

INGENIEUR
FERNSTUDIUM

Balke

Grundlagen
der HF-Technik
1.2

Herausgeber:
Ingenieurhochschule
Mittweida

200.14-01/2

L E H R W E R K
für das Ingenieur-Fernstudium

E. Balke

G R U N D L A G E N
D E R H F - T E C H N I K

1.2

Veröffentlicht:
INSTITUT FÜR FACHSCHULWESEN DER
DEUTSCHEN DEMOKRATISCHEN REPUBLIK
KARL-MARX-STADT

Lektoriert von:

**Ing. P. Dahms, Dozent an der Ingenieurschule für
Elektrotechnik, Mittweida**

Bearbeitet von:

**Dipl.-Ing. H. Schwäbe, Dozent im Fachschulfernstudium
an der Ingenieurschule für Elektrotechnik, Mittweida**

Katalog-Nr.: 200.14-01/2

2.3 Die Spule
= = = = =

2.31 Induktiver Widerstand
= = = = =

**Der induktive Widerstand einer technischen Spule
hängt von der Größe der Induktivität und der**

- 70 - Frequenz ab. $R_L = \omega L$

Die Bemessungsgleichung für die Induktivität lautet allgemein: $L = \frac{W^2}{R_m}$

Man kann die Spule als ein lineares Schaltelement betrachten, solange sich die Induktivität und damit der induktive Widerstand in Abhängigkeit von der Größe von Spannung und Strom nicht ändern. Die Spule wird zu einem nichtlinearen Schaltelement, wenn sie einen Eisenkern besitzt. Über die Auswirkungen dieser Nichtlinearität erfahren Sie Näheres in Hauptteil 3 dieses Lehrbriefes.

Sie haben bereits erfahren, daß sich der OHMSche Widerstand eines OHMSchen Schaltelementes mit der Temperatur ändert. Die Temperatur wirkt sich auch auf die Größe der Induktivität und damit auf den induktiven Widerstand aus. Über diesen Vorgang werden Sie im Lehrbrief 2 "Grundlagen der HF-Technik" unterrichtet.

Jede Spule besitzt neben ihrer wesentlichsten Eigenschaft, der Induktivität, noch eine ganze Anzahl von anderen Eigenschaften, die wir anschließend näher untersuchen wollen.

2.32 OHMScher Widerstand bei Spulen ohne Eisenkern
=====
Der größte Anteil der Spulenverluste entfällt bei Frequenzen bis ca. 1 MHz auf den OHMSchen Widerstand des Wickeldrahtes. Wir wollen diesen Verlustwiderstand mit r bezeichnen. Er stellt den Gleichstromwiderstand der Spule dar und kann mit der Formel

$$r = \rho \frac{w l_m}{F} \quad (20)$$

berechnet werden. Bei Verwendung von Litze mit

z Adern anstelle eines Drahtes zum Wickeln der Spule verändert sich diese Beziehung:

$$r = \gamma \frac{w l_m}{z F} \quad (20a)$$

l_m = mittlere Windungslänge

z = Anzahl der Adern

F = Querschnitt einer Ader

Beachten Sie, daß sich der OHMsche Drahtwiderstand bei hohen Frequenzen infolge des Skin-effektes verändert.

Physikalisch sind die durch den OHMschen Widerstand bewirkten Verluste dadurch gekennzeichnet, daß sich elektrische Energie in Wärmeenergie umwandelt, die nicht zurückgewonnen werden kann. Die Spule verliert die Eigenschaft des reinen Blindschalt-elementes. Da der OHMsche Drahtwiderstand den Gesamtwiderstand der Spule erhöht, gilt folgendes Ersatzschaltbild:



Bild 33 a



Bild 33 b

*Ersatzschaltbild u. Pfeildiagramm
einer Spule mit OHMschem Drahtwiderstand*

Für den Gesamtwiderstand gilt die Beziehung:

$$Z = r + j\omega L \quad (21)$$

Aus dem Pfeildiagramm in Bild 24b erkennen Sie, daß die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung nicht mehr 90° beträgt, sondern abgenommen hat:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \delta_L$$

δ [Bogenmaß] bezeichnet man als Verlustwinkel; er gibt die Abweichung eines Phasenwinkels von 90° an.

δ_L soll möglichst gering gehalten werden und liegt normalerweise in der Größenordnung von 10^{-2} bis 10^{-3} . Der Index L gibt an, daß es sich um den Verlustwinkel einer Spule handelt.

$$\tan \delta_L = \frac{r}{\omega L} \quad (22)$$

heißt Verlustfaktor einer Spule.

Zur Kennzeichnung der Verluste hat man noch zwei weitere Größen definiert:

$$d_L = \frac{r}{\omega L} \quad \text{Spulendämpfung (22a)}$$

$$g_L = \frac{\omega L}{r} \quad \text{Gütefaktor (22b)}$$

Für den Gütefaktor findet man häufig den Namen Spulengüte mit dem Formelzeichen g_L

Der Zusammenhang zwischen Verlustfaktor und Gütefaktor ist durch die Beziehung

$$\tan \delta_L = \frac{1}{g_L} \quad (22c)$$

gegeben. Aus den Gleichungen (22) und (22b) erkennen Sie, daß der Verlustfaktor und der Gütefaktor frequenzabhängige Größen sind.

Bei Luftspulen lassen sich je nach Spulengröße und Frequenz Gütefaktoren von 20 ... 100 erreichen. Bei aus HF-Litze gewickelten Spulen mit HF-Eisenkernen erzielt man Gütefaktoren von 200 ... bis 400.

2.33 Kapazitiver Widerstand = = = = =

Bei einer Spule sind zwischen den einzelnen Windungen sowie zwischen der Spule und dem Kern oder der Abschirmung Kapazitäten vorhanden, die mit zunehmender Frequenz einen immer stärkeren Einfluß ausüben.

Da sich der Gesamtwiderstand der Spule durch die kapazitiven Widerstände verringert, läßt sich

folgendes Ersatzschaltbild angeben:



Bild 34

Ersatzschaltbild einer Luftspule

Beachten Sie bei allen Ersatzschaltbildern der realen Schaltelemente, daß die Schaltzeichen keine gleichstark wirksamen idealen Schaltelemente darstellen sollen. In Bild 34 überwiegt der Einfluß des idealen induktiven Schaltelementes. Die Gesamtschaltung verhält sich vorwiegend wie eine Induktivität. Man kann das in Bild 34 dargestellte Gebilde als einen Parallelschwingkreis betrachten, muß jedoch berücksichtigen, daß dieser Schwingkreis weit unterhalb seiner Resonanzfrequenz betrieben wird. Liegt die Frequenz der an einen Parallelschwingkreis gelegten Spannung weit unter der Resonanzfrequenz dieses Kreises, dann verhält er sich wie eine Spule; stimmt die Frequenz der angelegten Spannung mit der Resonanzfrequenz überein, dann wirkt der Kreis wie ein OHmsches Schaltelement; sind die Frequenzen höher als die Resonanzfrequenz, so verhält sich der Parallelschwingkreis wie ein Kondensator. Näheres hierzu Lehrbrief 2 "Grundlagen der HF-Technik". Große Induktivitäten erfordern hohe Windungszahlen. Dadurch erhöhen sich aber auch die Kapazitäten. Die Resonanzfrequenz eines Schwingungskreises kann mit der Formel

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (23)$$

berechnet werden. Sie erkennen aus dieser Beziehung, daß sich die Resonanzfrequenz umgekehrt wie L und C verhält. Die Resonanzfrequenz, besser Eigenfrequenz der Spule, nimmt daher mit wachsendem L und C ab. Um die Eigenfrequenz der Spule möglichst klein zu halten, verwendet man kapazitätsarme Wicklungen. Wird diese Bedingung nicht eingehalten, dann kompensieren sich induktiver und kapazitiver Widerstand. Die Spule wirkt in diesem Falle wie ein OHMsches Schaltelement oder gar wie ein Kondensator.

Den Gesamtwiderstand einer Spule mit den oben genannten Verlusten errechnet man mit der Beziehung:

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C} \quad (24)$$

Die bisherigen Betrachtungen gelten für Spulen ohne Kern (Luftspulen).

Bei Spulen mit Messingkernen kommen durch die Wirbelstrombildung im Kern zusätzliche OHMsche Verluste hinzu. Auch die Wirbelströme, die in Abschirmblechen oder in den in der Nähe befindlichen Metallteilen auftreten, entziehen der Spule Energie (Umwandlung in Wärme) und erhöhen die OHMschen Verluste. Aus diesem Grunde ist ein großer Abstand der Spulen von der Abschirmung und dem Chassis sehr wichtig. Bei Frequenzen bis ca. 1 MHz kann man den Einfluß der Kapazitäten vernachlässigen und den Gesamtwiderstand der Luftspule nach Gleichung (21) berechnen. Im nächsten Kapitel untersuchen wir die an einer Spule mit Eisenkern auftretenden Verluste.

2.34 Eisenverluste bei Spulen mit Eisenkern

=====

2.341 Wirbelstromverluste

Fließt durch die Wicklung einer Spule ein Wechselstrom, dann werden nach dem Induktionsgesetz auch im Kern der Spule Spannungen induziert, die ihrerseits Ströme im Kern antreiben. Diese Ströme werden Wirbelströme genannt. Sie erwärmen den Kern und bewirken die Wirbelstromverluste.

Die Berechnung der Wirbelstromverluste kann mit Gleichung (25) vorgenommen werden:

$$N_{\text{wir}} = \sigma \left(\frac{f}{10^2} \frac{B_{\text{max}}}{10^4} \right)^2 G_{\text{Fe}} [w] \quad (25)$$

σ = Verlustziffer

Aus dieser Gleichung können Sie entnehmen, daß die Wirbelstromverluste

1. vom Material,
2. vom Quadrat der maximalen magnetischen Induktion und
3. vom Quadrat der Frequenz abhängen.

Die Wirbelströme lassen sich verringern

1. durch Legierungszusätze zum Eisen zur Erhöhung des elektrischen Widerstandes (z.B. Silizium);
Bedingung: keine Verschlechterung der magnetischen oder mechanischen Eigenschaften;
2. durch Unterteilung der Kerne in dünne, gegeneinander isolierte Bleche.

Da die Wirbelstromverluste mit dem Quadrat der Frequenz ansteigen, muß die Blechdicke bei hohen Frequenzen immer geringer werden; denn in jedem Blechquerschnitt fließen auch wieder Wirbelströme. Bei Hochfrequenz verwendet man aus diesem Grund

Massekerne. Diese Kerne bestehen aus pulverisiertem Eisen, das mit bestimmten Zusätzen zu einem festen Kern verpreßt wird. Die einzelnen Teilchen sind dabei gegeneinander isoliert.

2.342 Hysteresisverluste

Zur Ummagnetisierung von Eisen ist ein bestimmter Energiebetrag notwendig, der nicht restlos zurückgewonnen werden kann. Wie Sie bereits in den Lehrbriefen der "Grundlagen der E-Technik" erfahren haben, stellt die von der Hysteresisschleife eingeschlossene Fläche ein Maß für die Hysteresisarbeit während einer Periode dar. Dividiert man die Hysteresisarbeit durch die Periodendauer, dann erhält man die Hysteresisverluste.

Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung der Hysteresisverluste bietet die Gleichung (26).

$$N_{\text{Hyst}} = \varepsilon \frac{f}{10^2} \left(\frac{B_{\text{max}}}{10^4} \right)^2 G_{\text{Fe}} [W] \quad (26)$$

ε = Verlustziffer

Aus dieser Gleichung können Sie entnehmen, daß die Hysteresisverluste

1. vom Material,
2. von der Frequenz und
3. vom Quadrat der maximalen magnetischen Induktion abhängen.

Sowohl die Hysteresis als auch die Wirbelstromverluste lassen sich durch einen Luftspalt im Eisenkern verringern.

2.343 Nachwirkungsverluste

Bei Spulen mit Eisenkernen treten noch die sogenannten Nachwirkungsverluste auf, die proportional mit

der Frequenz und dem Quadrat der maximalen magnetischen Induktion ansteigen. Die genaue Ursache dieser Verluste ist noch nicht bekannt. Molekulare Vorgänge lassen die Feldänderungen im Eisen nicht genau der Erregung in bezug auf die Zeit folgen. Man spricht daher von einer Nachwirkungserscheinung¹⁾.

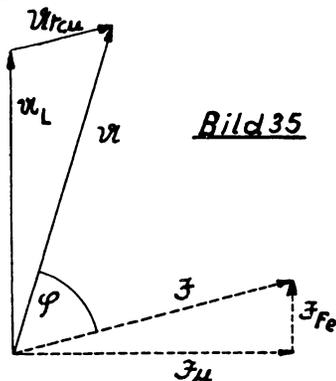
2.35 Vollständiges Ersatzschaltbild

=====

Die im Kapitel 2.34 untersuchten Verluste sind reine Wirkverluste und können als Eisenverluste zusammengefaßt werden. Bei Spulen mit Eisenkern unterscheidet man daher zwischen den durch den Drahtwiderstand der (Kupfer-) Wicklung hervorgerufenen Kupferverlusten N_{Cu} und den Eisenverlusten N_{Fe} .

$$N_V = N_{Cu} + N_{Fe} \quad (27)$$

Das in Bild 35 dargestellte Zeigerdiagramm veranschaulicht die Einflüsse der Verluste auf Strom und Spannung an der Spule.



*Zeigerdiagramm von Strom u. Spannung
an einer Spule mit Eisenkern*

¹⁾Nottebrock, Bauelemente der Nachrichtentechnik, Teil III Spulen, Fachverlag Schiele & Schön, Berlin 1950

Sie wissen bereits, daß zur Kennzeichnung dieser Kupferverluste ein in Reihe zum ideal induktiven Schaltelement geschaltetes OHMSches Schaltelement angenommen wird. Die an der Spule liegende Spannung setzt sich demnach aus den Teilspannungen $U_{r_{Cu}}$ und U_L zusammen.

Infolge der Eisenverluste fließt in der Spule kein reiner Blindstrom mehr. Der Spulenstrom setzt sich aus dem reinen Magnetisierungsstrom I_{μ} und dem die Eisenverluste deckenden Verluststrom I_{Fe} zusammen. Die Aufteilung des Gesamtstromes in eine Blind- und eine Wirkkomponente kann man schaltungsmäßig durch die Parallelschaltung eines idealen induktiven und eines idealen OHMschen Schaltelementes darstellen. Es läßt sich daher folgendes Ersatzschaltbild für eine Spule mit Eisenkern angeben:

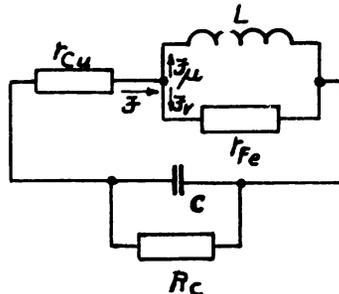


Bild 36

*Ersatzschaltbild einer Spule
mit Eisenkern und Verlusten*

Bei hohen Frequenzen müssen auch die durch die Spulenkapazitäten bedingten dielektrischen Verluste berücksichtigt werden.

Im Ersatzschaltbild sind sie durch das parallelgeschaltete OHMsche Schaltelement R_c gekennzeichnet.

Die dielektrischen Verluste entstehen vor allem in der Isolation der Spulendrähte und in dem Material des Spulenkörpers. Bei Kurzwellen verwendet man deshalb mitunter Drähte ohne Isolation und wickelt sie mit etwas Abstand zwischen den Windungen auf hochwertige Spulenkörper.

Wesentlichen Einfluß übt bei hohen Frequenzen auch der Skineffekt aus. Hochfrequenzspulen werden daher nicht aus Volldrähten, sondern aus Litze gewickelt, deren einzelne Adern gegeneinander isoliert sind. Um der Stromverdrängung wirksam zu begegnen, muß bei der Verdrillung darauf geachtet werden, daß sich die Einzeldrähte abwechselnd an der Oberfläche und im Inneren der Litze befinden.

Es müssen ferner alle Litzendrähte gut leitend angeschlossen sein. Sind ein oder mehrere Drähtchen durch schlechtes Verlöten oder durch Abreißen nicht an der Stromleitung beteiligt, dann steigen die Verluste durch den Skineffekt oft auf ein höheres Maß als bei einem entsprechenden Volldraht. Die HF-Litze wird hauptsächlich im Mittelwellenbereich verwendet. Bei sehr hohen Frequenzen (Kurzwellen- und Ultrakurzwellenbereiche) treten auch in der HF-Litze so große Verluste auf, daß man auf massive, sehr dicke Drähte zurückgreift. Die Verwendung von rohrförmigen Leitern ist in vielen Fällen wirtschaftlich nicht tragbar.

