

# Leitfaden der Physik

*für Fachschulen und Erwachsenenbildung*



Translation			Rotation		
Weg	$s$	Meter m	Radian rad = 1	$\varphi$	Winkelweg (Drehwinkel)
Zeit	$t$	Sekunde s	Sekunde s	$t$	Zeit
Geschwindigkeit	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{1}{\text{s}}$	$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$	Winkelgeschwindigkeit
Beschleunigung	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$\frac{1}{\text{s}^2}$	$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$	Winkelbeschleunigung

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus Ruhelage					
Endgeschwindigkeit	$v_t = a t$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{1}{\text{s}}$	$\omega_t = \alpha t$	erreichte Winkelgeschwindigkeit
zurückgelegter Weg	$s_t = \frac{1}{2} v_t t$	m	rad	$\varphi_t = \frac{1}{2} \omega_t t$	zurückgelegter Drehwinkel
zurückgelegter Weg	$s_t = \frac{1}{2} a t^2$	m	rad	$\varphi_t = \frac{1}{2} \alpha t^2$	zurückgelegter Drehwinkel



Translation			Rotation		
Masse	$m$	Kilogramm kg	$\text{kg m}^2$	$J (= m r^2)$	Trägheitsmoment
Kraft	$F = ma$	Newton N	Nm	$M = J\alpha$	Drehmoment
Kinetische Energie	$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$	Joule J	J	$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \omega^2$	Kinetische Energie
Potentielle Energie (Hub)	$W_{\text{pot}} = Gh$	J	—	—	—
Potentielle Energie (Feder)	$W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k s^2$	J	J	$W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k' \varphi^2$	Potentielle Energie (Drehfeder)
Mechanische Arbeit	$\Delta W = Fs$	J	J	$\Delta W = M\varphi$	Mechanische Arbeit
Mechanische Leistung	$P = \frac{\Delta W}{t} = Fv$	Watt W	W	$P = \frac{\Delta W}{t} = M\omega$	Mechanische Leistung
Impuls	$p = mv$	$\frac{\text{kg m}}{\text{s}}$	$\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$	$d = J\omega$	Drehimpuls

# Leitfaden der Physik für Fachschulen und Erwachsenenbildung



# Leitfaden der Physik

*für Fachschulen und Erwachsenenbildung*

Von einem Autorenkollektiv

2. Auflage

Mit 340 Bildern, 73 Lehrbeispielen, 107 Übungen  
mit Lösungen und einer Beilage

---

*VEB Fachbuchverlag Leipzig*



Zum Studium an Ingenieur- und Fachschulen empfohlen  
Institut für Fachschulwesen  
Karl-Marx-Stadt, den 8. 4. 1968

## AUTORENKOLLEKTIV

VERLAG VON VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG

*Federführung:* Dipl.-Phys. *Wolfgang Körner*, Fachschuldozent, Leipzig

*Autoren:* Dipl.-Phys. *Günther Kießling*, Fachschuldozent, Zittau  
Abschnitt 4.

Dipl.-Phys. *Wolfgang Körner*, Fachschuldozent, Leipzig  
Abschnitte 1.1., 2.3.3., 2.4., 2.5., 2.6., Beilage

Dipl.-Phys. *Dietmar Mende*, Fachschuldozent, Riesa  
Abschnitte 1.2., 1.3., 3.

Dr. *Helmut Mucke*, Dozent für Physikmethodik, Dresden  
Abschnitte 5., 6.

Dipl.-Gwl. *Hellmut Spretke*, Fachschuldozent, Halle/Saale  
Abschnitt 2. bis 2.3.2.

Redaktionsschluß: 31. 3. 1968

ES 20 C 3 (18 B 1)

Copyright by VEB Fachbuchverlag Leipzig 1968

Verlagslektor: Alfred Sommer

Gestaltung: Egon Hunger

Umschlagfoto: Sieghard Liebe, Leipzig

Satz und Druck: VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig (III/18/203)

Veröffentlicht unter der Lizenznummer 114-210/45/68

13,50



# *Zum Geleit*

Gegenwärtig unternehmen alle Bereiche unseres Bildungswesens große Anstrengungen zur Verwirklichung des Gesetzes über das einheitliche sozialistische Bildungssystem. Besondere Aufmerksamkeit beansprucht in diesem Zusammenhang auch die Verbesserung der naturwissenschaftlichen Ausbildung der Studierenden. Das vorliegende moderne einbändige Physiklehrbuch ist zweifellos ein Beitrag dazu.

In straff gegliederter, wissenschaftlich einwandfreier Form wurde mit einem Minimum an mathematischem Aufwand ein Maximum an physikalischer Information angestrebt. Das Buch ist vorwiegend für die Verwendung als Lehrbuch an nichttechnischen Fachschulen entwickelt worden, wird aber sicherlich infolge der geschickten methodischen Aufbereitung des Lehrstoffes einen weit größeren Leserkreis finden.

Wenn die neu gewonnenen physikalischen Erkenntnisse und Einsichten das naturwissenschaftliche Weltbild des Lesers erweitern und ihm darüber hinaus auch in der besseren Erfüllung seiner beruflichen Aufgaben nützlich sind, ist ein Hauptanliegen dieses Lehrbuches erfüllt. Dazu wünschen wir viel Freude und Erfolg.

Institut für Fachschulwesen

Abteilung Mathematik/Naturwissenschaften





# Vorwort

Den ständig ansteigenden Forderungen der Lehrpläne entsprechend, wurden unsere Fachschullehrbücher der Physik in den letzten Jahren stärker überarbeitet und namentlich in ihrem mathematischen Inhalt anspruchsvoller. Daneben soll aber nicht übergangen werden, daß breite Kreise sowohl der Erwachsenenbildung als auch der nicht ausgesprochen technischen Fachschulen ein Lehrbuch der Physik brauchen, das in knapper, auf einen Band geringen Umfangs beschränkter Form das notwendige Wissen nach dem modernen Stand der Entwicklung vermittelt.

Unter bewußtem Verzicht auf höhere mathematische Ansprüche an den Leser wendet sich deshalb dieses Buch an Fachschüler, soweit sie nicht in der Ausbildung an Fach- oder Ingenieurschulen technischer Fachrichtungen stehen, an Teilnehmer von Kursen für Techniker und Laboranten, an Teilnehmer von Lehrgängen an Volkshochschulen und Betriebsakademien.

Der Leser soll aus der Arbeit mit dem Buch neben sicheren Grundkenntnissen in den einzelnen Teilgebieten der Physik vor allem auch das Wissen um die Zusammenhänge zwischen diesen Teilgebieten erwerben. Er soll befähigt werden, physikalische Probleme, die ihm in der Praxis oder in seiner beruflichen Weiterbildung begegnen, einzuordnen und sich, gegebenenfalls mit Hilfe weiterführender Literatur spezielleren Charakters, mit diesen Problemen auseinanderzusetzen. Schließlich soll er einen Einblick in das Wesen naturwissenschaftlicher Forschung gewinnen und auch die Fähigkeit erwerben, einfache physikalische Berechnungen durchzuführen.

Durch Lehrbeispiele wird dem Leser gezeigt, wie er zweckmäßig Aufgaben löst. Sie ergänzen den behandelten Stoff und sollten deshalb beim Lesen nicht übergangen werden. In den Übungen werden Fragen gestellt oder Berechnungen verlangt, zu denen die Lösungen am Ende des Buches zusammengefaßt sind.

Lehrbeispiele, Übungen und Gleichungen sind abschnittsweise numeriert. So bedeutet z. B. (2.31) die Gleichung 31 im Abschnitt 2. Bezüge auf die Abschnitte sind in eckigen Klammern gegeben. [3.22.] heißt z. B. siehe Abschnitt 3.22. Die Nummern der Lehrbeispiele und Übungen stehen außerhalb des Satzspiegels, kursiv für Lehrbeispiele, halbfett für Übungen.

Als Beilage ist dem Buch eine Zusammenstellung der wichtigsten Einheiten, Umrechnungsbeziehungen, Gleichungen sowie Tabellenwerte angefügt. Hinweise im Text auf diese Beilage werden in der Form [B 4.3.] gegeben, was also bedeutet: Tafel 4.3 der Beilage. Diese Beilage sollte beim Lösen der Übungen stets zur Hand genommen werden. Sie ist zugleich als zulässige Unterlage bei Klausuren gedacht.

Um das Arbeiten mit dem Buch von der äußeren Form her zu unterstützen, wurde in Text und Bild mit zwei Farben gearbeitet.

Die Hervorhebungen im Text durch schwarzen bzw. roten Druck sind wie folgt zu verstehen:

wichtige Gleichungen

Definitionen und besonders  
wichtige Gleichungen

- Einheitengleichungen
- kurze wichtige Feststellungen
- besonders wichtige Feststellungen
- Merksätze

#### **Grundgrößen und Grundeinheiten**

Fundamentalsätze

Naturkonstanten

Wegen der Vielfältigkeit des Leserkreises, der mit diesem Buch angesprochen werden soll, ist es für die Autoren und den Verlag von besonderem Wert, Erfahrungen aus der Arbeit mit dem Buch zu sammeln und bei Neuauflagen auszuwerten. Wir sind daher gerade bei diesem Titel für Hinweise aus dem Leserkreis dankbar.

Verfasser und Verlag



# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Einleitung</b>	<b>15</b>	<b>2.2.3.</b>	<b>Kinematik der Drehbewegung</b>	<b>45</b>
1.1.	Physik und Naturwissenschaft	15	2.2.3.1.	Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung	45
1.2.	Physikalische Größen und ihre Beziehungen zueinander	16	2.2.3.2.	Gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung	47
1.2.1.	Begriff der physikalischen Größe	16	2.2.3.3.	Radialbeschleunigung	49
1.2.2.	Physikalische Größe als Produkt von Zahl und Einheit	16	2.3.	Dynamik	51
1.2.3.	Größengleichung	17	2.3.1.	Dynamik der fortschreitenden Bewegung	51
1.2.4.	Zugeschnittene Größengleichung	17	2.3.1.1.	Wesen und Arten der Kraft	51
1.2.5.	Zahlenwertgleichung	17	2.3.1.2.	Masse und Trägheit	52
1.2.6.	Tabellenkopf	18	2.3.1.3.	Definition der Kraft und dynamisches Grundgesetz	54
1.2.7.	Beschriftung grafischer Darstellungen	18	2.3.1.4.	Wechselwirkungsprinzip	56
1.3.	System der physikalisch-technischen Einheiten	18	2.3.1.5.	Kräftegleichgewicht	56
1.3.1.	Grundeinheiten	18	2.3.1.6.	Statische Kraftmessung	57
1.3.2.	Abgeleitete Einheiten	19	2.3.1.7.	Schwerkraft	59
1.4.	Symbole	19	2.3.1.8.	Kräfteparallelogramm	63
<b>2.</b>	<b>Mechanik</b>	<b>21</b>	2.3.1.9.	Druck	66
2.1.	Vorbemerkungen	21	2.3.1.10.	Reibung	68
2.1.1.	Aufgabe und Gliederung der Mechanik	21	2.3.1.11.	Mechanische Arbeit und Energie	69
2.1.2.	Physikalischer Körper	21	2.3.1.12.	Verschiebungsarbeit und potentielle Energie	71
2.2.	Kinematik	23	2.3.1.13.	Beschleunigungsarbeit und kinetische Energie	73
2.2.1.	Grundbegriffe der Kinematik	23	2.3.1.14.	Energieerhaltungssatz der Mechanik	75
2.2.1.1.	Geometrische Größen	23	2.3.1.15.	Reibungsarbeit	75
2.2.1.2.	Zeit	29	2.3.1.16.	Leistung	76
2.2.1.3.	Begriff und Arten der Bewegung	29	2.3.1.17.	Wirkungsgrad	78
2.2.2.	Kinematik der fortschreitenden Bewegung	31	2.3.1.18.	Impuls	78
2.2.2.1.	Geschwindigkeit und Beschleunigung	31	2.3.2.	Dynamik der Kreis- und Drehbewegung	82
2.2.2.2.	Überlagern von Bewegungen	36	2.3.2.1.	Drehmoment	82
2.2.2.3.	Geradlinige, gleichförmige Bewegung	37	2.3.2.2.	Massenträgheitsmoment	84
2.2.2.4.	Geradlinige, gleichmäßig beschleunigte Bewegung	42	2.3.2.3.	Größen und Gleichungen der Drehbewegung	86
			2.3.2.4.	Radialkraft	90
			2.3.2.5.	Gravitation	93
			2.3.3.	Statik	95

2.3.3.1.	Zusammensetzen von Kräften mit verschiedenen Angriffspunkten .....	95	2.5.3.2.	Resonanz .....	142
2.3.3.2.	Zusammensetzen von Drehmomenten mit gemeinsamer Drehachse .....	96	2.6.	Wellenlehre und Akustik .....	144
2.3.3.3.	Kräftepaar .....	97	2.6.1.	Allgemeines über Wellen .....	144
2.3.3.4.	Massenmittelpunkt .....	97	2.6.1.1.	Wesen der Wellenbewegung ...	144
2.3.3.5.	Gleichgewichtsbedingungen für den starren Körper .....	99	2.6.1.2.	Wellenarten .....	147
2.3.3.6.	Gleichgewichtszustände des starren Körpers .....	100	2.6.2.	Besonderheiten der Wellenausbreitung .....	149
2.3.3.7.	Hebel, Rollen und Winden ...	101	2.6.2.1.	DOPPLER-Effekt .....	149
2.4.	<i>Mechanik der Flüssigkeiten und Gase</i> .....	105	2.6.2.2.	Prinzipien von HUYGENS und von FERMAT .....	150
2.4.1.	Allgemeine Eigenschaften der Flüssigkeiten und Gase .....	105	2.6.2.3.	Reflexion und Brechung .....	151
2.4.2.	Druck in Flüssigkeiten und Gasen .....	106	2.6.2.4.	Beugung .....	152
2.4.2.1.	Druck und Kraft .....	107	2.6.2.5.	Interferenz .....	153
2.4.2.2.	Kolbendruck .....	107	2.6.2.6.	Stehende Wellen .....	155
2.4.2.3.	Druck und Volumen bei Gasen	109	2.6.3.	Schallwellen .....	155
2.4.2.4.	Schweredruck in Flüssigkeiten	109	2.6.3.1.	Wesen des Schalls .....	155
2.4.2.5.	Luftdruck und Vakuum .....	110	2.6.3.2.	Schallfeld .....	157
2.4.2.6.	Druckmessung .....	111	2.6.3.3.	Schallquellen und Schallempfänger .....	158
2.4.2.7.	Pumpen .....	113	2.6.3.4.	Lautstärke .....	160
2.4.3.	Auftrieb .....	115	2.6.3.5.	Ultraschall .....	162
2.4.3.1.	Archimedisches Prinzip .....	115	3.	<b>Kalorik</b> .....	164
2.4.3.2.	Auftrieb und Schwerkraft ....	116	3.1.	<i>Grundbegriffe der Kalorik</i> ....	164
2.4.4.	Molekularkräfte .....	119	3.2.	<i>Temperatur</i> .....	164
2.4.4.1.	Oberflächenspannung .....	119	3.2.1.	Temperaturskalen .....	164
2.4.4.2.	Kapillarität .....	120	3.2.2.	Ausdehnung fester Körper ....	166
2.4.4.3.	Innere Reibung .....	121	3.2.2.1.	Längenänderung fester Körper .	166
2.4.5.	Strömungen .....	121	3.2.2.2.	Volumenänderung fester Körper	167
2.4.5.1.	Allgemeines über Strömungen	121	3.2.2.3.	Dichteänderung fester Körper .	168
2.4.5.2.	Ideale Flüssigkeiten .....	122	3.2.3.	Volumenänderung von Flüssigkeiten .....	169
2.4.5.3.	Zähe Flüssigkeiten .....	127	3.2.3.1.	Scheinbare Volumenänderung von Flüssigkeiten in Gefäßen ..	170
2.4.5.4.	Strömungswiderstand .....	128	3.2.3.2.	Dichteänderung von Flüssigkeiten — Anomalie des Wassers ...	170
2.5.	<i>Schwingungen</i> .....	129	3.2.4.	Volumenänderung der Gase ...	171
2.5.1.	Kinematik der harmonischen Bewegung .....	129	3.2.4.1.	Volumenänderung der Gase bei konstantem Druck .....	171
2.5.1.1.	Weg-Zeit-Diagramm .....	129	3.2.4.2.	Druckänderung der Gase bei konstantem Volumen .....	172
2.5.1.2.	Geschwindigkeit und Beschleunigung eines harmonisch schwingenden Körpers .....	131	3.2.4.3.	Erste Form der Zustandsgleichung .....	173
2.5.1.3.	Anzeige von Schwingungen ...	134	3.2.4.4.	Das ideale Gas .....	174
2.5.1.4.	Überlagerung harmonischer Schwingungen .....	135	3.2.4.5.	Molvolumen .....	174
2.5.2.	Dynamik schwingender Körper	136	3.2.4.6.	Zweite Form der Zustandsgleichung .....	175
2.5.2.1.	Kraftgesetz .....	136	3.2.5.	Temperaturmessung .....	176
2.5.2.2.	Energiebetrachtungen .....	136	3.3.	<i>Wärme als Energieform</i> .....	177
2.5.2.3.	Beispiele für harmonische Bewegungen .....	137	3.3.1.	Wärmemenge und Temperatur .	177
2.5.2.4.	Gedämpfte Schwingungen ....	141	3.3.2.	Kalorimetrie .....	178
2.5.3.	Erzwungene Schwingungen ...	141	3.3.3.	Spezifische Wärmekapazitäten der Gase .....	180
2.5.3.1.	Oszillator und Resonator ....	141	3.3.4.	Energieumwandlungen .....	180
			3.3.4.1.	Allgemeiner Energiesatz .....	180

3.3.4.2.	Umwandlung mechanischer Energie in Wärmeenergie .....	181	4.2.1.	Elektrischer Strom .....	206
3.3.4.3.	Umwandlung elektrischer Energie in Wärmeenergie .....	181	4.2.2.	Elektrische Energie, Spannung und Leistung .....	210
3.3.4.4.	Umwandlung chemischer Energie in Wärmeenergie .....	181	4.2.3.	Elektrischer Widerstand und OHMSches Gesetz .....	211
3.4.	<i>Wärme und mechanische Arbeit</i> .....	182	4.2.4.	Mechanisches Analogon .....	214
3.4.1.	Erster Hauptsatz der Thermodynamik .....	182	4.2.5.	Präzisierung des Spannungsbegriffes .....	215
3.4.2.	Zustandsänderungen des idealen Gases .....	183	4.3.	<i>Verzweigter Gleichstromkreis</i> ..	216
3.4.2.1.	Isotherme Zustandsänderung ..	183	4.3.1.	KIRCHHOFFSche Gesetze .....	217
3.4.2.2.	Isochore Zustandsänderung ..	184	4.3.2.	Elektrische Meßtechnik .....	219
3.4.2.3.	Isobare Zustandsänderung ....	185	4.3.2.1.	Stromstärkemessung .....	219
3.4.2.4.	Adiabatische Zustandsänderung	186	4.3.2.2.	Spannungsmessung .....	219
3.4.2.5.	Polytrope Zustandsänderung ..	189	4.3.2.3.	Widerstandsmessung .....	221
3.4.3.	Kreisprozesse .....	189	4.4.	<i>Elektrostatik</i> .....	221
3.4.3.1.	Kreisprozeß im $p, V$ -Diagramm ..	189	4.4.1.	Ruhende elektrische Ladung ..	222
3.4.3.2.	CARNOT-Prozeß .....	190	4.4.1.1.	Experimente zur ruhenden Elektrizität .....	222
3.4.3.3.	Wirkungsgrad des CARNOT-Prozesses .....	190	4.4.1.2.	Influenz .....	223
3.4.4.	Reversible und irreversible Vorgänge .....	192	4.4.1.3.	Zusammenhang zwischen ruhender und fließender Elektrizitätsmenge .....	223
3.4.5.	Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik .....	192	4.4.1.4.	Kapazität eines Kondensators ..	225
3.5.	<i>Änderung des Aggregatzustandes</i> .....	193	4.4.2.	Elektrisches Feld im Vakuum ..	228
3.5.1.	Umwandlungspunkte .....	193	4.4.2.1.	Feldbegriff .....	228
3.5.2.	Spezifische Schmelz- und Verdampfungswärme .....	194	4.4.2.2.	Elementarquantum der Ladung	230
3.5.3.	DALTONSches Gesetz .....	195	4.4.3.	Stoff im elektrischen Feld ....	231
3.5.4.	Dämpfe .....	196	4.5.	<i>Magnetismus</i> .....	233
3.5.5.	Luftfeuchtigkeit .....	196	4.5.1.	Dauermagnet und Magnetfeld ..	233
3.5.6.	Reale Gase .....	197	4.5.2.	Elektrischer Strom und Magnetfeld .....	234
3.5.7.	Kritischer Zustand der Gase ..	197	4.6.	<i>Induktionsvorgänge</i> .....	237
3.5.8.	Gasverflüssigung .....	197	4.6.1.	Grundlegende Experimente zur Induktion .....	238
3.6.	<i>Wärmetransport</i> .....	198	4.6.2.	Induktionsgesetz .....	239
3.6.1.	Wärmeströmung .....	198	4.6.3.	LENZsche Regel .....	242
3.6.2.	Wärmeleitung .....	198	4.6.4.	Selbstinduktion .....	244
3.6.3.	Wärmeübergang .....	199	4.6.4.1.	Experimente zur Selbstinduktion	244
3.6.4.	Wärmedurchgang .....	200	4.6.4.2.	Induktivität einer Spule .....	244
3.6.5.	Wärmestrahlung .....	200	4.6.4.3.	Magnetische Energie .....	245
3.7.	<i>Kinetische Theorie der Wärme</i> ..	200	4.6.5.	Kräfte im Magnetfeld .....	247
3.7.1.	Molekularer Aufbau der Körper	201	4.6.6.	Stoff im Magnetfeld .....	251
3.7.2.	Gesetz von BOYLE und MARIOTTE	201	4.7.	<i>Leitungsvorgänge</i> .....	253
3.7.2.1.	Das ideale Gas .....	201	4.7.1.	Strom im Vakuum .....	253
3.7.2.2.	Ableitung des Gesetzes von BOYLE und MARIOTTE .....	202	4.7.1.1.	Glühemission von Elektronen ..	253
3.7.3.	Temperatur und mittlere kinetische Energie der Gasmoleküle	203	4.7.1.2.	Elektronenröhren .....	254
4.	<b>Elektrik</b> .....	205	4.7.1.3.	BRAUNsche Röhre .....	255
4.1.	<i>Historische Vorbemerkungen zur Elektrik</i> .....	205	4.7.2.	Stromleitung in Gasen .....	257
4.2.	<i>Unverzweigter Gleichstromkreis</i>	205	4.7.2.1.	Unselbständige Entladung ....	257
			4.7.2.2.	Selbständige Gasentladung ....	259
			4.7.3.	Stromleitung in Flüssigkeiten ..	260
			4.7.3.1.	Elektrolyse .....	260
			4.7.3.2.	Galvanische Elemente .....	262
			4.7.3.3.	Akkumulatoren .....	263
			4.7.4.	Stromleitung in festen Stoffen ..	264
			4.7.4.1.	Metallische Leitung .....	264

4.7.4.2.	Strom durch Halbleiter .....	268	5.3.4.	Abbildung durch Linsen und Spiegel .....	304
4.8.	<i>Wechselstromkreis</i> .....	271	5.3.4.1.	Strahlengänge durch Linsen ...	304
4.8.1.	Erzeugung einer Wechselspannung .....	271	5.3.4.2.	Reelle Abbildungen durch Sammellinsen .....	306
4.8.2.	Widerstände für Wechselstrom ..	272	5.3.4.3.	Abbildung durch Zerstreuungslinsen, virtuelle Bilder .....	308
4.8.2.1.	Ohmscher Widerstand .....	272	5.3.5.	Dispersion .....	309
4.8.2.2.	Kapazitiver Widerstand .....	273	5.3.5.1.	Zerlegung des weißen Lichtes durch ein Prisma .....	309
4.8.2.3.	Induktiver Widerstand .....	275	5.3.5.2.	Spektren .....	309
4.8.2.4.	Hintereinanderschaltung mehrerer Widerstände .....	276	5.3.5.3.	Dispersion verschiedener Gläser	311
4.8.2.5.	Leistungsfaktor .....	278	5.4.	<i>Optische Geräte</i> .....	311
4.8.3.	Transformator .....	278	5.4.1.	Fotografische Kamera .....	312
4.9.	<i>Elektromagnetische Wellen</i> ...	279	5.4.2.	Das menschliche Auge .....	313
4.9.1.	Erzeugung elektrischer Schwingungen .....	279	5.4.3.	Projektionsapparate .....	314
4.9.1.1.	Geschlossener Schwingkreis ...	279	5.4.4.	Mikroskop .....	314
4.9.1.2.	Ungedämpfte Schwingungen ...	281	5.4.5.	Fernrohre .....	315
4.9.2.	Erzeugung elektromagnetischer Wellen .....	281	5.5.	<i>Strahlungsgesetze</i> .....	316
4.9.3.	Funktechnik .....	283	5.5.1.	Begriff der Wärmestrahlung ...	316
5.	<b>Optik</b> .....	286	5.5.2.	KIRCHHOFFSches Strahlungsgesetz .....	317
5.1.	<i>Wesen des Lichtes</i> .....	286	5.5.3.	Strahlung des Schwarzen Körpers .....	317
5.1.1.	Einteilung der Optik .....	286	5.6.	<i>Physiologische Optik</i> .....	318
5.1.2.	Licht als elektromagnetische Welle .....	286	5.6.1.	Spektrale Empfindlichkeit des Auges .....	318
5.2.	<i>Wellenoptik</i> .....	287	5.6.2.	Farben .....	319
5.2.1.	Interferenzerscheinungen .....	287	5.7.	<i>Fotometrie</i> .....	319
5.2.1.1.	Beugung am Doppelspalt ....	287	5.7.1.	Fotometrische Größen und Einheiten .....	320
5.2.1.2.	Beugung am Gitter .....	289	5.7.2.	Meßverfahren der Fotometrie ..	321
5.2.1.3.	Interferenz durch Reflexion ...	290	5.8.	<i>Quantenoptik</i> .....	321
5.2.2.	Polarisation des Lichtes .....	292	5.8.1.	Lichtelektrischer Effekt .....	322
5.2.2.1.	Linear polarisiertes Licht ....	292	5.8.2.	Abhängigkeit des Fotoeffekts von der Wellenlänge des Lichtes	322
5.2.2.2.	Polarisation durch Reflexion ...	292	5.8.3.	Lichtquanten .....	323
5.2.2.3.	Polarisation durch Doppelbrechung .....	293	5.8.4.	Lichtwellen-Lichtquanten ....	323
5.2.2.4.	Teilweise polarisiertes Licht ...	294	6.	<b>Atomistik</b> .....	324
5.2.3.	Licht als elektromagnetische Welle .....	294	6.1.	<i>Grundlagen der Atomistik</i> .....	324
5.3.	<i>Strahlenoptik</i> .....	294	6.1.1.	Besonderheiten atomarer Prozesse .....	324
5.3.1.	Geradlinige Ausbreitung des Lichtes .....	295	6.1.2.	Einige Beweise für die atomare Struktur der Stoffe .....	325
5.3.1.1.	Lichtbündel .....	295	6.1.3.	Grundbegriffe der Atomtheorie ..	326
5.3.1.2.	Lochkamera .....	295	6.1.4.	Aufbau des Atoms .....	326
5.3.1.3.	Schatten .....	295	6.2.	<i>Licht- und Röntgenstrahlung</i> ...	327
5.3.1.4.	Lichtgeschwindigkeit .....	296	6.2.1.	Absorption und Emission von Lichtwellen .....	327
5.3.2.	Reflexion des Lichtes .....	297	6.2.2.	Röntgenstrahlung .....	330
5.3.2.1.	Reguläre Reflexion .....	297	6.3.	<i>Kernprozesse</i> .....	330
5.3.2.2.	Diffuse Reflexion .....	298	6.3.1.	Natürliche Radioaktivität ....	330
5.3.2.3.	Abbildung durch ebene Spiegel	298	6.3.1.1.	Alpha-Strahlung .....	331
5.3.3.	Brechung .....	299	6.3.1.2.	Beta-Strahlung .....	331
5.3.3.1.	Brechungsgesetz .....	299	6.3.1.3.	Gamma-Strahlung .....	331
5.3.3.2.	Totalreflexion .....	301			
5.3.3.3.	Anwendungen der Brechung ...	302			



---

6.3.1.4.	Zerfallsgesetz .....	331	<b>Beilage:</b>	
6.3.2.	Strahlennachweisgeräte .....	332	1. Wichtige Größen und Einheiten	
6.3.3.	Kernprozesse .....	332	2. Gesetzliche Vorsätze	
6.3.4.	Anwendung radioaktiver Stoffe	333	3. Ältere Einheiten	
6.4.	<i>Gewinnung von Energie aus Kern-</i> <i>prozessen</i> .....	334	4. Umrechnen von Einheiten	
6.4.1.	Bindungsenergie der Kerne ....	334	5. Gleichungen	
6.4.2.	Kernspaltung .....	335	6. Physikalische Konstanten	
6.4.3.	Kernfusion .....	336	7. Tabellen	
6.5.	<i>Übersicht über die Elementar-</i> <i>teilchen</i> .....	337	8. Naturkonstanten und Erfahrungswerte	
<b>Lösungen</b> .....		339	9. Wichtige Schaltzeichen der Elektrotechnik	
<b>Bildquellenverzeichnis</b> .....		351		
<b>Sachwortverzeichnis</b> .....		353		



# 1. Einleitung

## 1.1. Physik und Naturwissenschaft

Die Physik ist ein Zweig der Naturwissenschaften. Ihre Aufgabe ist es, Naturerscheinungen exakt unter Verwendung eindeutig geprägter Begriffe zu beschreiben und zu erklären. Physikalische Erkenntnis beruht auf einer Fülle von Tatsachen und hat ein System von Gesetzen geschaffen, die gelegentlich zufällig, meist aber durch planvoll angestellte Versuche gefunden wurden. In der *Experimentalphysik* werden Erfahrungen gesammelt, geordnet und mit mathematischen Hilfsmitteln weiterentwickelt. Dabei ergibt sich, daß die ungeheure Vielzahl von Einzelerscheinungen mit Hilfe einiger weniger, sehr grundlegender Gesetzmäßigkeiten erklärt und verstanden werden kann.

Den Inhalt der Physik können wir etwa wie folgt angeben:

■ Physik ist die Lehre von den Vorgängen und Erscheinungen in der Natur, die nicht mit stofflichen Veränderungen verbunden sind

Ursprünglich war Physik ganz allgemein die Lehre von der Natur. Bedingt durch das ständige Wachsen des naturwissenschaftlichen Wissens wurde es notwendig, dieses riesige Stoffgebiet aufzuspalten. Teilgebiete der Physik wurden selbständige Wissenschaften (Biologie, Chemie), weitere haben sich erst in jüngerer Zeit zu selbständigen Gebieten der Naturwissenschaft entwickelt (z. B. Astronomie, Geophysik, Kernphysik). Eine scharfe Trennung zwischen solchen Wissenschaften kann es naturgemäß nicht geben. Insbesondere finden wir auch zwischen Physik und Chemie keine scharfe Grenze (Physikalische Chemie).

So bildet die Physik das *verbindende Glied* für viele Zweige der Wissenschaft. Zugleich ist die Physik aber auch noch heute die *Grundlage* aller dieser Wissenschaften. In anderen Disziplinen der Wissenschaft gewinnen physikalische Erkenntnisse immer mehr an Bedeutung, so beispielsweise in der Biologie, der Medizin, der Landwirtschaft.

Die *Technik* ist zu einem großen Teil zweckbestimmt angewandte Physik. Viele neue Teilgebiete der Technik wurden vom Physiker untersucht und erforscht. Dazu gehören z. B. so bekannte Disziplinen wie die Hochfrequenztechnik und die Kerntechnik. Voraussetzungen über die technische Entwicklung der nächsten Jahrzehnte lassen sich vor allem auf der Grundlage von heute vorliegenden Ergebnissen der physikalischen Forschung machen.

Täglich haben wir alle mit der Physik zu tun. Viele Beispiele ließen sich hier nennen. So mancher Leistungssportler erzielte Höchstleistungen nicht zuletzt, nachdem er Naturgesetze richtig zu verstehen und anzuwenden lernte. Je aufmerksamer wir uns mit dem

Studium der Physik beschäftigen, desto leichter werden wir andere Wissenschaften verstehen lernen. Kennen wir die Naturgesetze, so können wir in nützlicher Weise das Geschehen beeinflussen. Der Erfolg wird um so größer sein, je höher der Grad der *bewußten Anwendung* von physikalischen Gesetzen ist.

## 1.2. Physikalische Größen und ihre Beziehungen zueinander

### 1.2.1. Begriff der physikalischen Größe

Wie in jeder Wissenschaft werden in der Physik häufig Begriffe eingeführt, die dem Sprachgebrauch des täglichen Lebens entlehnt sind und auch im herkömmlichen Sinne verwendet werden (Länge, Zeit, Temperatur, ...). Andere Bezeichnungen werden auch dem Sprachschatz entnommen, ihr Begriffsinhalt wird aber verändert, meist eingengt und präzisiert (Arbeit, Leistung, Widerstand, ...). Schließlich finden wir im physikalischen Sprachgebrauch völlig neue Begriffe, die außerhalb der Physik nicht angewendet werden (Drehimpuls, Permeabilität, Induktivität, ...).

Wenn wir die Physik verständlich darstellen wollen, müssen wir jeden Begriff, den wir einführen, exakt *definieren*. In den meisten Fällen wird eine *Meßvorschrift* gegeben. Ein derart definierter und meßbarer Begriff heißt *physikalische Größe*.

### 1.2.2. Physikalische Größe als Produkt von Zahl und Einheit

Damit wir physikalische Größen *messen* können, brauchen wir *Einheiten*. Die Messung einer Größe ist ein Vergleich mit der für die Größe vorgeschriebenen Einheit. Bei einer Längenmessung stellen wir z. B. fest, daß die Meßstrecke eine Länge besitzt, die das Fünffache der Längeneinheit 1 m beträgt. Das Ergebnis der Messung lautet dann:

$$l = 5 \text{ m}$$

Wir erkennen, daß jede physikalische Größe als Produkt aus einer Zahl und einer Einheit dargestellt werden muß. Allgemein schreiben wir für eine beliebige Größe  $G$

$$G = \{G\} [G]$$

und verstehen unter

$G$  die physikalische Größe,  
 $\{G\}$  den Zahlenwert der physikalischen Größe,  
 $[G]$  die Einheit der physikalischen Größe.

in unserem Beispiel ist also

$$\{l\} = 5, \quad [l] = \text{m}, \quad l = 5 \text{ m}.$$

Besonders zu beachten ist die Bedeutung der eckigen Klammer: „ $[G]$ “ heißt: „Einheit der Größe  $G$ “. In eckige Klammer eingeschlossen wird das Formelzeichen, das die Größe symbolisiert.

Früher war es zuweilen üblich, das Kurzzeichen der Einheit in die eckige Klammer zu setzen:

~~$$l = 5 \text{ m}$$~~

(Weil die Gleichung falsch ist, haben wir sie durchgestrichen!)

### 1.2.3. Größengleichung

Die Beziehungen der physikalischen Größen zueinander werden mathematisch durch Größengleichungen dargestellt. So definieren wir z. B. die Durchschnittsgeschwindigkeit eines Körpers durch die Gleichung

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$$

Zur besseren Übersicht führen wir *Symbole* (Formelzeichen) ein und schreiben kürzer

$$v = \frac{s}{t}$$

Alle physikalischen Größen, mit Ausnahme der *Grundgrößen*, die sich nicht auf andere Größen zurückführen lassen, werden durch derartige *Größengleichungen* definiert. Dabei spielt die Wahl der Einheiten noch keine Rolle. Grundsätzlich können die Größen in jeder für sie zulässigen Einheit in eine Größengleichung eingesetzt werden.

### 1.2.4. Zugeschnittene Größengleichung

Sind häufig die gleichen Umrechnungen von Einheiten erforderlich, so wählen wir die zugeschnittene Größengleichung. Wollen wir in die erwähnte Gleichung  $v = s/t$  den Weg in Metern und die Zeit in Sekunden einsetzen, die Geschwindigkeit aber in Kilometern je Stunde erhalten, so lautet die *zugeschnittene Größengleichung*

$$v \left/ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right. = 3,6 \frac{s/m}{t/s}$$

Hier ist besonders zu beachten, daß die in der Gleichung stehenden Quotienten aus einer Größe und einer Einheit  $\left( v \left/ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right., s/m, t/s \right)$  immer den Zahlenwert der Größe bedeuten.

Wegen  $l = \{l\} [l]$  ist

$$\frac{l}{[l]} = \{l\} \quad \text{bzw.} \quad \frac{l}{m} = \frac{5m}{m} = 5$$

### 1.2.5. Zahlenwertgleichung

Die früher häufig verwendete Zahlenwertgleichung entsteht aus der zugeschnittenen Größengleichung, wenn wir setzen:

$$\begin{array}{ccc} v \left/ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right. & \longrightarrow & v \\ s/m & \longrightarrow & s \\ t/s & \longrightarrow & t \end{array}$$

Die Symbole bedeuten dann im Gegensatz zu unserer Festlegung nur die Zahlenwerte. Wenn eine Zahlenwertgleichung verständlich sein soll, muß immer besonders angegeben werden, in welchen Einheiten die einzelnen Größen gemessen werden sollen. Das geschieht meist in folgender Form:

$$v = 3,6 \frac{s}{t} \qquad \frac{v}{\text{km/h}} \left| \frac{s}{m} \right| \frac{t}{s}$$

Wir werden von dieser Gleichungsform keinen Gebrauch machen.



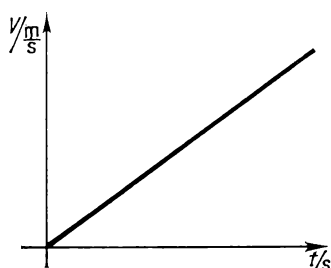
### 1.2.6. Tabellenkopf

Für die übersichtliche Darstellung von Meßreihen usw. verwenden wir Tabellen, in die wir die physikalischen Größen eintragen. Um dabei nicht die gleiche Einheit bei jeder Eintragung wiederholen zu müssen, nehmen wir in die Tabelle nur die Zahlenwerte der physikalischen Größen auf. In den Tabellenkopf wird daher der Quotient aus Größe und Einheit eingetragen, z. B.

$t/s$	$s/m$	$v/\frac{m}{s}$	$a/\frac{m}{s^2}$	$m/kg$
-------	-------	-----------------	-------------------	--------

### 1.2.7. Beschriftung grafischer Darstellungen

Den funktionalen Zusammenhang zwischen physikalischen Größen stellen wir übersichtlich in Diagrammen dar, wie sie uns aus der Mathematik bekannt sind. In ein Diagramm lassen sich jedoch nur Zahlenwerte eintragen, die im Diagramm durch Längen (Koordinaten) dargestellt werden. Beliebige physikalische Größen (Zeiten, Geschwindigkeiten, Temperaturen, Stromstärken usw.) können direkt nicht in ein Diagramm eingetragen



werden, sondern nur ihre Zahlenwerte. Deshalb schreiben wir auch an die Achsen von Diagrammen den Quotienten aus der darzustellenden physikalischen Größe und ihrer Einheit, wie es Bild 1.1 zeigt.

Bild 1.1

## 1.3. System der physikalisch-technischen Einheiten

### 1.3.1. Grundeinheiten

Wir hatten festgestellt, daß zur Messung physikalischer Größen Einheiten erforderlich sind. Mit der Verordnung vom 14. 8. 1958 (Neufassung vom 31. 5. 67) wurde in der DDR das System der physikalisch-technischen Einheiten eingeführt. Damit erhielten die 1954 von der X. Generalkonferenz für Maß und Gewicht gefaßten Beschlüsse in der DDR Gesetzeskraft.

In diesem System werden zunächst 6 *Grundeinheiten* für die 6 Grundgrößen der Physik eingeführt. Es sind dies die

Einheit der Länge (geometrische Grundeinheit):	Meter	$[l] = 1 \text{ m}$
Einheit der Zeit (kinematische Grundeinheit):	Sekunde	$[t] = 1 \text{ s}$
Einheit der Masse (dynamische Grundeinheit):	Kilogramm	$[m] = 1 \text{ kg}$
Einheit der Stromstärke (elektrische Grundeinheit):	Ampere	$[I] = 1 \text{ A}$
Einheit der Temperatur (thermische Grundeinheit):	Grad Kelvin	$[T] = 1 \text{ }^\circ\text{K}$
Einheit der Lichtstärke (fotometrische Grundeinheit):	Candela	$[I] = 1 \text{ cd}$

Die Grundeinheiten können natürliche Einheiten sein. Diese sind durch unveränderliche physikalische Eigenschaften der Natur definiert. Hierher gehört z. B. die international eingeführte Definition der Sekunde als ein bestimmter Teil des Jahres 1900. Bei diesen natürlichen Einheiten kommt es darauf an, daß die Einheiten jederzeit und überall *reproduzierbar* sind, d. h. wiederhergestellt werden können. Andere Einheiten werden durch *Normale (Prototype)* verkörpert, z. B. das Kilogramm. Diese Normale müssen so aufbewahrt werden, daß sie sich durch äußere Einflüsse nicht verändern können.

### 1.3.2. Abgeleitete Einheiten

Auf Grund der Definitionen der abgeleiteten Größen lassen sich von den Grundeinheiten zunächst die *kohärenten Einheiten* ableiten. Das sind solche Einheiten, die aus den Grundeinheiten direkt gebildet werden können, d. h. ohne Zuhilfenahme irgendwelcher Zahlenfaktoren bzw. nur unter Verwendung des Faktors 1. Im Gegensatz dazu stehen die *nicht-kohärenten Einheiten*, die zwar auch auf die Grundeinheiten zurückgeführt werden, bei denen aber in den entsprechenden Beziehungen zu den Grundeinheiten Zahlenfaktoren auftreten, die von 1 verschieden sind. So ist z. B. die Geschwindigkeitseinheit 1 m/s kohärent, während es sich bei der Einheit 1 km/h um eine nichtkohärente Einheit handelt, da die Rückführung auf die Grundeinheiten Meter und Sekunde ( $1 \text{ km/h} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$ ) den Faktor  $\frac{1}{3,6}$  erfordert.

Sowohl von den Grundeinheiten als auch von den abgeleiteten Einheiten mit selbständigem Namen lassen sich *Vielfache und Teile* durch Voranstellen eines Vorsatzes (Kilo-, Milli-, . . .) vor den Namen der Einheit bilden, damit unübersichtliche, sehr große und sehr kleine Zahlenwerte weitgehend vermieden werden können. Die Vorsätze sind in B2. zusammengestellt.

Von einigen Einheiten dürfen Vielfache und Teile *nicht* mit diesen Vorsätzen gebildet werden. Hierzu gehören: Minute, Stunde, Tag, Seemeile, Ar, Hektar, Knoten, physikalische und technische Atmosphäre, Grad Kelvin, Grad Celsius und die Winkeleinheiten.

## 1.4. Symbole

Auf Grundlage der TGL 0-1304 sind jeweils die ersten Formelzeichen verwendet.

Wird ein Symbol für verschiedene Größen verwendet, weist die in eckige Klammern eingeschlossene Zahl auf den Abschnitt des Buches hin, in dem das Symbol in der genannten Bedeutung verwendet wird.)

<i>a</i>	Beschleunigung	<i>l</i>	Länge
<i>b</i>	Bogenlänge		Hebelarm
<i>c</i>	Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle	<i>m</i>	Masse
	Spezifische Wärmekapazität [3.]	<i>n</i>	Polytrophenexponent [3.]
<i>d</i>	Durchmesser		Absolute Brechzahl [5.]
	Plattenabstand [4.]	<i>p</i>	Druck
	Drehimpuls [2.3.2 3.]		Impuls [2.3.1.18.]
<i>f</i>	Drehfrequenz (Drehzahl)	$\Delta p$	Kraftstoß [2.3.1.18.]
	Frequenz	<i>q</i>	Spezifische Schmelzwärme
<i>g</i>	Fallbeschleunigung auf der Erde	<i>r</i>	Radius
<i>h</i>	Höhe		Abstand Drehpunkt-Wirkungslinie der Kraft
	PLANCK-Konstante [5.] und [6.]		Spezifische Verdampfungswärme [3.]
<i>i</i>	Wechselstromstärke	<i>s</i>	Weglänge, Wegstück
<i>k</i>	Federkonstante [2.5.]	<i>t</i>	Zeit
	Wärmedurchgangszahl [3.6.]		Celsiustemperatur [3.]
	BOLTZMANN-Konstante		

$u$	Wechselspannung	$U$	Innere Energie [3.]
$v$	Geschwindigkeit Schallschnelle [2.6.3.]	$V$	Elektrische Spannung Volumen
$y$	Elongation	$W$	Energie Arbeit
$z$	Zahl, Anzahl	$\Delta W$	Mechanische Arbeit
$A$	Relative Atommasse Fläche	$\alpha$ (Alpha)	Winkelbeschleunigung Längenausdehnungskoeffizient [3.2.]
$B$	Magnetische Induktion		Wärmeübergangszahl [3.6.]
$C$	Wärmekapazität [3.] Kapazität [4.]		Elektrochemisches Äquivalent [4.7.3.]
$D$	Verschiebungsdichte [4.] Breckkraft [5.]	$\gamma$ (Gamma)	Gravitationskonstante Raumausdehnungskoeffizient [3.2.]
$E$	Feldstärke [4.] Beleuchtungsstärke [5.]	$\varepsilon$ (Epsilon)	Dielektrizitätskonstante
$F$	Kraft	$\varepsilon_r$	Dielektrizitätszahl
$G$	Gewicht Leitwert [4.]	$\varepsilon_0$	Elektrische Feldkonstante
$H$	Heizwert [3.] Magnetische Feldstärke [4.]	$\eta$ (Eta)	Wirkungsgrad
$I$	Stromstärke [2.4.5.] und [4.] Schallstärke [2.6.3.] Lichtstärke [5.]	$\kappa$ (Kappa)	Adiabatensexponent
$J$	Massenträgheitsmoment	$\lambda$ (Lambda)	Wellenlänge Spezifisches Wärmeleitvermögen [3.6.]
$L$	Absoluter Schallpegel [2.6.3.] Induktivität [4.]	$\mu$ (Mü)	Reibungsfaktor Masse eines Moleküls [3.7.]
$M$	Relative Molekülmasse Massenwert [6.] Drehmoment	$\mu_r$	Permeabilität [4.]
$N$	Windungszahl	$\mu_0$	Permeabilitätszahl
$P$	Leistung	$\nu$ (Nü)	Magnetische Feldkonstante
$Q$	Wärmemenge Elektrizitätsmenge	$\rho$ (Rho)	Frequenz [5.] und [6.] Dichte Spezifischer Widerstand [4.]
$R$	Gaskonstante [3.] Elektrischer Widerstand	$\tau$ (Tau)	Zeit [3.6.]
$T$	Umlaufzeit Periodendauer Absolute Temperatur [3.]	$\varphi$ (Phi)	Winkel (auch $\alpha, \beta, \gamma$ usw.) Winkelweg Phasenwinkel Relative Luftfeuchtigkeit [3.]
		$\omega$ (Omega)	Winkelgeschwindigkeit Kreisfrequenz
		$\Phi$ (Phi, Großbuchstabe)	Magnetischer Fluß [4.] Lichtstrom [5.]

Vektorgrößen werden durch einen Pfeil über dem Symbol gekennzeichnet, z. B.  $\vec{F}$ ,  $\vec{v}$ .

# 2. Mechanik

## 2.1. Vorbemerkungen

### 2.1.1. Aufgabe und Gliederung der Mechanik

Zu den auffälligsten Naturerscheinungen gehören Bewegungsvorgänge und Kraftwirkungen. Seit urdenklichen Zeiten versuchen die Menschen, die damit im Zusammenhang stehenden Probleme zu lösen. So entstand als ältester Zweig der Physik, ja der Naturwissenschaften überhaupt, die Mechanik. Ihr Inhalt läßt sich kurz wie folgt umreißen:

■ Die Mechanik untersucht das Verhalten der Körper unter dem Einfluß von Kräften.

Da die Mechanik ein sehr umfassendes Teilgebiet der Physik ist, müssen wir untergliedern. Zunächst betrachten wir in der *Kinematik*, der *Bewegungslehre*, den zeitlichen Ablauf von Bewegungsvorgängen, ohne die wirkenden Kräfte zu berücksichtigen. Nach der Bewegungslehre untersuchen wir in der *Dynamik*, der *Lehre von den Kräften*, die grundlegenden Bewegungsgesetze der Mechanik. In der *Statik*, einem wichtigen Sonderfall der Dynamik, wird sodann gefragt, bei welchen Kraftwirkungen ein Körper seinen Bewegungszustand *nicht* ändert, insbesondere, unter welchen Bedingungen er in Ruhe bleibt. In einem besonderen Kapitel wird die *Mechanik der Flüssigkeiten und Gase* behandelt, obwohl für diese Körper prinzipiell dieselben Gesetze gelten wie für die festen Körper. Doch beobachtet man bei Flüssigkeiten und Gasen eine Reihe von besonderen Erscheinungen, die auch technisch sehr wichtig sind. Die Mechanik wird abgeschlossen mit der Erläuterung der einfachsten *Schwingungsvorgänge* und der grundlegenden Begriffe der *Wellenlehre*. Bei dieser wird vor allem auch auf einige Probleme der *Akustik*, der *Lehre vom Schall*, eingegangen.

### 2.1.2. Physikalischer Körper

Einige Beispiele zeigen uns, daß der Begriff *physikalischer Körper* ein sehr umfassender Begriff ist. Ein Stein, ein unbearbeitetes oder bearbeitetes Stück Metall oder Holz, ein Maschinenteil oder eine ganze Maschine sind ebenso physikalische Körper wie etwa ein Gestirn (Sonne, Erde) oder einzelne Moleküle oder gar Teile von Molekülen. Jedes substantielle Gebilde unserer Umwelt kann als physikalischer Körper betrachtet werden. Im allgemeinen Sprachgebrauch verstehen wir unter einem Körper einen *festen Körper*. In der Physik werden jedoch auch *Flüssigkeits-* oder *Gasmengen* als physikalische Körper

bezeichnet. Körper unterscheiden sich durch ihre *Eigenschaften* voneinander, so z. B. durch ihr Volumen oder ihre Masse.

Physiker und Chemiker haben in gemeinsamer Arbeit den *Aufbau der Körper* erforscht. Wir wissen heute, daß alle Körper aus kleinsten Teilchen der jeweiligen Stoffart, den *Molekülen*, bestehen. Es gibt also z. B. Eisenmoleküle, Wassermoleküle, Chlormoleküle. Eine modellartige, d. h. eine nur in beschränktem Umfang der Wirklichkeit entsprechende Vorstellung des festen, flüssigen und gasförmigen Zustands zeigt Bild 2.1.

In einem *festen Körper* sind die Moleküle im allgemeinen gitterartig in einer *Kristallstruktur* angeordnet. Die Ordnung sowie der Zusammenhalt des Kristallgitters ist auf Kräfte, die zwischen den Molekülen wirken, zurückzuführen. Diese Kräfte beschränken die Bewegungen der Moleküle. Jedes Molekül kann nur Schwingungen ausführen, und zwar um eine bestimmte, durch die Struktur vorgegebene mittlere Lage.

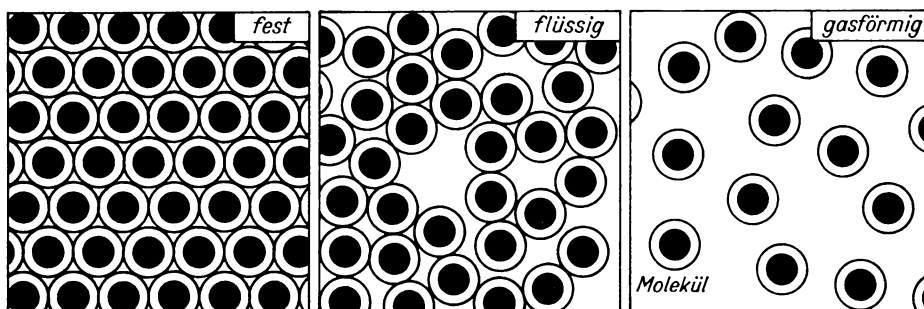


Bild 2.1 Modelldarstellung der Aggregatzustände fest, flüssig gasförmig

Eine *Gasmenge* zeigt ein ganz anderes Bild. Hier sind die Moleküle so weit voneinander entfernt, daß keinerlei Zusammenhalt mehr vorhanden ist. Die Moleküle sind in regelloser Bewegung. Der *flüssige Zustand* nimmt eine Zwischenstellung zwischen den beiden Extremen fest und gasförmig ein. In ihm sind die Moleküle nicht mehr an einen festen Platz gebunden, sondern *frei verschiebbar*. Sie üben aber noch Kräfte aufeinander aus, so daß einzelne, allerdings stets wechselnde Bereiche noch strukturiert sind. Eine Flüssigkeitsmenge hat, ebenso wie ein fester Körper, ein begrenztes Volumen, während eine Gasmenge jeden ihr zur Verfügung stehenden Raum ausfüllt.

Der vierte Aggregatzustand ist das *Plasma*. Er ist verwandt mit dem Gaszustand, doch sind im Plasma die Moleküle in bestimmter Weise *aufgespalten* („ionisiert“). In der Natur kommt dieser Zustand vor allem in den Gestirnen (Sonne und Fixsterne) vor. Technisch wird er z. B. beim Schweißen und in den Leuchtrohren genutzt.

Die vorstehenden Ausführungen geben die Wirklichkeit nur *in groben Zügen und stark vereinfacht* wieder. Wollte man jedoch bei der Untersuchung des Verhaltens der Körper jeweils alle Erscheinungen berücksichtigen, so wäre es kaum möglich, das Naturgeschehen übersichtlich und vor allem für den Anfänger verständlich darzustellen. Man prüft deshalb bei allen physikalischen Untersuchungen zunächst, wie weit Vereinfachungen zulässig und möglich sind. In der Mechanik führt diese Methode z. B. dazu, daß man in vielen Fällen einen Körper als *starren Körper* ansieht, d. h., man vernachlässigt die Tatsache, daß sich jeder Körper, wenn Kräfte auf ihn einwirken, verformt. In noch weiter gehender Abstraktion stellt man sich den Körper als *Massenpunkt* vor. Hier sieht man vom Volumen des Körpers ab und berücksichtigt lediglich seine Masse.



