

Prof. Dr. sc. techn. Werner Richter

**Einführung in die Meß- und
Prüftechnik**

1/1 und 1/2

**Zielstellung · Informations-
beziehungen · Grundbegriffe ·
Methoden · Meßfehler**

Herausgeber

**Institut für Fachschulwesen der
Deutschen Demokratischen Republik
Karl-Marx-Stadt**

03 1006 01 1

**Dieser Lehrbrief wurde
verfaßt von:**

**Prof. Dr. sc. techn. Werner R i c h t e r
Technische Hochschule Leipzig**

lektoriert von:

**Dipl.-Ing. Gerhard M ü l l e r
Ingenieurschule für Elektrotechnik und Keramik Hermsdorf
Dipl.-Ing. Helmut S c h n e i d e r
VEB Carl Zeiß Jena**

bearbeitet von:

**FSD Dipl.-Ing. Günter H e l m
Institut für Fachschulwesen der DDR Karl-Marx-Stadt**

Redaktionsschluß: 30. 8. 1978

**© Institut für Fachschulwesen der DDR, Karl-Marx-Stadt
Als Manuskript gedruckt • Alle Rechte vorbehalten
Printed in the German Democratic Republic
Druck und buchbinderische Verarbeitung:
Zentralstelle für Lehr- und Organisationsmittel des Ministeriums
für Hoch- und Fachschulwesen, Zwickau
1. Auflage 1979
8. unveränderter Nachdruck 1988
Ag 613/255/88/2000
Vorzugsschutzgebühr: 2,50 M**

Inhaltsverzeichnis

Seite

Vorbemerkungen

Verzeichnis der Kurzzeichen

Lbf. 03 1006 01 1

1.	Einführung	9
1.1.	Zielstellung, Bedeutung und Gegenstand der Meß- und Prüftechnik	9
1.2.	Historische Entwicklung	13
1.3.	Einheiten und Einheitensysteme	16
2.	Informationsbeziehungen in Produktionsprozessen	17
2.1.	Informationsbeziehungen	17
2.2.	Informationsgewinnung an Prozessen	18
2.3.	Meßtechnik und Prozeßautomatisierung	21
2.4.	Zusammenhang zwischen Meß- und Prüftechnik und Erzeugnisqualität	23
3.	Grundbegriffe der Meß- und Prüftechnik	25
3.1.	Meßgrößen und Meßsignale	25
3.2.	Einheitssignale	29
3.3.	Meß- und Prüfeinrichtungen	30
4.	Meß- und Prüfmethoden	32
4.1.	Ausschlagmethode	32
4.2.	Differenzmethode	33
4.3.	Kompensationsmethode	35
4.4.	Nachlaufmethode	37
4.5.	Wandlung der Energieform	37
4.6.	Wandlung der Signalform	39
4.7.	Wandlung des Informationsparameters	39

Lbf. 03 1006 01 2

5.	Meßfehler	45
5.1.	Meßfehlerklassifikation	46
5.1.1.	Fehlerdefinition	46
5.1.2.	Herkunftsbereiche	46
5.2.	Auswertung von Meßergebnissen	49
5.2.1.	Verteilungen	49
5.2.2.	Angabe von Meßergebnissen	51

	Seite
5.3. Fehler von Meßeinrichtungen	53
5.3.1. Übertragungsfaktor	53
5.3.2. Additiver und multiplikativer Fehler	54
5.3.3. Quantisierungsfehler und digitaler Restfehler	55
5.3.4. Grund- und Zusatzfehler; Fehlerklasse	57
5.3.5. Dynamische Fehler und Kenngrößen	61
5.4. Fehlerfortpflanzung	67
Lösungen der Aufgaben und Übungen	70
Literaturverzeichnis	8
Sachwortverzeichnis für 1/1 und 1/2	43
(Ausnahmsweise auf S. 43 vorgezogen)	

Vorbemerkungen

Zur Erziehung und Ausbildung im Lehrgebiet Meß- und Prüftechnik der Grundstudienrichtung Elektroingenieurwesen an den Ingenieurschulen der DDR werden den fachrichtungsspezifischen Anforderungen entsprechend verschiedene Lehrmaterialbausteine bereitgestellt bzw. z. Z. entwickelt. Der Inhalt dieser Lehrmaterialbausteine beruht auf dem verbindlichen Lehrprogramm für das Lehrgebiet. Die einzelnen Bausteine stützen sich auf die präzisierten Lehrprogramme der Fachrichtungen des Elektroingenieurwesens und sind so abgefaßt, daß sie entsprechend den jeweiligen Themengruppierungen weitgehend unabhängig voneinander eingesetzt werden können. In den Bausteinen werden die Themengruppen

- Einführung in die Meß- und Prüftechnik,
- Meßsysteme (zur Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen),
- Qualitätssicherung und Qualitätskontrolle,
- Prüftechnik/Prüftechnologie

behandelt.

Zu einzelnen Themen innerhalb dieser Themengruppen werden mehrere Bausteine bereitgestellt, die sich durch unterschiedlichen Umfang und verschiedenartige Tiefe des behandelten Lehrstoffs voneinander unterscheiden und damit eine anforderungsgerechte Ausbildung in den 3 Fachrichtungsgruppen Elektronik, Elektrotechnik und Automatisierungstechnik ermöglichen. In der nachfolgenden Übersicht sind die vorhandenen bzw. in Entwicklung befindlichen Lehrmaterialbausteine erfaßt und dem vorgesehenen Einsatz entsprechend den 3 Fachrichtungsgruppen zugeordnet.

Katalog-Nr.2)	Titel	Einsatz in der Fachrichtungsgruppe		
		Elektro-nik	Elektro-technik	Automati-sierungs-technik
03 1006 01 1 (105.29–01)	Einführung in die Meß- und Prüf-technik	x	x	x
03 1677 20 0 (295.20–01)	Meßsysteme 2.00 – Einführung	x	x	x
03 1677 21 1 (295.21–01/1)	Meßsysteme 2.11 – Geräte und Ein-richtungen zur Messung elektri-scher Größen, Messung elektri-scher Grundgrößen	x	x	
03 1677 21 3 (295.21–01/2)	Meßsysteme 2.13 – Messungen in elektrischen Energienetzen		x	
03 1677 21 4 (295.21–01/3)	Meßsysteme 2.14 – Messung elektri-scher Größen im Niederfrequenz-bereich	x		
03 1677 01 0 (295.23–01)	Meßsysteme 0.10 – Systeme zur Messung elektrischer Größen			x

Katalog-Nr. ²⁾	Titel	Einsatz in der Fachrichtungs- gruppe		
		Elektro- nik	Elektro- technik	Automati- sierungs- technik
03 1677 22 1 (295.21–02/1)	Meßsysteme 2.21 – Geräte und Ein- richtungen zur Messung nicht- elektrischer Größen			x
03 1677 22 2 (295.21 – 02/2)	Meßsysteme 2.22 – Messung mecha- nischer Größen : Geometrische Abmes- sungen, Wege, Winkel, Drehzahlen, Drehmomente, Leistungen			
03 1677 22 3 (295.21–02/3)	Meßsysteme 2.23 – Messung mechani- scher Größen: Kräfte, Drücke, Mengen, Füllstände			x
03 1677 02 0 (295.23–02)	Meßsysteme 0.20 – Systeme zur Messung mechanischer Größen	x	x	
03 1677 23 0 (295.23–03)	Meßsysteme 2.30 – Messung thermischer Größen	x	x	
03 1677 03 0 (295.23 – 03)	Meßsysteme 0.30 – Systeme zur Messung thermischer Größen			x
03 1677 24 1 (295.21–04)	Meßsysteme 2.41 – Messung von Stoffeigenschaften			x ¹⁾
03 1677 04 0 (295.23–04)	Meßsysteme 0.40 – Systeme zur Messung von Stoffeigenschaften			x ¹⁾
03 1677 05 0 (295.23–05)	Meßsysteme 0.50 – Systeme zur Messung akustischer Größen, optischer Größen und von Strahlungsgrößen	x	x	x
03 1678 01 0 (295.31–01)	Meßwerterfassung, -ausgabe und -verarbeitung	x	x	x
03 1684 01 0 (297.11–01)	Übertragung von Meßsignalen	x	x	x
03 1011 01 1 (105.35–01)	Qualitätssicherung und stati- stische Qualitätskontrolle	x	x	x
03 1012 01 1 (105.36–01)	Prüftechnik – Prüftechnologie 1. Prüfprozesse – Grundlagen . Syste- matik . Ergonomische Aspekte	x	x	x
03 1012 02 1 (105.36–02)	Prüftechnik – Prüftechnologie 2	x		
03 1012 03 0 (105.36–03)	Prüftechnik – Prüftechnologie 3 (geplant)		x	

1) wahlweise, je nach Fachrichtung

2) bisherige Katalognummer in Klammern angegeben

Die Gestaltung dieser Lehrmaterialbausteine beruht auf bewährten didaktisch-methodischen Prinzipien bei der Entwicklung von Lehrmaterialien im Fachschulwesen der DDR. Die einheitliche Gestaltung aller Lehrmaterialbausteine sichert einen hohen bildungsökonomischen Effekt sowohl im Direkt- wie im Fernstudium; speziell für letztgenannte Studienform sind den einzelnen Abschnitten fachbezogene Beispiele, Aufgaben und Übungen zugeordnet, wobei Zusammenfassungen und die ausführliche Lösung aller Aufgaben die Selbstkontrolle stimulieren sollen.

Herausgeber und Autoren hoffen, Lehrenden und Studenten damit ein Mittel in die Hand zu geben, das die Lehrstoffvermittlung auf dem Gebiet der Meß- und Prüftechnik, fußend auf dem gegenwärtigen Stand von Wissenschaft und Technik, auf hohem Niveau ermöglicht. Hinweise und Anregungen zur Verbesserung der Bausteine oder deren Ordnung werden jederzeit dankbar entgegen genommen.

Verzeichnis der Kurzzeichen

d	Grundfehler
E	Endwert
e	Fehler
f	Frequenz, Schätzwert für systematischen Fehler
K	Übertragungsfaktor
L	Länge
M	Meßgröße
P	Wahrscheinlichkeit
R	Widerstand
r	Widerstand
s	Standardabweichung
T	Zeit
t	Zeit, Parameter der Verteilung
U	Spannung
u	Meßunsicherheit
v	Vertrauensbereich
x	unabhängige Variable, Meßgröße
y	abhängige Variable, Ausgangsgröße
z	Störgröße
α	Längsausdehnungskoeffizient
Δx	absoluter Fehler
δ	relativer Fehler
δ^*	reduzierter Fehler
μ	Erwartungswert
τ	Zeitkonstante

Literaturverzeichnis

- [1] Reineck, H.: Qualitätssicherung und statistische Qualitätskontrolle. Lehrbrief für das Fachschul-Fernstudium. Katalog-Nr. 03 1011 01 1. Karl-Marx-Stadt: Institut für Fachschulwesen der DDR 1978.
- [2] Autorenkollektiv: Physik – Fundament der Technik. 4. Aufl. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1977.
- [3] Fischer, R.; E. Padelt und H. Schindler: Physikalisch-technische Einheiten. 3. Aufl. Berlin: VEB Verlag Technik 1977.
- [4] TGL 14591. Automatische Steuerung. Begriffe, Kurzzeichen. Ausg. 10/78.
- [5] Autorenkollektiv: Taschenbuch Betriebsmesstechnik. Berlin: VEB Verlag Technik 1974.
- [6] Hart, H.: Einführung in die Messtechnik. Berlin: VEB Verlag Technik 1977.
- [7] Richter, W.: Meßsysteme 2.41 – Messung von Stoffeigenschaften. Lehrbrief für das Fachschul-Fernstudium. Katalog-Nr. 03 1677 24 1. Karl-Marx-Stadt: Institut für Fachschulwesen der DDR 1979.
- [8] Richter, W.: Meßsysteme 2.30 – Messung thermischer Größen. Lehrbrief für das Fachschul-Fernstudium. Katalog-Nr. 03 1677 23 0. Karl-Marx-Stadt: Institut für Fachschulwesen der DDR 1979.
- [9] Richter, W.: Meßsysteme 2.21 – Geräte und Einrichtungen zur Messung nichtelektrischer Größen. Lehrbrief für das Fachschul-Fernstudium. Katalog-Nr. 03 1677 22 1. Karl-Marx-Stadt: Institut für Fachschulwesen der DDR 1979.
- [10] Autorenkollektiv: Mathematik für Ingenieur- und Fachschulwesen. Band II. Infinitesimalrechnung, Statistik. 3. Aufl. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1978.
- [11] Richter, W.: Meßsysteme 2.00 – Einführung. Lehrbrief für das Fachschul-Fernstudium. Katalog-Nr. 03 1677 20 0. Karl-Marx-Stadt: Institut für Fachschulwesen der DDR 1978.
- [12] Woschni, E.-G.: Informationstechnik. Signal – System – Information. Berlin: VEB Verlag Technik 1974.
- [13] Richter, W.: Meßsysteme 2.22 und 2.23 – Messung mechanischer Größen. Lehrbrief für das Fachschul-Fernstudium. Katalog-Nr. 03 1677 22 2 und 03 1677 22 3. Karl-Marx-Stadt: Institut für Fachschulwesen der DDR 1979.
- [14] Novickij, P. W.: Gütekriterien für Meßeinrichtungen. Berlin: VEB Verlag Technik 1978.

1. Einführung

1.1. Zielstellung, Bedeutung und Gegenstand der Meß- und Prüftechnik

Die Meßtechnik erlangt in zunehmendem Maß weittragende Bedeutung für die Volkswirtschaft. Sie ist wesentliches *Mittel zur Informationsgewinnung* über technisch-physikalische Größen und damit zugleich *Voraussetzung für die Steuerung* technologischer Prozeßabläufe. Darüber hinaus ist aber fast immer auch die Aufgabe verknüpft, die mit dem technologischen Prozeß erzielte Produktqualität zu bewerten, so daß die Meß- und Prüftechnik auch *Mittel der Qualitätssicherung* ist. Dabei ist ihre Rolle nicht passiv, sondern ihre Wirksamkeit ist dort am größten, wo Meß- und Prüfprozesse in den Fertigungsprozeß direkt integriert sind. Auch wird durch die steigenden Qualitätsforderungen auf allen Gebieten eine stimulierende Wirkung auf die Leistungsfähigkeit der Meßtechnik und ihre Verfahren und Systeme ausgeübt; Qualitätssicherung und Meßtechnik bilden im Reproduktionsprozeß eine untrennbare Einheit.

Zur Einschätzung der volkswirtschaftlichen Wirkungsbreite der Meß- und Prüftechnik möge die Angabe genügen, daß heute der Umfang an Meß- und Prüfprozessen etwa 10 bis 15 % eingesetzter lebendiger Arbeit angenommen hat, wobei es Bereiche gibt, in denen dieser Anteil 50 % weit übersteigt, so z. B. im wissenschaftlichen Gerätebau und besonders in der Fertigung mikroelektronischer Baueinheiten. Andererseits verdeutlichen schon diese wenigen Zahlen, daß auch auf dem Gebiet der Meß- und Prüftechnik durch noch effektiveren Einsatz, durch Automatisierung oder Teilautomatisierung von Meß- und Prüfprozessen und auch durch richtige Auswahl und überlegte Anzahl derartiger Prozesse ein Beitrag zur Steigerung der Arbeitsproduktivität geleistet werden kann.

Begrifflich werden die Meß- und die Prüftechnik im Sprachgebrauch oft nebeneinander benutzt. Richtig ist jedoch die Unterordnung des *Messens* unter das *Prüfen*, wie Bild 1.1 zeigt.

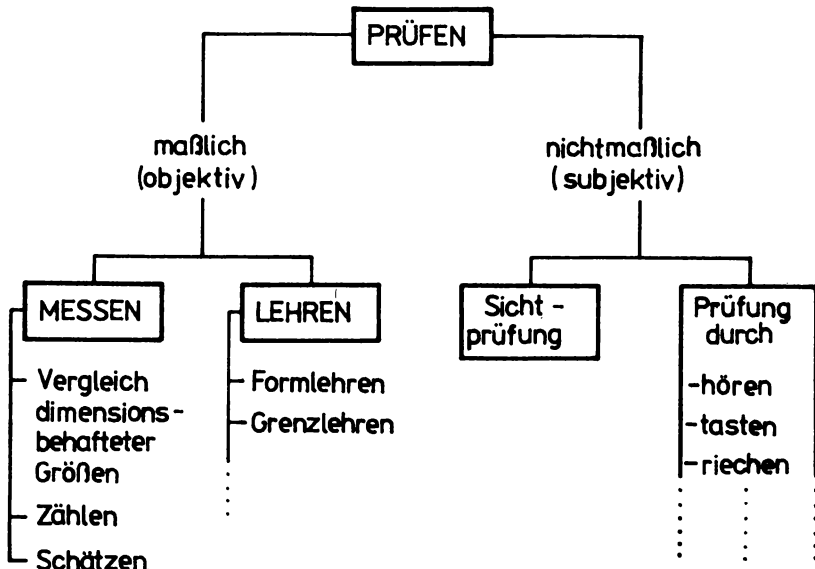


Bild 1.1: Übersicht über die Meß- und Prüftechnik

Danach ist das *maßliche* vom *nichtmaßlichen* Prüfen zu unterscheiden, wobei das nichtmaßliche Prüfen weitgehend *subjektiv* erfolgt und damit wesentlich von der Qualifikation des Prüfers abhängig sein kann. Der Übergang zum *maßlichen* Prüfen und damit zur *objektiven Prüftätigkeit* ist eine der Tendenzen, auf denen die wachsende Bedeutung der Meßtechnik beruht. Tafel 1.1 enthält weitere Begriffserklärungen im Zusammenhang mit Bild 1.1.

Tafel 1.1: Begriffe der Meß- und Prüftechnik

Begriff	Erklärung
Prüfen	Feststellen, ob ein Prüfobjekt in seinen Eigenschaften mit den geforderten hinreichend übereinstimmt.
maßliches Prüfen	objektiver Vergleich einer quantitativ unbekannten Größe mit einer Maßverkörperung
nichtmaßliches Prüfen	subjektiver Vergleich durch Sinneswahrnehmung
Messen	quantitative Ermittlung des Wertes einer physikalischen Größe durch objektiven Vergleich mit einer Maßverkörperung
Lehren	maßgeblicher Vergleich auf vorgegebene Grenzwerte mit Hilfe nichtanzeigender Prüfmittel
Schätzen	Befehl für Messen (Schätzen von Zwischenwerten, Bereichsabschätzung u. ä.)
Zählen	Feststellung einer Anzahl gleichartiger Objekte, Vorgänge oder Einheiten

Grundlage des Prüfergebnisses als der Entscheidung über die Einhaltung einer Vorgabe sind allerdings sehr häufig Meßergebnisse, so daß die enge Verwandtschaft und teilweise unscharfe parallele Verwendung der Begriffe Messen und Prüfen plausibel ist.

Eine weitere Unterteilung der Meßtechnik ist angesichts der existierenden Vielfalt notwendig und zweckmäßig. Dabei läßt sich kein allgemeingültiges Prinzip anwenden, weil der Zweck der beabsichtigten Klassifizierung bestimmend ist für die anzuwendenden Kriterien. Für die angewandte *Meßtechnik* gilt eine Unterteilung in Betriebs-, Labor- und Fertigungsmeßtechnik als ausreichend, wobei die *Betriebsmeßtechnik* den Bereich des betrieblichen Meßwesens für kontinuierliche oder quasikontinuierliche Prozesse umfaßt, die *Labormeßtechnik*, dem Namen gemäß auf nicht-fertigungsgebundene Meßprozesse mit unterstellter höherer Präzision bezogen und die *Fertigungsmeßtechnik* im wesentlichen als Längen- und Gestaltmeßtechnik in der metallverarbeitenden Industrie verstanden wird.

Der wissenschaftlich-technische Fortschritt, in dessen Verlauf eine zunehmende Durchdringung vieler Prozesse und Disziplinen zu beobachten ist, kann die so gezogenen Grenzen allerdings verwischen. So müssen z. B. in der Halbleiterfertigung sehr extreme Bedingungen eingehalten werden, wobei gleichzeitig Massenproduktion vorliegt usw.

Anwendungsbezogen findet man heute oft die Untergliederung in vier Hauptgebiete, die eine gewisse Eigenständigkeit besitzen:

- die *elektrische Meßtechnik*
(Messung der elektrischen Grundgrößen, Strom, Spannung, Widerstand, Kapazität, Induktivität; Messung elektrischer Größen in Energienetzen, im Nieder- und Hochfrequenzbereich);
- die *Prozeßmeßtechnik*
(Messung von verfahrenstechnischen Prozeßgrößen: Temperatur, Druck, Menge u. a.);
- die *Messung von Stoffeigenschaften und -konzentrationen*
(vereinfacht als Analysenmeßtechnik bezeichnet);
- die *Längenmeßtechnik*
(Messung von Länge, Winkel und Gestalt, vorwiegend im Maschinen- und Gerätebau).

Ihre Anteile an den meßtechnischen Aufgaben sind selbstverständlich vom Betriebsprofil stark abhängig; Anhaltspunkte über den Anteil der Meßgrößen an der Gesamtzahl aller Meßstellen und über die Kosten liefern Tafel 1.2 und Bild 1.2.

Tafel 1.2: Relative Häufigkeit von Meßgrößen im Maschinen- und Gerätebau (Orientierungswerte)

Meßgröße	rel. Häufigkeit
Stückzahl	25 %
Länge (Abmessung, Position, Weg)	25 %
Zeit	15 %
Temperatur	8 %
Menge (Masse, Volumen)	5 %
Durchfluß	5 %
Niveau (Füllstand)	5 %
Druck	5 %

Allen Meßeinrichtungen und -vorgängen ist aber gemeinsam, daß der Gegenstand jeder Messung in ihnen wiederkehrt und umgekehrt davon ausgehend auch jede Aufgabe und Tätigkeit des Messens abgeleitet werden kann.

Der Gegenstand der Meßtechnik läßt sich allgemein so definieren:

Messen ist die Gesamtheit von Tätigkeiten oder Vorgängen, mit denen eine qualitativ unbekannte Größe mit einer Maßverkörperung verglichen und bewertet wird: *Messen heißt Vergleichen.*

Mit einer solchen allgemeinen Definition ist bei der schon genannten Verschiedenartigkeit der Meß- und Prüfaufgaben mit dem Vergleichsaspekt sofort die Frage nach den Eigenschaften der Maßverkörperung und deren Realisierung im Einzelfall verknüpft.

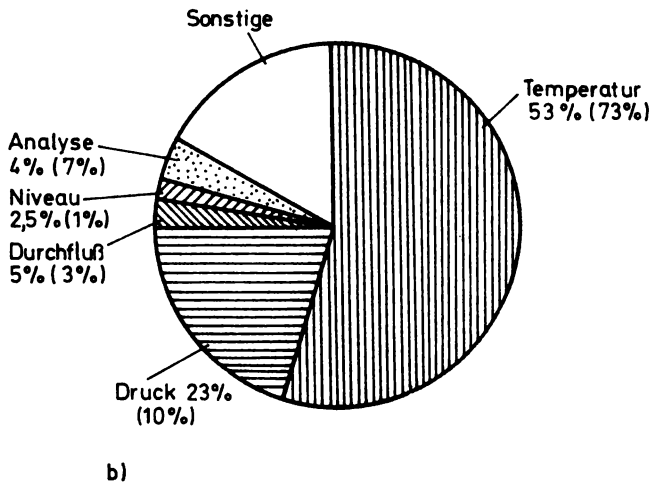
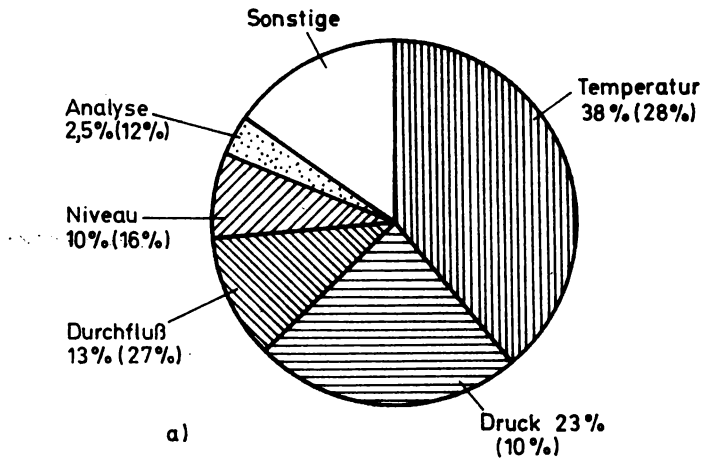
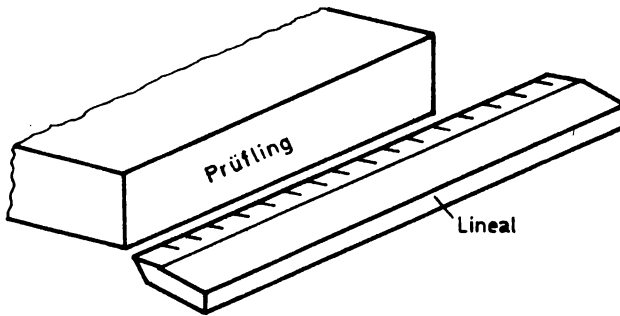
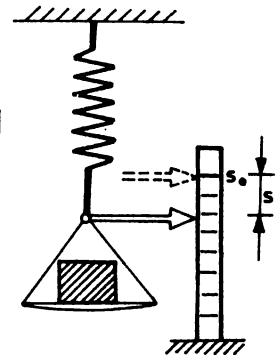


Bild 1.2: Relativer Anteil der Meßstellen in verschiedenen Industriezweigen (in Klammern: Anteil der Kosten)
a) Chemische Industrie
b) Gebäudeautomatisierung



a)



$$s = c \cdot F; \quad F = m \cdot g$$

b)

Bild 1.3: Beispiele für Meßvorgänge

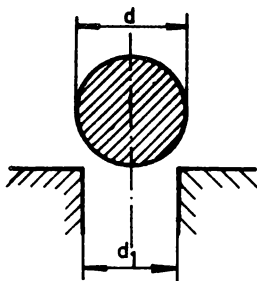
- a) Längenmessung mit Lineal
- b) Kraftmessung mit Federwaage

Im Bild 1.3 a ist diese Maßverkörperung das bekannte Lineal, dessen Teilung in Einheiten der Größenart Länge vorgenommen worden ist (siehe Abschnitt 1.3.). Ergebnis des Vergleichs ist die quantitative Bewertung des Meßobjekts in Längeneinheiten (z. B. cm). Dieses simple Beispiel zeigt aber schon eine weitere, fundamentale Erkenntnis: Meßgröße (hier: Länge) und Maßverkörperung müssen von gleicher physikalischer Größenart sein. Ein scheinbarer Widerspruch ergibt sich aus Bild 1.3 b: Hier wird die auf die Masse ausgeübte Gewichtskraft als Skalenlänge bestimmt. Wo findet also der Vergleich mit der gleichen Größenart statt? Hier ist daran zu erinnern, daß die Masse an einer Feder aufgehängt ist, deren Kennlinie den proportionalen Zusammenhang zwischen deren Dehnung (= Wegänderung) und dem mechanischen Spannungszustand beschreibt, und daß über die Federkonstante c eine Abbildung der Meßgröße m auf die Wegänderung s erfolgt. Verglichen werden also tatsächlich Kräfte, die Meßgröße wird allerdings auf eine weitere Größenart (hier: Länge) abgebildet. Abgelesen wird also eigentlich eine Länge; da aber über den Übertragungsfaktor $K = c = F/s$ eine Umrechnungsbeziehung von Länge in Kraft existiert, wird üblicherweise die Ableseskala direkt in Kräfteinheiten beziffert.