2.36 Praktische Ausführungsformen
= = = = =

2.361 Spulen ohne Kern

Als Leitermaterial kann je nach dem Verwendungszweck HF-Litze, Volldraht oder Rohr benutzt werden. Das Tragkörpermaterial besteht für Spulen, die

nicht freitragend gewickelt sind,

1. aus Bakelit- Hartpapier,
2. aus keramischen Massen oder für besonders hochwertige Spulen
3. aus dem verlustarmen Trolitul.

Vergleichen Sie hierzu Lehrbrief 2 "Kunststoffe"! Es gibt eine große Anzahl verschiedener Wicklungsarten; jede hat ihre besonderen Vorzüge und Nachteile aufzuweisen. Im Rahmen dieses Lehrbriefes kann auf diese Einzelheiten nicht eingegangen werden. Von den zahlreichen Ausführungsformen, wie z.B. ein- oder mehrlagige Zylinderspulen, Scheibenspulen, Kreuzspulen, Honigwabenspulen, Kammerspulen, Rahmenspulen, Ringspulen usw., werden heute meist nur noch die einlagige Zylinderwicklung, die Kreuzspulenwicklung und die Scheibenwicklung auf Spulenkörpern aus hochwertigem Isoliermaterial (Trolitul) mit übereinanderliegenden Kammern verwendet.

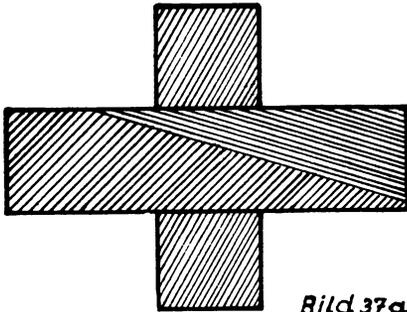


Bild 37a

Kreuzspulenwicklung

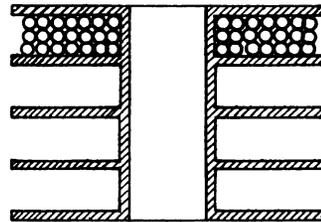


Bild 37b

*Scheibenwicklung
auf Mehrkammerspulenkörper*

Einlagige Zylinderspulen sind sehr kapazitätsarm. Reicht die Induktivität solcher Spulen nicht aus,

so daß man mehrere Wicklungslagen aufbringen muß, dann erhöhen sich die Kapazitäten erheblich. Zur Verringerung der Kapazitäten verwendet man Kreuzspulen oder Kamerspulen. Im Mittelwellenbereich liegen die Kapazitäten der oben genannten Spulen in der Größenordnung von 10 pF.

Die kernlosen Spulen werden heute im wesentlichen nur beim HF-Sender und in der Kurzwellenempfangstechnik angewendet.

2.362 Spulen mit geblechtem Eisenkern

Für Wickeldraht und Tragkörper gilt das schon in Abschnitt 2.361 Gesagte. Als Wickelart verwendet man vorwiegend die Zylinder- und die Scheibenwicklung. Die Spulen unterscheiden sich auch durch die Form des Kernschnittes. Da sich die Anwendung der Spulen mit geblechtem Eisenkern vor allem auf NF-Drosseln, Transformatoren und NF-Übertrager beschränkt, verzichten wir hier auf eine genauere Beschreibung.

2.363 Spulen mit Pulverkern

Ganz allgemein betrachtet werden Spulen mit einem Eisenkern versehen, um die Induktivität bei gleichem Wickelaufwand gegenüber der einer Luftspule zu erhöhen; das bedeutet neben geringerem Raumbedarf gleichzeitig eine Verringerung der Kupferverluste. Durch das Einführen eines Kernes besteht außerdem noch die Möglichkeit, die Induktivitätswerte der Spulen in geringen Grenzen zu regeln, d. h. nachträglich den Abgleich auf einen bestimmten Wert vorzunehmen. Die Verwendung von Spulenkernen bringt noch den weiteren Vorteil, daß sich hohe Induktivitäten bei verhältnismäßig geringen Eigenkapazitäten erreichen lassen.

Für Hochfrequenzspulen verwendet man zur Verringerung der Wirbelströme Massekerne. Diese bestehen

aus einem Karbonyleisenpulver, das mit elektrisch isolierenden Zusätzen vermischt wird. Es wird meist auf chemischem Wege gewonnen. Die einzelnen Teilchen des Pulvers, die einen Durchmesser von ca. 5μ besitzen, müssen Kugelform aufweisen, damit beim Pressen der Kerne die Isolierschicht nicht verletzt wird. Nähere Angaben über Ausgangsmaterial, Herstellungsverfahren usw. finden Sie in der Lehrbriefreihe "Werkstoffkunde".

Durch die Unterteilung der Kerne in gegeneinander isolierte Teilchen sinkt die Permeabilität stark ab. Für den Mittelwellenbereich liegt die relative Permeabilität etwa bei 10 - 15. Eine Erhöhung der Permeabilität läßt sich nur durch einen geringen Anteil an Isolier- und Bindemitteln erreichen. Dies ist jedoch wieder gleichbedeutend mit einer Erhöhung der Wirbelstromverluste.

Je nach dem Verwendungszweck der Spule wählt man einen bestimmten Massekernwerkstoff und eine bestimmte Kernform aus. Bild 38 zeigt Ihnen einige gebräuchliche Kernformen.

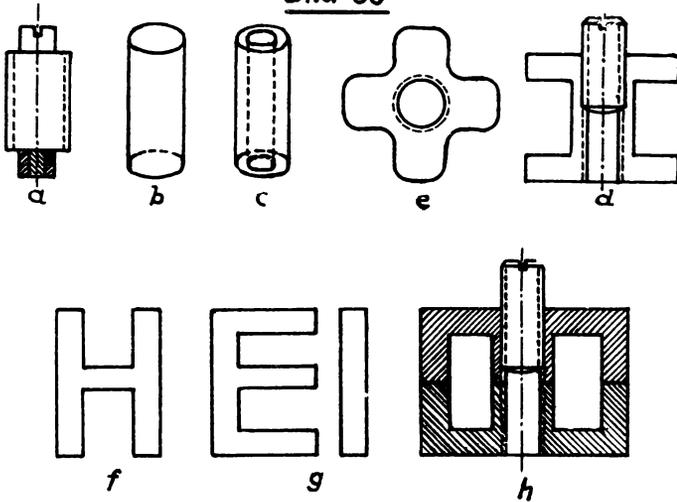
- Bild 38, Seite 84 -

2.364 Spulen mit Ferritkern

Ferrite sind ferromagnetische Metalloxydverbindungen, die einen sehr hohen spezifischen elektrischen Widerstand (ρ bis zu $10^8 \Omega \cdot \text{cm}$)¹⁾ besitzen. Der hohe spezifische Widerstand ermöglicht die Anwendung von Ferritvollkernen für Spulen auch bei sehr hohen Frequenzen, da hierdurch nur sehr kleine Wirbelstrom- und Hysteresisverluste auftreten.

1) Rint, Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker, Bd. III, Verlag für Radio-, Foto-, Kinetik, Berlin Borsigwalde 1954

Bild 38



- a) Gewindekern (Schraubkern) b) Stabkern
c) Rohrkern d) Rollenkern
e) Haspelkern (Draufsicht) f) H-Kern
g) EI-Kern h) Schalenkern

Die Ferrite werden durch Mischen und Sintern der Oxyde bei Temperaturen von 1000 ... 1400° C ¹⁾ hergestellt. Je nach der Zusammensetzung des Materials unterscheidet man einfache Ferrite und Mischferrite.

Als Handelsbezeichnung für Ferrite findet man z.B. Manifer (Hescho), Oxyfer (UdSSR), Ferroxcube I ... IV (Philips), Siferit (Siemens) und Kerapern (Drawolid). Die Herstellerwerke sind in den Klammern mit angeführt.

1) Tiedemann, Werkstoffe für die Elektrotechnik, Fachbuchverlag, Leipzig 1951

Da Ferritkerne aus Vollmaterial bestehen und deshalb eine höhere Festigkeit als die Massekerne besitzen, lassen sich Kernformen herstellen, wie sie aus Massekernwerkstoffen nicht angefertigt werden können. Ein weiterer Vorteil der Ferritkerne liegt in der höheren Permeabilität der Kerne, was gleichbedeutend ist mit einer Gütesteigerung der Spule.

2.365 Spulen mit stetig regelbarer Induktivität (Variometer)

Unter Variometern versteht man Spulen, deren Induktivität durch eine äußere Einwirkung in einem bestimmten Bereich stetig regelbar ist. Die Tafel 3 vermittelt Ihnen einen Überblick über die wichtigsten Ausführungsformen von Variometern.

- Tafel 3: Variometer ¹⁾

Besondere Beachtung müssen wir dem Schiebekernvariometer schenken. Diese Ausführung wird in zahlreichen Geräten der Funkempfangs- und Sendetechnik angewendet. Bei sehr vielen Rundfunkempfängern unserer Industrie wird die Abstimmung im Ultrakurzwellenbereich mit Schiebekernvariometern vorgenommen. Man findet auch einige Empfängerarten, bei denen die Sendereinstellung im Kurz-, Mittel- und Langwellenbereich nach diesem Prinzip geschieht. Man bezeichnet die Abstimmung mit Schiebekernvariometern als Permeabilitätsabstimmung.

Die Induktivität einer Spule kann allgemein mit der Beziehung $L = \frac{w^2}{R_m}$ berechnet werden. Durch ein mehr oder weniger tiefes Eintauchen des Kernes ändert sich die relative Permeabilität des für die Induktivität maßgebenden magnetischen Widerstandes. Auf diese Weise läßt

¹⁾ Nottebrock, Bauelemente der Nachrichtentechnik, Teil III Spulen, Fachverlag Schiele & Schön, Berlin 1950

sich eine Induktivitätsänderung erzielen.

Zusammenfassung

=====

Der induktive Widerstand einer Spule hängt von der Größe der Induktivität und der Frequenz ab:

$$R_L = \omega L$$

Eine technische Spule besitzt neben ihrem induktiven auch noch einen OHMschen und einen kapazitiven Widerstand.

Die durch den OHMschen Widerstand bedingten Verluste hängen vom Wicklungsmaterial, von seinen Ausmaßen und der Frequenz (Skineffekt) ab. Der Gleichstromwiderstand der Spule beträgt:

$$r = \frac{w l_m}{F}$$

Für den Gesamtwiderstand der Spule gilt bei Berücksichtigung des OHMschen Drahtwiderstandes: $\mathcal{R} = r + j\omega L$

Durch den OHMschen Widerstand wird die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung an der Spule kleiner als 90° .

Ein Maß für die Verluste bzw. die Güte der Spule stellen der Verlustfaktor und der Gütefaktor dar:

$$\tan \delta_L = \frac{r}{\omega L} \quad ; \quad S_L = \frac{\omega L}{r}$$

Beide Größen sind frequenzabhängig.

Bei Spulen mit Eisenkern treten zusätzlich Wirbelstrom-, Hysteresis- und Nachwirkungsverluste auf. Während die Hysteresisverluste proportional mit der Frequenz ansteigen, erhöhen sich die Wirbelstromverluste mit dem Quadrat der Frequenz. Zur Verringerung der Wirbelstromverluste verwendet man für Hochfrequenzspulen Massekerne.

Eine Verringerung des Skineffektes kann durch die Verwendung von Hochfrequenzlitze erzielt werden.

Zur Verringerung der Kapazitäten verwendet man Kreuzspulwicklungen und Scheibenwicklungen auf Mehrkammerspulenkörper. Besonders günstige

Eigenschaften als Spulenkern bei Hochfrequenz besitzen die aus Vollmaterial hergestellten Ferritkerne. Variometer sind Spulen mit regelbarer Induktivität, die z.B. zur Permeabilitätsabstimmung in Rundfunkempfängern Verwendung finden.

Übungen

= = = = =

- 24) Welche Verluste treten an Spulen mit Eisenkern bei Hochfrequenz auf?
Erklären Sie die Ursachen für die Verluste physikalisch!
Welche Maßnahmen können zur Verringerung der Verluste getroffen werden?
- 25) Eine Spule mit $L = 75 \mu\text{H}$ besitzt einen Verlustwiderstand $r = 4 \Omega$. Wie groß ist der Verlustfaktor der Spule bei einer Frequenz von 500 KHz ?
Wie groß ist der entsprechende Gütefaktor der Spule?
- 26) Was ist bei der Verwendung von HF-Litze zu beachten?
- 27) Warum besitzen Mehrkammerspulen eine verhältnismäßig geringe Kapazität?
- 28) Nennen Sie Vorteile der Ferritkerne gegenüber den Massekernen!

2.4 Der Kondensator
= = = = =

2.41 Kapazitiver Widerstand
= = = = =

Der kapazitive Widerstand eines Kondensators hängt von der Größe der Kapazität und der Frequenz ab:

$$R_c = \frac{1}{\omega C}$$

Die Bemessungsgleichung für die Kapazität lautet allgemein:

$$C = \frac{\epsilon F}{d}$$

Es bedeuten:

ϵ = Dielektrizitätskonstante

F = Fläche der Platten

d = Abstand der Platten

Da sich in den meisten Fällen Kapazität und kapazitiver Widerstand in Abhängigkeit von der Größe der Spannung und des Stromes nicht ändern, kann man den Kondensator als lineares Schaltelement betrachten.

Ähnlich wie beim OHMschen Schaltelement und bei der Spule übt die Temperatur auch auf die Größe der Kapazität und damit auf den kapazitiven Widerstand einen Einfluß aus. Näheres hierzu erfahren Sie im Lehrbrief 2 "Grundlagen der HF-Technik".

Ein Kondensator, der ein reines Blindelement darstellt, läßt sich praktisch nicht herstellen.

Als nahezu verlustfrei kann lediglich der Normalluftkondensator angesehen werden. Bei allen anderen Kondensatoren treten infolge der Erwärmung des Dielektrikums Verluste auf, die wir jetzt untersuchen wollen.

2.42 OHMscher Widerstand
= = = = =

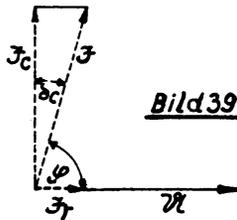
Man unterscheidet beim Kondensator zwei Verlustarten:

1. Isolationsverluste und
2. dielektrische Verluste.

Die Isolationsverluste entstehen durch die stets vorhandene elektrische Leitfähigkeit jedes Isolierstoffes. Das Dielektrikum des Kondensators stellt keinen absoluten Nichtleiter dar, sondern wird stets von einem wenn auch geringen Strom durchflossen. Dieser Verluststrom erwärmt das Dielektrikum. Er kann als reine Wirkstromkomponente angesehen werden und tritt sowohl bei Gleich- als auch bei Wechselspannung auf.

Liegt am Kondensator eine Wechselspannung, dann wächst der Verluststrom mit der Frequenz. Dieser erhöhte Verluststrom verursacht die sogenannten dielektrischen Verluste. Man erklärt sein Auftreten mit Inhomogenitäten und Polarisationserscheinungen im Dielektrikum.

Infolge des Verluststromes verliert der Kondensator die Eigenschaften des reinen Blindschaltelementes. Der Kondensatorstrom setzt sich aus einem Blindstrom und einem Wirkstrom zusammen, wie das in Bild 39 dargestellt ist.



*Zeigerdiagramm von Strom u. Spannung
am Kondensator mit Verlusten*

Der Kondensator wirkt jetzt so, als ob parallel

zu einem idealen kapazitiven Schaltelement noch ein ideales OHMSches Schaltelement läge. Es läßt sich daher folgendes Ersatzschaltbild angeben:

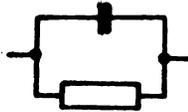


Bild 40a



Bild 40b

*Ersatzschaltbild u. Pfeildiagramm
eines Kondensators mit Verlusten*

Das im Bild 40a dargestellte OHMSche Schaltelement ist in Wirklichkeit nicht vorhanden, sondern dient lediglich als Ersatzgröße zur formalen Beschreibung der Verluste. Bild 40b zeigt das zugehörige Pfeildiagramm.

