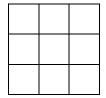
Dr. Norman Bitterlich Kontakt: E-Mail norman.bitterlich@t-online.de, c/o Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

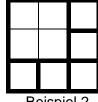
Eine Aufgabe für verregnete* Sommertage

Ein Quadrat aus 3 x 3 – Kästchen



kann man in kleinere Quadrate zerlegen. Eine solche Zerlegung ist beispielsweise mit 9 Quadraten möglich (vergleiche Beispiel 1). Aber auch das Beispiel 2 ist eine Zerlegung des Quadrates in Quadrate, nämlich in 1 mittleres und 5 kleine Quadrate.

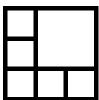


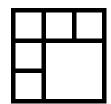


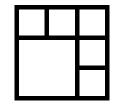
Beispiel 1

Beispiel 2

Zwei Zerlegungen sollen als nicht verschieden gelten, wenn für jede Größe der Quadrate die gleiche Anzahl verwendet wird. In diesem Sinne stimmen die folgenden drei Zerlegungen mit dem Beispiel 2 überein und sind somit keine neuen Möglichkeiten.







Es gibt also genau 2 verschiedene Möglichkeiten, ein Quadrat der Größe 3 x 3 in kleinere Quadrate zu zerlegen.

Aufgabe 1. Finde möglichst viele Möglichkeiten, ein Quadrat der Größe 5 x 5 in kleinere Quadrate zu zerlegen. Gib die gefundenen Zerlegungen durch Zeichnungen oder Beschreibungen genau an.

Aufgabe 2. Für eine Zerlegung eines Quadrates der Größe 7 x 7 in kleinere Quadrate gibt es sehr viele Möglichkeiten. Finde deshalb nur eine Zerlegung mit möglichst wenigen Quadraten.

Schicke deine Lösungen bis spätestens 27. August 2012 an

Bezirkskomitee Chemnitz c/o Dr. Norman Bitterlich Draisdorfer Str. 21 09114 Chemnitz

oder

norman.bitterlich@t-online.de

Die besten Zerleger werden prämiert!

Vorsitzender: Dr. Norman Bitterlich, Tel.: 0371 4660751, E-Mail: norman.bitterlich@t-online.de

Eine Aufgabe¹ für verregnete* Sommertage

Weil schlechtes Wetter ist, backen Mia und ihre Mama leckere Smartie-Muffins. Dafür benutzen sie das Rezept aus dem Buch "Muffins mit Flex-Formen" von Jutta Renz. In die Smartie-Muffins kommen ganz schön viele Süßigkeiten hinein:



1 Tafel (also 100 g) weiße Schokolade und 125 g Zucker für den Teig, und für die Glasur (die pinselt man auf die Muffins drauf) noch mal 150 g weiße Schokolade und 1 Packung Smarties.

Mia möchte die Muffins für ihre Freundinnen und Freunde backen und am nächsten Tag in den Hort mitnehmen. Das Rezept ist für 24 Muffins, Mia und ihre Freunde sind aber insgesamt 18 und jeder möchte 2 Muffins essen.

- a) Wie viele Muffins will Mia backen?
- b) Wie viel Gramm weiße Schokolade muss sie also insgesamt kaufen? (Denke daran, dass sie auch für die Glasur weiße Schokolade braucht.)
- c) Wie viele Tafeln muss sie kaufen, damit sie genug Schokolade hat?
- d) Heute ist ein Sonderangebot im Supermarkt: "Nimm 3 bezahl 2" (Für je 3 Tafeln muss man nur zwei bezahlen). Wie viele Tafeln muss Mia bezahlen?

Nach einer Weile im Ofen sind die Muffins nun fast fertig. Nachdem Mia die Muffins mit weißer Schokolade bestrichen hat, möchte sie diese nun noch mit Smarties verzieren. Dazu teilt sie die Muffins in 3 Gruppen. Zwei kleine Gruppen sollen die gleiche Anzahl an Muffins haben, die andere große Gruppe soll doppelt so viele Muffins wie eine kleine Gruppe haben. Auf die Muffins der großen Gruppe macht sie je 5 Smarties, auf die Muffins der einen kleinen Gruppe je 4 und auf die Muffins der anderen kleinen Gruppe je 3.

- e) Wie viele Smarties braucht Mia insgesamt?
- f) Mia möchte es schön bunt gestalten und verwendet auf jedem Muffin jede Smartie-Farbe nur einmal. Wie viele Smartie-Farben müssen es sein, damit in der kleinen Gruppe mit den drei Smarties keine Farb-Belegung doppelt auftritt? Reicht diese Anzahl von verschiedenen Farben, um auch in der anderen kleinen Gruppe die Muffins so zu verzieren, dass keine Belegung doppelt auftritt?
- g) Mia stellt leider fest, dass sie dafür nicht genug Smartie-Farben hat. Sie überlegt nun, ob sie weniger Farben benötigt, wenn sie auf den Muffins auch Smarties der gleichen Farbe verwendet. Wie viele Farben benötigt sie für die kleine Gruppe mit den 3 Smarties je Muffin?

Wir wünschen euch viel Spaß beim Knobeln und Rechnen. Schicke deine Lösungen (auch wenn du nicht alles gelöst hast) bis spätestens 23. August 2013 an

Bezirkskomitee Chemnitz c/o Dr. Norman Bitterlich Draisdorfer Str. 21 09114 Chemnitz oder norman.bitterlich@t-online.de

Alle Einsendungen werden beantwortet (bitte dafür das zukünftige Gymnasium angeben). Die besten Einsendungen werden prämiert ©.

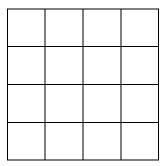
Vielleicht wollt ihr ja nun mit euren Eltern auch einmal Muffins backen?!

¹ Eine Aufgabe von Annemarie Maßalsky, Schülerin am Europäischen Gymnasium Waldenburg

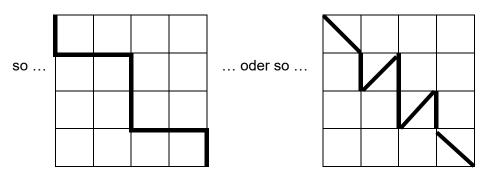
Vorsitzender: Dr. Norman Bitterlich, Tel.: 0371 4660751, E-Mail: norman.bitterlich@t-online.de

Eine Aufgabe für verregnete* Sommertage

Ein Quadrat aus 4 x 4 – Teilquadraten



ist von links oben nach rechts unten in zwei Teile zu zerlegen, die in Größe und Form gleich sind. Dabei sind die Schnittlinien nur entlang der eingezeichneten Kästchenlinien oder diagonal durch die Kästchen zu ziehen, also beispielsweise



Finde möglichst viele verschiedene Zerlegungen und gib die gefundenen Zerlegungen durch Zeichnungen oder Beschreibungen genau an.

Schicke deine Zerlegungen bis spätestens 26. August 2014 an

Bezirkskomitee Chemnitz c/o Dr. Norman Bitterlich Draisdorfer Str. 21 09114 Chemnitz oder

norman.bitterlich@t-online.de

Gib bitte bei deiner Einsendung deine Schule für das Schuljahr 2014/15 an, wenn du die Auswertung der Sommeraufgabe erfahren willst. *Die besten Zerleger werden prämiert!*

Hinweise:

- Zwei Teile heißen formgleich, wenn sie durch Verschiebung, Drehung oder Spiegelung ineinander übergeführt werden können. (Das bedeutet: wenn du die Teile ausschneidest, kannst du sie so hin- und herdrehen oder auch umdrehen, dass sie genau übereinander passen.)
- Zwei Zerlegungen heißen gleich, wenn alle Teile der Zerlegungen formgleich sind.
- Es gibt viel mehr als 10 verschiedene Zerlegungen.

^{*} Aber wir wünschen natürlich schöne und vor allem sonnenreiche Sommerferien!

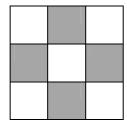
Vorsitzender: Dr. Norman Bitterlich, Tel.: 0371 4660751, E-Mail: norman.bitterlich@t-online.de

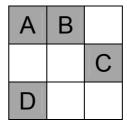
Eine Aufgabe für verregnete* Sommertage

Aufgabe 1. Ein 3×3 – Feld wurde an die Tafel gezeichnet. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, darin vier Zellen auszumalen, von denen je zwei Zellen keine gemeinsame Seite haben, das Beispiel links in der Abbildung eingeschlossen?

Hinweis: Das Feld an der Tafel kann natürlich nicht gedreht oder gespiegelt werden. Verschiedene Muster sind deshalb auch verschiedene Möglichkeiten.