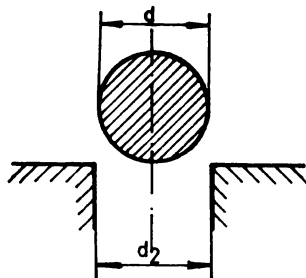
Wie später noch dargestellt wird, ist das Prinzip der *Wandlung der Meßgröße* in eine weitere Größe einer der häufigsten Vorgänge in Meßeinrichtungen überhaupt, und die direkte Vergleichbarkeit (siehe Bild 1.3 a) tritt nur selten auf. Bild 1.4 zeigt schließlich ein Beispiel für das maßliche Prüfen durch Lehren. (s. S. 14)

1.2. Historische Entwicklung

Die Meßtechnik hat heute einen derart umfassenden Charakter angenommen, daß im täglichen Leben die Vorgänge des Messens oft gar nicht mehr als solche wahrgenommen werden. Wohl fast alles, was zur Bedürfnisbefriedigung des Menschen dient, ist meßbar und wird gemessen. Die „Meßtechnik um uns“ beginnt mit (oder auch schon vor) der Geburt: Zeitpunkt, Größe und



a)



b)

Bild 1.4: Maßliches Prüfen für $d_1 < d < d_2$

a) $d > d_1$; b) $d < d_2$

Gewicht werden bestimmt; Kleidung und Nahrung sind abzumessen; Versorgungssysteme, Freizeitbeschäftigungen sind mit Meßtechnik verknüpft usw.

Entsprechend dem Stand und der Entwicklung der Produktivkräfte sind entwicklungsgeschichtliche Sachzeugen für Meßvorgänge in großer Zahl bekannt. Mit großer Wahrscheinlichkeit sind in urgeschichtlicher Zeit bereits Längen, aus Körpermaßen abgeleitet, gebräuchlich gewesen (immer noch in Gebrauch: Fuß; noch bekannt: Elle, Klafter). Für den Produktaustausch werden Masseinheiten sicher zuerst vereinbart worden sein. Der älteste Fund ist ein Wägestein der Sumerer, dessen Alter auf rund 9000 Jahre geschätzt wird. Aus der Geschichte des Altertums sind die Fertigkeiten der Babylonier oder Ägypter bekannt, Zeitbestimmungen ausführen zu können, um den lebensnotwendigen Überschwemmungsrhythmus der Flußniederungen von Euphrat, Tigris und Nil vorhersagbar zu machen. Immerhin wird auch heute noch das Sexagesimalsystem der Babylonier in der Zeit- und Winkelmessung benutzt!

Mit fortschreitendem Warenaustausch im alten Griechenland und Rom wurden auch stärkere Anforderungen an das Meßwesen gestellt: Die Entwicklung der Ware-Geld-Beziehungen verknüpften die Masse mit der Münze, indem als Austauschäquivalent eine bestimmte Masse Edelmetall üblich wurde.

Der Zerfall der zentralisierten Reiche, die Kleinstaaterei und die Stagnation der Entwicklung der Produktivkräfte im Mittelalter führte auch zu einer gewissen Verwirrung im Meßwesen. Landesfürsten legten willkürlich neue Maße fest, so z. B. Heinrich I. von England im Jahre 1101, indem er das Yard als Abstand zwischen seiner Nasenspitze und seinem ausgestreckten Daumen festlegen ließ.

Es wird geschätzt, daß um 1500 einige tausend Maßeinheiten existiert haben müssen, und es darf aus dieser Sicht festgestellt werden und als folgerichtig gelten, daß eine der Forderungen des Großen Deutschen Bauernkrieges die nach „einheitlich Maß, Gewicht und Münze“ war; eine Forderung, die in der Französischen Revolution wiederkehrt und unterstreicht, daß die progressiven Kräfte in der Entwicklungsgeschichte zugleich progressiv auf die Produktionsmittelentwicklung einwirken. Ebenso folgerichtig ist die 1799 gesetzlich eingeführte Verwendung des Meters (als vierzigmillionster Teil des Erdmeridians) in Frankreich, dem u. a. 1858 Sachsen, 1868 Preußen und 1872 das damalige Deutsche Reich folgten. Andererseits waren durch die industrielle Entwicklung in England die englischen Maßeinheiten fast weltweit verbreitet und sind

auch heute leider noch partiell gebräuchlich (Beispiel: Kfz-Reifen, Sicherheitsgurtbefestigungen, Gas- und Wasserrohre u. a.).

In der Geschichte von Wissenschaft und Technik läßt sich aber auch eine enge Wechselwirkung zwischen dem Entwicklungsstand der Produktivkräfte und dem Stand der Meßtechnik nachweisen. Auf das Beispiel der Zeit- und Längenmessung als sozusagen lebensnotwendige Aufgabe in Mesopotamien und Ägypten wurde bereits hingewiesen.

Als weiteres Beispiel möge die Fertigungsmeßtechnik dienen: in den Anfängen des Maschinenbaus waren große Fertigungstoleranzen eine der Quellen für schlechten Wirkungsgrad oder Havarien. So wird berichtet, daß der Mechaniker, der James Watt dessen Dampfmaschine baute, das Spiel zwischen Kolben und Zylinderwand kaum unter Fingerdicke brachte. Mit der Entwicklung der Fertigungsverfahren, die für die technische Revolution ebenso nötig waren wie etwa die Trennung des Produzenten vom Eigentum an Produktionsmitteln, war auch der Zwang zur Vervollkommnung der Meßmittel und -verfahren verknüpft.

Oft ist erst der Stand der Meßtechnik entscheidend für die Richtigkeit theoretischer Überlegungen, so etwa die Zeitmeßtechnik für Unregelmäßigkeiten der Erdrotation, der meßtechnische Nachweis von Aussagen der Relativitätstheorie u. v. a.

Es ist ebenso interessant zu wissen, daß noch vor wenigen Jahrzehnten ein wissenschaftlicher Meinungsstreit um Einheiten und Einheitensysteme herrschte, und daß die uns heute völlig selbstverständlich erscheinenden Festlegungen erst nach z. T. jahrhundertelanger wissenschaftlicher Arbeit möglich geworden sind. Die wohl bewegendste „Geschichte“ hat die Temperaturskala hinter sich; erst im Jahre 1848 fand sie ihre thermodynamisch begründete Definition durch William Thompson (Lord Kelvin). Tafel 1.3 soll einen kleinen Einblick vermitteln.

Tafel 1.3: Historische Fakten zur Temperaturmessung

Jahr	Fakten
Frühzeit	im Gegensatz zu Länge, Masse und Zeit keine Ansätze für Kennzeichen von Wärme und Temperatur bekannt
1592	Galilei benutzt die Luftausdehnung als Kennzeichen von Wärmezuständen
1688	Dalence gibt zwei Fixpunkte an: tiefer Keller, Schmelzpunkt der Butter (!)
1693	Halley findet die Konstanz des Siedepunktes von Wasser
1694	Rinaldini schlägt den Eispunkt und den Siedepunkt als Fixpunkte vor
1742	Celsius teilt den Bereich zwischen Siede- und Eispunkt in 100 Teile (Siedepunkt: 0 Grad, Eispunkt: 100 Grad)
1750	Strömer führt die 100 °C-Teilung in der heute noch üblichen Form ein
noch um 1820	über Fixpunkte hinausgehend keine exakte Messung möglich

Jahr	Fakten
1848	Thompson begründet auf dem 2. Hauptsatz die thermodynamische Temperaturskala (heute: $100\text{ }^{\circ}\text{C} = 273,15\text{ K}$)

1.3. Einheiten und Einheitensysteme

Wie bereits angedeutet, gab es in der Vergangenheit schon verschieden definierte Einheiten und auf ihnen aufgebaute Systeme. Seit 1960 existiert im „Systeme International d' Unites“ (Internationales Einheitensystem, als SI ebenfalls vereinheitlicht abgekürzt) ein Einheitensystem, das auf sieben definierten sogenannten „Basiseinheiten“ beruht, die ihrerseits nicht aus anderen Einheiten abgeleitet werden können und weitgehend auf reproduzierbaren Naturkonstanten aufbauen (siehe Tafel 1.4).

Tafel 1.4: SI-Basiseinheiten

Größenart	Einheit, Kurzzeichen		definiert durch
Länge	Meter	m	Wellenlänge einer Strahlung
Zeit	Sekunde	s	Periodendauer einer Strahlung
Masse	Kilogramm	kg	Prototyp
elektrische Stromstärke	Ampere	A	Kraft zwischen parallelen Leitern
Temperatur	Kelvin	K	Tripelpunkt des Wassers
Stoffmenge	Mol	mol	Atomzahl (^{12}C in 12 g)
Lichtstärke	Candela	cd	Strahlung des schwarzen Körpers
<i>ergänzende Einheiten:</i>			
ebener Winkel	Radian	rad	Verhältnisse am Kreis bzw. auf
Raumwinkel	Steradian	sr	Kugeloberfläche

Mit diesen *Basiseinheiten* läßt sich natürlich nur ein Teil der in der Meßtechnik auftretenden Größen vergleichen, so daß ein Einheitensystem weiterer, aus den Basiseinheiten *abgeleiteter Einheiten* notwendig ist, um allen praktischen Anforderungen gerecht werden zu können. Darüber hinaus gibt es zwei *ergänzende Einheiten* (für den ebenen und den Raumwinkel), SI-fremde, aber weiter unbefristet *zulässige Einheiten*, auf Spezialgebiete beschränkte Einheiten sowie noch eine ganze Reihe befristet gültiger Einheiten. Deren Zahl ist so groß, daß eine voll-

ständige Wiedergabe hier nicht erfolgen kann. Ihre ausführliche Behandlung erfolgte im Lehrgebiet Physik /2/. Weitere Einzelheiten siehe z. B. in /3/.

Zusammenfassung zu Abschnitt 1.

Die Meßtechnik gewinnt zunehmend an Bedeutung für alle Bereiche der Volkswirtschaft. Ihre Rolle und Funktion erklärt sich aus der Notwendigkeit, die für den Warenaustausch bestimmten Güter bewerten zu können. Ebenso eng ist die Wechselwirkung zwischen der Meßtechnik und dem Entwicklungsstand der Produktivkräfte, so daß der Meßtechnik auch eine progressive Rolle in der Gesellschaft zukommt.

Die quantitative Bewertung einer Meßgröße erfolgt durch Vergleich mit einer Maßverkörperung, wobei vereinbarte (durch Gesetz festgelegte) Einheiten benutzt werden. Heute wird das Internationale Einheitensystem (SI) in den meisten Ländern seiner Vorteile wegen angewendet.

Übungen zu Abschnitt 1.

- Ü 1.1. Nennen Sie Ihnen bekannte Zusammenhänge zwischen Meßtechnik und Produktqualität!
- Ü 1.2. Überlegen Sie, in welcher Größenart die Anzeige bei der Zeitmessung mittels üblicher mechanischer Uhren erfolgt!

2. Informationsbeziehungen in Produktionsprozessen

2.1. Informationsbeziehungen

Die Umweltbeziehungen eines offenen technischen Systems, die Einflüsse der Umwelt auf das System und dessen Rückwirkung auf die Umwelt können unter den Aspekten des

Stoffaustausches,
Energieaustausches und
Informationsaustausches

betrachtet werden.

Die Zuordnung ist abhängig vom Interesse für die jeweilige Funktion oder dem Überwiegen einer Funktion, da i. allg. alle drei Aspekte miteinander verknüpft sind.

Als Beispiel sei ein beliebiger materieller Produktionsprozeß angenommen (Bild 2.1).

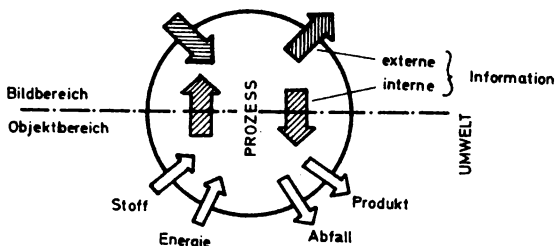


Bild 2.1: Wechselwirkung von Stoff, Energie und Information in und mit einem technischen Prozeß

Durch starke Verallgemeinerung wird eine duale Strukturierung erkennbar: im „Objektbereich“ vollziehen sich die Umwandlungsprozesse von Stoff und Energie zu einem Produkt (und dem unvermeidlichen Abfall); im „Bildbereich“ soll ein ausreichendes Abbild dieses Prozesses entstehen, das der Überwachung und Leitung des Prozesses sowie seiner Koordinierung mit der Umwelt dient. Zur Prozeßüberwachung und -beeinflussung ist es notwendig, daß aus dem Objekt in den Bildbereich Informationen übergehen und umgekehrt (im Bild 2.1 als interne Information bezeichnet), während zur Kommunikation mit der Umwelt mit dieser „externe“ Informationen auszutauschen sind.

Für die Informationsgewinnung an technischen Prozessen gilt die allgemeine *Informationskette* ebenso wie für Nachrichtenübermittlungen. Bild 2.2 a zeigt diese Informationskette, wie sie prinzipiell in allen Informationssystemen wiederkehrt. Jede Information wird irgendeiner „Quelle“ entnommen oder von ihr erzeugt, über einen „Kanal“ übertragen und einer „Senke“ zugeführt. Dabei ist die Funktion als Quelle, Kanal oder Senke nicht an eine bestimmte Funktionseinheit, ein System oder (in biologischen Strukturen) an bestimmte Körperteile gebunden.

Beispiele für Informationsketten:

- Für ein Gespräch zwischen zwei Personen ist jeder Partner wechselweise als Quelle oder Senke betrachtbar; Kanal ist jeweils die Luft, deren Schallschwingungen Informationsträger sind (Bild 2.2 b);
- für eine Fernsehübertragung ist z. B. die Fernsehkamera die Informationsquelle, als Kanal dienen hochfrequente elektromagnetische Wellen, Senke ist der Heimempfänger (Bild 2.2 c);
- bei einer Betrachtung der gleichen Sendung durch Zuschauer kann der Heimempfänger als Quelle, die Lichtwellen als Kanal und das menschliche Auge als Senke angesehen werden (Bild 2.2 d);
- für die Informationsübertragung im Menschen ist das Auge jetzt Quelle, das Nervensystem stellt den Kanal dar und das Gehirn ist jetzt Senke (Bild 2.2 e).

Für beliebige technische Systeme lassen sich ähnliche Zuordnungen finden. Als anschauliches Beispiel dafür ist in Bild 2.2 f eine Temperaturmeßschaltung mit Thermoelement angegeben. Hier ist das Thermoelement die Informationsquelle, die Übertragungsleitung bildet den Kanal und das Anzeigergerät ist die Senke für die Information. In diesem meßtechnischen Beispiel bedeutet „Information“, **Kenntnis** über die am Meßort herrschende Temperatur zu erhalten. Welcher Art diese Kenntnisse sind (Wertebereich, Dimension, Bewertungskriterien), wird in späteren Abschnitten noch näher untersucht. Hier genügt vorerst diese allgemeine Aussage. Auch die Aufgaben der Qualitätssicherung und -kontrolle lassen sich in informationstheoretische Betrachtungen einbeziehen, da auch hier Informationen gewonnen und bewertet werden müssen (vgl. Tafel 1.1 und /1/).

2.2. Informationsgewinnung an Prozessen

Die vorangegangenen Betrachtungen ließen erkennen, daß ein Meßvorgang oder eine ausgeführte Prüfung nach vorgegebenen Merkmalen im Sinne des Informationsaspektes nichts anderes ist als die Gewinnung von Informationen über Stoff-, Zustands- oder Qualitätskenngrößen, die innerhalb eines betrachteten Prozesses wirken, aus ihm hervorgehen oder ihn charakterisieren. Im Sinne dieser allgemeinen Betrachtung kann auch die unmittelbare Umwelt (siehe Bild 2.1) mit zum Prozeß gehören, soweit Wechselwirkungen mit dieser bestehen.

Eine *Meßeinrichtung* besteht demnach wie jede Informationskette aus den drei Hauptbestandteilen Quelle, Kanal und Senke. Nun ist dieses Unterteilungsprinzip nicht das einzig mögliche; würden etwa stoffliche oder energetische Aspekte bevorzugt, müßten anderen Kriterien gelten.

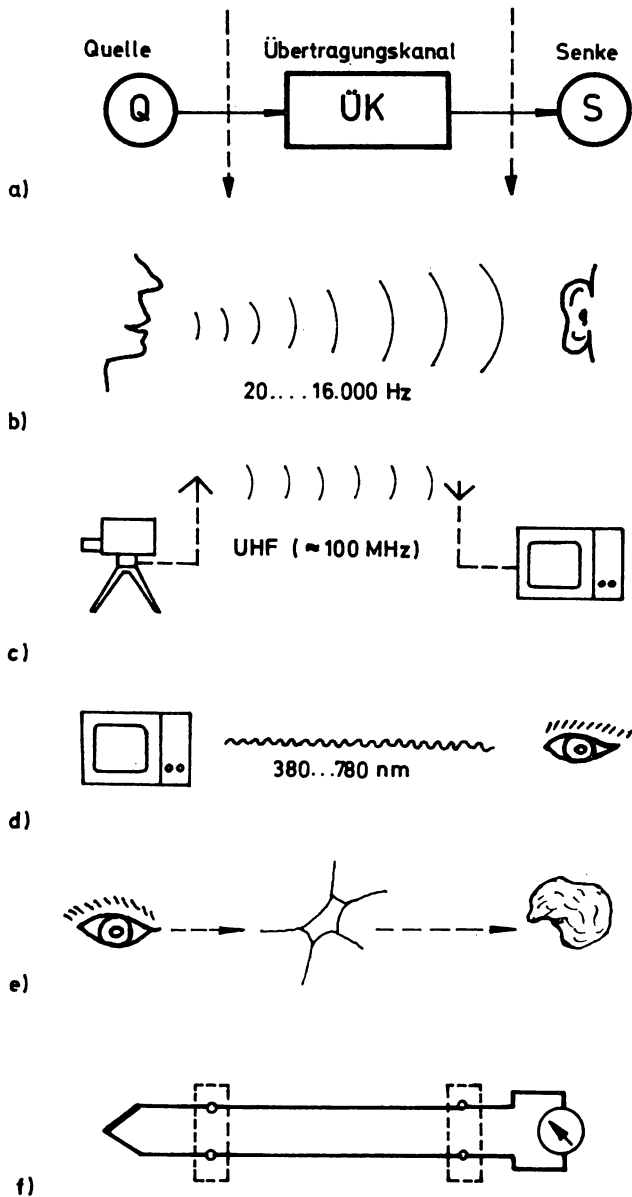


Bild 2.2: Informationsketten

- a) allgemein; b) Sprache; c) Fernsehen;
d) Betrachtung des Fernsehbildes;
e) Sehvorgang;
f) Temperaturmessung mit Thermoelement

Interessant ist aber, daß auch Überlegungen in Richtung einer sinnvollen Zerlegung in überschaubare (oder sich eventuell wiederholende) Bausteine oder *Funktionseinheiten* auf eine ebensolche Dreiteilung führen, die in der meßtechnischen Literatur immer wiederkehrt. Leider ist die Bezeichnung für diese Gruppierungen trotz vieler Bemühungen noch nicht einheitlich, so daß für den Lernenden eine (sachlich nicht nötige) Begriffsvielfalt die Zuordnung erschwert. Bild 2.3 soll das überschaubar darstellen: Die erste Funktionseinheit einer Meßeinrichtung hat immer die Aufgabe, die gesuchte Information so auf eine physikalische Größe **abzubilden**, daß sie bestimmbar und bewertbar wird. Die erste Stufe jedes Meßvorganges ist also eine Wandlung einer (der zu messenden) Größe in eine andere Größe (der gleichen oder unterschiedlicher Größenart). Es entsteht ein physikalisches Abbild der Meßgröße; dieser „Abbildungsvorgang“ wird als *Meßgrößenwandlung* bezeichnet. Er kann in wiederholter oder veränderter Form auch in darauffolgenden Funktionseinheiten auftreten, so daß für die erste, unmittelbar am Prozeß liegende Funktionseinheit, die den Prozeß gewissermaßen „abfühlt“, die Bezeichnung *Meßfühler* üblich ist. Ebenso findet man allerdings auch Bezeichnungen wie Aufnehmer, Geber, Taster u. a. (siehe Bild 2.3).

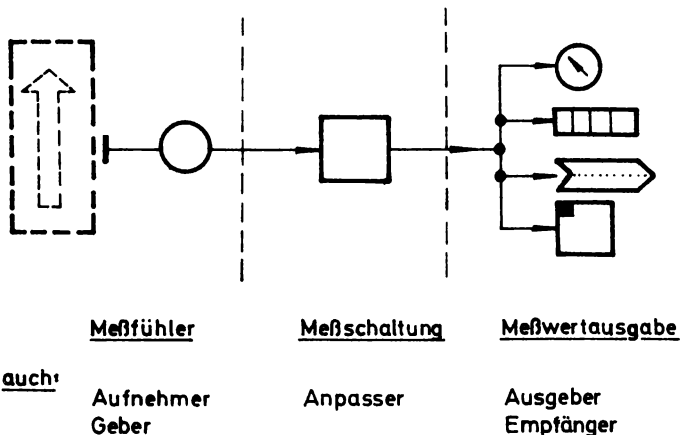


Bild 2.3: Funktionseinheiten einer Meßeinrichtung

Die zweite Funktionseinheit (oder Funktionsgruppe, je nach Umfang, hat ggf. eine breite Palette an Aufgaben zu erfüllen. Dazu gehören – neben der vorausgesetzten Übertragung in Richtung Senke – in vielen Fällen die Signalverstärkung, die Anpassung an bestimmte Bedingungen, der Vergleich mit vorgegebenen Werten, eventuell erforderliche Korrekturen u. v. a. Für diese zweite Funktionseinheit sind die Begriffe *Meßschaltung*, *Anpasser*, *Vergleicher*, *Verstärker* u. a. gebräuchlich. Sie soll hier in enger Anlehnung an die physikalisch-technische Struktur *Meßschaltung* genannt werden.

Die dritte Funktionseinheit hat die Aufgabe, die Meßinformation der weiteren Nutzung zugänglich zu machen, sie hat diese Meßinformation **auszugeben**. Das erfolgt in elementarer Weise in einer Form, die den menschlichen Sinnesorganen angepaßt ist. In den meisten Fällen wird das die Anzeige (Skale mit Zeiger, Lichtsignal, Bildschirm) sein, da bekanntlich rund 80 % der Informa-

tionsaufnahme des Menschen insgesamt über den Gesichtssinn erfolgt. Ebenso sind akustische Signale üblich, taktile dagegen nicht oder nur in ganz speziellen Fällen. In modernen Prozessanlagen erfolgt die Nutzung von Meßinformationen aber zunehmend ohne Eingriff durch den Menschen, so daß der Umweg über eine optische Darstellung überflüssig ist, und die Ausgabe der Meßinformation an weitere Funktionseinheiten in einer Form erfolgen kann, die den menschlichen Sinnesorganen nicht direkt zugänglich ist, etwa als elektrischer Strom, als Druck in einem Fluid o. ä.

