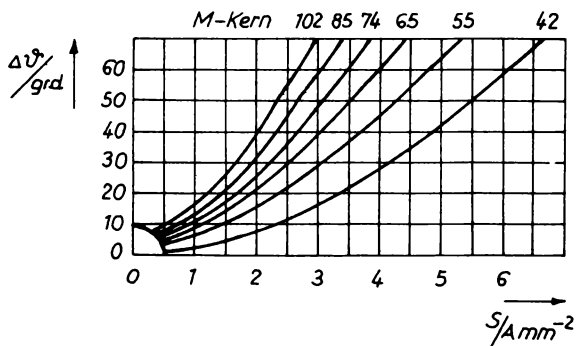


Bild 4.3 Verlustleistungen  
und Übertemperaturen der  
M-Kerne [1]



**Bild 4.4** Übertemperatur bei Dauerbetrieb und ungehindertem Luftzutritt in Abhängigkeit von der Stromdichte für EI-Kerne [2]



**Bild 4.5** Übertemperatur bei Dauerbetrieb und ungehindertem Luftzutritt in Abhängigkeit von der Stromdichte für M-Kerne [2]

Setzt man in Gl.(4.5) für warmes Kupfer den spezifischen Widerstand  $\varrho = 0,02 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$  und für den Kupferfüllfaktor als Mittelwert  $f_K = 0,5$  ein, so ergibt sich mit Gl.(4.3) der gesuchte Zusammenhang der Übertemperatur  $\Delta \vartheta$  als Funktion der Stromdichte  $S$ , der für EI- und M-Kerne in den Bildern 4.4 und 4.5 dargestellt wird.

#### 4.2. Verlustleistung des Kernes

Außer den Wicklungsverlusten können aber auch die Kernverluste, insbesondere die Hysterese- und Wirbelstromverluste,

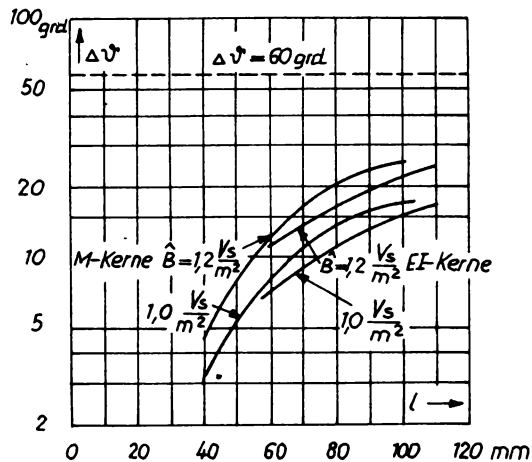


Bild 4.6 Erwärmung durch die Eisenverluste in **Dynamoblech** mit einem spezifischen Verlust von  $V_{1,0} = 1,5 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$  [1]

eine Erwärmung hervorrufen. So betragen z.B. die Kernverluste  $P_K$  von einem Blech IV mit einer Verlustzahl  $V_{1,0} = 1,5 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$  und einer Wichte von  $7,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

$$P_K = 7,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} A_K \cdot l \left( \frac{B}{V_S} \right)^{2,15} \cdot 1,5 \frac{\text{W}}{\text{kg}} \approx 7,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \left( \frac{B}{V_S} \right)^2 \cdot 1,5 \text{ W}. \quad (4.6)$$

Aus diesen Kernverlusten kann man mit Gl.(4.3) die sich ein-

stellende Übertemperatur berechnen, die die Kerne und damit die Spulen durch diese Verlustleistung bekommen. Bild 4.6 zeigt die sich einstellenden Übertemperaturen für EI- und M-Kerne bei größerer Induktion für eine Verlustzahl  $V_{1,0} = 1,5 \frac{W}{kg}$ . Für einen von dieser Verlustzahl abweichenden Wert ist es mit Gl.(4.3) und Gl.(4.6) nur notwendig, die Ordinatenwerte proportional zu ändern. So wären z.B. bei einer Verlustzahl  $V_{1,0} = 2,3 \frac{W}{kg}$  die in Bild 4.6 dargestellten Ordinatenwerte = Übertemperaturen  $\Delta \vartheta$  mit dem Faktor  $\frac{2,3}{1,5} = 1,53$  zu multiplizieren.

Hinweis: Das Literaturverzeichnis für den 6. und 7. Lehrbrief wird am Ende des 7. Lehrbriefes abgedruckt.

Als Manuskript gedruckt  
Alle Rechte vorbehalten

Ag 613/66/73/1100 (116)

1. Ausgabe

2. Auflage

Druck:

ZENTRALSTELLE FÜR LEHR- UND ORGANISATIONSMITTEL DES  
MINISTERIUMS FÜR HOCH- UND FACHSCHULWESEN, ZWICKAU

Katalog-Nr.: 200.40-04

Vorzugsschutzgebühr: 2,50 M

# INGENIEUR FERNSTUDIUM

Krakau

## Bauelemente der Informations- elektrik I 7

Herausgeber:  
Ingenieurhochschule  
Mittweida

200.40-07

LEHRWERK  
für das Ingenieur-Fernstudium

Dipl.-Ing. Hans-Joachim Krakau

BAUELEMENTE  
DER  
INFORMATION S -  
ELEKTRIK I

7

Spulen und Übertrager  
(Fortsetzung)

Veröffentlicht:  
INSTITUT FÜR FACHSCHULWESEN DER  
DEUTSCHEN DEMOKRATISCHEN REPUBLIK  
KARL-MARX-STADT



**Lektoren:**

1. Fachlektor: Dipl.-Ing. Kurt Biebach  
VEB Werk für Bauelemente  
der Nachrichtentechnik  
"Carl von Ossietzky" Teltow
2. Fachlektor: Dipl.-Ing. Hans-Joachim Frach  
VEB Fernmeldewerk Leipzig
- Deutschlektor: Fachschuldozent Arthur Gärtner  
Ingenieurschule für Elektrotechnik  
Mittweida
- Bearbeitung: Ingenieurschule für Elektrotechnik  
Mittweida  
Lehrbriefentwicklung

Redaktionsschluß: 15.7.1968

Best.-Nr. 200.40-07

Inhaltsverzeichnis	Seite
5. Temperaturabhängigkeiten	1
5.1. Temperaturabhängigkeiten im elektrischen Kreis	1
5.2. Temperaturabhängigkeiten im magnetischen Kreis	1
5.2.1. Luftspule	2
5.2.2. Kernspule	2
5.2.3. Kernspule mit Luftspalt	3
5.3. Temperaturabhängigkeiten im Resonanzkreis	5
6. Kernmaterialien	6
6.1. Kernmaterialien für tiefere Frequenzen	6
6.1.1. Kernbleche	6
6.1.2. Kernformen	10
6.2. Kernmaterialien und -formen für höhere Frequenzen	11
6.2.1. HF- und NF-Masseisenkerne	12
6.2.2. Ferrite	13
7. Der ideale Übertrager	15
7.1. Arbeitsweise und Vernachlässigungen	15
7.2. Ersatzschaltbilder	17
7.2.1. Ersatz-T-Schaltung	17
7.2.2. Ersatz-T-Schaltung mit positiven Elementen	19
7.2.3. Beispiele zur Auswahl zweckmäßiger Ersatzschaltbilder	22
7.3. Aufgaben des Übertragers	23
8. Der reale Übertrager	25
8.1. Betriebsübertragungsmaß	25
8.1.1. Einfluß der Gleichstromwiderstände der Wicklungen	26
8.1.2. Einfluß der Wicklungsinduktivität	30
8.1.3. Einfluß der Streuinduktivität	33
8.2. Der Streugrad	38
8.3. Widerstandsübersetzung mit Wicklungs- und Streuinduktivität	44

	Seite
8.4. Berechnung der Übertragergröße	48
9. Resonanzübertrager	52
9.1. Resonanzübertrager für schmale Frequenzbänder	52
9.2. Resonanzübertrager für breite Frequenzbänder	57
9.3. Dämpfung der Streuspitze durch einen Parallelwiderstand	63
10. Der Netztransformator	69
11. Beispiele	74
11.1. Übertrager	74
11.2. Netztransformator	81
12. Übungen	85
13. Literaturverzeichnis	89

## 5. Temperaturabhängigkeiten

### 5.1. Temperaturabhängigkeiten im elektrischen Kreis

Die Größe des elektrischen Widerstandes einer Spulenwicklung ist im allgemeinen von der Temperatur abhängig. Die Widerstandsänderung berechnet sich mit der vom Grundlagenstudium her bekannten Gleichung

$$\Delta R = TK_R \cdot R \cdot \Delta \vartheta, \quad (5.1)$$

wobei wir unter  $TK_R$  den Temperaturbeiwert oder -koeffizienten des Widerstandes verstehen. Gl.(5.1) ist somit die Definitionsgleichung für den Temperaturkoeffizienten  $TK_R$

$$TK_R = \frac{\Delta R}{R} \cdot \frac{1}{\Delta \vartheta}. \quad (5.2)$$

Der  $TK_R$  gibt uns die relative Widerstandsänderung pro Grad an und wird im allgemeinen auf eine Umgebungstemperatur von 20 °C bezogen. Für den am häufigsten für eine Spulenwicklung verwendeten Kupferleiter beträgt dieser Koeffizient

$$TK_{R,Cu} = +0,39\% \cdot \text{grad}^{-1} \approx +0,4 \cdot 10^{-2} \text{ grad}^{-1}.$$

Damit bedeutet eine Übertemperatur von

$$\Delta \vartheta = 40 \text{ grad eine Widerstandszunahme von } \frac{\Delta R}{R} \approx 16\% \text{ und}$$

$$\Delta \vartheta = 60 \text{ grad eine Widerstandszunahme von } \frac{\Delta R}{R} \approx 24\%.$$

Die Widerstandszunahme erhöht insbesondere bei tiefen Frequenzen, bei denen  $R_{Cu} > R_K$  ist, den Verlustwinkel, verändert bei konstanter Spannung die Vormagnetisierung und beeinflusst die freiwerdende Verlustleistung.

### 5.2. Temperaturabhängigkeiten im magnetischen Kreis

Entsprechend Gl.(5.1) beschreibt man die Induktivitätsänderung einer Spule gemäß

$$\Delta L = TK_L \cdot L \cdot \Delta \vartheta \quad (5.3)$$

und versteht unter  $TK_L$  den Temperaturkoeffizienten der Induk-

tivität. Analog Gl.(5.2) ist Gl.(5.3) die Definitionsgleichung für den  $TK_L$ ,

$$TK_L = \frac{\Delta L}{L} \cdot \frac{1}{\Delta \vartheta} \quad (5.4)$$

der uns die relative Induktivitätsänderung pro Grad angibt.

### 5.2.1. Luftspule

Eine Temperaturerhöhung bewirkt eine Ausdehnung der Spule. Die dabei eintretende Verlängerung der Spule bringt eine etwa lineare Vergrößerung des magnetischen Widerstandes, die Zunahme des Spulendurchmessers eine etwa quadratische Abnahme des magnetischen Widerstandes mit sich. Bei geeigneter Konstruktion kann man die Ausdehnung in axialer Richtung größer halten als in radialer Richtung und dadurch den Temperatureinfluß auf den magnetischen Widerstand kompensieren. Infolge der immer vorhandenen inneren mechanischen Spannungen bleiben derartige Kompensationen allerdings unvollständig.

Erfolgreicher ist es, die Ausdehnung der Spule möglichst klein zu halten. Hierzu brennt man Windungen z.B. in einen Calitkörper ein und erhält so einen genau definierten  $TK_L$ . Als Richtwerte werden angeführt:

Zylinderspule mit Kupferdraht	$TK_L = +30 \dots +50 \cdot 10^{-6} \text{grad}^{-1}$ ,
Windungen auf Calitkörper aufgebrannt	$TK_L = +18 \cdot 10^{-6} \text{grad}^{-1}$ .

### 5.2.2. Kernspule

Die Größe der relativen Permeabilität des als Kernmaterial verwendeten magnetischen Leiters ist temperaturabhängig. Entsprechend Gl.(5.1) und Gl.(5.3) erhalten wir die Definitionsgleichung des Temperaturkoeffizienten der Permeabilität  $TK_\mu$ :

$$\Delta \mu = TK_\mu \cdot \mu \cdot \Delta \vartheta \quad (5.5)$$

$$TK_\mu = \frac{\Delta \mu}{\mu} \cdot \frac{1}{\Delta \vartheta} \quad (5.6)$$

Mit Gl.(5.6) beschreibt der  $TK_\mu$  die relative Permeabilitätsänderung pro Grad.

Im allgemeinen ist die relative Permeabilität  $\mu_r \gg 1$ , so daß z.B. bei einer Temperaturerhöhung die Verlängerung der Spule sowie die Vergrößerung des Spulenquerschnittes praktisch keinen Einfluß auf den Leitwert des magnetischen Kreises haben. Damit wird mit Gl.(2.1) und Gl.(2.14)

$$L \sim \mu \quad (5.7)$$

und damit

$$TK_L = TK_\mu . \quad (5.8)$$

### 5.2.3. Kernspule mit Luftspalt

Bei vorhandenem Luftspalt setzt sich der magnetische Leiter aus zwei Teilen zusammen. Um diese leicht addieren zu können, verwenden wir die Kehrwerte der magnetischen Leitwerte, die magnetischen Widerstände:

$$R_m^* = R_{mK} + R_{mL} . \quad (5.9)$$

Von diesen Teilwiderständen ist nur der magnetische Widerstand des Kernmaterials temperaturabhängig. Damit gilt

$$\Delta R_m^* = \Delta R_{mK} , \quad (5.10)$$

wobei wir entsprechend den Gleichungen (5.1), (5.3) und (5.5) einführen und unterscheiden:

$$\Delta R_m^* = TK_{Rm}^* \cdot R_m^* \cdot \Delta \vartheta , \quad (5.11)$$

$$\Delta R_{mK} = TK_{RmK} \cdot R_{mK} \cdot \Delta \vartheta . \quad (5.12)$$

Da aber

$$R_{mK} \sim \frac{1}{\mu} \quad (5.13)$$

gilt, soll der in Gl.(5.5) und Gl.(5.6) eingeführte Temperaturkoeffizient der Permeabilität weiterverwendet werden. Ausgehend von der Bemessungsgleichung für den magnetischen Widerstand, kann man die gesuchte Beziehung zwischen beiden Größen herstellen:

$$R_{mK} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{l}{A_K} = f(\mu) . \quad (5.14)$$

Durch logarithmisches Differenzieren - Logarithmieren und anschließendes Differenzieren - erhält man

$$\ln R_{mK} = -\ln \mu, \quad (5.15)$$

$$\frac{\Delta R_{mK}}{R_{mK}} = - \frac{\Delta \mu}{\mu} \quad (5.16)$$

und durch Einsetzen von Gl.(5.12) und Gl.(5.5)

$$\frac{TK_{RmK} \cdot R_{mK} \cdot \Delta \mathcal{V}}{R_{mK}} = - \frac{TK_{\mu} \cdot \mu \cdot \Delta \mathcal{V}}{\mu}, \quad (5.17)$$

$$TK_{RmK} = -TK_{\mu}. \quad (5.18)$$

Nunmehr kann man mit den Gleichungen (5.10), (5.11) und (5.12) bei Verwenden von Gl.(5.18) bilden:

$$TK_{Rm}^* \cdot R_m^* \cdot \Delta \mathcal{V} = TK_{RmK} \cdot R_{mK} \cdot \Delta \mathcal{V} = -TK_{\mu} \cdot R_{mK} \cdot \Delta \mathcal{V}, \quad (5.19)$$

$$TK_{Rm}^* = -TK_{\mu} \cdot \frac{R_{mK}}{R_m^*}. \quad (5.20)$$

Führen wir  $\mu_e$  = effektive (Anfangs-)Permeabilität  $\left( = \frac{H_A^*}{H_0} \right)$  eines gescherten magnetischen Kreises (Vgl. Abschnitt 6.2.2.) ein und bezeichnen mit  $TK_{\mu e}$  den Temperaturbeiwert des gescherten Kreises, so gilt mit Gl.(5.13)

$$\frac{R_{mK}}{R_m^*} = \frac{\mu_e}{\mu_r}, \quad (5.21)$$

so daß man mit Gl.(5.20) und Gl.(5.21) bei Beachten von Gl.(5.18) bilden kann:

$$TK_{\mu e} = +TK_{\mu} \frac{\mu_e}{\mu_r} = +\mu_e \frac{TK_{\mu}}{\mu_r}. \quad (5.22)$$

In Gl.(5.22) bezeichnet man den Quotienten  $\frac{TK_{\mu}}{\mu_r}$  als den relativen Temperaturkoeffizienten der Permeabilität; dieser ist mit Gl.(5.22) offenbar eine von der Scherung unabhängige Werkstoffkonstante. Insbesondere für Ferrite, die in sehr unter-

schiedlichem Maß geschert eingesetzt werden, wird die Temperaturabhängigkeit der Kernwerkstoffe als relativer Temperaturkoeffizient angegeben. Mit Gl.(5.22) liefert die Multiplikation des relativen Temperaturbeiwertes mit der effektiven Permeabilität den  $TK$  des gescherten Kernes und mit Gl.(5.8) für  $\mu_e \gg 1$  (Vergl. Abschnitt 5.2.2.) auch den  $TK$  der Spule.

### 5.3. Temperaturabhängigkeiten im Resonanzkreis

Die Zusammenschaltung von Spule und Kondensator nennt man einen Schwingkreis. Dabei kann man beide Elemente parallel oder in Serie zusammenschalten. In beiden Schaltarten interessiert besonders diejenige Frequenz, bei der die beiden Blindanteile von Kapazität und Induktivität gleich groß sind und sich infolge ihres entgegengesetzten Vorzeichens aufheben, also die sogenannte Resonanzfrequenz  $\omega_r$ :

$$j\omega_r L + \frac{1}{j\omega_r C} = 0, \quad (5.23)$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5.24)$$

Da die Größen Induktivität und Kapazität temperaturabhängig sind, wird im allgemeinen auch die Resonanzfrequenz eines Schwingkreises von Temperaturänderungen beeinflusst. Um diese Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz zu bestimmen, bilden wir mit Gl.(5.24) das vollständige Differential

$$d\omega_r = \frac{\partial \omega_r}{\partial L} \cdot dL + \frac{\partial \omega_r}{\partial C} \cdot dC = -\frac{\omega_r}{2} \left( \frac{dL}{L} + \frac{dC}{C} \right). \quad (5.25)$$

Differentielle Induktivitäts- und Kapazitätsänderungen kann man im allgemeinen nicht messen; deshalb führen wir in Gl. (5.25) in Näherung technisch meßbare Differenzen ein und erhalten

$$\frac{\Delta \omega_r}{\omega_r} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta C}{C} \right). \quad (5.26)$$

(Überzeugen Sie sich, daß Sie mittels logarithmischer Diffe-



rentiation zum gleichen Ergebnis kommen!)

Das Minuszeichen gibt die Richtung der Änderung an und sagt uns, daß eine Vergrößerung der Induktivität oder der Kapazität eine Verkleinerung der Resonanzfrequenz zur Folge hat. Dividiert man Gl.(5.26) durch diejenige Temperaturdifferenz  $\Delta \vartheta$ , die die Induktivitäts- und die Kapazitätsänderung verursacht, so erhält man

$$\frac{\Delta \omega_r}{\omega_r \cdot \Delta \vartheta} = - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta L}{L \cdot \Delta \vartheta} + \frac{\Delta C}{C \cdot \Delta \vartheta} \right), \quad (5.27)$$

wobei mit dem in Gl.(5.4) eingeführten  $TK_L$  und dem früher eingeführten  $TK_C$  ganz analog die linke Seite dieser Gleichung als Temperaturbeiwert der Resonanzfrequenz  $TK_f$  bezeichnet wird:

$$TK_f = - \frac{1}{2} (TK_L + TK_C). \quad (5.28)$$

Für den häufig interessierenden Fall, daß die Resonanzfrequenz des Schwingkreises temperaturunabhängig sein soll, gilt mit  $TK_f = 0$

$$TK_L = -TK_C; \quad (5.29)$$

für den Fall völliger Kompensation müssen die Temperaturbeiwerte der Induktivität und der Kapazität gleich groß sein und entgegengesetzte Vorzeichen haben.

## 6. Kernmaterialien

### 6.1. Kernmaterialien für tiefere Frequenzen

#### 6.1.1. Kernbleche

Der magnetische Leiter wird technisch durch die magnetischen Kernmaterialien oder Kernwerkstoffe realisiert. [5]

Als man 1886 die ersten Versuche zur Übertragung von elektrischer Energie mit hoher Spannung machte, waren nur Umspanner vorhanden, für die als Kernwerkstoff normales Weicheisen mit großen Verlusten und starken Alterungserscheinungen verwendet wurde.

1900 stellte man fest, daß Zusätze von Silizium die Eigenschaften der Transformatorenbleche ganz wesentlich verbesserten: Die Hystereseverluste wurden herabgesetzt, der spezifische Widerstand wurde erhöht, dadurch wurden die Wirbelstromverluste verringert und die Transformatorenbleche praktisch alterungsbeständig. Ungünstigerweise wird jedoch mit zunehmenden Si-Gehalt das Eisen schnell schwerer walzbar, so daß man für geringere Anforderungen einen Si-Gehalt von nur etwa 2% ( $\rho_E \approx 35 \mu \Omega \text{cm}$ ) wählt und für höhere Anforderungen über einen Si-Gehalt von etwa 4% ( $\rho_E \approx 55 \mu \Omega \text{cm}$ ) nicht hinausgeht. So wurden die Dynamobleche I bis IV entwickelt, deren Eigenschaften den TGL 10475 entnommen werden können. Eine Übersicht gibt die Tabelle 6.1. Die vollständige Bezeichnung für ein Dynamoblech mit einem Ummagnetisierungsverlust  $V_{1,0}$  von  $2,8 \text{ W/kg}$  lautet: Blech II 2,8 TGL 10475.

In der Tabelle 6.1 ist in der ersten Spalte für die Blechsorte eine Kurzbezeichnung eingetragen, z.B. IV 1,4. Die nachgestellte arabische Zahl gibt die Ummagnetisierungsverluste  $V_{1,0}$  an und ist deshalb mit der Angabe in Spalte 3 identisch. Die Angabe der magnetischen Induktion erfolgt für 5 verschiedene Feldstärken von 10 bis  $300 \text{ Aem}^{-1}$  entsprechend der Kennzeichnung B 10 bis B 300. Die angegebene Magnetisierbarkeit gilt für Gleich- und Wechselstrom; bei Wechselstrom ist der Scheitelwert der Feldstärke einzusetzen.

Die Blechsorten I 8 bis III 2,2 sind vorwiegend für Zugmagnete, Wechselstromschalter, Motore und Generatoren vorgesehen. Die Bleche III 2,0 bis IV 0,9 werden besonders für Drosseln, Übertrager, Transformatoren und Magnetverstärker verwendet und sind deshalb für die Schwachstromtechnik besonders wichtig. Viele Eigenschaften, vor allem des Bleches IV, können aus der angeführten Tabelle 6.1 entnommen werden; für weitere Kennwerte muß auf die TGL-Blätter verwiesen werden.

Für die Schwachstrombauelemente interessiert bei den Kernwerkstoffen häufig eine leichte Magnetisierbarkeit bereits bei sehr kleinen Feldstärken, also eine hohe Anfangspermeabilität,

1 Tabelle 6.1 Magnetische und technologische Eigenschaften von warmgewalzten Dynamablechen nach TGL 10 475

8  
!