Der Gesamtleitwert des Kondensators kann mit der Beziehung

$$G_f = G + j\omega C$$

berechnet werden. Für den Widerstand gilt entsprechend:

$$R = \frac{1}{G + j\omega C}$$

Man kann die Verluste auch durch ein in Serie geschaltetes OHMSches Schaltelement darstellen. Der Zusammenhang zwischen dem parallelgeschalteten und dem in Serie geschalteten OHMSchen Schaltelement ist durch die Gleichungen (12a) und (12b) gegeben. Sie erkennen aus Bild 40b, daß die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom nicht mehr 90° beträgt, sondern um den Winkel δ_c kleiner geworden ist. Der Verlustwinkel δ_c liegt bei Kondensatoren

in der Größenordnung von 10^{-3} bis 10^{-5} .

$$\tan \delta_c = \frac{I_r}{I_c} = \frac{r}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C \cdot r \quad (28)$$

heißt Verlustfaktor eines Kondensators. Wie bei der Spule gilt auch hier:

$$d_c = \omega C \cdot r \quad (28a)$$

$$s_c = \frac{1}{\omega C \cdot r} \quad (28b)$$

Der Zusammenhang zwischen Verlustfaktor und Gütefaktor ist durch die Beziehung

$$\tan \delta_c = \frac{1}{s_c} \quad (28c)$$

gegeben. Aus den Gleichungen (28) und (28b) erkennen Sie, daß der Verlustfaktor und der Gütefaktor frequenzabhängige Größen sind.

Besitzt ein Kondensator nur ein Dielektrikum, dann stimmen der Verlustwinkel des Kondensators und der Verlustwinkel des Dielektrikums überein.

In Tafel 4 sind die Dielektrizitätskonstanten und Verlustwinkel einiger Nichtleiter wiedergegeben.

Die Angaben sind Mittelwerte für Frequenzen von 100 KHz bis 10 MHz.

Tafel 4

Dielektrizitätskonstanten und Verlustfaktoren einiger Nichtleiter ¹⁾

2.43 Induktiver Widerstand = = = = =

Kondensatoren besitzen auch Induktivitätseigenschaften. Diese Induktivitäten werden hervorgerufen durch

1) Pitsch, Lehrbuch der Funkempfangstechnik, 2. Auflage, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig KG, Leipzig 1953

die den Kondensator bildenden Leiter (z.B. Metallfolien bei Wickelkondensatoren) und durch die Zuleitungen. Das Verhalten eines Kondensators mit Induktivitäten und Verlusten läßt sich durch das in Bild 41 dargestellte Ersatzschaltbild charakterisieren.

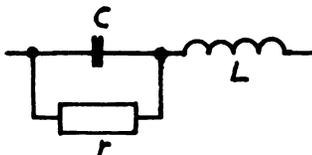


Bild 41

Ersatzschaltbild eines technischen Kondensators

Das Ersatzschaltbild des Kondensators kann als ein Reihenschwingkreis angesehen werden. Man muß jedoch berücksichtigen, daß dieser Schwingkreis weit unterhalb seiner Resonanzfrequenz betrieben wird. Beachten Sie folgenden Hinweis, der im Lehrbrief 2 "Grundlagen der HF-Technik" näher erläutert wird:

Ein Reihenschwingkreis verhält sich wie
ein Kondensator bei $f \ll f_{res}$
ein OHMsches Schaltelement bei $f = f_{res}$
eine Spule bei $f \gg f_{res}$

Um zu vermeiden, daß die Frequenz der an einem Kondensator liegenden Spannung in die Größenordnung der Resonanz- oder Eigenfrequenz des Kondensators fällt, muß für einen induktionsarmen Aufbau des Kondensators gesorgt werden.

2.44 Praktische Ausführungsformen =====

2.441 Festkondensatoren

Die Kondensatoren lassen sich z.B. nach dem Material des verwendeten Dielektrikums einteilen.

1.) Papierkondensatoren

Bei den Papierkondensatoren bestehen die Metallbelege aus Metallfolien (meist Aluminium) und das Dielektrikum aus getränkten Papieren. Diese Kondensatoren werden als Wickelkondensatoren ausgeführt; sie können sowohl Rohrform als auch Becherform haben.

Während sich die mit Vergußmasse abgeschlossenen Kondensatoren nur für trockene Räume eignen, lassen sich die in einem zugelöteten Metallgehäuse befindlichen dichten Kondensatoren auch in feuchter Umgebung verwenden (in Fahrzeugen, Flugzeugen, Schiffen, bei Tropenbeanspruchung usw.).

Das Anwendungsgebiet der Papierkondensatoren erstreckt sich vorwiegend auf Sieb- und Entstörungszwecke in NF- und Netzteilen. Besonders spannungsfeste Ausführungsformen werden als Sieb- und Koppelkondensatoren in Hochfrequenzsendeanlagen und Oszillografen angewendet.

2.) Metallpapierkondensatoren

Bei den Metallpapierkondensatoren wird ein fest haftender Metallbelag auf das als Dielektrikum dienende Papier aufgedampft. Die sehr dünne Metallfolie verdampft bei Durchschlägen und verhindert dadurch bleibende Kurzschlüsse. Weitere Vorteile der MP-Kondensatoren gegenüber den normalen Papierkondensatoren bestehen in dem kleinen Volumen und Gewicht bei gleichen Kapazitäten. MP-Kondensatoren besitzen in der Regel Kapazitätswerte

von 0,1 ... 7,5 μF und dienen zu Sieb- und Entstörungszwecken.

3.) Kunstfolienkondensatoren

Als Dielektrikum dienen bei den Kunstfolienkondensatoren aus Polystrol hergestellte Folien, z.B. Styroreflexfolien. Man stellt normalerweise Kapazitätswerte von 10 000 pF bis 0,5 μF her. Kunstfolienkondensatoren besitzen einen kleinen Verlustfaktor ($\tan \delta_c = 10^{-4}$ bei 100 kHz) und sind unempfindlich gegen Feuchtigkeitseinflüsse.

Die bisher genannten Arten von Kondensatoren gehören zu den Wickelkondensatoren. Zur Verminderung der Wickelinduktivität können die einzelnen Windungen der Wickel an den Stirnseiten durch Verlöten kurzgeschlossen werden.

4.) Elektrolytkondensatoren

Bei den Elektrolytkondensatoren besteht die eine Elektrode aus einer Aluminiumfolie mit einer als Dielektrikum dienenden Aluminiumoxydschicht. Die zweite Elektrode wird durch den flüssigen oder eingedickten Elektrolyten gebildet. Die Aluminiumoxydschicht wirkt wie ein Gleichrichter und läßt den Strom nur in einer Richtung durch. Aus diesem Grunde muß auf eine richtige Polung der Elektrolytkondensatoren geachtet werden. Sie dürfen deshalb auch nie an eine reine Wechselspannung gelegt werden, sondern müssen stets eine Vorspannung erhalten, die größer ist als der Maximalwert der Wechselspannung.

Für besondere Zwecke stellt man auch ungepolte Elektrolytkondensatoren her. Sie bestehen aus der Gegeneinanderschaltung zweier gepolter Elektrolytkondensatoren. Durch diese Zusammenschaltung erhält man die Sperrwirkung in beiden Richtungen.

Infolge der unvollständigen Ventilwirkung des Dielektrikums fließt bei angelegter Spannung stets ein Reststrom durch den Kondensator, der als Maß für die Güte des Kondensators angesehen werden kann. Der Verlustfaktor von Elektrolytkondensatoren bewegt sich im Niederfrequenzbereich zwischen $200 \cdot 10^{-4}$ und $600 \cdot 10^{-4}$.

Die Eigenschaften des Elektrolytkondensators (Reststrom, Spannungsfestigkeit, $\tan \delta_c$) verschlechtern sich mit zunehmender Temperatur. Elektrolytkondensatoren müssen gegen Erwärmung von außen geschützt werden, da sie sich selbst schon durch den Verluststrom erwärmen.

Man benutzt die Elektrolytkondensatoren zur Siebung in Stromversorgungsstellen von Geräten der HF- und Fernmeldetechnik. Niedervoltekos findet man vorwiegend als Überbrückung von Katodenwiderständen.

5.) Glimmerkondensatoren

Kondensatoren mit Glimmer oder Glas als Dielektrikum zeichnen sich durch eine hohe Spannungsfestigkeit und einen geringen Verlustfaktor aus ($\tan \delta_c = 10^{-5}$ bei Frequenzen von 50 Hz bis zu einigen MHz). Die hergestellten Kapazitätswerte liegen bei 100 bis 5000 pF. Als Anwendungsgebiet kommt vor allem die Meßtechnik und die Starkstromtechnik in Frage.

6.) Keramikkondensatoren

Bei den Keramikkondensatoren dienen als Dielektrikum keramische Massen. Die Beläge werden durch fest aufgebraute Metalle gebildet. Man stellt verschiedene Ausführungen her, wie z.B. Scheiben-, Plättchen-, Hütschen-, Röhrenkondensatoren usw. Die Kapazitätswerte liegen bei 0,2 pF bis 2000 pF. Der Verlustfaktor bei 1 MHz beträgt etwa $4 \cdot 10^{-4}$.

Die Anwendung dieser Kondensatoren ist sehr vielseitig und umfaßt sowohl die Funkempfangs- als auch die Sendetechnik.

7.) Luftkondensatoren

Festkondensatoren mit Luft als Dielektrikum dienen fast ausschließlich zu Meßzwecken in der Hochspannungstechnik.

Als Ergänzung des in diesem Kapitel behandelten Stoffes über Festkondensatoren empfehlen wir Ihnen, noch folgende Beiträge aus der Zeitschrift "Radio und Fernsehen" zu studieren: Kondensatorfertigung im VEB Kondensatorenwerk Gera", Heft 12/54, S.350; "Fertigung von Bauelementen im VEB Keramische Werke Hermsdorf", Heft 16/55, S. 480 sowie "Entwicklungsarbeit an Kondensatoren", Heft 20/55, S. 608.

2.442 Veränderliche Kondensatoren

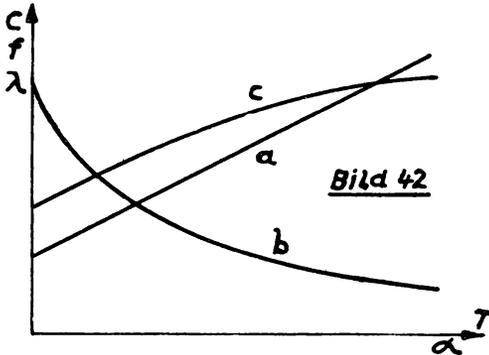
Man unterscheidet Dreh-, Schiebe- und Quetschkondensatoren. Bei der ersten beiden Arten wird ein beweglicher Plattensatz (Stator) hineingedreht oder geschoben. Die Änderung der wirksamen Plattenflächen bewirkt die Veränderung der Kapazität. Die Kapazität erreicht den größten Wert bei voll hineingedrehtem Rotor.

Man benutzt die Drehkondensatoren vor allem zu Abstimmzwecken und zur Rückkopplung. In der Funkempfangstechnik verwendet man vorwiegend den Luftdrehkondensator wegen seines geringen Verlustfaktors. Bei nur geringen Anforderungen werden die raumsparenden Kondensatoren mit festem Dielektrikum eingesetzt. Bei den Quetschkondensatoren erfolgt die Kapazitätsänderung durch eine Abstandsänderung der Beläge.

Im folgenden wollen wir uns mit den Luftdrehkondensatoren beschäftigen. Ähnlich wie bei den Potentiometern läßt sich auch bei den Drehkondensatoren die Abhängigkeit der Kapazitätsänderung vom Drehwinkel durch eine Regelkennlinie darstellen. Durch verschiedene Ausführungsformen der Plattenschnitte können bestimmte Regelkennlinien erreicht werden.

1.) Der kapazitätslineare Drehkondensator

Im Bild 42 sehen Sie die Kennlinien eines Drehkondensators mit kapazitätslinearem Plattenschnitt.



Kennlinien

des kapazitätslinearen Drehkondensators

a : $C = f(\alpha)$

b : $f = f(\alpha)$

c : $\lambda = f(\alpha)$

Bei Drehkondensatoren mit halbkreisförmigen Platten ändert sich die Kapazität linear mit dem Drehwinkel, wenn die Drehachse im Mittelpunkt des Kreises liegt (Kreisplattenkondensator).

Wird der Drehkondensator mit einer Spule zusammengeschaltet, dann ergibt sich die Abhängigkeit zwischen Kapazität und Frequenz durch die Beziehung:

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad (23)$$

Bei konstantem L wird daraus:

$$f = K_1 \cdot \frac{1}{C} \quad (23a)$$

Den Zusammenhang zwischen Frequenz und Drehwinkel zeigt die Kennlinie b. Sie erkennen daraus, daß sich der Kreisplattenkondensator nicht zur Abstimmung in Rundfunkempfängern eignet. Aus der Kennlinie geht hervor, daß sich die Sender am Anfang des Drehbereiches stark zusammendrängen, am Ende jedoch weit auseinandergezogen sind.

Die Beziehungen zwischen Wellenlänge und Kapazität sind durch die Gleichung

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{f} \quad (29)$$

gegeben.

Wir wollen jetzt den Zusammenhang zwischen der Kapazität und dem Drehwinkel berechnen¹⁾.

Die Kapazität eines Plattenfestkondensators mit n Platten läßt sich mit der Formel

$$C = (n-1) \frac{\epsilon_0 \epsilon_{rel} F}{d} \quad (30)$$

berechnen. Mit

$$\epsilon_0 \approx \frac{10^{-12}}{0,4\pi \cdot 9} \left[\frac{F}{cm} \right] \quad (31)$$

ergibt sich:

$$C = (n-1) \frac{\epsilon_{rel} F \cdot 10^{-11}}{4\pi \cdot 9 \cdot d} [F] \quad (30a)$$

oder mit

$$1cm = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} [F]:$$

¹⁾Kammerloher, Hochfrequenztechnik Teil I, 6. Auflage, Wintersche Verlagshandlung, Füssen 1949

$$C = (n-1) \frac{\epsilon_{\text{rel}} \cdot F}{4\pi d} \quad [\text{cm}] \quad (30b)$$

Bild 43 zeigt den Plattenschnitt des kapazitätslinearen Drehkondensators.

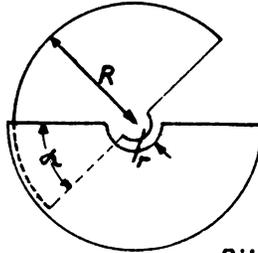


Bild 43

Kreisplattenkondensator

Als wirksame Fläche erhält man mit α in Bogenmaß gemessen:

$$F = \left(\frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2} \right) \alpha \quad (32)$$

Die Kapazität wird damit:

$$C = (n-1) \epsilon_{\text{rel}} \frac{R^2 - r^2}{8\pi d} \alpha \quad [\text{cm}] \quad (33)$$

Da n , ϵ_{rel} , R , r und d konstant bleiben, wird $C \sim \alpha$.

Die Maximalkapazität ergibt sich bei:

$$C_{\text{max}} = (n-1) \epsilon_{\text{rel}} \frac{R^2 - r^2}{8d} \quad [\text{cm}] \quad (33a)$$

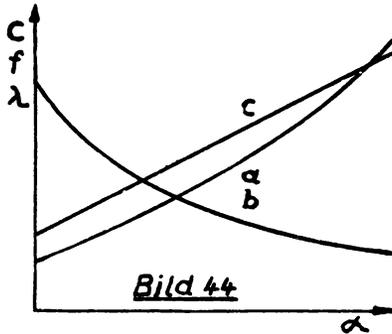
2.) Der wellengerade Drehkondensator

Bild 44 zeigt Ihnen die Kennlinien eines Drehkondensators mit wellengeradem Plattenschnitt.

Bild 44, Seite 100 -

Sie erkennen aus dem Diagramm in Bild 44, daß sich die Wellenlänge linear mit dem Drehwinkel verändert.

Auch diese Kondensatoren eignen sich nicht für die



*Kernlinien des wellengeraden
Drehkondensators*

- $a: c = f(\alpha)$
- $b: f = f(\lambda)$
- $c: \lambda = f(\alpha)$

Abstimmung in Rundfunkempfängern, da die Frequenzänderung den prinzipiell gleichen Verlauf zeigt wie beim Kreisplattenkondensator. Bei Verwendung eines wellengeraden Drehkondensators zur Abstimmung sind die Sender auf der Skala zwar nach Wellenlängen gleichmäßig verteilt, jedoch nicht - wie es erforderlich ist - nach Frequenzen. Sie erfahren hierüber Näheres in einem weiteren Lehrbrief. Den Plattenschnitt des wellengeraden Drehkondensators zeigt Ihnen Bild 45.