Ebenso ist das Festhalten der Meßinformation in einem Speicher möglich (Diagramm, Protokoll-druck, Lochstreifen, Datenspeicher einer EDVA u. a.). Diese vorgenannten Einheiten üben in anderen technischen Zusammenhängen natürlich auch andere Funktionen aus als in der Meßkette. In dieser sind sie jedoch für die Funktion „Ausgabe der Meßinformation“ vorgesehen und im Bild 2.3 so bezeichnet.

Damit ist jetzt auch der Bezug zu Bild 2.2 f herstellbar: die dortige Quelle, das Thermoelement, ist in der technischen Struktur des Bildes 2.3 der *Meßfühler*, die Übertragungsleitungen (der „Kanal“ in Bild 2.2 f) bilden die *Meßschaltung* und das Anzeigegerät dient der *Meßwertausgabe*. Diese *Grundstruktur* wird sich in den weiteren Abschnitten immer wiederholen; es sei allerdings bereits jetzt darauf hingewiesen, daß Bauglieder in einfachen Fällen durchaus mehrere Funktionen gleichzeitig ausüben und eine formale Dreiteilung dann erzwungen erscheinen würde.

2.3. Meßtechnik und Prozessautomatisierung

Die generelle Aufgabe der Prozessautomatisierung besteht letztendlich darin, einen Prozeß selbsttätig ablaufen zu lassen, ohne daß zu dessen Aufrechterhaltung oder Optimierung der Mensch direkt einbezogen ist oder ständig eingreifen muß. Prozessautomatisierung ist deshalb eines der Mittel, den Menschen von schwerer körperlicher oder monotoner Arbeit zu befreien und ihm damit Möglichkeiten zur sinnvollen Nutzung seiner geistigen Fähigkeiten zu schaffen, abgesehen davon, daß die moderne Großproduktion ohne Prozessautomatisierung undenkbar ist. Ein allgemeiner Lehrsatz besagt, daß nur solche Größen und Prozesse *beeinflussbar* – und gemeint ist damit steuerbar, regelbar, unter bestimmten Bedingungen überhaupt beherrschbar – sind, die auch erkannt und (im engeren Sinne) *gemessen* werden können. Die Meßtechnik ist damit zugleich untrennbar mit der Prozessautomatisierung verbunden. Bild 2.4 soll das verdeutlichen.

Meßeinrichtungen sind die wesentlichen Informationsquellen in Systemen mit automatisierten Geräten und Einrichtungen. Ihr Zusammenwirken mit anderen Baugliedern läßt sich am Regelkreis demonstrieren.

Die Meßeinrichtungen (Meßfühler, Meßwandler) dienen zur *Informationsgewinnung*; über den Sollwertgeber erfolgt eine *Informationseingabe*, z. B. vorstellbar als eine externe Information aus Bild 2.1, ggf. nach entsprechender Vorverarbeitung; Vergleichs- und Rechenglieder gehören zum Bereich der *Informationsverarbeitung* (nach Bild 2.1 also Operationen, die im Bildbereich ablaufen); Stellantriebe und Stellglieder dienen zur *Informationsgewinnung*. Durch Anzeige- und Registriereinrichtungen kann außerdem eine *Informationsausgabe* erfolgen; es ist jedoch ersichtlich, daß diese Bauglieder in automatisierten Systemen, also in Systemen ohne direkten Einbezug des Menschen in den Wirkungsablauf, nur noch eine mittelbare Funktion ausüben, nämlich die Information über bestimmte Prozeßgrößen in einer für die Aufnahme durch den Menschen geeigneten Form bereitzustellen. Diese Form dominierte noch vor wenigen Jahrzehnten, heute steht das in technischen Einrichtungen (Verstärker, Regler, Rechner) verarbeitbare Signal im Vordergrund.

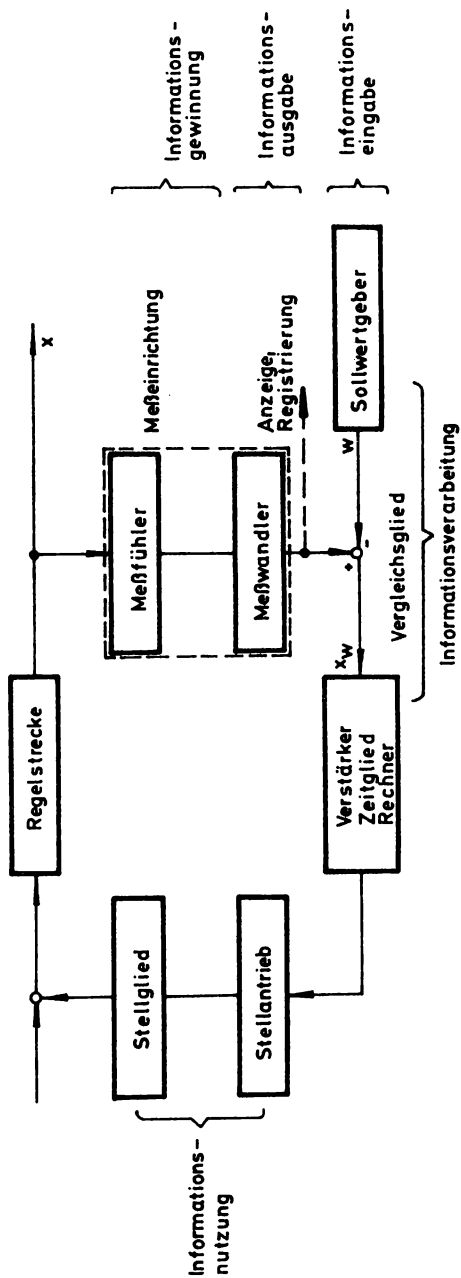


Bild 2.4: Informationsbeziehungen und Bauglieder im Regelkreis

Die Aufgaben für die Meßtechnik gehen allerdings auch noch weit über diesen Bereich hinaus. So ist die Meßtechnik wesentliches Mittel zur Erweiterung unserer Kenntnisse über naturwissenschaftlich-technische, biologische, ökonomische oder gesellschaftliche Zusammenhänge und liefert Informationen zur Verallgemeinerung solcher Kenntnisse zu neuen Gesetzmäßigkeiten.

Für den naturwissenschaftlich-technischen Bereich sind in Tafel 2.1 die Aufgabengebiete und Möglichkeitsfelder für die Meßtechnik in einer groben Übersicht dargestellt. Es ist schon ohne Detailkenntnisse ableitbar, daß je nach Aufgabenklasse und Anwendungsfall auch unterschiedliche Anforderungen an die Meßtechnik und den Meßtechniker zu erwarten sind (man vergleiche etwa die Problematik bei Erkundungsmessungen der Weltraumforschung im erdfernen Raum mit der Überwachung einer Prozeßgröße unter definierten Bedingungen). Allgemeingültige Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten existieren jedoch in jeder Ebene. Ihre Vermittlung ist das Anliegen der Lehrmaterialbausteine für das Lehrgebiet Meß- und Prüftechnik.

2.4. Zusammenhang zwischen Meß- und Prüftechnik und Erzeugnisqualität

Im Abschnitt 2.1. diente ein verallgemeinerter technischer Prozeß als Modell für die Erläuterung der Wechselwirkungen von Stoff, Energie und Information. Die Wechselwirkungen zwischen Meß- und Prüftechnik und *Erzeugnisqualität* werden im Lehrmaterialbaustein /1/ ausführlich dargestellt. Hier sollen lediglich einige Beispiele dafür genannt werden, daß von der Art des Prozesses ein wesentlicher Einfluß auf die einzusetzenden verfahrenstechnischen Mittel, aber auch auf die Auswahl der zur Überwachung und Beeinflussung notwendigen Meß- und Prüf- sowie Steuereinrichtungen ausgeübt wird; vom Prozeßcharakter werden die Art, der Wertebereich und die Qualität des Meßmittels bestimmt.

Beispiele:

1. Bei einer Benzinproduktion von ca. 3 Millionen Tonnen pro Jahr bedeutet eine nur um 0,1 % verbesserte Mengenummessung bei Abgabe an den Verbraucher eine jährliche Einsparung von 3000 Tonnen.
2. Werden für die Elektroenergieerzeugung von etwa 80 GWh/Jahr die gleichen Überlegungen angestellt, so bedeutet eine Verbesserung der Meßtechnik um 0,1 % eine Einsparung von rund 3500 t Rohbraunkohle je Tag. Die Bedeutung der Meßtechnik für die Materialökonomie wird an solchen Beispielen sehr deutlich sichtbar.
3. Für die Fertigungsverfahren „Drehen“ und „Schleifen“ konnte die Herstellungsgenauigkeit in den letzten 60 Jahren um rund eine Zehnerpotenz verbessert werden: die Toleranz beim Drehen von Teilen mit 50 mm Durchmesser verringerte sich von 100 nm (ISO-Qualität IT 10) auf 11 nm (IT 5), beim Schleifen von 25 mm (IT 7) auf 3 nm (IT 2).
4. Die Dichte der Funktionseinheiten auf integrierten Schaltkreisen der Mikroelektronik hängt u. a. von der Herstellungs- und Passungsgenauigkeit der verschiedenen Masken beim Fertigungsprozeß ab. Ein charakteristisches Maß dafür ist die erzielbare Stegbreite für Leiterzüge und ihre Abstände. Bei Verwendung des sichtbaren Lichts für die fotografischen Prozesse ist diese Stegbreite nicht unter 10 µm zu bringen, was überschlägig etwa 20 Lichtwellenlängen entspricht. Der Einsatz von ultraviolett Licht ($\lambda \approx 10^{-8} \text{ m} = 10 \text{ nm}$) läßt Stegbreiten von 1 µm erreichbar erscheinen. Bei Chipabmessungen in der Größenordnung von 10^{-2} m bedeutet das aber eine Längenunsicherheit von etwa 10^{-5} – eine enorme Anforderung an die gesamte Herstellungstechnik und -technologie die heute noch nicht erfüllt werden kann.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß in die Bewertung eines Erzeugnisses auch die Funktionssicherheit und der Folgenutzen einbezogen werden muß. Eine Toleranz von einigen Zentimetern bei Großplatten im industriellen Bauwesen ist beispielsweise zwar denkbar, erfordert aber zusätzliche Nacharbeit auf der Baustelle. Natürlich gilt der Grundsatz: „Nur so genau wie nötig“ und nicht „so genau wie möglich“. Es ist aber sicher, daß eine Verringerung des spezifischen

Tafel 2.1: Aufgabengebiete der Meßtechnik

Aufgabe	Möglichkeitsefeld der Information	Charakter der Messung	strategisches Ziel	Kriterien	Beispiel
Erkundungs- messung	wenig oder nur teilweise bekannt	oft nur einmalig	Analyse, Charakterisierung, Bestätigung von Hypothesen	große Informationsmenge; Zwischen- speicherung, etappen- weise Verarbeitung	Grundlagenforschung
Testmessung	weitgehend bekannt; Störungen sind möglich	beliebig wiederholbar	Festlegung von Nenn- und Grenzwerten	Verarbeitung nach Programm; Auswertung und Interpretation durch den Menschen	Forschung und Entwicklung
Prozeßüberwachung	bekannt; Störungen sind möglich	ständige Messung, evtl. zu diskreten Zeitpunkten	Istdaten im Nennbereich, Erkennen von Störungen und Havarien	Programmverarbeitung ohne Unterbrechung, ggf. Eingriff	rechnergesteuerte Betriebsüberwachung
Prozeßführung	bekannt; Störungen sind möglich	ständige Messung, evtl. zu diskreten Zeitpunkten	Einfahren und Halten optimaler Betriebszustände	Programmverarbeitung ohne Unterbrechung; automatische Prozeßführung	rechnergesteuerte Betriebsführung
Prüfung	vollständig bekannt	zu diskreten Zeitpunkten	Fehlerdiagnose, Fehlerreduzierung	Programmverarbeitung, Sortierung	Qualitätssicherung, Gütekontrolle

Aufwandes an Arbeitszeit und Material, d. h. an lebendiger und vergegenständlichter Arbeit, nur über eine bessere Beherrschung der Produktion, und damit wiederum nur über deren Erkennbarkeit (= Meßbarkeit), erreicht werden kann.

Zusammenfassung zu Abschnitt 2.

Meßeinrichtungen sind in physikalisch-technischen, aber auch in anderen Prozessen Mittel zur Informationsgewinnung über Größen, die solchen Prozessen angehören und sie charakterisieren. Die aus Quelle, Kanal und Senke bestehende Informationskette wird in Meßeinrichtungen durch Meßfühler, Meßschaltung und Meßwertausgabe repräsentiert. Diese gehören zu den elementaren Funktionseinheiten eines jeden Regelkreises; ihre Einsatzbereiche reichen allerdings weit über die Prozeßautomatisierung hinaus. Sie umfassen im Bereich der materiellen Produktion alle Fließ-, Stückgut- und Chargenprozesse, wobei ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen Erzeugnisqualität und der Meß- und Prüftechnik besteht, der in zunehmendem Maße an volkswirtschaftlicher Bedeutung gewinnt.

Übungen zu Abschnitt 2.

- Ü 2.1. Versuchen Sie, in Anlehnung an Bild 2.2 weitere Informationsketten, vor allem aus technischen Bereichen, zu beschreiben!
- Ü 2.2. Die in Ü 1.2. bereits verwendete Uhr ist offensichtlich ein Zeitmeßgerät. Was sind bei der mechanischen Uhr Meßfühler, Meßschaltung („Anpasser“) und Meßwertausgabe?
- Ü 2.3. Nennen Sie aus Ihrem Tätigkeitsbereich weitere Beispiele für die Bedeutung der Meß- und Prüftechnik für die Erzeugnisqualität!

3. Grundbegriffe der Meß- und Prüftechnik

3.1. Meßgrößen und Meßsignale

Der Vorgang des *Messens* ist, wie im Abschnitt 1.1. bereits erläutert wurde, ein Vergleich zwischen der qualitativ zwar bekannten, quantitativ aber unbekannten Eigenschaft eines Objekts (Körper, Gegenstand, Substanz, Raum, Zeit u. a.) oder eines Zustandes oder Vorganges mit einer geeigneten Maßverkörperung. Das Ergebnis des Vergleichs ist eine Quantifizierung der gesuchten Eigenschaft, die überwiegend eine physikalische Größe ist. Im Zusammenhang mit dem Meßvorgang wird sie dann als Meßgröße bezeichnet. Meßgrößen im täglichen Leben sind z. B. Zeit, Masse, Länge, Kraft, Temperatur und andere.

Über die Quantifizierung der Eigenschaft in Einheiten wurden bereits im Abschnitt 1.3. Aussagen gemacht. Die Meßgröße M ist ein Produkt aus Zahlenwert $\{M\}$ und Einheit $[M]$:

$$M = \{M\} [M] \quad (3.1)$$

Dieser Zusammenhang wurde bereits bei der Einführung in das Lehrgebiet Physik, auf eine physikalische Größe G bezogen, allgemein dargestellt (siehe [2]).

Ist die Meßgröße eine meßbare Eigenschaft eines Körpers, so heißt dieser *Meßgegenstand*. Das *Meßergebnis* ist entweder ein einzelner Meßwert oder das mit Hilfe mathematischer Beziehungen aus mehreren Werten ermittelte Ergebnis.

Die Meßinformation hat eine äußere Erscheinungsform: das *Signal*.

Der Signalbegriff ist im täglichen Leben mehrdeutig. In Physik und Technik wird als Signal der Zeitverlauf einer physikalischen Größe bezeichnet, wenn dieser das Abbild einer anderen Größe ist.

Beispiele:

1. Der Quecksilberstand im Thermometer ist ein Abbild (= Signal) der Temperatur.
2. Die Schwimmerstellung im Kraftstoffbehälter ist ein Abbild (= Signal) des Kraftstoffniveaus im Behälter.
3. Die Ausgangsspannung eines Mikrofons ist ein Abbild (= Signal) des auftreffenden Schalls.
4. Die Frequenz der Ausgangsspannung eines Tachogenerators ist ein Abbild (= Signal) der Drehzahl.
5. Die Zeichenfolge in einem Binärcode ist ein Abbild (= Signal) der übertragenen Buchstaben oder Zahlen.

Dabei ist das Signal weder an eine bestimmte physikalische Größe gebunden, noch müssen notwendig alle Bestimmungsstücke der als Signalträger verwendeten physikalischen Größe beeinflusst und ausgewertet werden. Meist ist es ein Parameter des Signals, der die Information trägt.

Dieser Informationsparameter ist im

Beispiel 1: die Länge des Quecksilberfadens;

Beispiel 2: der Abstand zu einem Bezugspunkt oder der Drehwinkel um einen Bezugspunkt;

Beispiel 4: die Frequenz einer Wechselspannung;

Beispiel 5: die zeitliche Reihenfolge von Impulsen.

Im Beispiel 3 werden dagegen mindestens zwei Parameter (Amplitude und Frequenz), für räumliches Hören auch noch die Phase als dritter Parameter, benötigt.

In technischen Systemen sind elektrische Signale die häufigsten; je nach Verwendungszweck sind auch mechanische, pneumatische und ggf. hydraulische Signale gebräuchlich.

Zur eindeutigen Beschreibung eines Signals reichen diese Merkmale aber noch nicht aus. Nach TGL 14 591 [4] werden Signale unterschieden nach dem Wertevorrat des Informationsparameters (analog oder diskret), nach der zeitlichen Verfügbarkeit des Informationsparameters (kontinuierlich oder diskontinuierlich) und weiteren Merkmalsklassen, so der Art des Informationsparameters, der Bestimmungsmöglichkeit der Zeitfunktion, der Modulationsart, der signaltragenden Größenart und der Erscheinungsform.

Gebräuchlich ist die Benutzung von zwei Merkmalspaaren, von denen je ein Merkmal erfüllt sein muß: *zeitliche Verfügbarkeit* und *Wertevorrat*. Wesentlich ist auch noch ein drittes Merkmalspaar. Treten nämlich *Signale* als Abbilder von physikalischen oder anders begründeten Ereignissen *stochastisch* auf, d. h. ihre Werte sind zufällig, so sind aus ihnen erst für größere Ereignismengen Gesetzmäßigkeiten erkenn- und ableitbar. Stehen Signale dagegen in einem festen und im Prinzip zu jedem Zeitpunkt wiederholbaren Zusammenhang mit Ereignissen, heißen sie *determinierte Signale*. Diese Determiniertheit gilt für die überwiegende Zahl an Meßvorgängen und -signalen, so daß das dritte Merkmalspaar im allgemeinen fortgelassen und unterstellt wird, es liegen determinierte Signale vor. Die Fälle, in denen zufällige Signale auftreten, sind Spezialgebiete der Meßtechnik geworden (z. B. die Kernstrahlungsmesstechnik, die Korrelationsmesstechnik u. a.), so daß Verwechslungen praktisch selten sind und die Benutzung der Merkmalspaare Verfügbarkeit und Wertevorrat den meisten praktischen Ansprüchen genügt. Wesentliche Eigenschaften aller Signalmerkmale sind in Tafel 3.1 zusammengefaßt.

Werden die so definierten Signale in einem Signalflußbild verfolgt, so müssen sie die darin enthaltenen Glieder passieren. Dabei erweist es sich als zweckmäßig, auch die *Bauglieder* nach den gleichen Kriterien zu unterscheiden [4].

Tafel 3.1: Signalmerkmale

Signalmerkmal	Vorteile	Nachteile	Anwendung vorteilhaft für
analog	Proportionalität zwischen Meßgröße und Informationsparameter	leichte Störmöglichkeit (Rauschen, Drift); keine Regenerierung möglich	Überwachung, Tendenzerkennung, dynamische Messungen
diskret	endliche Zahl von Amplitudenstufen; Störung erst nach Überschreitung von Grenzen; Regenerierung möglich	größerer technischer Aufwand	automatisierte Informationsverarbeitung
kontinuierlich	Ereignisse und Tendenzen zu jeder Zeit erkennbar	zu jeder Zeit störanfällig	schnelle Vorgänge (Tendenzerkennung)
diskontinuierlich	Störung nur zu bestimmten Zeitpunkten möglich	Information nur zu bestimmten Zeitpunkten; Zeitverzug („Totzeit“)	langsame Vorgänge; zeitgestaffelte Prozeßüberwachung
determiniert	hohe Informationsdichte	Störung kann die gesamte Information vernichten	Kurzzeitmessungen; einmalige Vorgänge
stochastisch	Störungen innerhalb vom Schwankungsbereich wirkungslos	geringe Informationsdichte; Zeitbedarf zur Ermittlung des Meßergebnisses	stochastische Zufallsprozesse; Identifikation; Einsatz bei großen Störungen durch Umwelteinflüsse

Als *Glied* betrachtet, hat die Meßeinrichtung eine Meßgröße als Eingangsgröße und eine Abbildungsgröße als Ausgangsgröße. Im Bild 2.4 ist die Meßeinrichtung in zwei Glieder, den Meßfühler und den Meßwandler, aufgeteilt.

Als *Meßfühler* bezeichnet man Glieder, die eine Meßgröße unmittelbar erfassen und diese auf ein Signal abbilden. Dieses Abbildungssignal ist ein natürliches Signal, d. h., es hängt nur von den physikalischen Gegebenheiten des Meßfühlers ab und hat entsprechend vielfältige Dimensionen und Wertebereiche.

So liefern z. B. Thermoelemente als Temperaturmeßfühler je nach Materialzusammensetzung ihrer Thermoschenkel für gleiche Temperaturdifferenzen unterschiedliche Thermospannungen.

Diese mögliche Vielfalt von Energieformen und Wertebereichen würde in Einrichtungen der Automatisierungstechnik beträchtliche Schwierigkeiten auslösen, da im Regelkreis ein Bauglied dem anderen folgt und jedesmal eine erneute Anpassung erforderlich wäre. Diese Probleme werden durch Einfügen von Meßwandlern umgangen.

Meßwandler wandeln das natürliche Abbildungssignal um, das den Anforderungen hinsichtlich Übertragbarkeit besser entspricht.

Tafel 3.2 enthält einige Definitionen und Beispiele für typische Meßwandler.

Tafel 3.2: Wandler

Begriff	Kennzeichen
Wandler	Bauglied mit je einem Eingangs- und Ausgangssignal. Eingangs- und Ausgangssignal unterscheiden sich durch Dimension oder Informationsparameter oder Wertevorrat des Informationsparameters. Wandler in Meßeinrichtungen können als <i>Meßwandler</i> usw. bezeichnet werden.
Umformer	Wandler mit analogem Eingangs- und Ausgangssignal
Umsetzer	Wandler mit diskretem Ausgang (bei beliebigem Eingang)
Analog-Digital- Umsetzer (ADU)	Eingang: analog Ausgang: digital
Digital-Analog- Umsetzer (DAU)	Eingang: digital Ausgang: von analogen Gliedern verarbeitbar
Meßfühler	Umwandlung einer Meßgröße in ein übertragbares Signal (natürliches Abbildungssignal)

Beispiel:

Eine Druckmeßeinrichtung bestehe aus einem Plattenfedermanometer, dessen Membranhub über Winkelhebel an einem Potentiometer in eine Widerstandsänderung und durch Anlegen einer Hilfsspannung auf eine Gleichspannung abgebildet wird (Bild 3.1).

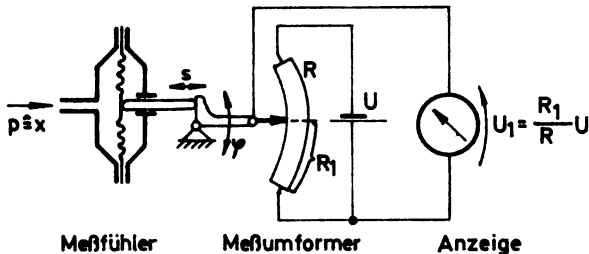


Bild 3.1: Umformglieder in einer Druckmeßeinrichtung

In dieser Meßeinrichtung ist:

Meßgröße: Druckamplitude

Meßfühler: Plattenfedermanometer

natürliches Abbildungssignal: Membranhub (= Weg)

weitere Abbildungssignale: Weg, Winkel, Gleichspannung

Meßumformer: Winkelhebel, Potentiometer

Informationsparameter des Ausgangssignals: Spannungsamplitude

Dieses relativ einfache Beispiel zeigt anschaulich die Vielfalt der Umformungen in einer Meßeinrichtung.