Blech- sorte	Blech- dicke [mm]	Ummagnetisie- rungsverlust [W/kg] höchstens <sup>1)</sup> bei		Magnetische Induktion <sup>2)</sup> [Vs/m <sup>2</sup> ] mindestens für						Biege- zahl minde- stens	Alterungs- koeffizient bei 1,5 Wb/m <sup>2</sup> höchstens %	Dichte [kg/dm <sup>3</sup> ]	
		V <sub>1,0</sub>	V <sub>1,5</sub>	B 10	B 25	B 50	B 100	B 300	ent- zundert			mit Zunder	
I 8	1,0	4,0	19,0									7,85	7,8
I 3,6		3,6	8,6		1,53	1,63	1,73	1,98			9		
I 3,2		3,2	7,5		1,50	1,62	1,75	1,98		10	7	7,8	7,75
II 2,8		2,8	6,5		1,50	1,62	1,75	1,98					7,65
III 2,5		2,5	6,1		1,48	1,59	1,73	1,95			6	7,7	
III 2,2	0,5	2,2	5,3		1,48	1,59	1,73	1,95		6			
III 2		2,0	4,9		1,46	1,57	1,72	1,94			5		
IV 1,8		1,8	4,4		1,46	1,57	1,71	1,92		2		7,6	
IV 1,6		1,6	3,9	1,32	1,46	1,57	1,71	1,92		1		7,55	
IV 1,4		1,4	3,4	1,34	1,45	1,56	1,69	1,89					
IV 1,4		1,4	3,4	1,34	1,46	1,57	1,71	1,92		2		7,6	
IV 1,3		1,3	3,1	1,34	1,46	1,57	1,69	1,90			4		
IV 1,2		1,2	2,9	1,34	1,45	1,56	1,69	1,89					
IV 1,1	0,35	1,1	2,7	1,35	1,44	1,55	1,69	1,89		1			
IV 1		1,0	2,6	1,37	1,44	1,55	1,69	1,89				7,55	
IV 0,9		0,9	2,4	1,37	1,44	1,55	1,69	1,89					

<sup>1)</sup> Die Werte gelten nicht gleichzeitig für V<sub>1,0</sub> und V<sub>1,5</sub>. Für V<sub>1,5</sub> werden die Werte nur auf besondere Vereinbarung eingehalten.  
Das Bestellbeispiel lautet dann: Blech I 3,2 V<sub>1,5</sub> TGL 10 475.

<sup>2)</sup> Es werden zwei Werte nach Wahl vorgeschrieben. Sollen zusätzlich die B 10 - Werte ermittelt werden, so bedarf dies besonderer Vereinbarung.

Tabelle 6.2 Eigenschaften hochpermeabler Kernbleche, Auszug  $\alpha$ .d. TGL 0-41301

Sorte		Anstieg $\delta_5 \mid \delta_{100}$ $10^4 \text{ m}^2 \cdot \text{Wb}^{-1}$		Dicke mm		Material- permea- bilität	Band- kern- permea- bilität	Kernblechpermeabilität					
	Kurz- zeichen							M-Schnitte					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
FeSi3	A 1	keine Forderungen		0,35	$\mu_{20} \geq$	700	700	—	—	—	—		
	A 3			0,35	$\mu_{20} \geq$	900	900	850	850	—	—		
FeNi36 — 2	D 1	$\leq 3$	$\leq 2$	0,35	$\mu_{20} \geq$ $\pm 200$	2100	2000	2000	2000	—	—		
				0,20		2100	2000	2000	2000	—	—		
				0,10		2100	2000	2000	2000	2000	1900		
				0,05		2050	1900	—	2000	2000	1900		
FeNi36 — 2,3	D 1a	$\leq 3$	$\leq 2$	0,35	$\mu_{20} \geq$ $\pm 300$	2400	2300	2300	2200	—	—		
				0,20		2400	2300	2300	2200	—	—		
				0,10		2400	2300	2300	2200	2200	2100		
				0,05		2300	2300	—	2200	2200	2100		
FeNi 50 — 2,5	F 1	keine Forderungen		0,35	$\mu_5 \geq$	2500	2500	2400	2300	—	—		
				0,20		2500	2500	2400	2300	—	—		
				0,10		2500	2500	2400	2300	2300	2200		
				0,05		2500	2500	—	2300	2300	2200		
FeNi 50 — 4	F 3			0,35	$\mu_5 \geq$	4000	4000	3600	3600	—	—		
				0,20		4000	4000	3600	3600	—	—		
				0,10		4000	4000	3600	3600	3600	3300		
				0,05		4000	4000	—	3600	3600	3300		
FeNi 76 — 16	E 3			0,35	$\mu_5 \cdot 10^{-3}$ $\geq$	16	16	13	12	—	—		
				0,20		16	16	13	12	—	—		
				0,10		13	13	12	11	11	10		
				0,05		12	12	—	11	11	10		
FeNi 76 — 20	E 3a			0,35	$\mu_5 \cdot 10^{-3}$ $\geq$	20	20	15	15	—	—		
				0,20		20	20	15	15	—	—		
				0,10		18	18	15	15	13,5	13,5		
				0,05		16	16	—	13,5	13,5	12		
FeNi 76 — 25	E 3b			0,35	$\mu_5 \cdot 10^{-3}$ $\geq$	25	25	18	18	—	—		
				0,20		25	25	20	20	—	—		
				0,10		22	22	18	18	15	15		
				0,05		20	20	—	18	15	15		
FeNi 76	E 4			0,35	$\mu_5 \cdot 10^{-3}$ $\geq$	35	35	27	24	—	—		
				0,20		40	40	30	30	—	—		
				0,10		35	35	30	27	24	22		
				0,05		30	30	—	24	24	22		

und gleichzeitig eine geringe Amplitudenabhängigkeit der Permeabilität. Als besonders geeignet hat man die Nickel-Eisen-Legierungen herausgefunden. Bei einem Nickelgehalt von 36 bis 40% zeigen diese eine Anfangspermeabilität von  $\mu_{20} \approx 2000 \mu_0$  bei einem geringen Permeabilitätsanstieg für kleine Feldstärken. Kernwerkstoffe mit einem Nickelgehalt von 70 bis 80% haben eine höhere Anfangspermeabilität bis  $\mu_5 \approx 40000 \mu_0$  bei grösserer Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke. Die Eigenschaften dieser sogenannten hochpermeablen Kernbleche können den TGL O-41301 entnommen werden. Eine kleine Übersicht (Auszug aus der TGL O-41301 mit Berücksichtigung der M-Schnitte) gibt die Tabelle 6.2. Es ist zu beachten, daß infolge der Stanzbeanspruchung die Kernblechpermeabilität etwas niedriger ist als die Materialpermeabilität. Richtwerte des Temperaturbeiwertes der Permeabilität gibt die Tabelle 6.3.

Tabelle 6.3

Richtwerte des Temperaturbeiwertes der Permeabilität

Werkstoff	$TK_\mu$ in $10^{-3} \cdot \text{grad}^{-1}$
Fe Si 3	+ 1
Fe Ni 36	+ 2
Fe Ni 50	+ 2
Fe Ni 76	+ 2

#### 6.1.2. Kernformen

Die wichtigsten Kernformen, in denen die Kernbleche geliefert werden, sind die M-, EI- und die LL-Bleche (Vgl. TGL O-41302). Die Abmessungen der M-Schnitte sind in TGL O-41302, Bl.1, und TGL O-41301 zusammengestellt. Die M-Schnitte werden aus einem Stück gestanst und sind wegen des dabei auftretenden Abfalles nur bis M 102 standardisiert. Nachteilig ist ferner das technologisch aufwendige Einstopfen der Bleche. Vorteilhaft werden sie für hochwertige Spulen und Übertrager verwendet, insbesondere mit Luftspalt, vorzugsweise im Nieder- und Mittelfre-

quenzbereich.

Die EI-Schnitte sind so bemessen, daß - insbesondere bei den kleineren Größen - zwei Schnitte ohne Abfall gestanzt werden können. Die Abmessungen sind in TGL O-41302, Bl.2, zusammengestellt. Ein Luftspalt kann durch Zwischenlegen eines Streifens Isoliermaterial der Stärke  $\frac{1}{2} l_L$  hergestellt werden. EI-Schnitte werden für Drosseln, Übertrager und kleine Netztransformatoren eingesetzt.

Auch die LL-Schnitte sind ebenso ohne Stanzabfall herstellbar. Die Abmessungen können der TGL O-41302, Bl.4, entnommen werden. LL-Schnitte werden vorzugsweise für Transformatoren verwendet, zu deren Berechnung der TGL-Entwurf 15583, der sowohl für die LL-Schnitte als auch für die angeführten EI-Schnitte bearbeitet ist, empfohlen wird. Da für den LL-Schnitt zwei Spulen benötigt werden, erhöht sich der Arbeitsaufwand für das Wickeln der Spulen; dafür ist der LL-Schnitt streuärmer und kann mit höherer Induktion betrieben werden.

## 6.2. Kernmaterialien und -formen für höhere Frequenzen

Für höhere Frequenzen werden die Verwendungsmöglichkeiten der Kernbleche vorwiegend durch die Wirbelstromverluste, die nach Gl.(3.35) und Gl.(3.36) mit  $f^2$  steigen, begrenzt. Um diese Wirbelstromverluste klein zu halten, muß mit Gl.(3.29) der Ausdruck  $\frac{\gamma_E}{\mu_{rel} \cdot d_E^2}$  möglichst groß werden. Für Kernbleche ohne Luftspalt kann man eine Grenzfrequenz von knapp 0,2 MHz erreichen. Will man Kernmaterialien für höhere Frequenzen schaffen, muß man offenbar  $d_E$  verkleinern oder  $\gamma_E$  vergrößern. Von beiden Möglichkeiten macht man Gebrauch:

- entweder      a) durch sehr kleine Teilchengröße in Form der Masseeisenkerne
- oder durch    b) magnetische Leiter mit sehr hohem spezifischen elektrischen Widerstand in Form der Ferrite.

### 6.2.1. HF- und NF-Masseisenkerne

Masseisenkerne sind durch feinste Teilchen aus Carbonyl- oder Formiateisenpulver aufgebaut, welche durch dünne isolierende Schichten voneinander getrennt sind. Die Kerne werden vorwiegend als Preßkerne mit einer Temperaturbeständigkeit bis +100 °C hergestellt, bei ungünstigeren geometrischen Formen in Spritstechnik mit einer Temperaturbeständigkeit bis + 40 °C [5]. Es werden angeboten:

Gewindekerne	lt. TGL 7528,
Schalenkerne	lt. TGL 7529,
Ringkerne	lt. TGL 7530,
Zylinderkern,	
EI-Kerne.	

Die maximale Ringkernpermeabilität beträgt  $60 \mu_0$ . Zur Beschreibung der Verluste werden die Jordanschen Verlustbeiwerte (Vgl. Abschnitt 3.2.5.) angegeben oder bei Schalenkernen bei vorgegebener Frequenz die erreichbare Spulengüte. Der Temperaturkoeffizient beträgt etwa +50 bis +500  $\cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$ . Mit Mischpulvern für Sonderzwecke lassen sich sehr kleine  $TK$ -Werte erreichen. Wegen der großen inneren Sicherung sind die Kerne sehr verlustarm und zeigen weitere sehr vorteilhafte Eigenschaften, wie sie mit anderen magnetischen Werkstoffen nur schwer erreicht werden können [6], z.B.

- a) geringsten Permeabilitätsanstieg bis zu Feldstärken von  $\approx 20 \text{ Acm}^{-1}$ ,
- b) hohe Stabilität gegen vormagnetisierende Felder,
- c) hohe zeitliche Konstanz,
- d) steuerbare  $TK$ -Werte durch geeignete Wahl von Eisen- und Legierungspulvern,
- e) Variation der Permeabilität und der Verlustbeiwerte durch Korngröße und Werkstoffart und damit Anpassung an die gewünschten Frequenzbereiche.

### 6.2.2. Ferrite

Ferrite sind Mischkristalle oder chemische Verbindungen der allgemeinen Zusammensetzung  $Me^{II}O \cdot Fe_2O_3$  bzw.  $Me^{II}O \cdot Me_2^{II}O \cdot Fe_2O_3$ . Sie bilden gegenüber den Masseeisen-Kernwerkstoffen, die ein mechanisches Gemenge darstellen, vollkommen homogene Materialien mit guten magnetischen Eigenschaften bei sehr großem spezifischen elektrischen Widerstand von  $\varrho_E$  bis  $> 10^3 \mu\Omega cm$ . In der Praxis werden vorzugsweise Mangan- und Nickel-Ferrite bzw. Manganzink- und Nickelszink-Ferrite verwendet, die je nach chemischer Zusammensetzung und Art der Brennbehandlung Permeabilitäten von  $\mu_r = 6$  bis  $\mu_r > 3000$  erreichen. Die Sättigungsinduktion liegt mit  $0,1$  bis  $0,5 Vs m^{-2}$  niedriger als bei den Kernblechen [5].

Durch Variation der Zusammensetzung und die Art der Sinterbehandlung könnte man eine sehr große Anzahl von Eigenschaftskombinationen erreichen. Aus wirtschaftlichen Gründen wird eine Beschränkung auf eine möglichst kleine Zahl von Werkstofftypen vorgenommen. Tabelle 6.4 gibt die Übersicht über einige Eigenschaften ausgewählter weichmagnetischer Ferrite. Die relativen Verluste  $\frac{\tan \delta}{\mu}$  der Ferrite sind heute kleiner als die der Masseeisenkerne. Die Stabilität gegen äußere Einflüsse - Temperatur, Zeit, Vormagnetisierung - ist weiter erhöht worden, so daß Ferrite auch bei hohen Anforderungen Masseeisen ersetzen können. Wegen der billigen Herstellung der Masseeisenkerne werden diese aber noch lange neben den Ferriten bestehen können.

Formelzeichen und Begriffe für Ferrite:

a) Wirksame Permeabilität  $\mu_w$

Die wirksame Permeabilität ist kein Werkstoffkennwert und wird nur im Zusammenhang mit den Kernformen verwendet. Sie ist von der Werkstoffpermeabilität, der Kernform, den Spulendaten und von der Stellung des Kernes in der Spule abhängig:

$$\mu_w = \frac{L}{L_0} \quad (6.1)$$

Dabei ist  $L_0$  die Induktivität der Spule ohne Kern.



Tabelle 6.4 Eigenschaften weichmagnetischer Ferrite, Auszug aus der Werkstoffstabelle des VEB KWH

Benennung	Formel- zeichen	Maß- einheit	Werkstoff					
			Manifer 163	Manifer 183 <sup>1)</sup>	Manifer 220	Manifer 240	Manifer 310	Manifer 360
Frequenzbereich	$f_{\min}$ bis $f_{\max}$	MHz	0,001 bis 0,5	0,001 bis 0,3	10 bis 50	2 bis 6	30 bis 230	0,1 bis 2
Anfangspermeabilität, gemessen am Ring	$\mu_i$		$1000 \pm 20\%$	$2200 \pm 20\%$	$15 \pm 20\%$	$120 \pm 20\%$	$5 \pm 20\%$	$300 \pm 20\%$
Relativer Verlust- faktor (Richt- werte)	5 kHz	$\tan \delta$ $\mu_i$ in $10^{-6}$	1,5					
	10 kHz		2,2	1				
	50 kHz		4	3,5				6
	100 kHz		6	6				8
	500 kHz		28			115		20
	1 MHz		80			120		37
	5 MHz				200	140		500
	10 MHz				240	300		
	20 MHz				480	1400	500	
	50 MHz				1300		600	
	100 MHz						1000	
	150 MHz						1800	
	200 MHz						3500	
bei Feld- stärke	H	A/cm	8	8	60	24		16
Induktion bei 20 °C	B	in $10^{-8}$ Vs/cm <sup>2</sup>	2800 bis 3800	3200 bis 3800	1400 bis 2200	2200 bis 3200		3250
bei 75 °C			2300 bis 3100		1400 bis 2200	2200 bis 3000		
Curietemperatur	$T_c$	°C	$\geq 150$	$\geq 140$	$\geq 500$	$\geq 340$	$> 500$	$> 170$
Dichte	$\rho_c$	kg/dm <sup>3</sup>	4 bis 5	4 bis 5	3 bis 4	4 bis 5		$\approx 4,5$
Koerzitivfeldstärke	H <sub>c</sub>	A/cm	0,15 bis 0,6	0,2 bis 0,3	8 bis 14	2,4 bis 4,8		1,0
Relativer Tempera- turkoeffizient der Anfangs- permeabilität	$\frac{TK}{\mu_i}$	$\frac{10^{-6}}{\text{grad}}$	$\leq 2,5$		$\leq 20$	$\leq 14$		0 bis 8
Hauptanwen- dungsgebiet			Schalen- kerne Schenkel- kerne	Schalen- kerne E-Kerne	Zylinder- kerne ohne Gewinde ohne Bohrung	Antennen- stäbe	Zylinder- kerne	Topfkerne Antennen- stäbe

<sup>1)</sup> Vorläufige Werte

b) Gescherte oder effektive (Anfangs-)Permeabilität

$$\mu_e \left( = \frac{\mu_A^*}{\mu_0} \right)$$

Durch Einfügen eines Luftspaltes in einen Kern mit geschlossenem magnetischen Weg tritt eine Verminderung der effektiven Permeabilität ein:

$$\mu_e = \mu_i \frac{L_e}{L} . \quad (6.2)$$

$L_e$  ist die Induktivität bei geschertem Kern. Die relative Anfangspermeabilität  $\frac{\mu_A}{\mu_0}$  wird bei Ferriten üblicherweise mit  $\mu_i$  bezeichnet.

c) Desakkomodation  $D$

Die Desakkomodation beschreibt die zeitliche Inkonstanz der Anfangspermeabilität:

$$D = \frac{\mu_{i1} - \mu_{i2}}{\mu_{i2}} \cdot 100 [\%] . \quad (6.3)$$

Es bedeuten  $\mu_{i1} = \mu_i$  zur Zeit  $t_1$  und  $\mu_{i2} = \mu_i$  zur Zeit  $t_2$ . Aus Messungen über einen kurzen Zeitraum (Stunden) kann man auf langzeitliche Änderungen (Jahre) schließen. Bei gescherten Kernen wird die Desakkomodation im gleichen Verhältnis wie die Permeabilität vermindert.

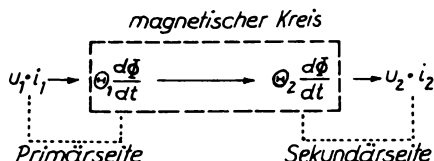
Außer den Kernformen der Masseisenkerne werden aus Ferriten insbesondere Antennenstäbe, Topfkern für Bandfilter, Entstörbauelemente, U-Kerne für Zellentransformatoren, Jochringkerne für Bildröhren, Ringkerne für Schaltzwecke und Speicher-Ebenen hergestellt. Viele dieser Bauelemente sind standardisiert.

## 7. Der ideale Übertrager

### 7.1. Arbeitsweise und Vernachlässigungen

Ein Übertrager formt elektrische Energie in magnetische Energie und diese wieder in elektrische Energie um. Da die magnetische Ursprungsspannung durch das Produkt  $i \cdot N$  gegeben ist, das beliebig mit den Faktoren  $i$  und  $N$  gebildet werden kann, wird das Transformieren von Strömen, Spannungen und Widerständen ermöglicht.

Zur Vereinfachung der weiteren Untersuchungen wird ein sogenannter idealer Übertrager eingeführt. Danach soll durch



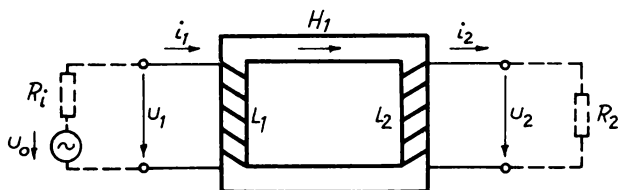
**Bild 7.1** Leistungsumsatz beim Übertrager [8]

schrittweises Aufheben der getroffenen Vernachlässigungen der Übergang zum realen Übertrager durchgeführt werden. Man nennt einen Übertrager ideal, wenn er

- a) keine Wirkleistung verbraucht,  
d.h.,  $R_W = 0$  und  $R_K = R_W + R_h + R_n = 0$ ,
- b) keine Blindleistung verbraucht,  
d.h.,  $\mu_r = \infty$  und
- c) keine Streuung besitzt,  
d.h.,  $\sigma = 0$ .

Zunächst soll die Arbeitsweise dieses idealen Übertragers durch Gleichungen beschrieben werden. Damit die für unsere Untersuchungen wesentlichen Elemente  $L_1, L_2$  und  $M$  (Vgl. Bild 7.2) eine endliche Größe erhalten, soll die Vernachlässigung b) einen kleinen Schritt in Richtung auf den realen Übertrager abgewandelt werden und mit der Bedingung  $\omega L \gg R$  bzw.  $L \gg \frac{R}{\omega}$  erfüllt sein. Wegen der relativen Kleinheit des Wirkwiderstandes soll dieser in unserer Rechnung vorerst weiterhin Null gesetzt werden, die Vernachlässigung a) also erfüllt bleiben. Dann gilt für unseren nahezu idealen Übertrager mit den in Bild 7.2 dargestellten Wicklungs- und Stromrichtungen für die Ihnen bekannten Übertragergleichungen:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = j\omega \begin{pmatrix} L_1 & -M \\ M & -L_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}. \quad (7.1)$$



**Bild 7.2** Übertrager mit linksgängiger Primärwicklung und rechtsgängiger Sekundärwicklung

Wir bilden die Kettenmatrix

$$(\alpha) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{L_1'}{L_2}} & 0 \\ \frac{1}{j\omega\sqrt{L_1 L_2}} & \sqrt{\frac{L_2'}{L_1}} \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

und erhalten für die

a) Spannungsübersetzung  $\frac{u_1}{u_2} = \alpha_{11} = \sqrt{\frac{L_1'}{L_2}} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{U} \quad (7.3)$

b) Stromübersetzung  $\frac{i_1}{i_2} = \alpha_{22} = \sqrt{\frac{L_2'}{L_1}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{U}} \quad (7.4)$

c) Widerstandsübersetzung  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{u_1}{i_1} \cdot \frac{i_2}{u_2} = \frac{u_1}{u_2} \cdot \frac{i_2}{i_1} = \ddot{U}^2 \quad (7.5)$

d) Leistungsübertragung  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{u_1}{u_2} \cdot \frac{i_1}{i_2} = \frac{u_1 \cdot i_1}{u_2 \cdot i_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_2}{N_1} = 1 \quad (7.6)$

## 7.2. Ersatzschaltbilder

### 7.2.1. Ersatz-T-Schaltung

Geht man mit Gl.(7.1) von der Beziehung zwischen(w)-Matrix und T-Schaltung aus, so ergibt sich die in Bild 7.3 dargestellte Ersatzschaltung des (nahezu) idealen Übertragers.

Da

$$M = \sqrt{L_1 L_2'} , \quad (7.7)$$

wird für

$$L_1 \neq L_2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{N_1}{N_2} \neq 1 \quad (7.8)$$

ein Längsglied negativ.

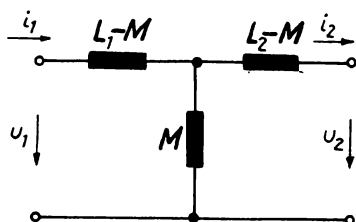


Bild 7.3 Ersatz-T-Schaltung  
des Übertragers

Für die weiteren Untersuchungen seien wie bisher die Forderungen für den idealen Übertrager im Punkt a) erfüllt, im Punkt b) mit  $\omega L \gg R$  erfüllt, die Forderung c) aber aufgehoben, d.h., es möge die immer vorhandene Streuung berücksichtigt werden. Damit wird mit den Gleichungen (1.37), (1.38) und (7.7)

$$M = \sqrt{1 - \sigma'} \sqrt{L_1 L_2'} . \quad (7.9)$$

Da die Gegeninduktivität bei Berücksichtigung der Streuung stets kleiner ist als die Gegeninduktivität ohne Streuung, so würde bei Berücksichtigung der Streuung eines der beiden Längsglieder erst negativ werden, sobald das Übersetzungsverhältnis merklich von 1 abweicht.

Falls die Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung um  $\pi = 180^\circ$  phasenverschoben ist, werden  $M$  negativ und die

Längsglieder stets positiv.

Wenn auch die Ersatzschaltung mit negativen Elementen richtig bleibt, so verliert sie doch an Anschaulichkeit.