Beachte: Die Zeichnung rechts in der Abbildung ist keine zulässige Möglichkeit, denn A und B haben eine gemeinsame Seite.





Aufgabe 2. Wenn ein 4 x 4 – Feld an die Tafel gezeichnet wurde – wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es dann, darin vier Zellen auszumalen, von denen je zwei Zellen keine gemeinsame Seite haben?

Aufgabe 3. Wir betrachten nun ein 5 x 5 – Feld. Diesmal sollen fünf Zellen ausgemalt werden, von denen wiederum je zwei Zellen keine gemeinsame Seite haben, aber zu jeder Zelle soll es mindestens eine andere Zelle geben, mit der sie einen gemeinsamen Eckpunkt hat (wie in der rechten Abbildung die Zellen B und C oder in der linken Zelle alle ausgemalten Zellen). Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es dafür?

Für eine vollständige Lösung genügt es nicht, nur die Anzahlen der Möglichkeiten anzugeben. Es sollen auch die möglichen Anordnungen beschrieben oder gezeichnet werden.

Schicke deine Lösungen bis spätestens 16. August 2015 an

Bezirkskomitee Chemnitz c/o Dr. Norman Bitterlich Draisdorfer Str. 21 09114 Chemnitz oder

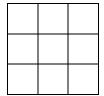
norman.bitterlich@t-online.de

Gib bitte bei deiner Einsendung deine Schule für das Schuljahr 2015/16 an, wenn du die Auswertung der Sommeraufgabe erfahren willst. **Die besten Lösungseinsendungen werden prämiert!**

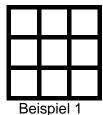
Vorsitzender: Dr. Norman Bitterlich, Tel.: 0371 4660751, E-Mail: norman.bitterlich@t-online.de

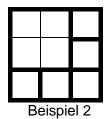
Eine Aufgabe für verregnete* Sommertage

Ein Quadrat aus 3 x 3 – Kästchen



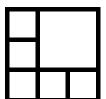
kann man in kleinere Quadrate zerlegen. Eine solche Zerlegung ist beispielsweise mit 9 Quadraten möglich (vergleiche Beispiel 1). Aber auch das Beispiel 2 ist eine Zerlegung des Quadrates in Quadrate, nämlich in 1 mittleres und 5 kleine Quadrate.

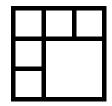




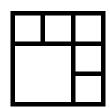
Zwei Zerlegungen sollen als nicht verschieden gelten, wenn für jede Größe der Quadrate die

dem Beispiel 2 überein und sind somit keine neuen Möglichkeiten.





gleiche Anzahl verwendet wird. In diesem Sinne stimmen die folgenden drei Zerlegungen mit



Es gibt also genau 2 verschiedene Möglichkeiten, ein Quadrat der Größe 3 x 3 in kleinere Quadrate zu zerlegen.

Aufgabe 1. Finde möglichst viele Möglichkeiten, ein Quadrat der Größe 5 x 5 in kleinere Quadrate zu zerlegen. Gib die gefundenen Zerlegungen durch Zeichnungen oder Beschreibungen genau an.

Aufgabe 2. Für eine Zerlegung eines Quadrates der Größe 7 x 7 in kleinere Quadrate gibt es sehr viele Möglichkeiten. Finde deshalb nur eine Zerlegung mit möglichst wenigen Quadraten.

Schicke deine Lösungen bis spätestens 5. August 2016 an

Bezirkskomitee Chemnitz c/o Dr. Norman Bitterlich Draisdorfer Str. 21 09114 Chemnitz oder

norman.bitterlich@t-online.de

Die besten Zerleger werden prämiert!

Vorsitzender: Dr. Norman Bitterlich, Tel.: 0371 4660751, E-Mail: norman.bitterlich@t-online.de

Noch mehr zu Zerlegungen von Quadraten in Quadrate

Mit der Sommeraufgabe 2016 wurde eine Thematik vorgestellt, die noch viele spannende Aufgaben bereithält. Für die kleinen 3 x 3 – Quadrate und 5 x 5-Quadrate ließen sich alle möglichen Zerlegungen durch systematisches Probieren finden. Diese Vorgehensweise lässt sich auch auf größere Quadrate anwenden und mit fleißigem Suchen zum Ergebnis führen:

Aufgabe 1: Finde alle Möglichkeiten, ein Quadrat der Größe 7 x 7 in kleinere Quadrate zu zerlegen. Gib die gefundenen Zerlegungen durch Zeichnungen oder Beschreibungen genau an.

Doch die vollständige Beschreibung aller Möglichkeiten erscheint gar nicht mehr so interessant. Wir betrachten lieber folgende Definition:

Es bezeichne Q(n) die kleinste Anzahl von Quadraten mit ganzzahligen Seitenlängen (kleiner als n), in die ein $n \times n$ – Quadrat zerlegt werden kann.

Nach Lösung der Sommeraufgabe wissen wir:

Es gilt Q(5) = 8, denn die Zerlegung in ein $3 \times 3 - Quadrat$, drei $2 \times 2 - Quadrat$ e und vier $1 \times 1 - Quadrat$ e ergibt die Möglichkeit mit der geringsten Anzahl von Teilquadraten (1 + 3 + 4 = 8).

Nachträglich können wir Q(3) = 6 feststellen.

Und in den Lösungshinweisen zur Sommeraufgabe wurde Q(7) = 9 behauptet, was durch Lösen der oben genannten Aufgabe 1 bewiesen werden kann.

Aufgabe 2: Finde einen möglichst kleinen Wert für Q(9) durch eine mathematische Überlegung, also ohne alle Möglichkeiten aufzuschreiben. Prüfe, ob es mit deiner Überlegung auch gelingt, einen möglichst kleinen Wert für Q(111) zu finden.

Aufgabe 3: Begründe, warum für eine gerade Zahl n immer Q(n) = 4 gilt.

Lust auf noch mehr solche Fragen? Dann schicke deine Lösungen bis spätestens 17. September 2016 an

Bezirkskomitee Chemnitz c/o Dr. Norman Bitterlich Draisdorfer Str. 21 09114 Chemnitz oder

norman.bitterlich@t-online.de

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° Tel. 0371 4660751 ° norman.bitterlich @t-online.de

Eine Aufgabe für verregnete* Sommertage

Wir spielen ein Spiel auf kariertem Papier. Dafür umranden wir ein Feld mit 4x4-Kästchen. Wir bilden ein Startmuster: Einige Kästchen färben wir grau, die anderen bleiben weiß. Im Beispiel sollen die mit a, b und c bezeichneten Kästchen grau sein, alle anderen Kästchen sind weiß.

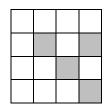
a b

Zwei Kästchen sind benachbart, wenn sie eine Seite oder eine Ecke gemeinsam haben. Das Kästchen a hat also 8 Nachbarn, das Kästchen b hat 5 Nachbarn und das Kästchen c hat nur 3 Nachbarn.

Wir zählen für jedes Kästchen, wie viele benachbarte Kästchen grau sind, und schreiben diese Zahlen in die Kästchen.

Nun färben wir die Kästchen nach folgenden Regeln um:

- Alle grauen Kästchen, in denen die Zahl 2 oder 3 steht, werden weiß. Alle anderen grauen Kästchen bleiben grau.
- Alle weißen Kästchen, in denen die Zahl 3 steht, werden grau. Alle anderen weißen Kästchen bleiben weiß.



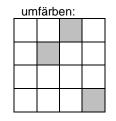
Nun sieht unser neues Muster so aus:

Wir setzen dieses Spiel mit dem neuen Muster fort: Zählen – Umfärben – Zählen – ... bis ein Muster entsteht, das mit den Regeln nicht mehr verändert werden kann. Im Beispiel entstehen noch 3 Muster, dann bricht das Spiel ab. Wir schreiben den Spielverlauf so auf:

zählen:								
1	1	2	1					
1	1	3	1					
1	2	3	3					
0	1	2	1					

umfärben:							

zählen:								
1	2	3	2					
1	1	3	2					
1	2	5	3					
0	0	2	1					



zählen:								
1	2	1	1					
1	1	2	1					
1	1	2	1					
0	0	1	0					

Aufgabe 1. Im Startmuster seien die 4 Eckkästchen des 4x4-Feldes grau gefärbt. Spiele das Spiel. Was stellst du fest? Gibt es weitere Startmuster mit vier grau gefärbten Kästchen, die diese Eigenschaft haben?

Aufgabe 2. Suche ein Startmuster mit 4 grau gefärbten Kästchen, das nach zwei weiteren Mustern abbricht. Schreibe den Spielverlauf auf.

