

VERFAHRENSTECHNIK



**Regelungstechnik
für Verfahrenstechniker I**

Weitere Titel des Lehrwerkes

VERFAHRENSTECHNIK

Einführung in die Verfahrenstechnik

Regelungstechnik für Verfahrenstechniker II

Prozeßmeßtechnik

Experimentelle Verfahren zur Prozeßanalyse

Thermodynamik der Mischphasen I

Thermodynamik der Mischphasen II

Technische Thermodynamik I

Technische Thermodynamik II

Reaktionstechnik I

Reaktionstechnik II

Reaktionstechnik III

Apparatetechnik I

Apparatetechnik II

Anlagentechnik I

Anlagentechnik II

Energiewirtschaft für Verfahrenstechniker

Systemverfahrenstechnik I

Systemverfahrenstechnik II

Umweltschutztechnik

Verarbeitungstechnik

Mechanische Verfahrenstechnik I

Thermische Verfahrenstechnik I

Thermische Verfahrenstechnik II

Technische Strömungsmechanik I

Technische Strömungsmechanik II

Dynamik technischer Systeme

Optimierungsmethoden

Regelungstechnik für Verfahrenstechniker I

Autoren:

Prof. Dr. rer. nat. A. Helms, Merseburg (Federführung)

Dr.-Ing. F. Anders, Dresden

Dr.-Ing. D. Auerbach, Karl-Marx-Stadt

Dr. paed. W. Döll, Merseburg

Dr.-Ing. M. Grauer, Merseburg

Doz. Dr. rer. nat. H.-J. Hörig, Merseburg

Dr. rer. nat. G. Lorenz, Merseburg

Doz. Dr.-Ing. H. Reinhardt, Freiberg

3., bearbeitete Auflage

Mit 136 Bildern und 17 Tabellen



VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie · Leipzig

Als Lehrbuch für die Ausbildung an Universitäten und Hochschulen der DDR anerkannt.

Berlin, Oktober 1977

Minister für Hoch- und Fachschulwesen

Das Lehrbuch »Regelungstechnik für Verfahrenstechniker I« ist ein Arbeitsmittel für Studierende, das ihnen in Einheit mit dem gleichnamigen Arbeitsbuch die systematische Aneignung der Grundlagen der Regelungstechnik ermöglicht. Im Vordergrund der Ausführungen steht der einschleifige Regelkreis, der sowohl als Ganzes als auch in seinen Teilen Regelstrecke und Regler ausführlich behandelt wird. Darüber hinaus werden die Studierenden auch über mehrschleifige Regelkreise, Mehrgrößenregelungen und nichtlineare Regelungen ausreichend informiert. Zur Erhöhung des Verständnisses und zur besseren Veranschaulichung wurden zahlreiche verfahrenstechnische Beispiele in das Lehrbuch aufgenommen. Gegenüber den vorangegangenen Auflagen erfolgte nicht nur eine gründliche Bearbeitung des Inhalts, sondern es wurde auch eine inhaltliche Erweiterung durch die Abschnitte 6.5. (Stelleinrichtungen) und 10.5. (Abtestregelungen) vorgenommen.

3., bearbeitete Auflage

Copyright by VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1973

Bearbeitete Auflage: © VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1978

VLN: 152-915/34/78

LSV: 3604

Printed in the German Democratic Republic

Lektor: H. Gausche

Satz und Druck: Gutenberg Buchdruckerei, 53 Weimar, Marienstraße 14

Redaktionsschluß: 1. 5. 1978

Bestell-Nr.: 5411612

DDR 13,50 M

Vorwort

Für den Verfahrenstechniker ist es aus mehreren Gründen notwendig, die Grundlagen der Regelungstechnik zu beherrschen. Einerseits müssen regelungstechnische Gesichtspunkte bei der Auslegung von Verfahren und Anlagen berücksichtigt werden, zumal regelungstechnische Einrichtungen direkter Bestandteil verfahrenstechnischer Anlagen sind. Das Betreiben solcher Anlagen setzt in jedem Fall regelungstechnische Kenntnisse voraus. Schließlich trägt die Regelungstechnik zur Vermittlung wichtiger allgemeiner ingenieurtechnischer Arbeitsmethoden bei.

Die zunehmende Bedeutung der Automatisierungstechnik und in diesem Rahmen auch der Regelungstechnik für die Auslegung und den Betrieb von Verfahren und Anlagen in der stoffwandelnden Industrie ist durch Entwicklungstendenzen der Technologie in diesem Bereich bedingt. Die Entwicklung zu Anlagen hoher Leistung, die Anwendung extremer Prozeßbedingungen, die Gewährleistung höherer Qualitätsforderungen für die Produkte, die zunehmende Komplexität der Produktionssysteme, höhere Anforderungen hinsichtlich Umweltschutz und technischer Sicherheit und Maßnahmen zur Verbesserung der Arbeitsbedingungen der Menschen im Produktionsprozeß sind solche Entwicklungen, die ohne die Automatisierungstechnik nicht beherrscht werden können.

Der allgemeine Beitrag der regelungstechnischen Ausbildung im Rahmen des Verfahrenstechnikstudiums ist in folgendem zu sehen:

Bei der Behandlung regelungstechnischer Problemstellungen tritt als allgemeiner Aspekt ingenieurtechnischer Tätigkeit die Frage nach der notwendigen Genauigkeit technischer Modelle, den zweckmäßigen Wegen ihrer Erarbeitung und ihrer Aussagekraft auf, die ebenso wie in anderen Bereichen der Ingenieurwissenschaften stets im Hinblick auf die Erzielung einer für den jeweiligen Anwendungsfall ausreichenden Aussage zu beantworten ist.

Die Regelungstechnik bedient sich in vielfacher Weise der Mathematik. Damit wird einer aktuellen Entwicklung in den Ingenieurwissenschaften entsprechend die Anwendung mathematischer Betrachtungsweise im Studium gelehrt und geübt.

Hinsichtlich ihrer Stellung im Studienablauf hat die Regelungstechnik somit einerseits eine vorbereitende Funktion für verfahrenstechnische Gebiete, die die Auslegung und Gestaltung von Prozessen, Verfahren und der zugehörigen Ausrüstungen – eben auch unter Einschluß automatisierungstechnischer Aspekte – zum Gegenstand haben. Andererseits wird eine vollständige Nutzung der im vorliegenden Lehrbuch mitgeteilten Grundlagen der Regelungstechnik durch die Verfahrenstechniker erst nach Erlangung der notwendigen Kenntnisse über spezielle Prozesse und Verfahren der stoffwandelnden Industrie möglich sein und damit ein Ergebnis des gesamten Studiums darstellen.

Das vorliegende Lehrbuch erscheint in Verbindung mit dem zugehörigen Arbeitsbuch »Regelungstechnik für Verfahrenstechniker II«. Beide Titel sind für den gemeinsamen Gebrauch im Hochschulstudium aufeinander abgestimmt.

Für eine gründliche Durchsicht des Manuskriptes, für zahlreiche kritische Hinweise und nützliche Anregungen danken die Autoren Herrn Prof. Dr. sc. techn. G. BRACK.

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Formelzeichen	9
1. Einleitung	11
1.1. Verfahrenstechnik und Automatisierungstechnik	11
1.2. Grundbegriffe der Regelungstechnik	13
2. Struktur und Übertragungsfunktionen des Regelkreises	18
2.1. Struktur des Regelkreises	18
2.2. Übertragungsfunktion eines Regelkreisgliedes	22
2.3. Übertragungsfunktionen des Regelkreises	30
2.4. Aufstellen und Auswerten von Signalflußbildern	33
3. Verhalten des Regelkreises	45
3.1. Einführendes Beispiel – Füllstandsregelung	47
3.2. Verhalten des Regelkreises bei sprungförmigen Störsignalen	52
3.3. Regelgüte bei sprungförmigen Störsignalen	58
3.4. Verhalten des Regelkreises bei sinusförmigen Störsignalen	60
3.5. Regelgüte bei sinusförmigen Störsignalen	67
4. Beschreibung und Eigenschaften linearer Übertragungsglieder	71
4.1.. Beschreibung der Grundglieder	72
4.1.1. Proportionalglied (P -Glied)	72
4.1.2. Integralglied (I -Glied)	74
4.1.3. Differentialglied (D -Glied)	75
4.1.4. Verzögerungsglied 1. Ordnung (T_1 -Glied)	76
4.1.5. Verzögerungsglied 2. Ordnung, schwingend (T_{2s} -Glied)	78
4.1.6. Totzeitglied (T_t -Glied)	83
4.2. Allpaßglieder	84
4.3. Kombinierte Glieder	86
4.3.1. Reihenschaltung	86
4.3.2. Parallelschaltung	87
4.3.3. Rückführschaltung	89

5.	Analyse der Regelstrecke	91
5.1.	Theoretische und experimentelle Analyse	91
5.2.	Graphische und grapho-analytische Methoden	93
5.2.1.	Verwendung von Zeitfunktionsatlanten	93
5.2.2.	Tangentenmethode	94
5.2.3.	Auswertung mit Hilfe empirischer Kennwerte	95
5.2.4.	Zerlegung in Elementarfunktionen	98
5.2.5.	Flächenmethode	100
5.3.	Analytische und kombinierte Methoden	102
5.4.	Analyse einer verfahrenstechnischen Regelstrecke	103
6.	Regler	107
6.1.	Regler und Regeleinrichtung	107
6.1.1.	Elemente der Regeleinrichtung	107
6.1.2.	Hilfsenergie	109
6.1.3.	Meßgrößenregler und Einheitsregler	111
6.1.4.	Regler und Rückführung	113
6.2.	Elektronische Regler	115
6.2.1.	Elektronischer Verstärker mit Rückführung	115
6.2.2.	Vergleichsglied, Sollwertgeber und Leistungsverstärker	118
6.3.	Pneumatische Regler	119
6.3.1.	Pneumatischer Verstärker mit Rückführung	119
6.3.2.	Kraftvergleichsregler	122
6.3.3.	Momentenvergleichsregler	125
6.4.	Hydraulische Regler	128
6.5.	Stelleinrichtungen	129
6.5.1.	Stellglieder	129
6.5.2.	Stellantriebe	134
7.	Stabilität und Dimensionierung des Regelkreises	138
7.1.	Stabilität und Güte der Regelung	138
7.2.	Untersuchungen am geschlossenen Regelkreis	143
7.3.	Untersuchungen im Zeitbereich am offenen Regelkreis	148
7.4.	Untersuchungen im Frequenzbereich am offenen Regelkreis	152
8.	Störgrößenaufschaltung und mehrschleifiger Regelkreis	155
8.1.	Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung	156
8.2.	Regelkreis mit Hilfsregelgröße	158
8.3.	Regelkreis mit Hilfsstellgröße	160

9.	Mehrgrößenregelung	162
9.1.	Definition und Gleichungen der Mehrgrößenregelung	162
9.2.	Stabilität von Mehrgrößenregelungssystemen	166
9.3.	Entkopplung von Mehrgrößenregelungen	170
10.	Nichtlineare Regelkreise und Abtastregelungen	173
10.1.	Beschreibung nichtlinearer Regelkreise	173
10.2.	Zweipunktregelungen	175
10.3.	Beschreibung nichtlinearer Regelkreise mit Hilfe der harmonischen Linearisierung	177
10.4.	Analyse nichtlinearer Regelkreise mit Hilfe der Zustandsdiagramme..	182
10.5.	Abtastregelungen	186
Literaturverzeichnis		191
Anhang		192
Sachwörterverzeichnis		198

Verzeichnis der Formelzeichen

a	Konstante; FOURIER-Koeffizient
A	Amplitude der Arbeitsbewegung
A_{Rd}	Amplitudenvorrat
b	Konstante; FOURIER-Koeffizient
c, C	Konstante
$C(p)$	charakteristischer Faktor
D	Dämpfungsgrad; Determinante
f	Frequenz
$G(p)$	Übertragungsfunktion
$G_o(p)$	– des offenen Regelkreises
$G_r(p)$	– der Rückführung in einer Rückführschaltung
$G_v(p)$	– des Vorwärtzweiges in einer Rückführschaltung
$G_R(p)$	– des Reglers bzw. der Regeleinrichtung
$G_S(p)$	– der Regelstrecke
$G_{SY}(p)$	– für das Stellverhalten der Regelstrecke
$G_{SZ}(p)$	– für das Störverhalten der Regelstrecke
$G_{St}(p)$	– der Steuereinrichtung
$G_w(p)$	– für das Führungsverhalten des Regelkreises
$G_z(p)$	– für das Störverhalten des Regelkreises
$G(j\omega)$	Frequenzgang
$h(t)$	Übergangsfunktion
J	Beschreibungsfunktion
J_o	normierte Beschreibungsfunktion
k	Konstante
K	proportionaler Übertragungsfaktor, Verstärkung
K_{krit}	kritische Kreisverstärkung
K_o	Kreisverstärkung
K_v	Verstärkung im Vorwärtzweig einer Rückführschaltung
K_D	differentialer Übertragungsfaktor
K_I	integraler Übertragungsfaktor
K_S	proportionaler Übertragungsfaktor der Regelstrecke
K_R	proportionaler Übertragungsfaktor des Reglers bzw. der Regeleinrichtung
K_V	K_V -Zahl
$\mathfrak{L}\{x(t)\}$	LAPLACE-Transformation von $x(t)$
p	komplexe Variable
P_i	i -ter Pfad im Signalflußbild
R_{stat}	statischer Regelfaktor
R_{stoch}	stochastischer Regelfaktor
$R(\omega)$	dynamischer Regelfaktor
R	Übertragungsmatrix der Regeleinrichtung
$\bar{S}_k^{(1)}$	k -te Schleife i -ter Ordnung im Signalflußbild
$S(\omega)$	spektrale Dichte
\underline{S}	Übertragungsmatrix der Regelstrecke
t	Zeit

T	Zeitkonstante; Schwingungsdauer
T_a	Ausgleichszeit
T_A	Abtastperiodendauer
T_{an}	Anregelzeit
T_{aus}	Ausregelzeit
T_D	Zeitkonstante des D -Gliedes
T_H	Haltezeit
T_I	Zeitkonstante des I -Gliedes
T_{krit}	kritische Schwingungsdauer
T_N	Nachstellzeit
T_{per}	Periodendauer der Arbeitsbewegung
T_t	Totzeit
T_u	Verzugszeit
T_v	Vorhaltzeit
u	Ansprechunempfindlichkeit
V	Verstärkung
w	Führungsgröße
x	Regelgröße
x_a	Ausgangsgröße
x_{ao}	Amplitude der sinusförmigen Ausgangsgröße
x_e	Eingangsgröße
x_{eo}	Amplitude der sinusförmigen Eingangsgröße
x_H	Hilfsregelgröße
x_k	Sollwert der Regelgröße
x_o	Sprunghöhe der Sprungfunktion
x_w	Regelabweichung
x_{wB}	bleibende Regelabweichung
x_{wmax}	maximale Regelabweichung
$x_{wü}$	Überschwingweite
\bar{x}	Mittelwert von x
$X(p)$	LAPLACE-Transformierte von $x(t)$
y	Stellgröße; Ventilstellung
y_H	Hilfsstellgröße
z	Störgröße
$Z(j\omega)$	komplexer Widerstand
δ	Realteile der Variablen p
$ \delta _{\min}$	Stabilitätsreserve
τ	Zeitkonstante
φ	Phasenwinkel, Phasenverschiebung
φ_{Rd}	Phasenvorrat
ω	Kreisfrequenz; Imaginärteil der Variablen p
ω_d	Eigenfrequenz des gedämpften Systems
ω_0	Eigenfrequenz des ungedämpften Systems
ω_r	Resonanzfrequenz

1. Einleitung

1.1. Verfahrenstechnik und Automatisierungstechnik

Eine ständige Entwicklung der Technik wie auch vieler anderer Gebiete ist seit Beginn des Jahrhunderts offensichtlich, in der zweiten Hälfte dieses Jahrhunderts schreitet die Entwicklung auf vielen Gebieten sogar äußerst stürmisch voran, zum Beispiel in der Raumfahrttechnik und der Elektronik, in der Chemieindustrie und im Bauwesen. Auch die Gebiete in der Industrie, in denen der Verfahrenstechniker bei der Entwicklung und Planung, beim Entwurf, bei der Errichtung und betrieblichen Leitung der Prozesse der Stoffwandlung und Stoffverarbeitung tätig ist, haben sich schnell entwickelt und werden sich weiter verändern:

- Neue Rohstoffe wie Erdöl und Erdgas ermöglichen neue und effektivere Technologien.
- Probleme der Energiewandlung und des Energiebedarfs werden in neuer Weise gelöst.
- Es gibt vorwiegend nicht einzelne, isoliert produzierende Anlagen, sondern eine Kopplung vieler Anlagen zu einem Produktionskomplex.
- Die einzelnen Anlagen werden größer, der Durchsatz erhöht sich.
- Die in den Anlagen ablaufenden Prozesse werden intensiver (höherer Druck, größere Temperatur).

Diese Weiterentwicklung zu hocheffektiven Produktionseinheiten bringt auch für die Automatisierungstechnik neue und schwierigere Aufgabenstellungen. Ein Vergleich der Produktion in einem Reaktor der »Alchimistenküche« mit der kontinuierlichen Produktion in einem Rührkesselreaktor unserer Zeit soll das verdeutlichen. Würde man im mittelalterlichen Reaktor »wissenschaftlich« produzieren, genügte es sicher, die Werte der folgenden Größen in der »Rezeptur« festzulegen und im Prozeßverlauf einzuhalten:

- Massen der einzuwiegenden Stoffe
- zeitlicher Temperaturverlauf während des Prozesses, beeinflußbar durch die Heizleistung (Blasebalg).

Als Meßgeräte wären Waage und Thermometer erforderlich.

Für die Produktion im Rührkesselreaktor sind von Bedeutung:

- Masseströme in den Zuflüssen und im Abfluß
- Temperatur, Druck und Konzentration der einzelnen Komponenten im Reaktor
- Intensität der Durchmischung im Reaktor
- Massestrom und Temperatur des Kühlmittels oder entsprechender Größen eines Heizsystems.

Es ist ersichtlich, daß in einer modernen Anlage weit mehr Größen auf das Produktionsergebnis Einfluß nehmen. Die Werte dieser Größen sind oft in engen Toleranz-

bereichen zu halten, um die Produktion effektiv, ökonomisch durchführen zu können. Genaues Einhalten der Werte setzt aber eine gut entwickelte Meßtechnik voraus, die auch noch sicher Informationen über die Werte einer Größe innerhalb des entsprechenden Toleranzbereiches liefert. Weiterhin sind Vorrichtungen zum Eingreifen in Energie- und Stoffströme zu entwickeln und zweckmäßig in den Anlagen vorzusehen. Die Aufgaben im Zusammenhang mit der Produktion sind umfangreicher, vielseitiger und schwieriger geworden. Die Automatisierungstechnik bietet ihre Hilfe in vielfacher Weise für die Erfüllung dieser Aufgaben an [7]:

Prozeßüberwachung und -sicherung: Erfassung der wichtigen Prozeß- und Produktgrößen und Signalisierung der Größen, deren Werte vorgegebene Schranken verlassen haben.

Prozeßbilanzierung: Bilanzierung des Material- und Energieverbrauches für die Erhöhung der Wirtschaftlichkeit der Produktion.

Prozeßstabilisierung: Verminderung der Abweichungen der Prozeßgrößen von vorgegebenen Werten infolge von Störgrößenauswirkungen.

Prozeßführung: Gezielte Veränderungen der Werte der Prozeßgrößen bei An- und Abfahrvorgängen und weiteren geforderten Veränderungen des Produktionsregimes.

Prozeßoptimierung: Berechnungen zur Ermittlung des optimalen Prozeßregimes und Empfehlung oder Einleitung geeigneter Maßnahmen zur Herstellung der optimalen Produktionsweise.

Der Mensch wird sich durch die Automatisierung von formalisierbarer, ständig wiederkehrender geistiger Arbeit entlasten (z. B. Einhaltung von Druck, Temperatur und Konzentration im Reaktor, Überwachung des Kühlsystems). Er wird technischen Mitteln die Tätigkeiten übertragen, menschliche Arbeitskraft steht im größeren Maße für schöpferische Tätigkeit zur Verfügung (Einführung neuer Technologien, Optimierung der Produktion nach technisch-ökonomischen Gesichtspunkten). Die Automatisierung ist damit wie jede Rationalisierung ein Weg zur Erhöhung der Arbeitsproduktivität, ist Weg – nicht Ziel.

Auch wenn sich die weiteren Abschnitte vorwiegend oder sogar ausschließlich mit der technischen Seite der Automatisierung beschäftigen, soll hier noch einmal betont werden, daß die Automatisierung viele bedeutende gesellschaftliche Aspekte enthält, die unter Nutzung der Vorteile der sozialistischen Gesellschaftsordnung zu beachten sind:

- Die Stellung des Menschen im Produktionsprozeß verändert sich. Die körperliche Arbeit nimmt ab, die geistig schöpferische zu.
- Für die schöpferisch geistige Arbeit sind die Werktätigen planmäßig zu qualifizieren.
- Die Teilnahme der Werktätigen an der Planung und Leitung der Produktion wird durch die Lösung der unmittelbaren Bindung an die Produktion möglich und notwendig.
- Unter Berücksichtigung der erhöhten Arbeitsproduktivität wird die Verkürzung der Arbeitszeit vorbereitet, die Freizeit ist sinnvoll für die Qualifizierung und für die Befriedigung der zunehmenden kulturellen Bedürfnisse einzusetzen.
- Eine Verbesserung der Umweltbedingungen ist erreichbar.

Der Mensch als Ziel aller gesellschaftlichen Prozesse im Sozialismus hat die Automatisierung zur Festigung und zur Weiterentwicklung der sozialistischen Produktionsverhältnisse zu meistern.

1.2. Grundbegriffe der Regelungstechnik

In diesem Abschnitt werden die Grundgedanken und Grundbegriffe der Regelungstechnik erläutert. Als Beispiel dient die Stabilisierung bzw. die Führung des Prozesses in einem kontinuierlich arbeitenden Rührkesselreaktor mit exothermer Reaktion. Es werden die einzelnen Aufgabenstellungen und ihre Lösungen mit Hilfe von Steuerungen und Regelungen gezeigt.

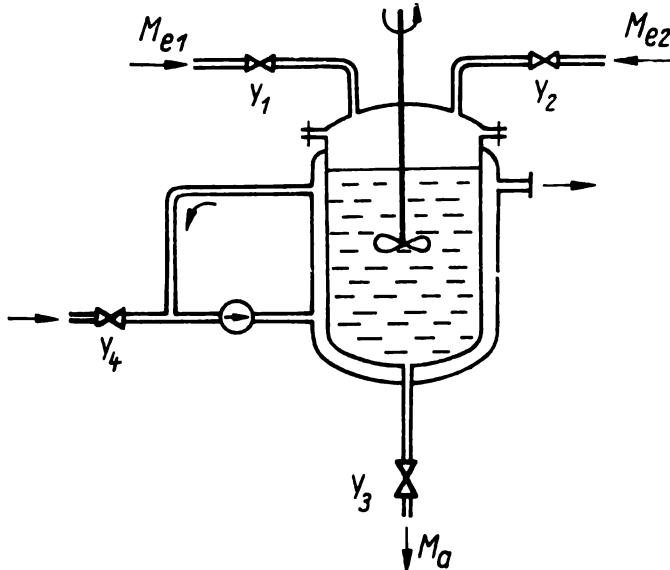


Bild 1.1. Kontinuierlicher Rührkesselreaktor

Prozeßbeschreibung

In den Rührkesselreaktor (s. Bild 1.1) fließen über die Zuleitungen zwei Reaktionspartner mit den Masseströmen M_{e1} und M_{e2} ein. Die bei der exothermen Reaktion entstehende Wärme wird über das Kühlungssystem abgeführt bzw. mit dem den Kessel verlassenden Produkt (Massestrom M_a) abtransportiert.

Bei Kenntnis des mathematischen Modells, das die Zusammenhänge zwischen den Eingangsgrößen (z. B. M_{e1} , M_{e2}) und den Ausgangsgrößen (z. B. Temperatur im Reaktor, Füllstand im Reaktor) durch mathematische Gleichungen beschreibt, kann der Verfahrenstechniker den für die Produktion günstigen Arbeitspunkt berechnen. Aufgabe der Prozeßstabilisierung ist es, die zeitlich veränderlichen Werte dieser und anderer ausgewählter Größen (Istwerte) an die berechneten günstigen Werte (Sollwerte) anzugeleichen.

Störeinflüsse

Die den Arbeitspunkt des Prozesses festlegenden Größen (Eingangsgrößen) werden unterteilt in Steuergrößen (manipulierbare Größen) und Störgrößen (nicht manipulierbare Größen). Die Werte der Störgrößen schwanken zeitlich, eine Beeinflussung dieser Größen ist nicht möglich oder bei der konkreten Aufgabenstellung nicht beabsichtigt.

So wird zum Beispiel der Massestrom M_{e1} beeinflußt durch die manipulierbare Ventilstellung (Steuergröße y_1) und den zeitlich schwankenden Druck in der Zuleitung 1 (Störgröße p_1). Diese Wirkzusammenhänge werden als Signalflußbild (Signalflußplan) im Bild 1.2a) dargestellt. Dabei muß angenommen werden, daß eine Änderung der Steuergröße y_1 keine Druckänderung p_1 hervorruft. Das Bild 1.2a) sagt aus, daß die Ausgangsgröße M_{e1} abhängig ist von Veränderungen der Störgröße p_1 (Störeinfluß) und Veränderungen der Steuergröße y_1 (Steuerwirkung)¹⁾.

¹⁾ Für den nicht mit den Symbolen von Signalflußbildern vertrauten Leser sei auf den Abschnitt 2., Bild 2.15 verwiesen.

Im Gesamtprozeß »Reaktor« wirken viele Störgrößen (u. a. Masseströme, Temperaturen und Konzentrationen der zufließenden Reaktionspartner, Massestrom und Temperatur des zufließenden Kühlmittels), die über stoffliche und energetische Verflechtungen viele wichtige und auch unwichtige Größen beeinflussen (u. a. Temperatur, Konzentration und Füllstand im Reaktor, aber auch Temperatur des abfließenden Kühlmittels).

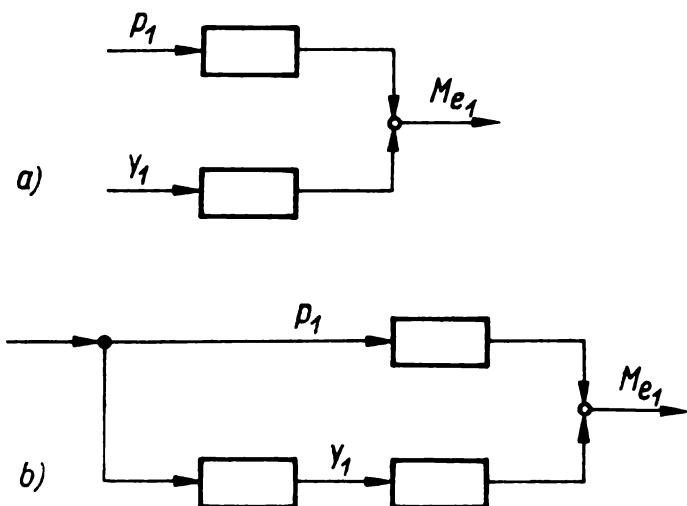


Bild 1.2. Wirkzusammenhänge beim Massestrom M_{e1} als Signalflußbild

- a) gegebene Beeinflussung (Störung durch p_1)
- b) Kompensation der Störung durch Führungssteuerung

Prozeßstabilisierung durch Steuerung

Gemäß Bild 1.2a) ist das Konstanthalten des Massestromes M_{e1} trotz Störgrößen- einwirkung (Veränderung des Druckes p_1) möglich, wenn im Sinne einer Kompensat- tion zeitlich gleichlaufend mit dem Störsignal die Steuergröße verstellt wird (Führungssteuerung). Dazu sind notwendig:

- genaue und schnelle Messung des Störsignals (Druck p_1)
- Kenntnis der zum Entgegenwirken notwendigen Veränderung der Steuergröße y_1
- technische Einrichtung zur Realisierung der geschilderten Messung und Steue- rung.

Das Signalflußbild dieser Steuerung (Bild 1.2b) erleichtert die funktionelle Be- trachtungsweise. Der hinzugefügte Block entspricht in der gerätetechnischen Be- trachtung dem Gerät »Steuereinrichtung«. Bei richtiger Auslegung (Dimensionierung) ermöglicht die Steuereinrichtung automatisch das Stabilisieren des Massestromes, obwohl sich die Störgröße verändert. Wirken weitere, in der Führungssteuerung nicht berücksichtigte Störgrößen, so gelingt die Prozeßstabilisierung nicht. Das Ergebnis der Steuerung, die Konstanz des Massestromes, muß nicht meßtechnisch festgestellt werden.

Prozeßstabilisierung durch Regelung

Die gleiche Aufgabe, zeitliche Konstanz des Massestromes M_{e1} trotz Druckänderun- gen in der Zuleitung, kann auch durch die folgende Strategie gelöst werden:

- **Beobachten** (Messen) des Istwertes des Massestromes M_{e1}
- **Vergleichen** des Istwertes M_{e1} mit dem Sollwert $(M_{e1})_o$, d. h. Bilden der Differenz $M_{e1} - (M_{e1})_o$ (Regelabweichung)
- **Entscheiden**, ob und in welcher Weise das Ventil (Stellglied) zu betätigen ist
- Ausführen der Operation des **Stellens**.

Diese Tätigkeiten können durch technische Mittel bewirkt werden, es wird automa- tisch geregelt (Festwertregelung).

Das Bild 1.3a) verdeutlicht den Signalfluß, Kennzeichen des Regelns ist im Signalflußbild der geschlossene Kreis (Regelkreis).

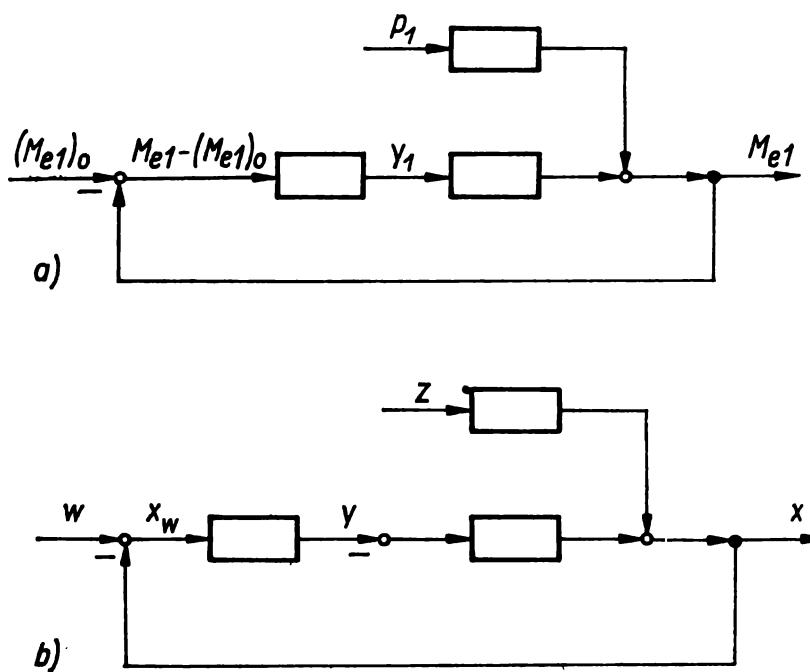


Bild 1.3. Signalflußbild eines Durchflußregelkreises

a) für die Festwertregelung von M_{e1}
b) in allgemeiner Darstellung

Wichtig für die Regelung sind:

– geringe Meßfehler und Meßunsicherheiten

Meßfehler führen unter Umständen direkt zu einer ungenügenden Lösung der Aufgabe, da die Regelabweichung fehlerhaft gebildet wird und aufgrund dieser Desinformation das Stellen nicht zielgerichtet den Störeinwirkungen entgegen gerichtet ist.

– Auswahl einer geeigneten Stellgröße

Durch die Betätigung von Stellgliedern (z. B. Ventile, Schieber, Drosselklappen, Stelltransformatoren, Schalter) wird direkt in Stoff- oder Energieströme eingegriffen. Der Verfahrenstechniker hat die Stellglieder vorzusehen und für ein gutes Stellverhalten der Anlage zu sorgen.

– Verarbeitung der Regelabweichung

Aus der Regelabweichung wird durch eine technische Einrichtung (Regler) nach einem vorgegebenen Algorithmus die Stellgröße gebildet. Die Auswahl eines günstigen Algorithmus bedingt Kenntnisse des mathematischen Modells der Anlage, die jedoch meist geringer sein können als bei der Führungssteuerung.

In der Regelungstechnik werden folgende **Begriffe** und **Symbole** verwendet:

x Regelgröße

Größe, die aufgabengemäß im Regelkreis beeinflußt wird.

w Führungsgröße

Größe, an deren Wert der Wert der Regelgröße angeglichen werden soll. Eine zeitlich konstante Führungsgröße nennt man auch Sollwert der Regelgröße.

x_w Regelabweichung

Differenz von Regelgröße und Führungsgröße bzw. von Istwert und Sollwert der Regelgröße: $x_w = x - w$.

y Stellgröße

Größe, die durch Verarbeitung der Regelabweichung entsteht.

z Störgröße

Größe, die in ungewollter und meist unvorhersehbarer Weise den Prozeßablauf beeinflußt und zu Regelabweichungen führt.

Bild 1.3b) ist eine allgemeinere Darstellung des Regelkreises. Um die den Störgrößen entgegenwirkende Tätigkeit des Regelkreises zu betonen, ist eine Vorzeichenenumkehr bei der Stellgröße eingeführt worden.

Weitere Aufgaben zur Prozeßstabilisierung

Um den im Reaktor (s. Bild 1.1) stattfindenden Prozeß trotz des Wirkens vieler Störgrößen konstant zu halten, sind weitere Regelungen notwendig:

- Regelung des Behälterstandes
 x_3 : Füllstand im Behälter
 y_3 : Ventilstellung im Abfluß
- Regelung der Temperatur im Reaktor
 x_4 : Temperatur im Reaktor
 y_4 : Ventilstellung im Zufluß des Kühlmittels
- Regelung der Konzentration im Reaktor

Da die Regelgröße ständig gemessen werden muß, wird zunächst die Aufgabengröße »Konzentration im Reaktor« auf eine geeignete, kontinuierlich meßbare Größe abgebildet (z. B. pH-Wert, Dichte, Viskosität), die damit zur Regelgröße wird.

- x_2 : pH-Wert im Reaktor (Ersatzregelgröße)
 y_2 : Ventilstellung im Zufluß 2

Bild 1.4 zeigt das technologische Schema mit den ausgewählten Regelungen.

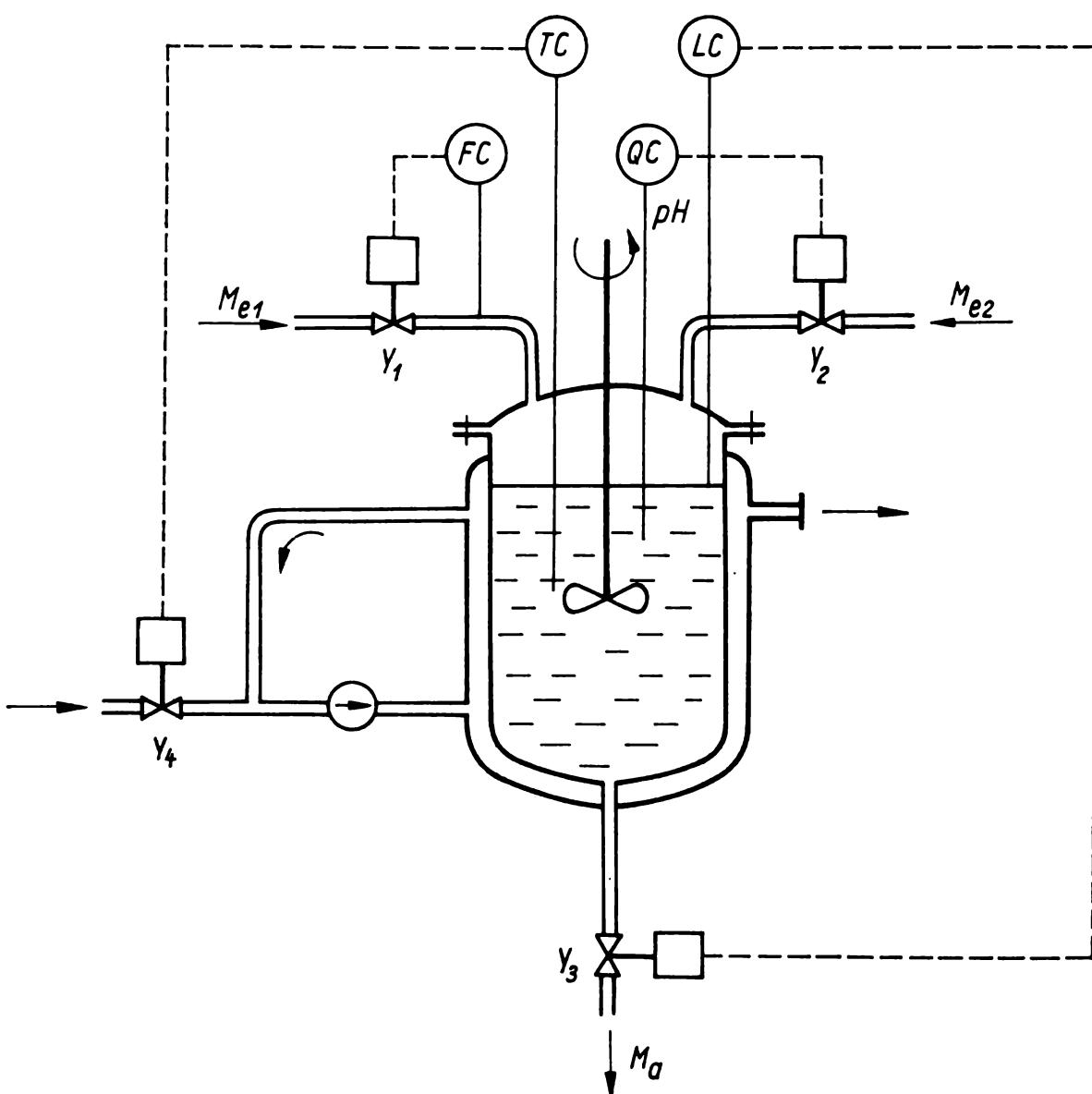


Bild 1.4. Kontinuierlicher Rührkesselreaktor mit ausgewählten Regelungen

Änderungen der einzelnen Stellgrößen bewirken Änderungen mehrerer Regelgrößen, d. h., die Regelkreise beeinflussen sich gegenseitig. Damit entstehen zusätzliche, typische Regelungsprobleme, die häufig umfangreiche theoretische Untersuchungen erfordern.

Aufgaben zur Prozeßführung

Häufig wird technologisch nicht das Konstanthalten einer Größe gefordert (Prozeßstabilisierung), sondern im Sinne einer Prozeßführung die gezielte Veränderung der Größe:

- Die Temperatur in einem Reaktor, der diskontinuierlich betrieben wird (Chargenprozeß), soll z. B. in der Anfangsphase schnell steigen, dann über einen längeren Zeitraum konstant sein und im Abklingen der Reaktion langsam nach einer vorgegebenen Zeitfunktion sinken. Damit wird die Führungsgröße der Temperaturregelung eine Zeitfunktion, man spricht von einer Zeitplanregelung.
- Muß der Massestrom zu einem Reaktor die Produktionsbedingungen in einer vorgeschalteten Anlage berücksichtigen, so kann z. B. der Füllstand in einem Kessel der vorgeschalteten Anlage führend auf die Führungsgröße der Durchflußregelung einwirken. Man spricht von einer Führungsregelung.

Steuerungen und Regelungen

Für die Prozeßstabilisierung und für die Prozeßführung werden Steuerungen und Regelungen eingesetzt. Soll die im Regelkreis vorhandene Rückführung nicht besonders betont werden oder treten in größeren Anlagen Steuerungen und Regelungen nebeneinander auf, so spricht man im übergeordneten Sinn von Steuerungen (russ. управление, engl. control). Es gibt folgende Arten von Steuerungen und Regelungen:

- Ablaufsteuerung, Zeitplansteuerung, Führungssteuerung
- Festwertregelung, Zeitplanregelung, Führungsregelung.

In diesem Lehrbuch stehen die Regelungen im Mittelpunkt der Darstellungen und Betrachtungen. Die Autoren sind bemüht und hoffen, den Leser und Mitarbeiter methodisch geschickt zum Verständnis des wissenschaftlichen Gegenstandes führen zu können. Sie sind sich bewußt, daß aus dem größeren Gebiet »Automatisierungs-technik« nur ein Teilgebiet studiert wird. Dieses Gebiet, gekennzeichnet durch die Rückführung, durch den Regelkreis, ist jedoch von besonderem Erkenntniswert und vermittelt nach Auffassung der Autoren einen günstigen Zugang zum Gesamtgebiet »Automatisierungstechnik«.

2. Struktur und Übertragungsfunktionen des Regelkreises

Die folgenden Ausführungen behandeln Grundfragen der Struktur, der Beschreibung und der Untersuchung technischer Regelkreise. Es wird davon ausgegangen, daß es für die theoretische Untersuchung von Regelvorgängen und für die günstige Auslegung technischer Regelkreise zweckmäßig und erforderlich ist, von den konkreten technischen Ausführungsformen der Elemente von Regelkreisen abzusehen und statt dessen ihre funktionellen Eigenschaften und ihre strukturellen Verknüpfungen in einfachen und komplizierten Regelungen in den Vordergrund zu stellen.

2.1. Struktur des Regelkreises

Die Regelung eines Prozesses beruht auf dem Vorhandensein einer in sich geschlossenen Wirkungskette (Regelkreis), die durch eine negative Rückkopplung des Signals der Ausgangsgröße auf das Signal einer Eingangsgröße des zu regelnden Objektes gebildet wird. Die Regelkreise in den Bildern 2.1 und 2.2 zeigen in ihren Strukturen die geschlossenen Wirkungswägen und – hervorgehoben – die Rückkopplungen.

Um dieses kybernetische Prinzip der negativen Rückkopplung in technischen Regelkreisen zu verwirklichen, müssen die Funktionen des

- Beobachtens
- Vergleichen
- Entscheidens
- Stellens

in einer geordneten Folge ausgeübt werden, und zwar mit Hilfe technischer Einrichtungen.

Die **Regelung** als technischer Vorgang kann daher für den einfachen Regelkreis nach Bild 2.1 in folgender Weise genauer beschrieben werden:

Die Regelgröße x ist zu messen und mit ihrer Führungsgröße w (bei einer Festwertregelung mit ihrem Sollwert x_k) zu vergleichen. Je nach Vorzeichen und Betrag der Regelabweichung $x_w = x - w$ sind solche Veränderungen bei der aktiv beeinflußbaren Größe (Stellgröße y) vorzunehmen, die wirkungsmäßig die Einflüsse der Störgrößen z_1, z_2, \dots kompensieren und so den gewünschten Wert der Regelgröße herbeiführen.

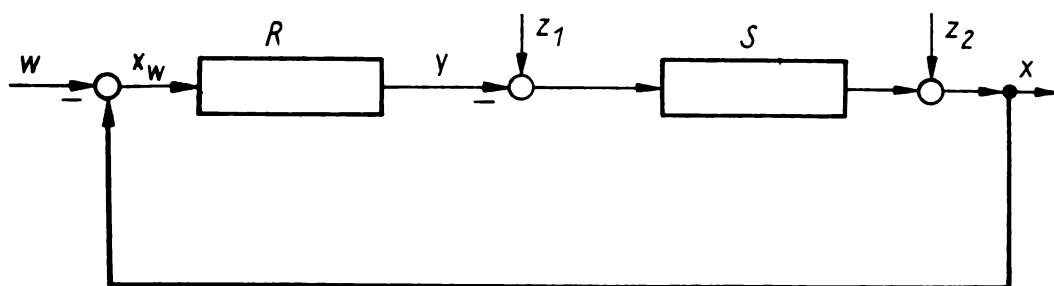


Bild 2.1. Grundstruktur des Regelkreises
S Regelstrecke R Regler (verallgemeinert)

Praktisch verwendet man bei technischen Regelungen teilweise kompliziertere Strukturen (s. Bild 2.2). Durch weitere Größen (Hilfsgrößen), die auf dem Wirkungsweg zwischen der Stellgröße y und der Regelgröße x meßtechnisch erfaßt oder stelltechnisch verändert werden können, sind qualitativ bessere Lösungen der Regelungsaufgaben erreichbar. Diesen Regelungen liegt aber in jedem Falle das gleiche Grundprinzip der negativen Rückkopplung zugrunde.

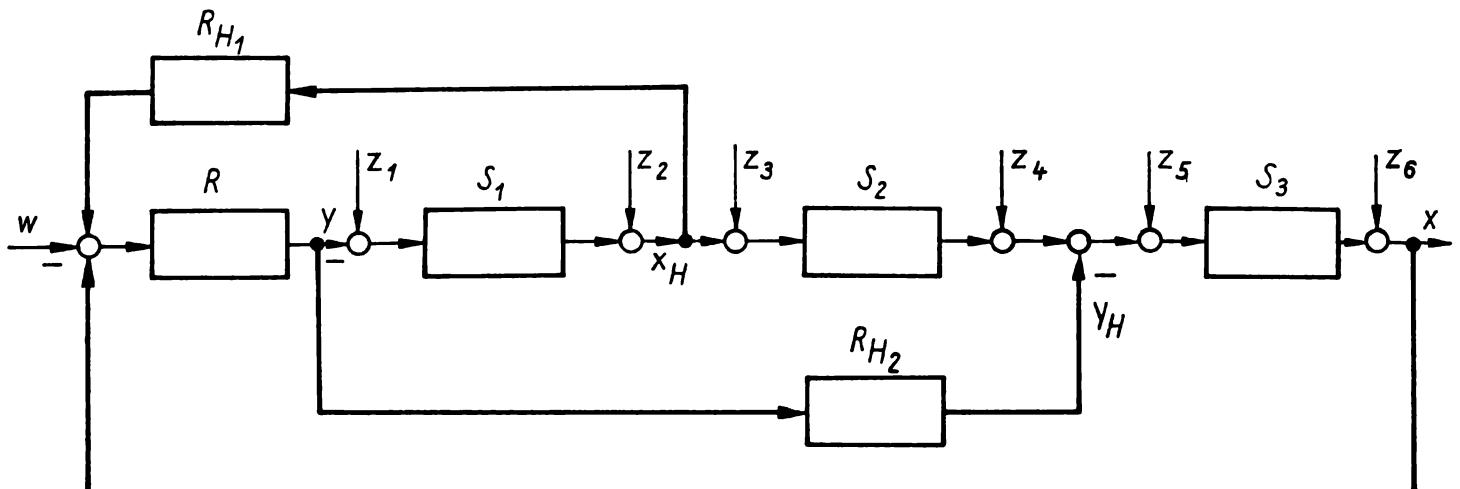


Bild 2.2. Struktur eines vermaschten Regelkreises

x_H Hilfsregelgröße R_{Hi} Hilfsregler (verallgemeinert)
 y_H Hilfsstellgröße R Hauptregler
 S_i Teilregelstrecken

Entsprechend der konkreten Struktur des Regelkreises und der Anzahl der Regelgrößen unterscheidet man folgende **Arten der Regelungen**:

Einfache, einläufige oder einschleifige Regelungen sind gekennzeichnet durch eine Struktur nach Bild 2.1. Es sind jeweils eine Regelgröße, eine Stellgröße und eine Führungsgröße vorhanden. Die Anzahl der Störgrößen kann, wie auch bei allen anderen Arten, sehr groß sein.

Vermaschte oder mehrschleifige Regelungen liegen dann vor, wenn in einfachen Regelkreisen zur Verbesserung der Regelung Hilfsgrößen (Hilfsregelgröße x_H oder Hilfsstellgröße y_H) genutzt werden. Regelungen dieser Art haben eine Struktur nach Bild 2.2.

Mehrgrößenregelungen sind gekennzeichnet durch mehrere, in der Regelstrecke wechselseitig gekoppelte Regelgrößen x_1, x_2, \dots und eine Struktur ähnlich Bild 2.1. Es ist die gleiche Anzahl von Führungsgrößen w_1, w_2, \dots und Stellgrößen y_1, y_2, \dots wie Regelgrößen erforderlich. Mehrgrößenregelungen (bis zu drei Größen) treten bei verfahrenstechnischen Anlagen häufig auf.

Alle weiteren Ausführungen der nächsten Abschnitte beschränken sich auf einfache Regelkreise, um den grundsätzlichen Charakter der Darstellungen, Methoden und Ergebnisse nicht durch komplizierende Details zu verwischen.

Die in den Bildern 2.1 und 2.2 dargestellten Strukturen sind als Abstraktionen der konkreten technischen Objekte und ihrer gegenseitigen Wechselbeziehungen aufzufassen. Sie spiegeln nur die für die Darstellung und Lösung der Regelungsaufgaben wesentlichen Seiten des konkreten Verhaltens und Zusammenwirkens wider. Den Elementen und Größen in diesen Darstellungen kommen folgende Bedeutungen zu:

1. Die **Regelstrecke** ist das Objekt der Regelung. Die Regelgröße x , Ausgangsgröße der Regelstrecke, soll bestimmte Forderungen erfüllen; bei Festwertregelungen z. B. soll sie konstant sein. Die Regelstrecke kann aber nicht einfach mit einem konkreten Gegenstand identifiziert werden, etwa mit dem Behälter bei einer

Füllstandsregelung. Die Regelstrecke ist vielmehr durch den bestehenden Wirkungszusammenhang von Ein- und Ausgangsgrößen des Objektes bestimmt. Nur in diesem Sinne kann eine Anlage oder eine Prozeßeinheit als Regelstrecke angesehen werden. In TGL 14 591, Ausgabe 1963, heißt es deshalb:

Die Regelstrecke ist innerhalb der Gesamtheit der Glieder einer Regelung die zusammenfassende Benennung für denjenigen Teil des Wirkungsweges, dem die aufgabengemäß zu beeinflussenden Glieder oder der aufgabengemäß zu beeinflussende Teil einer Anlage angehören.

Diese funktionelle Betrachtungsweise ist typisch für die Kybernetik und wird mit Vorteil für die Darstellung und Behandlung von Regelungsproblemen angewendet. Dazu muß auf theoretischem oder experimentellem Weg das mathematische Modell der Regelstrecke bereitgestellt werden. Es gibt den Zusammenhang zwischen den Eingangsgrößen (Störgrößen z_i und Stellgröße y) und der Ausgangsgröße (Regelgröße x) wieder. Wichtig ist dabei die Abhängigkeit der Regelgröße von der Stellgröße.

Dieses mathematische Modell muß hinreichend genau und hinreichend einfach sein, so daß eine theoretische Behandlung des Problems mit angemessenem Aufwand möglich ist und ein ausreichender Grad der Übereinstimmung zwischen dem Verhalten des realen Objektes und seinem Modell erreicht werden kann.

2. Die **Regeleinrichtung** ist das Subjekt der Regelung. Sie realisiert die Funktionen des Beobachtens, des Vergleichens, des logischen Entscheidens und des zielgerichteten Eingreifens in den Prozeß. Obwohl dazu technisch unterschiedliche Bauelemente und Geräte erforderlich sind, ist für die theoretische Behandlung nur die Tatsache wesentlich, daß eine geeignete funktionelle Verknüpfung von Eingangsgröße (Regelgröße x , Führungsgröße w) und Ausgangsgröße (Stellgröße y) hergestellt wird.

In TGL 14 591, Ausgabe 1963, wird deshalb definiert:

Die Regeleinrichtung ist die zusammenfassende Benennung für alle Glieder im Wirkungsweg, die zur aufgabengemäßen Beeinflussung der Regelstrecke über das Stellglied dienen.

3. Die Regelungstechnik untersucht und beschreibt das Verhalten des Regelkreises bei Änderung der angreifenden Größen. Da diese Änderungen der Größen Änderungen in der Zeit sind, sind sie als **Signale** aufzufassen, die im Regelkreis fließen. Man bezieht sich dabei auf den gewünschten, durch Regelung einzuhaltenden Betriebszustand der Anlage oder des Prozesses als Bezugszustand (Arbeitspunkt). Die Größen im Regelkreis können demnach als momentane Abweichungen vom gewählten Bezugszustand definiert werden. In entsprechender Weise sind die mathematischen Modelle der Regeleinrichtung und vor allem der Regelstrecke aufzubereiten.

Bei der Aufgliederung eines Regelkreises ist auch eine andere Art der Betrachtung möglich, die von den konkret zu realisierenden Teilfunktionen ausgeht (siehe Bild 2.3):

1. Es gibt Bauglieder, die für die Funktion des **Beobachtens**, des Erfassens der Information, verantwortlich sind. Dazu zählen Meßfühler und Meßwandler. Für sie wird der Begriff **Meßglied** oder **Meßeinrichtung** verwendet.
2. Das **Vergleichen** dient der Feststellung, in welcher Richtung und mit welchem Betrag der Istwert der Regelgröße vom gewünschten Wert der Regelgröße – der Führungsgröße – abweicht. Zum Vergleichen benötigt man Bauelemente wie **Sollwertgeber** und **Vergleichsglied**. Vergleichsglieder können in technischen Ausführungsformen auch Bestandteile von Meßeinrichtungen oder Reglern sein.

3. Die Hauptfunktion der Regeleinrichtung, das **Verarbeiten** der Regelabweichung, wird vom **Regler** übernommen. Bei genauer baugliedmäßiger Betrachtung der Regeleinrichtung stellt der Regler eine Baugruppe dar, bestehend aus Verstärker und Rückführung (s. Abschn. 6.). Den Regler weist man entsprechend seiner zentralen Bedeutung oft stellvertretend für die Gesamtheit der Regeleinrichtung

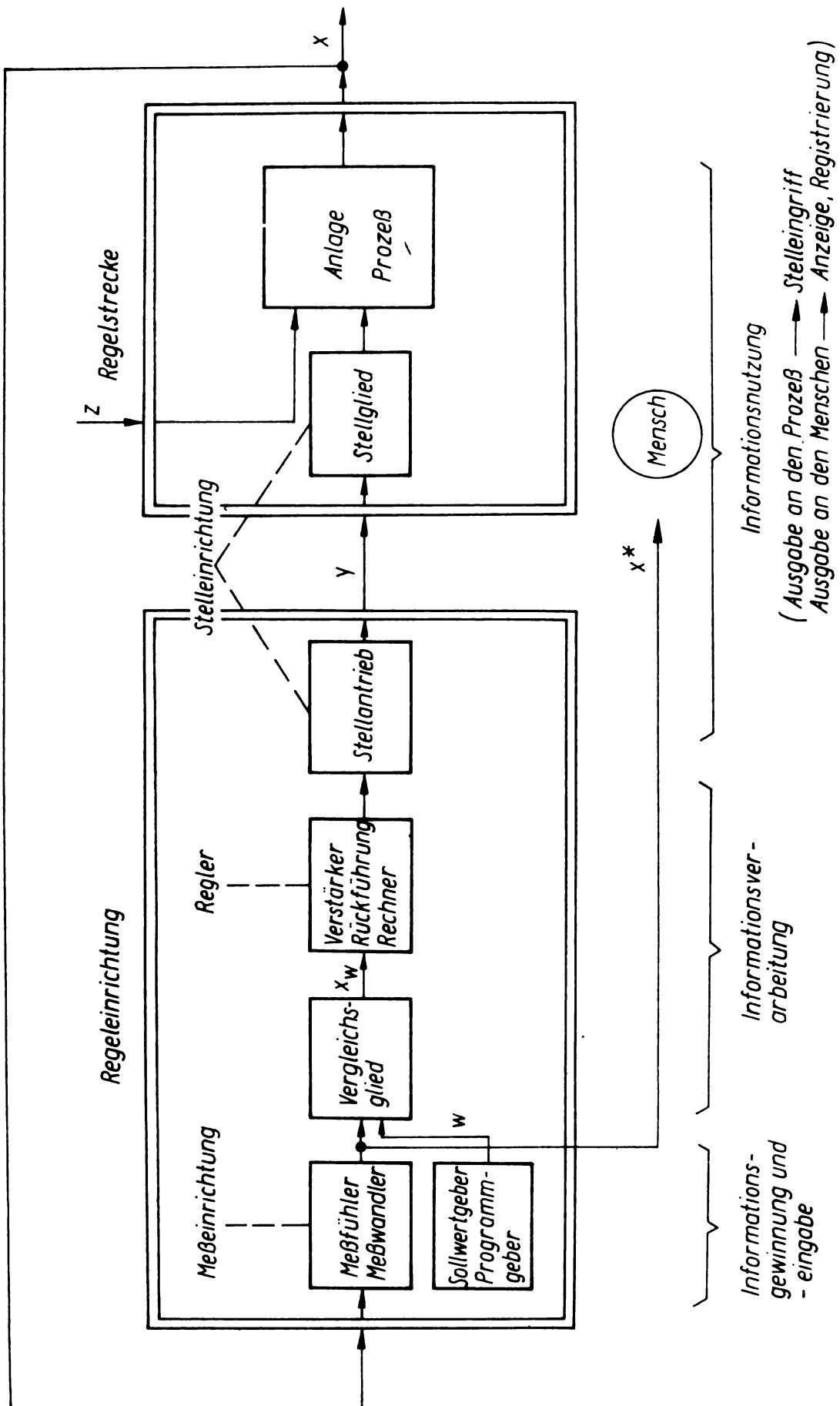


Bild 2.3. Grundstruktur des einfachen Regelkreises, orientiert auf technische Funktionskomplexe

aus (s. Bild 2.1). Seiner Wirkungsweise nach ist der Regler ein Rechner. Die Funktion der verschiedenen technischen Regler kann daher im Prinzip auch ein Analog- oder Digitalrechner (Prozeßrechner) wahrnehmen.

4. Die Funktion des Eingreifens in den Prozeß, das **Stellen**, wird vom **Stellglied** übernommen. Da das Stellglied (Ventil, Schieber, Klappe) auch zur Ausrüstung einer nichtautomatisierten Anlage gehört, wird es zur Regelstrecke gezählt. Mit seiner Hilfe wird zur aufgabengemäßen Beeinflussung der Regelgröße unmittelbar in einen Masse- oder Energiestrom eingegriffen. Wird das Stellglied mechanisch betätigt, dann benötigt man noch einen **Stellantrieb**, oft auch Stellmotor genannt. Der Stellantrieb ist Bestandteil der Regeleinrichtung.

Die Vielzahl konkreter Regelungsaufgaben hat dazu geführt, daß eine große Anzahl spezieller Geräte entwickelt wurde. Oft ist es nicht mehr möglich, bei diesen speziellen Geräten für alle aufgezählten Teilfunktionen auch getrennte Bauelemente und Bausteine wiederzufinden. Die Darstellung im Bild 2.3 weist auf den erforderlichen Aufwand an Automatisierungsmitteln im allgemeinen Fall hin. Sie lenkt die Aufmerksamkeit aber gleichzeitig auf die Hauptfunktionen der Informationstechnik:

- **Informationsgewinnung** und -eingabe
- **Informationsverarbeitung**
- **Informationsnutzung** in Form der Informationsausgabe an den Menschen oder den Prozeß.

2.2. Übertragungsfunktion eines Regelkreisgliedes

Unter dem Einfluß der am Regelkreis angreifenden Signale der Führungsgröße oder der Störgrößen führt ein Regelkreis Bewegungen aus, die sich deutlich sichtbar im Signal der Regelgröße widerspiegeln. Im Gegensatz zum ungeregelten System hängt dabei der Bewegungsvorgang (Werte und Dauer der Abweichungen der Regelgröße von ihrem Sollwert) nicht nur vom Übertragungsverhalten der Regelstrecke, sondern in starkem Maße vom Übertragungsverhalten des verwendeten Reglers ab. Es ist die Aufgabe der Regelungstechnik, das Übertragungsverhalten eines Reglers so zu bestimmen und vorzugeben, daß die mit der Prozeßführung und mit der Prozeßstabilisierung verfolgten Ziele auch mit der entsprechenden Qualität erreicht werden können. Dazu sind Untersuchungen des Regelvorganges bei vorgegebenen Stör- und Führungssignalen erforderlich, es sind also Zeitfunktionen zu berechnen.

Da die Glieder des Regelkreises mit ihren statischen und dynamischen Übertragungseigenschaften im allgemeinen durch Differentialgleichungen beschrieben werden, führt die Untersuchung der Vorgänge im Regelkreis mathematisch immer auf das Problem der Lösung von Differentialgleichungssystemen bei vorgegebenen Rand- oder Anfangswerten. Der Aufwand dafür ist oft schon bei relativ einfachen Aufgaben hoch und erfordert deshalb häufig den Einsatz von Analog- oder Digitalrechnern. Es kommt hinzu, daß die Untersuchung mit Hilfe von Differentialgleichungen oft unhandlich ist. Es haben sich deshalb historisch andere Verfahren der Beschreibung und Untersuchung des Verhaltens von Regelkreisen durchgesetzt, die mit Vorteil für die ingenieurmäßige Behandlung einfacher Aufgabenstellungen angewendet werden können.

Für die folgenden Ausführungen wird vorausgesetzt, daß das Übertragungsverhalten der im Regelkreis vorhandenen Regelkreisglieder prinzipiell oder mit guter Näherung **zeitinvariant, ortsunabhängig und linear** ist. Dann werden die Übertragungsglieder mathematisch durch **lineare, gewöhnliche Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten** beschrieben:

$$\dots + T_2 \ddot{x}_a + T_1 \dot{x}_a + x_a = K x_e + K_{D1} \dot{x}_e + \dots + K_{I1} \int x_e dt + \quad (2.1)$$

Die gewählte Darstellungsform der Differentialgleichungen ist – wie später noch deutlich wird – auf die Belange der Regelungstechnik zugeschnitten. Das betrifft

- die **Ordnung**: Es werden alle Terme, die das Ausgangssignal oder seine zeitlichen Ableitungen enthalten, auf der linken Seite der Differentialgleichung geordnet. Auf jeden Fall muß der Term mit dem Ausgangssignal selbst vorhanden sein. Ist das von vornherein nicht der Fall, so muß durch ein- oder mehrmalige Differentiation oder Integration aller Terme die Differentialgleichung auf diese Form gebracht werden.
- die **Normierung**: Es ist die Differentialgleichung durch Multiplikation oder Division immer so umzuformen, daß vor dem Term mit dem Ausgangssignal selbst der Faktor 1 steht.
- die **Kennzeichnung der Koeffizienten**: Es wird das Verhalten der durch die Differentialgleichungen beschriebenen Übertragungsglieder näher charakterisiert bezüglich der Verzögerung des Ausgangssignals und bezüglich der proportionalen, differenzierenden oder integrierenden Einwirkung des Eingangssignals.

T_i – Zeitkonstanten

K – proportionaler Übertragungsfaktor¹⁾

K_{Dj} – Differentiationskonstanten (differentielle Übertragungsfaktoren)

K_{Ik} – Integrationskonstanten (integrale Übertragungsfaktoren)

Lediglich bei analogen Reglern haben sich andere Bezeichnungsweisen eingebürgert (s. Abschn. 6.).

Mit Hilfe der LAPLACE-Transformation

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(p) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt$$

mit $p = \delta + j\omega$
und $x(t) = 0$ für $t < 0$

(2.2)

ist es möglich, sowohl die Signale der Größen des Regelkreises als auch die Differentialgleichungen der Regelkreisglieder in den Bildbereich zu transformieren, also als Funktionen der komplexen Variablen p darzustellen. Bei der genannten Klasse von Übertragungsgliedern hat das den Vorteil, daß die Behandlung der Differentialgleichungen auf die Behandlung von algebraischen Gleichungen zurückgeführt werden kann. Auf die Eigenschaften der LAPLACE-Transformation soll hier nicht näher eingegangen werden. Diese sind beispielsweise in [4] ausführlich dargestellt.

Lediglich einige Grundregeln, von denen hier Gebrauch gemacht wird, sind in Tabelle A 1 im Anhang mit aufgenommen worden.

Die Anwendung der LAPLACE-Transformation auf die Signale der Größen des Regelkreises führt auf **Bildfunktionen**, die zur besseren Unterscheidung von den zugehörigen Zeitfunktionen durch große Buchstaben ausgedrückt werden:

$$x = x(t) \circ \bullet X(p) = X;$$

$$z = z(t) \circ \bullet Z(p) = Z;$$

$$y = y(t) \circ \bullet Y(p) = Y$$

$$w = w(t) \circ \bullet W(p) = W$$

Wendet man die Grundregeln der Addition, der Differentiation und Integration im Originalbereich (Zeitbereich) auf die einzelnen Terme der Differentialgleichung (Gl. 2.1) an, so erhält man eine Gleichung, in der

¹⁾ Nach TGL 14591, Entwurf Mai 1977: K_P

- sowohl die mit Potenzen von p multiplizierten Bildfunktionen $X_a(p)$ und $X_e(p)$ auftreten,
- als auch ein Polynom von p vorkommt, dessen Koeffizienten auch die rechtsseitigen Anfangswerte (Grenzwerte für $t \rightarrow 0+$) der Zeitfunktionen, ihrer auftretenden zeitlichen Ableitungen und ihrer auftretenden Integrale enthalten.

Die regelungstechnische Betrachtung geht davon aus, daß das System bis zum Zeitpunkt $t = 0$ in Ruhe ist und ein Bewegungsvorgang erst durch ein zum Zeitpunkt $t = 0$ einwirkendes Signal ausgelöst wird.

Man kann nachweisen, daß unter diesen Voraussetzungen immer das genannte Polynom in p null ist, da die rechtsseitigen Anfangswerte entweder null sind oder sich die Terme gegenseitig aufheben. Das bedeutet aber, daß man bei der Transformation die Anfangswerte nicht zu berücksichtigen braucht.

Die Differentialgleichung (Gl. 2.1) nimmt nach Ausführung der LAPLACE-Transformation unter den genannten Voraussetzungen folgende Gestalt an:

$$\dots T_2^2 p^2 X_a(p) + T_1 p X_a(p) + X_a(p) = K X_e(p) + K_{D1} p X_e(p) + \dots + \frac{K_{I1}}{p} X_e(p) + \dots \quad (2.3)$$

Man kann auf den Seiten der Differentialgleichung $X_a(p)$ bzw. $X_e(p)$ ausklammern und das Verhältnis von transformierter Ausgangsgröße zu transformierter Eingangsgröße bilden. Diesen Quotienten nennt man die **Übertragungsfunktion $G(p)$** des betreffenden Übertragungsgliedes bei verschwindenden Anfangswerten.

$$G(p) = \frac{X_a(p)}{X_e(p)} = \frac{\text{LAPLACE-transformiertes Ausgangssignal}}{\text{LAPLACE-transformiertes Eingangssignal}} \quad (2.4)$$

Aus der Gleichung 2.3 ergibt sich die Übertragungsfunktion:

$$G(p) = \frac{K + K_{D1} p + \dots + \frac{K_{I1}}{p} + \dots}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2 + \dots} \quad (2.5)$$

Mit Hilfe der Übertragungsfunktion wird die **Berechnung eines Bewegungsvorganges** folgendermaßen vorgenommen (s. Bild 2.4):

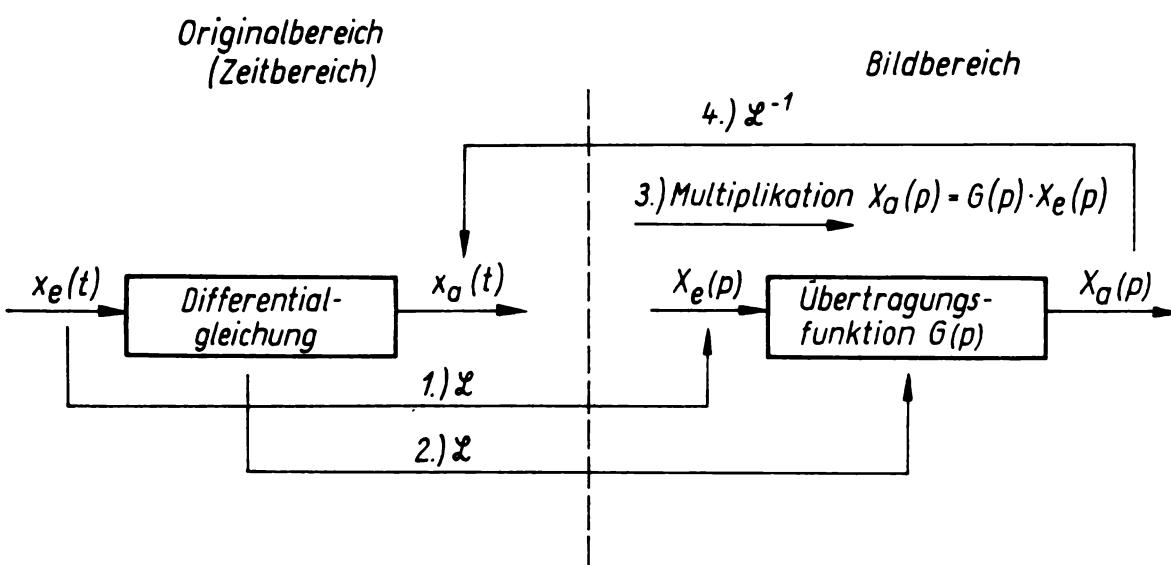


Bild 2.4. Schritte zur Berechnung des Signals der Ausgangsgröße bei gegebenem Signal der Eingangsgröße mit Hilfe der Übertragungsfunktion des Regelkreisgliedes

- Das Eingangssignal $x_e(t)$ wird durch LAPLACE-Transformation in $X_e(p)$ übergeführt.
- Ist die Übertragungsfunktion nicht bereits vorgegeben, so ist die Differentialgleichung durch LAPLACE-Transformation in diese zu überführen.
- Durch Multiplikation der Übertragungsfunktion $G(p)$ mit der LAPLACE-transformierten Eingangsgröße $X_e(p)$ erhält man die Ausgangsgröße im Bildbereich $X_a(p)$:

$$X_a(p) = G(p) X_e(p). \quad (2.6)$$

- Die Bildfunktion des Ausgangssignals $X_a(p)$ wird in den Zeitbereich rücktransformiert. Dazu verwendet man vorwiegend **Korrespondenz-Tafeln** (siehe Tab. A 1).

Für zahlreiche Fragestellungen der Regelungstechnik ist die konkrete Berechnung der Zeitfunktion $x_a(t)$ nicht erforderlich, da schon oft aus der Kenntnis der Struktur der Übertragungsfunktion und der konkreten Parameter auf das Verhalten des Übertragungsgliedes bei bestimmten Einwirkungen geschlossen werden kann.

In Tabelle 2.1 sind typische, häufig vorkommende Signale dargestellt, wobei die Zeitfunktionen analytisch, graphisch und in der transformierten Form nebeneinander gestellt sind. Die transformierten Funktionen können durch Ausführungen der LAPLACE-Transformation (Berechnung eines bestimmten Integrales) direkt gewonnen werden. Eine Anwendung der Tabelle 2.1 erleichtert die Ausführung des oben beschriebenen ersten Arbeitsschrittes $x_e(t) \rightarrow X_e(p)$ für alle aufgeführten Zeitfunktionen.

- B** Im folgenden sollen für eine konkrete Regelstrecke eine der möglichen Übertragungsfunktionen aufgestellt und mit deren Hilfe die Übertragung eines konkreten Eingangssignals berechnet werden. Als Beispiel wird ein chemischer Reaktor gewählt (Bild 2.5). In diesem Reaktor reagieren zwei Stoffe A und B zu einem Stoff C. Die Reaktion verläuft exotherm, also unter Wärmeabgabe. Von besonderem Interesse ist die Reaktortemperatur, weil

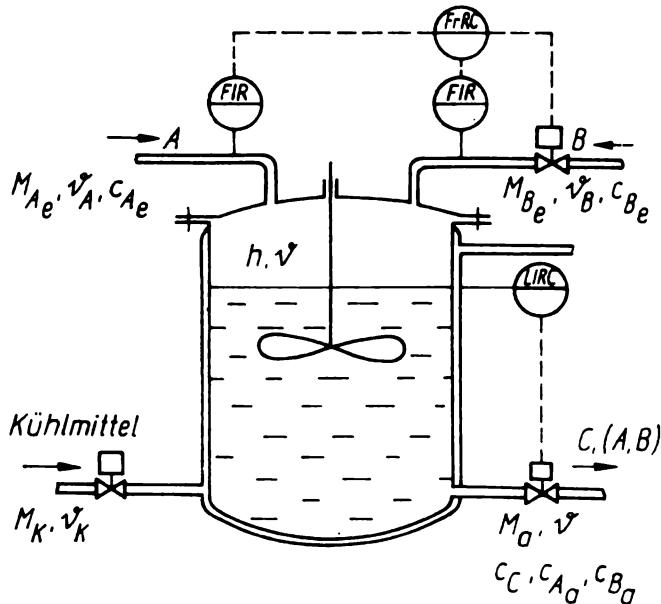
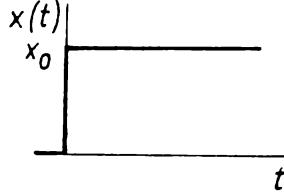
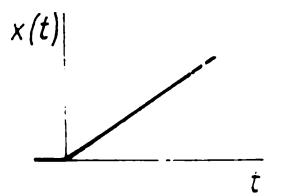
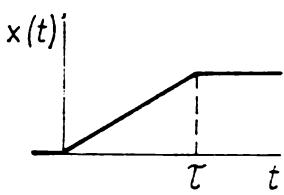
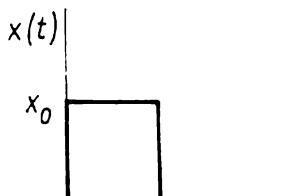
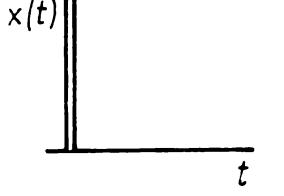
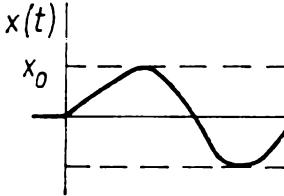
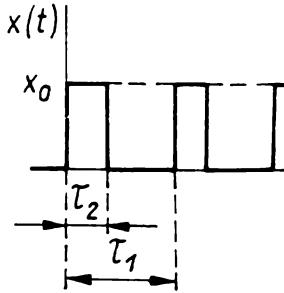


Bild 2.5. Technologisches Schema des Rührkesselreaktors mit Regelung des Füllstandes und Regelung des Verhältnisses der zufließenden Masseströme der Reaktanden

- sie den Umsatz der Reaktanden zum gewünschten Stoff C bestimmt
- aus Gründen der Wärmefestigkeit des Reaktormaterials, also aus Sicherheitsgründen, die Reaktortemperatur einen bestimmten oberen Wert nicht überschreiten darf.

Tabelle 2.1. Zeit- und Bildfunktionen einiger typischer Signale

Signal	Zeitfunktion		Bildfunktion
	analytisch	graphisch	
Sprungfunktion	$x(t) = 0 \quad \text{für } t < 0$ $x(t) = x_0 \quad \text{für } t \geq 0$		$X(p) = \frac{x_0}{p}$
Anstiegsfunktion	$x(t) = 0 \quad \text{für } t < 0$ $x(t) = a t \quad \text{für } t \geq 0$		$X(p) = \frac{a}{p^2}$
Rampenfunktion	$x(t) = 0 \quad \text{für } t < 0$ $x(t) = a t \quad \text{für } 0 \leq t < \tau$ $x(t) = a \tau \quad \text{für } t \geq \tau$		$X(p) = \frac{a}{p^2} (1 - e^{-p \tau})$
Impulsfunktion	$x(t) = 0 \quad \text{für } t < 0 \text{ und } t \geq \tau$ $x(t) = x_0 \quad \text{für } 0 \leq t < \tau$		$X(p) = \frac{x_0}{p} (1 - e^{-p \tau})$
Nadelimpulsfunktion (idealer Impuls)	$x(t) = 0 \quad \text{für } t < 0 \text{ und } t \geq \tau$ $x(t) \neq 0 \quad \text{für } 0 \leq t < \tau \text{ mit}$ $\lim_{\tau \rightarrow 0} \int_0^\tau x(t) dt = x_0$		$X(p) = x_0$
Sinusfunktion	$x(t) = 0 \quad \text{für } t < 0$ $x(t) = x_0 \sin \omega t \quad \text{für } t \geq 0$		$X(p) = \frac{x_0}{\omega} \frac{1}{1 + \frac{p^2}{\omega^2}}$
Impulsfolgefunktion	$x(t) = 0 \quad \text{für } t < 0 \text{ und } (n \tau_1 + \tau_2) < t \leq (n + 1) \tau_1$ $x(t) = x_0 \quad \text{für } n \tau_1 \leq t < (n \tau_1 + \tau_2)$ $n = 0, 1, 2, \dots$		$X(p) = \frac{x_0}{p} \cdot \frac{1 - e^{-p \tau_2}}{1 - e^{-p \tau_1}}$

Daraus leitet sich die Forderung ab, daß die Reaktortemperatur zu stabilisieren ist (Prozeßstabilisierung), d. h., daß die durch Störungen bewirkten Schwankungen der Reaktortemperatur innerhalb der vorgegebenen Toleranzgrenzen, die um den optimalen Sollwert der Reaktortemperatur liegen, bleiben sollen. Einfluß auf die Temperatur im Reaktor haben alle Eingangsgrößen:

- die Masseströme M_{Ae} und M_{Be} der Reaktanden
- die Temperaturen ϑ_A und ϑ_B der Reaktanden
- die Konzentrationen c_{Ae} und c_{Be} der Reaktanden
- der Massestrom M_K des Kühlmediums
- die Temperatur ϑ_K des Kühlmediums.

Für diesen Reaktor kann ein mathematisches Modell aufgestellt werden, das die funktionelle Abhängigkeit der Reaktortemperatur von den genannten acht Eingangsgrößen beschreibt.

Hier soll allerdings nur eine der acht möglichen Abhängigkeiten behandelt werden, und zwar die Abhängigkeit der Änderung der Reaktortemperatur $\Delta\vartheta$ von einer Änderung des Gesamtmassestromes ΔM_e der Reaktanden in der Umgebung eines vorgegebenen Arbeitspunktes, der durch konstante Werte aller Variablen gekennzeichnet ist. Die Modellierung ergab dafür in einem konkreten Fall:

$$T_2^2 \Delta \ddot{\vartheta} + T_1 \Delta \dot{\vartheta} + \Delta \vartheta = K \Delta M_e + K_D \Delta \dot{M}_e. \quad (2.7)$$

Dabei wurde vorausgesetzt, daß

- der Massestrom $M_e = M_{Ae} + M_{Be}$ auf Grund der Wirkung einer Verhältnisregelung immer die Masseströme der Reaktanden in einem durch die Stöchiometrie der Reaktion vorgegebenen konstanten Verhältnis ($M_{Ae}/M_{Be} = \text{konst.}$) enthält
- durch die Wirkung einer Füllstandsregelung ein konstantes Reaktionsvolumen im Reaktor eingehalten wird.

Die Koeffizienten der Differentialgleichung sind durch die festgelegten Werte der Variablen im Arbeitspunkt und durch die weiteren physikalisch-technischen Parameter (Kühlfläche, Wärmeübergangskoeffizient an der Kühlfläche, Reaktionsgeschwindigkeitskonstante, . . .) bestimmt. Sie betragen im vorliegenden Beispiel:

$$T_2^2 = 98,5 \cdot 10^6 \text{ s}^2 \quad (\approx 7,6 \text{ h}^2)$$

$$T_1 = 23 \cdot 10^3 \text{ s} \quad (\approx 6,4 \text{ h})$$

$$K = 346 \frac{\text{K}}{\text{g s}^{-1}} \quad \left(\approx 96 \frac{\text{K}}{\text{kg h}^{-1}} \right)$$

$$K_D = -713 \cdot 10^3 \frac{\text{K s}}{\text{g s}^{-1}} \quad \left(\approx -55 \frac{\text{K h}}{\text{kg h}^{-1}} \right).$$

Die genaue Kenntnis der genannten funktionellen Abhängigkeit kann vom Standpunkt der Regelung der Reaktortemperatur aus zwei Gründen von Interesse sein:

- Der Massestrom M_{Ae} kann Schwankungen unterliegen, die sich aus der Arbeitsweise einer vorgeschalteten Verfahrensstufe ergeben. Es darf aus bestimmten Gründen in den Massestrom M_{Ae} nicht eingegriffen werden, da der Stoff A abgenommen und dem Reaktor zugeführt werden muß. In diesem Falle sind diese Änderungen als Störgrößen aufzufassen, die ihrerseits den Reaktionsablauf und damit auch die Reaktortemperatur beeinflussen.

- Es besteht unter Umständen die Möglichkeit, durch Verstellen des Massestromes M_{Ae} anderen Störeinflüssen entgegenzuwirken. Das ist dann möglich, wenn in die Zufuhr des Stoffes A eingegriffen werden darf oder wenn der Stoff A nach Wunsch von einem Tanklager abgezogen werden kann. In diesem Falle wird das Stellen (bei einer eventuellen Regelung der Reaktortemperatur) auch über den Massestrom M_{Ae} vorgenommen werden können. Das wäre, wenn dieser Eingriff wirksam genug ist, eine Eingriffsmöglichkeit für einen auszulegenden Regelkreis. Die Differentialgleichung (Gl. 2.7) kennzeichnete dann das Stellverhalten der Regelstrecke.

Die Differentialgleichung (Gl. 2.7) beschreibt das statische und das dynamische Verhalten dieser Regelstrecke und kennzeichnet:

- durch den homogenen Teil der Differentialgleichung (linke Seite von Gl. 2.7) ein Verzögerungsverhalten 2. Ordnung (T_2)
- durch den inhomogenen Teil der Differentialgleichung (rechte Seite von Gl. 2.7) eine proportionale (P) und differenzierende (D) Einwirkung des Eingangssignals auf das Ausgangssignal.

Daher bezeichnet man ein solches Übertragungsglied kurz auch als PDT_2 -Glied, was im Abschnitt 4. bei der Beschreibung und systematischen Klassifizierung von Übertragungsgliedern noch ausführlich behandelt wird.

Durch Anwendung der LAPLACE-Transformation auf alle Terme der Differentialgleichung (Gl. 2.7) ergibt sich:

$$T_2^2 \Delta\vartheta(p) p^2 - \underline{T_2^2 \Delta\vartheta(0+)} p - \underline{T_2^2 \dot{\Delta\vartheta}(0+)} + T_1 \Delta\vartheta(p) p - \underline{T_1 \Delta\vartheta(0+)} + \underline{+ \Delta\vartheta(p)} = K \Delta M_e(p) + K_D \Delta M_e(p) p - \underline{K_D \Delta M_e(0+)} \quad (2.8)$$

Da unter der Voraussetzung verschwindender Anfangswerte das aus den unterstrichenen Termen bestehende Polynom in p verschwindet, erhält man die Differentialgleichung

$$T_2^2 \Delta\vartheta(p) p^2 + T_1 \Delta\vartheta(p) p + \Delta\vartheta(p) = K \Delta M_e(p) + K_D \Delta M_e(p) p \quad (2.9)$$

und daraus die Übertragungsfunktion

$$G(p) = \frac{\Delta\vartheta(p)}{\Delta M_e(p)} = \frac{K + K_D p}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2} \quad (2.10)$$

Beispielhaft soll untersucht werden, wie sich eine plötzliche Änderung des Massestromes vom Betrag $(\Delta M_e)_0$ auf die Reaktortemperatur auswirkt. Das Eingangssignal kann dabei mit guter Berechtigung als Sprungsignal vorgegeben werden, das im Bildbereich durch die Funktion $\frac{(\Delta M_e)_0}{p}$ beschrieben wird (s. Tab. 2.1).

Damit ergibt sich für das Signal der Reaktortemperatur im Bildbereich:

$$\Delta\vartheta(p) = G(p) \Delta M_e(p) = \frac{K + K_D p}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2} \cdot \frac{(\Delta M_e)_0}{p} \quad (2.11)$$

Mit den vorgegebenen Werten der Zeitkonstanten T_1 und T_2^2 lässt sich der quadratische Ausdruck des Nenners von Gleichung (2.11) in ein einfaches Produkt zerlegen.

$$1 + T_1 p + T_2^2 p^2 = (1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) \quad (2.12)$$

mit $\tau_1 = 17,3 \cdot 10^3$ s ($\approx 4,8$ h) und $\tau_2 = 5,7 \cdot 10^3$ s ($\approx 1,6$ h).

Damit ist es möglich, die Bildfunktion des Temperatursignals in folgende zwei Summanden zu zerlegen:

$$\Delta\vartheta(p) = \frac{K(\Delta M_e)_o}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} + \frac{K_D (\Delta M_e)_o}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}. \quad (2.13)$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich mit Hilfe der Korrespondenzen 5 und 15 der Tabelle A 1 ergibt dann das Temperatursignal

$$\begin{aligned} \Delta\vartheta(t) &= K \left[1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] (\Delta M_e)_o + \\ &+ K_D \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} \left[e^{-\frac{t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] (\Delta M_e)_o \\ &= \left[K - \frac{K \tau_1 - K_D}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{K \tau_2 - K_D}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] (\Delta M_e)_o \end{aligned} \quad (2.14)$$

und unter Verwendung der konkreten Zahlenwerte

$$\Delta\vartheta(t) = 346 \frac{K}{\text{g s}^{-1}} \left(1 - 1,67 e^{-\frac{t}{17,3 \cdot 10^3 \text{s}}} + 0,67 e^{-\frac{t}{5,7 \cdot 10^3 \text{s}}} \right) (\Delta M_e)_o. \quad (2.15)$$

Das so berechnete Signal der Temperatur ist für einen Sprung des Massestroms um $(\Delta M_e)_o = 0,14 \frac{\text{g}}{\text{s}} \left(\approx 0,5 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \right)$ im Bild 2.6 dargestellt.

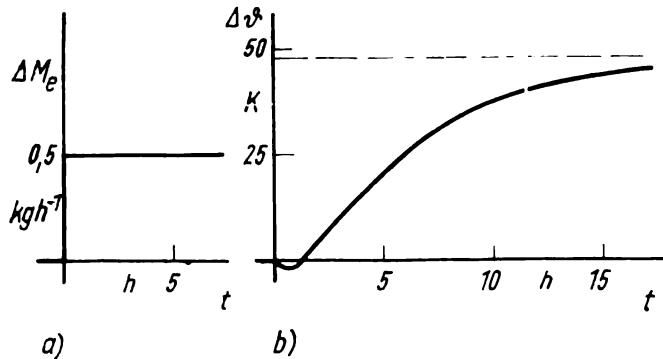


Bild 2.6. Verhalten der Reaktortemperatur bei sprungförmiger Änderung des zufließenden Gesamtmassestromes

- a) Signal der Eingangsgröße
- b) Signal der Ausgangsgröße

Es lässt erkennen, daß sich mit erhöhtem Massenzufluß auch eine erhöhte Reaktortemperatur einstellt. Zunächst überwiegt aber nach erfolgter Störung eine Temperaturerniedrigung, die sich durch die Vermischung des (wärmeren) Reaktorinhaltes mit den (kälteren) Eingangsstoffen ergibt. Erst nach und nach setzt entsprechend der Geschwindigkeit des Reaktionsablaufes die Erhöhung der Temperatur ein. Sie ist bedingt durch die größere Anzahl von molekularen Einzelreaktionen, da nach erfolgter Störung im Reaktor eine größere Anzahl von Molekülen der Reaktionspartner pro Zeiteinheit für die Reaktion zur Verfügung steht.

Das Beispiel ist geeignet, noch auf die Bedeutung des dynamischen Verhaltens der Objekte bei der Auswahl von Stellgrößen hinzuweisen. Während der statische Zusammenhang zwischen der Reaktortemperatur und dem Eingangsmassestrom es im Prinzip gestattet, diesen als Stellgröße zu verwenden, weist das dynamische Verhalten, das durch eine vorübergehend gegenläufige Reaktion im Übergangsprozeß gekennzeichnet ist, darauf hin, den Eingangsmassestrom möglichst nicht als Stellgröße bei einer Regelung auszuwählen. Überlegungen zur Dynamik sind also unumgänglich beim Entwurf von Regelungssystemen.

2.3. Übertragungsfunktionen des Regelkreises

Die Grundstruktur des einfachen Regelkreises wurde bereits im Abschnitt 2.1. erläutert und im Bild 2.1 dargestellt. Dieses Strukturbild läßt sich unter Verwendung der Erkenntnisse des Abschnittes 2.2. in ein Signalflußbild im Bildbereich (Bild 2.7) überführen. Dabei werden die Übertragungsblöcke R und S im Bild 2.1 jetzt im Bild 2.7 durch die **Übertragungsfunktion der Regelstrecke $G_S(p)$** und die **Übertragungsfunktion des Reglers $G_R(p)$** näher gekennzeichnet.

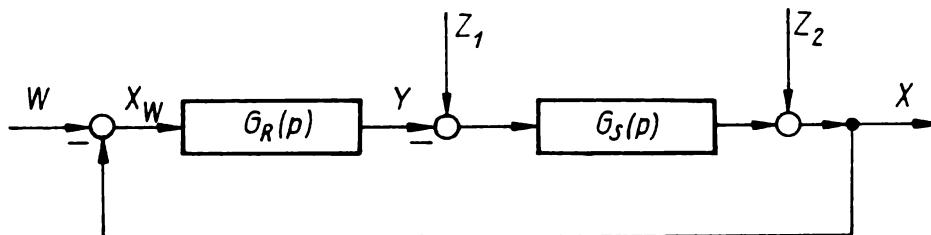


Bild 2.7. Signalflußbild des einfachen Regelkreises

Für den Regelkreis gelten demnach die Beziehungen:

$$X = G_S(Z_1 - Y) + Z_2 \text{ und } Y = G_R(X - W). \quad (2.16)$$

Durch Elimination der (abhängigen) Stellgröße Y ergibt sich

$$X = G_S Z_1 + Z_2 - G_S G_R(X - W) \quad (2.17)$$

und durch Umstellung nach der Regelgröße

$$X = \frac{G_S}{1 + G_S G_R} Z_1 + \frac{1}{1 + G_S G_R} Z_2 + \frac{G_S G_R}{1 + G_S G_R} W, \quad (2.18)$$

beziehungsweise in abgekürzter Schreibweise

$$X = G_{Z1} \cdot Z_1 + G_{Z2} \cdot Z_2 + G_W \cdot W. \quad (2.19)$$

Je nachdem, ob man nur die Wirkung einer Störgröße (also die andere Störgröße und die Führungsgröße sind null) oder nur die Wirkung der Führungsgröße (also die Störgrößen sind beide null) auf die Regelgröße betrachtet, spricht man vom **Störverhalten** oder vom **Führungsverhalten des Regelkreises**.