### 7.2.2. Ersatz-T-Schaltungen mit positiven Elementen

Das Ersatzschaltbild Bild 7.3 soll durch einen nachgeschalteten idealen Übertrager erweitert werden, dessen Übersetzungsverhältnis  $\ddot{U}_e$  zunächst keine Beziehung zur geforderten Übersetzung unseres Übertragers  $\ddot{U} = \frac{N_1}{N_2}$  haben, sondern beliebig

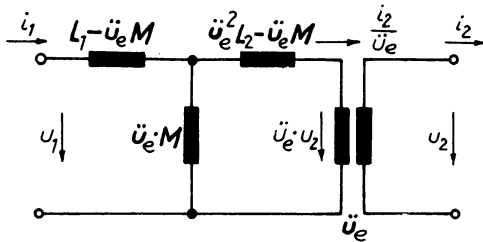


Bild 7.4 Ersatz-T-Schaltung mit positiven Schaltelementen

verfügbar sein soll. Damit erhalten wir die Ihnen aus dem Fach Grundlagen der Elektrotechnik bekannte Ersatzschaltung Bild 7.4. Wahl des Übersetzungsverhältnisses:

$$a) \quad \ddot{U}_e = \ddot{U} = \pm \frac{N_1}{N_2} = \pm \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad (7.10)$$

Mit diesem Ansatz werden die Elemente unserer Ersatzschaltung offenbar immer positiv und nehmen die in Bild 7.5 dargestellten Werte an.

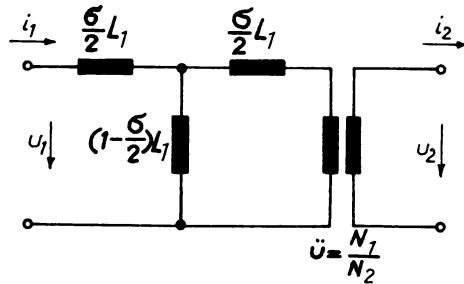


Bild 7.5 Ersatz-T-Schaltung für

$$\ddot{u}_e = \ddot{u} = \pm \frac{N_1}{N_2}$$

b) Wir setzen in Bild 7.4 das rechte Längsglied gleich Null, wodurch sich die Ersatzschaltung um ein Element verringert und dadurch vereinfacht:

$$\ddot{u}_e^2 L_2 - \ddot{u}_e M = 0 \quad . \quad (7.11)$$

$$\ddot{u}_e = \pm \sqrt{1 - \sigma} \ddot{u} \quad . \quad (7.12)$$

Für das Längs- und das Querglied gelten die in der Ersatzschaltung Bild 7.6 eingetragenen Beziehungen. Wegen der Kleinheit des Streugrades  $\sigma$  kann man in der Praxis oft

$$1 - \sigma \approx 1 \quad (7.13)$$

setzen.

c) Ebenso kann es zweckmäßig sein, das linke Längsglied gleich Null zu setzen und es dadurch aus der Ersatzschaltung zu eliminieren:

$$L_1 - \ddot{u}_e M = 0 \quad (7.14)$$

$$\ddot{u}_e = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \sigma}} \ddot{u} \quad . \quad (7.15)$$

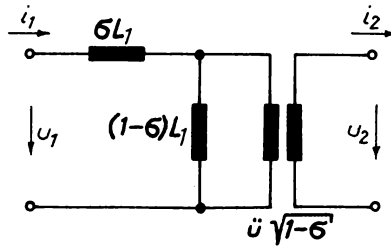


Bild 7.6 Ersatz-T-Schaltung

$$\text{für } \ddot{u}_e = \ddot{u} \sqrt{1-\sigma^2}$$

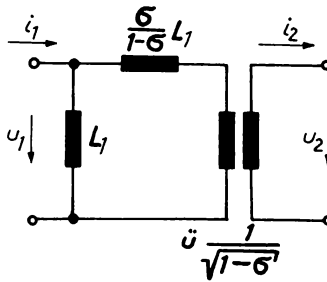


Bild 7.7 Ersatz-T-Schaltung

$$\text{für } \ddot{u}_e = \ddot{u} \frac{1}{\sqrt{1-\sigma^2}}$$

Die anderen Schaltelemente nehmen dann die in der Ersatzschaltung Bild 7.7 eingetragenen Werte an.

Die Längsinduktivitäten nennt man Streuinduktivitäten. Die links oder rechts von der Gegeninduktivität liegenden Streuinduktivitäten dürfen aber keinesfalls einem primären oder sekundären Streufluß zugeordnet werden; schließlich ergeben sie



sich durch ganz willkürliche, nur auf Zweckmäßigkeit gerichtete Festlegung des Übersetzungsverhältnisses  $\ddot{U}_e$  des jeweils nachgeschalteten idealen Übertragers.

### 7.2.3. Beispiele zur Auswahl zweckmäßiger Ersatzschaltbilder

Die Sekundärseite des Übertragers sei mit der Kapazität  $C_2$  abgeschlossen. Gefragt ist nach den Frequenzen, bei denen der Eingangswiderstand Resonanz zeigt. Besonders übersichtlich sind die Ersatzschaltbilder Bild 7.6 und Bild 7.7. Einmal kann sich mit der Querinduktivität eine Parallelresonanz - Eingangswiderstand unendlich groß - und weiter mit der Längsinduktivität eine Reihenresonanz - Eingangswiderstand verschwindet - ausbilden.

#### a) Parallelresonanz

Im Ersatzschaltbild Bild 7.6 erscheint die transformierte Kapazität  $C_2$  direkt parallel zur Querinduktivität:

$$\frac{1}{\ddot{U}_e^2} C_2 = \frac{1}{1-\sigma} \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 C_2. \quad (7.16)$$

Die Querinduktivität hat laut Bild 7.6 die Größe  $(1-\sigma) L_1$ . Damit wird die Parallelresonanzfrequenz

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\sigma) L_1 \frac{1}{1-\sigma} \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 C_2}}. \quad (7.17)$$

#### b) Serienresonanz

Im Ersatzschaltbild Bild 7.7 liegt die transformierte Kapazität  $C_2$  unmittelbar in Serie zur rechten Längsinduktivität. Jetzt gilt für die transformierte Kapazität  $C_2$ :

$$\frac{1}{\ddot{U}_e^2} C_2 = (1-\sigma) \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 C_2. \quad (7.18)$$

Die in Reihe liegende Längsinduktivität hat mit Bild 7.7 die Größe  $\frac{\sigma}{1-\sigma} L_1$ . Somit wird die Serienresonanzfrequenz

$$\omega_{rs} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma}{1-\sigma} L_1 (1-\sigma) \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma L_1 \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 C_2}}. \quad (7.19)$$

### 7.3. Aufgaben des Übertragers

Die wichtigste Aufgabe eines Übertragers ist es, einen Verbraucherwiderstand  $R_2$  auf einen zweckmäßigen Wert  $R_\alpha$  ,

$$R_\alpha = \dot{U}^2 R_2 , \quad (7.31)$$

zu transformieren. Wir unterscheiden

a) Anpassung  $\dot{U}^2 R_2 = R_i$  (maximale Leistungsübertragung), (7.32)

b) Überanpassung  $\dot{U}^2 R_2 > R_i$  (z.B. Anpassung eines Verbraucherwiderstandes an eine Triode, um geringe nicht-lineare Verzerrungen zu erhalten), (7.33)

c) Unteranpassung  $\dot{U}^2 R_2 < R_i$  (z.B. zur Erhöhung der Trennschärfe eines Parallelschwingkreises). (7.34)

In b) und c) muß auf die Übertragung der bei Anpassung maximal möglichen Leistung  $P_{max}$  verzichtet werden. Zur Darstellung der übertragbaren Leistung als Bruchteil der größten übertragbaren Leistung und zur Beurteilung der später zu untersuchenden nichtidealen Übertrager wird die Bezugsleistung  $P_0$  eingeführt:

$$P_0 = \text{Bezugsleistung} \quad (7.35)$$

= Leistung, die der Generator über den idealen Übertrager an den zweckmäßig transformierten Verbraucherwiderstand  $R_\alpha$  abgibt.

Zu a)  $R_\alpha = R_i$   
 $P_{max} = \frac{U_0^2}{4 R_i}$  ( $U_0$  = Urspannung des Generators) (7.36)

Zu b) und c)

$$R_\alpha \neq R_i .$$

Mit dem günstigsten Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}_0$ ,

$$\ddot{u}_0 = \sqrt{\frac{R_\alpha}{R_2}} \quad , \quad (7.37)$$

erhalten wir die Bezugsleistung

$$P_0 = u_0^2 \frac{R_\alpha}{(R_i + R_\alpha)^2} = u_0^2 \frac{\ddot{u}_0^2 R_2}{(R_i + \ddot{u}_0^2 R_2)^2} \quad . \quad (7.38)$$

Mit Gl.(7.36) können wir die Bezugsleistung  $P_0$  als Bruchteil der größten übertragbaren Leistung  $P_{max}$  angeben:

$$P_0 = P_{max} \frac{4 R_i \cdot \ddot{u}_0^2 R_2}{(R_i + \ddot{u}_0^2 R_2)^2} \quad . \quad (7.39)$$

Bild 7.8 stellt die Bezugsleistung  $P_0$  als Funktion des trans-

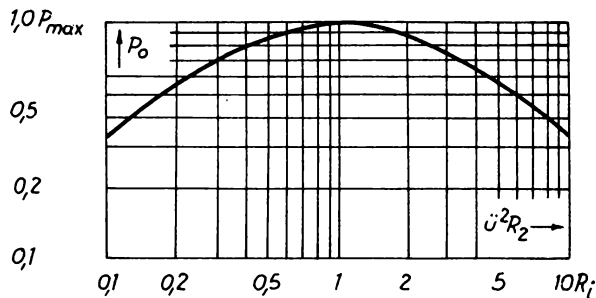


Bild 7.8 Bezugsleistung [1]

formierten Verbraucherwiderstandes  $\ddot{u}_0^2 R_2$  dar. Die Abnahme der Bezugsleistung ist in der Nähe der Anpassung gering. Bei Fehlanpassung auf den halben oder doppelten Wert von  $R_i$  ist  $P_0$  erst 11% kleiner als  $P_{max}$  .

Weitere Aufgaben der Übertrager bestehen darin,

- a) Potentiale zu trennen und
- b) Phasenverschiebungen von  $\pi=180^\circ$  zu erzeugen.

## 8. Der reale Übertrager

### 8.1. Betriebsübertragungsmaß

Der ideale Übertrager erzeugt am Verbraucherwiderstand  $R_2$  die Bezugsspannung  $u_{20}$ ,

$$u_{20} = \sqrt{P_0 R_2} = u_0 \sqrt{\frac{R_2}{R_\alpha}} \frac{R_\alpha}{R_i + R_\alpha} \quad (8.1)$$

Beim realen Übertrager entsteht am Verbraucherwiderstand  $R_2$  die Spannung  $u_2$ , die im allgemeinen kleiner als die Bezugsspannung  $u_{20}$  und in der Phase gegen sie verschoben sein wird. Um nun nach Amplitude und Phase getrennt beurteilen zu können, hat man ein logarithmisches Maß, das Betriebsübertragungsmaß  $e^{g_B}$  eingeführt:

$$e^{g_B} = \frac{u_{20}}{u_2} \quad (8.2)$$

$$= e^{\alpha_B + j b_B} = e^{\alpha_B} \cdot e^{j b_B} \quad (8.3)$$

Man nennt

$\alpha_B$  die Betriebsdämpfung,

$b_B$  das Betriebswinkelmaß.

Mit Gl.(8.1) gilt:

$$e^{g_B} = \frac{u_0}{u_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_\alpha}} \frac{R_\alpha}{R_i + R_\alpha} \quad (8.4)$$

und, wenn wir uns auf reelle Widerstände von Sender und Empfänger beschränken, für die Betriebsdämpfung:

$$e^{\alpha_B} = \left| \frac{u_0}{u_2} \right| \sqrt{\frac{R_2}{R_\alpha}} \frac{R_\alpha}{R_i + R_\alpha} \quad (8.5)$$

Der reale Übertrager unterscheidet sich vom idealen nun da-

durch (Vgl. Abschnitt 7.1), daß

- a) seine Wicklungen Gleichstromwiderstände besitzen,
- b) seine Wicklungsinduktivitäten endlich sind und
- c) Streuinduktivitäten vorhanden sind.

Das Betriebsübertragungsmaß gestattet uns, die einzelnen Einflüsse a) bis c) getrennt zu untersuchen und später zu addieren.

#### 8.1.1. Einfluß der Gleichstromwiderstände der Wicklungen

Wir gehen vom Ersatzschaltbild Bild 7.5, 7.6 oder 7.7 aus. Bei Vernachlässigung der Induktivitäten ( $L_1 = \infty, C = 0$ ) bleibt nur der ideale Übertrager mit  $\ddot{U} = \ddot{U}_e = \frac{N_1}{N_2}$ . Die zu berücksichtigenden Gleichstromwiderstände sind offenbar auf der Primär- und Sekundärseite des idealen Übertragers als Reihenverlustwiderstände  $R_{G1}$  und  $R_{G2}$  entsprechend Bild 8.1 hinzuzufügen.

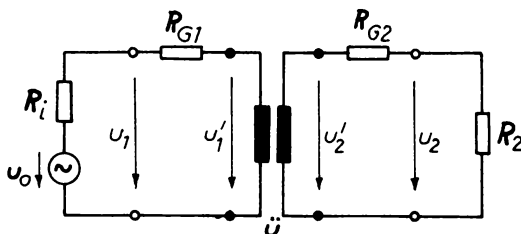


Bild 8.1 Ersatzschaltung eines Übertragers mit endlichen Gleichstromwiderständen

Wir wollen die Betriebsdämpfung berechnen. Gemäß Gl.(8.5) ermitteln wir zunächst den Quotienten  $\frac{u_o}{u_2}$  :

$$u_2 = u_2' \frac{R_2}{R_{G2} + R_2} \quad (8.6)$$

$$u_2' = \frac{u_1'}{\ddot{U}} \quad (8.7)$$

$$u_1' = u_1 \frac{\ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)}{R_{G1} + \ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)} \quad (8.8)$$

$$u_1 = u_0 \frac{R_{G1} + \ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)}{R_i + R_{G1} + \ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)} \quad (8.9)$$

Nun setzen wir der Reihe nach ein und erhalten:

$$u_1' = u_0 \frac{\ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)}{R_i + R_{G1} + \ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)} \quad (8.10)$$

$$u_2' = \frac{u_0}{\ddot{U}} \frac{\ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)}{R_i + R_{G1} + \ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)} \quad (8.11)$$

$$u_2 = u_0 \frac{\ddot{U} R_2}{R_i + R_{G1} + \ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)} \quad (8.12)$$

Berücksichtigen wir, daß mit Gl.(7.31) bei vorhandenem  $R_{G1}$  und  $R_{G2}$

$$R_a = R_{G1} + \ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2) \quad (8.13)$$

und daraus

$$\ddot{U} = \sqrt{\frac{R_a - R_{G1}}{R_{G2} + R_2}} \quad \text{ist,} \quad (8.14)$$

so gilt:

$$u_2 = u_0 \frac{R_2}{R_i + R_a} \sqrt{\frac{R_a - R_{G1}}{R_{G2} + R_2}}. \quad (8.15)$$

Wir setzen das nun in die Gleichung der Betriebsdämpfung (8.5) ein und erhalten

$$e^{\alpha_B} = \sqrt{\frac{R_a}{R_2}} \cdot \sqrt{\frac{R_{G2} + R_2}{R_a - R_{G1}}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_{G2}}{R_2}}}{\sqrt{1 - \frac{R_{G1}}{R_a}}}. \quad (8.16)$$

Im allgemeinen werden  $\frac{R_{G2}}{R_2} \ll 1$  und  $\frac{R_{G1}}{R_a} \ll 1$  sein, so daß in Näherung gilt:

$$\alpha_B \approx \frac{1}{2} \frac{R_{G2}}{R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_{G1}}{R_a}. \quad (8.17)$$

Hierbei wurde davon Gebrauch gemacht, daß man für  $\epsilon \ll 1$  und  $\delta \ll 1$  annähert schreiben kann:

$$\begin{aligned} (1 \pm \delta)^{\frac{1}{2}} &= 1 \pm \frac{1}{2} \delta \\ \frac{1 + \delta}{1 - \epsilon} &= 1 + \delta + \epsilon \\ e^{\delta} &= 1 + \delta. \end{aligned}$$

Ist die verfügbare Wickelfläche gleichmäßig auf Primär- und Sekundärwicklung aufgeteilt und setzen wir für beide Wicklungen den gleichen Kupferfüllfaktor voraus, so gilt:

$$R_{G1} = \dot{U}^2 R_{G2}. \quad (8.18)$$

Da ferner im allgemeinen

$$R_a \gg R_{G1} \quad (8.19)$$

und

$$R_2 \gg R_{G2}, \quad (8.20)$$

**gilt:**

$$\ddot{U}^2 \approx \frac{R_a}{R_2} . \quad (8.21)$$

**Führen wir nun Gl.(8.21) in Gl.(8.18) ein, so erhalten wir:**

$$R_{G2} \approx \frac{R_2}{R_a} R_{G1} \quad (8.22)$$

**und**

$$\frac{R_{G2}}{R_2} \approx \frac{R_{G1}}{R_a} . \quad (8.23)$$

**Setzen wir nun Gl.(8.23) in Gl.(8.16) ein, so ergibt sich für die Betriebsdämpfung mit  $x = \frac{R_{G2}}{R_2} \approx \frac{R_{G1}}{R_a}$ :**

$$e^{\alpha_B} \approx \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} \approx e^x , \quad (8.24)$$

**also**

$$\alpha_B \approx \frac{R_{G1}}{R_a} . \quad (8.25)$$

**Solange die Betriebsdämpfung  $< 0,3 N_p$  ist, bleibt der Fehler  $< 1\%$ .**

**Anmerkung: Das Neper ist der natürliche Logarithmus eines Spannungsverhältnisses  $\frac{U_1}{U_2}$  (oder Stromverhältnisses  $\frac{I_1}{I_2}$ ).**

$$x = \ln \frac{U_1}{U_2} \quad (\text{in Neper}).$$

$$\begin{aligned} 0,3 N_p \text{ bedeuten demnach: } 0,3 &= \ln \frac{U_1}{U_2} \\ e^{0,3} &= \frac{U_1}{U_2} = 1,35 . \end{aligned}$$

**Mit Gl. (8.25) haben die Gleichstromwiderstände der Wicklungen eine frequenzunabhängige Dämpfung zur Folge, zu der sich bei tiefen Frequenzen die Dämpfung durch die Wicklungsinduktivität und bei hohen Frequenzen die Dämpfung durch die Streuinduktivität addieren. Man nennt deshalb die in Gl.(8.25) beschriebene Dämpfung die Grunddämpfung des Übertragers  $\alpha_G$ ; sie gibt den frequenzunabhängigen Teil der Betriebsdämpfung an.**



Die mit Gl.(8.13) eingeführte Beschreibung des übersetzten Widerstandes  $R_\alpha$  und das daraus abgeleitete Übersetzungsverhältnis entsprechend Gl.(8.14) sind für die Berechnung von Übertragern sehr wichtig. Zur optimalen Arbeit eines Generators, z.B. für möglichst geringe nichtlineare Verzerrungen einer Röhre oder eines Transistors, muß dieser auf einen zweckmäßigen Arbeitswiderstand  $R_\alpha$  arbeiten, der sich gemäß Gl. (8.13) außer dem übersetzten Verbraucherwiderstand  $\ddot{U}^2 R_2$  aus den Wicklungsverlusten  $R_{G1}$  und  $\ddot{U}^2 R_2$  zusammensetzt.

### 8.1.2. Einfluß der Wicklungsinduktivität

Wir gehen wieder vom Ersatzschaltbild Bild 7.5, 7.6 oder 7.7 aus. Bei den interessierenden tiefen Frequenzen  $\omega_t$  hat die Streuinduktivität einen so kleinen Scheinwiderstand, daß wir sie nicht zu berücksichtigen brauchen. So erhalten wir bei Vernachlässigung der Streuung ( $\sigma \ll 1$ ) den idealen Übertrager mit  $\ddot{U} = \ddot{U}_e = \frac{N_1}{N_2}$  und parallel zur Primärwicklung die Induktivität  $L_1$  entsprechend dem Bild 8.2.

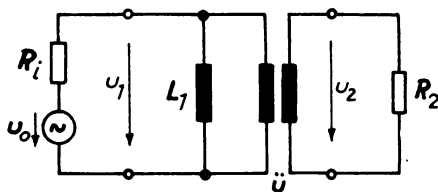


Bild 8.2 Ersatzschaltbild eines Übertragers mit endlicher Induktivität bei tiefen Frequenzen

Es besteht wieder die Aufgabe, das Betriebsübertragungsmaß  $e_{\beta}^{\text{gl}}$  zu berechnen. Dazu ist gemäß Gl.(8.4) zunächst der Quotient  $\frac{U_2}{U_1}$  zu bestimmen:

$$U_2 = \frac{1}{\ddot{U}} U_1 \quad (8.26)$$

$$u_1 = u_0 \frac{R_\alpha^L}{R_i + R_\alpha^L} \quad (8.27)$$

$$R_\alpha^L = \frac{j\omega_t L_1 \cdot \ddot{U}^2 R_2}{j\omega_t L_1 + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.28)$$

Werden diese Ergebnisse nacheinander eingesetzt, so erhalten wir:

$$u_2 = \frac{1}{\ddot{U}} u_0 \frac{R_\alpha^L}{R_i + R_\alpha^L} \quad (8.29)$$

$$\frac{u_0}{u_2} = \ddot{U} \frac{R_i + R_\alpha^L}{R_\alpha^L} \quad (8.30)$$

Da die Verbraucherspannung  $u_2$  und die Ursprungung  $u_0$  nicht in Phase sind, wird mit Gl.(8.30) das Betriebsübertragungsmaß jetzt komplex:

$$e^{g_B^L} = \ddot{U} \frac{R_i + R_\alpha^L}{R_\alpha^L} \sqrt{\frac{R_2}{R_\alpha}} \frac{R_\alpha}{R_i + R_\alpha} \quad (8.31)$$

$$= \left( R_i \frac{j\omega_t L_1 + \ddot{U}^2 R_2}{j\omega_t L_1 \cdot \ddot{U}^2 R_2} + 1 \right) \frac{\ddot{U}^2 R_2}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.32)$$

$$= 1 + \frac{1}{j\omega_t L_1} \frac{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.33)$$

Hieraus berechnen wir entsprechend Gl.(8.5) die Betriebsdämpfung  $\alpha_{Bt}$ :

$$e^{2\alpha_{Bt}} = 1 + \left( \frac{1}{\omega_t L_1} \frac{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \right)^2 \quad (8.34)$$

Somit gilt:

$$\sqrt{e^{2\alpha_{Bt}} - 1} = \frac{1}{\omega_t L_1} \frac{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.35)$$

Man bezeichnet diejenige Frequenz, bei der  $\alpha_{Bt} = 0,35 N_p$  mit  $\omega_U$ .  
Hierfür wird

$$\sqrt{e^{2 \cdot 0,35} - 1} = 1 \quad (8.36)$$

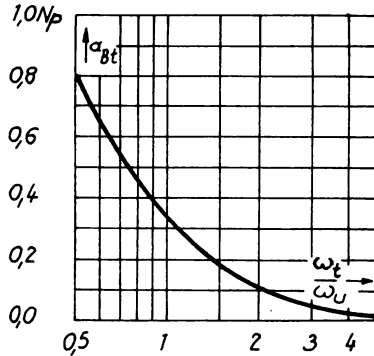
und damit

$$\omega_U = \frac{1}{L_1} \frac{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.37)$$

so daß sich mit Gl.(8.35) ergibt:

$$\sqrt{e^{2\alpha_{Bt}} - 1} = \frac{\omega_U}{\omega_t} \quad (8.38)$$

Den Anstieg der Betriebsdämpfung  $\alpha_{Bt}$  mit abnehmender Frequenz zeigt Bild 8.3. Soll z.B. die Betriebsdämpfung  $\alpha_{Bt} = 0,1 N_p$  betragen, so liefert Bild 8.3  $\frac{\omega_t}{\omega_U} = 2$  d.h., wir erhalten die erforderliche Induktivität aus Gl.(8.37) mit  $\omega_U = \frac{1}{2} \omega_t$ . Wenn der Übertrager bei tieferen Frequenzen nur eine geringe zusätzliche Dämpfung besitzen soll, muß die Induktivität groß werden. Größere Induktivität erfordert größere Windungszahlen, und diese bedingen wiederum größere Wirkwiderstände der Wicklungen, wodurch sich mit Gl.(8.25) die Grunddämpfung  $\alpha_G$  erhöht. Erforderlichenfalls muß ein Kernwerkstoff mit größerer Permeabilität oder ein größerer Kerntyp gewählt werden. Beachten Sie, daß mit Gl.(8.37)  $R_i$  und  $R_\alpha$  die untere Grenzfrequenz ebenfalls beeinflussen. Bei Anpassung gilt  $R_\alpha = R_i$  und damit wird die erforderliche Induktivität  $L_1$  für eine



**Bild 8.3** Anstieg der Betriebsdämpfung in der Umgebung der unteren Grenzfrequenz [1]

Betriebsdämpfung von  $\alpha_{Bt} = 0,35 N_p$  mit Gl.(8.37) und Gl.(8.36) bzw. Bild 8.3

$$L_1 = \frac{1}{\omega_U} \frac{R_\alpha}{2} \quad (8.39)$$

Für Pentoden gilt  $R_\alpha \ll R_i$ , so daß wir für die Induktivität

$$L_1 \approx \frac{1}{\omega_U} R_\alpha \quad (8.40)$$

erhalten, und für Trioden wählt man, um geringe nichtlineare Verzerrungen zu erhalten,  $R_\alpha = 2 R_i$ , so daß eine Induktivität

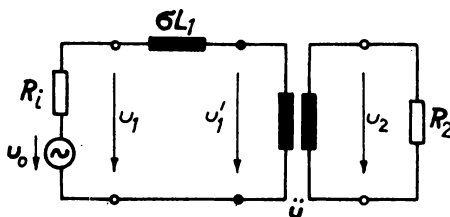
$$L_1 \approx \frac{1}{\omega_U} \frac{R_\alpha}{3} \quad (8.41)$$

benötigt wird.