## 2.2. Kinematik

In diesem Abschnitt führen wir einige *geometrische Begriffe* sowie den *Zeitbegriff* ein. Es folgt ein Überblick über die *Arten der Bewegungsvorgänge*. Damit schaffen wir die Grundlage, um die zur Beschreibung und rechnerischen Behandlung von Bewegungen zweckmäßigen Größen *Geschwindigkeit* und *Beschleunigung* zu definieren, soweit dies mit elementaren mathematischen Mitteln möglich ist. Wir behandeln dann einige Sonderfälle der Bewegung. Es sind dies die *gleichförmige* sowie die *gleichmäßig beschleunigte Bewegung*, jeweils angewandt auf die *geradlinige* sowie die *Drehbewegung*. Dabei lernen wir sowohl rechnerische als auch grafische Verfahren kennen.

### 2.2.1. Grundbegriffe der Kinematik

#### 2.2.1.1. Geometrische Größen

**Die Länge ist die geometrische Grundgröße der Physik.**

Als Grundgröße kann sie nicht mathematisch definiert werden. Im allgemeinen ist anzunehmen, daß jeder eine ausreichende Vorstellung von einer Länge hat. Der Längenbegriff ist aber bereits eine weitgehende Abstraktion. Jeder in der Natur vorkommende Körper hat ja ein Volumen, d. h., er erstreckt sich in drei Richtungen, nach vorn und hinten, nach rechts und links, nach oben und unten. Man sagt auch: Er erstreckt sich in drei *Dimensionen*. Ein Körper ist also dreidimensional; eine Strecke oder auch ein Stück einer beliebig geformten Kurve, etwa ein Kreisbogen oder eine Schraubenlinie, sind aber nur eindimensional.

Eine Länge wird mit dem Symbol  $l$  bezeichnet. Bewegt sich ein Körper auf einer Bahn, so legt er einen *Weg* zurück. Auch ein Weg ist eine Länge, doch wird ein Weg im allgemeinen mit dem Symbol  $s$  bezeichnet. Durch Angabe einer Länge (eines Weges) geben wir auch die Lage (den Ort) eines Körpers an. Ein solcher Ort ist ja der Endpunkt des von einem festgelegten Anfangspunkt (Nullpunkt) aus gemessenen Weges (Bild 2.2). Es sei hier z. B. an die Kilometersteine an Straßenrändern bzw. an Bahnstrecken erinnert. Gelegentlich wird deshalb mit  $s$  auch der Ort selbst gekennzeichnet.

Kommt es darauf an, einen *Streckenabschnitt*, also den Weg zwischen zwei Orten oder den *Zuwachs* einer Strecke zu bezeichnen, so wird oft das Differenzensymbol  $\Delta$  vor das  $s$  gesetzt. Es gilt dann:

$$\text{Wegdifferenz} \quad \Delta s = s_2 - s_1$$

Die *Längeneinheit*<sup>1)</sup> ist eine Grundeinheit des Internationalen Einheitensystems.

**Die Einheit der Länge (des Weges) ist das Meter:**

■  $[l] = [s] = \text{m}$

Ein Meter ist das 1 650 763,73 fache der Wellenlänge des vom Edelgas Krypton unter genau festgelegten Bedingungen ausgestrahlten Lichtes (Bild 2.3).

Die Praxis der *Längenmessung* ist für Physik und Technik von besonderer Bedeutung. Beim größten Teil aller Meßgeräte wird der Meßwert an einer Skale abgelesen. Das heißt aber, daß das Messen der jeweiligen physikalischen Größe auf eine Längenmessung zurückgeführt ist. Bei jeder Längenmessung wird die zu bestimmende Länge mit einer Längeneinheit verglichen, die meist auf einem Maßstab abgetragen ist. Dieser wird

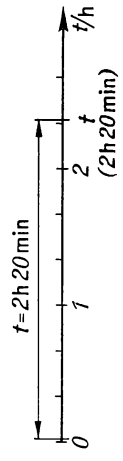
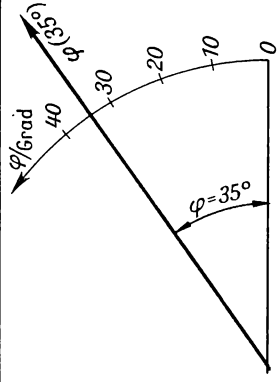
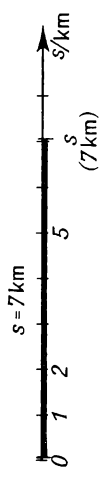
<sup>1)</sup> Bei der Definition der Einheiten ist hier und bei allen weiteren Definitionen unter „Einheit“ immer die *kohärente Einheit* (S. 19) zu verstehen

$s, \Delta s$  für Wege

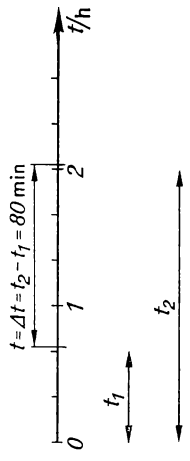
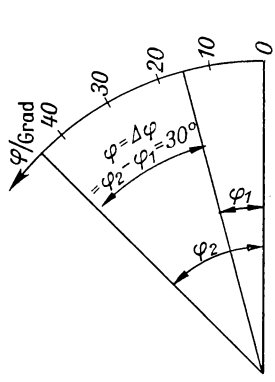
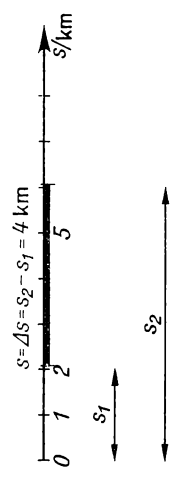
$\varphi, \Delta \varphi$  für Winkel

$t, \Delta t$  für Zeiten

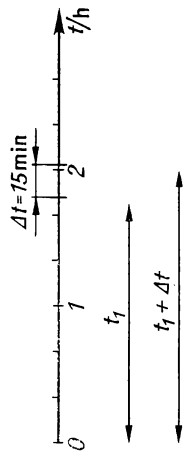
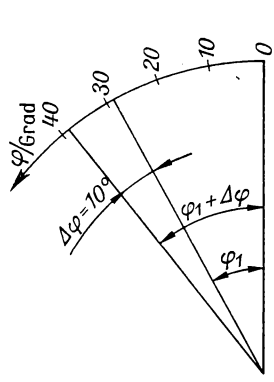
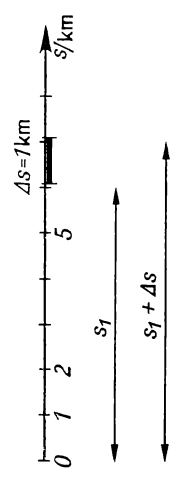
①



②



③



① $s$	1. Weg vom Nullpunkt aus gemessen 2. Bahnpunkt (Ort), angegeben durch Weg ab Nullpunkt	$\varphi$ 1. Winkel vom Nullwinkel aus gemessen 2. Richtung, angegeben durch Drehwinkel ab Nullwinkel	$t$ 1. Zeitspanne von Zeitpunkt Null aus gemessen 2. Zeitpunkt (Uhrzeit), angegeben durch Zeitspanne ab Nullzeit
② $s, \Delta s$	Weg zwischen zwei Bahnpunkten. (Wegdifferenz)	$\varphi, \Delta\varphi$ Drehwinkel (Winkelweg) zwischen zwei Richtungen. (Winkeldifferenz)	$t, \Delta t$ Zeitspanne zwischen zwei Zeitpunkten. (Zeitdifferenz)
③ $\Delta s$	kleiner Wegzuwachs	$\Delta\varphi$ kleiner Winkelzuwachs	$\Delta t$ kleiner Zeitzuwachs

Bild 2.2 Gebrauch der Symbole  $s, \Delta s; \varphi, \Delta\varphi; t, \Delta t$

entweder direkt angelegt oder indirekt mit Hilfe einer *Übersetzung*, die schon bei kleiner Änderung der zu bestimmenden Länge eine große Verschiebung der Skale bewirkt. Dadurch wird die Meßgenauigkeit verringert (Bild 2.4.1).

In zwei Dimensionen erstreckt sich eine *Fläche* (Symbol  $A$ ), in drei Dimensionen ein *Volumen* (Symbol  $V$ ). Auf diese Größen wollen wir hier nicht näher eingehen. Ihre Zurückführung auf die Länge sowie ihre Einheiten zeigt nachstehende Übersicht:

Fläche = Länge mal Länge	$A = l^2$	$[A] = \text{m}^2$
Volumen = Fläche mal Länge	$V = l^3$	$[V] = \text{m}^3$

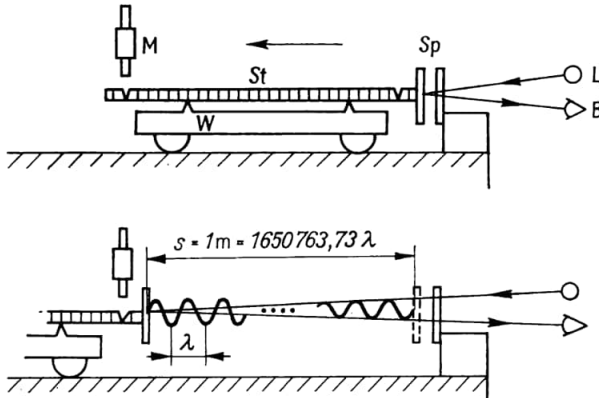


Bild 2.3 Zur Definition der Längeneinheit Meter.

Prinzip einer optischen Längenmessung: Die Verschiebungsstrecke  $s$  ist 1 m, wenn in ihr 1 650 763,73 Wellenlängen des von Krypton ausgesandten orangefarbenen Lichts enthalten sind. Das Auszählen der Anzahl der Wellenlängen erfolgt mit optischen Spezialgeräten (Interferometern).

M Mikroskop, St Strichmaßstab, W beweglicher Wagen, Sp Spiegelsystem, L Lichtquelle, B Beobachter oder Meßgerät

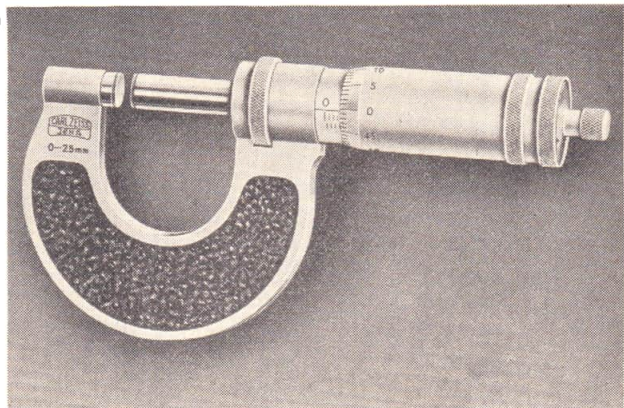
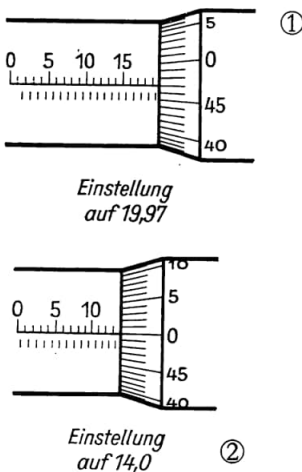


Bild 2.4.1 Meßschraube für Längenmessungen bis auf Hundertstelmillimeter Genauigkeit. Bei einer Umdrehung der Spindel ändert sich der Abstand zwischen den Meßflächen um 0,5 mm.

2.4.2 Beispiele für Ablesungen an einer Meßschraube

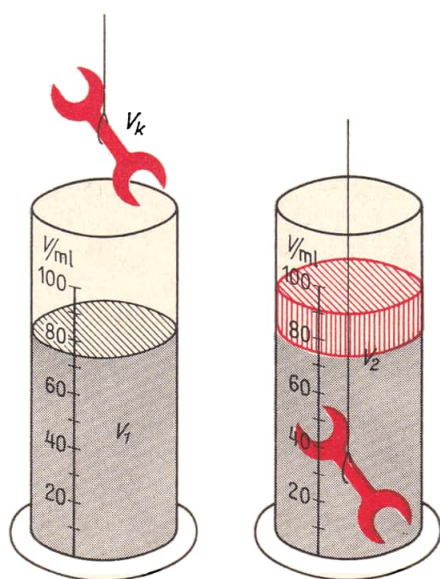


Bild 2.5 Volumenbestimmung durch Flüssigkeitsverdrängung:

$$V_1 = 74 \text{ cm}^3, V_2 = 90 \text{ cm}^3,$$

$$V_K = V_2 - V_1 = 16 \text{ cm}^3$$

Flächenmessungen sowie Volumenmessungen werden im allgemeinen auf Längenmessungen zurückgeführt. Bei regelmäßig geformten Flächen und Körpern können Flächeninhalte und Volumina nach den Gleichungen der Planimetrie bzw. Stereometrie aus den geometrischen Abmessungen der betreffenden Flächen bzw. Körper berechnet werden. Ist dies nicht möglich, so kann man den Flächeninhalt mit beschränkter Genauigkeit bestimmen, indem man das Flächenstück auf Millimeterpapier zeichnet und die Anzahl der Quadratmillimeter auszählt. Zur Ausmessung ebener Flächenstücke werden auch *Planimeter* benutzt. Hier läßt sich der Flächeninhalt nach Umfahren der Flächenbegrenzung mit einem Stift unmittelbar ablesen. Volumina beliebig geformter fester Körper werden oft durch Flüssigkeitsverdrängung bestimmt (Bild 2.5), während das Volumen von Flüssigkeits- und Gasmengen mit Hilfe von Meßzylindern, Meßflaschen usw. sehr einfach gemessen werden kann.

Der *ebene Winkel* ist eine geometrische Größe, die den Richtungsunterschied zweier einander schneidender Geraden, der Schenkel des Winkels, angibt. Der Winkel (in der Bewegungslehre der *Winkelweg*, der *überstrichene Winkel* oder der *Drehwinkel*) wird mit dem Symbol  $\varphi$  bezeichnet.<sup>1)</sup> Doch kann  $\varphi$  auch eine bestimmte Richtung kennzeichnen. Der Gebrauch der Symbole  $\varphi$  und  $\Delta\varphi$  erfolgt analog zum Gebrauch von  $s$  und  $\Delta s$  (Bild 2.2). Der ebene Winkel wird mit Hilfe der Grundgröße Länge definiert (Bild 2.6). Schlägt man um den Scheitel des Winkels einen Kreis mit beliebigem Radius  $r$ , so begrenzen die Schenkel des Winkels auf der Peripherie des Kreises ein *Bogenstück*  $b$  (kurz *Bogen* genannt).

Es wird definiert:

$$\varphi = \frac{b}{r} \quad \text{ebener Winkel} = \frac{\text{Bogen}}{\text{Radius}} \quad (2.1)$$

<sup>1)</sup> Zur Winkelangabe werden auch andere Buchstaben des kleinen griech. Alphabets verwendet, vor allem  $\alpha, \beta, \gamma$

Sowohl  $b$  als auch  $r$  sind Längen. Als Einheitengleichung erhalten wir also, wenn wir die Längeneinheit Meter einsetzen,

$$\blacksquare \quad [\varphi] = \frac{[b]}{[r]} = \frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$$

Als Einheit des ebenen Winkels ergibt sich die Zahl 1, d. h. aber, als Verhältnis zweier Längen ist der Winkel eine *Verhältnisgröße* und wird als reine Zahl gemessen. Will man betonen, daß mit einer gegebenen oder errechneten Zahl ein Winkel angegeben ist, so fügt man die Bezeichnung *Radian* (abgekürzt rad) hinzu.

$$\blacksquare \quad [\varphi] = 1 = \text{rad}$$

Das hier erläuterte Winkelmaß ist das sogenannte *Bogenmaß* des Winkels, das in der Physik vielfach anstelle des bekannteren *Gradmaßes* verwendet wird. Die Umrechnung von einem Maß in das andere geht aus Bild 2.7 sowie aus B 4.5. hervor.

Die Winkelmessung hat große Bedeutung für die Bestimmung der Länge von Strecken, die mit Längenmeßgeräten nicht unmittelbar gemessen werden können (z. B. in der Astronomie) oder deren Messung unbequem ist. Es wurde deshalb eine große Zahl von Präzisionswinkelmessgeräten entwickelt.

Bild 2.6 Zur Definition des Winkels. Für jede Lage des um  $M$  rotierenden Strahls  $s$  gilt:  $b_1/r_1 = b_2/r_2 = b/r = \text{Konstante} = \text{Winkel(weg)}$ . (In der Skizze:  $b \approx r$ , somit  $b/r = \varphi \approx 1$ )

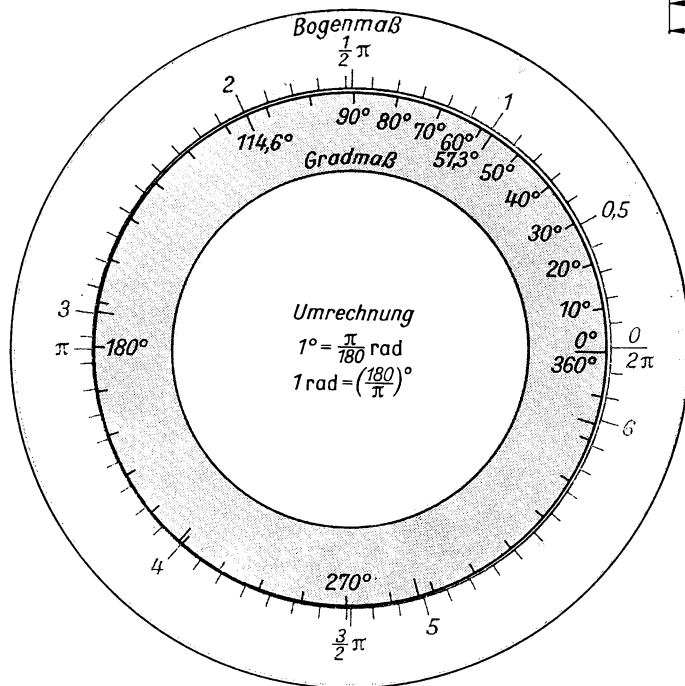
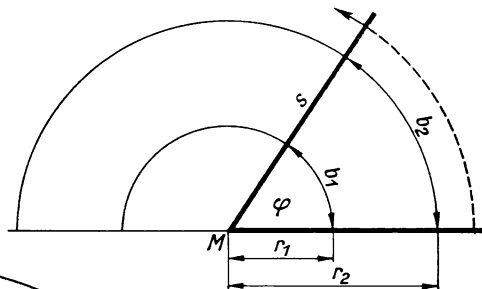


Bild 2.7 Winkelmaße: Bogenmaß und Gradmaß

### 2.2.1.2. Zeit

Ohne den Zeitbegriff lassen sich Vorgänge nicht eindeutig beschreiben. Es wird deshalb festgesetzt:

**Die Zeit ist die zweite Grundgröße der Physik.**

Auch hier ist es nicht möglich, mit einer kurzen Erklärung zu sagen, was Zeit „eigentlich“ ist. Sie kennzeichnet den Ablauf irgendeines Geschehens. Die Einführung des Zeitbegriffs ermöglicht es, diesen Ablauf in Vergangenheit und Zukunft zu unterteilen. Die Zeit (Zeitdauer oder Zeitspanne) wird mit dem Symbol  $t$  bezeichnet. Doch kann  $t$  auch einen Zeitpunkt bedeuten. Der Gebrauch der Symbole  $t$  und  $\Delta t$  erfolgt analog dem Gebrauch von  $s$  und  $\Delta s$  (Bild 2.2).

Auch die *Einheit der Zeit* ist eine Grundeinheit unseres Einheitensystems.

Die in diesem System festgelegte Definition der Zeiteinheit kann hier nicht erläutert werden. Sie beruht auf astronomischen Messungen. Es ist festgesetzt:

**Die Einheit der Zeit ist die Sekunde:**

$$[t] = s$$

Eine Sekunde ist der 60ste Teil einer Minute, der 3600ste Teil einer Stunde und der 86400ste Teil eines Tages.

Als *Meßgeräte für die Zeit* werden *Uhren* verschiedenster Art benutzt. Diese zählen bzw. addieren Zeitspannen, die weitgehend gleich sind, z. B. die Perioden von Feder-schwingungen, Pendelschwingungen, Schwingungen von Quarzkristallen oder von Molekülen.

### 2.2.1.3. Begriff und Arten der Bewegung

Wir sprechen von der *Bewegung* eines Körpers, wenn dieser im Laufe der Zeit seine Lage verändert. Wie bemerken wir aber, ob ein Körper seine Lage ändert? Wenn wir uns z. B. im Inneren eines mit konstanter Geschwindigkeit ohne jede Erschütterung dahinkrollenden, allseitig geschlossenen Fahrzeugs befinden, können wir über dessen Bewegungszustand nichts aussagen. Erst wenn wir etwa durch ein Fenster die Umgebung des Fahrzeugs beobachten können, läßt sich eine Bewegung feststellen und messen. Diese Umgebung ist dann unser *Bezugssystem*. Wir sagen auch:

**Jede Bewegung ist relativ.**

Meist verwenden wir die Erde als Bezugssystem. Diese bewegt sich zwar auch, doch kann deren Bewegung im allgemeinen, z. B. bei der Bewegung eines Verkehrsmittels, vernachlässigt werden. Auch ein rotierender Körper, der zwar als ganzer Körper seine Lage im Bezugssystem beibehält, ist in Bewegung, da Teile des Körpers ihre Lage ändern. Allgemein läßt sich sagen:

**Bewegung im physikalischen Sinn ist Lageänderung in einem Bezugssystem im Laufe der Zeit.**

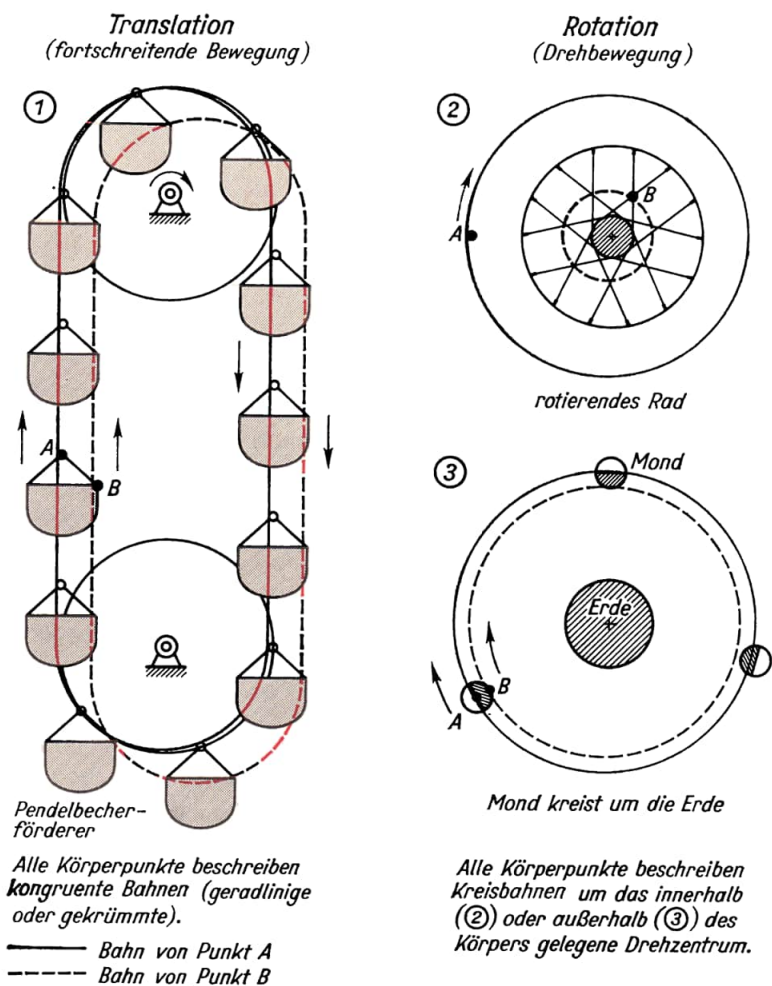
Die Unterteilung der Bewegungsarten und Bewegungsformen zeigen Bild 2.8 und Tafel 1. Mit den uns zur Verfügung stehenden mathematischen Mitteln lassen sich nur die angegebenen Sonderfälle, getrennt nach *Translation* und *Rotation* behandeln. Doch genügt dies, um, darauf aufbauend, das Wesen der grundlegenden Erscheinungen der Mechanik verstehen zu können.



Tafel 1: Formen der Bewegung (gilt für Translation und Rotation)

	Bewegungsform	Geschwindigkeit
allgemeiner Fall	ungleichförmige Bewegung	Betrag ändert sich ungleichmäßig
Sonderfälle	gleichmäßig beschleunigte Bewegung	Betrag nimmt gleichmäßig zu oder ab
	Schwingbewegung	Betrag und Richtung ändern sich periodisch
	gleichförmige Bewegung	konstant

Bild 2.8 Arten der Bewegung



## 2.2.2. Kinematik der fortschreitenden Bewegung

### 2.2.2.1. Geschwindigkeit und Beschleunigung

*Geschwindigkeit* und *Beschleunigung* sind die wichtigsten Größen der Kinematik. Sie sind jedoch keine Grundgrößen, sondern werden auf bereits definierte Größen zurückgeführt. Dabei wird für beide Größen in gleicher Weise verfahren. Wir zeigen dies, indem wir beide Entwicklungen nebeneinanderstellen. Wir empfehlen, zunächst die linke Spalte zu studieren und beim anschließenden Studium der rechten Spalte mit der linken Spalte zu vergleichen.

Die *Geschwindigkeit*  
eines Körpers gibt an:

Wie schnell ändert sich  
der *Ort*<sup>1)</sup> des Körpers.

Meßvorschrift: Wir bestimmen  
den *Ort*  $s_1$  des Körpers  
im *Zeitpunkt*  $t_1$  und  
den *Ort*  $s_2$  des Körpers  
im *Zeitpunkt*  $t_2$ .  
Wir berechnen  
die *Ortsänderung* (den Weg)

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

und die *Zeitspanne*

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Dann definieren wir:

**Geschwindigkeit =**

$$= \frac{\text{Ortsänderung (Weg)}}{\text{Zeitspanne}}$$

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2.2)$$

Aus der Definition der Größen  
ergibt sich die Definition  
der Einheit

$$\blacksquare \quad [v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die *Beschleunigung*  
eines Körpers gibt an:

Wie schnell ändert sich  
die *Geschwindigkeit* des Körpers.

Meßvorschrift: Wir bestimmen  
die *Geschwindigkeit*  $v_1$  des Körpers  
im *Zeitpunkt*  $t_1$  und  
die *Geschwindigkeit*  $v_2$  des Körpers  
im *Zeitpunkt*  $t_2$ .  
Wir berechnen  
die *Geschwindigkeitsänderung*

$$\Delta v = v_2 - v_1$$

und die *Zeitspanne*

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Dann definieren wir:

**Beschleunigung =**

$$= \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{Zeitspanne}}$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.3)$$

Aus der Definition der Größen  
ergibt sich die Definition  
der Einheit

$$\blacksquare \quad [a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

<sup>1)</sup> Unter „Ort“ ist hier und im folgenden, wie auf Seite 23 erläutert, der auf der Bahn vom Nullpunkt aus gemessene Weg zu verstehen

Wenn  $s_1 > s_2$ ,

erhalten wir eine negative Geschwindigkeit.

Das bedeutet: Der Körper bewegt sich rückwärts.

#### Lehrbeispiel

2.1 Ein Fahrzeug befindet sich  
2.2 zur Zeit  $t_1 = 8^h 50^{\min}$   
am Ort  $s_1 = 15,5 \text{ km}$ ,  
zur Zeit  $t_2 = 8^h 53^{\min}$   
am Ort  $s_2 = 20,5 \text{ km}$ .

Wir berechnen

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 \text{ min}$$

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 5 \text{ km}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5 \text{ km}}{3 \text{ min}} =$$

$$= \frac{5 \text{ km} \cdot 20}{1 \text{ h}} = \frac{100 \text{ km}}{\text{h}}$$

$$v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Wenn  $v_1 > v_2$ ,

erhalten wir eine

negative Beschleunigung (Verzögerung).

Das bedeutet: Der Körper wird abgebremst.

#### Lehrbeispiel

Ein Fahrzeug hat  
zur Zeit  $t_1 = 8^h 50^{\min}$   
die Geschwindigkeit  $v_1 = 5 \text{ km/h}$ ,  
zur Zeit  $t_2 = 8^h 53^{\min}$   
die Geschwindigkeit  $v_2 = 95 \text{ km/h}$ .

Wir berechnen

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 \text{ min}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{90 \text{ km}}{\text{h} \cdot 3 \text{ min}} =$$

$$= \frac{90000 \text{ m}}{3600 \text{ s} \cdot 180 \text{ s}}$$

$$a = 0,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Wir haben sowohl bei den Definitionen als auch in den beiden Lehrbeispielen vorausgesetzt, daß sich während der Zeitspanne  $\Delta t$  die Geschwindigkeit (links) bzw. die Beschleunigung (rechts) nicht ändert. Nur dann geben die Definitionen die Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung des Körpers für jeden Zeitpunkt innerhalb der Zeitspanne  $\Delta t$  an. Gilt diese Voraussetzung nicht, so erhalten wir lediglich die *mittlere* oder *Durchschnittsgeschwindigkeit* (*-beschleunigung*) in der Zeitspanne  $\Delta t$ .

Schreibt man, wie bereits erläutert,  $s$  anstelle von  $\Delta s$  und  $t$  anstelle von  $\Delta t$ , so lautet die Gleichung (2.2') für die Durchschnittsgeschwindigkeit

$$v_m = \frac{s}{t} \quad (2.2')$$

Für die *Durchschnittsbeschleunigung* ist diese Schreibweise im allgemeinen jedoch nicht möglich, weil wir unter den Geschwindigkeiten  $v_1, v_2$  usw. immer die Geschwindigkeit eines Körpers in einem bestimmten Zeitpunkt verstehen. Lediglich wenn  $v_1 = 0$  und  $t_1 = 0$  ist, d. h., wenn die Bewegung aus der Ruhe erfolgt, können wir die Durchschnittsbeschleunigung schreiben:

$$a_m = \frac{v}{t} \quad (2.3')$$

wobei  $v$ , die Geschwindigkeit zur Zeit  $t$  ist.

Ein bewegter Körper hat aber im allgemeinen sowohl eine von Zeitpunkt zu Zeitpunkt wechselnde *Momentangeschwindigkeit* als auch eine wechselnde *Momentanbeschleunigung*. Die exakte Definition sowie das Rechnen mit diesen Momentangrößen ist nur mit Hilfe der höheren Mathematik möglich. Die Definitionen der Durchschnittsgrößen mit Differenzenquotienten genügen aber

insofern den Belangen der Praxis, als man die Zeitspanne  $\Delta t$  so klein wählen kann, daß der Unterschied zwischen Durchschnittsgröße und Momentangröße vernachlässigbar klein wird. Zum Messen der Momentangeschwindigkeit von Verkehrsmitteln gibt es *Geschwindigkeitsmesser*, die es erlauben, den Betrag der jeweiligen Momentangeschwindigkeit als Zeigerausschlag an einer Skale abzulesen. Damit entfällt das meist umständliche Messen von Längen und Zeiten und die Berechnung der Geschwindigkeit. *Beschleunigungsmesser* werden in Verkehrsmitteln nur selten verwendet.

Bisher haben wir nur die eindimensionale Bewegung behandelt. Diese ist jedoch ein Sonderfall. Im allgemeinen bewegt sich ein Körper im Raum, also in drei Dimensionen. Wir müssen deshalb, um Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Körpers erschöpfend zu kennzeichnen, außer dem Betrag auch die *Richtung* dieser Größen angeben. Wir sagen: Diese Größen sind *gerichtete* oder *vektorielle Größen* und unterscheiden diese von den *nicht gerichteten* oder *skalaren Größen*. Bild 2.9 gibt eine Übersicht über das Wesen und die Darstellung der vektoriellen Größen.

Bild 2.10 zeigt an Beispielen die vektorielle Darstellung von Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung. Wir bemerken dazu:

In den Gleichungen (2.2) und (2.3) bedeuten  $\Delta s$  und  $\Delta v$  nur die Änderung der *Beträge* dieser Größen. Bei einer exakteren Definition wird berücksichtigt, daß Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung vektorielle Größen sind. Man definiert:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} \quad \text{Geschwindigkeit} \quad (2.2'')$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{Beschleunigung} \quad (2.3'')$$

Eine gerichtete Größe kann sich sowohl dem *Betrag* als auch der *Richtung* nach ändern. Im Falle der Definition (2.3'') ist also auch eine bloße Änderung der Geschwindigkeits-*richtung* eine Geschwindigkeitsänderung und infolgedessen mit einer Beschleunigung verbunden. So führt z. B. in Bild 2.10 auch das Fahrzeug 3, das mit konstanter Fahrge-  
schwindigkeit eine Kurve durchfährt, eine beschleunigte Bewegung aus. Allgemein gilt:

■ Jede krummlinige Bewegung ist eine beschleunigte Bewegung.

## 2.1. Übung

Skizzieren Sie, wie die Situation in Bild 2.10.2 zwei Sekunden später aussehen könnte.




Vektorielle Größen			
Kennzeichen	1. Betrag	2. Richtung	3. Richtungssinn
Im Bild dargestellt durch:			
Pfeil	Länge des Pfeils	Richtung des Pfeils	Lage der Pfeilspitze

Bild 2.9 Darstellung vektorieller Größen.

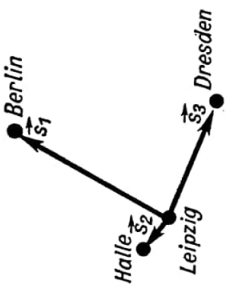
Vektorielle Größen werden im Text dargestellt durch

1. Formelzeichen mit Pfeil, Beispiel:  $\vec{v}$  2. Formelzeichen in Fraktur, Beispiel:  $\mathfrak{v}$

In diesem Buch wird nur die erste Schreibweise verwendet

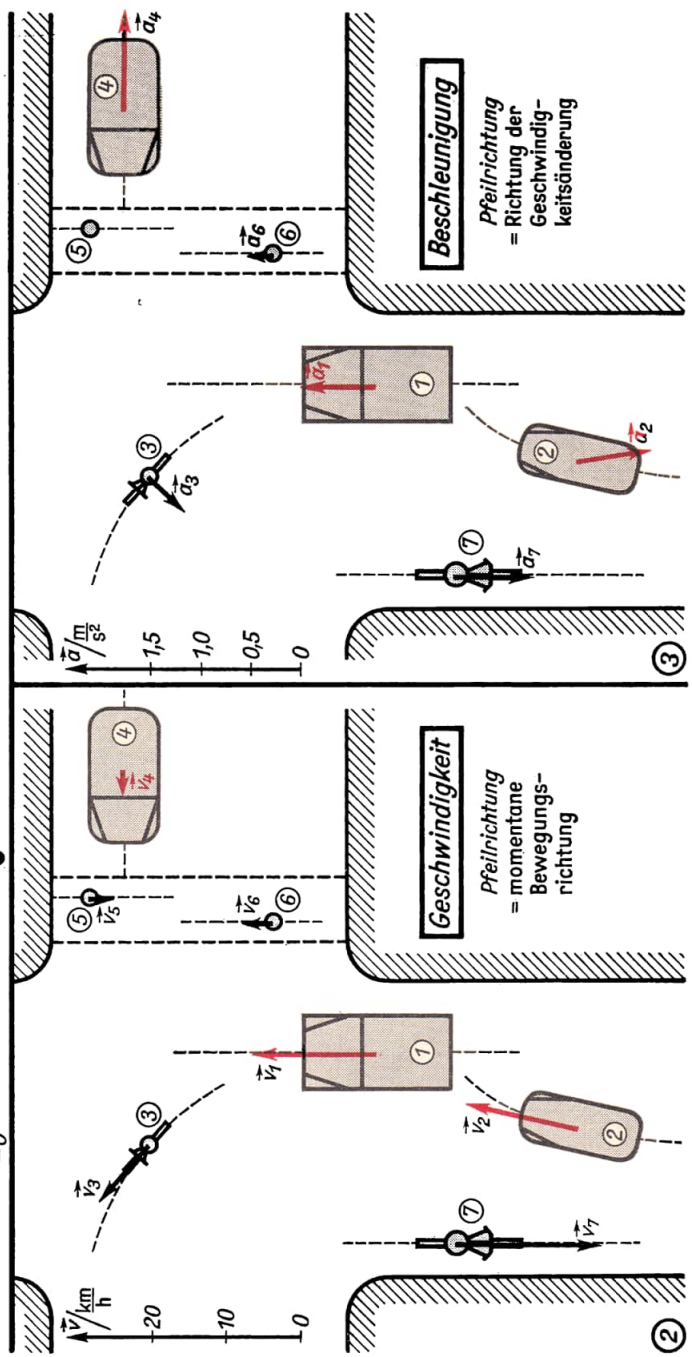
①

$s/\text{km}$



**Weg**

Pfeilrichtung = Richtung der Verbindungslinie zwischen den Orten



**Geschwindigkeit**

Pfeilrichtung = momentane Bewegungsrichtung

**Beschleunigung**

Pfeilrichtung = Richtung der Geschwindigkeitsänderung

☞\* Bild 2.10 Zur vektoriellen Darstellung von Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung.  
 Erläuterung zu Bild 2.10.2 und 2.10.3 (Verkehrssituation an einer Kreuzung)

Verkehrs- teilnehmer	Bewegungsart	Betrag von $v / \text{km h}^{-1}$	$a / \text{m s}^{-2}$	Verkehrs- teilnehmer	Bewegungsart	Betrag von $v / \text{km h}^{-1}$	$a / \text{m s}^{-2}$
1 LKW	geradlinig beschleunigt	20	0,75	5 Fußgänger	geradlinig gleichförmig	3	0
2 PKW	krummlinig verzögert	15	0,75	6 Fußgänger	geradlinig beschleunigt	4	0,25
3 Moped	krummlinig gleichförmig	10	0,5	7 Krad	geradlinig beschleunigt	20	0,8
4 Bus	geradlinig verzögert	3	1				

### 2.2.2.2. Überlagern von Bewegungen

Bewegen wir uns in einem mit der Geschwindigkeit  $v_1 = 5 \text{ m/s}$  fahrenden Straßenbahnwagen mit der Geschwindigkeit  $v_2 = -1 \text{ m/s}$  von der vorderen zur hinteren Plattform (negative Geschwindigkeit wegen Rückwärtsbewegung), so führen wir zwei Bewegungen gleichzeitig aus. Unsere Geschwindigkeit gegenüber der Straße beträgt  $v = v_1 + v_2 = 5 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$  (Bild 2.11).

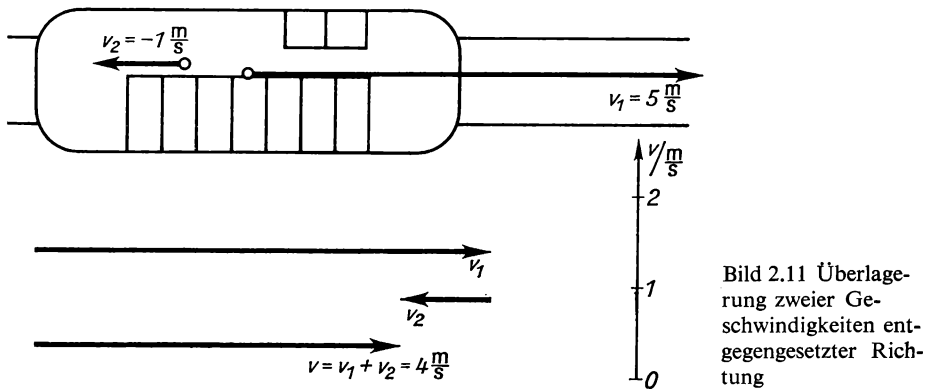


Bild 2.11 Überlagerung zweier Geschwindigkeiten entgegengesetzter Richtung

Es gilt das *Prinzip von der Unabhängigkeit der Bewegungen* (Superpositionsprinzip):

Ein Körper kann gleichzeitig verschiedene Teilbewegungen ausführen. Diese beeinflussen sich gegenseitig nicht.

Man findet die Wege, die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen der Gesamtbewegung, d. h. die *resultierenden* Größen, durch *Überlagerung* der Teilbewegungen (der *Komponenten* der Bewegung). Dabei werden die entsprechenden Größen unter Berücksichtigung ihrer Richtung addiert. Dies kann sowohl rechnerisch als auch grafisch geschehen. Hier soll nur das grafische Verfahren behandelt werden. Auch wollen wir uns dabei auf Bewegungen in der Ebene beschränken. Die Überlagerung von Bewegungen im dreidimensionalen Raum erfolgt nach dem gleichen Prinzip.

In Bild 2.12.1 soll ein Kasten Baumaterial mit einem Kran von *A* nach *C* transportiert werden. Dies kann durch die zeitlich nacheinander ablaufenden Teilbewegungen von *A* nach *B* und von *B* nach *C* erfolgen. Wir können aber beide Bewegungen auch gleichzeitig ablaufen lassen, so daß sich der Kasten direkt von *A* nach *C* bewegt. Wie sich der resultierende Pfeil des Weges aus den beiden Pfeilen der Komponenten  $s_1$  und  $s_2$  ergibt, zeigt Bild 2.12.1. Man erhält offensichtlich den resultierenden Pfeil  $s_R$ , indem man die Wegpfeile der Teilbewegungen unter Beachtung ihrer Richtung aneinanderreihet und den Anfang des ersten Pfeils mit der Spitze des letzten verbindet. Bei zwei Komponenten ist der resultierende Pfeil die Diagonale des aus den Pfeilen der beiden Komponenten konstruierten Parallelogramms. Dies gilt für alle vektoriellen Größen. Man sagt deshalb:

Vektorielle Größen werden geometrisch nach dem Parallelogrammsatz addiert.

#### Lehrbeispiel

2.3

Mit welcher Geschwindigkeit muß sich der Kran in Bild 2.12 seitwärts bewegen, wenn der Kasten mit der Geschwindigkeit  $1 \text{ m/s}$  angehoben wird und die Bewegung auf der Diagonalen erfolgen soll? Welchen Betrag hat die resultierende Geschwindigkeit?



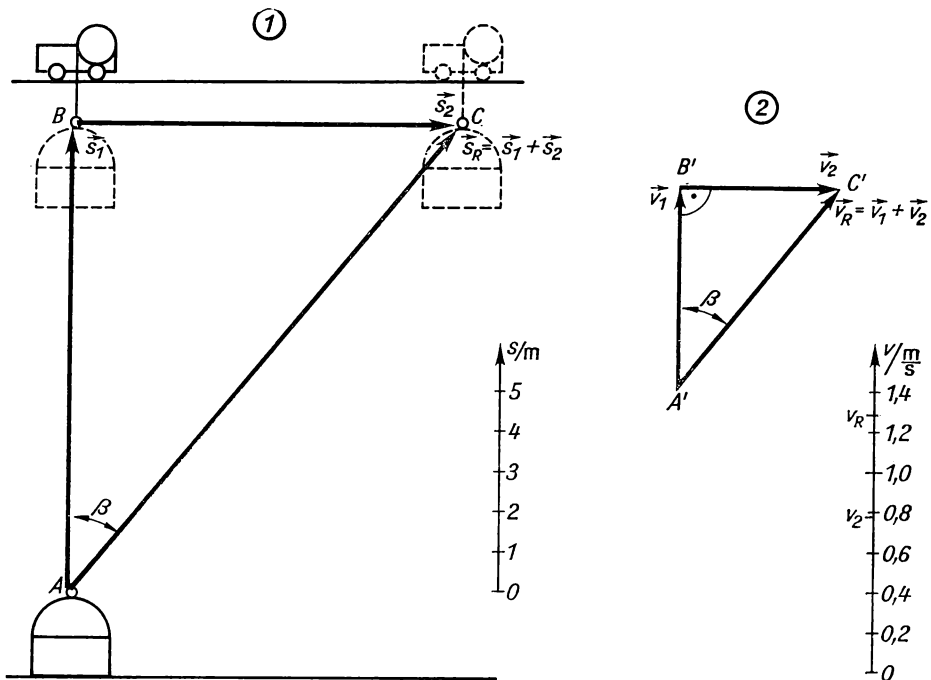


Bild 2.12 Überlagerung von Bewegungen

1. Überlagerung von Wegen 2. Überlagerung von Geschwindigkeiten (Zu Lehrbeispiel 2.3)

Gegeben: Richtung von  $\vec{v}_1$ Gesucht: Betrag von  $\vec{v}_2 = v_2$ Betrag von  $\vec{v}_1 = v_1 = 1 \text{ m/s}$ Betrag von  $\vec{v}_R = v_R$ Richtung von  $\vec{v}_2$  ( $\alpha = 90^\circ$ )Richtung von  $\vec{v}_R$  ( $\beta$ )

Bei der Lösung (Bild 2.12.2) ist zu beachten, daß die Geschwindigkeitspfeile immer in Wegrichtung liegen. Das Geschwindigkeitsparallelogramm muß deshalb dem Wegparallelogramm ähnlich sein. Zur Lösung der Aufgabe wird deshalb mit  $v_1 = 1 \text{ m/s}$  ein zu Dreieck  $ABC$  ähnliches Dreieck  $A'B'C'$  gezeichnet.

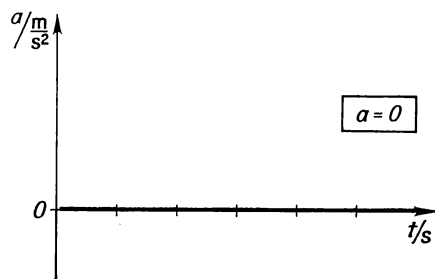
Ergebnis:  $v_2 = \underline{\underline{0,8 \text{ m/s}}}$ ,  $v_R = \underline{\underline{1,35 \text{ m/s}}}$ **Übung****2.2**

In einen Kanal von 6 m Tiefe fällt ein Gegenstand. Wo muß man nach ihm tauchen, wenn für die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Wassers 8 m/s, für die als konstant angesehene Sinkgeschwindigkeit des Gegenstandes 50 cm/s angenommen werden?

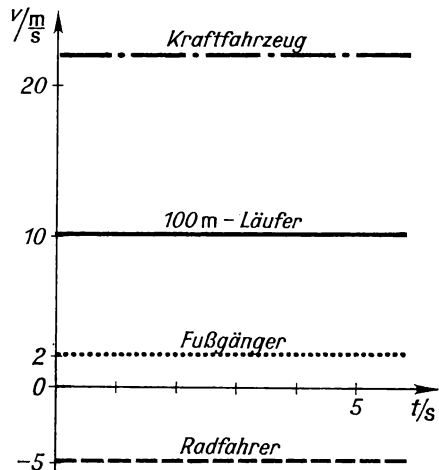
**2.2.2.3. Geradlinige, gleichförmige Bewegung**

Im allgemeinen verlaufen Bewegungen auf gekrümmten Bahnen und mit wechselnder Geschwindigkeit. Wir brauchen z. B. nur an die Bewegung von Verkehrsmitteln zu denken. Doch können wir viele Bewegungsprobleme, insbesondere auch im Verkehrswesen, sehr einfach und mit ausreichender Genauigkeit lösen, wenn wir die Bewegung als *geradlinig* und *gleichförmig* (d. h., die Geschwindigkeit ist nach Betrag und Richtung konstant) ansehen. Es genügt dann, die Richtung der Wege und Geschwindigkeiten durch das *Vorzeichen* des Betrages zu kennzeichnen.

1. Die  $a, t$ -Kurven liegen in der  $t$ -Achse, weil die Beschleunigung Null ist.



2. Die  $v, t$ -Kurven sind Parallelen zur  $t$ -Achse, da die Geschwindigkeit bei jedem Vorgang konstant ist.



3. Die  $s, t$ -Kurven sind Geraden, die um so steiler verlaufen, je größer der Betrag der Geschwindigkeit ist. Nach rechts fallende Kurve (Radfahrer) bedeutet negative Geschwindigkeit, d. h. hier Bewegung zum Nullpunkt.

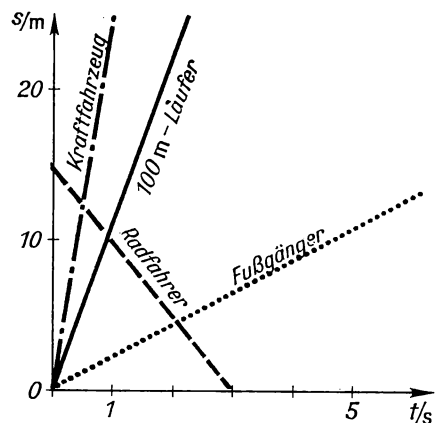


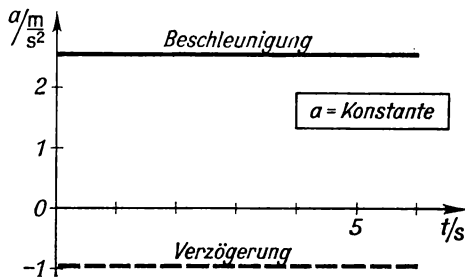
Bild 2.13 Diagramme der gleichförmigen Bewegung für 4 Bewegungsvorgänge

Für die geradlinig gleichförmige Bewegung ergibt sich aus der Definition der Geschwindigkeit und Gl. (2.2') die sehr einfache Gleichung:

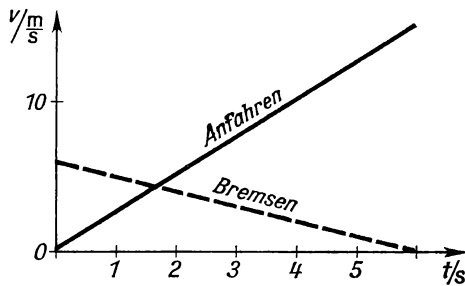
$$s = v t$$

zurückgelegter Weg (bei gleichförmiger Bewegung) (2.2''')

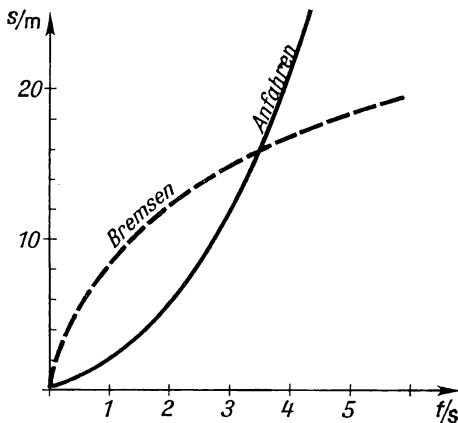
Mit dieser Gleichung lassen sich alle Größen der geradlinig gleichförmigen Bewegung bestimmen.



1. Die  $a, t$ -Kurven sind Parallelen zur  $t$ -Achse, da die Beschleunigungen bei beiden Bewegungsvorgängen konstant sind.



2. Die  $v, t$ -Kurven sind Geraden, die um so steiler verlaufen, je größer der Betrag der Beschleunigung (Verzögerung) ist. Nach rechts fallende Kurve bedeutet negative Beschleunigung, d. h. Bremsbewegung.



3. Die  $s, t$ -Kurven sind Parabeln. Der in 1 s zurückgelegte Weg wird mit wachsender Zeit größer (Anfahren) bzw. kleiner (Bremsen).

Bild 2.14 Diagramme der gleichmäßig beschleunigten Bewegung für eine Anfahr- und eine Bremsbewegung

#### Lehrbeispiel

2.4

Bei einer Verkehrskontrolle wird die Zeitspanne gestoppt, die die Fahrzeuge zum Durchfahren einer Strecke von 100 m benötigen. Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Fahrzeuges, das diese Strecke in 5,5 s zurücklegt?

Gegeben:  $s = 100 \text{ m}$

Gesucht:  $v$

$t = 5,5 \text{ s}$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{100 \text{ m}}{5,5 \text{ s}} = 18,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad ^1)$$

Umrechnung in die Einheit km/h:

$$v = 18,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{18,2 \cdot 0,001 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 18,2 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 66 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Nachstehende, häufig gebrauchte Beziehung gilt für die *Umrechnung der Einheit* m/s in km/h und umgekehrt:

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Die Beziehungen zwischen Größen werden in der Physik nicht nur in Gleichungen, sondern vielfach auch in *Diagrammen* (*Schaubildern*) dargestellt. Solche Diagramme lassen die Zusammenhänge leichter erkennen und ermöglichen es, die Besonderheiten eines gegebenen Falles schnell zu überblicken.

Das Prinzip der Darstellung von zwei voneinander abhängigen Größen als *Kurve* (Auch eine Gerade wird hier als *Kurve* bezeichnet!) in einem rechtwinkligen Achsenkreuz wird von der Mathematik her als bekannt vorausgesetzt. Es sei lediglich erinnert, daß die *waagerechte* Achse als *Abszissenachse*, die *senkrechte* als *Ordinatenachse* und die auf diesen Achsen abgetragenen Werte als die *Koordinaten* der betreffenden Größen bezeichnet werden.

Bild 2.13 zeigt für die gleichförmige Bewegung den zeitlichen Verlauf der Beschleunigung (im  $a, t$ -Diagramm), der Geschwindigkeit (im  $v, t$ -Diagramm) und des Weges (im  $s, t$ -Diagramm).

Bemerkenswert ist, daß dem  $v, t$ -Diagramm gemäß Gleichung (2.2''') der Betrag des in der Zeit zurückgelegten Weges  $s = vt$  als Flächeninhalt eines Rechtecks entnommen

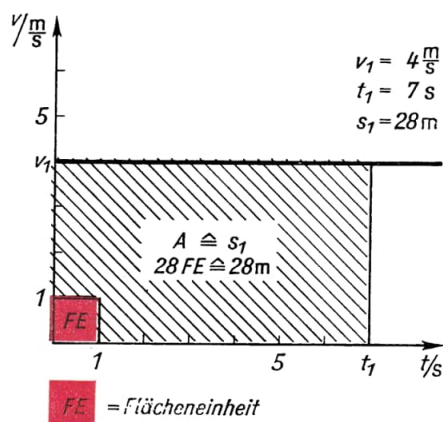


Bild 2.15 Darstellung des zurückgelegten Weges bei einer gleichförmigen Bewegung im  $v, t$ -Diagramm

<sup>1)</sup> Beachten Sie: Es hat keinen Sinn, für die Geschwindigkeit einen „genaueren“ Wert, etwa 18,182 m/s anzugeben. Eine solche Angabe würde eine Genauigkeit vortäuschen, wie sie auf Grund der gegebenen Werte für Länge und Zeit nicht zu erzielen ist.