Die zugehörigen Übertragungsfunktionen lauten:

Übertragungsfunktionen für Störverhalten

$$G_{Z1} = \frac{X}{Z_1} = \frac{G_S}{1 + G_S G_R} \quad \text{und} \quad G_{Z2} = \frac{X}{Z_2} = \frac{1}{1 + G_S G_R} \quad (2.20)$$

Übertragungsfunktion für Führungsverhalten

$$G_W = \frac{X}{W} = \frac{G_S G_R}{1 + G_S G_R} \quad (2.21)$$

Unter Verwendung der Übertragungsfunktionen für Stör- und Führungsverhalten läßt sich der Regelkreis auch in einer einfachen gleichwertigen Struktur (Bild 2.8a) darstellen. Untersucht man nur den Einfluß einer Eingangsgröße, dann kann man den Regelkreis auch wie ein Regelkreisglied betrachten. Für das Störverhalten ergibt sich beispielsweise die im Bild 2.8b) dargestellte Struktur.

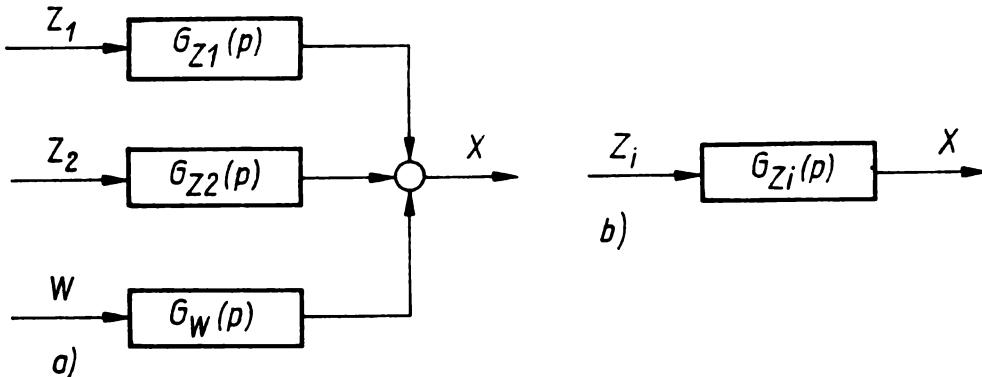


Bild 2.8. Funktionell gleichwertige Signalfußbilder des einfachen Regelkreises von Bild 2.7

a) für Stör- und Führungsverhalten b) für Störverhalten

Für den Fall, daß alle von außen angreifenden Größen (Z_i und W) null sind, untersucht man die Eigenbewegung des Regelkreises, das heißt die Bewegung des irgendwie und irgendwann angestoßenen Regelkreises ohne weitere Einwirkung. Man spricht in diesem Falle vom **Eigenverhalten des Regelkreises**, das mit der Stabilität eines Regelkreises im Zusammenhang steht (s. Abschn. 7.).

Die im Bild 2.7 dargestellte Regelkreisstruktur ist für die Belange der grundsätzlichen Darlegungen in diesem Lehrbuch abstrahiert, vor allem bezüglich der konkreten Struktur der Regelstrecke.

Normalerweise kann man nämlich erwarten, daß die Regelgröße einer Regelstrecke von einer Reihe Eingangsgrößen u_i beeinflußt wird. Die Art der Wirkung dieser **Einflußgrößen** auf die Regelgröße kann sicher verschiedenartig sein und wird sich deshalb auch in verschiedenen Übertragungsfunktionen $G_i(p)$ widerspiegeln.

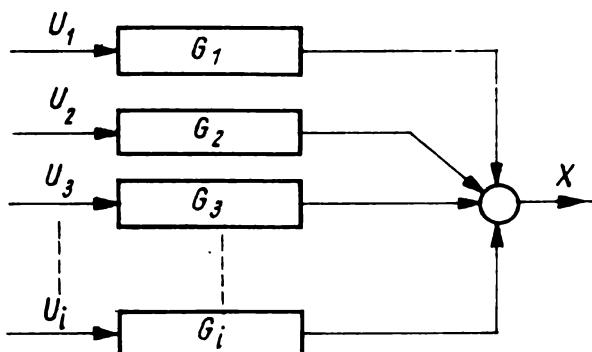


Bild 2.9. Allgemeines Signalfußbild einer linearen Regelstrecke

In linearen Systemen, bei denen eine additive Überlagerung der Wirkungen (Superpositionsprinzip) stattfindet, kann dieser Tatbestand durch die Struktur des Signalfußbildes (Bild 2.9) der Regelstrecke näher charakterisiert werden. Soll diese Regelstrecke Objekt einer Regelung sein, so muß zur aktiven Einflußnahme auf die Regelgröße eine der Einflußgrößen als Stellgröße verwendet werden. Alle übrigen Einflußgrößen sind dann Störgrößen. Bei der mathematischen Darstellung der Wirkungsbeziehungen muß man demzufolge eine Reihe von **Übertragungsfunktionen für Störverhalten G_{Szi} der Regelstrecke** und eine **Übertragungsfunktion für Stellverhalten G_{Sy} der Regelstrecke** bestimmen.

Die Auswahl der Stellgröße wird dabei durch drei Faktoren bedingt:

- Die Änderung dieser Einflußgröße muß technologisch günstig realisiert werden können.
- Der Einfluß auf die Regelgröße muß groß sein, das heißt, geringe Veränderungen der Einflußgröße müssen möglichst große Änderungen der Regelgröße nach sich ziehen.
- Die Einwirkung auf die Regelgröße muß mit ausreichend geringer Verzögerung möglich sein.

Das folgende Beispiel der Temperaturregelung eines gasbeheizten Ofens soll das eben Dargelegte verdeutlichen (s. Bild 2.10).

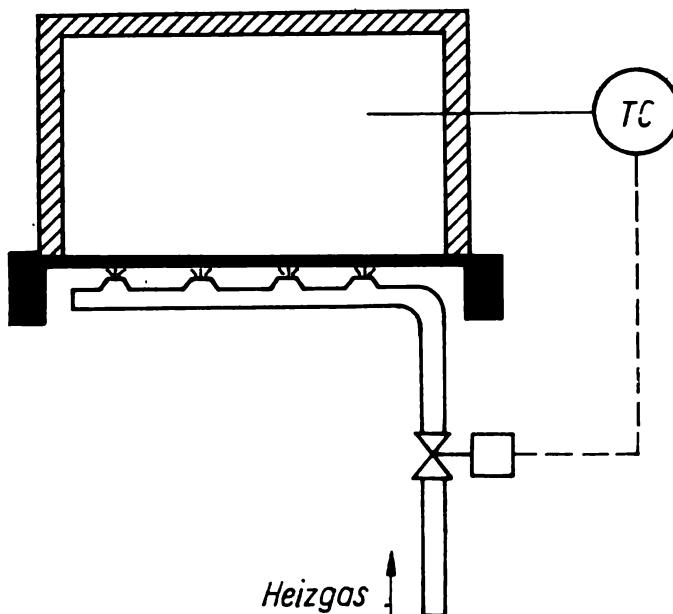


Bild 2.10. Technologisches Schema der Temperaturregelung eines gasbeheizten Ofens

B Die Temperatur im Innern des Ofens hängt von der Energiezufuhr durch Beheizen und der Energieabfuhr durch Wärmeverluste ab. Einfluß auf die Energiezufuhr haben:

- der Massestrom des Heizgases, der durch Leitungsdruck und Leitungswiderstand bestimmt ist; letzterer hängt sicher vom Querschnitt des Stellventils, von der Anzahl der Brenner und von ihrem Zustand (Verschmutzung) ab
- der Heizwert des Gases, der durch die stoffliche Zusammensetzung bestimmt wird.

Aus technologischen Gründen kann man nur den Gasmassestrom aktiv beeinflussen, wobei ein Ventil in der Hauptleitung einfacher zu realisieren ist als vielleicht das wahlweise Ab- und Zuschalten von einzelnen Brennern oder Brennergruppen.

Das Signalflußbild eines einfachen Regelkreises wird auf Grund der Struktur der Regelstrecke (s. Bild 2.9) im allgemeinen so aussehen, wie es im Bild 2.11 dargestellt ist.

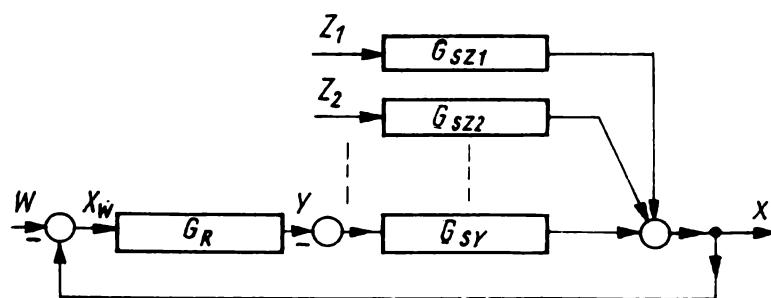


Bild 2.11. Allgemeines Signalflußbild eines einfachen Regelkreises

Da der Charakter der Störsignale und die einzelnen Übertragungsfunktionen für die verschiedenen Störgrößen oft im Stadium des Entwurfes eines Regelkreises nicht oder nicht genau bekannt sind, begnügt man sich damit, auf eine angenommene Struktur wie im Bild 2.7 zurückzugreifen. Die Störgrößen werden also gedanklich zusammengefaßt und auf den Ein- oder Ausgang der Regelstrecke transformiert. Insofern ist es auch möglich, vom **Angriffspunkt der Störgrößen** zu sprechen, der aber nicht geometrisch, sondern funktionell gedeutet werden muß.

Ein Signal der Störgröße Z_1 wird demnach genau so übertragen wie das Stellsignal Y , während ein Signal der Störgröße Z_2 sofort auf die Regelgröße wirkt (s. Bild 2.7). Die Störgröße Z_1 (Angriff der Störgröße am Eingang der Regelstrecke) repräsentiert daher alle die Fälle, bei denen sich die Verzögerungen in der Übertragung von Stellsignal und Störsignal etwa gleichen, während mit Annahme einer Störgröße Z_2 (Angriff der Störgröße am Ausgang der Regelstrecke) alle die Fälle charakterisiert werden, bei denen das Stellsignal mit größerer Verzögerung als das Störsignal übertragen wird.

Da die erreichte Qualität der Regelung im Regelkreis wesentlich von den Elementen im geschlossenen Teil abhängt, ist es vor allem erforderlich, die Stellübertragungsfunktionen G_{SY} zu kennen. Oft wird deshalb die Übertragungseigenschaft der Regelstrecke allein durch die **Stellübertragungsfunktion** beschrieben.

2.4. Aufstellen und Auswerten von Signalflußbildern

In den vorhergehenden Abschnitten wurde deutlich, daß der wirkungsmäßige Zusammenhang von Gliedern und Größen in Systemen sinnvoll in Form von Strukturbildern dargestellt werden kann. Diese Darstellung fördert die Übersicht und erlaubt oft ein besseres Erkennen und Durchdringen der Zusammenhänge und Abhängigkeiten von Größen in Systemen. Sie sind durch die Kybernetik für die verschiedensten Anwendungsfälle verallgemeinert und als Methode zur Untersuchung und Beschreibung von Systemen allgemein üblich geworden. Man verwendet diese Methode zur Darstellung von Anlagen und Prozessen als Fließbilder, technologische Schemata, Blockschaltbilder u. a., wenn das wirkungsmäßige Zusammenspiel von Bauelementen, Baueinheiten, Geräten, Einrichtungen, Maschinen, Apparaten, Grundausführungen, Teilanlagen und Anlagen übersichtlich wiedergegeben werden soll.

Im Blickfeld unserer Betrachtungen stehen aber Strukturbilder, die es gestatten, den funktionellen Zusammenhang von Ein- und Ausgangsgrößen eines Systems zu beschreiben und zu berechnen. Deshalb sind für die Belange der Regelungstechnik nicht die Apparate, Geräte oder physikalisch-technischen Prozesse, sondern ihre mathematischen Modelle bezüglich der Verknüpfung der jeweiligen Ein- und Ausgangsgrößen von Bedeutung. Diese Strukturbilder nennt man **Signalflußbilder** Signalflußdiagramme, Signalflußgraphen oder Signalflußpläne. Signalflußbilder werden in unterschiedlicher Weise und mit unterschiedlichem Erfolg gehandhabt, je nachdem, ob man die jeweiligen Größen und ihre funktionellen Verknüpfungen im Originalbereich (Zeitbereich) oder im Bildbereich (p -Bereich) darstellen kann.

Im folgenden soll die in der Regelungstechnik gebräuchliche Art der Beschreibung am Beispiel einer häufig vorkommenden Regelstrecke der Verfahrenstechnik abgeleitet und dargestellt werden.

B Gewählt wird dafür ein Speicherbehälter für eine Flüssigkeit (s. Bild 2.12), dessen Füllstandsänderung oder -konstanz verschiedene Funktionen innerhalb einer technologischen Anlage erfüllen kann, auf die im Abschnitt 3.2. eingegangen wird. An dieser Stelle soll davon ausgegangen werden, daß in einem konkreten Fall der Füllstand innerhalb bestimmter Toleranzen konstant gehalten werden soll, wobei

- der zufließende, stark schwankende Massestrom aus einer vorgeschalteten Prozeßeinheit abgenommen werden muß und nicht beeinflußt werden kann und deshalb
- ein Stelleingriff in den Prozeß nur über ein Stellventil im Abfluß erfolgen darf.

Diese Regelstrecke ist durch zwei Ein- und zwei Ausgangsgrößen charakterisiert. Eingangsgrößen sind:

- der zufließende Massestrom M_e (als Störgröße)

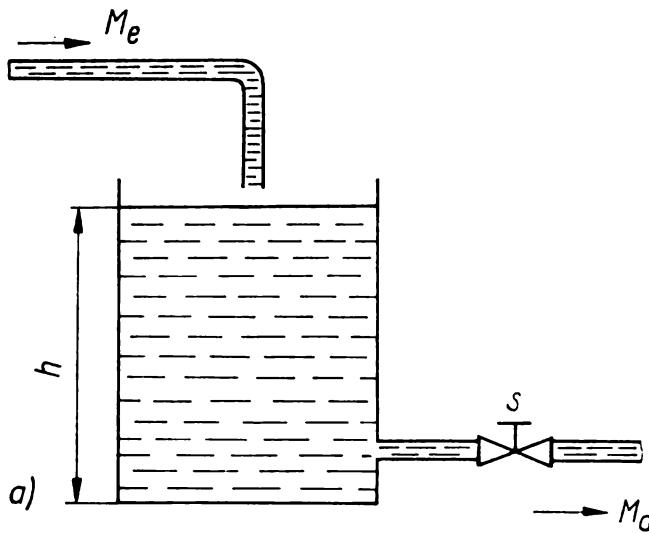
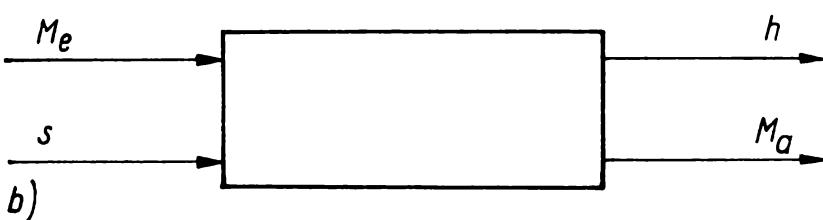


Bild 2.12. Regelstrecke einer Füllstandsregelung
 a) Technologisches Schema
 b) Signalflußbild



- die Ventilstellung s , die den wirksamen Querschnitt der Ausflußleitung verändert (als Stellgröße).

Ausgangsgrößen sind:

- der Flüssigkeitsstand h (als mögliche Regelgröße)
- der abfließende Massestrom M_a .

Das im Bild 2.12b) angegebene Signalflußbild im Originalbereich kennzeichnet rein qualitativ die Regelstrecke, wobei allerdings nur dargestellt wird, welche Größen voneinander abhängen, aber nicht wie sie voneinander abhängen.

Bei genauerer Betrachtung der Ursache-Wirkungs-Beziehungen kann man dieses Signalflußbild qualitativ noch verfeinern. Ändert sich der Eingangsmassestrom, so ändert sich primär der Füllstand und damit der hydrostatische Bodendruck. Sekundär ändert sich deshalb der ausfließende Massestrom und folglich auch wieder der Füllstand. Erfolgt eine Änderung der Ventilstellung, so wird direkt der Ausgangsmassestrom und damit der Füllstand geändert. Das Bild 2.13 gibt diesen Zusammenhang wieder. Mehr kann allerdings auf qualitativem Wege nicht abgeleitet werden. Es ist aber schon von Bedeutung, daß man die gegenseitigen Abhängigkeiten, hier insbesondere das Auftreten einer Rückkopplung in der Regelstrecke, von vornherein erkennen und im Signalflußbild deutlich machen kann.

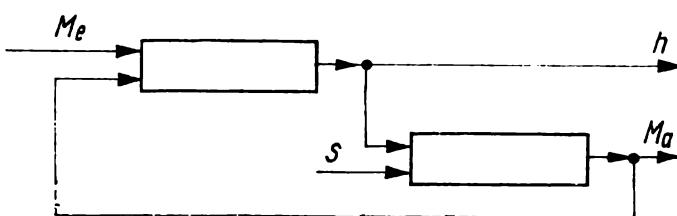


Bild 2.13. Signalflußbild der Regelstrecke mit Angabe der inneren Struktur

Ziel der weiteren Aufbereitung des Signalflußbildes ist es, den eigentlichen funktionellen Zusammenhang zwischen allen Ein- und Ausgangsgrößen darzustellen. Dazu ist aber eine quantitative Betrachtung erforderlich. Um zur quantitativen

Beschreibung zu gelangen, ist die Aufstellung mathematischer Modelle für die genannten Zusammenhänge unumgänglich. Dazu dienen die folgenden Betrachtungen.

1. Nach dem Satz von der Erhaltung der Masse ist die zeitliche Änderung der im Behälter gespeicherten Masse gleich der Differenz der zu- und abfließenden Masseströme:

$$\frac{dm}{dt} = M_e - M_a. \quad (2.22)$$

2. Ist der Behälter von zylindrischer Form mit der Grundfläche A , so ergibt sich für den Zusammenhang von Füllstand h und gespeicherter Masse m :

$$m = A \varrho h. \quad (2.23)$$

3. Bei konstanter Dichte ϱ der Flüssigkeit ergibt sich die zeitliche Änderung des Füllstandes aus den Gleichungen (2.22) und (2.23):

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A\varrho} (M_e - M_a). \quad (2.24)$$

4. Der frei ausfließende Massestrom hängt nach dem Ausflußgesetz von TORRICELLI vom Füllstand ab:

$$M_a = \alpha q \varrho \sqrt{2 gh} \quad (2.25)$$

α = Reibungskoeffizient

q = Ventilquerschnitt.

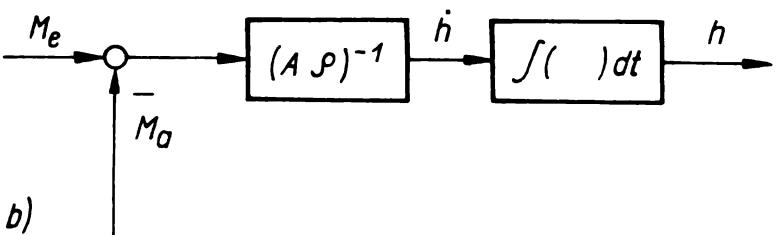
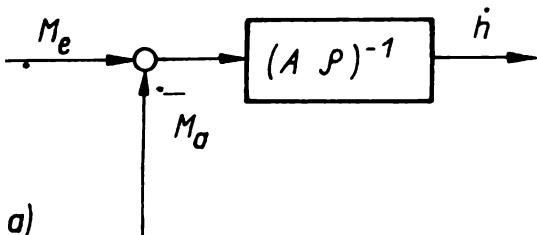
5. Der Ventilquerschnitt q ist eine Funktion der Ventilstellung s , die hier vereinfachend linear vorgegeben wird:

$$q = c s. \quad (2.26)$$

Aus den linearen Gleichungen (2.24) und (2.26) und der nichtlinearen Gleichung (2.25) (nichtlineare Operation \sqrt{h} , Multiplikation der Signale q und \sqrt{h}) läßt sich das Signalflußbild herleiten. Man beginnt mit einer der Gleichungen, die eine Eingangsgröße enthält, und versucht, das Signalflußbild entsprechend den in den drei Gleichungen enthaltenen Operationen und Signalverknüpfungen sukzessive bis zu den Ausgangsgrößen zu entwickeln. Beginnt man mit der Gleichung (2.24), dann ist die Differenz von M_e und M_a zu bilden und diese mit $(A\varrho)^{-1}$ zu multiplizieren, um \dot{h} zu erhalten (s. Bild 2.14a). Der Übergang von \dot{h} zu h erfolgt durch Integration (s. Bild 2.14b). Führt man diesen Übergang zur graphischen Darstellung für die beiden weiteren Gleichungen durch, so erhält man schließlich das vollständige Signalflußbild (s. Bild 2.14c), wobei die bereits am Anfang verwendete Größe M_a am Schluß vom Ausgang her herangeführt werden muß.

Für die Darstellung eines Signalflußbildes im Originalbereich werden folgende Elemente benötigt (s. Bild 2.15).

1. **Operationen** werden in Form von Blöcken dargestellt. Im Block wird die Operation angegeben, die auf das am Block ankommende Signal angewendet wird. Man unterscheidet lineare und nichtlineare Operationen (s. Bild 2.15a und b).



c)

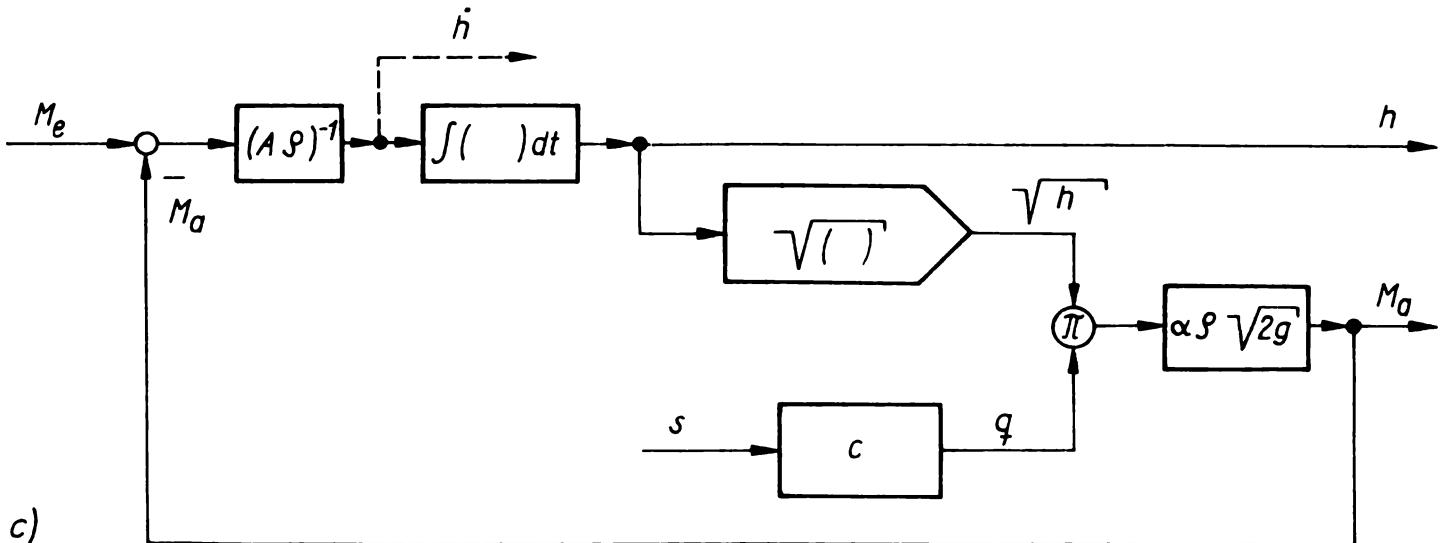


Bild 2.14. Entwicklung des Signalflußbildes der Regelstrecke

- a) Ergebnis des Anfangsschrittes
- b) Ergebnis eines Zwischenschrittes
- c) Endergebnis

2. **Signalverknüpfungen** werden in Form von Kreisen dargestellt. In einen Kreis münden die zu verknüpfenden Signale ein und das im Ergebnis der Verknüpfung gebildete Signal geht davon aus. Vorzeichen an Additionsstellen werden immer rechts von den Pfeilen der jeweiligen Signale angegeben (s. Bild 2.15c), jedoch die positiven Vorzeichen meist weggelassen. Man unterscheidet ebenfalls lineare und nichtlineare Verknüpfungen, wobei eine nichtlineare Verknüpfungsvorschrift symbolisch im Kreis dargestellt wird (s. Bild 2.15d, e).

3. **Signalverzweigungen** werden gekennzeichnet durch stark ausgezogene Punkte in den Schnittpunkten der Linien, die Verzweigungen bilden. Eine Signalverzweigung gibt an, daß ein Signal in mehrere Richtungen fließt (s. Bild 2.15f). Dabei ist zu beachten, daß das Signal nicht etwa wertmäßig aufgeteilt wird wie das beim Strom im Knoten eines elektrischen Netzwerkes der Fall ist.

Bei der Entwicklung von Signalflußbildern wird man
Eingangsgrößen auf der linken Seite eintreten und die
Seite austreten zu lassen. Das ist nicht immer nötig,
komplexe Zusammenhänge darzustellen sind.

Es ist ein Vorteil des Signalflußbildes, daß man ihm jede Ausgangsgröße entnehmen kann, nämlich alle die, die nach einer Operation oder einer Verknüpfung vorhanden sind. So kann man durch Einführen einer Verzweigungsstelle, die ja am Signalflußbild nichts ändert, im vorhergehenden Beispiel auch die Geschwindigkeit der Füllstandsänderung entnehmen (gestrichelter Ausgang im Bild 2.14c).

Wir bemühen, die Eingangsgrößen auf der rechten Seite einzutragen, während wenn sehr

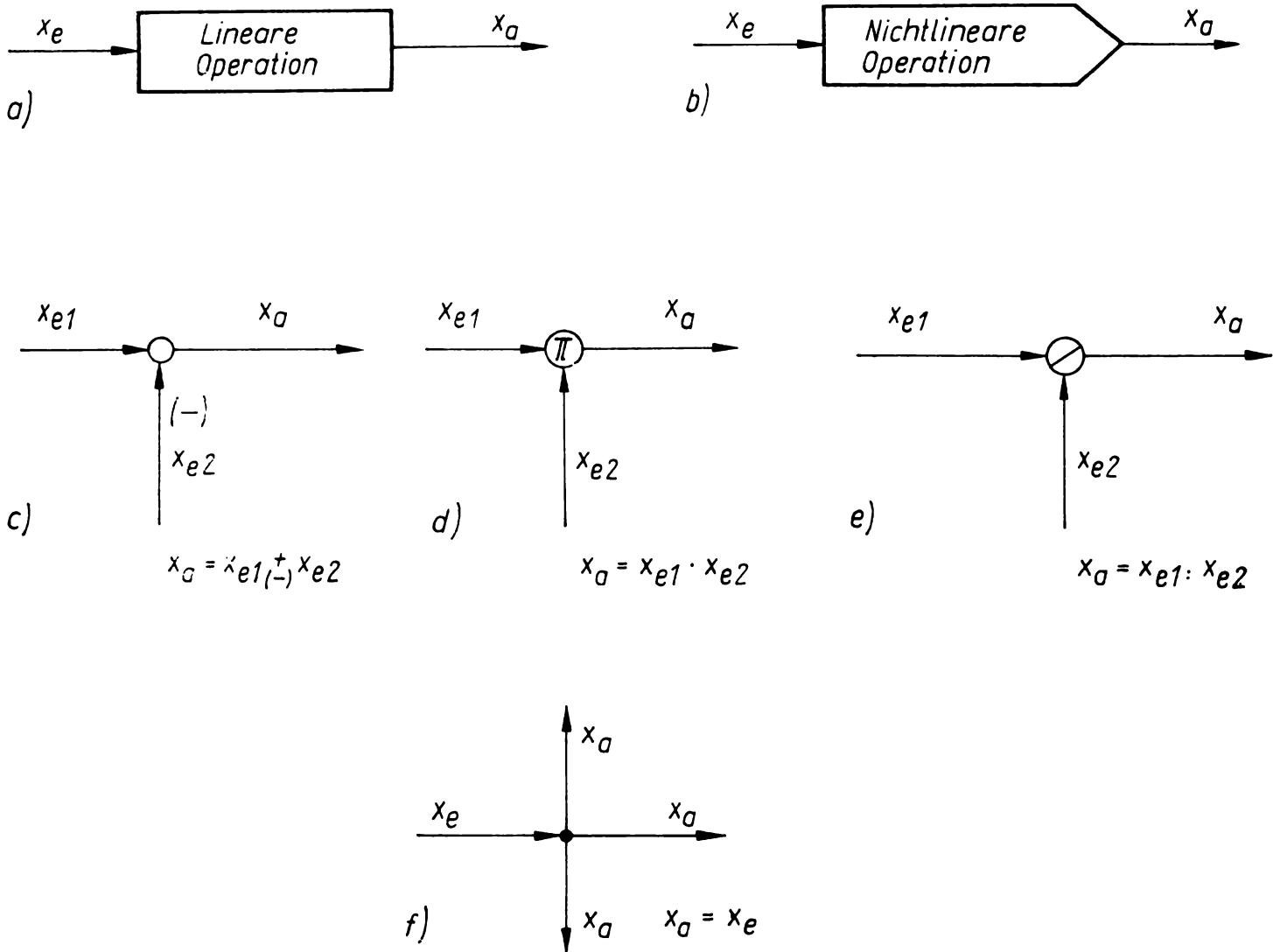


Bild 2.15. Elemente des Signalflußbildes

- a) Lineare Operation
- b) Nichtlineare Operation
- c) Additionsstelle (lineare Signalverknüpfung)
- d) Multiplikationsstelle (nichtlineare Signalverknüpfung)
- e) Divisionsstelle (nichtlineare Signalverknüpfung)
- f) Verzweigungsstelle

Für den eigentlichen Verwendungszweck des Signalflußbildes kommt es darauf an, es in eine solche Form zu überführen, die es gestattet, den Zusammenhang zwischen zwei Größen direkt abzulesen. Diese Auswertung ist mit nennenswertem Vorteil für Signalflußbilder im Bildbereich möglich. Die ein lineares System beschreibenden Gleichungen, die durch lineare Operationen und lineare Signalverknüpfungen charakterisiert sind, können immer in den Bildbereich transformiert und demzufolge ein Signalflußbild im Bildbereich dargestellt werden. Ein lineares System kommt in der Praxis selten vor. In sehr vielen Fällen ist aber bei einem nichtlinearen System eine Linearisierung möglich; das gilt häufig für ein geregeltes nichtlineares System, bei dem weite Regelung größere Abweichungen vom festgelegten Arbeitspunkt nicht vorkommen. Eine Linearisierung kann aber auch aus Gründen einer praktikablen Berechnung des Systemverhaltens erforderlich werden. In allen Fällen, in denen eine solche Vereinfachung möglich und zulässig ist, verfährt man in folgender Weise:

Die Ausgangsgleichungen werden in der Umgebung eines vorgegebenen stationären Arbeitspunktes linearisiert und mit Hilfe der LAPLACE-Transformation in den Bildbereich transformiert.

B Im vorliegenden Beispiel ist der Arbeitspunkt durch den mit der Auslegung des Systems festgelegten mittleren Wert des Eingangsmassenstromes M_{eo} und durch den geforderten Wert des Füllstandes h_o bestimmt. Wegen der geforderten Stationarität ist $\dot{h} = 0$ und damit $M_{ao} = M_{eo}$. Daraus ergibt sich der zugeordnete Wert q_o des Ventilquerschnittes (entsprechend Gleichung 2.25) bzw. der Ventilstellung s_o .

Die Gleichungen (2.24) und (2.26) sind bereits linear und werden lediglich in der Form von Änderungen um den Arbeitspunkt (Differenzen) dargestellt.

$$\Delta \dot{h} = \frac{1}{A \varrho} (\Delta M_e - \Delta M_a) = \frac{h_o}{m_o} (\Delta M_e - \Delta M_a) \quad (2.27)$$

$$\Delta q = c \Delta s \quad (2.28)$$

Gleichung (2.25) ist nichtlinear. Sie ist in der Umgebung des Arbeitspunktes AP (q_o, h_o, M_{ao}) zu linearisieren. Das bedeutet, das vollständige Differential der Funktion $M_a = f(q, h)$, das ist die Gleichung (2.25), im Arbeitspunkt zu bilden und die Differentiale durch die Differenzen der Variablen zu ersetzen.

$$\Delta M_a = \alpha \varrho \sqrt{2 g h_o} \Delta q + \frac{\alpha \varrho q_o \sqrt{2 g}}{2 \sqrt{h_o}} \Delta h = \frac{M_{ao}}{q_o} \Delta q + \frac{M_{ao}}{2 h_o} \Delta h \quad (2.29)$$

Es lassen sich die Abhängigkeiten der Variablen der Gleichung (2.25) sowohl vor der Linearisierung (s. Bild 2.16a und b) als auch nach der Linearisierung (siehe Bild 2.16c und d) graphisch darstellen.

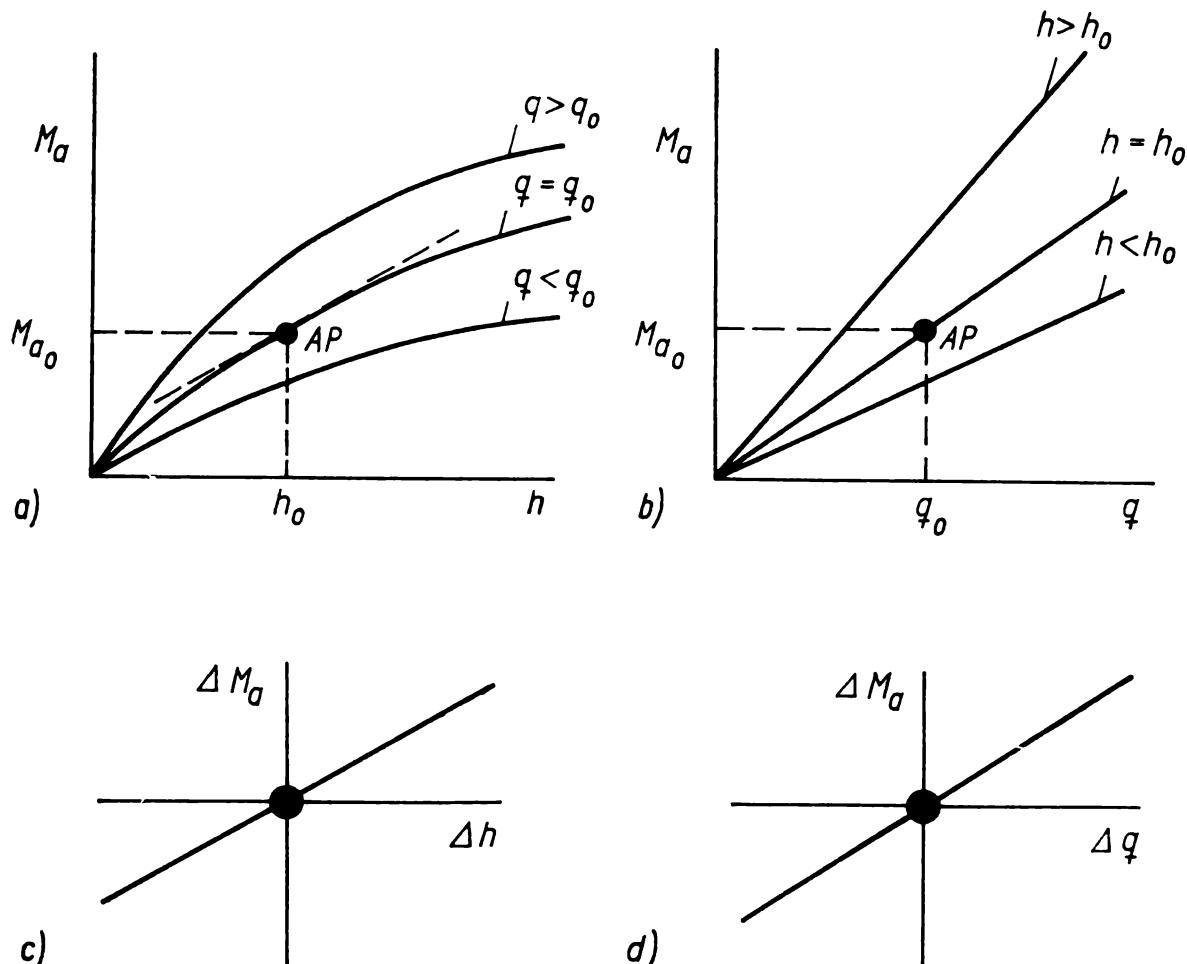


Bild 2.16. Statische Kennlinienscharen für die Abhängigkeit des Ausgangsmassenstromes des Behälters vom Füllstand h und vom Ventilquerschnitt q

- $M_a = f(h)$ mit q als Parameter
- $M_a = f(q)$ mit h als Parameter
- $\Delta M_a = f(\Delta h)$, linearisiert im Arbeitspunkt AP(h_o, q_o, M_{ao})
- $\Delta M_a = f(\Delta q)$, linearisiert im Arbeitspunkt AP(h_o, q_o, M_{ao})

Die LAPLACE-Transformation der Gleichungen (2.27), (2.28) und (2.29) führt dann auf folgende drei Gleichungen:

$$\Delta h(p) = \frac{h_o}{m_o p} [\Delta M_e(p) - \Delta M_a(p)] \quad (2.30)$$

$$\Delta q(p) = c \Delta s(p) \quad (2.31)$$

$$\Delta M_a(p) = \frac{M_{ao}}{q_o} \Delta q(p) + \frac{M_{ao}}{2 h_o} \Delta h(p). \quad (2.32)$$

In dem damit gezeichneten Signalflußbild im Bildbereich (Bild 2.17) stehen in den Blöcken die Übertragungsfunktionen für die jeweils ein- und austretenden Signale und an die Stelle der nichtlinearen Operationen und Verknüpfungen sind jeweils lineare getreten. Diese Form des Signalflußbildes ist in der Regelungstechnik üblich.

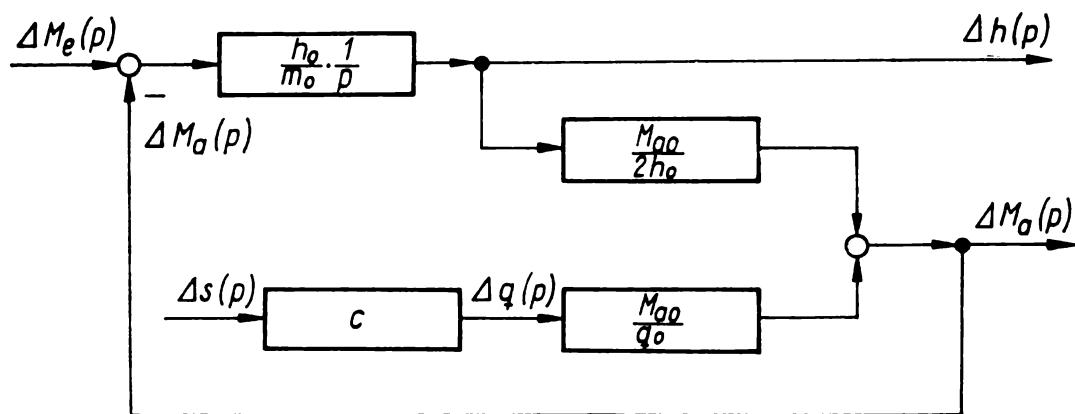


Bild 2.17. Signalflußbild der linearisierten Regelstrecke in ausführlicher Darstellung unter Verwendung von Übertragungsfunktionen

Ein Signalflußbild gestattet nicht nur, die Wirkungsbeziehungen eines Systems graphisch darzustellen und sichtbar zu machen, sondern auch mit ihrer Hilfe die funktionellen Abhängigkeiten zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen des Systems zu bestimmen. Dazu gibt es zwei verschiedene Methoden.

1. Graphische Methode: Auf graphischem Wege wird eine Transformation und anschließende Reduktion des Signalflußbildes vorgenommen. Betrachtet man nur den Zusammenhang zwischen einer Ein- und einer Ausgangsgröße, dann muß die Reduktion so lange fortgesetzt werden, bis am Ende ein einziger Block übrig bleibt, der das gesamte Übertragungsverhalten wiedergibt. Zur Reduktion werden bestimmte Reduktions- und Transformationsregeln [13] verwendet, die eigentlich nichts anderes darstellen als die graphische Widerspiegelung von mathematischen Umformungen, die bei der Lösung von Gleichungssystemen erforderlich sind. Insbesondere versucht man, das Signalflußbild so umzustellen, daß bestimmte Grundschaltungen von Blöcken – wie Reihenschaltung, Parallelschaltung und Rückführschaltung – entstehen, die mit Hilfe bekannter Regeln (s. Tab. 2.2) in einen einzigen Block überführt werden können.

B Wendet man diese Methode für das vorliegende Beispiel unter dem Gesichtspunkt an, daß nur der Zusammenhang zwischen dem Massestrom $\Delta M_e(p)$ (als Störgröße) und dem Füllstand $\Delta h(p)$ (als Regelgröße) ermittelt werden soll, so ergibt sich

Tabelle 2.2. Reduktion von Grundschaltungen in Signalflußbildern

Grund- schaltung	Originalschaltung	Reduktionsblock		Reduktionsregel Formel	Herleitung
		Reduktionsblock	Formel		
Parallelschaltung		$X_a(p) = X_{a1}(p) + X_{a2}(p)$ $X_{a1}(p) = G_1(p) \cdot X_e(p)$ $X_{a2}(p) = G_2(p) \cdot X_e(p)$ $G(p) = \begin{cases} + & G_1(p) \\ - & G_2(p) \end{cases}$ $G(p) = G_1(p) + G_2(p)$	$G(p) = \begin{cases} + & G_1(p) \\ - & G_2(p) \end{cases}$ $G(p) = G_1(p) + G_2(p)$		
Reihenschaltung		$X_a(p) = G_2(p) \cdot X_1(p)$ $X_1(p) = G_1(p) \cdot X_e(p)$ $G(p) = G_1(p) \cdot G_2(p)$	$X_a(p) = G_2(p) \cdot X_1(p)$ $X_1(p) = G_1(p) \cdot X_e(p)$ $G(p) = G_1(p) \cdot G_2(p)$		
Rückführschaltung		$X_a(p) = G_1(p) \cdot X_2(p)$ $X_2(p) = G_2(p) \cdot X_a(p)$ $G(p) = \frac{G_1(p)}{1 + G_1(p) \cdot G_2(p)}$	$X_a(p) = G_1(p) \cdot X_2(p)$ $X_2(p) = G_2(p) \cdot X_a(p)$ $G(p) = \frac{G_1(p)}{1 + G_1(p) \cdot G_2(p)}$		

sukzessive die im Bild 2.18 dargestellte Folge von Signalflußbildern. Der Block im Bild 2.18c) gibt die gesuchte Übertragungsfunktion für diese Größen in normierter Form an:

$$G_Z(p) = \frac{\Delta h(p)}{\Delta M_e(p)} = \frac{\frac{2 h_o}{M_{ao}}}{1 + \frac{2 m_o}{M_{ao}} p} = \frac{K_Z}{1 + T_1 p}. \quad (2.33)$$

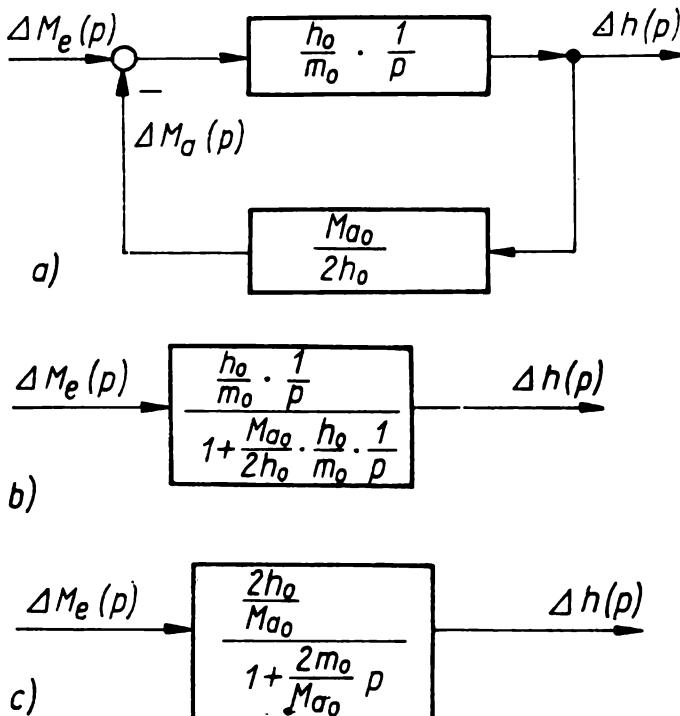


Bild 2.18. Reduktion des Signalflußbildes der Regelstrecke
a) Ausgangs-Signalflußbild
b) reduziertes Signalflußbild
c) reduziertes Signalflußbild mit normierter Übertragungsfunktion

Aus den Darlegungen können folgende **Schlußfolgerungen** gezogen werden:

- Da alle dargestellten Signalflußbilder die gleiche funktionelle Abhängigkeit wiedergeben, ist also keine eindeutige Zuordnung von Objekt und Signalflußbild möglich. Es gibt im allgemeinen beliebig viele Möglichkeiten, darunter natürlich sehr viele unzweckmäßige, den Zusammenhang von Ein- und Ausgangsgrößen in einem Signalflußbild darzustellen.
- Die Anwendung der graphischen Methode ist meist aufwendig und erfordert viel Übung. Um die Umformungen kontrollieren zu können, muß nach jeder Reduktion ein neues Signalflußbild gezeichnet werden. Für sehr komplexe Systeme ist es aber in Kombination mit der rechnerischen Methode ein sicheres Verfahren, um zur Lösung zu gelangen.

2. Rechnerische Methode: Sie ist insbesondere für nicht zu komplexe Signalflußbilder von größerer Bedeutung, denn sie erlaubt eine Auswertung in geschlossener Form. Die Auswertung erfolgt mit Hilfe einer Formel, die im wesentlichen auf MASON [11] zurückgeht.

Es ist von Vorteil, daß dabei geometrisch recht anschauliche Begriffe wie »Pfade und Schleifen im Signalflußbild« verwendet werden. Diese sind wie folgt definiert:

Ein Pfad ist jeder Signalflußweg von einer Eingangsgröße zu einer Ausgangsgröße, der keine Additionsstelle mehrfach durchläuft.

Eine Schleife ist jeder geschlossene Signalflußweg, der keine Additionsstelle mehrfach durchläuft.

Bei der Auswertung sind auch bestimmte Kombinationen der im Signalflußbild auftretenden Schleifen zu berücksichtigen.

Deshalb bezeichnet man etwas genauer:

- das geometrische Gebilde einer einzelnen Schleife als **Schleife erster Ordnung**
- das geometrische Gebilde von n Schleifen erster Ordnung, die keine Additionsstelle gemeinsam haben, als **Schleife n-ter Ordnung**

Auf der Basis dieser Begriffe werden folgende zur Auswertung des Signalflußbildes erforderliche Teilübertragungsfunktionen definiert:

$P_{(\alpha, \beta)i}$ ist die **Übertragungsfunktion des i-ten Pfades**, der von der betrachteten Eingangsgröße $X_{e\beta}$ zur betrachteten Ausgangsgröße $X_{a\alpha}$ führt. Sie ist gleich dem Produkt der Übertragungsfunktionen aller Glieder (Blöcke), die auf diesem Pfad liegen.

$S_k^{(1)}$ ist die **Übertragungsfunktion der k-ten Schleife erster Ordnung**. Sie ist gleich dem Produkt der Übertragungsfunktionen aller Glieder, die auf der Schleife liegen.

$S_k^{(n)}$ ist die **Übertragungsfunktion der k-ten Schleife n-ter Ordnung**. Sie ist gleich dem Produkt der Übertragungsfunktionen von n Schleifen erster Ordnung, die keine Additionsstelle gemeinsam haben.

$S_{k,i}^{(n)}$ ist die **Übertragungsfunktion der k-ten Schleife n-ter Ordnung, die den i-ten Pfad nicht berührt**.

Bei der Bildung dieser Produkte sind die Vorzeichen an den Verknüpfungsstellen mit zu berücksichtigen (Multiplikation mit $+1$ oder -1).

Die jeweilige gewünschte Übertragungsfunktion wird dann nach der **Formel von MASON** in folgender Weise ermittelt:

$$G_{\alpha, \beta}(p) = \frac{X_{a\alpha}(p)}{X_{e\beta}(p)} = \frac{\sum_i P_{(\alpha, \beta)i} \left[1 - \sum_k S_{k,i}^{(1)} + \sum_k S_{k,i}^{(2)} - + \dots \right]}{1 - \sum_k S_k^{(1)} + \sum_k S_k^{(2)} - + \dots} \quad (2.34)$$

Aus den Erfahrungen im Umgang mit dieser Methode ergeben sich folgende **Hinweise zur Vermeidung von Fehlern**:

- Für eine gesuchte Übertragungsfunktion $G_{\alpha, \beta}(p)$ sind alle existierenden Pfade, die von $X_{e\beta}$ nach $X_{a\alpha}$ führen, zu bestimmen.
- Für den Nenner der Gleichung (2.34) werden alle existierenden Schleifen erster bis n -ter Ordnung, unabhängig von der zu bestimmenden Übertragungsfunktion, benötigt.
- Es sind alle die Schleifen erster bis n -ter Ordnung gesondert im Zähler von Gleichung (2.34) zu berücksichtigen, die die jeweiligen Pfade $P_{(\alpha, \beta)i}$ nicht berühren.

- B** Für das Signalflußbild in Bild 2.17 kann man vier verschiedene Übertragungsfunktionen bilden. Betrachtet man als Beispiel wiederum den Zusammenhang zwischen $\Delta h(p)$ und $\Delta M_e(p)$, so sieht man, daß hierfür nur ein Pfad $P_{(h, M_e)1}$ und eine Schleife erster Ordnung $S_1^{(1)}$ mit den folgenden Übertragungsfunktionen existieren:

$$P_{(h, M_e)1} = \frac{h_o}{m_o} \cdot \frac{1}{p} \quad (2.35)$$

$$S_1^{(1)} = (-1) \frac{h_o}{m_o} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{M_{ao}}{2 h_o} . \quad (2.36)$$

Schleifen, die den Pfad $P_{(h,Me)1}$ nicht berühren, gibt es nicht. Damit erhält man mit Gleichung (2.34) die Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} G_{SZ}(p) &= \frac{\Delta h(p)}{\Delta M_e(p)} = \frac{P_{(h,Me)1}}{1 - S_1^{(1)}} = \frac{\frac{h_o}{m_o} \cdot \frac{1}{p}}{1 + \frac{h_o}{m_o} \cdot \frac{1}{p} \cdot \frac{M_{ao}}{2 h_o}} = \frac{\frac{2 h_o}{M_{ao}}}{1 + \frac{2 m_o}{M_{ao}} p} = \\ &= \frac{K_{SZ}}{1 + T_1 p}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

die mit der vorher ermittelten (s. Gl. 2.33) übereinstimmt.

Die gleiche Betrachtung bezüglich des Zusammenhanges zwischen der Ventilstellung $\Delta s(p)$ als Stellgröße und der Füllstandsänderung $\Delta h(p)$ zeigt, daß hierfür die gleiche Schleife erster Ordnung $S_1^{(1)}$ aber ein anderer Pfad $P_{(h,s)1}$ existieren:

$$P_{(h,s)1} = (-1) c \frac{M_{ao}}{q_o} \cdot \frac{h_o}{m_o} \cdot \frac{1}{p} . \quad (2.38)$$

Für die Übertragungsfunktion ergibt sich deshalb:

$$G_{SY}(p) = \frac{\Delta h(p)}{\Delta s(p)} = \frac{P_{(h,s)1}}{1 - S_1^{(1)}} = \frac{-c \frac{2 h_o}{q_o}}{1 + \frac{2 m_o}{M_{ao}} p} = \frac{K_{SY}}{1 + T_1 p} . \quad (2.39)$$

Das Signalflußbild im Bild 2.19 beschreibt qualitativ und quantitativ vollständig die Regelstrecke, wobei die Parameter der Übertragungsfunktionen für Stör- und für Stellverhalten aber nur in der Umgebung des vorgegebenen Arbeitspunktes zutreffend sind.

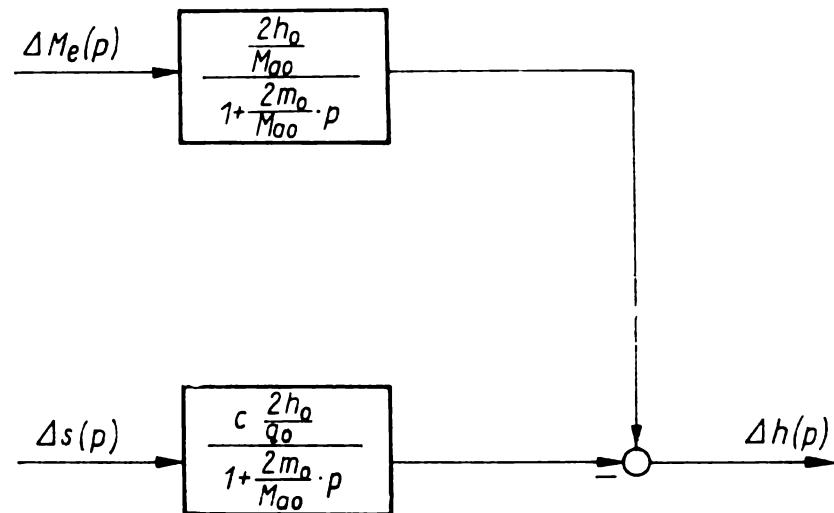


Bild 2.19. Signalflußbild der linearisierten Regelstrecke für Stör- und Stellverhalten

Die Anwendung dieser Methode ist, wie man im vorliegenden Beispiel erkennen kann, für nicht zu komplizierte Strukturen recht einfach möglich. Bei komplizierteren Signalflußbildern bestehen insbesondere Schwierigkeiten in der Bestimmung aller Schleifen. Deshalb ist es in solchen Fällen zweckmäßig, das Signalflußbild zunächst mittels Transformationen und Reduktionen zu vereinfachen und erst dann das vereinfachte Signalflußbild mit dieser Formel auszuwerten.

Diese Methode gestattet, einen weiteren Vorteil der Verwendung von Übertragungsfunktionen für die Behandlung linearer Übertragungssysteme aufzuzeigen. Ein solches Übertragungssystem hat im allgemeinen ein mathematisches Modell in der Form eines Differentialgleichungssystems. Da man sich nur für die Zusammenhänge zwischen bestimmten Ein- und Ausgangsgrößen interessiert, sind demzufolge alle nicht interessierenden Größen zu eliminieren, das heißt, die verschiedenen Differentialgleichungen sind zu einer einzigen zu vereinen. Die dazu erforderlichen Umformungen sind oft unübersichtlich und mit großem Aufwand verbunden. Bildet man dagegen aus den Differentialgleichungen die Übertragungsfunktionen und stellt das Signalflußbild auf, dann kann die gewünschte Gesamtübertragungsfunktion auch für kompliziertere Fälle erheblich einfacher gewonnen werden als die entsprechende Differentialgleichung. So ergibt sich beispielsweise die Gesamtübertragungsfunktion einer Reihenschaltung von Übertragungsgliedern einfach als das Produkt der Übertragungsfunktionen der Glieder, die einen Pfad bilden.

Zusammenfassung

Zusammenfassend lassen sich folgende **Vorteile der Verwendung von Übertragungsfunktionen** für die Beschreibung und Berechnung des Übertragungsverhaltens von Übertragungsgliedern nennen :

- Inhomogene Differentialgleichungen lassen sich bei verschwindenden Anfangswerten einfach mit Hilfe von Korrespondenztabellen lösen.
- Die Berechnung des Übertragungsverhaltens eines Systems mit komplexer Struktur ist einfacher. Mit Hilfe der Methoden zur Auswertung von Signalflußbildern kann man die gewünschte Gesamtübertragungsfunktion aus den Einzelübertragungsfunktionen der Elemente des Systems herleiten.

Weitere Vorteile, die erst im Abschnitt 3. aufgezeigt werden, sind :

- Aussagen über das Verhalten des Systems sind auf Grund der Übertragungsfunktion und der Werte ihrer Parameter möglich, auch ohne eine konkrete Berechnung der Ausgangssignale.
- Die Übertragungsfunktion steht im engen Zusammenhang mit dem Frequenzgang.

3. Verhalten des Regelkreises

In diesem Abschnitt wird das Verhalten von Regelkreisen an Hand ausgesuchter einfacher Beispiele untersucht. Ausgangspunkt dazu ist die Erklärung und Berechnung der Wirkung typischer Störsignale auf das Signal der Regelgröße. Dabei wird gezeigt, wovon die Regelgüte, mit der ein Regelkreis seine Aufgabe der Prozeßstabilisierung erfüllt, abhängt und wodurch sie beeinflußt, d. h. erhöht, werden kann. Gleichzeitig wird herausgearbeitet,

- welche Informationen über die Eigenschaften der Störsignale und der Regelkreisglieder dazu benötigt werden und
- welche wissenschaftlichen Methoden erforderlich sind, um die Eigenschaften der Regelkreise zu charakterisieren.

Da es in diesem Abschnitt nur auf allgemeingültige Methoden und Aussagen ankommt, kann weitgehend auf die Betrachtung konkreter technischer Regelstrecken verzichtet werden. Den Untersuchungen wird hier ein einfacher Regelkreis zugrunde gelegt.

Die Aufgabe eines Regelkreises ist es, jeder Störung durch einen Stelleingriff so entgegenzuwirken, daß die Regelabweichung $x_w = x - w$ zwischen der Regelgröße und der Führungsgröße gering, möglichst null wird. Hinsichtlich der konkreten Aufgabenstellung an den Regelkreis lassen sich drei Fälle unterscheiden:

1. **Festwertregelung:** Die Führungsgröße ist konstant: $w = \text{konst.}$ Die Festwertregelung ist bei kontinuierlichen Produktionsverfahren häufig anzutreffen. Die Wirkung des Regelkreises beschränkt sich auf das Vermindern der Störgrößeneinflüsse. Bei der Festwertregelung bezeichnet man die Führungsgröße auch als Sollwert x_k der Regelgröße.
2. **Zeitplanregelung:** Die Führungsgröße ist eine vorgegebene Funktion der Zeit: $w = f(t)$. Zeitplanregelungen sind vor allem bei diskontinuierlichen Produktionsverfahren anzutreffen, die nach einem genau vorherbestimmten Zeitprogramm ablaufen sollen. Solche Regelungen kommen beim An- und Abfahren von Chargenreaktoren, bei der Temperaturlöpführung von Härtebädern, bei der Abkühlung von Gläsern, bei der Konservierung von Lebensmitteln oder bei der Vulkanisation von Gummi vor. Bei der Regelung eines Kammerofens in der Porzellanindustrie wird zum Beispiel verlangt, daß die Temperatur des Ofens nach einem bestimmten Programm hochgefahren, eine Zeit lang gehalten und dann wieder in vorgeschriebener Weise abgesenkt wird.
3. **Führungsregelung (Folge- oder Nachlaufregelung):** Die Führungsgröße ist eine vorgegebene Funktion einer anderen Größe: $w = f(u(t))$. Eine Führungsregelung liegt zum Beispiel bei der Kursregelung einer Flugzeugabwehrakete vor. Räumliche Lage und Geschwindigkeit des Flugzeuges können sich dabei relativ willkürlich, je nach Handlungen des Piloten, ändern. Dementsprechend sind die Führungsgrößen für die Rakete laufend zu berechnen.

Zur Führungsregelung zählt auch die Verhältnisregelung, bei der der Sollwert einer Größe entsprechend dem Sollwert einer anderen Größe immer im konstanten Verhältnis nachgeführt wird (siehe Beispiel Rührkesselreaktor im Bild 2.5). Hierbei hat der Regelkreis ebenfalls dafür zu sorgen, daß der Folgevorgang möglichst schnell und ohne große Abweichungen verläuft und gleichzeitig die Wirkungen von anderen, störenden Einflußgrößen bekämpft werden.

Die Behandlung des Verhaltens eines Regelkreises setzt Kenntnisse über die Eigenschaften der Regelkreisglieder voraus. Entsprechend dem Modell eines einfachen Regelkreises mit linearen Regelkreisgliedern (s. Bild 3.1a) müßten also die Übertragungsfunktionen G_{SZ} , G_{SY} und G_R bekannt sein, um die Wirkung eines Störgrößensignals oder eines Führungsgrößensignals auf die Regelgröße oder die Regelabweichung berechnen zu können.

Aus Bild 3.1a) lassen sich dazu die zwei Beziehungen herleiten:

$$X = \frac{G_{SZ}}{1 + G_{SY} G_R} Z + \frac{G_{SY} G_R}{1 + G_{SY} G_R} W \quad (3.1)$$

$$X_W = X - W = \frac{G_{SZ}}{1 + G_{SY} G_R} Z - \frac{1}{1 + G_{SY} G_R} W \quad (3.2)$$

Obwohl die mathematische Modellierung der Regelstrecke in vielen Fällen möglich ist, ist sie doch häufig aufwendig und zeitraubend. Oft werden deshalb Abstriche am Aufwand für die Modellierung gemacht, weshalb genaue Kenntnisse über die Regelstrecke fehlen und von einem vereinfachten, grob abgeschätzten Modell der Regelstrecke ausgegangen werden muß.

Am besten sind solche Abschätzungen für das Stellverhalten der Regelstrecke, charakterisiert durch G_{SY} , möglich, die in der Zeit der Inbetriebnahme einer Anlage noch durch gezielte Experimente gestützt werden können.

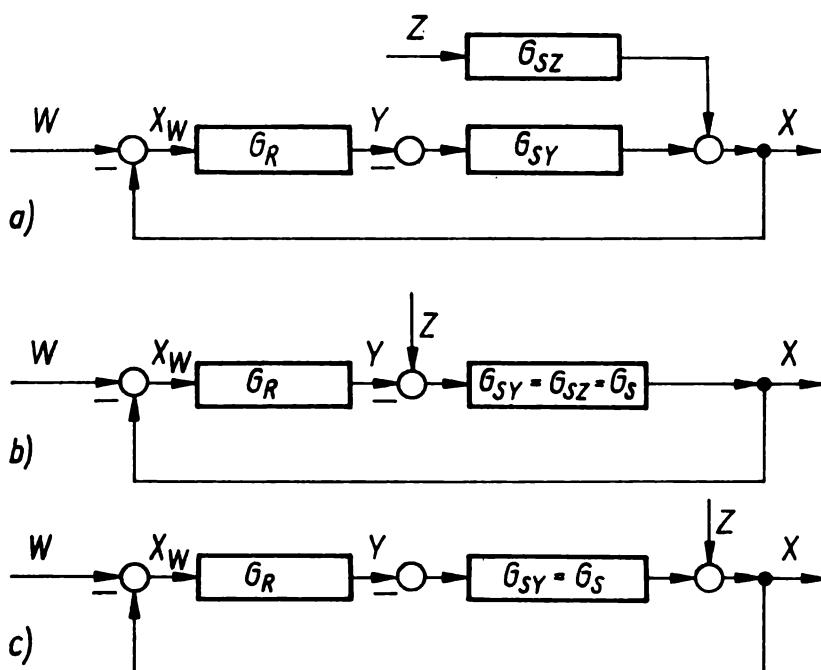


Bild 3.1. Einschleifiger Regelkreis
a) vollständiges Signalflußbild
b), c) vereinfachtes Signalflußbild
bezüglich der Wirkungen des Störsignals

Abschätzungen bezüglich des Störverhaltens der Regelstrecke, charakterisiert durch G_{SZ} oder mehrere G_{SZi} , sind auf Grund der Anzahl möglicher Störgrößen schwieriger anzustellen. Deshalb geht man von zwei möglichen Modellen aus.

1. Man faßt die wichtigsten Störgrößen zu einer einzigen zusammen und läßt sie – wie die Stellgröße – am Eingang der Regelstrecke angreifen. Dann ist $G_{SY} = G_{SZ} = G_S$, und man gelangt zum Signalflußbild im Bild 3.1b), von dem in der Literatur häufig Gebrauch gemacht wird.
2. Man faßt die wichtigsten Störgrößen zu einer einzigen zusammen und läßt sie am Ausgang der Regelstrecke angreifen. Dann erhält man das Signalflußbild im Bild 3.1c). Von diesem Modell wird Gebrauch gemacht, wenn die Störgrößen selbst nicht bekannt bzw. nicht meß- und beobachtbar und damit nur über ihre Wirkungen auf die Regelgröße feststellbar sind.

Die Verminderung der Wirkungen von Störgrößen, die am Ausgang der Regelstrecke angreifen, gelingt im allgemeinen weniger gut als die vergleichbarer Störgrößen, die wie die Stellgröße angreifen. Daher führt die Auslegung eines Regelkreises an Hand verschiedener Gütekenngrößen bei Verwendung des zweiten Modells dazu, daß in allen anderen Fällen eine bessere Regelgüte erreicht werden kann.

Geht man vom allgemeinen Fall aus (Gln. 3.1 und 3.2), so ergibt sich für die Untersuchung des **Störverhaltens des Regelkreises** (Festwertregelung; $W(p) = 0$) folgende Gleichung.

$$X = X_W = \frac{G_{SZ}}{1 + G_{SY} G_R} Z \quad (3.3)$$

Für das **Führungsverhalten des Regelkreises** (Zeitplanregelung, Folgeregelung; $Z(p) = 0$) erhält man folgende Gleichungen.

$$X = \frac{G_{SY} G_R}{1 + G_{SY} G_R} W \quad (3.4)$$

$$X_W = -\frac{1}{1 + G_{SY} G_R} W \quad (3.5)$$

Die weiteren Unterabschnitte werden sich jedoch vorrangig mit den Festwertregelungen beschäftigen.

3.1. Einführendes Beispiel – Füllstandsregelung

Das Konstanthalten oder das beabsichtigte Ändern von Flüssigkeitsständen in offenen oder geschlossenen Behältern spielt in verfahrenstechnischen Anlagen eine bedeutende Rolle. Der Überwachung und Regelung von Füllständen kommen dabei folgende technologische Aufgaben zu:

1. Der Füllstand soll innerhalb bestimmter Toleranzen konstant gehalten werden, weil nur so eine technisch einwandfreie oder eine ökonomisch günstige Funktion der Prozeßeinheit gewährleistet ist. Beispiele dafür sind die Füllstände in Rührkesselreaktoren, in Mischern, der Wasserstand in der Trommel eines Dampferzeugers oder der Füllstand im Sumpf einer Destillationskolonne.
2. In Teilanlagen mit stark schwankendem Zufluß, aber gefordertem zeitlich konstantem Abfluß, wird zum Ausgleich der Schwankungen ein als Puffer dienender Behälter zwischengeschaltet, dessen Füllstand sich in relativ weiten Grenzen ändert. Die einwandfreie Funktion erfordert in diesem Fall eine Grenzwertüberwachung mit Ableitung eines Stelleingriffes bei einer Grenzwertüberschreitung.

3. Der Füllstand wird verändert mit dem Ziel, die Eigenschaften einer Prozeßeinheit mit Hilfe des Füllstandes zu verändern. Ein Beispiel hierfür ist ein als Kühler wirkender Verdampfer, bei dem mit dem Flüssigkeitsstand die wirksame Kühlfläche verändert werden kann.

Im weiteren soll hier nur der Fall einer Füllstandsfestwertregelung – wie im Punkt 1. erläutert – näher betrachtet werden. Ausgangspunkt dazu ist eine Füllstandsregelstrecke (s. Bild 3.2a), wie sie im Abschnitt 2.4. besprochen, modelliert und im technologischen Schema (s. Bild 2.12a) sowie im Signalflußbild (s. Bild 2.19) dargestellt wurde.

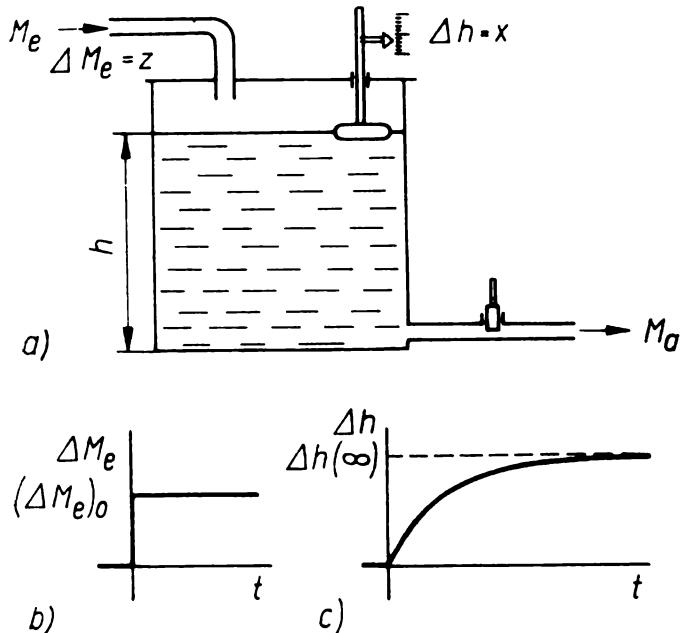


Bild 3.2. Regelstrecke einer Füllstandsregelung
 a) technologisches Schema
 b) Verlauf des Störsignals
 c) Verlauf des Signals der Regelgröße (Sprungantwort)

Es wird angenommen, daß sich das System bis zum Zeitpunkt $t = 0$ in einem statio-nären Zustand (h_0 , $M_{eo} = M_{ao}$) befand und erst von $t = 0$ an eine plötzliche Er-höhung des Zuflusses um $(\Delta M_e)_0$ erfolgt, die über einen längeren Zeitraum erhalten bleibt (s. Bild 3.2b). Im folgenden soll erläutert werden, wie sich dann die Regelgröße verändert, und zwar wenn keine Regelung vorhanden ist oder eine Regelung mit funktionell verschiedenen Regleinrichtungen realisiert wird.

1. Ist **keine Regelung** vorhanden, so führt die Störung dazu, daß zunächst ständig mehr Flüssigkeit zu- als abfließt. Der Füllstand beginnt zu steigen. Mit steigendem Füllstand fließt aber auch mehr ab. Das bedeutet, daß der Füllstand mit ständig kleiner werdender Geschwindigkeit steigt.

Eine solche Betrachtung ist vom physikalischen Prinzip der Zusammenhänge her sinnvoll, sie hat aber den Nachteil, daß die gleichzeitig ablaufenden Vorgänge bei einer solchen Plausibilitätsbetrachtung in zeitlich nacheinander ablaufende Vorgänge zerlegt werden müssen. Trotzdem erlaubt diese Betrachtung zu zeigen, daß die Diffe-renz zwischen zu- und abfließendem Massestrom immer geringer wird und damit der Füllstandszuwachs immer langsamer erfolgt. Der Bewegungsvorgang wird beendet, wenn schließlich ein solcher Füllstand erreicht ist, bei dem der Ausgangsmassestrom gleich dem Eingangsmassestrom ist. Dieser Vorgang dauert zwar theoretisch unend-lich lange, ist aber praktisch nach einem gewissen Zeitraum so weit dem Endzustand nahe gekommen, daß er meßtechnisch gar nicht mehr verfolgt werden kann. Der Verlauf des Signals der Regelgröße $\Delta h(t)$ als Antwort, als Reaktion, auf das Signal der Störgröße wird demnach das Aussehen wie im Bild 3.2c) haben.

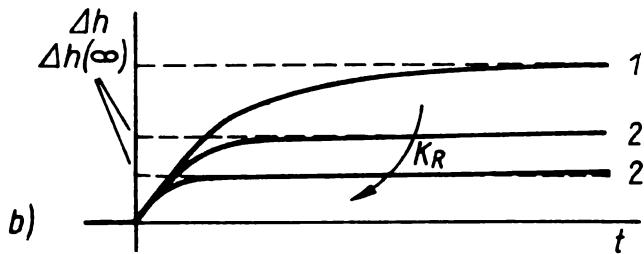
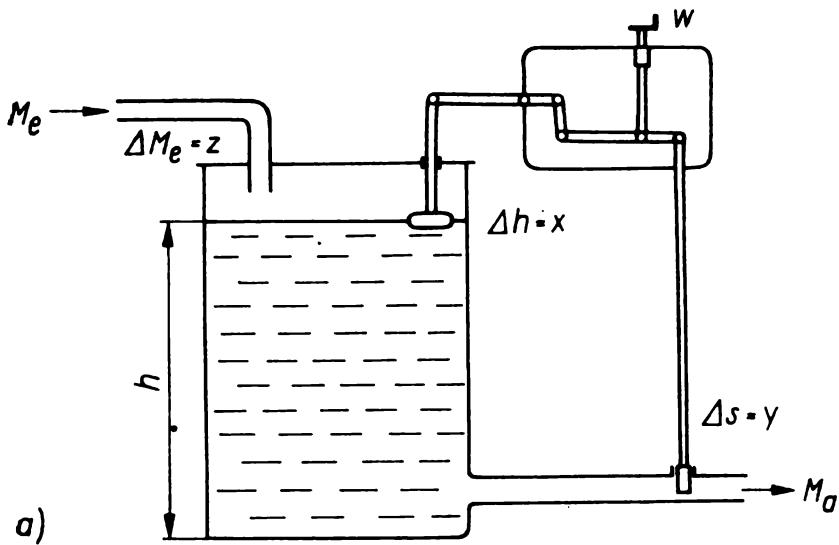


Bild 3.3. Regelkreis einer Füllstandsregelung mit P-Regeleinrichtung

- a) technologisches Schema
- b) Verlauf des Signals der Regelgröße (Sprungantwort)
- 1 ohne Regelung
- 2 mit Regelung

2. Der Füllstand wird mit Hilfe einer **mechanischen Regeleinrichtung** geregelt (s. Bild 3.3a). Betrachtet man den Mechanismus der Regeleinrichtung, so wird deutlich, daß wegen der Hebelübersetzung ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Regelabweichung $x_w = x - w$ und der Stellgröße y , der Ventilstellung Δs , besteht. Die Regeleinrichtung heißt deshalb proportionale oder **P-Regeleinrichtung** und ihr eigentliches, informationsverarbeitendes Kernstück **P-Regler**.

Die Funktion der Regeleinrichtung wird im Bildbereich durch folgende Gleichung beschrieben:

$$Y = K_R (X - W). \quad (3.6)$$

Der Proportionalitätsfaktor K_R , einziger Parameter des P-Reglers, der auch **Übertragungsfaktor** oder **Verstärkungsfaktor** genannt wird, kann in bestimmten Grenzen durch Änderung des Übersetzungsverhältnisses (Hebelarme) geändert werden.

Tritt die schon genannte Störung, Erhöhung des Eingangsmassestroms um $(\Delta M_e)_0$ ein, so wird der Füllstand steigen. Der Regler erfaßt die sich ausbildende Regelabweichung und setzt sie in ein proportionales Stellsignal um. Nunmehr wird das Ventil entsprechend mehr geöffnet, und es strömt mehr Flüssigkeit ab. Demzufolge steigt auch der Füllstand langsamer. Der schließlich sich einstellende Beharrungszustand zeigt deshalb eine geringere Abweichung als im ungeregelten Fall. Dabei wird die Regelung sicher um so besser sein, je »stärker« der Regler in den Prozeß eingreift, je größer also der Übertragungsfaktor K_R des Reglers ist (s. Bild 3.3b).

Eine Feststellung ist dabei wesentlich. Es tritt bei der vorgegebenen Art der Störung auch nach Beendigung des Regelvorganges noch eine Regelabweichung auf, eine sogenannte **bleibende Regelabweichung**. Die **bleibende Regelabweichung** x_{wB} ist eine Größe, die Auskunft darüber gibt, welchen Wert die Regelabweichung x_w im Regelkreis nach einer zum Zeitpunkt $t = 0$ erfolgten sprungförmigen Störung nach Beendigung des Übergangsprozesses annimmt.

$$x_{wB} = \lim_{t \rightarrow \infty} x_w(t)$$

(3.7)

Der Regelkreis kann also das gewünschte Ziel weder im Übergangsprozeß noch im Endzustand, im stationären Zustand, erreichen. Das läßt sich auch ohne konkrete Berechnung begründen. Würde der Regelkreis so arbeiten, daß nach Abschluß des Regelvorganges der Füllstand seinen früheren Wert, den Sollwert, wieder annimmt, dann wäre am Ende auch keine Regelabweichung vorhanden. Der Regler würde demzufolge das Eingangssignal $x_w = 0$ aufnehmen und keine Verstellung des Ventils bewirken. Da aber die Störung noch immer vorhanden ist, würde ständig mehr zu- als abfließen. Der Regelkreis wäre also im Gegensatz zur Annahme nicht in Ruhe. Es muß demnach eine bleibende Regelabweichung vorhanden sein. Diese kann aber verringert und damit die Güte der Regelung erhöht werden, indem man den Übertragungsfaktor des Reglers vergrößert. Das wird dadurch klar, daß bei einer größeren Verstärkung des P -Reglers schon eine kleinere Regelabweichung die Stellgrößenänderung hervorruft, die zur wirkungsmäßigen Kompensation der vorhandenen Störung erforderlich ist. Eine Einflußnahme auf die Güte der Regelung ist demnach in bestimmten Grenzen durch Parameterwahl möglich.

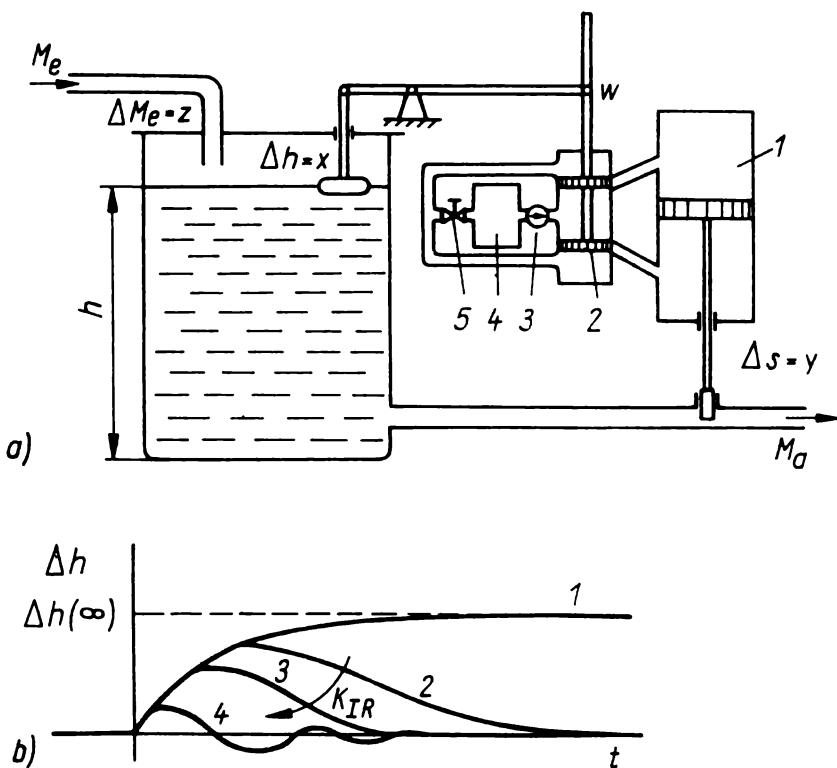


Bild 3.4. Regelkreis einer Füllstandsregelung mit I-Regeleinrichtung

a) technologisches Schema

- 1 Stellmotor
- 2 Steuerkolben
- 3 Pumpe
- 4 Vorratsbehälter
- 5 Drossel

b) Verlauf des Signals der Regelgröße (Sprungantwort)

- 1 ohne Regelung
- 2 mit Regelung, $D > 1$
- 3 mit Regelung, $D = 1$
- 4 mit Regelung, $D < 1$

3. Der Füllstand wird mit einer **hydraulischen Regeleinrichtung** geregelt. Sie besteht aus dem Schwimmer als mechanischem Meßglied, einem Gestänge, mit dem auch der Sollwert eingestellt werden kann, einem hydraulischen Steuerkolben und einem hydraulischen Stellkolben (Stellmotor). Verändert der Steuerkolben infolge einer Regelabweichung seine im Bild 3.4a) eingezeichnete Nullage, so wird eine der beiden Austrittsöffnungen freigegeben, und das durch die Pumpe geförderte Öl tritt in eine der beiden Kammern des Stellkolbens ein. Auf Grund der sich ausbildenden Druckdifferenz wird der Stellkolben dann mit gleichbleibender Geschwindigkeit bewegt. Die Bewegungsgeschwindigkeit ist dabei der Größe des freigegebenen Querschnitts proportional, die wiederum auf Grund der Übersetzung des Hebelgestänges der Regelabweichung proportional ist. Damit gilt, daß bei dieser Regeleinrichtung nicht die Stellgröße selbst, sondern ihre Geschwindigkeit proportional der Regelabweichung ist.

$$\dot{y} = K_{IR} (x - w) \quad (3.8)$$

Integriert man Gleichung (3.8) beiderseits, so erhält man im Zeitbereich

$$y = K_{IR} \int (x - w) dt \quad (3.9)$$

und im Bildbereich

$$Y = \frac{K_{IR}}{p} (X - W). \quad (3.10)$$

Man bezeichnet eine solche Regeleinrichtung als integrale oder **I-Regeleinrichtung**, da sich das Stellsignal aus einer integralen Verarbeitung des Signals der Regelabweichung ergibt.

Die Laufgeschwindigkeit des Stellkolbens kann bei einer gegebenen Lage des Steuerkolbens durch Verstellen einer Drossel im Rückströmkanal zum Öl-Vorratsbehälter (s. Bild 3.4a) verändert werden, so daß auch der integrale Übertragungsfaktor K_{IR} dieser Regeleinrichtung als Reglerparameter in bestimmten Grenzen einstellbar ist. Die *I*-Regeleinrichtung ruft innerhalb ihrer technischen Grenzen (Anschläge des Stellkolbens) solange eine Veränderung der Stellgröße hervor, wie noch eine Regelabweichung vorliegt. Der Bewegungsvorgang im Füllstandsregelkreis kommt zur Ruhe, wenn die Regelabweichung null geworden ist. Die Regeleinrichtung ist also in der Lage, die Stellgröße nach und nach so zu verändern, daß durch sie die Wirkung der Störgröße vollständig kompensiert wird.

Für den Fall, daß $x_w = 0$ ist, muß hier eben nicht $y = 0$ (Stellung des Ventils im ungestörten Zustand) sein, wie das bei der vorher betrachteten *P*-Regeleinrichtung der Fall war. Der Regelvorgang verläuft so, wie er im Bild 3.4b) dargestellt ist.

Unter Verwendung einer *I*-Regeleinrichtung läßt sich aber nicht erreichen, daß die Regelabweichung zu allen Zeitpunkten null ist. Es kann aber im Unterschied zur Regelung mit einer *P*-Regeleinrichtung für sprungförmige Störungen erreicht werden, daß die Regelabweichung im Beharrungszustand, praktisch nach einer bestimmten Zeit, verschwindet. Eine bleibende Regelabweichung kann demnach vermieden werden. Im Übergangsprozeß können aber durchaus beträchtliche Regelabweichungen auftreten. Auch hier ist durch Änderung des integralen Übertragungsfaktors K_{IR} eine Einflußnahme auf die Güte der Regelung möglich.

Mit dem Dargestellten soll anschaulich gezeigt werden, welches Verhalten ein Regelkreis aufweisen und welchen Einfluß die Auswahl eines Reglers auf das Verhalten haben kann. Die hier abgeleiteten Schlußfolgerungen sind allgemeingültig.

Die Wirkungsweise eines Regelkreises hängt nicht nur von den Eigenschaften der Regeleinrichtung sondern auch von den Eigenschaften der Regelstrecke und vom Charakter der angreifenden Störsignale ab. Insofern darf nicht der Schluß gezogen werden, daß eine *I*-Regeleinrichtung stets besser als eine *P*-Regeleinrichtung wäre. Für andere Regelstrecken und andere Störsignale sind ebensogut die gegensätzlichen Aussagen möglich.

Die Bedeutung der bleibenden Regelabweichung als eine mögliche Kenngröße für die Güte, die Qualität, einer Regelung darf nicht überschätzt werden. Sie ist dann eine solche Kenngröße, wenn eine Sprungstörung vorliegt. Für andere Arten von Störungen ist sie es nicht. Da man den konkreten Charakter der praktisch auftretenden Signale meist nicht kennt, untersucht man im allgemeinen das Verhalten eines Regelkreises für **vier Klassen von Signalen**, wobei jede Klasse durch ein typisches Signal vertreten wird (s. a. Tab. 2.1):

1. Relativ plötzliche Änderungen, die über einen längeren Zeitraum erhalten bleiben, werden durch ein **Sprungsignal** vertreten.

2. Relativ plötzliche Änderungen, die nach einer verhältnismäßig kurzen Zeit wieder verschwinden, werden durch einen **idealen Impuls** repräsentiert.
3. Periodische Änderungen, die über einen langen Zeitraum erhalten bleiben, werden durch ein **Sinusignal** vertreten.
4. Zeitlich statistisch schwankende Signale (**stochastische Signale**).

Die weiteren Ausführungen beziehen sich auf sprungförmige und sinusförmige Signale.

3.2. Verhalten des Regelkreises bei sprungförmigen Störsignalen

Die Eigenschaften eines Regelkreises werden häufig dadurch charakterisiert, daß man sein Verhalten, seine Reaktion, bei sprungförmigen Eingangssignalen (z, w) untersucht. Die Gründe für das Hervorheben der Sprungantworten des Regelkreises sind:

1. In den Prozeßeinheiten von Verfahrenszügen zur Stoffwandlung treten sprungförmige Signale von Störgrößen selten auf, allein schon dadurch bedingt, daß sich Stoffeigenschaften oder Zustandsgrößen auf Grund der Speicherwirkung vorgeschalteter Prozeßeinheiten oder Verfahrensstufen nicht schlagartig ändern können. In wenigen Fällen können zum Beispiel durch plötzliches Zusetzen von Stellventilen oder beim Umschalten der Zufuhr der Eingangsstoffe eines Prozesses von einem Tanklager auf ein anderes solche Störungen auftreten. Obwohl also das Sprungsignal als Störsignal selten auftritt, hat es für Betrachtungen und Berechnungen größere Bedeutung, da es auf Grund seiner Unstetigkeit ein recht extremes Signal ist. Gelingt es, den Regelkreis für eine derartige Einwirkung günstig zu dimensionieren, dann sind auch bei ähnlichen Einwirkungen relativ günstige Regelvorgänge zu erwarten.

Ein sprungförmiges Signal der Führungsgröße läßt sich leicht durch Verstellen des Sollwertgebers am Regler eines Regelkreises verwirklichen. Das kommt immer dann vor, wenn die Regelgröße in einen anderen Beharrungszustand überführt werden soll. Solche Eingriffe in den Prozeß werden häufig vorgenommen, deshalb ist die Untersuchung des Führungsverhaltens des Regelkreises bei sprungförmigen Führungsgrößenänderungen von Interesse.

2. Das Verhalten des Regelkreises bei sprungförmigen Änderungen einer Eingangsgröße ist sehr charakteristisch. Es ist gut vorstellbar und erlaubt, den Ablauf eines durch das Sprungsignal ausgelösten Bewegungsvorganges anschaulich zu verfolgen. Damit ergibt sich eine Möglichkeit, Regelkreise ingeniermäßig zu beschreiben. Praktisch geht das so weit, daß häufig die Übertragungsblöcke von Signalflußbildern nicht durch Übertragungsfunktionen, sondern durch Sprungantworten beschrieben werden, die dann in die Blöcke eingezeichnet werden. Damit dient die **Sprungantwort** zur gleichberechtigten Beschreibung des Verhaltens des Regelkreises neben der Differentialgleichung oder Übertragungsfunktion.

Der Verlauf der Sprungantwort eines Regelkreises kann theoretisch bestimmt werden:

- exakt, durch Berechnen der Lösung der Differentialgleichung
- näherungsweise, durch Bestimmen einiger markanter Punkte der Sprungantwort

(Anfangs- und Endwerte). Bei einiger Übung kann man dabei auch aus der Kenntnis der Übertragungsfunktion auf den prinzipiellen Verlauf der Sprungantwort schließen und diesen qualitativ richtig skizzieren.

Zur Bestimmung der Anfangs- und Endwerte bedient man sich der sogenannten **Grenzwertsätze**. Sie gestatten es, aus dem Signal der Regelgröße im Bildbereich sowohl Werte der Regelgröße $x(t)$ selbst als auch die ihres Differentialquotienten (Geschwindigkeit) für den Zeitpunkt $t = 0+$ (rechtsseitige Anfangswerte) und für $t \rightarrow \infty$ (Endwerte) zu bestimmen. Unter der Voraussetzung, daß der Grenzwert des Signals $x(t)$ für $t \rightarrow \infty$ existiert, gibt es folgende Zusammenhänge zwischen den Grenzwerten im Original- und Bildbereich:

1. Satz vom Anfangswert der Regelgröße

$$\lim_{t \rightarrow 0+} x(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p X(p) \quad (3.11)$$

2. Satz vom Anfangswert des Differentialquotienten der Regelgröße

$$\lim_{t \rightarrow 0+} \dot{x}(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p [p X(p) - x(0+)] \quad (3.12)$$

3. Satz vom Endwert der Regelgröße

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p X(p) \quad (3.13)$$

4. Satz vom Endwert des Differentialquotienten der Regelgröße

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p [p X(p) - x(0+)] \quad (3.14)$$

Die Anwendung der zwei Sätze vom Endwert ist auf Grund der genannten Voraussetzung problematisch, da man vorher wissen muß, ob der Grenzwert für $t \rightarrow \infty$ existiert. Aussagen darüber können mit Hilfe der Grenzwertsätze nicht gemacht werden.

B Als Beispiel sei der Fall dargestellt, daß die auftretende Bewegung durch folgendes Signal charakterisiert werden kann:

$$x(t) = x_0 \sin \omega t \rightarrow X(p) = x_0 \frac{\frac{1}{\omega}}{1 + \frac{1}{\omega^2} p^2}. \quad (3.15)$$

Durch formale Anwendung des 3. Satzes (Gl. 3.13) erhält man

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p X(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p x_0 \frac{\frac{1}{\omega}}{1 + \frac{1}{\omega^2} p^2} = 0, \quad (3.16)$$

obwohl ein solcher Grenzwert gar nicht existiert.

Daraus folgt, daß der Untersuchung des Verhaltens bei äußeren Einwirkungen immer erst eine Grenzwertuntersuchung vorausgehen muß. Für die folgenden Beispiele kann vorausgesetzt werden, daß die Grenzwerte existieren und deshalb die Anwendung der Grenzwertsätze möglich ist.