### 8.1.3. Einfluß der Streuinduktivität

Bei einer Frequenz am oberen Rande des übertragbaren Frequenzbandes  $\omega_h$  ist der Scheinwiderstand der Wicklungsinduktivität  $L_1$  so groß, daß sein Leitwert vernachlässigt werden kann. Andererseits aber steigt der Scheinwiderstand der Streuinduktivität proportional mit der Frequenz und verursacht eine zusätzliche Dämpfung. Wir benutzen das Ersatzschaltbild 7.6 und

lassen wegen des vernachlässigbar kleinen Leitwertes der Wicklungsinduktivität entsprechend Bild 8.4 die Querinduktivität entfallen.



**Bild 8.4 Vereinfachtes Ersatzschaltbild für hohe Frequenzen**

Unsere Aufgabe besteht wieder darin, zunächst das Betriebsübertragungsmaß  $e^{\underline{g}_B}$  zu berechnen. Gemäß Gl.(8.4) ist vorerst wieder der Quotient  $\frac{u_0}{u_2}$  zu entwickeln:

$$u_2 = \frac{1}{\ddot{u}} u_1' \quad (8.42)$$

$$u_1' = u_0 \frac{\ddot{u}^2 R_2}{R_i + j\omega_h \sigma L_1 + \ddot{u}^2 R_2} \quad (8.43)$$

$$u_2 = u_0 \frac{\ddot{u} R_2}{R_i + j\omega_h \sigma L_1 + \ddot{u}^2 R_2} \quad (8.44)$$

$$\frac{u_0}{u_2} = \frac{R_i + j\omega_h \sigma L_1 + \ddot{u}^2 R_2}{\ddot{u} R_2} \quad (8.45)$$

Da die Verbraucher- und die Ursprungung nicht in Phase sind, wird das Betriebsübertragungsmaß komplex:

$$e^{g_B^L} = \frac{R_i + j\omega_h \sigma L_1 + \ddot{U}^2 R_2}{\ddot{U} R_2} \cdot \frac{1}{\ddot{U}} \frac{\ddot{U}^2 R_2}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.46)$$

$$= 1 + \frac{j\omega_h \sigma L_1}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.47)$$

Hieraus berechnen wir entsprechend Gl.(8.5) die Betriebsdämpfung für höhere Frequenzen  $\alpha_{Bh}$ :

$$e^{2\alpha_{Bh}} = 1 + \left( \frac{\omega_h \sigma L_1}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \right)^2 \quad (8.48)$$

$$\sqrt{e^{2\alpha_{Bh}} - 1} = \frac{\omega_h \sigma L_1}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.49)$$

Entsprechend  $\omega_U$  bezeichnet man diejenige Frequenz, bei der die Betriebsdämpfung  $\alpha_{Bh} = 0,35 N_p$  beträgt, mit  $\omega_0$ . Mit diesen Größen wird mit Gl.(8.49)

$$\sqrt{e^{2 \cdot 0,35} - 1} = 1 \quad (8.50)$$

und damit

$$\omega_0 = \frac{R_i + \ddot{U}^2 R_2}{\sigma L_1} \quad (8.51)$$

Mit Einführen einer normierten Frequenz läßt sich der gesamte Dämpfungsverlauf als symmetrische Kurve darstellen. Wir setzen die Dämpfungen bei den tiefen und den hohen Frequenzen gleich

$$\frac{1}{\omega_t L_1} \frac{R_i + \ddot{U}^2 R_2}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} = \frac{\sigma \omega_h L_1}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.52)$$

und bilden mit der Frequenz  $\omega_m$

$$\omega_m = \sqrt{\omega_t \cdot \omega_h} \quad (8.53)$$

mit Gl.(8.52)

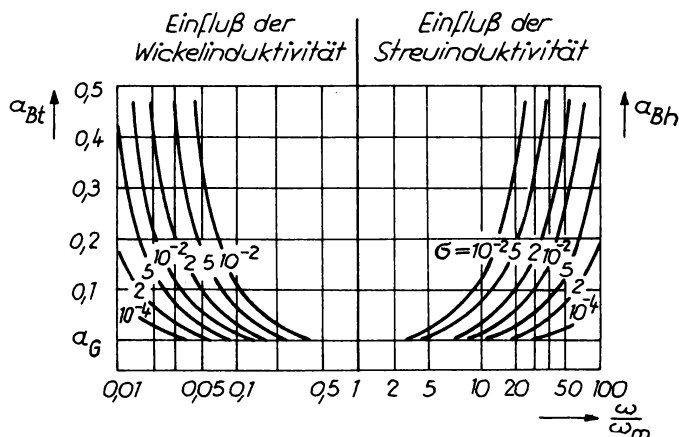
$$\omega_m = \frac{\sqrt{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2}}{L_1 \sqrt{\sigma}} \quad (8.54)$$

Berechnen wir nun unter Verwendung einer mittels  $\omega_m$  normierten Frequenz die Dämpfungen bei den tiefen und den hohen Frequenzen, so erhalten wir:

$$\sqrt{e^{2\alpha_{Bt}} - 1} = \frac{\omega_m}{\omega_t} \frac{\sqrt{\sigma} \sqrt{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2}}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.55)$$

$$\sqrt{e^{2\alpha_{Bh}} - 1} = \frac{\omega_h}{\omega_m} \frac{\sqrt{\sigma} \sqrt{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2}}{R_i + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.56)$$

Bild 8.5 zeigt den Verlauf der Betriebsdämpfung nach Gl.(8.55) und Gl.(8.56). Als Parameter wurde die Streuung  $\sigma$  eingetra-



**Bild 8.5** Betriebsdämpfung eines Übertragers mit endlicher Induktivität und Streuinduktivität

gen. Ferner wurde eine Grunddämpfung  $\alpha_G$  berücksichtigt. Wie Bild 8.5 zeigt, wächst mit abnehmender Streuung die Breite des

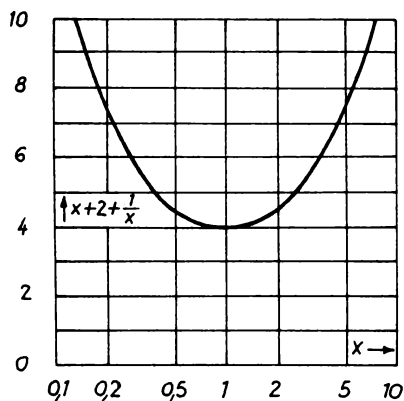
übertragenen Frequenzbandes.

Zur weiteren Untersuchung der Bandbreite bilden wir mit Gl.(8.35) und Gl.(8.49):

$$\frac{\omega_h}{\omega_t} = \sqrt{e^{2\alpha_{Bh}} - 1} \cdot \sqrt{e^{2\alpha_{Bt}} - 1} \cdot \frac{R_i + \ddot{U}^2 R_2}{\sigma L_1} \cdot \frac{L_1 (R_i + \ddot{U}^2 R_2)}{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.57)$$

$$= \sqrt{e^{2\alpha_{Bh}} - 1} \cdot \sqrt{e^{2\alpha_{Bt}} - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} \left( \frac{R_i}{\ddot{U}^2 R_2} + 2 + \frac{\ddot{U}^2 R_2}{R_i} \right). \quad (8.58)$$

Der Klammerausdruck der Form  $(x + 2 + \frac{1}{x})$  wird bei Anpassung 4 und bei Unter- oder Überanpassung größer als 4. Bild 8.6 stellt den Verlauf dieser Funktion dar und zeigt, wie man



**Bild 8.6** Zur Berechnung der Breite des übertragenen Frequenzbandes [1]

bei gegebenem Streugrad durch Fehlanpassung die Bandbreite



vergrößern kann.

## 8.2. Der Streugrad

Der von der Primärwicklung erzeugte Magnetfluß durchsetzt zum weitaus größten Teil die Sekundärwicklung; dieser Teil des Flusses heißt der Haupt- oder Koppelfluß. Ein sehr kleiner Teil des Magnetflusses schließt sich durch die Luft und erreicht die Sekundärwicklung nicht; dieser Teil des Flusses heißt der Streufluß. Trotz der Kleinheit dieses Streuflusses im Vergleich zum Hauptfluß hat er entscheidenden Einfluß auf das Arbeiten des Übertragers bei hohen Frequenzen. Im Abschnitt 8.1.3. hatten wir festgestellt, daß bei gegebenen Anpassungsbedingungen die Übertragbare Bandbreite vom Streugrad bestimmt wird. Deshalb sollen der Streugrad und die Möglichkeiten seiner Beeinflussung untersucht werden.

In Analogie zum elektrischen Stromkreis sind bei Flußversweigungen im magnetischen Kreis die magnetischen Leitwerte zu addieren:

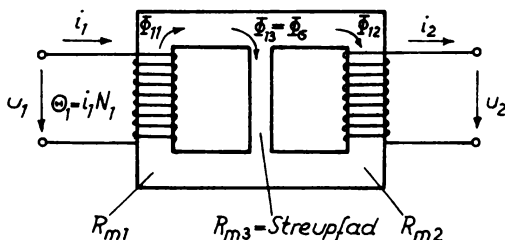


Bild 8.7 Übertrager mit Streufluß

$$\phi_{11} = \frac{i_1 N_1}{R_m} \quad (8.59)$$

$$R'_{m1} = R_{m1} + \frac{R_{m2} \cdot R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} \quad (8.60)$$

$$= \frac{R_{m1} R_{m2} + R_{m1} R_{m3} + R_{m2} R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} \quad (8.61)$$

$$= \frac{S}{R_{m2} + R_{m3}}, \text{ (wobei } S = R_{m1} R_{m2} + R_{m1} R_{m3} + R_{m2} R_{m3} \text{)}. \quad (8.62)$$

Der Fluß  $\phi_{11}$  verzweigt sich in die beiden Teilflüsse  $\phi_{12}$  und  $\phi_{13} = \phi_{\sigma}$ , die sich in Analogie zum elektrischen Stromkreis umgekehrt wie ihre magnetischen Widerstände  $R_{m2}$  und  $R_{m3}$  verhalten:

$$\phi_{12} = \frac{R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} \phi_{11} = \text{Hauptfluß, Koppelfluß,} \quad (8.63)$$

$$\phi_{13} = \frac{R_{m2}}{R_{m2} + R_{m3}} \phi_{11} = \text{Streufluß.} \quad (8.64)$$

Wir berechnen die Primärinduktivität

$$u_1 = j\omega N_1 \phi_{11} \quad (8.65)$$

$$= j\omega N_1^2 i_1 \frac{R_{m2} + R_{m3}}{S} \quad (8.66)$$

$$= j\omega L_1 i_1 \quad (8.67)$$

$$L_1 = N_1^2 \frac{R_{m2} + R_{m3}}{S} \quad (8.68)$$

und die Gegeninduktivität

$$u_{21} = j\omega N_2 \phi_{12} \quad (8.69)$$

$$= j\omega N_1 N_2 i_1 \frac{R_{m3}}{S} \quad (8.70)$$

$$= j\omega M i_1 \quad (8.71)$$

$$M = N_1 N_2 \frac{R_{m3}}{S} . \quad (8.72)$$

Bei Einspeisung über die Sekundärseite erhalten wir analog:

$$\phi_{22} = \frac{i_2 \cdot N_2}{R_m} \quad (8.73)$$

$$R'_{m2} = R_{m2} + \frac{R_{m1} R_{m3}}{R_{m1} + R_{m3}} \quad (8.74)$$

$$= \frac{R_{m1} R_{m2} + R_{m1} R_{m3} + R_{m2} R_{m3}}{R_{m1} + R_{m3}} \quad (8.75)$$

$$= \frac{S}{R_{m1} + R_{m3}} . \quad (8.76)$$

$$\phi_{21} = \frac{R_{m3}}{R_{m1} + R_{m3}} \phi_{22} \quad (8.77)$$

$$\phi_{23} = \frac{R_{m1}}{R_{m1} + R_{m3}} \phi_{22} \quad (8.78)$$

und hieraus die Sekundärinduktivität und die Gegeninduktivität

$$L_2 = j\omega N_2 \phi_{22} \quad (8.79)$$

$$L_2 = N_2^2 \frac{R_{m1} + R_{m3}}{S} \quad (8.80)$$

$$L_{12} = j\omega N_1 \phi_{21} \quad (8.81)$$

$$M = N_1 N_2 \frac{R_{m3}}{S} . \quad (8.82)$$

### Ergebnis:

Wenn wir einen Übertrager primär- oder sekundärseitig mit gleicher Durchflutung erregen, so entstehen im allgemeinen verschiedene Gesamtflüsse ( $\phi_{11} \neq \phi_{22}$ ) und verschiedene Streuflüsse ( $\phi_{13} \neq \phi_{23}$ ). Die Koppelflüsse sind in jedem Falle gleich ( $\phi_{12} = \phi_{21}$ ). Die Größe der Gegeninduktivität ist unabhängig davon, von welcher Seite eingespeist wird. Die in Abschnitt 1.2. eingeführten Koppelgrade können wir jetzt wie folgt ausdrücken:

$$k_{12} = \frac{\phi_{12}}{\phi_{11}} = \frac{R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} \quad (8.83)$$

$$k_{21} = \frac{\phi_{21}}{\phi_{22}} = \frac{R_{m3}}{R_{m1} + R_{m3}} \quad (8.84)$$

Damit wird mit den Gleichungen (1.28), (1.37) und (1.38) der Streugrad

$$\sigma = 1 - k_{12} k_{21} \quad (8.85)$$

$$= 1 - \frac{R_{m3}}{R_{m2} + R_{m3}} \cdot \frac{R_{m3}}{R_{m1} + R_{m3}} \quad (8.86)$$

Somit kann man also den Streugrad folgendermaßen beeinflussen:

a) durch die Kernform;

ein Ringkern, besonders ohne Luftspalt, hat den kleinsten Streugrad; dann folgen die Mantelkerne (M-, EI-Schnitt) und schließlich die Schenkelkerne;

b) durch das Kernmaterial;

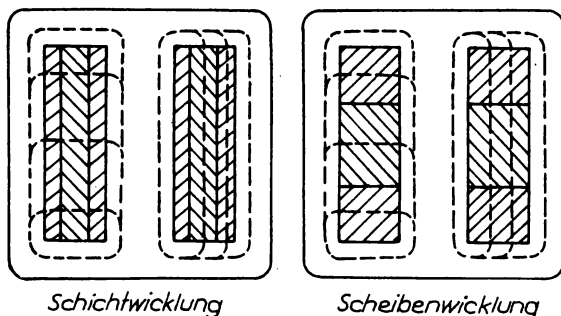
der Streugrad wird klein, wenn  $R_{m1}$  und  $R_{m2} \ll R_{m3}$  - (Vgl. Gl.(8.86)-, wenn also das Kernmaterial eine große Permeabilität besitzt;

c) durch den Wicklungsaufbau;

bei geeigneter Verschachtelung von Primär- und Sekundärwick-

lung kann man erreichen, daß ein Teil des Flusses, der den Kern als Streufluß verläßt, dennoch die andere Wicklung durchsetzt.

Die Beeinflussung des Streugrades durch die Verschachtelung der Wicklungen soll untersucht werden. Für die Unterteilung werden die Schicht- und die Scheibenwicklung verwendet. Die



**Bild 8.8** Verschiedene Wicklungen und mögliche Streuflüsse bei Übertragern

Anzahl der Berührungs- oder Trennflächen zwischen Primär- und Sekundärwicklung gibt man mit dem Unterteilungsfaktor  $t_u$  an. Unter bestimmten Annahmen kann man die Streuinduktivitäten  $\sigma_{L1}$  und  $\sigma_{L2}$  berechnen. Ohne die Ableitung wiederzugeben, gilt nach [2] :

$$\sigma_L = N^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{l_w}{b_w} \cdot \frac{1}{t_u^2} \left( \alpha_{ges} + \frac{1}{3} D_{ges} \right). \quad (8.87)$$

Es bedeuten - Vgl. Bild 8.9 -

- $l_w$  = mittlere Windungslänge in cm,
- $b_w$  = Wickelbreite in cm,
- $\alpha_{ges}$  = Summe der Dicken sämtlicher Zwischenlagen in cm,
- $D_{ges}$  = Summe der Dicken sämtlicher Teilwicklungen in cm.

Dividieren wir Gl.(8.87) durch  $N^2$ , so erhalten wir in Analogie zur Induktivitätskonstante  $A_L$  die sogenannte Streuin-

duktivitätskonstante  $A_{\sigma L}$  :

$$A_{\sigma L} = \mu_0 \cdot \frac{l_w}{b_w} \cdot \frac{1}{t_U^2} (d_{ges} + \frac{1}{3} D_{ges}). \quad (8.88)$$

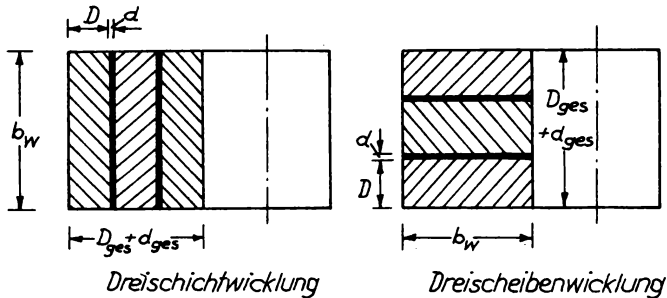


Bild 8.9 Schicht- und Scheibenwicklung

Die Streuinduktivitätskonstante ist nicht vom Kernmaterial oder von einem evtl. vorhandenen Luftspalt, sondern nur von den geometrischen Abmessungen und vom Aufbau der Wicklung abhängig. Mit der Größe des Kernes ändern sich die Abmessungen der Wicklung und damit die Werte für  $A_{\sigma L}$  - Vgl. hierzu Tabelle 2.1 und 2.2 -. Gl.(8.88) zeigt uns, daß die Schichtwicklung günstiger als die Scheibenwicklung ist; ferner läßt sich durch unvollständige Ausnutzung des Wickelraumes  $D_{ges}$  verkleinern und damit die Streuinduktivitätskonstante verringern.

Dividieren wir Gl.(8.87) durch die Induktivität  $L$ , so erhalten wir den Streugrad  $\sigma$  :

$$\frac{\sigma L}{L} = \sigma = \frac{\mu_0}{\mu^*} \cdot \frac{l}{A_K} \cdot \frac{l_w}{b_w} \cdot \frac{1}{t_U^2} (d_{ges} + \frac{1}{3} D_{ges}). \quad (8.89)$$

Der Streugrad ist abhängig von der Kernform, dem Kernmaterial

und dem Wicklungsaufbau (Vgl. hierzu oben).

### 8.3. Widerstandsübersetzung mit Wicklungs- und Streuinduktivität

Beim idealen Übertrager wäre der primäre Scheinwiderstand für alle Frequenzen

$$W_1^L = \ddot{U}^2 R_2 . \quad (8.90)$$

Bei tiefen Frequenzen wird der Leitwert der Primärinduktivität  $L_1$  wirksam, so daß der Scheinwiderstand

$$W_1^L = \frac{j\omega L_1 \cdot \ddot{U}^2 R_2}{j\omega L_1 + \ddot{U}^2 R_2} \quad (8.91)$$

wird. Die Ortskurve dieses Scheinwiderstandes gibt Bild 8.10 wieder. Im Bereich der mittleren Frequenzen wird der Blind-

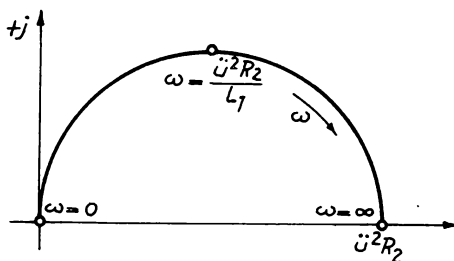


Bild 8.10 Scheinwiderstand eines Übertragers ohne Streuung bei Abschluß mit einem ohmschen Widerstand [1]

widerstand der Primärwicklung  $j\omega L_1$  merklich größer als der übersetzte Widerstand  $\ddot{U}^2 R_2$ , so daß man folgende Näherung entwickeln kann:

$$W_1^L = \frac{\ddot{U}^2 R_2}{1 + \frac{\ddot{U}^2 R_2}{j\omega L_1}} \quad (8.92)$$

und mit

$$\frac{\ddot{U}^2 R_2}{\omega L_1} \ll 1 \quad (8.93)$$

wird

$$W_1^L \approx \ddot{U}^2 R_2 \left( 1 - \frac{\ddot{U}^2 R_2}{j\omega L_1} \right) = \ddot{U}^2 R_2 + j \frac{(\ddot{U}^2 R_2)^2}{\omega L_1} . \quad (8.94)$$

Für diese mittleren Frequenzen wird der Sekundärwiderstand etwa wie gewünscht übersetzt; der außerdem vorhandene Blindwiderstand wird mit steigender Frequenz immer kleiner und kann für hinreichend hohe Frequenzen ganz vernachlässigt werden. Bei hohen Frequenzen wird aber die Streuinduktivität wirksam und muß deshalb berücksichtigt werden. Mit dem Ersatzschaltbild Bild 7.6 gilt:

$$W_1^L = \frac{j\omega(1-\sigma)L_1 \cdot \ddot{U}^2(1-\sigma)R_2}{j\omega(1-\sigma)L_1 + \ddot{U}^2(1-\sigma)R_2} + j\omega\sigma L_1 . \quad (8.95)$$

Für  $\sigma \ll 1$  wird

$$W_1^L \approx \frac{j\omega L_1 \cdot \ddot{U}^2 R_2}{j\omega L_1 + \ddot{U}^2 R_2} + j\omega\sigma L_1 . \quad (8.96)$$

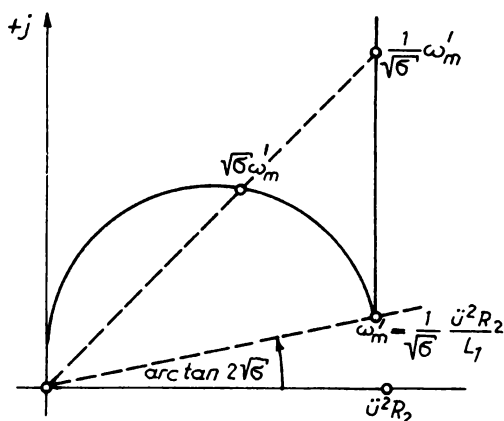
Den Scheinwiderstandsverlauf gibt Bild 8.11 wieder. Die Ortskurve zeigt für den Blindanteil des Scheinwiderstandes ein Minimum. Mit den Näherungen nach Gl.(8.94) und Gl.(8.96) wollen wir die Frequenz  $\omega'_m$ , bei der dieses Minimum auftritt, berechnen:

$$W_1^L \approx \ddot{U}^2 R_2 + j \frac{(\ddot{U}^2 R_2)^2}{\omega L_1} + j\omega\sigma L_1 . \quad (8.97)$$

Das gesuchte Minimum tritt auf, wenn die Blindenanteile gleich groß sind:

$$\frac{(\ddot{U}^2 R_2)^2}{\omega'_m L_1} = \omega'_m \sigma L_1 \quad (8.98)$$





**Bild 8.11** Scheinwiderstand eines Übertragers mit Streuung bei Abschluß mit einem ohmschen Widerstand [1]

$$\omega'_m = \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{\ddot{U}^2 R_2}{L_1} . \quad (8.99)$$

Dabei hat der kleinste Blindwiderstand die Größe

$$jR_b = j2\sqrt{6} \ddot{U}^2 R_2 . \quad (8.100)$$

Dieser kleinste Blindwiderstand  $R_b$  ist nur abhängig von  $\sigma$  und  $\ddot{U}^2 R_2$ , nicht aber von  $L_1$ . Der zu diesem Blindwiderstand  $R_b$  gehörende kleinste Winkel beträgt

$$\neq W_1^L \omega = \omega'_m = \arctan 2\sqrt{6} \quad (8.101)$$

und ist nur vom Streugrad abhängig.