- Bild 45, Seite 101 -

Zur Bestimmung von $C = f(\alpha)$ muß zunächst die Funktion der Randkurve der Platten ermittelt werden. Mit dieser Randkurvengleichung läßt sich durch Integration die Fläche der Platten und damit die Kapazität ermitteln. Wir verzichten hier auf die Ableitung und verweisen Sie auf Kammerloher,

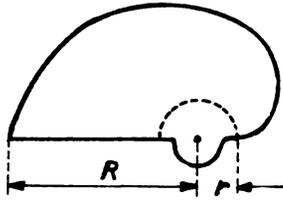


Bild 45

*Nierenförmiger Plattenschnitt
des wellengeraden Drehkondensators*

Hochfrequenztechnik Teil I. Die Endformeln lauten:

$$\text{Randkurve } R = \sqrt{\left(R_{\max}^2 - r^2\right) \frac{\alpha^\circ}{180^\circ} + r^2} \quad (34)$$

$$\text{Maximalkapazität } C_{\max} = (n-1) \epsilon_{\text{rel}} \frac{R_{\max}^2 - r^2}{16 d} \quad (35)$$

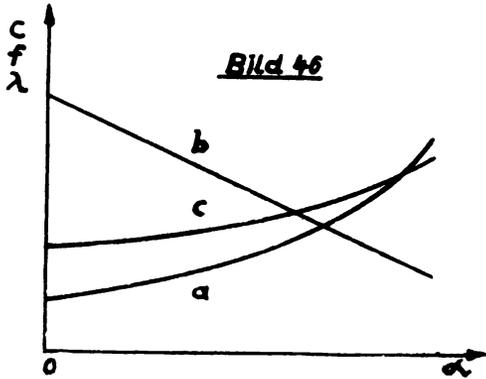
3.) Der frequenzgerade Drehkondensator

Aus dem bisher Gesagten werden Sie erkannt haben, daß man für die Abstimmung in Rundfunkempfängern Drehkondensatoren mit frequenzlinearem Plattenschnitt benötigt. Bild 46 zeigt die Kennlinien eines solchen Kondensators.

- Bild 46, Seite 102 -

Die Frequenz ändert sich linear mit dem Drehwinkel. Welche Randkurve müssen die Platten eines frequenzgeraden Drehkondensators besitzen? Wir wollen jetzt die Funktion der Randkurve sowie die Abhängigkeit der Kapazität vom Drehwinkel berechnen. Schaltet man den Drehkondensator mit einer Spule zusammen, dann gilt bei konstantem L:

$$C = K_1 \cdot \frac{1}{f^2} \quad (23a)$$



*Kennlinien des frequenzgeräten
Drehkondensators*

a . $C = f(\alpha)$

b : $f = f(\alpha)$

c : $\lambda = f(\alpha)$

Bild 47 verdeutlicht noch einmal die Forderung nach Proportionalität zwischen Frequenz und Drehwinkel.

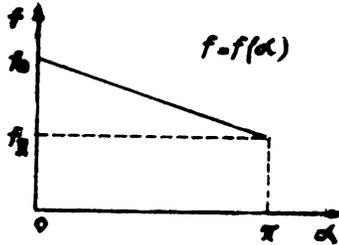


Bild 47

Die Gleichung der in Bild 47 dargestellten Geraden lautet:

$$f = - \frac{f_0 - f_\pi}{\pi} \alpha + f_0 \quad (36)$$

Es bedeuten:

f_0 = Frequenz beim Drehwinkel $\alpha = 0^\circ$, d.h. bei völlig herausgedrehtem Plattensatz;

f_π = Frequenz beim Drehwinkel $\alpha = 180^\circ$, d.h. bei völlig hineingedrehtem Plattensatz.

Durch Einsetzen von Gleichung (36) in Gleichung (23a) erhält man:

$$C = K_1 \cdot \frac{1}{\left(f_0 - \frac{f_0 - f_\pi}{\pi} \alpha\right)^2} \quad (37)$$

Unter Verwendung der Quotientenregel ergibt sich für die Kapazitätsänderung:

$$\frac{dC}{d\alpha} = \frac{K_1 2 \left(\frac{f_0 - f_\pi}{\pi}\right)}{\left(f_0 - \frac{f_0 - f_\pi}{\pi} \alpha\right)^3} \quad (38)$$

Bei kreisförmigem Plattenschnitt galt:

$$C = (n-1) \varepsilon_{\text{rel}} \frac{R^2 - r^2}{8\pi d} \alpha \quad (33)$$

oder vereinfacht:

$$C = K_2 (R^2 - r^2) \alpha \quad (33b)$$

und entsprechend:

$$\frac{dC}{d\alpha} = K_2 (R^2 - r^2) \quad (39)$$

Sollen die Kapazitätsänderungen in den Gleichungen (38) und (39) gleich sein, dann erhält man:

$$K_2 (R^2 - r^2) = \frac{K_1 2 \left(\frac{f_0 - f_\pi}{\pi}\right)}{\left(f_0 - \frac{f_0 - f_\pi}{\pi} \alpha\right)^3} \quad (40)$$

$R - r$ stellt den wirksamen Radius der Platten dar.

Für den größten wirksamen Radius $(R-r)_{\text{max}}$ bei ergibt sich:

$$K_2 (R^2 - r^2)_{\text{max}} = \frac{K_1 2 \left(\frac{f_0 - f_\pi}{\pi}\right)}{f_\pi^3} \quad (40a)$$

Aus dem Verhältnis $\frac{R-r}{(R-r)_{\max}}$, d.h. Gl.(40) dividiert durch Gl. (40a)

$$\frac{R^2 - r^2}{(R^2 - r^2)_{\max}} = \frac{f_{\pi}^3}{\left(f_0 - \frac{f_0 - f_{\pi}}{\pi} \alpha\right)^3} \quad (41)$$

erhält man:

$$R^2 = \frac{f_{\pi}^3 (R^2 - r^2)_{\max}}{\left(f_0 - \frac{f_0 - f_{\pi}}{\pi} \alpha\right)^3} + r^2 \quad (42)$$

Unter Berücksichtigung, daß $r = \text{konst.}$, wird

$$(R^2 - r^2)_{\max} = R_{\max}^2 - r^2$$

$$R = \sqrt{\frac{R_{\max}^2 - r^2}{\left[\frac{f_0}{f_{\pi}} - \left(\frac{f_0}{f_{\pi}} - 1\right) \frac{\alpha}{\pi}\right]^3}} + r^2} \quad (43)$$

Randkurve des frequenzgeraden Drehkondensators

Mit dieser Randkurve läßt sich durch Integration die Fläche der Platten und damit die Kapazität des Kondensators bestimmen. Allgemein gilt:

$$F = \int_0^{\pi} \frac{R^2 - r^2}{2} d\alpha \quad (32a)$$

Für unseren Fall wird daraus unter Verwendung von Gleichung (43):

$$F = \int_0^{\pi} \frac{R_{\max}^2 - r^2}{2 \left[\frac{f_0}{f_{\pi}} - \left(\frac{f_0}{f_{\pi}} - 1\right) \frac{\alpha}{\pi}\right]^3} d\alpha \quad (44)$$

Durch Zusammenfassen der konstanten Größen kann

man den Integranden vereinfachen:

$$\frac{R_{\max}^2 - r^2}{2} = a \quad ; \quad \frac{f_0}{f_{\pi}} = b \quad ; \quad \left(\frac{f_0}{f_{\pi}} - 1 \right) \frac{1}{\pi} = c$$

$$F = a \int_0^{\pi} (b - c \alpha)^{-3} d\alpha \quad (44a)$$

Dieses Integral läßt sich mit Hilfe einer Substitution lösen: $b - c\alpha = u \quad ; \quad d\alpha = -\frac{du}{c}$

Nach der Integration und Resubstitution ergibt sich:

$$F = \frac{R_{\max}^2 - r^2}{4} \cdot \frac{\pi}{\frac{f_0}{f_{\pi}} - 1} \cdot \left[\frac{1}{\left[\frac{f_0}{f_{\pi}} - \left(\frac{f_0}{f_{\pi}} - 1 \right) \frac{\alpha}{\pi} \right]^2} \right]_0^{\pi} \quad (44b)$$

Durch Einsetzen der Grenzen $\alpha = \pi$ und $\alpha = 0$ folgt:

$$F = (R_{\max}^2 - r^2) \cdot \frac{\pi}{4} \left[\frac{1}{\frac{f_0}{f_{\pi}} - 1} - \frac{1}{\left(\frac{f_0}{f_{\pi}} - 1 \right) \left(\frac{f_0}{f_{\pi}} \right)^2} \right] \quad (44c)$$

Diese Gleichung läßt sich durch Umformungen vereinfachen:

$$F = (R_{\max}^2 - r^2) \frac{\pi}{4} \left[\frac{f_{\pi} (f_0^2 - f_{\pi}^2)}{f_0^2 (f_0 - f_{\pi})} \right] \quad (44d)$$

Für $f_0^2 - f_{\pi}^2$ kann man schreiben $(f_0 + f_{\pi})(f_0 - f_{\pi})$; daraus ergibt sich:

$$F = \frac{\pi}{4} (R_{\max}^2 - r^2) \left[\frac{f_{\pi}}{f_0} + \left(\frac{f_{\pi}}{f_0} \right)^2 \right] \quad (45)$$

Plattenfläche des frequenzgeraden Drehkondensators

Durch Einsetzen von Gleichung (45) in die Beziehung für die Kapazität eines Plattenkondensators,

Gleichung (30b), erhält man die Maximalkapazität:

$$C_{\max} = (n-1) \epsilon_{\text{rel}} \frac{\frac{f_{\text{W}}}{f_0} + \left(\frac{f_{\text{W}}}{f_0}\right)^2}{16 d} (R_{\max}^2 - r^2) \quad (46)$$

Maximalkapazität des frequenzgeraden Drehkondensators

Mit Hilfe der Gleichung (43) läßt sich die Randkurve einer Platte des frequenzgeraden Drehkondensators berechnen. Bild 48 zeigt Ihnen den Plattenschnitt.

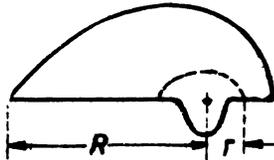


Bild 48

Plattenschnitt des frequenzlinearen Drehkondensators

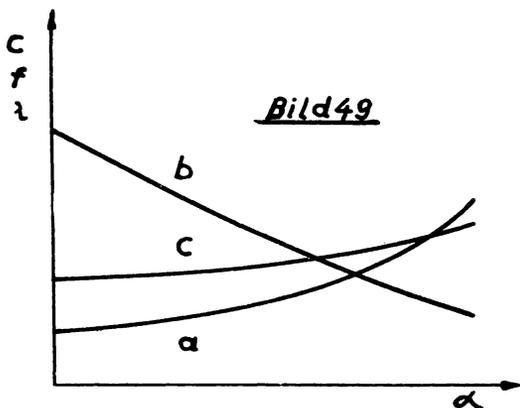
Aus Bild 48 erkennen Sie, daß die Plattenform an dem einen Ende sehr spitz zuläuft. Das ist gleichbedeutend mit einer mechanischen Instabilität des Plattensatzes. Deshalb sowie auch aus anderen Gründen (Gleichlaufprobleme) entwickelte man noch einen weiteren Plattenschnitt.

4.) Der logarithmische Drehkondensator

Bild 49 zeigt Ihnen die Kennlinien des Drehkondensators mit logarithmischem Plattenschnitt.

- Bild 49, Seite 107 -

Aus einem Vergleich der Bilder 44, 46 und 49 geht hervor, daß der logarithmische Drehkondensator eine Mittelstellung zwischen dem wellengeraden und dem frequenzgeraden Drehkondensator einnimmt.



Kennlinien des logarithmischen Drehkondensators

- a) $c = f(\alpha)$
- b) $f = f(\alpha)$
- c) $\lambda = \lambda(\alpha)$

Auf die Ableitung der mathematischen Beziehungen wollen wir hier verzichten. Der Weg ist prinzipiell der gleiche wie beim frequenzgeraden Drehkondensator. Ausgehend von der Funktion der Kurve $c = f(\alpha)$ in Bild 49:

$$C = C_0 e^{K\alpha} \quad (47)$$

worin C_0 die Anfangskapazität und K eine aus der Grenzbedingung $\alpha = \pi$ und $C = C_{\max}$ gewonnene Konstante

$$K = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{C_{\max}}{C_0} \right) \quad (48)$$

darstellt, gelangt man zu folgenden Ergebnissen:

$$R = \sqrt{\left(R_{\max}^2 - r^2 \right) \left(\frac{C_{\max}}{C_0} \right)^{\frac{\alpha^\circ - 180^\circ}{180^\circ}} + r^2} \quad (49)$$

$$C_{\max} = (n-1) \epsilon_{\text{rel}} \frac{R^2_{\max} - r^2}{8d} \cdot \frac{1 - \frac{C_0}{C_{\max}}}{\ln\left(\frac{C_{\max}}{C_0}\right)} \quad (50)$$

Maximalkapazität des logarithmischen Drehkondensators

Bild 50 zeigt Ihnen den Plattenschnitt des logarithmischen Drehkondensators.

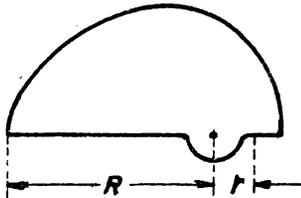


Bild 50

Logarithmischer Plattenschnitt

Aus wirtschaftlichen Gründen (einfache Herstellung) verwendet man heute vielfach den Drehkondensator mit halbkreisförmigem Plattenschnitt, wobei die Drehachse exzentrisch angeordnet ist.

5.) Trimmer

Zum genauen Abgleich der Anfangskapazität der Drehkondensatoren dienen die sogenannten Trimmer. Die bekannteste Ausführung stellt der Keramikscheiben-Kondensator dar. Die Kapazitätsänderung wird durch Verdrehen einer der beiden kreisförmigen Keramikscheiben erzielt, deren Oberflächen je zur Hälfte metallisiert sind.

Zusammenfassung

=====

Der kapazitive Widerstand eines Kondensators hängt von der Größe der Kapazität und der Frequenz ab:

$$R_c = \frac{1}{\omega C}$$

Die Bemessungsgleichung für die Kapazität lautet:

$$C = \frac{\epsilon \cdot F}{d}$$

Ein technischer Kondensator besitzt neben seinem kapazitiven auch noch einen OHMSchen und einen induktiven Widerstand.

Die durch den OHMSchen Widerstand bedingten Verluste hängen von der Leitfähigkeit des Dielektrikums und der Frequenz ab.

Durch den OHMSchen Widerstand wird die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom kleiner als 90° .

Maße für die Verluste bzw. die Güte des Kondensators stellen der Verlustfaktor und der Gütefaktor dar:

$$\tan \delta = \omega C r ; \rho_c = \frac{1}{\omega C r}$$

Beide Größen sind frequenzabhängig.

Von den verschiedenen Arten der Festkondensatoren eignen sich wegen ihrer geringen Verluste für hohe Frequenzen besonders die Styroflexkondensatoren und die Keramik Kondensatoren.

Drehkondensatoren werden mit verschiedenen Plattenschnitten hergestellt, die je nach dem Verwendungszweck besondere Vor- und Nachteile aufweisen.

Man unterscheidet Drehkondensatoren mit Kreisplattenschnitt, mit nierenförmigem, frequenzlinearem und logarithmischem Plattenschnitt.

Trimmer sind Kondensatoren mit regelbarer Kapazität, die meist zum Abgleich der Anfangskapazitäten der Drehkondensatoren dienen.

Übungen

=====

- 29) Welche Verluste treten an Kondensatoren bei Hochfrequenz auf?
 - 30) Ein Kondensator mit $C = 5000 \text{ pF}$ besitzt einen Verlustfaktor $\tan \delta = 4 \cdot 10^{-4}$ bei einer Frequenz von 1 MHz. Wie groß sind der Verlustwiderstand und der Gütefaktor des Kondensators?
 - 31) Warum darf man Elektrolytkondensatoren nicht an eine reine Wechselspannung legen?
 - 32) Warum eignen sich Drehkondensatoren mit kapazitätslinearem Plattenschnitt nicht zur Abstimmung in Rundfunkempfängern?
3. Nichtlineare Schaltelemente
=====

3.1 Allgemeines

=====

In den vorangegangenen Kapiteln befaßten wir uns mit den linearen Schaltelementen (Ausnahme: Spule mit Eisenkern).

Diese Schaltelemente besitzen alle eine lineare Strom-Spannungskennlinie. Die aufgetretenen linearen Verzerrungen sind durch die Veränderung der Amplitudenwerte von Strom und Spannung in Abhängigkeit von der Frequenz gekennzeichnet.

Bei den Schaltelementen, die wir nun behandeln, treten infolge der Krümmung ihrer Strom-Spannungskennlinien zusätzlich Oberschwingungen auf, die das Kennzeichen der nichtlinearen Verzerrungen darstellen.

Legt man an ein nichtlineares Schaltelement eine

sinusförmige Spannung, dann fließt durch das Schaltelement ein mehrwelliger (verzerrter) Strom. Fließt durch ein nichtlineares Schaltelement ein vorgegebener sinusförmiger Strom, dann fällt über dem Schaltelement eine mehrwellige (verzerrte) Spannung ab.