Faustregel: Die Anzahl der zuverlässigen Ziffern im Ergebnis kann höchstens um eine größer sein als die Anzahl der zuverlässigen Ziffern der gegebenen Größen. (Hier ist 5,5 s mit 2 zuverlässigen Ziffern gegeben.)

werden kann (Bild 2.15). Dabei sind die Seiten des Rechtecks die Koordinaten von  $v$  und  $t$ .

Eine wichtige Anwendung des  $s,t$ -Diagramms der gleichförmigen Bewegung zeigt Bild 2.16. Auf dem *grafischen Fahrplan* lassen sich die Zugfolge auf der Strecke, die Dauer des Aufenthaltes auf den Stationen sowie die Geschwindigkeit der Züge leicht übersehen. Aus praktischen Gründen sind hier die Zeit auf der senkrechten Achse von oben nach unten, der Weg auf der waagerechten Achse von links nach rechts aufgetragen.

### Übungen

#### 2.3

Entnehmen Sie dem grafischen Fahrplan

1. die Zugfolge im Bahnhof  $E$  in der Zeit von 20 bis 24 Uhr,
2. den Fahrplan der Züge 1 bis 4 auf der Strecke von  $A$  nach  $H$ .

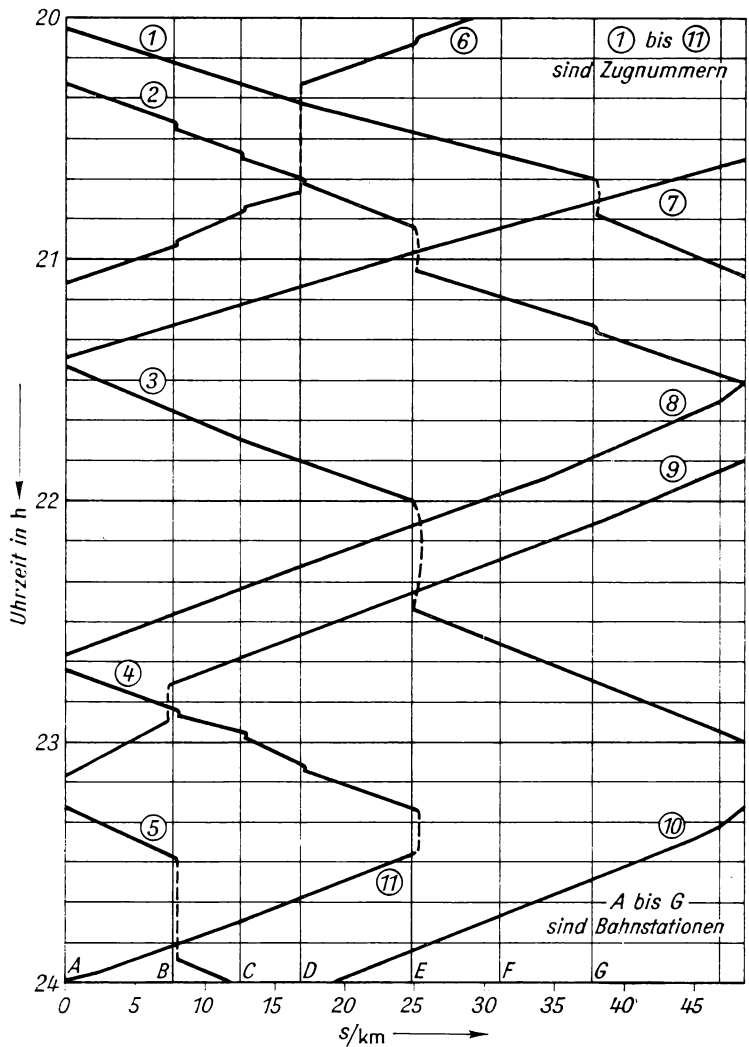


Bild 2.16  
Grafischer  
Fahrplan

- 2.4 Erläutern Sie das in Bild 2.17 gezeigte  $v,t$ -Diagramm.
- 2.5 Zeichnen Sie das zum  $v,t$ -Diagramm (Bild 2.17) gehörende  $s,t$ -Diagramm. (Der Körper befinde sich zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  im Anfangspunkt  $s_0 = 0$ ).
- 2.6 Vergleichen Sie die in Bild 2.17 schraffierten Flächen 1 und 2 ihrem Inhalt nach. Welche Schlußfolgerung ziehen Sie aus dem Ergebnis?

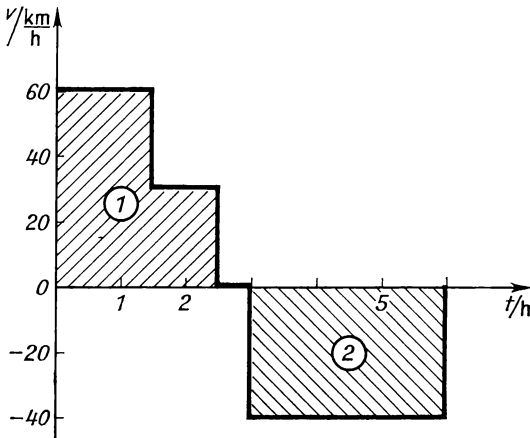


Bild 2.17  $v,t$ -Diagramm zu den Übungen 2.4, 2.5, 2.6

#### 2.2.2.4. Geradlinige, gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Besondere Bedeutung für die Praxis haben Anfahr- und Bremsvorgänge, also Bewegungen mit veränderlicher Geschwindigkeit. Vereinfachend nimmt man an, daß sich die Geschwindigkeit im jeweils betrachteten Zeitraum *gleichmäßig* ändert, daß also die Beschleunigung konstant ist. Eine weitere Vereinfachung ist die Annahme, daß die Bewegung aus der Ruhelage beginnt bzw. bei Bremsvorgängen in dieser endet.

Wir wollen uns den Ablauf einer solchen Bewegung zunächst an den zugehörigen Diagrammen klarmachen (Bild 2.14). Im  $s,t$ -Diagramm der gleichmäßig beschleunigten (verzögerten) Bewegung erhalten wir keine Geraden, sondern nach rechts steiler (flacher) werdende Kurven (*Parabeln*). Das heißt: Je länger die Bewegung andauert, um so größer (kleiner) ist der in einer bestimmten Zeitspanne zurückgelegte Weg.

#### Übung

- 2.7 Begründen Sie die formale Übereinstimmung des  $a,t$ - bzw.  $v,t$ -Diagramms der gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit dem  $v,t$ - bzw.  $s,t$ -Diagramm der gleichförmigen Bewegung.

Am Beispiel eines anfahrenden Kraftfahrzeuges entwickeln wir die *Gleichungen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung aus der Ruhelage*. Wir fragen:

1. Wie groß ist die Beschleunigung? Wie „zieht“ der Wagen?
2. Wie groß ist die Geschwindigkeit  $v_t$  am Ende der Beschleunigungszeitspanne  $t$ ?
3. Welche Beschleunigungsstrecke  $s_t$  legt der Wagen in der Zeitspanne  $t$  zurück?
4. Wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang? Wie groß ist die Beschleunigungszeitspanne  $t$ ?

Es sind also Gleichungen zwischen den Größen  $a$ ,  $v_t$ ,  $s_t$  und  $t$  zu entwickeln. Wir gehen von der Definition der Beschleunigung aus:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Da die Bewegung aus der Ruhe erfolgt, ist  $v_1 = 0$ ,  $v_2 = v_t$ ,  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = t$  und somit

$$a = v_t/t$$

oder

$$v_t = a t$$

**erreichte Geschwindigkeit**

(bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung aus der Ruhe)

(2.4)

Um eine Beziehung für den Weg  $s_t$  zu finden, beachten wir, daß die Geschwindigkeit gleichmäßig vom Betrag Null bis zum Endbetrag  $v_t$  ansteigt. Wie auch aus Bild 2.18 hervorgeht, hätte der Wagen die gleiche Strecke zurückgelegt, wenn er von Anfang bis Ende die mittlere Geschwindigkeit  $v = \frac{1}{2} v_t$  gehabt hätte (Fläche  $ABC$  = Fläche  $ABDE$ ).

Für diesen angenommenen Fall einer gleichförmigen Bewegung gilt aber Gleichung (2.2''')  $s = v t$ . Somit erhalten wir

$$s_t = \frac{1}{2} v_t t$$

**zurückgelegter Weg**

(bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung aus der Ruhe)

(2.5)

$$s_t = \frac{1}{2} a t^2$$

(2.6)

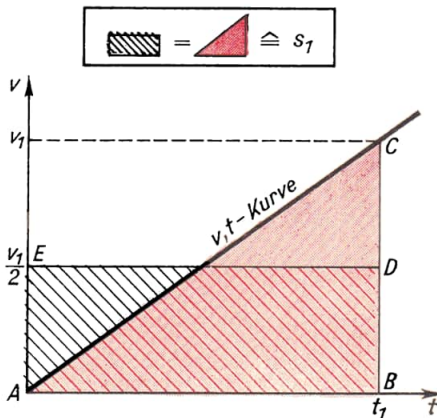


Bild 2.18 Zur Herleitung der Gleichung für den Weg bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

### Übung

#### 2.8

Zur Berechnung einer der Größen  $a$ ,  $v_t$ ,  $s_t$  und  $t$  müssen jeweils 2 der anderen Größen bekannt sein. So ergeben sich für jede Größe 3 Gleichungen. Geben Sie eine übersichtliche Zusammenstellung der 12 Gleichungen.

Ein *Bremsvorgang*, bei dem ein Körper bis zur Ruhe verzögert wird, läßt sich am einfachsten als Umkehrung eines Beschleunigungsvorganges aus der Ruhelage berechnen. Wie die grafische Darstellung in Bild 2.19 zeigt, besteht Symmetrie zwischen beiden Vorgängen. Es gelten deshalb auch hier die Gleichungen (2.4), (2.5) und (2.6), wenn man unter  $t$  die Bremszeit,  $s_t$  den Bremsweg und  $v_t$  die Geschwindigkeit zu *Beginn* des Bremsvorganges versteht.

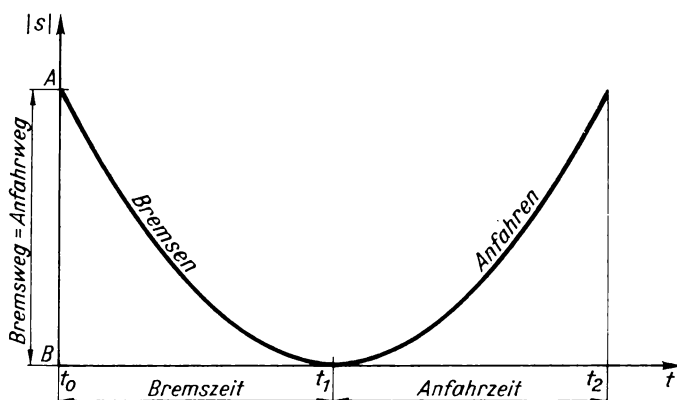


Bild 2.19 Zur Symmetrie zwischen Brems- und Anfahrbewegung. Vorgang: Eine Lok fährt bremsend von A nach B, kommt in B zum Stillstand und fährt sofort wieder von B nach A. Dabei sei: Bremsverzögerung  $a_B$  = Anfahrbeschleunigung  $a_A$ . Dann ist, wenn nur die Beträge betrachtet werden, Bremsweg  $s_1$  = Anfahrweg  $s_2$ , Bremszeit  $t_1$  = Anfahrzeit ( $t_2 - t_1$ ), Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  = Endgeschwindigkeit  $v_2$

### Lehrbeispiel

- 2.5 Ein Kraftwagen fährt mit einer Beschleunigung von  $1,5 \text{ m/s}^2$  an. Nach 10 s wird der Wagen abgebremst, so daß er am Ende eines Bremsweges von 15 m zum Stillstand kommt.

1. Wie lange dauert der gesamte Vorgang?
2. Welche Strecke hat der Wagen in dieser Zeit zurückgelegt?

Der gesamte Vorgang besteht aus einer Anfahrbewegung und einer Bremsbewegung. Wir behandeln beide getrennt.

Anfahrvorgang: Gegeben:  $a_1 = 1,5 \text{ m/s}^2$   
 $t_1 = 10 \text{ s}$

Gesucht:  $s_1$

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1,5 \text{ m} \cdot 10^2 \cdot \text{s}^2}{2 \text{ s}^2} = 75 \text{ m}$$

Bremsvorgang: Hier ist in der Aufgabenstellung nur  $s_2$  gegeben. Doch ist die Geschwindigkeit  $v_{t2}$  zu Beginn des Bremsens gleich der Endgeschwindigkeit  $v_{t1}$  beim Anfahren.

Gegeben:  $s_2 = 15 \text{ m}$

Gesucht:  $t_2$

Nach Gleichung (2.5) ist  $s_2 = \frac{1}{2} v_{t2} t_2$ , nach Gleichung (2.4)  $v_{t2} = v_{t1} = a_1 t_1$ , somit

$$t_2 = \frac{2 s_2}{v_{t2}} = \frac{2 s_2}{a_1 t_1} = \frac{2 \cdot 15 \text{ m} \cdot \text{s}^2}{1,5 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}} = 2 \text{ s}$$

Ergebnis: 1. Gesamtzeit  $t_g = t_1 + t_2 = 10 \text{ s} + 2 \text{ s} = 12 \text{ s}$

2. Gesamtweg  $s_g = s_1 + s_2 = 75 \text{ m} + 15 \text{ m} = \underline{\underline{90 \text{ m}}}$

### Übung

- 2.9 Zeichnen Sie das  $a,t$ -,  $v,t$ - und  $s,t$ -Diagramm des in Lehrbeispiel 2.5 angegebenen Bewegungsvorganges.



### 2.2.3. Kinematik der Drehbewegung

#### 2.2.3.1. Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung

Die Drehgeschwindigkeit eines gleichförmig rotierenden Körpers, z. B. der Räder oder der Wellen eines Motors oder einer anderen Maschine, wird in der Technik sehr anschaulich durch die *Drehzahl* angegeben. Sie ist definiert

$$n = \frac{z}{t} \quad \text{Drehzahl} = \frac{\text{Anzahl der Umdrehungen}}{\text{Zeitdauer}}$$

In der Physik ist anstelle der Drehzahl der umfassendere Begriff *Frequenz*  $f$  (bei Drehbewegungen auch *Drehfrequenz*) gebräuchlich, der für jeden periodisch ablaufenden Bewegungsvorgang verwendet werden kann. Es gilt

$$\boxed{f = \frac{z}{t}} \quad \text{Frequenz} = \frac{\text{Anzahl der periodischen Vorgänge}}{\text{Zeitdauer}} \quad (2.7)$$

Je höher die Frequenz ist, um so kürzer ist die Zeitspanne, die für einen Umlauf benötigt wird. Die Zeitspanne, in der ein Umlauf erfolgt, bezeichnet man als *Umlaufzeit*  $T$ . Umlaufzeit und Frequenz sind also reziproke Größen und es gilt

$$\boxed{T = \frac{1}{f}} \quad \text{Umlaufzeit} \quad (2.8)$$

Die entsprechenden Beziehungen gelten für die Einheiten dieser Größen:

$$\blacksquare \quad [T] = \text{s} \quad [f] = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1} = \text{Hz (Hertz)}$$

Die Einheit der Frequenz, die bei Drehbewegungen auch als  $\frac{\text{Umdrehung}}{\text{Sekunde}}$  bezeichnet werden darf, trägt den Namen des Entdeckers der elektromagnetischen Wellen **HEINRICH HERTZ**.

#### Übung

- 2.10** Wie groß sind Umlaufzeit und Frequenz des Stunden-, des Minuten- und des Sekundenzeigers einer Taschenuhr?

Zur mathematischen Behandlung der Drehbewegung ist es zweckmäßig, Größen einzuführen, die analog zur fortschreitenden Bewegung definiert sind. Dadurch ist es möglich, auch die Gleichungen der Drehbewegung in engster Anlehnung an die bereits bekannten Gleichungen der fortschreitenden Bewegung zu formulieren.

Den Größen Geschwindigkeit und Beschleunigung entsprechen bei der Drehbewegung *Winkelgeschwindigkeit* und *Winkelbeschleunigung*. Weshalb führen wir diese Größen ein? Betrachten wir ein rotierendes Rad eines Fahrrades. Ein Punkt der Felge legt in einer bestimmten Zeit einen größeren Weg zurück als ein Punkt der Nabe. Die Geschwindigkeit des Felgenpunktes ist also größer als die des Nabenpunktes. Für beide Punkte *gleich* ist aber der *Winkel*, den der Strahl von der Achse zu diesen Punkten in der ge-

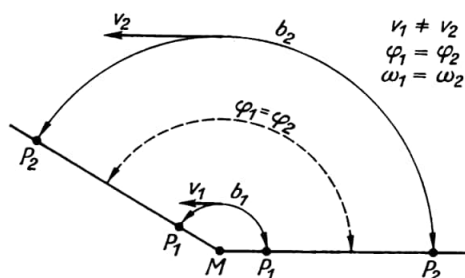


Bild 2.20 Zur Definition der Winkelgeschwindigkeit

gebenen Zeit überstreicht. (Bild 2.20). Die Angabe des *Drehwinkels* (des *Winkelweges*) kennzeichnet also die Drehbewegung eines beliebigen Punktes des rotierenden Körpers. (Wegen des Gebrauchs der Symbole  $\varphi$  und  $\Delta\varphi$  siehe Bild 2.2).

Wir definieren nun:

**Winkelgeschwindigkeit =**

$$= \frac{\text{Richtungsänderung (Winkelweg)}}{\text{Zeitspanne}}$$

$$\omega = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (2.9)$$

**Winkelbeschleunigung =**

$$= \frac{\text{Winkelgeschwindigkeitsänderung}}{\text{Zeitspanne}}$$

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (2.10)$$

Aus diesen Definitionen folgt für die Einheiten

$$\blacksquare [\omega] = \frac{[\varphi]}{[t]} = \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}$$

$$\blacksquare [\alpha] = \frac{[\omega]}{[t]} = \frac{\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = \frac{1}{\text{s}^2} = \text{s}^{-2}$$

Jeder Punkt eines rotierenden Körpers legt auf seiner Kreisbahn einen Weg  $s_B$  zurück, hat eine bestimmte Bahngeschwindigkeit  $v_B$  und eine bestimmte Bahnbeschleunigung  $a_B$ . Wir fragen nach dem Zusammenhang zwischen den Bahngrößen und den entsprechenden Winkelgrößen.

Aus  $\varphi = \frac{s_B}{r}$  folgt

$$\boxed{s_B = r \varphi} \quad \text{Weg auf Kreisbahn} \quad (2.11)$$

Aus  $\omega = \frac{\varphi}{t}$ ,  $\varphi = \frac{s_B}{r}$  und  $v_B = \frac{s_B}{t}$  folgt

$\omega = \frac{s_B}{r t} = \frac{v_B}{r}$  und damit

$$\boxed{v_B = r \omega} \quad \text{Bahngeschwindigkeit auf Kreisbahn} \quad (2.12)$$

Auf analoge Weise finden wir

$$\boxed{a_B = r \alpha} \quad \text{Bahnbeschleunigung auf Kreisbahn} \quad (2.13)$$

Es gilt also die sehr wichtige Beziehung

**Bahngröße = Radius mal Winkelgröße**

Den Zusammenhang zwischen Winkelgeschwindigkeit und Frequenz, die beide die Drehgeschwindigkeit angeben, erhält man, wenn man in  $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$  den Drehwinkel für 1 Umdrehung  $\Delta\varphi = 2\pi$  und für  $\Delta t$  die Zeitdauer für 1 Umdrehung, die Umlaufzeit  $T$  einsetzt und beachtet, daß  $T = \frac{1}{f}$  ist:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f} \quad \text{Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz} \quad (2.14)$$

Die Winkelgeschwindigkeit wird wegen des Faktors  $2\pi$  auch als *Kreisfrequenz* bezeichnet.

### 2.2.3.2. Gleichförmige und gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung

Auch bei der Drehbewegung behandeln wir die beiden Sonderfälle

1. gleichförmige Drehbewegung ( $\alpha = 0$ ;  $\omega = \text{konst}$ )
2. gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung ( $\alpha = \text{konst}$ ;  $\omega$  gleichmäßig zunehmend).

Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und Winkelbeschleunigung  $\alpha$  wurden analog zu den Größen  $v$  und  $a$  der fortschreitenden Bewegung definiert. Die verknüpfenden Beziehungen sind die Gleichungen (2.12) und (2.13). Aus dieser Analogie und den Verknüpfungsbeziehungen folgt, daß auch die zur Beschreibung der beiden Bewegungsarten entwickelten Gleichungen einander völlig entsprechen. Die Gleichungen für die Drehbewegung werden deshalb nicht noch einmal hergeleitet. Sie sind in Tafel 2 den entsprechenden Gleichungen der fortschreitenden Bewegung gegenübergestellt.

Tafel 2: Gegenüberstellung der kinematischen Größen und Gleichungen der fortschreitenden Bewegung und der Drehbewegung

Fortschreitende Bewegung		Drehbewegung	
Größe	Gleichung	Größe	Gleichung
Weg	$s, \Delta s$	Winkelweg (Drehwinkel)	$\varphi, \Delta\varphi$
Geschwindigkeit	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2.2)$	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (2.9)$
Beschleunigung	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.3)$	Winkelbeschleunigung	$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (2.10)$

Bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung aus der Ruhe gilt:

Erreichte Geschwindigkeit	$v_t = a t$	(2.4)	Erreichte Winkel- geschwindigkeit	$\omega_t = \alpha t$	(2.15)
Zurückgelegter Weg	$s_t = \frac{1}{2} v_t t$	(2.5)	Zurückgelegter Winkelweg	$\varphi_t = \frac{1}{2} \omega_t t$	(2.16)
	$s_t = \frac{1}{2} a t^2$	(2.6)		$\varphi_t = \frac{1}{2} \alpha t^2$	(2.17)

Es erübrigt sich auch, für die Drehbewegung gesonderte Diagramme zu entwickeln, denn auch sie entsprechen den bereits bekannten. Es muß lediglich  $s$  durch  $\varphi$ ,  $v$  durch  $\omega$  und  $a$  durch  $\alpha$  ersetzt werden.

### Lehrbeispiele

- 2.6 Die Seiltrommel einer Motorwinde hat den Durchmesser 50 cm. Ihre Drehfrequenz ist  $120 \text{ min}^{-1}$ .
1. Wie groß ist die Umlaufzeit?
  2. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit?
  3. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Seil?
  4. Wie lange dauert es, bis 30 m Seil aufgewunden sind?

Gegeben:  $d = 50 \text{ cm}$

Gesucht:  $T, \omega, v, t$

$$f = 120 \text{ min}^{-1}$$

$$s = 30 \text{ m}$$

$$1. \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{120 \text{ min}^{-1}} = \frac{60 \text{ s}}{120} = \underline{\underline{0,5 \text{ s}}}$$

$$2. \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi \cdot 120}{\text{min}} = \frac{2\pi \cdot 120}{60 \text{ s}} = 4\pi \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{12,6 \text{ s}^{-1}}}$$

$$3. \quad v = \omega r = \frac{4\pi \cdot 25 \text{ cm}}{\text{s}} = \frac{4\pi \text{ m}}{4 \text{ s}} = \underline{\underline{3,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$4. \quad t = \frac{s}{v} = \frac{30 \text{ m}}{3,14 \text{ m}} = \underline{\underline{9,55 \text{ s}}}$$

- 2.7 Der Anker eines Motors erreicht in 2 s die Drehzahl  $1800 \text{ min}^{-1}$ .

1. Wie groß ist die Winkelbeschleunigung?
2. Wieviel Umdrehungen macht der Anker in der angegebenen Zeit?

Gegeben:  $t = 2 \text{ s}$

Gesucht:  $\alpha, z$

$$f_t = 1800 \text{ min}^{-1}$$

$$1. \quad \alpha = \frac{\Delta\omega}{t}; \quad \Delta\omega = \omega_t = 2\pi f_t$$

$$\alpha = \frac{2\pi f_t}{t} = \frac{2\pi \cdot 1800}{2 \text{ s} \cdot 60 \text{ s}} = \frac{30\pi}{\text{s}^2} = \underline{\underline{96 \text{ s}^{-2}}}$$

2. Für gleichförmige Drehbewegung gilt  $f = \frac{z}{t}$  und damit  $z = ft$ . Diese Gleichung können wir auch bei der hier vorliegenden, gleichmäßig beschleunigten Drehbewegung verwenden, wenn wir für  $f$  die mittlere Drehfrequenz  $f_m = \frac{f_t}{2}$  einsetzen. Wir erhalten dann

$$z = \frac{f_t}{2} t = \frac{1800 \cdot 2 \text{ s}}{2 \cdot 60 \text{ s}} = 30$$

### Übungen

- 2.11 Auf einer Drehmaschine wird ein Werkstück von 12 mm Durchmesser bearbeitet. Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit in m/min, wenn das Werkstück mit der Drehfrequenz  $3000 \text{ min}^{-1}$  rotiert?
- 2.12 Ein Kraftfahrzeug erreicht beim gleichmäßig beschleunigten Anfahren in 5 s eine Geschwindigkeit von 20 km/h. Wieviel Umdrehungen machen die Räder in dieser Zeit? Wie groß ist die Winkelbeschleunigung der Räder, wenn deren äußerer Durchmesser 50 cm beträgt?

### 2.2.3.3. Radialbeschleunigung

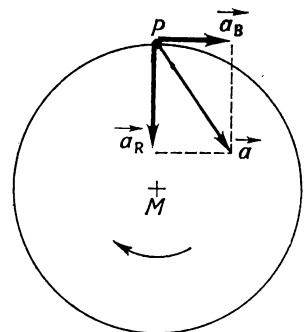
Wir haben bei unseren bisherigen Betrachtungen über die Drehbewegung nicht beachtet, daß jeder Punkt eines rotierenden Körpers (mit Ausnahme der Achsenpunkte) in jedem Augenblick seine Bewegungsrichtung ändert. Ebenso ändert sich die Richtung seiner Bahngeschwindigkeit. Das bedeutet aber, wie wir schon aus [2.2.2.1.] wissen, daß jede Drehbewegung (auch die gleichförmige) eine *beschleunigte* Bewegung ist.

Was läßt sich nun über Betrag und Richtung der bei einer gleichförmigen Drehbewegung auftretenden Beschleunigung aussagen? Zunächst betrachten wir die *Richtung*. Die Beschleunigung muß *radial*, also zur Achse hin verlaufen. Hätte sie eine andere Richtung, so wäre eine Zerlegung in eine *Bahnbeschleunigung*  $\vec{a}_B$  und eine *Radialbeschleunigung*  $\vec{a}_R$  möglich (Bild 2.21). Eine Bahnbeschleunigung ist aber bei einer gleichförmigen Drehbewegung nicht vorhanden.

Zur Herleitung des *Betrages der Radialbeschleunigung* betrachten wir einen rotierenden Punkt in zwei kurz aufeinanderfolgenden Zeitpunkten. In dieser Zeitspanne hat er sich von  $A$  nach  $B$  bewegt, hat dabei den Weg  $\Delta s$  zurückgelegt und seine Bahngeschwindigkeit um  $\Delta v_B$  geändert (Bild 2.22.1). Zeichnet man, wie in Bild 2.22.2 gezeigt, das Geschwindigkeitsdreieck  $M'A'B'$ , so ist dies ähnlich dem Dreieck  $MAB$  (Gleichschenklige Dreiecke mit gleichem Winkel an der Spitze.  $\gamma = \gamma'$ , weil  $\overline{MA} \perp v_{B1}$  und  $\overline{MB} \perp v_{B2}$ ). Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt

$$\frac{\Delta v_B}{v_B} = \frac{\Delta s}{r}$$

Bild 2.21 Zerlegung des Beschleunigungsvektors in die Vektoren der Bahnbeschleunigung und Radialbeschleunigung. Punkt  $P$  bewegt sich mit der Beschleunigung  $\vec{a}$  auf einer Kreisbahn um das Drehzentrum  $M$ . Wie die Zerlegung von  $\vec{a}$  in  $\vec{a}_R + \vec{a}_B$  zeigt, hat Punkt  $P$  außer der Radialbeschleunigung  $\vec{a}_R$  die Bahnbeschleunigung  $\vec{a}_B$ . Die Winkelgeschwindigkeit nimmt also zu



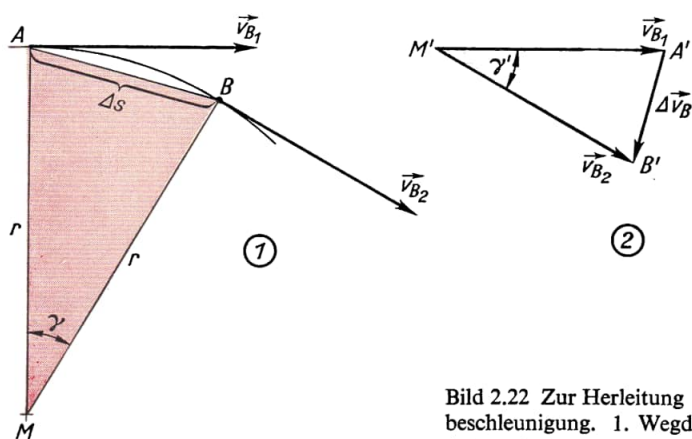


Bild 2.22 Zur Herleitung des Betrages der Radialbeschleunigung. 1. Wegdreieck, 2. Geschwindigkeitsdreieck

Für sehr kleinen Winkel  $\gamma$  können wir den Längenunterschied zwischen dem Bogen  $AB$  und der Sehne  $AB$  vernachlässigen und  $\Delta s = v_B \Delta t$  setzen.  $\Delta v_B$  ersetzen wir durch  $a_R \Delta t$  und erhalten so

$$\frac{a_R \Delta t}{v_B} = \frac{v_B \Delta t}{r}$$

Division durch  $\Delta t$  und Berücksichtigung der Tatsache, daß  $a_R$  entgegengesetzt zu  $r$  gerichtet ist, ergibt

$$a_R = - \frac{v_B^2}{r}$$

**Radialbeschleunigung**

(2.18)

$$a_R = - \omega^2 r$$

(mit  $v_B = \omega r$ )

(2.18')

Die Radialbeschleunigung eines vorgegebenen Punktes eines rotierenden Körpers ist zur Achse gerichtet. Ihr Betrag ist dem Quadrat der Drehfrequenz proportional. Bei gegebener Drehfrequenz ist die Radialbeschleunigung um so größer, je weiter der Punkt von der Achse entfernt ist.

### Lehrbeispiel

2.8

Ein Kraftfahrzeug durchfährt eine Kurve mit einem Radius von 60 m mit der Geschwindigkeit 30 km/h. Berechnen Sie

1. die Winkelgeschwindigkeit,
2. die Radialbeschleunigung des Fahrzeugs.

Gegeben:  $r = 60 \text{ m}$

Gesucht:  $\omega, a_R$

$$v_B = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$1. \quad v_B = \omega r; \quad \omega = \frac{v_B}{r} = \frac{30 \text{ km}}{\text{h} \cdot 60 \text{ m}} = \frac{30 \text{ m}}{3,6 \text{ s} \cdot 60 \text{ m}} = \frac{1}{7,2 \text{ s}} = \underline{\underline{0,14 \text{ s}^{-1}}}$$

$$2. \quad a_R = - \frac{v_B^2}{r} = - \frac{30^2 \cdot \text{m}^2}{3,6^2 \cdot \text{s}^2 \cdot 60 \text{ m}} = \underline{\underline{-1,16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

### Übungen

- 2.13** Wie groß sind die Winkelgeschwindigkeit und die Radialbeschleunigung der Bewegung in Lehrbeispiel 2.8, wenn die Geschwindigkeit des Fahrzeuges 60 km/h und der Kurvenradius 120 m beträgt?
- 2.14** Zeichnen Sie den Verlauf
- |                                 |                             |
|---------------------------------|-----------------------------|
| 1. des $a_R, v$ -Diagramms      | } für einen gegebenen Punkt |
| 2. des $a_R, \omega$ -Diagramms |                             |
| 3. des $a_R, r$ -Diagramms      |                             |
- für eine bestimmte Drehfrequenz eines rotierenden Körpers.

## 2.3. Dynamik

Es ist die Aufgabe der Mechanik, möglichst einfache Gleichungen aufzustellen, die es ermöglichen, aus der Kenntnis der Lage und des Bewegungszustandes eines Systems von Körpern zu einem bestimmten Zeitpunkt den Zustand dieses Systems zu einem früheren oder späteren Zeitpunkt zu berechnen. Die in der Kinematik definierten Größen und aufgestellten Beziehungen erlauben dies noch nicht. Erst durch die Einführung von *Kraft* und *Masse* als weitere grundlegende Begriffe und ihre Verknüpfung mit den kinematischen Größen im *dynamischen Grundgesetz* wird die Aufgabe lösbar. Mit elementarer Mathematik können allerdings auch hier wieder lediglich die einfachsten Beziehungen formuliert werden, die nur auf bestimmte Sonderfälle anwendbar sind. Eine große Hilfe für das Verständnis mechanischer Vorgänge ist die Einführung der Begriffe *Arbeit*, *Leistung*, *Energie* und *Impuls*. Mit ihnen läßt sich eine Brücke auch zu den anderen Teilgebieten der Physik schlagen.

### 2.3.1. Dynamik der fortschreitenden Bewegung

#### 2.3.1.1. Wesen und Arten der Kraft

Jeder Mensch hat eine Vorstellung von einer Kraft. Er ist ja selbst ein „Muskelkraft-erzeuger“ und wendet die Muskelkraft unter anderem an, um Körper in Bewegung zu setzen oder um bewegte Körper abzubremesen. Erfahrungsgemäß sind solche Änderungen des Bewegungszustands auch auf verschiedene andere Weisen zu erreichen:

- Wir lassen einen Körper fallen. Wir sagen: Es wirkt die *Erdanziehungskraft* oder das *Gewicht*  $G$  des Körpers.
- Ein Magnet wirkt auf einen zweiten Magneten ein. Je nach der Lage der Pole beobachten wir Anziehung oder Abstoßung. Wir sprechen von *magnetischer Kraft*  $F_M$ .
- Ebenso wirken elektrisch geladene Körper anziehend oder abstoßend aufeinander ein. Hier sprechen wir von *elektrischer Kraft*  $F_{el}$ .
- Auch durch die Wirkung einer gespannten Zug- oder Druckfeder oder eines anderen verformten elastischen Körpers können sich Körper einander nähern oder voneinander entfernen. Es liegt hier eine *elastische Kraft* oder *Federkraft*  $F_F$  vor. Diese führen wir auf Kräfte, die zwischen den Molekülen des Körpers wirken, auf *Molekularkräfte* zurück.

Diese Beispiele sollen genügen. Sie lassen erkennen:

Eine Kraft wirkt stets zwischen zwei Körpern. Die beiden Körper ziehen einander an oder stoßen einander ab. Freibewegliche Körper bewegen sich dadurch beschleunigt.

Aus der Richtung der beobachteten Beschleunigung schließen wir auf die Richtung der wirkenden Kraft. Auch die Kraft ist also eine *gerichtete Größe*, die wir durch einen



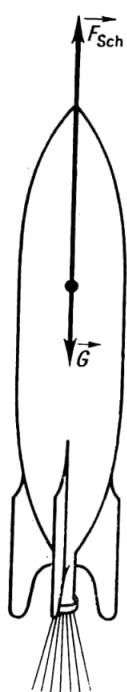


Bild 2.23 Symbolische Darstellung der Kraft. Die Pfeile stellen die an der Rakete angreifenden Kräfte dar. ( $F_{\text{Sch}}$  Schubkraft;  $G$  Gewicht. Es ist  $F_{\text{Sch}} = 5 G$ )

Pfeil symbolisieren (Bild 2.23). Die Pfeilspitze zeigt in Kraftrichtung, die Länge des Pfeils gibt im Zusammenhang mit einem Kräftemaßstab den Betrag der Kraft an.

Häufig beobachten wir, daß ein Körper trotz Krafteinwirkung seinen Bewegungszustand *nicht* ändert, sondern daß er sich verformt. Dies ist jedoch nur der Fall, wenn der Körper nicht frei beweglich ist. Er steht dann unter dem Einfluß *mehrerer* Kräfte.

Um in der Physik mit dem Kraftbegriff arbeiten zu können, muß die Kraft als physikalische Größe exakt definiert werden und meßbar sein. Die Definition und das Meßverfahren erläutern wir in [2.3.1.3.].

### 2.3.1.2. Masse und Trägheit

Es ist eine bekannte Tatsache, daß sich ein ruhender Körper nicht ohne Einwirkung einer Kraft in Bewegung setzt. Weniger bekannt ist, daß auch umgekehrt ein bewegter Körper nicht ohne Krafteinwirkung zur Ruhe kommt. Das scheint der Erfahrung zu widersprechen. Wir beobachten, daß ein sich selbst überlassener bewegter Körper, z. B. ein rollender Ball, immer langsamer wird und nach einiger Zeit liegenbleibt. Ein genaueres Studium dieser Vorgänge zeigt aber, daß hier die geforderte Bedingung „ohne Krafteinwirkung“ nicht erfüllt ist. Auf der Erde treten bei jeder Bewegung bewegungshemmende Kräfte (Reibungskräfte) auf.

Diese Beobachtungen erklären wir durch die *Trägheit* der Körper. NEWTON formulierte 1667 den schon von GALILEI erkannten *Trägheitssatz* — 1. NEWTONSches Axiom:

Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder geradlinig gleichförmiger Bewegung, solange keine Kraft auf ihn einwirkt.



Schon NEWTON führte die Trägheit der Körper auf ihre Masse zurück. Die Trägheit der Körper und ihre Abhängigkeit von der Masse ist aus alltäglichen Beobachtungen bekannt. Es sei nur an die Wirkung erinnert, die in Verkehrsmitteln bei Anfahr- und Bremsvorgängen oder in Kurven auf die Fahrgäste ausgeübt wird. Auch durch viele einfache Versuche läßt sich die Trägheit der Körper zeigen. Bekannt ist z. B. das ruckartige Wegziehen eines Blattes Papier unter einem gefüllten Wasserglas. Dabei bleibt das Glas stehen. Man verwendet ein gefülltes Glas, weil dadurch die Masse und somit die Trägheit größer ist als ohne Füllung. Wir halten fest:

■ Die Masse ist eine Eigenschaft der Materie. Jeder Körper hat Masse, d. h., jeder Körper ist träge.

### Die Masse ist die dritte Grundgröße der Physik.

Der Begriff Masse wird in der Umgangssprache in verschiedenem Sinne gebraucht. Auch in der physikalischen Literatur wird oft der Körper selbst als „eine Masse“ bezeichnet. Gemeint ist in diesen Fällen immer „ein Körper, der Masse hat“. In diesem Buche verwenden wir den Begriff Masse nur in der Bedeutung: Eigenschaft der Materie.

Wie wird die Masse gemessen? Für die Masse gibt es kein Naturmaß, sondern man benutzt als „Normalmasse“ die Masse des internationalen *Masseprototyps*, eines in Paris aufbewahrten Metallzylinders (Bild 2.24). Man hat festgelegt:

### Die Einheit der Masse ist das Kilogramm

■  $[m] = \text{kg}$

1 dm<sup>3</sup> Wasser von 4 °C hat fast genau die Masse 1 kg. Zur Bestimmung der Masse eines beliebigen Körpers muß diese direkt oder indirekt mit der Masse des Kilogrammprototyps verglichen werden. Als Vergleichsgerät benutzt man die *Balkenwaage*, deren Prinzip wir hier als bekannt voraussetzen. Vergleichskörper sind *Wägestücke*, d. h. Körper (meist Metallklötze), deren Masse ein Vielfaches oder einen Bruchteil eines Kilogramms beträgt.

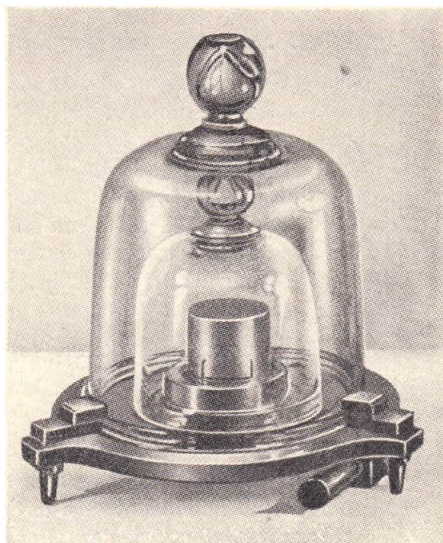


Bild 2.24 Masseprototyp

Bestimmungen der Masse eines Körpers an verschiedenen Orten und unter verschiedenen äußeren Bedingungen zeigen, daß die Masse eines makroskopischen Körpers innerhalb der zur Zeit möglichen Meßgenauigkeit als konstant anzusehen ist.

Im täglichen Leben fragt man weniger nach der durch die Masse bestimmten Trägheit als nach der *Stoffmenge* eines Körpers. Für die Stoffmenge wurde aber keine Einheit festgelegt. Diese benötigt man auch nicht, da man definiert hat:

■ Die Stoffmenge eines Körpers ist der Masse dieses Körpers proportional.

Zur Feststellung der Stoffmenge eines Körpers genügt es deshalb, die Masse des Körpers zu messen. Bei Flüssigkeits- oder Gasmengen ist es meist einfacher, das Volumen zu bestimmen.

Um bei Kenntnis des Volumens eines Körpers auf dessen Masse und umgekehrt bei Kenntnis der Masse auf das Volumen schließen zu können, müssen wir die *Dichte* des Stoffes kennen, aus dem der betreffende Körper besteht. Es wird definiert:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{Dichte} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} \quad (2.19)$$

Für die Einheit der Dichte erhalten wir

$$\rho = \frac{[m]}{[V]} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Meist wird für feste und flüssige Körper allerdings die Einheit  $\text{kg/dm}^3$  benutzt, weil sich dann nicht so große Maßzahlen ergeben (siehe [B 7.1.], [B 7.6.] und [B 7.7.]).

### Übung

- 2.15 Eine Holzkugel (Dichte  $0,8 \text{ kg/dm}^3$ ) hat 20 cm Durchmesser. Es soll eine Kugel gleicher Masse aus Leichtmetall (Dichte  $2,4 \text{ kg/dm}^3$ ) hergestellt werden. Welchen Durchmesser muß diese haben?

### 2.3.1.3. Definition der Kraft und dynamisches Grundgesetz

Nach Einführung der Masse als Grundgröße läßt sich ein Meßverfahren für die Kraft festlegen. Wir gehen von der schon erwähnten Beobachtung aus, daß sich ein frei beweglicher Körper unter Einwirkung einer Kraft beschleunigt bewegt. Erteilen wir z. B. einem Körper durch Muskelkraft einmal eine kleine, dann eine große Beschleunigung, so fühlen wir, daß wir im ersten Fall eine kleine, im zweiten eine große Kraft auf den Körper einwirken lassen müssen. Wir messen in beiden Fällen die Beschleunigung und setzen als einfachste Beziehung zwischen Kraft und Beschleunigung fest: Die Kräfte verhalten sich wie die Beschleunigungen, d. h. also, wenn die Beschleunigung im zweiten Fall  $n$ -mal so groß war wie im ersten, dann war auch die wirkende Kraft  $n$ -mal so groß.

● Definition: Die wirkende Kraft ist bei konstanter Masse proportional der Beschleunigung:

$$F \sim a.$$

Doch zeigt uns die Erfahrung, daß die zur Beschleunigung eines Körpers aufzuwendende Kraft auch von der Masse des Körpers abhängt. Um einem Körper mit größerer Masse die gleiche Beschleunigung zu erteilen wie einem Körper mit kleinerer Masse, müssen wir mehr Kraft aufwenden. Hier setzen wir fest: Die Kräfte verhalten sich wie die Massen,

d. h., wenn die Masse im zweiten Fall  $n$ -mal so groß war wie im ersten, dann war auch die wirkende Kraft  $n$ -mal so groß.

- Definition: Die wirkende Kraft ist bei konstanter Beschleunigung proportional der Masse:

$$F \sim m$$

Aus diesen beiden Definitionen ergibt sich als einfachste *Definition der Kraft*

$$F = m a \quad \text{Kraft} = \text{Masse mal Beschleunigung} \quad (2.20)$$

Aus dieser Definition folgt die Einheit der Kraft

$$\blacksquare \quad [F] = [m] [a] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

Zu Ehren NEWTONS wird diese Krafteinheit als 1 Newton bezeichnet:

$$\blacksquare \quad 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N (Newton)}$$

Aus der Einheitengleichung lesen wir ab: Wirkt auf einen frei beweglichen Körper mit der Masse 1 kg die Kraft 1 N, so bewegt er sich mit der Beschleunigung  $1 \text{ m/s}^2$ . Schreiben wir  $a = F/m$ , so erkennen wir, daß die Beschleunigung der Quotient aus Kraft und Masse ist. Die Einheit der Beschleunigung läßt sich somit auch als Quotient

$$\frac{\text{Krafteinheit}}{\text{Masseinheit}}$$

angeben. Es gilt

$$[a] = \frac{[F]}{[m]} = \frac{\text{N}}{\text{kg}} = \frac{\text{kg m}}{\text{kg s}^2} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Gleichung  $F = m a$  wurde erstmalig von NEWTON der Mechanik zugrunde gelegt. Auf ihr baut sich die gesamte klassische Mechanik auf. Sie heißt deshalb

$$F = m a \quad \begin{array}{l} \text{dynamisches Grundgesetz} \\ \text{2. Newtonsches Axiom} \end{array} \quad (2.20)$$

Die moderne Physik zeigt, daß die *klassische Mechanik* nur ein Sonderfall einer allgemein gültigen, der *relativistischen Mechanik* ist, die von EINSTEIN geschaffen wurde. Die relativistische Mechanik berücksichtigt, daß die Masse eines Körpers von der Geschwindigkeit dieses Körpers abhängt. Allerdings macht sich diese Abhängigkeit erst bei sehr großen Geschwindigkeiten (100000 km/s) bemerkbar. In diesem Buch beschränken wir uns auf die Entwicklung der klassischen Mechanik. Diese ist nach wie vor die Grundlage für alles mechanische Geschehen makroskopischer Körper.

Die Gleichung  $F = m a$  ist auch der mathematische Ausdruck des Trägheitssatzes. Setzt man die Kraft  $F$  Null, so ist auch das Produkt  $m a$  und damit die Beschleunigung  $a$  Null. Mit anderen Worten: Solange keine Kraft auf einen Körper einwirkt, ändert sich dessen Bewegungszustand nicht.

Das in diesem Abschnitt erläuterte dynamische Meßverfahren für die Kraft erfordert das Messen zweier Größen, der Masse und der Beschleunigung, und die Bildung des Produkts beider Größen. Dieses Verfahren ist verhältnismäßig umständlich. In der Praxis wird deshalb fast immer das sehr viel einfachere statische Meßverfahren angewendet [2.3.1.6.].



### 2.3.1.4. Wechselwirkungsprinzip

Im Begriff Kraft ist, wie schon in [2.3.1.1.] gesagt, ein Wechselwirkungsverhältnis zwischen zwei Körpern enthalten. Kräfte treten deshalb nie einzeln auf, sondern immer paarweise. Dabei sind die an den beiden Körpern angreifenden Kräfte dem Betrag nach gleich, wirken jedoch in entgegengesetzter Richtung (Bild 2.25). Man spricht auch von *Wechselwirkungskräften*, und es gilt der *Satz von Wirkung und Gegenwirkung* (Satz von actio und reactio) — 3. NEWTONSches Axiom:

Kräfte treten immer paarweise als Wechselwirkungskräfte auf. Diese greifen an verschiedenen Körpern an, sind dem Betrag nach gleich, der Richtung nach entgegengesetzt.

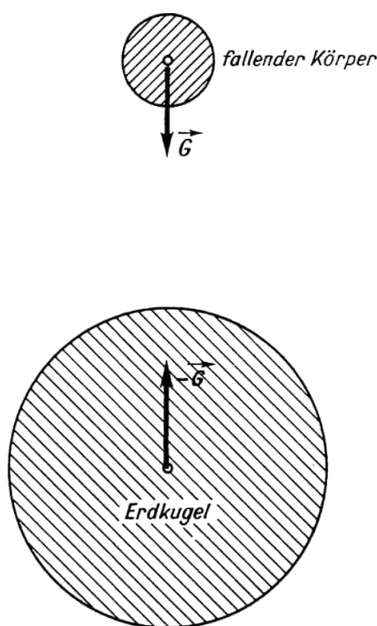


Bild 2.25 Fallender Körper und Erde ziehen sich wechselseitig an.  $\vec{G}$  und  $-\vec{G}$  sind Wechselwirkungskräfte

In der Mechanik spricht man häufig vom Wirken *einer* Kraft auf *einen* Körper. Man übersieht damit bewußt die Wechselwirkungskraft, die auf den zweiten Körper wirkt, da die Bewegung des zweiten Körpers (z. B. der Erde) in vielen Fällen vernachlässigt werden kann oder für das vorliegende Problem ohne Interesse ist.

### 2.3.1.5. Kräftegleichgewicht

Wirkt ein Paar Wechselwirkungskräfte zwischen zwei Körpern, so bewegen sich diese beschleunigt aufeinander zu oder entfernen sich voneinander. Sollen sich diese Körper *nicht* beschleunigt bewegen, so müssen zusätzliche Kräfte wirken, die die ersten Kräfte kompensieren.

In Bild 2.26 wirken zwischen den beiden Wagen die magnetischen Wechselwirkungskräfte  $F'_M$  und  $F''_M$ . Unter ihrer Wirkung bewegen sich die beiden Wagen aufeinander zu. Zwischen den beiden Wagen ist jedoch eine Schraubenfeder angebracht, die gespannt wird, wenn sich die beiden Wagen einander nähern. Dabei entsteht ein neues Paar Wechsel-

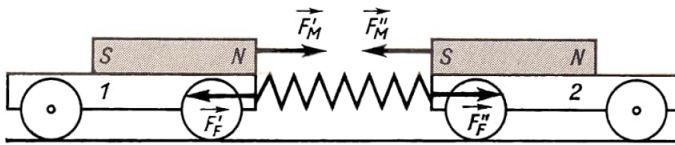


Bild 2.26 Zum Kräftegleichgewicht

wirkungskräfte  $F_F'$  und  $F_F''$ . Jede dieser Kräfte wirkt um so stärker, je mehr die Feder gespannt wird. Sobald die Federkräfte dem Betrag nach gleich den magnetischen Kräften sind, greifen an jedem Wagen zwei entgegengesetzt gerichtete Kräfte von gleichem Betrag an, am Wagen 1:  $F_M'$  und  $F_F'$ , am Wagen 2:  $F_M''$  und  $F_F''$ . An jedem Wagen herrscht jetzt ein **Kräftegleichgewicht**.

Im Kräftegleichgewicht greifen an einem Körper zwei oder mehr Kräfte so an, daß dieser seinen Bewegungszustand nicht ändert.

Es ist zu beachten:

**Wechselwirkungskräfte** greifen paarweise in entgegengesetzter Richtung an *zwei* Körpern an. Sie haben den gleichen Betrag.

**Gegenkräfte** greifen paarweise in entgegengesetzter Richtung an *einem* Körper an. Haben sie den gleichen Betrag, so liegt Kräftegleichgewicht vor.

### 2.3.1.6. Statische Kraftmessung

Der Betrag einer Federkraft hängt vom Betrag der Federverlängerung oder -verkürzung ab. Um eine mathematische Beziehung für diese Abhängigkeit zu finden, soll im Versuch nach Bild 2.27 eine Kraft (Muskelkraft) über eine Schraubenfeder auf einen Wagen

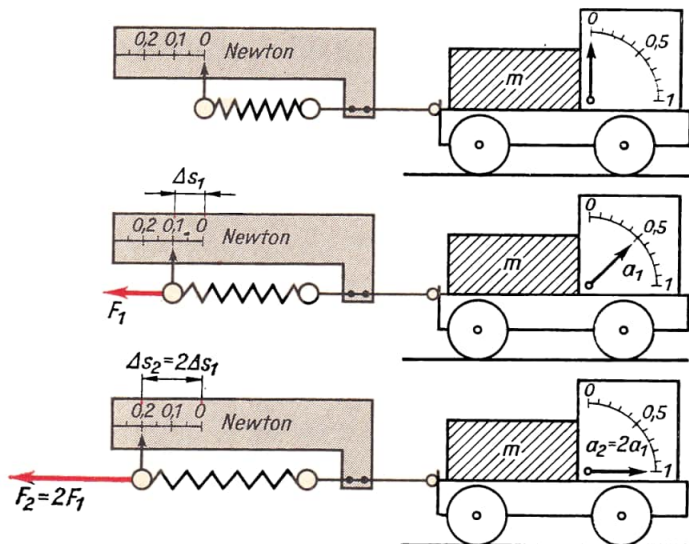


Bild 2.27 Zum Hooke'schen Gesetz. Der Wagen hat einschließlich der Ladung, der Feder und der Skala die Gesamtmasse  $m = 0,2 \text{ kg}$ . Er trägt einen Beschleunigungsmesser, an dem die Beschleunigung in Meter/Quadratsekunde unmittelbar abzulesen ist. Die Skala an der Feder ergibt sich erst durch den Versuch

einwirken. Die Federverlängerung kann an einer Skale abgelesen werden. Wir ändern nun von Versuch zu Versuch die wirkende Kraft und bestimmen aus den gemessenen Werten von Masse und Beschleunigung den Betrag der Kraft. Außerdem messen wir jeweils die Federverlängerung  $s$ . Wir stellen fest:

- Der  $n$ -fachen Kraft entspricht eine  $n$ -fache Federverlängerung:  $F \sim \Delta s$ .

Die so ermittelte Gesetzmäßigkeit heißt

$$F = -k \Delta s$$

**Hookesches Gesetz**

(2.21)

Die Federverlängerung ist proportional der wirkenden Kraft. Der auftretende Proportionalitätsfaktor  $k$  ist ein Maß für die „Härte“ der jeweiligen Feder. Er heißt deshalb

$$k = \left| \frac{F}{\Delta s} \right|$$

**Federkonstante**

(2.21')

Die Federkonstante wird in der Einheit *Newton durch Meter* angegeben. Das Minuszeichen in Gl. (2.21) drückt aus, daß die Kraft der Federverlängerung entgegen gerichtet ist.