3.2. Einheitssignale

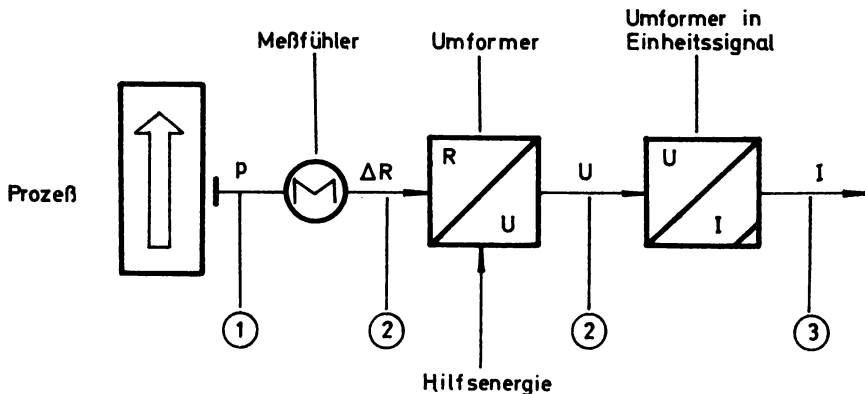
Ohne weitere Erläuterung oder Nennung weiterer Beispiele ist plausibel, daß die Vielfalt der Meßgrößen, der möglichen Abbildungssignale und Wertebereiche zu einer verwirrenden Mannigfaltigkeit allein an Meßeinrichtungen führen kann. Selbst für eine Meßgröße können die zu erfassenden Wertebereiche um viele Zehnerpotenzen unterschiedlich sein (z. B. Länge: nm oder km; Druck: Pa oder GPa; elektrischer Widerstand: $m\Omega$ oder $T\Omega$ usw.), so daß deren Weiterverarbeitung (Übertragung, Rechenoperationen) problematisch wäre. Die zwangsläufige Folgerung aus solchen Betrachtungen ist der Übergang zu vereinheitlichten Funktionseinheiten mit definierten Schnittstellen und Anschlußbedingungen. Auch in der Vergangenheit haben Gerätehersteller für ihre Erzeugnisse und Gerätesysteme schon solche einheitlichen Signale eingeführt, die aber nicht immer übereinstimmten. In den Ländern des RGW wurde um 1965 erstmalig ein abgestimmtes „Universelles Internationales System für die automatische Überwachung, Regelung und Steuerung“ (URS) eingeführt. Das URS ist ein in sich geschlossenes System von Einrichtungen, mit dem beliebige Anlagen zur automatischen Überwachung, Steuerung und Regelung in allen Industriezweigen aufgebaut werden können. Die Vorteile einer solchen Konzeption sind vor allem Vereinfachungen und Einsparungen bei Projektierung, Wartung und Reparatur sowie eine rationelle Fertigung durch hohe Stückzahlen gleichen Typs.

Der Funktion nach ist das *URS* gegliedert in Einrichtungen zur Informationsgewinnung (Meßeinrichtungen), zur Informationsübertragung, zur Informationsverarbeitung (einschl. der Wandlung, Speicherung sowie Eingabe durch und Ausgabe an den Menschen), zur Informationsnutzung (Einwirkung auf den Prozeß) und in Hilfeinrichtungen.

Die *URS-Konzeption* ermöglicht jedem Land die Anpassung an nationale Besonderheiten. Die nationale Variante in der DDR, das System „ursamat“, entspricht in allen Teilen der *URS-Konzeption*.

Beispiel:

Für den Einsatz in einem Einheitssystem muß die Meßeinrichtung nach Bild 3.1 noch durch einen Spannungs-Strom-Umformer ergänzt werden, dessen Ausgangsgröße das elektrisch-analoge Einheitsstromsignal ist (Bild 3.2).



- ① – Meßsignal
- ② – Abbildungssignal
- ③ – Einheitssignal

Bild 3.2: Signalflußbild einer Meßeinrichtung

In dieser Darstellung wurden die Geräte-Symbole nach TGL 14 091 verwendet.

3.3. Meß- und Prüfeinrichtungen

Unter dem Begriff *Meßeinrichtung* (oder *Prüfeinrichtung*) werden alle Funktionseinheiten, Geräte und Hilfsmittel zusammengefaßt, die zur Gewinnung von Informationen über eine Meß- oder Prüfgröße dienen, so z. B. Meßfühler, Meßwandler, Stromversorgungseinheit, Verbindungskabel usw. Die für Signale und Glieder geltenden Überlegungen zur möglichst eindeutigen Bezeichnung werden auch auf die gesamte Meßeinrichtung übertragen. So ordnet eine *analog arbeitende Meßeinrichtung* der Meßgröße ein kontinuierliches oder diskontinuierliches Signal zu, wobei jedem der theoretisch unendlich vielen Werte ein Signalwert entspricht. Diese Zuordnung erreicht dann eine sinnvolle Grenze, wenn der Unterschied benachbarter Signalwerte gleich der Fehlerklasse wird.

Digital arbeitende Meßeinrichtungen sind an den Wertevorrat des Informationsparameters gebunden. Die digitale Messung physikalischer Größen kann grundsätzlich auf zwei Arten erfolgen: durch Quantisieren oder durch Zählen. *Quantisieren* heißt der Vergleich eines analogen Meßsignals mit einem in Werteeinheiten gestuften Vergleichssignal. Durch das Quantisieren werden Absolutwerte gebildet, d. h., es wird immer der absolute Wert von Null an beginnend gemessen, während das *Zählen* inkremental arbeitet. *Inkremente* sind gleichbewertete Einheiten, die addiert oder subtrahiert werden und den Zuwachs oder die Abnahme von einem vorhergegangenen Ergebnis (das auch Null sein kann) angeben.

Eine solche Kennzeichnung führt dann zu Widersprüchen, wenn in einer Meßeinrichtung sowohl analoge als auch digitale Signale und Funktionseinheiten eingesetzt sind. Das ist beispielsweise in Großanlagen, rechnergekoppelten Meßsystemen oder Meßwerterfassungsanlagen der Fall. Dafür werden dann aber auch die eben genannten Begriffe und nicht mehr der der Meßeinrichtung benutzt.

Zusammenfassung zu Abschnitt 3.

Die beim Vorgang des Messens und Prüfens vorgenommene vergleichende Bewertung einer gesuchten Eigenschaft ist überwiegend die einer physikalischen Größe, die dann Meßgröße heißt. Sie ist ein Produkt aus Zahlenwert und Einheit, ebenso wie der Meßwert, der das konkrete Ergebnis des Meßvorgangs darstellt.

Äußere Erscheinungsformen der Meßinformation ist ein Signal. In Abhängigkeit von zeitlicher Verfügbarkeit und Wertevorrat des Informationsparameters werden Meßsignale klassifiziert. Die gleichen Prinzipien gelten für die Beschreibung von Gliedern, wobei das Ausgangssignal entscheidend ist. Die Vielfalt der Meß- und Abbildungssignale führt zwangsläufig auf vereinheitlichte (unifizierte) Wertebereiche und Signalträger, die Einheitssignale.

Im URS sind RGW-einheitlich Einheitssignale vereinbart. Die nationale Variante des URS ist das System ursamat.

Übungen zu Abschnitt 3.

Ü 3.1. Zur Wägung eines Körpers wird

a) eine Federwaage

b) eine Neigungswaage

benutzt. Welche Größe ist Abbildungssignal?

Ü 3.2. Bild 3.3 zeigt zwei Signalverläufe:

a) zu festen Zeitpunkten $t_1 \dots t_n$ kann sich die Dauer der Impulse ändern;

b) das Signal S_2 ist gegen S_1 um den Winkel φ phasenverschoben.

Welche Signaltypen liegen vor?

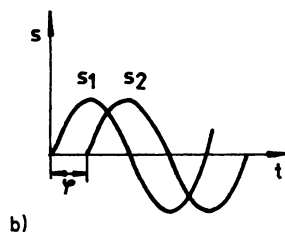
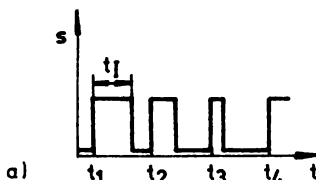


Bild 3.3: Signalverläufe

4. Meß- und Prüfmethoden

Für die Klassifikation der Meßvorgänge finden unterschiedliche Gesichtspunkte je nach Zielstellung Anwendung. Dabei benutzte Begriffe werden oft mit unterschiedlicher Inhaltserläuterung auf verschiedenartige Sachverhalte angewendet. In Übereinstimmung mit der modernen meßtechnischen Literatur werden deshalb folgende Begriffe definiert [5] [6]:

- *Meßmethoden* sind die allgemeinen Regeln für die Durchführung von Messungen. Sie sind nicht direkt an eine physikalische Realisierung gebunden und damit von größter Allgemeingültigkeit;
- *Meßprinzipien* bezeichnen physikalische Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten, die für den jeweiligen Meßvorgang benutzt werden. Sie werden besonders bei der Behandlung der Wandlungsvorgänge einer physikalischen Größe in eine andere betrachtet werden, sind ihrerseits aber ebenfalls noch allgemeiner Natur ohne direkten Bezug auf eine technische Realisierung;
- *Meßverfahren* sind damit folgerichtig Anwendungen einer Meßmethode unter Nutzung eines Meßprinzips für eine bestimmte Meßgröße (z. B. Temperaturmeßverfahren, Pegelmeßverfahren usw.).

Davon ausgehend werden drei wesentliche Meßmethoden unterschieden: die *Ausschlagmethode*, die *Differenzmethode* und die *Kompensationsmethode*. Sie in jedem konkreten Fall, besonders bei Betrachtung realisierter und ggf. in Produktionsanlagen fest installierter Meßeinrichtungen, eindeutig zu erkennen, ist nicht immer leicht, weil Mischformen möglich sind.

4.1. Ausschlagmethode

Der Begriff *Ausschlagmethode* ist sehr anschaulich gewählt: die Verschiebung einer Marke (Zeiger) gegen eine Skale bei Anzeigegeräten heißt *Ausschlag*. Die Meßgröße x wird direkt in eine Ausgangsgröße y gewandelt, wobei fast nie Hilfsenergie benötigt wird, sondern ein Energieaustausch mit dem Meßobjekt stattfindet (siehe Abschnitt 4.5.).

Beispiele:

1. Bei Erläuterung des Vergleichsvorganges im Abschnitt 1.1. wurde die Federwaage als Beispiel benutzt (siehe Bild 1.3 b). Die aufgelegte Masse übt eine Kraft auf die Waagschale aus, die mit der Federkraft in Wechselwirkung tritt und einen Ausschlag s gegenüber der Ruhelage s_0 bewirkt, wie Bild 1.3 b zeigt. Der Ausschlag erfolgt also ohne Zufuhr zusätzlicher Energie und ist ein direktes Maß für die Meßgröße. Auch bei Nachschaltung weiterer Wandlungsglieder, etwa zur Übertragung des Meßsignals oder zur Weiterverarbeitung, ändert sich nichts an der Methode.
2. Bild 4.1 zeigt als weiteres Beispiel für die Ausschlagmethode die Druckmessung mit einem Rohrfedermanometer. Unter innerem Überdruck (oder äußerem Unterdruck, was gleichbedeutend ist) wandert das freie Ende der Rohrfeder 1 nach außen. Der Druck wird also in einen Weg gewandelt und – nach nochmaliger Wegübersetzung über ein Getriebe 2 – als Zeigerausschlag vor einer Skale 3 angezeigt.
3. Beim Flüssigkeits-Ausdehnungsthermometer tritt Wärmeenergie vom Meßobjekt auf die Füllflüssigkeit (z. B. Quecksilber) über, die – neben einer Erhöhung der Temperatur dieser Flüssigkeit – deren Volumenvergrößerung bewirkt. Diese Volumenvergrößerung erfolgt in den freien Raum einer Kapillare hinein und erscheint wegen des konstanten Querschnitts dieser Kapillare als Vergrößerung der Länge des Quecksilberfadens. Durch vorhergegangenen Vergleich mit einem „Normal“, der zu den angebrachten Teilstreichen führte, ist jeder Meßvorgang nunmehr ein Vergleich der Fadenlänge mit einer dem Zahlenwert nach bekannten gleichen Größe, nämlich einer Länge der Strichskale.

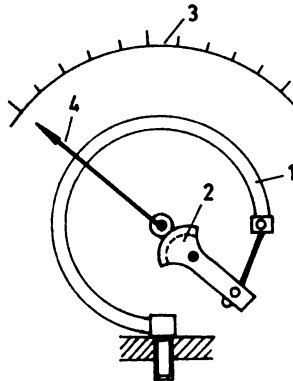


Bild 4.1: Druckmessung mit Rohrfederanometer

- | | |
|--------------|-------------|
| 1 Rohrfeder; | 2 Getriebe; |
| 3 Skale; | 4 Zeiger |

4.2. Differenzmethode

Die Differenzmethode ist eine qualitative Erweiterung der Ausschlagmethode: der Meßgröße (oder deren Abbildungsgröße) wird eine in der Meßeinrichtung erzeugte oder von außen eingegebene Vergleichsgröße gegenübergestellt. Diese Vergleichsgröße bleibt während des Meßvorganges konstant, und durch eine geeignete Einrichtung wird die Differenz zwischen Meß- und dieser Vergleichsgröße gebildet, die der Methode den Namen gegeben hat. Die Vergleichsgröße kann auch den Sollwert bilden, so daß eine Abweichungsanzeige möglich ist.

Bild 4.2 soll anhand einer Neigungswaage die Differenzmethode demonstrieren: Die Waagschale trägt die unbekannte Masse m . Linksseitig ist am Waagebalken die Vergleichsmasse m_V angebracht. Durch einen Zeiger wird die Differenz als Abweichung von m_V angezeigt; hier liegt also eine Abweichungsanzeige vor. Durch Änderung der Vergleichsmasse m_V , z. B. durch Auflegen weiterer Wägestücke, wird der Meßbereich geändert, wovon man sich in manchen Einzelhandelsgeschäften noch augenscheinlich überzeugen kann.

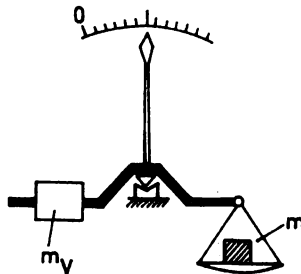


Bild 4.2: Neigungswaage als Beispiel für die Differenzmethode

Die Differenzmethode ist aber auch dann besonders vorteilhaft, wenn die Meßgröße starken Veränderungen durch Umwelteinflüsse unterliegt, wie das für Temperatureinwirkungen charakteristisch ist. Das Meßverfahren wird so ausgelegt, daß die Vergleichsgröße die gleiche physikalische Eigenschaft wie die Meßgröße (und nicht die direkte Maßverkörperung) repräsentiert, und die Vergleichsgröße wird absichtlich den gleichen Umwelteinflüssen ausgesetzt.

Beispiele:

1. In der Analysenmeßtechnik sind aus den vorgenannten Gründen Differenzmethoden häufig anzutreffen. Bild 4.3 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Gasanalysators.

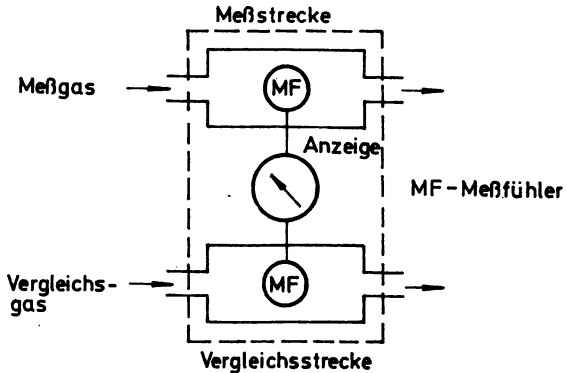


Bild 4.3: Prinzip eines Gasanalysators

Die gesuchte Eigenschaft (= Meßgröße) wird mit gleichen Meßfühlern im Meß- und Vergleichsgas bestimmt, die Abbildungsgrößen werden miteinander verglichen, und der Vergleich liefert das Meßergebnis. Dieses Prinzip wird z. B. in Meßeinrichtungen zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Gasgemischen verwendet, aus der die Zusammensetzung des Meßgasgemisches durch Vergleich mit der Wärmeleitfähigkeit des Vergleichsgases bestimmt wird [7].

2. Ein weiteres Beispiel für die Differenzmethode, das allerdings ohne Kenntnis des Meßprinzips nicht sofort als Differenz-Meßverfahren erkannt wird, ist die Temperaturmessung mit Thermoelement. An dieser Stelle sei deshalb lediglich darauf verwiesen [8].

Weiter ist darauf hinzuweisen, daß die Differenzmethode nichts mit den häufigen *Differential-Prinzipien* zu tun hat, die in der Wandlertechnik gern angewendet werden. Dort werden zwei an sich gleiche Funktionselemente (veränderliche Widerstände, induktive oder kapazitive Wandler) durch die Meßgröße gegensinnig beaufschlagt. Vorteile dieses Prinzips sind die erzielbaren größeren Übertragungsfaktoren, bessere Linearitäten u. a. [9].

In der Literatur findet man auch die Bezeichnung „Vergleichsverfahren“ für die Differenzmethode. Warum der Begriff „Methode“ hier bevorzugt wird, wurde bereits erklärt. Da der Vergleich einer der Hauptaspekte der Messung überhaupt ist (weitere waren die Maßverkörperung und die Einheiten; siehe Abschnitt 1.), sollte seine Anwendung auf eine Untermenge, nämlich die Differenz-Meßmethode, vermieden werden, um Verwechslungen und Irrtümer in dem ohnehin schon diffizilen Begriffssystem der Meßtechnik zu vermeiden.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß die vor allem in der Laborpraxis eingeführten Substitutions- und Vertauschungsmethoden der Differenzmethode zuzuordnen sind. Bei der *Substi-*

tutionsmethode wird die Meßgröße oder das Meßobjekt gemessen, danach gegen eine zweite Größe (ein zweites Objekt) ausgetauscht (= substituiert), und die Messung wird wiederholt. Aus der Differenz zwischen beiden wird der Meßwert errechnet. Die *Vertauschungsmethode* wird angewendet, wenn Meßgrößen (Meßobjekt) direkt mit einer Maßverkörperung verglichen werden können. Durch wechselseitiges Vertauschen, Feststellen der Differenz und nachfolgende Rechnung ergibt sich der gesuchte Meßwert.

4.3. Kompensationsmethode

Die Kompensationsmethode ist eine mittelbare Methode. Hier wird der zu messenden Größe eine gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Größe entgegengeschaltet. An einem Nullindikator wird festgestellt, ob beide Größen gleichgroß sind. Ist das der Fall, so ist die Kompensationsgröße ein Maß für die Meßgröße. Dann wird dem Meßobjekt auch keine Energie entzogen, die Messung erfolgt leistungslos, wodurch sich kleine Fehler erreichen lassen. Diesem Vorteil steht der Nachteil eines höheren Aufwandes gegenüber. In der Prozeßmeßtechnik überwiegen Kompensationsverfahren, weil mit Kompensations-Umformern zugleich der Übergang auf andere Signalträger möglich ist.

Die Hebelwaage ist ein elementares und anschauliches Beispiel für die Anwendung der Kompensationsmethode. Waagen wurden allerdings auch schon als Beispiel für die Ausschlag- und die Differenzmethode benutzt. Worin besteht also der Unterschied?

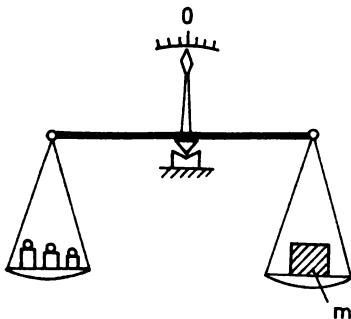


Bild 4.4: Hebelwaage als Beispiel für Kompensationsmethode

Wesentlich für die Kompensation ist, daß der Meßgröße eine zweite, gleichartige Größe derart entgegengeschaltet wird, bis die Differenz Null geworden ist, und die Kompensationsgröße dann als Maß für die Meßgröße benutzt wird. Im Beispiel Hebelwaage (Bild 4.4) bedeutet das, daß auf die zweite Waagschale soviel Wägestücke bekannter Masse gelegt werden, bis die Waage im Gleichgewicht ist. Die Addition der Massen der einzelnen Wägestücke ergibt dann die Meßgröße, die unbekannte Masse m .

Dieses Beispiel ist zugleich eine anschauliche Demonstration für die enge Wechselbeziehung zwischen analogen und diskreten (digitalen) Größen. Wenn wir nämlich unterstellen, daß die zu wiegende Masse über einen im Prinzip unbegrenzten Wertevorrat verfügt, d. h. der Informationsparameter also analog ist, so müßten zu einer vollständigen Kompensation auch die zur Kompensation benutzten Wägestücke über einen unendlichen Wertevorrat verfügen. Das würde bedeuten, unendlich feine Abstufungen zu besitzen. Die Wägesätze für Waagen sind aber diskret abgestuft,

so daß immer ein (wenn auch kleiner) Restbetrag bleiben wird. Aus dieser Überlegung lassen sich einige Schlußfolgerungen ableiten, die in späteren Abschnitten vertieft behandelt werden:

- die Kompensationsmethode kann bei diskreter Stufung der Werte der Kompensationsgröße zur Analog-Digital-Umsetzung benutzt werden;
- bei diskretem Wertebereichsumfang wird immer ein (wenn auch sehr kleiner) Fehler gegenüber dem im analogen Fall prinzipiell unbegrenztem Wertevorrat bleiben. Dieser Fehler heißt Quantisierungsfehler (siehe Abschnitt 5.);
- wenn es gelingt, verschiedenartige Meßgrößen in eine Kraft umzuwandeln, können mit der Kompensationsmethode über Kraft-Kompensationsverfahren auch Meßgrößen gemessen werden, die völlig anderer physikalischer Herkunft sein können. Wie später noch ausführlich gezeigt wird, läßt sich wiederum der Druck in einem Fluid oder der elektrische Strom sehr genau in eine Kraft umwandeln, so daß diese beiden Größen sich auch als Signalträger für die durch Kompensation gewonnene Meßinformation in einem Einheitssystem eignen müßten, was ja tatsächlich der Fall ist;
- dem Meßobjekt wird im Gleichgewichtszustand keine Energie entzogen, so daß sich Kompensationsverfahren gut für die Messung von Größen eignen müßten, deren Energieinhalt und damit die zur Verfügung stehende Leistung nur klein ist.

Beispiel:

Die Ausgangsspannungen von Thermoelementen sind sehr klein (z. B. für die Thermopaarung Pt Rh-Pt nur 16,716 mV bei 1600 °C). Entsprechend niedrig ist die im Meßkreis umsetzbare Leistung, so daß beim Ausschlagverfahren der Meßfühler durch das Anzeigergerät ziemlich belastet wird. Häufig schaltet man deshalb der Thermospannung eine einstellbare Hilfsspannung entgegen und zwar so, daß ein zwischengeschaltetes Galvanometer bei Spannungsgleichheit den Wert Null und damit den Gleichgewichtszustand anzeigt (Bild 4.5). In diesem Fall wird das Thermoelement nicht belastet, die Messung kann sehr genau erfolgen.

Die eingestellte Gegenspannung, die gleich der Thermospannung ist, ergibt sich aus

$$U_{Th} = U_1 = \frac{R_1}{R_{ges}} U;$$

die Thermospannung wird also durch die Gegenspannung kompensiert, d. h. durch eine gleiche, entgegengerichtete Größe in ihrer Wirkung aufgehoben.

Die zur Messung der Gegenspannung $U_1 = U_{Th}$ benötigte Leistung wird der Hilfsspannungsquelle U entnommen.

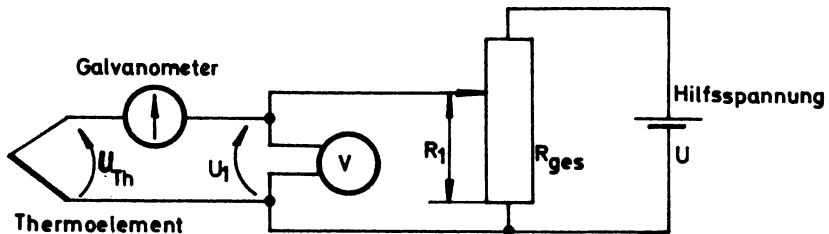


Bild 4.5: Prinzip der Spannungskompensation

Aber auch im Beispiel der *Spannungskompensation* bleibt ein kleiner Restfehler, weil ja der Nullindikator eine gewisse Ansprechschwelle besitzt, die den Fehlerbetrag bestimmt. Deswegen spricht man in einem solchen Fall von *unvollständiger Kompensation*.

Schließlich ist noch darauf hinzuweisen, daß der in der Meßtechnik ebenfalls verwendete Begriff der *Temperaturkompensation* nichts mit der Kompensationsmethode zu tun hat. Temperaturkompensation heißt eine konstruktive Auslegung einer Schaltung, eines Geräts oder einer Baugruppe in Richtung der Aufhebung von Temperatureinflüssen auf diese Funktionseinheiten.

4.4. Nachlaufmethode

Die Nachlauf- (oder Nachführ-)methode ist im regelungstechnischen Sinne ebenfalls eine Kompensation. Es wird dabei aber keine energietragende Größe kompensiert, sondern ein Weg oder ein Winkel solange geändert, bis die als Führungsgröße dienende Meßgröße bzw. deren Weg- oder Winkelabbild nach Betrag und Vorzeichen erreicht ist: Weg bzw. Winkel werden „nachgeführt“. Diese Methode ist deshalb auf spezielle Bereiche beschränkt, so z. B. für Füllstandsmessungen mit Strahlenschränken oder zur Fernübertragung von Winkelgrößen (elektrische Wellen in Navigationssystemen u. ä.).

4.5. Wandlung der Energieform

Die Signaldefinition (Abschnitt 3.1.) machte noch keine Aussage über die energetische Herkunft des Signalträgers. Selbstverständlich hat das Meßsignal selbst die Energieform der Meßgröße, also z. B. mechanische, elektrische, hydraulische, pneumatische, magnetische, Strahlungsenergie usw. Durch Meßfühler und Meßwandler wird diese primäre Energieform in eine zur weiteren Verarbeitung, Übertragung und Nutzung des Meßsignals gut geeignete Energieform gewandelt; jede Informationswandlung ist auch mit energetischen Wechselwirkungen verknüpft. Eine Informationsgewinnung ohne Energieaustausch ist nicht möglich. Auf diese engen Verbindungen der stofflich-energetischen und informationellen Aspekte wird man immer wieder stoßen, wenn man sich mit meßtechnischen Problemen zu befassen hat.

