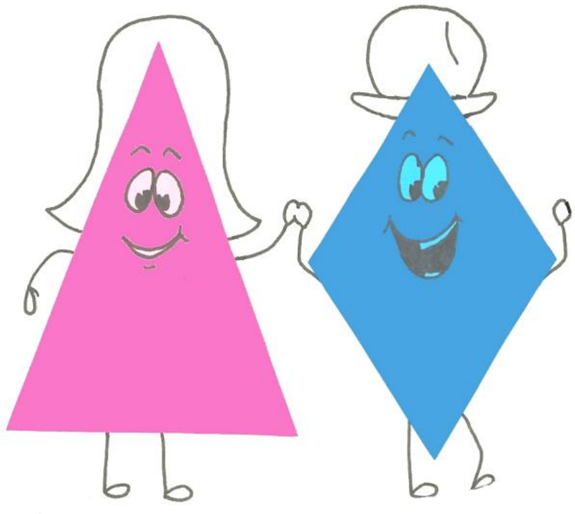
Mathe macht Spaß - ist doch LOGO

**Knobelaufgaben mit der Post für alle Grundschüler,
die Freude an Mathematik haben.**



Mit Frau Dreieck und Herrn Raute rechnen und knobeln!

Beachte bitte folgende Hinweise: Für eine vollständige Lösung genügt es nicht, nur das Ergebnis anzugeben. Schreibe einen Antwortsatz, führe wenn möglich eine Probe durch und erkläre, wie du die Lösung gefunden hast, oder zeichne zur Begründung deine Lösung auf. Auf der Rückseite sind einige Hinweise für die Lösungsdarstellung einer Aufgabe angegeben.

Du kannst auch einsenden, wenn du nicht alle Aufgaben gelöst hast.

Schicke deine Lösungen bis spätestens **…** (Datum des Poststempels) an folgende Adresse:

MATHE LOGO
c/o Dr. Norman Bitterlich
Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Du darfst auch eher einsenden!

Nach Einsendeschluss erhältst du eine Teilnahmeurkunde für diese Runde und die Aufgaben der nächsten Runde.

Bitte vergiss nicht, auf deiner Einsendung deinen Vor- und Familiennamen sowie den Namen und den Ort deiner Schule und deine Klassenstufe anzugeben!

Viel Spaß beim Rechnen und Tüfteln wünscht dir das LOGO-Team.

Runde 1 – Teil A: Beobachtungen im Tierpark

Familie Geometrie besucht einen Tierpark. Gleich am Eingang hängt ein großer Lageplan des Tierparks. Herr Raute möchte gern ins Tropenhaus. Frau Dreieck freut sich auf die Anlage mit den Flamingos. Quadrato möchte unbedingt ins Streichelgehege und Kreisa interessiert sich für die Kamele.

Aufgabe 1a) Gemeinsam überlegen sie, wie viele verschiedene Reihenfolgen es gibt, diese vier Stationen aufzusuchen. Hilf ihnen und gib die Anzahl an! Schreibe alle Möglichkeiten auf und verwende dafür geeignet Abkürzungen.

Aufgabe 1b) Herr Raute sieht auf dem Plan, dass sich das Streichelgehege ganz in der Nähe der Anlage für Flamingos befindet. Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es für den Besuch dieser vier Stationen, wenn sie das Streichelgehege und die Flamingo-Anlage unmittelbar nacheinander aufsuchen wollen?

Aufgabe 1c) Weil die Anlage für die Kamele sehr weit vom Eingang entfernt ist, schlägt Frau Dreieck vor, diese Anlage als letzte der vier Stationen zu besuchen. Wie viele verschiedene Reihenfolgen der vier Stationen gibt es nun, wenn sie die Kamele als letzte Station auswählen und weiterhin das Streichelgehege und die Flamingo-Anlage unmittelbar nacheinander besuchen wollen?