Trägt man auf der Skale der Meßvorrichtung den zu jeder Federverlängerung  $\Delta s$  gehörenden Betrag der Kraft  $F$  auf, so hat man einen einfach zu handhabenden *Federkraftmesser*,

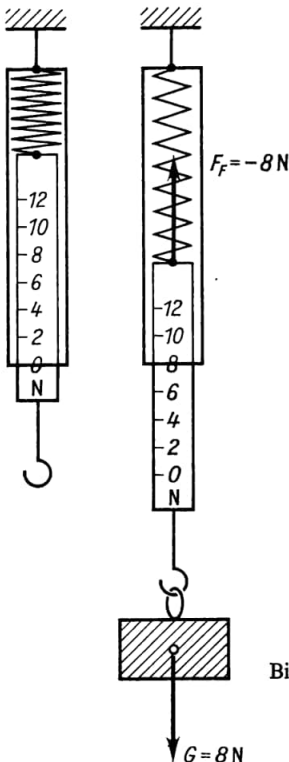


Bild 2.28 Federwaage

auch *Dynamometer* oder *Federwaage* genannt (Bild 2.28). Das Meßverfahren mit dem Federkraftmesser beruht immer auf der Bildung eines Kräftegleichgewichtes. Die an einem Körper angreifende unbekannte Kraft wird durch die entgegengesetzt wirkende, dem Betrag nach gleiche Federkraft kompensiert. Am Federkraftmesser wird somit der Betrag der zu messenden Kraft angezeigt.

### 2.3.1.7. Schwerkraft

Halten wir einen beliebigen Körper, z. B. einen Stein, in der Hand, so fühlen wir, daß er von der Erde angezogen wird. Die zwischen Körper und Erde wirkende Kraft ist die *Schwerkraft*. Die auf den Körper ausgeübte Schwerkraft bezeichnen wir als das *Gewicht* des Körpers.

■ Das Gewicht eines Körpers ist die Kraft, mit der dieser Körper von der Erde angezogen wird.

Der Schwerkraft sind alle Körper auf der Erde ständig ausgesetzt. Sie spielt deshalb im Alltag und in der Technik eine besondere Rolle und wird mit dem Symbol  $G$  bezeichnet. Insbesondere bewirkt sie, daß auf der Erde alle frei beweglichen Körper *fallen*, d. h., daß diese sich beschleunigt in Richtung zum Erdmittelpunkt bewegen. Für die Richtung der Schwerkraft und damit des Gewichts gilt also:

Das Gewicht eines Körpers ist stets zum Erdmittelpunkt gerichtet.

Den Betrag des Gewichts können wir statisch mit der Federwaage oder auch dynamisch messen. Bei der dynamischen Messung bestimmen wir die Fallbeschleunigung, die wegen ihrer besonderen Bedeutung mit dem Symbol  $g$  bezeichnet wird. Das dynamische Grundgesetz hat hier also die Form

$$G = m g$$

$$\text{Gewicht} = \text{Masse mal Fallbeschleunigung} \quad (2.20')$$

Besonders hervorgehoben sei nochmals die aus dieser Gleichung für konstante Fallbeschleunigung folgende Proportionalität von Kraft und Masse. Sie führt hier zu der Aussage:

● Das Gewicht eines Körpers ist seiner Masse proportional.

Das heißt: Ein Körper mit  $n$ -facher Masse hat  $n$ -faches Gewicht.

Messungen des Gewichts bzw. der Fallbeschleunigung an verschiedenen Orten der Erdoberfläche und in verschiedenen Entfernungen von der Erde zeigen:

■ Das Gewicht und die Fallbeschleunigung hängen vom Meßort ab. Je weiter der Meßort vom Erdmittelpunkt entfernt ist, um so geringer ist das Gewicht.

Nachstehende Übersicht enthält einige Meßergebnisse:

Meßort		$g / \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ bzw. $g / \frac{\text{N}}{\text{kg}}$
Mitteleuropa	in	9,81
Nord- (Süd-) pol	Meeres-	9,83
	höhe	9,78
Äquator		9,78
Mitteleuropa	10 km Höhe	9,78
	50 km Höhe	9,7
	100 km Höhe	9,5
	300 km Höhe	8,9

Als Normwert für die Fallbeschleunigung  $g$  hat man einen etwa für den 45. Breitengrad gültigen Wert festgelegt:

$$g_n = 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Normwert der Fallbeschleunigung}$$

Aus der Übersicht ist zu entnehmen, daß auf der Erdoberfläche und in ihrer unmittelbaren Nähe keine sehr unterschiedlichen Werte für die Fallbeschleunigung gemessen werden. Unter Vernachlässigung eines Fehlers von höchstens 0,3 % gilt somit:

■ Ein Körper mit der Masse 1 kg hat überall auf der Erde das Gewicht 9,8 N.

Für Berechnungen in der Technik genügt es fast immer, mit dem Wert  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  zu rechnen. In vielen Fällen, insbesondere für Überschlagsrechnungen, kann man sogar  $g = 10 \text{ m/s}^2$  setzen.

Es hat sich im Laufe der geschichtlichen Entwicklung ergeben, daß man das Gewicht eines Körpers mit der Masse 1 kg, also die Kraft 9,8 N (genau 9,80665 N), als weitere Krafteinheit verwendet. Man gab dieser Einheit den Namen *Kilopond* (kp). Es ist also definiert:

■  $1 \text{ kp} = 9,80665 \text{ N} \approx 9,8 \text{ N} \approx 10 \text{ N}$

Eine Notwendigkeit für die Verwendung der nichtkohärenten Krafteinheit Kilopond neben der Einheit Newton besteht nicht. Man könnte allein mit dem Newton als Krafteinheit auskommen. Das Kilopond wird noch beibehalten, da es in der Technik und im Alltag viel verwendet wird (Bild 2.29). Grund: Die Maßzahl der in Kilogramm gemessenen Masse eines Körpers stimmt auf der Erde mit der Maßzahl des in Kilopond gemessenen Gewichts dieses Körpers überein. Ein Körper mit der Masse 10 kg hat z. B. das Gewicht 10 kp. Doch führt dies andererseits auch dazu, daß die Begriffe „Masse“ und „Gewicht“ oft nicht exakt unterschieden werden. Wir merken uns:

- Masse gleich Maß für die *Trägheit*. Sie wird in der Einheit *Kilogramm* gemessen.
- Gewicht gleich *Schwerkraft*. Es wird in den Einheiten *Newton* oder *Kilopond* gemessen.

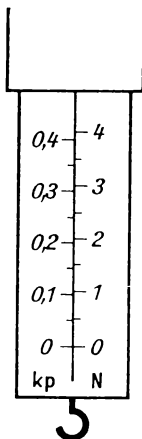
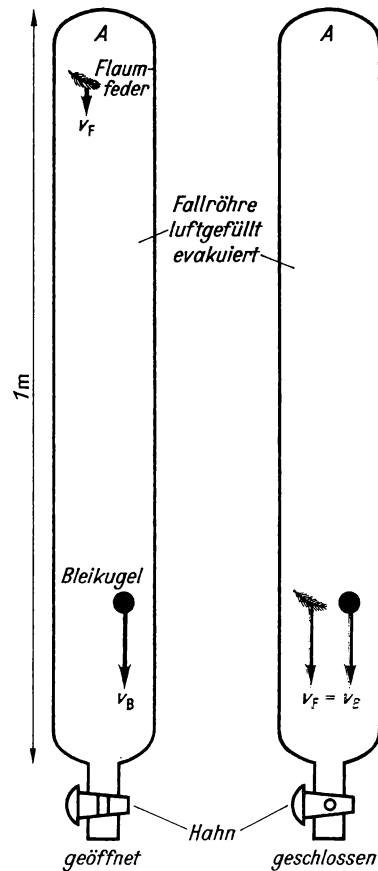


Bild 2.29 Skale einer Federwaage mit Kraftangabe in Kilopond und Newton



Bild 2.30 Versuche mit Fallröhre. Zu Beginn der Versuche befinden sich beide Körper jeweils in A. Die Skizze zeigt die Situation etwa 0,4 s nach Beginn des Fallens



Es folgen noch einige Bemerkungen zur Fallbewegung. Aus der Konstanz der Fallbeschleunigung an einem vorgegebenen Ort folgt:

■ Alle frei fallenden Körper bewegen sich mit gleicher Beschleunigung.

Dies scheint der Erfahrung zu widersprechen. Eine Flaumfeder fällt langsamer als ein Stein. Das ist jedoch auf den Luftwiderstand zurückzuführen. In der evakuierten Fallröhre (Bild 2.30) schlagen beide Körper gleichzeitig am Boden auf.

Die Abhängigkeit der Fallbeschleunigung von der Höhe bedeutet, daß der freie Fall im Grunde *keine* gleichmäßig beschleunigte Bewegung ist. Doch wird die Fallbeschleunigung für kurze Fallwege als konstant angesehen. Dann gelten für den freien Fall die in der Kinematik für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung hergeleiteten Gleichungen. An Stelle der Beschleunigung  $a$  wird jeweils die Fallbeschleunigung eingesetzt. So ergibt sich z. B. für den freien Fall aus der Ruhelage

$$v_t = g t \quad \text{Fallgeschwindigkeit nach der Fallzeit } t \quad (2.22)$$

$$s_t = h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{Fallweg (Fallhöhe) nach der Fallzeit } t \quad (2.23)$$

Eine *Wurfbewegung* ist eine Überlagerung einer gleichförmigen Bewegung mit einer Fallbewegung. Ein Beispiel für eine solche Überlagerung zeigt Bild 2.31.

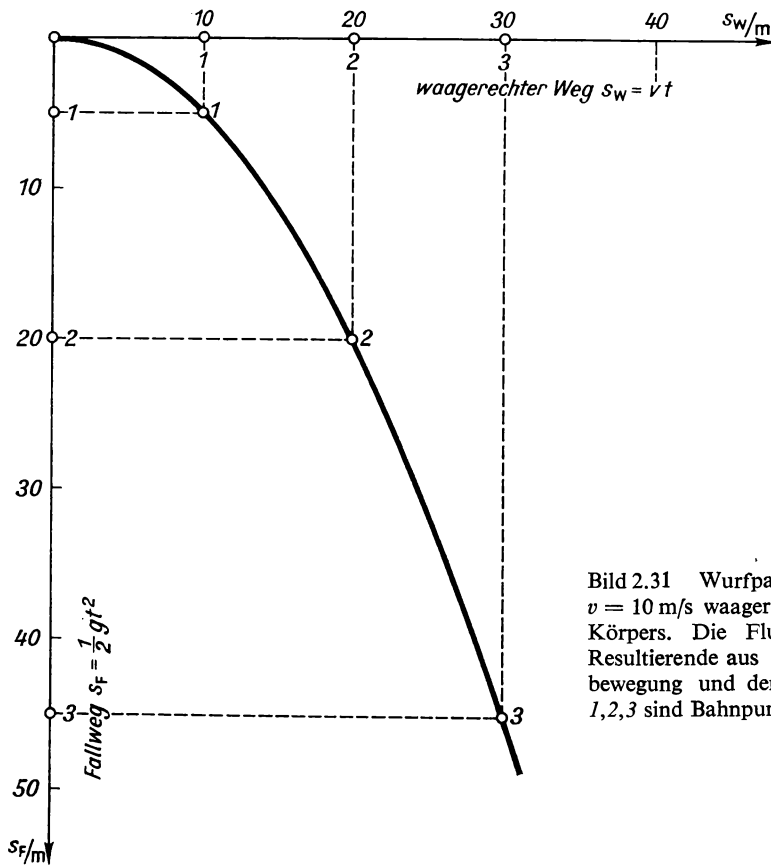


Bild 2.31 Wurfparabel eines mit  $v = 10 \text{ m/s}$  waagerecht geworfenen Körpers. Die Flugbahn ist die Resultierende aus der Horizontalbewegung und der Fallbewegung. 1, 2, 3 sind Bahnpunkte nach 1, 2, 3 s

### Lehrbeispiel

2.9

Eine Rakete mit einer Masse von 5 t soll mit einer Beschleunigung von  $50 \text{ m/s}^2$  senkrecht nach oben gestartet werden. Welche Kraft (in Kilopond und Newton) ist erforderlich?

Gegeben:  $m = 5 \text{ t}$       Gesucht:  $F$   
 $a = 50 \text{ m/s}^2$

Die Kraft muß 1. das Gewicht  $G$  der Rakete kompensieren,  
 2. die Rakete beschleunigen.

Deshalb:  $F = G + F_B$

$$G = m g = 5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_B = m a = 5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 25 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F = 30 \cdot 10^4 \text{ N} = \underline{\underline{300000 \text{ N} \approx 30000 \text{ kp}}}$$

### Übungen

- 2.16 Zwei Körper von 10 kg Masse hängen im Gleichgewicht an den beiden Enden eines Seils, das über eine Rolle geführt ist. Auf einen der Körper wird ein kleiner Zusatzkörper der Masse 50 g aufgelegt. Wie groß ist die Beschleunigung der sich bewegenden Körper? (Von der Reibung wird abgesehen.)
- 2.17 1. Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit wurde ein Ball von 200 g Masse senkrecht nach oben geworfen, wenn als Gipfelhöhe 20 m gemessen wurde?  
2. Welche mittlere Kraft mußte bei diesem Wurf wirken, wenn die Hand beim Werfen einen Weg von 1 m zurückgelegt hat?

### 2.3.1.8. Kräfteparallelogramm

Man kann ein Fahrzeug sowohl durch Ziehen als auch durch Schieben in Bewegung setzen (Bild 2.32). Die antreibende Kraft  $F$  kann an jedem Punkt der *Wirkungslinie*  $w$  angreifen, ohne daß sich die Wirkung auf den Körper ändert. Es gilt der Satz:

■ Am starren Körper kann man die angreifende Kraft in ihrer Wirkungslinie beliebig verschieben.

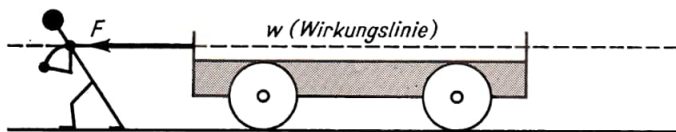
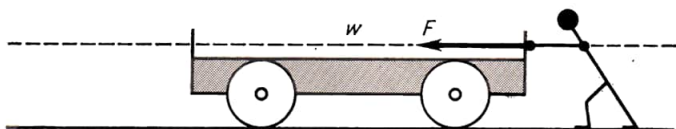


Bild 2.32  
Wirkungslinie der Kraft



Solange man sich auf starre Körper beschränkt, ist somit eine Kraft durch *Wirkungslinie*, *Richtungssinn* und *Betrag* eindeutig bestimmt. Wirken zwei oder mehr Kräfte auf einen Körper ein, so können ihre Wirkungslinien zusammenfallen. In diesem Fall finden wir die Resultierende (Gesamtkraft) durch Bildung der algebraischen Summe der Komponenten (Teilkraft). Der Richtungssinn wird dabei durch positives bzw. negatives Vorzeichen berücksichtigt.

### Lehrbeispiel

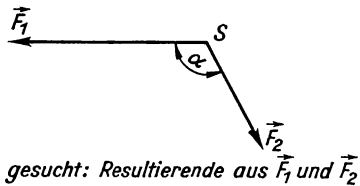
- 2.10 Auf einen Radfahrer wirken folgende Kräfte:

Antriebskraft 12 kp, Kraft infolge Rückenwind 2 kp, Fahrwiderstand  $-3$  kp, Hangabtriebskraft (er fährt bergauf!)  $-6$  kp.

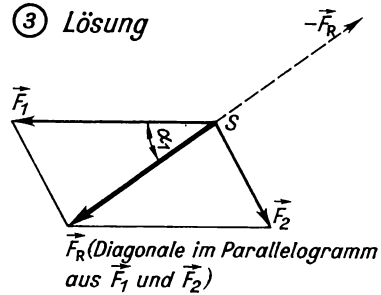
Gesamtkraft  $F_R = 12 \text{ kp} + 2 \text{ kp} - 3 \text{ kp} - 6 \text{ kp} = \underline{\underline{5 \text{ kp}}}$ .

Die Gesetzmäßigkeiten der Zusammensetzung von Kräften, deren Wirkungslinien nicht zusammenfallen, wollen wir an einem *ebenen Kräftesystem* untersuchen. Hier liegen alle Kraftpfeile in einer Ebene. Ein solches System ist somit ein Sonderfall, doch ergeben sich für ein Kräftesystem im Raum analoge Überlegungen.

## ① Aufgabe



## ③ Lösung



## ② Versuch

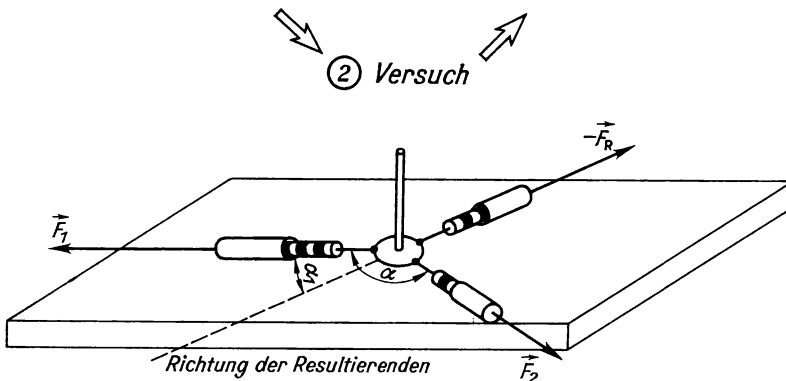


Bild 2.33 Versuch zum Kräfteparallelogramm

In Bild 2.33.1 schneiden sich die Wirkungslinien der an einem Körper angreifenden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  im Punkte  $S$  unter dem Winkel  $\alpha$ . Wir ermitteln die Resultierende von  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  durch den in Bild 2.33.2 erläuterten Versuch: An einem Ring, der durch einen Bolzen gehalten wird, lassen wir über je einen Federkraftmesser die Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  in der angegebenen Richtung angreifen. Die Resultierende  $\vec{F}_R$  finden wir, indem wir über einen dritten Federkraftmesser eine Kraft  $\vec{F}_3$  am Ring angreifen lassen. Wir verändern Betrag und Richtung von  $\vec{F}_3$  so, daß der Ring, auch ohne vom Bolzen gehalten zu werden, in Ruhe bleibt. Dann ist  $\vec{F}_3$  die Gegenkraft zur Resultierenden  $\vec{F}_R$ .

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

Es ist zu beachten, daß es sich um eine Vektoraddition handelt. Die Summe der Beträge  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  ist also nicht gleich dem Betrag  $\vec{F}_R$ .

Der Versuch zeigt, daß  $\vec{F}_R$  nach Betrag und Richtung der Diagonalen in einem aus  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  gezeichneten Parallelogramm entspricht (Bild 2.33.3).

Wir können auch  $\vec{F}_R$  sowie die Wirkungslinien  $w_1$  und  $w_2$  von  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  vorgeben und durch den Versuch die Beträge von  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  bestimmen, d. h. also, die Kraft  $\vec{F}_R$  in die zwei Komponenten  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  zerlegen (Bild 2.34).

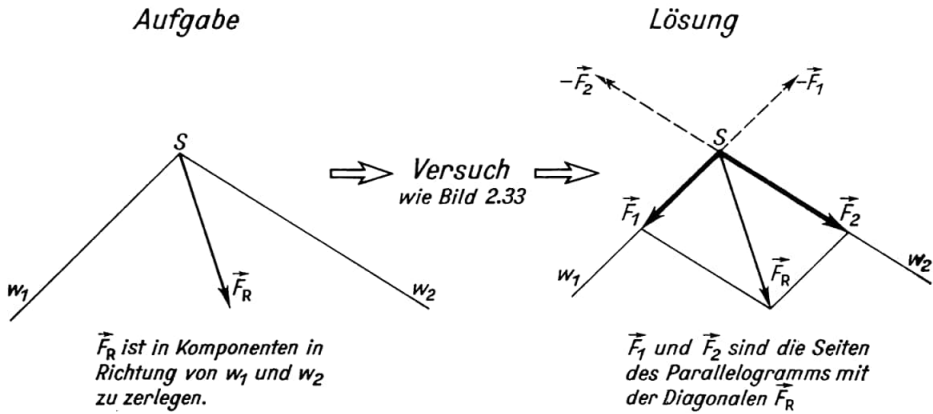


Bild 2.34 Zerlegung der Kraft in Komponenten vorgegebener Richtung

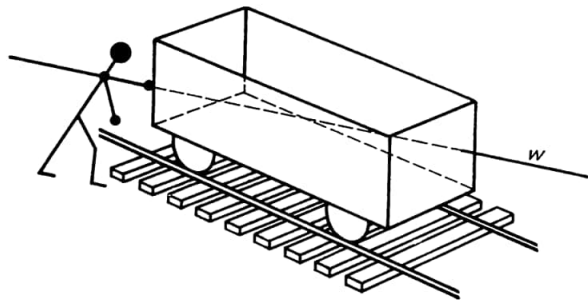
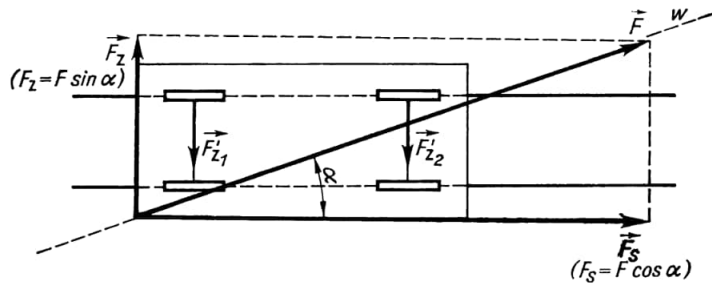


Bild 2.35 Zum Projektionssatz



In allen diesen Versuchen bestätigt sich der Satz:

Kräfte werden nach dem Parallelogrammsatz zusammengesetzt und zerlegt. Sie sind somit vektorielle Größen.

Besonders wichtig ist die Zerlegung einer Kraft, die auf einen Körper wirkt, dem durch eine *Führung* (z. B. ein Gleis) eine Bahn vorgeschrieben ist (Bild 2.35). Für die folgenden Überlegungen wird der Fall angenommen, daß die Führung reibungsfrei erfolgt. Hier

dient nur ein Teil der Kraft  $F$ , nämlich die in die Bahnrichtung fallende Komponente  $F_s$ , zum Antrieb des Körpers. Die dazu senkrechte Komponente  $F_z$  steht im Gleichgewicht mit einer in der Führung hervorgerufenen elastischen Gegenkraft  $F'_z$ . Da diese den Körper zwingt, die vorgesehene Bahn einzuhalten, wird  $F'_z$  auch als *Zwangskraft* bezeichnet. Eine Zwangskraft wirkt immer senkrecht zur Bewegungsrichtung eines reibungsfrei geführten Körpers. Sie ist z. B. Gegenkraft  $F'_N$  zur Normalkraft  $F_N$  an der geneigten Ebene (Bild 2.36).

Führt man den Winkel  $\alpha$  ein wie in Bild 2.35, so folgen:

$$F_s = F \cos \alpha$$

**Kraftkomponente in Wegrichtung**  
(Projektion von  $F$  auf  $s$ ) (2.24)

$$F_z = F \sin \alpha$$

**Kraftkomponente senkrecht zur Wegrichtung** (2.24')

### Lehrbeispiel

2.11

Ein auf einer geneigten Ebene (Neigungswinkel  $\alpha$ ) (Bild 2.36) liegender Körper vom Gewicht  $G$  wird (Reibungsfreiheit vorausgesetzt) durch die Hangabtriebskraft  $F_H = G \sin \alpha$  in Bewegung gesetzt. Die Kraft  $F_N = G \cos \alpha$  verformt die Unterlage und ruft die Zwangskraft  $F'_N$  hervor, die  $F_N$  das Gleichgewicht hält.  $F_H$  wird mit wachsendem  $\alpha$  größer,  $F_N$  kleiner. Bei  $\alpha = 90^\circ$  ist  $F_H = G$ ,  $F_N = 0$ : Der Körper fällt frei.

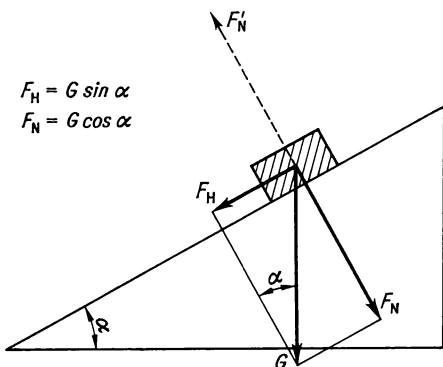


Bild 2.36 Kräfte an der geneigten Ebene

### Übung

2.18

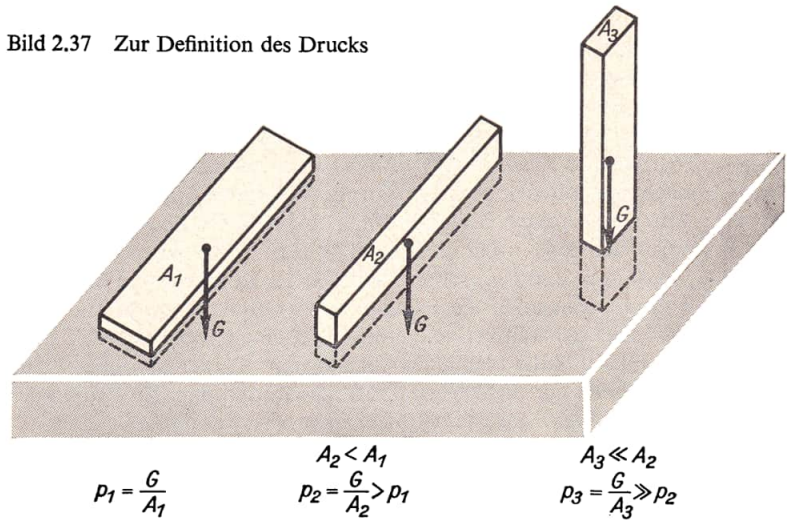
Ein Kind (Masse 40 kg) sitzt auf einer Schaukel, deren Seile 2,5 m lang sind. Welche Kraft muß in waagerechter Richtung aufgebracht werden, um die Schaukel 1,5 m aus der Ruhelage auszulenken? Welche Kraft tritt in den beiden Seilen auf?

### 2.3.1.9. Druck

Wirkt eine Kraft auf einen Körper, der nicht frei beweglich ist, so verformt sich dieser. Das Ausmaß der Verformung hängt ab von der Art des Stoffes des verformten Körpers, vom Betrag der Kraft sowie vom Inhalt der Fläche, auf die die Kraft einwirkt. Bei einer schräg zur Fläche wirkenden Kraft soll für die folgenden Überlegungen nur die senkrechte Komponente, die *Normalkraft*, berücksichtigt werden.

Als Beispiel sei an ein Brett erinnert (Bild 2.37), das zunächst flach, dann auf der langen und schließlich auf der Stirnkante auf den Schnee gelegt bzw. gestellt wird. Es dringt im ersten Fall nur sehr wenig, im zweiten mehr und im dritten sehr tief in den Schnee ein. In allen drei Fällen wirkt als Kraft das Gewicht  $G$  des Brettes. Unterschiedlich sind aber die Flächeninhalte der Berührungsflächen  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ .

Bild 2.37 Zur Definition des Drucks



Durch die Definition

$$p = \frac{F_N}{A} \quad \text{Druck} = \frac{\text{Normalkraft}}{\text{Flächeninhalt}} \quad (2.25)$$

führt man eine Größe ein, in der die Kraft auf den Flächeninhalt bezogen wird. Die kohärente Einheit des Drucks ist

$$[p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Daneben ist eine größere Anzahl weiterer Einheiten gebräuchlich, die [2.4.2.1.] oder [B 4.2.] zu entnehmen sind.

Unser Beispiel zeigt, daß die Kraftwirkung vom Druck abhängt. Deshalb ist die Kenntnis des Drucks in der Technik, z. B. bei der Bemessung von Trägern oder Wandstärken von Rohren und Kesseln, von besonderer Bedeutung. Den Druck kann man sowohl durch Ändern der Kraft als auch durch Ändern der Fläche beeinflussen. So lassen sich hohe Drücke mit verhältnismäßig geringen Kräften erzielen, wenn man die Fläche sehr klein hält: Eindringen einer Nadel in eine Holzplatte. Andererseits kann durch eine genügend große Auflagefläche der Druck auch bei einer sehr großen Kraft klein gehalten werden: Aufstellen schwerer Maschinen auf weit ausladenden Fundamenten.

### Übung

2.19

Mit welchem mittleren Druck belastet

1. ein Mensch ( $m = 75 \text{ kg}$ ), der auf zwei Beinen,
  2. ein Kraftfahrzeug ( $m = 5000 \text{ kg}$ ), das auf 6 Rädern,
  3. ein Kraftfahrzeug ( $m = 5000 \text{ kg}$ ), das auf zwei Gleisketten steht, den Boden?
- Annahme: Rechteckige Berührungsflächen.

Schuhsohle:  $5 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}$ ; Rad:  $20 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm}$ ; Kette:  $0,4 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m}$

5\*

### 2.3.1.10. Reibung

Bereits bei unseren Überlegungen zur Trägheit hatten wir festgestellt, daß auf der Erde ein bewegter Körper, der sich selbst überlassen ist, nach längerer oder kürzerer Zeit zur Ruhe kommt. Er ändert also seinen Bewegungszustand, und wir schließen daraus, daß eine Kraft auf den Körper wirkt, die der Bewegung des Körpers entgegen gerichtet ist. Wir nennen diese Kraft *Reibung* und unterscheiden *Gleitreibung* und *Rollreibung*, je nachdem, ob der bewegte Körper auf seiner Unterlage gleitet oder rollt.

Ein Versuch nach Bild 2.38 zeigt, daß eine die Bewegung hemmende Kraft auch wirkt, wenn sich der Körper noch nicht bewegt. Wir heben die rechte Seite der geneigten Ebene langsam an und beobachten, daß sich der Körper erst in Bewegung setzt, wenn der Winkel  $\alpha$  und damit auch die Hangabtriebskraft  $F_H$  einen bestimmten Betrag erreicht haben. Bei kleinerem Winkel muß am Körper eine Gegenkraft zur Hangabtriebskraft angreifen, da er ja in Ruhe bleibt. Da der ruhende Körper an seiner Unterlage zu haften scheint, bezeichnen wir diese Gegenkraft als Haftreibung. Zu Beginn des Gleitens hat die Haftreibung ihren Maximalbetrag erreicht.

Die Reibung ist eine Kraft, die die Bewegung eines gleitenden bzw. rollenden Körpers bremst (Gleit- und Rollreibung) bzw. verhindert, daß ein Körper sich trotz Krafteinwirkung in Bewegung setzt (Haftreibung).

Die Eigenschaften der Reibungskräfte werden durch Versuche nach Bild 2.39 festgestellt. Es wird hier die Abhängigkeit der Haft-, Gleit- und Rollreibung von der Normalkraft  $F_N$ , der Auflagefläche  $A$  und von der stofflichen Beschaffenheit der Grenzflächen der reibenden Stoffe untersucht. Die Versuche ergeben:

- Die Reibung  $F_R$  hängt nicht von der Größe der sich berührenden Flächen ab.
- Die Reibung  $F_R$  ist der Normalkraft  $F_N$  proportional:  $F_R \sim F_N$ .

Mit dem Reibungsfaktor  $\mu$  als *Proportionalitätsfaktor* folgt

$$F_R = \mu F_N$$

Reibungskraft

(2.26)

Der Reibungsfaktor  $\mu$  hängt von der Art der sich berührenden Stoffe ab. Weiter gilt:

$$\mu_{\text{Haft}} > \mu_{\text{Gleit}} > \mu_{\text{Roll}}$$

Als Beispiel für die Größenordnung der verschiedenen Reibungsfaktoren geben wir nachstehend die Werte für die Reibung von Stahl auf Stahl an:  $\mu_{\text{Haft}} = 0,15 \dots 0,2$ ;  $\mu_{\text{Gleit}} = 0,1$ ;  $\mu_{\text{Roll}} = 0,003$ . Weitere Reibungsfaktoren finden Sie in [B 7.2.].

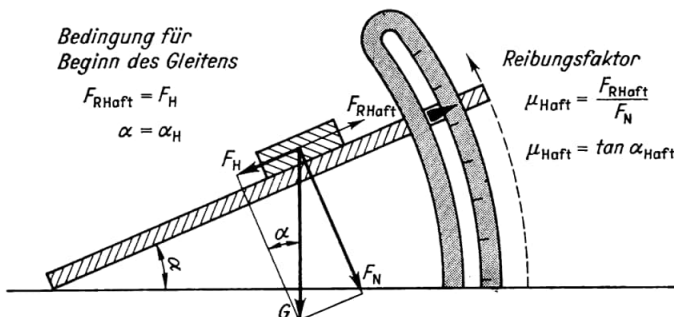


Bild 2.38  
Versuch zur Haftreibung



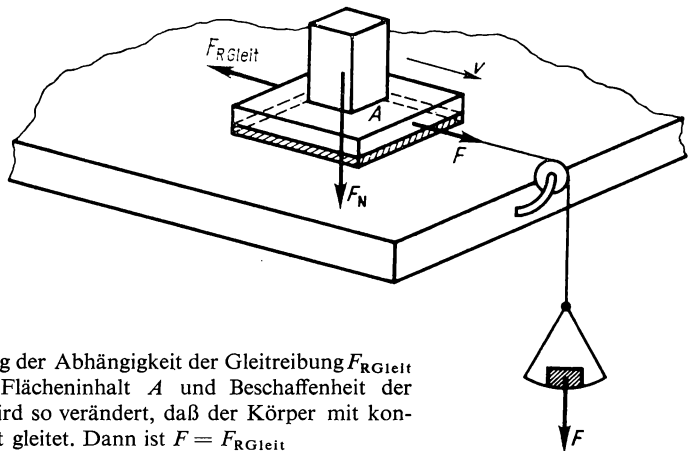


Bild 2.39 Untersuchung der Abhängigkeit der Gleitreibung  $F_{\text{RGleit}}$  von Normalkraft  $F_N$ , Flächeninhalt  $A$  und Beschaffenheit der Flächen. Die Kraft  $F$  wird so verändert, daß der Körper mit konstanter Geschwindigkeit gleitet. Dann ist  $F = F_{\text{RGleit}}$

Die Reibung  $F_R$  wird bei geringer Geschwindigkeit als konstant angenommen. Mit wachsender Geschwindigkeit wird sie kleiner. Eine Gesetzmäßigkeit in Form einer Gleichung läßt sich jedoch nicht angeben.

In der Technik ist man bestrebt, die Gleitreibung als bewegungshemmende Kraft durch Schmierung möglichst klein zu halten. Lediglich bei Bremsvorgängen strebt man eine große Gleitreibung an. Eine große Haftreibung ist jedoch vielfach erwünscht und notwendig, da z. B. die Antriebs- und Bremskraft aller durch Räder angetriebenen Fahrzeuge mit Hilfe der Haftreibung auf die Straße bzw. Schiene wirkt und nie größer sein kann als die jeweilige Haftreibung. Große Haftreibung erzielt man u. a. durch große Masse, da einer großen Masse eine große Normalkraft entspricht. Bei Glatteis erhöht man die Haftreibung durch Sandstreuen.

### Übung

- 2.20 Ein Metallklotz, der am Ende eines 1 m langen Bretts liegt, beginnt bei einseitigem Anheben des Bretts zu gleiten, wenn die Hubhöhe 25 cm beträgt.
1. Wie groß ist die maximale Haftreibung?
  2. Welche Geschwindigkeit hat der Klotz beim Erreichen des Fußpunktes?

#### 2.3.1.11. Mechanische Arbeit und Energie

Man kann grundsätzlich auf alle Bewegungsaufgaben der Mechanik das dynamische Grundgesetz anwenden. Doch erreicht man durch Einführung der Größen *Arbeit* und *Energie* oft eine einfachere Lösung der gestellten Probleme.

Nach der Klärung des Kraftbegriffs in den vorstehenden Abschnitten fragen wir nun: Wozu brauchen wir Kraft? Wir finden die Antwort: Kraft wird benötigt, um Arbeit zu verrichten. Doch was ist Arbeit? In der Umgangssprache versteht man unter Arbeit jede mit Aufwand von körperlicher und geistiger Anstrengung verbundene Tätigkeit. In der Physik können wir aber nur meßbare Größen verwenden. Deshalb beschränken wir hier den Arbeitsbegriff auf den Fall, daß ein Körper unter *Krafteinwirkung einen Weg zurücklegt*. Als einfaches Beispiel sei das Schieben eines Wagens genannt. Wir lassen dabei eine konstante Kraft  $F_s$  entlang einer bestimmten Wegstrecke  $s$  auf den Wagen wirken (Bild 2.40). Kraft- und Wegrichtung stimmen überein.

Am Wagen verrichtete Arbeit:  $\Delta W = F s$

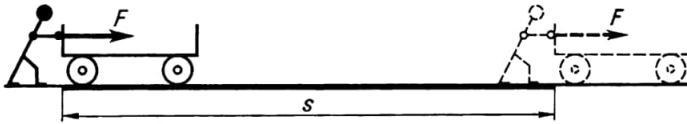


Bild 2.40 Zur Definition der mechanischen Arbeit

Wir setzen nun fest:

Die Arbeit  $\Delta W$  ist um so größer, je größer die Kraft ist ( $\Delta W \sim F_s$ ) und je länger die Wegstrecke ist ( $\Delta W \sim s$ ). Beide Proportionalitäten zusammengefaßt ergeben die Definition:

$$\boxed{\Delta W = F_s s} \quad \text{Mechanische Arbeit} = \text{Kraft in Wegerichtung} \cdot \text{mal zurückgelegter Weg} \quad (2.27)$$

Wirkt die Kraft im Winkel  $\alpha$  zur Wegerichtung, so erhalten wir mit (2.24)

$$\boxed{\Delta W = F s \cos \alpha} \quad \text{Mechanische Arbeit} \quad (2.27')$$

Aus der Definition folgt die kohärente Einheit der Arbeit

$$\blacksquare \quad [\Delta W] = [F] [s] = \text{Nm} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$$

Als Einheiten für die Arbeit gelten auch Joule (J) und Wattsekunde (Ws). Es ist

$$\blacksquare \quad 1 \text{ Nm} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}.$$

Eine viel verwendete nichtkohärente Arbeitseinheit wird mit der Krafteinheit Kilopond gebildet:

$$\bullet \quad 1 \text{ kpm} = 9,80665 \text{ Nm} \approx 9,8 \text{ Nm} \approx 10 \text{ Nm}$$

### Lehrbeispiel

- 2.12 Welche Arbeit wird verrichtet, wenn ein Wagen auf einer Strecke von 5 m mit der Kraft 200 N angeschoben wird und die Kraftrichtung mit der Wegerichtung einen Winkel von  $60^\circ$  bildet?

Gegeben:  $s = 5 \text{ m}$                       Gesucht:  $\Delta W$

$$F = 200 \text{ N}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

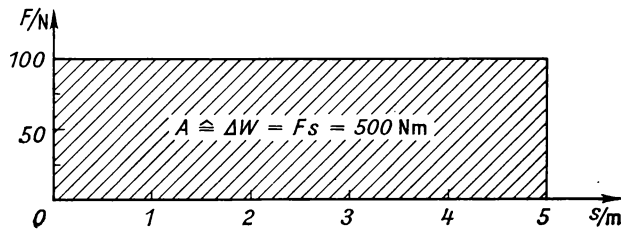
$$\Delta W = F s \cos \alpha = 200 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ \cdot 5 \text{ m} = 200 \cdot 0,5 \cdot 5 \text{ Nm}$$

$$\Delta W = 500 \text{ Nm} \approx 50 \text{ kpm}$$

Die verrichtete Arbeit läßt sich sehr anschaulich in einem  $F, s$ -Diagramm darstellen (Bild 2.41). Sie erscheint als Fläche, die sich über  $s$  von der Abszissenachse bis zur Kurve erstreckt.

Eng verknüpft mit dem Begriff Arbeit ist der Begriff *Energie*. Elektroenergie, Wärmeenergie, Kernenergie sind heute geläufige Begriffe. Jeder weiß, daß Arbeit nur verrichtet

Bild 2.41 Arbeitsdiagramm  
( $F, s$ -Diagramm) zu Bild 2.40



werden kann, wenn Energie zur Verfügung steht. Auch sprechen wir in diesem Zusammenhang von *Energiequellen*, *Energiemengen*, *Energiespeichern* und *Energieträgern*. So ist z. B. ein Stausee nicht nur ein Wasser-, sondern auch ein Energiespeicher. Auf Grund der Lage des Wassers in bestimmter Höhe über der Talsohle kann das Gewicht des Wassers Arbeit verrichten. Wir sagen: Das Wasser hat *Lageenergie* oder *potentielle Energie*. Auch mit der Kraft einer gespannten Feder können wir Arbeit verrichten. Sie verfügt auf Grund der geänderten Lage ihrer Teile gegenüber dem entspannten Zustand ebenfalls über potentielle Energie. Arbeit läßt sich aber auch mit einem bewegten Körper verrichten. Als Beispiel sei das Wasser eines ohne großes Gefälle dahinströmenden Flusses angeführt. Jeder bewegte Körper ist also ein Energieträger, er hat *Bewegungsenergie* oder *kinetische Energie*.

Sowohl potentielle als auch kinetische Energie sind relative Begriffe. Sie haben nur Sinn, wenn ein Bezugssystem angegeben ist. So hat z. B. das Wasser des Stausees gegenüber dem Ufer des Sees keine potentielle Energie, und die Last auf einem fahrenden LKW hat gegenüber dem Wagen keine kinetische Energie.

Gibt ein Körper Energie ab, so verrichtet er Arbeit. Nimmt ein Körper Energie auf, so wird an ihm Arbeit verrichtet. Arbeit ist also immer mit einem Energieumsatz verbunden. Deshalb bezeichnen wir die Energie mit dem Symbol  $W$ , die Arbeit als Energieumsatz (Energieänderung) mit dem Symbol  $\Delta W$ . Auch werden Energie und Arbeit in den gleichen Einheiten, z. B. Newtonmeter oder Kilopondmeter, gemessen. In Lehrbeispiel 2.12 können wir also auch sagen: Dem Wagen wird beim Anschieben die Energie  $W = 500 \text{ Nm}$  zugeführt. Zusammenfassend halten wir fest:

- *Energie* ist Arbeitsvermögen. Energie kennzeichnet einen *Zustand*.
- *Arbeit* ist Energieumsatz. Arbeit kennzeichnet einen *Vorgang*.
- Energie und Arbeit werden in *gleichen Einheiten* gemessen.

In der Mechanik unterscheiden wir zwei Formen der Energie:

- *Potentielle Energie* oder Lageenergie ist die Arbeitsfähigkeit, die ein Körper auf Grund seiner Lage oder der Anordnung seiner Teile hat.
- *Kinetische Energie* oder Bewegungsenergie ist die Arbeitsfähigkeit, die ein Körper auf Grund seiner Bewegung hat.

### 2.3.1.12. Verschiebungsarbeit und potentielle Energie

In Bild 2.42 wird ein Stein (Gewicht  $G$ ) langsam, d. h., ohne ihn merklich zu beschleunigen um die Höhe  $h$  gehoben. Dabei wirkt auf der Strecke  $h$  die Muskelkraft, die dem Betrag nach gleich dem Gewicht des Steines ist. Die sehr kleine Zusatzkraft, die benötigt wird, um den Stein in langsame Bewegung zu versetzen, wird vernachlässigt. Beim Heben bewirkt die Muskelkraft die *Hubarbeit*  $\Delta W_H = G h$ . Der gehobene Stein verfügt nun

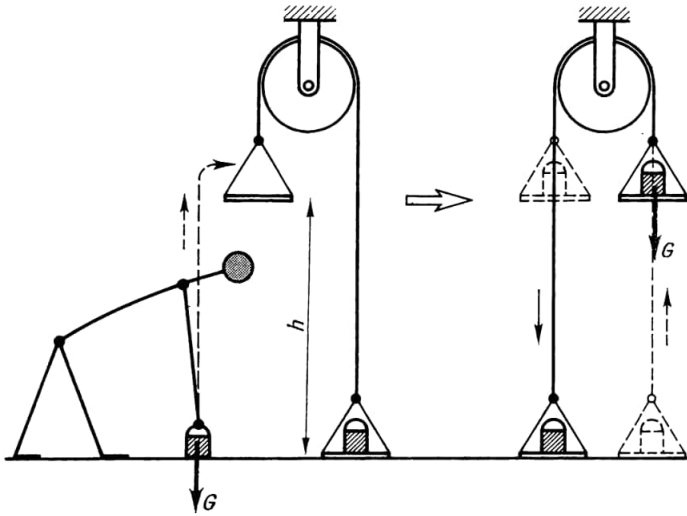


Bild 2.42  
Zur Hubarbeit

über potentielle Energie, man kann mit ihm Arbeit verrichten, z. B. einen zweiten Stein über eine Rolle heben. Er verrichtet bei der Abwärtsbewegung gerade so viel Arbeit, wie für ihn beim Heben aufgewendet wurde, d. h., die potentielle Energie bleibt erhalten. Sie wird mit Hilfe der Rolle auf den zweiten Stein übertragen. Allgemein gilt:

Wird an einem Körper auf dem Weg  $h$  gegen das Gewicht  $G$  Hubarbeit  $\Delta W_H$  verrichtet, so entsteht

$$W_{\text{pot H}} = G h$$

potentielle Energie des  
gehobenen Körpers

(2.28)

In Bild 2.43 wird die Feder eines Federkraftmessers durch Muskelkraft langsam gespannt und dabei um die Strecke  $s$  verlängert. Dabei wird von der Muskelkraft Spann-

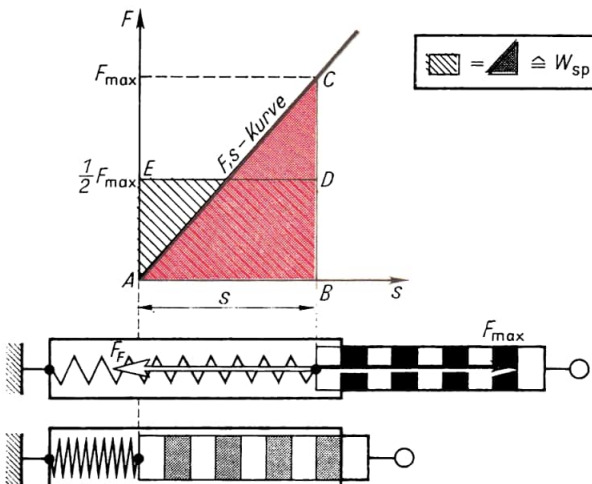


Bild 2.43 Zur Spannarbeit  
(Vergleiche mit Bild 2.18)

arbeit gegen die Federkraft  $F$  verrichtet. Wie ist die Spannarbeit  $\Delta W_{\text{sp}}$  zu berechnen? Gl. (2.27) gilt ja nur für eine konstante Kraft. Die Federkraft  $F$  ist jedoch nicht konstant, sondern steigt beim Spannen von Null bis zum Wert  $F_{\text{max}}$  gleichmäßig an. Wegen dieser linearen Änderung der Kraft ist es möglich, zur Berechnung der Spannarbeit das arithmetische Mittel zwischen Null und  $F_{\text{max}}$ , also  $\frac{1}{2} F_{\text{max}}$ , einzusetzen:

$$\Delta W_{\text{sp}} = \frac{1}{2} F_{\text{max}} s$$

Berücksichtigen wir noch, daß die Feder die Federkonstante  $k = F_{\text{max}}/s$  hat und somit  $F_{\text{max}} = k s$  ist, so erhalten wir

$$\Delta W_{\text{sp}} = \frac{1}{2} k s^2.$$

Beim Entspannen der Feder sind die Beträge von Kraft und Weg die gleichen wie beim Spannen. Die Feder verrichtet also beim Entspannen die gleiche Arbeit, die an ihr beim Spannen verrichtet wurde. Wir sagen: Die Arbeit ist in der gespannten Feder als potentielle Energie enthalten.

Wird an einer Feder mit der Federkonstanten  $k$  durch Änderung der Federlänge um  $s$  gegen die Federkraft  $F$  die Spannarbeit  $\Delta W_{\text{sp}}$  verrichtet, so entsteht

$$W_{\text{pot sp}} = \frac{1}{2} F_{\text{max}} s \quad (2.29)$$

potentielle Energie der gespannten Feder

$$W_{\text{pot sp}} = \frac{1}{2} k s^2 \quad (2.29')$$

In beiden Fällen griffen am Körper zwei dem Betrag nach gleiche Kräfte als Kraft und Gegenkraft an. Der Körper wurde deshalb *nicht beschleunigt*, sondern nur mit gleichbleibender Geschwindigkeit *verschoben*:

Die ohne Beschleunigung eines Körpers verrichtete Arbeit heißt *Verschiebungsarbeit*.

Die gegen die Schwerkraft oder gegen eine Federkraft verrichtete Verschiebungsarbeit bleibt als potentielle Energie erhalten.

### 2.3.1.13. Beschleunigungsarbeit und kinetische Energie

Greift nur *eine* Kraft an einem Körper an (diese kann auch die Resultierende mehrerer Kräfte sein), so führt er eine beschleunigte (verzögerte) Bewegung aus. Das heißt: Die Kraft verrichtet *Beschleunigungsarbeit*. In Bild 2.44 setzt eine gespannte Feder beim Entspannen einen reibungsfrei rollenden Wagen in Bewegung. Nach beschleunigter Bewegung auf der Strecke  $AB$  bewegt sich der Wagen von  $B$  bis  $C$  gleichförmig und wird auf der Strecke  $CD$  durch eine zweite Feder, die die gleichen Abmessungen wie die erste hat, bis zum Stillstand abgebremst. Die gespannte zweite Feder enthält dann die von der ersten abgegebene potentielle Energie. Diese wurde also bei dem Vorgang von 1 nach 2 übertragen und wir sagen: Die potentielle Energie der ersten Feder wurde durch Beschleunigungsarbeit in kinetische Energie des Wagens, diese durch Spannarbeit wieder in potentielle Energie der zweiten Feder umgewandelt.

Um einen mathematischen Ausdruck für die kinetische Energie zu erhalten, gehen wir davon aus, daß auf der Strecke  $AB = s$  die mittlere Federkraft  $F = \frac{1}{2} F_{\text{max}}$  wirkt. Es wird

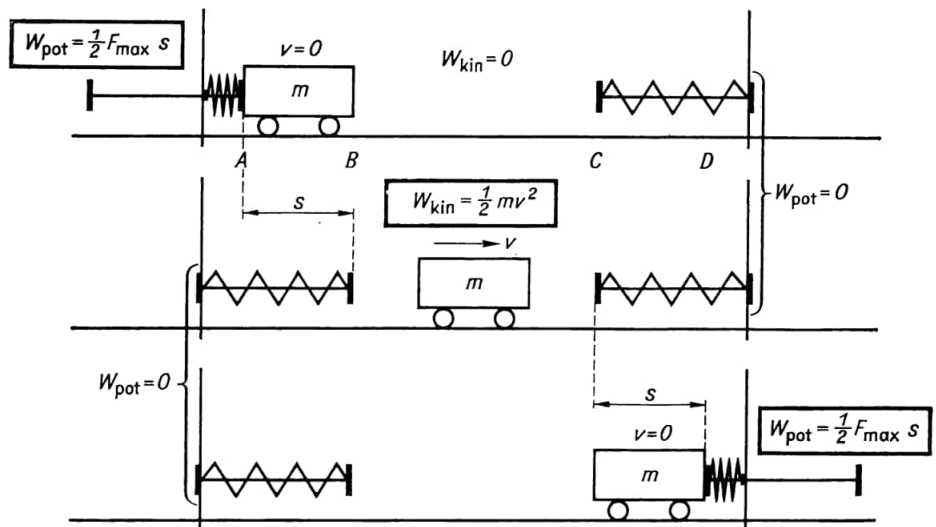


Bild 2.44 Zur Beschleunigungsarbeit

also die Beschleunigungsarbeit  $\Delta W_B = F s$  verrichtet. Nach dem Grundgesetz ist  $F = m a$  und somit  $\Delta W_B = m a s$ . Für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung ist  $v_t = \sqrt{2 a s}$  bzw.  $s = v_t^2 / 2 a$ . Damit erhalten wir für die Beschleunigungsarbeit  $\Delta W_B = m a v_t^2 / 2 a = \frac{1}{2} m v_t^2$ . Den Ausdruck  $\frac{1}{2} m v^2$  bezeichnen wir allgemein als kinetische Energie eines mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten Körpers der Masse  $m$ .

Wird an einem Körper auf dem Weg  $s$  durch eine Kraft  $F$  die Beschleunigungsarbeit  $\Delta W_B$  verrichtet, so entsteht

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{kinetische Energie des bewegten Körpers} \quad (2.30)$$

In vielen Fällen der Praxis wird Beschleunigungs- und Verschiebungsarbeit zugleich verrichtet, und zwar immer dann, wenn die Arbeit verrichtende Kraft größer ist als die in entgegengesetzter Richtung wirkende Kraft. Dann wird mit dem Kraftüberschuß Beschleunigungsarbeit verrichtet.

### Lehrbeispiel

2.13

Ein Aufzug mit einer Masse von 2 t soll aus der Ruhe so nach oben bewegt werden, daß er nach 50 m eine Geschwindigkeit von 10 m/s hat (Reibung vernachlässigt).

1. Wieviel Energie wird benötigt?
2. Wie groß ist die im Zugseil auftretende Kraft?
3. Wie groß ist die Beschleunigung des Aufzugs?

Gegeben:  $m = 2 \cdot 10^3 \text{ kg}$       Gesucht:  $W_{\text{Ges}}, F_{\text{Ges}}, a$

$s = 50 \text{ m}$

$v_t = 10 \text{ m/s}$



1. Es wird Hub- und Beschleunigungsarbeit verrichtet.

$$\begin{aligned}\text{Somit } W_{\text{Ges}} &= W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}} = G s + \frac{1}{2} m v^2 = \\ &= 2 \cdot 10^3 \text{ kp} \cdot 50 \text{ m} + 10^3 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 = \\ &= \underline{\underline{1,1 \cdot 10^6 \text{ Nm}}} \quad (\text{mit } 1 \text{ kp} = 10 \text{ N gerechnet})\end{aligned}$$

2. Die Gesamtkraft im Seil setzt sich zusammen aus der Gegenkraft zum Gewicht  $G$  und der Kraft  $F_B$ . Aus  $W_{\text{kin}} = F_B s$  folgt

$$F_B = \frac{W_{\text{kin}}}{s} = \frac{10^5 \text{ Nm}}{50 \text{ m}} = 2000 \text{ N} \approx 200 \text{ kp}$$

$$F_{\text{Ges}} = G + F_B = 2000 \text{ kp} + 200 \text{ kp} = \underline{\underline{2,2 \cdot 10^3 \text{ kp}}}$$

$$3. \text{ Aus } F_B = m a \text{ folgt } a = \frac{F_B}{m} = \frac{2000 \text{ N}}{2000 \text{ kg}} = \underline{\underline{1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

### 2.3.1.14. Energieerhaltungssatz der Mechanik

Der in Bild 2.44 beschriebene Vorgang läuft, nachdem der Wagen zur Ruhe gekommen ist, in genau der gleichen Weise in umgekehrter Richtung ab. Wir haben Reibungsfreiheit vorausgesetzt. Eine Kraft von außen wirkt auf die Anordnung nicht ein. Wir sagen: Es liegt ein abgeschlossenes System vor. Der Vorgang kommt deshalb nie zum Stillstand. Wir beobachten einen periodischen Wechsel von potentieller und kinetischer Energie. Es gilt hier der

*Energieerhaltungssatz der Mechanik:*

$$W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}} = W_{\text{Ges}} = \text{Konstante} \quad (2.31)$$

In einem abgeschlossenen System, in dem nur die Schwerkraft und Federkräfte wirken, ist die Summe von potentieller und kinetischer Energie konstant.