Nachfolgend soll das im Abschnitt 3.1. beschriebene Verhalten der auf verschiedene Weise verwirklichten Füllstandsregelung näher untersucht werden. Es handelt sich um eine Festwertregelung, deren Verhalten bei sprungförmigen Änderungen des Eingangsmassenstroms als Störgröße betrachtet wird. Da das Störverhalten des Regelkreises jetzt quantitativ berechnet werden soll, ist von Gleichung (3.3) auszugehen. Bezüglich der Übertragungsfunktionen für Störverhalten und Stellverhalten der Regelstrecke kann auf die Gleichungen (2.37) und (2.39) zurückgegriffen werden:

$$G_{Sz} = \frac{K_{Sz}}{1 + T_1 p} \quad (3.17)$$

$$G_{Sy} = \frac{K_{Sy}}{1 + T_1 p}. \quad (3.18)$$

B 1. Beispiel: Zur Regelung wird eine **P-Regeleinrichtung** (Bild 3.3a) verwendet, deren Übertragungsfunktion aus Gleichung (3.6) hervorgeht:

$$G_R = K_R. \quad (3.19)$$

Setzt man die Gleichungen (3.17), (3.18) und (3.19) in Gleichung (3.3) ein, so erhält man daraus die Übertragungsfunktion für Störverhalten des Regelkreises:

$$G_Z = \frac{\frac{K_{Sz}}{1 + K_{Sy} K_R}}{1 + \frac{T_1 p}{1 + K_{Sy} K_R}} = \frac{K}{1 + T_1^* p}, \quad (3.20)$$

die sich zwar in den Koeffizienten, nicht aber in der Struktur von der der Regelstrecke unterscheidet.

Das Sprungsignal der Störgröße lautet im Bildbereich:

$$Z(p) = \frac{z_o}{p} \quad \text{mit } z_o = (\Delta M_e)_o. \quad (3.21)$$

Damit ergibt sich für das hervorgerufene Signal der Regelgröße – die Sprungantwort – im Bildbereich die Beziehung:

$$X(p) = \frac{K}{1 + T_1^* p} \cdot \frac{z_o}{p} \quad (3.22)$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich mit Hilfe der Korrespondenz 4 der Tabelle A1, Teil 2, ergibt die Sprungantwort im Zeitbereich:

$$x(t) = K z_o (1 - e^{-t/T_1^*}). \quad (3.23)$$

Zur Diskussion des Verhaltens der Regelgröße kann man die Gleichung (3.23) differenzieren, um noch die Geschwindigkeit der Regelgrößenänderung zu erhalten:

$$\dot{x}(t) = \frac{K}{T_1^*} z_o e^{-t/T_1^*} = \frac{K_{Sz}}{T_1} z_o e^{-t/T_1^*}. \quad (3.24)$$

Damit kann man die Anfangs- und Endwerte der Regelgröße und ihres Differentialquotienten angeben, was man auch ohne Rücktransformation durch Anwendung der Grenzwertsätze auf die Gleichung (3.22) hätte tun können (Überprüfen Sie das!):

$$x(0+) = 0 \quad (3.25)$$

$$\dot{x}(0+) = \frac{K_{SZ}}{T_1} z_o \quad (3.26)$$

$$x(\infty) = K z_o = \frac{K_{SZ}}{1 + K_{SY} K_R} z_o \quad (3.27)$$

$$\dot{x}(\infty) = 0. \quad (3.28)$$

Unabhängig von der Wahl des Reglerparameters K_R beginnen alle Sprungantworten bei diesem Beispiel zum Zeitpunkt $t = 0$ mit dem Anfangswert $x(0+) = 0$ und einer bestimmten von K_R unabhängigen Steigung (s. Gl. 3.26). Sie enden im stationären Zustand, bei dem keine Bewegung mehr stattfindet: $\dot{x}(\infty) = 0$. Die Größe des Endwertes hängt aber vom Wert des Reglerparameters K_R ab, kann also durch ihn beeinflusst werden (s. Gl. 3.27). Die den Reglevorgang charakterisierende Zeitkonstante T_1^* verringert sich ebenfalls mit Vergrößerung des Reglerparameters K_R . Die Rechnung bestätigt also den vermuteten Verlauf der Sprungantworten, wie er im Bild 3.3b) skizziert wurde.

Für den hier betrachteten Regelkreis wäre es also günstig, wenn der Reglerparameter K_R so groß wie möglich gewählt wird, da dann die nach Ablauf des Übergangsvorganges auftretende bleibende Regelabweichung sehr klein wird.

B 2. Beispiel: Zur Regelung wird eine **I-Regeleinrichtung** (s. Bild 3.4a) eingesetzt, deren Übertragungsfunktion aus Gleichung (3.10) bekannt ist:

$$G_R = \frac{K_{IR}}{p}. \quad (3.29)$$

Setzt man auch bei diesem Beispiel die Gleichungen (3.17), (3.18) und (3.19) in die Gleichung (3.3) ein, so erhält man für das Störverhalten des Regelkreises die Übertragungsfunktion:

$$G_Z = \frac{\frac{K_{SY} K_{IR}}{K_{SZ}} p}{1 + \frac{1}{K_{SY} K_{IR}} p + \frac{T_1}{K_{SY} K_{IR}} p^2} = \frac{1 + T_1^* p + T_2^{*2} p^2}{K_D p}. \quad (3.30)$$

Diese Übertragungsfunktion unterscheidet sich auch in der Struktur von der der Regelstrecke.

Für das Signal der Regelgröße (Sprungantwort) im Bildbereich erhält man analog zum vorhergehenden Beispiel:

$$X(p) = \frac{K_D p}{1 + T_1^* p + T_2^{*2} p^2} \cdot \frac{z_o}{p}. \quad (3.31)$$

Eine Rücktransformation in den Zeitbereich mit Hilfe der in Frage kommenden Korrespondenz 29 der Tabelle A1, Teil 2, ist hier nicht ohne weiteres möglich, da es entsprechend den konkreten Werten der Koeffizienten mehrere Möglichkeiten

gibt. Die Koeffizienten sind aber insofern nicht bekannt, als ja der Wert des Reglerparameters K_{IR} noch frei verfügbar ist und gerade auf Grund der Untersuchung so gewählt werden soll, daß ein möglichst günstiger Regelvorgang zu stande kommt. Deshalb wird vorerst nur von den Grenzwertsätzen Gebrauch gemacht:

$$x(0+) = 0 \quad (3.32)$$

$$\dot{x}(0+) = \frac{K_D z_o}{T_2^{*2}} = \frac{K_{SZ}}{T_1} z_o \quad (3.33)$$

$$x(\infty) = 0 \quad (3.34)$$

$$\dot{x}(\infty) = 0. \quad (3.35)$$

Unabhängig von der Wahl des Reglerparameters K_{IR} beginnen und enden alle Sprungantworten beim Wert null, d. h., es gibt nach Ablauf eines Übergangsvorganges keine bleibende Regelabweichung. Die Sprungantworten beginnen zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer Steigung wie im Fall ohne Regelung (s. Gln. 3.33 und 3.26).

Die Diskussion des Übergangsvorganges selbst erfordert aber die Berechnung der Sprungantwort, wofür bei Verwendung der Tabelle A1, Teil 2, die Kenntnis des Parameters D erforderlich ist. Der Parameter D entspricht dem von der Dynamik technischer Systeme [4] her bekannten Dämpfungsgrad, der wegen seiner großen Bedeutung im Abschnitt 4. nochmals systematisch eingeführt wird. Hier sei nur folgendes erläutert. Bei der Rücktransformation der Gleichung (3.31) in den Zeitbereich können Sinus-Funktionen und e -Funktionen auftreten. Im Falle periodischer Übergangsvorgänge treten Sinus-Funktionen auf, die ungedämpfte ($D = 0$) oder gedämpfte ($0 < D < 1$) Schwingungen beschreiben. Im Falle aperiodischer Übergangsvorgänge ($D \geq 1$) treten keine Sinus-Funktionen auf.

Der Dämpfungsgrad D wird aus den Koeffizienten des Nenners der Gleichung (3.31) bestimmt, und zwar durch Vergleiche mit der Korrespondenz 29 der Tabelle A1, Teil 2:

$$1 + T_1^* p + T_2^{*2} p^2 = 1 + \frac{2 D}{\omega_o} p + \frac{1}{\omega_o^2} p^2. \quad (3.36)$$

Der Vergleich ergibt:

$$D = \frac{T_1^*}{2 T_2^*}. \quad (3.37)$$

Im vorliegenden Beispiel ergibt sich daraus:

$$D = \frac{1}{2 \sqrt{K_{SY} K_{IR} T_1}}. \quad (3.38)$$

Damit kann man den Regelungsvorgang ausführlich erläutern.

Mit zunehmendem Wert des Reglerparameters K_{IR} wird die Dämpfung des Bewegungsvorganges geringer. Für kleine Werte von K_{IR} gibt es aperiodische Übergangsvorgänge ($D > 1$) und für große Werte von K_{IR} periodische ($D < 1$), die mit Hilfe der entsprechenden Korrespondenzen genau berechnet werden können. Rechnung und Diskussion bestätigen auf jeden Fall den möglichen Verlauf der Sprungantworten, der schon im Abschnitt 3.1. qualitativ vorhergesagt und im Bild 3.4b) skizziert wurde.

Aus diesem Beispiel ergibt sich ebenfalls, daß es günstig ist, den Reglerparameter K_{IR} möglichst groß zu wählen. Wenn aus bestimmten Gründen eine schwingende Bewegung der Regelgröße vermieden werden soll, dann kann man K_{IR} nur bis zu einem bestimmten Wert vergrößern, für den sich noch immer $D > 1$ ergibt. Wird mit einem größeren Wert von K_{IR} der Dämpfungsgrad D sehr klein, so wird zwar die Amplitude des periodischen Übergangsvorganges kleiner, aber der Übergang selbst ist weniger gedämpft. Damit wird die Zeitdauer des Regelungsvorganges gleichfalls groß.

Wie im Bild 3.4b) ersichtlich, gibt es bei Verwendung einer I -Regeleinrichtung zwar keine bleibende Regelabweichung, aber es kann der Regelungsvorgang bei durchaus erheblichen Regelabweichungen einen längeren Zeitraum in Anspruch nehmen, ehe die Regelabweichung unter einen nicht mehr erfaßbaren Wert zurückkehrt.

Aus den beiden Beispielen geht hervor: Die Sprungantwort des Regelkreises zeigt bei Verwendung einer P -Regeleinrichtung eine bleibende Regelabweichung. Der Vorgang selbst kommt relativ schnell zur Ruhe. Bei Verwendung einer I -Regeleinrichtung gibt es keine bleibende Regelabweichung, der Übergangsvorgang dauert aber vergleichsweise länger.

Die Verwendung einer proportional und integral wirkenden Regeleinrichtung – einer **PI-Regeleinrichtung** –, die die Eigenschaften der beiden bereits genannten Regeleinrichtungen in sich vereint, gestattet es, die Vorteile beider auszunutzen und noch bessere Ergebnisse bei der Regelung zu erreichen.

Die **PI-Regeleinrichtung**, mit der Übertragungsfunktion

$$G_R = K_R + \frac{K_{IR}}{p}, \quad (3.39)$$

hat die zwei Einstellparameter K_R und K_{IR} . Damit ist es in gewissen Grenzen möglich, voneinander unabhängig die Regelabweichung und den Dämpfungsgrad in der Sprungantwort des Regelkreises zu beeinflussen. Im Vergleich zur I -Regeleinrichtung, bei der mit Vergrößerung von K_{IR} zwar die Schwingungsamplitude geringer, dafür aber der Vorgang immer ungedämpfter und die Einschwingdauer immer größer wird, kann man bei der **PI-Regeleinrichtung** durch entsprechendes Einstellen des

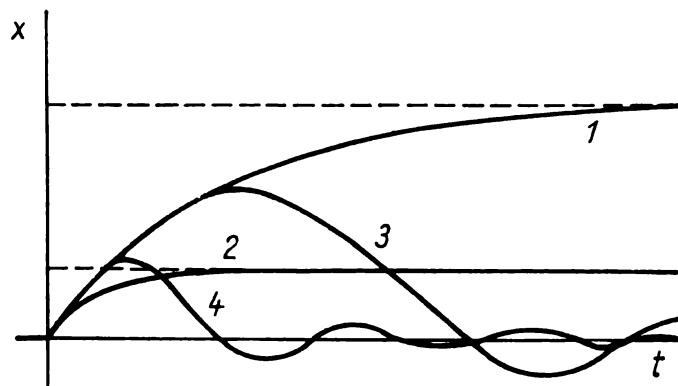


Bild 3.5. Verlauf des Signals der Regelgröße (Sprungantwort) einer Füllstandsregelung bei verschiedenen Regeleinrichtungen

- 1 ohne Regelung
- 2 mit P -Regeleinrichtung
- 3 mit I -Regeleinrichtung
- 4 mit PI -Regeleinrichtung

zweiten Reglerparameters K_R dafür sorgen, daß der Dämpfungsgrad erhöht werden kann. Das ist möglich, weil beide Reglerparameter die Regelabweichung und den Dämpfungsgrad in etwas unterschiedlicher Weise beeinflussen. Weitergehende Ausführungen hierzu erfolgen im Abschnitt 7. Hier soll abschließend nur im Bild 3.5 dargestellt werden, welche Regelungsergebnisse vergleichsweise mit den einzelnen Regeleinrichtungen erreicht werden können.

3.3. Regelgüte bei sprungförmigen Störsignalen

Ein Regelkreis, der sprungförmigen oder sprungähnlichen Störsignalen ausgesetzt ist, kann hinsichtlich seiner Regelgüte durch verschiedene Kenngrößen charakterisiert und bewertet werden.

Es liegt nahe, zuerst einmal auszudrücken, in welchem Maße die Regeleinrichtung die bleibende Regelabweichung im Vergleich zu der, die sich ohne Regelung ergibt, vermindern kann. Die entsprechende Kenngröße für die Regelgüte heißt **statischer Regelfaktor R_{stat}** .

$$R_{\text{stat}} = \frac{x_{wB} \text{ mit}}{x_{wB} \text{ ohne}} = \frac{\text{bleibende Regelabweichung mit Regelung}}{\text{bleibende Regelabweichung ohne Regelung}} \quad (3.40)$$

Der statische Regelfaktor wird häufig auch in Prozent angegeben.

B Für das Beispiel 1 des vorhergehenden Unterabschnittes werden errechnet:

$$x_{wB} \text{ mit} = K z_o = \frac{K_{SZ}}{1 + K_{SY} K_R} z_o \quad (3.41)$$

$$x_{wB} \text{ ohne} = K_{SZ} z_o. \quad (3.42)$$

Damit ergibt sich für den statischen Regelfaktor:

$$R_{\text{stat}} = \frac{1}{1 + K_{SY} K_R}. \quad (3.43)$$

Der Ausdruck $K_{SY} K_R$ wird häufig als **Kreisverstärkung K_o** bezeichnet. Aus Gl. (3.43) folgt, daß mit größerer Kreisverstärkung K_o der statische Regelfaktor R_{stat} kleiner ist.

B Für Beispiel 2 des vorhergehenden Unterabschnitts wurde für die bleibende Regelabweichung mit Regelung errechnet: $x_{wB} \text{ mit} = 0$. Daraus ergibt sich für den statischen Regelfaktor: $R_{\text{stat}} = 0$. Das ist der bestmögliche Wert.

Man könnte schließen, daß eine I-Regeleinrichtung (oder eine Regeleinrichtung mit integralem Anteil) in allen Fällen einer P-Regeleinrichtung (oder einer Regeleinrichtung ohne integralem Anteil) vorzuziehen wäre. Dieser Schluß kann aber in einigen Fällen falsch sein, da er nur von Gütekenngrößen ausgeht, die für den Beharrungszustand gelten. Deshalb werden auch Kenngrößen benötigt, die Aussagen über die Güte der Regelung während des Übergangsvorganges gestatten.

Zur Charakterisierung der Güte einer Regelung werden neben den bereits eingeführten Kenngrößen – bleibende Regelabweichung x_{wB} und statischer Regelfaktor R_{stat} – eine Reihe weiterer **Gütekenngrößen** verwendet, die sich aus einer Störgrößen- bzw. Führungsgrößensprungantwort (s. Bild 3.6) zwanglos herleiten lassen.

Vorher soll erwähnt werden, daß sich auch bei der Änderung von Führungsgrößen bleibende Regelabweichungen einstellen, die sich mit Hilfe der Gleichung (3.2) und des Grenzwertsatzes (Gl. 3.13) berechnen lassen:

$$x_{wB} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{-w_o}{1 + G_{SY} G_R}. \quad (3.44)$$

Diese sind aber nicht von grundsätzlicher Bedeutung. Um einen gewünschten Sollwert der Regelgröße zu erreichen, müßte nämlich nur eine etwas größere Verstellung der Führungsgröße vorgenommen werden. Bei gegebenen konstanten Eigenschaften der Elemente des Regelkreises kann das im Prinzip durch geeignete Skalierung der Einstelleinrichtung am Regler erreicht werden. Deshalb beziehen sich die nachfolgend genannten Kenngrößen bei Führungsgrößensprungantworten immer auf den praktisch erreichten Beharrungszustand der Regelgröße.

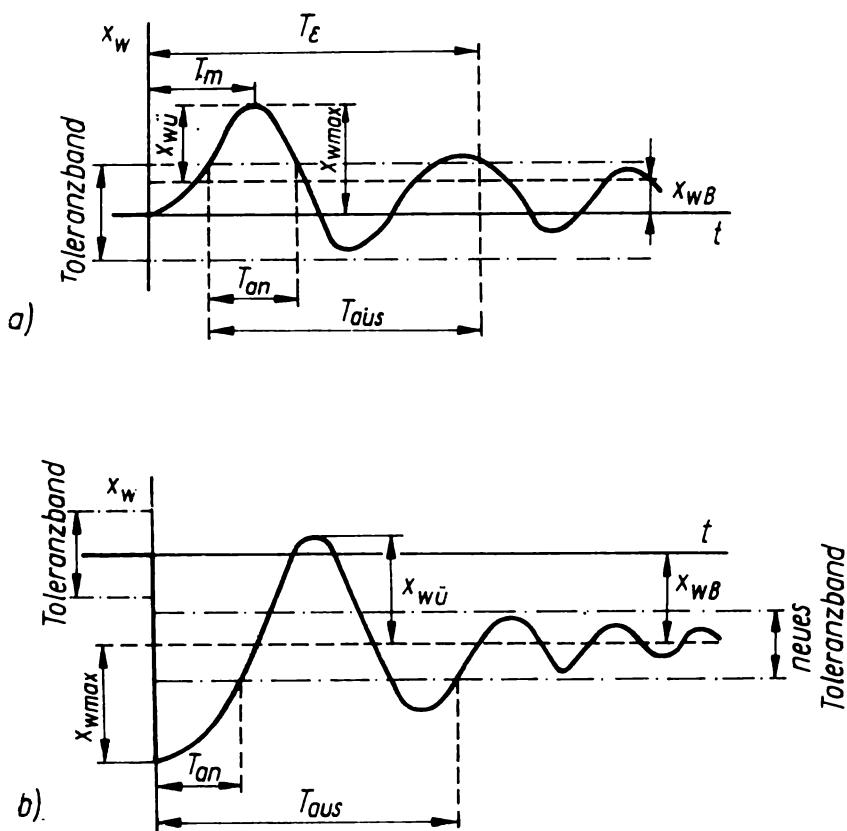


Bild 3.6. Definition von Gütekenngrößen einer Regelung

- bei einer Störgrößensprungantwort
- bei einer Führungsgrößensprungantwort

1. Die **maximale Regelabweichung x_{\max}** ist der größte Wert der Regelabweichung, der während eines Regelsprunges auftritt.
2. Die **Überschwingweite x_{wU}** ist das Maximum der Differenz zwischen der Regelabweichung und der bleibenden Regelabweichung (oder dem Beharrungswert beim Führungsgrößensprung), das auf den ersten Vorzeichenwechsel dieser Differenz folgt. Gibt es eine Differenz zwischen dem Anfangswert und dem Endwert der Regelgröße, so kann die Überschwingweite auch auf diese Differenz bezogen und erforderlichenfalls in Prozent angegeben werden. Diese Kenngröße nennt man die **bezogene Überschwingweite**.
3. Die **Ausregelzeit T_{aus}** ist diejenige Zeitspanne, die beginnt, wenn die Regelgröße nach einem Stör- oder Führungsgrößensprung ein vereinbartes Toleranzband um die Führungsgröße verläßt, und die endet, wenn sie in dieses oder ein neues Toleranzband zum dauernden Verbleib wieder eintritt.
4. Die **Anregelzeit T_{an}** ist diejenige Zeitspanne, die beginnt, wenn die Regelgröße nach einem Stör- oder Führungsgrößensprung ein vereinbartes Toleranzband um die Führungsgröße verläßt, und die endet, wenn sie in dieses oder ein neues Toleranzband erstmalig wieder eintritt.

Statt Ausregelzeit und Anregelzeit definiert die TGL 14 591, Entwurf Mai 1977, die Überschwingzeit T_m und die Beruhigungszeit T_e (s. Bild 3.6a).

Von einer qualitativ »guten« Regelung verlangt man, daß

- die bleibende Regelabweichung x_{wB} möglichst null
- die maximale Regelabweichung $x_{w\max}$ möglichst gering
- die Anregelzeit T_{an} möglichst kurz
- die Ausregelzeit T_{aus} möglichst kurz sind.

Der dafür erforderliche Aufwand an Automatisierungsmitteln soll sich selbstverständlich auch in Grenzen halten. Wie in den vorhergehenden Beispielen rechnerisch gezeigt werden konnte, lassen sich diese Forderungen nicht alle gleich gut erfüllen; sie widersprechen sich teilweise. Deshalb muß je nach den speziellen Anforderungen (mit dem Anwender zu vereinbaren) ein Kompromiß geschlossen werden. So genügt es zum Beispiel, für die Temperaturregelung in Haushaltkülschränken bleibende Regelabweichungen oder ständige Schwankungen der Temperatur von einigen Grad und bei größeren Störungen (längeres Öffnen der Tür) auch längere Ausregelzeiten (bis zu einer Stunde) zuzulassen. Eine solche Regelung kann bereits mit einem einfachen und billigen Zweipunktregler erreicht werden, wobei auch die Leistung des Kühlgregats relativ gering sein kann. In der Verfahrenstechnik ist es beispielsweise häufig bei einer Durchflußregelung möglich, eine kurze Ausregelzeit zu ungünsten der Dämpfung des Regelungsvorganges zu erzielen, da die Schwingungen der Regelgröße durch die Speicherwirkung der nachgeschalteten Prozeßeinheit ohnehin stark gedämpft werden. Es kann aber auch sein, daß der nachgeschaltete Prozeß sehr empfindlich gegenüber Schwankungen des Durchflusses ist. Dann empfiehlt es sich, die Regelung so auszulegen, daß die entgegengesetzte Forderung erfüllt wird, also eine längere Ausregelzeit in Kauf genommen werden muß.

Zum Schluß dieses Unterabschnittes soll noch darauf hingewiesen werden, daß an Stelle der Sprungantwort häufig die sogenannte **Übergangsfunktion $h(t)$** verwendet wird.

Die Übergangsfunktion $h(t)$ ist die durch Quotientenbildung auf die Sprunghöhe des Eingangssignals bezogene Sprungantwort. Ihre Dimension ist demnach gleich der Dimension des Ausgangssignals dividiert durch die Dimension des Eingangssignals.

3.4. Verhalten des Regelkreises bei sinusförmigen Störsignalen

In diesem Unterabschnitt soll das Verhalten eines Regelkreises bei Einwirkung sinusförmiger Eingangsgrößensignale untersucht werden. Es bedeutet keine grundsätzliche Einschränkung, wenn man sich dabei nur auf Störgrößen beschränkt. Das Verhalten des Regelkreises unter dem Einfluß sinusförmiger Signale ist sehr charakteristisch und aus folgenden Gründen bedeutsam:

1. Sinussignale sind als typische Vertreter periodischer Signale anzusehen und kommen in dieser reinen Form häufig in Anlagen und Geräten der Elektrotechnik und Elektronik vor.
2. Eine Reihe komplizierterer Signale (darunter auch stochastische Signale) können unter bestimmten Voraussetzungen als Überlagerung einer Vielzahl von Sinussignalen mit unterschiedlichen Frequenzen und unterschiedlichen (oder statistisch schwankenden) Amplituden und Phasenlagen aufgefaßt werden. In den verfahrenstechnischen Anlagen treten solche Signale bevorzugt auf.
3. Das Verhalten eines Übertragungsgliedes bei Einwirkung von Sinussignalen erfordert sowohl eine spezielle Untersuchungsmethode als auch geeignete Darstellungsweisen. Diese Methode gestattet eine andersartige, aber durchaus gleichwertige Beschreibung der Eigenschaften von Übertragungsgliedern. Sie wurde insbesondere durch die Elektrotechnik als Methode verselbständigt.

Eine anschauliche Beschreibung des Verhaltens eines Regelkreises bei Einwirkung eines sinusförmigen Signals ist auf der Basis physikalischer Überlegungen möglich. Wirkt auf den Regelkreis, vom Zeitpunkt $t = 0$ an beginnend, ein Sinussignal der Störgröße, dann wird der Regelkreis zu erzwungenen Schwingungen angeregt. Die Regelgröße beginnt zu schwingen. Da die sinusförmigen Änderungen der Störgröße fortwährend vorhanden sind,

$$z(t) = 0 \text{ für } t < 0; \quad z(t) = z_0 \sin \omega t \quad \text{für } t \geq 0, \quad (3.45)$$

wird auch der Regelkreis ständig zur Bewegung veranlaßt. Es ist demnach nicht zu erwarten, daß der Regelkreis irgendwann einmal in einen Ruhezustand übergeht. Vielmehr wird der Regelkreis nach und nach einen stationären Zustand erreichen, bei dem die Regelgröße auch sinusförmige Schwingungen gleicher Kreisfrequenz ω mit gleichbleibender Amplitude x_0 und gleichbleibender Phasenverschiebung φ gegenüber den Schwingungen der Störgröße ausführt.

$$x(t) = 0 \quad \text{für } t < 0; \quad x(t) = x_0 \sin (\omega t + \varphi) \quad (3.46)$$

Da der Vorgang erst zum Zeitpunkt $t = 0$ ausgelöst wird, ist anzunehmen, daß es bis zum Erreichen des stationären Zustandes einen Einschwingvorgang geben wird. Bezuglich des stationären Zustandes darf man vermuten, daß Amplitude und Phasenverschiebung der Regelgröße vom Übertragungsverhalten der Regelkreisglieder und vom Charakter des Störsignals (Amplitude, Frequenz) abhängen werden. Die Abhängigkeiten der Amplitude x_0 und der Phasenverschiebung φ von der Kreisfrequenz ω erweisen sich sogar als eindeutiges Charakteristikum für das Übertragungsverhalten eines Regelkreisgliedes oder eines Regelkreises. Voraussetzung ist nur, daß das betrachtete Glied oder System linear ist.

B Den weiteren Betrachtungen werden wieder die schon behandelten Beispiele von Füllstandsregelungen zugrunde gelegt. Zunächst wird die Regelung mit Hilfe einer P -Regeleinrichtung betrachtet, die durch die Übertragungsfunktion für Störverhalten des Regelkreises (s. Gl. 3.20) charakterisiert wird. Für das sinusförmige Störsignal des Zuflusses

$$z(t) = z_0 \sin \omega t \quad \text{mit } z_0 = (\Delta M_e)_0 \quad (3.47)$$

ergibt sich mit Hilfe der Korrespondenz 9 der Tabelle A1, Teil 2, im Bildbereich die Funktion:

$$Z(p) = \frac{\frac{1}{\omega}}{1 + \frac{1}{\omega^2} p^2} z_0. \quad (3.48)$$

Aus den Gleichungen (3.20) und (3.48) erhält man für das Signal der Regelgröße im Bildbereich:

$$X(p) = \frac{K}{1 + T_1^* p} \cdot \frac{\frac{1}{\omega}}{1 + \frac{1}{\omega^2} p^2} z_0. \quad (3.49)$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich liefert unter Verwendung der Korrespondenz 30 in Tabelle A1, Teil 2:

$$x(t) = K z_o \left[\frac{T_1^* \omega}{1 + T_1^{*2} \omega^2} e^{-t/T_1^*} + \frac{1}{\sqrt{1 + T_1^{*2} \omega^2}} \sin(\omega t + \varphi) \right] \quad (3.50)$$

$$\text{mit } \tan \varphi = -T_1^* \omega. \quad (3.51)$$

Störsignal und Signal der Regelgröße sind im Bild 3.7 dargestellt. Man erkennt unschwer den Einschwingvorgang im Signal der Regelgröße, der nach einer gewissen Zeit abgeklungen ist.

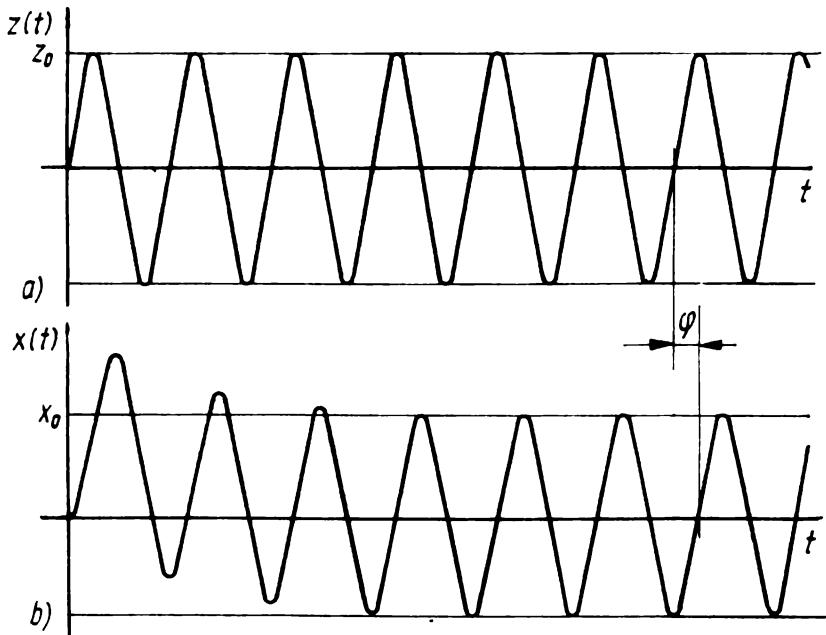


Bild 3.7 Verhalten eines Regelkreises bei sinusförmigem Störsignal

- a) Verlauf des Signals der Störgröße
- b) Verlauf des Signals der Regelgröße

Für das Verständnis des Vorganges ist eine Diskussion der Gleichung 3.50 von Vorteil. Danach setzt sich das Signal der Regelgröße aus zwei Anteilen zusammen, einem temporären und einem stationären. Während der zweite Summand in Gleichung (3.50) das Signal der Regelgröße im eingeschwungenen Zustand beschreibt, gibt der erste Summand die anfänglich während des Einschwingens vorhandene Abweichung vom eingeschwungenen Zustand an. Stationarität des Schwingungsvorganges der Regelgröße ist dann vorhanden, wenn der Wert des ersten Summanden genügend klein ist. Das hängt neben der Zeit t vor allem vom Koeffizienten T_1^* im Exponenten der e -Funktion ab.

In der Regelungstechnik interessiert vorrangig das stationäre Verhalten des Regelkreises (bei ständigem Vorhandensein des sinusförmigen Störsignals). Es ist durch die Amplitude x_o und die Phasenverschiebung φ des Signals der Regelgröße eindeutig charakterisiert. Zweckmäßigerweise bezieht man die Amplitude des Signals der Regelgröße auf die Amplitude des Störsignals. Dieses Verhältnis nennt man das Amplitudenverhältnis.

B Im vorliegenden Beispiel erhält man für das Amplitudenverhältnis

$$\frac{x_o}{z_o} = \frac{K}{\sqrt{1 + T_1^{*2} \omega^2}} \quad (3.52)$$

und für die Phasenverschiebung

$$\varphi = -\arctan T_1^* \omega. \quad (3.53)$$

Bevor die Diskussion des Regelungsvorganges noch weiter und tiefer vorgenommen wird, soll auf eine andere, einfachere Berechnungsmethode eingegangen werden. Ist schon die Anwendung der Übertragungsfunktion zur Berechnung des Signals der Regelgröße mit Hilfe der Korrespondenztabellen wesentlich günstiger als die Lösung der Differentialgleichung, die besonders bei sinusförmigen Störsignalen eine aufwendige Rechenarbeit mit üblichen Methoden erfordert (überprüfen Sie das am vorliegenden Beispiel), so gestattet die Kenntnis der Übertragungsfunktion darüber hinaus, sofort den eigentlich interessierenden stationären Bewegungsvorgang zu bestimmen. Dazu ersetzt man in der Übertragungsfunktion $G(p)$ die komplexe Variable $p = \delta + j\omega$ durch die imaginäre Variable $j\omega$ und erhält so den Frequenzgang $G(j\omega)$.

Der **Frequenzgang** $G(j\omega)$ ist eine komplexe Funktion in $j\omega$.

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi} \quad (3.54)$$

Betrag und Argument des Frequenzganges sind identisch mit dem **Amplitudenverhältnis** $\frac{x_{ao}}{x_{eo}}$ und der **Phasenverschiebung** φ im eingeschwungenen Zustand.

$$\frac{x_{ao}}{x_{eo}} = |G(j\omega)| \quad (3.55)$$

$$\varphi = \arg G(j\omega) \quad (3.56)$$

B Im vorliegenden Beispiel der Füllstandsregelung mit einer P-Regeleinrichtung ergibt sich aus der Übertragungsfunktion für das Störverhalten des Regelkreises (Gl. 3.20) der Frequenzgang für das Störverhalten des Regelkreises:

$$G_Z(j\omega) = \frac{K}{1 + j T_1^* \omega}. \quad (3.57)$$

Betrag und Argument der komplexen Funktion $G_Z(j\omega)$ lassen sich aus Gleichung (3.57) ermitteln:

$$|G_Z(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + T_1^{*2} \omega^2}} \quad (3.58)$$

$$\arg G(j\omega) = -\arctan T_1^* \omega. \quad (3.59)$$

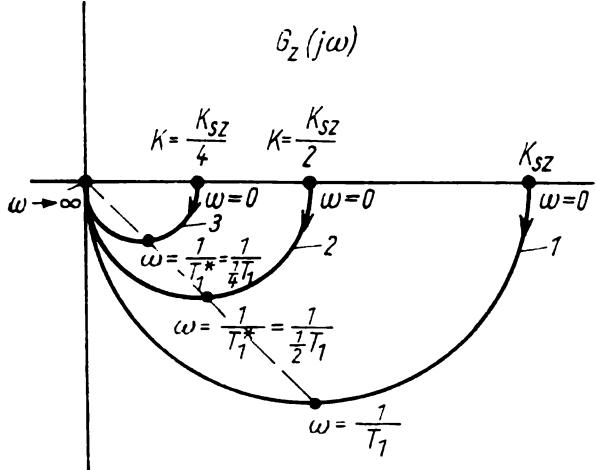
Die rechten Seiten der Gleichungen (3.58) und (3.59) sind identisch mit denen der Gleichungen (3.52) und (3.53), was mit den allgemeingültigen Aussagen in den Gleichungen (3.55) und (3.56) übereinstimmt.

Eine Diskussion des stationären Regelvorganges mit Hilfe der Gleichung (3.58) macht deutlich, daß die Amplitude der sinusförmig schwankenden Regelgröße von der Kreisfrequenz ω des Störsignals abhängig ist. Hohe Frequenzen bewirken einen kleinen Wert der Amplitude des Signals der Regelgröße. Für eine vorgegebene Frequenz des Störsignals kann man die Amplitude des Signals der Regelgröße verringern, indem man den Reglerparameter K_R erhöht. (Der Leser möge sich das mit Hilfe der Gleichung (3.20) verdeutlichen.)

Zur Veranschaulichung des Verhaltens eines Regelkreises bei sinusförmigen Störsignalen bedient man sich vor allem folgender **graphischer Darstellungen des Frequenzganges**, die an Hand des vorliegenden Beispiels eingeführt werden.

1. Man skizziert den Verlauf von $G(j\omega)$ in der komplexen Zahlenebene, wobei für die Kreisfrequenz ω der Bereich $0 < \omega \leq \infty$ zu wählen ist. $G(j\omega)$ ist als komplexe Funktion sowohl in kartesischen Koordinaten als auch in Polarkoordinaten beschreibbar. Verfügt man über $G(j\omega)$ in analytischer Form, dann erweist es sich oft als einfacher, Realteil und Imaginärteil des Frequenzganges zu bestimmen und zur graphischen Darstellung in kartesischen Koordinaten zu verwenden. Bei einer experimentellen Untersuchung des Verhaltens eines Regelkreises bei sinusförmigen Störsignalen mißt man im allgemeinen für ausgewählte Frequenzen die Amplituden der Eingangs- und der Ausgangssignale, woraus man das Amplitudenverhältnis bildet, sowie die Phasenverschiebung zwischen den beiden Signalen. Damit bietet sich von der meßtechnischen Praxis her eine Beschreibung in Polarkoordinaten als naheliegend und günstiger an. Die graphische Darstellung des Frequenzganges in der Zahlenebene bezeichnet man als **Ortskurve des Frequenzganges**.

B Im vorliegenden Beispiel hat die Ortskurve des Frequenzganges den im Bild 3.8 dargestellten Verlauf. Es läßt sich zeigen, daß diese Ortskurve des Frequenzganges exakt einen Halbkreis mit dem Mittelpunkt auf der positiven reellen Achse im Abstand $\frac{K}{2}$ vom Nullpunkt beschreibt.



Blid 3.8. Ortskurve des Frequenzganges für Störverhalten einer Füllstandsregelung mit P -Regeleinrichtung

1 ohne Regelung, $K_o = 0$

3 mit Regelung, $K_\theta = 3$

Aus einer Ortskurve des Frequenzganges kann man zu einer bestimmten Frequenz den Wert des Amplitudenverhältnisses und den Wert der Phasenverschiebung ermitteln. Dazu ist es erforderlich, daß die Kreisfrequenz ω als Laufparameter an die Ortskurve angetragen wird. Eine genaue Bestimmung des Amplitudenverhältnisses oder der Phasenverschiebung für eine bestimmte Frequenz setzt also voraus, daß man in ausreichend dichten Abständen den Wert der Kreisfrequenz auf der Ortskurve angegeben hat. Eine Interpolation der Kreisfrequenz ist nur grob möglich. Allgemein gilt aber, daß die Ortskurve des Frequenzganges hinsichtlich der Kennzeichnung des Übertragungsverhaltens eines Systems gleichberechtigt neben solchen Charakteristiken wie der Differentialgleichung, der Übertragungsfunktion oder der Sprungantwort steht. Hervorzuheben ist, daß die Ortskurve des Frequenzganges besonders dafür geeignet ist, einen ersten Überblick über das Übertragungsverhalten eines Regelkreises oder allgemein eines Übertragungsgliedes zu gewinnen und zu verdeutlichen.

B Im betrachteten Beispiel spiegelt sich im Verlauf der Ortskurve des Frequenzganges das Verzögerungsverhalten der Regelstrecke, das durch das Vorhandensein eines Massespeichers bedingt ist, wider. Mit zunehmender Frequenz ω des Stör-

signals wird das Amplitudenverhältnis immer kleiner. Gleichzeitig bleibt die Regelgröße in der Phasenlage immer mehr hinter der Störgröße zurück, sie kann ihr auf Grund der Verzögerung nicht schnell genug folgen. Für sehr hohe Frequenzen nähert sich das Amplitudenverhältnis immer mehr dem Wert null.

Übertragungsglieder oder -systeme mit solchen Eigenschaften nennt man deshalb auch **Tiefpaßfilter**, weil sie nur die niedrigen Frequenzen bis zu einer bestimmten Frequenz ω_{gr} (Grenzfrequenz) wenig geschwächt hindurchlassen, die höheren aber wegfiltern.

Ähnlich wie bei der Diskussion einer Sprungantwort genügt es häufig, den Verlauf der Ortskurve des Frequenzganges durch einige wenige Punkte zu kennzeichnen. Dazu verwendet man meist die Grenzwerte für $\omega \rightarrow 0$ und $\omega \rightarrow \infty$ sowie weitere Punkte, die sich aus dem Frequenzgang leicht berechnen lassen.

B Im vorliegenden Beispiel bieten sich dafür drei solche Punkte an.

$$T_1^* \omega = 0: \quad |G_Z(j\omega)| = K \quad \text{und} \quad \varphi = 0$$

$$T_1^* \omega = 1: \quad |G_Z(j\omega)| = \frac{K}{2} \quad \text{und} \quad \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

$$T_1^* \omega \rightarrow \infty: \quad |G_Z(j\omega)| = 0 \quad \text{und} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Um den Einfluß der Regeleinrichtung deutlich zu machen, wurden im Bild 3.8 die Ortskurven des Frequenzganges der Regelstrecke und des Regelkreises gegenübergestellt. Man erkennt dadurch die Verbesserung, d. h. die Verringerung des Amplitudenverhältnisses, die durch die Verwendung der Regeleinrichtung und durch Erhöhung des Reglerparameters K_R möglich ist.

2. Für ingenieurtechnische Zwecke ist die graphische Darstellung des Frequenzganges in Form seiner **Frequenzkennlinie** günstiger. Zur Frequenzkennlinie zählen die Amplitudenkennlinie und die Phasenkennlinie.

Amplitudenkennlinie: Der Logarithmus des Amplitudenverhältnisses wird als Funktion des Logarithmus der Kreisfrequenz dargestellt.

Phasenkennlinie: Die Phasenverschiebung wird als Funktion des Logarithmus der Kreisfrequenz dargestellt.

Für das vorliegende Beispiel ist die Frequenzkennlinie im Bild 3.9 gegeben. Zur einfachen Handhabung verwendet man für die Amplitudenkennlinie doppelt logarithmisch geteiltes Diagrammpapier, für die Phasenkennlinie einfach logarithmisch geteiltes.

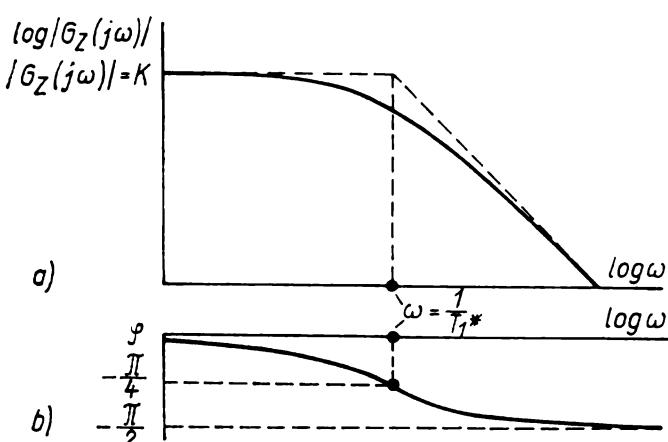


Bild 3.9. Frequenzkennlinie für Störverhalten einer Füllstandsregelung mit P-Regeleinrichtung

- a) Amplitudenkennlinie
- b) Phasenkennlinie

Die logarithmische Einteilung der Achsen für die Kreisfrequenz und das Amplitudenverhältnis empfiehlt sich aus drei Gründen:

- Es kann ein großer Frequenzbereich in einem überschaubaren Maßstab dargestellt werden.
- Es ergeben sich günstige Möglichkeiten zur einfachen Konstruktion der Amplitudenkennlinien von Systemen aus den Amplitudenkennlinien der Glieder dieser Systeme (s. a. Abschn. 4.3.).
- Die Amplitudenkennlinien nicht zu komplizierter Übertragungsglieder weisen Asymptoten auf, deren Schnittpunkte von charakteristischen Kennwerten der Übertragungsglieder abhängen (siehe gestrichelte Linien in den Bildern 3.9a) und 3.10).

In bestimmten Grenzen ist es zulässig und ausreichend, die Übertragungsglieder allein nur durch die **asymptotischen Amplitudenkennlinien** zu beschreiben (s. a. Abschnitt 4.2.).

- B** Da für die Regelgüte in erster Linie das Amplitudenverhältnis von Interesse ist, wurden im Bild 3.10 noch einmal die Amplitudenkennlinien für Störverhalten der Regelstrecke und des Regelkreises gegenübergestellt. Aus dieser Darstellung ist noch besser als aus den Ortskurven ersichtlich, daß der durch den Einsatz der Regeleinrichtung erzielte Gewinn an Regelgüte (Verringerung des Amplitudenverhältnisses) um so kleiner wird, je höher die Frequenz des Störsignals ist, weil die Regelstrecke auf Grund ihres Verzögerungsverhaltens die Störsignale höherer Frequenz schlechter überträgt als die niedriger Frequenz.

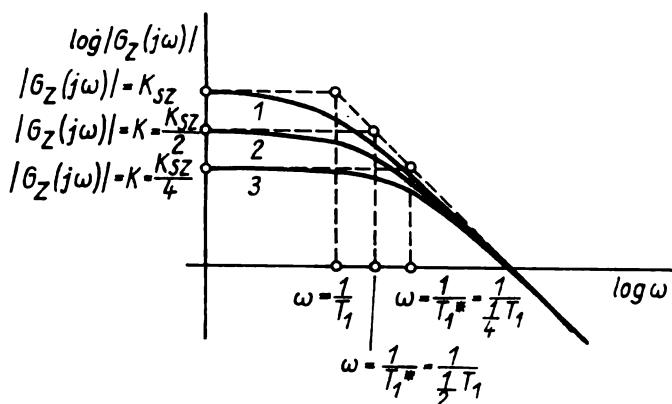


Bild 3.10. Amplitudenkennlinie für Störverhalten einer Füllstandsregelung mit P-Regeleinrichtung

- 1 ohne Regelung, $K_o = 0$
2 mit Regelung, $K_o = 1$
3 mit Regelung, $K_o = 3$

Nachfolgend wird als Beispiel das Störverhalten des Füllstandsregelkreises mit einer *I*-Regeleinrichtung untersucht. Die Übertragungsfunktion des Regelkreises ist mit Gleichung (3.30) bereits bekannt, so daß der Frequenzgang sofort angegeben werden kann:

$$G_Z(j\omega) = \frac{j K_D \omega}{1 + j T_1^* \omega - T_2^{*2} \omega^2}. \quad (3.60)$$

Daraus erhält man das Amplitudenverhältnis und die Phasenverschiebung:

$$|G_Z(j\omega)| = \frac{K_D \omega}{\sqrt{(1 - T_2^{*2} \omega^2)^2 + T_1^{*2} \omega^2}} \quad (3.61)$$

$$\varphi = \arctan \frac{1 - T_2^{*2} \omega^2}{T_1^* \omega}. \quad (3.62)$$

Es läßt sich zeigen, daß die Ortskurve des Frequenzganges einen Vollkreis mit dem Mittelpunkt auf der positiven reellen Achse im Abstand $\frac{K_{SZ}}{2}$ vom Nullpunkt beschreibt (s. Bild 3.11b). Charakteristische Werte zur einfachen Konstruktion der Ortskurve ergeben sich hier zu:

$$T_2^* \omega = 0: |G_Z(j\omega)| = 0 \quad \text{und} \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$T_2^* \omega = 1: |G_Z(j\omega)| = \frac{K_D}{T_1^*} = K_{SZ} \quad \text{und} \quad \varphi = 0$$

$$T_2^* \omega \rightarrow \infty: |G_Z(j\omega)| = 0 \quad \text{und} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

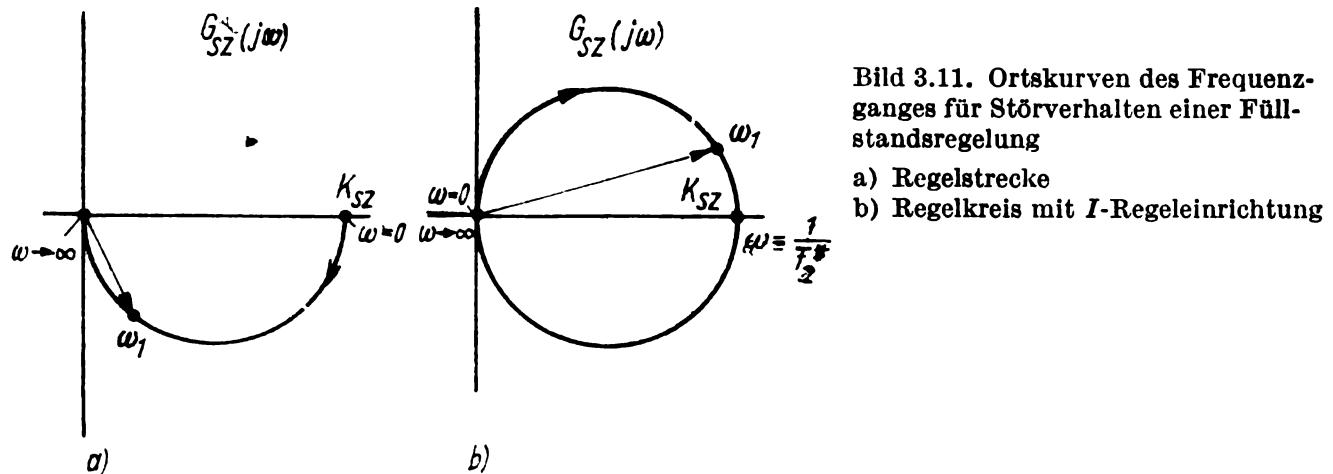


Bild 3.11. Ortskurven des Frequenzganges für Störverhalten einer Füllstandsregelung
a) Regelstrecke
b) Regelkreis mit I-Regeleinrichtung

Man kann feststellen, daß das größte Amplitudenverhältnis mit dem Wert K_{SZ} dann auftritt, wenn das Störsignal die Frequenz $\omega = \frac{1}{T_2^*}$ hat. Für ein Störsignal mit einer solchen Frequenz ist der Regelkreis in Resonanz. Diesen ungünstigen Fall kann man durch geeignetes Einstellen des Reglerparameters K_{IR} verhindern. Gleichung (3.30) weist aus, daß T_2^* durch K_{IR} beeinflußbar ist, denn es ist:

$$T_2^{*2} = \frac{T_1}{K_{SY} K_{IR}}. \quad (3.63)$$

Aus der Darstellung im Bild 3.11 erkennt man auch, daß es einen Frequenzbereich für das Störsignal gibt, z. B. in der Nähe von ω_1 , bei dem der Regelkreis ungünstiger wirkt als die Regelstrecke allein. Darauf soll im nächsten Abschnitt näher eingegangen werden.

3.5. Regelgüte bei sinusförmigen Störsignalen

Regelkreise, die unter der Einwirkung sinusförmiger, sinusähnlicher oder zumindest periodischer Störsignale stehen, können hinsichtlich ihrer Regelgüte dadurch bewertet werden, daß man das Amplitudenverhältnis des Regelkreises auf das Amplitudenverhältnis der zugehörigen Regelstrecke bezieht. Dieses Verhältnis wird als **dynamischer Regelfaktor $R(\omega)$** bezeichnet.

$$R(\omega) = \frac{|G_Z(j\omega)|}{|G_{SZ}(j\omega)|} = \frac{\text{Amplitudenverhältnis mit Regelung}}{\text{Amplitudenverhältnis ohne Regelung}}$$

In der Literatur ist auch das Symbol R_{dyn} für den dynamischen Regelfaktor üblich.

- B** Berechnet man den dynamischen Regelfaktor für die vorher betrachteten Beispiele, so ergibt sich im Falle der Verwendung einer *P*-Regeleinrichtung:

$$R(\omega) = \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{(1 + K_{SY} K_R)^2 + T_1^2 \omega^2}}. \quad (3.65)$$

Aus der Gleichung (3.65) geht hervor, daß im gesamten möglichen Frequenzbereich $0 < \omega \leq \infty$ immer $R(\omega) < 1$ ist und daß man $R(\omega)$ verringern und damit die Wirkung der Regelung erhöhen kann, wenn man den Reglerparameter K_R bzw. die Kreisverstärkung $K_{SY} K_R$ vergrößert. Bild 3.12a) soll das verdeutlichen.

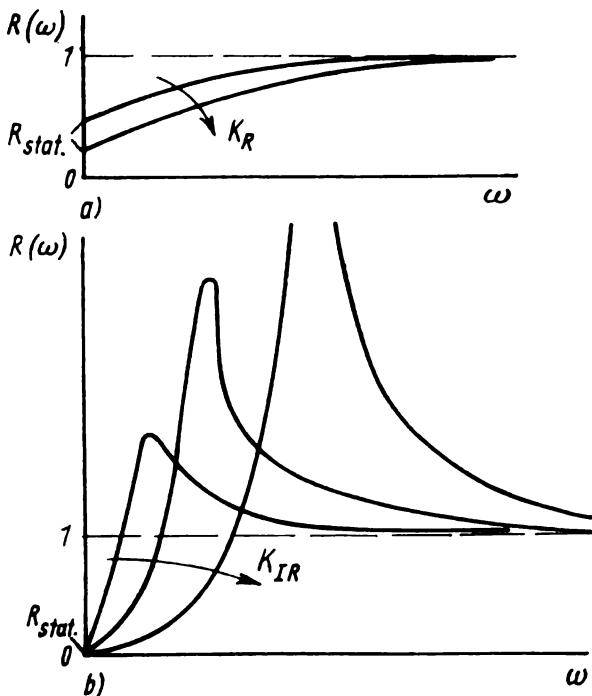


Bild 3.12. Verlauf des dynamischen Regelfaktors für eine Füllstandsregelung
a) mit *P*-Regeleinrichtung
b) mit *I*-Regeleinrichtung

Verwendet man eine *I*-Regeleinrichtung, so ergibt sich für den dynamischen Regelfaktor:

$$R(\omega) = \sqrt{\frac{1 + T_1^2 \omega^2}{1 + \left(\frac{K_{SY} K_{IR} - T_1 \omega^2}{\omega}\right)^2}} \quad (3.66)$$

Die Diskussion der Gleichung (3.66) zeigt, daß es Frequenzbereiche des Störsignals geben kann, in denen die Amplitude der Regelgröße größer ist als ohne Regelung (s. Bild 3.12b). Aus Gleichung (3.66) ergibt sich, daß dieser ungünstige Fall, $R(\omega) > 1$, dann vorliegt, wenn die Kreisfrequenz folgende Ungleichung erfüllt:

$$\omega > \sqrt{\frac{K_{SY} K_{IR}}{2 T_1}} \quad (3.67)$$

Sind alle Parameter der Regelstrecke und der Regeleinrichtung (K_{Sz} , K_{SY} , K_{IR} , T_1) fest vorgegeben bzw. fest gewählt, dann gibt es nach Gleichung (3.67) eine obere Frequenz für das Störsignal, oberhalb derer der Regelkreis seine Aufgabe der Störgrößenkompensation nicht nur nicht erfüllt, sondern die Auswirkungen der Störgröße sogar noch begünstigt. Wie aus dem Abschnitt 3.2. hervorgeht, kann ein solcher Fall beim gleichen Regelkreis unter der Einwirkung einer sprung-

förmigen Störung nicht auftreten. Das macht deutlich, daß die günstige Auswahl und Einstellung eines Reglers auch von der Art des angreifenden Störsignals abhängt. Gleichzeitig macht es begreiflich, daß es im allgemeinen nicht genügt, die gewünschte Prozeßstabilisierung nur durch Auswahl und Installation einer Regelteinrichtung erreichen zu wollen. Es sind vielmehr noch wohldurchdacht die Werte der Einstellparameter (bzw. Wertebereiche) der Regeleinrichtung auszuwählen.

Zur Kennzeichnung der Güte einer Regelung wurden in den Abschnitten 3.3. und 3.5. je nach Art des Störsignals vor allem die Kenngrößen »bleibende Regelabweichung« bzw. »Amplitudenverhältnis« verwendet. Es erwies sich als sinnvoll, diese Kenngröße sowohl für den Regelkreis als auch für die Regelstrecke allein zu bestimmen und ins Verhältnis zu setzen. Die auf diese Weise definierten Gütekenngrößen »statischer Regelfaktor« und »dynamischer Regelfaktor« konnten dabei ähnlich wie ein Wirkungsgrad zur Angabe der Wirksamkeit einer Regelung verwendet werden. Der Verlauf des dynamischen Regelfaktors läßt erkennen, für welche Frequenzen der Störsignale eine Regelung günstig, wirkungslos oder ungünstig ist. Betrachtet man den Fall von Signalen sehr niedriger Frequenz $\omega \approx 0$, so ist einzusehen, daß jedes praktische System trotz Verzögerung diesen sehr langsam Änderungen zu folgen vermag, daß die Regelgröße also faktisch immer im Beharrungszustand ist. Der dynamische Regelfaktor geht deshalb für sehr niedrige Frequenzen in den statischen Regelfaktor über. Bei Gültigkeit der Grenzwertsätze läßt sich demnach der statische Regelfaktor aus dem dynamischen Regelfaktor ableiten.

$$R_{\text{stat}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} R(\omega) \quad (3.68)$$

Ganz allgemein kann man zeigen, daß für die Mehrheit der linearen Regelkreise der dynamische Regelfaktor als Funktion der Kreisfrequenz ω prinzipiell den im Bild 3.13 abgebildeten Verlauf aufweist, der drei unterschiedliche Frequenzbereiche erkennen läßt.

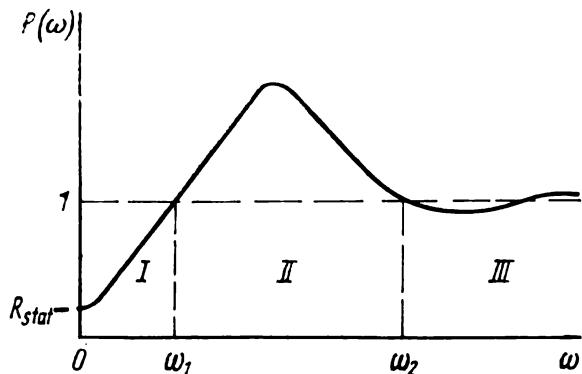


Bild 3.13. Charakteristischer Verlauf des dynamischen Regelfaktors

1. Im Bereich I (d. h. für sinusförmige Störsignale in den Grenzen $0 \leq \omega \leq \omega_1$) zeigt der Regelkreis die beabsichtigte Wirkung. Der dynamische Regelfaktor ist kleiner als eins. Die dynamischen Eigenschaften von Regelstrecke und Regelteinrichtung ergeben ein Stellsignal, das dem Störsignal entgegenwirkt. Die Gegenkopplung der Regelkreisschaltung wird voll wirksam.
2. Im Bereich II ($\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$) vergrößert der Regelkreis die Auswirkungen des Störsignals. Ursache dafür ist, daß wegen des dynamischen Verhaltens von Regelstrecke und Regler bei diesen Frequenzen das Stellsignal gleichsinnig mit dem Störsignal einwirkt. Es liegt eine Mitkopplung vor.
3. Im Bereich III ($\omega_2 \leq \omega < \infty$) ist die Regelung praktisch unwirksam, da die Auswirkungen des Störsignals bereits durch die Regelstrecke selbst ausreichend vermindert werden.

Der konkrete Verlauf des dynamischen Regelfaktors in den drei Bereichen kann, wie Bild 3.12 zeigt, durch Variation der Reglerparameter beeinflußt werden. Man kann für zahlreiche Regelkreise nachweisen, daß die durch Parametervariation erzielte Verbesserung der Regelgüte nur für einen Bereich (entweder I oder II) möglich ist, während in einem anderen Bereich (entweder II oder I) eine Verschlechterung eintritt. Für periodische Störsignale ist ein Regelkreis also so auszulegen, daß die Störsignale möglichst in den Bereich I fallen.

Die bisherigen Überlegungen können auch auf **stochastische Störsignale** ausgedehnt werden. Ein stochastisches Störsignal kann man sich als Überlagerung eines kontinuierlichen Spektrums von sinusförmigen Störsignalen vorstellen, wobei die Amplituden und die Phasenverschiebungen der »Einzelschwingungen« statistisch schwanken.

Stochastische Störsignale werden im Frequenzbereich durch ihre spektrale Dichte $S(\omega)$, auch als spektrale Leistungsdichte bezeichnet, gekennzeichnet. Eingedenk der Darstellung im Bild 3.13 ist also bei einem stochastischen Störsignal dafür zu sorgen, daß möglichst das gesamte Spektrum des Störsignals im Bereich I liegt. Dementsprechend sind die Parameter des Reglers einzustellen. Bei einem Störsignalspektrum, das einen sehr großen Frequenzbereich überstreicht, kann das nicht immer gewährleistet werden. Teile des Spektrums fallen auch in den Bereich II. Dann kommt es darauf an, daß im Mittel eine Verbesserung erreicht wird. Eine Gütekenngröße für einen solchen Fall ist die Leistung σ_x^2 des Signals der Regelgröße, die zu einem Minimum gemacht werden soll.

$$\sigma_x^2 = \int_0^{\infty} |G(j\omega)|^2 S(\omega) d\omega \quad (3.69)$$

Auch bei stochastischen Störsignalen läßt sich als Gütekenngröße ein Regelfaktor, nämlich der **stochastische Regelfaktor R_{stoch}** , definieren.

$R_{\text{stoch}} = \frac{\sigma_x^2 \text{ mit Regelung}}{\sigma_x^2 \text{ ohne Regelung}}$

(3.70)

Zusammenfassung

Der Abschnitt 3. soll deutlich machen, daß das Verhalten eines Regelkreises nicht nur vom Verhalten der Regelstrecke, sondern auch vom Verhalten der Regeleinrichtung und dem Charakter des Störsignals abhängt. Praktisch muß man versuchen, die geforderte Güte einer Regelung, die durch bestimmte Kenngrößen charakterisiert wird, durch die Auswahl einer geeigneten Regeleinrichtung und durch eine günstige Einstellung ihrer Parameter zu erreichen. Die Auswahl der Regeleinrichtung und die Einstellung ihrer Parameter ist in starkem Maße vom Charakter der angreifenden Störsignale abhängig.

Da eine genaue Kenntnis der Störsignale oft nicht vorliegt, legt man dem Entwurf von Regelkreisen häufig sprungförmige oder sinusförmige Störsignale zugrunde.

Um effektive Regelkreise projektieren zu können, ist es unbedingt nötig, die statischen und dynamischen Eigenschaften der einzelnen Glieder zu kennen. Regelstrecken, Meßglieder, Regler und Stellantriebe müssen untersucht werden. Diese Glieder können mannigfaltiger Natur sein. Als Regelstrecken treten in der stoffwandelnden Industrie häufig Behältersysteme, Kolonnen, Reaktoren, Pumpen, Kompressoren auf. Drücke, Temperaturen, Durchflüsse, Füllstände, Konzentrationen, pH-Werte müssen geregelt werden. Die verschiedensten Meßverfahren kommen zur Anwendung. Die Regeleinrichtungen können auf elektronischer, pneumatischer oder hydraulischer Basis arbeiten.

Es scheint unmöglich, diese Vielfalt von Systemen mit einem begrenzten Zeitaufwand zu untersuchen. Diese Möglichkeit besteht trotzdem, da man sich bei der Untersuchung vier Tatsachen zunutze macht.

1. Jedes komplexe System läßt sich in Teilsysteme zerlegen, die für sich untersucht werden. Das ist in der Regel einfacher und übersichtlicher. Natürlich müssen die Wechselbeziehungen zwischen den Teilsystemen berücksichtigt werden. So würde man bei der Untersuchung einer verfahrenstechnischen Anlage mit einzelnen Kolonnen, Behältern, Reaktoren beginnen und die Eigenschaften der Gesamtanlage aus den Eigenschaften der Anlagenteile ableiten. Das gleiche Verfahren läßt sich natürlich auch auf ein Teilsystem anwenden, das weiter untergliedert werden kann. Auf diese Weise bekommt man eine Anzahl von bestimmten typischen Teilsystemen, deren Eigenschaften bekannt sind und bei der Untersuchung anderer komplexer Anlagen sofort verwendet werden können.
2. Bei der Beschreibung eines Teilsystems abstrahiert man von der konkreten physikalischen Natur des Teilsystems und der Prozesse, die in ihm ablaufen, und gelangt zum mathematischen Modell. In der Kybernetik wird gezeigt, daß ein bestimmtes mathematisches Modell eine ganze Gruppe von Systemen unterschiedlicher physikalischer Natur beschreiben kann.
3. Ein mathematisches Modell kann formal weiter zerlegt werden, so daß bestimmte typische Grundmodelle entstehen, die in allen mathematischen Modellen wieder auftreten. Den Grundmodellen entsprechen **Grundübertragungsglieder**, aus denen beliebig komplizierte Systeme aufgebaut werden können.
4. Im Abschnitt 2.3. (Übertragungsfunktionen des Regelkreises) wurde gezeigt, daß auch der Regelkreis für das Störverhalten bzw. Führungsverhalten als ein Übertragungsglied aufgefaßt werden kann. Für die Regelungstechnik besteht damit durch die Anwendung der Erkenntnisse dieses Abschnittes ein wesentlicher Vorteil darin, daß Aussagen über das Verhalten des Regelkreises sofort – wenigstens in annehmbarer Näherung – vorliegen.

Dieser Abschnitt wird sich unter anderem damit beschäftigen, die Grundglieder und die Gesetzmäßigkeiten der verschiedenen Schaltungsarten, mit denen Grundglieder zu **kombinierten Gliedern** zusammengesetzt werden können, zu untersuchen. Es ist dann möglich, die Eigenschaften der kombinierten Glieder aus den bekannten Eigenschaften der Grundglieder abzuleiten.

In diesem Abschnitt sollen nur lineare, zeitinvariante Systeme mit konzentrierten Parametern betrachtet werden. Eine Ausnahme bildet das Totzeitglied, das ein Sonderfall eines Systems mit verteilten Parametern ist. Die Systeme sollen stabil sein, d. h., die Pole der Übertragungsfunktionen haben ohne Ausnahme negative Realteile (vgl. Abschn. 7.).

Zur Beschreibung linearer, zeitinvariante Systeme mit konzentrierten Parametern sind verschiedene Möglichkeiten entwickelt worden. Es werden in diesem Abschnitt folgende **Beschreibungsweisen** in analytischer Art bzw. graphischer Darstellung behandelt, wobei die in Klammern gesetzten Zahlen auf die Spalten der Tabelle A2 hinweisen, in denen die Beschreibungsweisen für die Grundglieder und einige wichtige kombinierte Glieder gegeben sind:

analytisch	graphisch
1. Differentialgleichung (4)	Pol-Nullstellen-Verteilung (6)
2. Übertragungsfunktion (5)	Sprungantwort (8)
3. Sprungantwort (7)	Frequenzkennlinien
4. Frequenzgang	– Amplitudenkennlinie (10)
– Amplitudenverhältnis (9)	– Phasenkennlinie (11)
– Phasenverschiebung (9)	Ortskurve des Frequenzganges (12)

Mit Ausnahme der Pol-Nullstellen-Verteilung, die ein System nur bis auf einen Faktor K genau beschreibt, sind alle aufgeführten Beschreibungsweisen in ihrer Aussagekraft gleichwertig. Man verwendet die verschiedenen Beschreibungsweisen deshalb, weil jede bestimmte Vorzüge hat und für einzelne Methoden und Verfahren der Regelungstechnik typisch ist. Die Zusammenhänge zwischen den Beschreibungsweisen sind in der Tabelle 4.1. widergespiegelt. Die Tabelle soll auch als Hilfsmittel beim Durcharbeiten des Abschnittes dienen.

4.1. Beschreibung der Grundglieder

Es läßt sich zeigen, daß man bei der Beschreibung von Systemen mit sechs Grundgliedern auskommen kann. Alle weiteren Glieder lassen sich durch Kombinationen aus den Grundgliedern erzeugen. In Tabelle A2 sind für die Grundglieder und verschiedene kombinierte Glieder entsprechend den Beschreibungsweisen die wichtigsten mathematischen Ausdrücke und graphischen Darstellungen zusammengestellt worden. Es wird hier deshalb darauf verzichtet, aus der Tabelle zu entnehmende Angaben vollständig noch einmal darzustellen.

4.1.1. Proportionalglied (P-Glied)

Beim Proportionalglied (P-Glied) ist das Signal der Ausgangsgröße zu jedem Zeitpunkt dem Signal der Eingangsgröße proportional:

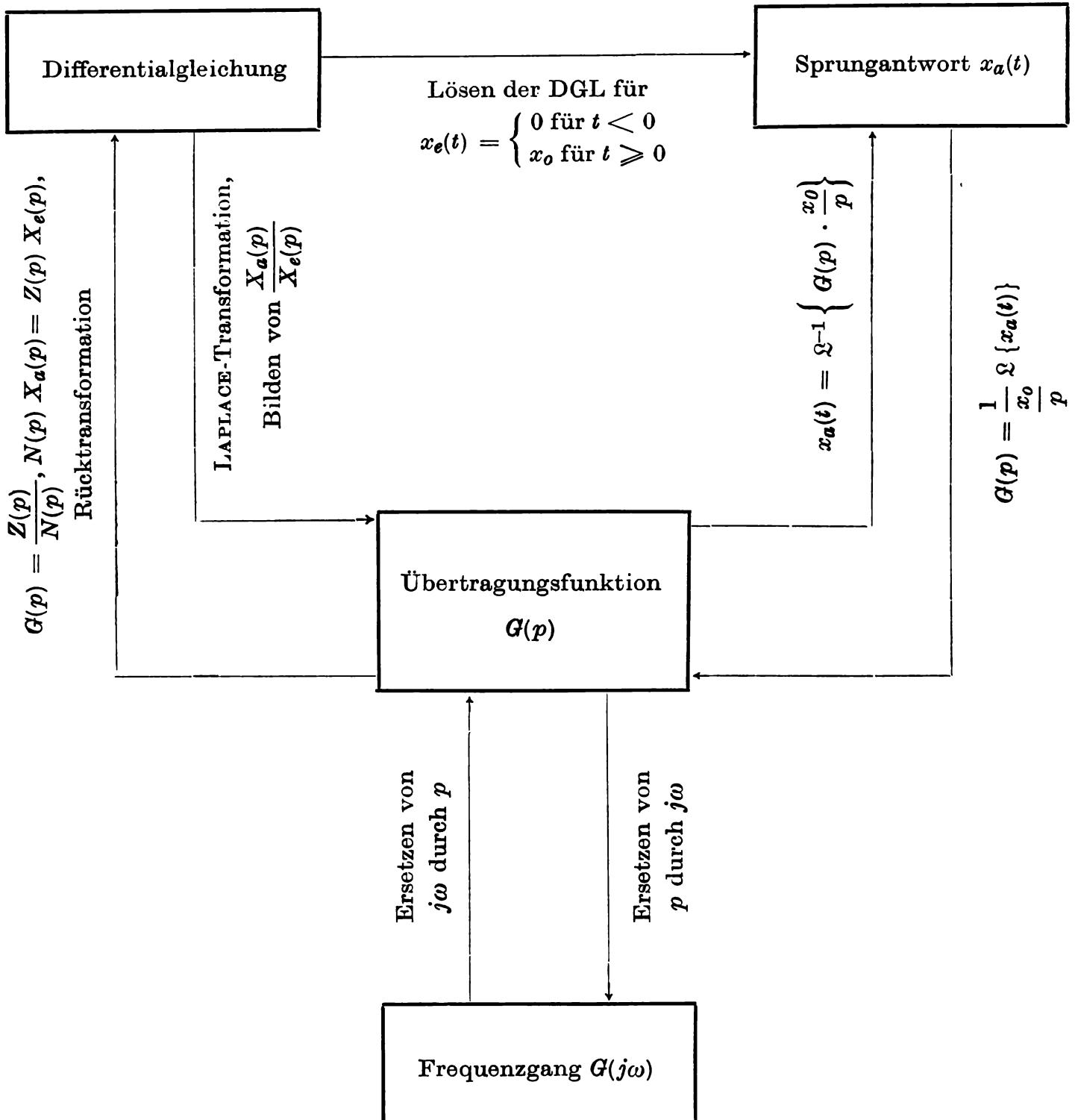
$$x_a(t) = K x_e(t). \quad (4.1)$$

Den Proportionalfaktor K bezeichnet man als **Übertragungsfaktor** oder Verstärkungskoeffizient. Wenn x_a und x_e von verschiedener Dimension sind, was durchaus der Fall sein kann, ist K ebenfalls dimensionsbehaftet.

Man muß sich darüber im klaren sein, daß das Proportionalglied eine Idealisierung darstellt. Die Gleichung (4.1) sagt aus, daß die Ausgangsgröße mit der Eingangsgröße fest gekoppelt ist. Wird die Eingangsgröße verändert, so muß die Ausgangsgröße dieser unmittelbar folgen. In der Praxis tritt ein solches Verhalten nicht auf.

Bei sich zeitlich ändernder Eingangsgröße wird die Ausgangsgröße stets hinter der Eingangsgröße zurückbleiben, man spricht von einem Verzögerungsverhalten. Bei vielen technischen Systemen ist es aber möglich, die Verzögerung zu vernachlässigen und ein idealisiertes Verhalten ohne Verzögerung anzunehmen.

Tabelle 4.1. Zusammenhänge zwischen den Beschreibungsweisen linearer, zeitinvarianter Systeme



- B** Im folgenden werden drei Beispiele für P -Glieder betrachtet (s. Bild 4.1).
 Die Abhängigkeit der an den Enden eines Thermoelementes entstehenden Spannungsdifferenz Δu von der Temperaturdifferenz zwischen Meß- und Vergleichsstelle $\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_0$ wird in einem bestimmten Temperaturbereich durch die Gleichung beschrieben:

$$\Delta u = K \Delta \vartheta. \quad (4.2)$$

Bei einem Zahnradgetriebe steht die Drehzahl n_a der Abtriebswelle zur Drehzahl n_e der Antriebswelle in einem festen Verhältnis, das durch die Zähnezahlen der Räder bestimmt wird:

$$n_a = K n_e. \quad (4.3)$$

Auch der elektronische Verstärker hat innerhalb bestimmter Grenzen der Eingangsspannung u_e und der Frequenz ein proportionales Verhalten der Ausgangsspannung u_a , das durch die folgende Gleichung beschrieben wird:

$$u_a = K u_e. \quad (4.4)$$

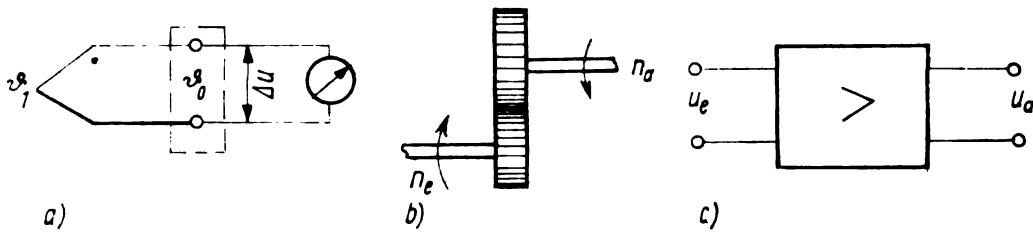


Bild 4.1. Beispiele für P-Glieder
 a) Thermoelement
 b) Zahnradgetriebe
 c) elektronischer Verstärker

4.1.2. Integralglied (I-Glied)

Beim Integralglied (I-Glied) ist das Signal der Ausgangsgröße zu jedem Zeitpunkt dem Integral des Signals der Eingangsgröße proportional:

$$x_a(t) = K_I \int x_e(t) dt. \quad (4.5)$$

Bei einem sprungförmigen Verlauf der Eingangsgröße

$$x_e(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ x_o & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

kann mittels der Gleichung (4.5) die Sprungantwort ermittelt werden:

$$x_a(t) = K_I x_o t. \quad (4.7)$$

Aus dieser Gleichung kann eine interessante Eigenschaft des I-Gliedes unmittelbar abgelesen werden: Die Ausgangsgröße wächst ständig an, d. h., es stellt sich kein neues Gleichgewicht ein. Auf Grund dieser Eigenschaft bezeichnet man das I-Glied im Unterschied zu anderen Übertragungsgliedern auch als astatic oder **Übertragungsglied ohne Ausgleich**. Geht die Eingangsgröße nach einer bestimmten Zeit auf null zurück, so verharrt die Ausgangsgröße beim I-Glied auf dem erreichten Wert.

Übertragungsglieder ohne Ausgleich sind gekennzeichnet durch unendliche Werte der Sprungantworten für $t \rightarrow \infty$, **Übertragungsglieder mit Ausgleich** durch endliche Werte der Sprungantworten für $t \rightarrow \infty$.

In Tabelle A2 sind die Übertragungsglieder 6, 7, 12, 13 und 14 ohne Ausgleich (sie enthalten I-Anteile) und die restlichen Übertragungsglieder mit Ausgleich.

B I-Glieder kommen in der Praxis tatsächlich vor. Im Bild 4.2 sind zwei Beispiele für I-Glieder dargestellt.

In einem Behälter ohne Ausfluß (s. Bild 4.2a) wird eine Flüssigkeit gespeichert. Der Füllstand h im Behälter ist dem Integral über dem zufließenden Massestrom M_e proportional:

$$h = \frac{1}{A \rho} \int M_e dt \quad (4.8)$$

A Querschnittsfläche des Behälters

ρ Flüssigkeitsdichte.

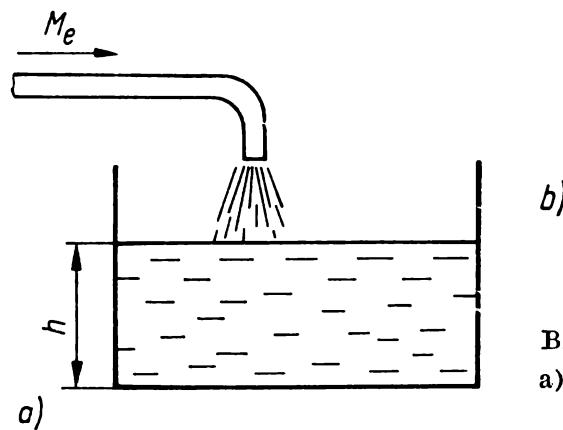
Als zweites Beispiel wird ein hydraulischer Stellantrieb (s. Bild 4.2b) betrachtet. Wenn die Flüssigkeit als inkompressibel angesehen wird und keine Leckverluste auftreten, gilt:

$$s = \frac{1}{A} \int Q_e dt \quad (4.9)$$

s Stellung des Kolbens

Q_e Volumenstrom der Hydraulikflüssigkeit

A Querschnittsfläche des Kolbens.



a)

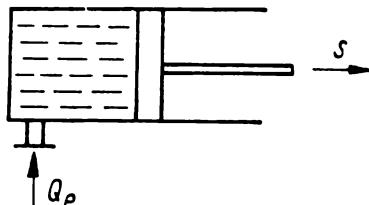


Bild 4.2. Beispiele für I-Glieder

a) Behälter ohne Abfluss

b) hydraulischer Stellantrieb

An beiden Beispielen ist zu ersehen, daß die mathematischen Modelle, hier die Gleichungen (4.8) und (4.9), nur in bestimmten Grenzen gültig sind: bis der Behälter überläuft bzw. der Kolben das Zylinderende erreicht.

4.1.3. Differentialglied (D-Glied)

Beim Differentialglied (D-Glied) ist das Signal der Ausgangsgröße zu jedem Zeitpunkt dem Differentialquotienten des Signals der Eingangsgröße proportional:

$$x_a(t) = K_D \frac{dx_e(t)}{dt}. \quad (4.10)$$

Bei der Analyse der Sprungantwort eines D-Gliedes zeigt sich, daß die Ausgangsgröße für alle $t \neq 0$ null ist und bei $t = 0$ gegen Unendlich strebt (δ -Funktion). Die Ortskurve läuft bei steigenden Frequenzen nach Unendlich. Daraus geht hervor, daß ideale D-Glieder nicht existieren können. In Wirklichkeit sind immer Verzögerungen (Trägheit der Masse, Selbstinduktion) vorhanden, so daß das Ausgangssignal bei steigenden Frequenzen schließlich unverändert bleibt, die Ortskurve also mit $\omega \rightarrow \infty$ gegen null strebt. Der Grad des Nennerpolynoms der Übertragungsfunktion von technisch realisierbaren Übertragungsgliedern ist stets höher als der des Zählerpolynoms. Wenn man jedoch in einem bestimmten Frequenzbereich $0 < \omega < \omega_{gr}$ arbeitet und ω_{gr} nicht zu hoch angesetzt wird, dann ist es häufig möglich, die Verzögerungen zu vernachlässigen. Das technisch realisierbare D-Glied wird dann durch den Frequenzgang $G(j\omega) = K_D j \omega$ im Bereich $0 < \omega < \omega_{gr}$ hinreichend genau beschrieben.

B Unter diesen Voraussetzungen werden auch die zwei folgenden Beispiele für *D*-Glieder betrachtet. Bild 4.3a) zeigt einen Tachogenerator. Bei Änderung des Drehwinkels α der Welle des Generators wird in der Wicklung eine Spannung u induziert. Es gilt:

$$u = K_D \frac{d\alpha}{dt}. \quad (4.11)$$

Ändert sich die an einen Kondensator mit der Kapazität C angelegte Spannung u , so fließt ein Strom i durch den Kondensator, der der Änderungsgeschwindigkeit der Spannung proportional ist (s. Bild 4.3b):

$$i = C \frac{du}{dt}. \quad (4.12)$$

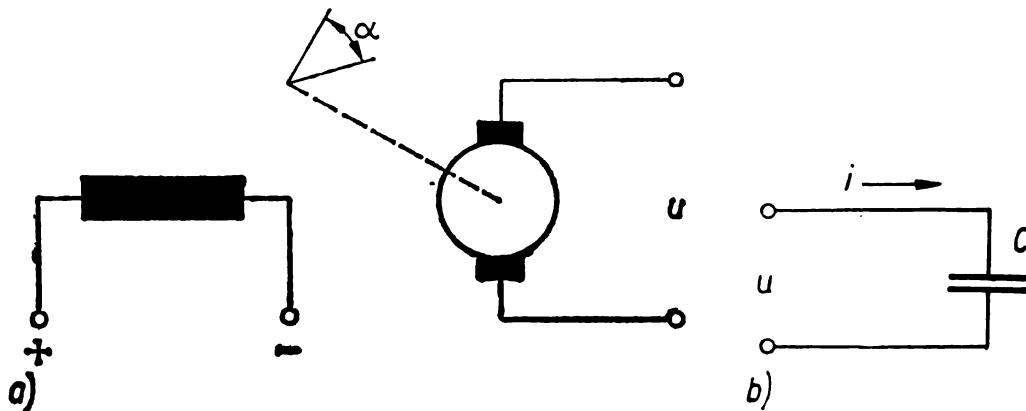


Bild 4.3. Beispiele für *D*-Glieder

a) Tachogenerator

b) Kondensator

Der Typ eines Übertragungsgliedes (z. B. *P*-Glied, *I*-Glied, *D*-Glied) ist erst nach Definition der Eingangs- und Ausgangsgröße festgelegt. Sieht man in Gleichung (4.11) nicht den Winkel α als Eingangsgröße an, sondern die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$, so folgt daraus, daß die induzierte Spannung der Winkelgeschwindigkeit proportional ist:

$$u = K_D \omega \quad (\text{P-Glied}). \quad (4.13)$$

4.1.4. Verzögerungsglied 1. Ordnung (T_1 -Glied)

Die Differentialgleichung des T_1 -Gliedes lautet:

$$T_1 \frac{dx_a}{dt} + x_a = x_e. \quad (4.14)$$

In den meisten Fällen tritt auf der rechten Seite der Gleichung noch ein Koeffizient K auf. Das Glied wird dann als **PT₁-Glied** bezeichnet:

$$T_1 \frac{dx_a}{dt} + x_a = K x_e. \quad (4.15)$$

Das *PT₁*-Glied wird nicht bei den Grundgliedern behandelt, da man es durch Reihenschaltung eines *P*- und eines T_1 -Gliedes erhalten kann.

Der Koeffizient T_1 wird als **Zeitkonstante** bezeichnet, denn er hat die Maßeinheit einer Zeit. Die Bedeutung der Zeitkonstante wird bei der Analyse der Sprungantwort deutlich. Die Sprungantwort

$$x_a(t) = x_o (1 - e^{-t/T_1}) \quad (4.16)$$

und ihre graphische Darstellung zeigen (s. Tab. A2), daß die Ausgangsgröße nach einer gewissen Zeit (theoretisch nach unendlich langer Zeit) einen neuen stationären Wert annimmt. Das T_1 -Glied gehört deshalb zu den Gliedern mit Ausgleich. Die Zeitkonstante T_1 ist dabei ein Maß für die Geschwindigkeit, mit der sich der Wert der Ausgangsgröße dem neuen stationären Zustand nähert. Je größer die Zeitkonstante, um so langsamer geht diese Annäherung vor sich.

Aus der Differentialgleichung folgt nach der LAPLACE-Transformation die Übertragungsfunktion

$$G(p) = \frac{X_a(p)}{X_e(p)} = \frac{1}{1 + T_1 p}, \quad (4.17)$$

die nur einen negativen reellen Pol hat (s. Tab. A2).

An dieser Stelle soll auf den Frequenzgang des T_1 -Gliedes etwas näher eingegangen werden. Mit Hilfe von Tabelle 4.1 gelangt man von Gleichung (4.17) zum Frequenzgang

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + T_1 j\omega}. \quad (4.18)$$

Zur graphischen Darstellung des Frequenzganges bedient man sich zweier Methoden: der Ortskurve des Frequenzganges und der Frequenzkennlinie (s. a. Abschnitt 3.4). Für beide graphischen Darstellungen benötigt man Betrag und Argument der komplexen Funktion $G(j\omega)$, die mit dem Amplitudenverhältnis und der Phasenverschiebung identisch sind:

$$|G(j\omega)| = \frac{x_{ao}}{x_{eo}} = \frac{1}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}} \quad (4.19)$$

$$\arg G(j\omega) = \varphi = -\arctan T_1 \omega. \quad (4.20)$$

Die Ortskurve des T_1 -Gliedes ist ein Halbkreis. Diese Aussage läßt sich durch Rechnungen mit komplexen Zahlen an Hand von Gleichung (4.18) beweisen [8].

Es soll nun die Frequenzkennlinie untersucht werden. In vielen Fällen reicht es aus, die Amplitudenkennlinie nur näherungsweise durch asymptotische Geraden zu zeichnen. Man geht beim T_1 -Glied von zwei Grenzfällen aus:

- Bereich kleiner Frequenzen $T_1 \omega \ll 1 \rightsquigarrow |G(j\omega)| \approx 1$
- Bereich großer Frequenzen $T_1 \omega \gg 1 \rightsquigarrow |G(j\omega)| \approx \frac{1}{T_1 \omega}$.

Die asymptotische Amplitudenkennlinie setzt sich aus zwei Geraden zusammen, die sich bei $\omega = \frac{1}{T_1}$ schneiden. Der größte Fehler dieser Näherung tritt bei $\omega = \frac{1}{T_1}$ auf.

Diese Darstellung ist für viele Zwecke ausreichend. Sollte es nötig sein, genaue Werte zu verwenden, so kann man diese aus Gleichung (4.19) berechnen. Die Phasenkennlinie muß punktweise konstruiert werden.

B Es wird nun ein Beispiel für ein T_1 -Glied betrachtet. Bild 4.4 zeigt den Temperaturmeßfühler eines Flüssigkeitsthermometers. Unter der Voraussetzung, daß der Glasballon sehr dünnwandig ist, gilt:

$$T_1 \frac{d\vartheta}{dt} + \vartheta = \vartheta_M \quad \text{mit} \quad T_1 = \frac{V \varrho c_p}{kA} \quad (4.21)$$

ϑ Temperatur der Thermometerflüssigkeit

ϑ_M Temperatur der zu messenden Flüssigkeit

V, ϱ, c_p Volumen, Dichte und spezifische Wärmekapazität der Thermometerflüssigkeit

k Wärmedurchgangskoeffizient

A Wärmeübertragungsfläche.

Zur Übung wird dem Leser empfohlen, die Maßeinheit der Zeitkonstanten zu ermitteln.

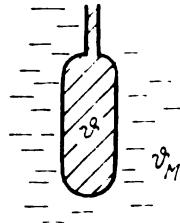


Bild 4.4. Flüssigkeitsthermometer als Beispiel für ein T_1 -Glied

4.1.5. Verzögerungsglied 2. Ordnung, schwingend (T_{2s} -Glied)

Das Verzögerungsglied 2. Ordnung wird durch die Differentialgleichung

$$T_2^2 \frac{d^2 x_a}{dt^2} + T_1 \frac{dx_a}{dt} + x_a = x_e \quad (4.22)$$

beschrieben. Analog zum T_1 -Glied tritt auf der rechten Seite der Gleichung häufig noch ein Koeffizient K auf. Das Glied wird dann **PT₂-Glied** genannt. Da man es durch eine Reihenschaltung eines P - und eines T_2 -Gliedes erzeugen kann, wird hier nur das T_2 -Glied analysiert, und zwar wegen der großen Bedeutung des T_2 -Gliedes in einer ausführlichen Darstellung.

Die Übertragungsfunktion des T_2 -Gliedes hat die Form:

$$G(p) = \frac{1}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}. \quad (4.23)$$

Die Übertragungsfunktion ist unter bestimmten Bedingungen umformbar in

$$G(p) = \frac{1}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} \quad (4.24)$$

mit den beiden reellen Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 , d. h., die Übertragungsfunktion hat zwei reelle negative Pole für $p_1 = -\frac{1}{\tau_1}$ und $p_2 = -\frac{1}{\tau_2}$.

Aus dem Koeffizientenvergleich

$$\tau_1 + \tau_2 = T_1 \quad \text{und} \quad \tau_1 \cdot \tau_2 = T_2^2 \quad (4.25)$$

ergibt sich eine quadratische Gleichung mit den Lösungen

$$\tau_1, \tau_2 = T_2 \left(\frac{T_1}{2 T_2} \pm \sqrt{\frac{T_1^2}{4 T_2^2} - 1} \right). \quad (4.26)$$

Unter Einführung des Dämpfungsgrades

$$D = \frac{T_1}{2 T_2} \quad (4.27)$$

ist die Umformung der Gleichung (4.23) in (4.24) nur möglich, wenn der Radikand in Gleichung (4.26), $D^2 - 1$, größer oder gleich null ist, d. h. $D \geq 1$.

$$\tau_1, \tau_2 = T_2 (D \pm \sqrt{D^2 - 1}) \quad D \geq 1 \quad (4.28)$$

Die Übertragungsfunktion Gleichung (4.24) weist auf eine Reihenschaltung von zwei T_1 -Gliedern hin. Es liegt kein Grundglied vor. Wie der Leser durch Rücktransformation nach Tabelle A1 bestätigen möge, ist die Sprungantwort aperiodisch, sowohl für $D > 1$ als auch für $D = 1$ (aperiodischer Grenzfall). Die Eigenschaften dieses **aperiodischen Verzögerungsgliedes 2. Ordnung** (T_{2n} -Glied) sind Tabelle A2 zu entnehmen.