Aufgabe 3. Findest du ein Startmuster mit vier grau gefärbten Kästchen, bei dem das Spiel mindestens 5 oder mehr Muster erzeugt? Schreibe den Spielverlauf auf.

Aufgabe 4. Kann es ein Startmuster geben, bei dem das Spiel nie abbricht?

Viel Spaß beim Spielen! Schicke deine Lösungen bis spätestens 4. August 2017 an:

Dr. Norman Bitterlich oder norman.bitterlich@t-online.de Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Vergiss nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben. *Die besten Spieler werden prämiert!*

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° Tel. 0371 4660751 ° norman.bitterlich@t-online.de

Hallo,

du hast die Sommeraufgabe so gut gelöst, dass ich dich einladen möchte, dich noch einmal mit dem Spiel zu beschäftigen. Hast du Lust?

Nachtrag zur Sommeraufgabe 2017

Wir erinnern uns an folgende Spielregeln: Wir umranden ein Feld mit 4x4-Kästchen. Wir bilden ein Startmuster: Einige Kästchen färben wir grau, die anderen bleiben weiß. Im Beispiel sollen die mit a, b und c bezeichneten Kästchen grau sein, alle anderen Kästchen sind weiß a b

Zwei Kästchen sind benachbart, wenn sie eine Seite oder eine Ecke gemeinsam haben. Das Kästchen a hat also 8 Nachbarn, das Kästchen b hat 5 Nachbarn und das Kästchen c hat nur 3 Nachbarn.

Wir zählen für jedes Kästchen, wie viele benachbarte Kästchen grau sind, und schreiben diese Zahlen in die Kästchen.

Nun färben wir die Kästchen nach folgenden Regeln um:

- Alle grauen Kästchen, in denen die Zahl 2 oder 3 steht, werden weiß. Alle anderen grauen Kästchen bleiben grau.
- Alle weißen Kästchen, in denen die Zahl 3 steht, werden grau. Alle anderen weißen Kästchen bleiben weiß.

Nun sieht unser neues Muster so aus:

Aufgabe 1. Es gibt sehr viele unterschiedliche Muster mit 4 grau gefärbten Kästchen. Was denkst du, wie viele davon kein Umfärben nach den Regeln zulassen? Sind es mehr als 10? Oder sogar mehr als 100? Kannst du deine Antwort begründen?

Aufgabe 2. Wie viele Kästchen kann man grau färben, sodass kein Umfärben im ersten Schritt möglich ist? Wie wir in der Sommeraufgabe gesehen haben, gibt es mit 4 grau gefärbten Kästchen solche Muster. Gibt es solche Muster auch mit 5 oder mit 6 oder gar mit noch mehr grauen Kästchen? Finde ein Muster mit möglichst vielen grauen Kästchen, das sich nicht umfärben lässt.

Aufgabe 3. Stelle dir vor, Anna und Bert spielen folgendes Spiel: Am Anfang sind alle 16 Kästchen des 4x4-Feldes weiß. Anna darf als erste ein Kästchen nach ihrer Wahl grau färben. Dann darf Bert ein Kästchen nach seiner Wahl grau färben. Nun ist Anna wieder dran und darf noch ein weißes Kästchen grau färben. Anna gewinnt, wenn sich das Muster mit den drei grauen Kästchen **mindestens einmal** umfärben lässt, andernfalls hat Bert gewonnen.

Anna behauptet, sie kann ihre Kästchen so auswählen, dass sie immer gewinnt, egal welches Kästchen Bert grau färbt. Hat sie recht? Begründe deine Antwort.

Daraufhin will Bert die Regel ändern: Anna gewinnt, wenn sich das Muster mit den drei grauen Kästchen **nicht** umfärben lässt, andernfalls hat Bert gewonnen. Doch bald merkt er, dass Anna auch wieder immer gewinnt. Erkläre, wie Anna ihre grauen Kästchen auswählen muss, damit es ihr gelingt.

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° Tel. 0371 4660751 ° norman.bitterlich@t-online.de

Dieser Spielverlauf gefällt Bert natürlich nicht. Er schlägt deshalb vor, nachdem Anna ihr zweites Kästchen gefärbt hat, ebenfalls ein weiteres Kästchen grau färben zu können. Wieder soll die Regel gelten: Anna gewinnt, wenn sich das Muster mit den vier grauen Kästchen nicht umfärben lässt, andernfalls hat Bert gewonnen.

Was meinst du, geht Anna auf diesen Vorschlag ein? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 4. Bei den bisherigen Aufgaben ging es stets darum, aus einem Muster das nächste Muster regelgerecht zu zeichnen. Doch kannst du es auch umgekehrt?

Findest du ein Muster, sodass nach regelgerechtem Umfärben alle Kästchen weiß sind?

Gibt es ein anderes Muster, sodass nach regelgerechtem Umfärben alle Kästchen grau sind?

Viel Spaß beim Knobeln und Spielen! Schicke deine Lösungen bis spätestens 18. Oktober 2017 an:

Dr. Norman Bitterlich oder Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

norman.bitterlich@t-online.de

Es grüßt dich

Norman Bitterlich

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° Tel. 0371 4660751 ° norman.bitterlich@t-online.de

Eine Aufgabe für verregnete* Sommertage

Wir wollen mit Quadraten experimentieren. Wenn wir kariertes Papier verwenden, bei dem die Kästchen wie Quadrate aussehen, können wir verschieden große Quadrate ausmalen oder ausschneiden. So gibt es beispielsweise

- das 1x1-Quadrat, was nur aus einem Kästchen besteht,
- das 2x2-Quadrat, das aus vier Kästchen besteht,
- das 3x3-Quadrat, das aus neun Kästchen besteht und so weiter.

Es ist nicht schwer, das kleinste Rechteck zu finden, in das gleichzeitig ein 1x1-Quadrat und ein 2x2-Quadrat hineinpassen, ohne dass sich die beiden Quadrate überlappen. "Klein" soll dabei bedeuten: Das Rechteck soll möglichst wenige Kästchen enthalten. Folgende Überlegungen führen zum Ziel:

- Insgesamt sind mindestens 1 + 4 = 5 Kästchen erforderlich.
- Mit einem 5x1-Rechteck (mit 5 Kästchen) ist es nicht möglich, weil das 2x2-Quadrat zwei Zeilen erfordert.
- Wie in der Abbildung erkennbar, ist es mit einem 3x2-Rechteck mit 6 Kästchen möglich. Ein Kästchen bleibt frei.



Aufgabe 1. Wie viele Kästchen bleiben im kleinsten Rechteck frei, in das ein 1x1-Quadrat, ein 2x2-Quadrat, ein 3x3-Quadrat und ein 4x4-Quadrat gleichzeitig hineinpassen, ohne sich gegenseitig zu überlappen? Zeichne eine Möglichkeit, die vier Quadrate anzuordnen. Begründe, warum es kein kleineres Rechteck als in deiner Zeichnung geben kann.

Aufgabe 2. Finde das kleinste Rechteck in das ein 1x1-Quadrat, ein 2x2-Quadrat, ein 3x3-Quadrat, ein 4x4-Quadrat, ein 5x5-Quadrat, ein 6x6-Quadrat und ein 7x7-Quadrat gleichzeitig hineinpassen, ohne sich gegenseitig zu überlappen! Zeichne eine Möglichkeit, die sieben Quadrate in diesem Rechteck anzuordnen.

Aufgabe 3. Finde ein Rechteck mit weniger als 350 Kästchen, in das neun unterschiedlich große Quadrate hineinpassen, ohne dass sie sich gegenseitig überlappen. Zeichne eine solche Möglichkeit.

Aufgabe 4. Untersuche, ob es ein Rechteck mit genau 300 Kästchen gibt, in das neun unterschiedlich große Quadrate hineinpassen, ohne dass sie sich gegenseitig überlappen. Wenn du ein solches gefunden hast, zeichne die Lösung. Andernfalls begründe, warum es ein solches Rechteck nicht geben kann.

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 3. August 2018 an:

Dr. Norman Bitterlich oder norman.bitterlich@t-online.de Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Vergiss nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben. *Die besten Knobler werden prämiert!*

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° Tel. 0371 4660751 ° norman.bitterlich@t-online.de

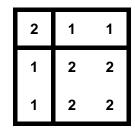
Ein Nachtrag zur Sommeraufgabe 2018

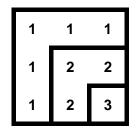
Wir erinnern uns: Wir experimentieren mit Quadraten. Wenn wir kariertes Papier verwenden, bei dem die Kästchen wie Quadrate aussehen, können wir verschieden große Quadrate ausmalen oder ausschneiden. So gibt es beispielsweise

- das 1x1-Quadrat, das nur aus einem Kästchen besteht,
- das 2x2-Quadrat, das aus vier Kästchen besteht,
- das 3x3-Quadrat, das aus neun Kästchen besteht und so weiter.