Der Energieerhaltungssatz der Mechanik gilt nicht, wenn Muskel- oder Reibungskräfte wirken. Halten wir einen rollenden Wagen mit Muskelkraft an, so wird die kinetische Energie nicht etwa in den Muskeln gespeichert – im Gegenteil, wir müssen, um den Wagen abzubremesen, sogar Arbeit verrichten. Auch wenn der Wagen durch Reibung zum Halten gebracht wird, geht die mechanische Energie verloren. Doch bemerkt man, daß bei diesen Vorgängen *Wärme* auftritt. Auch die Wärme ist Energie, jedoch in nicht-mechanischer Form.

### 2.3.1.15. Reibungsarbeit

Da in der Praxis alle Bewegungsvorgänge mit Reibung verbunden sind, wird auch bei jedem Bewegungsvorgang *Reibungsarbeit* verrichtet. Die Reibungsarbeit ist eine Verschiebungsarbeit gegen die Reibungskraft, d. h., es tritt keine Beschleunigung auf. Als Beispiel kann jedes mit konstanter Geschwindigkeit auf ebener Strecke fahrende Verkehrsmittel dienen.

Wird an einem Körper auf dem Weg  $s$  gegen eine Reibungskraft  $F_R$  Reibungsarbeit  $\Delta W_R$  verrichtet (Verschiebungsarbeit), so entsteht aus der mechanischen Energie  $W$

$$\boxed{W_{\text{Wärme}} = F_R s} \quad \text{Wärmeenergie} \quad (2.32)$$

### Übungen

- 2.21** Lösen Sie mit Hilfe des Energiesatzes 1. Übung 2.17.1; 2. Übung 2.20.2.
- 2.22** Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit bewegt sich ein Pfeil von 25 g Masse, der in horizontaler Richtung mit einem Bogen abgeschossen wurde, dessen Sehne 40 cm aus ihrer Ruhelage ausgelenkt war? Durch Versuche hat man festgestellt, daß beim Anhängen eines Körpers von 5 kg Masse an die Sehne des waagrecht gehaltenen Bogens diese um 16 cm ausgelenkt wird.
- 2.23** Ein Kraftfahrzeug (Masse 1,8 t) hat eine Geschwindigkeit von 60 km/h.
1. Wie groß ist seine kinetische Energie?
  2. Welche mittlere Kraft tritt auf, wenn das Fahrzeug bei einem Aufprall auf einem Weg von 2 m zum Stillstand kommt?
  3. Beantworten Sie die Fragen 1 und 2 für den Fall doppelter Masse bei gleicher Geschwindigkeit sowie doppelter Geschwindigkeit bei gleicher Masse.

### 2.3.1.16. Leistung

Eine für die Technik sehr wichtige Größe ist die *Leistung*. Sie kennzeichnet die in einer bestimmten Zeit verrichtete Arbeit. Es ist ja ein großer Unterschied, ob eine bestimmte Arbeit, z. B. das Anheben einer Kiste von 300 kp Gewicht um 1 m, in 10 s oder in 5 min erfolgt. In beiden Fällen wird die Arbeit 300 kpm verrichtet, doch ist im ersten Fall die Leistung größer. Wir definieren

$$\boxed{P = \frac{\Delta W}{t}} \quad \text{Leistung} = \frac{\text{verrichtete Arbeit}}{\text{dazu benötigte Zeitspanne}} \quad (2.33)$$

Als kohärente Einheit folgt

$$\blacksquare \quad [P] = \frac{[\Delta W]}{[t]} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = 1 \text{ W (Watt)}$$

Von der Krafteinheit 1 kp wird die Leistungseinheit 1 kpm/s  $\approx 10 \text{ Nm/s}$  hergeleitet, von dieser wiederum die noch gesetzlich zugelassene Einheit Pferdestärke: 1 PS = 75 kpm/s, die jedoch entbehrlich ist und künftig nicht mehr verwendet werden sollte.

Im genannten Beispiel ergeben sich die Leistungen

$$P_1 = \frac{300 \text{ kpm}}{10 \text{ s}} \approx \frac{3000 \text{ Nm}}{10 \text{ s}} = \underline{\underline{300 \text{ W} = 0,3 \text{ kW}}}$$

$$P_2 = \frac{300 \text{ kpm}}{5 \text{ min}} \approx \frac{3000 \text{ Nm}}{300 \text{ s}} = \underline{\underline{10 \text{ W} = 0,01 \text{ kW}}}$$

Aus der Definition der Leistung ergibt sich für die Arbeit auch die Beziehung  $\Delta W = P t$ . Aus dieser Gleichung folgt die Definition der schon in [2.3.1.11.] angegebenen Arbeitsein-



heit  $1 \text{ J} = 1 \text{ Js}$ . Die durch  $P = \Delta W/t$  definierte Leistung ist die *Durchschnittsleistung* in der Zeitspanne  $t$ . Bei Maschinen (Motoren usw.) interessiert jedoch meist die *Momentanleistung*. Für diese erhalten wir eine einfache Gleichung, wenn wir  $P = \Delta W/t$  in der Form  $P = F s/t$  schreiben.  $s/t$  ist ja die Geschwindigkeit  $v$  einer gleichförmigen Bewegung, somit

$$P = Fv$$

$$\text{Momentanleistung} = \text{Kraft mal Geschwindigkeit} \quad (2.33')$$

Um z. B. einen Wagen gegen eine Reibungskraft von 15 kp auf einer Geschwindigkeit von 1 m/s zu halten, muß in jedem Augenblick eine Leistung von  $15 \text{ kpm/s} \approx 150 \text{ W}$  zur Verfügung stehen.

### Lehrbeispiel

2.14

Ein Kraftwagen (Masse 2 t) startet auf einer ansteigenden Straße (4 m Höhenunterschied auf 100 m) und erreicht bei konstanter Beschleunigung nach 30 s die Geschwindigkeit  $54 \text{ km h}^{-1}$ . Welche Arbeit wird verrichtet? Welche mittlere Leistung liegt vor? (Der Reibungskoeffizient beträgt 0,03.) (Bild 2.45)

Gegeben:  $m = 2 \cdot 10^3 \text{ kg}$       Gesucht:  $\Delta W, P$

$$v_t = 54 \text{ km h}^{-1}$$

$$t = 30 \text{ s}$$

$$h:s = 4:100 = 0,04$$

$$\mu = 0,03$$

Am Wagen wird Hubarbeit  $\Delta W_H$ , Reibungsarbeit  $\Delta W_R$  und Beschleunigungsarbeit  $\Delta W_B$  verrichtet. Zur Berechnung der Hubarbeit muß die Höhe  $h$ , zur Berechnung der Reibungsarbeit die Fahrstrecke  $s_t$  bekannt sein.

$$\text{Nach (2.5) ist } s_t = \frac{1}{2} v_t t = \frac{1}{2} \cdot \frac{54 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \cdot 30 \text{ s} = 225 \text{ m}$$

$$\text{Somit } h = 0,04 s_t = 0,04 \cdot 225 \text{ m} = 9 \text{ m}$$

$$\Delta W_H = m g h = 2 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 9 \text{ m} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ Nm}$$

$$\Delta W_R = \mu G s_t = \mu m g s_t = 0,03 \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 225 \text{ m} = 1,35 \cdot 10^5 \text{ Nm}$$

$$\Delta W_B = W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_t^2 = 0,5 \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \frac{54^2 \text{ m}^2}{3,6^2 \text{ s}^2} = 2,25 \cdot 10^5 \text{ Nm}$$

$$\Delta W_{\text{Ges}} = \Delta W_H + \Delta W_R + \Delta W_B = (1,8 + 1,35 + 2,25) 10^5 \text{ Nm} =$$

$$= 5,4 \cdot 10^5 \text{ Nm} = \frac{5,4 \cdot 10^5}{3,6 \cdot 10^6} \text{ kWh} = \underline{\underline{0,15 \text{ kWh}}}$$

Die mittlere Leistung  $P$  beträgt

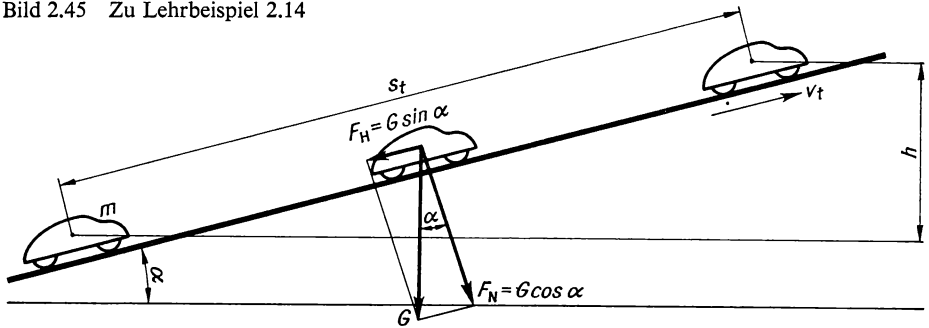
$$P = \frac{\Delta W_{\text{Ges}}}{t} = \frac{5,4 \cdot 10^5 \text{ Nm}}{30 \text{ s}} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ W} = \underline{\underline{18 \text{ kW}}} (\approx 24 \text{ PS})$$

### Übung

2.24

Welche Leistung liegt vor, wenn ein Mensch (Masse 75 kg) in 10 min über eine Treppe von 480 Stufen einen Turm besteigt? Die Stufenhöhe beträgt 12,5 cm.

Bild 2.45 Zu Lehrbeispiel 2.14



### 2.3.1.17. Wirkungsgrad

Der Energieerhaltungssatz der Mechanik gilt nur für reibungsfreie Vorgänge. Diese gibt es in Wirklichkeit nicht. Es wird bei jedem mechanischen Vorgang mechanische Energie in Wärmeenergie umgewandelt und geht dadurch für die Nutzung in der Mechanik verloren. Wie groß der Anteil der technisch nutzbaren mechanischen Energie bzw. mechanischen Leistung ist, kennzeichnet der mechanische Wirkungsgrad (Symbol  $\eta$ ).

$$\eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

$$\begin{aligned} \text{mechanischer Wirkungsgrad} &= \\ &= \frac{\text{abgeg. Energie}}{\text{zugef. Energie}} = \frac{\text{abgeg. Leistung}}{\text{zugef. Leistung}} \end{aligned} \quad (2.34)$$

$\eta$  ist eine Verhältnissgröße und hat damit die Einheit 1 und wird als Bruch oder als Prozentsatz angegeben. Die abgegebene Leistung ist immer kleiner als die zugeführte.  $\eta$  kann daher nie größer als 1 (oder 100 %) sein.

#### Lehrbeispiel

2.15

Um eine Last von 15 kp Gewicht mit einem Flaschenzug um 0,5 m zu heben, muß die Kette mit einer Handkraft  $F_H$  von 30 kp um 3 m bewegt werden. Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Gegeben:  $G = 150 \text{ kp}$   $h = 0,5 \text{ m}$  Gesucht:  $\eta$

$$F_H = 30 \text{ kp} \quad s = 3 \text{ m}$$

$$W_{zu} = F_H s \quad W_{ab} = G h$$

$$\eta = \frac{G h}{F_H s} = \frac{150 \text{ kp} \cdot 0,5 \text{ m}}{30 \text{ kp} \cdot 3 \text{ m}} = \frac{5}{6} = 0,83 = 83\%$$

#### Übung

2.25

Ein Motor mit einer Leistung von 1,0 kW treibt ein Förderband an, mit dessen Hilfe in 30 min 15 t Baumaterial auf eine Höhe von 6 m transportiert werden. Wie groß ist der Wirkungsgrad der Anlage?

### 2.3.1.18. Impuls

Nach der Zusammenfassung von Kraft und Weg im Arbeitsbegriff bilden wir nun aus Kraft und Zeit den *Impulsbegriff*. Ausgangsgleichung ist wiederum das dynamische Grund-

gesetz  $F = ma$ . Wir multiplizieren beide Seiten der Gleichung mit der Zeitspanne  $\Delta t$ , während der die Kraft  $F$  auf den Körper einwirkt:

$$F \Delta t = m a \Delta t;$$

da  $a = \Delta v / \Delta t$  ist, folgt

$$F \Delta t = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Delta t,$$

$$F \Delta t = m \Delta v = m v_2 - m v_1$$

Wir definieren nun:

$$\Delta p = F \Delta t$$

$$\begin{aligned} \text{Kraftstoß} &= \\ &= \text{Kraft mal Zeitdauer der Kraftwirkung} \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$p = m v$$

$$\text{Impuls} = \text{Masse mal Geschwindigkeit} \quad (2.36)$$

Kraftstoß und Impuls haben die kohärente Einheit

$$[p] = [\Delta p] = \text{N s (Newtonsekunde)}.$$

Mit diesen Größen erhalten wir aus  $F \Delta t = m v_2 - m v_1$  die Beziehung

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m(v_2 - v_1) \quad \text{Kraftstoß} = \text{Impulsänderung} \quad (2.37)$$

Der auf einen Körper ausgeübte Kraftstoß ist gleich der Änderung des Impulses dieses Körpers.

Im Gegensatz zur Energie, die unabhängig von der Bewegungsrichtung des bewegten Körpers, also eine skalare Größe ist, haben Kraftstoß und Impuls eine *Richtung*. Sie sind also *vektorielle Größen*. Der Kraftstoß hat die Richtung der wirkenden Kraft, der Impuls die Richtung der Geschwindigkeit des bewegten Körpers. Kraftstöße bzw. Impulse müssen also nach dem Parallelogrammsatz addiert werden. Solange man lediglich eindimensionale Bewegungen betrachtet, braucht man nur die Beträge zu berücksichtigen und kann die einander entgegengesetzten Richtungen durch das Vorzeichen erkennen.

In einem abgeschlossenen System gilt auch für den Impuls ein Erhaltungssatz. Dieser Satz ergibt sich aus der Gleichheit der Wechselwirkungskräfte. Zur Erläuterung diene der in Bild 2.46 gezeigte Versuch.

Zwischen zwei reibungsfrei beweglichen Wagen befindet sich eine gespannte Feder. Eine feste Verbindung zwischen den beiden Wagen verhindert zunächst das Entspannen der Feder. Die Massen der Wagen lassen sich durch Auflegen von Klötzen verändern. Die Versuche zeigen, daß in beiden Fällen der Gesamtimpuls sowohl vor als auch nach dem Entspannen der Feder den Betrag Null hat:  $-m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ . Würde sich die Anordnung der beiden Wagen mit der gespannten Feder schon bewegen, bevor sich die Feder entspannt, so wäre bereits ein Impuls vorhanden. Dieser bliebe beim Entspannen der Feder unverändert. Somit gilt der Impulserhaltungssatz (Impulssatz) für ein System von zwei Körpern, die sich auf gemeinsamer Wirkungslinie bewegen:

$$p_{\text{Ges}} = p_1 + p_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{konstant} \quad (2.38)$$

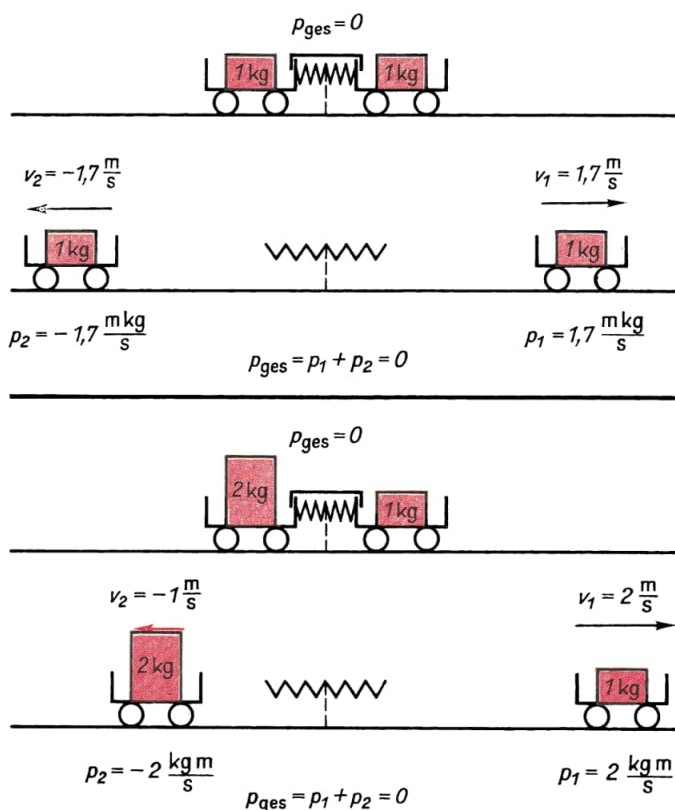


Bild 2.46  
Zum Impulssatz

Allgemein gilt (in vektorieller Schreibweise):

**Impulserhaltungssatz:**  $\Sigma \vec{p} = \text{konstant.}$  (2.39)  
In einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtimpuls erhalten.

Welchen Vorteil bietet die Einführung des Impulsbegriffes? Massen und Geschwindigkeiten eines Körpers lassen sich leicht messen – sehr schwierig ist es aber, kurzzeitig wirkende Kräfte oder kurze Zeiten zu messen, wie sie z. B. bei Stoßvorgängen vorkommen. Hier bestimmen wir den Impuls zu Anfang und Ende des Vorganges und können daraus bei bekannter Zeitdauer des Kraftstoßes die mittlere Kraft, bei bekannter Kraft die Dauer des Vorganges berechnen.

Mit Hilfe des Impulssatzes läßt sich auch der Antrieb von Verkehrsmitteln leicht verstehen. Diese haben, solange sie stillstehen, den Impuls Null. Bei rädergetriebenen Fahrzeugen stößt sich das Fahrzeug an der Berührungsstelle vom Boden ab. Es bekommt also einmal oder dauernd einen Impuls zugeführt, der gleich dem Kraftstoß ist. Das System umfaßt Fahrzeug und Erde. Den entgegengesetzten Impuls nimmt die Erde auf. Wegen ihrer sehr großen Masse ist von einer Geschwindigkeitsänderung der Erde allerdings nichts zu bemerken. Anders ist es bei der Bewegung von Schiffen oder Flugzeugen. Dem in Fahrtrichtung erteilten Impuls des Verkehrsmittels steht der entgegengesetzt gerichtete Impuls des von der Schraube bzw. dem Propeller nach rückwärts

bewegten Wassers bzw. der Luft gegenüber. Hervorragende Bedeutung hat der Impulsatz für die Berechnung des Raketenfluges. Hier erhalten die Gase des verbrannten Kraftstoffes einen nach rückwärts gerichteten Impuls, und der Gegenimpuls treibt die Rakete nach vorn.

### Lehrbeispiel

2.16

Ballistisches Pendel. Eine nach Bild 2.47 pendelnd aufgehängte Sandkiste dient zur einfachen Bestimmung der Geschwindigkeit von Geschossen. Das auftreffende Geschöß bleibt in der Kiste stecken. Aus der leicht zu messenden Auslenkung bzw. der Höhe  $h$  läßt sich nach dem Energiesatz die Geschwindigkeit bestimmen, die das aus Geschöß und Kiste bestehende System nach dem Einschlag des Geschosses hat.

Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Geschosses (Masse 5 g) beim Einschlag, wenn sich die Kiste (Masse 2,5 kg) beim Pendelausschlag um 50 mm hebt?

Gegeben:  $m_1 = 5 \text{ g}$

Gesucht:  $v_1$

$$m_2 = 2,5 \text{ kg}$$

$$h = 50 \text{ mm}$$

$$v_2 = 0$$

Berechnung der Geschwindigkeit  $v_s$  des Systems:

$W_{\text{pot}}$  am Ende des Ausschlags =  $W_{\text{kin}}$  zu Beginn des Ausschlags

$$W_{\text{pot}} = (m_1 + m_2) g h = W_{\text{kin}} = \frac{m_1 + m_2}{2} v_s^2; \quad v_s = \sqrt{2 g h}$$

Berechnung von  $v_1$  nach dem Impulsatz:

$p$  vor dem Aufschlag =  $p$  nach dem Aufschlag

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_s = (m_1 + m_2) \cdot \sqrt{2 g h}$$

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2 g h} = \frac{0,005 \text{ kg} + 2,5 \text{ kg}}{0,005 \text{ kg}} \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,05 \text{ m}} = \underline{\underline{500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

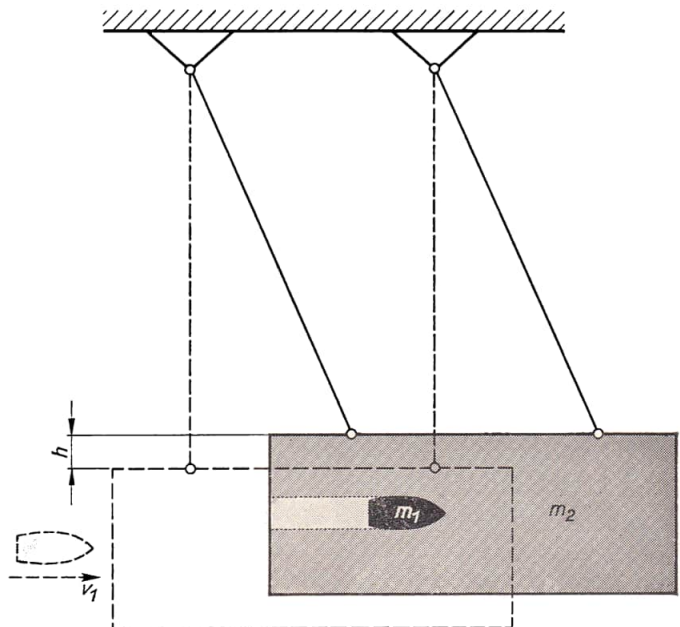


Bild 2.47 Bestimmung der Geschößgeschwindigkeit mit dem ballistischen Pendel



### Übung

2.26

Ein Mann stößt von einem Wagen (Gesamtmasse 100 kg) in horizontaler Richtung einen Stein (Masse 12,5 kg). Dabei wirkt während einer Zeit von 0,5 s eine mittlere Kraft von 20 kp auf den Stein ein. Mit welchen Anfangsgeschwindigkeiten bewegen sich Wagen und Stein?

### 2.3.2. Dynamik der Kreis- und Drehbewegung

Wir haben die Grundbegriffe der Dynamik am Spezialfall der geradlinigen Bewegung eines als Massenpunkt gedachten Körpers erläutert. Die hier gewonnenen Begriffe und Beziehungen lassen sich grundsätzlich auch auf beliebige andere Bewegungsarten anwenden, doch erfordert die Beschreibung mehr mathematischen Aufwand. Verhältnismäßig einfach können wir die auch technisch sehr wichtigen *Sonderfälle*

*Drehbewegung* eines Körpers und

*Kreisbewegung* eines Massenpunktes

behandeln. Bei diesen Bewegungen läßt sich durch Einführung geeigneter neuer Größen weitgehende Analogie zur geradlinigen Bewegung herstellen, so daß sich auch hier, wie schon in der Kinematik, die Herleitung der Gleichungen erübrigt.

#### 2.3.2.1. Drehmoment

In Bild 2.48 wird ein reibungsfrei gelagertes Speichenrad (z. B. Vorderrad eines Fahrrades) durch Muskelkraft in Bewegung gesetzt. Die Kraft verrichtet auf dem Kreisbogen  $AB$  Beschleunigungsarbeit. Diese ist sodann im rotierenden Rad als kinetische Energie enthalten. Bei einem zweiten Versuch fassen wir in der Nähe der Achse in die Speichen; wir sagen: Der *Kraftarm* ist hier kleiner, und wir setzen fest:

● Der Kraftarm ist der Abstand der Wirkungslinie der Kraft von der Drehachse.

Mit gleicher Kraft wie im ersten Versuch bewegen wir das Rad wiederum um eine Vierteldrehung. Wir stellen fest: Die Drehzahl des Rades ist kleiner; es enthält offenbar weniger kinetische Energie. Das ist verständlich, der Weg war ja bei gleicher Kraft erheblich kürzer. Wir haben also weniger Arbeit verrichtet. Wollen wir in beiden Fällen die gleiche Arbeit verrichten, so muß  $F_1 b_1 = F_2 b_2$  gelten. Setzen wir  $b = r \varphi$  ein, so lautet für  $\varphi_1 = \varphi_2$  die Bedingung  $F_1 r_1 = F_2 r_2$ . Wir verrichten also bei gleichem Drehwinkel gleiche Beschleunigungsarbeit, wenn das Produkt aus Kraft und Kraftarm gleich ist. Wir führen deshalb dieses Produkt als neue, für die Beschreibung der Drehbewegung besonders geeignete Größe ein und nennen es

$$M = F r$$

$$\text{Drehmoment} = \text{Kraft mal Kraftarm} \quad (2.40)$$

Als Einheit des Drehmoments finden wir

$$\blacksquare \quad [M] = [F] [r] = \text{Nm} = \text{kg m}^2/\text{s}^2 \text{ bzw. kpm}$$

Die Einheiten 1 Nm bzw. 1 kpm sind also sowohl Einheiten der Arbeit (Energie) als auch des Drehmoments. Man erkennt, daß man aus der Einheit einer Größe nicht immer auf die Art der Größe schließen kann.

Mit  $M = F r$  und  $\Delta W = F r \varphi$  erhalten wir

$$\Delta W = M \varphi$$

$$\text{Arbeit bei Rotation} \quad (2.41)$$

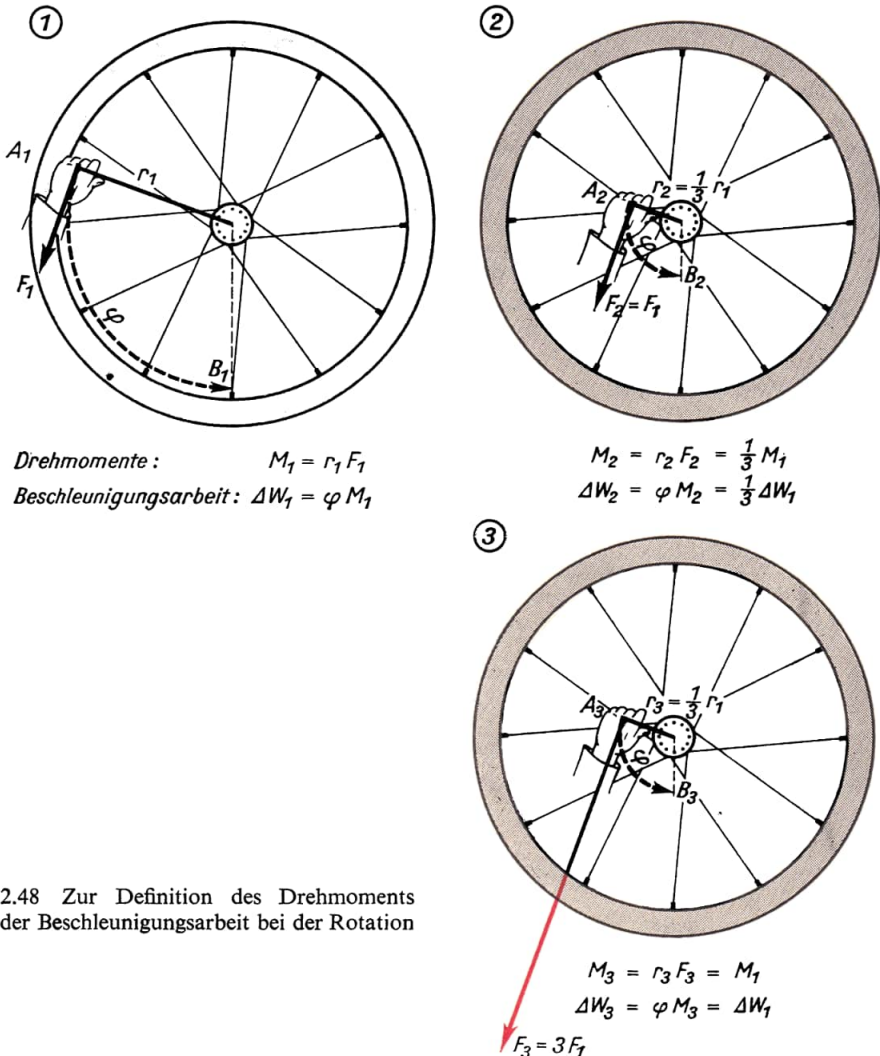


Bild 2.48 Zur Definition des Drehmoments und der Beschleunigungsarbeit bei der Rotation

Wir erkennen die Analogie zur Arbeit bei der Translation  $\Delta W = F s$ . Sie folgt aus der bereits in der Kinematik gezeigten Analogie zwischen Weg  $s$  bei der Translation und Drehwinkel  $\varphi$  bei der Rotation. Wir verallgemeinern:

- In den Gleichungen der Dynamik der Drehbewegung tritt an die Stelle der Kraft das Drehmoment  $M$ .

Auch das Drehmoment ist eine vektorielle Größe. Davon können wir absehen, solange wir uns auf den Sonderfall beschränken, daß die auf den Körper wirkenden Kräfte in einer zur Achse senkrechten Ebene angreifen. Es genügt dann, mit den Beträgen der Momente zu rechnen und die unterschiedliche Drehrichtung durch das Vorzeichen zu unterscheiden (Bild 2.49).

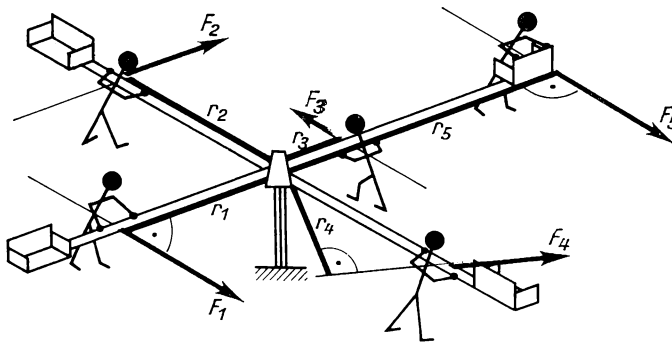


Bild 2.49 Summierung von Drehmomenten

Frage: In welcher Richtung setzt sich das Karussell in Bewegung?

Antwort: Das Karussell setzt sich in Richtung von  $F_2$  und  $F_5$  in Bewegung

positive Drehmomente (Drehung gegen Uhrzeigersinn)	negative Drehmomente (Drehung im Uhrzeigersinn)
$M_1 = F_1 r_1 = 10 \text{ kp} \cdot 2 \text{ m} = 10 \text{ kpm}$	$M_2 = F_2 r_2 = -8 \text{ kp} \cdot 2 \text{ m} = -16 \text{ kpm}$
$M_3 = F_3 r_3 = 5 \text{ kp} \cdot 0,8 \text{ m} = 4 \text{ kpm}$	$M_5 = F_5 r_5 = -10 \text{ kp} \cdot 3 \text{ m} = -30 \text{ kpm}$
$M_4 = F_4 r_4 = 6 \text{ kp} \cdot 2,5 \text{ m} = 15 \text{ kpm}$	
$M_{\text{pos}} = M_1 + M_3 + M_4 = 39 \text{ kpm}$	$M_{\text{neg}} = M_2 + M_5 = -46 \text{ kpm}$
$M_{\text{ges}} = M_{\text{pos}} + M_{\text{neg}} = -7 \text{ kpm}$	

### 2.3.2.2. Massenträgheitsmoment

Wir betrachten einen Massenpunkt  $1$  mit der Masse  $m_1$ , der sich mit der Geschwindigkeit  $v_1$  auf einer Kreisbahn bewegt (Bild 2.50). Er hat die kinetische Energie  $W_{\text{kin}1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ .

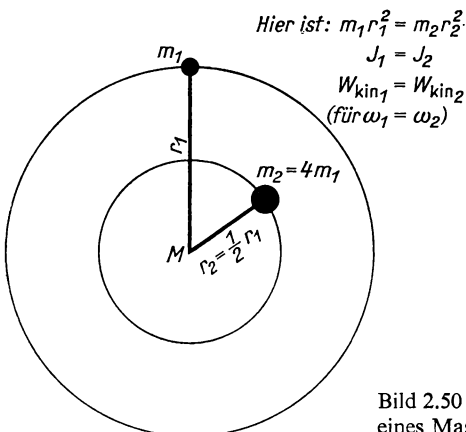


Bild 2.50 Zur Definition des Massenträgheitsmoments eines Massenpunkts



Nach Gleichung (2.12) ist  $v_B = \omega r$ . Somit ist  $W_{\text{kin}1} = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2$ . Diese Gleichung sagt aus, daß die kinetische Energie eines Massenpunktes nicht nur von der Masse und der Drehzahl abhängt, sondern auch vom *Abstand des Massenpunktes vom Drehzentrum*, und zwar ist sie proportional dem Quadrat dieses Abstandes. Soll z. B. ein Massenpunkt 2 ebenfalls mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und mit der kinetischen Energie  $W_{\text{kin}2} = W_{\text{kin}1}$  auf einer Bahn mit dem Radius  $r_2 = \frac{1}{2} r_1$  kreisen, so muß er die Masse  $m_2 = 4 m_1$  haben, denn nur dann gilt  $\frac{1}{2} m_1 r_1^2 \omega^2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \omega^2$ . Die Bedingung für gleiche kinetische Energie lautet also:  $m_1 r_1^2 = m_2 r_2^2$ . Dieses Produkt aus Masse und Quadrat des Abstandes führen wir als neue Größe ein und nennen es

$$J_M = m r^2$$

**Trägheitsmoment des rotierenden Massenpunktes** (2.42)

Aus der Definition folgt als Einheit des Trägheitsmoments

$$[J] = [m] [r]^2 = \text{kg m}^2$$

Ein rotierender Körper besteht aus vielen kreisenden Massenpunkten. Die kinetische Energie eines rotierenden Körpers ist die Summe der kinetischen Energien seiner Massenpunkte:

$$W_{\text{kin}} = \sum W_{\text{kin}M} = \sum \frac{1}{2} m J_M \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum J_M$$

Mit der Einführung einer neuen Größe

$$J = \sum J_M$$

**Massenträgheitsmoment des Körpers** (2.43)

erhalten wir

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

**kinetische Energie eines rotierenden Körpers** (2.44)

Die Bildung der Summe  $\sum J_M$ , d. h. also die Berechnung des Trägheitsmoments  $J$ , ist nur mit Mitteln der höheren Mathematik möglich und kann hier nicht gezeigt werden. Für Körper mit geometrisch einfachen Formen (z. B. Kugel, Zylinder usw.) kann das Trägheitsmoment nach einfachen Gleichungen aus den Abmessungen der Körper berechnet werden. (Eine Zusammenstellung einiger Gleichungen finden Sie in [B 7.3.] ) Für unregelmäßig geformte Körper wird das Trägheitsmoment meist experimentell bestimmt. Es ist zu beachten, daß das Trägheitsmoment eines Körpers von der Lage der Drehachse abhängt. In der Regel hat ein Körper für jede Achse ein anderes Trägheitsmoment (Bild 2.51). Wie Bild 2.52 zeigt, können Körper von gleicher Masse, gleicher Form und gleicher Achse verschiedene Trägheitsmomente haben. Es kommt auf die „Massenverteilung“ im Körper an. Deshalb wird z. B. ein Schwungrad, das ein großes Trägheitsmoment haben soll, so konstruiert, daß der Radkranz eine große Masse hat. Räder von Rennwagen sollen dagegen ein kleines Trägheitsmoment haben; die Radfelgen werden deshalb aus Leichtmetall hergestellt.

Bild 2.51 Zur Abhängigkeit des Massenträgheitsmoments von der Lage der Drehachse

Massenträgheitsmomente eines zylindrischen Stabes:

$$J_1 = \frac{1}{12} m l^2 \approx 0,17 \text{ kg m}^2$$

$$J_2 = \frac{1}{3} m l^2 \approx 0,7 \text{ kg m}^2 = 4 J_1$$

$$J_3 = \frac{1}{8} m d^2 \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \approx 0,0035 J_1$$

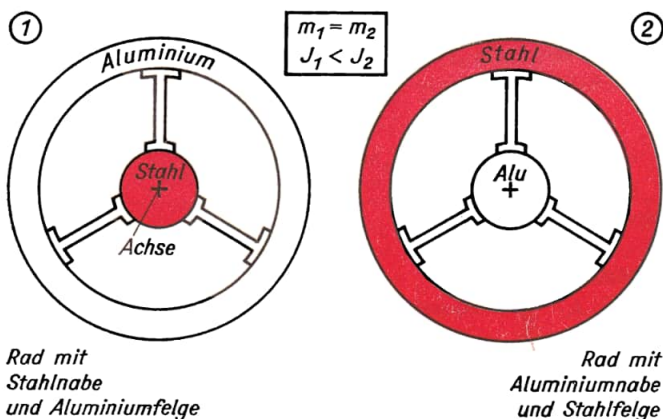
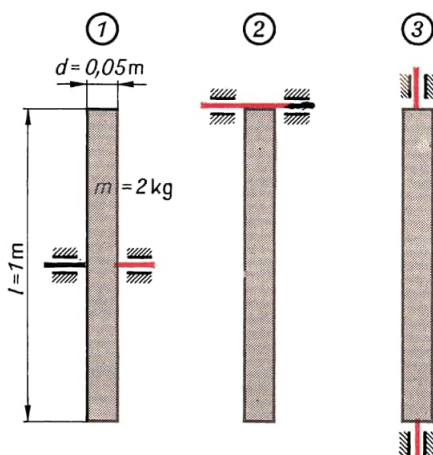


Bild 2.52 Zur Abhängigkeit des Massenträgheitsmoments von der „Massenverteilung“

Die Analogie zwischen den Gleichungen

$$\frac{1}{2} J \omega^2 = W_{\text{kin}} \text{ der Rotation}$$

$$\text{und } \frac{1}{2} m v^2 = W_{\text{kin}} \text{ der Translation}$$

ist offensichtlich. Auch hier verallgemeinern wir:

- In den Gleichungen der Dynamik der Drehbewegung tritt an die Stelle der Masse  $m$  das Massenträgheitsmoment  $J$ .

### 2.3.2.3. Größen und Gleichungen der Drehbewegung

Nachstehende Tafel 3 zeigt die Analogie zwischen den Größen und Gleichungen der Dynamik der *fortschreitenden Bewegung* und denen der *Drehbewegung*. Die Analogie der verwendeten geometrischen und kinematischen Größen wurde bereits in [2.2.3.] gezeigt.

#### Lehrbeispiel

2.17

Wie groß ist das Massenträgheitsmoment eines Schwungrades, das bei einem wirkenden Drehmoment von 3000 Nm in 10 s die Drehzahl 500/min erreicht?

Tafel 3: Gegenüberstellung der dynamischen Größen und Gleichungen der fortschreitenden Bewegung und der Drehbewegung

Fortschreitende Bewegung			Drehbewegung		
Größe	Gleichung	Einheit	Größe	Gleichung	Einheit
Kraft	$F$	N	Drehmoment	$M$	Nm
Masse	$m$	kg	Trägheitsmoment	$J$	kg m <sup>2</sup>
Bewegungsgleichung	$F = m a$	(2.2) N		$M = J \alpha$	(2.45) Nm
Potentielle Energie (gespannte Feder)	$W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k s^2$	(2.29) J		$W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k' \varphi^2$	(2.46) J
Kinetische Energie	$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$	(2.30) J		$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \omega^2$	(2.44) J
Arbeit	$\Delta W = F s$	(2.27) J		$\Delta W = M \varphi$	(2.41) J
Leistung	$P = \frac{F s}{t} = F v$	(2.33) W		$P = \frac{M \varphi}{t} = M \omega$	(2.47) W
Impuls	$p = m v$	(2.36) kg m s <sup>-1</sup>	Drehimpuls	$d = J \omega$	(2.48) kg m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>
Kraftstoß	$\Delta p = F \Delta t$	(2.35) kg m s <sup>-1</sup>	Antriebsmoment (Drehstoß)	$\Delta d = M \Delta t$	(2.49) kg m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>

Gegeben:  $M = 3000 \text{ Nm}$ Gesucht:  $J$ 

$$t = 10 \text{ s}$$

$$f_t = 500/\text{min}$$

$$\omega_t = 2\pi f_t; \quad \alpha = \omega_t/t = 2\pi f_t/t; \quad J = M/\alpha = M t / 2\pi f_t$$

$$J = \frac{3000 \text{ kg m}^2 \cdot 10 \text{ s} \cdot \text{min}}{\text{s}^2 \cdot 2\pi \cdot 500} = \frac{3000 \cdot 10 \cdot 60}{2\pi \cdot 500} \text{ kg m}^2 = \underline{\underline{570 \text{ kg m}^2}}$$

Zur Gleichung  $W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \omega^2$  sei bemerkt, daß ein rotierender Körper in Form eines Schwungrades als mechanischer Speicher für Energie verwendet wird. Infolge der Lagerreibung geht allerdings ein Teil der Energie fortlaufend „verloren“, d. h., sie wird in Wärme umgewandelt. Auch ist das Fassungsvermögen für Energie begrenzt. Schwungräder spielen aber z. B. eine große Rolle beim Betrieb von Verbrennungsmotoren. Hier wird die periodisch erzeugte mechanische Energie vom Schwungrad aufgenommen und kontinuierlich der anzutreibenden Maschine zugeführt. Der Energiestrom wird also „geglättet“ (Bild 2.53).

Von Bedeutung ist die Gleichung  $P = M \omega$  für die *Leistungsmessung* von Motoren usw. Bild 2.54 zeigt das Meßverfahren mit Hilfe einer *Bremswaage* (auch *PRONYscher Zaum* genannt). Auf der Motorwelle sind zwei Bremsbacken aufgesetzt. Mit Hilfe eines Hebels wird bei waagrecht stehendem Hebel ein positives Drehmoment  $M_G = G l$  erzeugt. Der Hebel bleibt nur in dieser

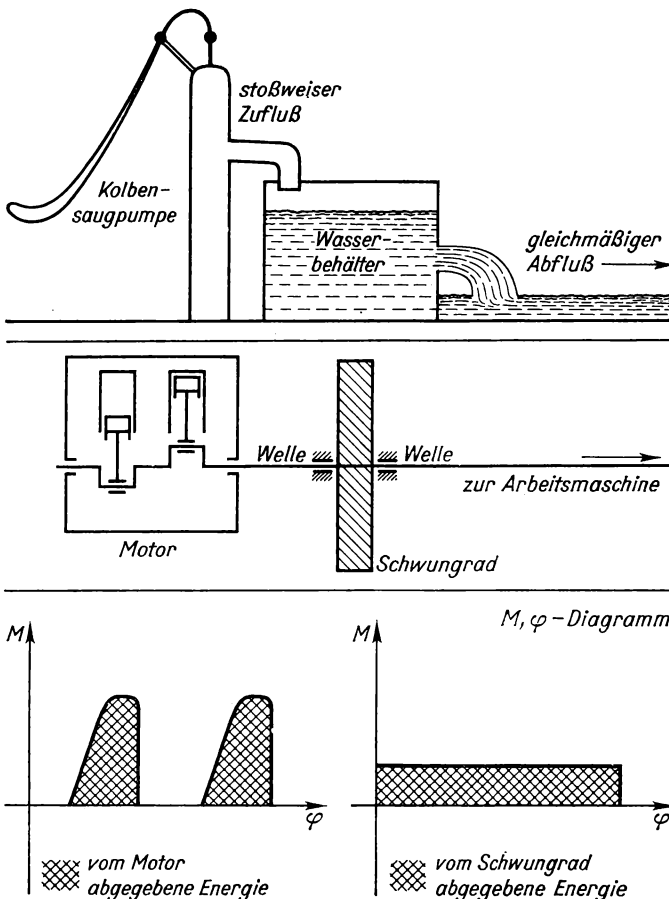
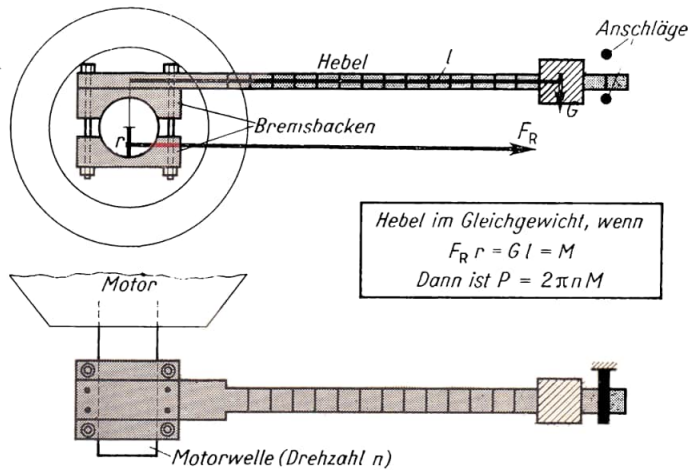


Bild 2.53 Zur Wirkung des Schwungrads

Bild 2.54 Bestimmung der Leistung eines Motors mit PRONYSchem Zaum



Lage, wenn ein negatives Drehmoment von gleichem Betrag an den Bremsbacken angreift. Dieses wird mit Hilfe der Reibung  $F_R$  von der rotierenden Welle auf die Bremsbacken übertragen. Im Gleichgewichtsfall ist  $M_M = F_R r = G l$ . Das Gleichgewicht wird durch Verändern des Hebelarms  $l$  hergestellt.

$G$ ,  $l$  und  $\omega = 2 \pi f$  sind leicht zu bestimmen und damit auch die Leistung  $P = 2 \pi G l f$ .

### Lehrbeispiel

2.18

Zur Bremswaage

Gegeben (im Gleichgewicht gemessen):  $l = 0,5 \text{ m}$       Gesucht:  $P$   
 $G = 1,5 \text{ kp}$   
 $f = 300 \text{ min}^{-1}$

$$P = 2 \pi G l f = 2 \pi \cdot 1,5 \text{ kp} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 300 \text{ min}^{-1} =$$

$$= \frac{2 \pi \cdot 15 \cdot 0,5 \cdot 300 \text{ kg m}^2}{60 \text{ s}^2 \cdot \text{s}} = \underline{\underline{235 \text{ W}}}$$

Die in Tafel 3 für die potentielle Energie der gespannten Feder angegebene Gleichung  $W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k' \varphi^2$  enthält die Federkonstante  $k'$  einer Drehfeder (Beispiel: Feder der Unruhe eines Uhrwerkes). Analog zur Definition  $k = F/s$  ist  $k' = M/\varphi$ ;  $k'$  gibt an, um welchen Winkel die Feder verdreht wird, wenn ein gegebenes Drehmoment angreift. Die Einheit von  $k'$  ist  $\text{Nm/rad} = \text{Nm}$ .

Auch für den *Drehimpuls* gilt ein *Erhaltungssatz*. Das Produkt  $J \omega$  ist in einem abgeschlossenen System konstant. Der Drehschemelversuch nach Bild 2.55 zeigt, daß eine Änderung des Trägheitsmoments eine Änderung der Drehzahl erzwingt. Auf der Anwendung des Drehimpulssatzes beruht die Technik verschiedener sportlicher Übungen, z. B. Reckturnen, Salto, Pirouette auf dem Eis. Auch die Tatsache, daß die Drehachse eines *Kreisels* ihre Lage im Raum beibehält, ist durch den Drehimpulssatz zu erklären. Der Drehimpuls ist eine vektorielle Größe und nach dem Erhaltungssatz muß auch die Richtung des Drehimpulses in einem abgeschlossenen System erhalten bleiben.

### Übungen

2.27

Der Motor einer Schleifscheibe von 30 cm Durchmesser kann eine Leistung von 0,8 kW abgeben. Welche Kraft kann beim Schleifen am Umfang der Scheibe wirksam werden, wenn die Drehfrequenz der Scheibe  $1500 \text{ min}^{-1}$  beträgt?

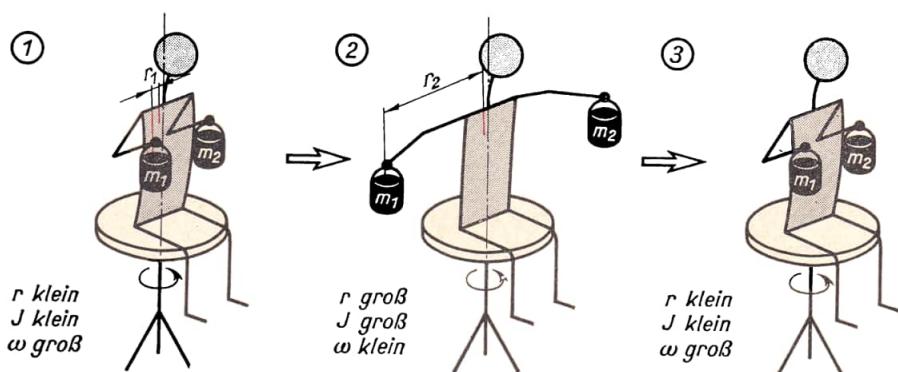


Bild 2.55 Drehschemelversuch zum Impulserhaltungssatz.

Ausstrecken der Arme: Verkleinerung der Drehzahl (Winkelgeschwindigkeit)

Anziehen der Arme: Vergrößerung der Drehzahl (Winkelgeschwindigkeit)

## 2.28

Auf der Welle eines horizontal gelagerten Rades sitzt eine Rolle von 40 cm Durchmesser. Über die Rolle läuft ein Seil, an dem ein Körper von 10 kg Masse hängt. Der Körper bewegt sich unter der Wirkung der Schwerkraft mit der Beschleunigung  $1 \text{ m/s}^2$  nach unten und setzt dadurch das Rad mit der Rolle in beschleunigte Drehbewegung.

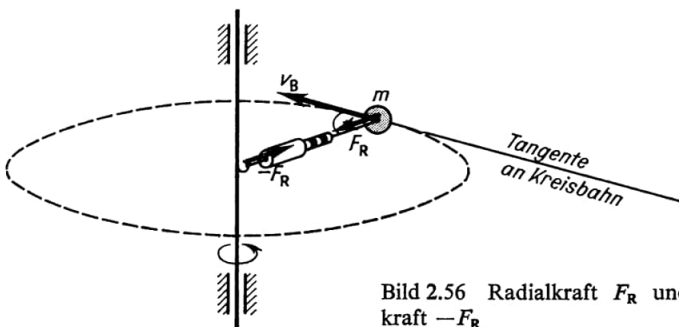
1. Wie groß ist das Massenträgheitsmoment der rotierenden Teile?

2. Welche Drehfrequenz hat das Rad, wenn der Körper von der Ruhelage aus 2 m zurückgelegt hat?

## 2.3.2.4. Radialkraft

Auf einem rotierenden Karussell oder in einem Fahrzeug, das eine Kurve durchfährt, müssen wir uns festhalten, um nicht nach außen geschleudert zu werden. Bei der Kreis- und Drehbewegung treten also Kräfte auf, und zwar auch dann, wenn die Drehzahl des rotierenden bzw. der Betrag der Bahngeschwindigkeit des kreisenden Körpers konstant ist.

Wir erläutern diese Kräfte anhand der Versuchsanordnung nach Bild 2.56. Hier ist ein Körper durch einen zwischen einer Achse und dem Körper gespannten Faden gezwungen, eine Kreisbahn zu beschreiben. In der Kinematik wurde gezeigt, daß eine Kreisbewegung nur möglich ist, wenn eine Radialbeschleunigung vom Betrag  $a_R = \omega^2 r = v_B^2/r$  vorhanden ist. Eine Beschleunigung setzt aber eine Kraft voraus. Diese entsteht hier als

Bild 2.56 Radialkraft  $F_R$  und ihre Wechselwirkungskraft  $-F_R$

elastische Zwangskraft im Faden bzw. in den Achslagern, da ja der Körper infolge seiner Trägheit dauernd das Bestreben hat, sich auf einer Geraden, d. h. also auf einer Tangente zur Kreisbahn zu bewegen. Die Kraft hat die gleiche Richtung wie die Radialbeschleunigung. Sie wird deshalb als *Radialkraft* bezeichnet. Ihr Betrag ergibt sich aus dem Grundgesetz  $F = m a$  mit  $a = a_R = \omega^2 r = v_B^2/r$ . Wir fassen zusammen:

Eine Kreisbewegung ist nur möglich, wenn eine zur Drehachse gerichtete Radialkraft vorhanden ist. Für diese gilt

$$\boxed{F_R = m \omega^2 r = m \frac{v_B^2}{r}} \quad \text{Radialkraft} \quad (2.50)$$

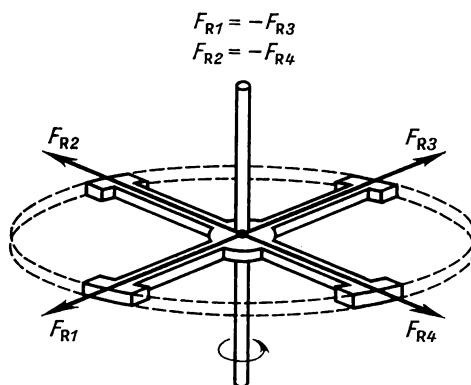
Beim Herumschleudern eines Steins an einer Schnur empfindet man die Wechselwirkungskraft zur Radialkraft als eine nach außen gerichtete Kraft.

Die Wechselwirkungskraft zur Radialkraft greift im Drehzentrum an. Sie ist nach außen gerichtet und dem Betrag nach gleich der Radialkraft.

Im Versuch nach Bild 2.56 zeigt der im Faden eingeschaltete Federkraftmesser den Betrag dieser Kraft an.

Es ist zu beachten, daß die Wechselwirkungskraft zur Radialkraft nicht am Körper, sondern am *Drehzentrum* angreift. Vom Standpunkt eines mitbewegten Beobachters aus gesehen, greift *am rotierenden Körper* eine nach außen gerichtete Kraft, die Zentrifugal- oder Fliehkraft, an. Diese Betrachtungsweise wird hier aber nicht näher erläutert. Unser Beobachter steht *außerhalb* des rotierenden Systems.

Bild 2.57 Gleichgewicht der Kräfte bei Rotation eines achsensymmetrischen Körpers. Alle auf die Achse wirkenden Kräfte heben einander auf. Lager werden nicht benötigt. (Die Schwerkraft ist nicht berücksichtigt.)