****

Aufgabe 2) An der Anlage für Flamingos erfahren Kreisa und Quadrato, dass die Zucht von Flamingos in Zoos oder Tierparks schwierig ist. Erstmalig sind in diesem Tierpark vor 3 Jahren einige Küken geschlüpft. Im darauffolgenden Jahr waren es noch einmal genauso viele Küken. Im vorigen Jahr kamen sogar so viele Küken zu Welt, wie die beiden Jahre davor zusammen. In diesem Jahr konnte noch erfolgreicher gezüchtet werden – sogar zwei Küken mehr als im Vorjahr.

Wie viele Küken schlüpften insgesamt in diesen vier Jahren, wenn bekannt ist, dass diese Anzahl ein Vielfaches von 5 ist und es weniger als 40 Jungvögel waren? Schreibe deinen Lösungsweg auf!

****

Aufgabe 3) Neben dem Tropenhaus befindet sich die Außenanlage der Erdmännchen. Als sie um 12:00 Uhr dort ankommen, ist gerade Fütterungszeit. Alle Tiere rennen bei der Jagd nach dem Futter aufgeregt in der Anlage herum. Deshalb können Kreisa und Quadrato die Tiere gar nicht genau zählen. Kreisa meint: „Es sind bestimmt mehr als 15 Tiere“. Quadrato ergänzt: „Es sind aber höchstens 22 Tiere“. Die Tierpflegerin hatte diese Aussagen gehört und erklärte: „Ihr habt beide recht. Außerdem sind es viermal so viele erwachsene Tiere wie Jungtiere“.

Wie viele Erdmännchen sind in der Außenanlage? Begründe dein Ergebnis.

Aufgabe 4) Im Gehege für die Kamele sehen sie Dromedare (mit einem Höcker) und Trampeltiere (mit zwei Höckern). Herr Raute stellt fest. „Die Tiere, die zurzeit im Gehege leben, haben zusammen 7 Höcker. Wenn nun noch weitere Tiere mit insgesamt 5 Höckern hinzu kämen, wären es mehr Trampeltiere als Dromedare.“

Kannst du aus dieser Angabe ermitteln, wie viele Dromedare und Trampeltiere zurzeit im Gehege leben? Erkläre, wie du deine Lösung gefunden hast!

Runde 1 – Teil B: Zahlenspiele: Immer 20!

Kreisa und Quadrato spielen mit Zahlen und wollen anlässlich des 20. LOGO-Korrespondenzzirkels mit der Zahl 20 experimentieren. Dafür haben sie sich 9 Zahlenkarten gebastelt, auf denen die Zahlen von 1 bis 9 stehen. Jede Zahl kommt also nur einmal vor.

Aufgabe 1a) Quadrato zieht drei Karten. Welche Karten könnte er gezogen haben, wenn deren Summe genau 20 beträgt? Gib alle Möglichkeiten an! (Bei der Summe spielt die Reihenfolge der Summanden natürlich keine Rolle.)

Aufgabe 1b) Kreisa zieht vier Karten. Gib drei verschiedene Möglichkeiten an, so dass deren Summe genau 20 beträgt!

Aufgabe 1c) Quadrato zieht sechs Karten und wundert sich, dass es ihm nicht gelingt, die Summe 20 genau zu erreichen. Erkläre, warum es nicht möglich ist!

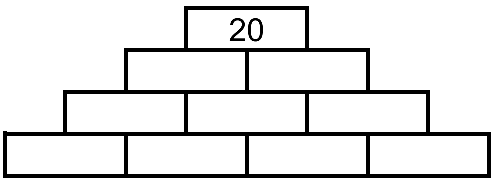
Aufgabe 1d) Herr Raute behauptet: „Egal wie viele Karten Kreisa zieht – wenn deren Summe genau 20 beträgt, bleiben genug Karten übrig, so dass Quadrato auch Karten mit der Summe 20 ziehen kann.“ Frau Dreieck bezweifelt es: „Kreisa kann sich Karten auswählen, so dass Quadrato nicht mehr genau 20 erreichen kann!“ Wer hat recht? Begründe deine Antwort.