Nachdem wir uns mit dem kleinsten Rechteck beschäftigt haben, in das die Quadrate ohne sich zu überlappen hineinpassen, untersuchen wir nun, wie viele Überlappungen mindestens entstehen, wenn die Quadrate über dem größten gestapelt werden. Betrachten wir ein 1x1-Quadrat in einem 2x2-Quadrat, dann liegen auf einem Feld des 2x2-Quadrates zwei Quadratfelder übereinander, auf dem anderen jeweils nur ein Quadratfeld (wir scheiben die Anzahlen in die entsprechenden Felder, siehe Abbildung). Bis auf verschiedene Positionen des 1x1-Quadrates im 2x2-Quadrat gibt es keine andere Möglichkeit. Aber beim 3x3-Quadrat gibt es verschiedene Möglichkeiten:







Aufgabe 1. Finde für das 4x4-Quadrat eine Belegung mit je einem 1x1-, 2x2- und 3x3-Quadrat, sodass die höchste Anzahl übereinanderliegender Quadratfelder so klein wie möglich ist. Begründe, warum es keine Belegung mit noch kleinerer Anzahl geben kann.

Aufgabe 2. Finde für das 5x5-Quadrat zwei verschiedene Belegungen mit je einem 1x1-, 2x2-, 3x3- und 4x4-Quadrat. Zwei Belegungen gelten als verschieden, wenn sie sich in einer der Anzahlen übereinanderliegender Quadratfelder unterscheiden.

(Hinweis: Beide Varianten der obigen 3x3-Quadrate sind verschieden, weil in der linken Abbildung die 1 viermal vorkommt, in der rechten Abbildung dagegen fünfmal.)

Aufgabe 3. Ermittle in deinen zwei verschiedenen Belegungen jeweils die Summe aller Anzahlen übereinanderliegender Quadratfelder. Begründe deine Beobachtung.

(Hinweis: Im obigen 2x2-Quadrat beträgt die Summe aller Anzahlen übereinanderliegender Quadratfelder 1 + 1 + 1 + 2 = 5.)

Aufgabe 4. Finde für ein 7x7-Quadrat, in das je ein 1x1-, 2x2-, 3x3-, 4x4-, 5x5- und 6x6-Quadrat gelegt werden, die Summe aller Anzahlen übereinanderliegender Quadratfelder. Wie klein kann die größte dieser Anzahlen sein?

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 4. Oktober 2018 an: Dr. Norman Bitterlich oder norman.bitterlich@t-online.de Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Eine Aufgabe für verregnete* Sommertage

Wir spielen mit Murmeln. Wir haben ganz viele blaue, rote und gelbe Murmeln. (Wir kürzen die Bezeichnungen der Farben mit ihren Anfangsbuchstaben B, R und G ab.)

Wir wählen aus unserem Vorrat zunächst eine Auswahl aus fünf Murmeln aus.

Aufgabe 1. Wie viele verschiedene Farbkombinationen gibt es bei einer solchen Auswahl von fünf Murmeln?

Beachte: Zwei Farbkombinationen sind verschieden, wenn für eine Farbe die Anzahl der Murmeln in der einen Auswahl anders ist als in der anderen Auswahl. Beispiel: BBRRG gilt als verschieden von BRRGG, weil in der einen Auswahl 2 blaue Murmel sind und in der anderen Auswahl nur 1 blaue Murmel ist.

Wir wollen nun **Tauschaktionen** durchführen: Wir können zwei verschiedenfarbige Murmel in zwei Murmeln der dritten Farbe umtauschen. Beispielsweise können wir eine blaue und eine rote Murmel in zwei gelbe Murmeln umtauschen (wir schreiben dafür BR \rightarrow GG). Oder wir können eine blaue und eine gelbe Murmel in zwei rote Murmeln umtauschen (BG \rightarrow RR). Oder wir können eine rote und eine gelbe Murmel in zwei blaue Murmeln umtauschen (RG \rightarrow BB).

Aufgabe 2. Wir wählen fünf Murmeln aus - zwei blaue, zwei rote und eine gelbe Murmel (BBRRG). Wie viele verschiedene Farbkombinationen können nach einer Tauschaktion entstehen? Schreibe alle Möglichkeiten auf, die aus BBRRG nach einer Tauschaktion entstehen können.

Aufgabe 3. Untersuche, ob es eine zweite Tauschaktion gibt, die das Ergebnis einer ersten Tauschaktion aus BBRRG wieder rückgängig machen kann. Gibt es also eine Möglichkeit, folgende Farbkombinationen durch zwei Tauschaktionen zu erreichen: BBRRG → ????? → BBRRG

Aufgabe 4. Wie viele verschiedene Farbkombinationen können nach zwei Tauschaktionen entstehen? Schreibe alle Möglichkeiten auf, die aus BBRRG nach zwei Tauschaktionen entstehen können.

Aufgabe 5. Ist es möglich, durch geschickte Tauschaktionen aus BBRRG die Farbkombination BBBBB zu erreichen? Begründe dein Ergebnis!

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 13. August 2019 an:

Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

oder norman.bitterlich@t-online.de

Vergiss nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben. *Die besten Knobler werden prämiert!*

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Ein Nachtrag zur Sommeraufgabe 2019

Wir erinnern uns: Wir spielen mit Murmeln. Wir haben ganz viele blaue, rote und gelbe Murmeln. (Wir kürzen die Bezeichnungen der Farben mit ihren Anfangsbuchstaben B, R und G ab.) Für eine Auswahl von Murmeln müssen wir beachten: Zwei Farbkombinationen sind verschieden, wenn für eine Farbe die Anzahl der Murmeln in der einen Auswahl anders ist als in der anderen Auswahl.

Wir wollen **Tauschaktionen** durchführen: Wir können zwei verschiedenfarbige Murmel in zwei Murmeln der dritten Farbe umtauschen. Es gibt genau drei verschiedene Tauschaktionen: Wir könne eine blaue und eine rote Murmel in zwei gelbe Murmeln umtauschen (wir schreiben dafür BR \rightarrow GG), eine blaue und eine gelbe Murmel in zwei rote Murmeln umtauschen (BG \rightarrow RR) oder eine rote und eine gelbe Murmel in zwei blaue Murmeln umtauschen (RG \rightarrow BB).

Wie die Sommeraufgabe 3 zeigte, kann aus der Farbkombination BBRRG durch geschickte Tauschaktionen GGGGG werden. Danach ist keine weitere Tauschaktion möglich. Wir nennen eine Farbkombination STOPP-Kombination, wenn sie durch geschickt gewählte Tauschaktionen in eine Farbkombination mit gleichfarbigen Murmeln umgewandelt werden kann.

Aufgabe 1. Wir beginnen mit einer Farbkombination aus 4 Murmeln. Jede Farbkombination ist eine STOPP-Kombination. Überprüfe diese Behauptung.

Aufgabe 2. Untersuche, ob auch jede Farbkombination aus 5 Murmeln eine STOPP-Kombination ist.

Aufgabe 3. Wenn du bei einer Farbkombination eine Tauschaktion durchführen kannst. Dann ist es immer möglich drei verschiedene Tauschaktionen hintereinander auszuführen. Prüfe diese Aussage. Was beobachtest du nach den drei Tauschaktionen? Findest du eine Erklärung für deine Beobachtung?

Aufgabe 4. Wir betrachten nun eine Farbkombination aus 6 Murmeln. Wir untersuchen folgende Fälle:

- a) Am Anfang ist keine Murmel blau (B).
- b) Am Anfang ist genau eine Murmel blau (B).
- c) Am Anfang sind genau zwei Murmeln blau (B).
- d) Am Anfang sind genau drei Murmeln blau (B).
- e) Am Anfang sind genau vier Murmeln blau (B).
- f) Am Anfang sind genau fünf Murmeln blau (B).

In welchen Fällen gibt es Farbkombinationen, die STOPP-Kombinationen sind und in der Kombination BBBBB stoppen?

- Schreibe für die Fälle, für die es STOPP-Kombinationen gibt, eine geeignete Farbkombination auf und zeige, welche Tauschaktionen durchzuführen sind.
- Begründe in den Fällen, für die es keine STOPP-Kombinationen gibt, warum es keine geben kann.