Wenn die Strom- Spannungskennlinie eines nichtlinearen Schaltelementes in zeichnerischer Darstellung gegeben ist, lassen sich die Augenblickswerte der verzerrten Größe durch eine punktweise Konstruktion ermitteln. Aus dem so entstandenen Liniendiagramm können durch analytische oder grafische FOURIERanalyse Grundschwingung und Oberschwingungen der verzerrten Größe gewonnen werden. Bei vorgegebener Funktion der Strom- Spannungskennlinie lassen sich (bei nicht zu großen Aussteuerungsbereichen) Grundschwingung und Oberschwingungen der verzerrten Größe durch eine TAYLORreihenentwicklung ermitteln.

Die folgenden Beispiele sollen Ihnen helfen, mit dem Wesen der nichtlinearen Verzerrungen und den mathematischen Verfahren zu ihrer Berechnung vertraut zu werden.

3.2 Verfahren zur Bestimmung nichtlinearer Verzerrungen
 = = = = =

Als Vergleich wird in Lehrbeispiel 11 noch einmal ein Schaltelement mit linearer Strom- Spannungskennlinie untersucht.

Lehrbeispiel 11: Lineare Kennlinie

An einem Schaltelement mit linearer Strom- Spannungskennlinie liegt eine Gleichspannung U_0 , die mit einer Wechselspannung $u = \hat{u} \cos \omega t$ überlagert ist. Die Funktion der Kennlinie lautet $i = K u_{st}$, worin K eine Konstante, z.B. $\frac{1}{R}$, und u_{st} die gesamte die Kennlinie aussteuernde Spannung $u_{st} = U_0 + \hat{u} \cos \omega t$ darstellt.

Gesucht sind das Liniendiagramm und das Zeitgesetz des Stromes.

Lösung:

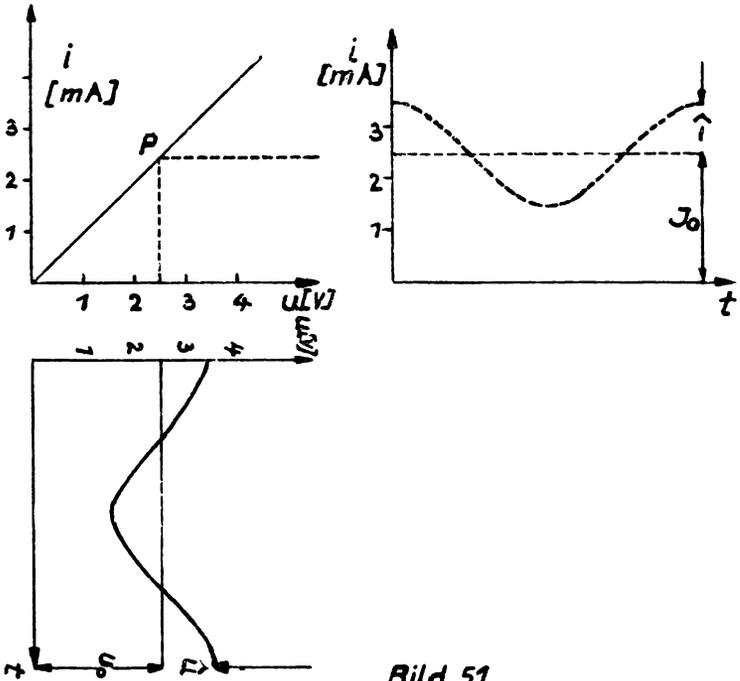


Bild 51

Ermittlung des Stromes aus der Spannung bei linearer Strom-Spannungskennlinie

Sie erkennen aus Bild 51, daß der Gleichspannung U_0 ein bestimmter Gleichstrom J_0 entspricht. Den Punkt P auf der Kennlinie bezeichnet man als Arbeitspunkt. Wird die Gleichspannung U_0 mit einer kosinusförmigen Wechselspannung überlagert,

dann fließt durch das Schaltelement ein Gleichstrom J_0 , der ebenfalls mit einem Kosinusstrom überlagert ist.

Durch Einsetzen der aussteuernden Spannung in die Funktion der Kennlinie erhält man den Strom:

$$i = K u_{st}$$

$$i = K (U_0 + \hat{u} \cos \omega t) ; J_0 = K U_0 ; \hat{i} = K \hat{u}$$

$$i = J_0 + \hat{i} \cos \omega t$$

Aus Diagramm und Berechnung geht hervor, daß in diesem Falle, also bei der linearen Kennlinie, keine nichtlinearen Verzerrungen auftreten.

Lehrbeispiel 12: Parabelförmige Kennlinie

Geg.: Kennlinie $i = K u_{st}^2$ $K = \text{konst.}$

$$\text{Arbeitspunkt } J_0 = K U_0^2$$

$$\text{aussteuernde Spannung } u_{st} = U_0 + \hat{u} \cos \omega t$$

Ges.: Liniendiagramm und Zeitgesetz des Stromes

Lösung:

- Bild 52, Seite 114 -

Aus Bild 52 geht hervor, daß der Gleichstrom J_0 mit einem etwas verzerrten Wechselstrom überlagert ist.

Das Zeitgesetz des Stromes lautet:

$$i = K u_{st}^2$$

$$i = K (U_0 + \hat{u} \cos \omega t)^2$$

$$i = K \left(U_0^2 + \frac{\hat{u}^2}{2} + 2 U_0 \hat{u} \cos \omega t + \frac{\hat{u}^2}{2} \cos 2\omega t \right)$$

Der Gesamtstrom i besteht aus einem Gleichstromanteil $J = K \left(U_0^2 + \frac{\hat{u}^2}{2} \right)$

der Grundschwingung $i_1 = K 2 U_0 \hat{u} \cos \omega t$

und einer 1. Oberschwingung $i_2 = K \frac{\hat{u}^2}{2} \cos 2\omega t$

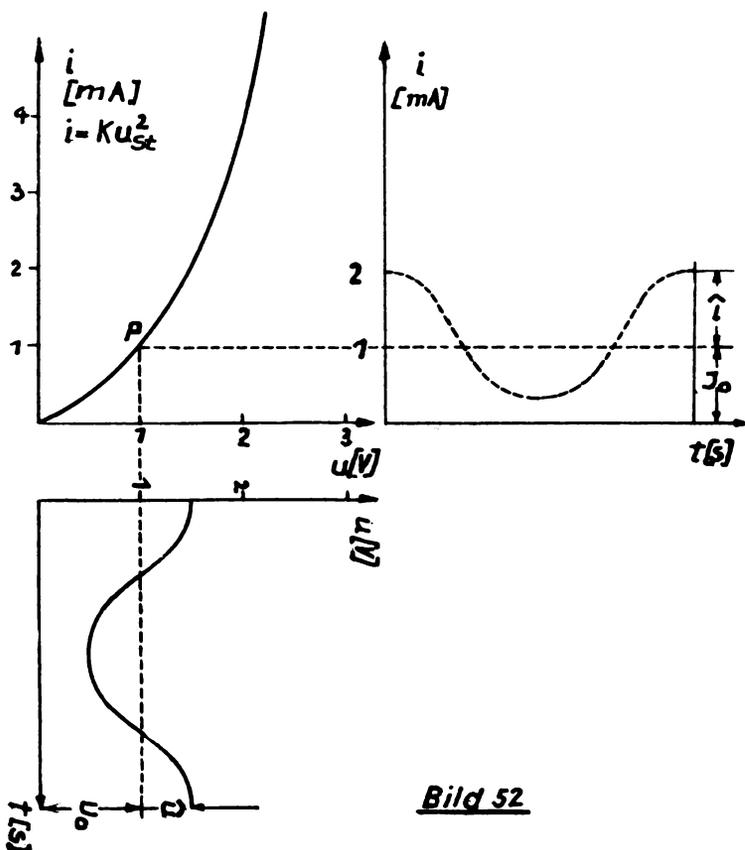


Bild 52

*Ermittlung des Stromes aus der Spannung
bei parabelförmiger Strom-Spannungskennlinie*

Die 1. Oberschwingung ist durch die Krümmung der Kennlinie entstanden und stellt eine nichtlineare Verzerrung dar.

Das Zeitgesetz für den Strom läßt sich auch mit Hilfe einer TAYLORreihenentwicklung gewinnen.

Die mit $u_{st} = U_0 + \hat{u} \cos \omega t$ angesteuerte Kennlinie $i = K u_{st}^2$ kann in dem durch die Gleichspannung U_0 festgelegten Arbeitspunkt durch eine TAYLORreihe dargestellt werden:

$$i = f(U_0 + u) = f(U_0) + f'(U_0) \frac{u}{1!} + f''(U_0) \frac{u^2}{2!} + f'''(U_0) \frac{u^3}{3!} + \dots \quad (51)$$

$$i = J_0 + \frac{di}{dU_0} \hat{u} \cos \omega t + \frac{d^2i}{dU_0^2} \frac{\hat{u}^2}{2} \cos^2 \omega t + \frac{d^3i}{dU_0^3} \frac{\hat{u}^3}{6} \cos^3 \omega t + \dots \quad (51a)$$

Es bedeuten:

$$J_0 = f(U_0) = K U_0^2 \quad ; \quad \frac{di}{dU_0} = 2 K U_0 = S$$

$$\frac{d^2i}{dU_0^2} = 2 K = T \quad ; \quad \frac{d^3i}{dU_0^3} = 0$$

Die Konstante S stellt den Anstieg oder die Steilheit der Kennlinie und die Konstante T die Krümmung der Kennlinie im Arbeitspunkt dar. Wie Sie selbst nachprüfen können, werden alle übrigen Glieder $f^{(4)}(U_0), f^{(5)}(U_0)$ usw. = Null. Mit Hilfe der goniometrischen Beziehung

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$$

ergibt sich für den Strom im Arbeitspunkt P bei Aussteuerung durch die Wechselspannung $u = \hat{u} \cos \omega t$

$$i = K \left(U_0^2 + 2 U_0 \hat{u} \cos \omega t + \frac{2 \hat{u}^2}{4} \cos 2\omega t \right)$$

$$i = K \left(U_0^2 + \frac{\hat{u}^2}{2} + 2 U_0 \hat{u} \cos \omega t + \frac{\hat{u}^2}{2} \cos 2\omega t \right)$$

Der mathematische Weg über die TAYLORentwicklung liefert bei der quadratischen Kennlinie das gleiche Ergebnis wie die unmittelbare Ausrechnung. Wir wollen Sie jetzt noch auf ein drittes Verfahren hinweisen, mit dem das Zeitgesetz des Stromes

ermittelt werden kann. Es ist die grafische FOURIER-analyse, die Sie bereits im Lehrbrief 6 "Mathematik IV" kennengelernt haben.

Für den in Bild 52 dargestellten Strom $i=f(\omega t)$ kann man z.B. bei 12 Gliedern der Unterteilung folgendes Näherungspolynom ansetzen:

$$\begin{aligned}
 i \approx & a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t \\
 & + a_4 \cos 4\omega t + a_5 \cos 5\omega t + a_6 \cos 6\omega t \\
 & + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + b_3 \sin 3\omega t \\
 & + b_4 \sin 4\omega t + b_5 \sin 5\omega t
 \end{aligned}$$

Die Koeffizienten a und b werden mit dem im obengenannten Lehrbrief erläuterten Rechenschema ermittelt.

Für Bild 52 gelten folgende Werte:

$$i = K u_{st}^2 ; K=1 ; U_0 = 1V ; \hat{u} = 0,5V$$

Wir verzichten hier auf die genaue Ausrechnung, empfehlen Ihnen jedoch, zur Übung mit den hier angegebenen Werten den Strom zu errechnen und das Resultat mit dem Ergebnis der beiden anderen Verfahren zu vergleichen.

Lehrbeispiel 13: Röhrenkennlinie im Raumladungsgebiet

Geg.: Kennlinie $i = K u_{st}^{\frac{3}{2}}$

Arbeitspunkt $I_0 = K U_0^{\frac{3}{2}}$

aussteuernde Spannung $u_{st} = U_0 + \hat{u} \cos \omega t$

Ges.: Liniendiagramm und Zeitgesetz des Stromes.

Lösung:

- Bild 53, Seite 117 -

Bei der direkten Ausrechnung des Stromes durch Einsetzen der Spannung in die Funktion der Kennlinie stößt man auf Schwierigkeiten:

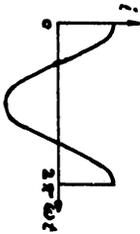
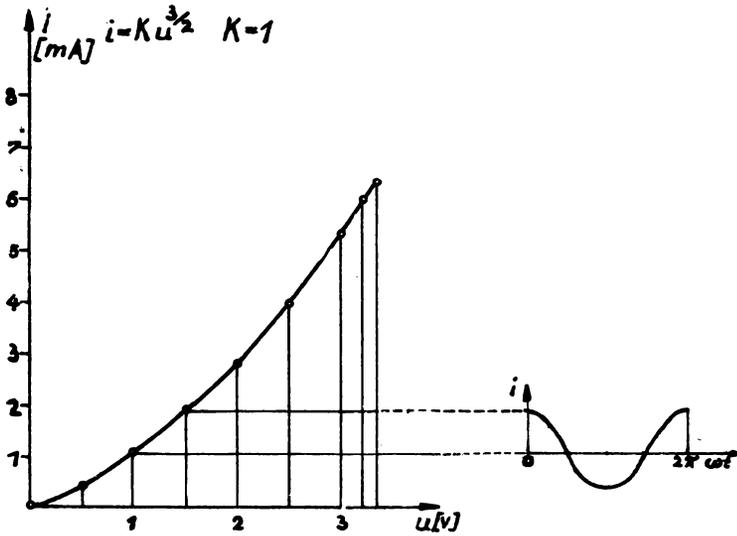


Bild 53

*Ermittlung des Stromes aus der Spannung
bei einer Röhrenkennlinie*

$$i = K (U_0 + \hat{u} \cos \omega t)^{3/2}$$

$$i = K (U_0 + \hat{u} \cos \omega t) \sqrt{U_0 + \hat{u} \cos \omega t}$$

Zur weiteren Vereinfachung dieses Ausdrucks sind
zahlreiche Umformungen notwendig, die man sich er-

sparen kann, wenn man die Bestimmung des Stromes mit der TAYLORreihenentwicklung durchführt.

In Gleichung (51a)

$$i = J_0 + \frac{d_i}{dU_0} \hat{u} \cos \omega t + \frac{d_i^2}{dU_0^2} \frac{\hat{u}^2}{2} \cos \omega t + \frac{d_i^3}{dU_0^3} \frac{\hat{u}^3}{6} \cos^3 \omega t + \dots$$

bedeuten jetzt

$$J_0 = KU_0^{\frac{3}{2}} ; \quad \frac{d_i}{dU_0} = S = \frac{3}{2} KU_0^{\frac{1}{2}} ;$$

$$\frac{d_i^2}{dU_0^2} = T = \frac{3}{4} KU_0^{-\frac{1}{2}} ; \quad \frac{d_i^3}{dU_0^3} = W = -\frac{3}{8} KU_0^{-\frac{3}{2}}$$

Mit Hilfe der goniometrischen Beziehungen

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$$

$$\cos^3 \alpha = \frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t$$

erhält man:

$$i = KU_0^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{16} KU_0^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{3}{2} KU_0^{\frac{1}{2}} \hat{u} - \frac{3}{64} KU_0^{-\frac{2}{3}} \hat{u}^3 \right) \cos \omega t + \frac{3}{16} KU_0^{-\frac{1}{2}} \hat{u}^2 \cos 2\omega t - \frac{1}{64} KU_0^{-\frac{3}{2}} \hat{u}^3 \cos 3\omega t + \dots$$

Neben der Grundschwingung sind durch die Krümmung der Kennlinie zusätzlich Oberschwingungen entstanden, d.h., der Strom wurde nichtlinear verzerrt. Das Zeitgesetz für den Strom wird umso genauer, je mehr Glieder der TAYLORreihe mitgenommen werden. Da die Amplituden der Oberschwingungen jedoch mit zunehmender Ordnungszahl stark abnehmen, genügt es, wenn man nur die ersten Glieder der Reihe betrachtet. Das Zeitgesetz für den Strom kann auch aus dem Diagramm in Bild 53 durch grafische FOURIERanalyse gewonnen werden.

Nachdem Sie sich jetzt mit den wichtigsten Verfahren zur Bestimmung des Zeitgesetzes von nichtlinear verzerrten Wechselgrößen vertraut gemacht haben, sollen Sie noch eine Möglichkeit der

grafischen Darstellung dieser mehrwelligen Schwingungen kennenlernen.