Die elektrische Energieform als Signalträger hat sich wegen einer ganzen Reihe von Vorteilen als günstig erwiesen. Dazu gehören:

- leichte Übertragbarkeit und Verarbeitbarkeit,
- hohe Übertragungs- und Verarbeitungsgeschwindigkeit,
- günstige Umwandelbarkeit in andere Energieformen,
- Fortleitung über große Entfernungen,
- wenig Nebenwirkungen auf die Umwelt.

Diesen Vorteilen stehen natürlich auch einige Nachteile gegenüber:

- relativ hoher Aufwand (Material, Kosten),
- Einsatzgrenzen meistens temperaturbedingt,
- Explosionsgefahr durch Funkenbildung an Kontaktelementen oder bei Unterbrechungen,
- Erzeugung größerer Stellkräfte problematisch.

Besonders in der Automatisierungstechnik haben deshalb neben der elektrischen Energie auch die pneumatische und die hydraulische Energie ihre Bedeutung, wobei für Meßzwecke fast ausschließlich elektrische und pneumatische Signale anzutreffen sind.

Tafel 4.1 stellt einige Energieformen mit ihren Eigenschaften gegenüber.

Tafel 4.1: Eigenschaften verschiedener Energieformen in Meßeinrichtungen

Energieform	elektrisch	pneumatisch	hydraulisch	Systeme ohne Hilfsenergie
Übertragungsentfernung	beliebig groß	max. 300 m	nur örtlich	nur örtlich
Übertragungsgeschwindigkeit	$3 \cdot 10^8$ m/s	330 m/s	ca. 1200 m/s	
Einstellzeit der Geräte	elektronisch: ns bis ms; elektr. und elektro-mechanisch: bis 0,5 s	ca. 10 ms	max. 1 s	um 0,1 s
Ex-Schutz	erforderlich	nicht erforderlich	nicht erforderlich; Flammpunkt beachten	nicht nötig
Aufwand für Hilfsenergie	praktisch überall vorhanden	beträchtlich	beträchtlich	–
Wartung	aufwendig (Geräte, Qualifikation)	relativ einfach	relativ einfach	einfach
Bausteinsysteme	möglich	teilweise möglich	möglich	kaum möglich
Hauptstörquellen	elektro-magnetische Fremdfelder; Kontaktkorrosion	Verruineigung der Speiseluft	Leckagen; sonst störrarm	anwendungsbedingt

A 4.1. In welchen Beispielen der vorangegangenen Abschnitte stellen Sie Wandlungen der Energieform fest? Nennen Sie diese Wandlungsvorgänge!

4.6. Wandlung der Signalform

Innerhalb einer Informationskette und damit auch innerhalb einer Meßeinrichtung kann es aus verschiedenen Gründen erforderlich sein, die Signalform zu ändern. Dabei darf allerdings die Meßinformation nicht verändert oder verfälscht werden, weil das einem Fehler gleichkommt, der ja nach Möglichkeit gerade vermieden werden soll; Signalformänderung heißt also gleichzeitig: der Informationsparameter wird nicht verändert.

Beispiel:

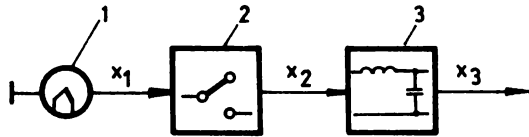
Das Abbildungssignal eines Thermoelements als Temperaturmeßfühler (Bild 4.6) ist eine Gleichspannung. Deren kleine Amplitude übersteigt allerdings, bedingt durch die physikalischen Zusammenhänge, nicht den Wert von einigen Zehn Millivolt, so daß zur Übertragung über größere Entfernungen oder unter den in Industriebetrieben meistens herrschenden Störeinflüssen höhere Spannungsamplituden wünschenswert sind. Aus Gründen, die zu erläutern hier unterbleiben soll, lassen sich Wechselspannungen günstiger verstärken und übertragen. Dazu wird die Gleichspannung erst „zerhackt“, d. h. in eine rechteckförmige Impulsfolge zerlegt, und anschließend durch Siebglieder in eine sinusförmige Wechselspannung umgeformt (Bild 4.6 a). Bild 4.6 b zeigt die zugehörigen Signalzeitfunktionen, wobei der Informationsparameter Amplitude immer erhalten bleibt.

4.7. Wandlung des Informationsparameters

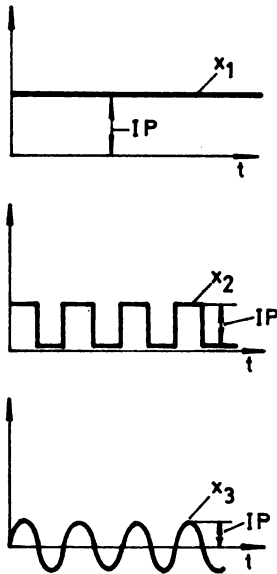
Natürliche Meß- und Abbildungssignale sind selten für eine günstige Übertragung und Verarbeitung geeignet, so daß eine Wandlung des Informationsparameters ein ebenso häufiger Vorgang in Meßeinrichtungen ist wie die Signalformwandlung. Eine Wandlung des Informationsparameters ist möglich, ohne die Energie- oder Signalform zu verändern.

Wandlungsglieder zur Umwandlung des Informationsparameters heißen *Modulatoren*. Als *Modulation* bezeichnet man allgemein das Aufprägen eines Signals oder einer Information auf eine zur Übertragung geeignete, meist höherfrequente Trägerschwingung. Verstärker und Modulatoren lassen sich auch als gesteuerte Systeme auffassen. In beiden Fällen steuert das Meßsignal oder ein anderer Informationsträger entweder eine Hilfsenergie oder die Trägerschwingung und zwar so, daß die Ausgangsgröße proportional zur Meßgröße ist (Bild 4.7).

Die überwiegende Anzahl aller Meßgrößen sind ihrer Natur nach analoge Größen; dementsprechend sind die zugehörigen Signale *analoge Signale*. Wegen der großen Fortschritte auf dem Gebiet der Halbleitertechnik, die zur Ausprägung der neuen technischen Disziplin *Mikroelektronik* geführt haben, ist die digitale Signalübertragung und -verarbeitung heute eine Selbstverständlichkeit. Der Übergang von analogen zu digitalen Signalen und (nach Verarbeitung der Signale im Digitalbereich) deren Rückwandlung in den Analogbereich erfolgt durch Signalform- und Informationsparameterwandlung in *Analog-Digital-Umsetzern* (ADU) bzw. *Digital-Analog-Umsetzern* (DAU). *Kodeumsetzer*, das sind Funktionseinheiten zur Wandlung von Digitalsignalen in eine anders kodierte Form, sind entsprechend als *Digital-Digital-Umsetzer* (DDU) zu bezeichnen (Bild 4.8).



a)



b)

Bild 4.6: Wandlung der Signalform

a) Meßkette mit Thermoelement

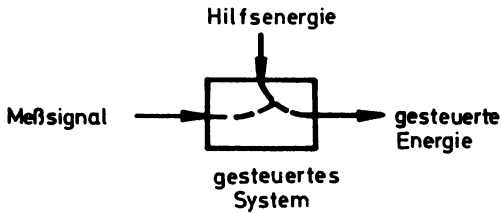
1 Meßfühler (Thermoelement);

2 Zerrhacker;

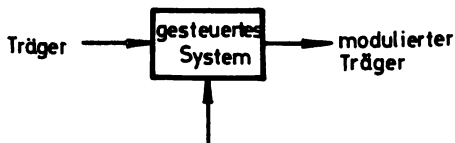
3 Siebglied

b) Zeitverlauf der Signale

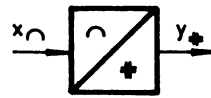
IP Informationsparameter



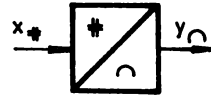
a)



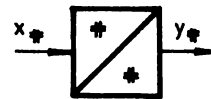
b)



a)



b)



c)

es bedeuten: \circ – analog
 $+$ – digital
 (diskret)

Bild 4.7: Gesteuerte Systeme

- a) Verstärker (gesteuert wird ein Energiefluß)
 b) Modulator (gesteuert wird ein anderer Signalträger)

Bild 4.8: Umsetzer

- a) Analog-Digital-Umsetzer
 b) Digital-Analog-Umsetzer
 c) Digital-Digital-Umsetzer

Bild 4.9 soll die Analog-Digital-Umsetzung veranschaulichen. Die linke Skale sei analog und damit mit einem theoretisch unbegrenzten Wertevorrat ausgestattet. Durch Umsetzung auf die rechte Skale mit diskretem Wertevorrat sind nur endlich viele Intervalle möglich, so daß ein diskreter Wert immer einem bestimmten „Abschnitt“ auf der analogen Seite zugeordnet ist.

Zusammenfassung zu Abschnitt 4.

Die Vielfalt der Meßaufgaben in der Produktion, in der Forschung und der Qualitätssicherung einerseits und die unterschiedlichsten Meßgrößen und Wertebereiche andererseits führen verständlicherweise zu sehr vielen Verfahren und Gerätesystemen. Auch die Meßmethoden sind vielfältig, lassen sich aber drei Gruppen zuordnen, die als Ausschlag-, Differenz- und Kompensationsmethode klassifiziert wurden. Den Meßmethoden sind die Meßprinzipien untergeordnet, und die Anwendung eines physikalischen Prinzips nach einer dieser drei Methoden ergibt die unterschiedlichen Meßverfahren (Temperatur-, Druck-, Längenmeßverfahren usw.).

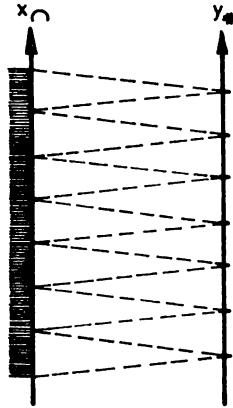


Bild 4.9: Zuordnung analoger Wertebereiche zu diskreten Werten als Beispiel für eine Quantisierung

Die Kompensationsmethode hat einige Vorzüge, die den technischen Aufwand rechtfertigen. Diese Vorteile sind die universelle Anwendbarkeit und damit Eignung für Baukastensysteme, sind energetische Aspekte (keine Belastung der Informationsquelle) und andere. Eine vierte Meßmethode, die Nachlaufmethode, ist auf Sonderfälle beschränkt.

Mit der Informationsgewinnung in der Meßkette sind stets energetische Wechselwirkungen verknüpft, so daß Wandlungen der Energieform in Meßeinrichtungen häufig sind. Bevorzugte Energieformen für die Signalübertragung und -verarbeitung ist die elektrische Energie. Ebenso häufig sind Wandlungsvorgänge der Signalform und des Informationsparameters innerhalb einer Meßeinrichtung. Dazu gehören Modulation, Demodulation, Analog-Digital-Umsetzung, Digital-Analog-Umsetzung, Digital-Digital-Umsetzung, Kodierung und Dekodierung.

Übungen zu Abschnitt 4.

- Ü 4.1. Versuchen Sie, für die Bilder 2.2 b bis 2.2 e Signalformen und Informationsparameter der Übertragungskanäle zu bestimmen!
- Ü 4.2. An welchen Stellen im Bild 4.1 wird die Signalform und der Informationsparameter geändert?
- Ü 4.3. Einander bekannte Personen vereinbaren oft individuelle Klingelzeichen. Worum handelt es sich dabei?
- Ü 4.4. Messen Sie einige Längen (Papierformate o. ä.) mit einem üblichen Lineal mit Millimetereinteilung! Welche Schlüsse ziehen Sie aus der Anwendung der Überlegungen im Abschnitt 4.7.?

Sachwortverzeichnis

- Analog-Digital-Umsetzer 28, 39
- Arcsin-Verteilung 51
- Ausschlag 32
- Ausschlagmethode 32
- Basiseinheit 16
- Bauglied 21, 26
- Betriebsbedingung 58
- Betriebsmeßtechnik 10
- Differentialprinzip 34
- Differenzmethode 32 ff.
- Digital-Analog-Umsetzer 28, 39
- Digital-Digital-Umsetzer 39
- Dreieckverteilung 50
- Drift 60
- Einheit 16
- Einsatzbedingung 60
- Einstellzeit 63 f., 67
- Energieform 37 f.
- Entscheidungskriterium 45
- Ereignis 49
- Erzeugnisqualität 23
- Fehler 46 ff.
 - , absoluter 46
 - , additiver 54
 - , dynamischer 61
 - , grober 49
 - , mittlerer 51, 68
 - , multiplikativer 54 f.
 - , reduzierter 46
 - , relativer 46
 - , systematischer 47, 68
 - , zufälliger 47, 58
- Fehleranteil, systematischer 60
- Fehlerband 54
- Fehlerfortpflanzung 45, 67
- Fehlerfortpflanzungsgesetz 68
- Fehlerklasse 59
- Fertigungsmeßtechnik 10
- Funktionseinheit 20
- Gaußverteilung 51
- Gesamtfehler 68 f.
- Gleichverteilung 49
- Glied 28
- Grenzfrequenz 64, 66 f.
- Grundfehler 59
- Grundfehleranteil 60
- Grundstruktur 21
- Gütekriterium 45
- Gütemaß 45
- Herkunftsbereich 45 f.
- Informationsausgabe 21
- Informationseingabe 21
- Informationsgewinnung 18, 21
- Informationskette 18
- Informationsnutzung 22
- Informationsparameter 39
- Informationsverarbeitung 21
- Inkrement 31
- Kanal 18 f.
- Kodeumsetzer 39
- Kompensation 36
- Kompensationsmethode 32, 35 f.
- Labormeßtechnik 10
- Längenmeßtechnik 11
- Maßverkörperung 11
- Messen 9, 11, 25
- Meßdynamik 61
- Meßeinrichtung 18, 30
 - , Beurteilung der 45
 - , digitale 31, 65
- Meßergebnis 25, 51
 - , Beurteilung des 45
- Meßfehler 45 ff.
- Meßfühler 20 f., 28
- Meßgegenstand 25
- Meßgröße 25
 - , Wandlung der 13
- Meßgrößenwandlung 20, 13
- Meßmethode 32
- Meßmittelfehler 49
- Meßprinzip 32
- Meßschaltung 20 f.
- Meßtechnik, elektrische 11
 - , Gegenstand der 11
- Meßtheorie, Gegenstand der 45
- Meßunsicherheit 52
- Meßverfahren 32
- Meßwandler 28
- Meßwertausgabe 21
- Mikroelektronik 39
- Mittelwert, arithmetischer 51
 - , mittlerer Fehler des 51
- Modulation 39
- Modulator 39
- Nachlaufmethode 37
- Normalbedingung 60
- Normalverteilung 51, 69
- Prozeßmeßtechnik 11
- Prüfbedingung 58
- Prüfeinrichtung 30
- Prüfen 9 f.
- Prüftätigkeit 10
- Qualitätssicherung 9
- Quantisieren 31
- Quelle 18 f.
- Restfehler, digitaler 55 ff.
- Senke 18 f.
- Sicherheit, statistische 51
- Signal 25 ff.
- Spannungskompensation 36
- Standardabweichung 51
- Steuerung 9
- Störgröße 53
- Substitutionsmethode 34
- Übertragungsfaktor 53
- Umkehrspanne 60
- URS 29
- ursamat 30
- Verfügbarkeit, zeitliche 26
- Verhalten, dynamisches 61
- Vertauschungsmethode 35
- Verteilung 49
- Vertrauensbereich 52
- Vertrauensgrenze 52
- Wertevorrat 26
- Zählen 31
- Zusatzfehler 60
- Zusatzmeßfehler 49
- Zweipunktverteilung 50

5. Meßfehler

Der Meßfehler, seine Definition, Bestimmung, Ermittlung, Korrektur und Auswertung und weitere, mit dem Fehler im Zusammenhang stehende Begriffe gehören zu den zentralen Problemen der Meßtechnik. Der *Meßfehler* ist Gegenstand der *Meßtheorie*, ist *Entscheidungskriterium* für die Auswahl von Meßmitteln für vorgegebene Zwecke und wird als *Gütekriterium* sowohl für die Meßeinrichtungen als auch für die Meßergebnisse verwendet. Wegen dieser Vielfalt befaßt sich die Diskussion in Theorie und Praxis vor allem mit Fehlerbetrachtungen und -interpretationen.

Die Ursachen für eine solche Schlüsselstellung ergeben sich aus folgenden Überlegungen:

- Die Lösung einer Meßaufgabe hängt von einer Reihe von Kriterien ab, die physikalischer, technischer und auch ökonomischer Natur sind und gegeneinander abgewogen werden müssen (vgl. z. B. Tafel 2.1!). Das als Lösung angestrebte „Optimum“ ist praktisch immer ein Kompromiß zwischen sich widerstrebenden Einflüssen.
- Für einige Entscheidungskriterien sind die technischen oder ökonomischen Forderungen ziemlich eindeutig fixierbar und damit nicht mehr Gegenstand der Diskussion (etwa Meßmethode, -prinzip oder -verfahren; Kostenlimit, Einsatzbereitschaft u. v. a.).
- Der Meßfehler ist dagegen weitaus schwieriger objektiv zu fixieren; allein die Vielzahl der Einflußgrößen, der Bewertungsmaßstäbe dafür und die letztendlich oft subjektiv zu fällende Entscheidung über Annahme oder Ablehnung fehlerhafter (oder besser: fehlerbehafteter) Ergebnisse („Toleranzbreite“ der Entscheidung selbst) machen den Fehler (als Begriff und als Fakt beim Meßvorgang) zu einem Problemkomplex.
- Die Begriffsvielfalt, die im Zusammenhang mit dem Terminus „Fehler“ existiert, macht das Problem noch undurchsichtiger, vor allem für den Lernenden; selbst Fachleute sind oft unterschiedlicher Auffassung.

Es soll deshalb hier eine Gruppierung vorgenommen werden, die den Problembereich überschaubar macht. Diese Gruppierung deckt sich nicht immer mit der traditionellen Betrachtungsweise, hat aber den offensichtlichen Vorteil der Überschaubarkeit und berücksichtigt Erkenntnisse meßtheoretischer Forschung der letzten Jahre. Es werden also getrennt behandelt:

- die *Herkunftsbereiche* von Fehlern, ihre Bestimmtheit und Anwendung auf Meßmethoden, Meßeinrichtungen und Meßergebnisse. Das gehört zur *Meßfehlerklassifikation*;
- die *Beurteilung von Meßergebnissen*, die mit „fehlerfreien“ Meßeinrichtungen gewonnen wurden. Die Annahme eines fehlerfreien Meßmittels ist zwar theoretisch nicht korrekt, für manche praktische Belange aber entweder zulässig oder sogar realisierbar. Kernstück dieses Problemkreises ist die n-fache Wiederholung einer Messung und die statistische Auswertung der Ergebnisse;
- die *Beurteilung von Meßeinrichtungen* und ihre Kennzeichnung durch Fehler. Das führt auf statische und dynamische Eigenschaften von Meßeinrichtungen sowie auf deren Wechselwirkungen (Grund- und Zusatzfehler, Fehlerklasse u. a.);
- die wiederum auf statistische Gesetzmäßigkeiten beruhende *Fehlerfortpflanzung* bei Verknüpfung fehlerbehafteter Meßergebnisse sowie die Beurteilung von Meßergebnissen, die mit fehlerbehafteten Meßeinrichtungen gewonnen wurden;
- schließlich die Verwendung des Fehlers als *Gütemaß für Meßeinrichtungen* und seine Verknüpfung mit anderen Kenngrößen zu noch komplexeren Qualitätskriterien.

Dagegen wird *keine* Trennung in analoge und digitale Fehler und Fehlerbetrachtungen vorgenommen. Der Übergang aus dem einen in den anderen Wertebereich läßt sich für Fehler ebenso zwanglos gestalten wie für die Begriffserklärungen in den vorangegangenen Abschnitten.

5.1. Meßfehlerklassifikation

5.1.1. Fehlerdefinition

Aus den einleitenden Betrachtungen ging hervor, daß keine Messung völlig fehlerfrei (oder, in anderer Ausdrucksweise, „absolut genau“) ausgeführt werden kann. Es gelingt nicht, einen beliebigen Wert ohne Abweichung von seinem absoluten („wahren“) Wert meßtechnisch zu erfassen. Jeder Meßwert $x_{\text{meß}}$ stellt damit eine mehr oder weniger gute Näherung an den wahren Wert x_{wahr} dar, so daß als *Fehler* e definiert werden kann:

$$e = x_{\text{meß}} - x_{\text{wahr}}. \quad (5.1)$$

In dieser Gleichung ist der Fehler mit e bezeichnet worden. Das ist bewußt geschehen, um den allgemeinen Charakter hier noch zu betonen. In späteren Abschnitten wird dieser (absolute) Fehler auch mit dem üblichen Differenzsymbol belegt, also:

$$e; \Delta x; \Delta y; z \text{ usw.} \quad \dots \text{absoluter Fehler}$$

Das Symbol e steht hier für *lat. erratum (engl. error) „Irrtum“*.

Die Definition nach Gl. (5.1) hat eigentlich keinen festen Bezugspunkt, denn weder $x_{\text{meß}}$ noch x_{wahr} sind bekannt: wären sie es, würde die Messung selbst überflüssig! Man hilft sich durch die Annahme, x_{wahr} sei durch Vergleich mit einer Maßverkörperung oder einem Normal gesichert, oder x_{wahr} sei als mathematischer Erwartungswert μ (bei statistischer Auswertung von Meßergebnissen, siehe [1]) gegeben.

Wird der absolute Fehler e (oder Δx , s. o.) auf den wahren Wert x_{wahr} oder einen Bezugswert x_0 bezogen, heißt er *relativer Fehler* δ :

$$\delta = \frac{e}{x_0} = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{\Delta x}{x_{\text{wahr}}}. \quad (5.2)$$

Die Schreibweise $\Delta x/x$ bedeutet, ebenso einen relativen Fehler; sie ist immer dann anzutreffen, wenn keine präzisere Aussage über die Bezugsgröße gemacht werden soll oder kann.

Wird als Bezugswert der Meßbereichsumfang benutzt, der von \hat{x} bis \hat{x} reicht (andere Schreibweise: $x_{\text{min}} \dots x_{\text{max}}$), so heißt der derart bezogene Fehler *reduzierter Fehler* δ^* :

$$\delta^* = \frac{\Delta x}{\hat{x} - \hat{x}} = \frac{\Delta x}{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}}. \quad (5.3)$$

Der reduzierte Fehler $\delta^* x$ ist eine Kenngröße zur Klassifizierung von Meßeinrichtungen (siehe Abschnitt 5.3.).

5.1.2. Herkunftsbereiche

Die Klassifizierung der Fehler hinsichtlich ihrer Ursache (ihrer ursächlichen Herkunft) stößt auf ähnliche Schwierigkeiten wie die eingangs diskutierte Verschiedenartigkeit des Fehlers selbst. Für jede gefundene Zuordnung zwischen einem Begriff und verschiedenen Merkmalen lassen sich Beispiele finden, die nicht in solche Schemata passen. Eine zweckmäßige und praktisch überall eingeführte Teilung ist die in zwei Gruppen: in systematische und zufällige Fehler.

Systematische Fehler werden hauptsächlich hervorgerufen durch Unvollkommenheit der Meßeinrichtungen, der Meßverfahren und des Meßobjekts sowie von meßtechnisch erfaßbaren Einflüssen der Umwelt. Systematische Fehler haben einen bestimmten Wert und ein bestimmtes Vorzeichen. So sind z. B. die Fehler durch Temperatureinflüsse auf Teile der Meßeinrichtung erfaßbar und damit systematischer Natur. Es gibt aber auch nicht erfaßte (weil auf einfache Art nicht erfaßbare) systematische Fehler, die in manchen Fällen abgeschätzt und beim Ermitteln der Meßunsicherheit berücksichtigt werden können.

Zufällige Fehler werden hervorgerufen durch meßtechnisch nicht erfaßbare und nicht beeinflussbare Änderungen der Meßeinrichtungen, des Meßobjekts, der Umwelt und der Beobachter. Wiederholt z. B. der Beobachter an demselben Meßobjekt eine Messung derselben Meßgröße mit demselben Meßgerät unter den gleichen Bedingungen (oder vergleicht ein Beobachter dasselbe Meßgerät mit demselben Normal unter den gleichen Bedingungen) mehrmals, so werden die einzelnen Meßwerte voneinander abweichen – sie „streuen“.

Zur Veranschaulichung der Unterschiede zwischen systematischen und zufälligen Fehlern diene Bild 5.1.