Weiterhin interessieren die Frequenzen, bei denen der Winkel des Scheinwiderstandes  $45^\circ$  beträgt. Bei Vernachlässigung der

gegenseitigen Beeinflussungen gilt:

$$\omega_t' = \frac{\ddot{U}^2 R_2}{L_1} = \sqrt{\sigma} \omega_m \quad (8.102)$$

$$\omega_h' = \frac{\ddot{U}^2 R_2}{\sigma L_1} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} \omega_m. \quad (8.103)$$

Das Verhältnis dieser Frequenzen beträgt

$$\frac{\omega_h'}{\omega_t'} = \frac{1}{\sigma}. \quad (8.104)$$

Ferner gilt:

$$\sqrt{\omega_t' \cdot \omega_h'} = \omega_m'. \quad (8.105)$$

Zwischen den Frequenzen  $\omega_t'$  und  $\omega_h'$  hat der Scheinwiderstand  $W_1^L$  einen Betrag von

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \ddot{U}^2 R_2 < |W_1^L| < \sqrt{2} \ddot{U}^2 R_2. \quad (8.106)$$

Will man einen reellen Widerstand in einem größeren Frequenzbereich mit einem Übertrager nur mit kleinem Fehler des Widerstandswertes übersetzen, so werden an den Übertrager große Anforderungen gestellt.

Beispiel:

Ein Übertrager soll einen Abschlußwiderstand  $R_2$  auf  $\ddot{U}^2 R_2 = 400 \Omega$  übersetzen. Seine Primärinduktivität beträgt  $L_1 = 2H$ , sein Streugrad  $\sigma = 0,25\%$ . Wie groß sind  $f_m'$  (= Mitte des gut übertragenen Frequenzbandes),  $f_t'$  und  $f_h'$ ? [1]

$$f_m' = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{0,0025}} \frac{400 \Omega}{2H} = 636 s^{-1}$$

$$f_t' = \sqrt{\sigma} f_m' = 31,8 s^{-1}$$

$$f_h' = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} f_m' = 12720 s^{-1}.$$

#### 8.4. Berechnung der Übertragergröße

Ein Übertrager soll einen Verbraucherwiderstand  $R_2$  auf einen für den Generator zweckmäßigen Wert  $R_a$  transformieren. Aus der unteren Grenze des zu Übertragenden Frequenzbandes  $\omega_t$  und dem an dieser Grenze zulässigen Dämpfungsanstieg  $\alpha_{Bt}$  kann man die erforderliche Primärinduktivität  $L_1$  berechnen. Je größer der Übertrager ist, um so kleiner werden bei der geforderten Induktivität die Gleichstromwiderstände, und um so kleiner wird damit die Grunddämpfung  $\alpha_G$ . Für die Grunddämpfung  $\alpha_G$  verwenden wir gemäß Gl.(8.25)

$$\alpha_G = \frac{R_{G1}}{R_a} \quad (8.107)$$

und für den Dämpfungsanstieg  $\alpha_{Bt}$  bei der zu Übertragenden unteren Frequenz  $\omega_t$  entsprechend Gl.(8.35)

$$\sqrt{e^{2\alpha_{Bt}} - 1} = \frac{1}{\omega_t L_1} \cdot \frac{R_i \cdot R_a}{R_i + R_a} \cdot (8.108)$$

Bei gleichmäßiger Aufteilung der Wickelfläche auf Primär- und Sekundärwicklung gilt mit Gl.(2.10) für den primären Gleichstromwiderstand:

$$R_{G1} = 2 \frac{g}{f_k} \cdot \frac{l_w}{A_w} N_1^2 \quad (8.109)$$

und entsprechend Gl.(2.1) und Gl.(2.14) für die primäre Induktivität:

$$L_1 = \mu_A^* \frac{A_w}{l_w} N_1^2 \cdot (8.110)$$

Wir bilden mit den Gleichungen (8.109) und (8.110) das Verhältnis Gleichstromwiderstand  $R_{G1}$  zur Induktivität  $L_1$  :

$$\frac{R_{G1}}{L_1} = 2 \frac{g}{f_k} \frac{l}{A_k} \frac{l_w}{A_w} \frac{1}{\mu_A^*} \cdot (8.111)$$

Dieses Verhältnis ist von der Windungszahl unabhängig. Andererseits können wir es durch Gl.(8.107) und Gl.(8.108) ausdrücken,

$$\frac{R_{G1}}{L_1} = \alpha_G \omega_t \sqrt{e^{2\alpha_B t} - 1} \left(1 + \frac{R_\alpha}{R_i}\right), \quad (8.112)$$

und können durch Gleichsetzen von Gl.(8.111) und Gl.(8.112) den Quotienten  $\frac{R_{G1}}{L_1}$  eliminieren:

$$2 \frac{\varrho}{f_k} \frac{l}{A_k} \frac{l_w}{A_w} = \mu_A^* \alpha_G \omega_t \sqrt{e^{2\alpha_B t} - 1} \left(1 + \frac{R_\alpha}{R_i}\right). \quad (8.113)$$

Diese Gleichung enthält auf der rechten Seite die elektrischen Forderungen an den Übertrager sowie die Permeabilität des Kernes und auf der linken Seite eine von der Übertragergröße abhängige Größe. Die Werte dieser Größen für  $\varrho = 17 \frac{\text{m}\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$  und  $f_k = 0,5$  sind für einige EI- und M-Kerne in den nachfolgenden Tabellen zusammengestellt.

	EI38	EI48	EI60	EI66	EI78	EI84	EI92	EI106	
$\frac{l \cdot l_w}{A_k \cdot A_w} = 43$	27	17	14	10	8,8	8,0	59		$\frac{1}{\text{cm}^2}$
$2 \frac{\varrho}{f_k} \frac{l \cdot l_w}{A_k \cdot A_w} = 300$	185	115	94	68	60	54	40		$\frac{\mu\Omega}{\text{cm}}$
	M20	M30	M42	M55	M65	M74	M85	M102	
$\frac{l \cdot l_w}{A_k \cdot A_w} = 340$	160	28	15	10,3	7,3	6,8	5,4		$\frac{1}{\text{cm}^2}$
$2 \frac{\varrho}{f_k} \frac{l \cdot l_w}{A_k \cdot A_w} = 2300$	1100	190	100	70	50	46	37		$\frac{\mu\Omega}{\text{cm}}$

Zur Ermittlung der erforderlichen Übertragergröße berechnet man aus den Daten der Aufgabe den Wert der rechten Seite von Gl.(8.113) und sucht dann in den oben angeführten Tabellen den Kern, der diesen berechneten Wert gerade unterschreitet.

Bezeichnen wir entsprechend Abschnitt 8.1.2. mit  $\omega_U$  diejenige Frequenz, bei der der Dämpfungsanstieg  $\alpha_{Bt} = 0,35 N_p$  beträgt, so vereinfacht sich Gl.(8.113) zu

$$2 \frac{g}{f_k} \cdot \frac{l \cdot l_w}{A_k \cdot A_w} \cdot \frac{1}{\mu_A^*} = \left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right) \alpha_G \omega_U. \quad (8.114)$$

Zur weiteren Vereinfachung ist die Lösung dieser Gleichung in den Bildern 8.12 und 8.13 graphisch dargestellt. Dabei wurde

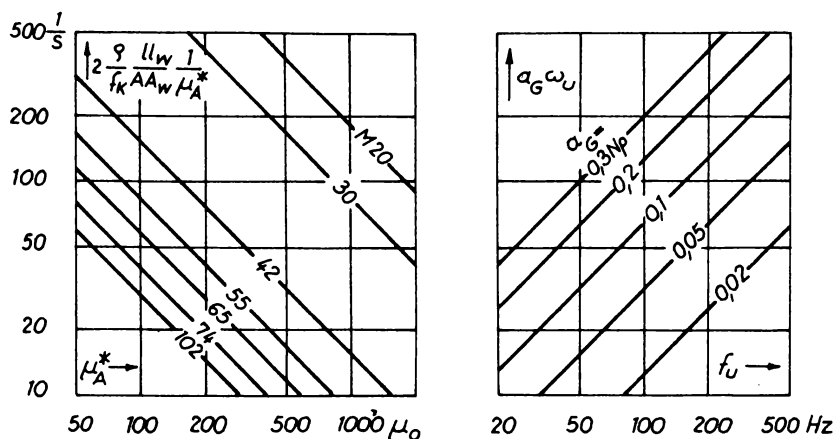


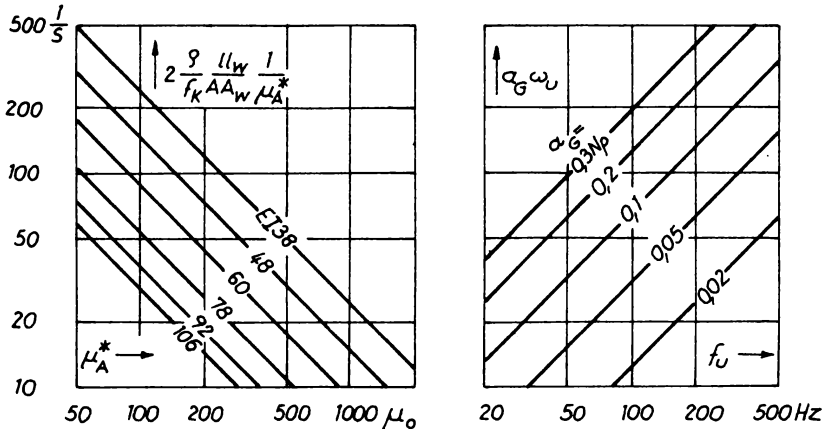
Bild 8.12 Zur Berechnung der Grunddämpfung und der Größe von Übertragern mit EI - Kernen [1]

vorausgesetzt, daß  $R_a \ll R_i$  (- wie z.B. bei Pentoden -), so daß man für

$$\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right) \alpha_G \omega_U \approx \alpha_G \omega_U \quad (8.115)$$

schreiben kann. Ist nun  $R_a$  gegenüber  $R_i$  nicht zu vernachläss-

sigen, so braucht man den Ausdruck  $\alpha_G \omega_U$  nur mit dem Faktor  $(1 + \frac{R_\alpha}{R_i})$  zu multiplizieren, also die im rechten Teil der Bilder 8.12 und 8.13 abgelesenen Ordinaten entsprechend zu vergrößern.



**Bild 8.13** Zur Berechnung der Grunddämpfung und der Größe von Übertragern mit M-Kernen [1]

#### Beispiel:

Gefordert wird ein Übertrager mit einer Grunddämpfung  $\alpha_G = 0,15 Np$  und einem Dämpfungsanstieg von  $\alpha_{Bt} = 0,1 Np$  bei 100 Hz. Der Übertrager sei an den Generator angepaßt ( $R_\alpha = R_i$ ). Es soll ein EI-Kern verwendet werden.

Mit Bild 8.3 ist  $f_U = 50 \text{ Hz}$ ; dieser Wert ist die Abszisse im rechten Teil des Bildes 8.12. Die Ordinate liefert dann  $\alpha_G \omega_U = 50 \text{ s}^{-1}$ . Da  $R_\alpha = R_i$ , so wird  $(1 + \frac{R_\alpha}{R_i}) = 2$  und somit  $2 \alpha_G \omega_U = 2 \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 100 \text{ s}^{-1}$ . Dazu liefert der linke Teil des Bildes für den EI 48 ein  $\mu_A^* = 160$  (bzw. für den EI 60 ein  $\mu_A^* = 90$ ). Wir können also einen Kern EI 48 aus Blech IV mit einem so breiten Luftspalt wählen, daß die Anfangspermeabilität gerade auf  $\mu_A^* = 160 \mu_0$  vermindert wird.

## 9. Resonanzübertrager

### 9.1. Resonanzübertrager für schmale Frequenzbänder

Der Resonanzübertrager hat die Aufgabe, Spannungen eines schmalen Frequenzbandes möglichst weit hinaufzutransformieren und andere Frequenzen zu unterdrücken. Dazu macht man  $\ddot{U}$  sehr klein, d.h.  $N_1 \ll N_2$ . Nach Abschnitt 3.1.2. kann man ansetzen, daß die Primär- und die Sekundärkapazität etwa gleich groß sind. Wir wollen die Primärkapazität auf die Sekundärseite umrechnen und erhalten mit

$$\frac{W_1^L}{W_2^L} = \ddot{U}^2 \quad (9.1)$$

$$\frac{Y_1^L}{Y_2^L} = \frac{1}{\ddot{U}^2} \quad (9.2)$$

$$C_2' = \ddot{U}^2 C_1 \quad (9.3)$$

Mit  $\ddot{U} \ll 1$  wird  $C_2' \ll C_1$ , d.h., die auf die Sekundärseite umgerechnete Primärkapazität ist viel kleiner als die Sekundärkapazität. Man kann erkennen, daß, sobald  $\ddot{U}$  merklich von 1 abweicht, nur die Kapazität der Wicklung mit der höheren Windungszahl berücksichtigt zu werden braucht.

Wir verwenden die Ersatzschaltung Bild 7.6 und erhalten mit  $\sigma \ll 1$

$$\sigma_{L1} \approx 0 \quad (9.4)$$

$$(1 - \sigma) L_1 \approx L_1 \quad (9.5)$$

Da ohnehin nur die Sekundärkapazität interessiert, stellen wir auch die Primärinduktivität auf der Sekundärseite dar und erhalten mit Gl.(9.1)

$$L_2 = \frac{1}{\ddot{U}^2} L_1 \quad (9.6)$$

und hierzu die Ersatzschaltung Bild 9.1.

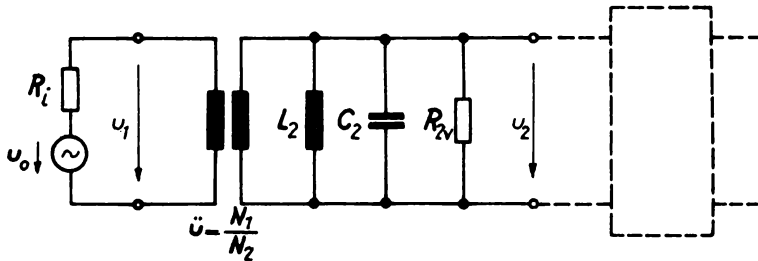


Bild 9.1 Ersatzschaltbild eines Resonanzübertragers

Die Eigenresonanz unseres Übertragers wäre in Übereinstimmung mit Gl.(7.28)

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2} L_1 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (9.7)$$

In der Praxis würde die Kapazität des Übertragers durch die Eingangskapazität  $C_{Eing}$  des nachfolgenden Vierpols noch vergrößert werden und durch eine Zusatzkapazität  $C_{Zus}$  zur Stabilisierung der Resonanzfrequenz (z.B. relative Herabsetzung von Kapazitätsänderungen infolge Arbeitspunktänderungen des Vierpols und zur Kompensation von Temperaturabhängigkeiten) weiter erhöht werden. Genauer müßten wir setzen:

$$C_{2 \text{ ges}} = C_2 + \ddot{u}^2 C_1 + C_{Eing} + C_{Zus} \quad (9.8)$$

Der in Bild 9.1 dargestellte Widerstand  $R_{2v}$  beschreibt die Verluste des Übertragers. Entsprechend Abschnitt 3. sind dies bei tiefen Frequenzen vorwiegend Kupferverluste der Primär- und Sekundärwicklung und bei höheren Frequenzen vorwiegend Wirbelstromverluste.

Ferner müßte der Eingangswiderstand des nachgeschalteten Vier-



pol  $R_{Eing}$  berücksichtigt werden:

$$R_{2\text{ ges}} = R_{2v} \parallel R_{Eing} \quad (9.9)$$

Für unsere Untersuchung wollen wir der Übersicht halber nur die Verluste des Übertragers  $R_{2v}$  berücksichtigen.

Unter diesen Voraussetzungen wäre der sekundärseitige Resonanzwiderstand  $R_{20}$

$$R_{20} = \frac{1}{\omega_r C_2 \cdot \tan \delta_L} = \frac{\omega_r L_2}{\tan \delta_L} . \quad (9.10)$$

Uns interessiert die Spannung  $U_2$  in der Nähe der Resonanzfrequenz  $\omega_r$ . Hierfür gilt mit Bild 9.1:

$$U_2 = \frac{1}{\ddot{U}} U_1 \quad (9.11)$$

$$U_1 = U_0 \frac{W_1^L}{R_i + W_1^L} = U_0 \frac{1}{1 + \frac{R_i}{W_1^L}} \quad (9.12)$$

$$W_1^L = \ddot{U}^2 W_2^L = \frac{\ddot{U}^2}{G_2^L} \quad (9.13)$$

$$G_2^L = \frac{1}{j\omega L_2} + j\omega C_2 + \frac{1}{R_{20}} = j\omega_r C_2 \left( \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right) + \omega_r C_2 \cdot \tan \delta_L \quad (9.14)$$

$$\approx \omega_r C_2 \tan \delta_L + j2\omega_r C_2 \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} \right) . \quad (9.15)$$

Somit wird

$$U_2 \approx U_0 \frac{1}{\ddot{U} + \frac{1}{\ddot{U}} R_i \omega_r C_2 \cdot \tan \delta_L + j \frac{1}{\ddot{U}} 2 R_i \omega_r C_2 \left( \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} \right)} . \quad (9.16)$$

Wir führen den primären Resonanzwiderstand  $R_{10}$  ein und setzen den Ausdruck, der offenbar die Anpassung charakterisiert,

$$\sqrt{\frac{R_{10}}{R_i}} = A . \quad (9.17)$$

Bilden wir entsprechend Gl.(9.1)

$$\sqrt{\frac{R_{10}}{R_{20}}} = \ddot{U} , \quad (9.18)$$

so erhalten wir mit Gl.(9.16)

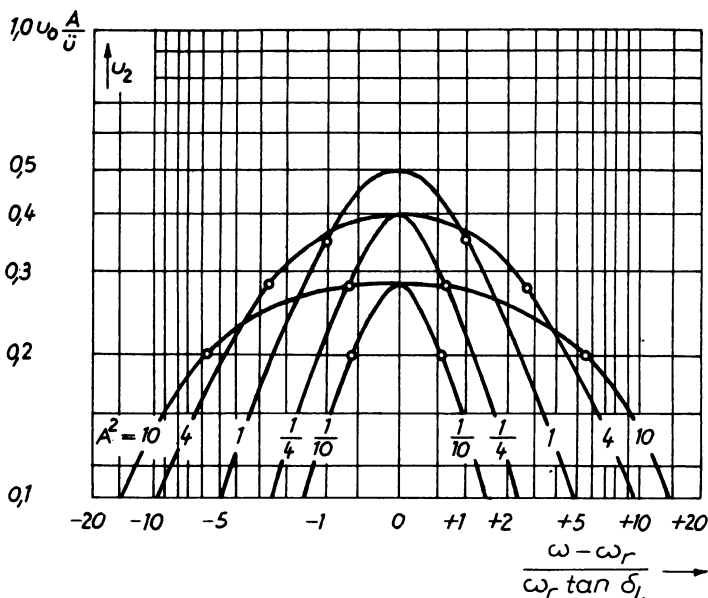
$$U_2 \approx U_0 \frac{1}{\ddot{U} + \frac{1}{\ddot{U}} \frac{R_i}{R_{20}} + j \frac{1}{\ddot{U}} \frac{R_i}{R_{20}} 2 \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r \tan \delta_L}} \quad (9.19)$$

$$U_2 \approx U_0 \frac{A}{\ddot{U}} \frac{1}{A + \frac{1}{A} + j \frac{1}{A} 2 \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r \cdot \tan \delta_L}} . \quad (9.20)$$

Die Abhängigkeit der Sekundärspannung von der Frequenz in der Nähe der Resonanz mit  $A^2$  als Parameter veranschaulicht Bild 9.2. Gemäß Gl.(9.17) beschreibt die Größe  $A$  die Anpassung des auf die Primärseite übersetzten Resonanzwiderstandes  $R_{10}$  an den Generatorinnenwiderstand  $R_i$ . Wie Bild 9.2 zeigt, ist die an den nachgeschalteten Vierpol übertragene Spannung für Anpassung ( $A = 1$ ) am größten. Bei Unter- ( $A < 1$ ) und bei Überanpassung ( $A > 1$ ) wird die Ausgangsspannung kleiner. Gleichzeitig ändert sich die Breite der Resonanzkurve; für  $A < 1$  wird sie schmaler, die Trennschärfe also größer, und für  $A > 1$  wird sie breiter.

Mit Gl.(9.20) ist die Bandbreite der Resonanzkurve durch die Frequenzen  $\omega_{+45^\circ}$  und  $\omega_{-45^\circ}$  gegeben, bei denen die Sekundärspannung gegenüber der Ursprungsspannung um  $\pm 45^\circ$  phasenverschoben ist, wo also die Beträge von Realteil und Imaginärteil des Nenners gleich sind. Die Spannung  $U_2$  ist bei diesen Frequenzen auf den  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  ten Teil ihres Resonanzwertes abgesunken. Es gilt also mit Gl.(9.20):

$$A + \frac{1}{A} = \frac{1}{A} 2 \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r \tan \delta_L} \quad (9.21)$$



**Bild 9.2** Ausgangsspannung eines Übertragers in der Nähe der Resonanz [1]

$$\omega_{45^\circ} = \omega_r + \frac{1}{2} \omega_r \tan \delta_L (1 + A^2) \quad (9.22)$$

$$\omega_{-45^\circ} = \omega_r - \frac{1}{2} \omega_r \tan \delta_L (1 + A^2) \quad (9.23)$$

$$\omega_{45^\circ} - \omega_{-45^\circ} = \omega_r \tan \delta_L (1 + A^2) = \omega_r \tan \delta_L \left(1 + \frac{R_{10}}{R_i}\right). \quad (9.24)$$

In Bild 9.2 sind diese Punkte durch kleine Kreise gekennzeichnet. Ist hohe Trennschärfe gefordert, so wird man Unteranpassung wählen. Zur Verbesserung der Selektion ist es wenig sinnvoll,  $\frac{R_{10}}{R_i}$  kleiner als  $\frac{1}{4}$  zu wählen, weil die Trennschärfe nur wenig besser, die Resonanzspannung aber viel kleiner wird.