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 4. Oktober 2018 an: Dr. Norman Bitterlich oder norman.bitterlich@t-online.de Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Aufgaben für verregnete* Sommertage

Quadrato überlegt sich, wie er aus einem rechteckigen Papierstreifen verschiedene Quadrate erhalten kann. Er schneidet nacheinander immer das größtmögliche Quadrat ab.

In der Abbildung ist das Rechteck 5 Kästchen lang und 3 Kästchen breit. Davon kann Quadrato nacheinander die Quadrate 1, 2 und 3 abschneiden. Das Quadrat 4 bleibt übrig. Wir sagen: Er zerlegt das Rechteck durch Abschneiden in 4 Quadrate.

	3	4
1		
		2

Hinweise: "Nacheinander" bedeutet: Für jedes Quadrat benötigt Quadrato genau einen Schnitt (er muss also nicht um eine Ecke schneiden). Nach dem Abschneiden jedes Quadrates ist wieder ein vollständiges Rechteck zu sehen. Die kleinsten Quadrate sind ein Kästchen groß.

Aufgabe 1. Wie viele verschiedene Rechtecke gibt es, die Quadrato durch Abschneiden in 5 Quadrate zerlegen kann?

Aufgabe 2. Wie viele verschiedene Rechtecke gibt es, die Quadrato durch Abschneiden in 6 Quadrate zerlegen kann?

Aufgabe 3. Gibt es Rechtecke, die Quadrato durch Abschneiden in mehr als 8 Quadrate zerlegen kann, wobei jedes dieser Quadrate eine ungerade Anzahl von Kästchen enthält? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 4. Wenn Quadrato ein Rechteck gefunden hat, das er durch Abschneiden in 6 Quadrate zerlegen kann, fällt es ihm nicht schwer, ein Rechteck zu finden, das er durch Abschneiden in 7 Quadrate zerlegen kann. Erkläre, wie es ihm gelingen kann!

Aufgabe 5. Wie viele verschiedene Rechtecke gibt es, die Quadrato durch Abschneiden in 7 Quadrate zerlegen kann? Nutze für die Lösung die Idee aus Aufgabe 4 – finde also eine Möglichkeit, aus der Anzahl von Aufgabe 2 und der Idee aus Aufgabe 4 die gesuchte Anzahl zu ermitteln.

Hinweis: Zwei Rechtecke sind in diesen Aufgaben nicht verschieden, wenn die abgeschnittenen Quadrate beider Rechtecke übereinstimmen.

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 25. August 2020 an:

Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

oder norman.bitterlich@t-online.de

Vergiss nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben.

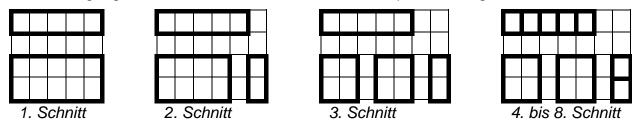
Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Nachtrag zur Sommeraufgabe 2020

Nachdem Quadrato in der Sommeraufgabe die Papierstreifen durch aufeinanderfolgendes Abschneiden von Quadraten zerlegte, hat er nun eine neue Idee: Er nimmt einen Papierstreifen, der eine ganze Anzahl von quadratischen Kästchen enthält. Er zerlegt diesen Papierstreifen mit einem geraden Schnitt entlang der Kästchenlinien, sodass zwei Teile entstehen. Die Teile sind wieder Rechtecke oder Quadrate. Dann nimmt er eines der entstandenen Teile und zerlegt dieses ebenfalls entlang der Kästchenlinien. Er zerlegt solange, bis nur noch quadratische Teile vor ihm liegen.

Der Zerlegung eines 5x3-Rechtecks könnte zum Beispiel so erfolgen:



Mit dem 1. Schnitt zerlegt er das Rechteck in ein 5x1-Rechteck und in ein 5x2-Rechteck. Dann nimmt er das 5x2-Rechteck und zerlegt es mit dem 2. Schnitt in ein 4x2-Rechteck und in ein 2x1-Rechteck. Mit dem 3. Schnitt zerlegt er das 4x2-Rechteck in zwei 2x2-Quadrate. Nun zerlegt er noch mit weiteren Schnitten die schmalen Streifen in sieben 1x1-Quadrate und beendet die Zerlegung, weil 9 quadratische Teile vor ihm liegen. (Er könnte aber auch weiter zerlegen, nämlich mit weiteren 3 Schnitten eines der 2x2-Quadrat in vier 1x1-Quadrate.)

Aufgabe 1. In welche Teile könnte Quadrato ein 7x6-Rechteck zerlegen? Gib eine Möglichkeit an, bei der die übrigbleibenden Quadrate drei verschiedene Größen haben.

Aufgabe 2.

- a) Wie viele verschiedene Zerlegungen gibt es für einen 5x3-Rechteck, wenn Quadrato die Regeln einhält? Gib alle Möglichkeiten an!
- b) Wie viele verschiedene Zerlegungen gibt es für einen 4x4-Rechteck, wenn Quadrato die Regeln einhält? Gib alle Möglichkeiten an!

Aufgabe 3.

- a) Quadrato hat durch das Zerlegen eines Papierstreifens ein 3x3-Quadrat, zwei 2x2-Quadrate und sieben 1x1-Quadrate erhalten. Wie groß war der Papierstreifen, den er zerlegt hat?
- b) Kann es sein, dass Quadrato durch das Zerlegen eines rechteckigen Papierstreifens ein 3x3-Quadrat, drei 2x2-Quadrate und drei 1x1-Quadrate erhalten hat? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 4. Quadrato zählt nun die Schnitte, die er für das Zerlegen benötigt.

- a) Welche Quadrate entstehen, wenn er ein 5x4-Rechteck mit genau 5 Schnitten in Quadrate zerlegt?
- b) Kann er ein 4x4-Quadrat mit genau 5 Schnitten in Quadrate zerlegen?

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 25. August 2020 an:

Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz oder norman.bitterlich@t-online.de

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Aufgaben für verregnete* Sommertage

Vor Quadrato liegt ein komplettes Domino-Spiel auf dem Tisch. Du erinnerst dich? So ein Spiel besteht aus 28 Spielsteinen. Jeder Domino-Stein besteht aus zwei aneinander gefügten Quadraten, auf denen alle möglichen Zweierkombinationen der Zahlen 0 bis 6 stehen, also von 0-0 bis 6-6, aber jede Kombination nur genau einmal.

Er will aus dem Spiel einige Domino-Steine auswählen und damit ein Feld aus Quadraten so bedecken, dass alle Teilguadrate bedeckt werden und keine Domino-Steine aufeinander liegen. In nebenstehender Abbildung ist ein Feld mit 4 Zeilen und 5 Spalten zu sehen. Wir schreiben dafür kurz: 4x5-Feld.

	2			
	3			
2	1	2	1	5

Quadrato bemüht sich bei jeder Bedeckung, dass alle Spaltensummen und alle Zeilensummen den gleichen Wert haben. Im 4x5-Feld betragen die Spaltensumme der zweiten Spalte (2 + 3 + 1 + 5 =) 11 und die Zeilensumme der dritten Zeile ebenfalls (2 + 1 + 2 + 1 + 5 =) 11.

Aufgabe 1. Warum kann Quadrato ein 2x2-Feld nicht so bedecken, dass alle Spalten- und Zeilensummen gleich groß sind? Begründe!

Aufgabe 2. Warum kann Quadrato ein 3x3-Feld nicht bedecken? Begründe!

Aufgabe 3a. Quadrato hat es geschafft, ein 4x4-Feld entsprechend den Regeln zu bedecken. Gib auch du zwei Beispiele von Bedeckungen an, bei der alle Spaltenund Zeilensummen gleich groß sind?

Aufgabe 3b. Wie groß können die Spalten- und Zeilensummen bei korrekter Bedeckung höchstens werden? Wie groß sind sie mindestens? Begründe deine Antwort. Gib ein Beispiel an, bei der die Spalten- und Zeilensummen den größten Wert erreichen! Gib ein weiteres Beispiel an, bei der die Spalten- und Zeilensummen den kleinsten Wert erreichen!

Aufgabe 3c. Quadrato hat ohne richtig zu überlegen bereits die drei Domino-Steine 1-2, 3-4 und 5-6 auf ein 4x4-Feld gelegt. Warum kann er nun aber die Bedeckung nicht vervollständigen, so dass alle Spalten- und Zeilensummen gleich groß werden?

3 4

5 6

> 2 1

Aufgabe 4. Quadrato überlegt, was wohl das größte Feld ist, dass er nach seinen Regeln mit Steinen aus einem Domino-Spiel bedecken kann. Was meinst du, wie viele Quadrate (die in einem Rechteck angeordnet sind) so bedeckt werden können, dass alle Spalten- und Zeilensummen gleich groß sind? Begründe deine Antwort!