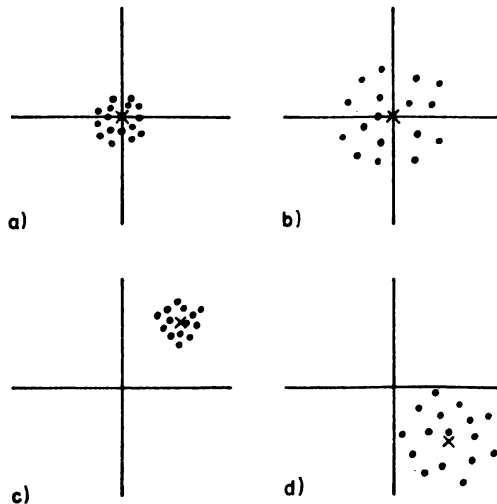


Bild 5.1: Systematische und zufällige Abweichungen

Hier sind Trefferbilder dargestellt, wie sie beim Schießen mit einer Waffe unter gleichen Bedingungen entstehen können. Im Bild 5.1 a liegen alle Ergebnisse (alle Einschläge) nahe dem Zentrum. Hier sind also keine systematischen und nur kleine zufällige Abweichungen vorhanden. Im Bild 5.1 b ist die Streuung groß (große zufällige Fehler), während die Bilder 5.1 c und d die Existenz von systematischen Fehlern (bei kleiner bzw. großer Streuung) demonstrieren.

Die zufälligen Fehler schwanken ungleich nach Betrag und Vorzeichen (\pm), sie machen das Ergebnis unsicher. Sie können aber in ihrer Gesamtheit durch eine Rechengröße zahlenmäßig erfaßt und gekennzeichnet werden, und zwar um so zuverlässiger, je größer die Anzahl der ausgeführten Messungen ist. Dabei ist aber zu beachten, daß eine Analyse der zufälligen Fehler

durch Aufnahme von Meßreihen erst dann sinnvoll vorgenommen werden kann, wenn die systematischen Fehler bekannt oder abgeschätzt worden sind.

Darin besteht zugleich die Problematik dieser Unterteilung:

Es ist oft recht schwierig, systematische Fehleranteile eindeutig zu bestimmen, weil sie – anders als zufällige Fehler – von der konkreten Situation des Meßmitteleinsatzes ebenso abhängen können wie von der gewählten Meßmethodik. Es ist sogar möglich, daß ihr Betrag die zufälligen Anteile weit übersteigt, sie aber unerkannt bleiben (etwa im Bild 5.1 c). Am gefährlichsten sind in dieser Hinsicht konstante systematische Fehler, da sie lange Zeit unerkannt bleiben können. Eine zweite Art systematischer Fehler wird durch Einflußgrößen hervorgerufen, z. B. Temperatureinflüsse, Spannungsänderungen o. ä. Sie lassen sich leichter erfassen, berücksichtigen und korrigieren. Viele Fehlerbetrachtungen an realen Meßeinrichtungen sind derartige Vorausbestimmungen systematischer Einflüsse.

Beispiel:

Die Wirkung eines Flüssigkeits-Ausdehnungsthermometer beruht auf der Volumenänderung einer Flüssigkeit (z. B. Quecksilber) unter Temperatureinwirkung. In einer Glaskugel mit angeschmolzener Kapillare ist ein Flüssigkeitsvolumen V eingeschlossen. Bei Temperatureinwirkung auf die Glaskugel (z. B. durch Eintauchen in eine gegenüber dem Thermometer wärmere Flüssigkeit) vergrößert sich das Volumen in die Kapillare hinein. Da deren Querschnitt konstant ist, wird die Volumenänderung als Längenänderung abgebildet. Das in der Kapillare befindliche Teilvolumen ist allerdings nicht der zu messenden Temperatur ausgesetzt, so daß eine prinzipiell zu niedrige Temperaturanzeige erfolgt. Da diese bestimmbar (und als „Fadenkorrektur“ korrigierbar) ist, muß sie den systematischen Fehlern zugeordnet werden.

Die obige Unterteilung, so elementar sie erscheint, wird noch dadurch erschwert, daß sie sowohl für Meßverfahren, für die Meßeinrichtung, für die Meßmethode und auch auf die Meßergebnisse zutrifft, und daß auch das gemessene (geprüfte) Objekt einen weiteren Beitrag dazu liefern kann. Ein zweites Beispiel soll das verdeutlichen.

Beispiel:

Es seien auf einer Werkzeugmaschine gefertigte Werkstücke maßlich zu prüfen. Das Sollmaß möge als „wahr“ Wert x_{wahr} gelten. Das Meßergebnis x_i einer jeden maßlichen Prüfung werde in einem i - x -Diagramm als Meßpunkt eingetragen (Bild 5.2).

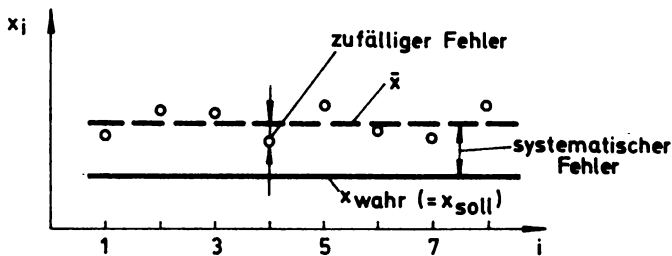


Bild 5.2: Zufällige und systematische Fehler für Maßabweichungen vom Sollmaß

Wir nehmen nun an, daß durch Werkzeugabnutzung die Werkstücke im Mittel größer als das Sollmaß ausfallen. Die Abweichung zwischen einem Meßwert x_i und dem Mittelwert \bar{x} ist dann ein zufälliger Fehler, die Differenz zwischen dem Mittelwert \bar{x} und dem Sollmaß x_{soll} aber systematischer Natur. Dieser systematische Fehler hat also mit dem Meßverfahren oder der Meßeinrichtung nichts zu tun, er entstand als Fertigungsfehler (siehe auch [1]).

Die Unterteilung in systematische und zufällige Fehler ist aber überall eingeführt und hinreichend plausibel; die hier benutzten Beispiele sollten das Problem verdeutlichen.

Viele weitere Fehlerbezeichnungen (z. B. Ablesefehler, Skalenfehler, Anlauffehler, Neigungsfehler u. a.) sind meist anschaulich gebildet und erklärt. Für eine systematische Klassifizierung ist es allerdings nicht möglich, auf jeden Einzelbegriff einzugehen; außerdem ist dieser oft nur im Zusammenhang mit einer ganz konkreten Anordnung benutzbar und für eine vergleichende Wertung nicht geeignet. Ohne Erläuterung sind diese Gruppierungen hier noch angeben:

- *Meßmittelfehler* (Reibungsfehler, Trägheitsfehler, Neigungsfehler, Justierfehler, Anlauffehler u. a.),
- *vermeidbare Zusatzmeßfehler* (Beobachtungsfehler, Ablesefehler, Parallaxenfehler, Interpolationsfehler),
- *grobe Fehler* (durch unkorrekte Arbeitsweise).

5.2. Auswertung von Meßergebnissen

Einleitend wurde schon darauf hingewiesen, daß zur Auswertung von Meßergebnissen vorausgesetzt wird, daß die Meßeinrichtung fehlerfrei sei bzw. ihre Fehler verschwindend klein gegenüber denen der Ergebnisse sind. Weiter ist vorauszusetzen, daß die Meßwerte zeitlich konstant sind. Das kann erfüllt sein für einen Meßgegenstand, dessen Zahlenwert mehrfach durch Wiederholung bestimmt wird, oder für gleiche Meßobjekte (siehe Bild 5.2). Meßgröße und Meßeinrichtung befinden sich also in einem Beharrungszustand.

Die unter diesen Voraussetzungen gewonnenen Meßwerte zeigen (kleine) Schwankungen, die zunächst völlig regellos erscheinen. Für eine steigende Zahl von Messungen (oder, ganz allgemein ausgedrückt, von *Ereignissen*) werden aber Gesetzmäßigkeiten erkennbar, die Gegenstand der mathematischen Statistik sind.

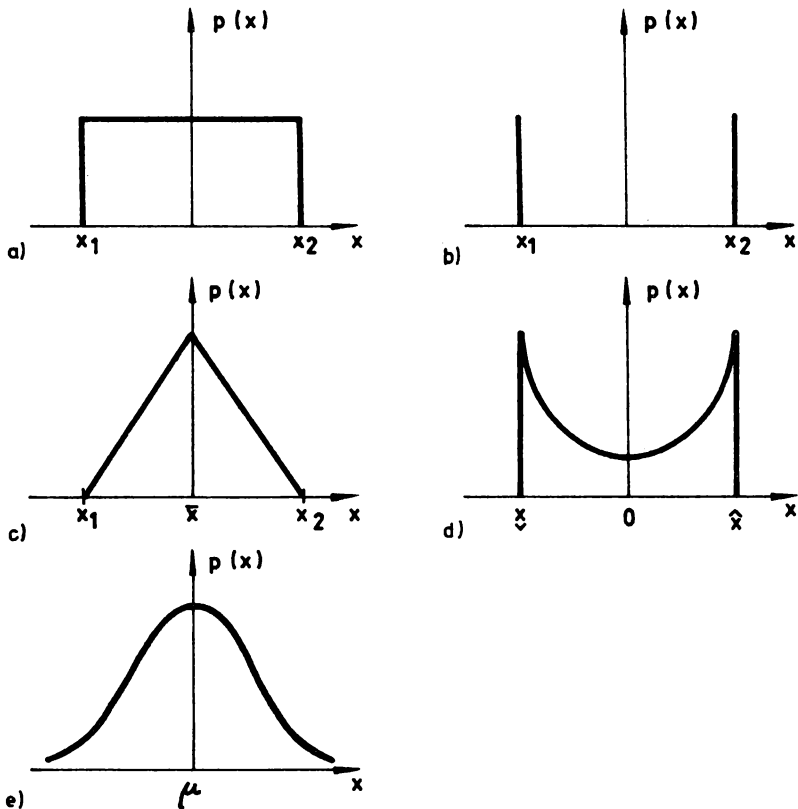
Diese Disziplin wurde im Lehrgebiet Mathematik behandelt [10]; sie wird beim späteren Studium des Lehrmaterialbausteins „Qualitätssicherung und statistische Qualitätskontrolle“ [1] angewendet. Eine Wiederholung der mathematischen Zusammenhänge unterbleibt deshalb an dieser Stelle; ggf. ist in der zitierten Literatur nachzuschlagen.

5.2.1. Verteilungen

Von den vielen möglichen Verteilungen sind meßtechnisch einige besonders interessant und charakteristisch für bestimmte Größen und Einflüsse. Dazu gehören

- die *Gleichverteilung* (Bild 5.3 a).

Eine Gleichverteilung liegt vor, wenn alle möglichen Werte in einem Intervall (x_1 , x_2) völlig gleichwahrscheinlich auftreten können, außerhalb dieser Grenzen aber kein Wert existiert. Das kann möglich sein für Meßwerte innerhalb eines Meßbereiches, für Fehlerbeträge in einem Toleranzbereich u. a.;



–Bild 5.3: Verteilungsarten

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| a) Gleichverteilung; | b) Zweipunktverteilung |
| c) Dreieckverteilung; | d) Arcsin-Verteilung |
| e) Normalverteilung | |

– die *Zweipunktverteilung* (Bild 5.3 b).

Dabei können die Werte nur x_1 oder x_2 sein, andere sind nicht möglich. Das gilt z. B. für Reibungsfehler, für mechanische Hysterese usw.;

– die *Dreieckverteilung* (Simpsonverteilung, Bild 5.3 c).

Hier hat der Mittelwert $\bar{x} = (x_2 - x_1)/2$ die größte Wahrscheinlichkeit, während diese nach x_1 und x_2 hin monoton abnimmt. Dreieckverteilt sind z. B. die Amplituden der Netzspannung, die in Abhängigkeit von der Netzbelastung schwanken und vom wahrscheinlichsten Wert 220 V um (+ 10 ... – 15) % abweichen dürfen;

- die *Arcsin-Verteilung* (Bild 5.3 d).

Sie ist charakteristisch für die Momentanamplituden der Sinusschwingung. Da in der Nähe der Größt- und Kleinstwerte die Änderungen der Momentanamplituden langsam, in Nähe der Nulldurchgänge dagegen schnell vor sich gehen, sind große Momentanamplituden häufiger als kleine (die in Nullpunktnähe);

- die *Normal- oder Gaußverteilung* Bild 5.3 e).

Sie ist typisch für eine ganze Reihe von Ereignissen in Natur und Technik und ist, mathematisch betrachtet, die allgemeinste aller Verteilungen, weil alle durch viele Zufallsprozesse bestimmten Größen einer Normalverteilung zustreben („Zentraler Grenzwertsatz“) [10]. Auch für viele Meßvorgänge ist die Normalverteilung eine brauchbare Näherung.

Den in der Statistik benutzten Schätzwerten

- *arithmetischer Mittelwert* \bar{x} als Schätzwert für den Erwartungswert:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.4)$$

- *Standardabweichung* s als Schätzwert für die Streuung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (5.5)$$

- *mittlerer Fehler des Mittelwertes gegenüber dem Erwartungswert*

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (5.6)$$

liegen die Gesetzmäßigkeiten der Normalverteilung zugrunde und werden auch in diesem Lehrmaterialbaustein weitgehend benutzt.

5.2.2. Angabe von Meßergebnissen

Die Anwendung der mathematischen Statistik auf Meßergebnisse nach [1] und [10] ergibt zusammengefaßt folgende Konsequenzen:

- durch n-fache Wiederholung und Mittelung über die gefundenen n Ergebnisse dient der arithmetische Mittelwert als Schätzwert für den „wahren“ Wert (vorausgesetzt, es existieren keine systematischen Fehler);
- die Standardabweichung s beschreibt den mittleren Fehler des Einzelwertes gegenüber dem Mittelwert;
- zur vollständigen Beschreibung zufälliger Fehler gehört die Angabe des Umfangs der Stichprobe und auch eine Aussage über die *statistische Sicherheit* für das gefundene Ergebnis.

Üblich sind folgende Sicherheiten:

- P = 68 % für orientierende Messungen,
- P = 95 % für Betriebsmessungen,
- P = 99,7 % für Präzisionsmessungen.

Die so festgelegten Grenzen, zwischen denen der wahre Wert mit der statistischen Sicherheit P zu erwarten ist, heißen *Vertrauensgrenzen*; dazwischen liegt der *Vertrauensbereich* v ., für den entsprechend den obigen Erkenntnissen gilt:

$$v_{\bar{x}} = \bar{x} \pm \frac{t}{\sqrt{n}} s, \quad (5.7)$$

(t Parameter nach Tafel 5.1)

Tafel 5.1: Werte für t und t / \sqrt{n}

Anzahl der Einzelwerte n	P = 68,3 %		P = 95 %		P = 99,73 %	
	t	t / \sqrt{n}	t	t / \sqrt{n}	t	t / \sqrt{n}
5	1,15	0,51	2,8	1,24	6,6	3,0
6	1,11	0,45	2,6	1,05	5,5	2,3
8	1,08	0,38	2,4	0,84	4,5	1,6
10	1,06	0,34	2,3	0,72	4,1	1,29
20	1,03	0,23	2,1	0,47	3,4	0,77
30	1,02	0,19	2,05	0,37	3,3	0,60
50	1,01	0,14	2,0	0,28	3,16	0,45
100	1,0	0,10	2,0	0,20	3,1	0,31
200	1,0	0,07	1,97	0,14	3,04	0,22
≥ 200	1,0	0	1,96	0	3,0	0

Da in der Praxis nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann, daß keinerlei systematische Fehleranteile mehr im Ergebnis enthalten sind, wird im Bedarfsfall zu den Vertrauensgrenzen noch ein geschätzter Betrag f hinzugefügt und die Summe

$$u = \pm \left(\frac{t}{\sqrt{n}} s + f \right) \quad (5.8)$$

als *Meßunsicherheit* u bezeichnet. Das Meßergebnis lautet damit vollständig

$$M = \bar{x} \pm u = \bar{x} \pm \left(\frac{t}{\sqrt{n}} s + f \right). \quad (5.9)$$

Es gibt keine Vorschrift, nach der ein noch möglicher systematischer Fehleranteil f (das wären z. B. nicht vollständig erkannte oder nur abschätzbare systematische Fehler) zu ermitteln wäre; dieser Anteil ist vom Meßtechniker verantwortungsbewußt einzuschätzen und anzugeben. Darüber hinaus kann man sich ganz allgemein einprägen:

Ein Meßergebnis ohne Angabe der Unsicherheit ist so unsicher, daß man darauf verzichten sollte!

5.3. Fehler von Meßeinrichtungen

5.3.1. Übertragungsfaktor

In den Abschnitten 1. und 2. wurde die Aufgabe der Meßtechnik erklärt als die Zuordnung eines Signalwertes y zu einem (zu dem gesuchten) Meßwert x :

$$y = f(x).$$

Angestrebt wird dabei fast immer eine lineare Zuordnung, d. h. in der grafischen Darstellung (Bild 5.4) ergibt sich als statische Kennlinie eine Gerade, deren Steigungsmaß als *Übertragungsfaktor* K bezeichnet wird,

$$K = \frac{y}{x}, \quad (5.10)$$

und für reale Meßeinrichtungen immer eine dimensionsbehaftete Größe ist (z. B. für ein Thermoelement: mV/K; für eine Federwaage: mm/N; für einen Druckmesser nach Bild 4.1: rad/MPa usf.).

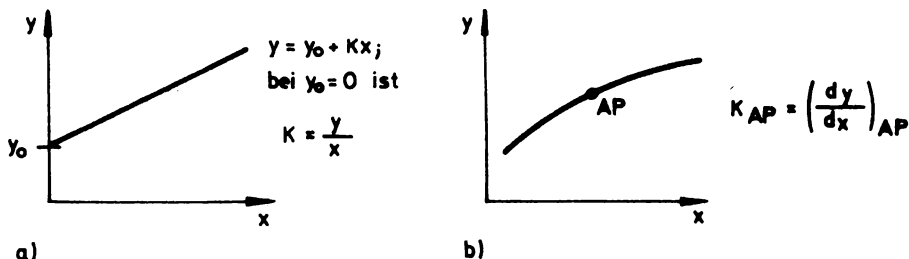


Bild 5.4: Übertragungsfaktor

a) bei linearer statischer Kennlinie

b) bei nichtlinearer statischer Kennlinie

Für nichtlineare statische Kennlinien läßt sich nur ein auf den Arbeitspunkt AP bezogener Übertragungsfaktor angeben (Bild 5.4 b):

$$K_{AP} = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{AP}. \quad (5.11)$$

Eine Änderung der Ausgangsgröße y soll also nur unter der Einwirkung der Meßgröße x erfolgen. Ein solches Verhalten der Meßeinrichtung wäre ideal. Real wirken aber noch andere, ungewollte Einflußgrößen auf die Meßeinrichtung (siehe Bild 5.5), die ihrerseits ebenfalls Änderungen der Ausgangsgröße y hervorrufen können, ohne daß etwa die Meßgröße x geändert worden ist. Typisches Beispiel dafür sind die schon genannten Temperatureinwirkungen auf Bauglieder, da bekanntlich fast alle Materialkenngrößen temperaturabhängig sind. Bezeichnen wir diese *Störgrößen* allgemein mit z , so ist zu fragen, wie sich eine solche Störungswirkung auf das Übertragungsverhalten (und damit auf die statische Kennlinie) auswirkt. Die folgenden Betrachtungen gehen immer davon aus, daß die Kennlinie im Bild 5.4 a die (erwünschte) Nennkennlinie ist. Reale Kennlinien weichen davon ab; alle Abweichungen sind dann Fehler.

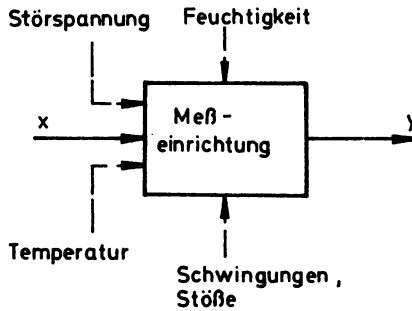


Bild 5.5: Störungswirkungen auf Meßeinrichtungen

5.3.2. Additiver und multiplikativer Fehler

Ist die Kennlinie einer realen Meßeinrichtung gegen die ideale Kennlinie um den Betrag Δy verschoben, unabhängig davon, welchen Wert die Meßgröße x annimmt, so liegt eine additive Beeinflussung vor; Δy ist ein *additiver Fehler*.

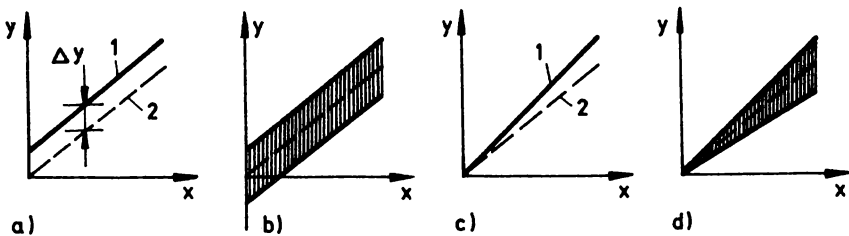


Bild 5.6: Additive und multiplikative Fehler

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| a) systematische, | b) zufällige additive Fehler; |
| c) systematische, | d) zufällige multiplikative Fehler; |
| 1 reale Kennlinie; | 2 ideale Kennlinie |

Bild 5.6 a zeigt die Verhältnisse bei Vorliegen eines systematischen additiven Fehlers (der nach Größe und Vorzeichen bestimmbar ist, siehe Abschnitt 5.1.2.). Ist die additive Beeinflussung dagegen zufälliger Natur, entsteht um die Nennkennlinie ein sogenanntes *Fehlerband*, wie es Bild 5.6 b zeigt.

Beispiele:

1. Systematische additive Fehler entstehen z. B. durch eine parasitäre Tara bei Waagen, durch falsche Nullstellung des Zeigers an Anzeigeräten, durch Thermospannungen in Gleichstromnetzwerken usw. Zu ihrer Korrektur enthalten viele Meßeinrichtungen entsprechende Vorrichtungen (Nullpunktkorrektur an Anzeigeräten, elektronischen Meßgeräten u. a.).

2. Zufällige additive Fehler treten z. B. dann auf, wenn einer elektrischen Signalspannung Störspannungen überlagert sind. Andere Ursachen sind Lagerreibung, Übergangswiderstände u. a.

Multiplikative Fehler entstehen dann, wenn der Übertragungsfaktor über den Meßbereich eine Veränderung bei Einwirkung der Einflußgröße erfährt, d. h. der entstehende absolute Fehler wird meßwertabhängig. In der grafischen Darstellung bedeutet das eine Änderung der Steigung bzw. ein keilförmiges Fehlerband (Bild 5.6. c und d).

Üblich ist die Beschreibung solcher Fehler als Einflußkoeffizienten α (bekanntes Beispiel: Temperatur-Längsausdehnungskoeffizient). Sie geben die relative Änderung der Ausgangsgröße y bzw. des Übertragungsfaktors B unter Einwirkung der Störgröße z an. Für additive Störbeeinflussung gilt

$$\alpha_{\text{add}} = \frac{1}{\hat{y} - \bar{y}} \frac{\Delta y}{\Delta z} \quad (5.12)$$

Darin ist $\hat{y} - \bar{y}$ der Wertebereich der Ausgangsgröße und $\Delta y / \Delta z$ die Änderung von y unter der Einwirkung der Störgröße z , ausgedrückt als Störgrößenänderung Δz .

Für multiplikative Störbeeinflussung gilt entsprechend

$$\alpha_{\text{mult}} = \frac{1}{K} \frac{\Delta K}{\Delta z} \quad (5.13)$$

Dadurch erhält der Einflußkoeffizient die Einheit $[z]^{-1}$, alle Temperatur-Einflußkoeffizienten also die Einheit K^{-1} .

Beispiel:

Temperatur-Längsausdehnungskoeffizient für Stahl:

$$\alpha_{\text{St}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1},$$

Temperatur-Widerstandskoeffizient für Kupfer:

$$\alpha_{\text{R Cu}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}.$$

5.3.3. Quantisierungsfehler und digitaler Restfehler

Im Abschnitt 3.3. wurde der Begriff des Quantisierens bereits erklärt. Durch die Zuordnung eines diskret gestuften Signals zu einer analogen Meßgröße müssen zwangsläufig Fehler entstehen, was auch aus der Darstellung dieser Zuordnung im Bild 4.9 schon zu schließen war.

Nun soll das Entstehen und die Größe dieses Fehlers am Beispiel eines verstellbaren ohmschen Widerstands untersucht werden (Bild 5.7).

Ein solcher Widerstand besteht aus dünnem Widerstandsdraht, der auf einen Träger aufgewickelt ist. Bild 5.7 b zeigt einen Ausschnitt. Meßgröße x sei die (stetige) Verschiebung des Abgriffs, die aber erst nach einem Wegelement Δx zur Erhöhung des Gesamtwiderstandes R führt, indem der Widerstand r einer einzelnen Windung zum bisher aufgelaufenen Widerstandsbetrag hinzugefügt wird (Bild 5.7 c). Die reale Kennlinie ist also eine Treppenkurve, deren Stufenhöhe r und deren Stufenbreite Δx ist. Die maximale Abweichung von der idealen Kennlinie ist $\pm r/2$, der reduzierte Fehler (für n Windungen)

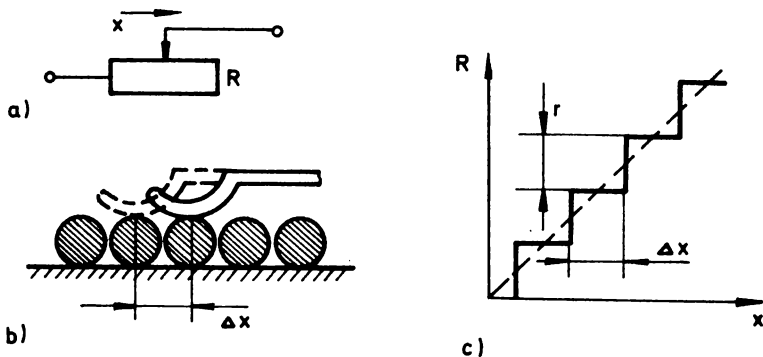


Bild 5.7: Quantisierungsfehler

- a) veränderlicher ohmscher Widerstand
- b) Ausschnitt
- c) Kennlinie (Ausschnitt)

$$\delta = \frac{\Delta R}{R_{\text{ges}}} = \frac{r}{2 n r} = \frac{1}{2 n} .$$

Der absolute Fehler ΔR ist ein zufälliger additiver statischer Fehler, da er weder von der Meßgröße x noch von seiner Änderungsgeschwindigkeit abhängt; er ist im Intervall $-r/2 \dots +r/2$ gleichverteilt (vgl. Bild 5.3 a).