Auch bei der Rotation eines Körpers treten Radialkräfte und ihre Wechselwirkungskräfte auf, denn jeder Massenpunkt des rotierenden Körpers bewegt sich auf einer Kreisbahn. Bei der Rotation eines symmetrischen Körpers, dessen senkrecht stehende Drehachse die Symmetrieachse ist, bemerken wir allerdings keine Krafteinwirkungen auf die Achsenlager. Die Summe aller Radialkräfte ist hier wegen der Symmetrie des Körpers gleich Null (Bild 2.57). Innerhalb des rotierenden Körpers treten aber Kräfte auf, die bei zu hoher Drehzahl ( $F_R$  wächst mit dem Quadrat von  $f$ !) zur Zerstörung des Körpers führen können.



Eine wichtige Anwendung findet die Radialkraft bzw. ihre Wechselwirkungskraft in den Zentrifugen. Durch hohe Drehzahlen (50000 bis 100000  $\text{min}^{-1}$  in *Ultrazentrifugen*) lassen sich Kräfte erzeugen, die gegebenenfalls mit dem vieltausendfachen Betrag der Schwerkraft auf jedes Teilchen der rotierenden Substanz einwirken.

Betont sei aber, daß die Wechselwirkungskraft zur Radialkraft nur wirkt, solange die Radialkraft vorhanden ist. Reißt z. B. der Faden oder lösen sich Teile vom rotierenden Körper, so bewegen sich die nunmehr frei beweglichen Körper nur noch unter dem Einfluß der Schwerkraft. Sie verlassen die Kreisbahn in Richtung der Tangente. Sie bewegen sich also nicht etwa radial nach außen. Bei einem Kraftfahrzeug oder Fahrrad wirkt in der Kurve die Haftreibung zwischen Reifen und Straße als Radialkraft. Bei Eisglätte ist die Reibung sehr klein, und es kann nur eine kleine Radialkraft auf das Fahrzeug wirken. Es wird deshalb bei zu großer Geschwindigkeit oder beim Durchfahren einer Kurve mit sehr kleinem Radius „aus der Kurve getragen“. Dem wirkt man durch Überhöhung der Kurven entgegen (Bild 2.58).

### Lehrbeispiel

2.19

In Bild 2.59 wird ein mit 5 l Wasser gefüllter Eimer auf einer Kreisbahn mit 0,6 m Radius herumgeschleudert.

1. Welche Radialkraft tritt auf, wenn der Eimer mit konstanter Drehfrequenz von  $2 \text{ s}^{-1}$  kreist?
2. Welche Drehzahl muß mindestens eingehalten werden, damit kein Wasser ausläuft?

Gegeben:  $m = 5 \text{ kg}$       Gesucht:  $F_R, f_{\min}$

$$r = 0,6 \text{ m}$$

$$f = 2 \text{ s}^{-1}$$

$$1. F_R = m \omega^2 r = m \cdot 4 \pi^2 f^2 r = 5 \text{ kg} \cdot 4 \pi^2 \cdot 4 \text{ s}^{-2} \cdot 0,6 \text{ m} = \underline{\underline{475 \text{ N}}} \approx \underline{\underline{48 \text{ kp}}}$$

2. Im höchsten Punkt der Bahn wirkt das Gewicht des Wassers als Radialkraft. Das Wasser läuft aus, wenn die Drehfrequenz so klein wird, daß die Radialkraft kleiner ist als das gegebene Gewicht. Die Grenzbedingung lautet damit:

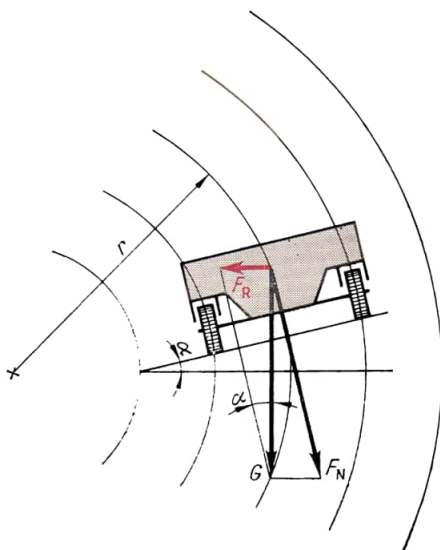


Bild 2.58 Überhöhung der Straße in der Kurve erzeugt Radialkraft. Aus der Skizze folgt:  $F_R = G \tan \alpha$ . Aus  $F_R = m v^2 / r$  und  $G = m g$  folgt  $\tan \alpha = v^2 / r g$



Bild 2.59  
Zu Lehrbeispiel 2.19



Minimum der Radialbeschleunigung = Fallbeschleunigung

$$g = \omega_{\min}^2 r;$$

$$\omega_{\min} = 2\pi f_{\min} = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$f_{\min} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{0,6}} \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{0,65 \text{ s}^{-1}}}$$

$$T_{\min} = \frac{1}{f_{\min}} = \underline{\underline{1,5 \text{ s}}}$$

### Übung

- 2.29** Geben Sie für den in Lehrbeispiel 2.19 angegebenen Fall der geringsten Drehfrequenz den Verlauf der im Arm auftretenden Zugkraft (Armkraft) während eines Umlaufs an (Skizze!).

### 2.3.2.5. Gravitation

Auch in der Natur beobachten wir Umlaufbewegungen. Die Erde kreist um die Sonne, der Mond um die Erde. KEPLER zeigte, daß die Bahnen dieser Himmelskörper Ellipsen sind. In vereinfachter Darstellung können wir sie jedoch als Kreisbahnen ansehen. Wie bei jeder Kreisbewegung muß auch hier eine Radialkraft wirken. Wir fragen, von welcher Art die hier auftretende Kraft ist.

NEWTON hatte als erster den für die damalige Zeit außergewöhnlich kühnen Gedanken, daß diese Kraft die Schwerkraft ist. Auch der Mond hat also ein Gewicht und wird durch dieses Gewicht gezwungen, sich auf seiner Kreisbahn zu bewegen. Darüber hinaus erkannte NEWTON: Nicht nur die Himmelskörper, sondern

- Alle Körper ziehen sich gegenseitig an.

Diese Erscheinung wird auf die Masse der Körper zurückgeführt. Sie heißt deshalb *Massenanziehung* oder *Gravitation*. Aus der Mondbewegung schloß NEWTON auf das

#### Gravitationsgesetz

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.51)$$

Die Gravitationskraft zwischen zwei Körpern ist proportional den Massen  $m_1$  und  $m_2$  dieser Körper und umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Abstandes  $r$ .

Der Proportionalitätsfaktor  $\gamma$  heißt *Gravitationskonstante*. Sie wurde 1798 von CAVENDISH nach dem Prinzip der in Bild 2.60 gezeigten Versuchsanordnung (Drehwaage) bestimmt. Man mißt in modernen Drehwaagen die Beschleunigung, mit der sich die kleinen Kugeln (Masse  $m_1$ ) bewegen, wenn die großen Kugeln (Masse  $m_2$ ) in ihre Nähe (Abstand  $r$ ) gebracht werden. Man findet

$$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \quad \text{Gravitationskonstante}$$

Somit ziehen einander zwei Massenpunkte von je 1 kg, die sich im Abstand von 1 m gegenüberstehen, mit der sehr geringen Kraft  $6,68 \cdot 10^{-11} \text{ N}$  an. Wir erkennen, daß merkliche Kräfte nur auftreten, wenn mindestens einer der Körper eine sehr große Masse hat.

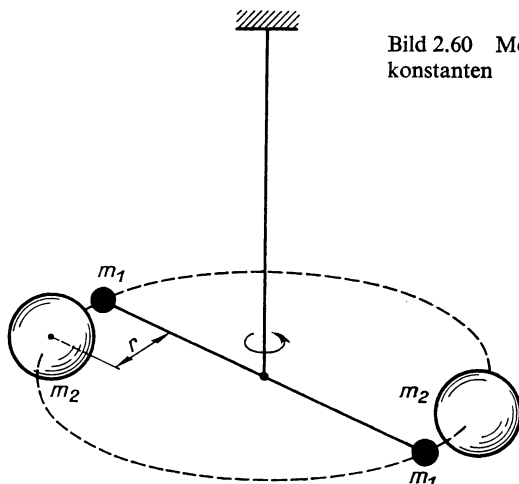


Bild 2.60 Meßprinzip zur Bestimmung der Gravitationskonstanten

Zu NEWTONS Zeiten war die Gravitationskonstante noch nicht gemessen. Doch konnte NEWTON bereits zeigen, daß sich mit Hilfe des Gravitationsgesetzes die Fallbeschleunigung in beliebiger Entfernung von der Erde bestimmen läßt und daß aus diesem Gesetz insbesondere die für die Mondbewegung zutreffende Radialbeschleunigung hervorgeht.

Die Gravitationskraft auf der Erdoberfläche beträgt  $F_E = \gamma \frac{m m_E}{r_E^2}$ , wenn  $m$  die Masse eines beliebigen Körpers,  $m_E$  die Masse der Erde, die man sich als Punktmasse im Erdmittelpunkt vorstellt, und  $r_E$  der Erdradius ist (Bild 2.61). Nach dem Grundgesetz ist  $F_E = m g_{rE}$  und somit die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche  $g_{rE} = \gamma m_E / r_E^2$ . In einer beliebigen Entfernung  $r$  vom Erdmittelpunkt gilt entsprechend  $g_r = \gamma m_E / r^2$ . Bilden wir das Verhältnis beider Beschleunigungen, so erhalten wir  $g_r / g_{rE} = r_E^2 / r^2$  und daraus  $g_r = g_{rE} \frac{r_E^2}{r^2}$ . Mit den bekannten Größen  $g_{rE} = 9,81 \text{ ms}^{-2}$  und  $r_E = 6370 \text{ km}$  läßt sich daraus die Fallbeschleunigung für jede Entfernung vom Erdmittelpunkt berechnen.

### Lehrbeispiel

- 2.20 Es ist zu bestätigen, daß die bei der Mondbewegung auftretende Radialkraft gleich der Gravitationskraft ist. (Mondbahndurchmesser  $60 r_E$ ; Umlaufzeit des Mondes  $T_M = 28 \frac{1}{2}$  Tage)

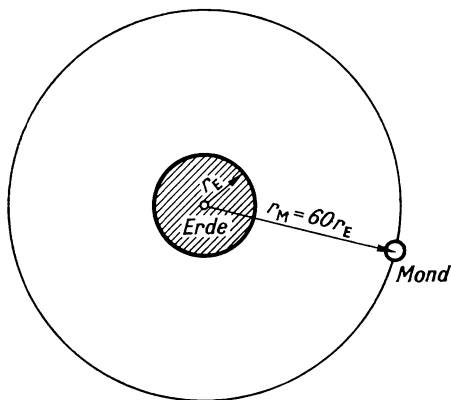


Bild 2.61 Zu Lehrbeispiel 2.20

Es muß gelten  $g_{rM}/g_{rE} = r_E^2/r_M^2$  und mit

$$g_{rM} = \omega_M^2 r_M = 4\pi^2 T_M^{-2} r_M$$

$$4\pi^2 r_M / T_M^2 g_{rE} = (r_E/r_M)^2$$

Für die rechte Seite erhalten wir

$$(r_E/60r_E)^2 = 1/3600 = 0,000278$$

Für die linke Seite erhalten wir

$$4\pi^2 r_M / T_M^2 g_{rE} = \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6370 \text{ km}}{28^2 \text{ d}^2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} =$$

$$= \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6370 \cdot 10^3 \text{ ms}^2}{28^2 \cdot 24^2 \cdot 3600^2 \text{ s}^2 \cdot 9,8 \text{ m}} = 0,000264$$

Es ergibt sich eine befriedigende Übereinstimmung, so daß die Annahme bestätigt ist.

Nach der Bestimmung der Gravitationskonstanten konnte mit Hilfe des Gravitationsgesetzes die Erdmasse bestimmt werden. Bei dieser „Wägung der Erde“ findet man

$$m_E = \frac{g_{rE} r_E^2}{\gamma} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \text{ für die Masse der Erde.}$$

Eine besondere Rolle spielt das Gravitationsgesetz bei der Berechnung der Bahnen von künstlichen Erdsatelliten und Raumschiffen. Auch für ihre Bahnen gilt, soweit die Flugkörper nicht angetrieben werden, daß das Gewicht als Radialkraft wirkt.

### Übung

- 2.30 Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Raumschiff, das die Erde in einer Höhe von 400 km umkreist? Wie groß ist seine Umlaufzeit?

## 2.3.3. Statik

Der Begriff *Kraft* wurde in [2.3.1.1.] eingeführt. Dort erkannten wir, daß eine Kraft Ursache der Beschleunigung eines Körpers ist. Kräfte können jedoch auch andere Wirkungen ausüben. Ein fester Körper kann unter dem Einfluß einer Kraft verformt werden. Häufig sind solche Formänderungen sehr geringfügig. Dann dürfen wir den festen Körper als *starr* ansehen. Seine *Form* soll sich jetzt gar *nicht verändern* können.

An einem starren Körper können Kräfte angreifen, ohne daß er seine Bewegung ändert [2.3.1.5.]. Die Kräfte befinden sich dann im *Gleichgewicht*. Dieses Teilgebiet der Lehre von den Kräften, die *Statik*, wollen wir im folgenden behandeln. Dabei werden wir uns stets auf Kräfte beschränken, deren Wirkungslinien in einer Ebene liegen.

### 2.3.3.1. Zusammensetzen von Kräften mit verschiedenen Angriffspunkten

An einem starren Körper greifen Kräfte im allgemeinen nicht in einem Punkt an. Bild 2.62 zeigt drei solche Kräfte, die alle in der Zeichenebene liegen. Wir erkennen, daß die Wirkung der Kraft  $F_1$  auf den Körper unverändert bleibt, wenn eine Kraft  $F'_1 = F_1$  an anderer Stelle am Körper angreift. Die Kräfte müssen nur eine gemeinsame Wirkungslinie haben. Wir dürfen am starren Körper eine Kraft in ihrer Wirkungslinie beliebig verschieben. Nun lassen sich zwei Kräfte so verschieben, daß sie einen gemeinsamen Angriffspunkt, den Schnittpunkt ihrer Wirkungslinien, haben. Dann lassen sie sich zusammensetzen, wie in [2.3.1.8.] gezeigt wurde. Die Resultierende setzen wir darauf in gleicher Weise mit der dritten Kraft zusammen. Bild 2.62 zeigt zwei mögliche Wege. Die resul-

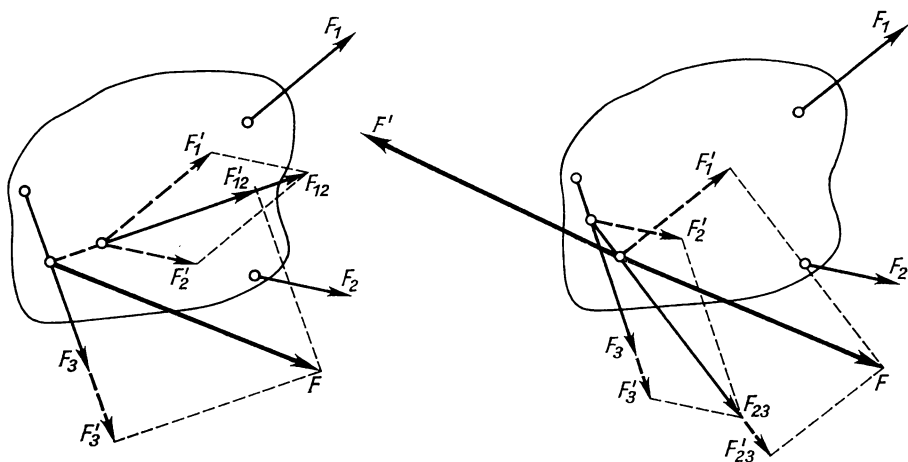


Bild 2.62 Zusammensetzen von Kräften am starren Körper

tierende Kraft  $F$  übt auf den Körper die gleiche Wirkung aus wie die drei Kräfte  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$ . Die Gegenkraft  $F'$  zur Kraft  $F$  sorgt dafür, daß sich der Körper im Gleichgewicht befindet, wenn die Kräfte  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  und  $F'$  an ihm angreifen.

### 2.3.3.2. Zusammensetzen von Drehmomenten mit gemeinsamer Drehachse

Für einen punktförmigen Körper lautete die *Gleichgewichtsbedingung* einfach  $\Sigma F = 0$ . Diese Bedingung reicht beim starren Körper nicht aus. Der punktförmige Körper kann nur eine fortschreitende Bewegung ausführen. Diese *Translation* bleibt erhalten, wenn die Summe aller angreifenden Kräfte verschwindet. Ein starrer Körper kann sich noch um eine beliebige Achse drehen, er kann eine *Rotation* ausführen. Die Änderung einer Drehbewegung erfolgt aber durch ein *Drehmoment* [2.3.2.1.]. Wie wirken nun mehrere Drehmomente auf einen Körper?

Diesen Fall veranschaulichen wir an einem drehbar gelagerten starren Körper, einem *Hebel*. Bild 2.63 zeigt drei angreifende Kräfte.  $F_1$  und  $F_2$  würden den Hebel rechts herum,  $F_3$  dagegen würde ihn links herum drehen. Den unterschiedlichen Drehsinn kennzeichnen wir durch ein Vorzeichen. Linksdrehende Momente erhalten das positive Vorzeichen. Dann gilt für unseren Hebel die Gleichgewichtsbedingung

$$F_3 l_3 - F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0$$

oder allgemein:

Ein starrer, um eine feste Achse drehbarer Körper ist dann im Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe aller Drehmomente gleich Null ist.

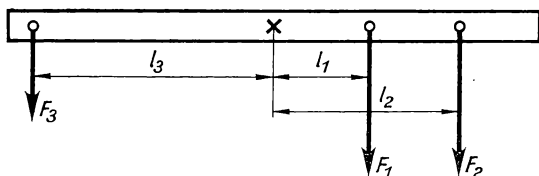


Bild 2.63 Gleichgewicht am Hebel

Diese Summe aller Drehmomente stellt das *resultierende Drehmoment* dar und ist im allgemeinen nicht gleich Null:

$$M = \Sigma M_i \quad \text{Resultierendes Drehmoment}$$

### Übung

2.31

An einem Hebel greifen drei Kräfte an, wie in Bild 2.63 dargestellt. Der Hebel wird masselos angenommen. Ermitteln Sie das resultierende Drehmoment. ( $F_1 = 5 \text{ kp}$ ;  $F_2 = 5 \text{ kp}$ ;  $F_3 = 3 \text{ kp}$ ;  $l_1 = 30 \text{ cm}$ ;  $l_2 = 60 \text{ cm}$ ;  $l_3 = 80 \text{ cm}$ )

### 2.3.3.3. Kräftepaar

Zwei gleich große und entgegengesetzt gerichtete (antiparallele) Kräfte verschiedener Wirkungslinien nennt man ein *Kräftepaar*. Ein solches Kräftepaar greift an einem starren Körper an. Befindet sich dieser Körper im Gleichgewicht?

Die entgegengesetzt gleich großen Kräfte heben einander z. T. in ihrer Wirkung auf. Der Körper wird seine fortschreitende Bewegung nicht ändern. Das Kräftepaar wird aber die Drehbewegung des Körpers verändern! Eine Rotation wird durch ein Drehmoment hervorgerufen. Deshalb schreibt man einem Kräftepaar ein Drehmoment zu vom Betrage

$$M = F l$$

Drehmoment des Kräftepaares

(2.40')

Der Betrag des *Drehmomentes eines Kräftepaares* ist gleich dem Produkt aus *einer* Kraft und dem senkrecht gemessenen Abstand der Wirkungslinien beider Kräfte.

Das leuchtet ohne weiteres ein, wenn wir die Drehachse, über deren Lage wir bisher nicht verfügten, senkrecht zur Zeichenebene durch den Punkt *A* (Bild 2.64) legen. Der Körper wird dann allein durch die Kraft  $F_2$  gedreht, das Drehmoment ist  $M = F_2 l$ .

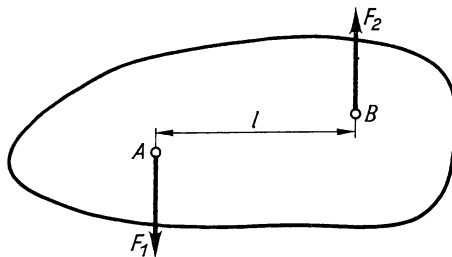


Bild 2.64 Kräftepaar

### 2.3.3.4. Massenmittelpunkt

Für punktförmige Körper gelten besonders einfache Bewegungsgesetze. Punktförmige Körper können nicht rotieren. Deshalb ist es in der Physik oft nützlich, daß man sich die gesamte Masse eines Körpers in einem Punkt vereinigt denkt. Diesen *Massenmittelpunkt* oder *Schwerpunkt* wählen wir so, daß die Summe der Drehmomente aller Teile des Körpers um eine beliebige Achse durch diesen Punkt Null wird, daß also kein resultierendes Drehmoment entsteht. Das können wir durch ein Experiment erreichen, indem wir den Körper an verschiedenen Punkten aufhängen und jeweils das Lot vom Aufhängepunkt fallen. Die so entstehenden *Schwerelinien* schneiden einander alle im Massenmittelpunkt des Körpers.

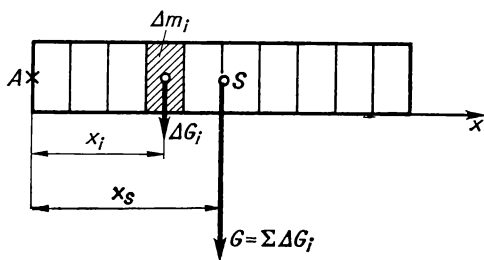


Bild 2.65 Zur Ermittlung der Koordinate  $x_S$  des Massenmittelpunktes

Nun wollen wir die Gleichungen zur Bestimmung des Massenmittelpunktes herleiten. Wir denken uns einen Körper in kleine Teilchen der Masse  $\Delta m_i$  zerlegt. Jedes kleine Teilchen hat das Gewicht  $\Delta G_i = \Delta m_i g$ . Dann gilt für eine Drehung um eine Achse  $A$  (Bild 2.65) die Gleichgewichtsbedingung

$$G x_S = \Delta G_1 x_1 + \Delta G_2 x_2 + \dots = \sum_{i=1}^n \Delta G_i x_i$$

Darin ist  $x_S$  die Koordinate des Schwerpunktes:

$$x_S = \frac{1}{G} \sum_{i=1}^n \Delta G_i x_i \quad \text{oder wegen} \quad G = mg$$

$$x_S = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \Delta m_i x_i \quad (2.52)$$

Gleichartige Überlegungen für die  $y$ - und die  $z$ -Richtung führen zu entsprechenden Gleichungen für die  $y$ - und für die  $z$ -Koordinate des Schwerpunktes:

$$y_S = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \Delta m_i y_i; \quad z_S = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \Delta m_i z_i \quad (2.52') \quad (2.52'')$$

### Lehrbeispiel

#### 2.21

Der Schwerpunkt eines homogenen Körpers (Grundriß gleichschenkliges Dreieck:  $g = 20$  cm,  $h = 50$  cm, Dicke gleichmäßig  $d = 5$  cm) soll näherungsweise bestimmt werden.

Nach Bild 2.66 liegt ein gleichschenkliges Dreieck vor. Aus Symmetriegründen liegt der Schwerpunkt auf der Mittelachse und in der Körpermitte. Es sind also  $y_S = 0$  und  $z_S = d/2 = 2,5$  cm. Die  $x$ -Koordinate des Schwerpunktes bestimmen wir nach Gleichung (2.52): Wir setzen zunächst  $m = \rho V$  und  $V = Ad$  in die Gleichung ein. Dann folgt

$$x_S = \frac{1}{A} \sum A_i x_i$$

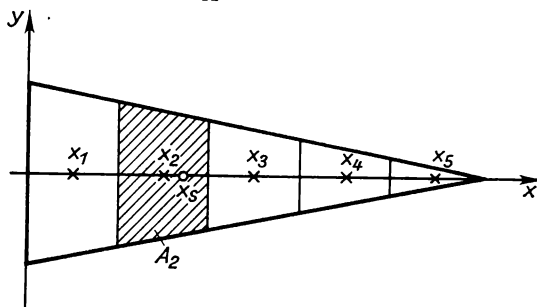


Bild 2.66 Zur Ermittlung des Schwerpunktes eines Körpers (zu Lehrbeispiel 2.21)

( $q$  und  $d$  fallen durch Kürzen aus der Gleichung heraus.) Wir berechnen für die 5 Teilstücke (willkürlich gewählt, vgl. Bild):

	$x_i/\text{cm}$	$A_i/\text{cm}^2$	$A_i x_i/\text{cm}^3$
1	5	180	900
2	15	140	2100
3	25	100	2500
4	35	60	2100
5	45	20	900

und bilden die Summe aller Produkte  $A_i x_i$ :

$$\Sigma A_i x_i = 8500 \text{ cm}^3$$

$$x_s = \frac{8500 \text{ cm}^3}{500 \text{ cm}^2} = 17 \text{ cm} \approx \frac{1}{3} h \quad (\text{Bei exakter Berechnung des Schwerpunktes folgt } x_s = \frac{1}{3} h.)$$

### 2.3.3.5. Gleichgewichtsbedingungen für den starren Körper

Ein Körper befindet sich nur im Gleichgewicht, wenn sowohl seine Translation wie auch seine Rotation nicht verändert wird. Ursache für die Änderung der Translation ist eine Kraft, für die Änderung der Rotation ein Drehmoment [2.3.1.1.], [2.3.1.3.], [2.3.2.1.]. In [2.3.3.1.] wählten wir als Angriffspunkt der resultierenden Kraft den Schnittpunkt der Wirkungslinien zweier Kräfte. Dann entsteht kein Drehmoment. Wählen wir aber irgendeinen anderen Angriffspunkt für die Gegenkraft, die den starren Körper im Gleichgewicht halten soll, so entsteht noch ein resultierendes Drehmoment. Stets aber gilt:

■ Ein beliebiges System von Kräften, die an einem starren Körper angreifen, läßt sich stets vereinfachen zu einem System mit *einer Kraft* und *einem Kräftepaar*.

Betrachten wir der Übersichtlichkeit halber nur die beiden Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  (Bild 2.67) und wählen wir den Angriffspunkt  $A$  für die eine resultierende Kraft. Dann tragen wir in  $A$  die Kräfte  $F'_1$  und  $-F'_1$  sowie  $F'_2$  und  $-F'_2$  an. Diese heben sich gegenseitig auf und verändern somit nichts am Gleichgewicht des Körpers. (Die gestrichelten Kräfte sind den ungestrichelten dargestellt gleich, haben nur einen anderen Angriffspunkt, z. B.  $F_1 = F'_1$ .)  $F'_1$  und  $F'_2$  fassen wir nunmehr zu der in  $A$  angreifenden Resultierenden  $F$  zusammen. Dann bleiben noch zwei Kräftepaare mit den Drehmomenten  $M_1 = F_1 l_1$  und  $M_2 = F_2 l_2$ , die sich zu einem resultierenden Drehmoment  $M$  zusammensetzen lassen. In gleicher Weise können wir auch verfahren, wenn wir als Angriffspunkt der Resultierenden  $F$  einen beliebig gelegenen anderen Punkt wählen. Stets erhalten wir eine Resultierende  $F$ , die immer gleich ist, und ein resultierendes Drehmoment. Der Betrag dieses Momentes richtet sich nach der Wahl des Angriffspunktes von  $F$ . Der in Bild 2.67 dargestellte Körper befindet sich also im Gleichgewicht, wenn die resultierende Kraft  $F$  durch eine Gegenkraft  $F'$  und das resultierende Drehmoment durch das Drehmoment eines beliebig gelegenen Kräftepaares vom Betrage  $M_3 = F_3 l_3 = F_1 l_1 + F_2 l_2$  aufgehoben wird. Allgemein folgt damit die

*Gleichgewichtsbedingung für den starren Körper:*

■ Am starren Körper herrscht Gleichgewicht, wenn die Summe aller Kräfte und die Summe aller Drehmomente um einen beliebigen Punkt gleich Null sind.

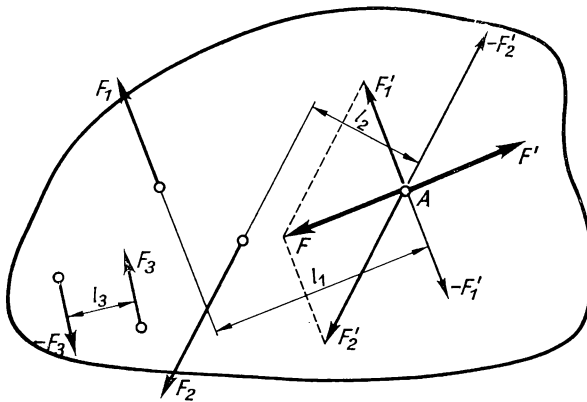


Bild 2.67 Mehrere beliebig an einem Körper angreifende Kräfte lassen sich zu einer resultierenden Kraft und einem Kräftepaar zusammenfassen. Rot gezeichnete Kräfte bewirken Gleichgewicht

### 2.3.3.6. Gleichgewichtszustände des starren Körpers

In [2.3.3.5.] lernten wir die Gleichgewichtsbedingungen kennen. Wie können wir sie verwirklichen? Die resultierende Kraft  $F$  heben wir durch eine Gegenkraft  $F'$  auf. Diese Gegenkraft ist z. B. gegeben durch eine Unterlage, auf der der Körper ruht, oder durch irgendeine Befestigung. In gleicher Weise kompensieren wir auch das resultierende Drehmoment. Der Körper befindet sich nun in dauernder Ruhe, er ist im *Gleichgewicht*. Dieses Gleichgewicht kann stabil, labil oder indifferent sein.

Befindet sich ein Körper im *stabilen Gleichgewicht*, so kehrt er nach einem kleinen An-

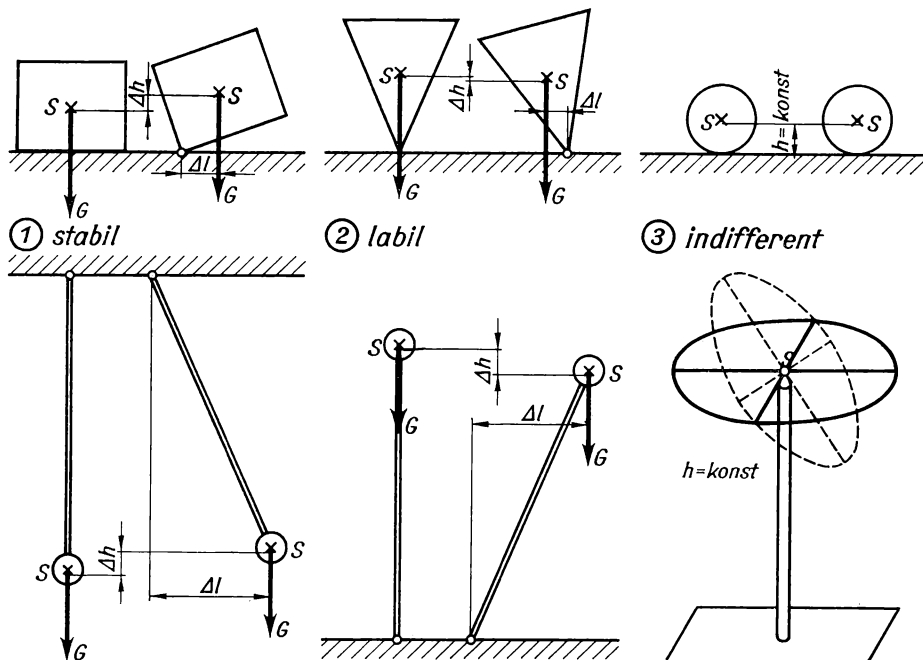


Bild 2.68 Gleichgewichtszustände des starren Körpers: 1. stabiles, 2. labiles, 3. indifferentes Gleichgewicht



stoß, nach einer *kleinen Verrückung*, wieder in die Gleichgewichtslage zurück (Bild 2.68.1). Ein Drehmoment  $M = G \Delta l$  bewirkt diese Rückkehr.

Bild 2.68.2 zeigt zwei Körper im *labilen Gleichgewicht*. Nach einer kleinen Verrückung kehrt ein solcher Körper nicht in die alte Lage zurück. Wegen des Drehmomentes  $M = G \Delta l$  (vgl. Bild) entfernt der Körper sich so weit wie möglich von der labilen Lage. Da bereits sehr kleine Erschütterungen eine kleine Verrückung bewirken, wird ein Körper meist nur für kurze Zeit im labilen Gleichgewicht verharren.

Im *indifferenten Gleichgewicht* befindet sich beispielsweise eine homogene Kugel auf einer horizontalen Unterlage. Ihr Schwerpunkt liegt in jeder Lage senkrecht über dem Unterstützungspunkt. Das im Schwerpunkt angreifende Gewicht  $G$  der Kugel kann folglich kein Drehmoment hervorrufen. Wenn man irgendeinen anderen Körper im Schwerpunkt unterstützt, so befindet er sich ebenfalls im indifferenten Gleichgewicht. Er verharrt in jeder beliebigen Lage, da niemals ein Drehmoment auftreten kann (Bild 2.68.3).

Ebenso wichtig wie interessant ist die Betrachtung der *potentiellen Energie* des Körpers in der Gleichgewichtslage. Da wir uns die gesamte Masse des Körpers in seinem Schwerpunkt vereinigt denken können, beobachten wir jeweils die Höhenänderung  $\Delta h$  dieses Schwerpunktes. Nach Bild 2.68.1 ist  $\Delta h$  stets positiv, bei jeder Verrückung wächst somit die potentielle Energie des Körpers. Wir müssen an ihm Arbeit verrichten. Somit folgt:

■ Im *stabilen* Gleichgewicht ist die potentielle Energie des Körpers ein Minimum:  
 $W_p = \min.$

Für die labile Lage gilt entgegengesetzt: Die Höhe des Schwerpunktes nimmt bei jeder Verrückung ab ( $\Delta h < 0$ ; Bild 2.68.2). Folglich nimmt auch die potentielle Energie ab. Der Körper verrichtet Arbeit, wenn er die labile Lage verläßt. Wir merken uns:

■ Im *labilen* Gleichgewicht ist die potentielle Energie des Körpers ein Maximum:  
 $W_p = \max.$

Nach Bild 2.68.3 ändert sich bei beliebiger Änderung der Lage des Körpers die Höhe seines Schwerpunktes nicht. Damit ist auch die potentielle Energie konstant. Arbeit ist weder aufzuwenden noch wird sie abgegeben.

■ Im *indifferenten* Gleichgewicht kann sich die potentielle Energie des Körpers nicht verändern:  $W_p = \text{konst.}$

Die besondere Bedeutung dieser Überlegungen besteht darin, daß der Zusammenhang Gleichgewicht — potentielle Energie, der hier für die Schwerkraft hergeleitet wurde, auch für beliebige andere Kräfte gilt (Federkraft, elektrische oder magnetische Kraft, ...). Er gilt auch noch, wenn mehrere Körper durch Kräfte miteinander in Wechselwirkung stehen. Stets wird der stabile Zustand durch ein Minimum an potentieller Energie gekennzeichnet.

### 2.3.3.7. Hebel, Rollen und Winden

Als Beispiel für die Anwendung der Gesetze zum Gleichgewicht starrer Körper wollen wir den *Hebel* betrachten. Er soll um eine Achse durch den Punkt  $A$  drehbar sein (Bild 2.69). Die beiden am Hebel angreifenden Kräfte werden durch das Lager aufgenommen. Im Lager werden dadurch die entsprechenden *Zwangskräfte*  $F'_1$  und  $F'_2$  hervorgerufen. Deren Resultierende  $F'$  befindet sich mit den beiden Kräften  $F_1$  und  $F_2$  im Gleichgewicht. Nun sind aber noch zwei Kräftepaare  $F_1 F'_1$  und  $F_2 F'_2$  mit den Momenten  $M_1 = -F_1 l_1$  und  $M_2 = F_2 l_2$  vorhanden. Gleichgewicht herrscht, wenn die Summe dieser Momente verschwindet. Es muß also  $\Sigma M = 0$  oder  $F_2 l_2 - F_1 l_1 = 0$  sein.

Am Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die Summe aller Drehmomente gleich Null ist:  $\Sigma M = 0$ .

Ähnliche Überlegungen lassen sich auch für die *feste* und für die *lose Rolle* sowie für *Winden* anstellen. Bild 2.70 faßt einige *einfache Maschinen* zusammen. In einigen Fällen ist rot eingezeichnet, wie sich die jeweilige Maschine als Hebel auffassen läßt.

Alle *Waagen* außer Federwaagen sind Hebel. Hebelwaagen dienen der *Bestimmung der Masse* eines Körpers. An der Waage herrscht Gleichgewicht, wenn die Momentensumme gleich Null ist. Dann ist

$$F_1 r_1 = F_2 r_2 \quad \text{oder} \quad m_1 g r_1 = m_2 g r_2$$

und mit  $m_1$  als unbekannter Masse,  $m_2$  als Vergleichsmasse (*Wägestück*, früher meist Gewicht oder Gewichtsstück genannt)

$$m_1 = m_2 \frac{r_2}{r_1}.$$

Bei der *römischen Schnellwaage* sind  $m_2 = \text{konst}$  und  $r_1 = \text{konst}$ ,  $r_2$  wird verändert. Mit  $r_2$  folgt dann nach der obigen Gleichung die zu bestimmende Masse  $m_1$ . Bei *Balkenwaagen* sind  $r_1 = r_2 = \text{konst}$  und  $m_2$  veränderlich (verschiedene Wägestücke). Bild 2.71 zeigt das Prinzip und im Foto eine Analysenwaage. Im Bild erkennt man auch, daß bei geringer Verrückung des Waagebalkens der Schwerpunkt  $S$  angehoben wird. Die Waage kehrt dann in ihre stabile Gleichgewichtslage zurück. Je empfindlicher jedoch eine Waage ist, um so länger schwingt sie um diese Lage, bevor sie wegen der stets vorhandenen Reibung stillsteht.<sup>1)</sup>

Mit großem Vorteil lassen sich die Gesetze für alle einfachen Maschinen mit Hilfe des *Prinzips der virtuellen Verschiebungen* finden. Dieses Prinzip gilt für ein abgeschlossenes mechanisches System und sagt etwa aus: Nimmt man eine mit den Bewegungsmöglich-

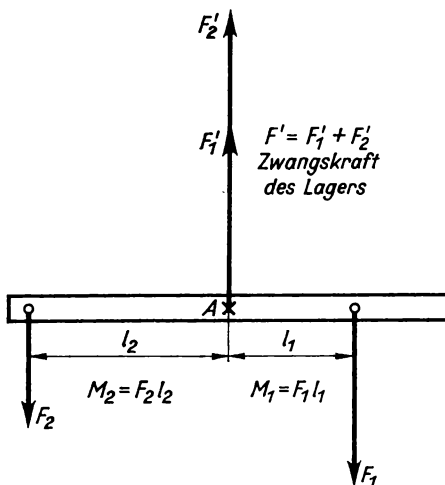


Bild 2.69 Kräfte und Drehmomente am Hebel

<sup>1)</sup> Über den Umgang mit Waagen lesen Sie den entsprechenden Abschnitt in KRETSCHMAR/MENDE/WOLLMANN: Physikalisches Praktikum. 3. Auflage. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1968

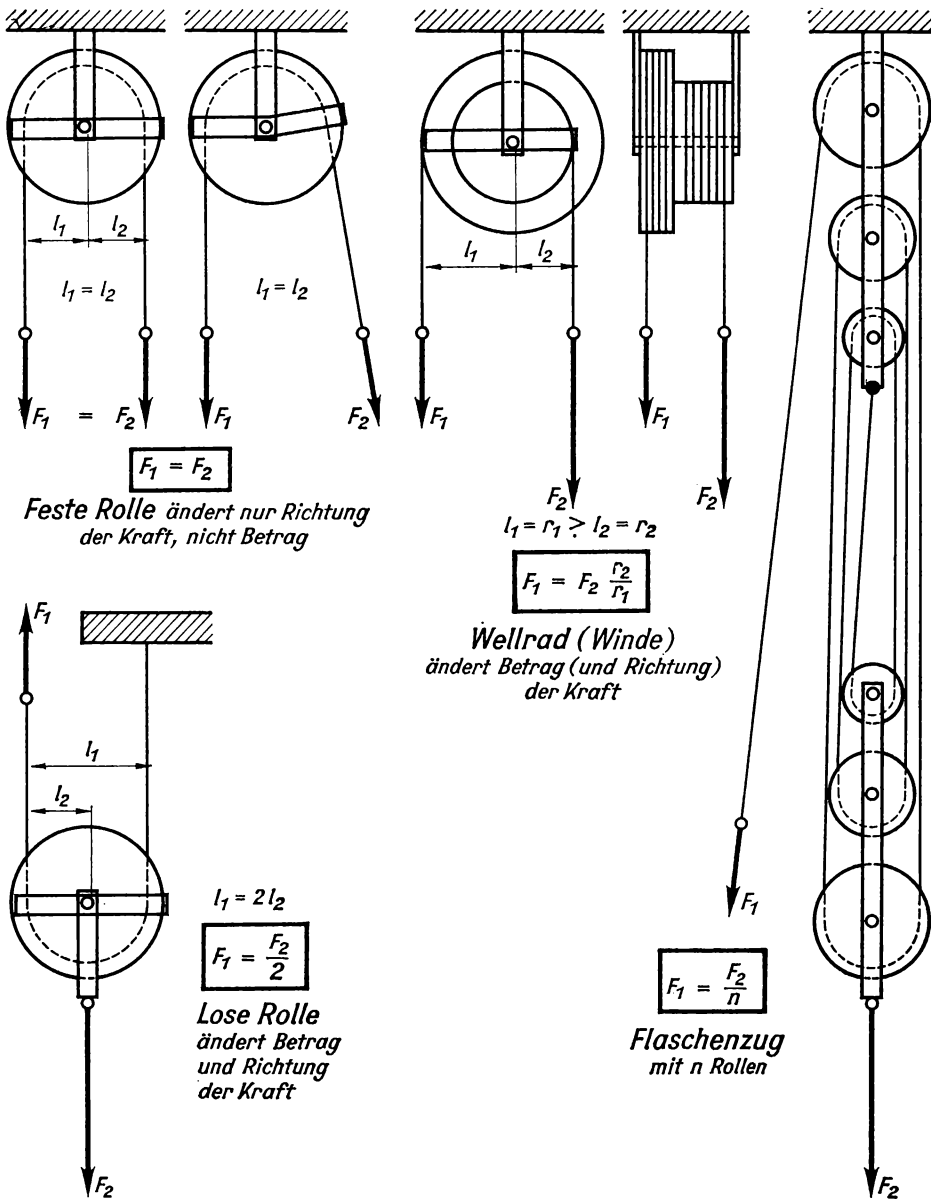
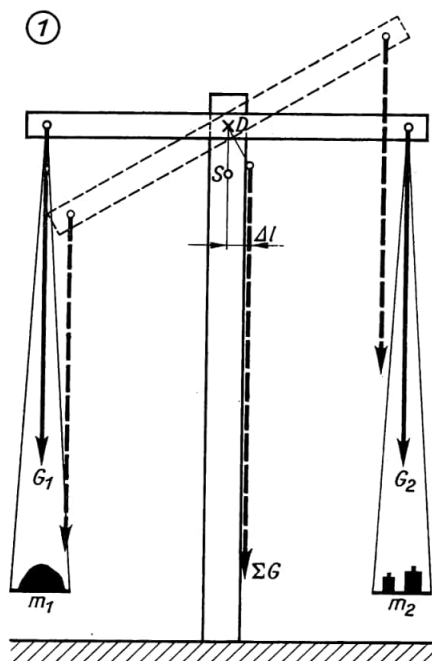


Bild 2.70 ] Beispiele für einfache Maschinen

keiten des Systems verträgliche, gedachte (eben eine *virtuelle*) Verschiebung vor, dann ist die Summe der dabei verrichteten Arbeit Null.

Alle Teile z. B. des *Hebels* in Bild 2.72 würden gleichzeitig eine kleine Verschiebung ausführen. Die Angriffspunkte der Kräfte würden die Wege  $-\Delta s_1$  und  $+\Delta s_2$  zurücklegen ( $-\Delta s_1$  ist entgegen der Kraft  $F_1$  gerichtet). Dabei würden die Arbeit  $\Delta W_1 = -F_1 \Delta s_1$



Schwerpunkt  $S$  liegt unterhalb von  
Drehpunkt  $D$

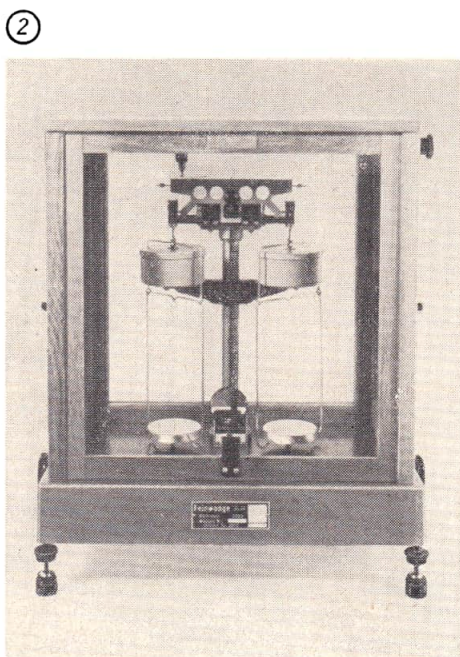


Bild 2.71 Balkenwaage: 1. Prinzip,  
2. Analysenwaage

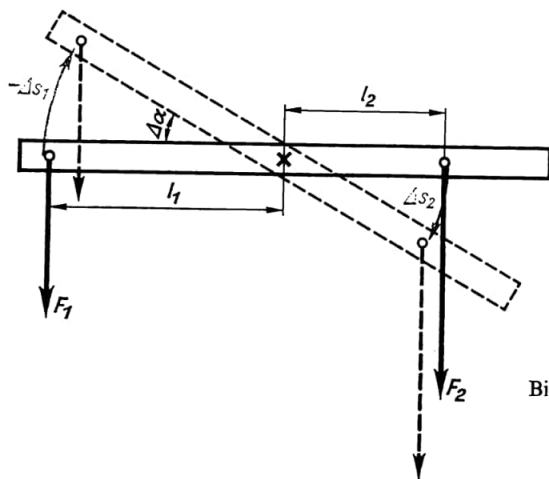


Bild 2.72 Arbeit bei Drehung des Hebels

und die Arbeit  $\Delta W_2 = F_2 \Delta s_2$  verrichtet. Nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebung muß nun gelten:

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2 = 0 \quad \text{oder} \quad -F_1 \Delta s_1 + F_2 \Delta s_2 = 0$$

Mit  $\Delta s = l \Delta \alpha$  folgt daraus, wenn wir noch beachten, daß  $\Delta \alpha$  für beide Seiten gleich ist, das uns schon bekannte *Hebelgesetz*:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2$$

Am *Flaschenzug* in Bild 2.70 wirken die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  (Last). Denken wir uns die Last um die Strecke  $\Delta s_2$  gehoben (virtuell verrückt), so müssen alle Seile zwischen den Rollen um dieses Stückchen verkürzt werden. Bei vier Rollen zählen wir auch vier, bei  $n$  Rollen  $n$  gespannte Seile zwischen den Rollen. Durch unsere Muskelkraft führen wir der Maschine die Arbeit  $\Delta W_1 = F_1 \Delta s_1 = F_1 n \Delta s_2$  zu. Die Last wird gehoben, d. h., die Maschine liefert Arbeit  $\Delta W_2 = -F_2 \Delta s_2$ . Nach dem oben Gesagten gilt

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2 = F_1 n \Delta s_1 - F_2 \Delta s_2 = 0$$

$$F_1 = F_2/n$$

Noch mehr Beispiele könnten wir anführen. Das Prinzip der virtuellen Verrückungen drückt zugleich den *Energieerhaltungssatz der Mechanik* [2.3.1.14.] aus. Deshalb hat es einen so weiten Anwendungsbereich. Für die einfachen Maschinen im besonderen gilt:

Alle einfachen Maschinen sind kraftumformende Einrichtungen. Die Energie bleibt in jedem Falle erhalten. Die Arbeit vermittelt der Kraft ist gleich der Arbeit an der Last.

## 2.4. Mechanik der Flüssigkeiten und Gase

Flüssige und gasförmige Körper zeigen eine Reihe von Besonderheiten. Die Kenntnis dieser Eigenschaften führte zum weitreichenden technischen Einsatz von Flüssigkeiten und Gasen. Neben die Verwendung als Rohstoff schlechthin tritt in zunehmendem Maße der Einsatz in Produktionsmaschinen. Die *Hydraulik* als technische Disziplin tritt immer mehr hervor. *Pneumatische* Geräte treten insbesondere in explosionsgefährdeten Anlagen an die Stelle elektronischer Geräte und können Operationen zur Kontrolle und Steuerung von Produktionsprozessen ausführen. Solche Geräte erlauben auch den Aufbau von Rechenmaschinen.

Im Folgenden untersuchen wir zunächst das *statische* Verhalten. Dann sollen die wesentlichen *Wirkungen zwischenmolekularer Kräfte* betrachtet werden. Abschließend folgt ein kurzer Einblick in die wichtigsten *Strömungsgesetze*.

### 2.4.1. Allgemeine Eigenschaften der Flüssigkeiten und Gase

Bereits in [2.1.2.] finden wir einige Hinweise zu den für verschiedene Aggregatzustände charakteristischen Eigenschaften. Hier wollen wir noch einmal eine tabellarische Übersicht über die Merkmale zur Unterscheidung der drei Aggregatzustände geben. Die Angaben lassen sich naturgemäß nur relativ und recht allgemein machen.

Aggregatzustand:	fest	flüssig	gasförmig
Abstand der Molekeln	klein	etwas größer	viel größer
Bewegung der Molekeln	Schwingungen um festen Punkt	regellos	regellos, sehr große Geschwindigkeit
Kohäsionskräfte	sehr groß	groß	sehr gering
Verschiebbarkeit der Molekeln	mit großem Kraftaufwand möglich	leicht möglich	sehr leicht möglich
Volumen	bestimmt	bestimmt	unbestimmt
Gestalt	bestimmt	unbestimmt	unbestimmt

Bild 2.73

Flüssigkeiten bilden im Schwerfeld eine waagerechte Oberfläche

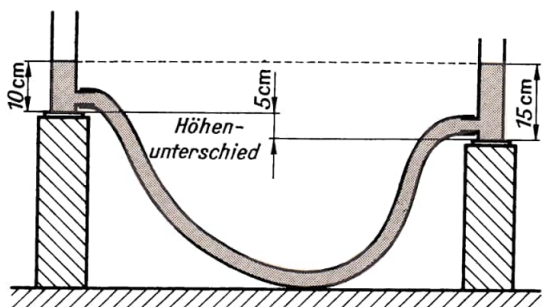
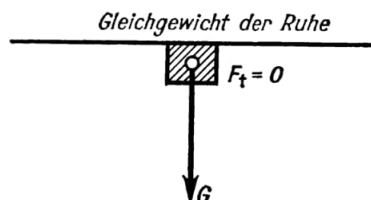
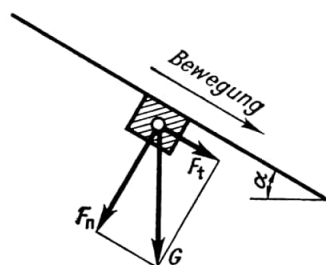


Bild 2.74 Schlauchkanalwaage

Zur Gestalt eines flüssigen Körpers ist noch mehr zu sagen. Im Schwerfeld der Erde nimmt eine Flüssigkeit die Gestalt des Gefäßes an, das sie so weit ausfüllt, wie das vorhandene Volumen es erlaubt. Dabei ist eine kleine Oberfläche stets waagrecht. Das läßt sich leicht erklären. Wäre nach Bild 2.73 die Oberfläche unter dem Winkel  $\alpha$  gegen die Waagerechte geneigt, so würden im Schwerfeld der Erde an dem leicht verschiebbaren Flüssigkeitsteilchen (schraffiert) die beiden Teilkräfte des Gewichtes  $F_t$  und  $F_n$  angreifen (tangential und normal). Die Tangentialkraft würde das Teilchen in Pfeilrichtung so lange verschieben, bis die waagerechte Oberfläche hergestellt ist. Dann ist  $F_t = 0$ , das Teilchen wird nicht mehr weiter verschoben. Die waagerechte Oberfläche finden wir auch noch, wenn diese unterbrochen ist: *verbundene Gefäße* (Anwendung: Schlauchkanalwaage, Bild 2.74). Größere Wasserflächen auf der Erde sind annähernd Kugelflächen (Meeresoberfläche).

Wirkt auf einen freien flüssigen Körper keine resultierende Kraft, so würde er wegen der Zusammenhangskraft seiner Molekeln Kugelgestalt annehmen. Dann ist der gegenseitige Abstand aller Molekeln ein Minimum.

#### 2.4.2. Druck in Flüssigkeiten und Gasen

Den Druck in ruhenden Flüssigkeiten und Gasen bezeichnet man als *hydrostatischen Druck*. Dabei unterscheiden wir meist den *Kolbendruck* und den durch die Schwerkraft bedingten *Schweredruck* (z. B. Luftdruck). Im allgemeinen Fall gilt auf der Erde:

$$\text{hydrostatischer Druck} = \text{Kolbendruck} + \text{Schweredruck}$$

Flüssigkeiten ändern ihr Volumen mit dem Druck nur so wenig, daß wir sie für unsere folgenden Überlegungen als *inkompressibel* (nicht zusammendrückbar) auffassen können.

### 2.4.2.1. Druck und Kraft

Die Definition der physikalischen Größe *Druck* ist uns aus [2.3.1.9.] schon bekannt. Die Definitionsgleichung sei hier wiederholt:

$$p = \frac{F}{A} \quad \text{Druck} \quad (2.25')$$

Der Druck ist im Gegensatz zur Kraft eine ungerichtete Größe. Die Druckkraft vom Betrage  $F = pA$  wirkt stets senkrecht auf die Fläche, ihre Richtung ist somit durch die Lage der Fläche allein gegeben (Bild 2.75).