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 24. August 2021 an:

Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

norman.bitterlich@t-online.de oder

Vergiss nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben.

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich @t-online.de

Nachtrag zur Sommeraufgabe 2021

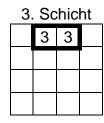
Vor Quadrato liegt ein komplettes Domino-Spiel auf dem Tisch. Du weißt ja: So ein Spiel besteht aus 28 Spielsteinen. Jeder Domino-Stein besteht aus zwei aneinander gefügten Quadraten, auf denen alle möglichen Zweierkombinationen der Zahlen 0 bis 6 stehen, also von 0-0 bis 6-6, aber jede Kombination nur genau einmal.

Quadrato hat sich ein neues Spiel ausgedacht: Er baut Domino-Türme, indem er Domino-Steine übereinanderlegt, sodass die zwei Quadrate eines Domino-Steines vollständig auf darunter liegenden Quadraten von Domino-Steinen liegen (also keine "Löcher" bleiben).

Quadrato will nun nur noch ganz besondere Domino-Türme bauen. Er legt folgende Regel fest: Die Zahlen, die auf seinen Türmen von oben betrachtet zu sehen sind, geben an, wie viele Quadrate an dieser Stelle übereinander liegen. Nach dieser Regel hat er folgenden Domino-Turm aus 7 Domino-Steinen gebaut, bei dem drei Schichten übereinander liegen. Er schreibt seinen Bauplan auf:

1. Schicht							
1	5	6	1				
	4	3					
	1	1					

2. Schicht							
	6	5					
	2	2					



Ansicht							
von oben							
1	3	3	1				
	2	2					
	1	1					

Aufgabe 1. Zeichne einen Bauplan für einen Domino-Turm mit 6 Schichten, der die Regel erfüllt.

Aufgabe 2. Quadrato behauptet, die folgenden zwei Domino-Türme entsprechend der Regel gebaut zu haben.

Prüfe, ob die Türme 1 und 2 die Regel erfüllen. Wenn ein Turm die Regel erfüllt, so zeichne einen passenden Bauplan. Wenn aber ein Turm die Regel nicht erfüllt, so begründe, warum es nicht möglich sein kann.

Turm 1								
1	3	3	1					
1	2	2	1					
1	1	1	1					

Turm 2									
1	3	4	4						
1	3	2	1						
	2	2	1						
	1	1							

Wenn Quadrato seine Domino-Türme auf ein 2x1-Feld baut, kann er sechs verschiedene Ansichten von oben sehen.

- Liegt nur der Stein 1-1, sieht er nur zwei Einsen.
- Liegen zwei Domino-Steine übereinander, muss oben der Stein 2-2 liegen.
- Er kann aber auch auf das 2x1-Feld Domino-Türme mit drei, vier, fünf oder sechs Domino-Steinen übereinander bauen, indem er jeweils die Steine 3-3,

www.mathe-logo.org

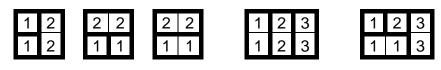
Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich @t-online.de

4-4, 5-5 beziehungsweise 6-6 oben auflegt. Es gibt also sechs verschiedene Domino-Türme, die nach der Regel auf ein 2x1-Feld gebaut werden können.

Aufgabe 3. Wie viele verschiedene Domino-Türme kann Quadrato regelgerecht auf ein 2x2-Feld bauen?

Hinweis: Zwei Türme sollen dabei verschieden sein, wenn in ihren Ansichten von oben wenigstens eine Zahl in dem einen Turm häufiger auftritt als in dem anderen Turm.

Beispiel: Die drei linken Domino-Türme sind nicht verschieden (jeder hat zwei Einsen und zwei Zweien). Sie sind aber verschieden von den zwei rechten Domino-Türmen (weil sie keine 3 zeigen). Auch unterscheiden sich die zwei rechten Domino-Türme untereinander (weil der eine Turm drei Einsen hat, der andere nur zwei Einsen). Die nicht sichtbaren Zahlen spielen hierbei keine Rolle.



Aufgabe 4. Wie viele verschiedene Domino-Türme kann Quadrato nach der Regel auf ein 2x4-Feld bauen?

Wir nennen ein Feld mit zwei Zeilen Streifen. Ein 2x4-Feld ist also ein Streifen mit vier Spalten.

Aufgabe 5. Wie viele Spalten muss ein Streifen haben, damit darauf möglichst viele verschiedene Domino-Türme entsprechend der Regel gebaut werden können?

Aufgabe 6. Gibt es einen Streifen, auf dem ein Domino-Turm nach der Regel gebaut werden kann, bei dem alle 28 Domino-Steine verwendet werden?

Aufgabe 7. Wie lang ist der längste Streifen, auf dem noch ein Domino-Turm nach der Regel gebaut werden kann?

Noch einmal viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 28. September 2021 an:

Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz oder norman.bitterlich@t-online.de

Vergiss nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben.

Wir wünschen noch schöne Ferientage und dann einen guten Start ins neue Schuljahr!

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich @t-online.de

Aufgaben für verregnete* Sommertage

Kreisa und Quadrato spielen gern mit Spielwürfeln, auf deren sechs Würfelseiten wie gewöhnlich 1 bis 6 Punkte zu sehen sind. Wir wissen, dass die Summe der Punkte auf den gegenüberliegenden Würfelseiten immer 7 ergibt.

Sie bauen aus mehreren Würfeln verschiedene Würfelkörper. Dabei achten sie darauf, dass jeder Würfel mindestens einen anderen Würfel berührt und die sich berührenden Würfel mit vollständigen Seitenflächen aneinanderstoßen.

- Zwei Würfelkörper gelten als verschieden, wenn sei unterschiedlich aussehen oder wenn sie eine unterschiedliche Anzahl sichtbarer Seitenflächen haben (also alle sichtbaren Seitenflächen von vorn, hinten, links, rechts und oben).
- Zwei Würfelkörper gelten dagegen nicht als verschieden, wenn sie von allen Seiten gleich aussehen oder diese gleiche Ansicht durch eine Drehung des einen Würfelkörpers erreicht werden kann.

Aufgabe 1. Quadrato baut Würfelkörper aus drei Würfeln. Wie viele verschiedene Würfelkörper könnte er bauen? Beschreibe oder zeichne alle möglichen Würfelkörper!

Aufgabe 2. Quadrato zählt auf seinen Würfelkörpern die Punktsummen auf allen sichtbaren Seitenflächen. Dabei hat er die Würfelkörper so gebaut, dass aneinanderstoßende Seitenfläche stets die gleiche Punktezahl haben.

Ist es möglich, dass auf jedem seiner Würfelkörper die Punktsumme genau 46 beträgt? Erkläre oder zeige, welche Punkte auf den Würfelkörpern zu sehen sind, wenn die Punktesumme 46 beträgt!

Aufgabe 3. Kreisa baut Würfelkörper aus vier Würfeln. Wie viele verschiedene Würfelkörper könnte sie bauen? Beschreibe oder zeichne alle möglichen Würfelkörper!

Aufgabe 4. Herr Raute erinnert an die 3. Runde. Dort wurden in den Aufgaben des Teils B Würfelkörper gefunden, die 11, 12, 15 und 17 sichtbare Seitenflächen haben. Er fragt Quadrato, ob es auch Würfelkörper mit 13, 14, 16, 18 oder 19 sichtbaren Seitenflächen gibt. Die Anzahl der verwendeten Würfel darf Quadrato selbst festlegen. Hilf Quadrato bei der Lösung – beschreibe oder zeichne Würfelkörper mit den genannten Anzahlen.

Aufgabe 5. Kreisa stellt fest: "Wenn Quadrato die in Aufgabe 4 geforderten Würfelkörper gefunden hat, dann kann ich ganz einfach für jede Zahl N, die größer als 19 ist, einen Würfelkörper bauen, bei dem genau N Seitenflächen zu sehen sind". Was könnte Kreisa beobachtet haben? Hat Kreisa recht mit ihrer Aussage? Begründe!

Aufgabe 6. Frau Dreieck fragt: "Warum habt ihr noch keinen Würfelkörper mit genau 10 sichtbaren Seitenflächen gebaut?" Was würdest du antworten? Begründe deine Antwort.

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 23. August 2022 an:

Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

oder norman.bitterlich@t-online.de

Vergiss nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben.