Lösungshinweise zur Aufgabe 1a – Antwortsatz: Es gibt 4 Möglichkeiten, 3 Karten mit

****

Nun haben Kreisa und Quadrato Rechenmauern mit vier Zeilen gezeichnet. Sie tragen Zahlen in die untere Reihe ein. Dann schreiben sie in den nächsten Zeilen darüber auf jeden Stein jeweils die Summe der direkt darunterliegenden Steine. Sie schreiben aber auf keinen Stein die Zahl 0. Ganz oben soll immer 20 stehen.

1. Zeile
2. Zeile
3. Zeile
4. Zeile



Aufgabe 2a) Welche Zahlen könnte Quadrato in die untere Zeile geschrieben haben?

Aufgabe 2b) Wenn auf dem obersten Stein 20 steht, beträgt die Summe auf der zweiten Zeile 20. Kreisa überlegt, wie groß die Summe der Zahlen in der dritten Zeile sein kann. Gib ein Beispiel mit der kleinstmöglichen Summe in der dritten Zeile an.

Aufgabe 2c) Gib eine richtig gerechnete Rechenmauer an, bei der keine Zahl auf den Steinen mehrfach verwendet wird.

****

Nun schlägt Frau Dreieck folgendes Spiel vor: Mit einem regulärem Spielwürfel wird eine Startzahl gewürfelt, also 1, 2, 3, 4, 5 oder 6. Nun darf immer wieder entweder mit 2 multipliziert oder 2 subtrahiert werden. Ein Beispiel mit 5 Rechenschritten:

Startzahl 4 → $4 \cdot 2 = 8$ → $8 \cdot 2 = 16$ → $16 - 2 = 14$ → $14 \cdot 2 = 28$ → $28 - 2 = 26$.

Aufgabe 3a) Kreisa behauptet, dass für jede Startzahl nicht mehr als 8 Rechenschritte erforderlich sind, um mit diesen Rechenschritten genau auf die Zahl 20 zu kommen. Hat Kreisa recht? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 3b) Quadrato ändert die Spielregeln: Er will entweder mit 3 multiplizieren oder 2 subtrahieren. Kann er auch für jede Startzahl die Zahl 20 erreichen? Begründe deine Antwort!

****

Runde 2 – Teil A: Herbstfreuden

Aufgabe 1. Es ist herbstlich geworden. Frau Dreieck, Herr Raute und ihre Kinder Kreisa und Quadrato sammelten den ganzen Nachmittag Kastanien. Sie hatten kleine Stoffbeutel mit, die sie damit füllten. Insgesamt füllten sie 30 Beutel. Am Abend stellten sie fest:

- Quadrato hatte 4 Beutel mehr gefüllt als Kreisa.
- Quadrato und Kreisa füllten zusammen doppelt so viele Beutel wie Frau Dreieck.
- Herr Raute füllte so viele Beutel wie Quadrato und Kreisa zusammen.

Wie viele Beutel hatte jeder beim Sammeln gefüllt?

Aufgabe 2. Ein paar Tage später gingen Kreisa und Quadrato noch einmal Kastanien sammeln. Sie haben aber diesmal nur wenige gefunden, beide gleich viele. Trotzdem gab Quadrato an: „Wenn du mir nur 10 Kastanien von deinen gibst, dann habe ich dreimal so viele wie du dann hast.“

Wie viele Kastanien hatte Quadrato diesmal gesammelt?

Aufgabe 3a. Kreisa brachte buntes Herbstlaub mit nach Hause, und zwar 2 Kastanienblätter, 2 Eichenblätter und 1 Ahornblatt. Sie wollte diese fünf Blätter in einer Reihe aufhängen, aber so, dass zwei gleiche Blätter nicht nebeneinander hängen.

Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es dafür? Schreibe alle auf!

Aufgabe 3b. Quadrato gab Kreisa nun zusätzlich ein drittes Kastanienblatt.

Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es nun, wenn Kreisa weiterhin zwei gleiche Blätter nicht nebeneinander hängen will? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 4. Kreisa hatte sich für eine Reihenfolge entschieden und die Blätterkette Frau Dreieck geschenkt. Doch am nächsten Morgen war sie zerrissen. Frau Dreieck war überrascht und wollte wissen, wem das Missgeschick passierte.

Frau Dreieck sagte: „Ich denke, Quadrato war es“.
Kreisa verteidigte ihren Bruder: „Nein, Quadrato war es nicht“.
Auch Quadrato behauptete: „Ich war es nicht“.
Herr Raute meinte: „Kreisa war es“.

Frau Dreieck merkte aber, dass nicht alle Antworten wahrheitsgemäß waren.

Was ist Frau Dreieck aufgefallen? Findest du heraus, wem das Missgeschick passierte, wenn nur genau eine Antwort falsch war? Begründe deine Antwort.

Runde 2 – Teil B: Zahlenspiele: Noch einmal immer 20!

Kreisa und Quadrato wollen wieder mit der Zahl 20 experimentieren. Dafür haben sie sich 9 Zahlenkarten gebastelt, auf denen die Zahlen von 1 bis 9 stehen. Jede Zahl kommt also nur einmal vor.

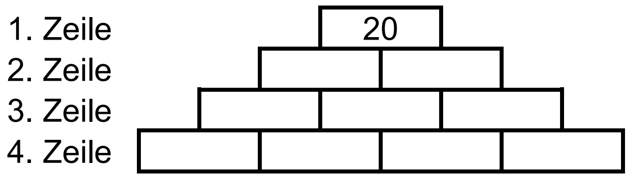
Aufgabe 1a) Kreisa behauptet, aus den Zahlenkarten 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 jeweils solche Karten auswählen zu können, dass sie die Summe 20 erreicht. Prüfe die Aussage von Kreisa und begründe deine Antwort.

Aufgabe 1b) Quadrato behauptet, ihm genügen die Zahlenkarten 1, 2, 3, 8 und 9, so dass er jeweils solche Karten auswählen kann, dass er die Summe 20 erreicht. Kreisa widerspricht: „Einige der Zahlen zwischen 1 und 20 kannst du damit nicht als Summe erreichen!“ Welche Summen hat Kreisa wohl entdeckt?

Aufgabe 1c) Herr Raute behauptet, er könne sich 5 Zahlenkarten von den 9 Zahlenkarten auswählen, so dass er aus dieser Auswahl jeweils solche Karten ziehen kann, dass er die Summe 20 erreicht. Hat Herr Raute recht? Begründe deine Antwort!

****

Kreisa und Quadrato spielen mit vierzeiligen Rechenmauern. In den Feldern stehen die Summen der direkt darunterliegenden Steine. Sie schreiben aber auf keinen Stein die Zahl 0. Ganz oben soll immer 20 stehen.



Aufgabe 2a) Quadrato überlegt: „Gibt es solche Rechenmauern, auf denen nur gerade Zahlen zu sehen sind?“ Was meinst du? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 2b) Kreisa vermutet: „Wenn es solche Rechenmauern gibt, auf denen nicht nur gerade Zahlen stehen, dann sind mindestens 4 ungerade Zahlen zu sehen.“ Überprüfe diese Aussage und begründe deine Antwort!

Aufgabe 2c) Wie viele verschiedene solche Rechenmauern gibt es, bei denen die Summe der Zahlen in der 4. Zeile 8 ergibt? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 2d) Warum kann Quadrato keine solche Rechenmauer finden, bei der die Summe der Zahlen in der 4. Zeile 9 ergibt?