3.3 Das Frequenzspektrum = = = = =

Die TAYLORreihe und die FOURIERreihe als mathematischer Ausdruck für den zeitlichen Verlauf eines mehrwelligen Vorganges enthalten für jede Harmonische drei Größen: den Scheitelwert der Wechselgröße, die Frequenz und die Phasenlage. Diese Größen genügen, um sämtliche Harmonischen in Abhängigkeit von der Zeit in einem Koordinatensystem der analytischen Ebene einzuzeichnen. Wegen des großen Aufwandes und der geringen Anschaulichkeit wird diese Darstellungsweise jedoch nicht angewendet.

Viel anschaulicher läßt ein Frequenzspektrum die kennzeichnenden Eigenschaften eines mehrwelligen Vorganges erkennen. Das Frequenzspektrum ist eine Darstellung der Beträge der Scheitelwerte in Abhängigkeit von der Frequenz.

In Bild 54 sehen Sie als Beispiel das Frequenzspektrum eines durch die Gleichung

$$i = 5 + \sin \omega t + 4 \sin 2\omega t + 2 \sin 3\omega t \\ + 8 \sin 4\omega t + 5 \sin 5\omega t + 7 \sin 6\omega t$$

gegebenen mehrwelligen Stromes.

- Bild 54, Seite 120 -

3.4 Der Klirrfaktor = = = = =

Für die Praxis hat man ein besonderes Maß für die nichtlinearen Verzerrungen - den Klirrfaktor - bestimmt.

Der Klirrfaktor k gibt an, in welchem Grade eine mehrwellige Kurvenform von der Sinusform abweicht; er ist nach DIN 40110 definiert als das Verhält-

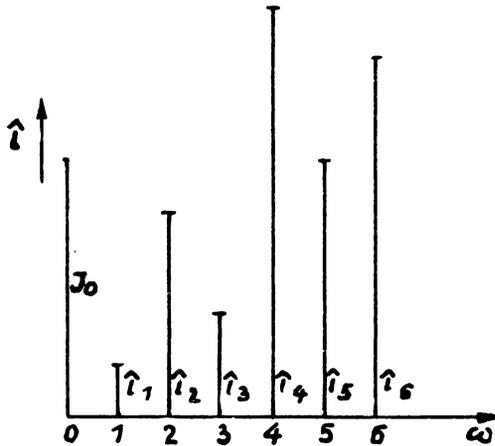


Bild 54

Frequenzspektrum eines mehrwelligen Stromes

nis des Effektivwertes sämtlicher Oberschwingungen - also ausschließlich der Grundschwingung - zum Effektivwert der (verzerrten) Gesamtschwingung:

$$k = \frac{\sqrt{J_2^2 + J_3^2 + J_4^2 + \dots}}{J} \quad (53)$$

Je nachdem, ob die verzerrte Größe eine Spannung oder einen Strom darstellt, unterscheidet man zwischen dem Spannungsklirrfaktor k_u und dem Stromklirrfaktor k_i .

Der Klirrfaktor wird meist in Prozent angegeben. Für eine reine Sinuskurve wird $k = 0\%$, weil der Zähler der Gleichung (53) wegen des Fehlens der Oberschwingungen Null ist.

Für Fernsprechanlagen kann ein maximaler Klirrfaktor von $k = 25 \dots 30 \%$ noch zugelassen werden; für hochwertige Musikübertragung darf k jedoch nicht höher als 2% sein.

Ein weiteres Maß für die nichtlinearen Verzerrungen ist der Grundswingungsgehalt g :

$$g = \frac{J_1}{J} \quad (54)$$

Wie Sie selbst nachprüfen können, gilt auch die Beziehung

$$g^2 + k^2 = 1 \quad (55)$$

In ähnlicher Weise kann man das Verhältnis des Effektivwertes der 2. Harmonischen zum Effektivwert der Gesamtschwingung definieren; es wird als quadratischer Klirrkoeffizient bezeichnet:

$$k_2 = \frac{J_2}{J} \quad (56)$$

Ebenso gilt für den kubischen Klirrkoeffizienten:

$$k_3 = \frac{J_3}{J} \quad (57)$$

Der Klirrfaktor kann sowohl analytischem oder grafischem Wege als auch direkt durch Messung bestimmt werden.

Wir wollen jetzt noch ableiten, wie man den Gesamteffektivwert einer mehrwelligen Größe berechnen kann.

3.5 Der Effektivwert mehrwelliger Größen

.....

Die Beziehung zur Berechnung des Effektivwertes bei sinusförmigen Größen ist bereits in den "Grundlagen der E-Technik" abgeleitet worden. Die folgenden Ausführungen zeigen, wie man den Effektivwert bei mehrwelligen Größen berechnen

kann. Die Formel

$$J^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt \quad (58)$$

gilt sowohl für einwellige als auch für mehrwellige Größen. Lautet z.B. das Zeitgesetz eines mehrwelligen Stromes:

$$i = \hat{i}_1 \sin \omega t + \hat{i}_2 \sin 2\omega t + \hat{i}_3 \sin 3\omega t + \dots$$

dann wird

$$\begin{aligned} i^2 &= \hat{i}_1^2 \sin^2 \omega t + \hat{i}_2^2 \sin^2 2\omega t + \hat{i}_3^2 \sin^2 3\omega t + \dots \\ &+ 2\hat{i}_1 \hat{i}_2 \sin \omega t \sin 2\omega t + 2\hat{i}_1 \hat{i}_3 \sin \omega t \sin 3\omega t + \dots \\ &+ 2\hat{i}_2 \hat{i}_3 \sin 2\omega t \sin 3\omega t + \dots \end{aligned}$$

Für den Effektivwert ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} J^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T (\hat{i}_1^2 \sin^2 \omega t + \hat{i}_2^2 \sin^2 2\omega t + \hat{i}_3^2 \sin^2 3\omega t + \dots \\ &+ 2\hat{i}_1 \hat{i}_2 \sin \omega t \sin 2\omega t + 2\hat{i}_1 \hat{i}_3 \sin \omega t \sin 3\omega t + \dots \\ &+ 2\hat{i}_2 \hat{i}_3 \sin 2\omega t \sin 3\omega t + \dots) dt \end{aligned}$$

Zur Vereinfachung dieses Ausdruckes werden die Indices m und n eingeführt. Es soll dabei die Bedingung gelten, daß

$$\begin{aligned} J^2 &= \sum \frac{1}{T} \int_0^T (\hat{i}_m^2 \sin^2 m \omega t + 2\hat{i}_m \hat{i}_n \sin m \omega t \sin n \omega t) dt \\ J^2 &= \sum \frac{1}{T} \hat{i}_m^2 \int_0^T \sin^2 m \omega t dt \\ &+ \sum \frac{1}{T} 2\hat{i}_m \hat{i}_n \int_0^T \sin m \omega t \sin n \omega t dt \end{aligned}$$

Es wird zuerst nur das erste Integral (= X) untersucht. Mit $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha$ und $T = 2\pi$ gilt:

$$X = \sum \frac{\hat{i}_m^2}{2\pi \cdot 2} \int_0^{2\pi} dt - \sum \frac{\hat{i}_m^2}{2\pi \cdot 2} \int_0^{2\pi} \cos 2m \omega t dt$$

$$X = \sum \frac{\hat{u}_m^2}{4\pi} t \Big|_0^{2\pi} - \sum \frac{\hat{u}_m^2}{4\pi 2m\omega} \sin 2m \omega t \Big|_0^{2\pi}$$

$$X = \sum \frac{\hat{u}_m^2}{4\pi} 2\pi - 0 - 0 + 0 ; \quad X = \frac{\hat{u}_m^2}{2}$$

Für das zweite Integral ($= Y$) ergibt sich:

$$Y = \sum \frac{1}{\pi} \hat{u}_m \hat{u}_n \int_0^T \sin m \omega t \sin n \omega t dt$$

$$Y = \sum \frac{1}{\pi} \hat{u}_m \hat{u}_n \frac{\sin(m-n) \omega t}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n) \omega t}{2(m+n)} \Big|_0^{2\pi}$$

Sie erkennen, daß dieses Integral beim Einsetzen der Grenzen Null wird, da sich durch die Integration nur Sinusfunktionen ergeben haben.

Für den Effektivwert gilt daher:

$$J^2 = \sum \frac{\hat{u}_m^2}{2} = \frac{\hat{u}_1^2}{2} + \frac{\hat{u}_2^2}{2} + \frac{\hat{u}_3^2}{2} + \frac{\hat{u}_4^2}{2} + \dots$$

$$J = \sqrt{J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 + \dots}$$

(59)

Der Effektivwert eines mehrwelligen Stromes ergibt sich als Wurzel aus der Summe der Quadrate der Effektivwerte von Grundschwingung und sämtlichen Oberschwingungen.

Diese Beziehung gilt ebenso für den Effektivwert mehrwelliger Spannungen:

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}$$

(60)

Bei der Ableitung galt die Einschränkung $m \neq n$.

Sie können nachprüfen, daß auch bei $m = n$ das zweite Integral Null wird und am Ergebnis unserer Rechnung keine Veränderungen auftreten.

3.6 Kennlinien einiger nichtlinearer Schaltelemente

=====

Sie haben jetzt das Wesen der nichtlinearen Verzerrungen, die Ursachen für ihre Entstehung und ihr Maß, den Klirrfaktor, kennengelernt. An welchen Schaltelementen treten nun nichtlineare Verzerrungen auf, und wie sehen die Kennlinien dieser Schaltelemente aus? Einige nichtlineare Schaltelemente wollen wir kurz untersuchen.

3.61 Spulen mit Eisenkern

Legt man an eine Spule mit Eisenkern eine sinusförmige Spannung, dann fließt durch die Spule, je nach der Größe des Stromes und der verwendeten Eisensorte, ein mehr oder weniger verzerrter Strom. Die nichtlineare Verzerrung des Stromes wird durch die Krümmung der Hysteresisschleife hervorgerufen. Als Ursache für die Krümmung sind die Hysteresis- und Sättigungserscheinungen im Eisen anzusehen. Die Bilder 55 und 56 zeigen, wie die Augenblickswerte der verzerrten Größen mit Hilfe der Stromspannungskennlinie punktweise konstruiert werden können.

- Bild 55, Seite 125 -

- Bild 56, Seite 126 -

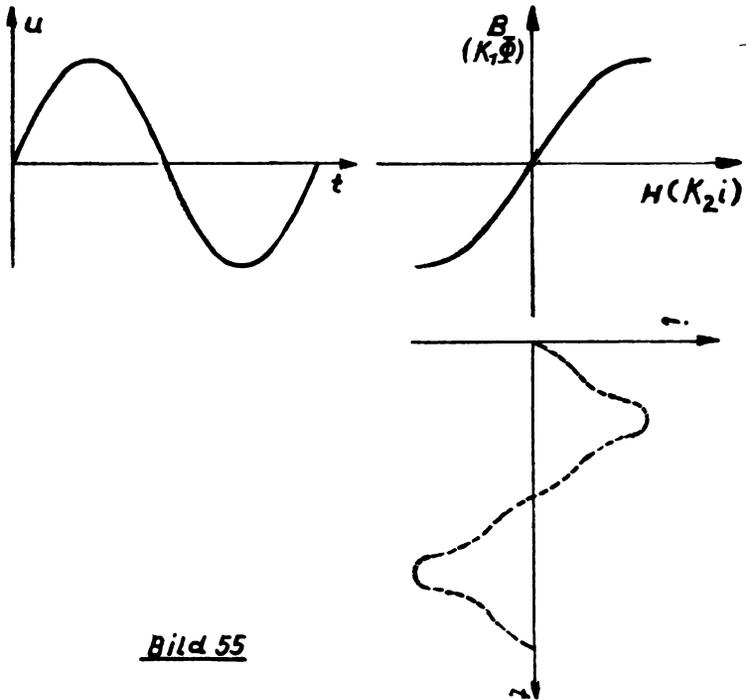


Bild 55

*Rekonstruktion der Augenblickswerte
des Stromes durch eine Spule mit Eisenkern
(gesättigt, ohne Hysterese)
bei angelegter sinusförmiger Spannung*

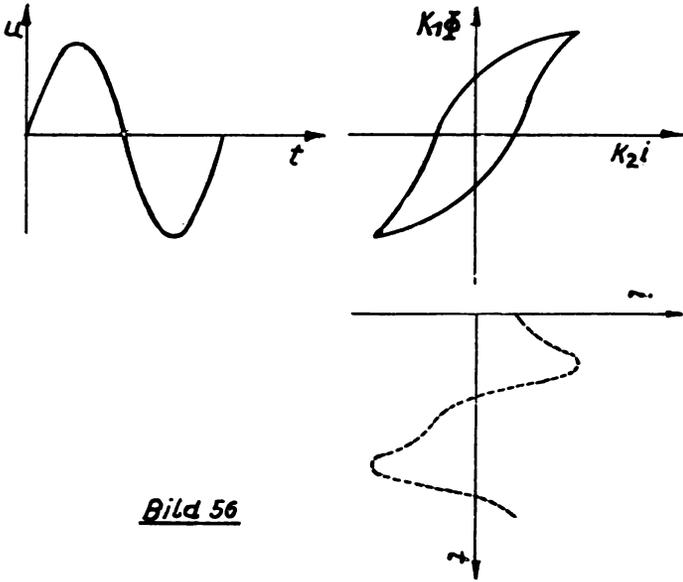


Bild 56

Konstruktion der Augenblickswerte des Stromes durch eine Spule mit Eisenkern (mit Hysterese) bei angelegter sinusförmiger Spannung

3.62 Gleichrichter

Bestimmte Halbleiter, wie z.B. Kupferoxydul, haben die Eigenschaft, den Strom nur in einer Richtung durchzulassen. Sie wirken wie ein Ventil. Die Strom-Spannungskennlinie eines solchen Gleichrichters zeigt Bild 57.

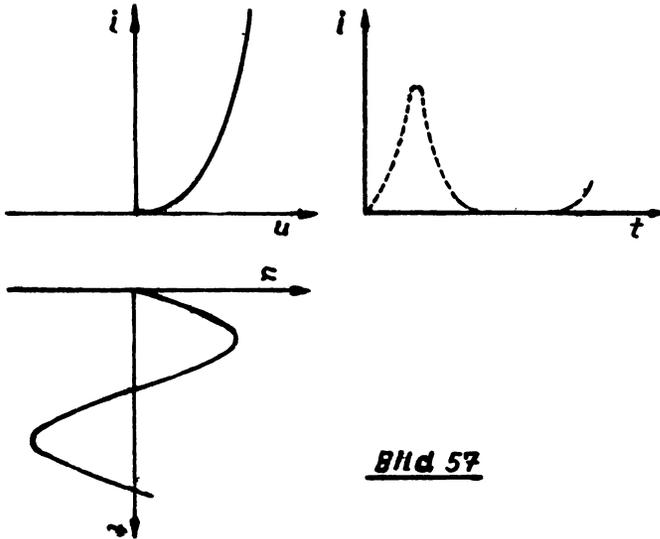


Bild 57

*Konstruktion der Augenblickswerte
des Stromes durch einen Gleichrichter
bei angelegter sinusförmiger Spannung*

Sie erkennen aus dem Diagramm, daß die Form des Stromes stark von der Sinusform abweicht.

3.63 Röhren

Auch Elektronenröhren besitzen gekrümmte Strom-Spannungskennlinien. Die in Lehrbeispiel 13 untersuchte Kennlinie stellt den Teil einer Röhrenkenn-

linie (im Raumladungsgebiet) dar. Näheres über Röhrenkennlinien und die durch sie entstehenden nichtlinearen Verzerrungen erfahren Sie in den Lehrbriefreihen "Elektronenröhren" und "Verstärkertechnik".

3.7 Einfluß linearer Schaltelemente auf mehrwellige Größen

=====

Bei allen bisherigen Betrachtungen waren wir davon ausgegangen, daß eine vorgegebene sinusförmige Größe durch die Krümmung der Strom-Spannungskennlinie eines nichtlinearen Schaltelementes verzerrt wurde. Eine mehrwellige Schwingung stellt daher stets eine nichtlinear verzerrte, d.h. von der Sinusform abweichende Größe dar.

In der Praxis kommt es jedoch sehr oft vor, daß schon von vornherein eine mehrwellige Schwingung erzeugt wird, wie z.B. der Klang eines oder gar mehrerer Musikinstrumente oder die sägezahnförmige Ablenkspannung beim Fernsehen usw. Diese mehrwellige Schwingung kann nun ebenfalls noch durch Schaltelemente linear oder nichtlinear verzerrt werden. In den folgenden Abschnitten wollen wir noch einmal zeigen, welchen Einfluß die linearen Schaltelemente auf mehrwellige Schwingungen ausüben.