Für ein Übertragungsglied mit $0 < D < 1$ ist eine Faktorenzerlegung des Nenners der Übertragungsfunktion mit reellen Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 nicht möglich. Unter Verwendung des bereits definierten Dämpfungsgrades D und einer Kreisfrequenz

$\omega_o = \frac{1}{T_2}$ erhält man die Übertragungsfunktion in einer neuen Form.

$$G(p) = \frac{1}{1 + \frac{2D}{\omega_o} p + \frac{1}{\omega_o^2} p^2} \quad 0 \leq D \leq 1 \quad (4.28)$$

$$D = \frac{T_1}{2 T_2} \quad \omega_o = \frac{1}{T_2}$$

Die Übertragungsfunktion hat zwei konjugiert komplexe Pole mit negativen Realteilen:

$$p_{1,2} = -\omega_o D \pm j \omega_o \sqrt{1 - D^2}. \quad (4.29)$$

Aus der Sprungantwort im Bildbereich

$$X_a(p) = \frac{1}{1 + \frac{2D}{\omega_o} p + \frac{1}{\omega_o^2} p^2} \cdot \frac{x_o}{p} \quad (4.30)$$

ergibt sich nach Rücktransformation mit Tabelle A1 die Sprungantwort im Zeitbereich.

$$x_a(t) = x_o \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - D^2}} e^{-D\omega_o t} \sin(\omega_o t + \varphi) \right] \quad (4.31)$$

$$\text{mit } \omega_d = \omega_o \sqrt{1 - D^2} \quad \text{und} \quad \varphi = \arctan \frac{\sqrt{1 - D^2}}{D}$$

In der Sprungantwort dieses Übertragungsgliedes (T_{2s} -Glied, siehe auch Tabelle A2) erkennt man einen schwingenden Übergangsvorgang mit der Kreisfrequenz ω_d , die man **Eigenfrequenz des gedämpften Systems** nennt. Die Amplitude der Schwingung, die mit der Zeit abnimmt, wird durch den Dämpfungsgrad D bestimmt. Für ein ungedämpftes System, $D = 0$, ergibt sich ein schwingender Übergang mit der Kreisfrequenz $\omega_d = \omega_o$, daher bezeichnet man ω_o als **Eigenfrequenz des ungedämpften Systems**.

Betrachtet man zusammenfassend das T_{2n} -Glied und das T_{2s} -Glied, so ergeben sich in der Pol-Verteilung (Bild 4.5) und in den Sprungantworten (Bild 4.6) einprägsame Zusammenhänge.

T_{2n} -Glied	1. $D > 1$	zwei verschiedene reelle negative Pole
	2. $D = 1$	zwei gleiche reelle negative Pole
T_{2s} -Glied	3. $0 < D < 1$	zwei konjugiert komplexe Pole mit negativen Realteilen
	4. $D = 0$	zwei konjugiert komplexe Pole, deren Realteile null sind.

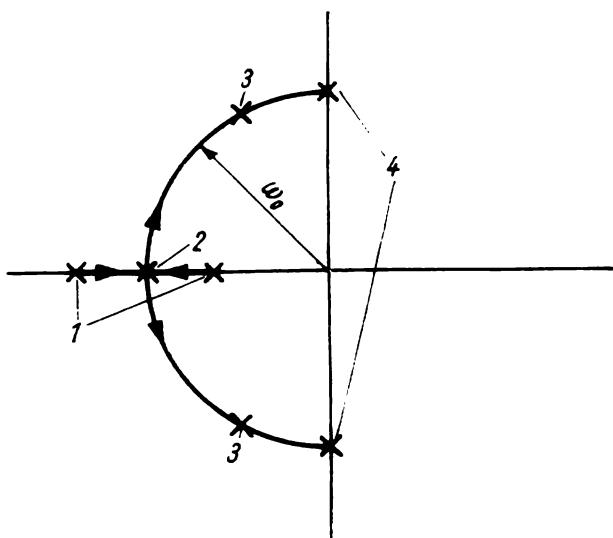


Bild 4.5. Pol-Verteilung eines T_2 -Gliedes bei verschiedenen Dämpfungsgraden

$$\begin{array}{ll} 1 & D > 1 \\ 2 & D = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \ 0 < D < 1 \\ 4 \ D = 0 \end{array}$$

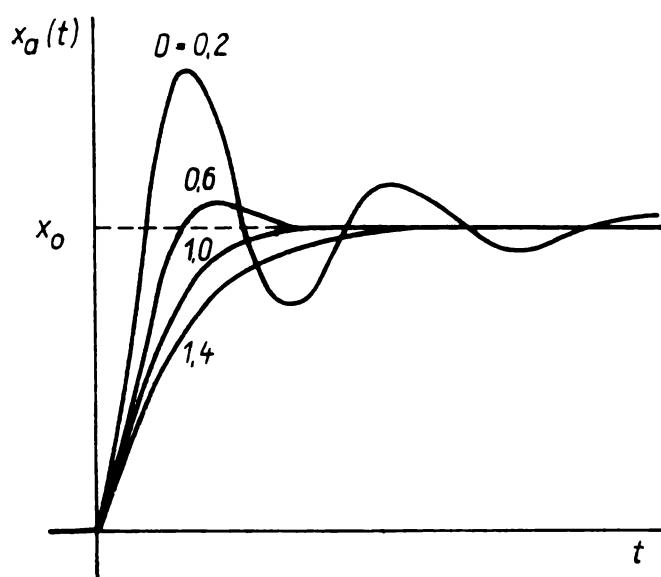


Bild 4.6. Sprungantwort eines T_2 -Gliedes bei verschiedenen Dämpfungsgraden

Aus der Übertragungsfunktion, Gleichung (4.23), erhält man gemäß Tabelle 4.1 den Frequenzgang $G(j\omega)$. Die Variable ω , die Kreisfrequenz der sich sinusförmig ändernden Eingangsgröße, ist hier nicht mit den Parametern ω_d und ω_o des Übertragungsgliedes zu verwechseln.

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + T_1 j \omega - T_2^2 \omega^2} \quad (4.32)$$

Für die Ortskurven- und Frequenzkennliniendarstellung werden Betrag des Frequenzganges (Amplitudenverhältnis) und sein Argument (Phasenverschiebung) benötigt:

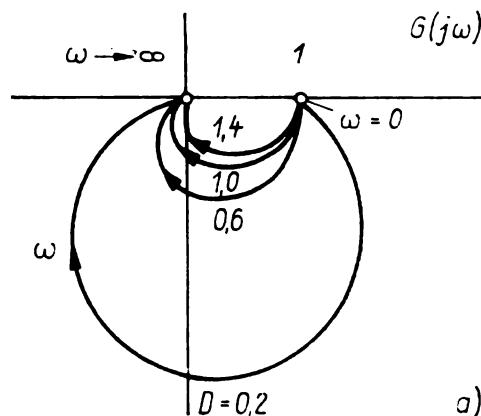
$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2}\right)^2 + \left(\frac{2D\omega}{\omega_o}\right)^2}} \quad (4.33)$$

$$\varphi = \arctan \frac{-T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2} = \arctan \frac{-2D \frac{\omega}{\omega_o}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2}}. \quad (4.34)$$

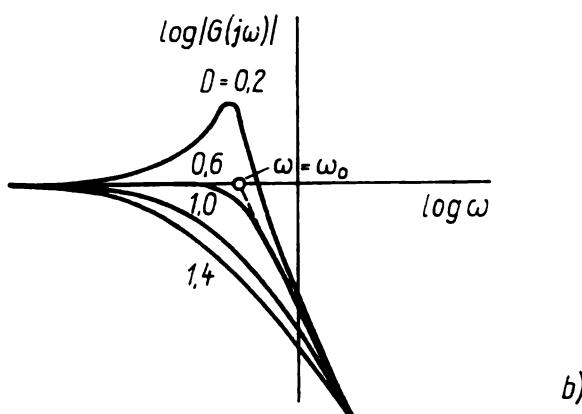
Für $D < \frac{1}{2} \sqrt{2} \approx 0,7$ hat das Amplitudenverhältnis ein Maximum (Resonanz) bei der **Resonanzfrequenz** ω_r :

$$\omega_r = \omega_o \sqrt{1 - 2D^2} \quad (4.35)$$

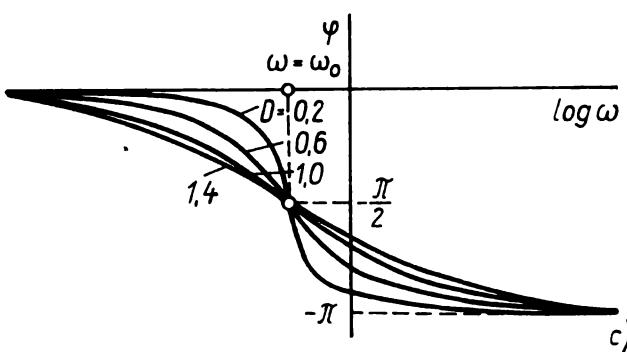
Bild 4.7a) zeigt einige Ortskurven des Frequenzganges von T_{2s} - und T_{2n} -Gliedern. Bei der Diskussion des Kurvenverlaufs der Amplitudenkennlinie werden zwei Fälle untersucht, die zur asymptotischen Amplitudenkennlinie führen (s. Bild 4.7b):



a)



b)



c)

Bild 4.7. Frequenzgang eines T_2 -Gliedes bei verschiedenen Dämpfungsgraden

- a) Ortskurve
- b) Amplitudenkennlinie und ihre Asymptote (gestrichelte Kurve)
- c) Phasenkennlinie

$$\omega \ll \omega_o : G(j\omega) \approx 1;$$

$$\log |G(j\omega)| \approx 0$$

$$\omega \gg \omega_o : G(j\omega) \approx \frac{\omega_o^2}{\omega^2};$$

$$\log |G(j\omega)| \approx -2 \log \omega + 2 \log \omega_o. \quad (4.36)$$

Für genauere Untersuchungen ist es nötig, die Kurve punktweise nach Gleichung (4.33) zu berechnen.

Die Phasenkennlinien (Bild 4.7c) müssen ebenfalls punktweise berechnet werden.

B Im Bild 4.8 sind zwei Beispiele für PT_{2s} -Glieder dargestellt. Bild 4.8a) zeigt zwei durch einen hydraulischen Widerstand gekoppelte Behälter gleichen Querschnitts. Die Flüssigkeitssäule wird durch eine Änderung des Eingangsdruckes Δp erregt. Bei der Aufstellung des mathematischen Modells werden die Trägheitskräfte berücksichtigt, die für das Entstehen des schwingenden Verhaltens verantwortlich sind. Es gilt dann:

$$T_2^2 \frac{d^2 \Delta h}{dt^2} + T_1 \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = K \Delta p \quad (4.37)$$

$$\text{mit } T_2^2 = \frac{V}{2 g A}, \quad T_1 = \frac{\mu}{2 g \rho a}, \quad K = \frac{1}{g \rho}$$

V Flüssigkeitsvolumen

ρ Flüssigkeitsdichte

A Querschnittsfläche der Behälter

a Querschnittsfläche des Verbindungsrohres

μ Reibungskoeffizient

g Erdbeschleunigung

K Proportionalitätsfaktor.

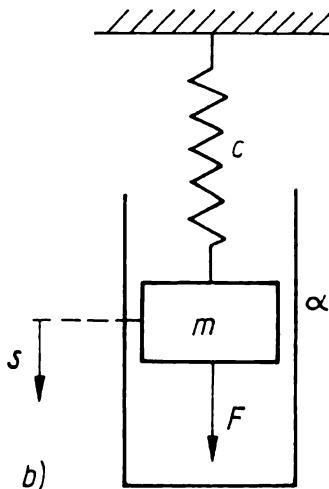
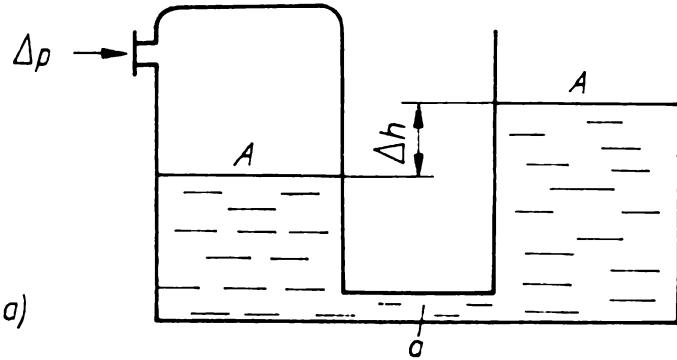


Bild 4.8. Beispiele für PT_{2s} -Glieder
 a) Behältersystem
 b) Federschwinger

Der im Bild 4.8b) gezeigte Federschwinger wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$T_2^2 \frac{d^2s}{dt^2} + T_1 \frac{ds}{dt} + s = K F \quad (4.38)$$

$$\text{mit } T_2^2 = \frac{m}{c}, \quad T_1 = \frac{\alpha}{c}, \quad K = \frac{1}{c}$$

s	Auslenkung
F	auslenkende Kraft
m	Masse des Federschwingers
c	Federkonstante
α	Reibungskoeffizient
K	Proportionalitätsfaktor.

Da in beiden Übertragungsgliedern die Zeitkonstanten T_1 und T_2 von den Werten der einzelnen Koeffizienten abhängen, kann über den Wert des Dämpfungsgrades nichts ausgesagt werden.

4.1.6. Totzeitglied (T_t -Glied)

Totzeitglieder, auch Laufzeitglieder genannt, nehmen unter den Grundgliedern einen besonderen Platz ein. Sie sind Spezialfälle von Systemen mit verteilten Parametern. Das **Totzeitglied** wird durch die Gleichung

$$x_a(t) = x_e(t - T_t) \quad (4.39)$$

beschrieben.

Die Gleichung (4.39) besagt folgendes:

Die Ausgangsgröße $x_a(t)$ zum Zeitpunkt t hat den Wert der Eingangsgröße vom Zeitpunkt $(t - T_t)$. T_t ist dabei eine Zeitkonstante, die **Totzeit** des Übertragungsgliedes genannt wird. Gleichung (4.39) gilt für alle Zeitpunkte t , daraus folgt, daß die Ausgangsgröße zeitlich um T_t verschoben ist (s. Bild 4.9).

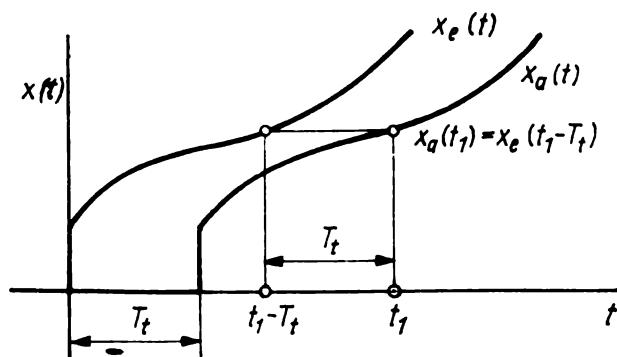


Bild 4.9. Antwort eines Totzeitgliedes auf die Eingangsgröße $x_e(t)$

Totzeitglieder treten immer dann auf, wenn es sich um Transportvorgänge handelt. Die Totzeit ist durch die begrenzte Transportgeschwindigkeit bedingt.

B Im Bild 4.10 ist als Beispiel für ein Totzeitglied ein Strömungsrohr dargestellt. An zwei verschiedenen Stellen des Rohres soll die Temperatur des Mediums gemessen werden. Wenn keine Wärmeverluste an die Umgebung und keine Diffusion auftreten und im Rohr keine chemischen Reaktionen ablaufen, gilt:

$$\vartheta_2(t) = \vartheta_1(t - T_t) \quad \text{mit} \quad T_t = \frac{l}{v} \quad (4.40)$$

- l* Entfernung zwischen den Meßstellen
v Geschwindigkeit des Mediums.

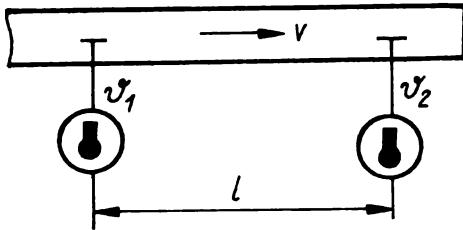


Bild 4.10. Temperaturmessung in einem Strömungsrohr als Beispiel für ein Totzeitglied

4.2. Allpaßglieder

Bei der Analyse der Frequenzkennlinie entsteht die Frage, ob sowohl die Amplitudenkennlinie als auch die Phasenkennlinie nötig sind, um ein Übertragungsglied erschöpfend zu charakterisieren, oder ob man mit einer Kennlinie auskommen kann. Bei der Untersuchung dieses Problems zeigt es sich, daß unendlich viele Glieder existieren, die zwar die gleiche Amplitudenkennlinie haben, aber deren Phasenkennlinien sich voneinander unterscheiden. Im allgemeinen werden deshalb sowohl die Amplituden- als auch die Phasenkennlinie zur Charakterisierung eines Gliedes benötigt. Unter den unendlich vielen Gliedern mit der gleichen Amplitudenkennlinie existiert aber ein Glied, dessen Phasenwinkel bei beliebigen Frequenzen kleiner ist als bei allen anderen Gliedern mit dieser Amplitudenkennlinie. Dieses Übertragungsglied wird als **Phasenminimumglied** bezeichnet. Zur Charakterisierung des Phasenminimumgliedes reicht die Amplitudenkennlinie aus. Ist die Amplitudenkennlinie vorgegeben, so kann man die Phasenkennlinie eindeutig bestimmen.

Es läßt sich zeigen, daß die Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion eines Phasenminimumgliedes ausnahmslos in der linken Halbebene der *p*-Ebene liegen. Treten Nullstellen mit positiven Realteilen auf, so liegt ein **Nichtphasenminimumglied** vor. Wendet man dieses Kennzeichen auf die bisher behandelten Glieder an, so erkennt man, daß sie mit Ausnahme des Totzeitgliedes zu den Phasenminimumgliedern gehören.

Nichtphasenminimumglieder mit gebrochener rationaler Übertragungsfunktion lassen sich in einen **Phasenminimumanteil** und einen sogenannten **Allpaßanteil** aufspalten. Das soll erläutert werden am Beispiel eines Nichtphasenminimumgliedes mit einer positiven reellen Nullstelle, während die übrigen Nullstellen und die Pole alle reell, aber negativ sind. Dann läßt sich die Übertragungsfunktion in der Form schreiben:

$$G(p) = K \frac{(1 - T_{D1} p)(1 + T_{D2} p) \cdots (1 + T_{Dm} p)}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) \cdots (1 + T_n p)} \quad m \leq n \quad (4.41)$$

T_{D1} und *T_{Dj}* sind reelle positive Zeitkonstanten.

Durch Erweitern der Gleichung (4.41) und anschließendes Umstellen gelangt man zu der Form:

$$G(p) = K \frac{(1 + T_{D1} p)(1 + T_{D2} p) \cdots (1 + T_{Dm} p)}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) \cdots (1 + T_n p)} \cdot \frac{1 - T_{D1} p}{1 + T_{D1} p}. \quad (4.42)$$

Der erste Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (4.42) ist die Übertragungsfunktion eines Phasenminimumgliedes, der zweite die eines Allpaßgliedes 1. Ordnung (Allpaßanteil des gesamten Übertragungsgliedes). Allgemein lautet die Übertragungsfunktion für ein **Allpaßglied 1. Ordnung**:

$$G(p) = \frac{1 - T_1 p}{1 + T_1 p}. \quad (4.43)$$

Treten konjugiert komplexe Nullstellen mit positiven Realteilen bei einem Nichtphasenminimumglied auf, so gelangt man durch ein analoges Vorgehen zur Übertragungsfunktion eines **Allpaßgliedes 2. Ordnung**:

$$G(p) = \frac{1 - T_1 p + T_2^2 p^2}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}. \quad (4.44)$$

Um die Eigenschaften der Allpaßglieder näher kennen zu lernen, wird als Beispiel das Allpaßglied 1. Ordnung untersucht. Aus der Übertragungsfunktion (s. Gl. 4.43) lassen sich Pol und Nullstelle sofort ablesen. Charakteristisch ist die Symmetrie der Nullstelle mit dem Pol bezüglich der imaginären Achse der p -Ebene. Diese Symmetrie ist auch für das Allpaßglied 2. Ordnung typisch. Charakteristisch ist auch der Verlauf der Sprungantwort. Aus der LAPLACE-transformierten Ausgangsgröße

$$X_a(p) = \frac{1 - T_1 p}{1 + T_1 p} \cdot \frac{x_o}{p} \quad (4.45)$$

erhält man mit Tabelle A1 die Sprungantwort

$$x_a(t) = x_o (1 - 2 e^{-t/T_1}). \quad (4.46)$$

Aus der Gleichung (4.46) geht hervor, daß die Ausgangsgröße nicht sofort der Tendenz der Eingangsgröße folgt, sondern zuerst in die entgegengesetzte Richtung ausschlägt (vgl. Tab. A2).

Der Frequenzgang lautet:

$$G(j\omega) = \frac{1 - T_1 j\omega}{1 + T_1 j\omega}. \quad (4.47)$$

Daraus folgen:

$$|G(j\omega)| = 1 \quad \text{und} \quad \varphi = -2 \arctan T_1 \omega, \quad (4.48)$$

d. h., die Ortskurve des Frequenzganges ist ein Teil des Einheitskreises.

Nun ist es möglich, den Namen Allpaßglied zu erläutern. Das Amplitudenverhältnis ist bei diesem Übertragungsglied für alle Frequenzen eins, d. h., Sinusschwingungen beliebiger Frequenzen werden mit unveränderter Amplitude übertragen. Es wird nur die Phase der Ausgangsschwingung gegenüber der der Eingangsschwingung verschoben. Schaltet man also zu einem Phasenminimumglied ein Allpaßglied in Reihe (vgl. Abschn. 4.3.), so verändert sich die Amplitudenkennlinie nicht, jedoch die Phasenkennlinie. Die Phasenverschiebung wächst durch das Hinzuschalten des Allpaßgliedes an. Da zu einem Phasenminimumglied beliebig viele Allpaßglieder geschaltet werden können, existieren folglich zu einer Amplitudenkennlinie, die für die Gesamtheit der Glieder gilt, beliebig viele Phasenkennlinien. Das bestätigt noch einmal die oben angestellten Überlegungen.

-
- B** Ein typisches Beispiel für ein Allpaßverhalten ist das Verhalten des Wasserstandes in einem Dampfkessel (s. Bild 4.11). Das Wasser im Kessel ist mit Dampfbläschen durchsetzt. Speist man jetzt kaltes Frischwasser in den Kessel ein, so kondensieren diese Dampfbläschen. In der Folge verringert sich der Kesselstand h zunächst trotz der Wasserzuführung, steigt aber bei Erwärmung wieder an. Ein anderes Beispiel für Allpaßverhalten ist im Abschnitt 2.2. enthalten (vgl. Bild 2.6).

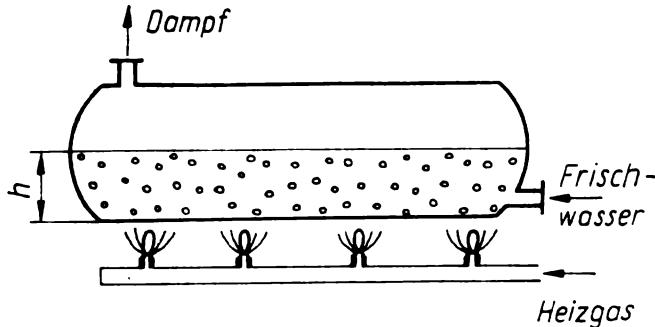


Bild 4.11. Wasserstand im Dampfkessel als Beispiel für ein Allpaßglied

4.3. Kombinierte Glieder

Aus den beschriebenen Grundgliedern lassen sich bei Betrachtung der Signalverknüpfungen eine Vielzahl von kombinierten Gliedern erzeugen. Als verschiedene Schaltungsarten erkennt man im Signalflußbild die Reihen-, die Parallel- und die Rückführschaltung (s. auch Tab. 2.3). An die Erläuterung der allgemeinen Gesetzmäßigkeiten für jede Schaltungsart schließt sich ein konkretes Beispiel an.

4.3.1. Reihenschaltung

Die Analyse von Regelstrecken (s. a. Abschn. 5.) zeigt, daß häufig Reihenschaltungen von Übertragungsgliedern auftreten. Werden Glieder in Reihe geschaltet, so ergibt sich die Übertragungsfunktion des kombinierten Gliedes durch Multiplikation der Übertragungsfunktionen der einzelnen Glieder:

$$G(p) = G_1(p) \cdot G_2(p) \cdots G_n(p). \quad (4.49)$$

Aus Gleichung (4.49) folgt unmittelbar, daß das kombinierte Glied alle Pole und Nullstellen der einzelnen Glieder hat. Die Pol-Nullstellen-Verteilung des kombinierten Gliedes ergibt sich deshalb durch Überlagerung der Pol-Nullstellen-Verteilungen der Einzelglieder.

Analog zu Gleichung (4.49) gilt für den Frequenzgang des kombinierten Gliedes:

$$G(j\omega) = G_1(j\omega) \cdot G_2(j\omega) \cdots G_n(j\omega). \quad (4.50)$$

Es sollen nun die Frequenzkennlinien betrachtet werden. Wenn die Frequenzgänge in der Form von Gleichung (3.54) dargestellt werden, dann erhält man aus Gleichung (4.50):

$$|G(j\omega)| = |G_1(j\omega)| \cdot |G_2(j\omega)| \cdots |G_n(j\omega)| \quad (4.51)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_n. \quad (4.52)$$

Durch Logarithmieren von Gleichung (4.52) ergibt sich für die Amplitudenkennlinie:

$$\log |G(j\omega)| = \log |G_1(j\omega)| + \log |G_2(j\omega)| + \cdots + \log |G_n(j\omega)|. \quad (4.53)$$

Für die Phasenkennlinie gilt Gleichung [4.52].

Damit wird ein Vorteil des Frequenzkennlinienverfahrens deutlich. Die beiden Kennlinien des kombinierten Gliedes entstehen durch Addition der Kennlinien der einzelnen Glieder.

B Aus zwei T_1 -Gliedern soll ein T_2 -Glied durch Reihenschaltung zusammengesetzt werden. Die Übertragungsfunktionen der einzelnen Glieder sind:

$$G_1(p) = \frac{1}{1 + T_1 p}, \quad G_2(p) = \frac{1}{1 + T_2 p}, \quad T_1 > T_2. \quad (4.54)$$

Die Übertragungsfunktion des kombinierten Gliedes ergibt sich dann zu:

$$G(p) = G_1(p) \cdot G_2(p) = \frac{1}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}. \quad (4.55)$$

Die beiden T_1 -Glieder haben je einen Pol, die Pol-Nullstellen-Verteilung des kombinierten Gliedes enthält folglich diese zwei Pole. Die Sprungantwort des T_2 -Gliedes erhält man aus

$$X_a(p) = \frac{1}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \cdot \frac{x_o}{p} \quad (4.56)$$

unter Benutzung der Tabelle A1:

$$x_a(t) = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2}. \quad (4.57)$$

Das Hintereinanderschalten von zwei Verzögerungsgliedern 1. Ordnung führt zu einem aperiodischen Verzögerungsglied 2. Ordnung.

An der Sprungantwort des kombinierten T_2 -Gliedes ist zu sehen, daß das Verzögerungsverhalten des T_2 -Gliedes stärker ausgeprägt ist als das der einzelnen T_1 -Glieder (s. Bild 4.12a).

Diese Tatsache wird auch deutlich, wenn man den Frequenzgang des T_2 -Gliedes mit Hilfe der Frequenzkennlinien untersucht (s. Bild 4.12b und c). Bei gleicher Frequenz gelten für das kombinierte Glied im Vergleich mit den einzelnen Gliedern:

- das Amplitudenverhältnis ist kleiner, bei niederen Frequenzen höchstens gleich (s. Bild 4.12b)
- der Betrag der Phasenverschiebung ist größer, bei niederen Frequenzen höchstens gleich (s. Bild 4.12c).

Das sind die **Merkmale einer höheren Verzögerung** beim Frequenzverhalten.

4.3.2. Parallelschaltung

Neben Reihenschaltungen von Übertragungsgliedern treten häufig auch Parallelschaltungen auf. Bei der Parallelschaltung erhält man die Übertragungsfunktion des kombinierten Gliedes durch Addition bzw. Subtraktion der Übertragungsfunktionen der einzelnen Glieder:

$$G(p) = \pm G_1(p) \pm G_2(p) \pm \dots \pm G_n(p). \quad (4.58)$$

Die Betrachtung der Gleichung (4.58) ergibt:

- Der Nenner von $G(p)$ setzt sich multiplikativ aus den Nennern der einzelnen Übertragungsfunktion zusammen, d. h., das kombinierte Glied hat alle Pole der einzelnen Glieder
- Der Zähler von $G(p)$ wird in komplizierterer Weise gebildet, d. h., über die Nullstellen kann ohne Berechnung nichts ausgesagt werden.

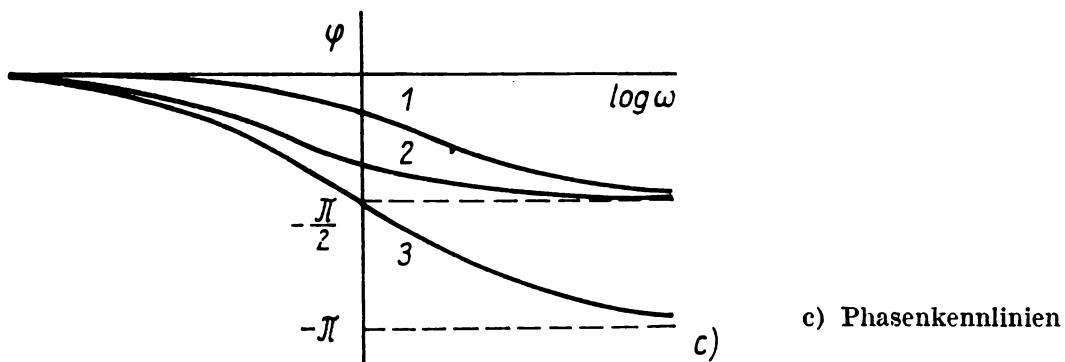
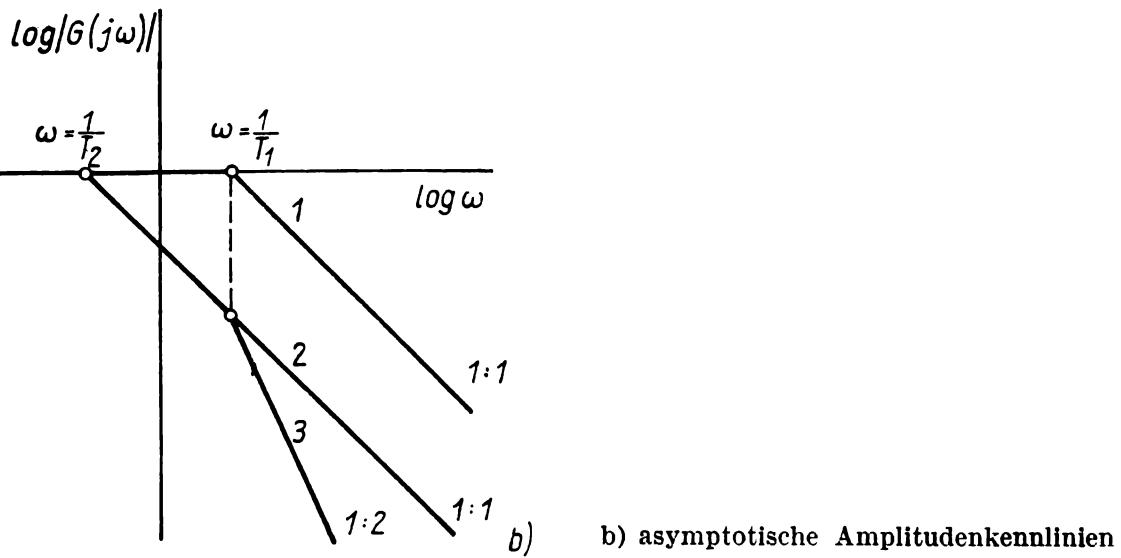
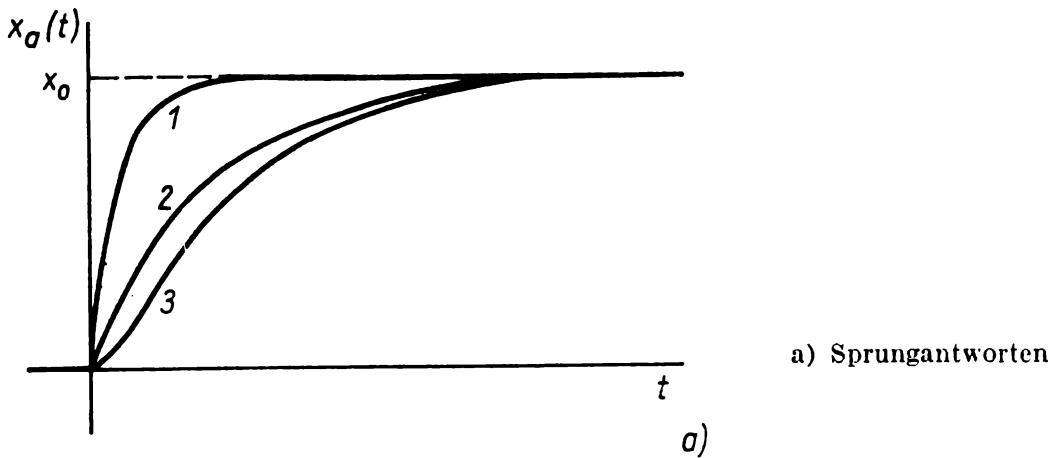


Bild 4.12. Beschreibung eines durch Reihenschaltung zweier T_1 -Glieder (1 und 2) entstandenen T_2 -Gliedes (3)

Die Frequenzkennlinien müssen gleichfalls für jedes kombinierte Glied neu bestimmt werden.

Die Sprungantwort des kombinierten Gliedes erhält man durch Addition der Sprungantworten der Einzelglieder. Die Gesetzmäßigkeit folgt aus dem entsprechenden Signalflußbild (s. Tab. 2.3.)

B Ein P -Glied und ein D -Glied sollen parallel geschaltet werden. Das entstandene kombinierte Glied wird als PD -Glied bezeichnet.

$$G_1(p) = K, \quad G_2(p) = K_D p$$

$$G(p) = K + K_D p = K (1 + T_D p) \quad \text{mit} \quad T_D = \frac{K_D}{K} \quad (4.59)$$

Die Zeitkonstante T_D wird beim PD -Regler als Vorhaltzeit T_V bezeichnet.

Wie auch Tabelle A2 ausweist, hat das kombinierte Glied folgende Eigenschaften:

- wie die einzelnen Glieder keinen Pol, aber eine neue Nullstelle
 - eine Sprungantwort, die sich durch Addition der Sprungantworten des P - und des D -Gliedes ergibt
 - die Amplitudenkennlinie des PD -Gliedes ist leicht als an der Abszissenachse gespiegelte Amplitudenkennlinie eines PT_1 -Gliedes zu konstruieren.
-

4.3.3. Rückführschaltung

Die Rückführschaltung (Kreisschaltung) hat in der Regelungstechnik eine große Bedeutung. Jeder Regelkreis stellt eine Rückführschaltung mit Gegenkopplung dar. Auch Regler werden häufig durch Bauelemente in Rückführschaltungen realisiert. Bei der Rückführschaltung werden die Glieder wie in Tabelle 2.3 gekoppelt. Man spricht von **Gegenkopplung** (Minuszeichen) und von **Mitkopplung** (Pluszeichen). In technischen Systemen ist die Gegenkopplung von größerer Bedeutung.

$$G(p) = \frac{G_v(p)}{1 + G_v(p) G_r(p)} \quad (\text{Gegenkopplung}) \quad (4.60)$$

Es ist zu beachten, daß bei einer Mitkopplung im Nenner der Übertragungsfunktion ein Minuszeichen steht.

Im allgemeinen hat das kombinierte Glied im Vergleich mit dem Übertragungsglied im Vorwärtszweig andere, auch zusätzliche Pole und Nullstellen. Die Sprungantwort und die verschiedenen Darstellungsformen des Frequenzganges müssen neu bestimmt werden.

B Es soll aus einer PT_1 -Regelstrecke und einem PI -Regler (vgl. Abschn. 3.2.) ein Regelkreis aufgebaut und sein Störverhalten betrachtet werden.

$$G_v(p) = G_s(p) = \frac{K_s}{1 + T_s p} \quad (4.61)$$

$$G_r(p) = G_R(p) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_N p} \right) \quad (4.62)$$

Nachdem beide Ausdrücke in Gleichung (4.60) eingesetzt wurden, erhält man nach einigen Umformungen:

$$G(p) = \frac{\frac{1}{K_R} T_N p}{1 + T_N \left(1 + \frac{1}{K_s K_R} \right) p + \frac{T_s T_N}{K_s K_R} p^2}. \quad (4.63)$$

Der entstandene Regelkreis hat DT_2 -Verhalten. Man sieht, daß Regelstrecke und Regelkreis völlig verschiedenes Verhalten haben. Die Eigenschaften von Strecke und Regelkreis können mit Hilfe der Tabelle A2 verglichen werden.

Zusammenfassung

Mit den in diesem Abschnitt kennengelernten Grundgliedern und den drei Schaltungsarten kann man die verschiedensten kombinierten Glieder zusammensetzen. Der Vorteil dieser Methode besteht darin, daß man auf den schon bekannten Eigenschaften der Grundglieder aufbauen kann. Man muß jedoch beachten, daß das Aufspalten eines technischen Systems in Teilsysteme und das Zerlegen der mathematischen Modelle dieser Teile in Grundglieder mit Vereinfachungen und Annahmen verbunden sind. Ebenso beschreiben die idealisierten Grundglieder die Realität nur innerhalb bestimmter Grenzen. Es ist deshalb stets zu prüfen, ob die Beschreibung des reellen Systems durch miteinander gekoppelte Grundglieder bestimmter Typen in einem der Aufgabenstellung entsprechenden Grad mit der Realität übereinstimmt. Im Falle der Nichtübereinstimmung sind die Vereinfachungen und Annahmen zu korrigieren.

5. Analyse der Regelstrecke

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, daß der Ingenieur durch Modellvorstellungen, z. B. Verzögerungsverhalten oder PI-Verhalten, in der Lage ist, eine mathematische Beschreibung (Differentialgleichung, Übertragungsfunktion) seiner Untersuchungsobjekte anzugeben. Das Untersuchungsobjekt soll hier die Regelstrecke sein, d. h. ein Teil der zu automatisierenden verfahrenstechnischen Prozeßeinheiten (z. B. Wärmeübertrager, Rührkesselreaktor, Destillationskolonne; s. a. Abschn. 5.4.). Die Beziehungen zwischen dem realen technischen Objekt (der Regelstrecke) und der Modellvorstellung werden durch theoretische oder experimentelle Analysen hergestellt. Das ist der Gegenstand dieses Abschnittes.

Einführend wird auf die grundsätzlichen Verfahren der Analyse von Regelstrecken hingewiesen. Danach werden, wegen ihrer Anschaulichkeit und Einfachheit in der Anwendung, die verschiedenen Methoden der Analyse im Zeitbereich ausführlich beschrieben. Mit der Kenntnis des Modells der Regelstrecke ist es dem Ingenieur dann möglich, einen geeigneten Regler zu wählen (Abschn. 6. und 7.) und ein günstiges Verhalten des gesamten Regelkreises (Abschn. 7.) zu erreichen.

5.1. Theoretische und experimentelle Analyse

Die Möglichkeiten der Untersuchung von Regelstrecken lassen sich grundsätzlich in theoretische oder experimentelle Analysen einordnen. Bei der **theoretischen Analyse** wird versucht, ein mathematisches Modell der Strecke mit Hilfe der Masse-, Energie- und Impulsbilanzen und der zwischen einzelnen Veränderlichen bestehenden Verknüpfungsbeziehungen aufzustellen. Dabei entstehen in vielen Fällen sehr komplizierte Beziehungen. Zur Ermittlung eines theoretischen Modells werden Kenntnisse in vielen Spezialgebieten, z. B. Reaktionskinetik, Strömungsmechanik, Wärmeübertragung, verlangt, über die der Verfahrenstechniker mit Kenntnis der entsprechenden Wissensgebiete verfügt. Zum anderen gehen in die mathematische Beschreibung oft Koeffizienten ein, die nur durch experimentelle Untersuchungen bestimmt werden können, z. B. Geschwindigkeitskonstanten, Aktivierungsenergien.

Die Möglichkeiten der theoretischen Analyse komplizierter Regelstrecken sind also beschränkt; jedoch gestatten die grundsätzlichen theoretischen Überlegungen Aussagen über die Struktur des mathematischen Modells und können damit Grundlage für die experimentelle Analyse der Strecke sein.

Bei Anwendung des Verfahrens der **experimentellen Analyse** wird versucht, eine mathematische Beschreibung der Strecke auf Grund der Messung von Eingangs- und Ausgangssignalen zu finden. Dabei unterscheidet man zwischen zwei Möglichkeiten der Gewinnung von Informationen: dem **aktiven Experiment** und dem **passiven Experiment**. Beim **aktiven Experiment** werden die Einflußgrößen durch Testfunktionen, wie Sprung- oder Sinusfunktion, gewollt geändert. Beim **passiven Experiment** werden die im Produktionsprozeß durch Störeinflüsse hervorgerufenen Änderungen der Eingangsgrößen verwendet. Das mathematische Modell wird in beiden Fällen durch eine entsprechende Auswertung der Zusammenhänge zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen gewonnen.

Jede der beiden Analysenverfahren hat Vor- und Nachteile. Gibt man auf den Ein-

gang Testsignale, so kann das Modell der Strecke schnell und zielgerichtet erhalten werden. Damit im Ausgangssignal jedoch die Antwort nicht in den natürlichen, immer auftretenden Schwankungen (Rauschen) der Ausgangsgröße untergeht, darf das Testsignal einen bestimmten Wert nicht unterschreiten. Zum anderen darf das Testsignal auch einen bestimmten Wert nicht überschreiten, damit die Annahme über die Linearität der Strecke noch vertretbar ist. Viele Industrieanlagen gestatten aber derartige Eingriffe nicht ohne Gefahr für die Qualität des Zielproduktes oder für die Stabilität des gesamten Prozesses. Für die Reproduzierbarkeit der bei dem aktiven Experiment gemessenen Werte ist es notwendig, daß alle Störeinflüsse ausgeschaltet oder gering gehalten werden können. Diese Forderung kann man an Laboranlagen erfüllen, seltener an Industrieanlagen. Bei dem passiven Experiment muß man warten, bis sich genügend Material über die interessierenden Zusammenhänge angesammelt hat. Dieses Vorgehen verlängert natürlich in bedeutendem Maße die Untersuchungszeit. Zum anderen haben die auf diesem Weg gefundenen Beziehungen nur Gültigkeit für den Bereich, in dem sie gewonnen wurden.

Wägt man beide Verfahren gegeneinander ab, so läßt sich sagen, daß das aktive Experiment besonders zur Untersuchung an Laboranlagen geeignet ist, wenn man entsprechende Testsignale auf den Eingang geben und Störeinwirkungen gut abschirmen kann. Auf diese Weise kommt man schnell zu den gewünschten Aussagen. Das Verfahren des passiven Experiments ist weitaus ökonomischer und in vielen Fällen das einzige praktikable. Werden hochproduktive, kontinuierlich arbeitende Industrieanlagen, die ein wertvolles Endprodukt herstellen, untersucht, so kann man nur über das passive Experiment zu Aussagen gelangen. In diesem Fall können noch zusätzlich die laufenden Kontrollaufzeichnungen der Anlagenfahrer genutzt werden.

Analog zu den hier aufgezeigten Überlegungen gilt es also, in jedem konkreten Anwendungsfall Vor- und Nachteile der beiden Verfahren abzuwägen und sich für das unter den gegebenen Umständen günstigere Verfahren zu entscheiden. Es ist noch wichtig zu erwähnen, daß das Verfahren des passiven Experiments für die Erstellung eines statischen Modells weitaus größere Bedeutung hat als für die Gewinnung eines dynamischen Modells der Strecke.

Nach dieser Grobeinteilung soll zu den Verfahren im einzelnen übergegangen werden. Das aktive Experiment läßt sich mit aperiodischen oder periodischen **Testsignalen** durchführen. Aperiodische Testsignale sind die Sprung-, Anstiegs- oder Impulsfunktion. Zu den periodischen Testsignalen gehören Rechteck- und Sinusfunktionen (s. Tab. 2.1).

Wird der Zeitverlauf der Ausgangsgröße der Regelstrecke als Antwort auf ein aperiodisches Testsignal am Eingang zur Ermittlung des mathematischen Modells ausgewertet, so bezeichnet man das Vorgehen als **Analyse im Zeitbereich**. Auf einige Methoden der Ermittlung von Strukturen und Parametern einfacher linearer Strecken durch Analyse im Zeitbereich wird in diesem Abschnitt ausführlich eingegangen.

Werden auf den Eingang der Strecke periodische Testsignale gegeben, so kann man durch Auswertung der Antwortfunktionen Frequenzkennlinien (Amplituden- und Phasenkennlinie) erhalten. Eine mathematische Beschreibung in Form des Frequenzganges erhält man dann nach Auswertung dieser Frequenzkennlinien. Diese Vorgehensweise wird als **Analyse im Frequenzbereich** bezeichnet.

Beim passiven Experiment trägt das Eingangssignal stochastischen Charakter. Die Auswertung der Ergebnisse und die Beschreibung der Strecke erfolgen mit Methoden der mathematischen Statistik.

Im Bild 5.1 sind die angeführten Analysenmöglichkeiten in einer Übersicht zusammengefaßt. Durch die doppelt eingerahmten Blöcke ist das Teilgebiet gekennzeichnet, in das die Ausführungen des Abschnitts 5. einzuordnen sind.

Bei der Darstellung einzelner Methoden der Analyse im Zeitbereich wird davon aus-

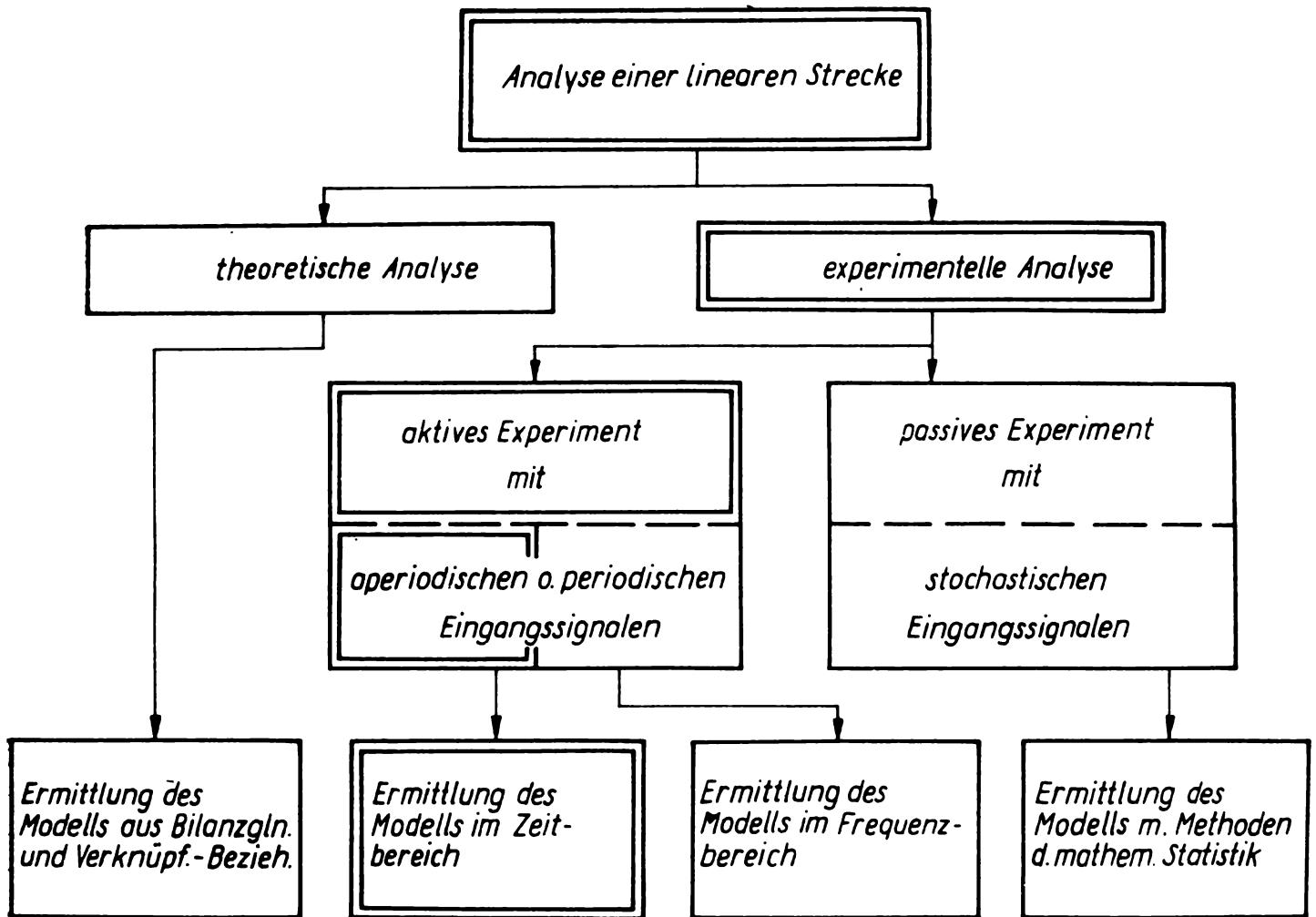


Bild 5.1. Übersicht über Analysenmöglichkeiten linearer Strecken

gegangen, daß auf die zu untersuchende lineare Strecke ein deterministisches, aperiodisches Testsignal, im folgenden eine Sprungfunktion mit der Sprunghöhe x_0 , gegeben und der entsprechende Zeitverlauf der Ausgangsgröße – die Sprungantwort – ausgewertet wird. In Abhängigkeit von der Art der Auswertung kann man graphische, grapho-analytische, analytische und kombinierte Methoden unterscheiden.

5.2. Graphische und grapho-analytische Methoden

Die graphischen und grapho-analytischen Methoden gestatten, die gesuchten Kennwerte und teilweise auch die Struktur des mathematischen Modells der Strecke durch graphische Konstruktion oder durch Kombination von graphischer und rechnerischer Auswertung zu bestimmen. Auf die Verwendung von Zeitfunktionsatlanten, auf die Tangentenmethode, die Auswertung mit Hilfe empirischer Kennwerte, die Zerlegung in Elementarfunktionen und auf die Flächenmethode wird näher eingegangen.

5.2.1. Verwendung von Zeitfunktionsatlanten

Bei dieser Methode wurden für typische Regelstrecken und für viele Kennwertkombinationen die Sprungantworten berechnet und nach geeigneter Normierung der Zeitachse und der Ordinatenachse zu einem **Zeitfunktionsatlas** zusammengestellt. Die Kurvenzüge dieses Atlas können zum Beispiel auf Klarsichtfolien aufgetragen sein. Bei der Auswertung wird dann die aufgenommene Sprungantwort unter Beachtung der erforderlichen Normierung mit einer des Atlas zur Deckung gebracht. Auf diese Weise wird die Sprungantwort bestimmt, die am besten mit der auszuwertenden Kurve übereinstimmt, und man kann dann auf das approximierende mathema-

tische Modell der Strecke schließen. Eine solche Verwendung von Zeitfunktionsatlanten gestattet, schnell einen Überblick über die Größenordnung der Kennwerte zu bekommen. Der Nachteil der Methode besteht aber offensichtlich darin, daß das Anwendungsgebiet begrenzt bleiben muß, weil die Zahl der im Atlas angegebenen Sprungantworten nicht beliebig groß werden kann. Solch ein Zeitfunktionsatlas wurde beispielsweise für einige PT_n - und PIT_2 -Strecken zusammengestellt.

5.2.2. Tangentenmethode

Bei der Tangentenmethode geht man davon aus, daß sich die aufgenommene Sprungantwort als Antwortfunktion eines PT_1 -Übertragungsgliedes deuten läßt. Damit setzt man voraus, daß die Übertragungsfunktion $G(p)$ gilt:

$$G(p) = \frac{K}{1 + Tp}. \quad (5.1)$$

Den Übertragungsfaktor K ermittelt man wie bei allen Übertragungsgliedern mit Ausgleich, indem der Ordinatenwert der Asymptote der Zeitfunktion durch die Sprunghöhe dividiert wird (s. Bild 5.2). Der zweite Kennwert – die Zeitkonstante T –

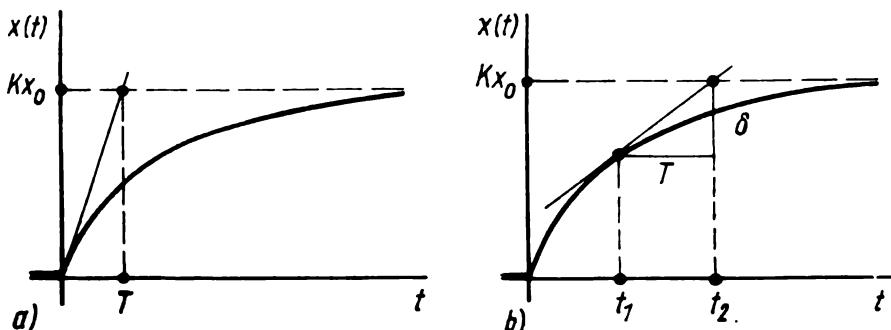


Bild 5.2. Tangentenmethode
a) Tangentenkonstruktion im Koordinatenursprung
b) Tangentenkonstruktion im beliebigen Punkt für $t_1 > 0$

wird durch **Tangentenkonstruktion** bestimmt. Um den Zusammenhang zwischen der Tangente und T herzuleiten, wird die Sprungantwort $x(t)$ einer PT_1 -Strecke betrachtet:

$$x(t) = K x_0 (1 - e^{-t/T}). \quad (5.2)$$

Differenziert man Gleichung (5.2), so ergibt sich

$$\dot{x}(t) = \frac{K x_0}{T} e^{-t/T}, \quad (5.3)$$

und es existiert der Anfangswert für $t \rightarrow 0+$:

$$\dot{x}(0+) = \frac{K x_0}{T}. \quad (5.4)$$

Der Anstieg der Sprungantwort im Koordinatenursprung ist $\frac{K x_0}{T}$, durch Anlegen der rechtsseitigen Tangente läßt sich die Zeitkonstante T leicht ablesen (s. Bild 5.2a). Die Tangentenkonstruktion im Koordinatenursprung ist natürlich besonders wegen Störungen und Meßfehler recht schwierig. Deshalb nutzt man die Möglichkeit aus, durch Tangentenkonstruktion in einem beliebigen anderen Kurvenpunkt die Zeitkonstante zu ermitteln. So gilt für den Abschnitt δ im Bild 5.2b):

$$\delta = x(\infty) - x(t_1) = K x_0 e^{-t_1/T}. \quad (5.5)$$

Setzt man in Gleichung (5.3) $t = t_1$ und verwendet die Gleichung (5.5) für δ , so folgt:

$$\dot{x}(t_1) = \frac{1}{T} K x_0 e^{-t_1/T} = \frac{\delta}{T}. \quad (5.6)$$

Der Anstieg der Sprungantwort außerhalb des Koordinatenursprungs ist gleich $\frac{\delta}{T}$,

d. h., durch Anlegen der Tangente an beliebiger Stelle längs der Sprungantwort läßt sich die Zeitkonstante T wie im Bild 5.2b) ablesen. Diese Beziehung wird man zur Erhöhung der Genauigkeit der Tangentenmethode verwenden und die Zeitkonstante aus mehreren Werten der Kurve bestimmen. Der Vorteil der Tangentenmethode besteht darin, daß man aus experimentell gewonnenen Sprungantworten relativ schnell Kennwerte bestimmen kann, deren Nachteil aber eine geringe Genauigkeit ist, da es sich um eine graphische Methode handelt.

5.2.3. Auswertung mit Hilfe empirischer Kennwerte

Bei dieser Art der Auswertung wird vorausgesetzt, daß sich die untersuchte Strecke durch eine Übertragungsfunktion mit vorher festgelegter Struktur approximieren läßt. Davon ausgehend lassen sich Zusammenhänge zwischen den Kennwerten der angenommenen Übertragungsfunktion und bestimmten Kennwerten der aufgenommenen Sprungantwort (Abschnitte auf der Zeitachse, die durch Wendetangentenkonstruktion entstehen; Zeitpunkte, zu denen $x(t)$ bestimmte Ordinatenwerte annimmt) ermitteln. Diese Zusammenhänge sind in Diagrammen und Tabellen für eine Reihe von Sprungantworten dargestellt und gestatten eine leichte Ermittlung der gesuchten Parameter der mathematischen Beschreibung der Strecke.

63-Prozent-Methode

Die einfachste Methode dieser Art ist die sogenannte 63 Prozent-Methode, anwendbar bei der Analyse von PT_1 -Strecken. Sie baut auf der Tatsache auf, daß die Sprungantworten von allen Verzögerungsgliedern erster Ordnung zum Zeitpunkt $t = T$ einen bestimmten Ordinatenwert annehmen:

$$x(T) = K x_0 (1 - e^{-T/T}) \approx 0,63 K x_0. \quad (5.7)$$

Bekanntlich ist im Beharrungszustand der Ordinatenwert $x(\infty) = K x_0$. Daraus folgt, daß jedes Verzögerungsglied erster Ordnung 63-Prozent dieses Wertes zum Zeitpunkt $t = T$ erreicht (s. Bild 5.3a). Bei einer aufgenommenen Sprungantwort bestimmt man also 63 Prozent des Endwertes, und der entsprechende Abszissenwert ist der Kennwert T .

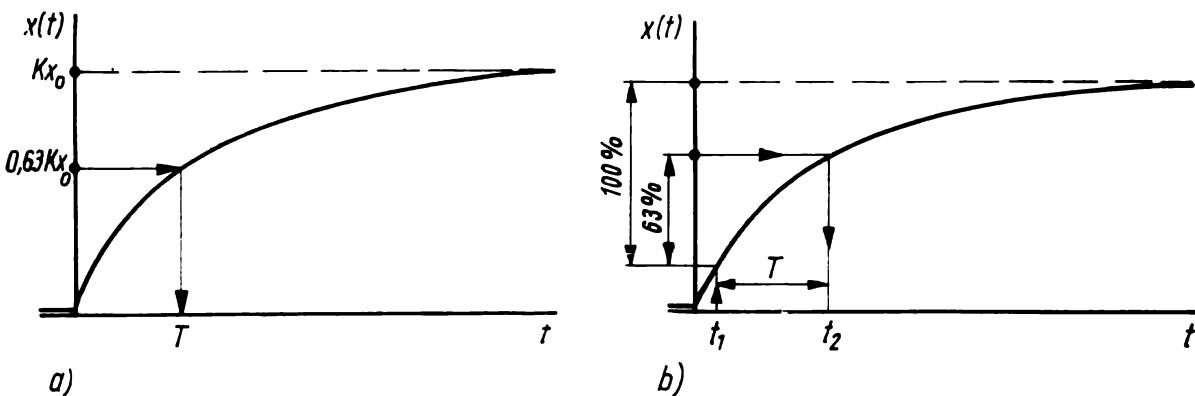


Bild 5.3. 63-Prozent-Methode

- Ermittlung von T direkt
- Ermittlung von T als Differenz $t_2 - t_1$

Die getroffene Aussage gilt jedoch nicht nur für den 100-Prozent-Bereich $x(\infty) - x(0)$, sondern für jede beliebige Ordinatendifferenz $x(\infty) - x(t_1)$. Das Vorgehen ist im Bild 5.3b) erläutert. In diesem Fall trägt man zum Zeitpunkt $t = t_1$ 63 Prozent der Differenz $x(\infty) - x(t_1)$ in Richtung des stationären Endwertes ab und erhält den Wert $x(t_2)$ und die Differenz $t_2 - t_1$. Auf Grund der Konstruktion ist der Quotient:

$$\frac{x(t_2) - x(t_1)}{x(\infty) - x(t_1)} = 1 - e^{-1} = 0,63. \quad (5.8)$$

Der Quotient ergibt sich nach Gleichung (5.2) außerdem zu:

$$\frac{x(t_2) - x(t_1)}{x(\infty) - x(t_1)} = 1 - e^{-(t_2-t_1)/T}. \quad (5.9)$$

Gleichheit besteht zwischen den Gleichungen (5.8) und (5.9) also dann, wenn $t_2 - t_1 = T$ ist. Man kann feststellen, daß sich von jedem beliebigen Punkt der Sprungantwort, z. B. $x(t_1)$, der Ordinatenwert um 63 Prozent der Differenz bis zum stationären Endwert im Verlaufe der Zeit T vergrößert. Auf diese Weise läßt sich durch einfache Berechnung und Konstruktion schnell der gesuchte Kennwert bestimmen.

Wendetangentenmethode

Eine weitere Methode der Auswertung von Sprungantworten mit Hilfe empirischer Kennwerte ist die Wendetangentenmethode. Untersucht man die Sprungantwort des im Bild 5.4a) dargestellten aperiodischen Verzögerungsgliedes 2. Ordnung ($P T_{2n}$), so lassen sich nach Anlegen der Wendetangente (s. Bild 5.4b) die beiden Zeiten T_u (Verzugszeit) und T_a (Ausgleichszeit) bestimmen. Auf Grund der Beziehungen, die zwischen T und a einerseits und T_u und T_a andererseits bestehen, wurde die Tabelle 5.1 zusammengestellt.

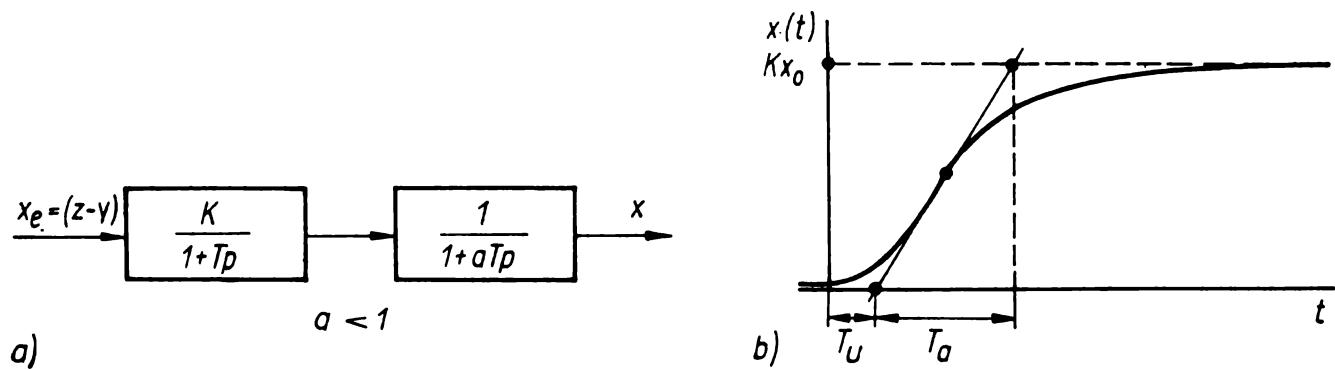


Bild 5.4. Wendetangentenmethode

- a) Signalflußbild
- b) Konstruktion der Wendetangente

Ausgehend vom Quotienten T_u/T_a lassen sich T_a/T und a aus der Tabelle entnehmen und damit die Zeitkonstanten des im Bild 5.4a) gezeigten Übertragungsgliedes bestimmen.

Tabelle 5.1. Abhängigkeit der Zeitkonstanten vom Quotienten T_u/T_a bei einem aperiodischen Verzögerungsglied 2. Ordnung mit Ausgleich (T_{2n} -Glied)

T_u/T_a	0	0,017	0,032	0,050	0,062	0,072	0,084	0,092	0,097	0,100	0,103	0,104
T_a/T	1	1,083	1,171	1,292	1,398	1,495	1,675	1,842	2,000	2,152	2,441	2,718
a	0	0,02	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,80	1,00

Die Methode ist ebenfalls für aperiodische Übertragungsglieder n -ter Ordnung mit gleichen Zeitkonstanten entwickelt und entsprechende Arbeitstabellen sind aufgestellt worden (s. Tabelle 5.2). Mit Hilfe der Tabelle 5.2 kann man andererseits auch die Ordnung des Verzögerungsverhaltens abschätzen und somit eine Aussage zur Struktur machen.

Tabelle 5.2. Abhängigkeit der Zeitkonstanten vom Quotienten T_u/T_a bei einem aperiodischen Verzögerungsglied n -ter Ordnung mit Ausgleich und mit gleichen Zeitkonstanten (T_n -Glied)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_u/T_a	0	0,10	0,22	0,32	0,41	0,49	0,57	0,64	0,71	0,77
T_a/T	1,0	2,72	3,69	4,46	5,12	5,70	6,23	6,71	7,16	7,59

Die relativ einfach und schnell zu handhabende Wendetangentenmethode hat den Nachteil, daß die Konstruktion der Wendetangente, insbesondere an mit Schreibern aufgenommenen Kurven, erhebliche Fehlerquellen beinhaltet.

Zeitprozentkennwertmethode

Die Zeitprozentkennwertmethode ist eine Methode, deren theoretische Aussagen korrekt sind und deren praktische Handhabung im Gegensatz zur Wendetangentenmethode keine wesentlichen neuen Fehler entstehen läßt.

Ihr Wesen besteht darin, daß für die aufgenommene Sprungantwort ein 100-Prozent-Bereich als Bezugsbereich gewählt wird. Durch Schnittpunkte der betrachteten Zeitfunktion $x(t)$ mit Parallelen zur Abszissenachse ergeben sich die Zeitprozentkennwerte (s. Bild 5.5). Treten mehrere Schnittpunkte auf, so sind die geeigneten auszuwählen, d. h. diejenigen mit dem größten Zeitwert, um das Einschwingverhalten auf den neuen stationären Wert einschätzen zu können. Aus diesen Zeitprozentkennwerten werden dann unter Verwendung von Diagrammen und Tabellen (s. Regelungstechnik für Verfahrenstechniker II, Tab. 12.2 und 12.3) die Kennwerte der Strecke bestimmt. Im Bild 5.5 sind zwei typische Fälle der Konstruktion von Zeitprozentkennwerten dargestellt.

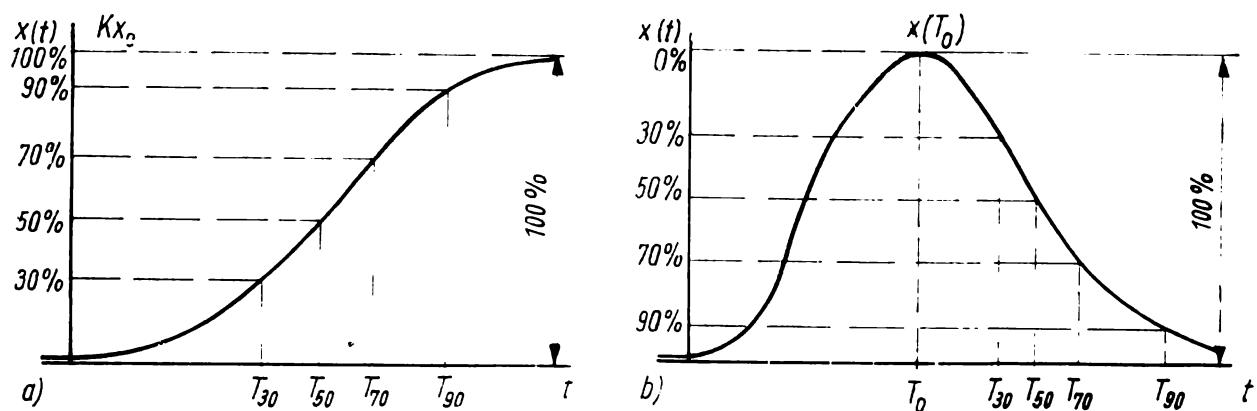


Bild 5.5. Bestimmung von Zeitprozentkennwerten

- Sprungantwort einer PT_n -Strecke
- Sprungantwort einer DT_n -Strecke

Die Zeitprozentkennwertmethode ist nicht nur für Sprungantworten, sondern auch auf Antwortfunktionen von Anstiegs- oder Impulsfunktionen anwendbar. Sie ist für Strecken mit P -, I -, T -, PD -, PI -Verhalten und mit Verzögerungen 1., 2. und

n-ter Ordnung, wobei jeweils nur zwei Zeitkonstanten unterschiedlich sein dürfen, entwickelt worden. Tritt in der Antwortfunktion der Strecke eine echte Totzeit auf, so muß sie bei allen Zeitprozentkennwerten vorher abgezogen werden. Die Genauigkeit dieser Methode hängt nur vom Rechenaufwand und der Genauigkeit der aufgenommenen Kurve ab.

Die angeführten graphoanalytischen Methoden, die empirische Kennwerte verwenden, haben den Vorteil des geringen Aufwandes. Jedoch sind sie nur für spezielle Strukturen entwickelt. So muß bei der Anwendung der Wendetangentenmethode vorausgesetzt werden, daß die aufgenommene Kurve die Sprungantwort eines aperiodischen Verzögerungsgliedes 2. oder *n*-ter Ordnung ist.

5.2.4. Zerlegung in Elementarfunktionen

Bei dieser Methode geht man von der Tatsache aus, daß sich die Sprungantworten $x(t)$ einer Reihe von Strecken als Summe von Elementarfunktionen $x_i(t)$ darstellen lassen:

$$x(t) = x(\infty) - \sum_{i=1}^n x_i(t). \quad (5.10)$$

Hat die Differentialgleichung der Strecke für eine sprungförmige Eingangsgröße die Lösung

$$x(t) = x(\infty) - \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}, \quad (5.11)$$

so sind die Elementarfunktionen Exponentialfunktionen der Form:

$$x_i(t) = C_i e^{p_i t}. \quad (5.12)$$

Voraussetzung für die Anwendung der Methode ist, daß sich die Wurzeln der charakteristischen Gleichung genügend stark voneinander unterscheiden. Das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Wurzeln sollte nicht kleiner als 2 bis 3 sein.

Bild 5.6a) zeigt mögliche Verläufe der Elementarfunktionen $x_i(t)$ einer T_{2n} -Strecke. Für die Pole der Funktionen gilt:

$$|p_1| < |p_2| \quad \text{mit} \quad p_1, p_2 < 0. \quad (5.13)$$

Zur Erläuterung der Methode wird die Analyse dieses aperiodischen Verzögerungsgliedes 2. Ordnung mittels der **Zerlegung in Elementarfunktionen** durchgeführt. Für diese Strecke lauten die Übertragungsfunktion $G(p)$ und die Sprungantwort $x(t)$:

$$G(p) = \frac{1}{1 + T_1 p} \cdot \frac{1}{1 + T_2 p}, \quad T_1 > T_2 > 0 \quad (5.14)$$

$$x(t) = x(\infty) - C_1 e^{-t/T_1} + C_2 e^{-t/T_2} \quad (5.15)$$

mit

$$C_1 = \frac{x_0 T_1}{T_1 - T_2}, \quad C_2 = \frac{x_0 T_2}{T_1 - T_2}.$$

Da $T_1 > T_2$ ist, gilt $C_1 > C_2$ und damit für alle endlichen Werte von t : $|x_1(t)| > |x_2(t)|$. Aus Bild 5.6a) ist ersichtlich, daß die beiden Elementarfunktionen unterschiedlich schnell gegen null streben. Für genügend große Zeiten $t > t'$ kann man deshalb schreiben:

$$x(\infty) - x(t) = C_1 e^{-t/T_1}. \quad (5.16)$$

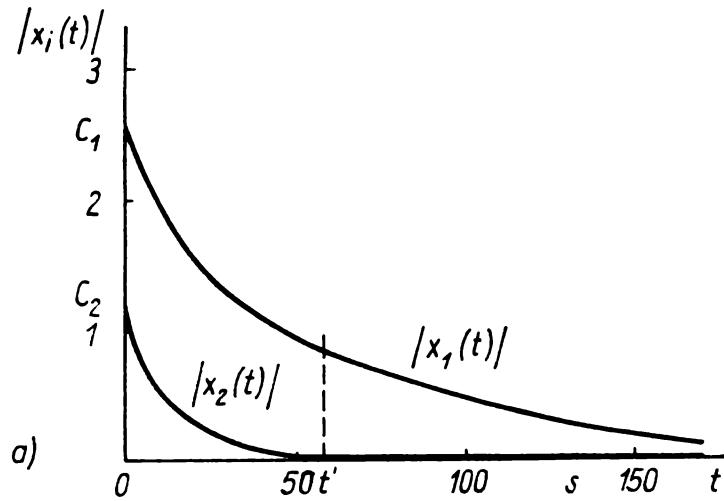
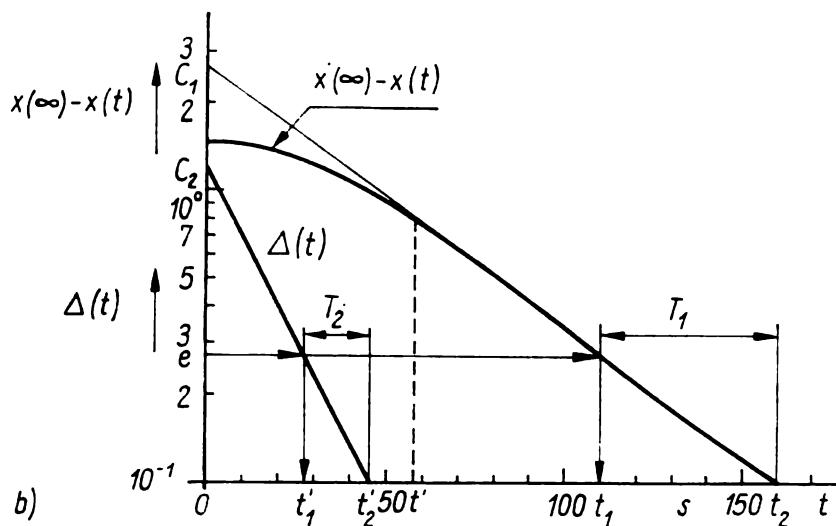


Bild 5.6. Zerlegung in Elementarfunktionen für eine T_{2n} -Strecke
a) Elementarfunktionen der Sprungantwort



b) Bestimmung von T_1 und C_1 sowie von T_2 und C_2

Nach Logarithmieren von Gleichung (5.16) ergibt sich:

$$\log [x(\infty) - x(t)] = -\frac{t}{T_1} \log e + \log C_1. \quad (5.17)$$

Wird die Differenz $x(\infty) - x(t)$ im logarithmischen Maßstab über der Zeit abgetragen, erhält man für $t \geq t'$ eine Gerade. Den Verlauf zeigt Bild 5.6b). Den Wert von C_1 kann man am Schnittpunkt der Geraden mit der Ordinatenachse ablesen, denn für $t = 0$ erhält man nach Gleichung (5.17):

$$\log [x(\infty) - x(0)] = \log C_1. \quad (5.18)$$

Die Gerade schneidet zum Zeitpunkt $t = t_2$ die Abszissenachse. Es gilt die Beziehung:

$$0 = -\frac{t_2}{T_1} \log e + \log C_1. \quad (5.19)$$

Für $t = t_1$ gilt:

$$\log e = -\frac{t_1}{T_1} \log e + \log C_1. \quad (5.20)$$

Nach Subtraktion der Gleichung (5.19) von Gleichung (5.20) ergibt sich nach kurzer Umformung:

$$T_1 = t_2 - t_1. \quad (5.21)$$

Bei kleinen Zeiten $t < t'$ tritt jedoch eine Abweichung von der Geraden auf, weil die Elementarfunktion $x_2(t)$ nicht null ist. Diese Abweichung ist ebenfalls im Bild 5.6b) gezeichnet. Sie ist:

$$\Delta(t) = C_2 e^{-t/T_2}. \quad (5.22)$$

Die Darstellung von $\Delta(t)$ im logarithmischen Maßstab ergibt eine Gerade, und man kann wie oben C_2 und T_2 ablesen (s. Bild 5.6b). Somit sind alle Kenngrößen zur eindeutigen mathematischen Beschreibung nach Gleichung (5.14) der Strecke bestimmt.

Das beschriebene Vorgehen läßt sich analog für Strecken höherer Ordnung fortsetzen, und man kann alle C_i und T_i bestimmen, bis die Funktion

$$\log \left[x(\infty) - x(t) - \sum_{i=1}^k C_i e^{-t/T_i} \right]$$

mit einer Geraden genügend genau zusammenfällt. Die Strecke wird dann durch eine Differentialgleichung $(k + 1)$ -ter Ordnung beschrieben. Die Erfahrungen mit dieser Methode in der Anwendung auf verfahrenstechnische Strecken besagen jedoch, daß infolge der Meßfehler in der Regel nur drei Zeitkonstanten sicher bestimmbar sind.

Die Methode der Zerlegung in Elementarfunktionen läßt sich zur Auswertung der Sprungantworten von Strecken anwenden, deren Übertragungsfunktionen stark von einander abweichende Pole haben. Neben der Ermittlung der Kennwerte können auch Aussagen über die Struktur (Ordnung der Differentialgleichung) gemacht werden.

5.2.5. Flächenmethode

Die Flächenmethode ist zur Analyse aller Strecken anwendbar, die sich durch die folgende allgemeine Differentialgleichung beschreiben lassen:

$$T_n^n x^{(n)} + T_{n-1}^{n-1} x^{(n-1)} + \dots + T_1 \dot{x} + x = Kx_e + K_{D1} \dot{x}_e + \dots + K_{Dm} x_e^{(m)} \quad (5.23)$$

mit $n \geq m$.

An dieser Stelle soll bei der Beschreibung der **Flächenmethode** eine Beschränkung auf PT_n -Strecken erfolgen:

$$T_n^n x^{(n)} + T_{n-1}^{n-1} x^{(n-1)} + \dots + T_1 \dot{x} + x = Kx_e. \quad (5.24)$$

Für die Sprungantwort (Sprunghöhe x_0) gilt dann für $t \geq 0$:

$$T_n^n x^{(n)} + T_{n-1}^{n-1} x^{(n-1)} + \dots + T_1 \dot{x} + x = Kx_0. \quad (5.25)$$

Es gelten weiterhin die Anfangsbedingungen:

$$x(0) = \dot{x}(0) = \dots = x^{(n-1)}(0) = 0. \quad (5.26)$$

Da sich das Eingangssignal für $t > 0$ nicht mehr verändert, stellt sich bei Strecken mit Ausgleich ein stationärer Endwert ein, und es wird:

$$\dot{x}(\infty) = \ddot{x}(\infty) = \dots = x^{(n)}(\infty) = 0. \quad (5.27)$$

Aus Gleichung (5.25) folgt sofort:

$$x(\infty) = Kx_0. \quad (5.28)$$

Zur Ermittlung von T_1 wird Gleichung (5.25) folgendermaßen umgestellt:

$$T_n^n x^{(n)}(t) + T_{n-1}^{n-1} x^{(n-1)}(t) + \dots + T_1 \dot{x}(t) = K x_o - x(t) \quad (5.29)$$

und in den Grenzen von null bis unendlich integriert. Man erhält somit:

$$T_n^n \int_0^\infty x^{(n)}(t) dt + T_{n-1}^{n-1} \int_0^\infty x^{(n-1)}(t) dt + \dots + T_1 \int_0^\infty \dot{x}(t) dt = \int_0^\infty [K x_o - x(t)] dt. \quad (5.30)$$

Im einzelnen bedeutet das:

$$T_n^n \int_0^\infty x^{(n)}(t) dt = T_n^n [x^{(n-1)}(\infty) - x^{(n-1)}(0)] = 0$$

$$T_2^2 \int_0^\infty \ddot{x}(t) dt = T_2^2 [\dot{x}(\infty) - \dot{x}(0)] = 0 \quad (5.31)$$

$$T_1 \int_0^\infty \dot{x}(t) dt = T_1 [x(\infty) - x(0)] = T_1 x(\infty).$$

Zum anderen lässt sich die rechte Seite von Gleichung (5.30) leicht umschreiben in:

$$\int_0^\infty [K x_o - x(t)] dt = \int_0^\infty [x(\infty) - x(t)] dt. \quad (5.32)$$

Setzt man die Gleichungen (5.32) und (5.31) in Gleichung (5.30) ein, so ergibt sich:

$$T_1 = \frac{1}{x(\infty)} \int_0^\infty [x(\infty) - x(t)] dt. \quad (5.33)$$

Das Integral im Ausdruck (5.33) ist die gestrichelte Fläche zwischen Sprungantwort und Endwert im Bild 5.7a).

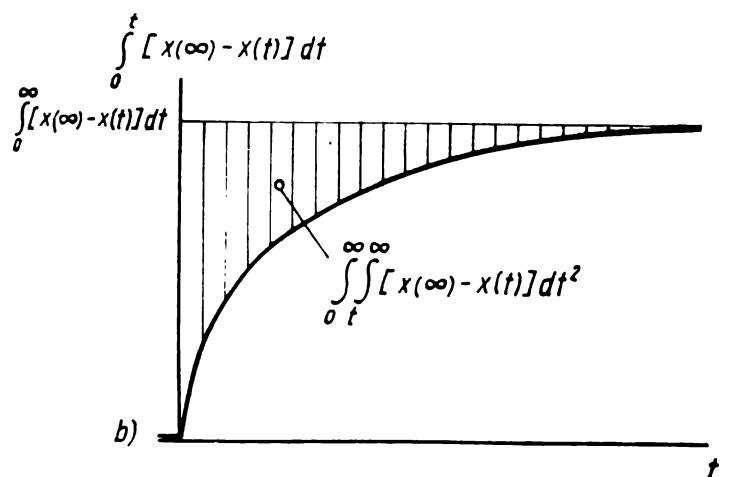
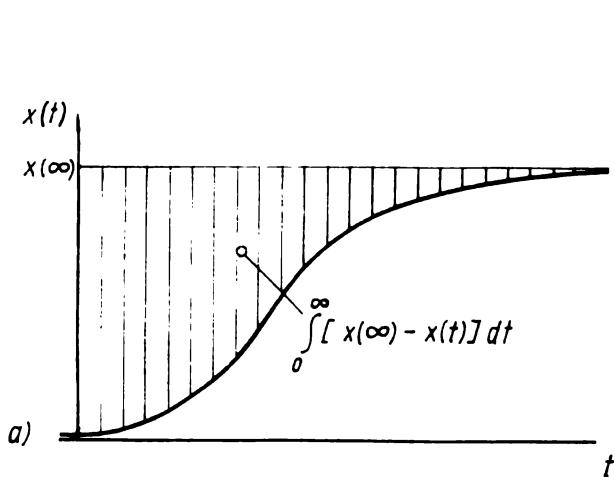


Bild 5.7. Flächenmethode

- Ermittlung von T_1 für eine PT_n -Strecke
- Ermittlung von T_2^2 für eine PT_n -Strecke

Zur Ermittlung von T_2^2 integriert man beide Seiten von Gleichung (5.29) in den Grenzen von t bis unendlich, indem man analog wie oben jedes Integral einzeln auswertet:

$$\begin{aligned} -T_n^n x^{(n-1)}(t) - T_{n-1}^{n-1} x^{(n-2)}(t) - \dots - T_2^2 \dot{x}(t) + T_1 [x(\infty) - x(t)] &= \\ = \int_t^\infty [x(\infty) - x(t)] dt. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Diese Gleichung wird dann von null bis unendlich integriert:

$$-T_2^2 x(\infty) + T_1 \int_0^\infty [x(\infty) - x(t)] dt = \int_0^\infty \int_t^\infty [x(\infty) - x(t)] dt^2. \quad (5.35)$$

T_2^2 lässt sich bestimmen zu:

$$T_2^2 = \frac{1}{x(\infty)} \left\{ T_1 \int_0^\infty [x(\infty) - x(t)] dt - \int_0^\infty \int_t^\infty [x(\infty) - x(t)] dt^2 \right\} \quad (5.36)$$

Die gestrichelte Fläche im Bild 5.7b) stellt das zweifache Integral in Gleichung (5.36) dar. Es ist die Fläche zwischen der Geraden $\int_0^\infty [x(\infty) - x(t)] dt$ und der Funktion $\int_0^\infty \int_t^\infty [x(\infty) - x(t)] dt^2$. Führt man in entsprechender Weise die Herleitung weiter, erhält man

$$\begin{aligned} T_3^3 &= \frac{1}{x(\infty)} \left\{ T_2^2 \int_0^\infty [x(\infty) - x(t)] dt - T_1 \int_0^\infty \int_t^\infty [x(\infty) - x(t)] dt^2 + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\infty \int_t^\infty \int_t^\infty [x(\infty) - x(t)] dt^3 \right\} \end{aligned} \quad (5.37)$$

und alle folgenden Koeffizienten.

Die einzelnen Kurven (s. Bild 5.7) können direkt mit Hilfe eines Planimeters ausgemessen oder mit Näherungsformeln errechnet werden. In jedem Fall sind auftretende Totzeiten vorher abzuziehen. Die Flächenmethode lässt sich auch auf Strecken ohne Ausgleich anwenden.

Die Grenzen der Anwendung der Flächenmethode sind gegeben durch

- die Meßfehler
- überlagerte Störeinflüsse
- die numerische Auswertung,

so daß erfahrungsgemäß nur Koeffizienten einer Differentialgleichung bis 3. Ordnung mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden können.

5.3. Analytische und kombinierte Methoden

Die analytischen und kombinierten Methoden sollen hier nur der Vollständigkeit halber kurz erwähnt werden, da sie weitaus höheren Rechenaufwand und zum Teil eine spezielle Gerätetechnik erfordern und nicht wie die oben beschriebenen Methoden dem Verfahrenstechniker relativ schnell eine mathematische Beschreibung der Strecke liefern.

Bei den **analytischen Methoden** wird z. B. die **Methode der kleinsten Fehlerquadrate** verwendet, um zu einer Beschreibung der Strecke zu gelangen. Mit Hilfe des Ansatzes

$$\int_0^\infty [x(t) - \hat{x}(t)] dt = \min! \quad (5.38)$$

werden die unbekannten Kennwerte des Modells der Strecke bestimmt. Dabei ist $x(t)$ die aufgenommene und $\hat{x}(t)$ die approximierende Sprungantwort.

Bei der Anwendung von **Interpolationsmethoden** werden die $(m + n + 1)$ unbekannten Kennwerte in Gleichung (5.23) so bestimmt, daß die Sprungantwort $x(t)$ mit $\hat{x}(t)$ in $(m + n + 1)$ Punkten übereinstimmt.

Die **kombinierten Methoden** stellen eine Verbindung von theoretischer und experimenteller Analyse dar. Die Struktur des Modells der Strecke wird auf Grund theoretischer Überlegungen vorgegeben, die Kennwerte werden durch laufende Messungen bestimmt. Bild 5.8 veranschaulicht diese Methode. Die Eingangsgröße der Strecke wird erfaßt und auf eine Einrichtung gegeben, auf der eine bestimmte Struktur eines mathematischen Modells realisiert ist. Das kann z. B. mit Bausteinen der analogen Rechentechnik erfolgen. Die Ausgangsgrößen von Modell und Strecke werden nach entsprechender Umwandlung verglichen und das Differenzsignal auf eine Abgleichvorrichtung gegeben. In Abhängigkeit von diesem Differenzsignal und einem vorgegebenen Fehlerkriterium findet dann die Abgleichung und damit die Ermittlung der Modellparameter statt.

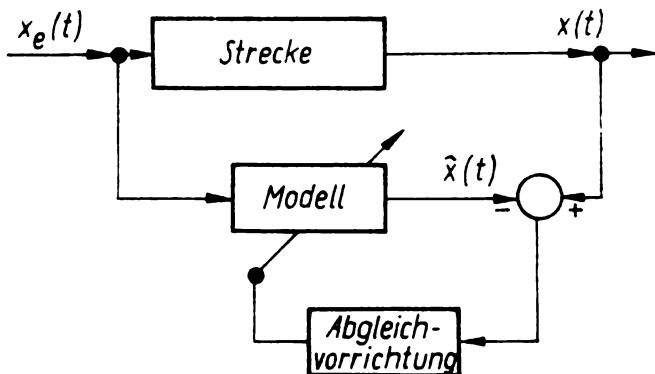


Bild 5.8. Ermittlung des Modells der Strecke mit kombinierten Methoden

Wie ersichtlich, sind die kombinierten Methoden schon mit erheblichem Geräteaufwand verbunden, und die analytischen Methoden sind ökonomisch effektiv nur auf Rechnern zu realisieren. Zum Abschluß sollen die besprochenen Methoden zu einer Übersicht zusammengestellt werden (s. Bild 5.9).

5.4. Analyse einer verfahrenstechnischen Regelstrecke

Im Bild 5.10 ist ein vereinfachtes technologisches Schema der Cyclohexanoldehydrierung dargestellt. Cyclohexanol wird im Vorwärmer (VW) vorgewärmt, im Reaktor (R) findet die katalytische Abspaltung von Wasserstoff statt. Es entsteht Cyclohexanon. Da die Reaktion endotherm verläuft, wird durch einen Heizgaskreislauf Wärme zugeführt. Der Kreislauf besteht aus einer Brennkammer (BK), in der Erdgas verbrannt wird, aus dem Reaktor und dem Vorwärmer. Über eine Druckregelung (PC 7) werden überschüssige Heizgase abgeblasen. Für den normalen Ablauf des technologischen Prozesses sind eine Reihe von Festwertregelungen (TRC 4, TC 5, PC 7, FC 8, FC 9) und eine Kaskadenregelung mit untergeordneter Verhältnisregelung (F1, FR 2, FrC 3, QRC 6) nötig.