Neben der Druckeinheit  $\text{N m}^{-2} = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$  gibt es eine Reihe weiterer Druckeinheiten:

Technische Atmosphäre:	1 at	= 1 kp cm <sup>-2</sup> = 98 066,5 N m <sup>-2</sup>
Physikalische Atmosphäre:	1 atm	= 101 325 N m <sup>-2</sup>
Bar:	1 bar	= 10 <sup>5</sup> N m <sup>-2</sup>
Torr:	1 Torr	= $\frac{1}{760}$ atm
Millimeter Wassersäule:	1 mmWS	= 10 <sup>-4</sup> at

### 2.4.2.2. Kolbendruck

Nach Bild 2.76 wird der Kolben 1 durch eine Kraft  $F_1$  um die Strecke  $s_1$  bewegt. Da die eingeschlossene Flüssigkeit sich nicht zusammendrücken läßt, wird auch der Kolben 2 bewegt. Nach dem Energieerhaltungssatz muß die durch  $F_1$  verrichtete Arbeit gleich sein der durch  $F_2$  verrichteten, d. h.,  $F_1 s_1 = F_2 s_2$ . Weiter sind die Volumina der bei 1 und 2 verdrängten Flüssigkeit gleich:  $A_1 s_1 = A_2 s_2$ . Durch Division dieser beiden Gleichungen erhalten wir  $F_1/A_1 = F_2/A_2$  oder  $p_1 = p_2$ . Das heißt aber: Der Druck an zwei beliebig gewählten Orten in einer Flüssigkeit ist gleich. Er muß dann an allen Orten in der Flüssigkeit gleich sein!

■ Der Druck in einer ruhenden Flüssigkeit ist an allen Orten gleich.

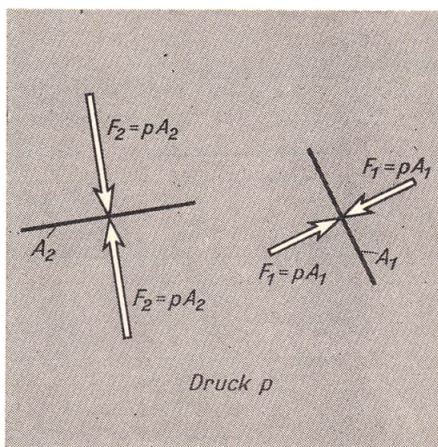


Bild 2.75 Druck ist richtungslose Größe, Kraft und Fläche haben eine Richtung im Raum



Die obige Gleichung läßt sich auch schreiben:

$$F_1 : F_2 = A_1 : A_2 \quad (2.53)$$

Die an den beiden Kolben angreifenden Kräfte verhalten sich wie die entsprechenden Kolbenflächen.

Strenggenommen gelten diese Überlegungen nur für Gefäße mit geringer Flüssigkeitshöhe [2.4.2.4.].

Eine Einrichtung nach Bild 2.76 erlaubt also, Kräfte zu übersetzen, sie stellt das Prinzip der hydraulischen Anlagen dar. Eine neuere Anwendung dieser Gesetzmäßigkeit ist das hydraulische Einspannen von Werkstücken. Als „Flüssigkeit“ verwendet man dort plastische Stoffe.

Mit Hilfe einer hydraulischen Presse kann man eine Kraft umformen. Die erforderliche Arbeit bleibt aber wie bei allen einfachen Maschinen konstant. Je kleiner die Kraft, um so größer der Weg. Das Produkt aus Kraft und Weg, die Arbeit, können wir nicht ändern. Der Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie gilt auch hier.

### Übungen

- 2.32 An eine Wasserleitung (Überdruck 4 at) wird mittels Druckschlauchs ein Zylinder mit Kolben ( $d = 50$  cm) angeschlossen. Welche Kraft wirkt auf den Kolben?
- 2.33 1. Welche Kraft muß am Druckkolben ( $d = 40$  mm) einer hydraulischen Schmiedepresse angreifen, wenn am Preßkolben ( $d = 400$  mm) eine Kraft von 25 Mp wirken soll?  
2. Geben Sie das Übersetzungsverhältnis an.  
3. Wie ändern sich Übersetzungsverhältnis und erforderliche Kraft, wenn der Durchmesser des Preßkolbens verdoppelt wird?

Bild 2.76  
Umformen einer Kraft

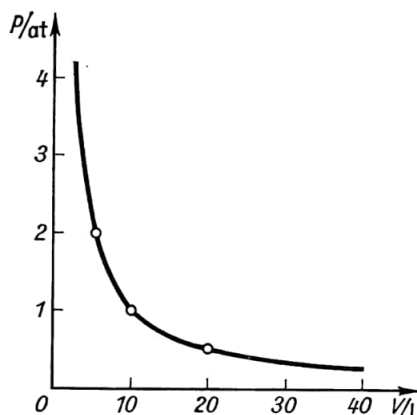
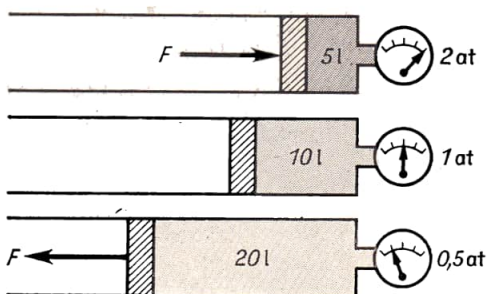
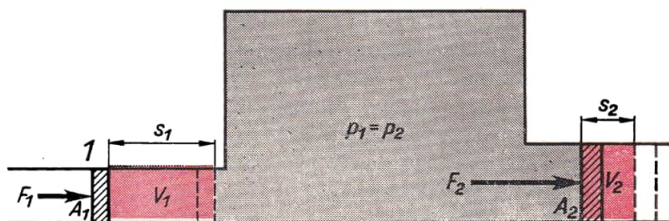


Bild 2.77 Zusammenhang zwischen Druck und Volumen bei Gasen



### 2.4.2.3. Druck und Volumen bei Gasen

Die Überlegungen aus [2.4.2.2.] gelten mit einer Ausnahme auch für Gase: Eine hydraulische Presse läßt sich wegen der starken Zusammendrückbarkeit der Gase nur mit einer Flüssigkeit betreiben. Die Kompressibilität der Gase berücksichtigt

$$pV = \text{konst}$$

$$\text{Boyle-Mariottesches Gesetz} \quad (2.54)$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$(\text{für } T = \text{konst}) \quad (2.54')$$

Für eine abgeschlossene Gasmenge ist das Produkt aus Druck und Volumen konstant, wenn die Temperatur unverändert bleibt.

### 2.4.2.4. Schweredruck in Flüssigkeiten

Bisher vernachlässigten wir die Wirkung der Schwerkraft. Die bisherigen Ergebnisse gelten also strenggenommen nur für einen Raum, in dem keine Schwerkraft auf den flüssigen Körper wirkt, praktisch jedoch für kleine Mengen Flüssigkeit und geringe Flüssigkeitshöhen.

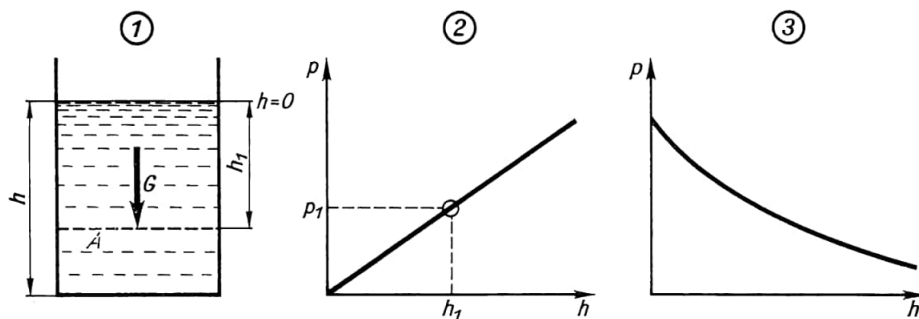


Bild 2.78 Schweredruck: 1. Zur Herleitung der Gleichung, 2. Schweredruck in Flüssigkeiten ( $h$  zählt nach unten positiv), 3. Luftdruck fällt nicht linear mit zunehmender Höhe ab

Über einer Flüssigkeitsschicht in der Tiefe  $h_1$  (Bild 2.78.1) ruht eine Flüssigkeitsmenge vom Volumen  $V = Ah_1$  mit einem Gewicht  $G = mg = \rho Vg = \rho Ah_1g$ . Der Druck an dieser Stelle ist wegen  $p = F/A$  dann  $p = \rho gh_1$  oder an einer anderen Stelle  $p = \rho gh_2$ . Allgemein gilt

$$p = \rho gh$$

$$\text{Schweredruck in der Tiefe } h \quad (2.55)$$

Der Schweredruck in einer ruhenden Flüssigkeit ist von der Dichte und von der Höhe der Flüssigkeit sowie von der Fallbeschleunigung abhängig. Er ist unabhängig von der Form des Gefäßes.

An der Oberfläche einer Flüssigkeit wirkt im allgemeinen der Luftdruck. Dieser ist wie ein Kolbendruck zum Schweredruck zu addieren, wenn der Gesamtdruck interessiert.

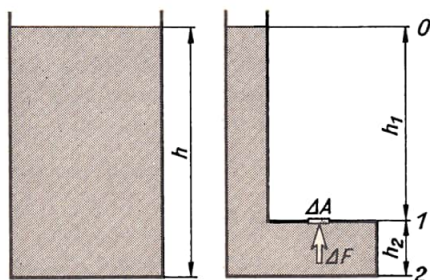
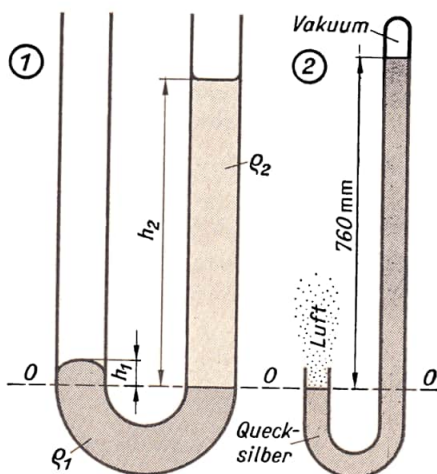


Bild 2.79 Hydrostatisches Paradoxon

Bild 2.80 1. Verschiedene Flüssigkeiten im U-Rohr, 2. Prinzip des Barometers



### Lehrbeispiele

- 2.22 Der Druck am Boden der beiden Gefäße nach Bild 2.79 ist nach Gleichung (2.55) wegen der gleichen Füllstandshöhe gleich (hydrostatisches Paradoxon). Das soll anschaulich erklärt werden:

In der Höhe 1 beträgt der Schweredruck  $p_1 = \rho g h_1$ . Dieser Druck wirkt an allen Orten in der Höhe 1, also auch am Gefäß. Ein kleines Flächenelement des Gefäßes erfährt eine Kraft  $\Delta F = p_1 \Delta A = \rho g h_1 \Delta A$ . Die Summe aller Kräfte  $\Delta F$  ergibt eine Kraft, die den Oberteil des Gefäßes anhebt. Eine Gegenkraft ist erforderlich, um das Gefäß zusammenzuhalten. Diese Gegenkraft hat die gleiche Richtung wie das Gewicht der Flüssigkeitssäule 0–1, sie ersetzt mithin die gegenüber dem linken Teilbild „fehlende“ Flüssigkeit.

- 2.23 Berechnen Sie den Druck, den eine Wassersäule von 10,33 m Höhe hervorruft.

$$p = \rho g h = 1 \text{ kg dm}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2} \cdot 10,33 \text{ m} =$$

$$= 9,81 \cdot 10,33 \frac{\text{kg m m} \cdot 10^3}{\text{s}^2 \text{ m}^3} = 101300 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \text{ m}}$$

$$p = 101300 \text{ N m}^{-2} = 1,013 \text{ bar} = 1 \text{ atm} = 760 \text{ Torr}$$

Eine Wassersäule von 10,33 m hält dem normalen Luftdruck das Gleichgewicht.

### Übung

- 2.34 1. Berechnen Sie das Verhältnis  $h_1 : h_2$  der beiden Flüssigkeitshöhen (Bild 2.80.1). Wählen Sie als Bezugslinie die durch die Trennschicht der beiden Flüssigkeiten gehende Linie 0–0.
2. Wie verhalten sich die Höhen für die Flüssigkeiten Wasser ( $\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3$ ) und Öl ( $\rho_2 = 0,75 \text{ g/cm}^3$ )?

### 2.4.2.5. Luftdruck und Vakuum

Auch bei Gasen wirkt im Schwerfeld das Gewicht der Gasmengen auf eine Querschnittsfläche wie in Bild 2.78.1 Der Druck nimmt mit zunehmender Höhe, jetzt gemessen von der Erdoberfläche nach oben, ab. Während aber bei einer nicht zusammendrückbaren Flüssigkeit die Dichte trotz Druckänderung konstant bleibt, ändern sich beim Gas sowohl Druck als auch Dichte. Ist doch nach BOYLE-MARIOTTE (2.54):  $pV = \text{konst}$  und allgemein die Dichte  $\rho = m/V$ . Da die Masse ebenfalls konstant ist, gilt  $\rho \sim p$ . Ohne

Beweis wollen wir die Gleichung für die Berechnung des Drucks in der Höhe  $h$  bei unveränderlicher Temperatur anführen:

$$p = p_0 e^{-\rho g h / p_0} \quad (2.56)$$

$p_0$  ist darin der Anfangswert in der Höhe  $h = 0$ . Für die Lufthülle der Erde können wir einige Größen im Exponenten zusammenfassen und erhalten (bei  $0^\circ\text{C}$ ):

$$p = p_0 e^{-h/8000\text{m}} \quad (2.56')$$

und aufgelöst nach der Höhe  $h$ :

$$h = 18400 \text{ m } \lg(p_0/p) \quad (2.56'')$$

Den herrschenden *Luftdruck* zeigt ein *Barometer* an, das im Prinzip ein U-Rohr darstellt. Die Flüssigkeit in dem einen Schenkel ist nunmehr ersetzt durch die Luft (Bild 2.80.2). Der normale Luftdruck ist ebenso groß wie der Schweredruck einer Quecksilbersäule von 760 mm Höhe oder einer Wassersäule von 10,33 m Höhe.

Der Luftdruck ändert sich aber nicht allein mit der Höhe, sondern auch mit der Temperatur. Deshalb besteht ein enger Zusammenhang zwischen Luftdruckänderungen und Wettergeschehen.

In der Nähe der Erdoberfläche ändert sich der Luftdruck bei einer Höhenänderung von 10 m um etwa 1 Torr. Da die Dichteänderung hier vernachlässigbar klein ist, darf man  $p = \rho g h = 1,293 \text{ kg m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2} \cdot 10 \text{ m} = 127 \text{ N m}^{-2} \approx 1 \text{ Torr}$  rechnen.

Im Barometer finden wir oberhalb des einen Quecksilberspiegels einen luftleeren Raum, ein *Vakuum* (Leere). Man versteht unter einem Vakuum jedoch meist einen *nahezu leeren* Raum. In einem sehr guten Vakuum beträgt der Druck des restlichen Gases etwa den  $10^{14}$ ten Teil des normalen Luftdruckes. In  $1 \text{ cm}^3$  befinden sich dann noch etwa  $3 \cdot 10^5$  Moleküle gegenüber etwa  $3 \cdot 10^{19}$  Molekülen bei normalem Luftdruck!

Vergleichen wir noch die Lufthülle der Erde mit der (teilweisen) „Wasserhülle“ der Erde. Wir leben dann am Grunde des „Luftozeans“, der Luftdruck entspricht dem Bodendruck im Weltmeer. Unser Luftozean hat allerdings keine Oberfläche, denn mit zunehmender Entfernung wird die Dichte der Luft geringer, eine scharfe Grenze läßt sich nicht angeben.

#### 2.4.2.6. Druckmessung

Meßgeräte für den Druck in Flüssigkeiten und Gasen heißen *Manometer*. Besonders für Luftdruckmessung eingerichtete Geräte bezeichnet man als *Barometer*.

Alle mechanischen Druckmeßgeräte vergleichen die durch den zu messenden Druck auf eine Fläche ausgeübte Kraft mit einer anderen Kraft. Das wollen wir am Beispiel des *offenen Flüssigkeitsmanometers* zeigen (Bild 2.81). An der Trennfläche 0-0 zwischen Flüssigkeit und Gas befinden sich zwei Kräfte im Gleichgewicht:  $F_1 = p_{\text{Gas}} A$  und  $F_2 = (p_s + p_L) A$ . ( $p_s$  Schweredruck der Flüssigkeitssäule der Höhe  $h$ ,  $p_L$  Luftdruck).

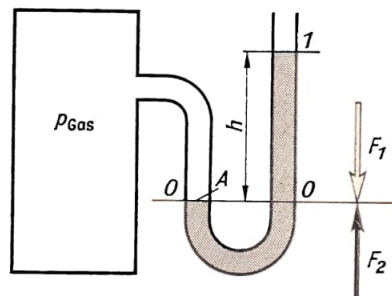


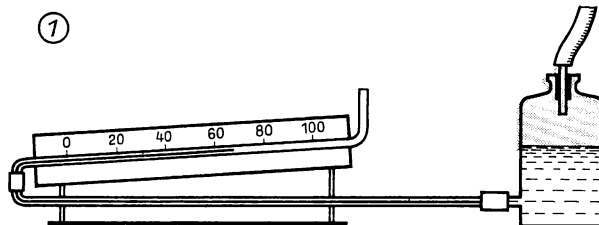
Bild 2.81 Offenes Flüssigkeitsmanometer

Gegenkraft  
hervorgerufen  
durch

Meßbereich  
etwa bis

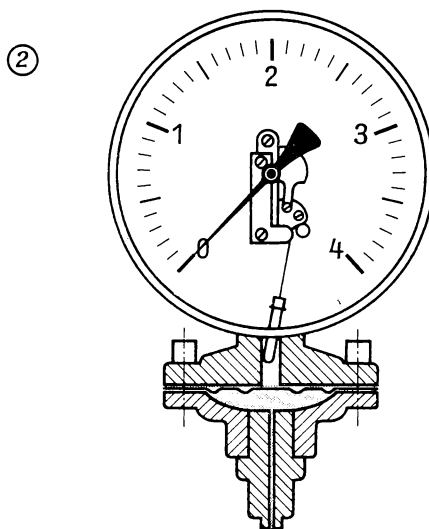
Schweredruck  
einer  
Flüssigkeit

$10^2$  mm WS



elastische  
Spannung  
einer  
Membran

500 at



elastische  
Spannkraft  
der  
Röhrenfeder

5000 at

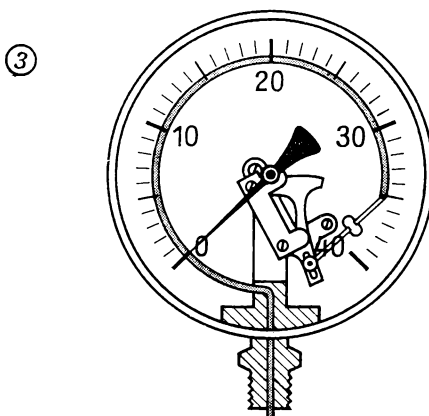
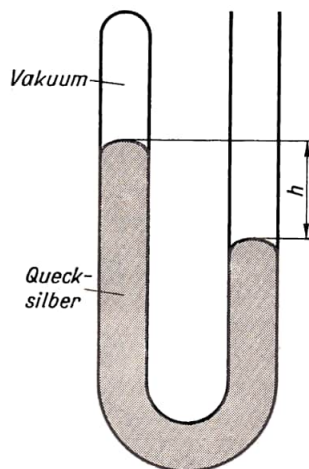


Bild 2.82 Verschiedene Druckmeßgeräte (rot: Gas, dessen Druck gemessen werden soll):  
1. Mikromanometer, 2. Plattenfedermanometer, 3. Röhrenfedermanometer

Bild 2.83 Barometerprobe



Als absoluten Gasdruck erhalten wir folglich  $p_{\text{Gas}} = p_s + p_L$ , der Überdruck des eingeschlossenen Gases ist gleich dem Schweredruck der Flüssigkeitssäule  $p_{\text{üGas}} = p_s$ . Verwenden wir als Flüssigkeit Quecksilber, so lesen wir den Überdruck direkt in der Einheit Torr  $\triangleq$  Millimeter Quecksilbersäule, bei Wasser in der Einheit Millimeter Wassersäule ab. Bei anderen Flüssigkeiten rechnen wir nach Gl. (2.55). Eine Übersicht über weitere Manometer gibt Bild 2.82.

Besonders hohe bzw. schnell sich ändernde Drücke mißt man nicht mechanisch. Hoher Druck wirkt z. B. auf den elektrischen Widerstand eines Drahtes ein, Druckänderungen rufen an bestimmten Kristallen elektrische Spannungen hervor (piezoelektrischer Effekt). Solche Effekte lassen ebenfalls Druckmessungen zu.

Besondere Sorgfalt erfordert die *Messung niederer Drücke* (Vakuumtechnik). Bis herab zu etwa 1 Torr kann man die *Barometerprobe* nach Bild 2.83 verwenden. Das U-Rohr stellt einfach ein verkürztes Barometer dar. Auch mechanische Manometer sind in diesem Bereich verwendbar.

Für die Messung noch niederer Drücke nutzt man thermische oder elektrische Eigenschaften von Körpern aus, die in hohem Maße druckabhängig sind. So nutzt man im thermoelektrischen Manometer die dichte- und damit auch druckabhängige Wärmeleitfähigkeit zur Druckanzeige. Das Ionisationsmanometer nutzt die Tatsache, daß der Grad der Gasionisation von der Gasverdünnung abhängig ist.

#### 2.4.2.7. Pumpen

Pumpen dienen zur Erzeugung von Unter- oder Überdruck in Flüssigkeiten und Gasen. Im ersten Falle heißen sie *Vakuumpumpen*, im zweiten Falle *Kompressoren* oder Verdichter. *Flüssigkeitspumpen* dienen zum Heben oder Befördern von Flüssigkeiten.

Wir wollen zunächst *Flüssigkeitspumpen* betrachten. Die *Saugpumpe* (Bild 2.84.1) fördert eine Flüssigkeit nur bis zu einer Höhe  $h = p/\rho g$ . An der Wasseroberfläche im Pumpenschacht wirkt der äußere Luftdruck  $p_L$ . Daraus resultiert die Kraft, die die Flüssigkeit anhebt. Wasser kann also nur bis 10 m (praktisch weniger, da im Pumpenzylinder hinter dem Kolben kein absolutes Vakuum hergestellt werden kann) angehoben werden. Größere Höhen zu überwinden, gestattet die *Druckpumpe* (Bild 2.84.2). Hier wird das Wasser nach dem Ansaugen hochgedrückt. Insbesondere in Hydraulikanlagen (Öl) verwendet man die *Zahnradpumpe* (Bild 2.84.3), die die Flüssigkeit bei 1 ansaugt und bei 2 zusammendrückt (bis etwa 100 at!).



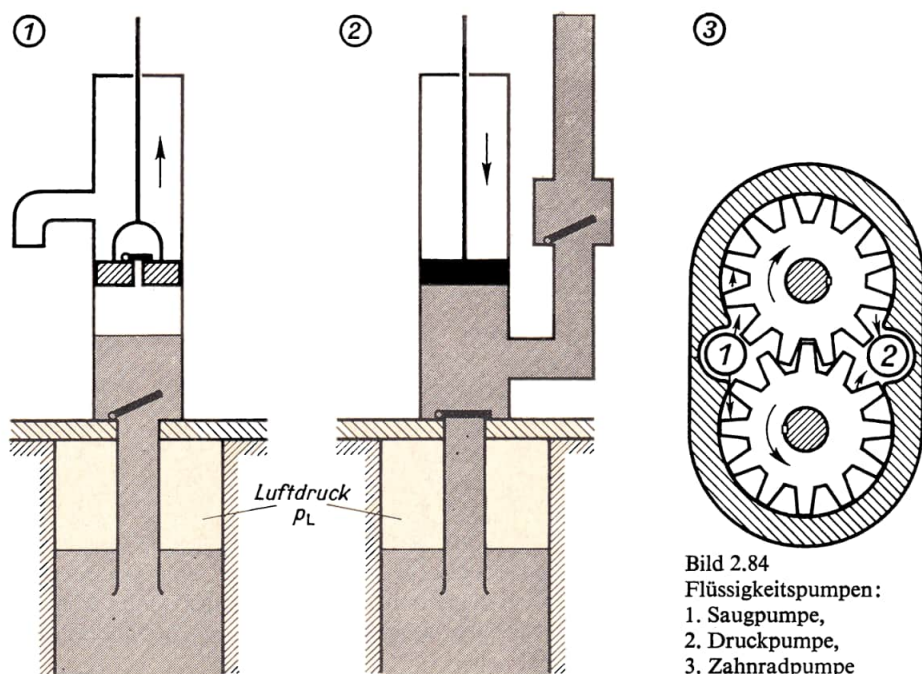


Bild 2.84  
Flüssigkeitspumpen:  
1. Saugpumpe,  
2. Druckpumpe,  
3. Zahnradpumpe

*Vakuumpumpe* und *Verdichter* unterscheiden sich zwar beachtlich in ihrer technischen Ausführung. Sie zeigen jedoch prinzipiell keine wesentlichen Unterschiede. In Bild 2.85.1 ist das Ventil im Kolben bei Bewegung des Kolbens nach rechts geschlossen, bei Bewegung nach links geöffnet. Der periodisch bewegte Kolben transportiert also ein Gas von 1 nach 2. Bei einer Vakuum-Kolbenpumpe stellt 1 den zu evakuierenden Raum, 2 die (unbegrenzte) Außenluft dar. Bei einem Verdichter (z. B. Fahrradluftpumpe) ist 1 die Außenluft, 2 der abgeschlossene Raum, in dem die Luft verdichtet werden soll. Die Räume 1 (bei Vakuumpumpe) oder 2 (bei Verdichter) werden gegenüber dem beweglichen Kolben noch durch ein zweites Ventil abgeschlossen, das im Bild nicht gezeichnet ist.

Die am häufigsten benutzte Rotationspumpe ist die Drehschieber- oder Kapselluftpumpe, deren Prinzip Bild 2.85.2 zeigt. Bei Rotation schieben zwei federnd gelagerte Flügel das Gas vor sich her, saugen bei 1 an und verdichten bei 2.

Die Funktion einer Wasserstrahlpumpe kann erst in [2.4.5.2.] verstanden werden. Ähnlich wirken Dampfstrahlpumpen. Mehrstufige Pumpen sowie Kombinationen verschiedener Pumpen bringen höchstes Vakuum. Eine kleine Übersicht vermittelt Bild 2.86.

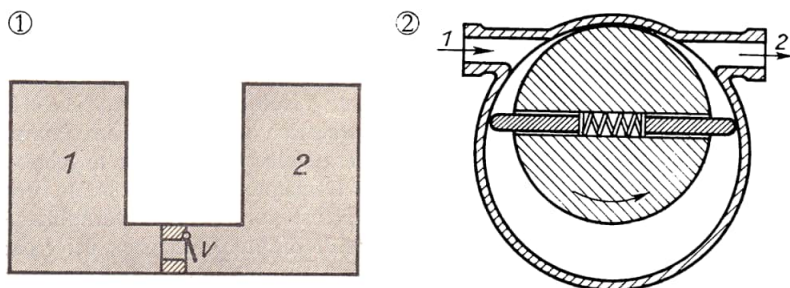


Bild 2.85  
Luftpumpen:  
1. Prinzip,  
2. Kapselluftpumpe

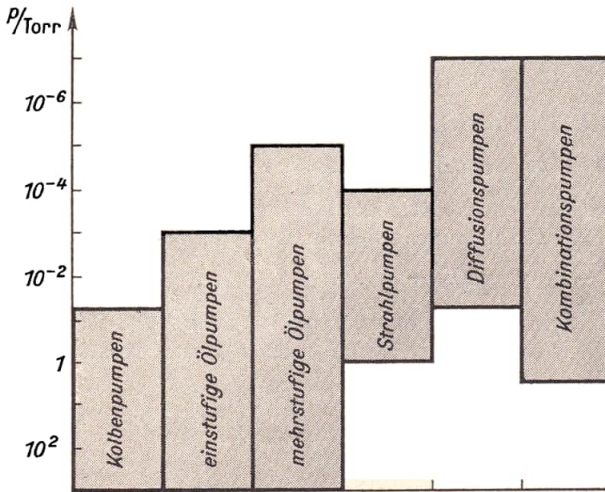


Bild 2.86 Anwendungsbereich verschiedener Vakuumpumpen

### 2.4.3. Auftrieb

Im folgenden wollen wir uns mit den Kräften befassen, die auf einen Körper in einer Flüssigkeit oder in einem Gas wirken. Solche Kräfte lassen einen Körper schwimmen oder einen Ballon aufsteigen. Auf feste Körper wirken diese Kräfte von allen Seiten. In Bild 2.87 erfährt jedes Teilchen  $\Delta A$  der Oberfläche nach Gleichung (2.25') in [2.4.2.1.] eine Kraft  $\Delta F = p \Delta A$ . Der Körper muß genügend Festigkeit besitzen, andernfalls wird er zusammengedrückt. Da der Druck mit der Tiefe zunimmt, sind aber die Kräfte am Körper in verschiedener Tiefe nicht gleich. Daraus resultiert die *Auftriebskraft*, kurz *Auftrieb* genannt, die wir jetzt ermitteln wollen.

#### 2.4.3.1. Archimedisches Prinzip

Ein zylindrischer Körper befinde sich in einer Flüssigkeit (Bild 2.87). Zu jedem Flächenelement  $\Delta A$  der Mantelfläche existiert ein gleich großes gegenüberliegendes Flächenelement  $\Delta A'$ . Da an beiden Flächen gleicher Druck vorhanden ist, heben sich die beiden Kräfte  $\Delta F$  und  $\Delta F'$  gegenseitig auf. *Alle* seitlich angreifenden Kräfte heben sich folglich paarweise auf.

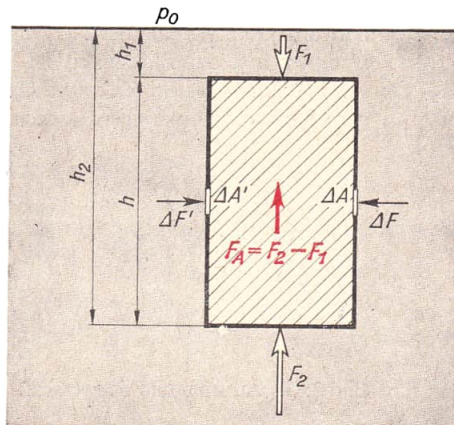


Bild 2.87 Zur Berechnung des Auftriebs

Auf die Deckfläche wirkt die Kraft  $\vec{F}_1$  vom Betrag

$$F_1 = p_1 A = (p_0 + \varrho g h_1) A,$$

auf die gleich große Bodenfläche wirkt  $\vec{F}_2$  vom Betrag

$$F_2 = p_2 A = (p_0 + \varrho g h_2) A.$$

$p_0$  ist der Luftdruck,  $\varrho g h$  der Schweredruck der Flüssigkeit. Da beide Kräfte in entgegengesetzter Richtung am Körper angreifen, folgt als Betrag der resultierenden Kraft

$$F_A = F_2 - F_1 = \varrho g A (h_2 - h_1),$$

Diese *Auftriebskraft* zeigt in die Richtung der größeren Kraft  $\vec{F}_2$ . Sie ist unabhängig von der Lage des Körpers und von der Tiefe  $h_1$  oder  $h_2$ , denn es ist  $h = h_2 - h_1$  die Höhe des Körpers. Mit  $Ah = V$  folgt

$$F_A = \varrho g V \quad \text{Auftrieb} \quad (2.57)$$

$V$  ist hier sowohl das Körpervolumen als auch das Volumen der verdrängten Flüssigkeit (Gas). Es folgt mit  $m = \varrho V$  ( $\varrho$  Dichte,  $m$  Masse der Flüssigkeit bzw. des Gases):

$$F_A = mg = G \quad \text{Archimedisches Prinzip} \quad (2.57')$$

Der Betrag des Auftriebs, den ein Körper in einer Flüssigkeit oder in einem Gas erfährt, ist gleich dem Betrag des Gewichtes der verdrängten Flüssigkeits- oder Gasmenge.

### 2.4.3.2. Auftrieb und Schwerkraft

Neben dem Auftrieb, der auf einen festen Körper in einer Flüssigkeit oder in einem Gas ausgeübt wird, wirkt im Schwerfeld der Erde stets auch die *Schwerkraft* (Gewicht  $G$ ). Wir unterscheiden für einen ganz von Flüssigkeit oder Gas umgebenen Körper drei verschiedene Fälle (Bild 2.88): der Körper *sinkt*, *schwebt* oder *steigt*.

Das Schweben stellt einen Gleichgewichtszustand dar. Ein schwebender Körper befindet sich in beliebiger Tiefe im Gleichgewicht. Der sinkende Körper wird an den Boden des Gefäßes gelangen. Er erfährt eine Kraft  $F = G - F_A < G$ . Er ist „leichter“, wenn er in einer Flüssigkeit ist. Das gilt auch in Gasen. Jeder Körper ist in Luft ein wenig leichter als im Vakuum. Der Unterschied ist aber so gering, daß wir ihn im allgemeinen vernachlässigen können. Wir bemerken aber in Flüssigkeiten diesen Unter-

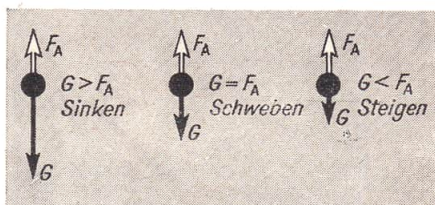


Bild 2.88 Auftrieb und Schwerkraft

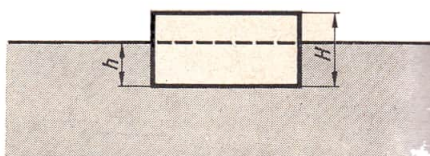


Bild 2.89 Eintauchtiefe des schwimmenden Quaders



schied, wenn wir beispielsweise einen Stein aus dem Wasser herausheben, und zwar beim Übergang von Wasser in Luft.

Der in einer Flüssigkeit steigende Körper erreicht die Oberfläche, er schwimmt. (In einem Gas kann das nicht geschehen!) Das *Schwimmen* stellt ebenfalls einen Gleichgewichtszustand dar. Wie beim Schweben ist  $F_A = G$ . Jetzt aber taucht der Körper nur noch teilweise in die Flüssigkeit ein, der Auftrieb ist also kleiner als zuvor, da weniger Flüssigkeit verdrängt wird. Es gilt auch hier das Archimedische Prinzip.

### Lehrbeispiel

- 2.24 Ein Körper aus Holz (Dichte  $0,8 \text{ kg/dm}^3$ ; Höhe  $25 \text{ cm}$ ) schwimmt in Wasser (Dichte  $1,0 \text{ kg/dm}^3$ ). Berechnen Sie die Eintauchtiefe (Bild 2.89).

Gegeben:  $\rho_K = 0,8 \text{ kg/dm}^3$       Gesucht:  $h$

$$\rho_W = 1,0 \text{ kg/dm}^3$$

$$H = 25 \text{ cm}$$

Es besteht Gleichgewicht:

Auftrieb = Gewicht der verdrängten Flüssigkeit

$$F_A = G_K$$

Nach dem Archimedischen Prinzip ist  $F_A = G_W$ , also

$$G_W = G_K$$

$$\rho_W g V_W = \rho_K g V_K$$

$$\rho_W h A = \rho_K H A$$

$$h = H \frac{\rho_K}{\rho_W} = 25 \text{ cm} \frac{0,8 \text{ kg dm}^{-3}}{1,0 \text{ kg dm}^{-3}} = \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$$

Allgemein erkennen wir aus dem Lehrbeispiel: Es gilt  $h:H = \rho_K : \rho_W$ ; die Eintauchtiefe verhält sich zur Körperhöhe wie die Dichte des Körpers zur Dichte der Flüssigkeit.

Aus der Eintauchtiefe kann man auf die Dichte der Flüssigkeit schließen. Ein *Aräometer* (Senkwaage) erlaubt, schnell und mit geringer Meßunsicherheit die Dichte einer Flüssigkeit zu bestimmen (Bild 2.90).

Häufig interessiert nicht allein, ob ein Körper schwimmt, sondern auch die Stabilität seiner Schwimm Lage (Schiffbau!). Dies wollen wir ebenfalls an einem Holzquader untersuchen. Bild 2.91 zeigt zwei denkbare Schwimmlagen und jeweils eine kleine Verrückung aus der Gleichgewichtslage. Im Fall 2 üben die beiden antiparallelen Kräfte  $F_A$  und  $G$  ein Drehmoment auf den Körper aus, das ihn in die *stabile Gleichgewichtslage* 1 zurückdreht. Im Falle 4 bewirkt das auftretende Drehmoment eine Drehung bis in die Lage 1. Die Schwimmlage 3 ist also *labil*, denn ein geringfügiger Anstoß reicht aus, um den Körper „kentern“ zu lassen.

### Übungen

- 2.35 Der Holzquader von Lehrbeispiel 2.24 wird  $2 \text{ m}$  unter der Wasseroberfläche zunächst festgehalten ( $A = 100 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm}$ ).
1. Geben Sie die einzelnen Kräfte an.
  2. Der Körper wird losgelassen. Berechnen Sie die Beschleunigung, die der Körper erfährt.
  3. In welcher Zeit erreicht der Körper die Wasseroberfläche? (Nehmen Sie dabei zunächst an, daß kein Widerstand bei der Bewegung auftritt!)
  4. Beschreiben Sie durch Darstellung im  $v,t$ -Diagramm den Einfluß von bewegungshemmenden Kräften.

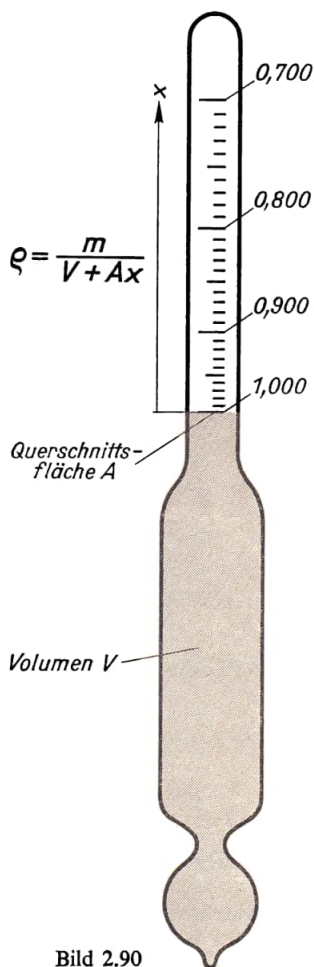


Bild 2.90

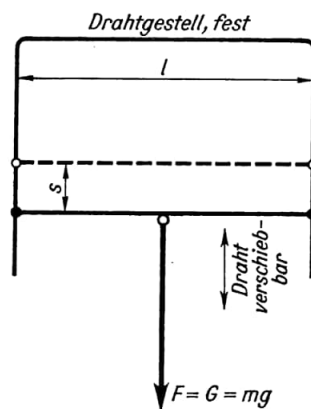
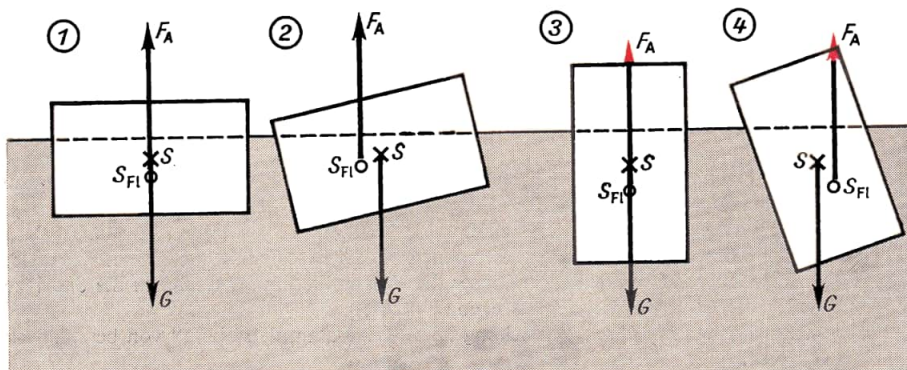


Bild 2.92

Bild 2.90 Aräometer ( $m$  Gesamtmasse des Aräometers)Bild 2.91 Schwimmage eines Quaders (Gewicht  $G$  greift im Körperschwerpunkt  $S$  an, Auftrieb  $F_A$  im Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmenge  $S_{Fl}$ )

Bild 2.92 Messung der spezifischen Oberflächenenergie

Bild 2.91



- 2.36 Der Holzquader wird durch einen Quader ersetzt, der 5 dünne Blechwände hat, unten offen ist, und vor dem Eintauchen mit Luft gefüllt ist. Lösen Sie die zu 2.35 gestellten Teilaufgaben 1 bis 3 für den Fall, daß der Quader anfangs in 10 m Wassertiefe festgehalten wurde ( $G = 10 \text{ kp}$ ).
- 2.37 Auf einer Briefwaage steht ein kleines mit Wasser zur Hälfte gefülltes Becherglas. Sie tauchen einen Finger ein. Wie reagiert die Waage? Begründen Sie Ihre Voraussage und führen Sie danach den Versuch durch.

### 2.4.4. Molekularkräfte

Molekularkräfte wirken zwischen den Molekülen eines Körpers. Sie sind ihrer Natur nach größtenteils elektrischer oder magnetischer Art. Das wollen wir jedoch nicht näher untersuchen. Nur soviel sei festgestellt: Die zwischen den Molekülen wirkenden Kräfte müssen sowohl anziehender als auch abstoßender Art sein. Ein fester Körper läßt sich schwer zerteilen. Das Volumen fester wie flüssiger Körper läßt sich kaum vergrößern. Aber auch das Zusammendrücken ist kaum möglich. Das bestimmte Volumen fester wie flüssiger Körper wird also durch die Besonderheit der Molekularkräfte erklärt. Bei sehr kleinem Abstand überwiegt der abstoßende Anteil, bei nur wenig größerem Abstand überwiegt der anziehende Anteil. Gleichgewicht herrscht bei einem bestimmten Abstand zwischen den Molekülen, entsprechend einem bestimmten Volumen. Molekularkräfte wirken nur bei sehr kleinem Abstand der Moleküle. Dieser ist in festen und flüssigen Körpern stets gegeben, jedoch nicht mehr in gasförmigen. Dort können also diese Kräfte nur wenig wirken.

Die zwischen den Molekülen *eines* Körpers wirkenden Molekularkräfte heißen *Kohäsionskräfte*<sup>1)</sup>. Auch zwischen zwei Körpern können Molekularkräfte wirken, wenn der Abstand der Moleküle an der Grenzschicht beider Körper genügend klein ist. Diese Erscheinung heißt *Adhäsion*<sup>2)</sup>. Besonders zwischen Flüssigkeiten und festen Körpern beobachten wir häufig Adhäsionserscheinungen. (Beispiel: 2 plangeschliffene Glasplatten mit wenig Wasser dazwischen)

#### 2.4.4.1. Oberflächenspannung

Die auf ein Molekül von den umgebenden Molekülen her wirkenden Kräfte heben sich auf, sofern das Molekül sich im Inneren der Flüssigkeit befindet. Auf Moleküle an einer Flüssigkeitsoberfläche aber wirkt eine nach innen gerichtete resultierende Kraft. Ein solches Molekül weiter aus der Oberfläche zu entfernen, erfordert Arbeitsaufwand. Somit hat das weiter entfernte Molekül mehr potentielle Energie. Den Quotienten aus der Summe der potentiellen Energie aller Moleküle einer Flüssigkeitsoberfläche und dieser Fläche nennt man *spezifische Oberflächenenergie* oder *Oberflächenspannung*  $\sigma$ . Man erhält  $\sigma$ , wenn man die Arbeit  $\Delta W$  mißt, die erforderlich ist, um die Oberfläche um  $\Delta A$  zu vergrößern (Bild 2.92):

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{mgs}{2sl} = \frac{mg}{2l} \quad (2.58)$$

(Die zwischen den Drähten ausgespannte Flüssigkeitslamelle hat zwei Oberflächen  $sl$ .)  $G = mg$  ist das Gewicht des verschiebbaren Drahtes und der eventuell angehängten Wägestückchen.

Die Einheit der spezifischen Oberflächenenergie ist

$$[\sigma] = \frac{[W]}{[A]} = \frac{Ws}{m^2} = \frac{N}{m}.$$

<sup>1)</sup> cohaerere (lat.) zusammenhängen

<sup>2)</sup> adhaerere (lat.) anhängen

Ebenso wie ein fester Körper stets bestrebt ist, die Lage einzunehmen, in der er die geringste potentielle Energie besitzt (vgl. [2.3.3.6.]), verhält sich auch eine Flüssigkeit. Die gesamte potentielle Energie ihrer Moleküle ist am geringsten bei der kleinstmöglichen Oberfläche. Das ist aber die Kugelfläche (vgl. [2.4.1.]). Die abgeplattete Form größerer Tautropfen stellt sich derart ein, daß die Summe von potentieller Energie der Moleküle und durch die Schwerpunkthöhe gegebener potentieller Energie den kleinstmöglichen Wert hat. Je größer der Tautropfen, um so mehr ist er abgeplattet. Tropfen am Wasserhahn erklären wir uns ähnlich: Die Oberflächenspannung hilft neben der Adhäsion das Ablösen des Tropfens zu verhindern, solange dieser genügend klein ist (kleines Gewicht).

#### 2.4.4.2. Kapillarität

In [2.4.4.1.] untersuchten wir einige Wirkungen im Zusammenhang mit der Kohäsion. Flüssigkeiten befinden sich meist in einem Gefäß. Deshalb wollen wir auch Adhäsionskräfte beachten, die zwischen den Molekülen der Flüssigkeit und des festen Körpers bzw. an der Grenzschicht zwischen zwei Flüssigkeiten wirken.

Eine Flüssigkeit breitet sich an einer solchen Grenzschicht aus, wenn die Adhäsion größer ist als die Kohäsion. Die Flüssigkeit *benetzt* dann den Körper. So breitet sich Wasser auf einer gut entfetteten Glasplatte oder Öl auf Wasser so weit aus, bis die Haut aufreißt (Dicke der Schicht dann etwa Moleküldurchmesser). Andererseits kann auch die Kohäsion größer sein als die Adhäsion zwischen den beiden Körpern. Dann bilden sich kleine Flüssigkeitskugeln, z. B. Wasser auf unsauberer (fettiger) Glasfläche. Im Verhältnis zur Masse der Flüssigkeit ist die Grenzfläche in einer Kapillare<sup>1)</sup> besonders groß. Bild 2.93.1 zeigt das Verhalten einer benetzenden, Bild 2.93.2 das einer nicht benetzenden Flüssigkeit (Wasser-Quecksilber, jeweils in Glas). In jedem Falle ist die kleine Oberfläche gewölbt. Am Rande wird die benetzende Flüssigkeit höher, die nicht benetzende niedriger sein als in der Mitte. Das ist mit dem zuvor Gesagten bereits erklärt.

Nun wollen wir noch die Steighöhe  $h$  für Wasser in einer Kapillare aus Glas (Radius  $r$ ) berechnen. Die am Kreisumfang  $U = 2\pi r$  bei  $X$  angreifende Kraft ist die Gegenkraft zum Gewicht der Flüssigkeitssäule. Im Gleichgewichtsfall gilt

$$F = G = mg = V\rho g$$

$$2\pi r\sigma = \pi r^2 h \rho g$$

$$h = \frac{2\sigma}{r\rho g}$$

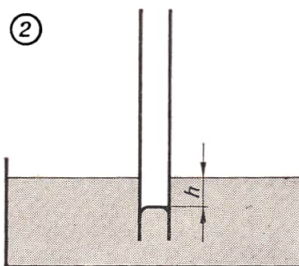
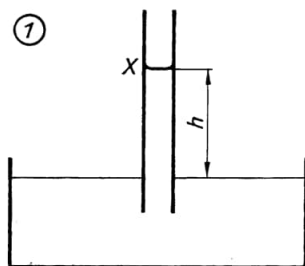


Bild 2.93 Kapillarkwirkung im Glaszylinder: 1. benetzende, 2. nicht benetzende Flüssigkeit

<sup>1)</sup> capillus (lat.) Haar; Kapillare: Rohr mit innerem Durchmesser  $< 1$  mm

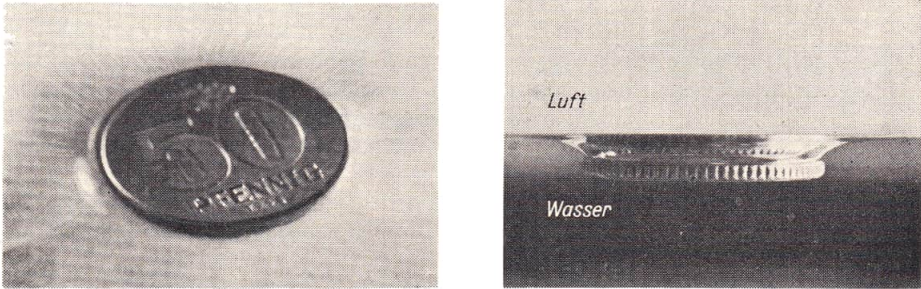


Bild 2.94 „Schwimmen“ als Folge der Kohäsion (links Draufsicht, rechts Seitenansicht)

Die Steighöhe ist dem Radius der Kapillare umgekehrt proportional. Sie hängt von der Fallbeschleunigung im Schwerfeld und von Eigenschaften der Flüssigkeit ( $\sigma$ ,  $\rho$ ) ab.

Wird ein leichter fester Körper von einer Flüssigkeit nicht benetzt, so „schwimmt“ er auf der Flüssigkeit (Bild 2.94). So sinkt z. B. Metallpulver, auf Wasser gestreut, nicht. Auch diese Erscheinung beruht auf dem Kräftegleichgewicht zwischen Gewicht des Körpers und durch Oberflächenspannung hervorgerufener Gegenkraft.

#### 2.4.4.3. Innere Reibung

Die innere Reibung ist ebenfalls auf Kräfte zwischen Molekülen zurückzuführen. Will man zwei Platten, zwischen denen sich eine benetzende Flüssigkeit befindet, gegeneinander verschieben, so stellt man eine bewegungshemmende Kraft fest. Diese ist nicht etwa eine Reibung zwischen festem Körper und Flüssigkeit. Am festen Körper haftet eine sehr dünne Flüssigkeitsschicht (Benetzen!). Die bewegungshemmende Kraft ist ausschließlich die Kohäsion der Flüssigkeit. Diese *innere Reibung* ist u. a. proportional einer Stoffkonstanten  $\eta$ , die wir *Zähigkeit* oder Viskosität nennen. Die Einheit der Zähigkeit ist das Poise (P).

$$1 \text{ P} = \frac{1}{10} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

In der Technik unterscheidet man diese „dynamische“ Zähigkeit noch von der „kinematischen“ Zähigkeit  $\nu$ . Es gilt  $\nu = \eta/\rho$  mit  $\rho$  als Dichte der Flüssigkeit.

#### 2.4.5. Strömungen

Nunmehr wenden wir uns dem Verhalten strömender Flüssigkeiten und Gase zu: *Hydro- und Aerodynamik*. Wieder unterliegen Flüssigkeiten und Gase weitgehend gleichen Gesetzen, so daß wir beide gemeinsam betrachten können. Wenn wir im Folgenden zu meist von Flüssigkeiten sprechen, so lassen sich die Überlegungen also auch auf Gase anwenden.

##### 2.4.5.1. Allgemeines über Strömungen

Jede Änderung einer Bewegung erfolgt unter Einwirkung von Kräften (Dynamisches Grundgesetz [2.3.1.3.]). Bei Strömungen wirken *äußere Kräfte* (z. B. Schwerkraft), die dem Volumen oder der Masse proportional sind, *Flächenkräfte*, die durch Druckunterschiede hervorgerufen werden ( $F = pA$ ) und schließlich *Reibungskräfte* [2.4.4.3.]. Zunächst wollen wir den Einfluß von Reibungskräften ganz vernachlässigen. Wir erörtern die Gesetze für *ideale Flüssigkeiten und Gase*. Solche Stoffe gibt es zwar nicht.



Wir können sie nur annähernd verwirklichen. Wir finden aber auf diese Weise leicht wichtige Gesetzmäßigkeiten. Ähnlich lernten wir auch in der Mechanik fester Körper zunächst reibungsfreie Vorgänge verstehen. Dann erst wenden wir uns den *zähen Flüssigkeiten* zu, deren Strömungsverhalten vorwiegend durch die innere Reibung bestimmt wird. Endlich untersuchen wir im letzten Abschnitt die Kräfte, die ein fester Körper in einer Strömung erfährt. Solche Kräfte faßt man unter dem Namen *Strömungswiderstand* zusammen.

Gegenstand unserer Untersuchungen sollen nur stationäre Strömungen sein. In einer *stationären Strömung* ist an jedem Ort die Geschwindigkeit der Teilchen im Zeitablauf konstant.

*Stromlinien* (Bild 2.95) veranschaulichen eine Strömung. Sie sind in einer stationären Strömung den Bahnlinien gleich, die ein Flüssigkeitsteilchen beschreibt. Wir machen sie sichtbar, indem wir leichte feste Körper einstreuen, die von der Flüssigkeit mitgeführt werden (z. B. Sägemehl).

In einer stationären Strömung ist die *Stromstärke* gegeben durch den Quotienten von Volumen und Zeit:

$$I = \frac{V}{t} \quad \text{Stromstärke} \quad (2.59)$$

■  $[I] = \text{m}^3/\text{s}$

Die Stromstärke ließe sich auch definieren als Quotient von Masse und Zeit:  $I = m/t$ . Beide Stromstärken sind einander wegen  $m = \rho V$  proportional. In der Technik nennt man  $V/t$  oder  $m/t$  oft Durchflußmenge, Fördermenge, Massen- oder Volumendurchsatz auch Förderleistung. (Es liegt aber gar keine Leistung vor!).

Nach Bild 2.95 ist  $I = V/t = As/t$ . Bei gleichförmiger Bewegung gilt  $v = s/t$  ( $v$  Geschwindigkeit). Es folgt somit

$$I = Av \quad (2.60)$$

In einer stationären Strömung darf es an keinem Orte eine Stauung geben; es kann auch nirgends Flüssigkeit verschwinden oder hinzukommen. Das bedeutet aber, daß in jedem Querschnitt längs der Strömung die Stromstärke  $I = V/t$  gleich sein muß:

$$I_1 = I_2$$

Mit (2.60) folgt

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (2.61)$$

Kontinuitätsgleichung

$$Av = \text{konst} \quad (2.61')$$

Am kleineren Querschnitt  $A_2$  ist also die Geschwindigkeit der Strömung größer. Beobachten Sie eine besonders enge Stelle eines Baches!