Eine vorgegebene mehrwellige Spannung

$$u = u_1 \sin \omega t + u_3 \sin 3\omega t$$

worin $u_1 = 4V$ und $u_3 = 2V$ die Effektivwerte darstellen, besitzt einen Klirrfaktor

$$k_{\bar{u}} = \frac{u_3}{u} = \frac{u_3}{\sqrt{u_1^2 + u_3^2}} = \frac{2}{\sqrt{16 + 4}} \approx 45\%$$

Diese Spannung wird nacheinander an ein ideales OHMsches Schaltelement, an eine ideale Spule und

an einen idealen Kondensator gelegt. Es soll der Klirrfaktor der jeweiligen Ströme bestimmt werden.

3.71 OHMSches Schaltelement:

$$J_1 = \frac{u_1}{R} \quad ; \quad J_3 = \frac{u_3}{R}$$

$$k_i = \frac{J_3}{\sqrt{J_1^2 + J_3^2}} = \frac{u_3}{R \sqrt{\frac{u_1^2}{R^2} + \frac{u_3^2}{R^2}}} = \frac{u_3}{\sqrt{u_1^2 + u_3^2}} \approx 45\%$$

Aus der Rechnung geht hervor, daß am OHMSchen Schaltelement Spannung und Strom gleiche Kurvenform besitzen.

3.72 Spule:

$$J_1 = \frac{u_1}{\omega L} \quad ; \quad J_3 = \frac{u_3}{3\omega L}$$

$$k_i = \frac{J_3}{\sqrt{J_1^2 + J_3^2}} = \frac{u_3}{3\omega L \sqrt{\frac{u_1^2}{(\omega L)^2} + \frac{u_3^2}{9(\omega L)^2}}} = \frac{u_3}{\sqrt{9u_1^2 + u_3^2}}$$

$$k_i = \frac{2}{\sqrt{144 + 4}} \approx 16\% \quad ; \quad k_i < k_u$$

Sie erkennen aus der Rechnung, daß der Strom durch eine Spule weniger verzerrt ist als die vorgegebene, verzerrte angelegte Spannung.

Diese Tatsache kann man auch schon direkt aus dem Zeitgesetz des Stromes ablesen:

$$i = \frac{1}{L} \int u_L dt = -\frac{u_1}{\omega L} \cos \omega t - \frac{u_3}{3\omega L} \cos 3\omega t$$

Die Amplituden des Stromes nehmen mit steigender Ordnungszahl ab. Man bezeichnet diesen Vorgang als Glättung.

3.73 Kondensator:

$$J_1 = U_1 \omega C \quad ; \quad J_3 = U_3 \cdot 3 \omega C$$

$$k_i = \frac{J_3}{\sqrt{J_1^2 + J_3^2}} = \frac{U_3 3 \omega C}{\sqrt{U_1^2 (\omega C)^2 + 9 U_3^2 (\omega C)^2}} = \frac{3 U_3}{\sqrt{U_1^2 + 9 U_3^2}}$$

$$k_i = \frac{6}{\sqrt{16 + 36}} \approx 83 \% \quad ; \quad k > k_u$$

Beim Kondensator ist die Stromkurve stärker verzerrt als die Spannungskurve, weil die Amplituden der höheren Harmonischen mit wachsender Frequenz stärker hervortreten:

$$i = C \frac{du_c}{dt} = U_1 \omega C \cos \omega t + U_3 3 \omega C \cos 3 \omega t$$

Man kann daher Kondensatoren zum Nachweis von nur gering hervortretenden Oberschwingungen in einer Spannungskurve benutzen.

Zusammenfassung

=====

Nichtlineare Verzerrungen sind gekennzeichnet durch das Auftreten neuer Oberschwingungen. Sie entstehen an Schaltelementen mit gekrümmten Strom-Spannungskennlinien.

Liegt eine Wechselgröße an einem nichtlinearen Schaltelement, dann läßt sich das Zeitgesetz der anderen, verzerrten Wechselgröße mit Hilfe der Strom-Spannungskennlinie des Schaltelementes bestimmen. Bei bekannter Strom-Spannungskennlinie des nichtlinearen Schaltelementes können folgende Verfahren zur Bestimmung des Zeitgesetzes der verzerrten Wechselgröße angewendet werden:

- 1) Punktweise Konstruktion der Augenblickswerte;
- 2) Unmittelbare Ausrechnung durch Einsetzen der vorgegebenen Wechselgröße in die Funktion der Strom-Spannungskennlinie;
- 3) TAYLORreihenentwicklung;

4) FOURIERanalyse.

Welches dieser Verfahren zur Anwendung kommt, muß jeweils entschieden werden. Es ist dabei zu beachten, daß die TAYLORreihenentwicklung exakt nur für kleine Aussteuerungen gilt.

Zur grafischen Darstellung mehrwelliger Größen dient das Frequenzspektrum. Es enthält die Beträge der Maximalwerte der mehrwelligen Größe in Abhängigkeit von der Frequenz.

Der Klirrfaktor ist ein Maß für die nichtlinearen Verzerrungen. Er gibt den Grad der Abweichung einer Kurvenform von der Sinusform an. Der Klirrfaktor ist definiert als das Verhältnis des Effektivwertes sämtlicher Oberschwingungen zum Effektivwert der Gesamtschwingung. Man unterscheidet zwischen dem Spannungsklirrfaktor und dem Stromklirrfaktor. Der Effektivwert einer mehrwelligen Größe ergibt sich als Wurzel aus der Summe der Quadrate der Effektivwerte von Grundschiwingung und sämtlichen Oberschwingungen.

OHMsche Schaltelemente verursachen weder lineare noch nichtlineare Verzerrungen.

Spulen verringern infolge ihrer linearen Frequenzabhängigkeit die nichtlinearen Verzerrungen des Spulenstromes.

Kondensatoren verstärken infolge ihrer linearen Frequenzabhängigkeit die nichtlinearen Verzerrungen des Kondensatorstromes.

Ü b u n g e n
= = = = =

33) Wodurch unterscheiden sich die nichtlinearen Verzerrungen von den linearen Verzerrungen?

34) Für Lehrbeispiel 12 gelten folgende Werte:

$$U_0 = 8 \text{ V} ; \hat{u} = 4 \text{ V} ; k = 2\%$$

Wie groß ist der Klirrfaktor des Stromes?

35) Zeichnen Sie das Frequenzspektrum des im Lehrbeispiel 13 errechneten mehrwelligen Stromes!

$$U_0 = 4 \text{ V} ; \hat{u} = 2 \text{ V} ; k = 3\%$$

36) Berechnen Sie den Effektivwert des in Bild 54 dargestellten mehrwelligen Stromes! Beachten Sie, daß die angegebenen Zahlenwerte für die Maximalwerte gelten.

37) Warum vermindert eine Spule die nichtlinearen Verzerrungen des sie durchfließenden Stromes?

Antworten und Lösungen

=====

1) Ein ideales Schaltelement ist ein gedachtes, verlustloses Schaltelement, das bei beliebigen Spannungen, Strömen und Frequenzen nur eine Eigenschaft, d.h. nur einen OHMSchen Widerstand, nur einen induktiven Widerstand oder nur einen kapazitiven Widerstand besitzt.

2) Das Verhalten der wirklich vorhandenen, realen Schaltelemente läßt sich nur experimentell durch Messungen bestimmen. Durch die Kombination von idealen Schaltelementen kann man die realen Schaltelemente nachbilden und sie auf diese Weise auch rechnerisch untersuchen.

$$3) \quad u = \hat{u} \sin \omega t ; \quad i = \hat{i} \sin \omega t$$

$$n = u \cdot i = \hat{u} \hat{i} \sin^2 \omega t = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} - \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} \cos 2\omega t$$

$$4) \quad \hat{i} = \frac{\hat{u}}{R} = \frac{50}{250} = 0,2 \text{ A}$$

$$N = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} = \frac{0,2 \cdot 50}{2} = 0,5 \text{ W}$$

5) Unter einer linearen Verzerrung versteht man die Veränderung der Amplitudenwerte einer Wechselgröße in Abhängigkeit von der Frequenz.

$$6) u_L = \omega L (\hat{u}_1 \cos \omega t + 2 \hat{u}_2 \cos 2\omega t + 3 \hat{u}_3 \cos 3\omega t)$$

$$\hat{u}_1 = \hat{i}_1 \omega L = 31,4 \text{ V} ; \hat{u}_2 = 25,2 \text{ V} ; \hat{u}_3 = 14,2 \text{ V}$$

$$7) i_C = \frac{1}{L} \int u_L dt = \frac{\hat{u}_1}{\omega L} \sin \omega t + \frac{\hat{u}_3}{3\omega L} \sin 3\omega t + \frac{\hat{u}_5}{5\omega L} \sin 5\omega t$$

$$\hat{i}_1 = \frac{\hat{u}_1}{\omega L} = 1,59 \text{ A} ; \hat{i}_3 = 212 \text{ mA} ; \hat{i}_5 = 47,6 \text{ mA}$$

Es sind lineare Verzerrungen aufgetreten; denn während sich die Spannungsamplituden wie

$$100 : 40 : 15$$

verhalten, ist das Verhältnis der Stromamplituden

$$100 : 13,3 : 3.$$

Die Stromamplituden höherer Ordnung sind durch das induktive Schaltelement verkleinert worden.

$$8) n_L = L \frac{di_L}{dt} \quad i_L = L \frac{d}{dt} \left[\int i_L di_L \right] = \frac{L}{2} \frac{d}{dt} \left[i_L^2 \right]$$

$$9) i_C = C \frac{du_C}{dt} = -\hat{u}_1 \omega C \sin \omega t - \hat{u}_3 3 \omega C \sin 3\omega t - \hat{u}_5 5 \omega C \sin 5\omega t$$

$$\hat{i}_1 = \hat{u}_1 \omega C = 31,4 \text{ mA} ; \hat{i}_3 = 37,2 \text{ mA} ; \hat{i}_5 = 23,6 \text{ mA}$$

→

Die Spannungsamplituden verhalten sich wie

$$100 : 40 : 15,$$

die Stromamplituden jedoch wie

$$100 : 120 : 75.$$

Die Stromamplituden höherer Ordnung sind durch das kapazitive Schaltelement vergrößert worden. Spule und Kondensator verhalten sich auch in bezug auf die linearen Verzerrungen entgegengesetzt.

10)

$$n_c = \frac{C}{2} \frac{d}{dt} [u_c^2] = \frac{C}{2} \frac{d}{dt} \left[1,17^2 \left(-3 \cos \omega t - \frac{2}{3} \sin 3\omega t \right)^2 \right]$$

$$n_c = \frac{\omega C \cdot 1,17^2}{2} \left(-9 \sin 2\omega t + 8 \cos 4\omega t + 4 \cos 2\omega t + \frac{4}{3} \sin 6\omega t \right)$$

$$n_c = -1,17 \left(\frac{9}{2} \sin 2\omega t - 2 \cos 2\omega t - 4 \cos 4\omega t - \frac{2}{3} \sin 6\omega t \right)$$

11) $\mathcal{R}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 10 + j 31,4$

$$\mathcal{R}_2 = R_2 + j\omega L_2 = 20 + j 157$$

$$\mathcal{G}_2 = 10^{-3} (49,6 - j 3,9)$$

$$\mathcal{G}_3 = G_3 + j\omega C = 10^{-3} (0,33 + j 1,57)$$

$$\mathcal{G}_4 = \mathcal{G}_2 + \mathcal{G}_3 = 10^{-3} (49,93 - j 2,33)$$

$$\mathcal{R}_4 = 20 + j 0,935$$

$$\mathcal{R}_{ges} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_4 = 30,2 \Omega e^{j 7,74^\circ}$$

12) $\mathcal{R}_{ges} = 78,5 \Omega e^{-j 45^\circ}$; $\mathcal{I}_{ges} = 2,8 A e^{j 45^\circ}$

$$\mathcal{I}_1 = 2,34 A e^{j 57,8^\circ}$$
 ; $\mathcal{I}_2 = 0,732 A$

13) $\mathcal{U} = \mathcal{I} \mathcal{R}$; $\mathcal{U} = \mathcal{I} \cdot \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]$

$$\varphi_u = \varphi_r + \varphi_{\mathcal{I}} ; \varphi_i = 0$$

$$\tan \varphi_u = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

1. Harmonische:

$$|\mathcal{R}_1| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = 78,1 k\Omega$$

$$\tan \varphi_{u1} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = -1,2$$
 ; $\varphi_u \approx -50,20^\circ$

$$\hat{u}_1 = \hat{i}_1 |\mathcal{R}_1| = 390,5 \cdot 10^3 V$$

2. Harmonische: (Resonanzfall)

$$|\mathcal{R}_2| = \sqrt{R^2 + \left(2\omega L - \frac{1}{2\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2} = 50 k\Omega$$

$$\tan \varphi_{u_2} = \frac{2\omega L - \frac{1}{2\omega C}}{R} = 0$$

$$\hat{u}_2 = \hat{i}_2 |Z_2| = 150 \cdot 10^3 \text{ V}$$

3. Harmonische:

$$|Z_3| = \sqrt{R^2 + \left(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}\right)^2} = 60,1 \text{ k}\Omega$$

$$\tan \varphi_{u_3} = \frac{3\omega L - \frac{1}{3\omega C}}{R} = 0,667, \varphi_{u_3} \approx 33,7^\circ$$

$$\hat{u}_3 = \hat{i}_3 |Z_3| = 120,2 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$u = 10^4 [39,05 \sin(\omega t - 50,2^\circ) + 15 \cos 2\omega t + 12,03 \sin(3\omega t + 33,7^\circ)]$$

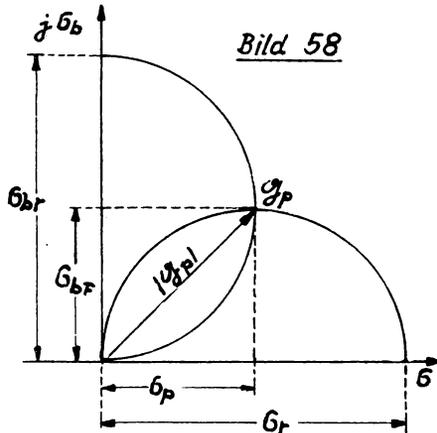
14) $Z_r = 100 + j 157 = 186 e^{j 57,5^\circ}$

$$Y_p = 2,89 \cdot 10^{-3} - j 4,54 \cdot 10^{-3}$$

$$Z_p = 100 + j 157 = 186 e^{j 57,5^\circ}$$

15) $R_p = 20,5 \text{ k}\Omega$; $R_{Cp} = 129 \text{ k}\Omega$; $C_p = 616 \text{ pF}$

16) Bild 58



Grafische Umrechnung einer Parallelschaltung
in eine gleichwertige Reihenschaltung

$$17) R_r = \frac{G_p}{|O_p|^2} = \frac{0,4}{0,29} = 1,38 \Omega$$

$$R_{br} = \frac{G_{bp}}{|O_p|^2} = \frac{0,36}{0,29} = 1,24 \Omega$$

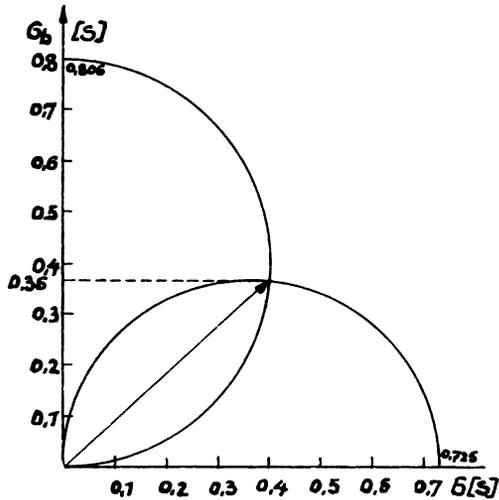


Bild 59

*Grafische Umrechnung einer Parallelschaltung
in eine gleichwertige Reihenschaltung*

- 18) Das Magnetfeld eines von einem Wechselstrom durchflossenen Leiters ist im Inneren dieses Leiters am stärksten wirksam. Die dadurch im Leiter induzierten Urspannungen wirken wie ein induktiver Widerstand, der in der Leiterachse am größten ist. Der durch den Leiter fließende Strom wird aus diesem Grunde nach der Leiteroberfläche zu gedrängt. Der induktive Widerstand und damit der Skineneffekt wachsen mit der Frequenz.