Abstrahiert man vom konkreten Beispiel des Bildes 5.7 und den dafür geltenden Einheiten, so ist die gleiche Betrachtungsweise auch auf jeden Zählvorgang anwendbar. Da beim Zählen der kleinste Betrag „Eins“ ist, kann im Ergebnis stets ein Ereignis gerade noch oder nicht mehr gezählt werden, wie im Bild 5.8 am Beispiel von nadelförmigen Impulsen gezeigt wird.

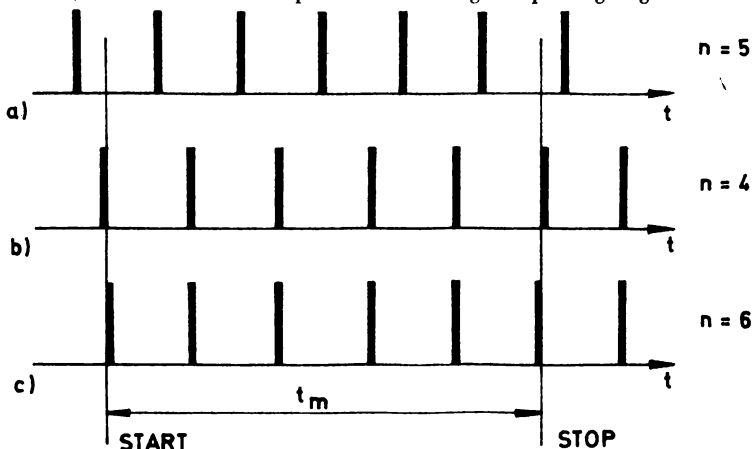


Bild 5.8: Zählfehler (für konstante Meßzeit t_m)

- a) $n = 5$;
- b) $n = 4$;
- c) $n = 6$

Für n zu zählende Impulse ist der mögliche Zählfehler also

$$\Delta n = \pm 1$$

oder

$$\delta = \frac{\Delta n}{n} = \pm \frac{1}{n},$$

d. h. der relative Fehler wird mit größer werdendem n immer kleiner, was den wesentlichen Vorteil der digitalen Zählmeßtechnik gegenüber allen anderen (analogen) Techniken begründet, wie später noch ausführlich erläutert wird. Daß der Zählvorgang Zeit erfordert und das für das dynamische Verhalten maßgebend werden kann, sei aber auch hier schon vermerkt (siehe Abschnitt 5.3.5.); auch ist für eine hohe Auflösung (d. h. einen kleinen Fehler) ein Zähler mit entsprechend großer Stellenzahl erforderlich.

Der absolute Zählfehler $\Delta n = \pm 1$ läßt sich bei digitalen Messungen prinzipiell nicht vermeiden, so daß er in der Literatur die Bezeichnung *digitaler Restfehler* erhalten hat. Damit wird betont, daß stets ein Rest vom Betrag Eins bleibt, unabhängig vom absoluten Zählerergebnis.

5.3.4. Grund- und Zusatzfehler; Fehlerklasse

Die Ergebnisse der Abschnitte 5.2. und 5.3. lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: Bei linearer idealer Kennlinie ist der absolute additive Fehler über den gesamten Meßbereich konstant, der relative Fehler dagegen für kleine Meßwerte extrem groß (Bild 5.9 a).

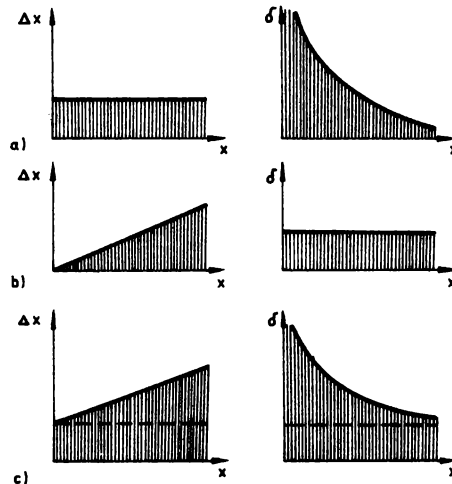


Bild 5.9: Fehlerverläufe

links: absolute Fehler;

rechts: relative Fehler

a) additive;

b) multiplikative Fehler;

c) reale Meßeinrichtungen

Der absolute multiplikative Fehler wächst dagegen mit dem Meßwert, während der relative Fehler konstant bleibt (Bild 5.9 b). Reale Meßeinrichtungen weisen praktisch immer Mischformen auf (Bild 5.9 c) und ihr relativer Fehler ähnelt Bild 5.9 a.

Für einen allgemeinen Vergleich sind diese Erkenntnisse leider schlecht nutzbar, da sie detaillierte Kenntnisse der Einflußgrößen und ihrer Wirkungen voraussetzen. Für Präzisionsmeßeinrichtungen erfolgt allerdings die Fehlerangabe oft so, daß der Anwender über meßgrößenabhängige und meßgrößenunabhängige Fehleranteile informiert wird.

Beispiele:

1. Für einen Analog-Digital-Umsetzer wird angegeben: Fehler bei 20 °C einschl. $\pm 10\%$ Netzspannungsschwankungen

$$\pm 0,01\% \text{ v. M. } \pm 0,003\% \text{ v. E.}$$

(es bedeutet:

v. M. — vom Meßwert,

v. E. — vom Endwert).

Es liegen also additive (d. h. meßwertunabhängige) und multiplikative (d. h. vom Meßwert abhängige) Fehler vor.

2. Maßverkörperungen für die Größenart Länge sind z. B. Endmaße (prismatische Körper mit parallelen Endflächen, deren Abstand sehr genau eine bestimmte Länge wiedergibt). Die Angabe der Darstellungsunsicherheit für ein Referenznormal der Länge L , wobei die Länge L in m einzusetzen ist, lautet für Parallelendmaße bis 1000 mm Länge:

$$u = \pm (0,05 + 0,5 L) \mu m,$$

enthält also auch einen additiven und einen multiplikativen Anteil.

Geräte und Einrichtungen, die in Produktionsbetrieben zur Prozeßüberwachung und Prozeßsteuerung eingesetzt sind, unterliegen einer Vielzahl von Einflüssen unterschiedlicher Herkunft und Intensität, so daß eine detaillierte Angabe aller Einzelfehler in Datenblättern sehr unübersichtlich würde. Für in kontinuierlichen Prozeßabläufen eingesetzte Meßeinrichtungen ist sogar eine Trennung in systematische und zufällige Fehler nicht möglich. Neben den in Standards festgelegten Einsatzklassen und -bedingungen [5] [11] sind *Prüf- und Betriebsbedingungen* definiert. Bei Einhaltung dieser Bedingungen, die in Tafel 5.2 auszugsweise wiedergegeben sind, sichert der Hersteller die Einhaltung eines bestimmten Fehlerbandes (als Garantiefehlergrenzen) zu.

Tafel 5.2: Normalbedingungen für URS-Einrichtungen (Auswahl)

Umgebungstemperatur	20 °C ($\pm 1, 2$ oder 5 K)
relative Feuchte	30 bis 80 %
Luftdruck	101,3 \pm 3,4 kPa
Netzspannung	Nennwert $\pm 2\%$
Netzfrequenz	50 Hz $\pm 1\%$ 400 Hz $\pm 3\%$
Oberwellengehalt	< 5 %
Gleichspannung	Nennwert $\pm 2\%$
pneumat. Hilfsenergie	Nennwert $\pm 3\%$
magnetische Fehler	keine außer Erdfeld
mechanische Schwingungen und Stöße	Werte zugelassen, die keinen Einfluß auf das Meßergebnis haben
Einbaulage	Nennlage

Dieses Fehlerband wird durch den Grundfehler für den jeweiligen Gerätetyp beschrieben. Als **Grundfehler** gilt die größte zulässige Abweichung der realen von der idealen statischen Kennlinie, unabhängig davon, an welcher Stelle des Kennlinienverlaufs diese größte Abweichung auftritt (Bild 5.10 a); um Verwechslungen zu vermeiden, wird der Grundfehler hier mit d bezeichnet.

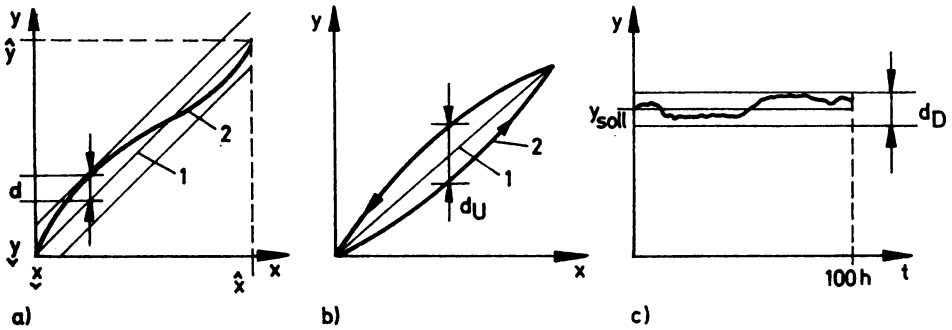


Bild 5.10: Grundfehler

- | | |
|---------------------------|--------------------|
| a) absoluter Grundfehler; | b) Umkehrspanne; |
| c) Drift | |
| 1) ideale Kennlinie; | 2) reale Kennlinie |

Diese Festlegung hat für den Anwender den großen Vorteil, daß er keine umständliche Fehleranalyse vornehmen muß, die er meistens (besonders bei komplizierten Meßeinrichtungen) auch gar nicht vornehmen kann. Dieser Vorteile wegen wird der absolute Grundfehler, auf den Meßbereichsumfang bezogen, als allgemeine Kenngröße benutzt:

$$\delta^* = \frac{d}{\hat{x} - \underline{x}} = \frac{d}{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}} \quad (5.14)$$

In Prozent angegeben, heißt der reduzierte Grundfehler *Fehlerklasse*. In Fehlerklassen werden Meßeinrichtungen und Automatisierungsgeräte eingestuft. Für Geräte der Meß-, Steuer- und Regelungstechnik sind folgende Fehlerklassen zulässig:

0,01; 0,025; 0,06; 0,1; 0,2; 0,25; 0,4;
0,5; 0,6; 1; 1,5; 1,6; 2,5; 4.

Die Klassen 0,2, 0,5 und 1,5 gelten nur für elektrische Geräte, für Geräte und Einrichtungen zur Bestimmung von Stoffeigenschaften und Stoffzusammensetzungen gibt es zusätzlich die Klassen 6 und 10.

Aus der Definition der Fehlerklasse geht hervor, daß es zweckmäßig ist, den Meßbereich möglichst voll auszunutzen.

Beispiel:

Ein Spannungsmesser der Klasse 1,5 habe einen Meßbereich $0 \dots 100 \text{ V}$. Wird damit eine Spannung von nur 10 V gemessen, beträgt der auf 10 V bezogene mögliche Fehler $\delta = 1,5 \text{ V} / 10 \text{ V} = 0,15 = 15 \%$! (Der absolute Grundfehler ist gemäß Gl. (5.14) $d = \delta^* (\hat{x} - \underline{x}) = 1,5 \text{ V}$).

Der Grundfehler schließt in logischer Konsequenz seiner oben gegebenen Begründung eine Reihe von Fehlern unterschiedlicher Herkunft ein. Diese heißen *Grundfehleranteile* und umfassen:

- *systematische Fehleranteile*, die für die gegebene Meßeinrichtung nicht oder nur unzureichend bestimmbar sind;
- die *Umkehrspanne*. Das ist die größte Differenz der Ausgangssignale für denselben Wert der Eingangsgröße, wenn dieser Wert, einmal von niederen und zum anderen von höheren Werten aus eingestellt wird (Bild 5.10 b). Ursachen dafür sind vor allem elastische Nachwirkungen in federelastischen Baugliedern, Reibung der Bewegung u. a.;
- die *Drift*. Als Drift bezeichnet man den Betrag der größten Abweichung der Ausgangsgröße bei festgehaltener Eingangsgröße innerhalb einer festgelegten Zeitspanne, z. B. 100 h (Bild 5.10 c). Sie tritt besonders bei elektronischen Einrichtungen auf und wird vor allem durch Alterungserscheinungen hervorgerufen. Driftfehler sind außerordentlich unangenehm, da ihre Änderung extrem langsam erfolgt und leider oft unbemerkt bleibt. Hier hilft nur wiederholte Überprüfung (Nullpunktkontrolle).

Die Grundfehlerdefinition gilt aber ausdrücklich nur für die festgelegten *Normalbedingungen* (siehe Tafel 5.2). Die *Einsatzbedingungen* vieler Meßeinrichtungen weichen dagegen oft erheblich von den Normalbedingungen ab (so z. B. Prozeßmeßeinrichtungen in Freiluftanlagen; Meßgeräte in Land-, Luft- und Seefahrzeugen, in der Metallurgie und in anderen Wirtschaftszweigen, etwa in der Landwirtschaft). Die auf Grund der dort herrschenden *Einflußgrößen* entstehenden Fehler können leicht den Betrag des Grundfehlers überschreiten und werden als *Zusatzfehler* bezeichnet. Sie gelten jeweils für eine *Einflußgröße* (bei konstanten oder nicht vorhandenen anderen *Einflußgrößen*) und sind ihrer Natur nach meistens systematische multiplikative Fehler.

Beispiele:

1. Für den im Beispiel 1 auf Seite 58 genannten Analog-Digital-Umsetzer wird folgender Zusatzfehler bei Abweichung der Einsatztemperatur von 20 °C um höchstens ± 15 K genannt:

$$\pm (0,002 \% \text{ v. M.}) K^{-1} + (0,0002 \% \text{ v. E.}) K^{-1}$$

Der auf Seite 58 angegebene Fehler kann als Grundfehler aufgefaßt werden (obwohl die Grundfehlerdefinition keine Trennung der Anteile vornimmt), so daß bei 10 °C oder 30 °C der meßwertbezogene (und damit multiplikative) Zusatzfehler den Grundfehler tatsächlich übersteigt.

2. Für einen elektrischen Meßumformer des Systems ursamat (EMU-N vom VEB MEW Magdeburg) werden u. a. folgende Fehler angegeben:

Fehlerklasse: 0,6

0,4 und 0,25 für spezielle Meßbereiche

Zusatzfehler durch

- Umgebungstemperatureinfluß: $2 \cdot 10^{-4} K^{-1}$
(im Bereich $-10 \dots 70$ °C)
- Fremdfeldeinfluß: 2 x Grundfehler bei 0,5 mT

Die Kennzeichnung des Fehlerverhaltens einer Meßeinrichtung durch die Fehlerklasse gestattet also eine vergleichende Bewertung und wird deshalb allgemein verwendet, sei es in der elektrischen, der Prozeß-, der Analysen- oder der Längenmeßtechnik. Sie gilt aber nur für definierte Bedingungen und muß (für abweichende Betriebsbedingungen oder für zusätzliche Einflußgrößen) durch die Angabe von Zusatzfehlern ergänzt werden. Dabei werden die Einzelfehler oder Fehleranteile nicht nach Herkunftsbereichen unterschieden; die Fehlerklasse ist also ein **praktikabler Kompromiß zwischen exakter Fehleranalyse und anwendungsfreundlicher Nutzbarkeit**.

5.3.5. Dynamische Fehler und Kenngrößen

Alle bisherigen Überlegungen galten ausnahmslos für den statischen Fall, d. h. weder die Meßgrößen noch die Meßeinrichtungen sollten zeitlichen Änderungen unterliegen (von der Beschreibung der Drift als Grundfehleranteil einmal abgesehen). In der meßtechnischen Praxis ist das aber keineswegs der Normalfall; die fortschreitende Entwicklung von Wissenschaft, Technik und Produktion ist in zunehmendem Maße gekennzeichnet durch schnellere Abläufe der Prozesse, durch die Forderung nach Beherrschung auch sehr schneller (u. U. sogar instabiler) Prozeßabläufe, so daß das *dynamische Verhalten* aller am Prozeß beteiligten Einrichtungen gekannt und beherrscht werden muß, sei es das der Meßeinrichtung, das des Reglers, der Stellglieder oder auch des Prozesses selbst.

Meßtechnisch sind zwei Fälle von Interesse:

- beim Zuschalten einer Meßeinrichtung (oder bei sprunghaftiger Änderung der Meßgröße) interessiert die Zeit, bis der „richtige“ Wert als Ausgangssignal zur Verfügung steht;
- ist die Meßgröße selbst zeitlich veränderlich und soll auch ihr Verlauf fehlerfrei verfolgt werden können, müssen gewisse Relationen zwischen dem Zeitverhalten (der „Dynamik“) des Prozesses und dem der Meßeinrichtung erfüllt sein.

Die Ermittlung dieser Zusammenhänge und die Angabe geeigneter Kenngrößen ist der Gegenstand der *Meßdynamik*. Entsprechend heißen alle Fehler, die durch das Zeitverhalten (meistens ein „Nachhinken“ der Meßeinrichtung hinter dem Original-Zeitverlauf der Meßgröße bedingt sind, *dynamische Fehler*. Die Meßdynamik beruht auf Erkenntnissen der Systemtheorie. Mit deren Hilfe ist es möglich, nach zulässigen Einschränkungen wie Linearität und Zeitinvarianz, Kenngrößen und Kennfunktionen anzugeben. Die dabei angewendeten Methoden sind Gegenstand des Lehrgebietes Automatisierungstechnik.

Die für Meßsysteme vorgenommenen Vereinfachungen oder Einschränkungen haben folgende Gründe:

- Die Meßgröße selbst und ihr zeitlicher Verlauf sind a priori nicht bekannt. Wären sie das, wäre jede Messung überflüssig, so daß Abschätzungen vorgenommen werden müssen, die nur Näherungscharakter tragen;
- die theoretisch exakt mögliche Bestimmung dynamischer Eigenschaften eines Systems stößt auf praktische Schwierigkeiten. Nicht alle Einflußgrößen und Geräteparameter sind genau genug bekannt und auch für einen Gerätetyp treten individuelle Streuungen auf, die eine exakte Lösung fragwürdig machen;
- die dynamischen Kenngrößen sollten experimentell mit erträglichem Aufwand bestimmbar sein, um in der Praxis ohne Strukturanalysen der Meßgeräte und ohne anspruchsvolle Rechenverfahren auskommen zu können.

Es wird deshalb bewußt eine experimentell nachvollziehbare Betrachtungsweise gewählt und zuerst ein Gedankenexperiment ausgeführt. Die betrachtete Meßeinrichtung sei frei von störenden Einwirkungen, am Eingang liege nur die Größe x an (vgl. Bild 5.5). Diese Eingangsgröße x sei zeitlich veränderlich. Am Ausgang wird beobachtet, wie dieser auf die Eingangsgröße $x(t)$ reagiert. Es wird also $x(t)$ mit der von ihr verursachten Reaktion („Antwort“ des Systems) verglichen, die $y(t)$ genannt werden soll.

Im Bild 5.11 a ist $x(t)$ als harmonische Schwingung dargestellt. Wird nun angenommen, daß deren zeitliche Änderung so langsam erfolgt, daß das Meßsystem ohne merkliche Verzögerung folgen

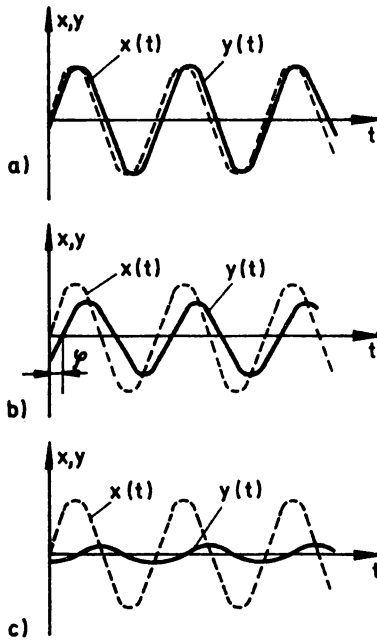


Bild 5.11: Antworten eines System auf eine harmonische Testfunktion

- a) keine wesentliche Änderung
- b) Ausgangsamplitude kleiner, deutliche Phasenverschiebung
- c) System ist zu träge, beträchtliche Phasenverschiebung

kann, würde am Ausgang das Signal $y(t)$ die gleiche Amplitude haben; eine geringfügige Phasenverschiebung ist möglich. In Bild 5.11 b ist unterstellt, daß das Meßsystem der Eingangsschwingung schon weniger gut folgen kann; es ist zu träge, so daß die Amplitude wesentlich kleiner als die Eingangsamplitude bleibt und zwischen Ein- und Ausgang eine merkliche Phasenverschiebung auftritt. In Bild 5.11 c ist schließlich ein Fall gezeichnet, in dem das System viel zu träge ist und kaum noch reagiert.

Eine zweite mögliche Testfunktion ist die Sprungfunktion. Sie läßt sich einfach dadurch erzeugen, indem die Eingangsgröße von 0 auf 100 % gestellt wird. Der Ausgangswert folgt darauf erwartungsgemäß verzögert und läuft erst allmählich in den Endwert ein. Im Bild 5.12 sind die Vorgänge für zwei Fälle dargestellt: für einen aperiodischen Übergangsvorgang (z. B. Wärmeübergang, Bild 5.12 a) und für einen Vorgang, bei dem Überschwüngen eintreten (z. B. der Einstellvorgang elektrischer Anzeigegeräte, Bild 5.12 b).

Bis zum Ansprechen der Meßeinrichtung kann eine gewisse Laufzeit T_L vergehen, an die sich die Verzugszeit T_v anschließt. Der wesentliche Übergang vollzieht sich während der Ausgleichszeit T_a , die im Koordinatensystem durch die Subtangenten des Kurvenpunktes mit der größten Steigung angegeben wird. Anschließend geht der Vorgang periodisch oder aperiodisch in den stationären Zustand über. Natürlich kann der eine oder andere Anteil überwiegen oder fehlen.

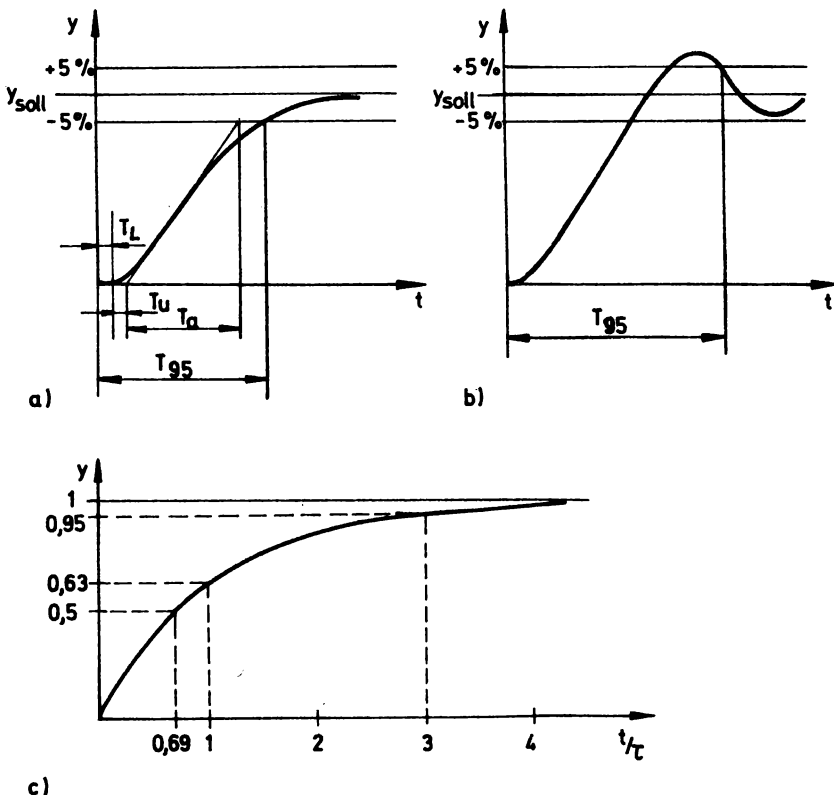


Bild 5.12: Zeitverhalten von Meßeinrichtungen

a) aperiodisch; b) überschwingend; c) e-Funktion

Für Meßeinrichtungen ist die *Einstellzeit* T_{95} charakteristisch. Das ist die Zeit, die vergeht, bis der Vorgang endgültig einen Wert erreicht hat, der nur noch 5 % vom stationären Endwert abweicht (siehe Bild 5.12). Ideal wäre die Einstellzeit bis zum Erreichen der Grundfehlergrenze (d. h. bis $y = y_{\infty} - d$, wobei y_{∞} den Wert angibt, der sich nach „unendlich“ langer Zeit einstellt). Diese Zeit ist aber schwer zu bestimmen, so daß die Benutzung der T_{95} -Zeit allgemein üblich geworden ist. Bei Näherung des Übergangsvorganges durch eine e-Funktion sind die Beziehungen einfach überschaubar; es gilt

$$y = x [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (5.15)$$

Die Zeitkonstante ist durch die Subtangente im Anfangspunkt gegeben und ist gleich der Zeit, die bis zum Erreichen des 0,632-fachen des Endwertes vergeht. Damit lassen sich leicht andere Einstellzeiten errechnen. Die Einstellzeit T_{95} ergibt sich z. B. aus

$$y = x(1 - 0,05), \quad \text{d. h.} \quad 0,05 = \exp(-t/\tau)$$

zu

$$t = 3\tau \triangleq T_{95}.$$

Für andere Werte wird analog verfahren. Ein k -faches des Endwertes wird erreicht nach i Zeitkonstanten ($k y = x [1 - \exp(-i)]$):

k	0,5	0,63	0,9	0,95	0,98	0,99	0,998
i	0,69	1	2,3	3	3,9	4,6	6,2

Aus dieser Gegenüberstellung wird die Berechtigung der Zweckmäßigkeit der T_{95} -Zeit plausibel. Speziell für Temperaturmeßgeräte wird auch die sog. Halbwertszeit (d. h. $k = 0,5$) und die 9/10-Zeit angegeben.