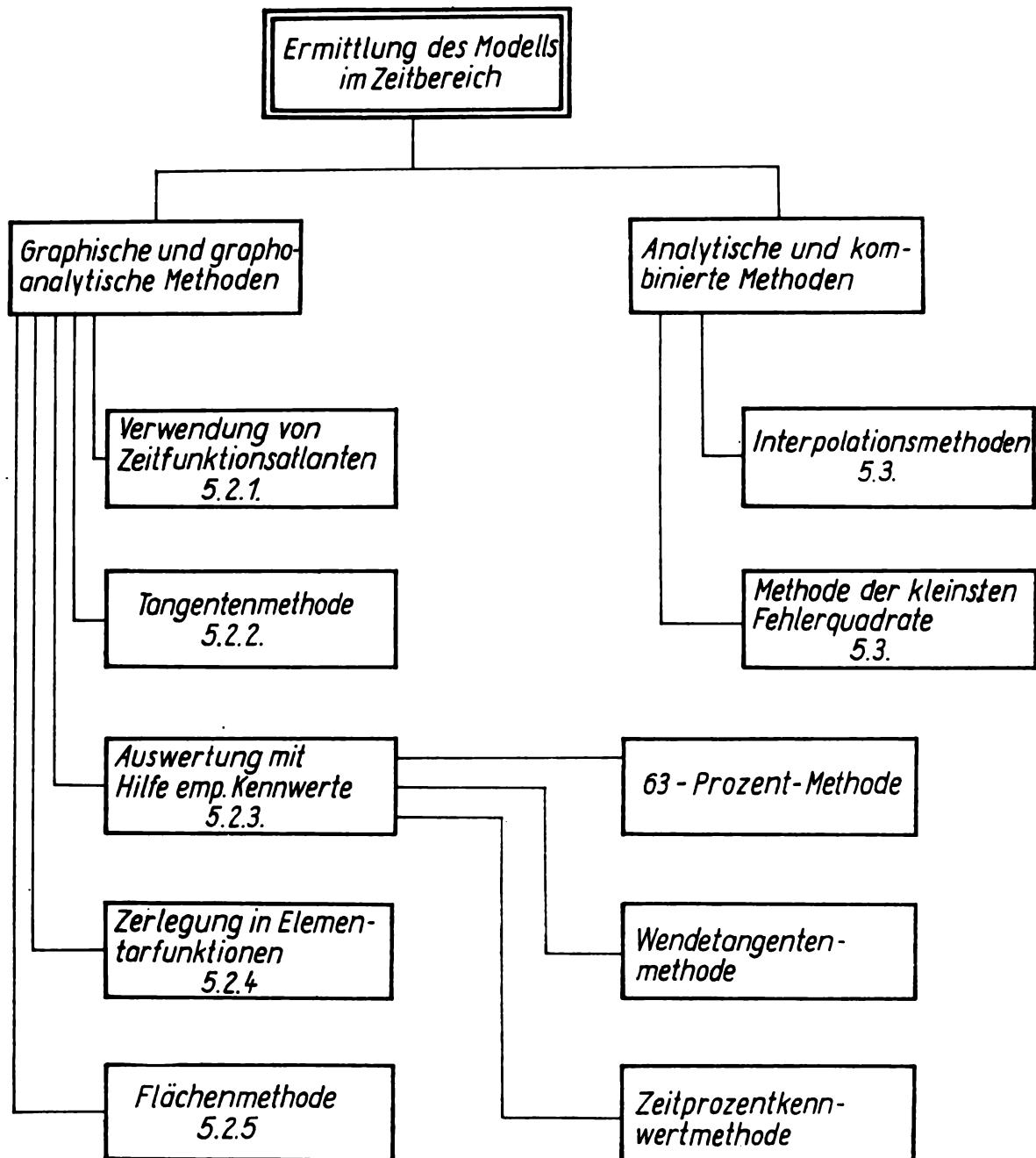


Bild 5.9. Übersicht über Analysenmethoden linearer Strecken im Zeitbereich

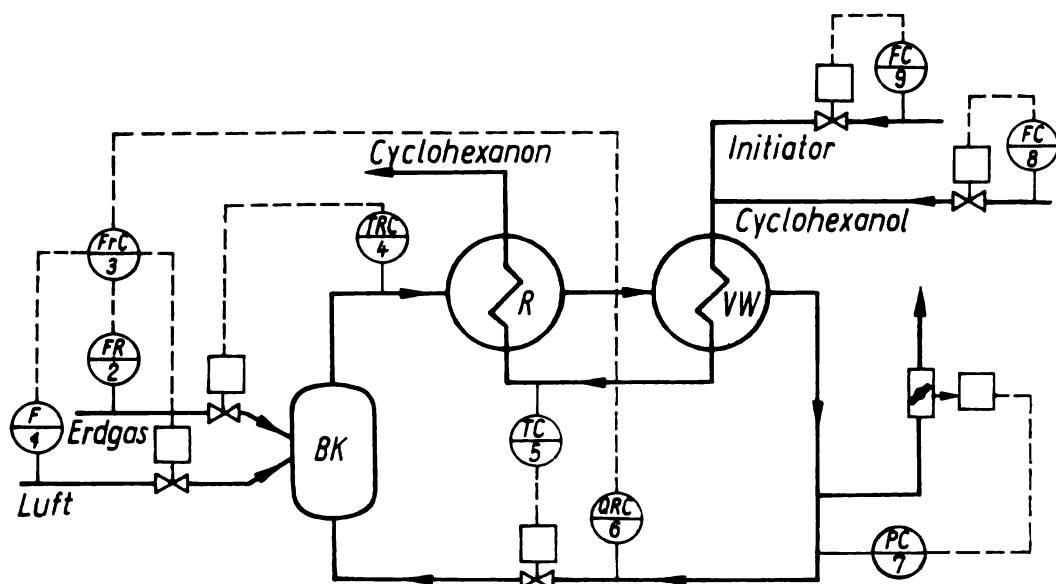


Bild 5.10. Technologisches Schema einer Cyclohexanoldehydrierung (vereinfacht)
 BK Brennkammer R Reaktor VW Vorwärmer

Es soll das mathematische Modell der Strecke des Regelkreises TRC 4 gefunden werden. Die Eingangstemperatur der Heizgase in den Reaktor wird durch Eingriff in den Erdgasstrom geregelt. Die Temperaturmessung erfolgt mit einem Thermoelement; das Stellglied ist ein Membranventil. Zur Regelungsstrecke gehören die Brennkammer und die Verbindung bis zum Reaktor.

Nach einer sprungförmigen Vergrößerung der Erdgaszufuhr in die Brennkammer um $10 \text{ dm}^3/\text{s}$ erhöht sich die Temperatur am Reaktoreingang. Die Sprungantwort dieses Vorganges zeigt Bild 5.11. Auf Grund der theoretischen Analyse der Regelstrecke kann die Struktur des mathematischen Modells mit einer Differentialgleichung 3. Ordnung angenähert werden. Für die Ermittlung der Kennwerte gelangt die Flächenmethode zur Anwendung.

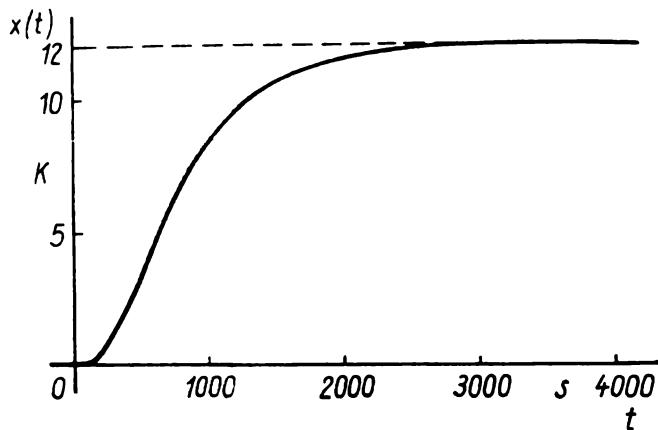


Bild 5.11. Sprungantwort der Temperaturregelstrecke

Für die Berechnung der Integrale zur Bestimmung der Koeffizienten in Gleichung (5.25) wird folgende Beziehung verwendet:

$$\int_0^{(k+1)\Delta t} x(t) dt = \int_0^{k\Delta t} x(t) dt + \frac{1}{2} \Delta t [x(t_k) + x(t_{k+1})], \quad (5.39)$$

d. h., die zu integrierende Fläche wird mit Hilfe von Trapezen genähert. Auf diese Weise bestimmt man nacheinander die einzelnen Integrale (s. Tab. 5.3):

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} [x(\infty) - x(t)] dt &= I_1(t), & \int_0^{\infty} \int_t^{\infty} [x(\infty) - x(t)] dt^2 &= I_2(t), \\ \int_0^{\infty} \int_t^{\infty} \int_t^{\infty} [x(\infty) - x(t)] dt^3 &= I_3(t). \end{aligned} \quad (5.40)$$

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Integrale mit dem Planimeter zu ermitteln.

Mit Hilfe der berechneten Integrale lassen sich die einzelnen Koeffizienten nach den Gleichungen (5.28), (5.36) und (5.37) bestimmen:

$$K = 1,2 \frac{\text{Ks}}{\text{dm}^3}$$

$$T_1 = 8,4146 \cdot 10^2 \text{ s}$$

$$T_2^2 = 20,265 \cdot 10^4 \text{ s}^2$$

$$T_3^3 = 10,6572 \cdot 10^6 \text{ s}^3.$$

Das mathematische Modell der Regelstrecke ergibt sich damit zu:

$$(220,07 \text{ s})^3 \ddot{x}(t) + (450,17 \text{ s})^2 \dot{x}(t) + 841,46 \text{ s } x(t) + x(t) = 1,2 \frac{\text{K s}}{\text{dm}^3} x_e(t). \quad (5.41)$$

Tabelle 5.3. Auswertung der Sprungantwort nach der Flächenmethode

$\frac{t}{s}$	gemessener Verlauf		$\frac{I_1}{10^2 \text{ K s}}$	$\frac{I_2}{10^4 \text{ K s}^2}$	$\frac{I_3}{10^6 \text{ K s}^3}$	berechneter Verlauf
	$x(t)$ K	$x(\infty) - x(t)$ K				$\frac{x(t)}{K}$
0	0	12,0	100,975	606,48125	3 184,90469	0,00
100	0,1	11,9	89,025	511,48125	2 625,92344	0,12
150	0,3	11,7	83,125	468,44375	2 380,94219	0,33
200	0,6	11,4	77,35	428,325	2 156,7500	0,64
250	1,0	11,0	71,75	391,050	1 951,90625	1,04
300	1,4	10,6	66,35	356,525	1 765,0125	1,50
400	2,5	9,5	56,30	295,200	1 439,1500	2,56
500	3,6	8,4	47,35	243,375	1 169,8625	3,68
600	4,8	7,2	39,55	199,925	948,2125	4,78
700	5,8	6,2	32,85	163,725	766,3875	5,81
800	6,8	5,2	27,15	133,725	617,6625	6,75
1 000	8,4	3,6	18,35	88,225	395,7125	8,31
1 300	10,0	2,0	9,95	45,775	194,7125	9,91
1 600	10,9	1,1	5,3	22,9	91,7	10,86
2 000	11,5	0,5	2,1	8,1	29,7	11,51
2 600	11,9	0,1	0,3	0,9	2,7	11,88
3 200	12,0	0	0	0	0	11,96

Die mit dem erhaltenen Modell (Gl. 5.41) berechnete Sprungantwort ist in der letzten Spalte von Tabelle 5.3 angeführt. Die maximale Abweichung in den Stützstellen von 0,83 Prozent des Endwertes weist auf die Brauchbarkeit der verwendeten Analysenmethode hin.

Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurden einfache Methoden zur Analyse von Regelstrecken betrachtet. Ausführlicher werden diese Fragen im Rahmen der experimentellen Prozeßanalyse [12] behandelt.

Bei der Untersuchung einer Regelstrecke mit dem Ziel, eine mathematische Beschreibung des dynamischen Verhaltens zu finden, muß der Verfahrenstechniker nicht nur entsprechende Analysenmethoden kennen, sondern er muß durch seine spezifischen Kenntnisse über die Prozeßeinheiten, wie Reaktor, Wärmeübertrager, Rektifikationskolonne usw., zur mathematischen Modellgewinnung für Zwecke der Automatisierung beitragen.

6. Regler

6.1. Regler und Regeleinrichtung

Wie schon in den Abschnitten 2. und 3. gezeigt wurde, kann durch geeignete Wahl des Reglers das dynamische Verhalten des Regelkreises so gestaltet werden, daß der Regelvorgang günstig verläuft. Für die Lösung dieser Aufgabe kommen sowohl stetige als auch unstetige Regler zum Einsatz, also Regler, deren Ausgangsgröße bei zeitlich stetig veränderlicher Eingangsgröße einen stetigen bzw. unstetigen zeitlichen Verlauf hat.

Bei den stetigen Reglern sind nur solche von Bedeutung, die in ihrem Arbeitsbereich als lineare Übertragungsglieder zu betrachten sind. Ihre Übertragungsfunktionen lassen sich auf einige wenige Grundtypen linearer Regelkreisglieder zurückführen, die proportionales, integrales bzw. differenzierendes Verhalten haben.

Die gebräuchlichen unstetigen Regler zeigen gewöhnlich Zwei- bzw. Mehrpunktverhalten, d. h., die Ausgangsgröße kann zwei bzw. mehrere diskrete Werte annehmen. Ihr Aufbau und ihre Funktionsweise sind leicht überschaubar, so daß sich für diese Kategorie von Reglern im weiteren ausführliche Erörterungen erübrigen. Einige grundsätzliche Erläuterungen zu Funktion und Eigenschaften unstetiger Regler werden im Abschnitt 10. gegeben. Die weiteren Ausführungen in diesem Abschnitt werden sich daher ausschließlich auf die Gruppe der stetigen linearen Regler beziehen.

Dem Regler ist ein Eingangssignal zuzuführen, das sowohl vom Signalträger als auch von der Signalamplitude her seinen technischen Eingangsdaten entspricht. Weiterhin muß sein Ausgangssignal so umgewandelt werden, daß durch dieses ein geeignetes Stellglied betätigt werden kann. Insgesamt erfordert das eine Reihe technischer Einrichtungen, die zusammen die Regeleinrichtung darstellen.

6.1.1. Elemente der Regeleinrichtung

Meßeinrichtung

Der Meßfühler als das Element der Meßeinrichtung, das in unmittelbarem Kontakt mit dem Meßmedium steht, erzeugt unter Ausnutzung physikalisch-technischer Gesetzmäßigkeiten ein der Regelgröße äquivalentes, zur Weiterleitung und -verarbeitung geeignetes Ausgangssignal. Falls erforderlich werden dessen Signalträger, Signalparameter und dessen Änderungsbereich durch den Meßwandler so umgeformt, daß das Signal den Eingangsparametern des folgenden Elementes angepaßt ist.

Vergleichsglied

Der Vergleich zwischen Regelgröße und Führungsgröße erfolgt durch das Vergleichsglied. Es erlaubt gleichzeitig die Aufschaltung weiterer Signale. Unabhängig vom Signalträger stellt das Vergleichsglied ein Summationsglied dar.

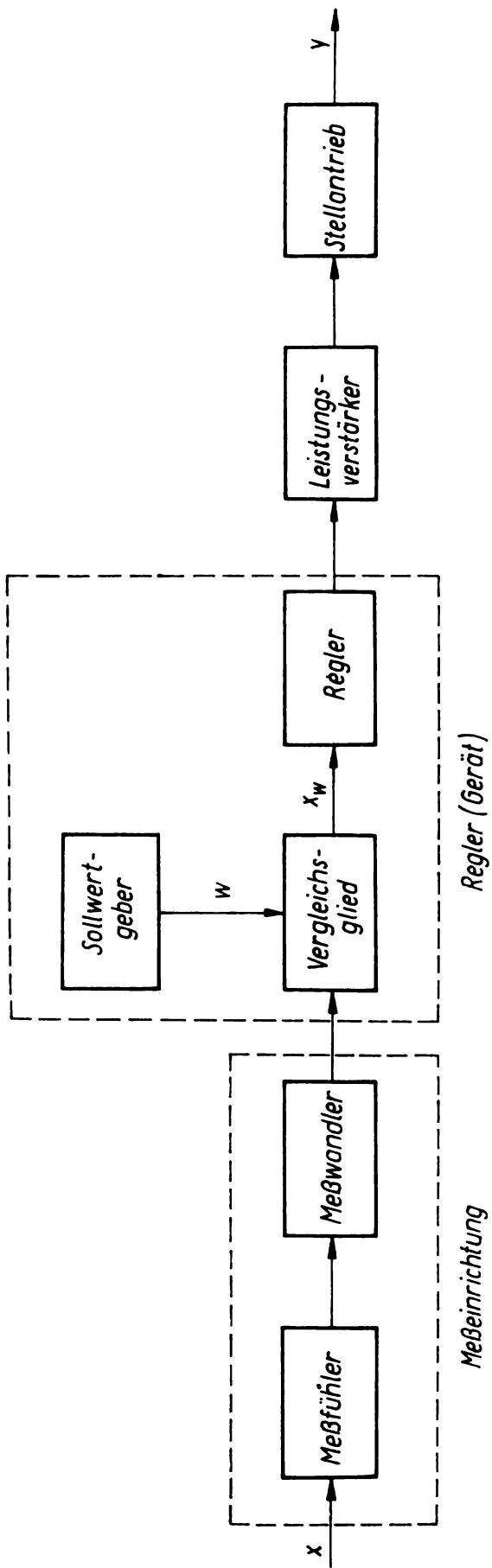


Bild 6.1. Elemente der Regeleinrichtung im Blockschaltbild

Sollwertgeber

Die Führungsgröße (Sollwert) muß für den Vergleich mit denselben Signalträger und Informationsparameter bereitgestellt werden, mit denen die Regelgröße am Vergleichsglied ansteht. An den dazu erforderlichen Sollwertgeber werden hohe Anforderungen bezüglich der zeitlichen Konstanz dieses Signals gestellt, da Schwankungen entscheidenden Einfluß auf die maximal erreichbare Regelgenauigkeit haben.

Der Zusammenhang zwischen einzustellendem Sollwert und dem Wert der Ausgangsgröße des Sollwertgebers wird durch die statische Kennlinie der Meßeinrichtung gegeben. Skalen des Sollwertgebers, die in Einheiten spezieller Prozeßgrößen geteilt sind, beziehen sich daher stets auf eine bestimmte Meßeinrichtung.

Bei Einsatz der Regeleinrichtung für Folgeregelungen besteht der Sollwertgeber aus einem **Zeitplangeber**, der eine Änderung der Amplitude des Sollwertsignals nach einem vorgegebenen zeitlichen Verlauf bewirkt, oder aus einem Wandler, der in Abhängigkeit vom Wert einer Prozeßgröße die zum Vergleich geeignete Führungsgröße bildet.

Regler

Der Regler bildet aus der Regelabweichung die Stellgröße. Daher stellt der Regler in der technischen Realisierung einen Rechner dar, der sehr einfache Rechenoperationen ausführt und bei dem die entsprechenden Grundschaltungen der analogen Rechentechnik wiederzufinden sind. Bei der Verwendung des Begriffes »Regler« für das in einem Regelkreis verwendete Gerät ist zu beachten, daß aus konstruktiven Gründen das Vergleichsglied, der Sollwertgeber und oft auch der Leistungsverstärker im Gerät »Regler« mit enthalten sind. Das gilt z. B. für die in diesem Abschnitt beschriebenen elektronischen, pneumatischen und hydraulischen Regler.

Leistungsverstärker

Das im allgemeinen leistungsschwache Ausgangssignal des Reglers wird durch den Leistungsverstärker auf die für die Betätigung des Stellantriebes notwendige Leistung verstärkt. In der technischen Ausführung unterscheiden sich Leistungsverstärker von Regelungseinrichtungen nicht von denen für andere Anwendungsfälle.

Stellantrieb

Der Stellantrieb betätigt das Stellglied, das direkt die Größe des Stoff- oder Energiestromes beeinflußt. Das Element des Stellantriebes, das die unmittelbare Wandlung der Ausgangsgröße des Reglers bzw. des Leistungsverstärkers in die Eingangsgröße des Stellgliedes vornimmt, bezeichnet man als **Stellmotor**. Dieser muß gegebenenfalls durch ein **Getriebe** zur Umformung von Bewegungsgröße und -form (große Geschwindigkeit in kleine oder Rotation in Translation) ergänzt werden.

Das Stellglied wird definitionsgemäß nicht zur Regeleinrichtung sondern zur Regelstrecke gezählt. Weitergehende Ausführungen sowohl zum Stellantrieb als auch zum Stellglied werden im Abschnitt 6.5. vorgenommen.

6.1.2. Hilfsenergie

Der konstruktive Aufbau der Regeleinrichtung wird weitgehend davon bestimmt, ob zu ihrem Betreiben eine Hilfsenergie erforderlich ist und welche verwendet wird. Man teilt in Regeleinrichtungen ohne Hilfsenergie und solche mit elektrischer, pneumatischer und hydraulischer Hilfsenergie ein. Die Entscheidung für eine dieser Hilfsenergien bei einer vorgegebenen speziellen Aufgabenstellung ergibt sich aus den Vorteilen und Nachteilen bei der Anwendung der einzelnen Energieformen.

Regeleinrichtungen ohne Hilfsenergie

Wird die Energie zur Betätigung des Stellgliedes unmittelbar dem Signal der Regelgröße entnommen, dann liegt eine Regeleinrichtung ohne Hilfsenergie vor. Beispiele sind der klassische »Zentrifugalregler« bei der Dampfmaschine oder der Abströmdruckregler (Bild 6.2).

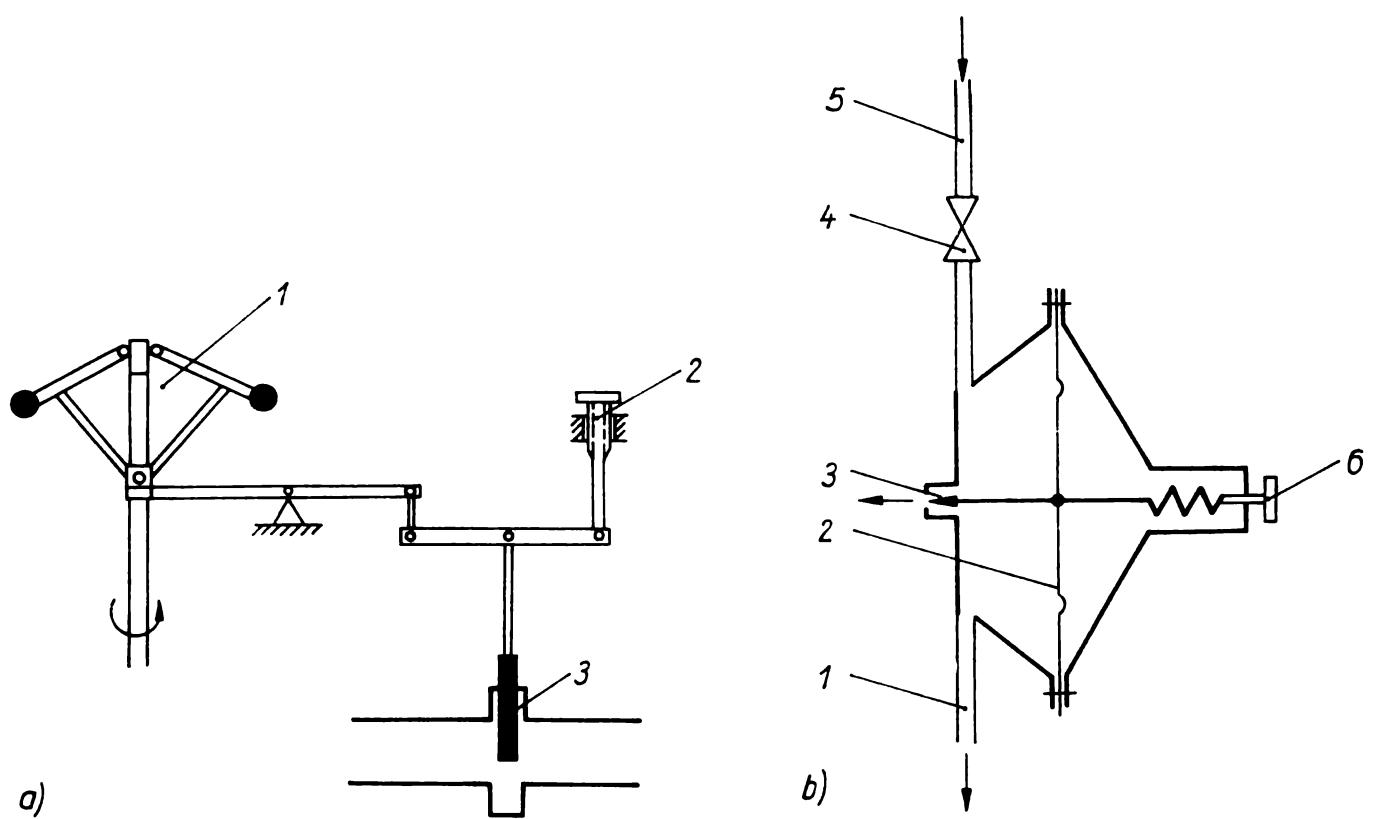


Bild 6.2. Regler ohne Hilfsenergie

- a) Zentrifugalregler
 1 Zentrifugalpendel
 2 Sollwertgeber
 3 Stellglied

- b) Abströmdruckregler
 1 Druckluftaustritt
 2 Membran
 3 Abströmventil
 4 Vordrossel
 5 Drucklufteingang
 6 Sollwerteinsteller

Vorteil: einfache, robuste Konstruktion

Nachteil: Zuschnitt auf die Lösung ganz spezieller, meist einfacher Aufgaben, die keine Signalfernübertragung erfordern. Universeller Einsatz ist kaum möglich. Anwendung in der Verfahrenstechnik auf einige enge Gebiete beschränkt, z. B. Kältetechnik.

Regeleinrichtungen mit elektrischer Hilfsenergie

Entsprechend der in den letzten Jahren zu verzeichnenden Tendenz, in zunehmendem Maße Prozeßrechner und andere EDVA zur Steuerung verfahrenstechnischer Prozesse einzusetzen, gewinnen die Regeleinrichtungen mit elektrischer Hilfsenergie auf Grund ihrer Anpaßbarkeit an diese modernen Automatisierungsmittel weiter an Bedeutung.

Vorteile:

- Elektrische Ein- und Ausgangssignale der Regeleinrichtung lassen sich ohne großen Aufwand über große Entfernungen übertragen.
- Die Bereitstellung elektrischer Hilfsenergie erfordert keine wesentlichen zusätzlichen Investitionen.
- Elektrische Signale werden sehr schnell verarbeitet, auch bei Verwendung komplizierter Algorithmen.

Nachteile:

- Explosionsgefahr bzw. erhebliche Aufwendungen für den Explosionsschutz.
- Höhere Preise gegenüber pneumatischen Geräten, insbesondere für Stellantriebe (Elektromotoren mit Getriebe).
- Spezielle Qualifikation des Wartungspersonals.

Regeleinrichtungen mit pneumatischer Hilfsenergie

Trotz der oben genannten Tendenz behalten Regeleinrichtungen mit pneumatischer Hilfsenergie insbesondere für die Lösung konventioneller Regelungsaufgaben ihre Bedeutung.

Vorteile:

- Keine Probleme des Explosionsschutzes.
- Meist einfache und robuste Konstruktion, insbesondere bei den Stellantrieben.
- Günstiges Preisniveau, bedingt durch die vorhergenannten Gesichtspunkte.

Nachteile:

- Übertragungsentferungen pneumatischer Signale sind relativ gering (einige hundert Meter)
- Leistungsfähigkeit in der Signalverarbeitung bezüglich der Arbeitsgeschwindigkeit als auch der Kompliziertheit der realisierbaren Algorithmen ist beschränkt.
- Aufwand für die Bereitstellung pneumatischer Hilfsenergie und deren Aufbereitung (Reinigung) ist beträchtlich.

Regeleinrichtungen mit hydraulischer Hilfsenergie

Die Anwendung von Regeleinrichtungen mit hydraulischer Hilfsenergie in der chemischen Verfahrenstechnik beschränkt sich auf die Lösung spezieller Stellaufgaben (z. B. Betätigen großer Schieber in Hauptdampfleitungen), ihr Hauptanwendungsgebiet liegt in der Automatisierung der mechanischen Fertigung.

Vorteile:

- Leichte Erzeugung großer Stellkräfte bzw. -leistungen.
- Robuste Konstruktion und geringe Wartung.

Nachteile:

- Keine Fernübertragung der Signale.
- Nur einfachste Verarbeitung der Signale und sehr geringe Arbeitsgeschwindigkeiten.

6.1.3. Meßgrößenregler und Einheitsregler

Wie bereits die Beispiele für Regeleinrichtungen ohne Hilfsenergie zeigen, müssen sich die im Abschnitt 6.1.1. angeführten Elemente der Regeleinrichtung nicht in jedem Fall als einzelne gerätebauliche Einheiten repräsentieren, sondern teilweise sind sie konstruktiv zusammengefaßt. Damit ergeben sich für die technische Ausführung von Regeleinrichtungen zwei Grundvarianten:

1. Meßeinrichtung und Regler (mit Vergleichsstelle) bilden eine bauliche Einheit. In diesem Fall spricht man von einem **Meßgrößenregler**. Bild 6.3 zeigt zwei Beispiele.

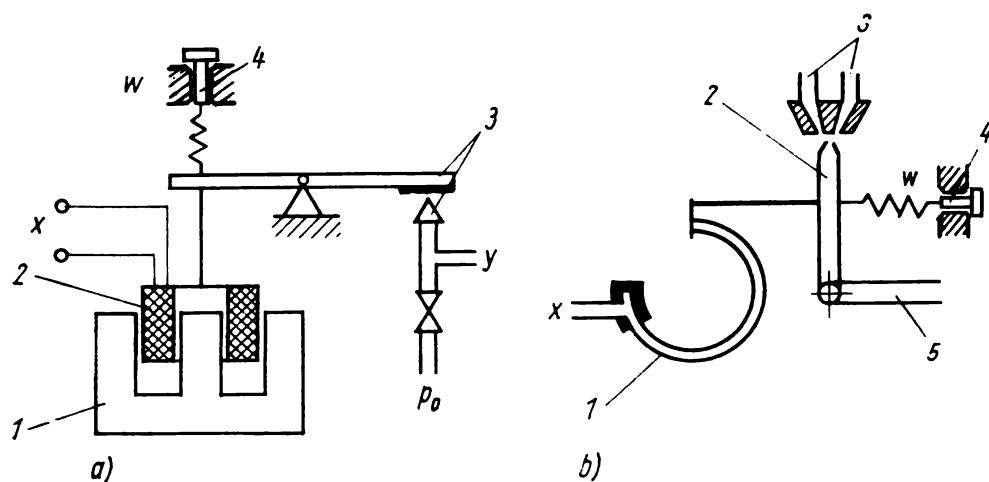


Bild 6.3. Meßgrößenregler

a) Elektropneumatischer Regler

- 1 Permanentmagnet
- 2 Tauchspule
- 3 Düse-Prallplatte-System
- 4 Sollwerteinsteller

b) Hydraulischer Temperaturregler

- 1 Rohrfeder
- 2 Strahlrohr
- 3 Fangdüsen
- 4 Sollwerteinsteller
- 5 Druckölzuführung

Vorteile dieser Variante:

- Ein Wandler zur Umformung der Ausgangsgröße des Meßföhlers entfällt.
- Die ökonomischen Aufwendungen werden erheblich verringert.

Nachteile:

- Jede der zahlreichen möglichen Regelgrößen macht eine spezielle Reglerkonstruktion notwendig. Diese Forderung ist vom ökonomischen Standpunkt zur Sicherung ausreichend großer Fertigungsserien, der Lagerhaltung und der Wartung nur beschränkt vertretbar. Meßgrößenregler werden daher nur für wenige Regelgrößen gefertigt, die sehr häufig auftreten, wie Temperaturen, Drücke, Füllstände.
- Die Montage erfolgt unmittelbar an der Meßstelle, die Meßgrößenregler sind daher verschärften Umweltbedingungen ausgesetzt und müssen entsprechend gesichert werden.

2. Die in der schematischen Darstellung (s. Bild 6.1) angegebenen Elemente sind als separate Bauglieder ausgeführt, die zu einer kompletten Regeleinrichtung zusammengesetzt werden können. Dabei stellen in der technischen Ausführung Sollwertgeber, Vergleichsglied und Regler stets ein Gerät dar, das als Ganzes schlechthin als Regler bezeichnet wird. Um die Kombinationsfähigkeit der einzelnen Bauglieder zu sichern, müssen die Signale am Eingang und am Ausgang dieses Reglers vereinheitlicht sein, dieser muß also ein **Einheitsregler** sein. Daher müssen die Signale der vor- und nachgeschalteten Bauglieder an der Anschlußstelle zum Regler **Einheitssignale** sein. Eine Übersicht über international gebräuchliche Einheitssignale gibt Tabelle 6.1.

Ein derartiges System von Baugliedern zum Aufbau von Regeleinrichtungen für die Lösung unterschiedlicher Regelungsaufgaben auf der Basis eines Einheitssignals nennt man **Einheitssystem**.

Die Vorteile eines Einheitssystems sind:

Tabelle 6.1. Übersicht über international übliche Einheitssignale

Signalträger	Signalbereich	
Gleichstrom	0... 5 mA —5...0... 5 mA	auch 0...20 mA 4...20 mA
Gleichspannung	0...10 V —10...0...10 V	
Luftdruck	0,2... 1 kp cm ² ≈ 0,02...0,1 MPa (Normalsdruck) 0...100 mm WS ≈ 0...1 kPa (Niederdruck)	

- Hohe Standardisierungsmöglichkeiten, damit auch einheitliche äußere Form der Schalttafeln und Meßwarten.
- Vereinfachte Ersatzlagerhaltung.
- Hohe Anpaßbarkeit an die unterschiedlichsten Aufgabenstellungen.

Nachteilig sind die zusätzlichen Aufwendungen für die Umformung in das Einheitssignal. Die Anwendung erstreckt sich daher insbesondere auf die Lösung komplexer Aufgabenstellungen großen Umfanges.

6.1.4. Regler und Rückführung

Wie bereits im Abschnitt 3. dargestellt, wird bei gegebener Regelstrecke der Verlauf des Regelsvorgangs neben dem zeitlichen Verlauf und Angriffsort der Störgröße durch das dynamische Verhalten des Reglers bestimmt. Dabei können die meisten Aufgabenstellungen der Regelungstechnik durch Regler mit *P*-, *I*-, *PI*- oder *PID*-Verhalten befriedigend gelöst werden.

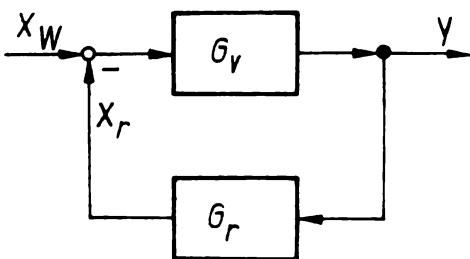


Bild 6.4. Signalflußbild eines Reglers mit Rückführung (Rückführschaltung)

Dieses unterschiedliche dynamische Verhalten des Reglers erzielt man durch den Aufbau einer Rückführschaltung (Bild 6.4). Die Übertragungsfunktion $G_R(p)$ des Reglers ergibt sich daraus zu:

$$G_R(p) = \frac{Y(p)}{X_w(p)} = \frac{G_v}{1 + G_v G_r}. \quad (6.1)$$

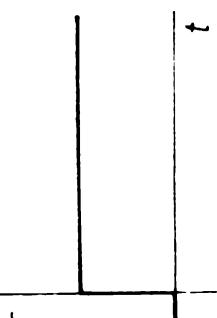
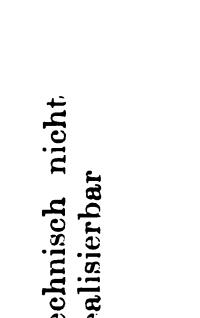
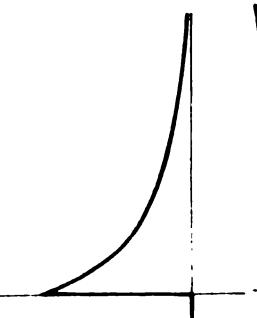
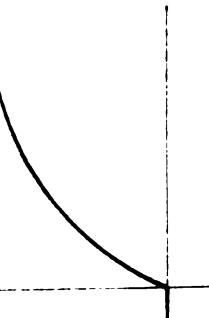
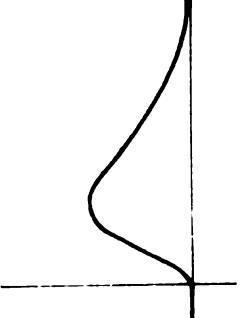
Verwendet man als Vorwärtsglied ein *P*-Glied, so wird $G_v = K_v$, und nach Umformung ergibt sich aus Gleichung (6.1) für $K_v \rightarrow \infty$:

$$G_R(p) = \frac{1}{G_r}.$$

(6.2)

Die Übertragungsfunktion eines Reglers wird daher bei ausreichend großer Verstärkung im Vorwärtzweig allein durch die Rückführung bestimmt.

Tabelle 6.2. Übertragungsfunktionen und Sprungantworten für verschiedene Typen von Reglern und dazugehörenden Rückführungen

Regler	Rückführung		
	Typ	$G_R(p)$	Sprungantwort
P K_R			
			$\frac{1}{K_R}$ $\frac{1}{K_R} = 1$ (volle Rückführung)
I $\frac{K_{IR}}{p}$			
			$\frac{p}{K_{IR}}$
PI $K_R \left(1 + \frac{1}{T_N p} \right)$			
			nachgebend $\frac{1}{K_R} \cdot \frac{T_N p}{1 + T_N p}$
PD $K_R (1 + T_V p)$			
			verzögert $\frac{1}{K_R} \cdot \frac{1}{1 + T_V p}$
PID $K_R \left(1 + \frac{1}{T_N p} + T_V p \right)$			
			kombiniert (nachgebend und verzögert) $\frac{1}{K_R} \cdot \frac{T_N p}{1 + T_N p + T_V T_V p^2}$

Aus Gleichung (6.2) läßt sich unter den genannten Voraussetzungen die zu einem bestimmten dynamischen Verhalten des Reglers gehörende Übertragungsfunktion der Rückführung $G_r(p)$ in einfacher Weise bestimmen. Die Übertragungsfunktionen der Rückführungen für die einzelnen Regler und deren Sprungantworten sind in Tabelle 6.2 zusammengestellt.

Aus der Tabelle 6.2 ist ersichtlich, daß die Dynamik dieser Regler durch drei Parameter bestimmt wird: den **Übertragungsfaktor K_R** , die **Nachstellzeit T_N** und die **Vorhaltzeit T_V** .¹⁾ Gleichzeitig ist gezeigt, wie sich K_R und T_N in typischen Kurvenelementen der Sprungantworten repräsentieren. Damit werden einfache Methoden angegeben, mit denen diese Parameter aus der gemessenen Sprungantwort des Reglers ermittelt werden können.

Zur Bestimmung von T_V ist statt der Sprungantwort die Anstiegsantwort zu verwenden. Wie einfach gezeigt werden kann, hat diese denselben Verlauf wie die Sprungantwort des *PI*-Reglers. T_V läßt sich analog T_N bestimmen.

Das Verhalten eines *I*-Reglers wird durch den Kennwert K_{IR} charakterisiert. Seine Ermittlung aus der sich als Sprungantwort ergebenden Geraden ist in der Tabelle 6.2 dargestellt. Für die Realisierung eines *I*-Reglers ergibt sich für die Rückführung ein *D*-Glied. Da ein *D*-Glied ohne Verzögerung technisch nicht realisierbar ist, kann ein *I*-Verhalten nach der einfachen Grundschaltung (Bild 6.4) auch für $K_v \rightarrow \infty$ nur näherungsweise erzielt werden. Aus diesem Grunde fehlen in Tabelle 6.2 einige Angaben über die Rückführung eines *I*-Reglers. Zur Realisierung eines *I*-Reglers sind Sonderschaltungen nötig (s. Abschn. 6.2. u. 6.3.).

6.2. Elektronische Regler

6.2.1. Elektronischer Verstärker mit Rückführung

Bei einem elektrischen (elektronischen) Regler entspricht dem Vorwärtsglied ein hochverstärkender elektrischer (elektronischer) Verstärker (Gleichspannungs- bzw. Gleichstromverstärker) mit Halbleiterbauelementen. Ein besonderer Aufwand muß betrieben werden, um die bei diesem Verstärker stets vorhandene Drift des Nullpunktes (Änderung der Ausgangsspannung bei konstanter Eingangsspannung) möglichst klein zu halten, da diese identisch ist mit einer Veränderung des vorgegebenen Sollwertes.

Als Rückführungen verwendet man Widerstände und Kondensatoren. Mit den damit aufgebauten Schaltungen müssen Rechenoperationen realisiert werden, wie sie im vorigen Abschnitt angegeben wurden. Elektronische Regler stellen daher elektronische Kleinanalogrechner dar, und ihre Schaltungsstruktur, insbesondere für Einheitsregler, entspricht völlig den entsprechenden Rechenschaltungen, die in der elektronischen Analogrechentechnik zur Anwendung kommen.

Das angestrebte dynamische Verhalten des elektronischen Reglers realisiert man durch einen Verstärker mit einer ausgewählten Rückführung. Bild 6.5a) zeigt die Schaltung eines solchen Reglers. Z_1 und Z_2 sind die komplexen Widerstände der entsprechenden Kombinationen von Ohmschen Widerständen und Kondensatoren (s. Aufgabe 4.03 im Arbeitsbuch [1]).

Man erkennt sofort, daß sich aus den hier verwendeten Größen $Z(p)$ die in der Elektrotechnik eingeführten komplexen Widerstände $Z(j\omega)$ ergeben, wenn formal $p = j\omega$ gesetzt wird. Damit können alle bekannten Rechenregeln für komplexe Widerstände auf die $Z(p)$ angewendet werden. Insbesondere wird im weiteren zur Aufstellung von Übertragungsfunktionen die Spannungsteilerregel verwendet.

¹⁾ Nach TGL 14591, Entwurf Mai 1977: K_P , T_n , T_v .

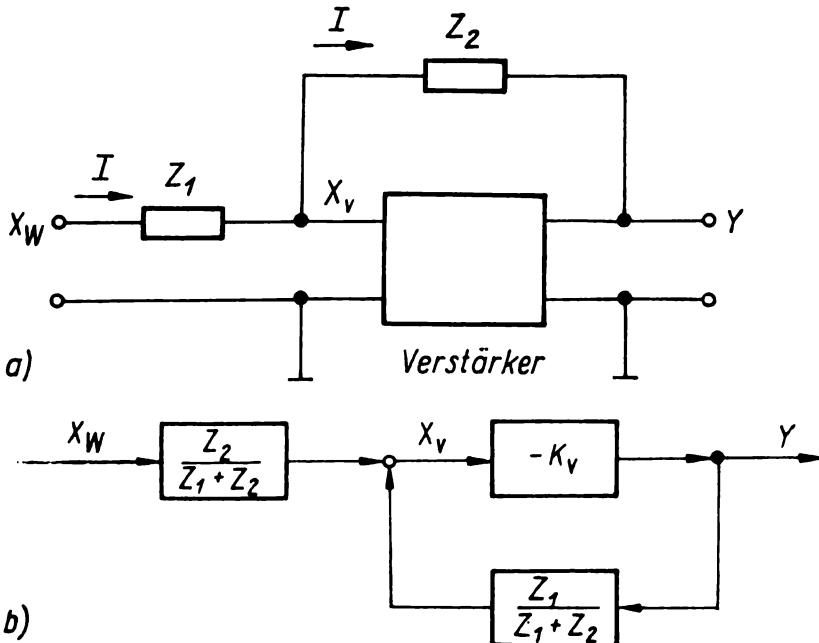


Bild 6.5. Elektronischer Verstärker mit Rückführung
 a) Schaltung
 b) Signalflußbild

Ein besonderer schaltungstechnischer Aufwand zur Realisierung der Subtraktion (s. Bild 6.4) kann vermieden werden, wenn die Anordnung der Widerstände wie im Bild 6.5a) erfolgt und wenn der Verstärker eine Vorzeichenumkehr zwischen dem Ein- und Ausgangssignal bewirkt.

Für die Schaltung im Bild 6.5a) lassen sich sofort folgende zwei Beziehungen angeben:

$$Y - X_v = Z_2 I \quad (6.3)$$

$$Y - X_W = (Z_1 + Z_2) I. \quad (6.4)$$

Weiterhin gilt für den Verstärker:

$$Y = (-K_v) X_v. \quad (6.5)$$

Nach Elimination der Größe X_v erhält man die Übertragungsfunktion des Reglers:

$$G_R(p) = \frac{Y(p)}{X_W(p)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot \frac{-K_v}{1 + K_v \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}}, \quad (6.6)$$

die für sehr große Verstärkung ($K_v \rightarrow \infty$) übergeht in:

$$G_R(p) = -\frac{Z_2}{Z_1}. \quad (6.7)$$

Im Unterschied zum Bild 6.4 ergibt sich aus Gleichung (6.6) ein Signalflußbild des elektronischen Reglers als Rückführschaltung (Verstärker im Vorwärtszweig: $-K_v$), der ein Übertragungsglied vorgeschaltet ist (s. Bild 6.5b). Für die Übertragungsfunktion der **Rückführung** im Signalflußbild erhält man:

$$G_r(p) = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}. \quad (6.8)$$

Beide komplexen Widerstände Z_1 und Z_2 tragen zum dynamischen Verhalten der Rückführung bei, die Gleichung (6.2) gilt nicht für diesen elektronischen Regler. Mit Hilfe der Beziehung (6.8) sind in einfacher Weise die komplexen Widerstände Z_1 und Z_2 für die verschiedenen Reglertypen zu ermitteln. Sie sind in Tabelle 6.3 zusammen mit den Übertragungsfunktionen der damit erhaltenen Regler dargestellt. Zur Einstellung der Reglerparameter K_R , T_N und T_V werden variable Widerstände verwendet.

Tabelle 6.3. Schaltungen der komplexen Widerstände für verschiedene Regeltypen

Typ	Z_1	Z_2	$G_R(p)$ für $K_v \rightarrow \infty$
P	R_1	R_2	$-\frac{R_2}{R_1}$
I	R_1	C_2	$-\frac{1}{R_1 C_2 p}$
D	C_1	R_2	$-R_2 C_1 p$
PI	R_1	$C_2 \parallel R_2$	$-\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{1}{R_2 C_2 p} \right)$
PD	C_1	R_2	$-\frac{R_2}{R_1} \left(1 + R_1 C_1 p \right)$
PID	$C_1 \parallel R_1$	$C_2 \parallel R_2$	$-\frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 C_2} \left[1 + \frac{1}{(R_1 C_1 + R_2 C_2)p} + \frac{R_1 C_1 R_2 C_2}{R_1 C_1 + R_2 C_2} p \right]$

Bei der Dimensionierung der komplexen Widerstände Z_1 und Z_2 stößt man auf ein Hauptproblem beim Aufbau elektronischer Regler, auf die maximal erreichbaren Werte der Zeitkonstanten T_N und T_V . Die optimale Nachstellzeit T_N (s. Abschn. 7.) kann bei der Regelung verfahrenstechnischer Prozesse bei Werten von 30 Minuten liegen. Das läßt sich nur unter Verwendung sehr hochohmiger Widerstände (etwa 10^8 Ohm) oder großer Kapazitäten (etwa 10^{-3} Farad) erreichen. Beide Fälle erfordern einen erheblichen Schaltungsaufwand bzw. Bauelemente höchster Güte.

Verkopplung der Reglerparameter

Tabelle 6.3 ist zu entnehmen, daß sich die Werte der Reglerparameter K_R , T_N , T_V aus den Werten der verwendeten Widerstände und Kondensatoren ergeben. Während beim *P*-Regler zur Einstellung von K_R sowohl R_1 als auch R_2 verwendet werden können, ist dies beim *PI*- oder *PD*-Regler nicht mehr möglich. So wird beim *PI*-Regler beim Einstellen von T_N (Änderung von R_2) K_R ebenfalls geändert. Beim *PID*-Regler ist keiner der drei Reglerparameter unabhängig veränderlich. Diese Erscheinung wird als **Verkopplung** bezeichnet. Sie macht die Beschriftung der Skalen für die Reglerparameter bzw. das Einstellen eines bestimmten Reglerparameters zu einem Problem. Die Lösung des Problems erfordert die Entkopplung der Reglerparameter. Die Entkopplung erreicht man am einfachsten durch Parallelschaltung der entsprechenden Grundglieder (s. Bild 6.6). Für den Aufbau eines entkoppelten *PID*-Reglers sind demnach drei Verstärker und eine zusätzliche Additionsstelle notwendig. Entkopplung ist daher nur durch einen beträchtlichen Mehraufwand möglich.

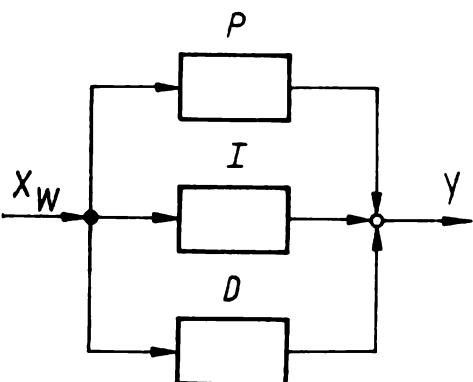


Bild 6.6. Signalflußbild eines entkoppelten *PID*-Reglers

6.2.2. Vergleichsglied, Sollwertgeber und Leistungsverstärker

Für die Bildung der Regelabweichung x_w ist ein **Vergleichsglied** notwendig. Außerdem muß es möglich sein, weitere Signale (Störgrößen, Hilfsregelgrößen) aufzuschalten. Die einfachste Schaltung eines solchen Vergleichsgliedes für den elektronischen Regler ist der auch in der Analogrechentechnik verwendete Aufbau eines Summationsgliedes (Bild 6.7).

Aus der Schaltung im Bild 6.7 erhält man:

$$U_a = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{\frac{R}{R_0} + 1} \text{ und für } R \ll R_0: U_a = U_1 + U_2 + U_3. \quad (6.9)$$

Der **Sollwertgeber** hat die Aufgabe, den Sollwert in Form einer Vergleichsspannung abzugeben. Die Vergleichsspannung wird durch eine Konstantspannungsquelle erzeugt und kann durch ein Potentiometer variiert werden.

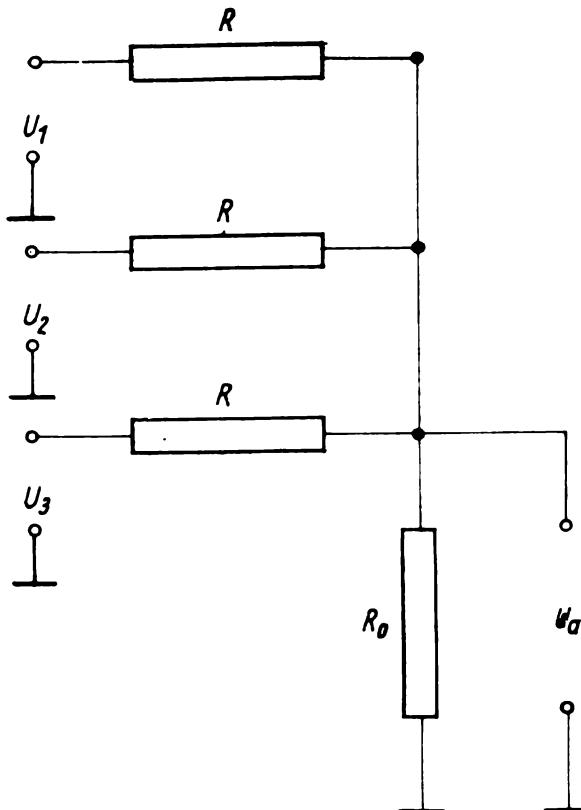


Bild 6.7. Elektrisches Summationsglied

Die vom Regler abgegebene Leistung ist im allgemeinen nicht ausreichend, um damit das Stellglied für einen Masse- oder Energiestrom im Prozeß zu betätigen. Entsprechend dieser beiden Aufgabenstellungen sind die Anforderungen an den **Leistungsverstärker** unterschiedlich. Bei Verstellung von Masseströmen betreibt der Leistungsverstärker über einen Elektromotor das Stellglied (Ventil, Schieber, Drosselklappe). Die aufzubringende Leistung beträgt bis zu einigen Kilowatt. Bei Verstellung eines elektrischen Energiestromes übernimmt der Leistungsverstärker gleichzeitig die Funktion der Stelleinrichtung. Dabei können Leistungen bis zu einigen hundert Kilowatt erforderlich sein.

Leistungsverstärker für Regelungszwecke werden gegenwärtig auf der Basis von Transistoren und Thyristoren (steuerbare Siliziumgleichrichter) hergestellt. Die von den genannten Typen gesteuerten Leistungen liegen in folgenden Bereichen:

Transistorverstärker (stetig)	1 ... 20 W
Transistorverstärker (Schaltbetrieb)	1 ... 500 W
Thyristorverstärker	10 ... 5 · 10 ⁴ W

6.3. Pneumatische Regler

6.3.1. Pneumatischer Verstärker mit Rückführung

Die Funktionsweise eines pneumatischen Verstärkers basiert meist auf der Verwendung eines **Düse-Prallplatte-Systems** (Bild 6.8) als Grundelement. Bei der **Auslaßdüsensteuerung** (Bild 6.8a) wird die Düse über einen festen Strömungswiderstand (Vordrossel) durch den Hilfsdruck p_0 (Normal- oder Niederdruck) gespeist. Der Abströmwiderstand der Düse kann durch Abstandsänderung der Prallplatte vor der Düse verändert werden. Gleichzeitig ändert sich damit der Ausgangsdruck p_a , der zwischen der Vordrossel und der Düse abgenommen werden kann. Die Schaltung läßt sich im Prinzip als Druckteilerschaltung darstellen (s. Bild 6.8a), wobei die

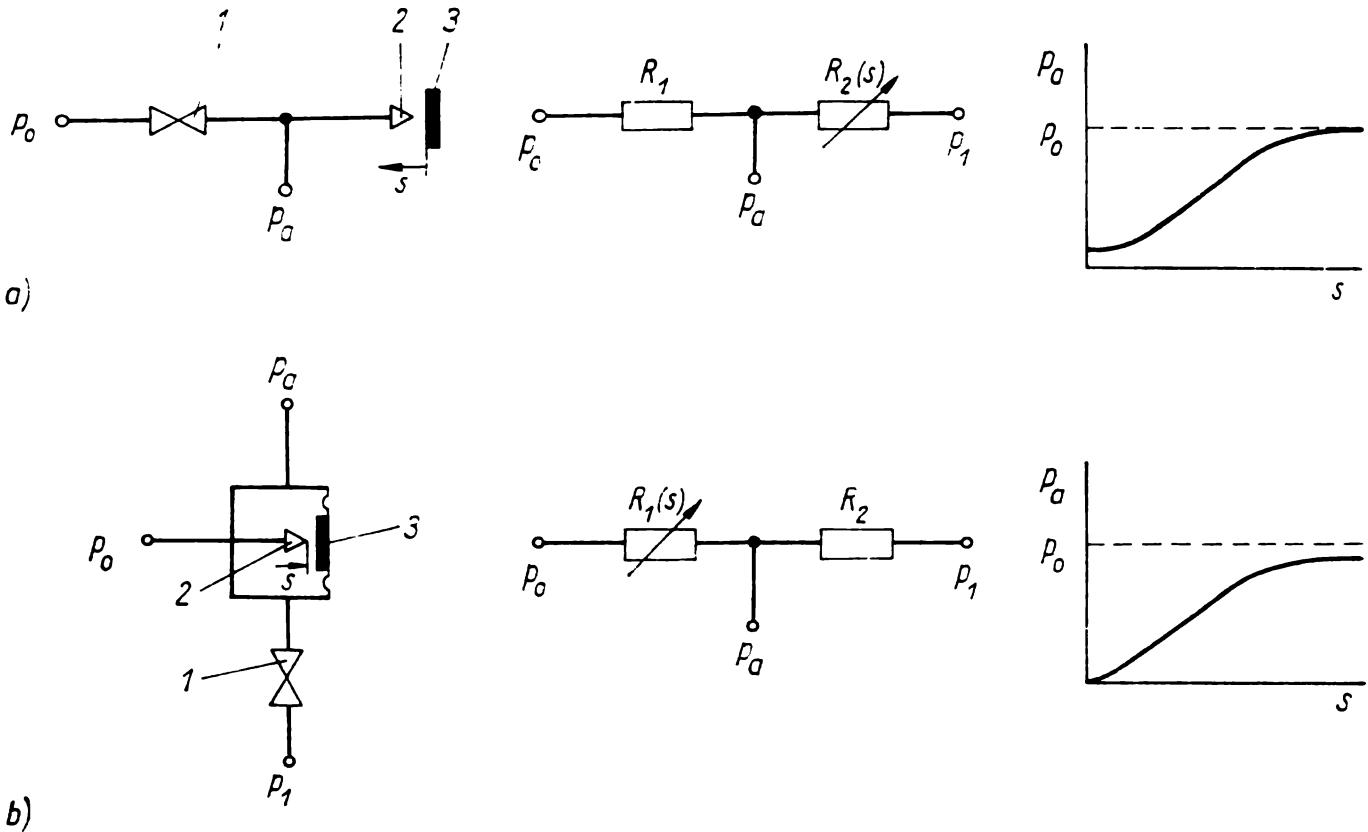


Bild 6.8. Düse-Prallplatte-Systeme, elektrische Ersatzschaltbilder und statische Kennlinien

a) Auslaßdüsensteuerung

- 1 Vordrossel
- 2 Auslaßdüse
- 3 Prallplatte

b) Einlaßdüsensteuerung

- 1 Vordrossel
- 2 Einlaßdüse
- 3 Membran mit Prallplatte

Düse-Prallplatte-Kombination dem veränderlichen Widerstand R_2 entspricht. Für die Abhängigkeit des Ausgangsdruckes p_a vom Widerstand $R_2(s)$ erhält man daraus:

$$p_a - p_1 = \frac{R_2(s)}{R_1 + R_2(s)} (p_0 - p_1). \quad (6.10)$$

In der Regel ist p_1 gleich dem Atmosphärendruck, also $p_1 = 0$, so daß

$$p_a = \frac{R_2(s)}{R_1 + R_2(s)} p_0 \quad (6.11)$$

wird. Variiert man p_a durch Änderung von R_1 , so liegt eine **Einlaßdüsensteuerung** vor (s. Bild 6.8b). Da sich p_a dabei nur in einem geschlossenen Raum aufbauen kann, muß die Abstandsänderung von außen ermöglicht werden. Dies erreicht man z. B. durch Befestigung der Prallplatte an einer Membran. Die Abhängigkeit des Ausgangsdruckes p_a vom Abstand der Düse-Prallplatte ist im Bild 6.8 dargestellt. Wegen des nicht zu vernachlässigenden Strömungswiderstandes der Abströmdüse wird auch für große Abstände zwischen Düse und Prallplatte nicht $p_a = 0$ (Bild 6.8 a) bzw. nicht $p_a = p_0$ (Bild 6.8 b).

Einen Verstärkungseffekt kann man erzielen, wenn die Abstandsänderung durch den zu verstärkenden Druck p_e bewirkt wird. Zwei häufig angewandte Prinzipien zeigt Bild 6.9. Bei der ersten Variante (Bild 6.9a) verursacht der in der unteren Kammer wirkende Druck p_e ein Durchbiegen der Membran (Membranfläche A_1). Die Abstandsänderung hängt von der Federkonstanten c_F der Membran und der Kraft ab, mit der die aus der Düse ausströmende Luft auf die Prallplatte wirkt. Diese wird bestimmt durch die effektive Fläche A_o der Prallplatte, die sich aus der geometri-

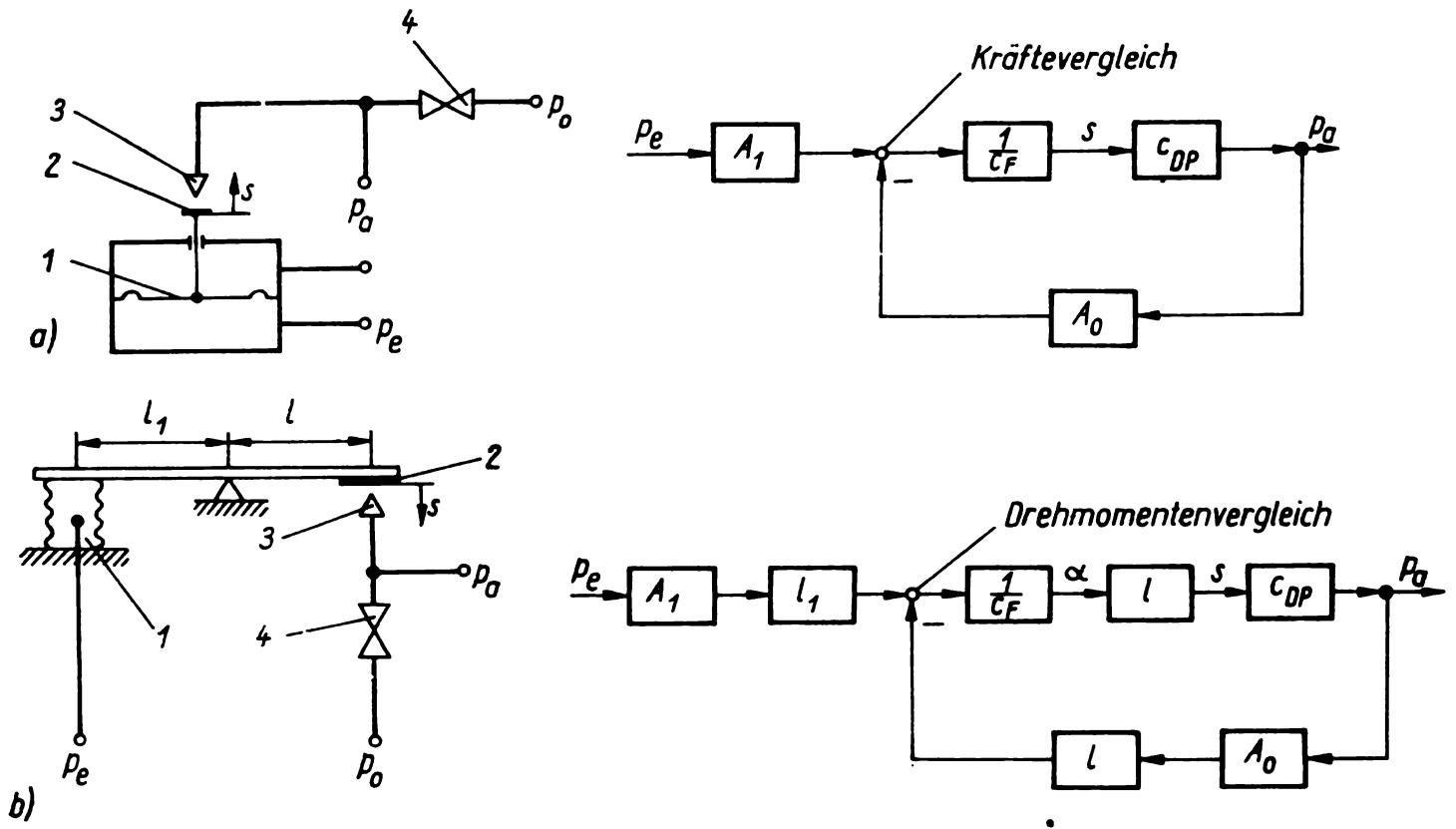


Bild 6.9. Pneumatische Verstärker und deren Signalflußbilder

a) Membrankammerverstärker

- 1 Membran
- 2 Prallplatte
- 3 Düse
- 4 Vordrossel

b) Faltenbalgverstärker

- 1 Faltenbalg
- 2 Prallplatte
- 3 Düse
- 4 Vordrossel

schen Gestalt der Prallplatte ergibt. Damit erhält man für dieses System das im Bild 6.9 a) angegebene Signalflußbild und kann daraus den Zusammenhang zwischen p_a und p_e ableiten:

$$p_a = \frac{\frac{c_{DP}}{c_F} A_1}{1 + \frac{c_{DP}}{c_F} A_o} p_e = V_o p_e. \quad (6.12)$$

$c_{DP} = \Delta p_a / \Delta s$ ist dabei der Übertragungsfaktor des Düse-Prallplatte-Systems im linearen Bereich seiner Kennlinie (s. Bild 6.8), V_o ist die Grundverstärkung des pneumatischen Verstärkers. Sie liegt in der Größenordnung von 100. Eine große Grundverstärkung V_o erreicht man durch eine möglichst kleine Federkonstante und geringe Rückwirkung der Düse auf die Prallplatte.

Bei der zweiten Variante (Bild 6.9 b) bewirkt p_e durch Ausdehnung des Metallfaltenbalges eine Abstandsänderung, die hier von der Federkonstanten c_F des Metallfaltenbalges und den Hebellängen abhängt. Wie im ersten Fall existiert eine Rückwirkung der aus der Düse ausströmenden Luft auf die Prallplatte. Aus dem zugehörigen Signalflußbild (Bild 6.9b) berechnet sich die Ausgangsgröße p_a zu:

$$p_a = \frac{\frac{c_{DP}}{c_F} A_1 l_1 l_1}{1 + \frac{c_{DP}}{c_F} A_o l^2} p_e = V_o p_e. \quad (6.13)$$

Die **Rückführungen** zum Aufbau pneumatischer Regler unterschiedlichen dynamischen Verhaltens lassen sich nach den Ausführungen im Abschnitt 6.1.4. einfach ermitteln. Dabei bedient man sich vorteilhaft der analogen elektrischen Schaltungen. Kondensatoren und elektrische Widerstände entsprechen dann Speichern und Strömungswiderständen. Da der Bezugsdruck eines Speichers stets der Atmosphärendruck (gleich null) ist, sind nur elektrische Schaltungen unmittelbar auf pneumatische zu übertragen, in denen die Kondensatoren einseitig geerdet sind (Bezugsspannung gleich null). Die angegebene elektrische Rückführung eines *PI*-Reglers ist daher pneumatisch nicht realisierbar, kann aber auf eine Kombination von starrer und verzögerter Rückführung zurückgeführt werden:

$$G(p) = \frac{K_D p}{1 + T_p} = K \left(1 - \frac{1}{1 + T_p} \right). \quad (6.14)$$

Zum Aufbau des pneumatischen Reglers ist wie beim elektronischen Regler der Vergleich zwischen rückgeführtem Signal und Eingangssignalen zu verwirklichen. Als Signale treten beim pneumatischen Regler Drücke auf, die in Kräfte oder Drehmomente umgewandelt werden müssen.

Für die Umwandlung von Drücken in Kräfte wird das im Bild 6.9 a) bereits gezeigte Prinzip verwendet, wobei zum Vergleich mehrere starr verbundene Membranen auf eine Prallplatte wirken. Das Vorzeichen ergibt sich daraus, auf welche Seite einer Membran der betrachtete Druck herrscht. Das zweite dort gezeigte Prinzip dient zur Wandlung von Drücken in Drehmomente, wobei der Vergleich durch Anbringen weiterer Faltenbälge am gleichen Hebel erfolgt. Das Vorzeichen wird durch Anordnung auf unterschiedliche Seiten bezüglich des Drehpunktes berücksichtigt. Entsprechend aufgebaute Regler bezeichnet man daher als Regler mit Kraftvergleich (**Kraftvergleichsregler**, auch Membrankammerregler) oder als Regler mit Drehmomentenvergleich (**Momentenvergleichsregler**, auch Faltenbalgregler).

6.3.2. Kraftvergleichsregler

P-Regler

Eine einfache Ausführung eines pneumatischen *P*-Reglers nach dem Kräftevergleich zeigt Bild 6.10 a). Ein Teil x_1 des Ausgangsdruckes y wird über den Druckteiler der oberen Kammer zugeführt und wirkt damit der Regelgröße x entgegen (starre Rückführung). Unter Verwendung der Überlegungen im Abschnitt 6.3.1. ergibt sich das Signalflußbild im Bild 6.10 b). Daraus wird:

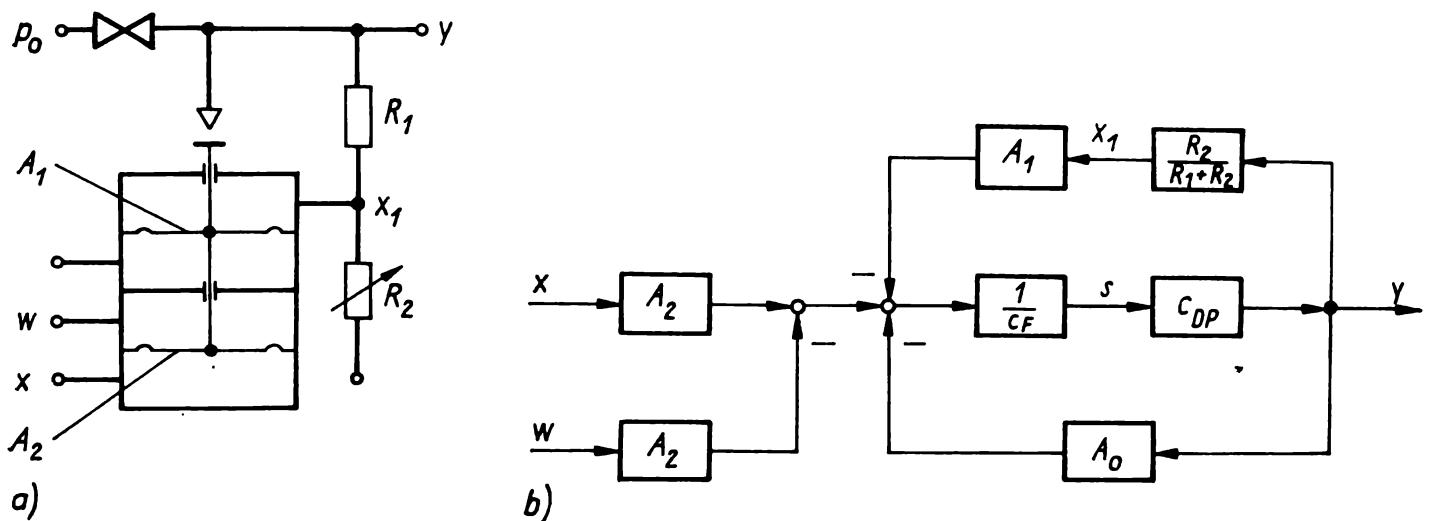


Bild 6.10. Pneumatischer *P*-Regler (Kraftvergleichsregler)

a) Schaltung b) Signalflußbild

$$y = \frac{A_2 K_v}{1 + A_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} K_v} (x - w) \quad \text{mit } K_v = \frac{\frac{c_{DP}}{c_F}}{1 + A_0 \frac{c_{DP}}{c_F}}. \quad (6.15)$$

Für $K_v \rightarrow \infty$ geht die Gleichung (6.15) über in:

$$y = \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} (x - w). \quad (6.16)$$

Der Wert des Druckteilers wird für $R_1 \ll R_2$ annähernd eins. Damit kann für $A_1 = A_2$ als kleinster Wert $K_R \approx 1$ erreicht werden. Kleinere Werte sind nur durch geeignete Wahl des Membranflächenverhältnisses A_2/A_1 möglich.

Ein anderer, einfacher Weg zur Ermittlung von Gleichung (6.16) führt über den Ansatz des Kräftegleichgewichts. Da ein großer Übertragungsfaktor K_v gleichbedeutend ist mit einer kleineren Membranfederkraft und einer geringeren Prallplattenrückwirkung (s. Gl. 6.15), brauchen diese im Ansatz nicht berücksichtigt zu werden. Man erhält dann für das Kräftegleichgewicht:

$$A_2 (x - w) - A_1 x_1 = 0 \quad \text{mit } x_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} y. \quad (6.17)$$

Daraus ergibt sich unmittelbar Gleichung (6.16).

Für die angegebene Schaltung im Bild 6.10 ist für $x = w$ die Ausgangsgröße des Reglers $y = 0$. Damit befindet sich das durch y angesteuerte Stellglied in einer seiner Endlagen. Es können daher nur Regelabweichungen nach einer Seite ausgeglichen werden. Durch eine Nullpunktverschiebung des Reglers erreicht man eine Mittellage des Stellgliedes und sichert damit eine gleichmäßige Aussteuerung des Stellgliedes nach beiden Seiten. Einen P -Regler mit einstellbarem Nullpunkt zeigt Bild 6.11. In der Schaltung Bild 6.11 a) ist eine zusätzliche Einrichtung zur Erzeugung des Nullpunktdruckes y_0 erforderlich, im Bild 6.11 b) wird dazu der Sollwertgeber benutzt. Beim ersten Regler wurde eine Auslaßdüsensteuerung mit Innendüse

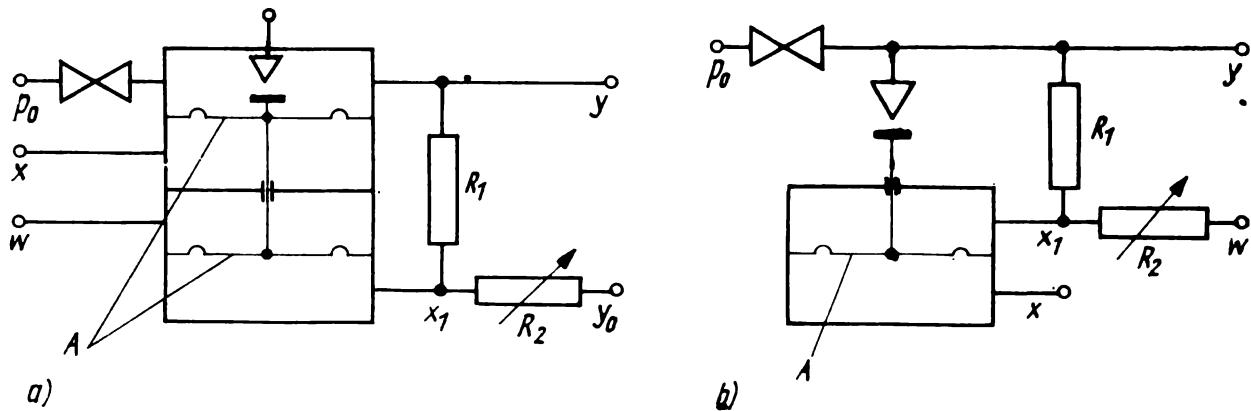


Bild 6.11. Pneumatischer P -Regler mit Nullpunkteinstellung (Kraftvergleichsregler)

a) mit Innendüse b) mit Außendüse

verwendet. Bei der Innendüse wird die bewegliche Herausführung der Prallplatte vermieden. Das bringt mit sich, daß die Ausgangsgröße y stets voll zurückgeführt wird, was bestimmte Rückführschaltungen unmöglich macht oder sehr kompliziert. Der Ansatz über das Kräftegleichgewicht führt für Bild 6.11 a) zu

$$y = \frac{R_1 + R_2}{R_1} (x - w) + y_0 \quad (6.18)$$

und für Bild 6.11 b) zu

$$y = \frac{R_1 + R_2}{R_2} (x - w) + w. \quad (6.19)$$

PI-Regler

Die Schaltungen mit Außen- oder Innendüse für einen pneumatischen *PI*-Regler sind im Bild 6.12 a) bzw. b) dargestellt. In beiden Fällen liefert das Kräftegleichgewicht im Bildbereich:

$$A(X - W + X_1 - Y) = 0. \quad (6.20)$$

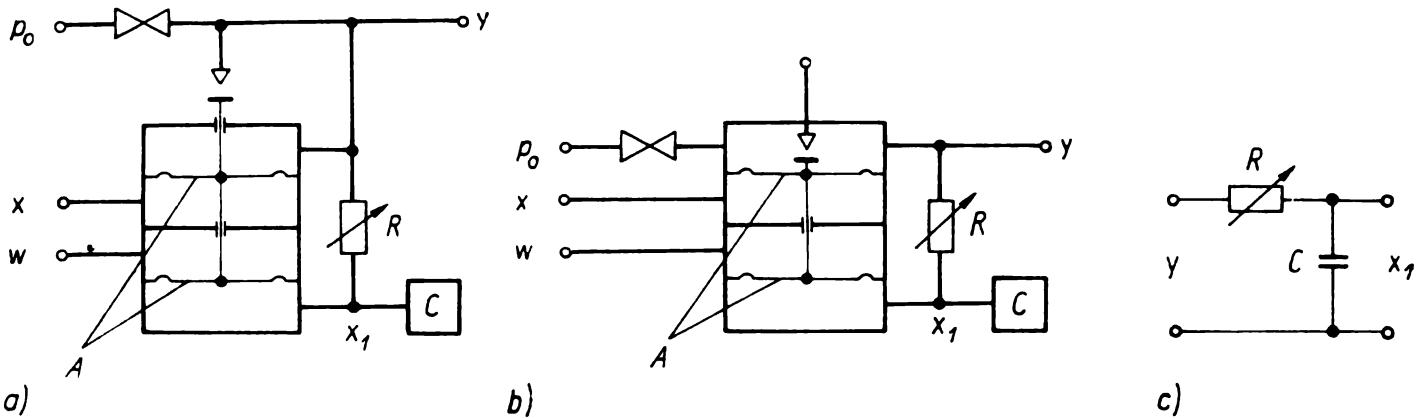


Bild 6.12. Pneumatischer *PI*-Regler (Kraftvergleichsregler)

- a) mit Außendüse
- b) mit Innendüse
- c) elektrisches Ersatzschaltbild der Rückführung

Unter Verwendung des elektrischen Ersatzschaltbildes der Rückführung (Bild 6.12 c) erhält man

$$\frac{X_1(p)}{Y(p)} = \frac{1}{1 + RCp} \quad (6.21)$$

und damit aus Gleichung (6.20) die Übertragungsfunktion des Reglers:

$$G_R(p) = \frac{Y(p)}{X_w(p)} = 1 + \frac{1}{RCp}. \quad (6.22)$$

Das bedeutet, daß die *PI*-Regler im Bild 6.12 einen festen Wert für den Parameter K_R ($K_R = 1$) haben. Einen *PI*-Regler mit variablem K_R gewinnt man durch Reihenschaltung dieses Reglers mit einem *P*-Regler. Für den *PI*-Regler mit Außendüse kann ein variables K_R außerdem erreicht werden, indem man über einen variablen Druckteiler nur einen Teil von y auf die obere Kammer zurückführt.

I-Regler

Mit den im Bild 6.12 angegebenen zwei Schaltungen kann auch ein Regler mit einem reinen *I*-Verhalten erzeugt werden, wenn als Ausgangsgröße x_1 gewählt wird. Unter Verwendung der Gleichungen (6.20) und (6.21), wobei jetzt y eliminiert wird, ergibt sich die Übertragungsfunktion:

$$G_R(p) = \frac{X_1(p)}{X_w(p)} = \frac{1}{RCp}. \quad (6.23)$$

PD-Regler

Für die im Bild 6.13 angegebene Schaltung mit Außendüse berechnet man die Übertragungsfunktion nach der oben angegebenen Methode:

$$G_R(p) = 1 + RCp. \quad (6.24)$$

Durch Reihenschaltung dieses *PD*-Reglers ($K_R = 1$) mit einem *P*-Regler erhält man einen *PD*-Regler mit variablem K_R .

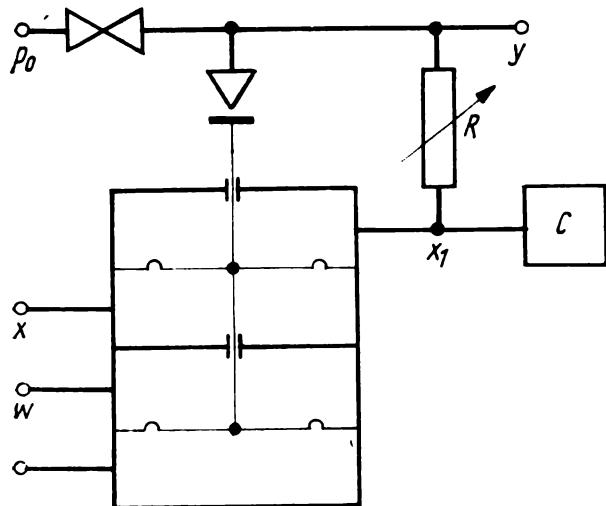


Bild 6.13. Pneumatischer *PD*-Regler
(Kraftvergleichsregler)

PID-Regler

Es ist üblich, diesen Regler nicht durch eine DT_2 -Rückführung (s. Tab. 6.2), sondern durch eine Reihenschaltung eines *P*-, *PI*- und *PD*-Reglers (letztere mit $K_R = 1$) aufzubauen:

$$\begin{aligned} G_R(p) &= K_R \left(1 + \frac{1}{T_N p} \right) (1 + T_V p) = \\ &= K_R \left(1 + \frac{T_V}{T_N} \right) = \left[1 + \frac{1}{(T_N + T_V) p} + \frac{T_V T_N}{T_N + T_V} p \right] \end{aligned} \quad (6.25)$$

Die Parameter dieses PID-Reglers lauten:

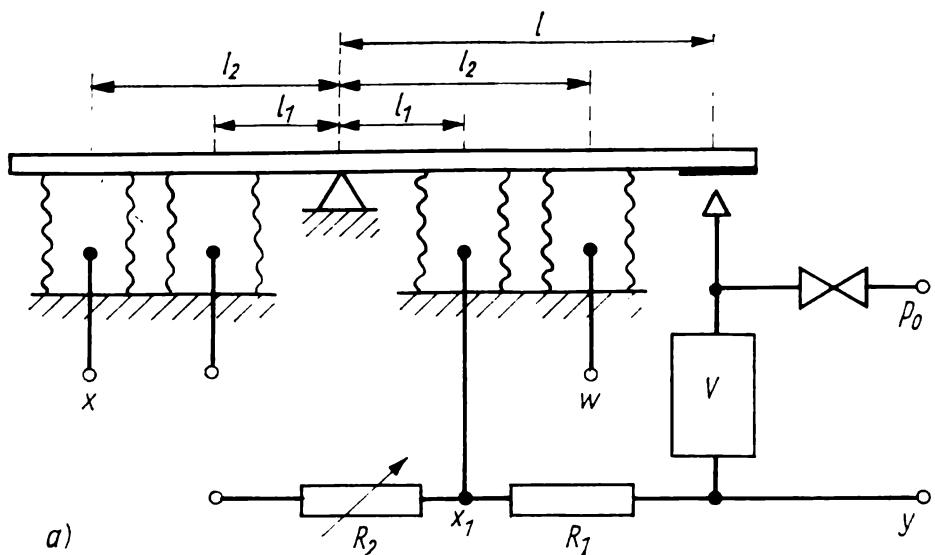
$$K_R^* = K_R \left(1 + \frac{T_V}{T_N} \right), \quad T_N^* = T_N + T_V, \quad T_V^* = \frac{T_N T_V}{T_N + T_V}. \quad (6.26)$$

Da diese Parameter über die Parameter K_R , T_N und T_V der Glieder der Reihenschaltung veränderlich sind, lassen sie sich nicht unabhängig einstellen (Verkopplung). Für die optimale Einstellung des Reglers (s. Abschn. 7.) ergibt sich etwa $T_V/T_N = 0,1$, so daß die Verkopplung nicht erheblich ist.

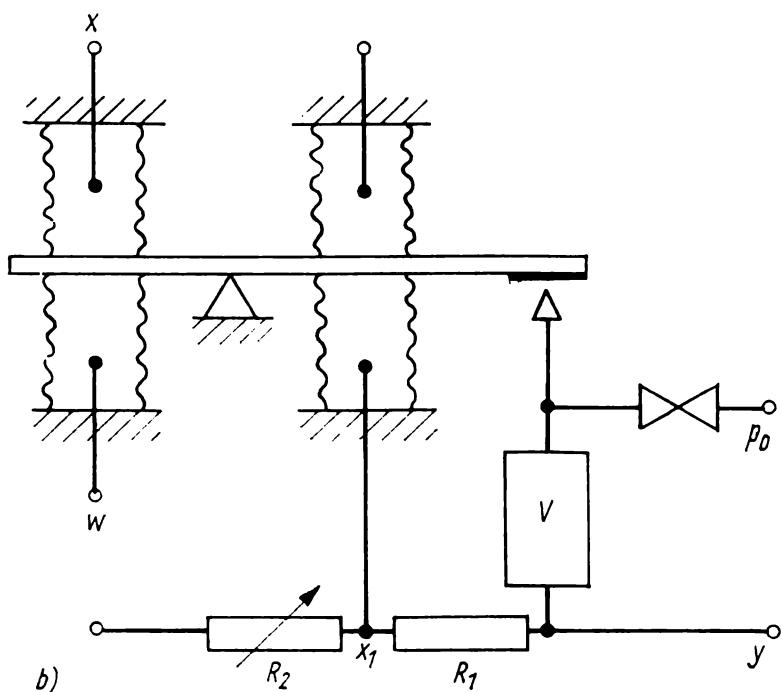
6.3.3. Momentenvergleichsregler

P-Regler

Die Bauformen von Momentenvergleichsreglern unterscheiden sich im wesentlichen durch die Anordnung der Metallfaltenbälge voneinander. Die im Bild 6.14 angegebenen Schaltungen entsprechen einem Vierkammersystem beim Kraftvergleichsregler und besitzen die gleiche Wirkung wie die Schaltung im Bild 6.10 a). Das erkennt man aus dem Signalflußbild (Bild 6.14c), das man mit den bereits im Abschnitt 6.3.1. durchgeführten Überlegungen gewinnt. Daraus ergibt sich die Ausgangsgröße:



a)



b)

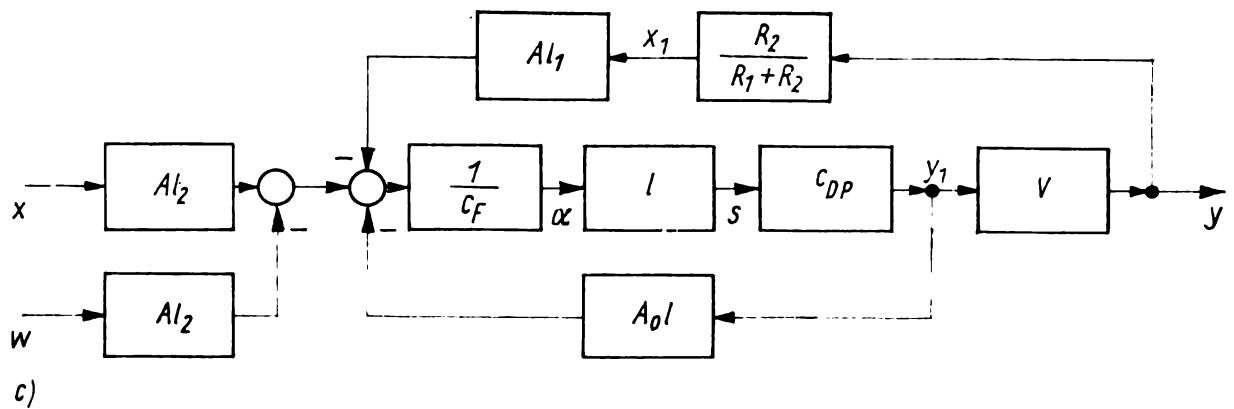


Bild 6.14. Pneumatischer P -Regler (Momentenvergleichsregler)

- a) mit gleichwirkenden Faltenbälgen
- b) mit gegenwirkenden Faltenbälgen
- c) Signalflußbild zu a)

$$y = \frac{A l_2 K_v V}{1 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} A l_1 K_v V} (x - w) \quad \text{mit } K_v = \frac{\frac{c_{DP}}{c_F}}{1 + \frac{c_{DP}}{c_F} l^2 A_o} \quad (6.26)$$

A Querschnittsfläche der Faltenbälge

Beim Momentenvergleichsregler ist der Wert der Grundverstärkung V_o (s. Gl. 6.13) wesentlich geringer als beim Kraftvergleichsregler. Das hat seine Ursache vor allem in der Größe der Federkonstanten der Faltenbälge, die sich wesentlich von der Membranen unterscheidet. Die angestrebte hohe Verstärkung im Vorwärtszweig wird daher durch einen zusätzlichen pneumatischen Verstärker mit der Verstärkung V erreicht. Für $K_v V \rightarrow \infty$ geht die Gleichung (6.26) über in:

$$y = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} (x - w). \quad (6.27)$$

K_R kann also außer durch den Druckteiler noch mit Hilfe des Verhältnisses der Hebellängen verändert werden. Gleichung (6.27) kann analog zum Verfahren beim Kraftvergleichsregler in einfacher Weise aus dem Ansatz für das Momentengleichgewicht gewonnen werden:

$$Al_2 (x - w) - Al_1 x_1 = 0 \quad \text{mit } x_1 = \frac{R_2}{R_2 + R_1} y. \quad (6.28)$$

Regler mit Zeitverhalten

Unter Berücksichtigung der dargestellten Analogien zwischen Kraftvergleichs- und Momentenvergleichsregler können die im Abschnitt 6.3.2. angegebenen Schaltungen unmittelbar übertragen werden. Dabei kommen wie beim P -Regler (Bild 6.14) Ausführungen mit gleichwirkenden und entgegengesetzt wirkenden Faltenbälgen zur Anwendung. Für die Schaltung mit gleichwirkenden Faltenbälgen (Bild 6.15) liefert das Momentengleichgewicht:

$$Al_1 (x - w) + Al_2 (x_1 - y) = 0. \quad (6.29)$$

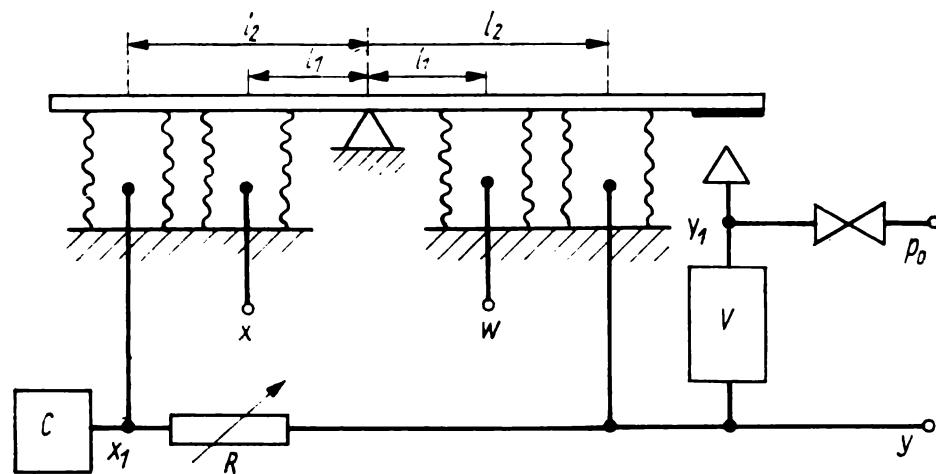


Bild 6.15. Pneumatischer PI-Regler (Momentenvergleichsregler)

Mit Gleichung (6.21) ergibt sich aus Gleichung (6.29):

$$G_R(p) = \frac{Y(p)}{X_w(p)} = \frac{l_1}{l_2} \left(1 + \frac{1}{RCp} \right). \quad (6.30)$$

Für $K_R = 1$ muß $l_1 = l_2$ sein. Dies läßt sich nur mit entgegengesetzt wirkenden Faltenbälgen erreichen.

Mit der gleichen Methode können alle im Abschnitt 6.3.2. angegebenen Schaltungen für Kraftvergleichsregler mit Zeitverhalten auf Momentenvergleichsregler übertragen werden.

6.4. Hydraulische Regler

Analog zum Düse-Prallplatte-System des pneumatischen Verstärkers enthält auch der **hydraulische Verstärker** einen Weg-Druckwandler, das Strahlrohr. Wie im Bild 6.16 a) dargestellt, besteht dieses aus einer beweglich gelagerten Strahldüse (Strahlrohr), durch die ein Ölstrahl auf zwei dicht nebeneinander angeordnete Fangdüsen gerichtet wird. Durch Auslenkung des Strahlrohrs werden die Fangdüsen unterschiedlich vom Ölstrom beaufschlagt, so daß die entstehende Druckdifferenz den Steuerkolben bewegt. Ausgangsgröße des Verstärkers ist der Weg s des Kolbens. Diese Druckdifferenz ist in einem bestimmten, sehr geringen Schwenkbereich des Strahlrohres proportional zu dessen Auslenkung. Bei maximaler Auslenkung des Strahlrohres wird nur eine Fangdüse vom Ölstrahl getroffen und damit der Steuerbereich begrenzt.