- 19) Zur Verringerung der Induktivitäten bei OHMschen Schaltelementen verwendet man induktionsarme Wicklungen und Schliffe sowie kurze Zuführungen.
- 20) Urdox-Widerstände besitzen im kalten Zustand einen hohen Widerstand. Bei Erwärmung durch Stromdurchfluß nimmt der Widerstand ab (negativer Temperaturkoeffizient). Urdox-Widerstände dienen z.B. zur Begrenzung des Einschaltstromstoßes bei in Reihe geschalteten Röhrenheizfäden und Skalenlampen.
- 21) Eisenwasserstoff-Widerstände halten in einem bestimmten Spannungsbereich bei Spannungsschwankungen den Strom konstant. Diese Eigenschaft beruht auf der starken Temperaturabhängigkeit des Eisen drahtes. Der OHMsche Widerstand von glühendem Eisen nimmt in einem bestimmten Bereich annähernd linear mit der Spannung zu.
- 22) Die Regelkennlinie gibt die Abhängigkeit des Widerstandes vom Drehwinkel an.
- 23) Die Empfindlichkeit des menschlichen Ohres verläuft nach einer logarithmischen Kurve. Mit einer linearen Regelkennlinie läßt sich daher für unser Ohr keine lineare Lautstärkeregelung erzielen. Die Regelkennlinie muß der Empfindlichkeit des Gehörs angepaßt werden.
- 24) 1. Wicklungsverluste
2. Wirbelstromverluste
3. Hysteresisverluste
4. Dielektrische Verluste
- Zu 1. Die Wicklungsverluste sind bedingt durch den OHMschen Widerstand des Wickeldrahtes, der sich durch den Skineffekt noch erhöht.
- Zur Verringerung der Wicklungsverluste verwendet man Spulendraht mit guter elektrischer Leitfähigkeit

keit, HF-Litze und HF-Eisenkerne, um die Länge des Wickeldrahtes herabzusetzen.

Zu 2. Die infolge des magnetischen Wechselfeldes induzierten Spannungen treiben in der Wicklung, im Kern und in der Abschirmung Wirbelströme an, die eine Erwärmung dieser Teile hervorrufen und somit einen Energieverlust darstellen.

Zur Verringerung der Wirbelstromverluste verwendet man Pulver oder Ferritkerne mit hohem elektrischem Widerstand.

Zu 3. Die Hysteresisverluste werden durch die Hysteresiseigenschaften des Eisens hervorgerufen. Durch das Umlagern der Molekularmagnete wird eine intermolekulare Reibungswärme erzeugt.

Zur Verringerung der Hysteresisverluste verwendet man Kernmaterial mit schmaler Hysteresiskurve, das sich leicht ummagnetisieren läßt.

Zu 4. Die dielektrischen Verluste werden hervorgerufen durch den Verluststrom der schädlichen Kapazitäten zwischen den Windungen, zwischen den Wicklungsenden sowie zwischen den Windungen zur Masse, zur Abschirmung und zum Kern.

Zur Verringerung der dielektrischen Verluste verwendet man kapazitätsarme Wicklungen. Es muß auf zweckmäßige Abstände der Wicklungen von der Abschirmung, vom Kern und von der Masse geachtet werden.

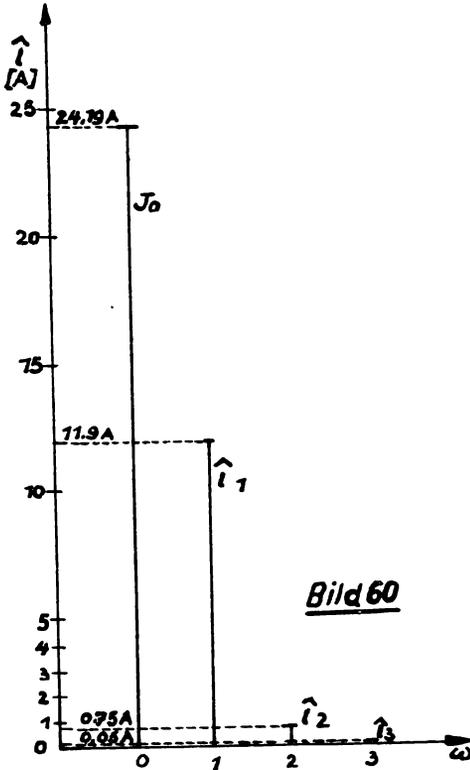
25) $\tan \delta_L = \frac{r}{\omega L} = 1,7 \cdot 10^{-2}$; $\xi_L = 58,8$

26) Die Drähte der Litze müssen so verdreht sein, daß sie sich abwechselnd im Inneren und an der Oberfläche des Leiters befinden. Es muß jeder einzelne Litzendraht an der Stromleitung beteiligt sein, da sonst die Wirksamkeit der Litze gegen den Skin-Effekt stark nachläßt. Auf Drahtbrüche, abgerissene Drähtchen und einwandfreie Lötstellen ist zu achten.

- 27) Durch die Anordnung einer Spule in mehreren Kammern werden die schädlichen Wicklungskapazitäten in Serie geschaltet. Zwischen den Wicklungsenden ist dann lediglich die durch die Reihenschaltung verringerte Gesamtkapazität wirksam.
- 28) Höhere Permeabilität und größere mechanische Stabilität, da infolge des sehr hohen spezifischen elektrischen Widerstandes Vollmaterial verwendet werden kann.
- 29) Isolationsverluste, dielektrische Verluste.
- 30) $r = \frac{\tan \delta}{\omega C} = 0,0127 \Omega$, $Q_C = 2500$
- 31) Elektrolytkondensatoren sperren Gleichstrom nur in einer Richtung. Werden derartige Kondensatoren an eine reine Wechselspannung gelegt, dann bewirkt der hohe Strom die Zerstörung des Kondensators.
- 32) Bei Drehkondensatoren mit kapazitätslinearem Plattenschnitt verläuft die Frequenz in Abhängigkeit vom Drehwinkel nach einer hyperbolischen Funktion. Eine lineare Abstimmung auf die Sender in einem Rundfunkgerät ist daher mit diesen Kondensatoren nicht möglich.
- 33) Während die nichtlinearen Verzerrungen durch das zusätzliche Auftreten von Oberschwingungen gekennzeichnet sind, ändern sich bei linearen Verzerrungen nur die Amplituden der einzelnen Oberschwingungen in Abhängigkeit von der Frequenz.
- 34)
$$K_i = \frac{J_2}{J} = \frac{J_2}{\sqrt{J_2^2 + J_1^2 + J_2^2}} = \frac{16}{193} \approx 8,3 \%$$
- 35) Bild 60, Seite 140
- 36) $J_2 = 5A$; $J_1 = 0,707A$; $J_2 = 2,83A$; $J_3 = 1,415A$
 $J_4 = 5,66A$; $J_5 = 3,45A$; $J_6 = 4,95A$

$$J = \sqrt{J_2^2 + J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 + J_4^2 + J_5^2 + J_6^2} = 10,3A$$

37) Spulen besitzen einen frequenzabhängigen Widerstand, der eine Abschwächung der Stromamplituden mit zunehmender Ordnungszahl bewirkt. Diese lineare Verzerrung des Stromes ist gleichbedeutend mit einer Verringerung der nichtlinearen Verzerrung des Stromes.



Frequenzspektrum eines mehrwelligen Stromes

Formelzusammenstellung

=====

Formel Nr.	Formel	Seite
OHMSches Gesetz		
(1)	$u_R = i_R \cdot R$	6
Grundgesetze des induktiven Schaltelementes		
(3a)	$u_L = L \frac{di_L}{dt}$	16
(3b)	$i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt$	16
(3f)	$\mathcal{U}_L = j\omega L \cdot \mathcal{I}_L$	17
Grundgesetze des kapazitiven Schaltelementes		
(6)	$u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$	26
(6a)	$i_C = C \frac{du_C}{dt}$	26
(6e)	$\mathcal{U}_C = \frac{\mathcal{I}_C}{j\omega C}$	28
Umrechnung einer Reihenschaltung in eine gleichwertige Parallelschaltung		
(10a)	$R_p = \frac{ R_r ^2}{R_r}$	45
(10b)	$jR_{bp} = -j \frac{ R_r ^2}{R_{br}}$	45
Umrechnung einer Parallelschaltung in eine gleichwertige Reihenschaltung		
(12a)	$R_r = \frac{G_p}{ \sigma_p ^2}$	50
(12b)	$jR_{br} = -j \frac{G_{bp}}{ \sigma_p ^2}$	50
Verlustfaktor und Gütefaktor von Spulen		
(22)	$\tan \delta_L = \frac{r}{\omega L}$	73
(22b)	$\beta_L = \frac{\omega L}{r}$	73

(28) $\tan \delta_c = \omega Cr$ 91

(28b) $\rho_c = \frac{1}{\omega Cr}$ 91

Der kapazitätslineare Drehkondensator

(32) $F = \left(\frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2} \right) \alpha$ 99

(33) $C = (n-1) \epsilon_{rel} \frac{R^2 - r^2}{8\pi d} \alpha$ [cm] 99

(33a) $C_{max} = (n-1) \epsilon_{rel} \frac{R^2 - r^2}{8d}$ [cm] 99

Der wellengerade Drehkondensator

(34) $R = \sqrt{\left(R_{max}^2 - r^2 \right) \frac{\alpha^0}{180^0} + r^2}$ 101

(35) $C_{max} = (n-1) \epsilon_{rel} \frac{R_{max}^2 - r^2}{16d}$ [cm] 101

Der frequenzgerade Drehkondensator

(43) $R = \sqrt{\frac{R_{max}^2 - r^2}{\left[\frac{f_o}{f_{\pi}} - \left(\frac{f_o}{f_{\pi}} - 1 \right) \frac{\alpha}{90} \right]^3} + r^2}$ 104

(45) $F = \frac{\pi}{4} \left(R_{max}^2 - r^2 \right) \left[\frac{f_{\pi}}{f_o} + \left(\frac{f_{\pi}}{f_o} \right)^2 \right]$ 105

(46) $C_{max} = (n-1) \epsilon_{rel} \frac{\frac{f_{\pi}}{f_o} + \left(\frac{f_{\pi}}{f_o} \right)^2}{16d} \left(R_{max}^2 - r^2 \right)$ [cm] 106

Der logarithmische Drehkondensator

(49) $R = \sqrt{\left(R_{max}^2 - r^2 \right) \left(\frac{C_{max}}{C_o} \right) \frac{\alpha^0 - 180^0}{180^0} + r^2}$ 107

(50) $C_{max} = (n-1) \epsilon_{rel} \frac{R_{max}^2 - r^2}{8d} \frac{1 - \frac{C_o}{C_{max}}}{\ln \frac{C_{max}}{C_o}}$ 108

Taylorreihe

Seite

$$(51) \quad i = f(u_0 + u) = f(u_0) + f'(u_0) \frac{u}{1!} + f''(u_0) \frac{u^2}{2!} + f'''(u_0) \frac{u^3}{3!} + \dots$$

115

Klirrfaktor

$$(53) \quad k = \frac{\sqrt{J_2^2 + J_3^2 + J_4^2 + \dots}}{J} \quad 120$$

Effektivwert mehrwelliger Größen

$$(59) \quad J = \sqrt{J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 + \dots} \quad 123$$

$$(60) \quad u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots} \quad 123$$

Literaturverzeichnis

1. Rint, Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker Bd. I und III, Verlag für Radio-, Foto-, Kinotechnik, Berlin Borsigwalde 1952 bzw. 1954
2. Pitsch, Lehrbuch der Funkempfangstechnik, 2. Auflage, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig KG, Leipzig 1950
3. Kammerloher, Elektrotechnik des Rundfunktechnikers Teil II Wechselstrom, 3. Auflage, Fachbuchverlag, Leipzig 1956
4. Kammerloher, Hochfrequenztechnik Teil I, 6. Auflage Wintersche Verlagshandlung, Füssen 1949
5. Moeller Werr, Leitfaden der Elektrotechnik Bd. I, 6. Auflage, Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1952
6. Meinke, Die komplexe Berechnung von Wechselstromschaltungen, Verlag W. de Gruyter & Co., Berlin 1949
7. Weiß, Übersicht über die Allgemeine Elektrotechnik, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig KG, Leipzig 1953
8. Geiger, Methodik der Lehre der Wechselstromtechnik, Verlag Technik, Berlin 1956
9. Nottebrock, Bauelemente der Nachrichtentechnik, Teil I und III, Verlag Schiele und Schön, Berlin 1949 bzw. 1950
10. Jacobs, Lehrgang Radiotechnik Bd. I, 2. Auflage, Franzis Verlag, München 1952
11. Limann, Funktechnik ohne Ballast, 4. Auflage, Franzis Verlag, München 1958
12. Tiedemann, Werkstoffe für die Elektrotechnik, Fachbuchverlag, Leipzig 1957

A) Frequenzbereiche

Bezeichnung	Frequenzbereiche	Kurzzeichen	Bildzeichen
Niederfrequenz	0 Hz ... 100 Hz (... 3 kHz)	NF	
Mittelfrequenz	100 Hz ... 10 kHz (... 300 kHz)	MF	
Hochfrequenz	10 kHz .. 300 MHz (... 3 GHz)	HF	
Höchstfrequenz	über 300 MHz	HHF	

B) Wellenbereiche

Bezeichnung	Wellenlänge	Frequenz	Kurzzeichen deutsch englisch ¹⁾ französisch ²⁾
Kilometerwellen	30 000 ... 1 000 m	10 ... 300 kHz	LW VLF,LF OL
Hektometerwellen	1 000 ... 100 m	300 ... 3000 kHz	MW MF OM, OI
Dekameterwellen	100 ... 10 m	3 ... 30 MHz	KW HF OC
Meterwellen	10 ... 1 m	30 ... 300 MHz	UKW VHF OTC
Dezimeterwellen	1 ... 0,1 m	300 ... 3000 MHz	dm W UHF OUC
Zentimeterwellen	0,1 ... 0,01 m	3 ... 30 GHz	cm W SHF
Millimeterwellen	0,01 ... 0,001 m	30 ... 300 GHz	mm W EHF

1) VLF bis 30 kHz, LF 30 ... 300 kHz

2) OM 150 ... 1600 kHz, OI 1600 ... 3000 kHz

Material	$\rho \left[\frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \right]$	$\alpha_{20} \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}$
Silber	0,016	3,8
Kupfer	0,01786	3,93
Gold	0,023	4,0
Aluminium	0,02857	3,77
Wolfram	0,055	4,1
Zink	0,063	3,7
Messing	0,07...0,09	1,5
Nickel	0,08...0,11	3,7...6
Eisen	0,10...0,15	4,5...6
Zinn	0,11	4,2
Platin	0,11...0,14	2...3
Blei	0,21	4,2
Nickelin	0,43	0,11
Manganin	0,43	0,04
Konstantan	0,50	-0,0035
Bogenlampenkohle	(0,06...0,08) 10^3	-0,2...-0,8
Graphit	(0,012...0,1) 10^3	-0,5

Tafel 2

Grundsätzlicher Aufbau	Einwirkungs- gattung	Einwirkungsart	Bezeichnung
Ohne Eisenkern	Mechanisch veränderbar	Schiebebewegung der Spulen Drehbewegung der Spulen	Schiebespulen- Variometer Drehspulen Variometer
Mit Eisenkern	Mechanisch veränderbar	Verschiebung und Verdrehung der Spulen Schiebebewegung des Eisenkerns Drehbewegung des Eisenkerns	Kombiniertes Drehschiebe- Variometer Schiebekern- Variometer Drehkern- Variometer
	Elektrisch veränderbar	Verschiebung und Verdrehung des Eisenkerns Feldbeeinflussung	Drehschiebe- Variometer mit Eisenkern Variometer mit Vormagnet- sicherung

Material	ϵ_{rel}	$\tan \delta \cdot 10^{-4}$
Quarz	4,2...4,7	1...3
Glimmer	7	1,7
Galit	6...6,5	5,8
Frequenta	5,5...6,5	2...5
Condensa F	65	3...5
Kerafar	65	3...5
Tempa S	14...16	1
Diacond	16	1
Tempa T	40	1
Trolitul III	2,4	2
Hartgummi	3...5	20
Pertinax	4,8...5,4	230...390
Bakelit	4,8...5,3	---
Glas	4,9...8,4	5,9...110
Porzellan	5,4	55
Papier	1,8...2,6	---

Tafel 4

Als Manuskript gedruckt
Alle Rechte vorbehalten

Ag 613/37a/73/600 (116)

1. Ausgabe 2. Auflage

Druck:

ZENTRALSTELLE FÜR LEHR- UND ORGANISATIONSMITTEL DES
MINISTERIUMS FÜR HOCH- UND FACHSCHULWESEN, ZWICKAU

Katalog-Nr.: 200.14-01/2

Vorzugsschutzgebühr; 2,50 M