Allgemein gilt mit Gl.(9.20) für die Resonanzspannung:

$$u_{20} \approx u_0 \frac{A}{\ddot{U}} \frac{1}{A + \frac{1}{A}} = u_0 \sqrt{\frac{R_{20}}{R_i}} \frac{1}{\sqrt{\frac{R_{10}}{R_i}} + \sqrt{\frac{R_i}{R_{10}}}} \quad (9.25)$$

Für Anpassung (  $A=1$  oder  $R_{10} = R_i$  ) erreicht sie den Wert

$$u_{20} = \frac{1}{2} u_0 \sqrt{\frac{R_{20}}{R_i}} \quad (9.26)$$

Die Resonanzspannung in Abhängigkeit von der Größe  $A$  kann dem Bild 9.3 entnommen werden.

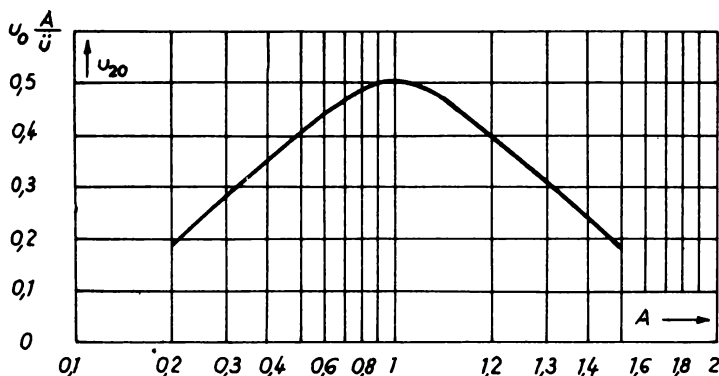
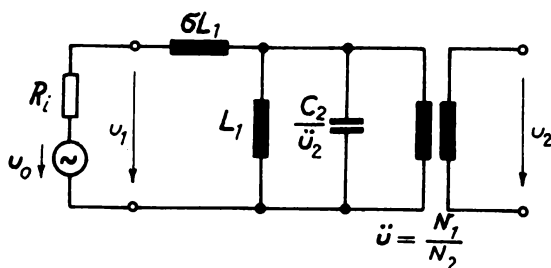


Bild 9.3 Die Resonanzspannung in Abhängigkeit von der Anpassung [2]

## 9.2. Resonanzübertrager für breite Frequenzbänder

Wir verwenden die Ersatzschaltung nach Bild 7.6 und ergänzen entsprechend Abschnitt 9.1. die Übertragerkapazität  $\frac{C_2}{\ddot{U}^2}$  auf der jetzt interessierenden Primärseite - Vgl. Bild 9.4. Zunächst seien die Übertragerverluste vernachlässigt und die Sekundärseite nicht belastet, also  $R_2 = \infty$ . Wenn der Übertrager laut Aufgabe ein sehr breites Frequenzband übertragen soll, kann man - ähnlich wie im Abschnitt 81 - den Einfluß der Primärinduktivität  $L_1$  bei tiefen Frequenzen und den Einfluß der



**Bild 9.4** Ersatzschaltbild eines Resonanzübertragers für die Übertragung breiter Frequenzbänder

Streuinduktivität  $\sigma L_1$  bei hohen Frequenzen getrennt untersuchen.

Für tiefe Frequenzen vernachlässigen wir die Streuinduktivität und bekommen mit Bild 9.4 oder auch entsprechend Gl.(8.29) für  $R_2 = \infty$

$$u_2 = \frac{u_0}{\ddot{u}} \frac{1}{1 + \frac{R_i}{j\omega L_1}} \quad (9.27)$$

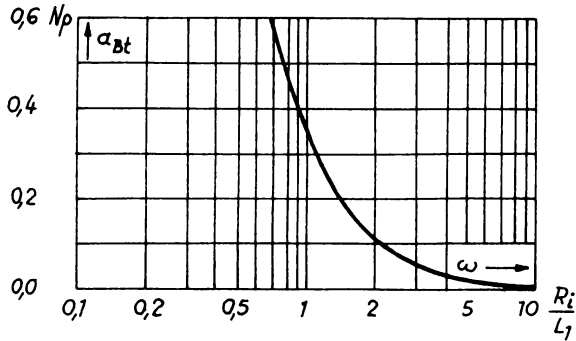
$$e^{s_{Bt}^L} = 1 + \frac{R_i}{j\omega L_1} \quad (9.28)$$

$$\sqrt{e^{2\alpha_{Bt}} - 1} = \frac{R_i}{\omega L_1} \quad (9.29)$$

Mit abnehmender Frequenz  $\omega$  steigt mit Gl.(9.29) die Betriebsdämpfung  $\alpha_{Bt}$  steil an, sobald  $\omega$  unter  $\frac{R_i}{L_1}$  absinkt bzw.  $\omega L_1$  kleiner wird als  $R_i$ , - Vgl.Bild 9.5.

Für hohe Frequenzen wollen wir im Ersatzschaltbild Bild 9.4 den Einfluß der Primärinduktivität  $L_1$  vernachlässigen. Zunächst soll auch die Streuinduktivität  $\sigma L_1$  unberücksichtigt bleiben, und nur die transformierte Kapazität  $\frac{C_2}{\ddot{u}^2}$  in Rechnung gesetzt werden. Wir erhalten für die Sekundärspannung

$$u_2 = \frac{u_1}{\ddot{u}} \quad (9.30)$$



**Bild 9.5** Anstieg der Betriebsdämpfung bei tiefen Frequenzen [1]

$$u_1 = u_0 \frac{\frac{\ddot{u}^2}{j\omega C_2}}{R_i + \frac{\ddot{u}^2}{j\omega C_2}} \quad (9.31)$$

also

$$u_2 = \frac{u_0}{\ddot{u}} \frac{1}{1 + j\omega \frac{1}{\ddot{u}^2} R_i C_2} \quad (9.32)$$

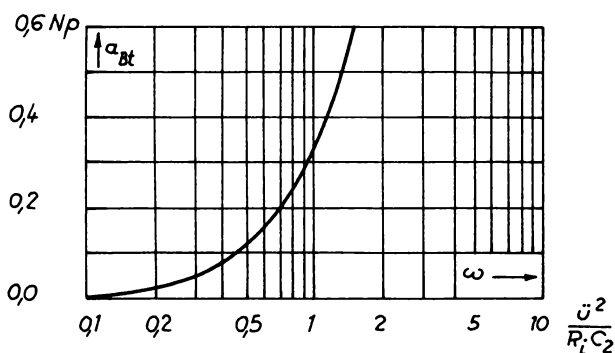
Wir berechnen das Betriebsübertragungsmaß

$$e^{g_B^L} = \frac{u_0}{\ddot{u} u_2} = 1 + j\omega \frac{1}{\ddot{u}^2} R_i C_2 \quad (9.33)$$

und die Betriebsdämpfung

$$\sqrt{e^{2\alpha_{Bh}} - 1} = \omega \frac{1}{\ddot{u}^2} R_i C_2 \quad (9.34)$$

Bild 9.6 stellt den Verlauf der Betriebsdämpfung  $\alpha_{Bh}$  bei hohen Frequenzen dar. Sobald der transformierte Blindwiderstand  $\frac{\ddot{u}^2}{\omega C_2}$  unter den Innenwiderstand des Generators  $R_i$  absinkt, steigt die Betriebsdämpfung  $\alpha_{Bh}$  steil an.



**Bild 9.6** Anstieg der Betriebsdämpfung bei hohen Frequenzen [1]

Jetzt wollen wir auch die Streuinduktivität  $\mathcal{G}L_1$  entsprechend Bild 9.4 mit berücksichtigen. Mit ihr werden die Sekundärspannung

$$U_2 = \frac{U_1}{\ddot{U}} \quad (9.35)$$

$$U_1 = U_0 \frac{\frac{\ddot{U}^2}{j\omega C_2}}{R_i + j\omega \mathcal{G}L_1 + \frac{\ddot{U}^2}{j\omega C_2}} \quad (9.36)$$

$$U_2 = \frac{U_0}{\ddot{U}} \frac{1}{1 + j\omega \frac{1}{\ddot{U}^2} R_i C_2 - \omega^2 \frac{1}{\ddot{U}^2} \mathcal{G}L_1 C_2} \quad (9.37)$$

und das Betriebsübertragungsmaß

$$e^{g_B^L} = \frac{U_0}{\ddot{U} U_2} = 1 + j\omega \frac{1}{\ddot{U}^2} R_i C_2 - \omega^2 \frac{1}{\ddot{U}^2} \mathcal{G}L_1 C_2. \quad (9.38)$$

Gegenüber Gl.(9.33) ist noch ein negatives reelles Glied hinzugekommen. Zur Abkürzung führen wir die normierte Frequenz

$$\Omega = \omega \frac{R_i C_2}{\ddot{U}^2} \quad (9.39)$$

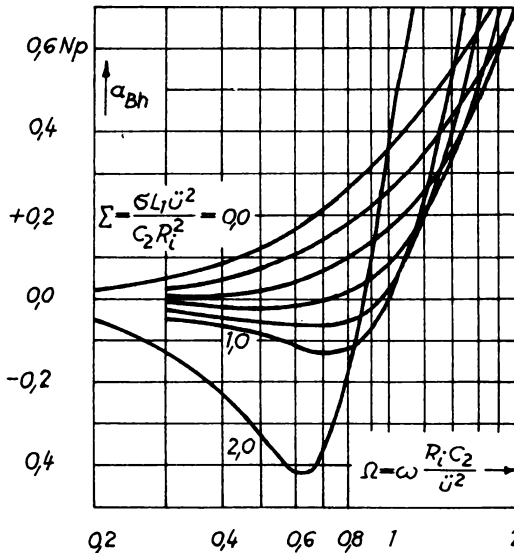
und den normierten Streugrad

$$\Sigma = \frac{\epsilon L_1 \ddot{u}^2}{C_2 R_i^2} \quad (9.40)$$

ein und erhalten damit Gl.(9.38) in der Form

$$e^{g_B^L} = 1 + j\Omega - \Sigma \Omega^2. \quad (9.41)$$

Damit ergeben sich für die Betriebsdämpfung  $\alpha_{Bh}$  die in Bild 9.7 dargestellten Kurven. So wird z.B. ohne Streuung eine Be-



**Bild 9.7** Betriebsdämpfung eines Resonanz-  
übertragers in der Umgebung der Streu-  
resonanz [1]

triebsdämpfung  $\alpha_{Bh} = 0,1 Np$  bei der Frequenz  $\Omega = 0,45$  erreicht, bei einer Streuung von  $\Sigma = 0,5$  dagegen erst bei  $\Omega = 0,9$ . Bei noch größerem Streugrad entsteht eine Streuspitze mit negativer Betriebsdämpfung. Bei  $\Sigma = 0,9$  erreicht die Streuspitze einen Wert von  $\alpha_{Bh} = -0,1 Np$ , bei  $\Sigma = 2,0$  bereits  $\alpha_{Bh} = -0,42 Np$ . Sehr hohe Streugrade sind



im allgemeinen zu vermeiden, sofern man sie nicht zur Entzerrung anderer Teile des Übertragungssystems, die bei hohen Frequenzen schlecht übertragen, benutzen will.

Wir fragen jetzt nach dem Verlauf der Sekundärspannung  $u_2$  über das ganze Frequenzband. Mit Gl.(9.27) und Gl.(9.37) können wir ihn für die tieferen und höheren Frequenzen getrennt berechnen. Für die primären Induktivitäten führen wir die sekundären Werte

$$L_2 = \frac{L_1}{\ddot{U}^2} \quad (9.42)$$

und

$$\sigma L_2 = \frac{\sigma L_1}{\ddot{U}^2} \quad (9.43)$$

ein und setzen

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (9.44)$$

Damit erhalten wir zur Berechnung der Sekundärspannung  $u_2$  für die tieferen Frequenzen mit Gl.(9.27)

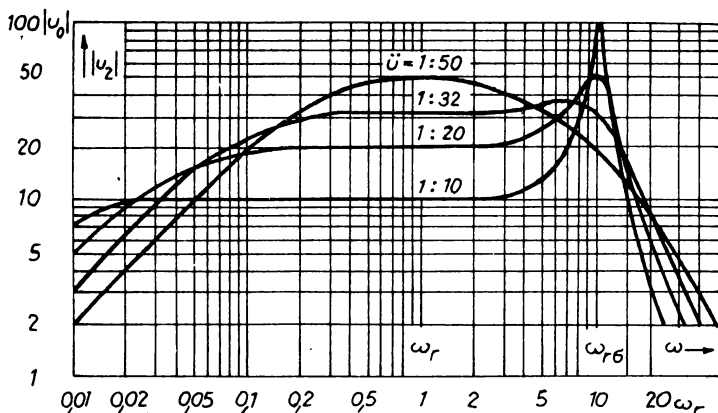
$$u_2 = \frac{u_0}{\ddot{U}} \frac{1}{1 + \frac{\omega_r}{j\omega} \frac{R_i}{\ddot{U}^2 \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}}} \quad (9.45)$$

und für die höheren Frequenzen mit Gl.(9.37)

$$u_2 = \frac{u_0}{\ddot{U}} \frac{1}{1 + \frac{\omega_r}{j\omega} \frac{R_i}{\ddot{U}^2 \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}} - \sigma \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2} \quad (9.46)$$

Bild 9.8 zeigt die mit Gl.(9.45) und Gl.(9.46) berechneten Verläufe der Sekundärspannung  $u_2$ . Dabei wurde  $\sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = 10000 R_i$  und  $\sigma = 0,01$  gesetzt. Bei sehr kleinem Übersetzungsverhältnis ( $\ddot{U} \leq 0,02$ ) wird nur die Hauptresonanz übertragen. Bei einem Übersetzungsverhältnis von  $\ddot{U} = 0,03$  hebt die Streuresonanz die Sekundärspannung vor dem Abfall bei hohen Frequenzen etwas an und erweitert das Übertragene Frequenzband nach den hohen Frequenzen etwas. Mit steigendem Übersetzungsverhältnis wird die Streuresonanz immer ausgeprägter. In Wirk-

lichkeit besitzt der Übertrager aber Verluste, so daß die Streuspitzen abgeflacht werden - Vgl. Abschnitt 9.3.



**Bild 9.8** Resonanzkurven zur Übertragung breiter Frequenzbänder [1]

**Beispiel:**

An eine Mikrofonleitung mit dem inneren Widerstand  $R_i = 200 \Omega$  soll ein Verstärker angeschlossen werden. Sein Eingangsübertrager soll Frequenzen zwischen 50 Hz und 5 kHz gleichmäßig übertragen, in diesem Frequenzband soll die Dämpfung höchstens  $\pm 0,1 N_p$  betragen. [1]

Für die untere Bandgrenze ist also  $\alpha_{Bt} = 0,1 N_p$ , so daß mit Gl.(9.29) der Übertrager eine Primärinduktivität von

$$L_1 = \frac{1}{\sqrt{e^{2\alpha_{Bt}} - 1}} \frac{R_i}{\omega} = \frac{1}{0,47} \frac{200 \Omega}{2\pi \cdot 50 s^{-1}} = 1,35 H$$

benötigt.

Für die obere Bandgrenze nutzen wir die Streuresonanz. Mit Bild 9.7 wählen wir die Kurve mit dem normierten Streugrad  $\Sigma = 0,9$ , die bis zur normierten Frequenz  $\Omega = 1,1$  innerhalb der zulässigen Dämpfung von  $\pm 0,1 N_p$  bleibt.

Schätzen wir die Gesamtkapazität des Gitterkreises auf  $C_2 = 150 pF$  (je kleiner  $C_2$ , um so kleiner wird  $\ddot{U}$ , um so größer die Sekundärspannung  $u_2$ ), so bekommen wir mit Gleichung

chung (9.39) für das Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{U} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 5000 s^{-1} \cdot 200 \Omega \cdot 150 pF}{1,1}} = \sqrt{\frac{1}{1170}} = \frac{1}{34}.$$

Mit diesem Übersetzungsverhältnis wird die Sekundärinduktivität

$$L_2 = \frac{L_1}{\ddot{U}^2} = 1170 \cdot 1,35 H = 1580 H.$$

Selbst mit einem Kern M 74 läßt sich bei Verwendung von Blech IV diese Induktivität nicht herstellen. Man kann für die Oberwicklung höchstens Induktivitäten von 1000 H erreichen. Damit ist es nicht möglich, bei einer Primärinduktivität von 1,35 H gleichzeitig das berechnete Übersetzungsverhältnis von  $\ddot{U} = \frac{1}{34}$  zu verwirklichen.

Für die weitere Berechnung bestehen zwei Möglichkeiten:

- Entweder behält man das berechnete Übersetzungsverhältnis bei, reduziert die Primärinduktivität und akzeptiert an der unteren Bandgrenze eine höhere Dämpfung;
- oder man behält die berechnete Primärinduktivität bei, verringert das Übersetzungsverhältnis und erfüllt einen kleineren Streugrad.

Zu a) Mit

$$L_1 = \ddot{U}^2 L_2 = \frac{1}{1170} 1000 H = 0,86 H$$

steigt für  $f_U = 50 Hz$  die Dämpfung auf

$$\sqrt{e^{2\alpha_{St}} - 1} = \frac{200 \Omega}{0,86 H \cdot 2\pi \cdot 50 s^{-1}} = 0,74$$

$$\alpha_{St} = 0,22 Np$$

an. Aus Gl.(9.39) und Gl.(9.40) erhält man für den Streugrad

$$\sigma = \sum \Omega \frac{R_i}{L_1 \omega} = 0,9 \cdot 1,1 \frac{200 \Omega}{0,86 H \cdot 2\pi \cdot 5000 s^{-1}} = 7\text{‰}.$$

Zu b) Mit  $L_2 = 1000 H$  wird das Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{U} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{\frac{1}{140}} = \frac{1}{27}.$$

Dazu muß die sekundäre Kapazität ergänzt werden auf

$$C_2 = \frac{\ddot{U}^2 \Omega}{\omega R_i} = \frac{1,1}{740 \cdot 2\pi \cdot 5000 s^{-1} \cdot 200 \Omega} = 235 pF.$$

Der Streugrad darf noch

$$\sigma = 0,9 \cdot 1,1 \frac{200 \Omega}{1,35 \text{ H} \cdot 2\pi \cdot 5000 \text{ s}^{-1}} = 4,7 \text{ ‰}$$

betragen. Dies ist für den Streugrad  $\sigma$  ein sehr kleiner Wert, der bei Verwendung von Blech IV nur mit streuarmlen Wicklungen zu erreichen ist.

### 9.3. Dämpfung der Streuspitze durch einen Parallelwiderstand

Im Abschnitt 9.2 haben wir die Übertragerverluste vernachlässigt. Wir können sie durch einen Parallelwiderstand  $R_{p2}$  berücksichtigen, der, auf die Primärseite umgerechnet, als  $R_{p1} = \dot{U}^2 R_{p2}$  erscheint. Eine gegebenenfalls erforderliche zusätzliche Dämpfung möge in diesem Parallelwiderstand  $R_{p2}$  mit enthalten sein. Dieser Sachverhalt wird in Bild 9.9 dargestellt.

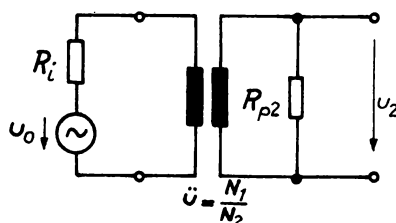


Bild 9.9 Ersatzschaltbild eines Übertragers für mittlere Frequenzen mit Parallelwiderstand zur Dämpfung der Streuspitze

Für die durch den Parallelwiderstand  $R_{p2}$  verursachte Grunddämpfung  $e^{\alpha_{GP}}$  (Beachten Sie, daß der die Verluste darstellende Widerstand  $R_{p2}$  kein Nutzwiderstand  $R_2$  ist!) gilt mit

$$u_2 = \frac{u_0}{\dot{U}} \frac{\dot{U}^2 R_{p2}}{R_i + \dot{U}^2 R_{p2}} \quad (9.47)$$

$$e^{\alpha_{GP}} = \frac{u_0}{\ddot{u}_{u_2}} = 1 + \frac{R_i}{\ddot{u}^2 R_{p2}} \quad (9.48)$$

Wir wollen den Einfluß der Grund- oder Verlustdämpfung  $e^{\alpha_{GP}}$  bei den tiefen und den hohen Frequenzen getrennt untersuchen.

Bei tiefen Frequenzen wird die Sekundärspannung  $u_2$  außer von dem Parallelwiderstand  $R_{p2}$  noch von der Primärinduktivität beeinflusst.

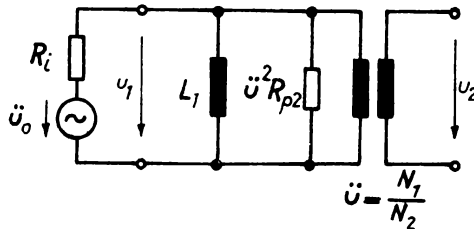


Bild 9.10 Ersatzschaltbild eines Übertragers mit Parallelwiderstand zur Dämpfung der Streuspitze bei tiefen Frequenzen

Mit Bild 9.10 erhalten wir für das Betriebsübertragungsmaß (Vgl. Abschnitt 8.1):

$$e^{g_B^L} = \frac{\text{Bezugsspannung}}{\text{Sekundärspannung}} = \frac{\frac{u_0}{\ddot{u}}}{\frac{u_1}{\ddot{u}}} = \frac{u_0}{u_1} \quad (9.49)$$

Mit

$$u_1 = u_0 \frac{1}{1 + R_i \left( \frac{1}{\ddot{u}^2 R_{p2}} + \frac{1}{j\omega L_1} \right)} \quad (9.50)$$

wird

$$e^{g_B^L} = \left( 1 + \frac{R_i}{\ddot{u}^2 R_{p2}} \right) \left( 1 + \frac{1}{j\omega L_1} \frac{R_i \cdot \ddot{u}^2 R_{p2}}{R_i + \ddot{u}^2 R_{p2}} \right) \quad (9.51)$$

Hieraus erhalten wir die Betriebsdämpfung als Betrag der rechten Seite zu

$$e^{\alpha_B} = e^{\alpha_{GP}} \left[ 1 + \left( \frac{1}{\omega L_1} \cdot \frac{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_{p2}}{R_i + \ddot{U}^2 R_{p2}} \right)^2 \right] \quad (9.52)$$

$$= e^{\alpha_{GP}} \cdot e^{2\alpha_{Bt}} \quad (9.53)$$

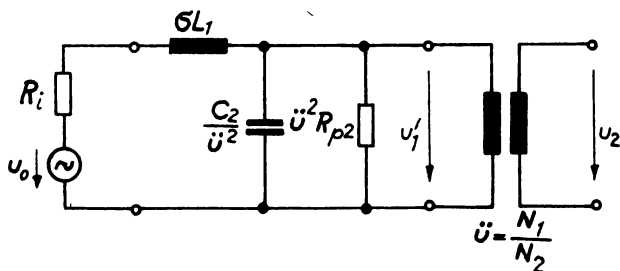
Somit wird der frequenzabhängige Teil der Betriebsdämpfung

$$e^{2\alpha_{Bt}} = e^{\alpha_B} \cdot e^{-\alpha_{GP}} \quad (9.54)$$

Die Berücksichtigung des Verlustwiderstandes führt also bei den tiefen Frequenzen zu einer Erweiterung des Frequenzbandes. Wie Gl.(9.54) zeigt, wird diese Erweiterung durch Erhöhung der Grunddämpfung um den Faktor  $e^{\alpha_{GP}}$  erkauft.