****

Quadrato hat sich eine Zahl gemerkt, die er immer wieder entweder mit einem Faktor multipliziert oder um einen Summanden erhöht. Beispiel: Quadrato merkte sich die Zahl 3 und rechnete mit dem Faktor 2 und dem Summand 5, um auf 49 zu kommen.

$$3 \cdot 2 = 6,\ 6 \cdot 2 = 12,\ 12 + 5 = 17,\ 17 + 5 = 22,\ 22 \cdot 2 = 44,\ 44 + 5 = 49.$$

Aufgabe 3a) Welche einstellige Zahlen könnte sich Quadrato gemerkt haben, wenn er mit Faktor 3 und Summand 4 auf 50 kam?

Aufgabe 3b) Welchen Faktor könnte Quadrato verwendet haben, wenn er sich 5 merkte, den Summand 6 nutzte und auf 39 kam?

Runde 3 – Teil A: Fußball-Weltmeisterschaft

Im Sommer findet die Fußball-Weltmeisterschaft 2026 mit 48 Mannschaften statt. Sie spielen zunächst in Gruppen jeder gegen jeden einmal. Bei jedem Spiel erhalten die siegreiche Mannschaft 3 Punkte und der Verlierer 0 Punkte. Bei Unentschieden erhält jede Mannschaft 1 Punkt. Das Ergebnis eines Spieles wird durch die Anzahl der geschossenen Tore angezeigt: 2 : 1 bedeutet, dass die Siegermannschaft (3 Punkte) 2 Tore und die Verlierermannschaft (0 Punkte) 1 Tor schoss.

Familie Geometrie – Quadrato, Kreisa, Frau Dreieck und Herr Raute – diskutieren über mögliche Ergebnisse in einer Gruppe mit drei Mannschaften.

Aufgabe 1. In einer Gruppe mit drei Mannschaften A, B und C finden 3 Spiele statt: A gegen B, A gegen C und B gegen C. Es ist bekannt, dass in allen diesen Spielen insgesamt 11 Tore geschossen wurden. In den Spielberichten können wir lesen:

(1) Mannschaft C schoss in ihren zwei Spielen insgesamt 2 Tore.
(2) Die Mannschaften B und C trennten sich unentschieden (schossen also in diesem Spiel gleich viele Tore).
(3) Mannschaft A verlor gegen Mannschaft B, die doppelt so viele Tore wie A schoss.
(4) Im Spiel Mannschaft A gegen Mannschaft C wurden 3 Tore geschossen.

Kannst du aus diesen Angaben ermitteln, wie das Spiel A gegen B endete? Gib das Ergebnis an und beschreibe, wie du es gefunden hast!

Aufgabe 2. In einer anderen Gruppe spielten die Mannschaften D, E und F jeder gegen jeden einmal. Mannschaft D gewann beide Spiele. Mannschaft F gewann eines ihrer Spiele. Insgesamt wurden in den drei Spielen 5 Tore geschossen.

Schreibe alle Möglichkeiten auf, wie viele Tore unter diesen Bedingungen im Spiel D gegen E geschossen wurden!

Aufgabe 3. In einer anderen Gruppe spielten die Mannschaften K, L und M jeder gegen jeden einmal. Mannschaft K gewann beide Spiele. Mannschaft L gewann eines ihrer Spiele. Insgesamt wurden in den drei Spielen 13 Tore geschossen.

- Quadrato sagt: „Es ist möglich, dass Mannschaft K mehr Tore schoss als Mannschaft L und Mannschaft L mehr Tore schoss als Mannschaft M.“ Hat Quadrato recht? Wie könnten die Spielergebnisse gewesen sein, damit seine Aussage richtig ist?
- Frau Dreieck fragt: „Ist es möglich, dass alle Mannschaften gleich viele Tore geschossen haben?“ Beantworte diese Frage und begründe deine Antwort!
- Herr Raute behauptet: „Es ist sogar möglich, dass Mannschaft M insgesamt mehr Tore schoss als Mannschaft K und auch mehr Tore schoss als Mannschaft L.“ Hat Herr Raute recht? Wie könnten die Spielergebnisse gewesen sein, damit seine Aussage richtig ist?

Aufgabe 4. In der Gruppe spielten die vier Mannschaften W, X, Y und Z.