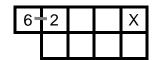
Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Nachtrag zur Sommertageaufgabe 2022

Kreisa und Quadrato haben in den Sommerferien aus mehreren Würfeln Würfelkörper gebaut und untersucht, wie viele sichtbare Seitenflächen dabei entstehen können. Nun wollen sie einen Würfel auf einer Fläche aus Quadraten über eine Würfelkante kippen. Dabei sollen die Quadrate genau so groß sein wie eine Würfelfläche.

Ihre erste Kippfläche besteht aus 2 Zeilen und 4 Spalten gleichgroßer Quadrate. Zusätzlich fügen sie an jedes ihrer Kippflächen links oben ein Startfeld an. Dort wollen sie immer den Würfel hinlegen, wenn sie einen Kippweg beginnen. Wir schreiben dafür 1+2x4-Kippfläche. Im abgebildeten Beispiel legen sie den Würfel so auf das Startfeld, dass oben 6 zu sehen ist (Abbildung links). Im ersten Schritt können sie den Würfel nach rechts kippen, sie könnten dann oben 2 sehen. Sie schreiben diesen Wert auf die Kippfläche und markieren den zurückgelegten Weg mit einer Verbindungslinie (Abbildung rechts).





Im nächsten Schritt könnten sie den Würfel nach unten oder weiter nach rechts kippen. Ziel ist es, einen Kippweg zu finden, so dass der Würfel jedes Feld der Kippfläche höchstens einmal berührt und der Würfel zum Schluss auf dem mit X markierten Feld liegt. Hat der Würfel X erreicht, ist der Kippweg zu Ende, auch wenn noch nicht in allen Feldern eine Zahl steht.

Aufgabe 1. Quadrato könnte einen Kippweg wie abgebildet gefunden haben. Auf dem Feld X ist zum Schluss 6 zu sehen.

6-2-1-5-6

Finde alle Kippwege, die möglich sind, wenn Quadrato im Startfeld beginnt und jedes Feld nur höchstens einmal berührt wird.

Welche Zahl ist bei jedem dieser Wege im Feld X zu sehen, wenn er mit 6 startet und auf dem Startfeld am Würfel von rechts 5 zu sehen ist?

Aufgabe 2. Quadrato versucht, auf einer 1+3x3-Kippfläche den Kippweg so zu wählen, dass der Würfel alle Felder genau einmal berührt und auf dem Feld X endet. Er findet mehr als eine Lösung. Markiere auch du alle möglichen Kippwege! Welche Zahl ist bei jedem dieser Kippwege im Feld X zu sehen, wenn er mit 6 startet und auf dem Startfeld am Würfel von rechts 5 zu sehen ist.

Aufgabe 3. Kreisa freut sich und sagt zu Quadrato: "Wenn du in Aufgabe 2 einen Kippweg findest, bei dem im Zielfeld X die gleiche Zahl oben liegt wie im Startfeld, dann kann ich auch auf einer 1+3x6-Kippfläche einen Kippweg finden, der alle Felder berührt und im Zielfeld X die gleiche Zahl oben zeigt wie im Startfeld." Quadrato stimmt zu: "Ja, und die Kippflächen könnten noch viel breiter sein."

Erkläre, wie Kreisa ihre Aussage begründen kann! Was meint Quadrato mit seiner Antwort?

Aufgabe 4. Kreisa versucht, auf einer 1+2x3-Kippfläche den Kippweg so zu wählen, dass der Würfel alle Felder genau einmal berührt und auf dem Feld X endet. Es gelingt ihr jedoch nicht. Untersuche und erkläre, warum diese Aufgabe nicht lösbar ist!

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 5. Oktober 2022 an:

Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz norman.bitterlich@t-online.de

oder

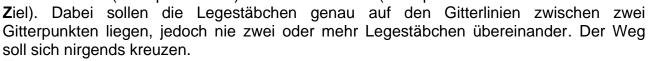
Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

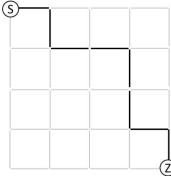
Aufgaben für verregnete* Sommertage 2023

Kreisa und Quadrato spielen gern mit Legestäbchen. Sie besitzen davon sehr viele, die alle gleich lang sind.

Für ihre Spiele haben sie sich ein Gitternetz gezeichnet, das 4x4-Quadrate umfasst. Auf den Abstand zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten passt genau ein Legestäbchen.

Sie wollen nun mit den Legestäbchen Wege legen, und zwar von links oben (Gitterpunkt **S**tart) nach rechts unten (Gitterpunkt





Quadrato hat bereits einen Weg von S nach Z mit 8 Legestäbchen gelegt. Dieser Weg zerlegt das Gitternetz in zwei Teile: Links vom Weg liegen 11 Quadrate und rechts vom Weg 5 Quadrate.

(s)

Aufgabe 1: Lege zwei verschiedene Wege von S nach Z, so dass diese Wege das Gitternetz jeweils in zwei Teile zerlegt, die gleich viele Quadrate enthalten. Beide Wege sollen sich aber in der Anzahl der verwendeten Legestäbchen unterscheiden.

Aufgabe 2: Findest du einen Weg von S nach Z, der das Gitternetz so zerlegt, dass der eine Teil doppelt so viele Quadrate enthält wie der andere Teil. Begründe deine Antwort.

Aufgabe 3a: Finde einen Weg von S nach Z, der das Gitternetz so zerlegt, dass der eine Teil dreimal so viele Quadrate enthält wie der andere Teil. Verwende möglichst wenige Legestäbchen.

Aufgabe 3b: Finde einen Weg von S nach Z, der das Gitternetz so zerlegt, dass der eine Teil dreimal so viele Quadrate enthält wie der andere Teil. Verwende möglichst viele Legestäbchen.

Aufgabe 4: Finde alle verschiedenen Wege von S nach Z, die das Gitternetz in zwei Teile mit gleich vielen Quadraten zerlegen. Zeichne die Wege auf! (Es kommt dabei nicht darauf an, wie viele Legestäbchen jeweils benötigt werden.)

Aufgabe 5: Bei wie vielen deiner in Aufgabe 4 gefundenen Wege sind die entstandenen Teile deckungsgleich? Markiere diese Wege! (Hinweis: Zwei Teile heißen deckungsgleich, wenn du aus der Zeichnung des Weges im Gitternetz einen Teil ausschneiden und dann so drehen, kippen oder wenden kannst, dass er genau auf den anderen Teil passt.)

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 15. August 2023

per Post an: Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

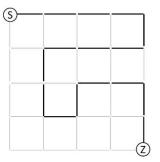
oder als E-Mail an: norman.bitterlich@t-online.de

Vergiss nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben.

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich @t-online.de

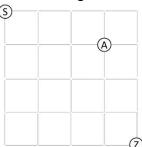
Nachtrag zur Sommeraufgabe 2023

Kreisa und Quadrato haben in den Sommerferien auf einem 4x4-Gitternetz Legestäbchen gelegt und sich für die Größe der entstandenen zwei Teile interessiert. Dabei sollten die Legestäbchen genau auf den Gitterlinien zwischen zwei Gitterpunkten liegen, jedoch nie zwei oder mehr Legestäbchen übereinander. Der Weg sollte sich nirgends kreuzen.



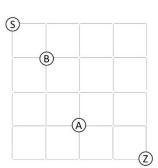
Sie wollen wieder mit den Legestäbchen Wege legen, und zwar von links oben (Gitterpunkt **S**tart) nach rechts unten (Gitterpunkt **Z**iel). Sie interessieren sich nun für die Anzahl der verwendeten Legestäben. Die Anzahl bezeichnen wir als Weglänge. Der eingezeichnete Weg von S nach Z (kurz: $S \rightarrow Z$) ist 16 Legestäbchen lang.

Aufgabe 1. Quadrato hat den Gitterpunkt A wie in der Abbildung ausgewählt. Wie lang ist der kürzeste Weg $S \rightarrow A \rightarrow Z$? Wie lang ist der längste Weg $S \rightarrow A \rightarrow Z$? Zeichne passende Wege!



Aufgabe 2. Quadrato hat nun A auf einen anderen Gitterpunkt gelegt und fragt sich wieder, wie lang der kürzeste Weg und wie lang der längste Weg sind. Was stellt er fest? Kannst du ihn helfen? Erkläre, was du beobachtet hast.

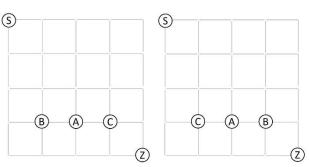
Aufgabe 3. Kreisa hat die zwei Gitterpunkte A und B wie in der Abbildung ausgewählt. Wie lang ist nun der kürzeste Weg $S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Z$? Dabei ist die Reihenfolge zu beachten, es muss also erst A und danach B erreicht werden.