Für hohe Frequenzen müssen wir die Streuinduktivität  $\mathcal{G}L_1$  und die übersetzte Sekundärkapazität  $\frac{C_2}{\ddot{U}^2}$  berücksichtigen, während wir die Primärinduktivität jetzt vernachlässigen können. Wir erhalten die in Bild 9.11 dargestellte Ersatzschaltung und berechnen wieder das Betriebsübertragungsmaß

$$e_B^L = \frac{\text{Bezugsspannung}}{\text{Sekundärspannung}} = \frac{\frac{U_0}{\ddot{U}}}{\frac{U'_1}{\ddot{U}}} = \frac{U_0}{U'_1} \quad (9.55)$$



**Bild 9.11** Ersatzschaltbild eines Übertragers mit Parallelwiderstand zur Dämpfung der Streuspitze bei hohen Frequenzen

Zunächst bestimmen wir  $u_1'$ :

$$u_1' = u_0 \frac{\frac{1}{\frac{j\omega C_2}{\ddot{U}^2} + \frac{1}{\ddot{U}^2 R_{p2}}}}{R_i + j\omega GL_1 + \frac{1}{\frac{j\omega C_2}{\ddot{U}^2} + \frac{1}{\ddot{U}^2 R_{p2}}}} \quad (9.56)$$

$$= u_0 \frac{1}{1 + \frac{R_i}{\ddot{U}^2 R_{p2}} + j\omega \left( \frac{GL_1}{\ddot{U}^2 R_{p2}} + \frac{R_i C_2}{\ddot{U}^2} \right) - \omega^2 \frac{GL_1 C_2}{\ddot{U}^2}} \quad (9.57)$$

und erhalten:

$$e^{g_B^L} = 1 + \frac{R_i}{\ddot{U}^2 R_{p2}} + j\omega \left( \frac{GL_1}{\ddot{U}^2 R_{p2}} + \frac{R_i C_2}{\ddot{U}^2} \right) - \omega^2 \frac{GL_1 C_2}{\ddot{U}^2} \quad (9.58)$$

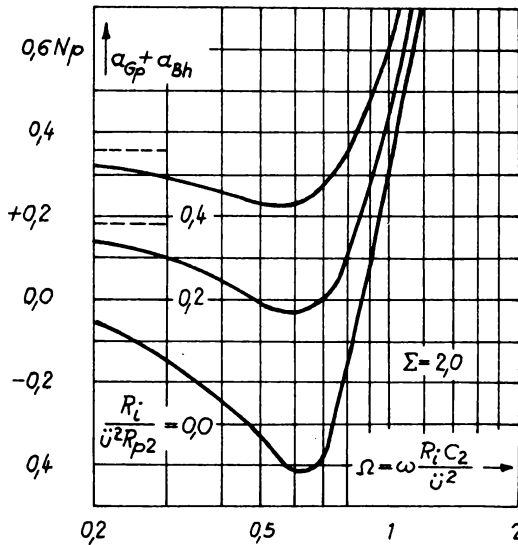
Verwenden wir die mit Gl.(9.39) und Gl.(9.40) eingeführten normierten Frequenzen  $\Omega$  und  $\Sigma$ , so erhalten wir:

$$e^{g_B^L} = 1 + \frac{R_i}{\ddot{U}^2 R_{p2}} + j \left( 1 + \frac{R_i}{\ddot{U}^2 R_{p2}} \Sigma \right) \Omega - \Sigma \Omega^2 \quad (9.59)$$

Für  $R_{p2} \rightarrow \infty$  würden wir wieder Gl.(9.41) erhalten. Bild 9.12 zeigt als Betrag des Betriebsübertragungsmaßes den Verlauf der Betriebsdämpfung  $\alpha_{Gp} + \alpha_{Bh} = f(\Omega)$ . Dabei wurde mit Bild 9.12 vom Verlauf der Betriebsdämpfung für  $\Sigma = 2,0$  ausgegangen und der Einfluß des Parameters  $\frac{R_i}{\ddot{U}^2 R_{p2}}$  dargestellt. Offenbar verschiebt mit Gl.(9.59) ein endlicher Parallelwiderstand die ungedämpfte Streuspitze in jedem Punkt um

$$\Delta(\alpha_{Gp} + \alpha_{Bh}) = \frac{R_i}{\ddot{U}^2 R_{p2}} (1 + j \Sigma \Omega) \quad (9.60)$$

Analog dem Verhalten bei tiefen Frequenzen erkennen wir, wie sich wieder mit abnehmendem  $R_{p2}$  die Grunddämpfung erhöht,



**Bild 9.12** Dämpfung der Streuspitze durch einen Parallelwiderstand [1]

sich dafür aber die Streuspitze abflacht. Ohne Parallelwiderstand beträgt für  $\Sigma = 2,0$  die Streuspitze  $\alpha_{Bh} = -0,42 N_p$ ; mit einem Parallelwiderstand  $R_{p2} = 2,5 \frac{R_i}{U^2}$  ist die Streuspitze nur noch  $\alpha_{Bh} = -0,1 N_p$ . Dafür steigt allerdings die Grunddämpfung auf  $\alpha_{Gp} = +0,34 N_p$ .

#### 10. Der Netztransformator

Beim Netztransformator entspricht der Energiefluß ebenfalls der schematischen Darstellung des Bildes 7.1. Zum Unterschied vom Übertrager interessiert hier bei gegebener Netzfrequenz die Übertragung einer möglichst großen Leistung bzw. für eine geforderte abzugebende Leistung der kleinstmögliche Kern. Die Übertragbare Leistung ist durch die Wicklungs- und Kernverluste begrenzt; mit Rücksicht auf die Isolation darf die



Temperatur der Wicklung im allgemeinen  $\vartheta = 80^\circ\text{C}$  nicht überschreiten (Vgl. Abschnitt 4. Verlustleistung, insbesondere die Bilder 4.1 bis 4.6).

Die Wicklungsverluste des Netztransformators  $P_V$  setzen sich aus der primären Verlustleistung  $P_{V1}$  und der Verlustleistung der sekundären Wicklungen  $P_{V2}$  ( $v=1$  bis  $n$ ) zusammen:

$$P_V = P_{V1} + P_{V2} \quad (10.1)$$

$$= J_1^2 R_{G1} + \sum_{v=1}^n J_{2v}^2 \cdot R_{G2v} \quad (10.2)$$

Für die weitere Rechnung wollen wir berücksichtigen, daß die Isolation von CuL-Draht höchstens mit einer Betriebsspannung von

$$U = 400 \frac{d}{mm} \text{ V} \quad (10.3)$$

beansprucht werden darf, so daß die Wicklungen erforderlichenfalls durch Zwischenisolationen (Vgl. Abschnitt 2.1.4.) unterteilt werden müssen, was eine Verkleinerung des Wickelquerschnittes zur Folge hat. Bei gleichmäßiger Aufteilung des Wickelquerschnittes auf Primär- und Sekundärseite rechnet man mit etwa  $0,35 A_w$  für die Primär- bzw. die gesamte Sekundärwicklung. Damit werden mit Gl.(2.10) der Gleichstromwiderstand der Primärwicklung

$$R_{G1} = N_1^2 \frac{q}{f_k} \frac{l_w}{0,35 \cdot A_w} \mu\Omega\text{cm} \quad (10.4)$$

und der Gleichstromwiderstand der  $v$  ten Sekundärwicklung

$$R_{G2v} = N_{2v}^2 \frac{q}{f_k} \frac{l_w}{0,35 \cdot A_w} \frac{P_2}{P_{2v}} \mu\Omega\text{cm}, \quad (10.5)$$

wenn wir den für die Sekundärwicklung zur Verfügung stehenden Wickelquerschnitt  $0,35 A_w$  im Verhältnis der jeweils entnommenen Leistung zur gesamten Sekundärleistung aufteilen.

Führen wir anstelle der Windungszahlen die Spannungen

$$\frac{N_{2v}}{N_1} = \frac{U_{2v}}{U_1} \quad (10.6)$$

ein, so können wir die Summe der sekundären Wicklungsverluste mit Gl.(10.2), Gl.(10.5) und Gl.(10.6) übersichtlich zusammenfassen:

$$P_{V2} = \sum_{v=1}^n J_{2v}^2 \frac{U_{2v}^2}{U_1^2} \cdot N_1^2 \cdot \frac{8}{f_k} \frac{l_w}{0,35 \cdot A_w} \frac{P_2}{P_{2v}} \quad (10.7)$$

$$= \frac{P_2^2}{U_1^2} R_{G1} \quad (10.8)$$

Bei geringen Verlusten des Netztransformators ist die primär zugeführte Leistung etwa so groß wie die sekundär entnommene Leistung, so daß gilt

$$U_1 \cdot J_1 \approx P_2 \quad \text{oder} \quad \frac{P_2}{U_1} \approx J_1 \quad (10.9)$$

und mit Gl.(10.8) für primär- und sekundärseitig etwa gleichen Füllfaktor

$$P_{V2} \approx J_1^2 \cdot R_{G1} \quad (10.10)$$

Damit sind die Verluste in der Sekundärwicklung etwa ebenso groß wie die Verluste in der Primärwicklung, so daß man für die gesamten Verluste schreiben kann

$$P_V \approx 2 \cdot J_1^2 \cdot R_{G1} \quad (10.11)$$

Außer der Wirkkomponente des Stromes fließt in die Primärwicklung der sog. Magnetisierungsstrom (= Blindkomponente infolge der endlichen Induktivität, die gegenüber der Wirkkomponente um  $90^\circ$  phasenverschoben ist) hinein. Wie in [1] nachgerechnet, erreicht der Magnetisierungsstrom im allgemeinen eine Höhe von etwa 30% des maximalen Wirkstromes, so daß er mit

Rücksicht auf seine Phasenlage nur wenig zum Gesamtstrom beiträgt und deshalb für die Erwärmung der Wicklung vernachlässigt werden kann.

Die Übertemperatur, die im Kern durch die Kernverluste verursacht wird, kann Bild 4.6 entnommen werden. Bei einer Induktion von 1,0 bis 1,2 Vsm<sup>-2</sup> bleibt die Erwärmung des Kernes durchaus recht niedrig. Die Bedingungen für das Einhalten der maximal zulässigen Übertemperatur können in der Praxis somit wie folgt erfüllt werden:

- a) durch Wahl einer Arbeitsinduktion von 1,0 bis 1,2 Vsm<sup>-2</sup> und
- b) durch Einhalten der für die Kerngröße in Abhängigkeit von der Übertemperatur zulässigen Stromdichte  $S$ , entsprechend Bild 4.4 oder Bild 4.5;

weitere Möglichkeiten ergeben sich nach den Gl.(4.3), Gl.(4.5) und Gl.(4.6) oder auch Tabellen 2.1 oder 2.2.

Es interessiert die für eine vorgegebene Induktion erforderliche Windungszahl. Mit dem Induktionsgesetz gilt:

$$\hat{U} = N_1 \cdot A_K \frac{d\hat{B}}{dt} = N_1 \cdot A_K \cdot j\omega \hat{B} \quad (10.12)$$

$$N_1 = \frac{\hat{U}}{A_K \cdot \omega \hat{B}} = \frac{10^4 \cdot U_1/V}{4,44 \cdot f_{Hz} \cdot \hat{B}/Vsm^{-2} \cdot A_K/cm^2} \quad (10.13)$$

Noch häufiger ist aber für eine zu übertragende Leistung der erforderliche Kernquerschnitt zu bestimmen. Die Spannung wird durch Gl.(10.12) bzw. Gl.(10.13) beschrieben. Den Strom erhalten wir mit Rücksicht auf die zulässige Erwärmung aus der Stromdichte  $S$  und dem Kupferquerschnitt  $A_{Cu}$ :

$$I_1 = S \cdot A_{Cu} \quad (10.14)$$

Setzen wir bei einem mittleren Kupferfüllfaktor  $f_k = 0,55$  an, daß die Hälfte des Wickelquerschnittes für die Primärwicklung zur Verfügung steht, so gilt

$$A_{Cu} = \frac{0,55 \cdot A_w}{2 \cdot N_1} \quad (10.15)$$

und damit für den Strom

$$J_1 = S \frac{0,55}{2} \cdot \frac{A_w}{N_1} . \quad (10.16)$$

Somit ergibt sich für eine zu übertragende Leistung  $P_1$

$$P_1 = U_1 \cdot J_1 \quad (10.17)$$

$$= 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_K N_1 \cdot S \frac{0,55}{2} \cdot \frac{A_w}{N_1} . \quad (10.18)$$

Mit

$$\begin{aligned} f &= 50 \text{ s}^{-1} \\ B &= 1,2 \text{ Vsm}^{-2} \\ S &= 3,5 \text{ Amm}^2 \\ A_w &\approx 0,5 A_K \quad (\text{grobe Näherung; Vgl. Tabellen 2.1 und 2.2}) \end{aligned}$$

gilt

$$P_1 = 4,44 \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 1,2 \text{ Vsm}^{-2} \cdot 0,5 A_K^2 \cdot 3,5 \text{ Amm}^2 \frac{0,55}{2} \quad (10.19)$$

und in Form einer zugeschnittenen Gleichung

$$P_1/w = 1,28 A_K^2 / \text{cm}^2 \quad (10.20)$$

$$A_K / \text{cm}^2 \approx 0,9 \sqrt{P_1/w} . \quad (10.21)$$

Die Ströme in den Wicklungen verursachen über den Wicklungswiderständen Spannungsabfälle  $\Delta U$ , die gemäß Ersatzschaltbild auf der Primärseite durch eine entsprechende Reduzierung und auf der Sekundärseite durch eine entsprechende Erhöhung der Windungszahl auszugleichen sind (Vgl. Abschnitt 11.2).

Für die Berechnung von Transformatoren, insbesondere für LL-Schnitte und EI-Schnitte, wird das Studium des TGL-Entwurfes 15583 Bl.1 und Bl.2 empfohlen.

## 11. Beispiele

### 11.1. Übertrager

Für eine Transistorendstufe ist entsprechend Bild 11.1 ein

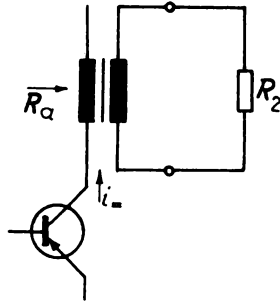


Bild 11.1 Schaltung für  
den zu berechnenden  
Übertrager

Ausgangsübertrager mit folgenden Daten zu berechnen:

$$\begin{aligned} P_{\sim} &= 100 \text{ mW} & i_{\sim} &= 40 \text{ mA} \\ R_2 &= 5 \Omega & \alpha_G &= 0,15 \text{ Np} \\ R_Q &= 200 \Omega & \alpha_{Bt} &= 0,2 \text{ Np} \quad \text{bei } f = 150 \text{ Hz} \\ R_i &= 0,5 \text{ k}\Omega & \alpha_{Bh} &\leq 0,2 \text{ Np} \quad \text{bei } f = 10 \text{ kHz} \end{aligned}$$

Als Kernmaterial soll Blech IV, 0,35 mm stark, mit einer Permeabilität  $\mu_{20} = 700 \mu_0$  verwendet werden. [2]

1. Berechnung der Übertragergröße, der primären Windungszahl und Kontrolle der Übertemperatur

Mit Bild 8.3 wird

$$f_U \approx \frac{150 \text{ Hz}}{1,5} \approx 100 \text{ Hz}.$$

( $f_U = 100 \text{ Hz}$  ist diejenige Frequenz, bei der der Dämpfungsanstieg  $\alpha_{Bt} = 0,35 \text{ Np}$  betragen würde). Wir wählen einen M-Schnitt und erhalten mit Bild 8.13 für  $f_U = 100 \text{ Hz}$

$$\alpha_G \cdot \omega_U \approx 100 \text{ s}^{-1}$$

und somit gilt:

$$\left(1 + \frac{R_\alpha}{R_i}\right) \alpha_G \cdot \omega_U \approx \left(1 + \frac{200}{500}\right) \cdot 100 \text{ s}^{-1} = 140 \text{ s}^{-1}.$$

Dieser Wert wird nach Bild 8.13 von einem Kern M 42 bei einer erforderlichen Permeabilität  $\mu_{A, \text{erf}}^* \approx 120 \mu_0$  erreicht. Wir können einen Luftspalt vorsehen, der wegen der Gleichstromvormagnetisierung sogar notwendig ist. Näherungsweise genügt ein Luftspalt von

$$l_L \approx 0,4 \sqrt{A_{K/\text{cm}^2}} \text{ mm} = 0,4 \sqrt{1,7} \text{ mm} \approx 0,52 \text{ mm}.$$

Mit Rücksicht auf den Standard wählen wir  $l_L = 0,5 \text{ mm}$  und prüfen, ob

a)  $\mu_A^* \geq \mu_{A, \text{erf}}^*$  und

b) die zweckmäßige Luftspaltbreite nicht unterschritten ist.

Zu a)

Mit Gl.(2.64) berechnen wir die Anfangs-Kernpermeabilität:

$$\mu_A^* \approx \frac{\mu_A}{1 + \frac{\mu_A}{\mu_0} \frac{l_L^*}{l}}.$$

Die relative Luftspaltbreite beträgt

$$\frac{l_L}{l} = \frac{0,5 \text{ mm}}{102 \text{ mm}} \approx 5 \cdot 10^{-3}$$

und wirkt entsprechend Bild 2.10 wie eine scheinbare relative Breite

$$\frac{l_L^*}{l} = 3 \cdot 10^{-3}.$$

Damit wird die Anfangs-Kernpermeabilität

$$\mu_A^* = \frac{700 \mu_0}{1 + 700 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 226 \mu_0 > \mu_{A, \text{erf}}^*.$$

womit die Bedingung a) erfüllt ist.

Zu b)

Wir ermitteln die vormagnetisierende Feldstärke und hierzu vorerst die Windungszahl mit Gl.(2.1):

$$N_1^* = \sqrt{\frac{l_1}{A_L^*}}.$$

Die erforderliche Primärinduktivität erhalten wir mit Gl.(8.37) zu

$$L_1 = \frac{1}{\omega_U} \frac{R_i \cdot \ddot{U}^2 R_2}{R_i + \ddot{U}^2 R_2}$$

und hierfür den übersetzten Verbraucherwiderstand  $\ddot{U}^2 R_2$  mit Gl.(8.13) zu

$$R_\alpha = R_{G1} + \ddot{U}^2 (R_{G2} + R_2)$$

$$\ddot{U}^2 R_{G2} = R_\alpha - R_{G1} - \ddot{U}^2 R_2$$

Wenn die Wickelfläche etwa gleichmäßig auf Primär- und Sekundärwicklung aufgeteilt wird, gilt mit Gl.(8.18) und Gl.(8.25)

$$\ddot{U}^2 R_{G2} \approx R_{G1} \approx \alpha_G \cdot R_\alpha$$

und somit für den übersetzten Verbraucherwiderstand

$$\ddot{U}^2 R_2 \approx R_\alpha (1 - 2 \cdot \alpha_G) = 200 \Omega (1 - 2 \cdot 0,15) = 140 \Omega$$

Auf diesen Wert  $\ddot{U}^2 R_2 = 140 \Omega$  muß der Übertrager übersetzen, damit der Transistor auf den geforderten Arbeitswiderstand  $R_\alpha = 200 \Omega$  arbeitet.

Wollen wir bei der Berechnung der Primärinduktivität mit Bild 8.1 und Bild 8.2 den Einfluß der Gleichstromwiderstände auf die erforderliche Induktivität berücksichtigen, so setzen wir

$$R_i' = R_i + R_{G1} = 500 \Omega + 30 \Omega = 530 \Omega$$

$$\ddot{U}^2 R_2' = \ddot{U}^2 R_2 + \ddot{U}^2 R_{G2} = 140 \Omega + 30 \Omega = 170 \Omega$$

und benutzen statt der oben angeführten Beziehung Gl.(8.37), genauer

$$L_1 = \frac{1}{\omega_U} \frac{R_i' \cdot \ddot{U}^2 R_2'}{R_i' + \ddot{U}^2 R_2'}$$

und erhalten

$$L_1 = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \text{ s}^{-1}} \cdot \frac{530 \cdot 170}{530 + 170} \Omega = 205 \text{ mH}$$

Für den magnetischen Leitwert  $A_L$  erhalten wir mit Gl.(2.14) bzw. Gl.(2.58) und Gl.(2.59) und Tabelle 2.1

$$A_L^* = \mu_A^* \frac{A_K}{l} \\ = 226 \cdot 0,4 \pi \cdot 10^{-8} \frac{\text{Vs}}{\text{Acm}} \cdot \frac{1,7 \text{cm}^2}{10,2 \text{cm}} = 473 \text{ nH},$$

so daß die primäre Windungszahl

$$N_1^* = \sqrt{\frac{205 \text{ mH}}{473 \text{ nH}}} = 658 \approx 660$$

wird. Jetzt können wir die vormagnetisierende Feldstärke berechnen zu

$$H_G^* = \frac{N_1^* \cdot i}{l} = \frac{660 \cdot 40 \text{ mA}}{10,2 \text{ cm}} \approx 2,6 \text{ Acm}^{-1}.$$

Für diese Gleichfeldstärke entnehmen wir Bild 2.24 eine zweckmäßige scheinbare relative Luftspaltbreite

$$\frac{l_L^*}{l} = 1 \cdot 10^{-3}.$$

Damit wird die zweckmäßige scheinbare absolute Breite

$$l_L^* = 1 \cdot 10^{-3} \cdot l = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 102 \text{ mm} \approx 0,1 \text{ mm} = l_{L, zw.}^*$$

Bei der gewählten Luftspaltbreite von  $l_L = 0,5 \text{ mm}$  war aber die tatsächliche scheinbare absolute Breite

$$l_{L, tats.}^* \approx 0,3 \text{ mm},$$

so daß gilt

$$l_{L, tats.}^* > l_{L, zw.}^*$$

womit auch Bedingung b) erfüllt ist. Somit können also Änderungen der Vormagnetisierung die Primärinduktivität mit Sicherheit nur unwesentlich beeinflussen.

Damit gilt der Kern M 42 mit einem Luftspalt von 0,5 mm als gewählt. Wir prüfen, welche Übertemperatur  $\Delta \vartheta$  sich bei einer vorgesehenen Stromdichte von  $S = 2 \text{ A mm}^{-2}$  einstellt, und erhalten mit Bild 4.5

$$\Delta \vartheta \approx 7^\circ \text{C}.$$

Dieser Wert liegt weit unterhalb der kritischen Grenze.



## 2. Berechnung der sekundären Windungszahl

Es gilt 
$$N_2^* = \frac{N_1^*}{\ddot{U}}$$

wobei mit Gl.(8.14)

$$\ddot{U} = \sqrt{\frac{R_\alpha - R_{G1}}{R_2 + R_{G2}}}$$

und mit Gl.(8.25) und Gl.(8.18)

$$R_{G1} \approx \alpha_G \cdot R_\alpha = 0,15 \cdot 200 \Omega = 30 \Omega$$

$$R_{G2} \approx \alpha_G \cdot R_2 = 0,15 \cdot 5 \Omega = 0,75 \Omega$$

Somit werden  $\ddot{U}$  und  $N_2^*$ :

$$\ddot{U} = \sqrt{\frac{200 \Omega - 30 \Omega}{5 \Omega + 0,75 \Omega}} = 5,44$$

$$N_2^* = \frac{660}{5,44} \approx 121.$$

## 3. Berechnung der Drahtstärken

Wir gehen von der geforderten Grunddämpfung  $\alpha_G = 0,15 Np$  aus und prüfen, ob die in 1. angesetzte Stromdichte  $S = 2 A mm^{-2}$  nicht überschritten wird.