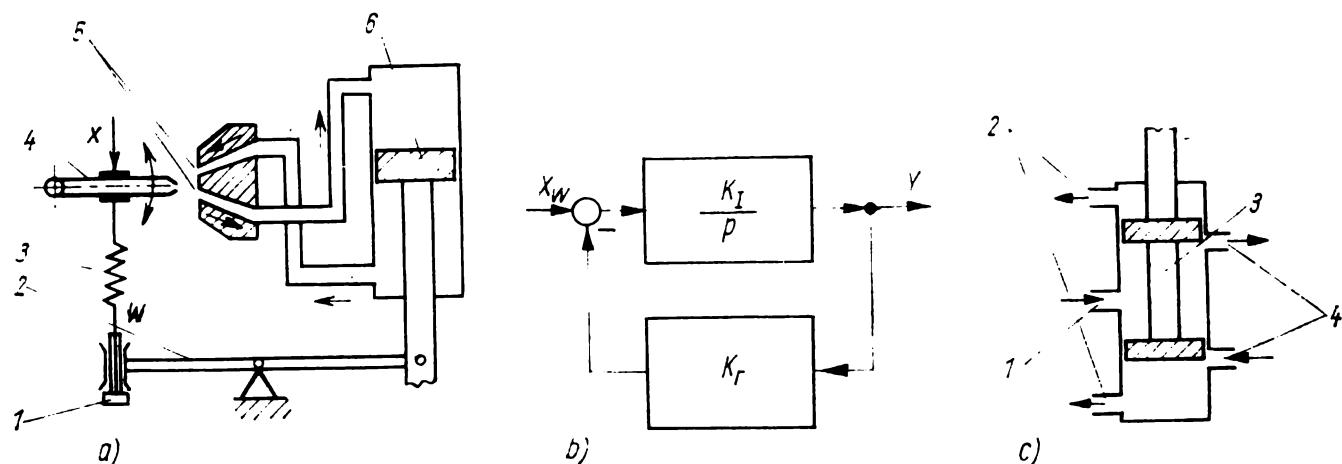


Bild 6.16. Hydraulischer Regler

a) Hydraulischer Verstärker mit starrer Rückführung

- 1 Sollwerteinsteller
- 2 Rückführung
- 3 Feder
- 4 Strahlrohr
- 5 Fangdüsen
- 6 Steuerkolben

b) Signalflußbild zu a)

c) Hydraulischer Leistungsverstärker

- 1 Druckölzuführung
- 2 Druckölrückfluß
- 3 Doppelsteuerkolben
- 4 Leitung zum Stellglied

Für die Geschwindigkeit \dot{y} des Kolbens gilt daher $\dot{y} = K_I s$. Der hydraulische Verstärker zeigt damit I-Verhalten. Als **Rückführung** kommen im Gegensatz zu Reglern mit pneumatischer oder elektrischer Hilfsenergie keine spezifisch hydraulischen Bauelemente zur Anwendung. Für die Realisierung komplizierter Rückführschaltungen können die dort genannten unter Zwischenschaltung entsprechender Wandler, die den Weg in eine geeignete Vergleichsgröße umsetzen, benutzt werden. Häufig beschränkt man sich jedoch auf eine starre Rückführung unter Verwendung einfacher mechanischer Konstruktionen (Bild 6.16a). Das Signalflußbild einer solchen Schaltung zeigt Bild 6.16b). Bemerkenswert ist hierbei, daß im Vorwärtszweig ein I-Glied liegt. Die Übertragungsfunktion $G_R(p)$ wird damit:

$$G_R(p) = \frac{Y(p)}{X_w(p)} = \frac{\frac{K_I}{p}}{1 + \frac{K_I K_r}{p}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_I K_r}} \quad (PT_1\text{-Glied}). \quad (6.31)$$

Der Signalvergleich erfolgt als Kräftevergleich unmittelbar am Strahlrohr. Die zu vergleichenden Signale müssen dazu durch mechanische Elemente wie Federn und Membrane in Kräfte umgewandelt werden.

Große Stelleistungen erfordern auch bei hydraulischer Hilfsenergie **Leistungsverstärker** wie den im Bild 6.16 c) gezeigten Doppelsteuerkolben. Durch den Steuerkolben des Vorverstärkers wird dieser im Zylinder verschoben und gibt damit in unterschiedlichem Maße den Weg frei für einen starken Ölstrom, der den Stellkolben der Einrichtung betätigt.

6.5. Stelleinrichtungen

Die Stelleinrichtung umfaßt **Stellantrieb** und **Stellglied** (Bild 6.17). Sie vereinigt also in sich zwei Elemente, die definitionsgemäß einmal der Regeleinrichtung (Stellantrieb) und im anderen Falle der Regelstrecke (Stellglied) zugeordnet werden (s. a. Bild 2.3). Da in diesem Abschnitt die technische Realisierung in den Vordergrund gestellt werden soll und Stellantrieb und Stellglied konstruktiv eng verbunden sind, ist es berechtigt und zweckmäßig, sie als Einheit (Stelleinrichtung) zu behandeln. Die **Stelleinrichtung** hat die Aufgabe, die vom Regler erzeugte Stell-

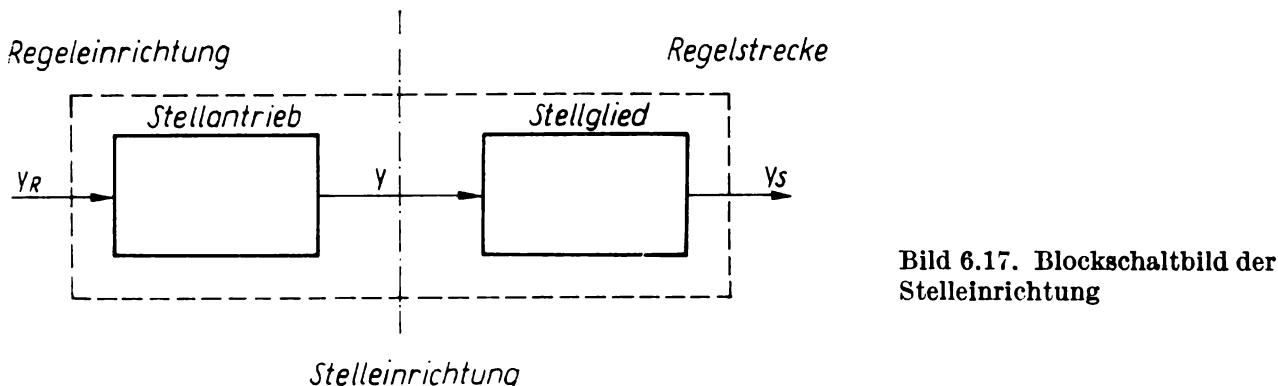


Bild 6.17. Blockschaltbild der Stelleinrichtung

größe y_R in eine Änderung der Streckenstellgröße y_S umzuwandeln. Dabei erzeugt der Stellantrieb zunächst eine mechanische Größe y (Weg, Drehwinkel), die meist über eine Änderung des Querschnitts A des Stellgliedes (Widerstandsänderung) die Streckenstellgröße y_S beeinflußt, die in den meisten Fällen ein Massestrom ist. Die richtige Auswahl und Dimensionierung des Stellgliedes entscheidet häufig die Qualität einer Regelung.

6.5.1. Stellglieder

Stellglieder dienen der unmittelbaren Beeinflussung von Masse- oder Energieströmen. Ihre technische Ausführung wird durch den Charakter der zu beeinflussenden Masse- oder Energieströme bestimmt. Die wichtigsten Arten sind in Tabelle 6.4. zusammengestellt. Stellglieder haben innerhalb einer verfahrenstechnischen Anlage eine Doppelfunktion. Sie dienen zum einen zur Einstellung des optimalen stationären Arbeitspunktes, der durch die verfahrenstechnische Auslegung der Anlage vorgegeben ist, und zum anderen zur Steuerung des entsprechenden Masse- oder Energiestromes, und zwar so, daß durch Störgrößen bewirkte Abweichungen vom optimalen stationären Arbeitspunkt weitgehend kompensiert werden (Regelung).

Einige die Dimensionierung von Stellgliedern bestimmenden Vorgaben, z. B. maximaler Durchsatz, sind bereits durch die verfahrenstechnische Auslegung der Anlage, z. B. durch die Anlagenkapazität, gegeben. Sie schränken damit die Möglichkeiten für die günstige Gestaltung unter dem Aspekt der Regelung wesentlich ein.

Tabelle 6.4. Stellglieder

a) für Masseströme

Art	schematische Darstellung
Ventil (Flüssigkeiten, Gase)	
Schieber (Flüssigkeiten, Gase)	
Pumpe (Flüssigkeiten, Gase)	
Drosselklappe (Gase)	
Abzugsschieber (Feststoffe)	
Förderband (Feststoffe)	

b) für elektrische Energieströme

Art	schematische Darstellung
Stellwiderstand	
Stelltransformator	
Transistor	
Thyristor	
Elektronenröhre	
Relais	

Bei der Auswahl eines bestimmten Stellgliedes sollten folgende Eigenschaften berücksichtigt werden:

- geringer Aufwand bei der technischen Realisierung
- geringe Antriebsenergie
- günstige dynamische Eigenschaften (geringe Verzögerungen)
- einfache Invertierungsmöglichkeit der Wirkungsrichtung.

Das in der Verfahrenstechnik im überwiegenden Maße eingesetzte Stellglied ist das **Stellventil**. Eine schematische Darstellung eines einfachen Stellventils zeigt Bild 6.18, daraus sind Aufbau und Funktionsweise sofort erkennbar.

Durch die Bewegung der Ventilspindel nach unten schließt der Ventilkegel den Sitzquerschnitt (direktwirkendes Ventil). Durch Anordnung des Ventilkegels unterhalb des Ventilsitzes erreicht man eine Umkehrung des Wirkungssinnes (invertierendes Ventil).

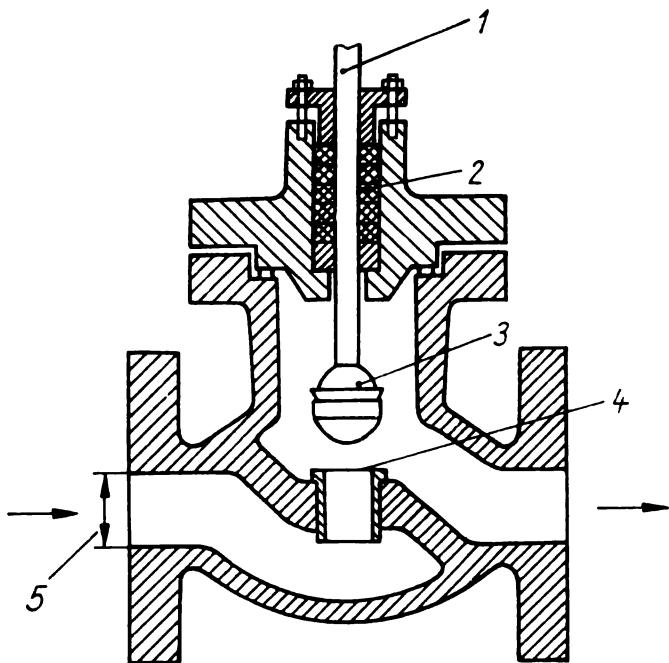


Bild 6.18. Schematische Darstellung eines Einsitzventils

1 Ventilspindel
 2 Stopfbuchsenpackung
 3 Ventilkegel
 4 Ventilsitz
 5 Nennweite

Dimensionierung von Stellventilen

Die optimale Verwirklichung der genannten Funktionen des Stellgliedes erfordert eine richtige Dimensionierung des Sitzquerschnittes des Stellventils. Für die Erfüllung der Regelungsaufgabe ergibt sich die Forderung, daß das Stellventil im ungestörten stationären Zustand des Systems die Mittellage einnimmt. Die Auswirkungen von Störamplituden in beiden Richtungen können dann gleichermaßen gut bekämpft werden. Unterdimensionierung (Ventil im Normalzustand fast offen) erlaubt eine Einwirkung auf Störauswirkungen bevorzugt nur in einer Richtung. Überdimensionierung (Ventil im Normalzustand fast geschlossen) zieht wegen der relativ großen Durchflußänderungen bei kleinen Hüben einen hohen Übertragungsfaktor des Ventils nach sich. Dieser kann die Stabilität des Regelkreises, insbesondere wegen der großen Verstärkung der immer vorhandenen Positionierfehler des Ventils, negativ beeinflussen.

Die Dimensionierung des Sitzquerschnittes wird weitgehend von der Größe der auftretenden Störamplituden bzw. der Größe der zu erwartenden Sollwertverstellungen der Regelgröße bestimmt. Dabei sind zwei grundsätzlich unterschiedliche Situationen möglich:

1. Die Störamplituden oder Sollwertveränderungen sind groß, d. h., die dadurch geforderten Massestromveränderungen umfassen den gesamten bereitgestellten Massestrom. Dieser durchsetzt dann das Stellventil voll. Der Sitzquerschnitt wird dann so bemessen, daß bei ungestörtem System das Ventil halb offen ist. Es sind dann nur Störamplituden bekämpfbar, die maximal den doppelten Wert des Massestroms im ungestörten Zustand erfordern. Störgrößen mit größerer Amplitude sind nicht ausregelbar. Bei der Dimensionierung ist zu berücksichtigen, daß der Sitzdurchmesser d aus konstruktiven Gründen immer kleiner als die Nennweite NW des Ventils sein muß ($d \approx 0,3$ bis $0,4$ NW). Bereits bei der verfahrenstechnischen Auslegung der Anlage muß gesichert werden, daß durch die Nennweite der Anschlußrohre ausreichend große Ventilnennweiten realisierbar sind. Kleinere Ventilnennweiten sind durch nachträgliches Einziehen von Rohrverengungen immer möglich.
2. Die Störamplituden oder Sollwertveränderungen sind klein, d. h., die geforderten Massestromänderungen umfassen nur einen Teil des bereitgestellten Massestromes. Die Dimensionierung des Ventils erfolgt dann auf der Basis des so gegebenen Maximalwertes des Massestroms. Der restliche, für die Sicherung des Arbeitspunktes des Systems erforderliche Massestrom wird als Bypass am Stellventil vorbeigeführt.

Für die Berechnung des Sitzquerschnittes geht man von den aus der Strömungstechnik bekannten Durchflußgleichungen aus. Für Flüssigkeiten gilt z. B. für den Volumenstrom \dot{V} :

$$\dot{V} = \frac{\pi}{4} d^2 \alpha \sqrt{\frac{2}{\rho} p_V} \quad (6.32)$$

Daraus läßt sich der für den maximalen Volumenstrom \dot{V}_{\max} erforderliche Sitzdurchmesser d bei gegebener Durchflußzahl α , Druckdifferenz p_V am Ventil und Dichte ρ der Flüssigkeit berechnen. Für Gase und Dämpfe gelten entsprechende Beziehungen. Durchgesetzt hat sich die Charakterisierung des Durchflußverhaltens von Ventilen mit Hilfe der dimensionslosen **K_V -Zahl**. Dadurch wird das Auswahlverfahren von Ventilen nach dem erforderlichen Durchfluß wesentlich vereinfacht. Die K_V -Zahl wurde bei der Einführung in Anlehnung an die experimentelle Bestimmung durch die folgende, SI-freimde Einheiten enthaltende Zahlenwertgleichung definiert:

Die K_V -Zahl ist bei einer bestimmten Öffnung des Ventils gleich dem Zahlenwert des Wasservolumenstromes \dot{V} in m^3/h , der bei einer Druckdifferenz von $p_V = 1 \text{ kp/cm}^2$ und einer Dichte des Wassers von $\rho = 1 \text{ kg/dm}^3$ durch das Ventil hindurchtritt.

Unter Berücksichtigung der entsprechenden Durchflußgleichungen läßt sich die K_V -Zahl auch für Gase und Dämpfe berechnen.

Die **Ventilkennlinien** $K_V = f(y)$, y ist hier die Ventilstellung, werden experimentell für Typenreihen von Ventilen ermittelt (s. Bild 6.19) und gehören zur Gerätedokumentation, die der Hersteller zur Verfügung stellt. Dabei ist das Ventil weitgehend charakterisiert durch den Wert $K_{V\max}$, der sich bei maximalem Volumenstrom \dot{V}_{\max} (voll geöffnetes Ventil) ergibt. $K_{V\max}$ läßt sich für Flüssigkeiten bei anderen Druckverhältnissen aus Gleichung (6.33) mit Hilfe des vorgegebenen Wertes \dot{V}_{\max} berechnen:

$$\dot{V} = K_V \sqrt{\frac{p_V}{\rho}} \quad \frac{\dot{V}}{\text{m}^3/\text{h}} \quad \frac{p_V}{\text{kp/cm}^2} \quad \frac{\rho}{\text{kg/dm}^3} \quad (6.33)$$

Damit kann aus der Kennlinienschär (Bild 6.19) das betreffende Ventil ausgewählt werden. Durch konstruktive unterschiedliche Gestaltung des Ventils ist es möglich, sowohl für verschiedene Nennweiten gleiche Ventilkennlinien als auch für gleiche Nennweiten verschiedene Ventilkennlinien zu erhalten.

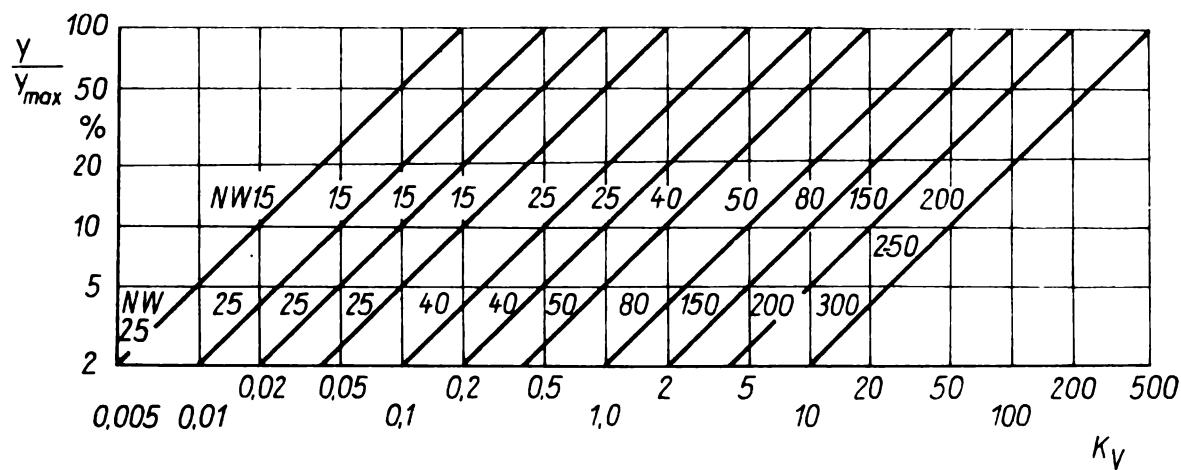


Bild 6.19. Kennlinien für verschiedene Nennweiten einer Baureihe linearer Ventile
 y_{\max} : Ventilhub

Für die Realisierung eines optimalen Regelvorganges ist es notwendig, daß, wie bisher vorausgesetzt, der Zusammenhang zwischen der Stellgröße y_R und der Regelgröße x linear ist. Nichtlinearitäten führen zu einer Arbeitspunktabhängigkeit des Über-

tragungsfaktors der Strecke. Dies bedeutet gleichzeitig, daß die optimale Einstellung des Reglers mit dem Arbeitspunkt variiert. In ungünstigen Fällen kann dies bis zur Instabilität des Regelkreises führen. Ist der Zusammenhang $x = f(y_S)$ zwischen Streckenstellgröße y_S und Regelgröße x linear, dann ist demnach ein Ventil notwendig, das eine lineare Abhängigkeit $y_S = f(y)$ ermöglicht. Häufig ist allerdings der Zusammenhang $x = f(y_S)$ nichtlinear. Durch eine geeignete nichtlineare Abhängigkeit $y_S = f(y)$ kann diese Nichtlinearität von $x = f(y)$ im bestimmten Maße kompensiert werden, so daß insgesamt für $x = f(y_R)$ weitgehend Linearität erreicht wird. Aus diesem Grunde werden auch Ventile mit nichtlinearen Kennlinien eingesetzt.

Serienmäßig werden nur Ventile mit linearer Kennlinie

$$K_V = k_1 y, \quad (6.34)$$

und von Ventilen mit nichtlinearer Kennlinie ausschließlich ein Typ, nämlich mit exponentieller Kennlinie

$$K_V = K_{V_0} e^{k_2 y}, \quad (6.35)$$

hergestellt. Da bei diesem Typ wegen

$$\frac{1}{K_V} \cdot \frac{dK_V}{dy} = k_2 \quad (6.36)$$

die »prozentuale Änderung« der K_V -Zahl mit der Ventilstellung konstant ist, wird er in der Regel als Ventil mit gleichprozentiger Kennlinie bezeichnet.

Das eigentliche Verhalten des Ventils während des Betriebes ist durch die Abhängigkeit $y_S = f(y)$ bestimmt, diese Abhängigkeit nennt man Durchflußkennlinie. Bei ihrer Ermittlung ist die Einordnung des Stellgliedes in die Gesamtanlage zu berücksichtigen, wie sie im Bild 6.20 gezeigt wird. Dabei ist der Gesamtdruck p gleich der Summe aller Druckabfälle:

$$p = p_P + p_R + p_V + p_A. \quad (6.37)$$

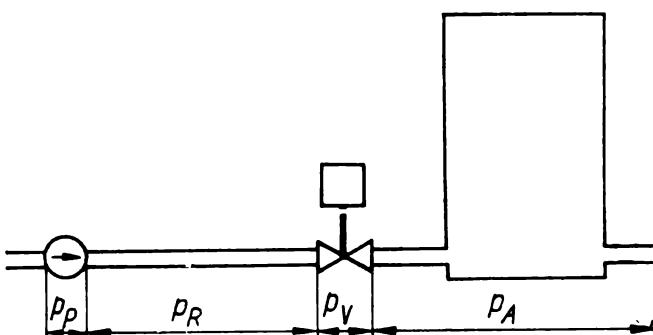


Bild 6.20. Einordnung des Stellgliedes in die Gesamtanlage

p_P : Druckabfall der Pumpe
 p_R : Druckabfall des Rohres
 p_V : Druckabfall des Ventils
 p_A : Druckabfall des Anlagenteils

Der Wert von p_V hängt damit von den Werten von p_P , p_R und p_A ab, die ihrerseits wieder eine Funktion des Volumenstroms \dot{V} sind. Nur für $p_P + p_R + p_A \ll p_V$ ist p_V näherungsweise unabhängig von \dot{V} und damit als konstant anzusehen. In diesem Falle entspricht wegen Gleichung (6.32) in Verbindung mit Gleichung (6.34) bzw. (6.35) die Durchflußkennlinie in ihrem qualitativen Verlauf der Ventilkennlinie. Für alle anderen Fälle wird der Verlauf der Durchflußkennlinie durch das Verhältnis p_V/p bestimmt und weicht z. T. erheblich von der Ventilkennlinie ab (s. Bild 6.21). Man erkennt aus dem Diagramm (Bild 6.21a), daß bei vernachlässigbarem Druckabfall an Pumpe, Leitung und Anlage ($p_V/p = 1$) bei einer Durchflußregelung ($\dot{V} = \text{const.}$) ein lineares Ventil ausgewählt werden muß. Für $p_V/p < 1$ ist die Zuordnung einer bestimmten Ventilkennlinie zu einem bestimmten regelungstechnischen Problem

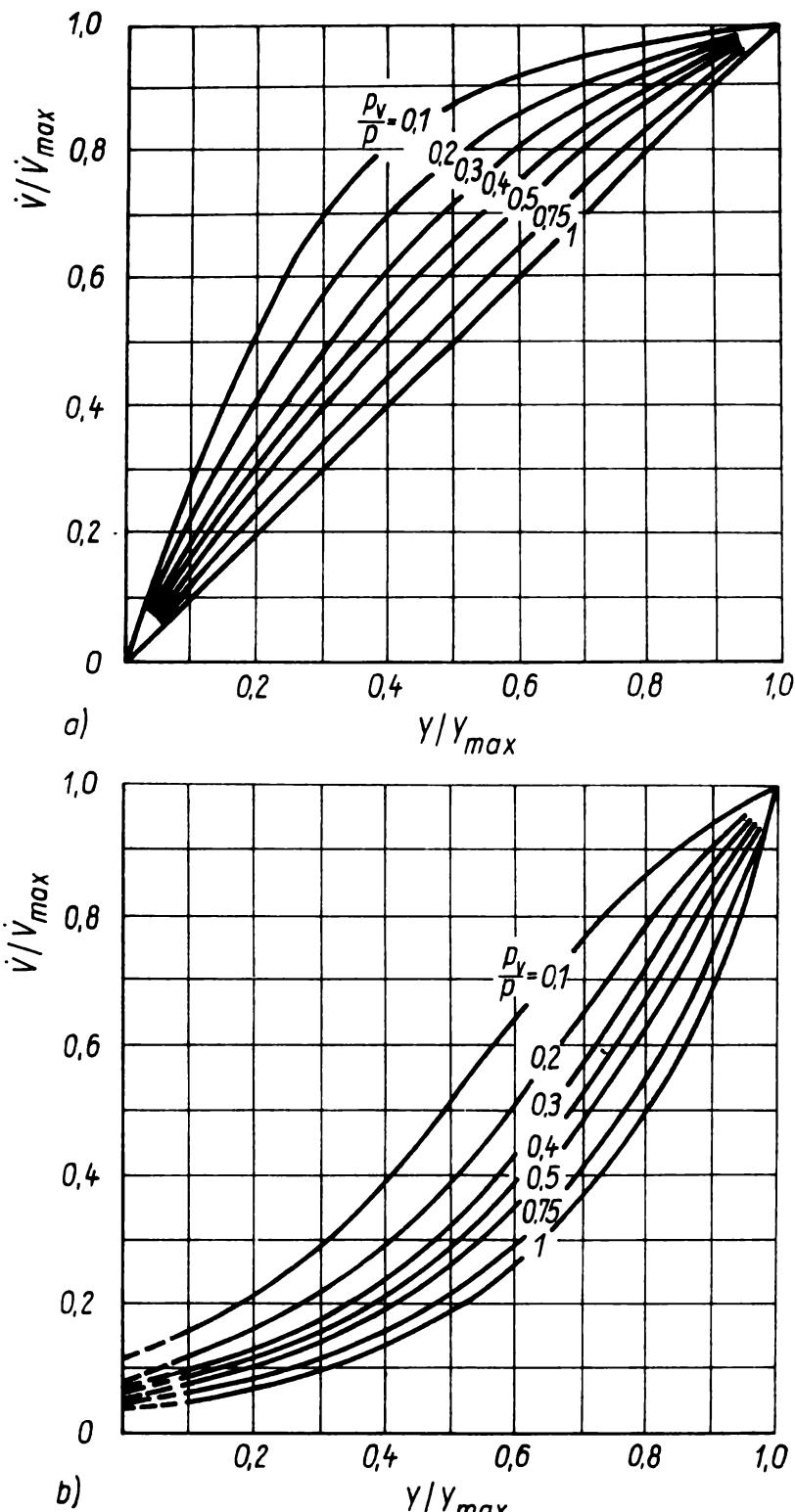


Bild 6.21. Kennlinien eines Ventils bei verschiedenen Verhältnissen p_v/p
 a) lineare Kennlinie
 b) gleichprozentige Kennlinie

nicht mehr eindeutig. Für dasselbe Problem kann für einen bestimmten Bereich von p_v/p ein gleichprozentiges, für einen anderen Bereich ein lineares Ventil zweckmäßig sein. Weitere technische Kennziffern für die Auswahl der Ventile aus den Typenreihen sind neben der Nennweite der Nenndruck sowie der maximale Druckabfall $p_{v\max}$ am Ventil. Zu fordern sind außerdem:

- Korrosionsbeständigkeit
- geringe erforderliche Stellkräfte
- kleiner Wartungsbedarf.

6.5.2. Stellantriebe

Erfolgt die Einwirkung des Stellgliedes auf die Streckenstellgröße y_s durch mechanische Bewegung, so ist zu deren Erzeugung ein **Stellantrieb** erforderlich. Dieser

arbeitet mit elektrischer, pneumatischer oder hydraulischer Hilfsenergie. Die unmittelbare Umsetzung der Hilfsenergie in eine Bewegungsgröße erfolgt im **Stellmotor**. Als Bewegungsgrößen kommen

- lineare Bewegungen
- Winkelbewegungen und
- Drehbewegungen

in Frage. Diese können vom Stellmotor direkt erzeugt oder durch Umwandlung der vom Stellmotor bereitgestellten mechanischen Größe mit Hilfe von **Getrieben** bezüglich Bewegungsform- und -größe gewonnen werden.

An Stellantriebe sind eine Reihe von Forderungen zu stellen, die von den im folgenden beschriebenen technischen Ausführungsformen unterschiedlich erfüllt werden. Diese sind:

- große Stellkraft zur sicheren Funktion unter der Einwirkung stets vorhandener Reibung
- Linearität des Zusammenhangs $y = f(y_R)$
- hohe Stellgenauigkeit
- günstiges dynamisches Verhalten (geringe Verzögerungen)
- Bremswirkung bei Stillstand des Antriebes zur Vermeidung von Positionsänderungen durch Rückwirkungen des Stellstromes
- Invertierbarkeit des Wirkungssinnes des Ventils
- Realisierbarkeit einer gefahrlosen Lage bei Hilfsenergieausfall
- Explosionsschutz
- geringer Aufwand für den Leistungsverstärker.

Pneumatische Stellantriebe

Die in der Verfahrenstechnik am häufigsten zur Anwendung kommenden pneumatischen Stellantriebe enthalten als wesentliches Bauelement einen **Membranmotor**. Dieser dient fast ausschließlich zur Betätigung eines Ventils. Den grundsätzlichen Aufbau zeigt Bild 6.22. Der vom Leistungsverstärker des Reglers bereitgestellte Stelldruck y_R erzeugt über den am Membranteller aufliegenden Teil der Membran der Fläche A_M eine Kraft:

$$F_M = A_M y_R. \quad (6.38)$$

Über eine am Federteller fest gelagerte Feder mit der Federkonstanten c_F erzeugt die Kraft F_M eine Ventilstellung

$$y = \frac{A_M y_R - c_F y_o}{c_F}, \quad (6.39)$$

wobei y_o der Vorspannweg der Feder ist. Der Zusammenhang $y = f(y_R)$ lässt sich also vor allem durch die gewählte Federkonstante c_F und den Vorspannweg y_o beeinflussen. Ungewollte Änderungen, z. B. der Federkonstanten (Ermüdung) und vor allem die auftretenden Reibungskräfte (Stopfbuchse), führen demnach zur Störung der Eindeutigkeit des Zusammenhangs zwischen Stelldruck und Ventilstellung. Durch Verwendung eines **Stellungsreglers** (Positionär) wird dieser Mangel weitgehend behoben. Der Stellungsregler stellt in sich einen Folgeregelkreis dar (Bild 6.23). Regelgröße ist die Stellung y , die über eine geeignete Lagemeßeinrichtung mit pneumatischer Ausgangsgröße p_y erfasst und mit der Stellgröße y_R des Reglers verglichen wird. Entsprechend der auftretenden Regelabweichung erzeugt der

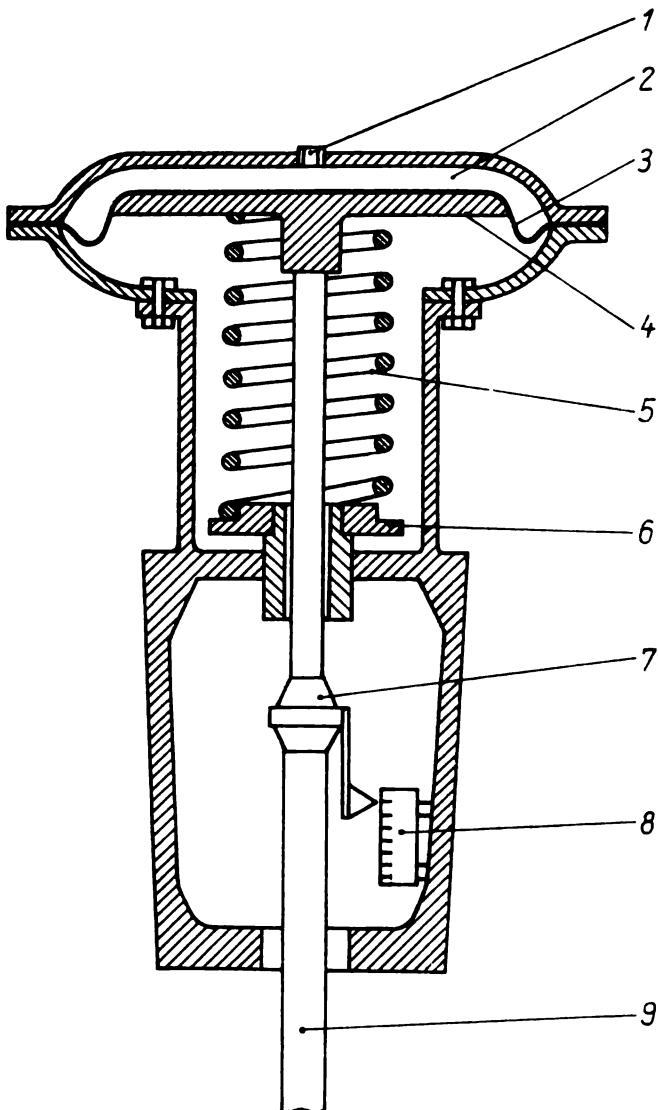


Bild 6.22. Schematische Darstellung eines pneumatischen Membranmotors

- | | |
|---------------------------|-----------------|
| 1 Anschluß für Steuerluft | 6 Federteller |
| 2 Druckkammer | 7 Kupplung |
| 3 Membran | 8 Skale |
| 4 Membranteller | 9 Ventilspindel |
| 5 Feder | |

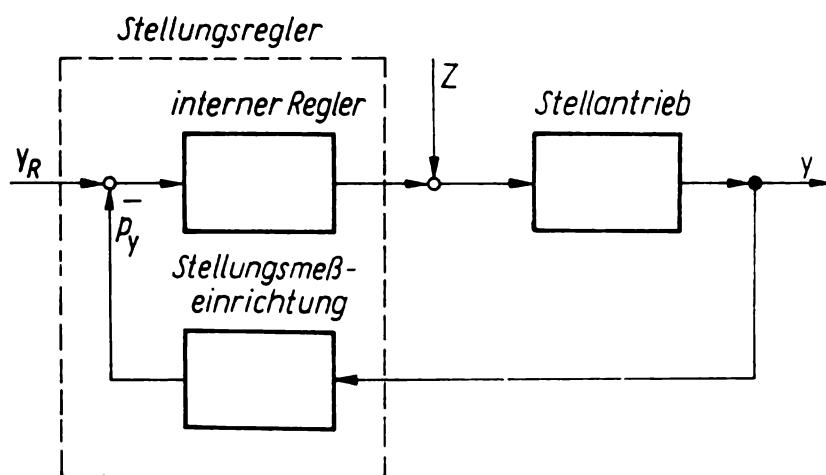


Bild 6.23. Signalflußbild des Stellungsregelkreises eines Stellantriebes

interne pneumatische Regler des Positionärs (I -Regler bzw. P -Regler mit hoher Verstärkung) einen ausreichend hohen Ausgangsdruck zur Betätigung des Membranmotors zur Korrektur der Stellung. Die Wirksamkeit des Positionärs wird häufig durch einen erhöhten Hilfsdruck (bis zu 0,5 MPa) verstärkt.

Der im Bild 6.22 dargestellte Membranantrieb bewegt die Ventilspindel bei steigendem Druck y_R nach unten (direkt wirkend). Eine invertierende Wirkungsweise kann man z. B. dadurch erreichen, daß man den Raum unterhalb der Membran als Druckkammer ausbildet. Durch entsprechende Auswahl bzw. Umstellung der Stellantriebe läßt sich damit die erforderliche Vorzeichenumkehr im Signalfluß des Regelkreises

herbeiführen. Durch geeignete Kombination direkt wirkender und invertierender Stellventile lässt sich gleichzeitig erreichen, daß das Ventil bei Ausfall der Hilfsluft die seiner Anordnung im Prozeß entsprechende gefahrlose Endlage annimmt. Pneumatische, federbelastete Stellantriebe zeigen nach den vorangegangenen Überlegungen in erster Näherung proportionales Verhalten. Bei detaillierteren Untersuchungen sind die Verzögerungen, die durch das endliche Volumen der Membrankammern und der oft erheblichen Länge der Druckzuleitungen sowie durch die Masse der zu bewegenden Teile verursacht werden, zu berücksichtigen.

Elektrische Stellantriebe

Beim elektrischen Stellantrieb erfolgt die Erzeugung der mechanischen Bewegung zur Betätigung des Stellgliedes mit Hilfe von elektrischer Hilfsenergie. Elektrische Regeleinrichtungen ohne bewegliche Stellglieder zur Steuerung elektrischer Ströme verwenden die Funktionsprinzipien der elektrischen Bauelemente, die auch für den Aufbau von elektrischen Leistungsverstärkern zum Einsatz kommen (s. Abschnitt 6.2.4.).

Elektrische Stellantriebe bestehen aus geeigneten **Elektromotoren**, die wegen ihrer hohen Umdrehungszahl durchweg mit **Getrieben** versehen werden müssen. Die für diesen Zweck einzusetzenden Elektromotoren müssen bestimmten Anforderungen genügen:

- hohe Zuverlässigkeit und Lebensdauer, verbunden mit geringem Wartungsaufwand auch unter ungünstigen Einsatzbedingungen
- kleine Zeitkonstanten
- großes Verhältnis Drehmoment zu Trägheitsmoment, um günstiges Anlaufverhalten zu sichern
- Überlastbarkeit, vor allem bei Stillstand unter voller Betriebsspannung (Endlagen)
- gute Steuerbarkeit der Umdrehungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Eingangsspannung sowie Umkehr der Drehrichtung.

Diese Anforderungen werden nur von speziellen Motortypen erfüllt. Bei kontinuierlich steuerbaren elektrischen Stellmotoren hat der Zusammenhang zwischen Stellgröße y_R (Steuerspannung) und Ausgangsgröße y (Drehwinkel, Hub) integrales Verhalten. Die für die Umsetzung der Drehbewegung in einen Hub bzw. Winkel einzusetzenden Getriebe sollten eine geringe Lose besitzen (Tendenz zur Instabilität) und sollten selbsthemmend sein. Letzteres verhindert Rückwirkungen des Stellstromes auf die Ventilstellung. Bei Ausfall der Hilfsenergie wird das Stellglied dadurch gleichzeitig in der momentanen Lage blockiert.

Zusammenfassung

Die in diesem Abschnitt dargestellte »konventionelle« Gerätetechnik hat sich in Jahrzehnten mit der Entwicklung der Verfahrenstechnik herausgebildet. Mit der Möglichkeit des breiten Einsatzes mikroelektronischer Baugruppen, die sich jetzt abzeichnet, wird eine Ergänzung oder eine Umwälzung in der Gerätetechnik der Regeleinrichtungen zu erwarten sein. Die Stelleinrichtungen werden keiner größeren Veränderung unterworfen sein.

7. Stabilität und Dimensionierung des Regelkreises

7.1. Stabilität und Güte der Regelung

Eine Regelung wird vorgenommen, um die Auswirkungen irgendwelcher Störgrößen z_t zu beseitigen oder stark zu vermindern (Störverhalten), bzw. um geforderte Veränderungen der Regelgröße x , vorgegeben durch Veränderungen der Führungsgröße w , völlig oder näherungsweise zu bewirken (Führungsverhalten, s. Abschn. 3.). Durch Angaben über die Regelgüte schätzt man ein, in welchem Maße die Regelung die gestellten Anforderungen erfüllt.

Bewirkt jedoch die Tätigkeit des Regelkreises, daß die Regelabweichung x_w zeitlich zunimmt und bei linearen Systemen sogar gegen unendlich geht, so ist der Regelkreis für die gestellte Aufgabe völlig ungeeignet, da er instabil ist. Konvergiert bei linearen Systemen die Regelabweichung x_w zu endlichen Werten, so ist der Regelkreis stabil. Dabei kann der Regelkreis in bezug auf die Regelgüte durchaus unbefriedigend arbeiten.

■ Stabilität des Regelvorganges ist eine notwendige Forderung.

■ Regelgüte ist eine hinreichende Forderung, sie schließt die Stabilität ein.

Die Begriffe Stabilität und Güte der Regelung werden in diesem Abschnitt definiert bzw. schärfer gefaßt. Untersuchungen zur Stabilität und zur Güte der Regelung werden sich anschließen.

LJAPUNOW hat für die Bewegung allgemeiner Systeme eine **Definition der Stabilität** gegeben, die hier vereinfacht für den Regelkreis gebracht wird:

■ Der Beharrungszustand eines Regelkreises werde zum Zeitpunkt $t = 0$ durch die Einwirkung einer impulsförmigen Störgröße z_0 gestört, dann sich selbst überlassen. Die Bewegung heißt stabil, falls es für jede positive Zahl ε , wie klein sie auch sei, eine positive Zahl $\eta(\varepsilon)$ gibt, so daß für $t > t_0 > 0$ und $|z_0| < \eta$ auch $|x_w(t)| < \varepsilon$ ist, das heißt, um die Veränderung der Regelabweichung $|x_w(t)|$ kleiner als ε zu halten, ist es nur notwendig, daß die Störung $|z_0|$ innerhalb der Schranke η bleibt.

Diese Definition der Stabilität einer Bewegung gestattet auch für allgemeine Systeme durch die sogenannte direkte LJAPUNOWSche Methode (Konstruktion von LJAPUNOW-Funktionen) Aussagen über das Stabilitätsverhalten zu treffen. Für lineare Systeme oder Systeme, die durch Reihenentwicklung der Gleichung und Abbruch der Reihe nach dem linearen Glied (Gleichung erster Näherung) linearisiert worden sind, hat LJAPUNOW folgende zwei grundlegende **Sätze** bewiesen:

- 1.** Sind die Realteile aller Wurzeln der charakteristischen Gleichung negativ, dann ist – unabhängig von den Entwicklungsgliedern höherer Ordnung – die Bewegung stabil.
- 2.** Hat auch nur eine Wurzel der charakteristischen Gleichung einen positiven Realteil, dann ist das System – unabhängig von den Entwicklungsgliedern höherer Ordnung – instabil.

Über die Stabilität der Bewegung linearisierter Systeme kann keine Aussage getroffen werden, wenn die Wurzeln der charakteristischen Gleichung sowohl negative Realteile als auch Realteile gleich null haben.

Zur Erläuterung dienen die folgenden Bemerkungen über ein lineares System. Die **charakteristische Gleichung** des Systems laute:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad a_i \text{ reell.} \quad (7.1)$$

Es gibt n Lösungen (Wurzeln) der charakteristischen Gleichung, die voneinander verschieden, teilweise oder alle gleich sind, die reell oder komplex sind.

Fall A:

Es sei p_i eine reelle Lösung. So enthält die homogene Lösung $x(t)$ der Differentialgleichung einen Summanden:

$$x(t) = \dots + C_i e^{p_i t} + \dots \quad C_i \text{ reell.} \quad (7.2)$$

$x(t)$ divergiert gegen unendlich, wenn p_i positiv ist (Instabilität). Wenn auch nur ein Summand gegen unendlich geht, wenn also auch nur eine reelle Wurzel positiv ist, liegt eine instabile Bewegung vor. Da die Funktion $x(t)$ in diesem Fall von einem Zeitpunkt ab monoton wächst, spricht man von **monotoner Instabilität**. Es folgt ferner, daß für die Stabilität notwendig und hinreichend ist, daß alle Summanden konvergieren, daß alle reellen Wurzeln negativ sind (Bild 7.1).

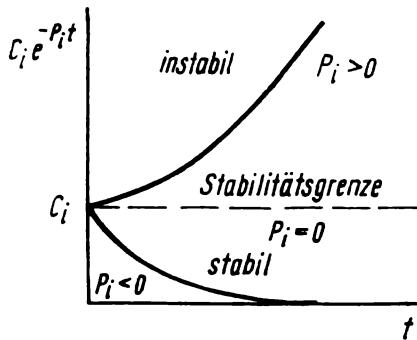


Bild 7.1. Stabilität und Instabilität bei einer reellen Wurzel

Fall B:

Es sei $p_j = \delta + j\omega$ eine komplexe Lösung der charakteristischen Gleichung. Da die Koeffizienten a_i der charakteristischen Gleichung als reell vorausgesetzt worden sind, existiert neben der Lösung p_j auch die Lösung $p_k = \delta - j\omega$. Die Funktion $x(t)$ enthält folgende zwei Summanden:

$$x(t) = \dots + C_j e^{\delta t} \sin(\omega t + \varphi) + \dots \quad C_j, C_k \text{ komplex.} \quad (7.3)$$

Die Umformung der Gleichung 7.3 ergibt:

$$x(t) = \dots + C e^{\delta t} \sin(\omega t + \varphi) + \dots \quad C, \varphi \text{ reell.} \quad (7.4)$$

Wenn $\delta > 0$, d. h., wenn die komplexen Wurzeln p_j und p_k einen positiven Realteil haben, divergiert $x(t)$ oszillatorisch gegen unendlich (**oszillatorische Instabilität**). Für die Stabilität ist es notwendig und hinreichend, daß alle komplexen Wurzeln der charakteristischen Gleichung einen negativen Realteil haben (Bild 7.2).

Die Stabilitätsuntersuchungen eines linearen oder linearisierten Systems sind damit auf das Problem zurückgeführt worden: Berechnung aller Wurzeln einer algebraischen Gleichung n -ten Grades. Je nach dem Grad n der charakteristischen Gleichung ist das Problem mit mehr oder weniger Rechenaufwand lösbar. Bei Anwendung der entwickelten Rechenmethoden, auch der Einsatz elektronischer Datenverarbei-

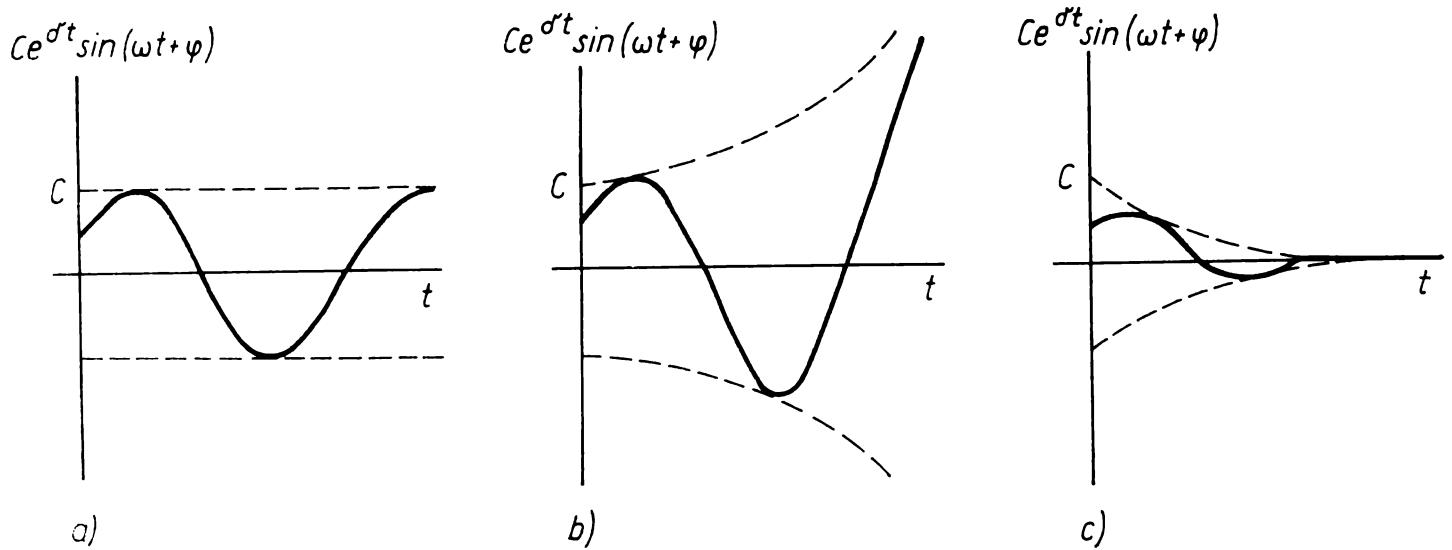


Bild 7.2. Stabilität und Instabilität bei komplexen Wurzeln

a) $\delta = 0$ b) $\delta > 0$ c) $\delta < 0$

tungsanlagen ist möglich und erforderlich, erhält man die n Wurzeln der charakteristischen Gleichung, das heißt die Lage der Wurzeln in der komplexen p -Ebene (Bild 7.3).

Durch viel Rechenaufwand kann die genaue Lage der Wurzeln ermittelt werden, während nur die Frage zu beantworten ist, ob alle Wurzeln in der linken p -Halbebene liegen. Methoden, die die letzte Frage nur mit ja oder nein beantworten, werden unter dem Begriff Stabilitätskriterium zusammengefaßt.

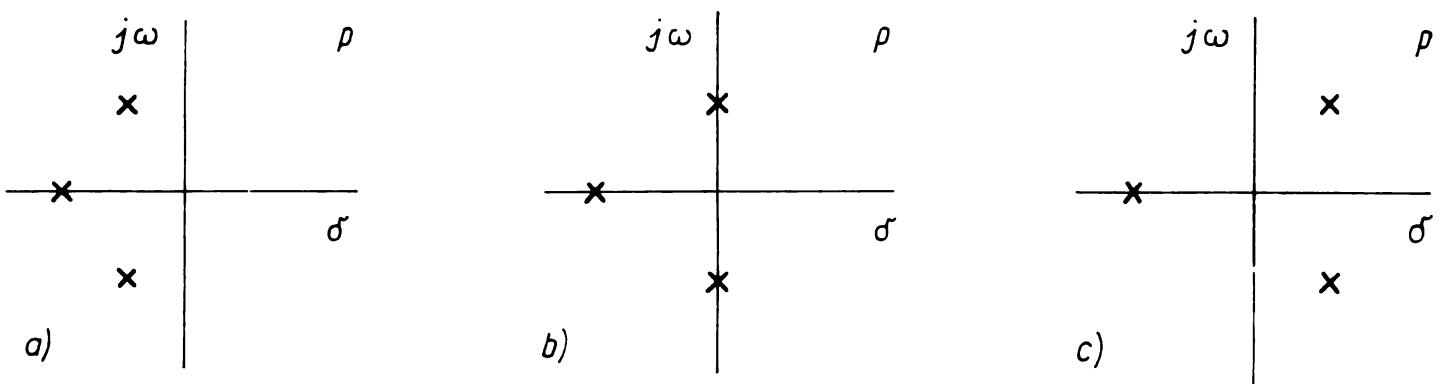


Bild 7.3. Lage der Wurzeln in der komplexen p -Ebene

- a) stabiles System
- b) System auf der Stabilitätsgrenze
- c) instabiles System

Stabilitätsbedingung: Die Realteile aller Wurzeln der charakteristischen Gleichung müssen negativ sein, das heißt, alle Wurzeln müssen in der linken p -Halbebene liegen.

Stabilitätskriterium: Es beantwortet die Frage, ob die Stabilitätsbedingung erfüllt ist, mit ja oder nein.

Bei den Stabilitätsuntersuchungen ist davon auszugehen, daß Struktur und Parameter der Regelstrecke zunächst als gegeben anzusehen sind. Das schließt allerdings nicht aus, daß der Regelungstechniker zur Verbesserung der dynamischen Eigenschaften des Regelkreises Vorschläge zur Veränderung der Eigenschaften der Regelstrecke erarbeitet, die bei der Weiterentwicklung der Anlage und der Prozeßführung berücksichtigt werden sollten. Zur Sicherung der Stabilität der Regelung sind die Parameter des ausgewählten Reglers (z. B. Verstärkung, Nachstellzeit und Vorhaltzeit des PID-Reglers) geeignet einzustellen.

Die Lösung der Regelungsaufgabe verlangt jedoch mehr als nur die Stabilität der Regelung. Veränderungen der Eigenschaften der Regelstrecke treten in verfahrenstechnischen Anlagen häufig auf. Sie werden zum Beispiel durch unbeabsichtigte Änderungen der Wärmeübertragung und der Masseströme, durch beabsichtigte Änderung der Prozeßführung (Arbeitspunkt der Anlage) hervorgerufen. Da sich jedoch diese Veränderungen auf die Stabilitätsgrenze auswirken, muß das System eine gewisse **Stabilitätsreserve** $|\delta|_{\min}$ erhalten. Darunter ist zu verstehen, daß die Wurzeln der charakteristischen Gleichung in der komplexen p -Ebene mindestens einen Abstand von der imaginären Achse haben, der größer als der vorgegebene Abstand $|\delta|_{\min}$ ist.

Die Stabilitätsreserve ist so groß zu wählen, daß bei den zu erwartenden Veränderungen der Regelstrecke die Regelung sicher stabil bleibt. Die Einstellung des Reglers ist entsprechend zu wählen. Mit zusätzlichen Forderungen an das Verhalten der Regelung werden die Einstellbereiche der Reglerparameter weiter eingeschränkt. Diese notwendigen, über die Stabilität des Regelkreises hinausgehenden Anforderungen an die Regelung sind möglichst objektiv zu formulieren. Nur subjektiv bedingte Auffassungen von einem günstigen Regelvorgang gefährden einerseits die Lösung der technischen Regelungsaufgabe, andererseits erhöhen sie durch übertriebene, nicht gerechtfertigte Anforderungen den Aufwand und damit die Kosten, ohne daß ein entsprechender Gewinn zu erwarten ist. Derartige Forderungen sind in der Verfahrenstechnik der chemischen Industrie nicht selten anzutreffen, zum Teil bedingt durch falsche Vorstellungen vom realen Prozeßablauf und von den vorliegenden Meßfehlern.

Objektiv begründete Anforderungen an die Güte der Regelung ergeben sich aus der Aufgabenstellung und aus den auftretenden Störgrößen:

1. Bei der Festlegung der Regelungsaufgabe ist zu beachten, daß die betrachtete Regelstrecke meist Teil einer größeren Anlage ist (oft Teil einer kontinuierlich arbeitenden Produktionsstraße). Dann ist es zum Beispiel unnötig, schnelle Änderungen des Durchflusses durch eine Regelung zu beseitigen, da dies im nachgeschalteten Behälter (Speicher) ohne zusätzlichen Aufwand weitgehend erfolgt.
2. Erst das Auftreten von Störgrößen erfordert eine Regelung. Eigenschaften der Regelung und auch des technischen Aufwandes für eine Regelung ergeben sich aus den Angriffspunkten und dem zeitlichen Verlauf der Störgrößen. Es ist deshalb zweckmäßig, sich im ausreichenden Maß der Analyse der Störgrößen in der produzierenden Anlage zuzuwenden oder schon während der Projektierung eine Prognose über die zu erwartenden Störgrößen aufzustellen. Für die Auswahl und die Einstellung des Reglers berücksichtigt man dann die Störgröße, deren Angriffspunkt und zeitlicher Verlauf typisch oder für die Regelung ungünstig sind.

Die Forderungen an die **Regelgüte** werden bei verfahrenstechnischen Anlagen in einfachen Fällen meist im Zeitbereich, weniger im Frequenzbereich beschrieben. Erinnert sei an die folgenden Größen (s. Abschn. 3.3.), deren Werte für den Übergangsprozeß und für den neuen Beharrungszustand Festlegungen treffen:

- x_{wB} bleibende Regelabweichung
- $x_{w\max}$ maximale Regelabweichung
- $x_{w\ddot{u}}$ Überschwingweite
- T_{an} Anregelzeit
- T_{aus} Ausregelzeit
- D Dämpfungsgrad.

Im Bestreben, aus diesen Größen eine einzige Größe als Gütemaß für die Regelung zu schaffen, entstanden die verschiedenen **Integralkriterien**. Nach einer sprungförmigen Änderung der Störgröße wird die Regelabweichung gemessen. Man sagt, eine Regelung ist dann optimal, wenn ein dem Kriterium entsprechendes Integral einen Minimal-

wert annimmt. Die obere Integrationsgrenze ist dabei theoretisch unendlich, praktisch wird die Integration durch Beendigung des Regelvorganges (Ausregelzeit) abgeschlossen. Die einzelnen Integralkriterien werden in den Bildern 7.4a) bis c) unter der Annahme dargestellt, daß die bleibende Regelabweichung null ist.

Lineare Regelfläche: $\int x_w dt \rightarrow \text{Min}$ (7.5)

Bei der Anwendung dieses Integralkriteriums »lineare Regelfläche« ergeben sich Nachteile, da die Flächen ober- und unterhalb der Zeitachse vorzeichenbehaftet integriert werden. Ein kleiner Wert des Integrals läßt sowohl auf einen günstigen Regelvorgang schließen (kleine Regelabweichung), als auch auf einen wenig gedämpften Regelvorgang (Flächen ober- und unterhalb der Zeitachse sind fast gleich). Durch zusätzliche Angaben über den Dämpfungsgrad des Regelkreises (z. B. $D = 0,3$ oder $D = 0,5$) ergeben sich in der Rechnung günstige Reglereinstellungen.

Absolute Regelfläche: $\int |x_w| dt \rightarrow \text{Min}$ (7.6)

Die bei der Verwendung der linearen Regelfläche auftretenden Nachteile werden vermieden, die Vorgabe zusätzlicher Kennwerte ist damit nicht notwendig. Bei Berechnungen treten durch die Betragsbildung einige Schwierigkeiten auf.

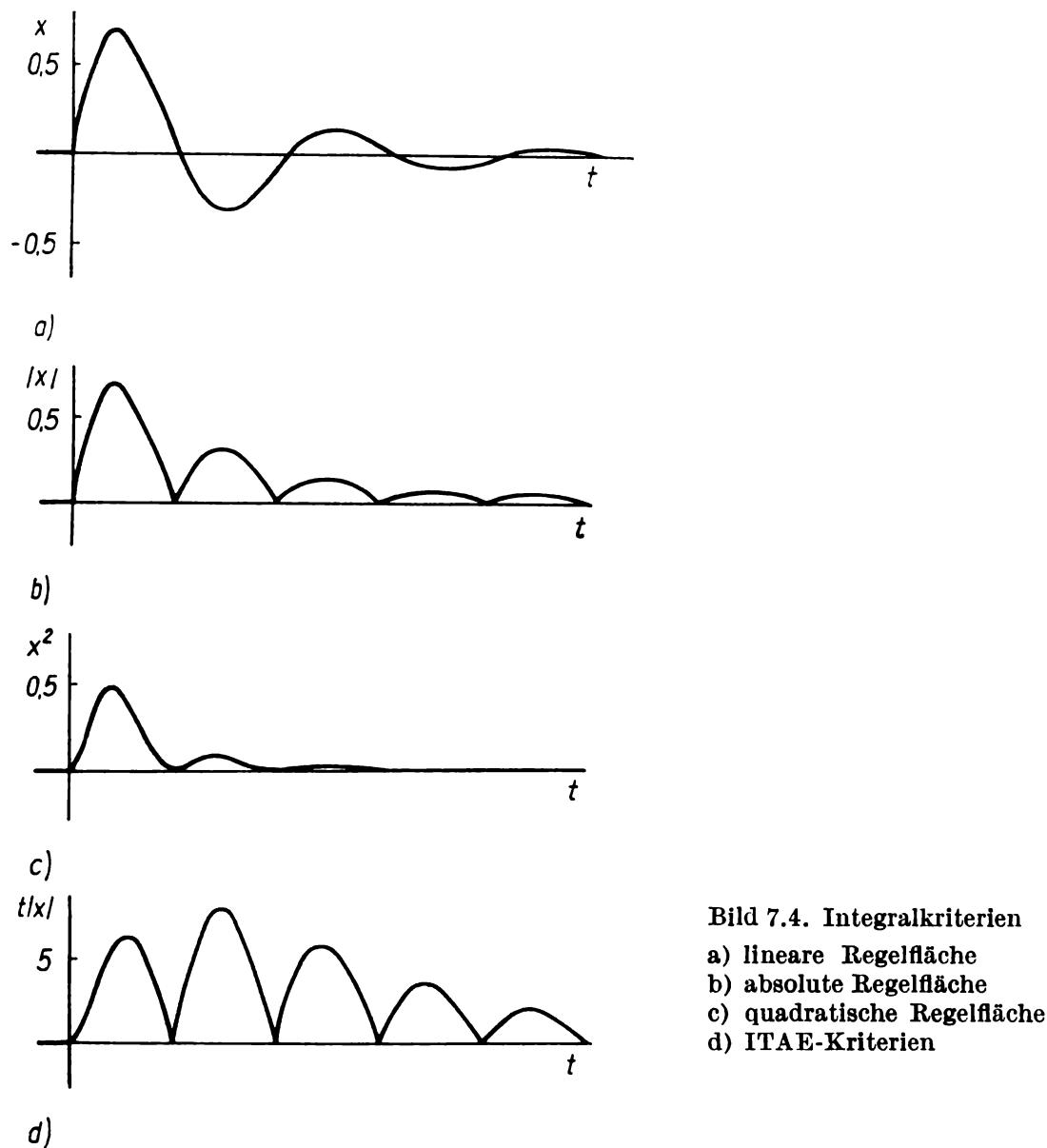


Bild 7.4. Integralkriterien

- a) lineare Regelfläche
- b) absolute Regelfläche
- c) quadratische Regelfläche
- d) ITAE-Kriterien

$$\text{Quadratische Regelfläche: } \int x_w^2 dt \rightarrow \text{Min} \quad (7.7)$$

Durch die Quadrierung werden große Werte der Regelabweichung stark bewertet, kleine Werte dagegen gering. Diese Wertung ist oft wünschenswert und führt zu günstigen Regelvorgängen.

$$\text{ITAE - Kriterium: } \int t|x_w| dt \rightarrow \text{Min} \quad (7.8)$$

Der Betrag der Regelabweichung wird beim ITAE - Kriterium (ITAE: integral of time multiplied absolute-value of error) mit der Zeit multipliziert, lang anhaltende Regelabweichungen werden daher sehr kritisch beurteilt.

Wenn die genannten Integralkriterien als Gütemaß für den Regelvorgang angewendet werden, ist stets zu prüfen, ob das Ergebnis auch den vorliegenden Bedingungen entspricht. Daß das gewählte Integral einen Minimalwert annimmt, bedeutet nur eine »Optimierung« aus enger regelungstechnischer Sicht. Der Integrand enthält die Größen Regelabweichung und Zeit. Es wird also nicht nach technisch-ökonomischen Gesichtspunkten ein optimaler Übergangsvorgang angestrebt.

Die Forderung nach Angabe einer Reglereinstellung, die Stabilität und ~~einen~~ günstigen Regelvorgang gewährleistet, setzt ausreichende Kenntnisse über die Regelstrecke allein oder über den aufgeschnittenen oder geschlossenen Regelkreis voraus. Die folgenden Abschnitte sind nach der vorliegenden Kenntnis über die ~~Regelstrecke~~ oder über den Regelkreis angeordnet. Jeder Abschnitt umfaßt Stabilitätskriterien und Hinweise zur Erzielung günstiger Regelvorgänge.

7.2. Untersuchungen am geschlossenen Regelkreis

Die Struktur des Regelkreises, die statischen und dynamischen Eigenschaften der linearen oder linearisierten Regelstrecke seien durch Differentialgleichungen oder Übertragungsfunktionen gegeben, Typ und Einstellwerte des Reglers seien gewählt, dann läßt sich das Verhalten des geschlossenen Regelkreises für Stör- und Führungsverhalten durch Differentialgleichungen im Zeitbereich oder entsprechende Übertragungsfunktionen im Bildbereich beschreiben. Zwei Fragen ergeben sich bei der Stabilitätsbetrachtung:

1. Ist der Regelkreis bei den gewählten Einstellwerten des Reglers stabil ?
2. Welche Werte nehmen die Reglerparameter auf der Stabilitätsgrenze an ?

Die zweite Frage gibt einen Einblick in die Wirkung der Proportional-, Integral- und Differentialanteile des Reglers in bezug auf die Stabilität.

Stabiler Regelvorgang

Die Koeffizienten der charakteristischen Gleichung der Differentialgleichung des geschlossenen Regelkreises (s. Gl. 7.1) entscheiden über die Stabilität. Die charakteristische Gleichung ist identisch mit dem gleich null gesetzten Nenner einer beliebigen Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises:

$$1 + G_S(p) G_R(p) = 0. \quad (7.9)$$

Nach den vorhergehenden Ausführungen liegt die **Stabilitätsgrenze** des Regelkreises vor, wenn mit einer Ausnahme alle anderen Lösungen der charakteristischen Gleichung negative Realteile haben, und diese Ausnahme lautet

$p = 0$ (s. Bild 7.1), ein Pol liegt im Koordinatenursprungspunkt der komplexen p -Ebene,

oder

$p = \pm j\omega$ (s. Bild 7.2), ein Polpaar liegt auf der imaginären Achse der komplexen p -Ebene (s. Bild 7.3 b).

Der erste Fall bedingt $a_0 = 0$. Für den zweiten Fall erhält man, indem man in der charakteristischen Gleichung $p = j\omega$ setzt, Beziehungen zwischen den Koeffizienten a_i , die auf der Stabilitätsgrenze gelten. Für den stabilen Vorgang gilt $p = \delta + j\omega$ mit $\delta < 0$. Die Beziehungen zwischen den Koeffizienten a_i werden damit zu Ungleichungen. Diese Ungleichungen wurden um das Jahr 1895 von ROUTH in Form eines Rechenschemas und von HURWITZ in Form von Determinanten angegeben.

Stabilitätskriterium von ROUTH

Für die Stabilität ist notwendig und hinreichend:

- 1. Alle Koeffizienten der charakteristischen Gleichung sind größer null ($a_i > 0$).
- 2. Alle Elemente in der ersten Spalte des folgenden Rechenschemas sind größer null ($a_n, a_{n-1}, c_{31}, c_{41}, \dots, c_{n1}, > 0$).

$$\begin{array}{ccc}
 a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\
 a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\
 c_{31} & c_{32} & c_{33} \\
 c_{41} & c_{42} & c_{43} \\
 c_{51} & c_{52} & c_{53}
 \end{array} \tag{7.10}$$

mit

$$\begin{aligned}
 c_{31} &= a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}, & c_{32} &= a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}, & c_{33} &= a_{n-1} a_{n-6} - a_n a_{n-7}, \dots \\
 c_{41} &= c_{31} a_{n-3} - a_{n-1} c_{32}, & c_{42} &= c_{31} a_{n-5} - a_{n-1} c_{33}, & c_{43} &= c_{31} a_{n-7} - a_{n-1} c_{34}, \\
 c_{51} &= c_{41} c_{32} - c_{31} c_{42}, & c_{52} &= c_{41} c_{33} - c_{31} c_{43}, & c_{53} &= c_{41} c_{34} - c_{31} c_{44},
 \end{aligned}$$

usw.

Im Schema (Gl. 7.10) enthalten die ersten zwei Zeilen die Koeffizienten der charakteristischen Gleichung. Alle a_k mit $k < 0$ sind identisch null und werden nicht notiert. In der zweiten Zeile kann rechts eine Null ergänzt werden. Das Bildungsgesetz der c_{ij} ist leicht zu erkennen. Zur Vereinfachung der Berechnung können alle Elemente einer Zeile mit einer beliebigen positiven Zahl multipliziert werden.

Für die Stabilitätsgrenze (Grenze zur oszillatorischen Instabilität) gilt: $c_{n1} = 0$. Die Verwendung des Stabilitätskriteriums von ROUTH empfiehlt sich, wenn die Koeffizienten zahlenmäßig gegeben sind.

Stabilitätskriterium von HURWITZ

Für die Stabilität ist notwendig und hinreichend:

- 1. Alle Koeffizienten der charakteristischen Gleichung sind größer null ($a_i > 0$).
- 2. Alle Determinanten nach folgendem Schema sind größer null ($D_1, D_2, D_3, \dots, D_{n-1} > 0$).

$$\begin{array}{c|cc|c}
 a_{n-1} & a_n & 0 \\
 \hline
 a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\
 a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \\
 \hline
 \vdots & \vdots & \vdots
 \end{array} \tag{7.11}$$

$$\text{Also } D_1 = a_{n-1}, D_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{vmatrix}, D_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \end{vmatrix} \text{ usw.}$$

Bei der Aufstellung des $(n-1)$ -reihigen Schemas (Gl. 7.11) beginnt man vorteilhaftweise mit der Hauptdiagonale und ergänzt die einzelnen Zeilen. Aus diesem Schema werden die $n-1$ Determinanten abgeleitet.

Für die Stabilitätsgrenze (Grenze zur oszillatorischen Instabilität) gilt: $D_{n-1} = 0$.

B Regelstrecke und Regler mit gewählter Einstellung ergeben die folgende charakteristische Gleichung. Ist die Regelung stabil?

$$p^4 + 2p^3 + 5p^2 + 4p + 1 = 0 \quad (7.12)$$

Lösung:

1. Alle $a_i > 0$ ist erfüllt.

2. ROUTH HURWITZ

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 5 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 4 & 5 & 2 \\ \hline 6 & 2 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 20 & 0 & 0 & & & \end{array} \quad \begin{array}{l} D_1 = 2 \\ D_2 = 6 \\ D_3 = 20 \end{array}$$

Der Regelkreis ist stabil.

B Die Struktur des Regelkreises und die Übertragungsfunktionen der Regelstrecke und des Reglers sind gegeben. Die Stabilitätsgrenze ist als Funktion der Parameter des Regelkreises darzustellen (Stabilitätsgrenze im Beiwertfeld)!

$$1 + G_S G_R = 0 \text{ (charakteristische Gleichung) mit} \quad (7.13)$$

$$G_S = \frac{K_S}{(1 + T_N p)^2} \text{ und } G_R = K_R \left(1 + \frac{1}{T_N p} \right)$$

Lösung:

Die charakteristische Gleichung lautet:

$$T^2 T_N p^3 + 2 T T_N p^2 + (1 + K_o) T_N p + K_o = 0 \quad (7.14)$$

mit $K_S K_R = K_o$ (Kreisverstärkung).

$K_o > 0$, da im Regelkreis eine Gegenkopplung gefordert wird.
 $T, T_N > 0$, da die Zeitkonstanten positiv sind.

Das HURWITZ-Kriterium fordert für die Stabilität:

1. a_0, a_1, a_2 und $a_3 > 0 \rightarrow$ erfüllt (s. Gl. 7.14)

$$2. \quad \begin{array}{c|c} 2 T T_N & T^2 T_N \\ \hline K_o & (1 + K_o) T_N \end{array} \quad D_1 = 2 T T_N > 0 \quad (7.15)$$

$$D_2 = 2 T T_N^2 (1 + K_o) - T^2 T_N K_o > 0 \quad (7.16)$$

Aus der Ungleichung (7.16) folgt, daß für die Stabilität stets erfüllt sein muß:

$$\frac{T}{T_N} < 2 + \frac{2}{K_o}. \quad (7.17)$$

Der Regelkreis ist für $T/T_N < 2$ bei beliebiger Kreisverstärkung K_o stabil. Für $T/T_N > 2$ läßt sich die Stabilität durch Verringerung der Kreisverstärkung stets erreichen (s. Bild 7.5).

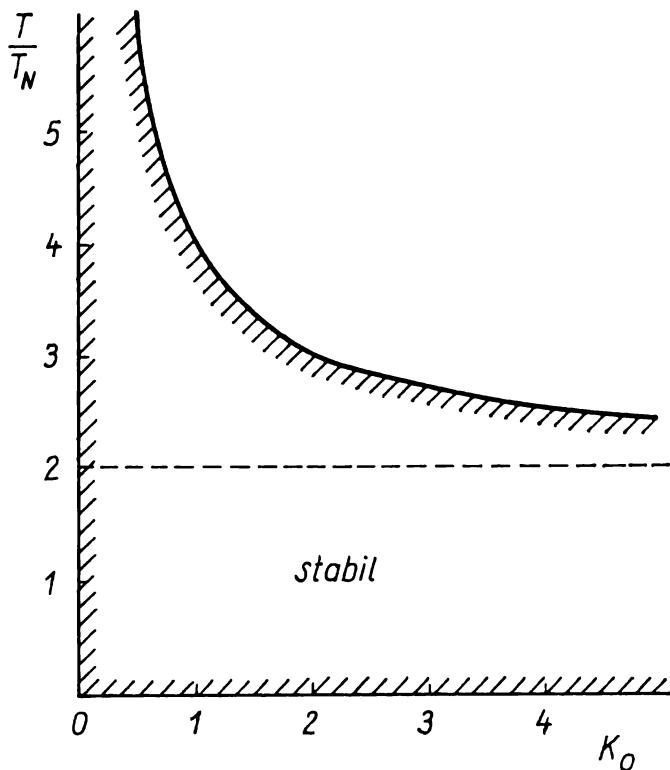


Bild 7.5. Stabilitätsgrenze im Beiwertefeld

B Ist ein Regelkreis mit IT_1 -Strecke und I -Regler stabil?

Lösung:

$$G_S = \frac{K_{IS}}{1 + Tp}; \quad G_R = \frac{K_{IR}}{p} \quad (7.18)$$

$$\text{charakteristische Gleichung: } Tp^3 + p^2 + K_{IS}K_{IR} = 0 \quad (7.19)$$

Unabhängig von den Werten der Parameter der Regelstrecke und der gewählten Einstellung des I -Reglers ist der Regelkreis wegen $a_1 = 0$ immer instabil (strukturinstabil). Auch wenn die Verzögerung der Regelstrecke von beliebig hoher Ordnung ist, bleibt $a_1 = 0$ und die Aussage »instabil« erhalten.

Strukturstabilität und Strukturinstabilität

Man bezeichnet Regelkreise, die bei beliebiger Wahl der Werte ihrer Parameter (kein Vorzeichenwechsel!)

- stabil sind, als strukturstabil
- instabil sind, als strukturinstabil.

Stabilitätsuntersuchungen linearer Systeme bereiten bei Verwendung der Stabilitätskriterien keine größeren Schwierigkeiten. Die Betrachtungen sind nun zu ergänzen, da in der Praxis nicht nur ein stabiler Regelvorgang, sondern ein gemäß Aufgabenstellung günstiger Regelvorgang gefordert wird. Ausgehend von der Stabilitätsbedingung und den Stabilitätskriterien soll nun versucht werden, Verständnis für die Problematik und Einblick in Methoden zu geben, die zum günstig dimensionierten Regelkreis führen.

Günstiger Regelvorgang

Während die Stabilität allein durch die Pole der Übertragungsfunktion bestimmt wird, haben Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion für Stör- oder Führungsverhalten Einfluß auf die Güte des Regelvorganges. Die folgende Übertragungsfunktion (Gl. 7.20) und ihre Sprungantwort (Gl. 7.21) dienen als Beispiel, die additive Überlagerung von Teilvergängen und den Einfluß von Polen und Nullstellen auf die Teilvergänge und den Gesamtvergang zu erkennen.

$$G(p) = \frac{K(1 + T_D p)}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad (7.20)$$

$$x_a(t) = K x_0 \left[1 + \frac{T_D - T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} - \frac{T_D - T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} \right] \quad (7.21)$$

Allgemein ergeben sich folgende Bemerkungen:

1. Ein reeller Pol bestimmt das Abklingen des aperiodischen Teilverganges, z. B. e^{-t/T_1} , ein konjugiert komplexes Polpaar Frequenz und Dämpfung.
2. Pole und Nullstellen werten den Teilvergang durch Festlegung des Koeffizienten vor der e -Funktion (s. Gl. 7.21).
3. Dicht benachbarte Pole und Nullstellen heben sich in ihrer Wirkung gegenseitig auf (in Gl. 7.21 wird bei $T_D \approx T_2$ der letzte Summand null, ein Kürzen in Gl. 7.20 ist möglich).
4. Zu wichtigen Teilvergängen gehören Pole nahe der imaginären Achse. Der Einfluß dieser Pole dominiert, wenn die üblichen Pole mindestens den dreifachen Abstand von der Achse haben. Günstige Regelvorgänge bedingen ein **dominierendes Polpaar**.

Forderungen an die Regelgüte beschränken die Lage des dominierenden Polpaars p_1/p_2 in der linken Halbebene (s. Bild 7.6):

- a) Eine nicht zu große Ausregelzeit verlangt eine bestimmte Stabilitätsreserve $|\delta|_{\min}$. Daraus folgt: $|\delta| > |\delta|_{\min}$. Die achsenparallele Gerade 1 legt die Gebiets einschränkung fest.
- b) Eine zulässige maximale Überschwingweite legt den minimalen Dämpfungsgrad D_{\min} fest. Daraus folgt: $1 > D > D_{\min}$. Die Gebietseinschränkung erfolgt durch die Strahlen 2 und 3.
- c) Die gewünschte, nicht zu geringe Geschwindigkeit des Regelvorganges fordert eine Frequenz des gedämpften Systems $\omega > \omega_{\min}$. Die Gebietseinschränkung ergibt sich durch die achsenparallelen Geraden 4 und 5.

Mit Veränderung der Einstellwerte des Reglers ändert sich die Lage der Pole und Nullstellen. Der Entwurf von Regelkreisen durch die Festlegung der Pol-Nullstellen-Verteilung ist möglich, wenn auch schwierig. Die Methode wird nur in Ausnahmefällen angewendet.

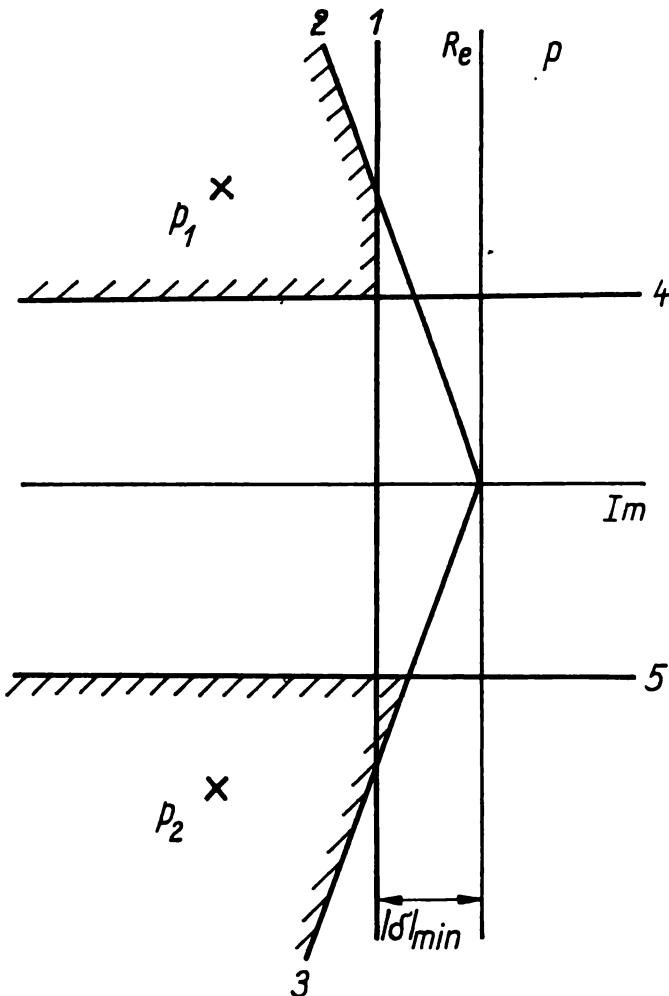


Bild 7.6. Lage des dominierenden Polpaars für einen günstigen Regelvorgang

Einstellregel nach ZIEGLER und NICHOLS

Experimentelle Untersuchungen am geschlossenen Regelkreis führen bei einfachen Regelungsaufgaben zu günstigen Lösungen.

Die Einstellregel nach ZIEGLER und NICHOLS lautet:

1. Den im geschlossenen Regelkreis vorhandenen Regler schaltet man zum P-Regler um, z. B. wird ein *PID*-Regler näherungsweise durch $T_N \rightarrow \infty$, $T_V \rightarrow 0$ zum *P*-Regler.
 2. Die Verstärkung K_R dieses *P*-Reglers wird sehr langsam vergrößert, bis der Regelkreis mit $K_{R\text{krit}}$ die Stabilitätsgrenze erreicht. Die Stabilitätsgrenze ist an Schwingungen konstanter Amplitude der Regelgröße erkennbar, wobei alle Übertragungsglieder im linearen Bereich arbeiten müssen.
 3. Von diesen Schwingungen bestimmt man die Schwingungsdauer T_{krit} .
 4. Für einen Dämpfungsgrad $D = 0,25$ werden folgende Einstellwerte empfohlen:

Regler	$K_R/K_{R\text{krit}}$	T_N/T_{krit}	T_V/T_{krit}
P	0,5	—	—
PI	0,45	0,85	—
PID	0,6	0,5	0,12

7.3. Untersuchungen im Zeitbereich am offenen Regelkreis

Neben den experimentellen Untersuchungen am geschlossenen Regelkreis wird auch der offene (aufgeschnittene) Regelkreis (s. Bild 7.7) für die Stabilitätsprüfung und die Dimensionierung herangezogen.

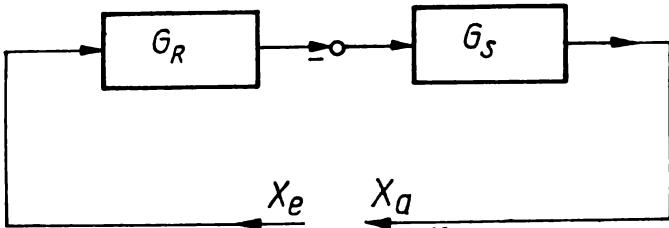


Bild 7.7. Offener Regelkreis

Stabiler Regelsvorgang

Aus der experimentell bestimmten Sprungantwort des offenen Regelkreises kann man auf die Stabilität des geschlossenen Regelkreises schließen. Nach den **Stabilitätskriterien von KÜPFMÜLLER (1928)** wird zunächst die Sprungantwort des offenen Regelkreises vereinfacht, indem man ihren wirklichen Verlauf durch einen angenäherten ersetzt mittels

- asymptotischer Geraden oder Tangenten
- einer Totzeit oder einer Totzeit und einer Zeitkonstanten statt der Verzögerung höherer Ordnung.

Tabelle 7.1. Stabilitätskriterien nach KÜPFMÜLLER

verhalten des offenen Regelkreises	Stabilitätsgrenze des geschlossenen Regelkreises		
Vereinfachte Sprungantwort	angenäherte Übertragungsfunktion	Kreisverstärkung K_{krit}	Schwingungsdauer T_{krit}
	$K e^{-T_t p}$	1	$2 T_t$
	$\frac{K}{1 + T_1 p} e^{-T_t p}$	$\approx \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T_1}{T_t} + 1$	$2 T_t$ für $T_t \gg T_1$ $4 T_t$ für $T_t \ll T_1$
	$\frac{K}{T_a p} \left[e^{-T_u p} - e^{-(T_a + T_u) p} \right]$	$\approx \frac{T_a}{T_u} + 1$	$2 T_u + T_a$
	$\frac{K_I}{p} e^{-T_t p}$	$K_I = \frac{\pi}{2 T_t}$	$4 T_t$

Die Stabilitätskriterien von KÜPFMÜLLER (s. Tab. 7.1), Ergebnisse exakter Rechnungen, geben Auskunft, ob der Verlauf der angenäherten Sprungantwort auf einen stabilen geschlossenen Kreis schließen lässt. Durch die Vereinfachung der Sprungantwort ergeben sich Fehler bei der Einschätzung der Stabilitätsgrenze, wie es das Beispiel »Herleitung eines Kriteriums und Vergleich mit Wurzelberechnungen des nichtvereinfachten Regelkreises« zeigt:

Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises

<p>ohne Vereinfachung</p> $G(p) = -G_S(p)G_R(p) = -\frac{K}{Tp(1+Tp)^3}$	<p>mit Vereinfachung</p> $G_N(p) = -\frac{K}{Tp} e^{-T_tp} \text{ mit } T_t = 3T$
--	---

(7.22)

charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises

$1 - G(p) = 0$	$1 - G_N(p) = 0$
----------------	------------------

(7.23)

$T^4p^4 + 3T^3p^3 + 3T^2p^2 + Tp + K = 0$	$Tp + K e^{-T_tp} = 0$
---	------------------------

(7.24)

Stabilitätsgrenze $p = j\omega$

$(\omega T)^4 - 3j(\omega T)^3 - 3(\omega T)^2 + j\omega T + K = 0$	$j\omega T + K(\cos \omega T_t - j \sin \omega T_t) = 0$
---	--

(7.25)

$K_{\text{krit}} = 0,89; T_{\text{krit}} = 10,9T$	$K_{\text{krit}} = 0,52; T_{\text{krit}} = 12T$
---	---

Nach der exakten Rechnung wäre also der geschlossene Regelkreis stabil, wenn $K_{\text{skrit}} < 0,89$ ist. Aus dem Stabilitätskriterium von KÜPFMÜLLER folgt $K_{\text{krit}} < 0,52$. Die durch die Vereinfachung bedingte Abweichung ergibt eine zusätzliche Stabilitätsreserve.

Günstiger Regelvorgang

Bei Kenntnis der Sprungantwort der Regelstrecke lassen sich durch »Faustformeln« Einstellungen des Reglers angeben, die einen günstigen Regelvorgang sichern. In vielen Untersuchungen am Analogrechner sind die Einstellwerte (s. Tab. 7.2 und 7.3) ermittelt worden. Bei einer Strecke mit Ausgleich werden in die experimentell ermittelte Sprungantwort, wie im Bild 5.4 b), die Wendetangente eingezeichnet und Übertragungsfaktor K_S , Verzugszeit T_u und Ausgleichszeit T_a ermittelt.

Tabelle 7.2. Reglereinstellwerte nach einfacher, älterer Faustformel

Regler	$K_S K_R$	T_N	T_V
P	$1,0 \frac{T_a}{T_u}$	—	—
PI	$0,8 \frac{T_a}{T_u}$	$3T_u$	—
PD	$1,2 \frac{T_a}{T_u}$	—	$0,25 T_u$
PID	$1,2 \frac{T_a}{T_u}$	$2T_u$	$0,42 T_u$

Tabelle 7.3. Reglereinstellwerte nach differenzierter Faustformel

Regler	Aperiodischer Regelvorgang mit kürzester Ausregelzeit			Regelvorgang mit 20% Überschwingweite und kleinster Schwingungsdauer		
	Typ	Parameter	Führung	Störung	Führung	Störung
P	$K_S K_R$	0,3	T_a/T_u	0,3	T_a/T_u	0,7
PI	$K_S K_R$	0,35	T_a/T_u	0,6	T_a/T_u	0,6
	T_N	1,2	T_a	4,0	T_u	1,0
PID	$K_S K_R$	0,6	T_a/T_u	0,95	T_a/T_u	0,95
	T_N	1,0	T_a	2,4	T_u	1,35
	T_V	0,5	T_u	0,42	T_u	0,47

B Im Abschnitt 5.4. wurde eine verfahrenstechnische Regelstrecke (Cyclohexanoldehydrierung, s. Bild 5.10) analysiert. Die experimentell ermittelte Sprungantwort der Strecke des Regelkreises TRC 4 ist im Bild 5.11 gegeben. Diese Sprungantwort soll jetzt dazu verwendet werden, den Regelkreis TRC 4 mit einer PI-Regeleinrichtung zu dimensionieren.

Angewandt wird die Einstellung des Reglers nach den Faustformeln in Tabelle 7.2 und 7.3 (Störverhalten für aperiodischen Regelvorgang und für Regelvorgang mit 20% Überschwingweite). Die Ermittlung von $T_u = 180$ s und $T_a = 1030$ s zeigt Bild 7.8, während $K_S = 1,2 \frac{K}{dm^3/s}$ im Abschnitt 5.4. bestimmt wurde.

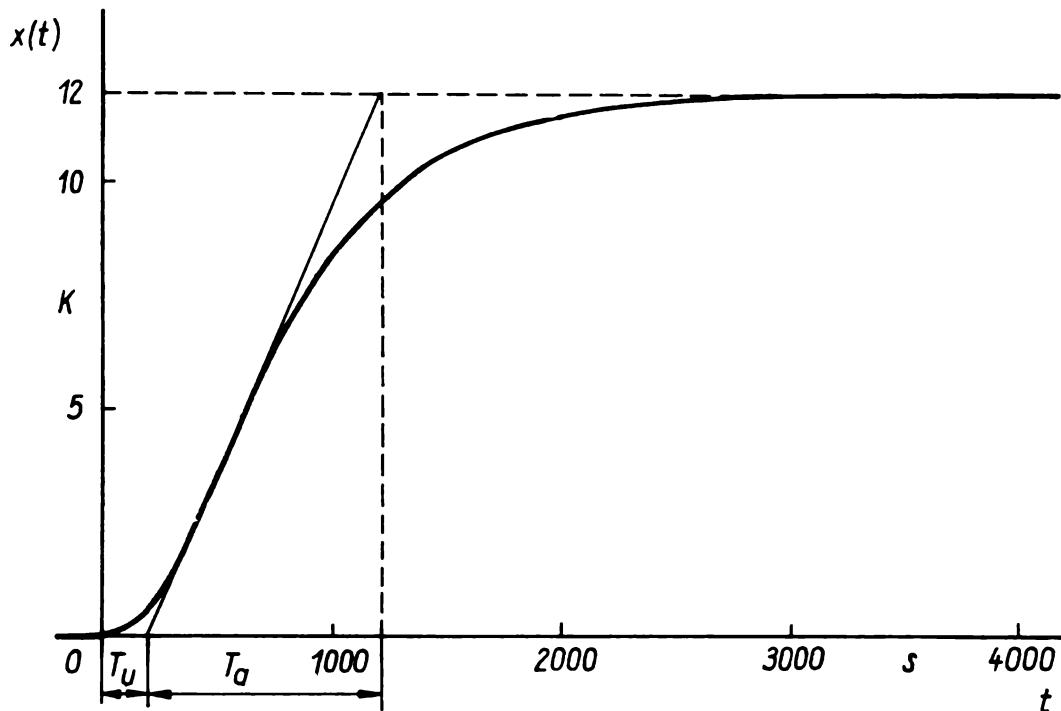


Bild 7.8. Ermittlung T_u und T_a in der Sprungantwort der Regelstrecke

Es ergeben sich folgende Kennwerte für die PI-Reglereinstellung:

Fall A (nach Tabelle 7.2): $K_R = 3,82 \frac{dm^3/s}{K}$, $T_N = 540$ s

$$\text{Fall B (nach Tabelle 7.3): } K_R = 2,86 \frac{\text{dm}^3/\text{s}}{\text{K}}, \quad T = 720 \text{ s}$$

$$\text{Fall C (nach Tabelle 7.3): } K_R = 3,34 \frac{\text{dm}^3/\text{s}}{\text{K}}, \quad T_N = 414 \text{ s}$$

Im Bild 7.9 wurden die Sprungantworten der Regelgröße für das Störverhalten des Regelkreises TRC 4 nach den drei Fällen der *PI*-Reglereinstellung gegenübergestellt. Die Faustformeln stellen den Versuch dar, bei geringen Kenntnissen von den Eigenschaften der Regelstrecke (K_S , T_u , T_a) eine erste brauchbare Einstellung des Reglers anzugeben. Für das betrachtete Beispiel ergibt sich der günstigste Regelvorgang bei Einstellung des *PI*-Reglers nach Fall B.