Aufgabe 4. Quadrato hat auch zwei Gitterpunkte A und B ausgewählt. Er behauptet, der kürzeste Weg S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Z sei 11 Legestäbchen lang. Obwohl Kreisa die Lage der Punkte A und B nicht gesehen hat, sagt sie zu Quadrato: "Das kann nicht stimmen!" Hat Kreisa recht? Warum kann es keinen Weg der Länge 11 geben?

Aufgabe 5. Abschließend versuchen Quadrato und Kreisa für drei Gitterpunkte A, B und C die kürzesten Wege S → A → B → C → Z zu finden. Sie haben zwei Gitternetze gezeichnet. Hilf ihnen und zeichne geeignete Wege!

oder



Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 7. Oktober 2023 an:

Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz norman.bitterlich@t-online.de

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich @t-online.de

Aufgaben für verregnete* Sommertage 2024: Türme-Wanderung

Quadrato spielt "Türme-Wanderung": Er nimmt einen langen Streifen mit gleichgroßen Feldern, auf denen stapelbare Spiel-Steine passen. Quadrato verwendet Steine aus einem Dame-Spiel. Von links beginnend stapelt er auf nebeneinander liegenden Feldern seine Steine zu Türmen, zum Beispiel einen 3-er und zwei 2-er Türme (kurz 3-2-2). Er achtet darauf, dass in einer Startaufstellung benachbarte Felder besetzt sind, es also keine Lücken zwischen den Türmen gibt.

Start 3-2-2 nach 1. Zug 3-3-1

Für seinen ersten Spiel-Zug nimmt Quadrato den linken Turm vollständig auf und verteilt dessen Spiel-Steine nach rechts, aber jeweils pro Feld nur einen Spiel-Stein, bis alle verteilt sind. Die Türme sind gewandert – wir sehen nun zwei 3-er Türme und einen 1-er Turm (3-3-1). Dies kann er nun fortsetzen, indem er nach jedem Zug den am weitesten links stehenden Turm aufnimmt und dessen Spiel-Steine nach rechts aufteilt, jeweils pro Feld nur einen Spiel-Stein.

Quadrato schreibt für die Startaufstellung die Anzahl der Spiel-Steine seiner Türme in die linken Felder. In die nächste Zeile schreibt er die Höhe der Türme nach seinem 1. Zug auf. So kann er den Spielverlauf Zug um Zug aufschreiben. In der Tabelle sind die ersten drei Züge angegeben:

Start	3	2	2							
1. Zug		3	3	1						
2. Zug			4	2	1					
3. Zug				3	2	1	1			

Aufgabe 1) Kann Quadrato – wenn er mit 8 Spiel-Steinen in der Startaufstellung begann – im 5. Zug die Aufstellung 5 - 1 - 1 - 1 erhalten? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 2) Quadrato spielt mit 3 Türmen in der Startaufstellung. Ein Turm besteht aus 3 Spiel-Steinen, ein Turm aus 2 Spiel-Steinen und 1 Turm aus nur 1 Spiel-Stein. Er wundert sich: Egal wie er die Türme in der Startaufstellung anordnet, jedes Mal gibt es im Verlauf eine Gemeinsamkeit. Was hat Quadrato beobachtet? Prüfe seine Beobachtung für alle möglichen Startaufstellungen.

Aufgabe 3) Kreisas Startaufstellung besteht aus ganz vielen Türmen, beginnend mit $1-2-3-4-5-6-\ldots$ und nach rechts immer um einen Spiel-Stein höher. Sie schreibt über dem Spielverlauf auf, wie viele Spiel-Steine nach jedem Zug im ganz linken Turm verwendet werden.

Anzahl Spiel-Steine linker Turm	1	3	4	6	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	
1. Aufstellung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2. Aufstellung nach 1. Zug		3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
3. Aufstellung nach 2. Zug			4	5	6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
4. Aufstellung nach 3. Zug				6	7	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15	

Sie findet: - In der 2. Aufstellung ist der linke Turm 3 Spiel-Steine hoch.

- In der 3. Aufstellung ist der linke Turm 4 Spiel-Steine hoch.
- In der 4. Aufstellung ist der linke Turm 6 Spiel-Steine hoch.

Wie hoch ist der linke Turm in der 6. Aufstellung?

Aufgabe 4) Kreisa hat eine Formel erkannt, wie sie die Höhe des linken Turms in der 9. Aufstellung berechnen könnte. Hast du es auch erkannt? Gib diese Formel an und berechne die Höhe des linken Turms in der 14. Aufstellung.

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 13. August 2024

per Post an: Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

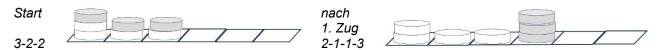
oder mit einer E-Mail an: norman.bitterlich@t-online.de

Vergiss bitte nicht, deinen Namen und deine Schule des neuen Schuljahres anzugeben.

Dr. Norman Bitterlich Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Nachtrag zur Sommertage 2024: Türme-Wanderung

Quadrato spielt "Türme-Wanderung": Er nimmt einen langen Streifen mit gleichgroßen Feldern, auf denen stapelbare Spiel-Steine passen. Quadrato verwendet Steine aus einem Dame-Spiel. Von links beginnend stapelt er auf nebeneinander liegenden Feldern seine Steine zu Türmen, zum Beispiel einen 3-er und zwei 2-er Türme (kurz 3-2-2). Er achtet darauf, dass in einer Startaufstellung benachbarte Felder besetzt sind, es also keine Lücken zwischen den Türmen gibt.



Für seinen ersten Spiel-Zug nimmt Quadrato von jedem Turm die obersten Steine und stapelt diese rechts von allen bisherigen Türmen auf dem nächsten freien Feld. Die Türme sind gewandert – wir sehen nun einen 2-er Turm, zwei 1-er Türme und einen 3-er Turm (2-1-1-3).

Dies kann er nun immer weiter fortsetzen, indem er nach jedem Zug von allen Türmen die obersten Steine aufnimmt und diese rechts von allen bisherigen Türmen auf das nächste freie Feld stapelt.

Quadrato schreibt für die Startaufstellung die Anzahl der Spiel-Steine seiner Türme in die linken Felder. In die nächste Zeile schreibt er die Höhe der Türme nach seinem 1. Zug auf. So kann er den Spielverlauf Zug um Zug aufschreiben. In der Tabelle sind die ersten drei Züge angegeben. Es können nun Lücken entstehen (mit 0 markiert):

Start	3	2	2							
1. Zug	2	1	1	3						
2. Zug	1	0	0	2	4					
3. Zug				1	3	3				

Aufgabe 1) Kann Quadrato mit diesen neuen Spielregeln – wenn er mit 8 Spiel-Steinen in der Startaufstellung begann – im 5. Zug die Aufstellung 5 - 1 - 1 - 1 erhalten? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 2) Quadrato spielt mit diesen neuen Spielregeln mit 3 Türmen in der Startaufstellung. Ein Turm besteht aus 3 Spiel-Steinen, ein Turm aus 2 Spiel-Steinen und 1 Turm aus nur 1 Spiel-Stein. Er wundert sich: Egal wie er die Türme in der Startaufstellung anordnet, jedes Mal gibt es im Verlauf eine Gemeinsamkeit. Was hat Quadrato beobachtet? Prüfe seine Beobachtung für alle möglichen Startaufstellungen.

Aufgabe 3) Kreisas verwendet noch die Spielregeln aus der Sommeraufgabe (sie nimmt jeweils den linken Turm vollständig auf und verteilt dessen Spiel-Steine nach rechts, aber jeweils pro Feld nur einen Spiel-Stein, bis alle verteilt sind). Sie beginnt mit der Startaufstellung 1-2 und stellt fest, dass nach dem 3. Zug die Aufstellung 2-1 zu sehen ist, die sich nun nicht mehr ändert. Deshalb probiert sie es mit der Startaufstellung 1-2-3 und dann auch noch mit der Startaufstellung 1-2-3-4. Was beobachtet sie nun? Beschreibe es!

Aufgabe 4) Kreisa notiert sich, nach welchem Zug die in Aufgabe 3 gefundene Gemeinsamkeit jeweils auftritt. Erstaunt stellt sie fest, dass sie nun auch schon weiß, was bei der Startaufstellung 1-2-3-4-5-6 zu beobachten sein wird. Hast du auch eine Vermutung? Schreibe sie auf und prüfe sie durch eine Türme-Wanderung.

Viel Spaß beim Knobeln! Schicke deine Lösungen bis spätestens 24. September 2024

per Post an: Dr. Norman Bitterlich, Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz oder mit einer E-Mail an: norman.bitterlich@t-online.de