Mit Gl.(2.8) gilt:

$$R_G = R_G' \cdot l_w \cdot N.$$

Zunächst berechnen wir mit Tabelle 2.1

$$l_{w1} = \frac{7,0 + 9,2}{2} cm = 8,1 cm$$

$$l_{w2} = \frac{9,2 + 11,1}{2} cm = 10,15 cm$$

und ermitteln mit den in 2. für  $R_{G1}$  und  $R_{G2}$  errechneten Werten

$$R_{G1}' = \frac{R_{G1}}{l_{w1} \cdot N_1} = \frac{30 \Omega}{8,1 cm \cdot 660} = 0,561 \Omega m^{-1}$$

$$R_{G2}' = \frac{R_{G2}}{l_{w2} \cdot N_2} = \frac{0,75 \Omega}{10,15 cm \cdot 121} = 0,0611 \Omega m^{-1}.$$

Mit Tabelle 2.5 bestimmen wir die Drahtdurchmesser und erhalten

$$d_1 = 0,20 mm$$

$$d_2 = 0,65 mm$$

Nunmehr entnehmen wir der Tabelle 2.3 die zu den Drahtdurch-

messern gehörenden Windungszahlen je  $\text{cm}^2$  Wickelquerschnitt

$$n_1 = 1650 \text{ cm}^{-2}$$

$$n_2 = 180 \text{ cm}^{-2}$$

und prüfen die Inanspruchnahme des verfügbaren Wickelquerschnittes:

$$A_{W1} = \frac{N_1^*}{n_1} = \frac{660}{1650 \text{ cm}^{-2}} = 0,400 \text{ cm}^2$$

$$A_{W2} = \frac{N_2^*}{n_2} = \frac{121}{180 \text{ cm}^{-2}} = 0,672 \text{ cm}^2$$

$$A_W = A_{W1} + A_{W2} = 1,072 \text{ cm}^2.$$

Ferner wird noch etwas Wickelquerschnitt für die Lagenisolation benötigt. Da mit Tabelle 2.1 der nutzbare Wickelquerschnitt  $1,40 \text{ cm}^2$  beträgt, ist die vorgesehene Wicklung gut unterzubringen.

Zur Berechnung der Stromdichte bestimmen wir vorerst die Ströme  $i_1$  und  $i_2$  :

$$\begin{aligned} i_1 &= \sqrt{i_{1\sim}^2 + i_{1n}^2} = \sqrt{i_{1\sim}^2 + \frac{P_{1\sim}}{R_a}} = \sqrt{(40 \text{ mA})^2 + \frac{100 \cdot 10^{-3} \text{ W}}{0,2 \cdot 10^3 \Omega}} \\ &= \sqrt{2100} \text{ mA} \approx 46 \text{ mA} \end{aligned}$$

$$i_2 = \sqrt{\frac{P_{2\sim}}{R_{G2} + R_2}}.$$

Bei etwa gleichmäßiger Aufteilung der Wickelfläche auf Primär- und Sekundärwicklung sind unter Vernachlässigung der sehr geringen Eisenverluste die Verluste auf der Primär- und Sekundärseite etwa gleich. Somit entfällt auf die Primärseite die Hälfte der Grunddämpfung

$$\frac{1}{2} \alpha_G = 0,075 \text{ Np},$$

der ein Leistungsverhältnis von  $\frac{1}{1,16}$  entspricht. Folglich gilt für die Leistung im Sekundärkreis in Näherung

$$P_{2\sim} = \frac{1}{1,16} P_{1\sim} = \frac{1}{1,16} 100 \text{ mW} = 86 \text{ mW};$$

und damit wird

$$i_2 = \sqrt{\frac{86 \cdot 10^{-3} \text{ W}}{5,75 \Omega}} = 122 \text{ mA}.$$

Nunmehr bestimmen wir die Stromdichten und erhalten:

$$S = \frac{i}{A_{Cu}}$$

$$S_1 = \frac{46 \cdot 10^{-3} A}{31,4 \cdot 10^{-3} mm^2} = 1,47 A mm^{-2}$$

$$S_2 = \frac{122 \cdot 10^{-3} A}{332 \cdot 10^{-3} mm^2} = 0,37 A mm^{-2}.$$

Da sowohl  $S_1$  als auch  $S_2$  kleiner als  $S = 2 A mm^{-2}$  sind (Vgl. oben), können die berechneten Drahtstärken verwendet werden.

4. Berechnen der oberen Grenzfrequenz und prüfen, ob der Streugrad gegebenenfalls durch Wicklungsunterteilung verringert werden muß

Die obere Grenzfrequenz wird durch die Streuinduktivität bestimmt. Mit Gl.(8.49) gilt für die höchstzulässige Streuinduktivität  $\sigma_{zul.}$  :

$$\sigma_{zul.} = \sqrt{e^{2\alpha_{Bh}} - 1} \cdot \frac{R_i + R_a}{\omega_h L_1}$$

$$= \sqrt{e^{2 \cdot 0,15} - 1} \frac{(500 + 200) \Omega}{2\pi \cdot 10^4 s^{-1} \cdot 0,205 \Omega s} = 0,032.$$

Ohne Wicklungsunterteilung erhält man für den tatsächlichen Streugrad  $\sigma_{tats.}$  entsprechend Gl.(8.89):

$$\sigma_{tats.} = \frac{\mu_0}{\mu_A^*} \frac{l}{A_K} \frac{l_w}{b_w} \frac{1}{t_u^2} \left( d_{ges} + \frac{1}{3} D_{ges} \right)$$

$$= \frac{1}{226} \frac{10,2}{1,7} \frac{9,2}{2,3} \frac{1}{1} (0,06 + \frac{1}{3} 0,63) = 0,0287.$$

Da

$$\sigma_{tats.} < \sigma_{zul.},$$

ist eine Wicklungsunterteilung nicht erforderlich.

Nun müssen wir nachprüfen, ob die geforderte Grenzfrequenz gegebenenfalls nicht durch die Streuresonanz, also durch das Zusammenwirken von Streuinduktivität und Wicklungskapazität, bestimmt wird. Zunächst bestimmen wir mit Gl.(3.15) die Wicklungskapazitäten:

$$C_w = \frac{0,12 \cdot \epsilon_1 \cdot l_w \cdot b_w}{D \left(1 - \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot f_k}\right)} \text{ pF}$$

$$C_{w1} = \frac{0,12 \cdot 6 \cdot 8,1 \cdot 2,3}{0,315 \left(1 - \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot 0,59}\right)} \text{ pF} = 318 \text{ pF}$$

$$C_{w2} = \frac{0,12 \cdot 6 \cdot 10,15 \cdot 2,3}{0,315 \left(1 - \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot 0,665}\right)} \text{ pF} = 667 \text{ pF}.$$

Damit wird, auf die Primärseite umgerechnet,

$$C_{1, \text{ges}} = C_{w1} + \frac{C_{w2}}{\bar{u}^2} = 318 \text{ pF} + \frac{667}{296} \text{ pF} = 341 \text{ pF} \approx 340 \text{ pF}.$$

Diese Kapazität verursacht eine Streuresonanz bei

$$f_{r\sigma} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 \cdot C}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{0,0287 \cdot 0,205 \text{ H} \cdot 340 \cdot 10^{-12} \text{ F}}} = 112,5 \text{ kHz}.$$

Da  $f_{r\sigma} \gg 10 \text{ kHz}$ , wird die obere Frequenzgrenze durch  $\omega L_1$  und nicht durch die Streuresonanz mit  $C_{1, \text{ges}}$  bestimmt. Damit ist auch vom Gesichtspunkt der Spulenkapazität eine Wicklungunterteilung nicht erforderlich. (Die sog. "äußere" Kapazität kann offenbar vernachlässigt werden).

## 11.2. Netztransformator

Es ist ein Netztransformator mit den in Bild 11.2 dargestell-

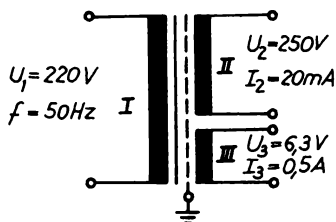


Bild 11.2 Der zu berechnende Netztransformator

ten Daten zu berechnen. Dabei soll Blech III 2 TGL 10475 verwendet werden. Die Prüfspannung soll 1500 V betragen. [2]

### 1. Berechnung der zu übertragenen Leistung und Ermittlung des erforderlichen Kernes

Die gesamte Sekundärleistung  $P_{2,ges}$  beträgt

$$P_{2,ges} = P_{2,II} + P_{2,III} = (5 + 3,15) \text{ VA} = 8,15 \text{ VA}.$$

Mit Tabelle 2.1 bzw. 2.2 kann man einen Wirkungsgrad von  $\eta = 0,75$  ansetzen, so daß die aufgenommene Primärleistung

$$P_1 = \frac{P_{2,ges}}{\eta} = \frac{8,15 \text{ VA}}{0,75} = 10,9 \text{ VA}$$

beträgt und mit Gl.(10.21) ein Kernquerschnitt von

$$A_K \approx 0,9 \sqrt{P_{1/w}} \text{ cm}^2 = 0,9 \sqrt{10,9} \text{ cm}^2 = 2,98 \text{ cm}^2$$

benötigt wird. Wir wählen lt. Tabelle 2.2 einen Kern EI 60 mit einem Kernquerschnitt  $A_K = 3,4 \text{ cm}^2$ .

### 2. Berechnung der vorläufigen Windungszahlen

Für die primäre Windungszahl erhält man mit Gl.(10.13)

$$N_{1vorl.} = \frac{U_1 \cdot 10^4}{4,44 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1,2 \text{ Vsm}^{-2} \cdot 3,4 \text{ cm}^2} \approx 2430$$

und mit Gl.(7.7) für die sekundären Windungszahlen

$$N_{2vorl.} = N_{1vorl.} \frac{U_2}{U_1} = 2430 \frac{250 \text{ V}}{220 \text{ V}} = 2760$$

$$N_{3vorl.} = N_{1vorl.} \frac{U_3}{U_1} = 2430 \frac{6,3 \text{ V}}{220 \text{ V}} = 70.$$

### 3. Bestimmen des Drahtdurchmessers für eine Übertemperatur von $\Delta \vartheta = 60 \text{ grad}$ .

lt. Tabelle 2.2 ist für die einzuhaltende Übertemperatur eine Stromdichte von  $S = 4,6 \text{ Amm}^{-2}$  zulässig. (Nach Bild 4.4 wäre eine Stromdichte von  $S = 4,3 \text{ Amm}^{-2}$  anzusetzen. Die Angaben unterschiedlicher Herkunft differieren etwas, weil offenbar von Versuchsbedingungen ausgegangen wurde, die voneinander abweichen; so gibt es z.B. Unterschiede in den Lagen- und Wicklungsisolationen usw. Bei genaueren Berechnungen wählt man ferner die Stromdichten der äußeren Wicklungen größer als die

Stromdichten der inneren Wicklungen.)

Für den Primärstrom  $i_1$  gilt

$$i_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{10,9 \text{ VA}}{220 \text{ V}} = 50 \text{ mA};$$

somit wird ein Drahtdurchmesser von

$$\alpha_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{i_1}{S}} = 1,13 \sqrt{\frac{0,05}{4,6}} \text{ mm} = 0,12 \text{ mm}$$

benötigt. Für die Sekundärwicklungen werden die Drahtdurchmesser

$$\alpha_2 = 1,13 \sqrt{\frac{0,02}{4,6}} \text{ mm} = 0,075 \text{ mm, gewählt } 0,08 \text{ mm};$$

$$\alpha_3 = 1,13 \sqrt{\frac{0,5}{4,6}} \text{ mm} = 0,372 \text{ mm, gewählt } 0,38 \text{ mm}.$$

4. Kontrolle, ob die berechneten Wicklungen im nutzbaren Wickelquerschnitt unterzubringen sind

Tabelle 2.3 gibt die Windungszahl je  $\text{cm}^2$   $n$  an, woraus sich leicht der in Anspruch genommene Nickelquerschnitt  $A_w$  berechnet:

Wickl.	$N_{\text{varl.}}$	$\alpha$ [mm]	$n$ [Wdg. $\text{cm}^{-2}$ ]	$A_w$ [ $\text{cm}^2$ ]
I	2430	0,12	4400	0,552
II	2760	0,08	9000	0,307
III	70	0,38	500	0,14

$$A_w = 0,999 \text{ cm}^2 \approx 1 \text{ cm}^2$$

Hierzu kommen der Platzbedarf für die Grund- und Deckisolation, die Lagenisolationen (  $\hat{U}$  beträgt etwa 25V ) und die Schutzwicklung. Nach Abschnitt 2.1.4. gilt:

Grundisolation für 1500 V	2 L. Lackgew. 0,1 mm	$h \approx 0,2$ mm
11 Lagenisol. f. d. Pr-wickl.	Lackpapier 0,04 mm	0,44 mm
1. Isol.f.d.Schutzw.f. 1500 V	2 L. Lackgew. 0,1 mm	0,2 mm
Schutzwickl., $d = 0,12$ mm	$d_a \approx 0,14$ mm	0,2 mm
2. Isol.f.e.Schutzw.f. 1500 V	2 L. Lackgew. 0,1 mm	0,2 mm
13 Lagenisol. f. d. Pr-wickl.	Lackpapier 0,04 mm	0,52 mm
Deckisolation für 1500 V	2 L. Lackgew. 0,1 mm	0,2 mm
		$\sum h \approx 1,96$ mm

Für den Isolationsaufwand wird ein zusätzlicher Querschnitt  $A_{ZUS.}$  von

$$A_{ZUS.} = \sum h \cdot b_w \approx 2 \cdot 27,5 \text{ mm}^2 = 0,55 \text{ cm}^2$$

in Anspruch genommen. Damit wird insgesamt ein Querschnitt  $\sum A$  von

$$\sum A = A_w + A_{w,ZUS.} = (1 + 0,55) \text{ cm}^2 = 1,55 \text{ cm}^2$$

benötigt. Da lt. Tabelle ein nutzbarer Wickelquerschnitt von  $1,7 \text{ cm}^2$  zur Verfügung steht, ist die Wicklung gut unterzubringen.

## 5. Ermittlung der Spannungsabfälle über den Wicklungen und Berechnung der endgültigen Windungszahl

Die Spannungsabfälle über den Wicklungen berechnen sich zu

$$\Delta U = i \cdot R_G,$$

wobei  $R_G$  mit Gl.(2.8)

$$R_G = R_G' \cdot N_{vorl.} \cdot l_w$$

beträgt. Für die mittleren Windungslängen der 3 Wicklungen können wir mit Tabelle 2.2 in grober Näherung setzen:

$$\begin{aligned} l_{wI} &\approx \frac{l_w + l_{wmin}}{2} \approx \frac{l_w + l_w - D \cdot \pi}{2} \\ &\approx l_w - \frac{D}{2} \pi = (11,5 - 1,0) \text{ cm} = 10,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$l_{wII} \approx l_w = 11,5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} l_{wIII} &\approx \frac{l_w + l_{wmax}}{2} \approx \frac{l_w + l_w + D \cdot \pi}{2} \\ &\approx l_w + \frac{D}{2} \pi = (11,5 + 1,0) \text{ cm} = 12,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Somit gilt für die Spannungsabfälle über den Wicklungen:

Wickl.	$N_{\text{vorl.}}$	$l_w$ [cm]	$R'_G$ [Ω m <sup>-1</sup> bei 80°C]	$R_G$ [Ω]	$i$ [mA]	$\Delta U$ [V]
I	2430	10,5	1,92	490	50	24,5
II	2760	11,5	4,32	1370	20	27,4
III	70	12,5	0,192	1,68	500	0,84

Folglich ist

$$U'_1 = U_1 - \Delta U_1 = 220 \text{ V} - 24,5 \text{ V} = 195,5 \text{ V},$$

so daß die endgültigen Windungszahlen werden:

$$N_1 = U'_1 \frac{N_{1\text{vorl.}}}{U_1} = 195,5 \text{ V} \frac{2430}{220 \text{ V}} = 2160$$

$$N_2 = (U_2 + \Delta U_2) \frac{N_{1\text{vorl.}}}{U_1} = 277,4 \text{ V} \frac{2430}{220 \text{ V}} = 3060$$

$$N_3 = (U_3 + \Delta U_3) \frac{N_{1\text{vorl.}}}{U_1} = 7,14 \text{ V} \frac{2430}{220 \text{ V}} = 79.$$

## 12. Übungen

Der Text wurde durch eine große Zahl von Beispielen ergänzt. Lösen Sie alle angeführten Beispiele einschließlich der Beispiele des Abschnittes 11. zu Ihrer Übung völlig selbständig und ohne Benutzung der angeführten Lösungswege!

Rechnen Sie noch folgende Aufgabe:

Für eine Frequenz von 100 Hz soll ein Schwingkreis aufgebaut werden. Gegeben sind:

- 1) ein Kf-Kondensator mit einer Kapazität  $C = 1 \mu\text{F}$  und einem Temperaturkoeffizienten  $TK_C = -150 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}$ ,
- 2) ein Kern M 42 aus Normapern 2000 mit einer für die ganze Aufgabe anzusetzenden Permeabilität von  $\mu = 2000 \mu_0$  und
- 3) eine Temperaturänderung von  $\Delta \vartheta = +25 \text{ grad}$ .

Berechnen Sie für den angeführten Kern ohne Luftspalt



- 1) die erforderliche Windungszahl,
  - 2) den  $TK_L$  der Induktivität,
  - 3) den  $TK_f$  des Schwingkreises und
  - 4) die Frequenzverwerfung des Schwingkreises!
- Berechnen Sie jetzt für den angeführten Kern mit einem Luftspalt von  $l_L = 0,5 \text{ mm}$

- 5) die erforderliche Windungszahl,
- 6) den  $TK_L^*$ ,
- 7) den  $TK_f^*$  und
- 8) die Frequenzverwerfung!

Berechnen Sie ferner

- 9) das Verhältnis der Spulengüten der Spule mit Luftspalt zur Spule ohne Luftspalt, wenn die Kernverluste vernachlässigt werden und in beiden Fällen der gleiche Wickelraum genutzt wird sowie die Änderung des Kupferfüllfaktors ebenfalls vernachlässigt werden soll!

Arbeiten Sie vorerst völlig selbständig ohne Benutzung des nachfolgenden Lösungsweges! Erforderliche Bearbeitungszeit ca. 30 Minuten.

**Lösung:**

Zu 1)

Mit Gl.(5.24) wird eine Induktivität benötigt von

$$L = \frac{I}{\omega^2 C}.$$

Somit wird mit Gl.(2.1) und Gl.(2.14) und Tabelle 2.1 die erforderliche Windungszahl

$$\begin{aligned} N &= \sqrt{\frac{L}{A_L}} = \sqrt{\frac{L \cdot I}{\mu \cdot A_K}} = \sqrt{\frac{I}{\omega^2 C \cdot \mu \cdot A_K}} \\ &= \sqrt{\frac{10,2 \text{ cm}}{39,5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-2} \cdot 10^{-6} \text{ AsV}^{-1} \cdot 2000 \cdot 0,4 \pi \cdot 10^{-8} \Omega \text{ scm}^{-1} \cdot 1,7 \text{ cm}^2}} = 778. \end{aligned}$$

Zu 2)

Entsprechend Gl.(5.8) und Tabelle 6.3 gilt:

$$TK_L = TK_\mu = +2 \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}.$$

Zu 3)

Der Temperaturbeiwert der Frequenz ergibt sich mit Gl.(5.28) zu

$$\begin{aligned} TK_f &= -\frac{1}{2} (TK_L + TK_C) = -\frac{1}{2} (2000 - 150) \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1} \\ &= -925 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}. \end{aligned}$$

Zu 4)

Vgl. Gl.(5.1), Gl.(5.3) und den Schritt von Gl.(5.27) zu Gl.(5.28)! Demzufolge gilt:

$$\begin{aligned} \Delta f &= TK_f \cdot f \cdot \Delta T = (-925) \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1} \cdot 100 \text{ s}^{-1} \cdot (+25) \text{ grad} \\ &= -2,31 \text{ s}^{-1}. \end{aligned}$$

Zu 5)

Mit Gl.(2.59) und Gl.(2.57) gilt bei vorhandenem Luftspalt für die erforderliche Windungszahl:

$$N^* = \sqrt{\frac{L^* \cdot l}{\mu^* \cdot A_K}} = \sqrt{\frac{l \cdot \left(1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{l_L^*}{l}\right)}{\omega^2 C \cdot \mu \cdot A_K}} = N \sqrt{1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{l_L^*}{l}}.$$

Aus Bild 2.10 ermitteln wir mit

$$\frac{l_L}{l} \approx 0,5 \cdot 10^{-2}$$

ein

$$\frac{l_L^*}{l} \approx 0,3 \cdot 10^{-3}.$$

Damit ergibt sich die Windungszahl zu

$$N^* = 778 \sqrt{1 + 2000 \cdot 0,3 \cdot 10^{-2}} = 2060.$$

Zu 6)

Den Temperaturkoeffizienten bei geschertem magnetischen Kreis  $TK_L^*$  berechnen wir mit Gl.(5.8) und Gl.(5.22) unter Verwenden von Gl.(2.57) zu

$$\begin{aligned} TK_L^* &= TK_{\mu e} = +TK_{\mu} \frac{\mu_e}{\mu_r} = +TK_{\mu} \frac{\mu^*}{\mu} \approx + \frac{TK_{\mu}}{1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{l_L^*}{l}} \\ &\approx + \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}}{1 + 2000 \cdot 0,3 \cdot 10^{-2}} = +0,286 \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}. \end{aligned}$$

Zu 7)

Entsprechend 3) gilt bei vorhandenem Luftspalt für den Temperaturkoeffizienten der Frequenz  $TK_f^*$  :

$$\begin{aligned} TK_f^* &= -\frac{1}{2} (TK_L^* + TK_C) = -\frac{1}{2} (286 - 150) \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1} \\ &= -68 \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1}. \end{aligned}$$

Zu 8)

Die Frequenzverwerfung bei vorhandenem Luftspalt  $\Delta f^*$  berechnet sich entsprechend 4):

$$\begin{aligned} \Delta f^* &= -TK_f^* \cdot f \cdot \Delta T = (-68) \cdot 10^{-6} \text{ grad}^{-1} \cdot 100 \text{ s}^{-1} \cdot (+25) \text{ grad} \\ &= -0,17 \text{ s}^{-1}. \end{aligned}$$

Zu 9)

Bei Vernachlässigung der Kernverluste gilt für die Spulengüte ohne Luftspalt

$$Q = \frac{\omega L}{R_{Cu}}$$

und mit Luftspalt

$$Q^* = \frac{\omega L}{R_{Cu}^*} ;$$

und da

$$R \sim N^2,$$

wird schließlich

$$\begin{aligned} \frac{Q^*}{Q} &= \frac{R_{Cu}}{R_{Cu}^*} = \left( \frac{N}{N^*} \right)^2 = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{I_L^*}{I}} = \frac{1}{1 + 2000 \cdot 0,3 \cdot 10^{-2}} \\ &= 0,143. \end{aligned}$$

Damit ist bei vorhandenem Luftspalt die Güte um den Faktor 0,143 geringer als ohne Luftspalt.

### 13. Literaturverzeichnis

- [1] Feldtkeller, R.: Einführung in die Theorie der Spulen und Übertrager mit Eisenkernblechen, Teil I, II und III, 2.Aufl., S.Hirzel Verlag Stuttgart 1949
- [2] Freitag, K.: Passive Bauelemente der Schwachstromtechnik, Lehrbrief 1, 2, 3 und 5, VEB Verlag Technik Berlin 1965
- [3] Hertwig, H.: Induktivitäten, Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik GmbH Berlin-Borsigwalde 1954
- [4] Pitsch, H.: Hilfsbuch für die Funktechnik, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G. Leipzig 1951
- [5] Raoho / Krause: Werkstoffe der Elektrotechnik, VEB Verlag Technik Berlin 1968
- [6] Reinboth, H.: Technologie und Anwendung magnetischer Werkstoffe, 2.Aufl., VEB Verlag Technik Berlin 1963
- [7] Rint, C.: Handbuch für Hochfrequenz- und Elektro-Techniker, Bd.I und III, Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik GmbH Berlin-Borsigwalde 1954
- [8] Schönfeld, H.: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik, 2.Aufl., S.Hirzel Verlag Leipzig 1952
- [9] Telefunken GmbH Ulm/Donau: Laborbuch Bd.I, 4.Aufl., Franzis-Verlag München 1961

Als Manuskript gedruckt  
Alle Rechte vorbehalten

Ag 613/65/73/1100 (116)

1. Ausgabe

2. Auflage

Druck:

ZENTRALSTELLE FÜR LEHR- UND ORGANISATIONSMITTEL DES  
MINISTERIUMS FÜR HOCH- UND FACHSCHULWESEN, ZWICKAU

Katalog-Nr.: 200.40-07

Vorzugsschutzgebühr: 3,00 M.