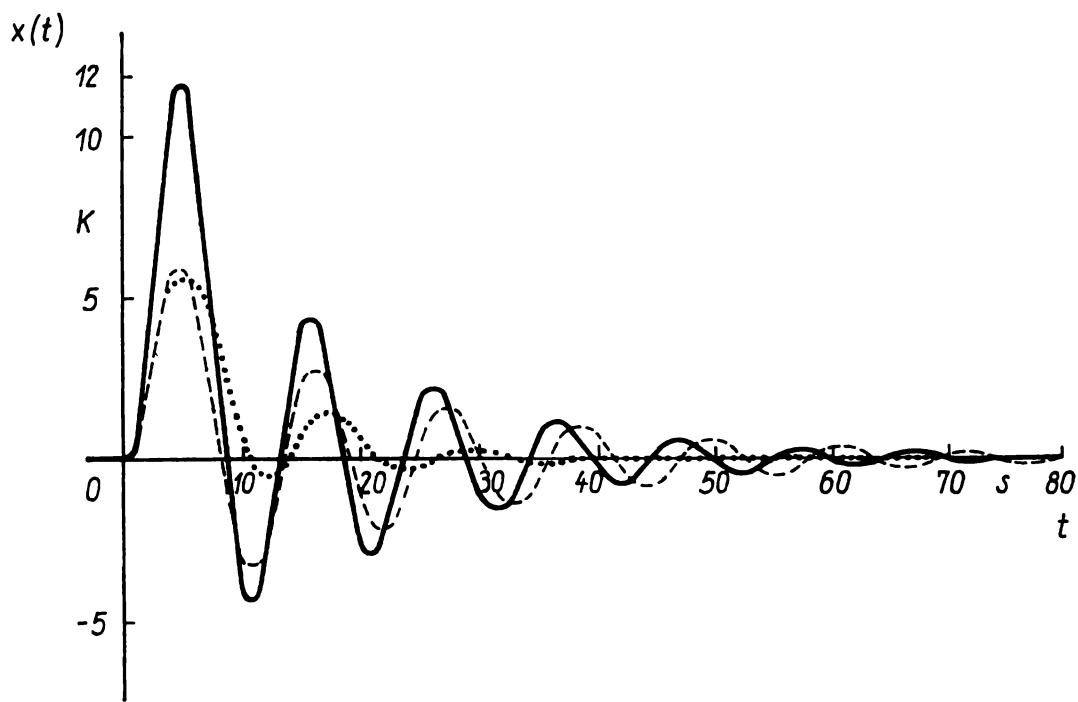


Bild 7.9. Sprungantworten der Regelgröße für den nach Faustformeln dimensionierten Regelkreis mit *PI*-Regler

Fall A —————

Fall B

Fall C

7.4. Untersuchungen im Frequenzbereich am offenen Regelkreis

In einigen technischen Disziplinen, besonders in der Elektrotechnik und teilweise im Maschinenbau, werden dynamische Untersuchungen vorwiegend im Frequenzbereich vorgenommen. Es ergibt sich damit die Frage, ob es ähnliche Methoden im Frequenzbereich zur Stabilitätsuntersuchung und Dimensionierung des Regelkreises gibt, wie sie im Abschnitt 7.3. für den Zeitbereich dargestellt wurden. Da der Verfahrenstechniker bei dynamischen Betrachtungen seiner Systeme (Prozesse und Apparate) überwiegend im Zeitbereich denkt und arbeitet, können die Darstellungen über Untersuchungsmethoden im Frequenzbereich hier kurz gefaßt werden.

Für die experimentellen Untersuchungen des offenen Regelkreises im Frequenzbereich wird an der Schnittstelle des Regelkreises (s. Bild 7.7) der Eingangsgröße x_e ein sinusförmiges Signal aufgeprägt: $x_e = x_{eo} \sin \omega t$. Im vorausgesetzten linearen System verändert sich damit nach der Einschwingzeit die Ausgangsgröße x_a sinusförmig mit gleicher Frequenz, aber Amplitude von Eingangs- und Ausgangsgröße können ungleich sein. In der Regel tritt zwischen den Eingangs- und Ausgangsschwingungen auch eine Phasenverschiebung φ auf: $x_a = x_{ao} \sin (\omega t + \varphi)$.

Der Schwingungsvorgang wird sich beim Schließen des Kreises nicht verändern, d. h., die fremderregte Schwingung wird zur Dauerschwingung im geschlossenen Kreis (Stabilitätsgrenze), wenn das Amplitudenverhältnis im offenen Kreis eins und die Phasenverschiebung null sind:

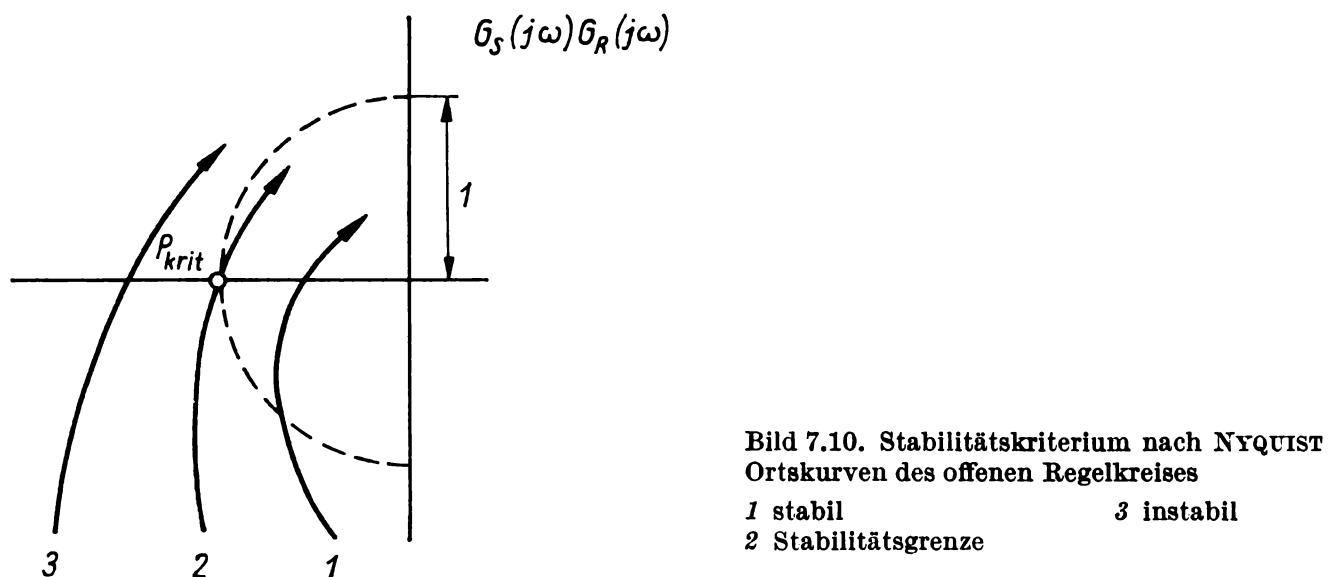
$$\frac{x_{ao}}{x_{eo}} = |G_S(j\omega)G_R(j\omega)| = 1 \quad (7.26)$$

$$\varphi = \arg [-G_S(j\omega)G_R(j\omega)] = 0. \quad (7.27)$$

Zeichnet man in einer komplexen Ebene die Ortskurve des Frequenzganges des offenen Regelkreises (in dieser Darstellung ist es üblich, die Vorzeichenumkehr im Kreis nicht zu berücksichtigen), so wird die Stabilitätsgrenze durch den **kritischen Punkt P_{krit}** mit den folgenden Polarkoordinaten angegeben (Schnittpunkt der Ortskurve mit der negativen reellen Achse; s. a. Bild 7.10):

$$P_{krit} = [|G_S G_R| = 1; \varphi = -\pi]. \quad (7.28)$$

Gilt für den Schnittpunkt mit der negativen reellen Achse $|G_S G_R| > 1$, so klingen die Schwingungen im geschlossenen Kreis auf (Instabilität). $|G_S G_R| < 1$ weist auf gedämpfte Schwingungen hin (Stabilität). Auf Nyquist (1932) geht das folgende **Stabilitätskriterium** zurück, das in dieser sehr einfachen Formulierung in einer Vielzahl von Fällen anwendbar ist:



Die Regelung ist stabil, wenn der kritische Punkt links von der Ortskurve des Frequenzganges des offenen Regelkreises liegt, auf der ein Beobachter nach wachsenden Frequenzen hin wandert.

In Anlehnung an das Stabilitätskriterium von Nyquist lassen sich auch Hinweise für die Dimensionierung des Regelkreises geben. Verständlich ist, daß der Abstand der Ortskurve des Frequenzganges des offenen Kreises vom kritischen Punkt einen gewissen Betrag nicht unterschreiten darf. Diese anschauliche Forderung ist in den beiden Begriffen **Amplitudenvorrat** (Amplitudenrand) A_{Rd} und **Phasenvorrat** (Phasenrand) φ_{Rd} , definiert an der Ortskurve des Frequenzganges des offenen Regelkreises (s. Bild 7.11), festlegbar. Für einen günstigen Regelsvorgang werden empfohlen:

$$A_{Rd} \approx 0,5 \quad \text{und} \quad 30^\circ < \varphi_{Rd} < 60^\circ. \quad (7.29)$$

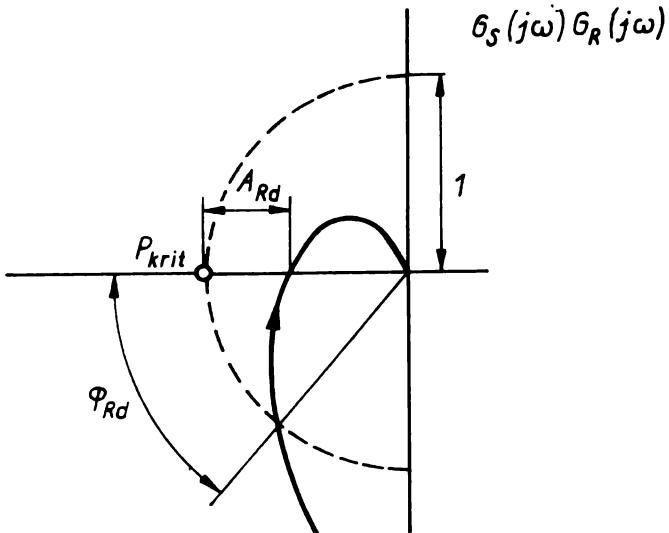


Bild 7.11. Amplitudenvorrat und Phasenvorrat

Es sind Methoden entwickelt worden, um den Regler entsprechend den Forderungen einstellen zu können.

Zusammenfassung

Sowohl zur Stabilitätsuntersuchung als auch zur Dimensionierung des günstigen Regelvorganges wurden Methoden angegeben, die sich in den erforderlichen Voraussetzungen unterscheiden:

- Kenntnis des mathematischen Modells der Regelstrecke: exakte Berechnung der Wurzeln der charakteristischen Gleichung des geschlossenen Regelkreises, Anwendung des Stabilitätskriteriums von ROUTH oder von HURWITZ
- experimentelle Untersuchung am geschlossenen Regelkreis: Reglereinstellung nach ZIEGLER und NICHOLS
- experimentelle Untersuchung am offenen Regelkreis: Stabilitätskriterien von KÜPFMÜLLER und von NYQUIST, Reglereinstellung nach Näherungsformeln (Faustformeln).

Die im konkreten Fall erfüllbaren Voraussetzungen (Stadium der Projektierung, Umstellung der Regelung von Hand auf Automatik) entscheiden über die Anwendbarkeit der verschiedenen Methoden.

8. Störgrößenaufschaltung und mehrschleifiger Regelkreis

Die bisherigen Darlegungen bezogen sich auf den einfachen Regelkreis, wie er im Bild 8.1 dargestellt ist. Er enthält eine Regelgröße $X(p)$, die mit der Führungsgröße $W(p)$ verglichen wird. Aus der Differenz beider Größen, der Regelabweichung $X_w(p)$, bildet der Regler auf Grund seiner Übertragungsfunktion $G_R(p)$ die Stellgrößenänderung $Y(p)$, welche am Streckeneingang wirksam wird. Man spricht von einer einschleifigen oder einparametrischen Regelung. Die Stabilität und die Güte

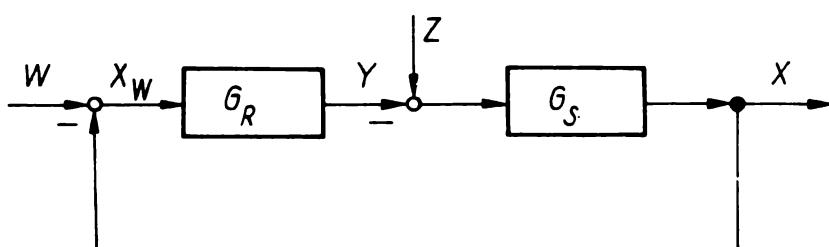


Bild 8.1. Einfacher Regelkreis

eines einschleifigen Regelkreises sinken mit steigender Verzögerungsordnung der Regelstrecke (die Ortskurve des Frequenzganges des offenen Regelkreises durchläuft eine wachsende Anzahl von Quadranten) und insbesondere beim Hinzukommen von Totzeitanteilen (ohne Änderung des Amplitudenverhältnisses treten größere Phasenverschiebungen auf) rasch ab. Es entsteht damit das Problem, auch bei derartigen Regelstrecken die vorgegebenen Forderungen hinsichtlich der Regelgüte zu erfüllen. Dies kann dadurch erreicht werden, daß der Regler zusätzliche Informationen erhält (Störgrößenaufschaltung, Regelung mit Hilfsregelgröße) oder daß weitere Stellmöglichkeiten gefunden werden (Regelung mit Hilfsstellgröße). Für die Verwendung von Regelungsstrukturen mit Störgrößenaufschaltung oder mit Hilfsregelgröße sind bessere Kenntnisse der Eigenschaften der Regelstrecke erforderlich. Im Bild 8.2 ist das Signalflußbild der Regelstrecke so dargestellt, wie es als Grundlage für die Realisierung eines Regelkreises mit Störgrößenaufschaltung oder eines Regelkreises mit Hilfsgröße benötigt wird. Wie üblich ist das Stellglied im Streckenteil S_1 mitenthalten.

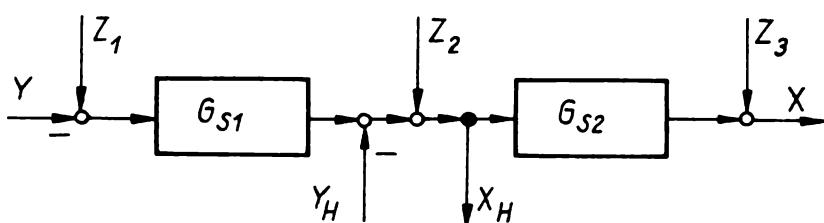


Bild 8.2. Regelstrecke mit mehreren Störgrößen und Hilfsgrößen
 X_H Hilfsregelgröße
 Y_H Hilfsstellgröße

Die Hilfsgrößen dienen der Verbesserung des Regelverhaltens, sind aber meist keine verfahrenstechnisch besonders interessierenden Größen.

8.1. Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung

Ist im Bild 8.2 Z_2 die dominierende Störgröße (Hauptstörgröße), dann empfiehlt sich die »Aufschaltung der Störgröße« Z_2 . Dazu wird die Störgröße Z_2 gemessen, was voraussetzungsgemäß möglich sein muß, durch ein **Steuerglied** mit der Übertragungsfunktion G_{St} geeignet umgeformt und mit Vorzeichenwechsel auf das Stellglied aufgeschaltet (s. Bild 8.3). Es entsteht eine Regelung (Regelkreis) mit überlagerter **Führungssteuerung** (Signalweg über G_{St} , G_{S1} und G_{S2}).

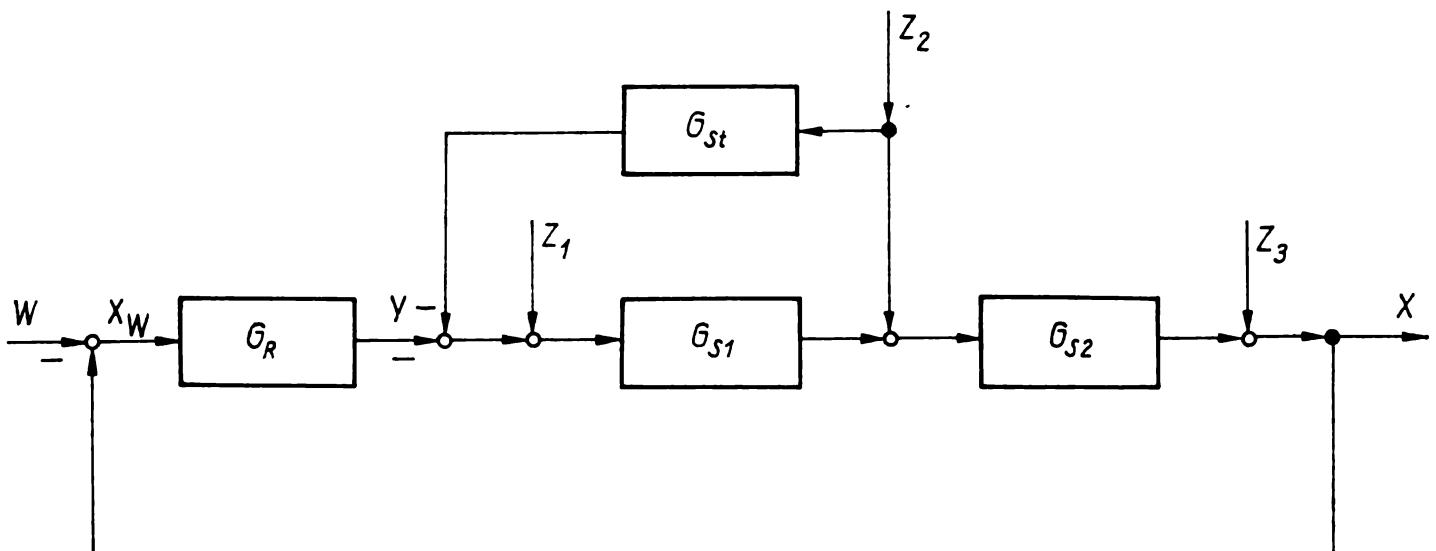


Bild 8.3. Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung

B Temperaturregelung eines dampfbeheizten Wärmeübertragers für Wasser

Der Wärmeübertrager ist im Bild 8.4 dargestellt. Als dominierende Störgröße tritt die zeitlich stark wechselnde Wasserentnahme M_W auf. Weitere Störgrößen (ϑ_{We} : Temperaturänderungen des zufließenden Kaltwassers, ϑ_D : Temperaturänderungen des Dampfes, ϑ_U : Umgebungstemperaturänderungen, p_D : Änderungen des Dampfdruckes vor dem Ventil) sind demgegenüber von vergleichsweise geringerer Wirkung.

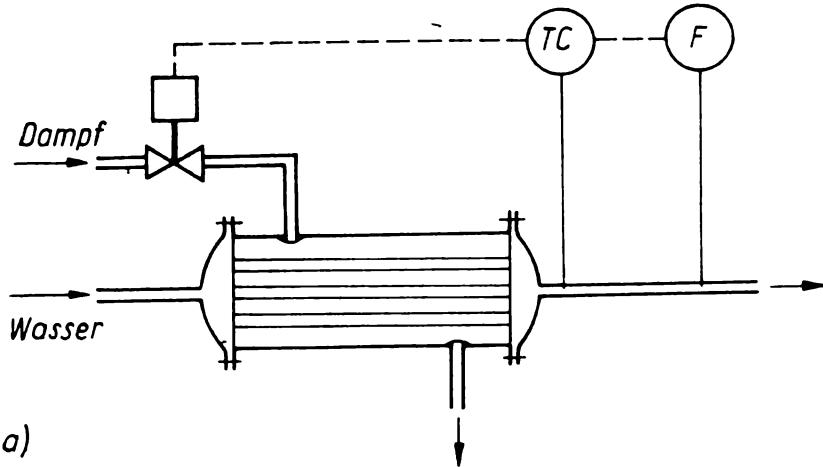
Zur Verbesserung des Regelverhaltens wird der Wasserdurchfluß (Hauptstörgröße) gemessen und dieses Signal dem Regler (aus gerätetechnischen Gründen nicht dem Stellglied) zugeführt. Bei Änderung des Wasserdurchflusses (Energiebedarf) verändert der Regler sofort den Dampfstrom (Energiezufuhr), ohne erst eine Regelgrößenänderung (ϑ_{Wa} : Wassertemperatur am Ausgang) abzuwarten. Bild 8.4 b) zeigt das Signalflußbild des Regelkreises. Im Vergleich zum abstrahierten Signalflußbild der Störgrößenaufschaltung im Bild 8.3 ist bei diesem konkreten Beispiel das Signalflußbild der Regelstrecke von nicht so einfacher Struktur.

Zur Bestimmung der Übertragungsfunktion des Steuergliedes $G_{St}(p)$ (s. Bild 8.3) geht man von der entsprechenden Störübertragungsfunktion des Regelkreises aus:

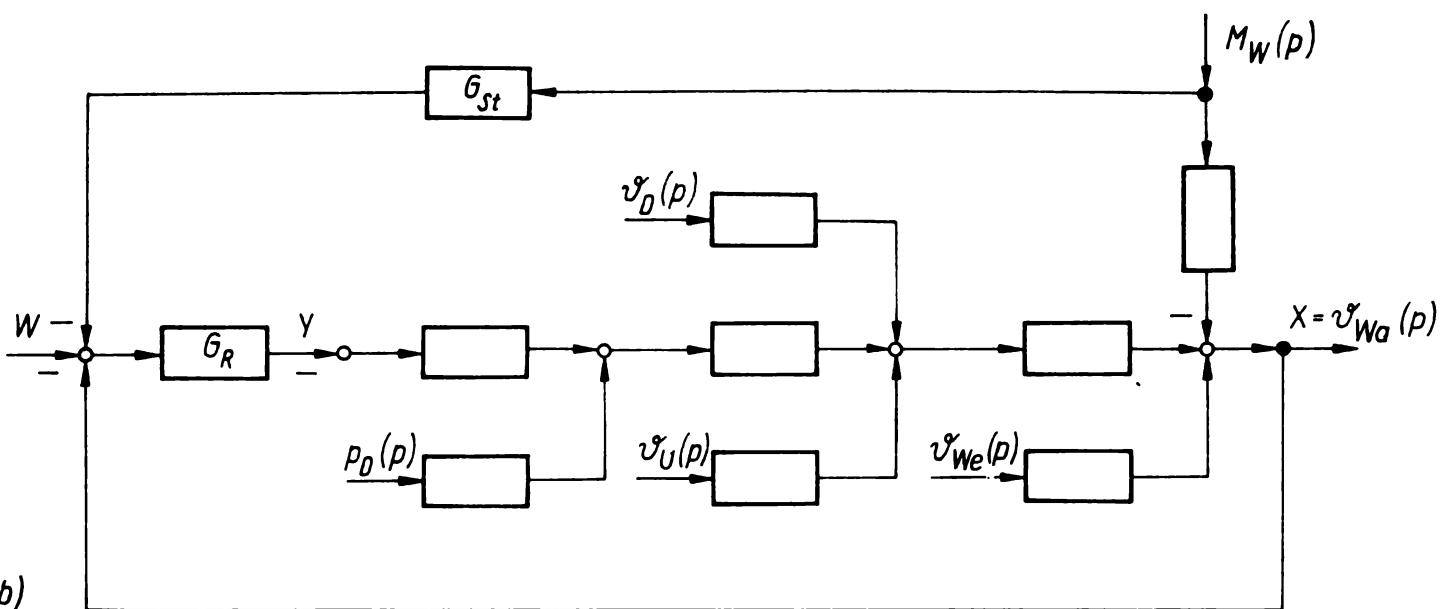
$$G_{Z2}(p) = \frac{X(p)}{Z_2(p)} = \frac{G_{S2} (1 - G_{St} G_{S1})}{1 + G_{S1} G_{S2} G_R}. \quad (8.1)$$

Die Regelgröße X soll von Änderungen der Störgröße Z_2 unabhängig (invariant) werden, d. h. die **Invarianzbedingung** lautet:

$$G_{Z2}(p) \equiv 0. \quad (8.2)$$



a)



b)

Bild 8.4. Temperaturregelung eines dampfbeheizten Wärmeübertragers (Störgrößenaufschaltung)
 a) technologisches Schema b) Signalflußbild

Aus der Erfüllung der Invarianzbedingung folgt für das Steuerglied:

$$G_{st}(p) = \frac{1}{G_{s1}}. \quad (8.3)$$

Die Forderung (Gl. 8.3) ist mit vernünftigem Aufwand nur dann zu verwirklichen, wenn der Streckenteil S_1 einen vergleichsweise geringen Beitrag zum Gesamtverzögerungsverhalten der Regelstrecke liefert. Ist die Invarianzbedingung nicht exakt und auch nicht näherungsweise erfüllbar, so begnügt man sich häufig mit der Invarianz im Beharrungszustand (statische Invarianz):

$$G_{st} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{G_{s1}}. \quad (8.4)$$

Aus Gleichung (8.1) ist ersichtlich, daß die Stabilität des Regelkreises durch die Störgrößenaufschaltung nicht verändert wird (unveränderter Nenner in den Übertragungsfunktionen des Regelkreises). Führungsverhalten und Störverhalten des Regelkreises für die übrigen Störgrößen werden durch die Störgrößenaufschaltung gleichfalls nicht beeinflußt.

Die Aufschaltung der Hauptstörgröße Z_2 ist lediglich als eine zusätzliche Übertragung von Z_2 über G_{st} , G_{s1} und G_{s2} auf X anzusehen, die zum Zwecke der Kompen-

sation der verfahrenstechnisch bedingten Beeinflussung von Z_2 über G_{S2} auf X vorgenommen wird. Die Betrachtung des Signalflußbildes, Bild 8.3, unter diesen Gesichtspunkten führt unmittelbar zur Gleichung (8.3).

8.2. Regelkreis mit Hilfsregelgröße

Zur Erfüllung der Güteforderungen wird bei einer sehr trägen Regelstrecke mit größeren Störgrößenänderungen am Streckeneingang, die sich jedoch nicht messen lassen, eine **Hilfsregelgröße** X_H verwendet (s. Bild 8.2). Es entsteht ein zweischleifiger Regelkreis (s. Bild 8.5).

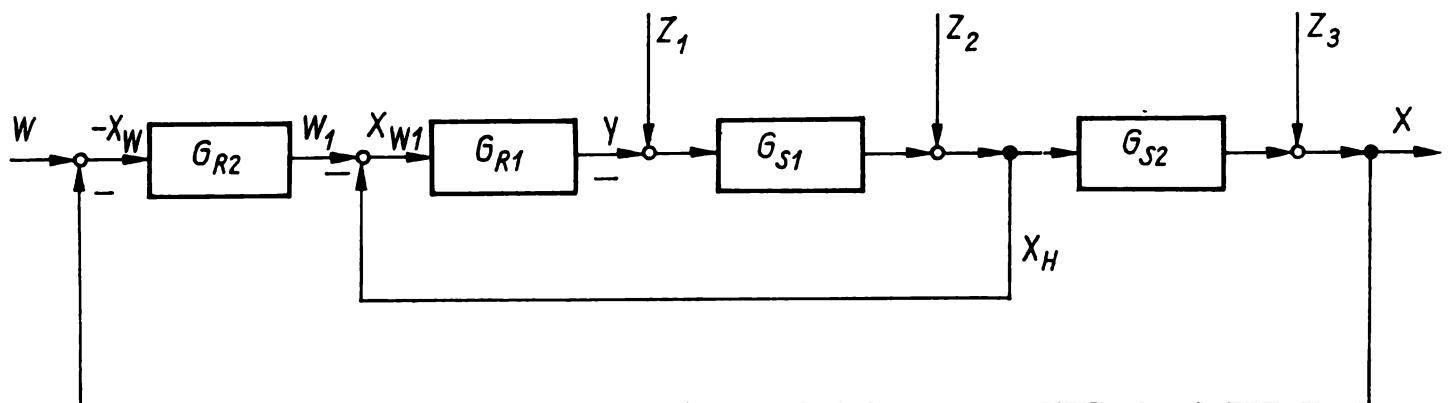


Bild 8.5. Kaskadenregelung

Der Vorteil dieser mehrschleifigen Regelung besteht darin, daß durch Hinzunahme des Hilfsreglers mit der Übertragungsfunktion G_{R1} ein relativ schneller Hilfsregelkreis aufgebaut wird, wozu ein verzögerungssarmer Streckenteil S_1 Voraussetzung ist. Durch die Tätigkeit des Hilfsregelkreises gelangt der Störeinfluß gar nicht erst durch die gesamte, träge Regelstrecke bis zur Regelgröße, sondern wird bereits durch den Hilfsregelkreis »ausgeregelt«.

Der Hauptregler mit der Übertragungsfunktion G_{R2} verarbeitet die Regelabweichung $-X_w$ (das Minuszeichen ergibt sich, weil wegen der erforderlichen Vorzeichenumkehr im äußeren Regelkreis die Regelgröße X von der Führungsgröße W abgezogen werden muß) und bildet für den inneren Regelkreis die variable Führungsgröße W_1 . Die Güte der Regelung wird auch bei dieser Regelung, der **Kaskadenregelung**, durch die Regelabweichung X_w (nicht X_{w1}) bestimmt.

- B** Temperaturregelung eines kontinuierlich durchflossenen Rührkesselreaktors
Bild 8.6 zeigt einen warmwasserbeheizten Rührkesselreaktor. Das Wasser wird in einem dampfbeheizten Wärmeübertrager erhitzt. Infolge der zweimaligen Wärmeübertragung und des Energietransportes durch die strömenden Medien Dampf und Wasser ändert sich die Temperatur im Rührkesselreaktor (Regelgröße x) nach einer sprunghaften Verstellung des Dampfventils (Stellgröße y) nur sehr zögernd. Die Übertragungsfunktion weist mehrere Zeitkonstanten sowie einen zusätzlichen Totzeitanteil auf. Eine genaue Temperaturstabilisierung mit einem einfachen Regelkreis ist unter diesen Voraussetzungen nicht möglich. Die zusätzliche Messung einer Hilfsregelgröße x_H , der Temperatur des Wassers, erlaubt den Aufbau einer Kaskadenregelung. Der gute Wärmeübergang vom Dampfrohr zum Wasser infolge der hohen Strömungsgeschwindigkeit des Dampfes führt zu einem schnellen Hilfsregelkreis. Die Kaskadenregelung der Temperatur erhöht die Regelgüte wesentlich.

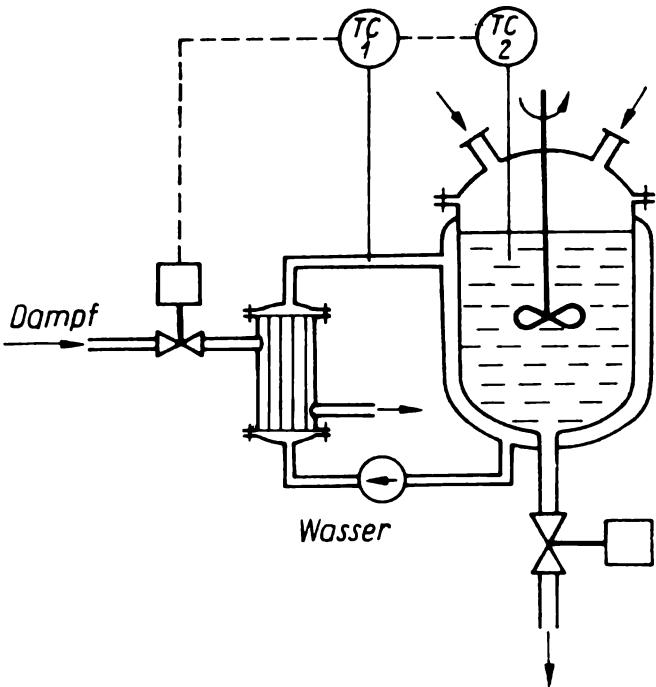


Bild 8.6. Temperaturregelung eines kontinuierlichen Rührkesselreaktors (Kaskadenregelung)

Bei der Kaskadenregelung wird die Stabilität gegenüber dem einschleifigen Regelkreis geändert. Die charakteristische Gleichung lautet für die Kaskadenregelung im Bild 8.5:

$$1 + G_{S1}G_{R1} + G_{S1}G_{S2}G_{R1}G_{R2} = 0. \quad (8.5)$$

Durch die Hinzunahme der inneren Schleife wird die Stabilität verbessert. Der so gewonnene zusätzliche Abstand zur Stabilitätsgrenze kann dazu verwendet werden, die Regelung »härter« einzustellen und damit die Schwankungen der Regelgröße zu verringern. Die Einstellung des Hilfsreglers erfolgt so, daß im inneren Kreis ein geringer Dämpfungsgrad ($D \approx 0,1$) vorhanden ist.

Zur Herausstellung der Vorteile der Regelung mit Hilfsregelgröße (Bild 8.5) werden die Übertragungsfunktionen für Stör- und Führungsverhalten mit denen des einschleifigen Regelkreises verglichen (s. Tab. 8.1). Die Verbesserungen des Stör- und Führungsverhaltens bei der Regelung mit Hilfsregelgröße sind aus der Veränderung der Nenner der Übertragungsfunktionen bei unveränderten Zählern erkennbar. Eine Ausnahme bildet die Störübertragungsfunktion G_{Z3} , da die Störgröße nicht vom inneren Kreis umfaßt wird. Hier wird auch eine Änderung im Zähler erzielt, die sich als eine Verbesserung der Eigenschaften der Teilregelstrecke S_1 durch Rückführung deuten läßt. Eine geringfügige Verbesserung der Regelgüte ist auch in diesem Fall erreichbar.

Tabelle 8.1. Gegenüberstellung der Übertragungsfunktionen für Stör- und Führungsverhalten

	$G_{Z1} = \frac{X}{Z_1}$	$G_{Z2} = \frac{X}{Z_2}$	$G_{Z3} = \frac{X}{Z_3}$	$G_W = \frac{X}{W}$
einschleifiger Regelkreis	$\frac{G_{S1} G_{S2}}{1 + G_o}$	$\frac{G_{S2}}{1 + G_o}$	$\frac{1}{1 + G_o}$	$\frac{G_o}{1 + G_o}$
Regelkreis mit Hilfsregelgröße	$\frac{G_{S1} G_{S2}}{1 + G_{o1} + G_o}$	$\frac{G_{S2}}{1 + G_{o1} + G_o}$	$\frac{1 + G_{o1}}{1 + G_{o1} + G_o}$	$\frac{G_o}{1 + G_{o1} + G_o}$

$$G_{o1} = G_{S1} G_{R1}; \quad G_o = G_{S1} G_{S2} G_{R1} G_{R2}$$

8.3. Regelkreis mit Hilfsstellgröße

Analog zur Verwendung einer Hilfsregelgröße X_H besteht auch die Möglichkeit, eine **Hilfsstellgröße** Y_H heranzuziehen. Diese Hilfsstellgröße muß sinnvollerweise so ausgewählt werden, daß mit ihrer Hilfe die Regelgröße X mit geringerer Zeitverzögerung als durch die Stellgröße Y beeinflußt werden kann, d. h., daß der Streckenteil S_2 verzögerungsarm ist. Man erkennt im Bild 8.7, daß damit besonders Verbesserungen des Führungsverhaltens sowie des Störverhaltens für Störgrößen am Ausgang der Regelstrecke erzielt werden können.

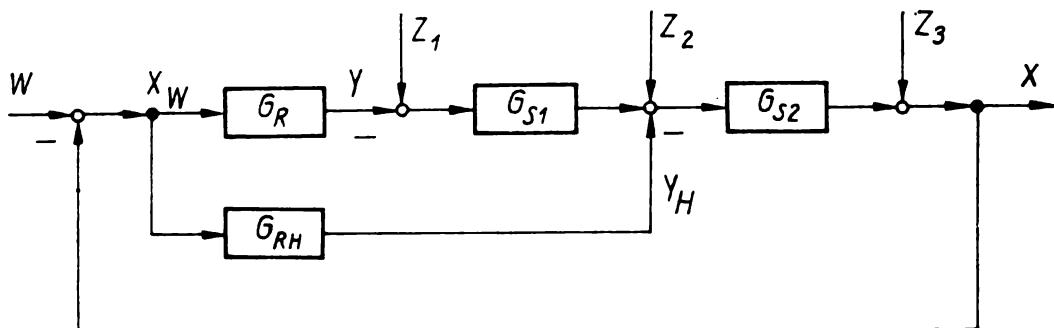


Bild 8.7. Regelkreis mit Hilfsstellgröße

B Regelung eines Bandtrocknungsvorganges

Bei der im Bild 8.8 dargestellten Trocknungsregelung eines Bandes wird eine Hilfsstellgröße verwendet. Infolge thermischer Trägheiten und der Transporttotzeit (Laufzeit) ist die Regelung des Trocknungsgrades über die Heizleistung (Stellgröße y) zu langsam. Eine festgestellte Regelabweichung kann viel schneller durch Veränderung der Bandgeschwindigkeit als Hilfsstellgröße beseitigt werden. Auch zu diesem Beispiel gilt die Aussage, daß das konkrete Signalflußbild (s. Bild 8.8 b) vom abstrahierten Signalflußbild (Bild 8.7) abweicht.

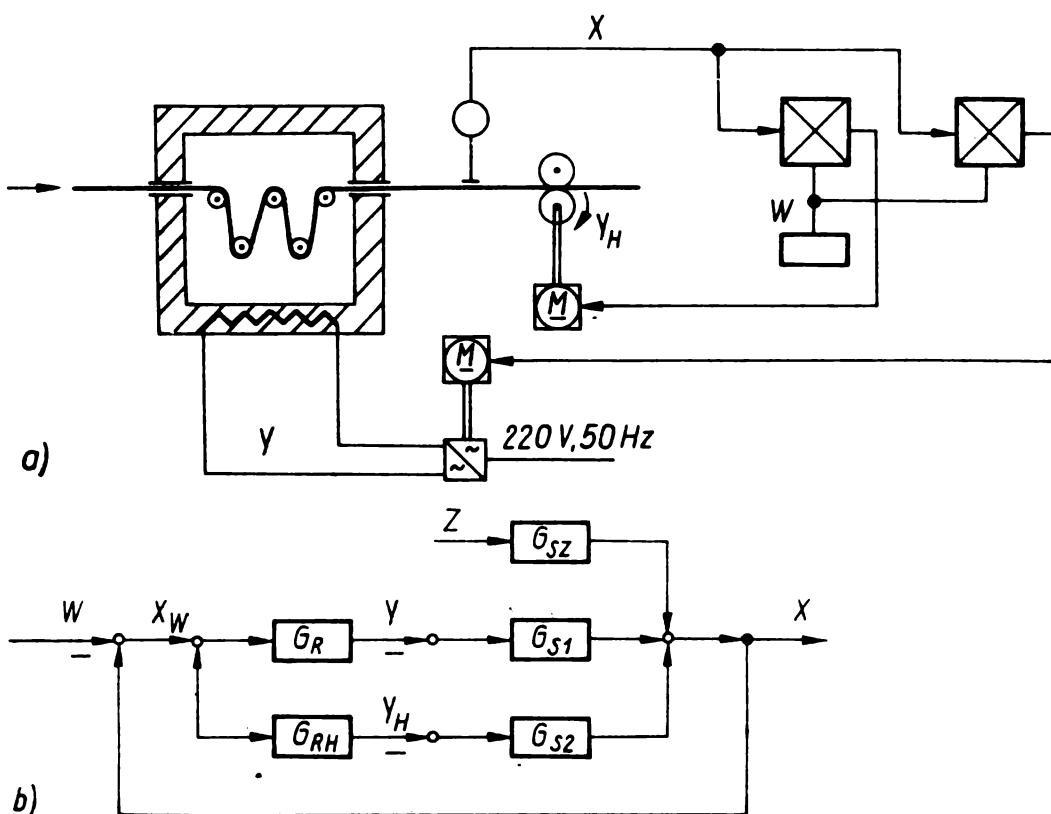


Bild 8.8. Regelung einer Bandtrocknungsanlage mit Hilfsstellgröße

a) Baugliedplan

b) Signalflußbild

Zusammenfassung

Bei ungünstiger Dynamik der Regelstrecke, kenntlich an einer hohen Ordnung der Verzögerung und an Totzeitanteilen, wird die mit einem einschleifigen Regelkreis erzielbare Regelgüte nicht befriedigen können. Die in diesem Abschnitt erläuterten Maßnahmen:

- Messung der Hauptstörgröße und Ergänzung der Regelung durch eine Führungssteuerung (Störgrößenaufschaltung)
- Verwendung von Hilfsregel- oder Hilfsstellgrößen,

sind zur Verbesserung der Automatisierungsstruktur heranzuziehen. Verständnis für die hier dargelegten Zusammenhänge in Verbindung mit guten Betriebserfahrungen und Prozeßkenntnissen sichern den Erfolg.

9. Mehrgrößenregelung

Sowohl beim einschleifigen Regelkreis als auch bei den mehrschleifigen Regelkreisen (Abschn. 8.) existiert jeweils nur eine Regelgröße x , die nach Maßgabe der verfahrenstechnischen Aufgabenstellung stabilisiert oder in gewoller Weise beeinflußt wird. Dieser Fall ist in der Industrie auch noch häufig anzutreffen, beispielsweise bei Temperaturregelungen in Öfen und Behältern oder bei der Drehzahlregelung verschiedenartiger Antriebe. Die automatische Regelung einzelner Größen ist aber für moderne Maschinen und Produktionssysteme nicht mehr typisch. Es treten vielmehr innerhalb eines technischen Systems mehrere Regelgrößen und damit Regelkreise auf, die nicht voneinander unabhängig behandelt werden können.

9.1. Definition und Gleichung der Mehrgrößenregelung

Bild 9.1 veranschaulicht ein Regelstreckensystem (Mehrgrößenregelstrecke) mit n Regelstrecken, d. h., es gibt n Eingangsgrößen (Stellgrößen) und n Ausgangsgrößen (Regelgrößen). Es ist theoretisch denkbar, daß sich diese n Regelstrecken gegenseitig in keiner Weise beeinflussen. Dann können alle Regelungen einzeln als einschleifige oder einparametrische Regelkreise aufgebaut und eingestellt werden. Das ist aber bei realen verfahrenstechnischen Prozessen nur selten der Fall. Zwischen den n Stell- und n Regelgrößen existieren unerwünschte Kopplungen. Man kann die Regelkreise nicht mehr voneinander losgelöst, sondern nur noch in ihrer Gesamtheit als sogenanntes **Mehrgrößenregelungssystem** behandeln. Zwei Beispiele mögen dies verdeutlichen.

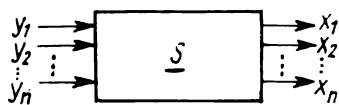


Bild 9.1. Mehrgrößenregelstrecke (Regelstreckensystem)

B Regelung eines Rührkesselreaktors

Bild 9.2 a) zeigt das technologische Schema eines Rührkesselreaktors mit Außenmantelkühlung, in dem

- die Temperatur (TI)
- die Konzentration (QI)
- der Füllstand (LI)

geregelt werden sollen. Durch eine Änderung der Stellgröße y_1 (Kühlmittelstrom) wird nicht nur die Temperatur x_1 im Reaktor beeinflußt, sondern über die Reaktionsgeschwindigkeit auch die Konzentration x_2 und durch die Dichteänderung der Reaktorfüllung auch der Füllstand x_3 . Eine Änderung der Stellgröße y_2 (Eingangsmassestrom eines Reaktionspartners) verändert ebenfalls alle drei Regelgrößen: die Konzentration x_2 und den Füllstand x_3 und über die Reaktionsgeschwindigkeit die Temperatur x_1 . Wird die Stellgröße y_3 (Ausgangsmasse-

strom) verändert, so werden sich der Füllstand x_3 und die Temperatur x_1 und über die Reaktionsgeschwindigkeit auch die Konzentration x_2 ändern. Die wechselseitige Kopplung der Temperatur-, Konzentrations- und Füllstandsregelstrecken weist darauf hin, daß die Regelung des Reaktors durch eine Mehrgrößenregelung (Dreigrößenregelung) erfolgen muß (s. Bild 9.2b).

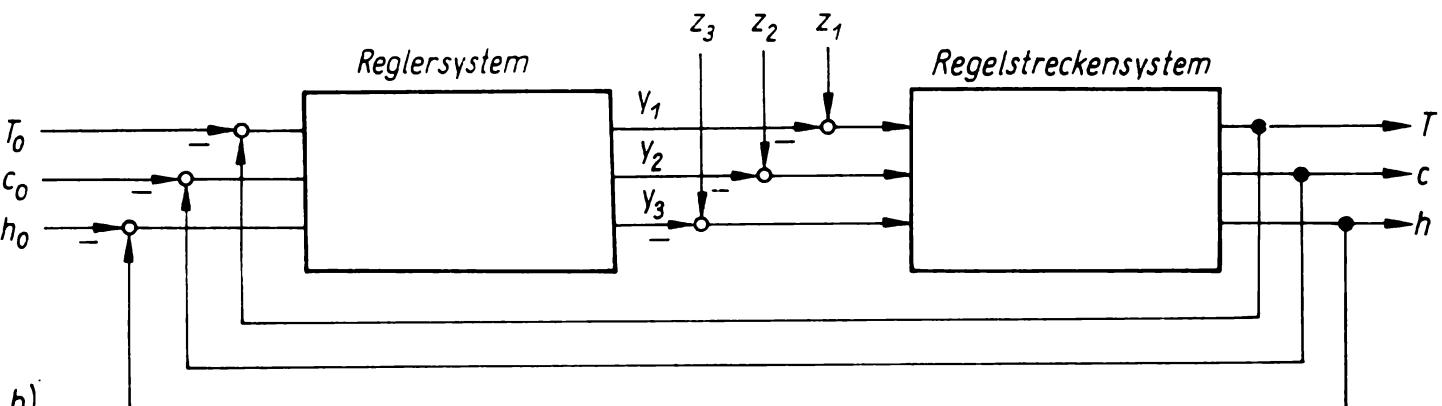
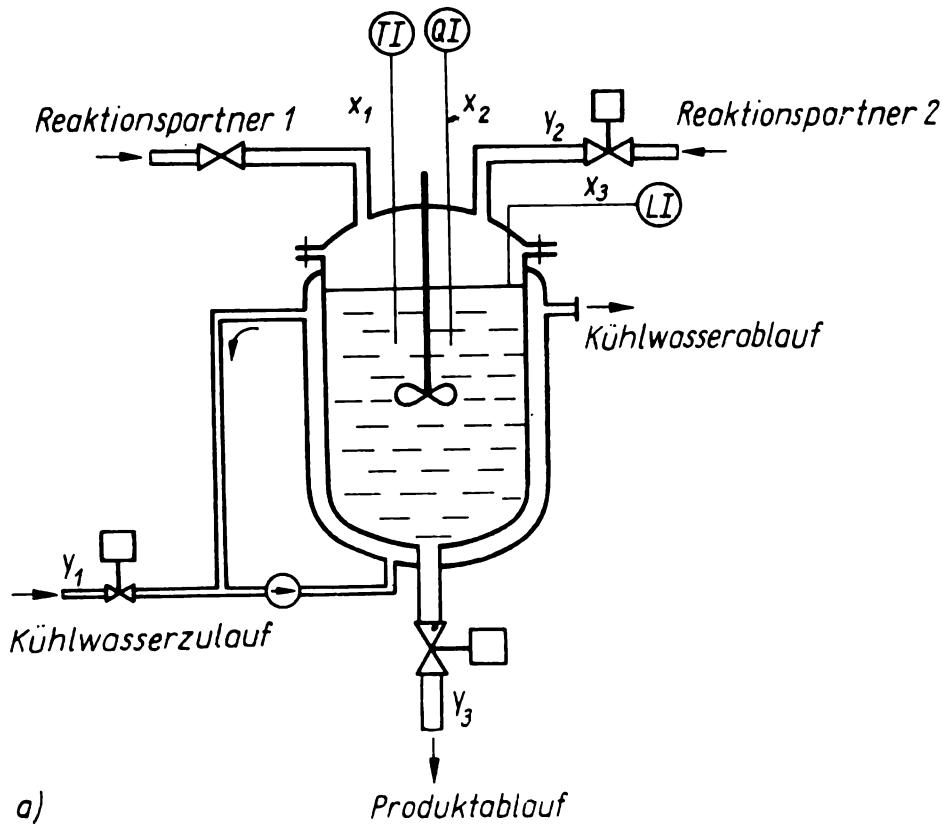


Bild 9.2. Regelung eines Rührkesselreaktors
 a) technologisches Schema des Regelstreckensystems
 b) Signalflußbild des Dreigrößenregelkreises

B Klimaregelung in einem Raum

Die Regelung des »Mikroklimas« in einem geschlossenen Raum beinhaltet im allgemeinen die Regelung der zwei Größen: Temperatur und relative Luftfeuchtigkeit. Auf Grund physikalischer Gesetzmäßigkeiten ändert sich jeweils mit der einen Größe auch die andere. Die Beeinflussung ist aber beiderseitig, d. h., es liegt ein Mehrgrößenregelungsproblem (Zweigrößenregelung) vor.

Man definiert:

Eine Mehrgrößenregelung liegt vor, wenn in einem System mehrere Regelkreise vorhanden sind und wenn die Regelgrößen von mehreren Stell- bzw. Führungsgrößen beeinflußt werden (wechselseitige Kopplung).

Dies bedeutet nicht, daß jede Regelgröße von allen Stellgrößen beeinflußt wird. Eine Mehrgrößenregelung liegt bereits vor, wenn die vorhandenen Kopplungen so bestehen, daß von einem Regelkreis ausgehend über eine Kopplung zu einem anderen Regelkreis und so fort ein geschlossener, mehrere Regelkreise durchlaufender Signalflußweg möglich ist. Für die Existenz einer Zweigrößenregelung, die in diesem Abschnitt besonders betrachtet werden soll, ist demnach die wechselseitige Kopplung beider Kreise Bedingung.

Mehrgrößenregelungen können durch die Kopplung der Strecken besonders zur Instabilität neigen. Diese Neigung ist abhängig von der Anzahl der Regelgrößen und von den vorliegenden Kopplungen. Ein Mehrgrößenregelungssystem (abgekürzt MRS) kann auch dann instabil sein, wenn alle Regelkreise einzeln stabil sind. Die Analyse und Synthese dieser MRS erfordert die Entwicklung spezieller theoretischer Hilfsmittel, deren Grundzüge hier angedeutet werden.

Für die im Bild 9.1 dargestellte Mehrgrößenregelstrecke kann unter der Annahme vollständiger Verkopplung folgendes Gleichungssystem aufgestellt werden, welches das Stellverhalten der Strecke beschreibt:

$$\begin{aligned} X_1(p) &= S_{11}Y_1(p) + S_{12}Y_2(p) + \dots + S_{1n}Y_n(p) \\ X_2(p) &= S_{21}Y_1(p) + S_{22}Y_2(p) + \dots + S_{2n}Y_n(p) \\ &\vdots && \vdots \\ X_n(p) &= S_{n1}Y_1(p) + S_{n2}Y_2(p) + \dots + S_{nn}Y_n(p) \end{aligned} \quad (9.1)$$

Im Gleichungssystem (9.1) bedeuten:

$S_{ij} = \frac{X_i(p)}{Y_j(p)}$ Teilübertragungsfunktion der j -ten Stellgröße auf die i -te Regelgröße

$X_i(p), Y_j(p)$ Bildfunktionen der i -ten Regelgröße und der j -ten Stellgröße.

Die obige mathematische Schreibweise wird bei einem komplizierten System recht umfangreich und unübersichtlich. Die Umschreibung in die Matrixform bringt eine wesentliche Vereinfachung mit sich. Es wird deshalb die **Übertragungsmatrix \underline{S}** mit den Elementen S_{ij} definiert:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \dots S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} \dots S_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} \dots S_{nn} \end{pmatrix} \quad (9.2)$$

Ebenso werden für die Stell- und Regelgrößen $Y_j(p)$ und $X_i(p)$ entsprechende Spaltenvektoren eingeführt:

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} X_1(p) \\ X_2(p) \\ \vdots \\ X_n(p) \end{pmatrix}; \quad \underline{Y} = \begin{pmatrix} Y_1(p) \\ Y_2(p) \\ \vdots \\ Y_n(p) \end{pmatrix} \quad (9.3)$$

Analog gilt für die Führungs- und Störgrößen eines Mehrgrößenregelungssystems:

$$\underline{W} = \begin{pmatrix} W_1(p) \\ W_2(p) \\ \vdots \\ W_n(p) \end{pmatrix}; \quad \underline{Z} = \begin{pmatrix} Z_1(p) \\ Z_2(p) \\ \vdots \\ Z_n(p) \end{pmatrix} \quad (9.4)$$

Unter Verwendung der Gleichungen (9.2) und (9.3) vereinfacht sich das Gleichungssystem (9.1) zu der übersichtlichen Form:

$$\underline{X} = \underline{S} \underline{Y}. \quad (9.5)$$

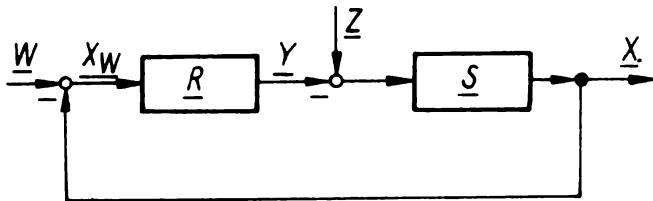


Bild 9.3. Signalflußbild des Mehrgrößenregelkreises

Beim Mehrgrößenregelungssystem im Bild 9.3 ist vereinfacht angenommen worden, daß n Störgrößen jeweils am Streckeneingang angreifen. Für diese Vereinfachung gilt die gleiche Begründung wie beim einfachen Regelkreis (s. Abschn. 2., Bild 2.7 und 2.11). Das MRS wird daher durch die folgende Matrizengleichungen beschrieben, wobei die Übertragungsmatrix \underline{R} entsprechend \underline{S} (s. Gl. 9.2) definiert ist:

$$\underline{X} = \underline{S} (\underline{Z} - \underline{Y}) \quad (9.6)$$

$$\underline{Y} = \underline{R} (\underline{X} - \underline{W}) \quad (9.7)$$

Durch Elimination der Stellgrößen \underline{Y} erhält man aus den Gleichungen (9.6) und (9.7) die Matrixgleichung für die Regelgrößen

$$\underline{X} = \underline{S} \underline{Z} - \underline{S} \underline{R} (\underline{X} - \underline{W}) \quad (9.8)$$

und nach geringer Umformung:

$$\underline{X} = [\underline{E} + \underline{S} \underline{R}]^{-1} \underline{S} \underline{Z} + [\underline{E} + \underline{S} \underline{R}]^{-1} \underline{S} \underline{R} \underline{W}. \quad (9.9)$$

\underline{E} ist die Einheitsmatrix, d. h. eine Diagonalmatrix, deren Elemente $e_{ii} = 1$ sind (die restlichen Elemente sind null).

Die Gleichung (9.9) beschreibt das Störverhalten (1. Summand) und das Führungsverhalten (2. Summand) des Mehrgrößenregelungssystems (analog der Gleichung 2.18 für das »Eingrößenregelungssystem«). Die sich daraus ergebenden Übertragungsmatrizen für das Störverhalten bzw. das Führungsverhalten lauten:

$$\underline{G}_Z = [\underline{E} + \underline{S} \underline{R}]^{-1} \underline{S} \quad (9.10)$$

$$\underline{G}_W = [\underline{E} + \underline{S} \underline{R}]^{-1} \underline{S} \underline{R} \quad (9.11)$$

An dieser Stelle soll eingefügt werden, daß man sich zur besseren automatisierungs-technischen Beherrschung komplizierterer Mehrgrößenregelungssysteme auch der sogenannten **Vorwärtssteuerung** in Verbindung mit einer Regelung bedient (s. Bild 9.4). Das Prinzip entspricht dem der Störgrößenaufschaltung (s. Abschn. 8.1.). Es besteht darin, die Störgrößen zu messen und daraus entsprechende Stellgrößenänderungen zu ihrer Kompensation abzuleiten. Die praktische Verwirklichung führt zur Verwendung eines Steuersystems mit der Übertragungsmatrix \underline{S}_{st} . Grundlegende Voraussetzungen für den Entwurf des Steuersystems sind die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen den Ausgangs- und Eingangsgrößen der Strecke (mathematisches Modell) und die Meßbarkeit der Störgrößen.

Die vollständige Kompensation der Störgrößenauswirkungen fordert:

$$\underline{S}_1 \underline{S}_{st} = \underline{E}. \quad (9.12)$$

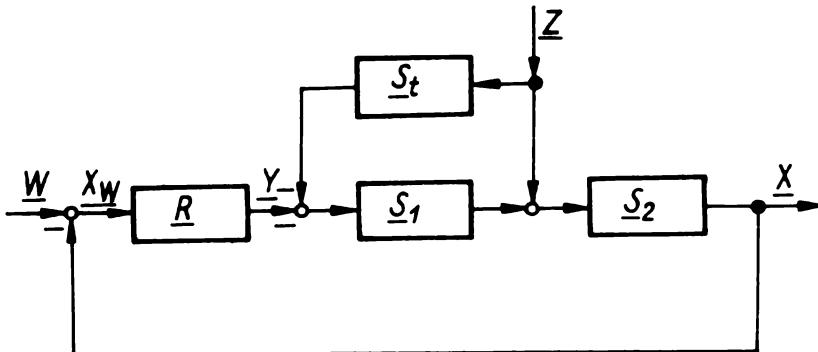


Bild 9.4. Mehrgrößenregelungssystem mit Störgrößenaufschaltung

Der gerätetechnische Aufwand zur Erfüllung der Forderung (Gl. 9.12) kann nur mit einem speziellen Automatisierungsmittel, dem Prozeßrechner, bewältigt werden. Der Vorteil der Kombination von Regelung und Steuerung ist bei größeren verfahrenstechnischen Systemen nachgewiesen worden. Er besteht im wesentlichen darin, daß durch die Aufschaltung der Hauptstörgrößen die Beanspruchung der Regelkreise spürbar vermindert wird.

9.2. Stabilität von Mehrgrößenregelungssystemen

Entscheidend für die Stabilität einer Mehrgrößenregelung ist wie bei der einschleifigen Regelung die Lage der Wurzeln der charakteristischen Gleichung (Pole der Übertragungsfunktion, s. Abschn. 7.). Von der einschleifigen Regelung her ist bekannt, daß trotz der sehr einfachen Formulierung der Stabilitätsforderung, nach der alle Pole einen negativen Realteil aufweisen müssen, der direkte Weg der Stabilitätsprüfung zu erheblichen Schwierigkeiten führt. Das liegt in dem Umstand begründet, daß die Wurzeln einer algebraischen Gleichung n -ter Ordnung mit $n > 3$ nur mit erheblichem Rechenaufwand gefunden werden können. Diese Schwierigkeiten lassen sich natürlich durch die Verwendung von Rechenmaschinen weitgehend umgehen. Damit besteht grundsätzlich auch für Mehrgrößenregelungen die Möglichkeit der direkten Stabilitätsprüfung durch die Bestimmung der Wurzeln der charakteristischen Gleichung.

Von größerer Bedeutung für das ingenieurmäßige Arbeiten ist jedoch auch hier der indirekte Weg, der in der Anwendung von Stabilitätskriterien besteht. Es soll vorausgenommen werden, daß alle Stabilitätskriterien, die vom einfachen Regelkreis her bekannt sind, bei entsprechender Modifikation auch zur **Stabilitätsprüfung von MRS** verwendet werden können.

Analog dem Fall der Stabilitätsuntersuchung einer Eingrößenregelung, wo der Nenner einer beliebigen Übertragungsfunktion des Regelungssystems gleich null gesetzt wird (charakteristische Gleichung), ist hier die Determinante der Matrix $[\underline{E} + \underline{S} \ \underline{R}]$ (s. Gl. 9.9) gleich null zu setzen:

$$\det [\underline{E} + \underline{S} \ \underline{R}] = 0. \quad (9.13)$$

Im Rahmen dieses Lehrbuches wird nur das Stabilitätsproblem in analytischer Form an Hand der Zweigrößenregelung erläutert, da dieser einfachste Fall einer Mehrgrößenregelung relativ leicht verständlich ist.

Bild 9.5 zeigt das Signalflußbild zweier miteinander wechselseitig gekoppelter Regelkreise. Die Kopplungsglieder mit den Übertragungsfunktionen S_{12} und S_{21} bewirken diese wechselseitige Kopplung. Die Übertragungsmatrizen der Strecken und der Regeleinrichtungen des Zweigrößenregelungssystems lauten entsprechend der Gleichung (9.2):

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & R_{22} \end{pmatrix} \quad (9.14)$$

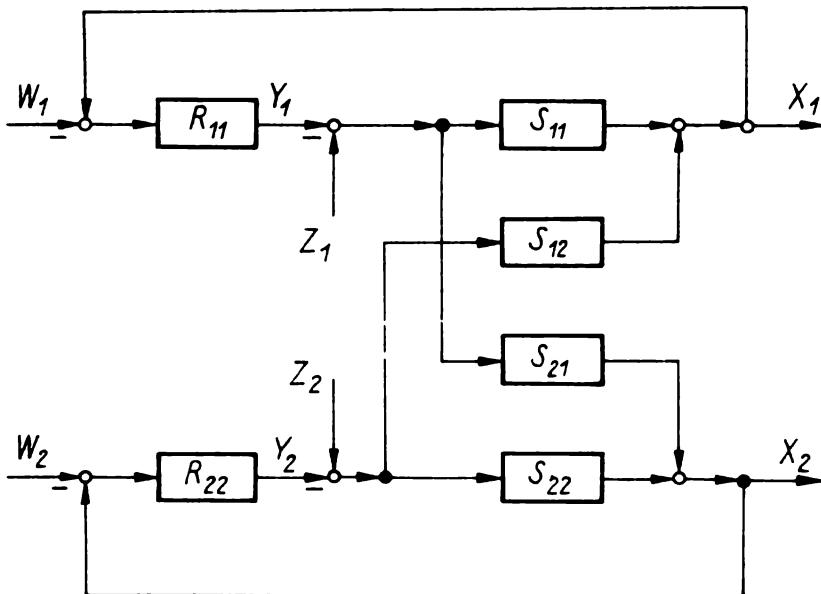


Bild 9.5. Signalflußbild zweier gekoppelter Regelkreise (Zweigrößenregelkreis)

Daraus ergibt sich:

$$\underline{E} + \underline{S} \underline{R} = \begin{pmatrix} 1 + S_{11}R_{11} & S_{12}R_{22} \\ S_{21}R_{11} & 1 + S_{22}R_{22} \end{pmatrix} \quad (9.15)$$

Die Berechnung der Determinante ergibt dann

$$\det[\underline{E} + \underline{S} \underline{R}] = (1 + S_{11}R_{11})(1 + S_{22}R_{22}) - S_{12}S_{21}R_{11}R_{22}, \quad (9.16)$$

wobei für S_{ij} und R_{ij} Übertragungsfunktionen stehen (s. Gl. 9.1). Setzt man $G_{01} = S_{11}R_{11}$, $G_{02} = S_{22}R_{22}$ und $G_{00} = S_{12}S_{21}R_{11}R_{22}$, so lautet die **charakteristische Gleichung** für das betrachtete Beispiel eines Zweigrößenregelungssystems:

$$(1 + G_{01})(1 + G_{02}) - G_{00} = 0. \quad (9.17)$$

Um die Ausführungen über die Kopplung leicht verstehen zu können, werden vereinfachend vorausgesetzt:

- Strecken mit Ausgleich, d. h. für S_{ij} ($i, j = 1, 2$) ist der Grenzwert $\lim_{p \rightarrow 0} p$ endlich und von null verschieden
- Gegenkopplung in den zwei Regelkreisen, d. h. $\lim_{p \rightarrow 0} G_{01} > 0$ und $\lim_{p \rightarrow 0} G_{02} > 0$.

Wenn $\lim_{p \rightarrow 0} G_{00}$ null ist, vereinfacht sich die charakteristische Gleichung (9.17) zu

$$1 + G_{01} = 0 \quad \text{und} \quad 1 + G_{02} = 0, \quad (9.18)$$

d. h., die beiden Regelkreise sind von der Stabilität her völlig unabhängig voneinander. In diesem Fall spricht man nicht von einer Zweigrößenregelung. Eine Zweigrößenregelung ist danach durch einen von null verschiedenen Wert für $\lim_{p \rightarrow 0} G_{00}$

gekennzeichnet. Das ist aber nur dann der Fall, wenn zwei Koppelglieder vorhanden sind. Bei nur einem Koppelglied liegt somit keine Zweigrößenregelung vor. G_{00} kann beim Grenzübergang $p \rightarrow 0$ sowohl positive als auch negative Werte annehmen, wonach der Wirkungssinn der Kopplung unterschieden wird:

positive Kopplung: $\lim_{p \rightarrow 0} G_{00} > 0$

negative Kopplung: $\lim_{p \rightarrow 0} G_{00} < 0$.

Der Wirkungssinn der Kopplung wird allein durch die Vorzeichen der Übertragungsfunktionen der Regelstrecke bestimmt, wie die folgende Betrachtung zeigt:

$$G_{00} = S_{12}S_{21}R_{11}R_{22} = \frac{S_{12}S_{21}R_{11}R_{22}S_{11}S_{22}}{S_{11}S_{22}} = S_{11}R_{11} \cdot S_{22}R_{22} \cdot \frac{S_{12}S_{21}}{S_{11}S_{22}} = G_{01}G_{02} \frac{S_{12}S_{21}}{S_{11}S_{22}}. \quad (9.19)$$

Voraussetzungsgemäß ergeben G_{01} und G_{02} positive Werte beim Grenzübergang $p \rightarrow 0$. Deshalb gilt:

$$\text{sign} \left(\lim_{p \rightarrow 0} G_{00} \right) = \text{sign} \left(\lim_{p \rightarrow 0} \frac{S_{12}S_{21}}{S_{11}S_{22}} \right). \quad (9.20)$$

Der in Gleichung (9.19) rechts stehende Faktor, mit dessen Hilfe entschieden werden kann, ob eine positive oder negative Kopplung vorliegt, hat für den Entwurf von Mehrgrößenregelungssystemen eine große Bedeutung. Er wird als **charakteristischer Faktor $C(p)$** bezeichnet:

$$C(p) = \frac{S_{12}S_{21}}{S_{11}S_{22}}. \quad (9.21)$$

B Der Wirkungssinn der Kopplung soll nun an Hand von zwei Beispielen ermittelt werden. Bild 9.6 a) zeigt schematisiert einen Turbogenerator mit Frequenz- und Spannungsregelung. Eine Vergrößerung des Dampfstromes y_1 bewirkt einen Drehzahlanstieg x_1 ($S_{11} > 0$) und – durch diesen Drehzahlanstieg – eine Erhöhung der Netzspannung x_2 ($S_{21} > 0$). Eine Erhöhung der Erregerspannung y_2 führt zu einer Vergrößerung der Netzspannung x_2 ($S_{22} > 0$) und – durch das Anwachsen der Belastung – zu einem Sinken der Drehzahl x_1 ($S_{12} < 0$). Es liegt eine negative Kopplung vor, denn $\lim_{p \rightarrow 0} C(p)$ erhält damit ein negatives Vorzeichen, wie man mit Hilfe eines Schemas (s. Bild 9.6 b) auch ohne konkrete Kenntnis der Übertragungsmatrizen S_{11} , S_{12} , S_{21} , S_{22} sieht.

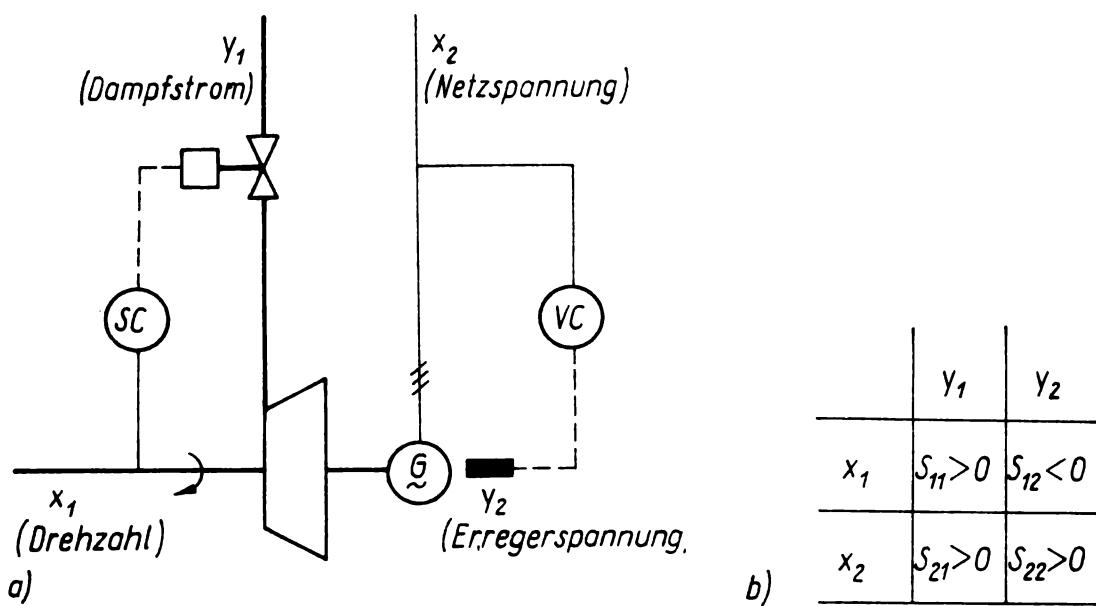


Bild 9.6. Zweigrößenregelung eines Generators

- a) technologisches Schema
- b) Hilfsmittel zur Bestimmung des Kopplungswirkungssinnes

Bei der Regelung des Füllstandes und der Temperatur im Sumpf einer Destillationskolonne erkennt man im Bild 9.7 a) zwei Regelkreise. Bei einer Vergrößerung der Dampfzufuhr y_2 verstärkt sich die Verdampfung. Das führt zu einer Verringerung des Füllstandes x_1 ($S_{12} < 0$) und infolge einer Veränderung der Zusammensetzung des Sumpfproduktes zu einer Erhöhung der Temperatur x_2 ($S_{22} > 0$). Eine Vergrößerung des Abflusses y_1 des Sumpfproduktes führt ebenfalls zu einem geringeren Füllstand x_1 ($S_{11} < 0$). Wenn das kleiner werdende Sumpfvolumen zu einem Ansteigen der Temperatur x_2 ($S_{21} > 0$) führt, dann liegt eine positive Kopplung vor (s. Bild 9.7b).

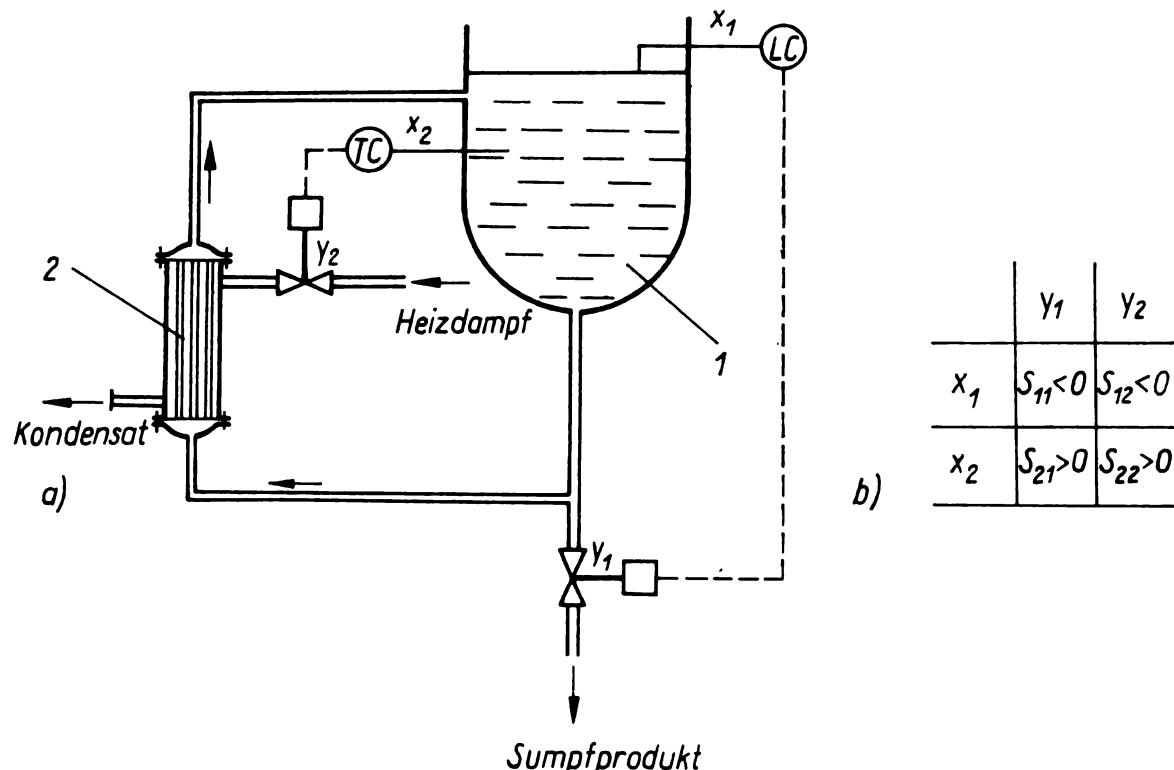


Bild 9.7. Zweigrößenregelung im Sumpf einer Destillationskolonne

a) technologisches Schema

1 Sumpf der Kolonne 2 Sumpfumlaufverdampfer

b) Hilfsmittel zur Bestimmung des Kopplungswirkungssinnes

Wie bereits beschrieben, ergeben sich die Stabilitätsprobleme bei MRS aus den ihnen innewohnenden Kopplungen. Trotz dieser Tatsache kann man nicht behaupten, daß diese Kopplungen die Stabilität grundsätzlich verschlechtern. Von großer Bedeutung sind der Grad und der Wirkungssinn der Kopplungen. Es sollen deshalb am Ende dieses Abschnittes einige Kriterien aufgeführt werden, mit deren Hilfe sich die Auswirkungen der Kopplungen von Zweigrößenregelungssystemen beurteilen lassen. Für das Verhalten einer Zweigrößenregelung muß die Auswirkung der Kopplungen nicht ungünstig sein, wenn die folgenden Kriterien erfüllt sind:

- Einzelregelkreise sind stabil.
- Kopplung ist negativ, d. h. $\lim_{p \rightarrow 0} C(p) < 0$.
- Grad der Kopplung ist gering, d. h. $\lim_{p \rightarrow 0} C(p) < 1$.
- $C(p)$ hat nur Pole in der linken Halbebene.
- $C(p)$ hat mehr Pole als Nullstellen.

9.3. Entkopplung von Mehrgrößenregelungen

Wie bei Eingrößenregelungen werden auch die MRS durch das Stör- und das Führungsverhalten beurteilt. Als Beurteilungshilfe dienen meist die bekannten Integralkriterien für die Regelabweichungs-Zeitfunktionen (Regelflächen, s. Abschn. 7.1.). Man kann aber auch die Verbesserung der Struktur des Gesamtsystems zur Beurteilung heranziehen. Diese Vorgehensweise führt auf die sogenannten »invarianten« und »autonomen« Mehrgrößenregelungen. Diese Begriffe werden wie folgt definiert:

Von Invarianz spricht man, wenn die in das MRS eintretenden Störgrößen keinen Einfluß auf die Regelgröße ausüben. **Autonomie** liegt vor, wenn jede Führungsgröße in einem MRS nur die eine ihr zugeordnete Regelgröße beeinflußt.

Die Invarianzbedingung, die ähnlich wie bei Eingrößenregelungen (s. Abschn. 8.1) an das Störverhalten des MRS Idealansprüche stellt, ist praktisch nicht exakt zu verwirklichen. Man reduziert sie entweder auf einen Teil der Größen (partielle bzw. selektive Invarianz) oder auf eine Lösung mit beschränkter Genauigkeit.

Im folgenden soll ausschließlich auf die Autonomie von MRS eingegangen werden, da die Autonomieforderung von der verfahrenstechnisch sinnvollen Nutzung des Automatisierungssystems herröhrt. Diese Forderung besteht nur bei Mehrgrößenregelungen, verursacht durch die inneren Kopplungen (Regelstrecken) zwischen den einzelnen Regelkreisen.

Die Verkopplungen innerhalb des Regelstreckensystems bewirken, daß die Änderung einer einzigen Führungsgröße jeweils auf mehrere Regelgrößen wirkt. Die prinzipielle Methode zur Erreichung des Zustandes der Autonomie besteht darin, im Reglersystem künstliche Zusatzverbindungen zu schaffen, die die Wirkungen der vorliegenden unerwünschten Kopplungen kompensieren. Bei diesem als »Entkopplung« bezeichneten Verfahren werden demnach nicht die unerwünschten Kopplungen selbst beseitigt, sondern nur ihre Wirkungen aufgehoben. Die direkte Beseitigung würde die Veränderung des verfahrenstechnischen Systems bedeuten. Dies ist im allgemeinen nicht möglich. Aus diesem Grunde muß bereits beim Entwurf verfahrenstechnischer Systeme auch deren Steuerbarkeit von vornherein mit beachtet werden; die optimale Steuerung setzt immer eine vorangegangene optimale Auslegung und Struktur der Anlage voraus.

Nach der Definition von MRS ist die Übertragungsmatrix \underline{S} der Regelstrecken keine Diagonalmatrix (s. Gl. 9.2). Demgegenüber steht aber die Autonomieforderung des MRS, d. h., die Übertragungsmatrix für das Führungsverhalten \underline{G}_W (s. Gl. 9.11) soll eine Diagonalmatrix sein, denn nur unter dieser Bedingung beeinflußt eine Führungsgröße $W_k(p)$ ausschließlich die Regelgröße $X_k(p)$. Diese Forderung läßt sich mathematisch weiter vereinfachen. Nach den Gesetzen der Matrizenrechnung ist \underline{G}_W bestimmt dann eine Diagonalmatrix, wenn das Produkt $\underline{S} \underline{R}$ eine Diagonalmatrix ist. Das bedeutet, daß in der Matrix $\underline{S} \underline{R}$ n Elemente ungleich null und $n(n - 1)$ Elemente gleich null sind. Um dies zu erreichen, müssen die Elemente der Matrix \underline{R} entsprechend gewählt werden. Die Matrix \underline{R} enthält dann nicht nur die auf der Hauptdiagonale stehenden Übertragungsfunktionen der Hauptregler, sondern auch Elemente R_{ij} mit $i \neq j$, das sind die Übertragungsfunktionen der Entkopplungsregler. Bei einem MRS mit n Regelgrößen enthält die Matrix \underline{R} demnach Übertragungsfunktionen von n Hauptreglern und maximal $n(n - 1)$ Entkopplungsreglern. Hieraus ist zu erkennen, daß der Aufwand an Automatisierungsmitteln bei einem n -fachen autonomen MRS sehr hoch ist. Dieser Umstand war mit entscheidend für die sehr zögernde Einsetzung von autonomen MRS für die automatische Steuerung größerer verfahrenstechnischer Systeme. Erst die Einführung von Prozeßrechnern brachte eine grundlegende Wandlung.

Die Berechnung der n^2 Elemente der Matrix \underline{R} erfolgt nach folgenden zwei Gesichtspunkten:

- Erfüllung der Autonomieforderung ($n(n - 1)$ Einzelforderungen)
- Beeinflussung der Güte der n Hauptregelkreise (n Einzelforderungen).

Es läßt sich zeigen, daß beide nebeneinander bestehenden Forderungen gleichzeitig erfüllt werden können.

Die weiteren Ausführungen zur Demonstration der Entkopplung eines MRS bleiben auf die Zweigrößenregelung beschränkt. In diesem Fall enthält die Übertragungsmatrix \underline{R} die Übertragungsfunktionen von $n = 2$ Hauptreglern und $n(n - 1) = 2$ Entkopplungsreglern als Elemente, weil bei einer Zweigrößenregelung beide Koppelglieder und damit auch beide Entkopplungsregler vorhanden sein müssen. Damit

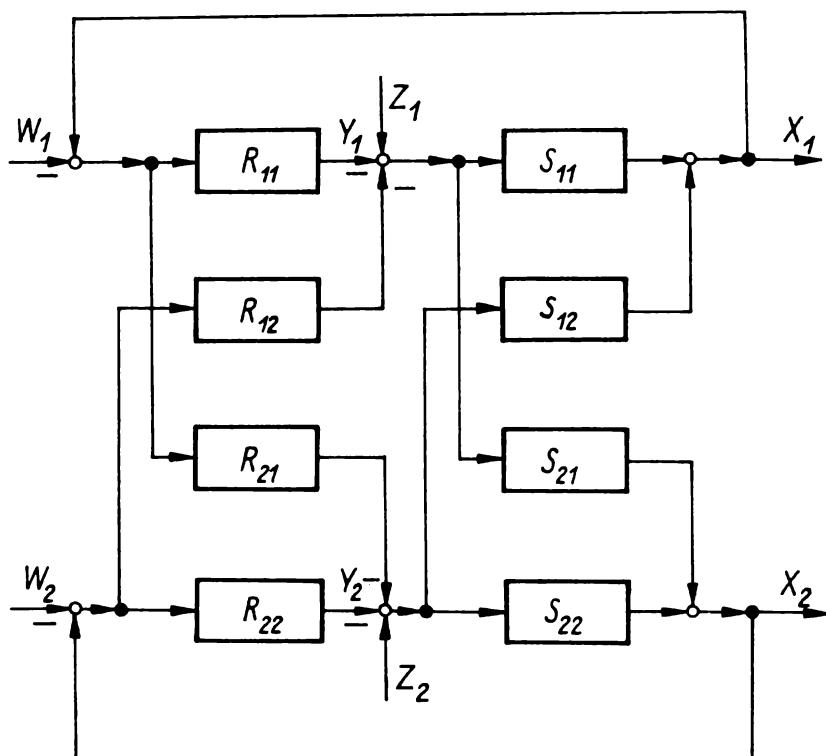


Bild 9.8 Signalflußbild eines entkoppelten Zweigrößenregelungssystems

ergibt sich das im Bild 9.8 gezeigte Signalflußbild des entkoppelten Zweigrößenregelungssystems. Die erforderliche Berechnung des Matrizenproduktes $\underline{S} \underline{R}$ ergibt bei der Zweigrößenregelung:

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}R_{11} + S_{12}R_{21} & S_{11}R_{12} + S_{12}R_{22} \\ S_{21}R_{11} + S_{22}R_{21} & S_{21}R_{12} + S_{22}R_{22} \end{pmatrix} \quad (9.22)$$

Um zu erreichen, daß das Matrizenprodukt $\underline{S} \underline{R}$ eine Diagonalmatrix wird, müssen folgende Forderungen erfüllt werden:

$$S_{11}R_{12} + S_{12}R_{22} = 0 \quad (9.23)$$

$$S_{21}R_{11} + S_{22}R_{21} = 0. \quad (9.24)$$

Bei Betrachtung des Bildes 9.8 unter dem Gesichtspunkt der Kompensation jeweils zweier Signale kann man die zwei Gleichungen (9.23) und (9.24) leicht bestätigen. Diese Gleichungen sind als Bestimmungsgleichungen für die beiden Entkopplungsregler R_{12} und R_{21} anzusehen.

Durch die Entkopplung ergibt sich für die Stabilitätsuntersuchung eine charakteristische Gleichung (s. Gl. 9.13), die in zwei Gleichungen zerfällt.

B Bekannt sind die Übertragungsfunktionen für die Hauptregelstrecken

$$S_{11} = \frac{1}{1 + 2p}, \quad S_{22} = \frac{1}{1 + 3p} \quad (9.25)$$

und für die Koppelstrecken

$$S_{12} = \frac{0,5}{(1 + 2p)(1 + 4p)}, \quad S_{21} = \frac{0,4}{(1 + 3p)(1 + 5p)}. \quad (9.26)$$

Für die Entkopplungsregler gilt gemäß der Gleichungen (9.23) und (9.24):

$$R_{12} = -\frac{S_{12}}{S_{11}} R_{22} = -\frac{0,5}{1 + 4p} R_{22} \quad (9.27)$$

$$R_{21} = -\frac{S_{21}}{S_{22}} R_{11} = -\frac{0,4}{1 + 5p} R_{11}. \quad (9.28)$$

Für die Entkopplung sind somit Regler von gleicher Struktur wie die Hauptregler, aber mit zusätzlicher Verzögerung vorzusehen (Reihenschaltung von Regler und passivem Verzögerungsnetzwerk). Die Dimensionierung der Hauptregler erfolgt nach den für einfache Regelkreise bekannten Einstellregeln.

Abschließend soll für die Beurteilung der Regelgüte der charakteristische Faktor $C(p)$ herangezogen werden (s. Gl. 9.21):

$$C(p) = \frac{0,2}{(1 + 4p)(1 + 5p)} \quad (9.29)$$

- Die Kopplung ist positiv, und der Grad der Kopplung ist gering, denn $\lim_{p \rightarrow 0} C(p) = 0,2$.
- $C(p)$ hat zwei Pole in der linken p -Halbebene und keine Nullstellen.

Damit kann bei normalen Anforderungen eine zufriedenstellende Regelgüte erwartet werden.

Zusammenfassung

Mehrgrößenregelungen treten in verfahrenstechnischen Anlagen häufig auf, Probleme der Stabilität und Regelgüte, einschließlich der Autonomie sind zu bearbeiten. Da die Mehrgrößenregelung durch Kopplungen im Regelstreckensystem hervorgerufen wird, ist der Verfahrenstechniker mit seiner Kenntnis über das Prozeßverhalten zur intensiven Mitarbeit aufgefordert.

Mit der sich abzeichnenden Weiterentwicklung der Gerätetechnik werden viele bisher nur theoretisch erarbeiteten Vorstellungen technisch realisiert werden können, wenn zugleich die mathematische Modellierung des Regelstreckensystems intensiv gefördert wird.

10. Nichtlineare Regelkreise und Abtastregelungen

Die in den vorhergehenden Abschnitten betrachteten Regelkreise sind linear, sie enthalten Additions- oder Subtraktionsstellen und lineare Übertragungsglieder. Sie lassen sich folgendermaßen charakterisieren:

- Es gilt das Superpositionsprinzip, d. h., mehrere ein lineares Übertragungsglied durchlaufende Signale addieren sich demzufolge an seinem Ausgang in ihren Wirkungen, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen.
- Lineare Kreise sind entweder stabil oder instabil, die Eingangsgrößen und die Anfangsbedingungen haben auf die Stabilität keinen Einfluß.
- Eine sinusförmige Eingangsgröße hat eine ebenfalls sinusförmige Ausgangsgröße gleicher Frequenz zur Folge.

10.1. Beschreibung nichtlinearer Regelkreise

Die meisten in der Praxis auftretenden Regelkreise erfüllen die o. g. Forderungen nicht oder nur zum Teil. Demzufolge sind diese Systeme nichtlinear, sie enthalten neben linearen Gliedern mindestens eines mit nichtlinearen Übertragungseigenschaften oder eine Multiplikationsstelle (Divisionsstelle).

Kennzeichen eines nichtlinearen Regelkreises sind:

- Das Superpositionsprinzip gilt nicht.
- Die Stabilität ist abhängig von den Eingangssignalen, d. h. für verschiedene Eingangssignale zeigt der Kreis unterschiedliches Verhalten. Die Beschreibung eines nichtlinearen Regelkreises setzt somit die Kenntnis der Eingangsgrößen und Anfangswerte voraus.
- Am Ausgang eines nichtlinearen Übertragungsgliedes und damit am Ausgang des nichtlinearen Regelkreises können andere Frequenzen als am Eingang auftreten.

Die Ursachen für Nichtlinearitäten in Regelkreisen sind verschieden. Oft sind es ungewollte Eigenschaften des Systems, die durch entsprechende mathematische Beziehungen in den Bilanzgleichungen und in den Verknüpfungsbeziehungen dargestellt werden, z. B. eine stark nichtlineare Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit von der Temperatur, die multiplikative Verknüpfung von Konzentration und Durchfluß beim Massestrom sowie von Temperatur und Durchfluß beim Energiestrom.

Nichtlinearitäten können ferner zwangsläufig durch mechanische Begrenzungen (Anschläge) der Ventile und anderer Stellglieder entstehen sowie beim Entwurf des Reglers, z. B. durch Verwendung von Relais (Zweipunktverhalten) oder Transistorverstärkern (Sättigungszustände). Außerdem können sie absichtlich in den Kreis gebracht werden, um die dynamischen Eigenschaften zu verbessern. So kann beispielsweise ein Regelkreis so aufgebaut werden, daß die Dämpfung des Regelvorganges mit kleiner werdender Auslenkung zunimmt.

Im folgenden wird vorausgesetzt, daß sich die zu untersuchenden nichtlinearen Glieder in einen linearen dynamischen und in einen nichtlinearen statischen Teil trennen lassen. Für die Beschreibung eines solchen statischen nichtlinearen Gliedes benötigt man eine Aussage über die Abhängigkeit der Ausgangs- von der Eingangsgröße. Diese die Nichtlinearität charakterisierende Aussage ist die statische Kennlinie $x_a = f(x_e)$). Bild 10.1 zeigt Kennlinien wesentlicher Nichtlinearitäten, d. h. mathematische Funktionen, bei deren Linearisierung größere Fehler auftreten würden. Eine große Anzahl nichtlinearer Übertragungsglieder hat statische Kennlinien, die aus denen nach Bild 10.1 zusammengesetzt sind (s. Bild 10.2).

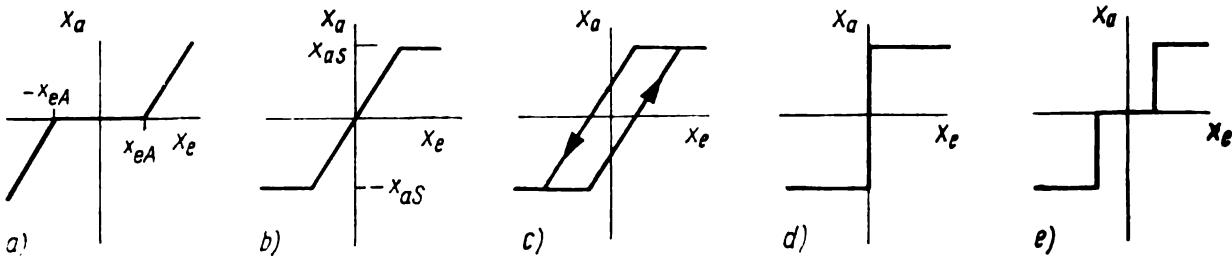


Bild 10.1. Nichtlineare Kennlinien

- a) Ansprechunempfindlichkeit (tote Zone)
- b) Sättigung
- c) Hysterese (Lose) oder Schaltdifferenz (einstellbar)
- d) Zweipunktverhalten
- e) Dreipunktverhalten

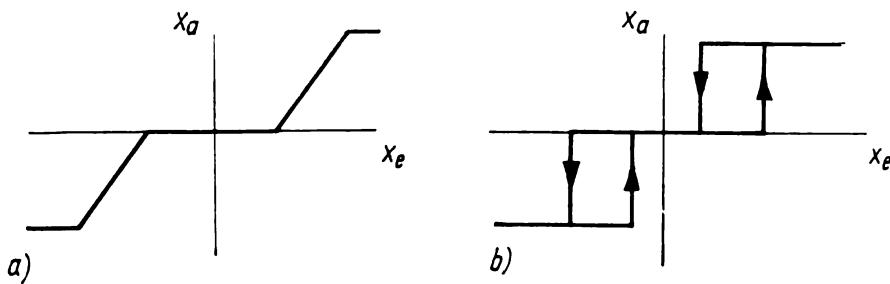


Bild 10.2. Beispiele zusammengesetzter Nichtlinearitäten

- a) Ansprechunempfindlichkeit und Sättigung
- b) Dreipunktverhalten mit Hysterese

Die im Bild 10.1 angegebenen Nichtlinearitäten sollen kurz beschrieben werden.