Jetzt sind also zwei Definitionen für dynamische Kenngrößen bekannt: eine im Frequenz- und die andere im Zeitbereich. Beide sind, wieder mit den Mitteln der Systemtheorie, ineinander überführbar. Das Abstatttheorem verknüpft die Einschwingzeit t_E und die Grenzfrequenz f_g eines linearen Systems:

$$t_E = \frac{1}{2 f_g}. \quad (5.16)$$

Dieser Ausdruck hat fundamentale Bedeutung in der gesamten Nachrichten- und Informationstechnik und läßt sich auch auf das vorliegende Problem anwenden.

Die experimentell ermittelte Einstellzeit T_{95} kann näherungsweise gleich der Einschwingzeit t_E gesetzt werden:

$$T_{95} \approx t_E,$$

so daß auch für die experimentellen Ergebnisse die Grenzfrequenz als

$$f_g \cong \frac{1}{2 T_{95}}$$

angebar ist. Es gibt demnach keinen wesentlichen Unterschied in der Bedeutung der beiden Kenngrößen *Einstellzeit* und *Grenzfrequenz*; sie sind beide gleichberechtigt, ihre Benutzung hängt vom jeweiligen Standpunkt der Betrachtung ab. Die Grenzfrequenz liefert anschaulich eine Aussage über die höchste, von der Meßeinrichtung noch richtig erfaßte Frequenz, die die Meßgröße haben kann oder in ihr enthalten sein darf. Zur Veranschaulichung der praktischen Bedeutung dieser Kenngröße diene folgendes Beispiel [12].

Beispiel:

Der zu messende Vorgang bestehe aus einem Stoß $x(t)$ der Breite t_1 , dessen Verlauf im Bild 5.13 stark ausgezogen ist. Weiter sind eingezeichnet verschiedene Einstellzeiten t_{E1} , t_{E2} , t_{E3} , die vereinfacht drei linear ansteigende Übergangsfunktionen (Sprungantworten) charakterisieren und den jeweils gestrichelten Verlauf $y(t)$ bewirken. Es zeigt sich, daß die Einstellzeit t_{E1} genügend klein ist, um den zu messenden Vorgang annähernd richtig zu erfassen. Im Fall b) wird gerade noch die Amplitude erfaßt, während im Fall c) das Ergebnis gefährlich falsch ist, weil die tatsächliche Amplitude gar nicht erkannt wird, was z. B. bei mechanischen Beanspruchungen zu Havarien führen kann.

Die Abschätzung der Grenzfrequenz, die eine Meßeinrichtung zur Erfassung des (im Bild 5.13 stark ausgezogenen) Verlaufes der Meßgröße mindestens haben muß, ist aus einem Vergleich der Zeiten t_1 und t_E und unter Benutzung von Gl. (5.16) ableitbar.

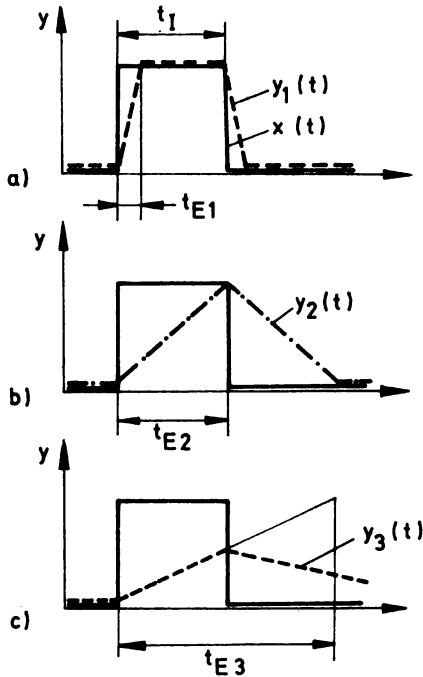


Bild 5.13: Auswirkungen der dynamischen Eigenschaften einer Meßeinrichtung

Es muß nämlich mindestens

$$t_E \leq t_I \quad \text{oder} \quad f_g \geq \frac{1}{2 t_I}$$

sein, wenn die **Amplitude** richtig gemessen werden soll. Muß dagegen auch der **Verlauf** der Meßgröße hinreichend richtig erfaßt werden, ist die Bedingung

$$t_E \leq \frac{t_I}{5} \quad \text{oder} \quad f_g \geq \frac{5}{2 t_I}$$

einzuhalten.

Damit sind die eingangs genannten Fälle hinreichend erläutert. Offen bleibt noch die Frage des dynamischen Verhaltens *digitaler Meßeinrichtungen*. Zu deren Beantwortung wird eine digitale Zählmeßeinrichtung betrachtet, deren prinzipielle Struktur im Bild 5.14 dargestellt ist.

Ein Impulsgeber 1 (z. B. ein digitaler Drehzahlgeber, der pro Umdrehung einen oder mehrere Impulse abgibt; siehe [13]) liefert als Ausgangssignal Zählimpulse, die über eine Torschaltung 2 in den Zähler 3 eingezählt werden. Die Torschaltung wird vom Zeitgeber 4 gesteuert und startet bzw. beendet den Zählvorgang nach Ablauf der Zählzeit t_m . Das Ergebnis sind also gezählte Impulse in der Meßzeit t_m . Die vom Impulsgeber gelieferten Impulse haben die Frequenz f_g (die hier im Beispiel ein Maß für die Umlauffrequenz ist), so daß in der Meßzeit t_m gerade

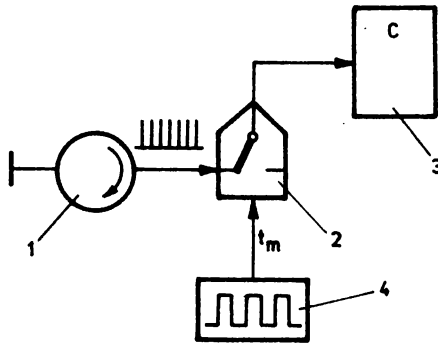


Bild 5.14: Struktur einer Zählmeßeinrichtung

- | | |
|----------------|-----------------|
| 1 Impulsgeber; | 2 Torschaltung; |
| 3 Zähler; | 4 Zeitgeber |

$$n = f_G t_m$$

Impulse in den Zähler einlaufen. Aus Abschnitt 5.3.3. ist bereits bekannt, daß bei digitalen Messungen der absolute Fehler $\Delta n = \pm 1$ und der relative Fehler $\Delta n/n$ ist, so daß jetzt auch geschrieben werden kann

$$\delta = \frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{f_G t_m}$$

oder

$$\delta f_G t_m = 1.$$

Diese Beziehung ist wieder von weitreichender Bedeutung. Sie verknüpft nämlich den relativen Fehler mit der Meßzeit (und der zu messenden Frequenz f_G); man kann Meßzeit gegen Genauigkeit „eintauschen“, aber nie kleinste Fehler in kurzen Zeiten erreichen. Gl. (5.17) wird in der Literatur gelegentlich als Grundgesetz der digitalen Meßtechnik bezeichnet.

Beispiel:

Es sei $f_G = 1 \text{ kHz}$ und $\delta = 1 \%$ zulässig. Aus Gl. (5.17) ergibt sich dann die minimale Meßzeit zu $t_m = 1/(10^{-2} \cdot 10^3) = 0,1 \text{ s}$. Eine erwünschte Verkleinerung des Fehlers auf 1% erzwingt also eine Meßzeitverlängerung auf 1 s .

Dieses Beispiel zeigt anschaulich den unmittelbaren Zusammenhang zwischen Fehler und Meßzeit, es muß ja immer erst die Zählzeit t_m vergehen, bis ein neuer Meßvorgang gestartet werden kann, so daß sich auch eine *Grenzfrequenz der digitalen Messung* definieren läßt: eine Wiederholung ist bestenfalls in den Abständen t_m möglich, so daß auch hier das Abtasttheorem Gl. (5.16) den oberen Grenzwert einer digitalen Grenzfrequenz $f_{g\#}$ beschreibt:

$$f_{g\#} = \frac{1}{2 t_m} = \frac{\delta}{2} f_G. \quad (5.18)$$

Diese wird um so kleiner, je niedriger der relative Fehler sein soll (und steigt mit höherer Zählfrequenz f_g ; diese ist aber nicht oder nur selten frei wählbar. Zu beachten ist auch, daß Zählmeßeinrichtungen meistens eine gewisse Zeit brauchen, um wieder betriebsbereit zu sein (Speicher löschen usw.), so daß Gl. (5.18) den idealen Größtwert beschreibt; real ist $f_g < 1/2 t_m$.

Digitale Meßverfahren sind demnach offensichtlich gut geeignet, nahezu beliebig kleine Fehler zu erzielen; die Erfassung schnell ablaufender Vorgänge ist dagegen kaum möglich, wie mit Gl. (5.18) durch Einsatz realer Werte nachgeprüft werden kann.

Tafel 5.3 enthält abschließend einige Angaben zur *Einstellzeit* (Meßzeit) und *Grenzfrequenz* verschiedener typischer Meßeinrichtungen.

Tafel 5.3: Einstellzeiten (Meßzeiten) und Grenzfrequenzen für Meßeinrichtungen (Richtwerte)

Gerät, Verfahren	Einstellzeit t_E (Meßzeit t_m) s	(obere) Grenzfrequenz Hz
elektr. Anzeigeräte	1 ... 10	10^{-1} ... 10^0
elektr. Registriergeräte	10^{-3} ... 1	1 ... 10^3
Thermoelemente	0,01 ... 10	10^{-1} ... 10^2
elektr. Thermometer im Schutzrohr	1 ... 1000	10^{-3} ... 1
Manometer	0,01 ... 10	10^{-1} ... 10^2
pneumat. Längenmeßgeräte	0,1 ... 1	1 ... 10
Analysenmeßgeräte	10 ... 1000	10^{-3} ... 10^{-1}
Elektronenstrahloszillograf	10^{-7} ... 10^{-5}	10^5 ... 10^8
digitale Zählmeßverfahren	$> (10^{-2} \dots 10^{-3})$	$< 10^2$

5.4. Fehlerfortpflanzung

Vielfach ist das Meßergebnis aus mehreren Meßwerten nach einer mathematischen Beziehung zu bilden. Da die einzelnen Meßwerte mit Fehlern behaftet sind, muß die Frage gestellt werden, wie sich die Fehler der einzelnen Meßwerte im Meßergebnis abbilden oder, anders ausgedrückt, welchen Gesamtfehler das Meßergebnis aufweist. Nicht nur die Höhe der Einzelfehler, sondern auch die Art der Funktion bestimmen den Gesamtfehler.

Ebenso ist es wünschenswert, den Fehler eines Meßwertes zu kennen, der von einer Meßkette als Ausgangsgröße ausgegeben wird.

Dieser Fall kann berechtigt als technische Realisierung der Ergebnism Betrachtung angesehen werden, so daß hinsichtlich der Fehlerfortpflanzung keine Unterscheidung vorgenommen werden muß. Völlig gleichgeartet ist die Situation bei Meßeinrichtungen, die eine Meßgröße indirekt aus der Erfassung anderer Größen durch nachfolgende Rechenoperationen gewinnen.

Da es sich bei der Fehlerfortpflanzung immer um kleine Größen handelt, können die für das Rechnen mit kleinen Größen bekannten Näherungsformeln benutzt werden.

Allgemein läßt sich der Gesamtfehler ΔM eines Meßergebnisses $M = f(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_\gamma)$, das sich aus den γ Einzelwerten $x_1, x_2, \dots, x_\gamma$ mit den Einzelfehlern $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_\gamma$ zusammensetzt, mit Hilfe der partiellen Ableitungen $\delta f / \delta x_1, \delta f / \delta x_2, \dots, \delta f / \delta x_\gamma$ darstellen:

$$\Delta M = \sum_{j=1}^{\gamma} \left(\frac{\delta f}{\delta x_j} \Delta x_j \right). \quad (5.19)$$

Der Gesamtfehler ergibt sich demnach durch Bildung des vollständigen Differentials der Ausgangsfunktion $M = f(x)$. Gleichung (5.19) ist das *Fehlerfortpflanzungsgesetz für systematische Fehler*. Für die meßtechnische Praxis ist nun charakteristisch, daß für die Beurteilung der Meßeinrichtung lediglich die durch den Grundfehler gegebenen Fehlergrenzen bekannt sind, innerhalb deren der Meßwert ermittelt werden kann. Da innerhalb dieser Grenzen das Vorzeichen nicht bekannt ist, müßte der mögliche Gesamtfehler durch Addition der Fehlerbeträge bestimmt werden, d. h., bei der Berechnung der Differentiale sind für alle Ableitungen deren Absolutbeträge zu setzen:

$$\Delta M = \pm \sum_{j=1}^{\gamma} \left(\left| \frac{\delta f}{\delta x_j} \Delta x_j \right| \right). \quad (5.20)$$

Der mit Gl. (5.20) ausgewiesene *Gesamtfehler* stellt den Größtwert eines überhaupt nur denkbaren Gesamtfehlers dar. Gründe dafür sind:

- Innerhalb der Grundfehlergrenzen sind nicht nur systematische, sondern auch zufällige Fehler erfaßt und
- „Größt“werte von Einzelfehlern sind nur mit sehr niedrigen Wahrscheinlichkeiten zu erwarten (siehe [14]); daß alle zugleich auftreten, ist völlig unwahrscheinlich.

Ebenso wenig wahrscheinlich ist aber auch, daß sich alle systematischen Anteile gegenseitig ausgleichen, und daß nur zufällige Fehler existieren. Für einen solchen Fall könnte allerdings mit Gl. (5.5) die Standardabweichung für eine Meßgröße (aus n Einzelwerten für diese Größe) bestimmt werden. Ist ferner die jeweilige Standardabweichung s_j für jede in das Meßergebnis eingehende Größe x_j bekannt, so ist die Standardabweichung des Ergebnisses

$$s_M = \sqrt{\sum_{j=1}^{\gamma} \left(\frac{\delta f}{\delta x_j} s_j \right)^2} \quad (5.21)$$

Das ist das *Fehlerfortpflanzungsgesetz für zufällige Fehler*.

Der Aufwand für die Ermittlung von s_M ist aber erheblich; meist steht in der Praxis die erforderliche Zahl an Einzelwerten für jede der Meßgrößen x_j gar nicht zur Verfügung. Man geht deshalb für Abschätzungen von der (nicht exakten) Voraussetzung aus, daß die Einzelfehler mittlere Fehler darstellen, und bildet den *mittleren zu erwartenden Fehler* des Gesamtergebnisses zu

$$\bar{\delta} = \left(\frac{\Delta M}{M} \right) = \frac{1}{M} \sqrt{\sum_{j=1}^{\gamma} \left(\frac{\delta f}{\delta x_j} \Delta x_j \right)^2} \quad (5.22)$$

Ist die Funktion $f(x_j)$ ein reines Produkt oder ein Quotient, vereinfacht sich Gl. (5.22) weiter auf die relativen Fehler der Einzelwerte:

$$\bar{\delta} = \sqrt{\sum_{j=1}^{\gamma} \left(\frac{\Delta x_j}{x_j} \right)^2}. \quad (5.23)$$

Damit lassen sich der Realität recht gut entsprechende *Gesamtfehler* ermitteln, während aus Gl. (5.20) der ungünstigste Fahlh hervorgeht:

$$\hat{\delta} = \left(\frac{\Delta M}{M} \right) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{\gamma} \left(\left| \frac{\delta f}{\delta x_j} \Delta x_j \right| \right). \quad (5.24)$$

Die tatsächlichen Gesamtfehler liegen also zwischen den mit Gl. (5.23) und (5.24) ausgewiesenen Werten:

$$\bar{\delta} \leq \delta \leq \hat{\delta},$$

wobei die Benutzung des mittleren Fehlers, also die Anwendung von Gl. (5.23), den Realitäten eher entspricht als Gl. (5.24). Es muß aber daran erinnert werden, daß Voraussetzung dafür eine *Normalverteilung* aller Einzelfehler ist. Bei Benutzung anderer Verteilungen und Berücksichtigung von Abhängigkeiten untereinander, sogenannter Korrelationen, werden die Verhältnisse aber derart kompliziert, daß der Rahmen einer Einführung weit überschritten wird. Hier hat die Meßtheorie schon viel geleistet, aber noch steht die Einführung in die Meßpraxis und die Standardisierung aus [14].

Zusammenfassung zu Abschnitt 5.

Der Meßfehler nimmt in der gesamten Meßtechnik eine zentrale Stellung ein. Gründe dafür sind die Forderung nach fehlerarmer Messung sowie die Nutzbarkeit von Fehlerangaben als Gütekriterien sowohl für Meßergebnisse als auch für Meßmittel.

Die daraus resultierende Vielfalt wird beherrschbar durch getrennte Betrachtung von Herkunftsbereichen der Fehler, der Beurteilung von Meßergebnissen, der Beurteilung von Meßeinrichtungen im statischen und dynamischen Betrieb sowie den Regeln der Fehlerfortpflanzung.

Es zeigt sich, daß die Beurteilung von Meßergebnissen nach den Regeln der mathematischen Statistik möglich ist, sofern genügend Realisierungen von Einzelmessungen zur Verfügung stehen. Zur Beurteilung von Meßeinrichtungen gut nutzbare Kenngrößen sind die Fehlerklasse und die Einschwingzeit. Für Meßergebnisse, die sich aus mehreren Einzelwerten zusammensetzen, für Meßketten oder für indirekte Messungen gelten die Regeln der Fehlerfortpflanzung.

Übungen zu Abschnitt 5.

Ü 5.1. Ein Widerstand ist in einer Meßreihe mit $n = 80$ gemessen worden. Dabei wurden abgelesen:

103,3 Ω	1 x	103,9 Ω	6 x	104,3 Ω	12 x
,6 Ω	2 x	104,0 Ω	7 x	,4 Ω	4 x
,7 Ω	1 x	,1 Ω	11 x	,5 Ω	13 x
,8 Ω	7 x	,2 Ω	14 x	,7 Ω	2 x

Wie groß sind Mittelwert und Standardabweichung?

Der systematische Fehleranteil ist zu $f = 0,1 \Omega$ abgeschätzt worden. Wie groß sind die Meßunsicherheiten für $P = 68 \%$, $P = 95 \%$ und $P = 99,7 \%$?

Ü 5.2. Wie klein kann der Quantisierungsfehler eines Dezimalzählers mit 4 Stellen werden?

Ü 5.3. Der maximal mögliche Gesamtfehler ist für $M = f(a, b)$ zu bestimmen, wobei

a) $M = ab$ c) $M = a + b$

b) $M = a/b$ d) $M = a - b$

ist.

Ü 5.4. Ein Meßergebnis laute $M = a^2b/c$. Welcher der Einzelfehler erfordert besondere Beachtung?

Ü 5.5. Für Durchflußmessungen nach dem Wirkdruckverfahren gilt die Bezeichnung

$$\dot{V} = k \alpha \epsilon A \sqrt{1/\rho} \sqrt{p}$$

\dot{V} Volumenstrom, k Konstante; α Durchflußzahl,

ϵ Expansionszahl, A Querschnittsfläche, ρ Dichte,

p Druckdifferenz am Meßfühler.

Typische Fehlerbeträge sind $\Delta \alpha / \alpha = 1,5 \%$;

$\Delta p/p = 2 \%$. Die anderen Einzelfehler seien vernachlässigbar. Wie groß sind der maximal mögliche und der mittlere zu erwartende Fehler?

Lösungen der Aufgaben und Übungen

A 4.1. Die Antwort ist dem Lehrstoff des Abschnitts 4.5. zu entnehmen.

Ü 1.1. Ein Beispiel von vielen: Die Maßhaltigkeit von Möbeln, die einem Typenprogramm angehören.

Ü 1.2. Länge (eines Kreisbogens).

Ü 2.1. a) Kraftfahrzeug-Tachometer;

Quelle: Rad

Kanal: Getriebe, Tachowelle

Senke: Induktionsmeßwerk

b) Kühlschrank:

Quelle: Temperaturfühler am Verdampfer

Kanal: Kapillarleitung
Senke: Schalter für den Verdichter

- c) Hausklingel:
Quelle: Klingelknopf
Kanal: Klingelleitung
Senke: Hausklingel

Ü 2.2.1. Meßfühler: Unruh (Torsionsschwinger)
Mechanhaltung: Rädergetriebe
Mechwertausgabe: Zifferblatt und Zeiger

Ü 3.1. a) Weg (Dehnung der Feder)
b) Winkel (des Zeigerausschlages) oder
Länge (des Kreisbogens auf der Skale)

Ü 3.2. a) diskontinuierlich analog
b) kontinuierlich analog

Ü 4.1. In Bild 2.2 b) Signalform ist die Schallschwingung, Informationsparameter sind Amplituden- und Phasenlagen der Sprachfrequenz im Frequenzgemisch
Bild 2.2 c) elektromagnetische Wellen; Pulsamplitude (für Bild)
Bild 2.2 d) elektromagnetische Wellen (sichtbares Licht); Frequenz und Leuchtdichte

Ü 4.2. Signalformänderungen:
Druckamplitude in Wegänderung, Wegänderung in Winkeländerung, Winkeländerung in Skalenlänge (in Rohrfeder bzw. Getriebe).

Ü 4.3. Um eine einfache Kodierung („Lehmann: 3 x klingeln“).

Ü 4.4. Die Längen sind ihrer Natur nach analog. Durch die Zuordnung einer Zahl (z. B. Format A 4: 210 x 297 mm) ist eine Analog-Digital-Wandlung vorgenommen worden.

Ü 5.1. $k = 104,165 \, \Omega$; $s = 0,848 \, \Omega$.

Mit den Zahlenwerten für t/\sqrt{n} aus Tafel 5.1 ergibt sich
(nach Interpolation für $n = 80$) bei

$$P = 68 \% : u = 0,11 s + f \\ = 0,093 \, \Omega + 0,1 \, \Omega = 0,193 \, \Omega;$$

$$P = 95 \% : u = 0,287 \, \Omega;$$

$$P = 99 \% : u = 0,388 \, \Omega.$$

Das Beispiel zeigt anschaulich, daß mit Festlegung der statistischen Sicherheit ein erheblicher Einfluß auf den Vertrauensbereich verbunden ist. Die für Betriebsmessungen übliche statistische Sicherheit von $P = 95 \%$ ist also ein günstiger Kompromiß.

Ü 5.2. Der vierstellige Dezimalzähler zählt bis höchstens $9999 \approx 10^4$, d. h. der Quantisierungsfehler ist bestenfalls $\Delta n \leq 10^{-4}$.

Ü 5.3. a) Es ist $\Delta M = b \Delta a + a \Delta b$ und

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b},$$

d. h., die relativen Fehler addieren sich.

b) Es ist $\Delta M = \frac{1}{b} \Delta a + a \frac{1}{b^2} \Delta b$ (Vorzeichen!)

$$\text{und } \frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b},$$

d. h., der relative Fehler ist gleich dem im Fall a).

c) Hier ist $\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b},$

d. h., der größte Summand übt den größten Einfluß aus.

d) Entsprechend ist

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a - b}$$

und damit Vorsicht geboten, wenn a und b groß sind, ihre Differenz dagegen nur klein ist. Meßverfahren, deren Ergebnis die Differenz großer Zahlen ist, sollten deshalb vermieden werden.

Ü 5.4. Es ist

$$\frac{\Delta M}{M} = 2 \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c},$$

d. h., der Fehler des quadratischen Gliedes verdoppelt sich im Ergebnis; es erfordert besondere Sorgfalt bei der Messung.

Ü 5.5. Auf Grund der in der Aufgabenstellung genannten Fehlerbeträge kann zusammenfassend geschrieben werden:

$$\hat{V} = K \alpha \sqrt{p}.$$

Dann ist nach Gl. (5.24)

$$\hat{\delta} = \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{p} = \pm 2,5 \%$$

und nach Gl. (5.23)

$$\bar{\delta} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta p}{p}\right)^2} = \pm 1,8 \%.$$