- Wie viele Spiele sind erforderlich, damit jede gegen jeden einmal spielen kann?
- Wie viele Punkte kann der Gruppensieger dabei höchstens erreichen?
- Wenn Mannschaft W Gruppensieger wurde, vier Punkte Vorsprung vor Mannschaft X hatte und die Mannschaften Y und Z gleich viele Punkte schafften - wie viele Punkte hat dann Mannschaft W erreicht? Begründe deine Antwort!

Runde 3 – Teil B: Zahlenspiele: Und noch einmal immer 20!

Kreisa und Quadrato wollen wieder mit der Zahl 20 experimentieren.

Aufgabe 1a). Dafür hat Quadrato dieses Mal die Zahlen von 1 bis 20 ohne Lücken hintereinander geschrieben, also 1234567891011... und so weiter bis 20.

- Wie viele Ziffern stehen in dieser Ziffernreihe?
- Berechne die Summe aller dieser Ziffern!

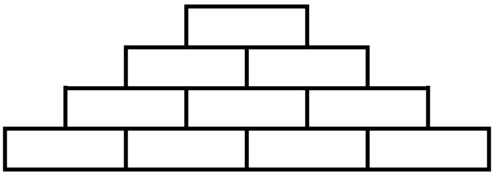
Aufgabe 1b). Kreisa denkt sich die Zahlen von 1 bis 200 ohne Lücken hintereinander geschrieben, also 1234567891011... und so weiter bis 200.

- Wie viele Ziffern stehen in dieser Ziffernreihe?

****

Kreisa und Quadrato spielen auch wieder mit vierzeiligen Rechenmauern. In den Feldern stehen die Summen der direkt darunterliegenden Steine. Sie schreiben aber auf keinen Stein die Zahl 0. Sie haben schon viele Rechenmauern gefunden, bei denen in der 1. Zeile 20 steht.

1. Zeile
2. Zeile
3. Zeile
4. Zeile

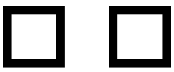


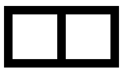
Aufgabe 2a). Quadrato stellt fest: „Wenn ich eine Rechenmauer gefunden habe, bei der in der 1. Zeile 20 steht, dann ist es nicht schwer, daraus eine Rechenmauer zu bilden, bei der in der 1. Zeile 21 steht.“ Was könnte Quadrato entdeckt haben? Erkläre, wie er die neue Rechenmauer finden kann.

Aufgabe 2b). Kreisa behauptet, sie könne aus Rechenmauern mit 20 in der 1. Zeile Rechenmauern mit 21, 22, …, 28 in der 1. Zeile erzeugen, indem sie jede der Zahlen in der 4. Zeile um höchstens 1 verändert. Zeige an einem Beispiel, dass sie recht hat.

****

Quadrato hat viele gleich lange Legestäbchen. Mit diesen Stäbchen legt er Figuren (linke Abbildung: 8 Stäbchen für 2 Quadrate). Er kann die Stäbchen auch so legen, dass die Figuren zusammenhängen (rechte Abbildung: 7 Stäbchen für 2 Quadrate).





Aufgabe 3a). Wie viele Quadrate kann Quadrato mit 20 Legestäbchen legen? Es ist natürlich einfach 5 Quadrate zu legen. Doch können es auch mehr Quadrate werden? Finde möglichst viele Anzahlen, die er legen kann, wenn er nur gleichgroße Quadrate zählt. Zeichne zu jeder möglichen Anzahl, wie Quadrato seine Stäbchen gelegt haben könnte!

Aufgabe 3b). Frau Dreieck bittet nun Quadrato, mit seinen 20 Legestäbchen Dreiecke zu legen. Finde möglichst viele Anzahlen, die er legen kann, wenn er nur gleichgroße Dreiecke zählt! Zeichne zu jeder möglichen Anzahl, wie Quadrato seine Stäbchen gelegt haben könnte!