Ansprechunempfindlichkeit (Ansprechschwelle): Es besteht nur dann ein Ausgangssignal ungleich null, wenn x_e einen Wert $|x_e| > x_{eA}$ erreicht, z. B. Nullpunktunterdrückung an Meßinstrumenten.

Sättigung (Begrenzung): $|x_a|$ kann höchstens den Wert x_{aS} erreichen, der auch bei einem weiteren Anstieg von x_e konstant bleibt, z. B. Begrenzung der Massen- und Energieströme und der Stellgeschwindigkeiten.

Hysterese oder Schaltdifferenz: Die Kennlinie $x_a = f(x_e)$ ist nicht eindeutig, die Ausgangsgröße kann innerhalb der Mehrdeutigkeitszone jeden Wert annehmen, z. B. Getriebespiel (Lose).

Zwei- und Dreipunktverhalten: In Abhängigkeit von x_e sind nur zwei bzw. drei Ausgangszustände möglich, z. B. Relais, Zwei- und Dreipunktregler.

Wie bereits erläutert wurde, enthält ein nichtlineares System lineare und nichtlineare Glieder, wobei hier eine Beschränkung auf Systeme mit nur einem nichtlinearen Glied erfolgt. Der lineare Teil des Systems kann unter Beachtung der Umwandlungsregeln für lineare Glieder zusammengefaßt werden. Ein einfacher Regelkreis enthält damit nur noch ein lineares und ein nichtlineares Glied. Bild 10.3 zeigt zwei mögliche Anordnungen.

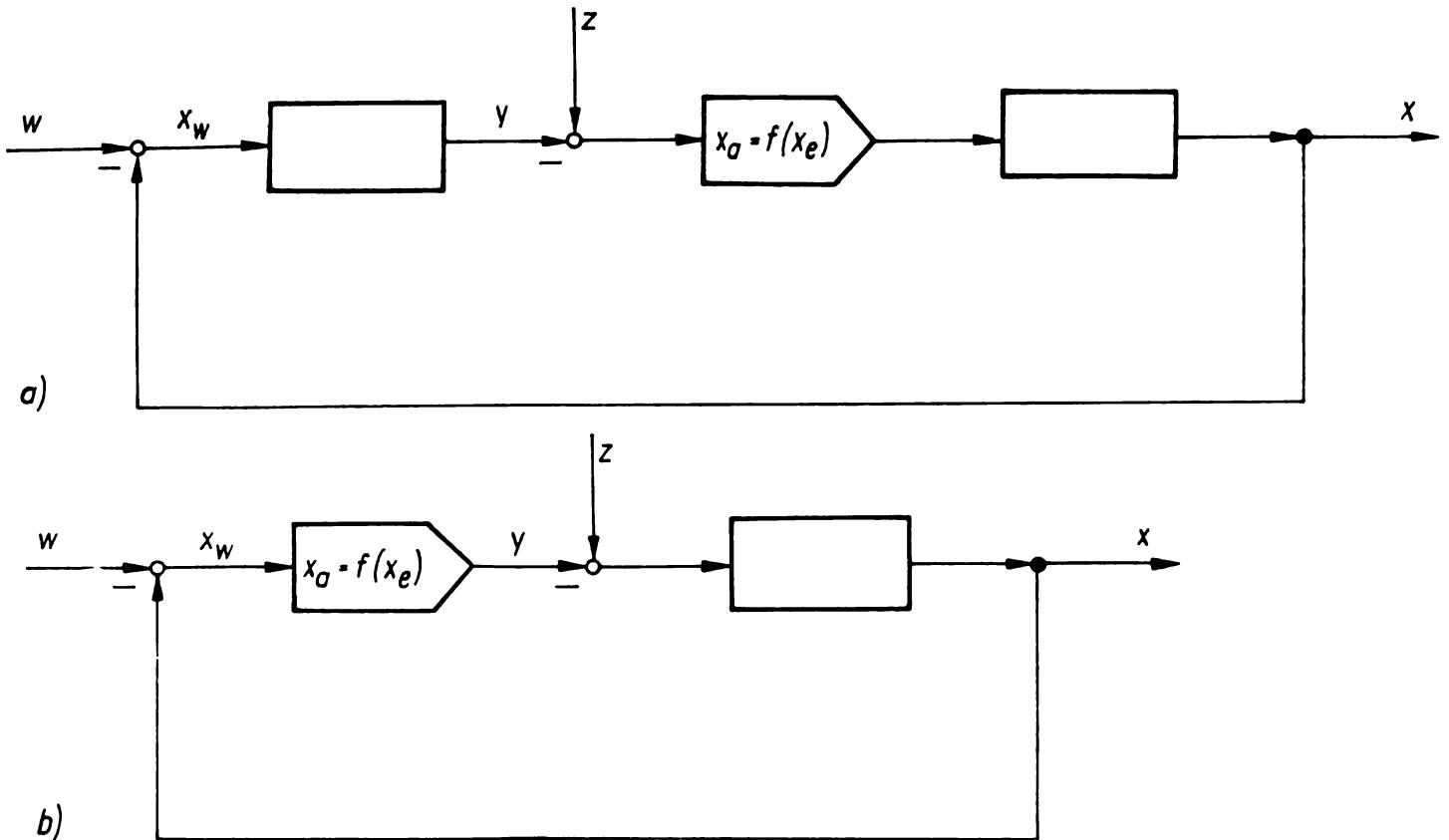


Bild 10.3. Einfacher Regelkreis

a) mit nichtlinearer Regelstrecke

b) mit nichtlinearer Regeleinrichtung

Im allgemeinen Fall kann das Signalflußbild eines nichtlinearen Systems nicht weiter vereinfacht werden als Bild 10.4 zeigt, da im Signalflußbild Schleifen mit einem nichtlinearen Glied nicht zusammengefaßt und in Reihenschaltungen lineare und nichtlineare Glieder nicht untereinander vertauscht werden dürfen.

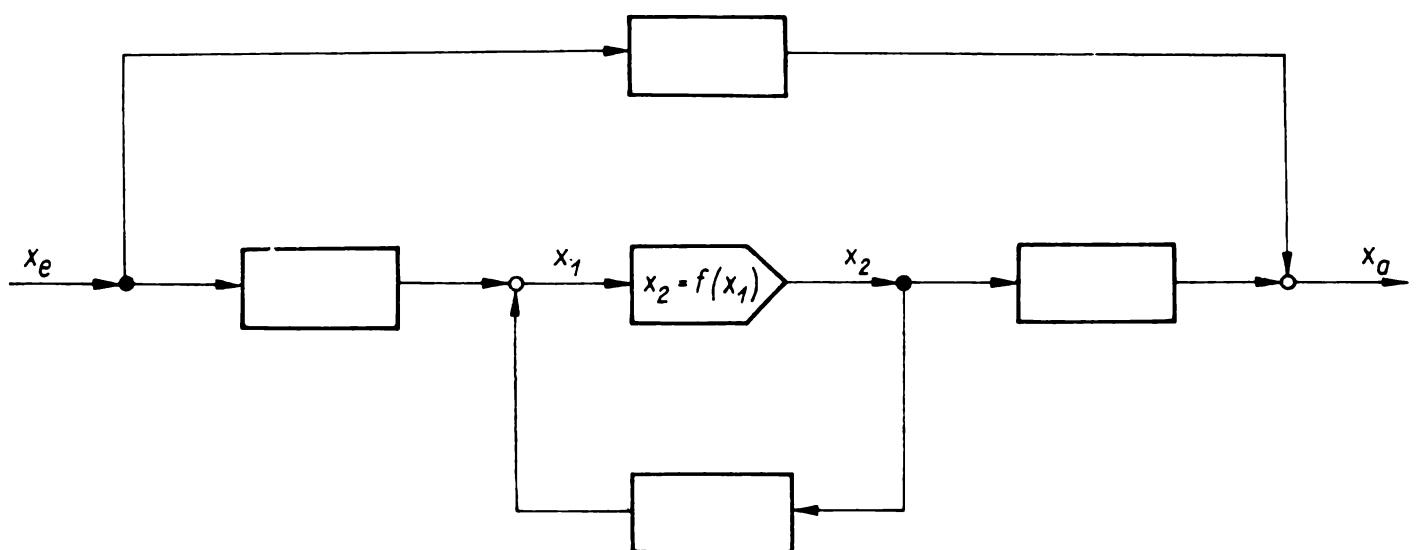


Bild 10.4. Allgemeine Darstellung eines Systems mit einem nichtlinearen Glied

10.2. Zweipunktregelung

Bei einer großen Anzahl technischer Regelungen werden **Zweipunktregler** verwendet, es entstehen **Zweipunktregelungen**:

- Strom-, Spannungs- und Temperaturregelungen mit Kontaktreglern
- Drehzahlregelungen mit elektrischen Drehzahlreglern (Fliehkraftreglern)
- Flüssigkeitsstandregelungen mit Berührungs kontaktreglern.

Die Nichtlinearitäten dieser Regelkreise sind durch Eigenschaften der Regeleinrichtungen hervorgerufen, die bewußt vorgesehen werden. So läßt sich ein Stellglied in vielen Fällen besonders einfach ausbilden, wenn auf die Übertragung des stetigen Signals der verarbeiteten Regelabweichung verzichtet wird. Die Stellgröße in einem Zweipunktregelkreis kann nur zwei Werte annehmen, zum Beispiel hat ein elektrischer Kontakt nur die Zustände »ein« oder »aus«. Dadurch bildet sich in Zweipunktregelkreisen kein Beharrungszustand aus, es ergeben sich periodische Bewegungen. Wegen des Vorteils eines einfachen Aufbaus der Zweipunktregler nimmt man diese

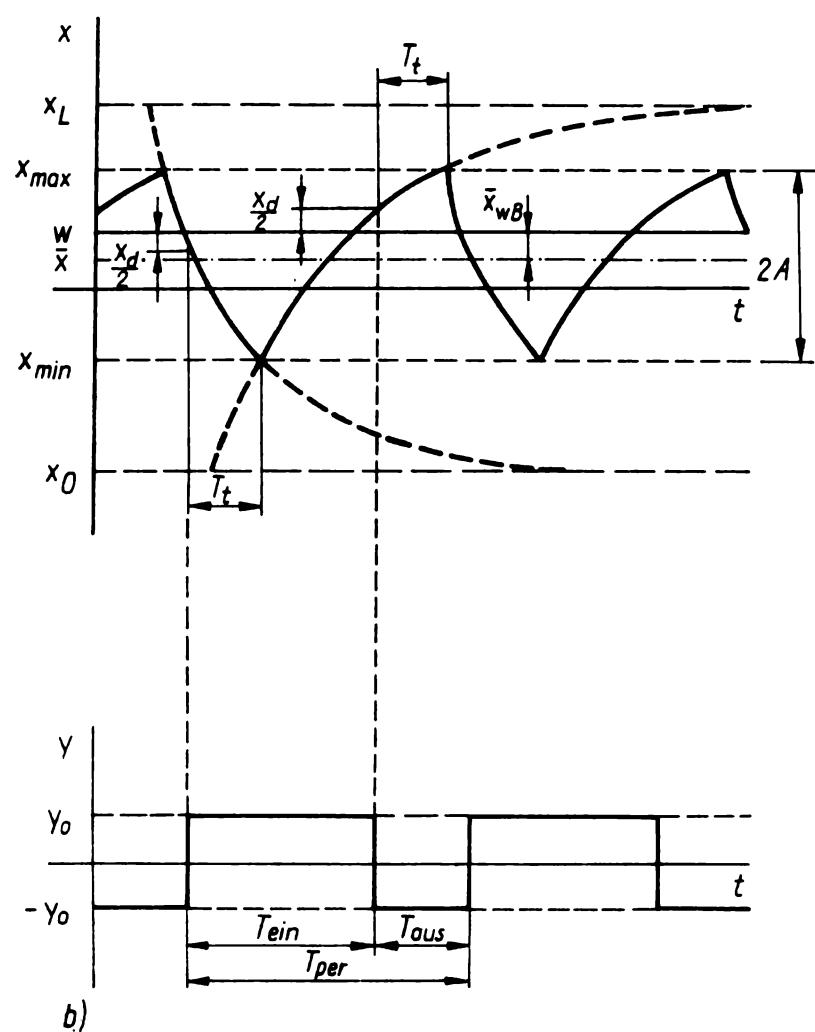
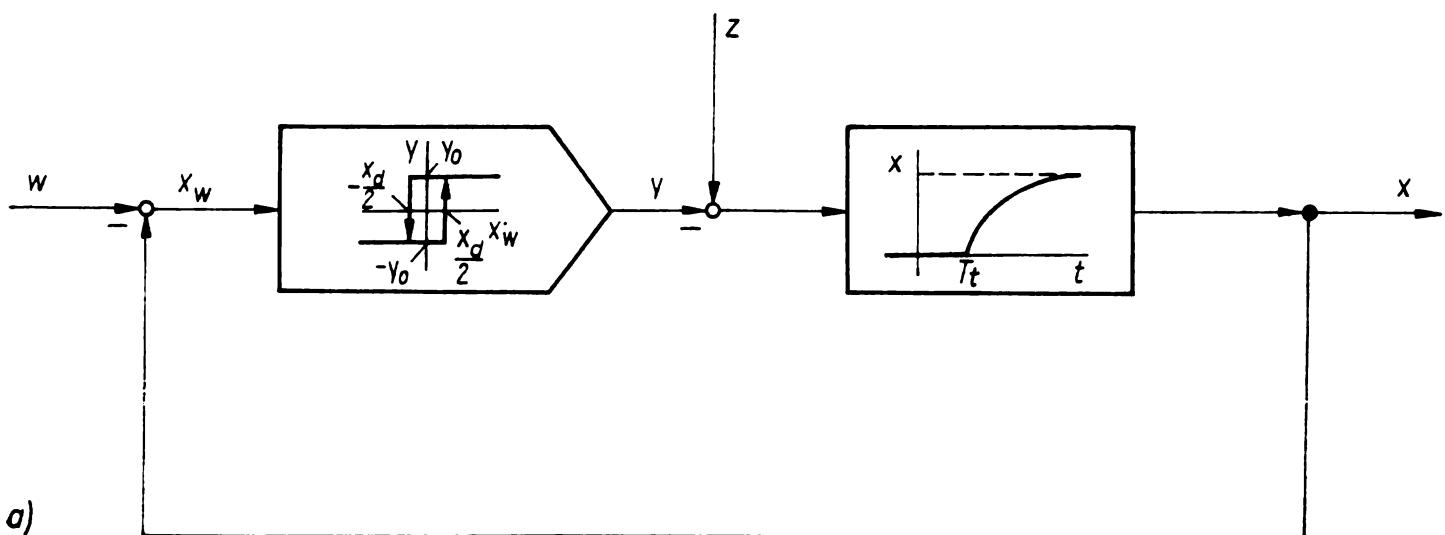


Bild 10.5. Zweipunktregelkreis
a) Signalflußbild b) Arbeitsbewegung (eingeschwungener Zustand)

stationären Pendelbewegungen der Regelgröße x in Kauf. Bei einem gut dimensionierten Zweipunktregelkreis sind im stationären, ungestörten Zustand Ein- und Ausschaltzeitdauer des Stellgliedes gleich groß, der zeitliche Mittelwert \bar{x} der Regelgröße x wird gleich dem Sollwert w . Auf Störungen und Sollwertänderungen antwortet der Zweipunktregler durch Änderung des Verhältnisses von Ein- und Ausschaltzeitdauer. Es tritt dann ähnlich wie bei einem stetigen P -Regler eine Abweichung des Mittelwertes \bar{x} der Regelgröße x vom Sollwert w auf.

Die periodischen Bewegungen der Regelgröße in einem Zweipunktregelkreis werden **Arbeitsbewegungen** genannt, ihre Kennwerte (Amplitude A und Periodendauer T_{per}) lassen sich aus den Daten des Kreises berechnen (s. Beispielaufgabe in [1], Abschnitt 10).

Zur Veranschaulichung der Arbeitsbewegung wird ein Regelkreis angenommen, der aus einer Regelstrecke mit PT_1T_t -Verhalten und einem Zweipunktregler mit Hysterese besteht. Das Signalflußbild dieses Regelkreises, der zeitliche Verlauf seiner Stellgröße und seiner Regelgröße (Arbeitsbewegung) sind im Bild 10.5 dargestellt.

Man erkennt, daß wegen der Abhängigkeit der Größen x_{max} und x_{min} vom Sollwert w auch alle anderen Größen der Arbeitsbewegung vom Sollwert abhängen. Liegt der Sollwert genau in der Mitte zwischen x_{max} und x_{min} , so sind die zeitlichen Verläufe der Regelgröße symmetrisch zur Zeitachse durch w .

Will man die Eigenschaften eines Zweipunktregelkreises verbessern, muß man versuchen, Amplitude und Schwingungsdauer der Arbeitsbewegung in vernünftigen Grenzen zu halten.

Eine häufig angewandte Maßnahme zur Verringerung der Amplitude A ist die Aufteilung in Grund- und Regellast. Die Grundlast bleibt dauernd eingeschaltet, der Zweipunktregler schaltet nur die Regellast an oder ab. Dabei muß man beachten, daß die Regellast so groß gewählt wird, daß die zu erwartenden Störungen ausgeglichen werden können.

Die Totzeit T_t hat Einfluß auf die Amplitude A . Eine Verringerung der Totzeit führt zu einer Abnahme von A . Da aber die Totzeit meist durch die Strecke vorgegeben ist, kann sie schlecht beeinflußt werden. Allerdings besteht die Möglichkeit, beim Aufbau der Regeleinrichtung darauf zu achten, daß durch träge Strecken und günstig eingebaute Meßfühler keine zusätzliche Totzeit im Kreis entsteht.

Die Zeitkonstante T_S der Strecke beeinflußt die Periodendauer der Arbeitsbewegung. Allgemein ergeben träge Strecken bessere Zweipunktregelergebnisse als schnelle Strecken. Außerdem verringert sich mit wachsendem T_S die Schalthäufigkeit des Stellgliedes, was sich auf dessen Lebensdauer günstig auswirkt.

Weitere Verbesserungen der Arbeitsbewegungen lassen sich durch Zweipunktregler mit geeigneter Rückführung erzielen.

10.3. Beschreibung nichtlinearer Regelkreise mit Hilfe der harmonischen Linearisierung

Die Beschreibung der Eigenschaften nichtlinearer Regelkreise mit Hilfe der harmonischen Linearisierung basiert auf zwei Voraussetzungen:

1. Der Regelkreis darf nur ein nichtlineares Glied enthalten.
2. Der Regelkreis muß außer dem nichtlinearen Glied einen linearen, Schwingungen hoher Frequenz dämpfenden Teil haben.

Nach FOURIER kann man jeden periodischen Kurvenverlauf als eine Überlagerung einer Grundschwingung mit der Frequenz ω und höheren Harmonischen mit den Frequenzen $n\omega$ darstellen [8]. Auch die am Ausgang eines nichtlinearen Gliedes auftretende Schwingung läßt sich auf diese Weise beschreiben. Die dem nichtlinearen Glied nachgeschalteten linearen Glieder schwächen nun die höheren Harmonischen

dieser Schwingung so stark ab, daß nach Durchlaufen des Kreises am Eingang des nichtlinearen Gliedes praktisch nur die Grundschwingung ankommt. Dieser Vorgang wird als **harmonische Linearisierung** oder auch als **harmonische Balance** bezeichnet:

- Die höheren Harmonischen einer Schwingung haben für die hier zu betrachtenden Fälle stets wesentlich kleinere Amplituden als die Grundschwingung.
- Die Amplitudenverhältnisse linearer Glieder sinken in den meisten Fällen mit wachsender Frequenz, die höheren Harmonischen werden also bei der Übertragung durch lineare Glieder wesentlich stärker gedämpft als die Grundschwingung. Die linearen Glieder wirken als Tiefpaß.

Beschreibungsfunktion

Während bei einem linearen Übertragungsglied mit einer sich sinusförmig ändernden Eingangsgröße Amplitude und Phasenverschiebung der Ausgangsgröße nur eine Funktion der Kreisfrequenz sind und somit die lineare Beziehung $x_a(j\omega) = G(j\omega) x_e(j\omega)$ gilt, tritt bei einem nichtlinearen Übertragungsglied unter gleichen Bedingungen neben der Frequenzabhängigkeit der Einfluß der Eingangsamplitude x_{eo} auf, d. h. $x_a = x_a(\omega, x_{eo})$. Zur Schaffung einfacher Verhältnisse wird hier vorausgesetzt, daß x_a nur von x_e selbst abhängt und nicht von den Ableitungen oder Integralen von x_e (nichtlineares statisches Glied). Ferner soll gelten, daß in einer Periode der Mittelwert von x_a null ist.

Die periodische Bewegung am Ausgang des nichtlinearen Gliedes wird in eine **FOURIERREIHE** entwickelt, bei der nach den gemachten Voraussetzungen die höheren Harmonischen vernachlässigt werden können. Dadurch ist bei sinusförmigem x_e auch x_a sinusförmig. Es gilt somit für die **FOURIERENTWICKLUNG DER GRUNDSCHWINGUNG**

$$x_a = x_{eo} [a(x_{eo}) \cos \omega t + b(x_{eo}) \sin \omega t], \quad (10.1)$$

a und b sind die **FOURIERKoeffizienten** der Grundschwingung. Für sie gelten:

$$a = \frac{1}{\pi x_{eo}} \int_0^{2\pi} x_a(t) \cos \omega t \, d(\omega t) \quad (10.2)$$

$$b = \frac{1}{\pi x_{eo}} \int_0^{2\pi} x_a(t) \sin \omega t \, d(\omega t). \quad (10.3)$$

Definiert man

$$J(x_{eo}) = b + ja, \quad (10.4)$$

dann ist $J(x_{eo})$ die **Beschreibungsfunktion** (äquivalenter komplexer Verstärkungsfaktor) eines nichtlinearen Übertragungsgliedes.

Die Beschreibungsfunktion eines nichtlinearen statischen Gliedes hängt von der Amplitude x_{eo} des Eingangssignals, nicht aber von dessen Frequenz ab. Das Übertragungsverhalten dieses nichtlinearen statischen Gliedes kann somit näherungsweise durch die Gleichung

$$x_a(j\omega) = J(x_{eo}) x_e(j\omega) \quad (10.5)$$

beschrieben werden, wobei zu beachten ist, daß sich x_e und x_a nach einer harmonischen Funktion ändern.

Der Ausdruck für a (Gl. 10.2) lässt sich umformen in:

$$a = \frac{1}{\pi x_{eo}^2} \int_0^{2\pi} x_a(t) d(x_{eo} \sin \omega t). \quad (10.6)$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet:

$$a = \frac{S}{\pi x_{eo}^2}. \quad (10.7)$$

Der Betrag von S ist der Flächeninhalt der Schleife, die von der statischen Kennlinie einer Nichtlinearität gebildet wird. Dieser Flächeninhalt ist für eindeutige Kennlinien null, und somit wird für diese Fälle auch a entsprechend Gleichung (10.7) zu null. Die Beschreibungsfunktion ist dann reell (s. Gl. 10.4).

B Als Beispiel wird die Beschreibungsfunktion $J(x_{eo})$ für ein Dreipunktglied berechnet. Die statische Kennlinie (s. Bild 10.6a) ist eindeutig, es gilt also $a = 0$. Somit ist $J(x_{eo}) = b(x_{eo})$ zu berechnen.

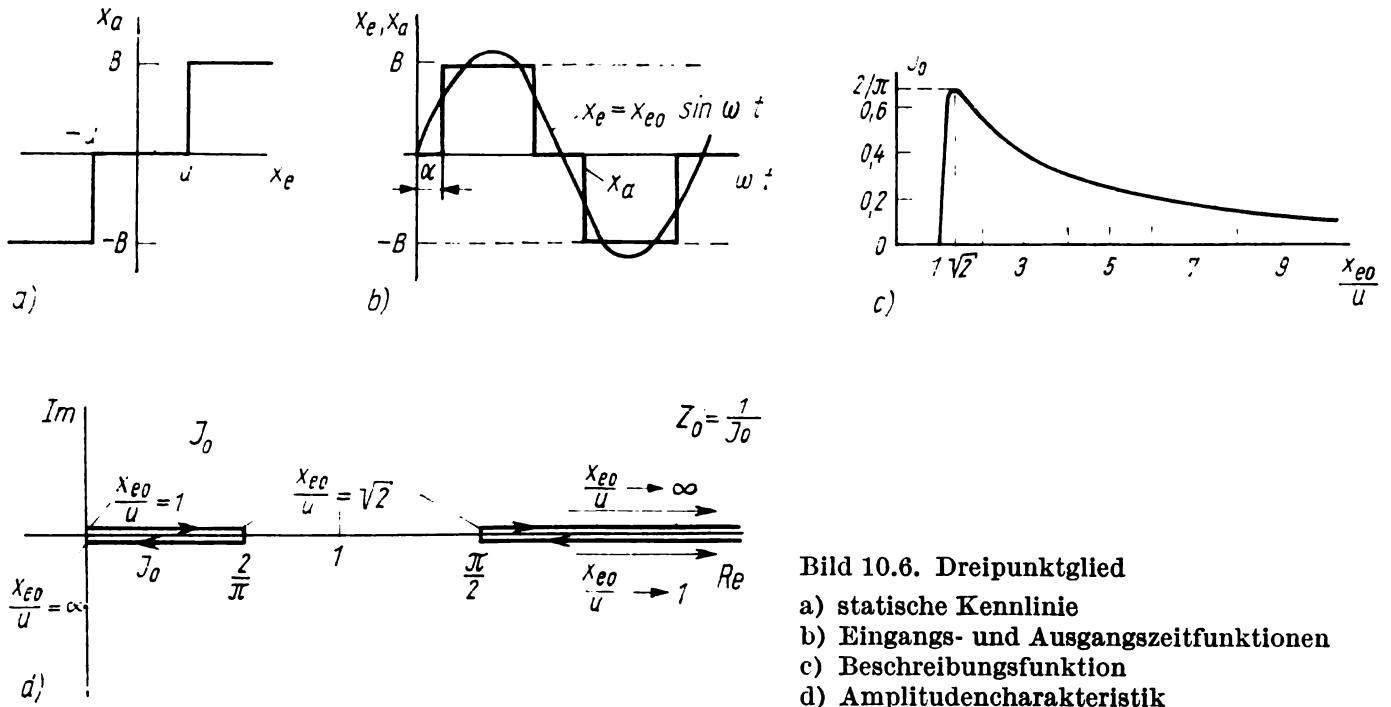


Bild 10.6. Dreipunktglied
 a) statische Kennlinie
 b) Eingangs- und Ausgangszeitfunktionen
 c) Beschreibungsfunktion
 d) Amplitudenscharakteristik

Mit der Darstellung im Bild 10.6b) ergibt sich:

$$J(x_{eo}) = \frac{4}{\pi x_{eo}} \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} B \sin \omega t d(\omega t) = \frac{4 B}{\pi x_{eo}} \cos \alpha \quad (10.8)$$

$$\text{mit } \alpha = \arcsin \frac{u}{x_{eo}}.$$

Durch Normierung der Beschreibungsfunktion auf die Ansprechunempfindlichkeit u erhält man allgemein:

$$J(x_{eo}) = NJ_o \left(\frac{x_{eo}}{u} \right). \quad (10.9)$$

$J_o \left(\frac{x_{eo}}{u} \right)$ ist der **normierte äquivalente komplexe Verstärkungsfaktor** eines nichtlinearen Gliedes.

B Für das berechnete Beispiel ergeben sich:

$$N = \frac{B}{u} \text{ und}$$

$$J_o = \frac{4}{\pi} \frac{x_{eo}}{u} \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{x_{eo}}{u} \right)^2}}. \quad (10.10)$$

Bild 10.6c) zeigt die graphische Darstellung von J_o . Ihr ist zu entnehmen, daß J_o den Wert null hat, solange die Amplitude x_{eo} kleiner ist als die Ansprechunempfindlichkeit u . Wird $x_{eo} > u$, wächst J und damit J_o schnell an, da die Ausgangsgröße bei $x_{eo} > u$ ihren Maximalwert B annimmt. Wächst x_{eo} weiter an, kann wegen der statischen Kennlinie (s. Bild 10.6a) die Ausgangsgröße den Maximalwert B nicht überschreiten. Das bewirkt einen Abfall von J und damit auch von J_o . Für unendlich große Werte x_{eo} geht J_o gegen Null. Das Maximum von J_o liegt bei $\frac{x_{eo}}{u} = \sqrt{2}$.

Die Funktion $J_o \left(\text{oder auch } Z_o = \frac{1}{J_o} \right)$ kann auch in der komplexen Ebene als Ortskurve dargestellt werden. Diese Darstellung wird als **Amplitudencharakteristik** eines nichtlinearen Gliedes bezeichnet. Mit ihrer Hilfe kann man Amplitude und Phase der Grundschwingung der Ausgangsgröße in Abhängigkeit von der Eingangsamplitude finden. Parameter dieser Ortskurve ist das Verhältnis $\frac{x_{eo}}{u}$.

B Bild 10.6d) zeigt die Amplitudencharakteristik für das betrachtete Beispiel. Da das untersuchte nichtlineare Glied eine eindeutige statische Kennlinie hat, ist der Imaginärteil von J_o Null. Die Amplitudencharakteristik fällt mit der reellen Achse zusammen. Wie schon aus Bild 10.6c) ersichtlich ist, entsprechen jedem Wert von J_o bzw. Z_o zwei Werte des Verhältnisses $\frac{x_{eo}}{u}$.

Um die **Anwendung der Beschreibungsfunktion** näher kennenzulernen, wird die Arbeitsbewegung eines ungestörten nichtlinearen Regelkreises ($w = 0, z = 0$) betrachtet. Bild 10.7a) zeigt das Signalflußbild dieses Regelkreises, der zur Konstanthaltung der Temperatur in einem elektrisch beheizten Ofen dient. Die Vorzeichenumkehr im Regelkreis ist durch die Wahl der Kennlinie des Reglers berücksichtigt (vgl. mit Bild 10.6a). Der Frequenzgang der Regelstrecke beträgt näherungsweise:

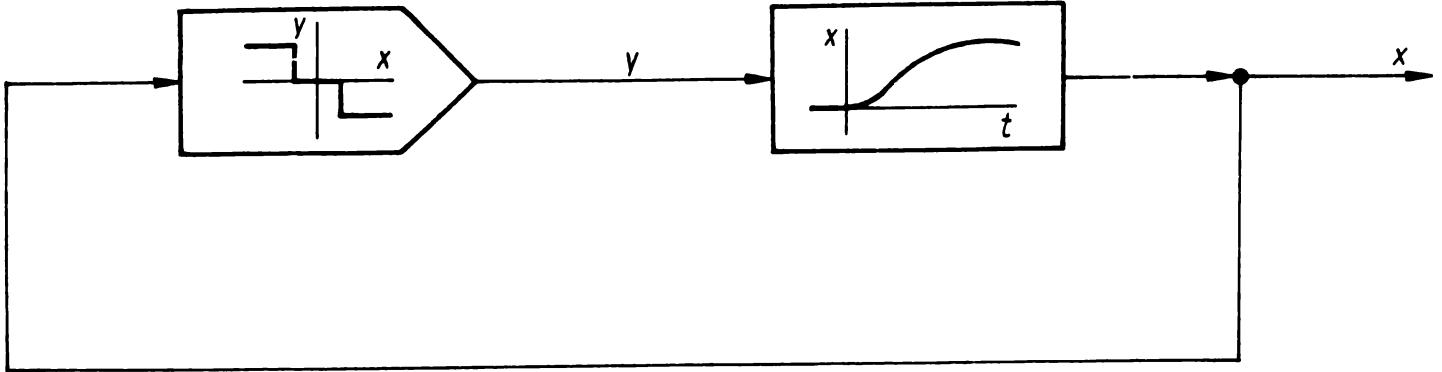


Bild 10.7. Signalflußbild des Temperaturregelkreises mit Dreipunktregler

$$G_S(j\omega) = \frac{K}{(1 + jT\omega)^3} = \frac{2 \frac{K}{\text{kW}}}{(1 + j120 \text{ s}\omega)^3}. \quad (10.11)$$

Die Kennwerte für den Dreipunktregler sind $B = 10 \text{ kW}$ und $u = 2 \text{ K}$. Die Beschreibungsfunktion für den Dreipunktregler lautet damit (s. Gln. 10.9 und 10.10):

$$J(x_{eo}) = \frac{4 B}{\pi x_{eo}} \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{x_{eo}}{u}\right)^2}} = \frac{4 B}{\pi x_{eo}^2} \sqrt{x_{eo}^2 - u^2} = \frac{12,7 \text{ kW}}{x_{eo}^2} \sqrt{x_{eo}^2 - 4 \text{ K}^2}. \quad (10.12)$$

Zur Untersuchung, ob in diesem nichtlinearen Regelkreis ungedämpfte Schwingungen der Frequenz ω und der Amplitude x_{eo} auftreten, wird analog wie beim linearen Regelkreis die charakteristische Gleichung gebildet:

$$1 + G_S(j\omega) J(x_{eo}) = 0. \quad (10.13)$$

Gibt es eine Lösung der charakteristischen Gleichung mit reellen Werten für ω und x_{eo} , dann liegt eine ungedämpfte Schwingung vor.

B Da die charakteristische Gleichung

$$(1 + jT\omega)^3 + KJ = 0 \quad (10.14)$$

komplex ist, ergeben sich zwei reelle Gleichungen zur Bestimmung von ω und x_{eo} :

$$3T\omega - T^3\omega^3 = 0 \quad \leadsto (T\omega)_1 = 0, (T\omega)_{2,3} = \pm \sqrt[3]{3} \quad (10.15)$$

$$1 - 3T^2\omega^2 + KJ = 0 \quad \leadsto (KJ)_1 = -1, (KJ)_{2,3} = 8 \quad (10.16)$$

Die Lösungen für x_{eo} ergeben sich aus:

$$(KJ)_2 = \frac{4KB}{\pi x_{eo}^2} \sqrt{x_{eo}^2 - u^2} = 8. \quad (10.17)$$

Unter Berücksichtigung der Werte für K , T , u und B ergibt sich für x_{eo} keine reelle Lösung, d. h., es treten keine ungedämpften Schwingungen in dem untersuchten nichtlinearen Regelkreis auf. Erhöht man jedoch die elektrische Heizleistung auf $B = 20$ kW, so lauten die beiden positiven reellen Lösungen $x_{eo} = 6,0$ K bzw. $x_{eo} = 2,1$ K. Damit wurde die Existenz von Dauerschwingungen mit der Kreisfrequenz $\omega = 0,0144$ rad s⁻¹ (s. Gl. 10.15) bzw. mit der Schwingungsdauer $T_{per} = 435$ s festgestellt. Weiterführende Untersuchungen (s. [10]) ergeben, daß $x_{eo} = 6$ K die Amplitude der Arbeitsbewegung ist.

Die Methode der Beschreibungsfunktion hat sich bei der Untersuchung nichtlinearer Regelkreise bewährt, da mit ihrer Hilfe die von linearen Systemen bekannten Untersuchungsmethoden anwendbar sind. Allerdings ist zu beachten, daß mittels der Beschreibungsfunktion nur Näherungswerte erhalten werden, weil von dem periodischen Ausgangssignal des nichtlinearen Gliedes nur die Grundschwingung betrachtet wird und eine völlige Unterdrückung der höheren harmonischen Schwingungen durch die nachfolgenden linearen Glieder angenommen wird.

10.4. Analyse nichtlinearer Regelkreise mit Hilfe der Zustandsdiagramme

Die Analyse von nichtlinearen Regelkreisen mittels der Beschreibungsfunktion ist eine Näherungsmethode und stellt letztlich eine Anpassung linearer Analysemethoden an die bei nichtlinearen Systemen vorhandenen Bedingungen dar. Im Gegensatz dazu ist die Beschreibung nichtlinearer Systeme mit Hilfe von Zustandsdiagrammen eine exakte Untersuchungsmethode sowohl für lineare als auch nichtlineare Systeme. Der Anwendungsbereich dieses Verfahrens ist allerdings eingeschränkt:

- Theoretisch können Systeme beliebig hoher Ordnung untersucht werden. Eine graphische Darstellung ist nur für Systeme von höchstens dritter Ordnung möglich.
- Man kann nur das Einschwingverhalten eines Systems betrachten. Das System läßt sich lediglich durch einfache Signale, wie Sprung- oder Stoßfunktion, anregen.

An einem einfachen Beispiel werden die Grundbegriffe, die im Zusammenhang mit einem Zustandsdiagramm auftreten, erläutert. Grundkenntnisse werden aus dem Lehrbuch »Dynamik technischer Systeme« [4] vorausgesetzt.

Das Verhalten eines Regelkreises (Regelgröße x) nach einer bereits abgeklungenen Störung (Eigenverhalten des Regelkreises) wird durch die folgende nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung beschrieben:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}). \quad (10.18)$$

Zum Zeitpunkt $t = t_0$ liegen die Anfangswerte x_0 und \dot{x}_0 vor. Nach Lösung der Aufgabe werden durch die Lösungsfunktion $x(t)$ und deren zeitliche Ableitung $\dot{x}(t)$ jedem Zeitpunkt $t > t_0$ die Werte der Regelgröße und deren Ableitung zugeordnet. Die Gesamtheit der Werte von $x(t)$ und $\dot{x}(t)$ für $t > t_0$ beschreibt das zukünftige Verhalten des Regelkreises.

Der Zustand eines Systems wird für jeden Zeitpunkt $t > t_0$ durch die Komponenten des n -dimensionalen Zustandsvektors (x, \dot{x}, \dots) wiedergegeben, deren zeitliche Veränderungen im n -dimensionalen Zustandsraum dargestellt werden können. Es ergibt sich ein **Zustandsdiagramm**, das ist die Zustandsbahn im Zustandsraum mit der Zeit t als Parameter.

Im Beispiel ($n = 2$) genügt eine Ebene (die Zustandsebene) mit den Koordinaten x und \dot{x} zur Darstellung des Verhaltens des Regelkreises (s. Bild 10.8).

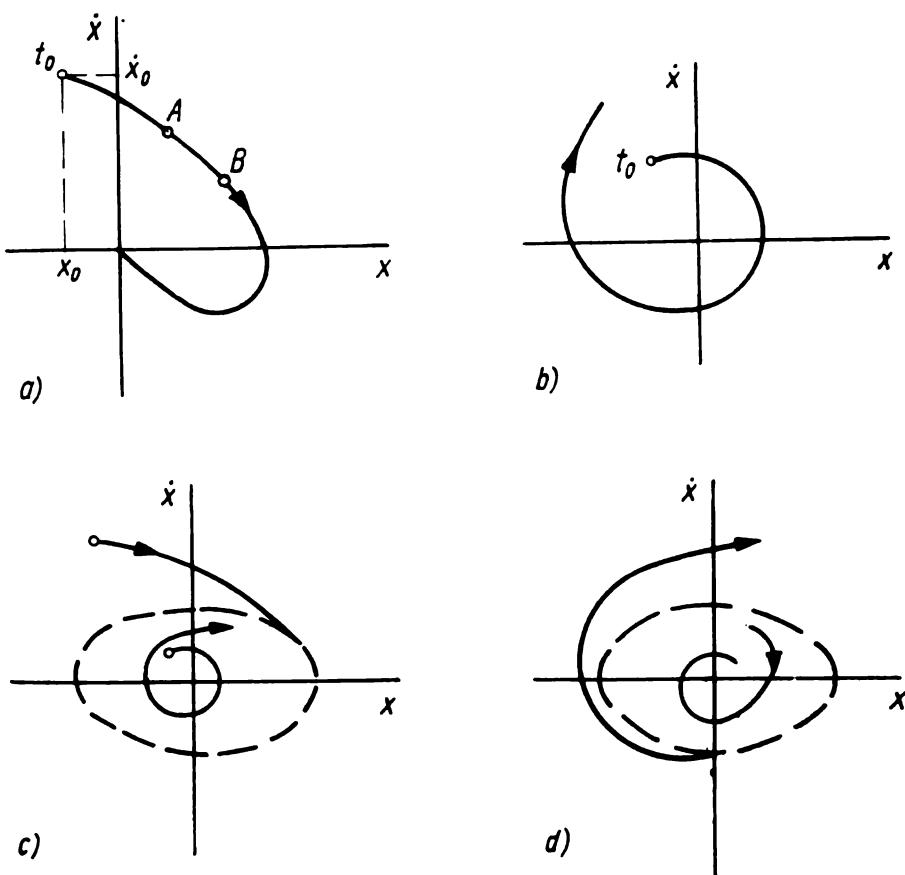


Bild 10.8. Zustandsdiagramme

- a) stabiler Vorgang
- b) instabiler Vorgang
- c) stabiler Grenzzyklus
- d) labiler Grenzzyklus

Bei Betrachtung und Auswertung von Zustandsdiagrammen sind einige Aussagen möglich:

1. Bei stabilen Regelsvorgängen enden die Zustandsbahnen für $t \rightarrow \infty$ in einem Punkt, dem neuen Beharrungszustand (Bild 10.8a), bei instabilen Vorgängen im Unendlichen (Bild 10.8b).
2. Führt die Regelgröße Dauerschwingungen zeitlich unveränderlicher Amplitude aus, dann enden die Zustandsbahnen in einem geschlossenen Kurvenzug, dem sogenannten **Grenzzyklus**. Bild 10.8c) zeigt einen stabilen Grenzzyklus (Stabilität außerhalb des Grenzzyklus, Stabilität im Großen), Bild 10.8d) einen labilen Grenzzyklus (Stabilität im Inneren des Zyklus, Stabilität im Kleinen).
3. Obwohl die Zeit t nur als Parameter im Zustandsdiagramm auftritt, sind die Berechnungen von Zeitdauern der Bewegungsvorgänge möglich. Die zum Übergang vom Zustand A in den Zustand B (Bild 10.8a) notwendige Zeit $t_{A \rightarrow B}$ beträgt:

$$t_{A \rightarrow B} = \int_A^B \frac{1}{\dot{x}(t)} dx. \quad (10.19)$$

Gelegentlich werden Zustandsdiagramme verwendet, bei denen der Zustandsvektor nicht die Regelgröße x und deren Ableitungen, sondern neben der Regelgröße x weitere mit der Regelgröße verknüpfte physikalisch-technische Größen enthält, die für den Prozeßablauf von Bedeutung sind. Bild 10.9 zeigt als Beispiel das Zustandsdiagramm der Temperatur ϑ (Regelgröße) und der Konzentration c eines geregelten Rührkesselreaktors.

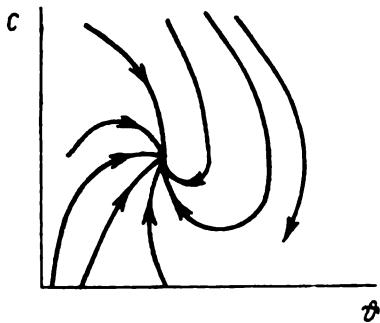
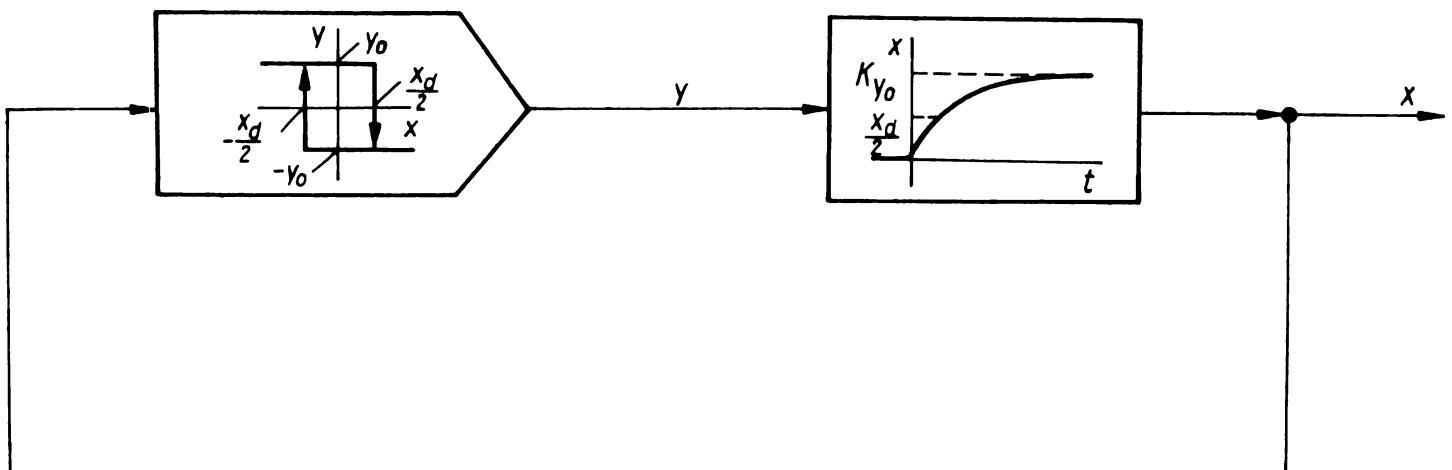
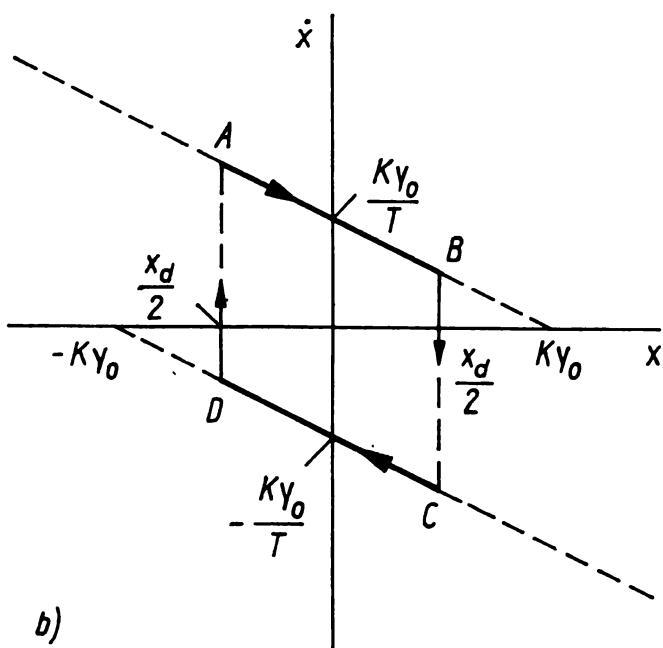


Bild 10.9. Zustandsdiagramm für einen geregelten Rührkesselreaktor

B Für einfache, auch nichtlineare Regelkreise sind die Zustandsdiagramme leicht berechenbar. Das soll am Beispiel eines nichtlinearen Regelkreises, bestehend aus einer PT_1 -Regelstrecke und einem Zweipunktregler mit Schaltdifferenz (s. Bild 10.10a), demonstriert werden, indem das Zustandsdiagramm seiner ungestörten Arbeitsbewegung ($w = 0, z = 0$) berechnet und gezeichnet sowie die Periodendauer der Arbeitsbewegung ermittelt wird. Die notwendige Vorzeichenumkehr im Regelkreis ist in der Kennlinie des Reglers berücksichtigt worden (vgl. mit Bild 10.5a).



a)



b)

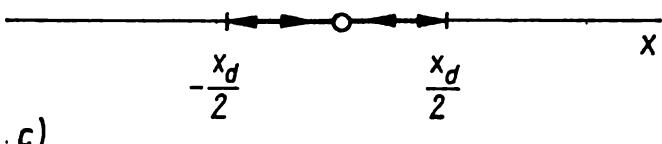


Bild 10.10. Nichtlinearer Regelkreis mit einem Zweipunktregler mit Schaltdifferenz

a) Signalflußbild

b) zweidimensionales Zustandsdiagramm

c) eindimensionales Zustandsdiagramm

Die den Regelvorgang beschreibende Differentialgleichung lautet:

$$T\dot{x} + x = Ky_o \quad \text{für } x < -\frac{x_d}{2} \text{ und } \dot{x} \leq 0 \text{ bzw. } -\frac{x_d}{2} < x < \frac{x_d}{2} \text{ und } \dot{x} > 0 \quad (10.20)$$

$$T\dot{x} + x = -Ky_o \quad \text{für } x > \frac{x_d}{2} \text{ und } \dot{x} \geq 0 \text{ bzw. } -\frac{x_d}{2} < x < \frac{x_d}{2} \text{ und } \dot{x} < 0 \quad (10.21)$$

Da die Ordnung dieser Differentialgleichung $n = 1$ ist, wäre als eindimensionaler Zustandsraum eine Gerade zu wählen. Abweichend davon wird hier, wie auch meist üblich, die Zustandsbahn in der Zustandsebene dargestellt.

Für die Zustandsbahn ergeben sich, abhängig vom Wert der Regelgröße x und dem Vorzeichen von \dot{x} (s. Gln. 10.20 und 10.21), zwei lineare Gleichungen:

$$\dot{x} = \frac{1}{T}(-x + Ky_o) \quad \text{und} \quad \dot{x} = \frac{1}{T}(-x - Ky_o). \quad (10.22)$$

Bild 10.10b) zeigt die Zustandsbahn in der Zustandsebene.

Bei der Berechnung der Periodendauer der Arbeitsbewegung ist zu berücksichtigen, daß die Teile B-C und D-A der Zustandsbahn dadurch entstanden sind, daß ein zweidimensionaler Zustandsraum gewählt wurde, obwohl ein eindimensionaler ausreichend ist, (s. Bild 10.10c). Die Periodendauer berechnet sich allgemein zu:

$$T_{\text{per}} = T_{A-B} + T_{C-D} = \int_A^B \frac{dx}{\dot{x}} + \int_C^D \frac{dx}{\dot{x}}. \quad (10.23)$$

Für das Beispiel ergibt sich:

$$T_{\text{per}} = \int_{-\frac{x_d}{2}}^{\frac{x_d}{2}} \frac{T dx}{-x + Ky_o} + \int_{\frac{x_d}{2}}^{\frac{x_d}{2}} \frac{T dx}{-x - Ky_o} \doteq 2 T \ln \frac{1 + \frac{x_d}{2 Ky_o}}{1 - \frac{x_d}{2 Ky_o}}. \quad (10.24)$$

In Tabelle 10.1 sind einige leicht verständliche und nützliche Überlegungen zur Wirkungsweise der betrachteten Zweipunktregelung zusammengestellt.

Tabelle 10.1. Aussagen zum Zweipunktregelkreis

Schaltdifferenz des Reglers	Schwingungsdauer	Amplitude der Arbeitsbewegung	Schalten des Reglers
$x_d \rightarrow 0$	$T_{\text{per}} \rightarrow 0$	gering	häufig
$x_d \rightarrow 2 Ky_o$	$T_{\text{per}} \rightarrow \infty$	groß	selten
$x_d = Ky_o$	$T_{\text{per}} = 2,2 T$	brauchbarer Einstellwert des Reglers	

- B** Zum Vergleich wird im folgenden Beispiel in dem vorher betrachteten Regelkreis (s. Bild 10.10) der Zweipunktregler mit Schaltdifferenz durch einen Dreipunktregler ersetzt, dessen statische Kennlinie im Bild 10.11a) gegeben ist.

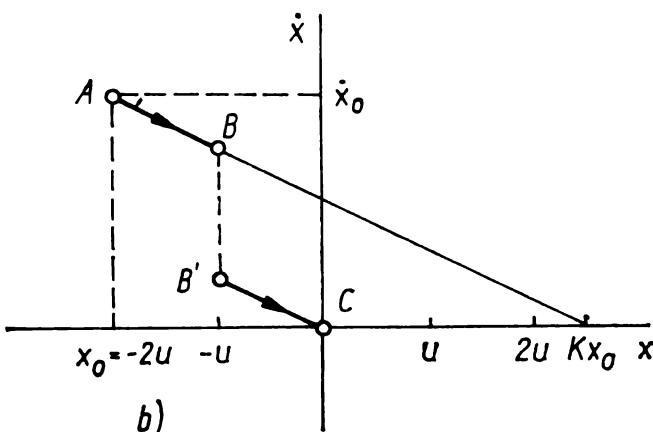
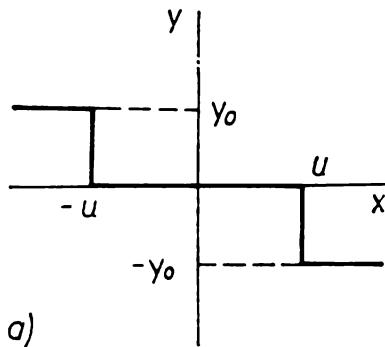


Bild 10.11. Nichtlinearer Regelkreis mit einem Dreipunktregler
a) statische Kennlinie des Reglers
b) Zustandsdiagramm

Die Gleichungen für die Zustandsbahn lauten:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \frac{1}{T} (-x + Ky_0) && \text{für } x < -u \\
 \dot{x} &= \frac{1}{T} (-x) && \text{für } -u < x < u \\
 \dot{x} &= \frac{1}{T} (-x - Ky_0) && \text{für } u < x.
 \end{aligned} \tag{10.25}$$

Mit einem Anfangswert $x_0 = -2u$, d. h.

$$\dot{x}_0 = \frac{1}{T} (-2u + Ky_0), \tag{10.26}$$

ergibt sich ein Zustandsdiagramm (s. Bild 10.11b), das auf einen monotonen Übergangsvorgang mit ständig abnehmender Geschwindigkeit hinweist, der zur Zeit $t \rightarrow \infty$ bei $x = 0$ endet. Dabei gilt der Teil A – B der Zustandsbahn für $x < -u$, d. h. $y = y_0$, und der Teil B' – C für $-u < x$, d. h. $y = 0$.

10.5. Abtastregelungen

Im Abschnitt 10.2. wurde gezeigt, daß in einem Zweipunktregelkreis die Stellgröße nur zwei, in einem Mehrpunktregelkreis entsprechend mehrere Werte annehmen kann. Die Amplitude der Stellgröße ist also quantisiert, es wird kein stetiges Signal übertragen.

Außer dieser Quantisierung der Amplitude ist in einem Regelkreis auch eine Quantisierung der Zeit möglich. Durch Einbau eines Schalters in den Regelkreis (s. Bild 10.12) steht die zeitveränderliche Größe »Regelabweichung« nur dann zur Verfügung, wenn der Schalter geschlossen ist, so daß nur die Werte zu diesen Zeitpunkten weiterverarbeitet werden können. Regelungen nach diesem Prinzip bezeichnet man als **Abtastregelungen**.

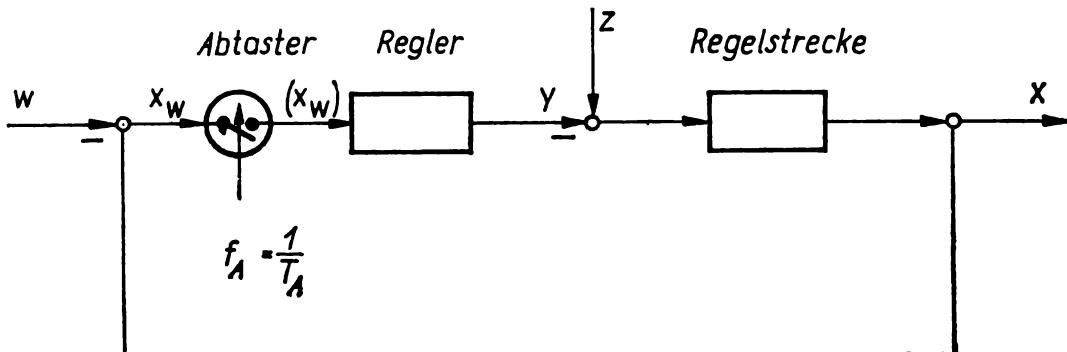


Bild 10.12. Signalflußbild eines Abtastregelkreises

(x_w) getastete Regelabweichung

T_A Abtastperiodendauer

f_A Abtastfrequenz

Abtastregelungen kommen relativ häufig zum Einsatz, wobei die Regelkreise sowohl linear als auch nichtlinear sein können. Die Linearität eines Regelkreises bleibt durch die Abtastung erhalten.

Ein Abtastvorgang kann aus folgenden Gründen zustande kommen:

1. durch die Meßwerterfassung:

- Die Regelgröße kann nur in bestimmten Zeitabständen gemessen werden. So z. B. arbeiten in chemischen Prozessen die automatischen Analysengeräte mit einer bestimmten Analysendauer, oder bei Radaranlagen wird die Lage des Objektes erst nach einer weiteren Umdrehung des Radarschirmes von neuem festgestellt.

2. durch die Meßwertverarbeitung:

- Regler, die nach dem Abtastprinzip arbeiten, sind einfach und preisgünstig herzustellen.
- Regelstrecken mit echten Totzeiten oder großen Verzögerungen erfordern für ein günstiges dynamisches Verhalten der Regelkreise den Einsatz von Abtastreglern.
- Ein Digitalrechner (Prozeßrechner) übernimmt in vielen Regelkreisen zeitlich nacheinander die Funktionen der Regler.

Wird eine stetige Funktion $f(t)$ mit der Abtastperiode T_A abgetastet, erhält man eine Wertefolge $f_0 = f(0)$, $f_1 = f(T_A)$, $f_2 = f(2 T_A)$, ..., $f_k = f(k T_A)$, ..., die mit (f_k) bezeichnet wird. Die Abtastpunkte sind dabei äquidistant.

Um die Werte (f_k) weiterverarbeiten zu können, müssen sie noch eine gewisse Zeit nach dem Zeitpunkt, wenn der Schalter schon wieder geöffnet ist, zur Verfügung stehen. Deshalb ist jede Abtastung notwendigerweise mit einer Speicherung der abgetasteten Werte verbunden, so wie es im Bild 10.13 dargestellt ist. Meist wird jeder Wert über die gesamte Abtastperiodendauer T_A gespeichert, so daß die kontinuierliche Zeitfunktion $f(t)$ über eine Wertefolge (f_k) in eine Treppenfunktion $\bar{f}(t)$ umgewandelt wird. Die Information wird durch die unterschiedlichen Höhen der Impulse (f_k) bzw. durch die Treppenfunktion $\bar{f}(t)$ übertragen. Man bezeichnet diese Umwandlung als **Impulsamplitudenmodulation**.

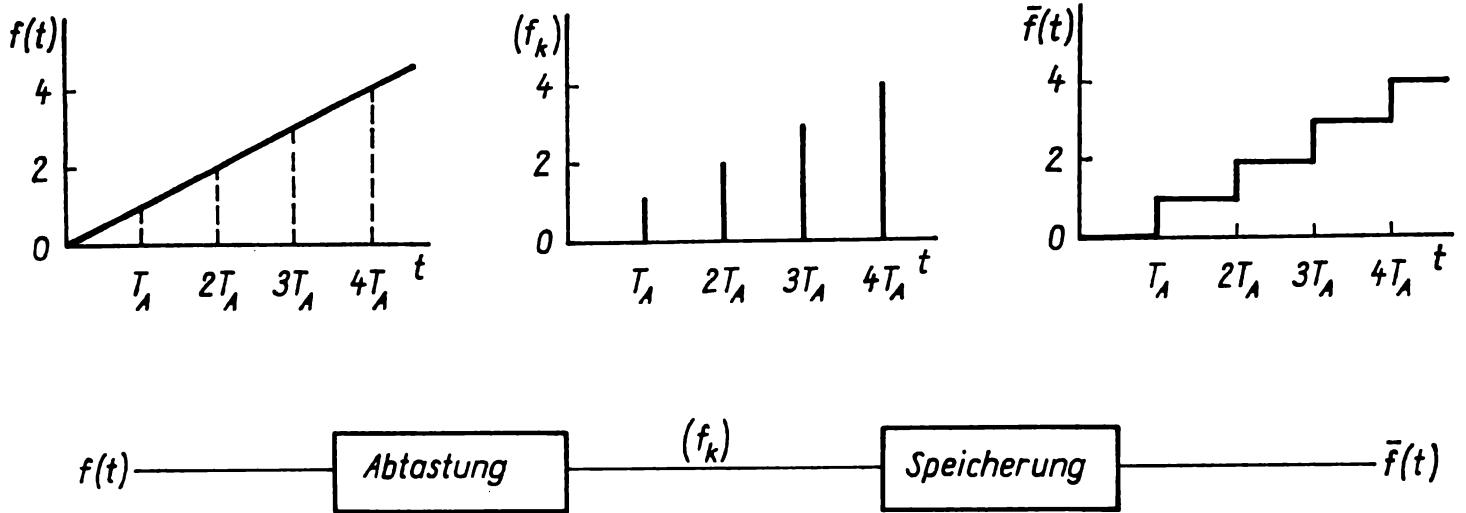


Bild 10.13. Abtastvorgang bei Impulsamplitudenmodulation

Bei jeder Abtastung eines gegebenen Signalverlaufs muß man sich die Frage stellen, welche Abtastfrequenz eingehalten werden muß, um den Verlauf aus den abgetasteten Einzelwerten wieder aufzubauen zu können. Eine Aussage darüber erhält man aus dem **Abtastgesetz von SHANNON**. Dazu denkt man sich den Signalverlauf nach **FOURIER** in einzelne Schwingungen zerlegt und setzt voraus, daß Schwingungen oberhalb einer bestimmten höchsten Frequenz f_G nicht mehr auftreten bzw. nicht mehr interessieren. Wird die Schwingung mit der höchsten Frequenz genügend oft abgetastet, so wird diese Abtastfrequenz sicher auch zur Übertragung aller Anteile der Schwingungen niedriger Frequenzen ausreichen. Das Abtastgesetz lautet dann:

■ Eine Schwingung mit der Frequenz f_G (Schwingungsdauer $T_G = \frac{1}{f_G}$) kann aus abgetasteten Amplitudenwerten wieder aufgebaut werden, wenn innerhalb der Dauer T_G einer Schwingung mindestens zwei Abtaststellen liegen.

Die Abtastperiodendauer T_A muß also kleiner sein als $\frac{T_G}{2}$ bzw. die Tastfrequenz f_A muß größer sein als $2f_G$ (s. Bild 10.14).

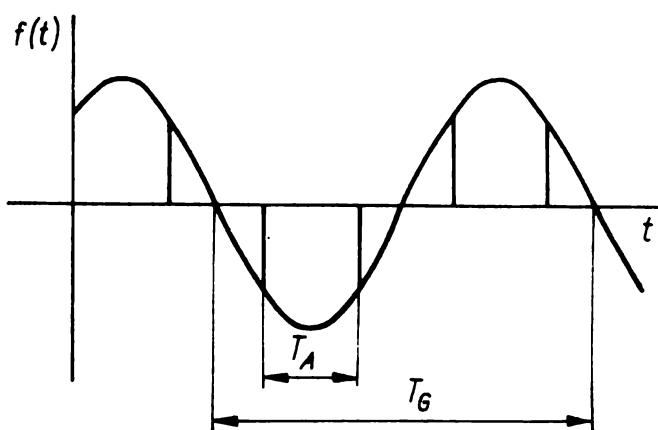


Bild 10.14. Abtastperiodendauer nach dem Abtastgesetz von SHANNON

Im folgenden soll als ein gerätetechnisches Beispiel für einen Abtastregler ein **Tastbügelregler** (Meßwerkabtastregler) betrachtet werden. Dieser industrielle Regler wird häufig bei Temperaturregelungen eingesetzt. Bild 10.15 dient zur Veranschaulichung des Arbeitsprinzips eines Tastbügelreglers. Über einen motorgetriebenen

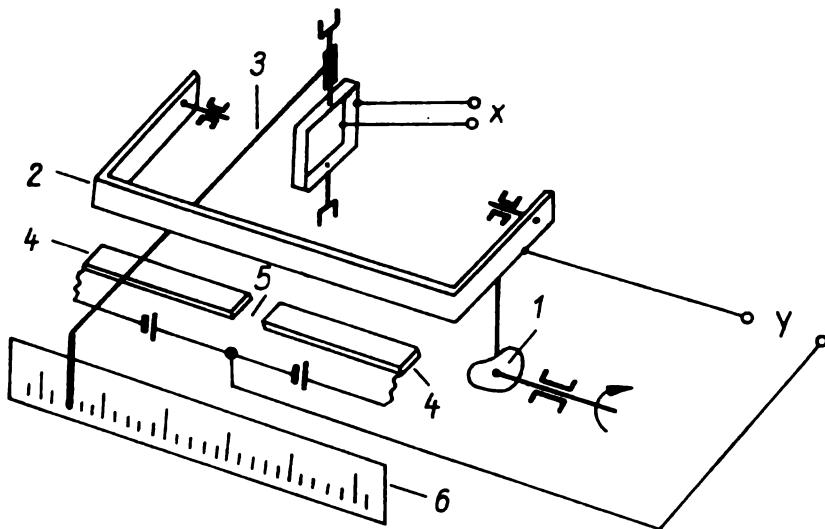


Bild 10.15. Grundprinzip eines Tastbügelreglers (ohne Halteglied)

- 1 Schaltnocken
- 2 Tastbügel
- 3 Zeiger
- 4 Kontaktbahnen
- 5 Sollwertbereich
- 6 Skale

Schaltnocken wird durch den Tastbügel der Zeiger eines Dreh- oder Kreuzspulinstrumentes in gleichen Zeitabständen (zwischen 5 und 30 s veränderbar) an eine der Kontaktbahnen kurzzeitig gedrückt, so daß am Ausgang des Reglers je nach Zeigerstellung, d. h. je nach dem Wert der Regelgröße, ein positiver, negativer oder kein Spannungsimpuls entsteht (getasteter Dreipunktregler). Zwischen den Abtastungen ist der Instrumentenzeiger frei beweglich. Kein Spannungsimpuls wird abgegeben, wenn der einstellbare Sollwertbereich erreicht ist. Der Regler liefert also bei einer Störgrößen- oder Führungsgrößenänderung so lange zu jedem Tastpunkt Impulse geeigneter Polarität an das Stellglied, bis die Regelgröße den Sollwertbereich wieder erreicht hat.

Da Eingangs- und Ausgangsspannung vollständig entkoppelt sind, bietet der Tastbügelregler die Möglichkeit, ohne elektronische Verstärkung ein hohes Energieniveau für die direkte Aussteuerung des Stellgliedes zur Verfügung zu stellen. Ein weiterer Vorteil des Tastbügelreglers ist, daß das mit dem Regler gekoppelte Anzeigegerät die Regelgröße ständig anzeigt.

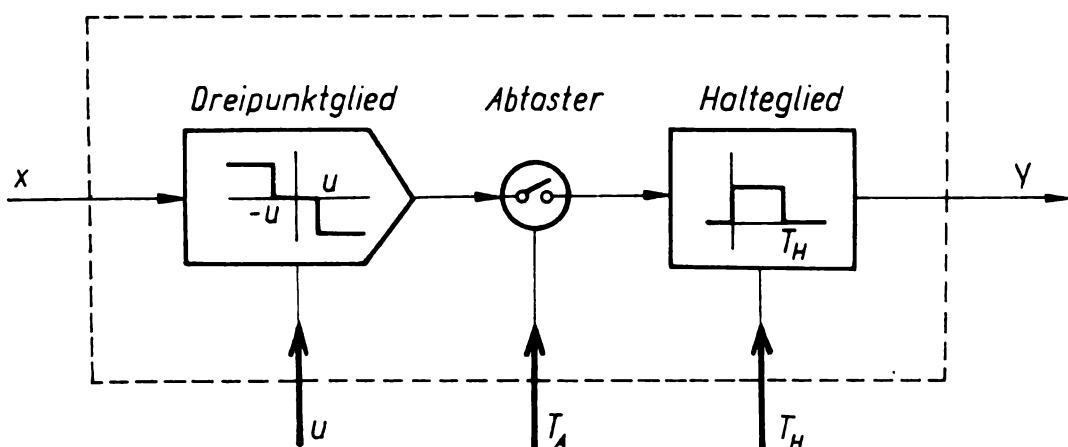


Bild 10.16. Signalflußbild eines Tastbügelreglers mit Dreipunktverhalten und Halteglied
 u, T_A, T_H Einstellwerte des Reglers

Bild 10.16 zeigt das Signalflußbild eines Tastbügelreglers mit Dreipunktverhalten und Halteglied. Technisch realisiert wird ein Halteglied beispielsweise durch Quecksilberschaltrohren. Eine dieser Schaltrohren wird im Augenblick der Abtastung durch eine im Bild 10.15 nicht gezeichnete Mechanik als Schließer betätigt, der noch eine bestimmte Zeit (Haltedauer T_H) geschlossen bleibt. Das Halteglied formt also die Impulse des Abtasters in Rechteckimpulse mit der Impulsbreite T_H um. Der

Regler kann über seine Kennwerte T_A , T_H und u (Ansprechunempfindlichkeit) eingestellt werden. Außer Tastbügelreglern mit Dreipunktverhalten gibt es auch welche mit Zwei-, Vier- oder Fünfpunktverhalten.

Ist bei der Sprungantwort einer Regelstrecke die Summe von echter Totzeit und Verzugszeit von gleicher Größe wie die Ausgleichszeit, dann kann zur Verbesserung der Dynamik des Regelkreises ein nichtlinearer Abtastregler gegenüber einem kontinuierlichen linearen Regler (*PI*- oder *PID*-Regler) mit großem Vorteil eingesetzt werden. Besitzt der Abtastregler eine statische Kennlinie mit Unempfindlichkeitszone, dann kann bei geeignetem Entwurf der Regelvorgang, der im linearen System große Ausregelzeit besitzt, nach relativ kurzer Zeit beendet sein (s. Bild 10.17).

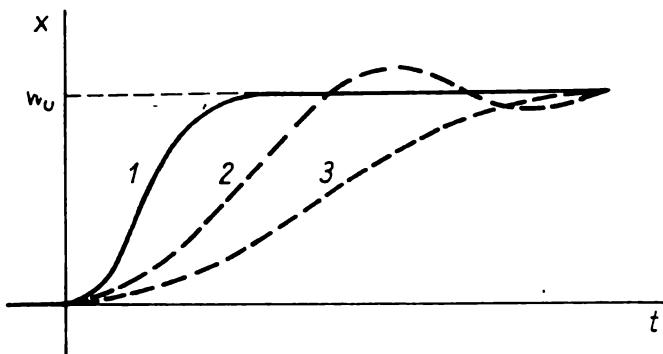


Bild 10.17. Sprungantworten für Führungsverhalten eines Regelkreises

1 mit Abtastregler

2, 3 mit *PI*-Regler (verschiedener Einstellung)

Wie stets bei regelungstechnischen Untersuchungen ist auch bei Abtastregelungen die Stabilität des Regelkreises von Bedeutung. Bei sehr schneller Abtastung geht die Abtastregelung in eine stetige bzw. stetigähnliche Regelung über. Mit geringer werdender Abtastfrequenz stellen sich immer größere Unterschiede gegenüber der stetigen Regelung heraus.

Für die Stabilitätsuntersuchung linearer Abtastsysteme sind entsprechend der Definition der Stabilität gleichfalls Stabilitätskriterien entwickelt worden. Berechnungen von Abtastregelkreisen werden vorteilhaft mit Hilfe der *z*-Transformation statt mit der *LAPLACE*-Transformation ausgeführt.

Zusammenfassung

Die Berücksichtigung von Nichtlinearitäten der Regelstrecke, die gewollte Verwendung von nichtlinearen Reglern und die Abtastung, insbesondere beim Einsatz von Prozeßrechnern in Verbindung mit Mehrgrößenregelungssystemen, führen an die Grenze des hier einführend Dargestellten. Das ist zugleich ein sich noch entwickelnder Schwerpunkt der theoretischen Weiterentwicklung und der praktischen Anwendung der Regelungstechnik.

Wenn der interessierte Leser mit Hilfe der Grundkenntnisse des einschleifigen Regelkreises und der ergänzenden Ausführungen in den Abschnitten 8. bis 10. fähig ist, wenn auch anfangs unter Schwierigkeiten, die Veröffentlichungen in den Fachzeitschriften zu verstehen, dann ist ein Anliegen dieses Lehrbuches voll erfüllt. Die wichtigsten statistischen Methoden der Regelungstechnik sind leider durch den Umfang und den sich ergebenden Schwierigkeitsgrad für dieses einführende Lehrbuch ausgeschlossen.

Literaturverzeichnis

- [1] Autorenkollektiv: Regelungstechnik für Verfahrenstechniker II (Arbeitsbuch), Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie 1976
- [2] Autorenkollektiv: Prozeßmeßtechnik, Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie 1976
- [3] BÄR, D.; FUCHS, H.: Kleines Lexikon der Steuerungs- und Regelungstechnik, Reihe Automatisierungstechnik, Band 40, Berlin: VEB Verlag Technik 1966
- [4] BRACK, G.: Dynamik technischer Systeme, Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie 1974
- [5] BRACK, G.: Technik der Automatisierungsgeräte, Berlin: VEB Verlag Technik 1969
- [6] BRACK, G.: Dynamische Modelle verfahrenstechnischer Prozesse, Reihe Automatisierungstechnik, Band 115, Berlin: VEB Verlag Technik 1972
- [7] BRACK, G.; MAERTENS, H.-D.: Prozeßautomatisierung, Reihe Automatisierungstechnik, Band 164, Berlin: VEB Verlag Technik 1974
- [8] BRONSTEIN, J. N.; SEMENDJAJEW, K. A.: Taschenbuch der Mathematik, Leipzig: B. G. Teubner Verlagsgesellschaft 1975
- [9] GILLE, J. C.; PELEGREN, M.; DECAULNE, P.: Lehrgang der Regelungstechnik, Band 1, Theorie der Regelungen, Berlin: VEB Verlag Technik 1960
- [10] GÖLDNER, K.: Mathematische Grundlagen für Regelungstechniker, Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1968
- [11] HILSCHER, K.: Steuerungs- und Regelungstechnik, in »Das Fachwissen des Ingenieurs«, Band 1, Teil 1, Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1964
- [12] KAPLICK, K.; LORENZ, G.: Experimentelle Verfahren zur Prozeßanalyse, Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie 1973
- [13] KINDLER, H.; REINISCH, K.: Regelungstechnik, in »Taschenbuch Elektrotechnik«, Band 1, Berlin: VEB Verlag Technik 1968
- [14] LANGE, F. H.: Signale und Systeme, Band 1, Spektrale Darstellung, Berlin: VEB Verlag Technik 1966
- [15] POPOW, E. P.: Einführung in die Regelungs- und Steuerungstechnik, Berlin: VEB Verlag Technik 1964
- [16] POPOW, E. P.; PALTOV, J. P.: Näherungsmethoden zur Untersuchung nichtlinearer Regelungssysteme, Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest und Portig 1963
- [17] SCHWARZE, G.: Regelungstechnik für Praktiker, Reihe Automatisierungstechnik, Band 50, Berlin: VEB Verlag Technik 1966
- [18] SOLODOWNIKOW, W. W.: Grundlagen automatischer Regelsysteme, Band 1, Stetige lineare Systeme, Berlin: VEB Verlag Technik 1971
- [19] STROBEL, H.: Systemanalyse mit determinierten Testsignalen, Berlin: VEB Verlag Technik 1968
- [20] TÖPFER, H.; RUDERT, S.: Einführung in die Automatisierungstechnik, Berlin: VEB Verlag Technik 1976

Anhang

Tabelle A1 – Teil 1

Ausgewählte Grundregeln der LAPLACE-Transformation

Grundregel	Originalbereich \bigcirc	● Bildbereich
Multiplikation mit einer Konstanten	$c \cdot x(t)$	$c \cdot X(p)$
Addition	$\sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i(t)$	$\sum_{i=1}^n c_i \cdot X_i(p)$
Differentiation (im Originalbereich)	$\dot{x}(t)$ $\ddot{x}(t)$ $x^{(n)}(t)$	$p \cdot X(p) - x(0+)$ $p^2 X(p) - p x(0+) - \dot{x}(0+)$ $p^n X(p)$ $-p^{n-1} x(0+) - p^{n-2} \dot{x}(0+) - \dots - x^{(n-1)}(0+)$
Integration (im Originalbereich)	$\int x(t) dt$	$\frac{1}{p} X(p) + \frac{1}{p} \left(\int x(t) dt \right)_{t=0+}$
Verschiebung	$x(t - \tau)$ mit $x(t - \tau) = 0$ für $t < \tau$	$e^{-\tau p} \cdot X(p)$

Tabelle A1 – Teil 2

Ausgewählte Korrespondenzen der LAPLACE-Transformation

Nr.	Ordnung des Nenner- polynoms in p	$X(p)$	$x(t)$ [mit $x(t) = 0$ für $t < 0$]
1	1	$\frac{1}{p}$	1
2		$\frac{T}{1 + Tp}$	$e^{-t/T}$
3		$\frac{1}{p^2}$	t
4		$\frac{1}{p(1 + Tp)}$	$1 - e^{-t/T}$
5		$\frac{1}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$	$\frac{1}{T_1 - T_2} \left(e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2} \right)$
6		$\frac{p}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$	$\frac{1}{T_1 - T_2} \left(\frac{1}{T_2} e^{-t/T_2} - \frac{1}{T_1} e^{-t/T_1} \right)$
7		$\frac{T^2}{(1 + Tp)^2}$	$t \cdot e^{-t/T}$
8		$\frac{T^2 p}{(1 + Tp)^2}$	$\left(1 - \frac{t}{T} \right) e^{-t/T}$
9	2	$\frac{\frac{1}{\omega_0}}{1 + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$	$\sin \omega_0 t$
10		$\frac{\frac{1}{\omega_0^2} p}{1 + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$	$\cos \omega_0 t$
11	bei	$\frac{\frac{1}{\omega_0}}{1 + \frac{2D}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$	
		$0 < D^2 < 1$	$\frac{1}{\sqrt{1 - D^2}} e^{-D \omega_0 t} \sin \omega_d t$ mit $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2}$
		$D^2 = 0$	$\rightarrow 9$
		$D^2 = 1$	$\rightarrow 7$
		$D^2 > 1$	$\rightarrow 5$

Tabelle A1 (Fortsetzung)

Nr.	Ordnung des Nenner- polynoms in p	$X(p)$	$x(t)$ [mit $x(t) = 0$ für $t < 0$]
		$\frac{\frac{1}{\omega_0^2} p}{1 + \frac{2D}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$	
12	2	bei $0 < D^2 < 1$	$\frac{1}{\sqrt{1-D^2}} e^{-Dt} \omega_0 t \sin(\omega_d t + \varphi)$ mit $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1-D^2}$ und $\varphi = -\arctan \frac{\sqrt{1-D^2}}{D}$
		$D^2 = 0$	$\rightarrow 10$
		$D^2 = 1$	$\rightarrow 8$
		$D^2 > 1$	$\rightarrow 6$
13		$\frac{1}{p^3}$	$\frac{1}{2} t^2$
14		$\frac{1}{p^2 (1 + Tp)}$	$t - T (1 - e^{-t/T})$
15		$\frac{1}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$	$1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2}$
16		$\frac{1}{p(1 + Tp)^2}$	$1 - e^{-t/T} \left(1 + \frac{t}{T} \right)$
17		$\frac{T^3}{(1 + Tp)^3}$	$\frac{1}{2} t^2 e^{-t/T}$
18	3	$\frac{p T^3}{(1 + Tp)^3}$	$t \left(1 - \frac{1}{2} \frac{t}{T} \right) e^{-t/T}$
19		$\frac{p^2 T^3}{(1 + Tp)^3}$	$\left(1 - 2 \frac{t}{T} + \frac{1}{2} \frac{t^2}{T^2} \right) e^{-t/T}$
20		$\frac{1}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)^2}$	$\frac{T_1}{(T_1 - T_2)^2} \cdot \\ \cdot \left[e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2} \left(1 + \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2} t \right) \right]$
21		$\frac{p}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)^2}$	$\frac{1}{(T_1 - T_2)^2} \cdot \\ \cdot \left[-e^{-t/T_1} + e^{-t/T_2} \left(1 + \frac{T_1 - T_2}{T_2^2} t \right) \right]$

Tabelle A1 (Fortsetzung)

Nr.	Ordnung des Nenner- polynoms in p	$X(p)$	$x(t)$ [mit $x(t) = 0$ für $t < 0$]
22		$\frac{p^2}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)^2}$	$\frac{1}{(T_1 - T_2)^2} \cdot$ $\cdot \left[\frac{1}{T_1} e^{-t/T_1} - \frac{1}{T_2} e^{-t/T_2} \left(1 - \frac{T_1 - T_2}{T_2} + \frac{T_1 - T_2}{T_2^2} t \right) \right]$
23		$\frac{1}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)}$	$\frac{T_1}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)} e^{-t/T_1} +$ $+ \frac{T_2}{(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)} e^{-t/T_2} +$ $+ \frac{T_3}{(T_3 - T_1)(T_3 - T_2)} e^{-t/T_3}$
24		$\frac{p}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)}$	$- \frac{1}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)} e^{-t/T_1} -$ $- \frac{1}{(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)} e^{-t/T_2} -$ $- \frac{1}{(T_3 - T_1)(T_3 - T_2)} e^{-t/T_3}$
25	3	$\frac{p^2}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)}$	$\frac{1}{T_1(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)} e^{-t/T_1} +$ $+ \frac{1}{T_2(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)} e^{-t/T_2} +$ $+ \frac{1}{T_3(T_3 - T_1)(T_3 - T_2)} e^{-t/T_3}$
26		$\frac{1}{p \left(1 + \frac{1}{\omega_o^2} p^2 \right)}$	$1 - \cos \omega_o t$
		$\frac{1}{p \left(1 + \frac{2D}{\omega_o} p + \frac{1}{\omega_o^2} p^2 \right)}$	
27	bei	$0 < D^2 < 1$	$1 - \frac{1}{\sqrt{1 - D^2}} e^{-D \omega_o t} \sin(\omega_d t + \varphi)$ mit $\varphi = \arctan \frac{\sqrt{1 - D^2}}{D}$ und $\omega_d = \omega_o \sqrt{1 - D^2}$
		$D^2 = 0$	$\rightarrow 26$
		$D^2 = 1$	$\rightarrow 16$
		$D^2 > 1$	$\rightarrow 15$

Tabelle A1 (Fortsetzung)

Nr.	Ordnung des Nenner- polynoms in p	$X(p)$	$x(t)$ [mit $x(t) = 0$ für $t < 0$]
28		$\frac{1}{\omega_0} \frac{1}{(1 + Tp) \left(1 + \frac{1}{\omega_0^2} p^2 \right)}$	$\frac{\omega_0 T}{1 + \omega_0^2 T^2} e^{-t/T} +$ $+ \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_0^2 T^2}} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ mit $\varphi = -\arctan \omega_0 T$
29	3	$\frac{\frac{1}{\omega_0^2} p}{(1 + Tp) \left(1 + \frac{1}{\omega_0^2} p^2 \right)}$	$- \frac{1}{1 + \omega_0^2 T^2} e^{-t/T} +$ $+ \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_0^2 T^2}} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ mit $\varphi = -\arctan \omega_0 T$
30		$\frac{\frac{1}{\omega_0^3} p^2}{(1 + Tp) \left(1 + \frac{1}{\omega_0^2} p^2 \right)}$	$\frac{1}{\omega_0 T (1 + \omega_0^2 T^2)} e^{-t/T} -$ $- \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_0^2 T^2}} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ mit $\varphi = -\arctan \omega_0 T$
31	n	$\frac{1}{p^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} \cdot t^{n-1}$ mit $n > 0$; ganzzahlig

Tabelle A2. Zusammenstellung der Beschreibungsweisen und Eigenschaften linearer Übertragungsglieder

rechte Seite der DGL	linke Seite der DGL	ohne Verzögerung		T_{2s}	T_{2n}
		$T_1 \dot{x}_a + x_a =$	$(0 < D < 1)$		
$- = x_e$	$x_a =$		$T_2^2 \ddot{x}_a + T_1 \dot{x}_a + x_a =$	$(D \geq 1)$	
$P = K x_e$		2		$T_2^2 \ddot{x}_a + T_1 \dot{x}_a + x_a =$	
$I = K_I \int x_e dt$	1				4
$D = K_D \dot{x}_e$	6	7			
$PI = K x_e + K_I \int x_e dt$	8	9	10		11
$PID = K x_e + K_I \int x_e dt + K_D \dot{x}_e$	12	13			
$PD = K x_e + K_D \dot{x}_e$	14			16	17
					18

Fortsetzung der Tabelle A2 siehe Beilage!

Sachwörterverzeichnis

- Abtastregelung 186
aktives Experiment 91
Allpaßglieder 84
Amplitudencharakteristik eines nicht-linearen Gliedes 180
Amplitudenkennlinien 65
–, asymptotische 66
Amplitudenverhältnis 63
Amplitudenvorrat 153
Analysenmethoden 91
–, analytische 102
–, graphische 93
–, grapho-analytische 93
Anregelzeit 59
Ansprechunempfindlichkeit 174
Arbeitsbewegung 177
Ausgleichszeit 96
Ausregelzeit 59
Autonomie eines MRS 170
- Bandtrocknungsanlage, Regelung einer 160
Beschreibungsfunktion 178
Beschreibungsweisen 72
Brennkammer, als Regelstrecke 103
–, Regelung einer 151
- charakteristische Gleichung 139, 143
charakteristischer Faktor für die Kopplung in MRS 168
- Dämpfungsgrad 79
Differentialgleichung 22
Differentialglied 75
Dimensionierung des Regelkreises 148, 150
Dimensionierung von Stellventilen 131
dominierendes Polpaar 147
Düse-Prallplatte-System 119
- Eigenverhalten 31
Einheitsregler 112
Einheitssignal 112
Einschwingvorgang 62
Einstellregel nach ZIEGLER und NICHOLS 148
Elementarfunktionen 98
Entkopplung 170
Experiment, aktives 91
–, passives 91
- Festwertregelung 45
Flächenmethode 100
FOURIER-Entwicklung 178
Frequenzgang 63
Frequenzkennlinie 65
Führungsgröße 15
Führungsregelung 45
Führungsverhalten 30, 47
Füllstandsregelung 33, 47, 54, 61
- Gegenkopplung 89
Grenzwertsätze der LAPLACE-Transformation 53
Grenzzyklus 183
Grundglied 71
- harmonische Linearisierung 178
Hilfsenergie 109
Hilfsregelgröße 158
Hilfsstellgröße 160
HURWITZ-Stabilitätskriterium 144
Hysterese 174
- Instabilität 139
Integralglied 74
Integralkriterien 141
Invarianzbedingung 156, 170
ITAE-Kriterium 143
- Kaskadenregelung 158
kombinierte Glieder 86
Kopplung 164
Kraftvergleichsregler 122
KÜPFMÜLLER-Stabilitätskriterium 149
- LAPLACE-Transformation 23
LAPLACE-Korrespondenztafeln 192
Leistungsverstärker 119
LJAPUNOW-Stabilitätsbegriff 138
- MASON, Formel von 42
Mehrgrößenregelung 162
mehrschleifiger Regelkreis 155
Meßeinrichtung 20
Meßgrößenregler 111
Momentenvergleichsregler 125
- Nachstellzeit 115
Nichtlinearitäten 173

Nichtphasenminimumglied 84
NYQUIST-Stabilitätskriterium 153
Ortskurve des Frequenzganges 64
Parallelschaltung 87
passives Experiment 91
Pfad im Signalflußbild 41
Phasenkennlinie 65
Phasenverschiebung 63
Phasenminimumglied 84
Phasenvorrat 153
Pol-Nullstellen-Verteilung 72
 –, günstige 147
Proportionalglied 72
Regelabweichung 15
 –, bleibende 49
 –, maximale 59
Regeleinrichtung 20, 107
Regelfaktor, dynamischer 67
 –, statischer 58
 –, stochastischer 70
Regelflächen 142
Regelgröße 15
Regelgüte 58, 67, 141
Regelkreis 15, 18
Regelstrecke 19
Regelung 14, 18
 –, Arten der 17, 19
Regelvorgang, günstiger 141, 147, 150, 153
 –, stabiler 138, 143, 149, 153
Regler 21, 109
 –, elektronischer 115
 –, hydraulischer 128
 –, pneumatischer 119
Reihenschaltung 86
ROUTH-Stabilitätskriterium 144
Rückführschaltung 89
Rückführung des Reglers 113
Rührkesselreaktor, als Regelstrecke 25
 –, Regelung eines 16, 158, 162
Sättigung 174
Schaltdifferenz 174
Schleife im Signalflußbild 41
SHANNON-Abtastgesetz 188
Signale 26, 51, 70
Signalflußbild 33
Sollwert 15
Sollwertgeber 20, 118
Sprungantwort 52
Stabilität, Definition nach LJAPUNOW 138
Stabilitätsbedingung 140
Stabilitätsgrenze 145
Stabilitätskriterium von HURWITZ 144
 – von KÜPFMÜLLER 149
 – von NYQUIST 153
 – von ROUTH 144
Stabilitätsreserve 141

Stabilität von Mehrgrößenregelungssystemen 166
Stellantrieb 134
 –, elektrischer 137
 –, pneumatischer 135
Stelleinrichtung 129
Stellglied 129
Stellgröße 15
Stellmotor 135
Stellungsregler 135
Stellventil 130
Stellverhalten der Regelstrecke 31
Störgröße 15
Störgrößenaufschaltung 156
Störverhalten der Regelstrecke 31
 – des Regelkreises 47
Strahlrohr 128
Strukturstabilität 146
Tangentenmethode 94
Tastbügelregler 32
Temperaturregelung 32, 156, 158
Totzeit 83
Totzeitglied 83
Übergangsfunktion 60
Überschwingweite 59
Übertragungsfaktor, differentieller 75
 –, integraler 74
 –, proportionaler 72
Übertragungsfunktion 24
 – für Führungsverhalten 30
 – für Störverhalten 30
Übertragungsglied 22
 – mit Ausgleich 74
 – ohne Ausgleich 74
Übertragungsmatrix 164
Ventilkennlinie 132
Vergleichsglied 20, 118
Verkopplung der Reglerparameter 118
Verzögerungsglied 1. Ordnung 76
 –, 2. Ordnung, schwingend 78
 –, 2. Ordnung, aperiodisch 79, 87
Verzugszeit 96
Vorhaltzeit 115
Vorwärtssteuerung 165
Wendetangentenmethode 96
Zeitfunktionsatlas 93
Zeitkonstante 77
Zeitplanregelung 45
Zeitprozentkennwertmethode 97
ZIEGLER und NICHOLS, Einstellregel 148
Zustandsbahn 182
Zustandsdiagramm 182
Zustandsebene 182
Zustandsraum 182
Zweipunktregelung 175
63-Prozent-Methode 95