#### 2.4.5.2. Ideale Flüssigkeiten

Bei einer beliebigen reibungsfreien Strömung muß stets die Kontinuitätsgleichung erfüllt sein. Das bedeutet, daß das Volumenelement  $\Delta V$  in Bild 2.96 am Ort  $I$  geringere

Bild 2.95 Stromlinien (rot) in einer reibungsfreien Flüssigkeit

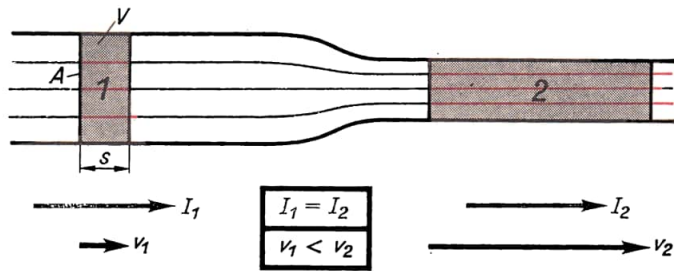
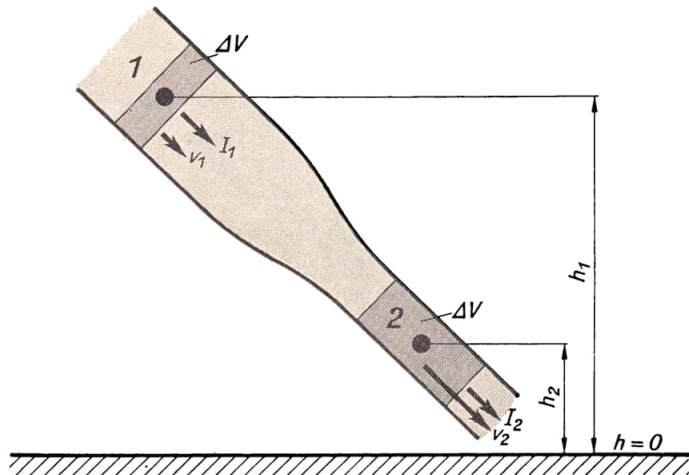


Bild 2.96  
Zur Herleitung  
der BERNOULLISCHEN  
Gleichung



Geschwindigkeit hat als am Ort 2. Damit ändert sich die kinetische Energie  $\Delta W_{\text{kin}}$  der kleinen Flüssigkeitsmenge  $\Delta m$  im Volumen  $\Delta V$ . Es ändert sich weiter die potentielle Energie  $\Delta W_{\text{pot}}$ , da  $h_1 \neq h_2$  ist. Die Flüssigkeit ist „herabgefallen“. Weiter kann sich noch der Druck  $p$  in der Flüssigkeit geändert haben. Das ist aus dem Bild nicht ersichtlich. Nach dem Satz der Erhaltung der mechanischen Energie muß die Arbeit gleich der Änderung der Energie sein:  $\Delta W = \Delta W_{\text{pot}} + \Delta W_{\text{kin}}$ .

Wie berechnen wir nun in unserem Beispiel die verrichtete Arbeit? Allgemein gilt  $W = Fs = pAs = pV$ . In unserem Falle ändert sich der Druck um  $(p_2 - p_1)$ , die Arbeit beträgt  $\Delta W = (p_2 - p_1) \Delta V$ . Die Änderung der potentiellen Energie ist

$\Delta W_{\text{pot}} = \Delta m g (h_1 - h_2) = \rho g \Delta V (h_1 - h_2)$ , die Änderung der kinetischen Energie

$$\Delta W_{\text{kin}} = \frac{\Delta m}{2} (v_1^2 - v_2^2) = \frac{\rho}{2} \Delta V (v_1^2 - v_2^2).$$

Somit folgt

$$\begin{aligned} \Delta W &= \Delta W_{\text{pot}} + \Delta W_{\text{kin}} \\ (p_2 - p_1) \Delta V &= \rho g \Delta V (h_1 - h_2) + \frac{\rho}{2} \Delta V (v_1^2 - v_2^2). \end{aligned}$$

Nach Division durch das Volumen  $\Delta V$  erhalten wir Glieder der Dimension Energie/Volumen:

$$p_2 - p_1 = \rho g h_1 - \rho g h_2 + \frac{\rho}{2} v_1^2 - \frac{\rho}{2} v_2^2$$

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \quad (2.62)$$

Das ist die **BERNOULLISCHE Gleichung**. Sie lautet kürzer:

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konst} = p_0 \quad (2.62')$$

$p_0$  ist der **Gesamtdruck**,  $p$  der statische Druck,  $\rho gh$  der **Schweredruck**.  $\frac{1}{2} \rho v^2$  heißt **Staudruck** oder **dynamischer Druck**.  $\frac{1}{2} \rho v^2$  hat die Einheit des Druckes; so ist die Bezeichnung verständlich.

Die **BERNOULLISCHE Gleichung** sagt also aus:

Bei einer Strömung ist die Summe von statischem Druck, Schweredruck und Staudruck gleich dem konstanten Gesamtdruck.

### Lehrbeispiele

- 2.25 Berechnen Sie die Ausflußgeschwindigkeit bei 2 nach Bild 2.97.1. Der Querschnitt bei 1 soll so groß gegenüber dem der Ausflußöffnung sein, daß die Füllstandshöhe sich praktisch nicht ändert. In Gl. (2.62) ist  $p_1 = p_2 = \text{äußerer Luftdruck}$ ,  $h_1 = h$  und  $h_2 = 0$ ;  $v_1 = 0$  und  $v_2 = v$ . Dann wird

$$\rho gh = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad \text{und}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Wenn keine ideale Flüssigkeit vorliegt, ist die Ausflußgeschwindigkeit geringer. Dies berücksichtigt man in der Technik durch einen empirischen Faktor  $u < 1$ . Es gilt dann  $v = u \sqrt{2gh}$ .

- 2.26 Wie ändern sich Geschwindigkeit, statischer Druck und Staudruck in einer Rohrleitung nach Bild 2.97.2?  
(Beispiel:  $A_1 = 8 \text{ cm}^2$ ;  $A_2 = 4 \text{ cm}^2$ ;  $v_1 = 5 \text{ m/s}$ )

Die Änderung der Geschwindigkeit folgt aus (2.61):

$$v_2 : v_1 = A_1 : A_2 = 2 : 1; \quad v_2 = 2v_1 = 10 \text{ m/s.}$$

Für den Staudruck  $p_{\text{stau}} = \frac{1}{2} \rho v^2$  gilt

$$p_{\text{stau}2} : p_{\text{stau}1} = v_2^2 : v_1^2 = A_1^2 : A_2^2 = 4 : 1.$$

Der Staudruck wächst auf das 4fache an.

Über die **BERNOULLISCHE Gleichung** (2.62) lösen wir den letzten Teil der Aufgabe. Mit  $h_1 = h_2$  gilt

$$p_{\text{stat}} + p_{\text{stau}} = \text{konst}$$

Der statische Druck muß bei 2 kleiner sein als bei 1.

- 2.27 Wir ergänzen das letzte Beispiel: 1 sei das offene Ende einer Rohrleitung. Dort ist der statische Druck gleich dem Luftdruck ( $p_L = 760 \text{ Torr}$ ). Welcher Unterdruck herrscht am Ort 2? Die strömende Flüssigkeit sei Wasser (Bild 2.97.3).  
Nach Lehrbeispiel 2.26 betragen die Geschwindigkeiten  $v_1 = 5 \text{ m/s}$  und  $v_2 = 10 \text{ m/s}$ . Nach Gl. (2.62) ist

$$p_{\text{stat}2} = p_{\text{stat}1} + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2).$$



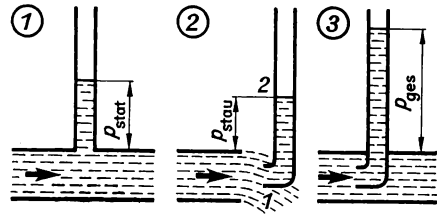
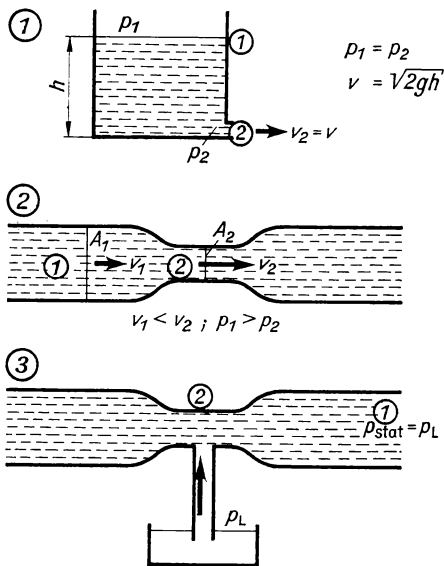


Bild 2.98 (oben) Prinzip der Messung von 1. statischem Druck, 2. Staudruck, 3. Gesamtdruck (Höhe der Flüssigkeitssäule zeigt 'Überdruck' an)

Bild 2.97 (nebenstehend) Anwendung der BERNOULLISCHEN Gleichung: 1. Zur Berechnung der Ausflußgeschwindigkeit, 2. Rohrleitung mit veränderlichem Querschnitt, 3. zur Berechnung der Saugwirkung

Mit  $\rho = 1 \text{ kg/dm}^3$  folgt

$$p_{\text{stat}2} = 760 \text{ Torr} + \frac{1 \text{ kg} \cdot (25 - 100) \text{ m}^2}{2 \text{ dm}^3 \text{ s}^2}$$

$$= 760 \text{ Torr} - \frac{75 \text{ kg m}^2}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^2}$$

Der 2. Summand hat die Einheit  $\text{kg/m s}^2 = \text{N/m}^2$ . Wir rechnen um in Torr:

$$1 \text{ Torr} = 1 \text{ atm}/760 = \frac{101325}{760} \text{ N/m}^2$$

$$\frac{75000 \text{ N}}{2 \text{ m}^2} = \frac{75000 \cdot 760}{2 \cdot 101325} \text{ Torr} = 281 \text{ Torr}$$

$$p_{\text{stat}2} = 760 \text{ Torr} - 281 \text{ Torr} = \underline{\underline{479 \text{ Torr}}}$$

Bei 2 herrscht also ein absoluter Druck von 479 Torr bzw. ein Unterdruck von 281 Torr. Aus einem Vorratsgefäß würde Wasser angesaugt werden. In diesem Fall könnte das Wasser maximal 3,82 m angehoben werden ( $281 \text{ Torr} = 0,382 \text{ at}$ ;  $1 \text{ at} = 10 \text{ mWS}$ ). Ähnlich wirkt auch eine Wasserstrahlpumpe.

Nun wollen wir noch untersuchen, wie man statischen Druck, Staudruck und Gesamtdruck *messen* kann. Bild 2.98 zeigt die Messung des Drucks gegenüber dem Luftdruck. Der absolute Druck ist also jeweils um den Luftdruck größer. Zum Vergleich genügt es, den Überdruck anzuzeigen. Der *statische Druck* wirkt an allen Orten an beliebig gelegenen Flächen, der *Staudruck* dagegen bewirkt nur eine Kraft auf eine Fläche, die senkrecht zur Strömungsrichtung liegt. Seitlich (Bild 2.98.1) messen wir also nur den statischen Druck, quer zur Strömung die Summe von statischem Druck und Staudruck, den *Gesamtdruck* (Teilbild 3). In Teilbild 2 messen wir den Staudruck allein, weil der statische Druck sowohl bei 1 als auch bei 2 gleich dem Luftdruck ist.

In *Gasströmungen* zeigt eine *Drucksonde* nach Bild 2.99.1 den statischen Druck, ein *PIROR-Rohr* (Bild 2.99.2) den Gesamtdruck an. Ein *PRANDTL'sches Staurohr* gibt uns

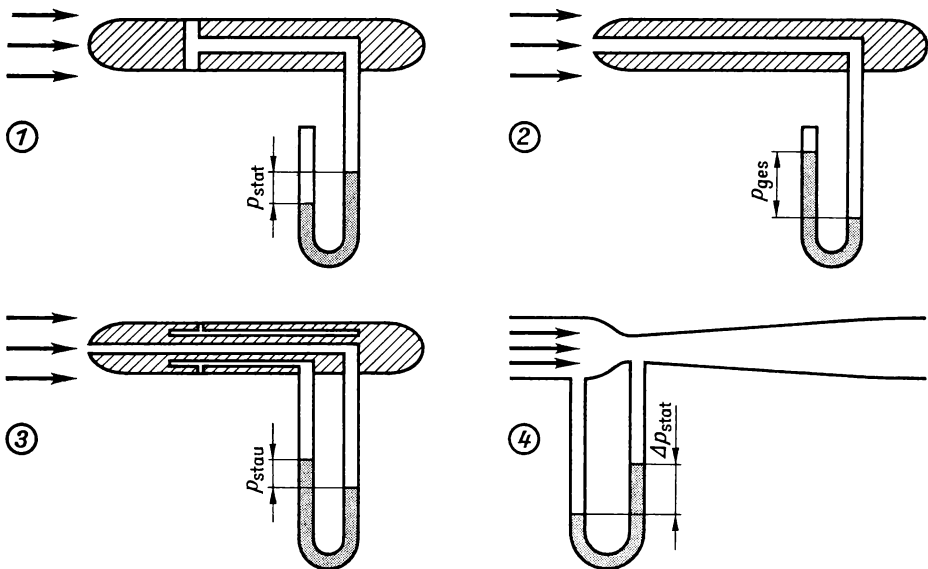


Bild 2.99 Druckmessung in strömenden Gasen: 1. Drucksonde, 2. PITOT-Rohr, 3. PRANDTL'sches Staurohr, 4. VENTURIDüse

unmittelbar die Differenz von Gesamtdruck und statischem Druck an (Bild 2.99.3). Das ist aber nach Gleichung (2.62') der Staudruck. Wir können es als Kombination von Drucksonde und PITOT-Rohr ansehen. Eine VENTURIDüse (Bild 2.99.4) mißt ebenfalls eine Druckdifferenz. Sie zeigt die Größe  $(p_{\text{stat}1} - p_{\text{stat}2})$  an. Nach Gleichung (2.62) ist

$$p_{\text{stat}1} - p_{\text{stat}2} = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

In dieser Gleichung kann man mit Hilfe von Gleichung (2.61)  $v_1$  eliminieren und darauf die Strömungsgeschwindigkeit  $v_2$  ermitteln (z. B. bei Flüssigkeitsströmungen). Auch das PRANDTL'sche Staurohr gibt mit dem Staudruck  $\frac{1}{2} \rho v^2$  die Geschwindigkeit an, da die Dichte des strömenden Gases bekannt ist (z. B. Messung der Flugzeuggeschwindigkeit).

Nunmehr können wir auch die eingangs [2.4.5.] aufgestellte Behauptung, man könne strömende Gase wie strömende Flüssigkeiten behandeln, durch eine kurze Rechnung begründen: Bewegte Luft ströme mit einer Geschwindigkeit von 57 m/s ( $\approx 200$  km/h) gegenüber ruhender Luft ( $v_1 = 0$ ). Daraus folgt die Druckdifferenz

$$\begin{aligned} p_{\text{stat}} &= \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \frac{1,3 \text{ kg} \cdot 57^2 \text{ m}^2}{2 \text{ m}^3 \text{ s}^2} = \frac{1,3 \cdot 325}{2} \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \approx \\ &\approx \frac{10^3 \cdot 2}{101\,000} \text{ atm} \approx 0,02 \text{ atm} \end{aligned}$$

Bei einer solchen Druckabnahme würde sich die Luft um nur 2% ausdehnen! Sie behält also noch bei so großer Geschwindigkeit etwa ihr Volumen. Gase können deshalb bei Strömungsgeschwindigkeiten, die kleiner als die Schallgeschwindigkeit sind, als inkompressibel angesehen werden. Deshalb gelten bis zu dieser Strömungsgeschwindigkeit die Gesetze, denen inkompressible Flüssigkeiten gehorchen.

### Übungen

- 2.38 Eine VENTURIDüse zeigt einen Druckunterschied von 10 mmWS an. Die Querschnitte verhalten sich wie 3 : 1. Mit welcher Geschwindigkeit strömt Wasser an der Stelle großen Querschnitts durch die Düse? (Inwiefern müßte die Messung anders geschehen als in Bild 2.99.4 für einen Gasstrom?)
- 2.39 Um wieviel Prozent ändert sich der statische Druck in einer Wasserleitung, wenn das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 3,5 m/s ausfließt und der Druck bei geschlossenem Hahn 6 at beträgt? Um wieviel Prozent ändert sich der gegenüber dem Luftdruck (1 at) gemessene statische Überdruck?

### 2.4.5.3. Zähe Flüssigkeiten

Häufig sind bei Flüssigkeitsströmungen Reibungskräfte so vorherrschend, daß unter ihrem Einfluß ein andersartiges Strömungsbild entsteht als bei reibungsfreien Flüssigkeiten. Wir betrachten jetzt eine solche Strömung

In [2.4.4.3.] wurde bereits der Begriff *Zähigkeit* erläutert. Welche Folgen hat nun die *innere Reibung* für eine Flüssigkeitsströmung? Betrachten wir zunächst Bild 2.100. In einem waagerechten Rohr sind Höhe und Geschwindigkeit der strömenden Flüssigkeit überall gleich. Die Energiebilanz muß folglich lauten:

$$p_1 - p_2 = \frac{W}{V}$$

Die Differenz der statischen Drücke ist gleich dem Quotienten von Wärmeenergie  $W$  und Volumen  $V$  einer Flüssigkeitsmenge.

Längs des Weges  $s$  wird die Reibungsarbeit  $Fs = (p_1 - p_2) As$  verrichtet. Diese Arbeit ist gleich der entstehenden Wärmemenge  $W$ . So ist der *Druckabfall* in einer Strömung einfach und hinreichend erklärt.

Langsam strömende zähe Flüssigkeiten zeigen unterschiedliche Geschwindigkeit in verschiedenen Schichten der Strömung. An der Rohrwand haftet eine sehr dünne Schicht der Flüssigkeit [2.4.4.3.]. Jede parallele Schicht bis zur Mitte der Strömung hat eine größere Geschwindigkeit. Ein Versuch nach Bild 2.101 erläutert dies. Eine solche Strömung nennt man *laminar*. Die einzelnen Schichten vermischen sich nicht.

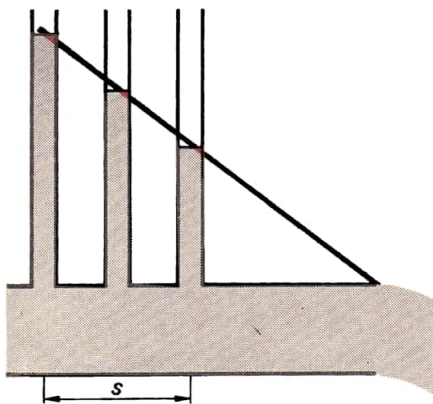


Bild 2.100 Druckabfall in einer Rohrleitung infolge Reibung

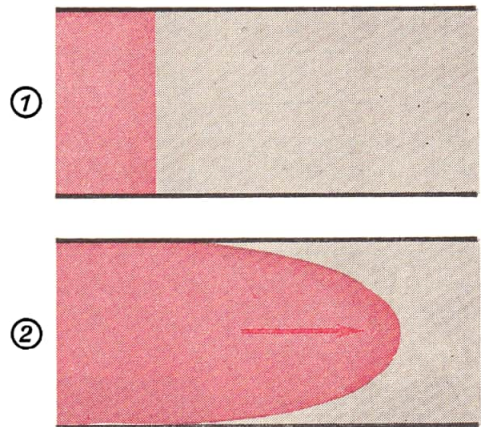


Bild 2.101 Laminare Strömung, 1. vor Einsetzen der Strömung, 2. kurz nach Einsetzen der Strömung (Der linke Teil der Flüssigkeit ist rot gefärbt)

Jede laminare Strömung schlägt bei einer *kritischen Geschwindigkeit* in eine *turbulente* Strömung um. Diese Geschwindigkeit hängt außer von Eigenschaften der Flüssigkeit ( $\rho, \eta$ ) auch noch vom Rohrdurchmesser ab. Eine turbulente Strömung ist nicht mehr stationär. Vielmehr sind die Flüssigkeitsschichten durch Verwirbelung miteinander ständig durchmischt. Damit sind die Geschwindigkeiten der Teilchen an einem Ort nicht mehr konstant.

#### 2.4.5.4. Strömungswiderstand

Jeder Körper innerhalb einer Strömung erfährt eine Kraft. Wegen der Relativität jeder Bewegung [2.2.1.3.] ist diese Kraft unabhängig davon, ob Flüssigkeit (Gas) den ruhenden Körper umströmt oder ob der Körper selbst in einem ruhenden Medium bewegt wird. Insbesondere der letztgenannte Fall besitzt große praktische Bedeutung. Die Kraft, die dieser Körper erfährt, ist eine bewegungshemmende Kraft (Reibung), die wir *Strömungswiderstand* nennen. Jedes Fahrzeug erfährt eine solche Kraft.

In einer idealen Flüssigkeit (keine Wirbelbildung!) könnten wir eine Kugel bewegen, ohne daß wir Arbeit verrichten müßten. Der Strömungswiderstand dieser Kugel wäre

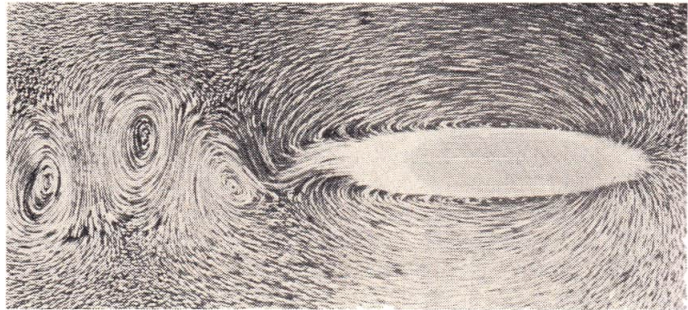


Bild 2.102







Profil des Körpers	z
	3,0
	2,5
	1,0
	0,7
	0,3
	0,1

Bild 2.102 Wirbel in Flüssigkeitsströmung

Bild 2.103 Verhältnis z des Strömungswiderstandes verschiedener Körper gleicher Durchmessers, bezogen auf die Kugelform

gleich Null. Bei realen Flüssigkeiten bilden sich hinter einem bewegten Körper Wirbel (Bild 2.102), die kinetische Energie enthalten. Diese Energie rührt aus der Arbeit her, die wir verrichten müssen, wenn wir die Kugel durch die Flüssigkeit bewegen. So erklären wir uns das Wesen des Strömungswiderstandes:

Der Widerstand eines von einer Flüssigkeit (Gas) umströmten Körpers entsteht durch Wirbelbildung.

Der Betrag des Strömungswiderstandes verschiedener Körper wird experimentell bestimmt. Bild 2.103 zeigt in Verhältniszahlen die Werte für verschieden geformte Körper.

Wegen der Relativität aller Bewegungen kann man Messungen des Strömungswiderstandes in Luft (Luftwiderstand) in einem Windkanal durchführen. Die Luft umströmt dort das ruhende Fahrzeug. Dafür würde man einen entsprechend großen Windkanal benötigen. Um solche Experimente einfacher gestalten zu können, verwendet man verkleinerte Modelle der Fahrzeuge. Dann gelten Ähnlichkeitsgesetze, die aber u. a. zur Folge haben, daß bei kleinerem Modell größere Strömungsgeschwindigkeit im Versuch erforderlich ist.

## 2.5. Schwingungen

Überall in unserer Umgebung begegnen uns periodische Hin- und Herbewegungen oder Schwingungen: die Bewegung des Uhrpendels, die schwingende Last am Seil des Krans auf einer Großbaustelle, die Bewegung der Messer beim Mähdrescher, das Schwirren der Flügel einer Fliege, das Klirren einer Fensterscheibe . . . Neben Schwingungsvorgängen aus der Mechanik kennen wir auch elektrische Schwingungen, die gleichartigen Gesetzen unterliegen. Diese für alle Schwingungsarten geltenden Gesetze aufzuzeigen, soll Ziel dieses Abschnittes sein. Damit schaffen wir zugleich eine wichtige Grundlage für das Verständnis der Wellenlehre [2.6.].

Wir beginnen mit dem Studium einer einfachen periodischen Bewegung, der harmonischen Bewegung, die wir zunächst ohne Reibungseinfluß betrachten wollen.

In [2.5.1.] fragen wir noch nicht nach der Ursache einer harmonischen Bewegung, wir interessieren uns noch nicht für die wirkenden Kräfte. Das geschieht erst in [2.5.2.] Dort werden auch Energieumwandlungen gezeigt. Im letzten Teil folgen die erzwungenen Schwingungen mit dem so wichtigen Resonanzfall.

### 2.5.1. Kinematik der harmonischen Bewegung

#### 2.5.1.1. Weg-Zeit-Diagramm

Die lineare harmonische Schwingung eines Körpers, der an einer Feder hängt, stellt die einfachste Form der Schwingung dar, sofern der Vorgang reibungsfrei verläuft. Wir erhalten das Bild einer solchen Schwingung auch, wenn wir die gleichförmige Kreisbewegung eines Körpers nach Bild 2.104 auf eine Ebene projizieren. Versuchen wir, uns den Ablauf der Bewegung des Körperschattens vorzustellen. Bild 2.105 zeigt den Vorgang noch einmal. Hier liegen die Lichtstrahlen in der Zeichenebene, die Projektionsebene geht senkrecht dazu durch Punkt O. Dem Bild entnehmen wir den Zusammenhang

$$y = r \sin \varphi \quad (*)$$

der neben der Kreisbahn im Diagramm dargestellt ist. Der Radius  $r$  ist gleich dem *Maximalwert* der Größe  $y$ , d. h.,  $r = y_m$ . Für den Winkelweg  $\varphi$  gilt Gleichung (2.9') und mit (2.14):

$$\varphi = \omega t = 2\pi f t = \frac{2\pi}{T} t \quad (**)$$

Der Winkelweg ist der Zeit proportional; deshalb läßt sich die Bewegung des Körperschattens in gleicher Weise zeitabhängig darstellen. Der untere Teil von Bild 2.105 ist somit das *Weg-Zeit-Diagramm* unserer harmonischen Bewegung. (So bezeichnen wir eine Bewegung, deren Weg-Zeit-Diagramm eine Sinuskurve ist.) Eine gleichwertige Aussage liefert die aus (\*) und (\*\*) folgende Gleichung

$$y = y_m \sin \omega t$$

**Weg-Zeit-Gesetz der harmonischen Bewegung (2.63)**

Darin ist  $y_m$  die *Amplitude* (die größte Entfernung des Körpers von seiner mittleren Lage 0) und  $\omega$  die *Kreisfrequenz* (das  $2\pi$ -fache der Frequenz  $f$ ). Einer vollen Umdrehung des Körpers entspricht eine volle *Periode* (eine Hin- und Herbewegung) des Schattens. Die bei der Kreisbewegung als Drehfrequenz bezeichnete Größe nennen wir bei der harmonischen Bewegung *Frequenz*  $f$ . Sie ist gleich dem Quotienten von Anzahl der Schwingungen und dazu benötigter Zeit ( $f = z/t$ ). Die Dauer einer vollen Periode heißt *Periodendauer*  $T$ . Die früher gebräuchliche Bezeichnung Schwingdauer wollen wir nicht verwenden, da man darunter auch oft die gesamte Dauer eines Schwingvorganges versteht. Hier gilt der Zusammenhang

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.8)$$

Die zeitabhängige Größe  $y$  heißt *Elongation* (Ortskoordinate). Sie kennzeichnet die zeitlich veränderliche Entfernung des schwingenden Körpers vom Punkt 0. Ihr Maximalwert ist die *Amplitude* oder Schwingweite.

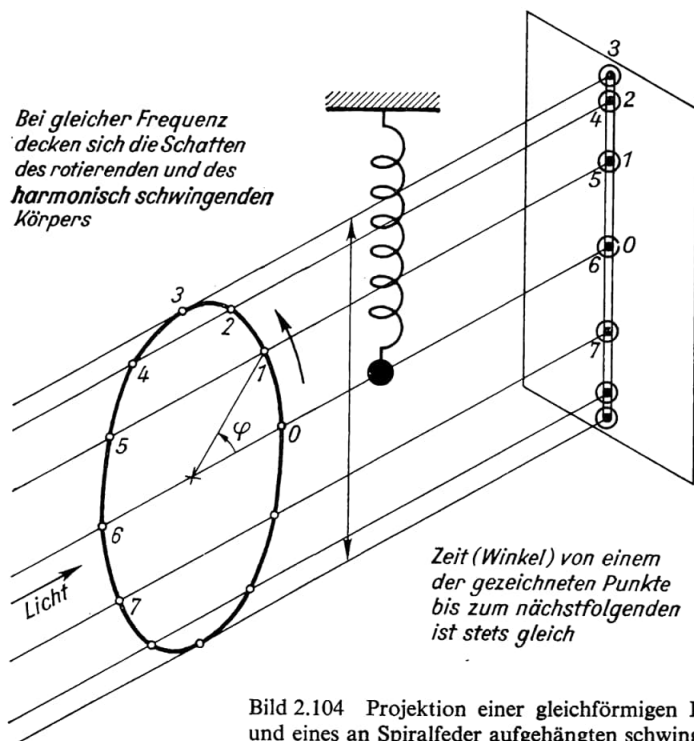
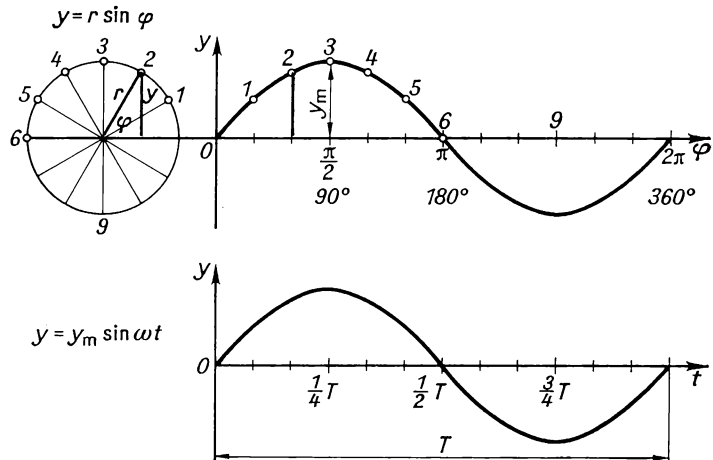


Bild 2.104 Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung (schwarz) und eines an Spiralfeder aufgehängten schwingenden Körpers (rot)



Bild 2.105 Weg-Zeit-Diagramm einer harmonischen Bewegung



Zum Vergleich sollen noch einmal die analogen Größen von gleichförmiger Kreisbewegung [2.2.3.1.] und harmonischer Bewegung gegenübergestellt werden.

Kreisbewegung	Harmonische Bewegung	Gleichung
Radius $r$	Amplitude $y_m$	—
Winkelweg $\varphi$	Phasenwinkel $\varphi$	$\varphi = \omega t$ (2.9')
Winkelgeschwindigkeit $\omega$	Kreisfrequenz $\omega$	$\omega = 2\pi f$ (2.14)
Drehfrequenz $f$	Frequenz $f$	$f = z/t$ (2.7)
Umlaufzeit $T$	Periodendauer $T$	$T = 1/f$ (2.8)

### 2.5.1.2. Geschwindigkeit und Beschleunigung eines harmonisch schwingenden Körpers

Bei einer Bewegung fragen wir nicht ausschließlich nach der Abhängigkeit des Weges von der Zeit. Diese wird durch das untere Diagramm in Bild 2.105 und durch Gleichung (2.63) dargestellt. Wir interessieren uns weiter für die Größen Geschwindigkeit und Beschleunigung. Auch diese sind bei einem schwingenden Körper zeitabhängig. Den Sachverhalt untersuchen wir an der Bewegung des Schattens (Bilder 2.104 und 2.105).

Vielleicht machen wir auch einen kleinen Freihandversuch nach Bild 2.106, den jeder leicht selbst durchführen kann. An einer Schraubenfeder hängt ein Körper neben dem Diagramm. Seine Ruhelage in der Höhe der Zeitachse kennzeichnet die Elongation  $y = 0$ . Wir dehnen die Feder um den Betrag der Amplitude und lassen los. Nunmehr führt der Körper eine Bewegung aus, die durch das erste Diagramm in Bild 2.106 und durch die Gleichung  $y = y_m \sin \omega t$  beschrieben wird.

Wir beginnen unsere Beobachtung zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Der Körper befindet sich am Orte  $y = 0$  und bewegt sich mit großer Geschwindigkeit nach oben (positive Geschwindigkeit). Zu dem durch die Hilfslinie 1-1 gekennzeichneten Zeitpunkt kehrt der Körper gerade um. Seine Geschwindigkeit ist  $v = 0$ , sein Ort  $y = y_m$ . Zu einem weiteren Zeitpunkt 2-2 befindet sich der Körper auf dem Wege von oben nach unten wieder am Ort  $y = 0$ . Seine Geschwindigkeit ist groß, nach unten gerichtet (negativ). Untersucht man zu weiteren Zeitpunkten und stellt die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit dar, so erhält man die zweite Kurve in Bild 2.106, eine Cosinusfunktion. Beim Durchgang durch

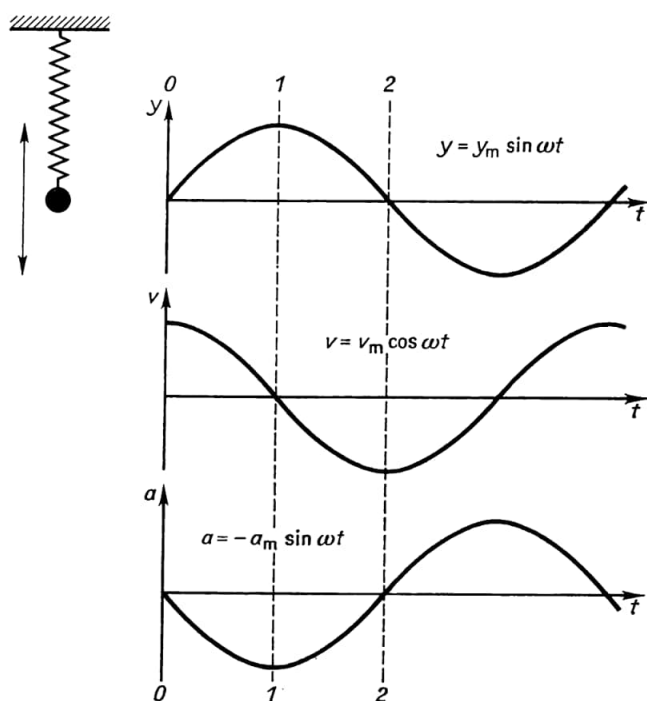


Bild 2.106 Zusammenhang zwischen Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung

die Nullage besitzt der Körper jeweils die größte Geschwindigkeit  $v_m$ . Diese läßt sich leicht ermitteln. In Bild 2.104 erkennt man: Kreisbahn und Bahn des Schattens unterscheiden sich in der nächsten Umgebung von 0 kaum. Folglich müssen auch die Geschwindigkeiten ( $v = \Delta s / \Delta t$ ) an diesen Punkten für Kreisbahn und harmonische Bewegung gleich sein. Nach Gleichung (2.12) ist die Umfangsgeschwindigkeit  $v = \omega r$ . Das muß gleich unserer Geschwindigkeit  $v_m$  sein. Mit  $r = y_m$  wird

$$v_m = \omega y_m$$

**maximale Geschwindigkeit**

(2.64)

und mit der Gleichung  $v = v_m \cos \omega t$ , die wir Bild 2.106 entnehmen, folgt

$$v = \omega y_m \cos \omega t$$

**Geschwindigkeit eines harmonisch schwingenden Körpers**

(2.65)

Die Beschleunigung beschreibt die Änderung der Geschwindigkeit. Es gilt  $a = \Delta v / \Delta t$ , Gleichung (2.3). Diese Änderung der Geschwindigkeit ist am größten bei der Umkehr des schwingenden Körpers, also zu dem durch 1-1 gekennzeichneten Zeitpunkt. Sie ist gleich Null, wenn der Körper seine größte Geschwindigkeit hat. Solange die Geschwindigkeit abnimmt, ist die Beschleunigung negativ, andernfalls positiv. Beachten wir alle diese Fakten, so können wir das untere Diagramm für die Beschleunigung  $a$  zeichnen. Es ist wieder eine Sinuskurve, die jedoch mit negativen Werten beginnt (gekennzeichnet durch den Faktor  $-1$  in der Gleichung). Auch hier erhalten wir den Höchstwert  $a_m$



durch Vergleich mit der gleichförmigen Kreisbewegung. Nach Gleichung (2.18') gilt für den Betrag der Radialbeschleunigung  $a_R = \omega^2 r$ ; und mit  $r = y_m$  folgt

$$a_m = \omega^2 y_m \quad \text{maximale Beschleunigung} \quad (2.66)$$

Mit  $a = -a_m \sin \omega t$  nach Bild 2.106 sowie mit Gleichung (2.63) folgt

$$a = -\omega^2 y_m \sin \omega t = -\omega^2 y \quad \text{Beschleunigung eines harmonisch schwingenden Körpers} \quad (2.67)$$

Die Beschleunigung ist also der Elongation proportional; der Proportionalitätsfaktor ist  $(-\omega^2)$ .

### Lehrbeispiel

2.28

An einer Schraubenfeder schwingt ein Körper. In 1 min werden 72 Perioden gezählt. Der Weg von einem Umkehrpunkt bis zum anderen beträgt 16 cm.

1. Berechnen Sie Periodendauer, Frequenz und Amplitude.
2. Berechnen Sie die Höchstwerte von Geschwindigkeit und Beschleunigung.
3. Welche Elongation hat der schwingende Körper nach 4 s?

Gegeben:  $z = 72$                       Gesucht: 1.  $T, f, y_m$

$t = 1 \text{ min}$                               2.  $v_m, a_m$

$s = 16 \text{ cm}$                               3.  $y_3$

$t_3 = 4 \text{ s}$

$$1. \quad T = \frac{t}{z} = \frac{1 \text{ min}}{72} = \frac{60 \text{ s}}{72} = \frac{5}{6} \text{ s} = \underline{\underline{0,83 \text{ s}}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{72}{60 \text{ s}} = 1,2 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{1,2 \text{ Hz}}}; \quad y_m = \frac{s}{2} = \underline{\underline{8 \text{ cm}}}$$

$$2. \quad v_m = \omega y_m = 2\pi f y_m = 2\pi \cdot 1,2 \text{ s}^{-1} \cdot 8 \text{ cm} = \underline{\underline{0,6 \text{ m s}^{-1}}}$$

$$a_m = \omega^2 y_m = 4\pi^2 f^2 y_m = 4\pi^2 \cdot 1,2^2 \text{ s}^{-2} \cdot 8 \text{ cm} = \underline{\underline{4,5 \text{ m s}^{-2}}}$$

3. Wir zeichnen das  $y, t$ -Diagramm (Bild 2.107). Aus  $T = \frac{5}{6} \text{ s}$  folgt wegen  $t = zT$ : Auf 5 s kommen 6 volle Perioden. Im Diagramm lesen wir das Ergebnis angenähert ab:  $y_3 \approx -7 \text{ cm}$ . Nachdem wir so die Aufgabe übersehen, beginnen wir zu rechnen.

$$y_3 = y_m \sin \omega t = 8 \text{ cm} \cdot \sin(2\pi \cdot 1,2 \text{ s}^{-1} \cdot 4 \text{ s}) = 8 \text{ cm} \cdot \sin(4,8 \cdot 2\pi)$$

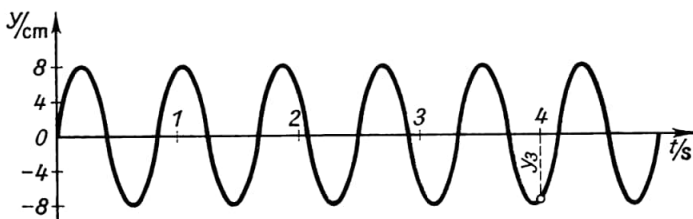


Bild 2.107 Elongation nach Ablauf mehrerer Perioden

<sup>1)</sup> Die Einheit der Frequenz ist Hertz (Hz).  $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1} = 1/\text{s}$

In der Klammer steht der Winkel im Bogenmaß. Es gilt  $2\pi = 360^\circ$ . Nach 4 vollen Perioden ( $4 \cdot 2\pi$ ) befinden wir uns nun in der 5. Periode. Das 0,8fache dieser Periode ist abgelaufen. Aus dieser Betrachtung erhalten wir mit Hilfe der Proportion  $0,8 : 1 = \varphi : 360^\circ$  den Winkel  $\varphi = 0,8 \cdot 360^\circ = 288^\circ$ . Damit wird

$$y = 8 \text{ cm} \cdot \sin 288^\circ = -8 \text{ cm} \cdot \sin (360^\circ - 288^\circ) = \underline{\underline{-7,6 \text{ cm}}}$$

### 2.5.1.3. Anzeige von Schwingungen

Am einfachsten lassen wir den schwingenden Körper selbst sein Weg-Zeit-Diagramm aufzeichnen. In Bild 2.106 könnte er Tinte auf Papier spritzen. Ruht das Papier, so entsteht ein senkrechter Strich (die  $y$ -Achse). Bewegen wir das Papier mit konstanter Geschwindigkeit nach links, so bildet die Tintenspur eine Sinuskurve. Sauberer arbeitet ein Lichtzeiger. Nach Bild 2.108 gelangt ein Lichtstrahl über zwei Spiegel auf eine Wand. Bei ruhendem 1. Spiegel läßt der rotierende zweite Spiegel den Strahl waagerecht über die Wand laufen. Ist Spiegel 1 an einer schwingenden Blattfeder angebracht (Bild 2.109), so lenkt er den Lichtstrahl zusätzlich senkrecht ab, und eine Sinuskurve wird gezeichnet. Bei geeigneter Wahl der Spiegel-Drehfrequenz ruht diese Sinuskurve an der Wand. Beim *Katodenstrahloszillografen* erfolgt die Ablenkung eines Elektronenstrahls elektrisch. Die Elongation ist der elektrischen Spannung proportional (Bild 4.68).

Bild 2.108 Prinzip der Drehspiegelanzeige. Lichtfleck wandert mit konstanter Geschwindigkeit über die Wand

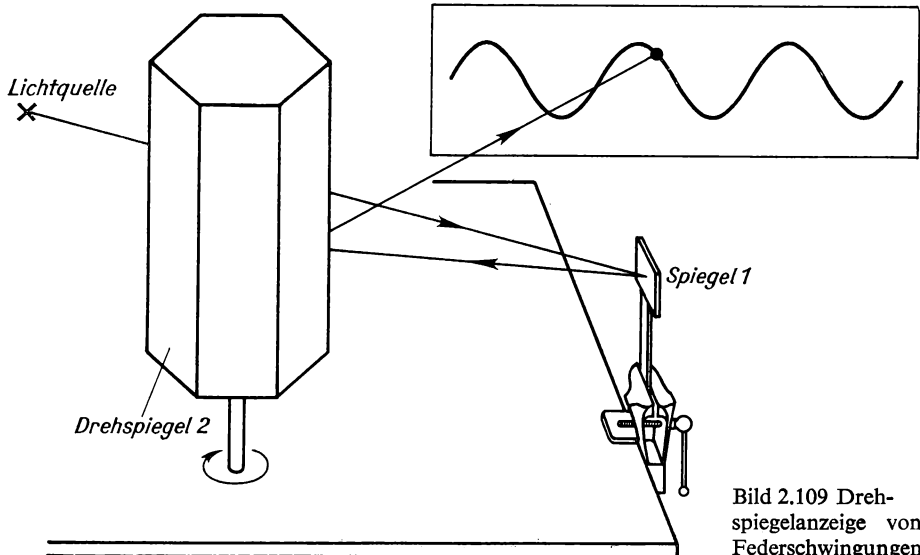
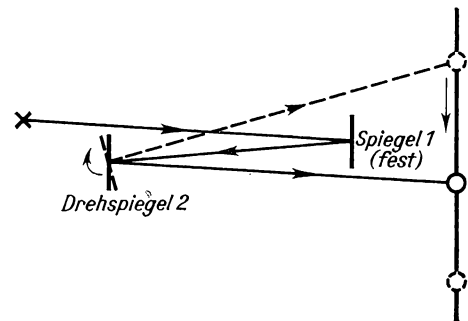


Bild 2.109 Drehspiegelanzeige von Federschwingungen

Bild 2.110 Drei Beispiele für anharmonische Schwingungen

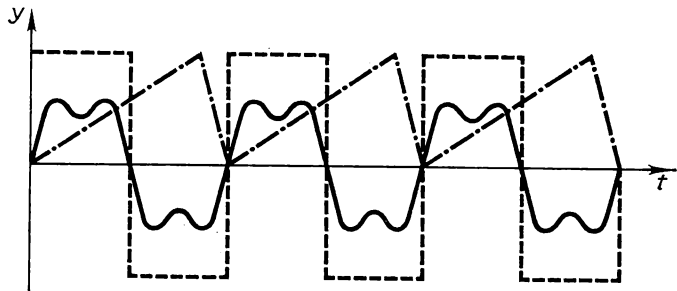
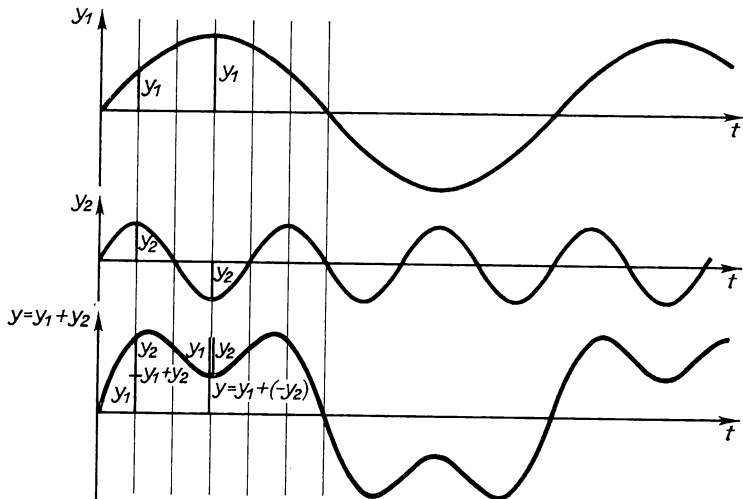


Bild 2.111 Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen



#### 2.5.1.4. Überlagerung harmonischer Schwingungen

Beim Versuch nach Bild 2.109 erhält man häufig nicht sinusförmige Schwingungsformen (Bild 2.110). Diese lassen sich aber stets als Überlagerung mehrerer harmonischer Schwingungen erklären. Das soll an einem Beispiel gezeigt werden (Bild 2.111). Grafisch werden  $y_1$  und  $y_2$  — beide sind entsprechend (2.63) Funktionen der Zeit — addiert. Das geschieht jeweils für einen Zeitpunkt (Hilfslinien beachten!). Es entsteht das Weg-Zeit-Diagramm für die *anharmonische Schwingung*. Andere Frequenzen der Sinusschwingungen sowie andere Anfangsbedingungen geben ganz andersartige Schwingungsbilder. Wir merken uns:

■ Jede anharmonische Schwingung läßt sich als Überlagerung mehrerer (oftmals vieler) harmonischer Schwingungen darstellen.

Kennen wir also die Gesetze der harmonischen Bewegung, so können wir damit jede beliebige Schwingungsform erklären!

Ein Sonderfall soll noch kurz erwähnt werden: Eine *Schwebung* entsteht, wenn zwei harmonische Bewegungen nahezu gleicher Frequenz überlagert werden ( $f_1 \approx f_2$ ). Sind auch noch die beiden Amplituden gleich, so ergibt sich die im Diagramm von Bild 2.121 (S. 144) dargestellte Schwingung. Die periodische Schwankung der Amplitude geschieht mit der Frequenz  $f = f_1 - f_2$ , die um so kleiner ist, je näher  $f_1$  bei  $f_2$  liegt. Schlagen wir zwei wenig gegeneinander verstimmte Stimmgabeln gleich stark an, so entsteht eine solche Schwebung. Wir stellen fest, daß die Lautstärke mit der Schwebungsfrequenz schwankt.

## 2.5.2. Dynamik schwingender Körper

### 2.5.2.1. Kraftgesetz

Wie für jede Bewegung gilt auch hier das dynamische Grundgesetz  $F = ma$ . Mit Gl. (2.67) folgt

$$F = -m\omega^2 y_m \sin \omega t = -m\omega^2 y \quad (2.68)$$

Für einen bestimmten harmonischen Schwinger sind darin die Masse  $m$  und Kreisfrequenz  $\omega$  Konstante. So dürfen wir mit  $k = m\omega^2$  als Proportionalitätsfaktor auch kurz schreiben:

$$F = -ky \quad \text{Kraftgesetz für harmonische Bewegung} \quad (2.69)$$

$k$  ist die *Richtgröße*, bei einer Feder auch *Federkonstante* genannt.

Die Kraft ist wie Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung eine zeitabhängige Größe. Sie ist in jedem Augenblick der Elongation proportional und entgegengesetzt gerichtet. Gleichung (2.69) gibt uns unmittelbar die Bedingung an, unter der allein eine harmonische Bewegung erfolgen kann:

■ Lineares<sup>1)</sup> Kraftgesetz ist notwendige und hinreichende Bedingung für eine harmonische Bewegung.

Mit dem in Gleichung (2.69) festgelegten Proportionalitätsfaktor  $k = m\omega^2$  erhalten wir leicht eine für jeden harmonischen Schwinger gültige Aussage über Periodendauer und Frequenz. Es gilt

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \text{daraus folgen}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Frequenz bei harmonischer Bewegung} \quad (2.70)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{Periodendauer bei harmonischer Bewegung} \quad (2.71)$$

### 2.5.2.2. Energiebetrachtungen

Wir kennen zwei Arten mechanischer Energie: potentielle und kinetische Energie. Bei einer gespannten Feder gilt Gleichung (2.29'):  $W_{\text{pot}} = \frac{1}{2}ks^2$ . Die kinetische Energie ist allgemein  $W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$ . Für unseren harmonischen Schwinger (Bild 2.106) ist somit

$$\begin{aligned} \text{für } y = y_m & \text{ nur potentielle Energie vorhanden: } W_{\text{pot}} = \frac{1}{2}ky_m^2 \\ \text{für } y = 0 & \text{ nur kinetische Energie vorhanden: } W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv_m^2. \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Gilt  $u = \text{konst} \cdot v$ , so spricht man von linearer Abhängigkeit

Jeder Ausdruck stellt zugleich die *Gesamtenergie* dar. Es muß also in Übereinstimmung mit dem Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie gelten

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} k y_{\text{m}}^2 = \frac{1}{2} m v_{\text{m}}^2$$

Das zweite Gleichheitszeichen läßt sich auch leicht bestätigen, wenn man  $k = m\omega^2$  und Gleichung (2.64) verwendet.

Ganz allgemein gilt für die zeitabhängige Energie

$$W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k y^2 = \frac{1}{2} k y_{\text{m}}^2 \sin^2 \omega t \quad (2.72)$$

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 y_{\text{m}}^2 \cos^2 \omega t \quad (2.73)$$

Für die Gesamtenergie folgt dann in Übereinstimmung mit dem Ergebnis des zuvor betrachteten speziellen Beispiels

$$W_{\text{ges}} = W_{\text{pot}} + W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} k y_{\text{m}}^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)$$

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} k y_{\text{m}}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 y_{\text{m}}^2 = \text{konst} \quad (2.74)$$

Die Summe von potentieller und kinetischer Energie eines harmonischen Schwingers ist konstant (nicht zeitabhängig). Sie ist proportional der Richtgröße  $k = m\omega^2$  und dem Quadrat der Amplitude  $y_{\text{m}}$ .

Alle Überlegungen dieses Abschnitts gelten nicht nur für den anfangs als Beispiel gewählten Federschwinger, sondern für jede harmonische Bewegung.

### 2.5.2.3. Beispiele für harmonische Bewegungen

Mehrfach benutzen wir als Beispiel den in Bild 2.106 dargestellten Schwinger. Nun wollen wir die hergeleiteten Gleichungen für diesen Schwinger anwenden.

#### Lehrbeispiel

2.29

Eine vorbelastete Feder wird durch das Gewicht eines angehängten Körpers ( $m_1 = 50 \text{ g}$ ) um  $4,3 \text{ cm}$  gedehnt.

1. Berechnen Sie die Federkonstante.

2. Wie groß ist die Frequenz, wenn die Masse des schwingenden Körpers  $100 \text{ g}$  beträgt? (Beachten Sie: Dies ist ein anderer Körper als im Teil 1 dieser Aufgabe!)

3. Geben Sie die Gesamtenergie der Schwingung für eine Amplitude von  $6 \text{ cm}$  an.

Gegeben:  $m_1 = 50 \text{ g}$       Gesucht:  $k, f, W_{\text{ges}}$

$\Delta s = 4,3 \text{ cm}$

$m_2 = 100 \text{ g}$

$y_{\text{m}} = 6 \text{ cm}$

1. Nach [2.3.1.12.] ist  $k = F/\Delta s = m_1 g / \Delta s$

$$k = \frac{50 \text{ g} \cdot 9,81 \text{ m}}{4,3 \text{ cm} \cdot \text{s}^2} = \frac{50 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot 100}{1000 \text{ s}^2 \cdot 4,3 \text{ m}} = \underline{\underline{11,4 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}$$

2. Mit Gl. (2.70) wird

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_1 g}{m_2 \Delta s}} = \underline{\underline{1,7 \text{ Hz}}}$$

3. Nach Gl. (2.74) erhalten wir

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} k y_m^2 = \frac{m_1 g y_m^2}{2 \Delta s} = \underline{\underline{0,021 \text{ Nm}}}$$

### Übungen

- 2.40** Berechnen Sie die Federkonstante  $k$  und die Gesamtenergie für die in Lehrbeispiel 2.28 betrachtete Schwingung. Die Masse des schwingenden Körpers sei  $m = 30 \text{ g}$ .
- 2.41** Eine Feder um  $10 \text{ cm}$  zu dehnen, erfordert eine Arbeit von  $0,025 \text{ kpm}$ . Geben Sie die Periodendauer der Schwingung an, die erfolgt, wenn an die Feder ein Körper von  $200 \text{ g}$  Masse angehängt, die Feder um  $5 \text{ cm}$  ausgelenkt und losgelassen wird.
- 2.42** Eine Maschine belastet ein Fundament. Nach Bild 2.112 (sehr vereinfacht dargestellt) ruft ihr Gewicht  $500 \text{ kp}$  ein Durchbiegen des Fundaments um  $2 \text{ cm}$  hervor. Mit welcher Frequenz könnte das System Maschine (= Körper) und Fundament (= Feder) schwingen?

Ein *Torsionspendel* führt Drehschwingungen aus (Bild 2.113). Analog zum Kraftgesetz  $F = -ky$  gilt hier für das rücktreibende Drehmoment  $M = -k'\varphi$  ( $k'$  Winkelrichtgröße;  $\varphi$  Drehwinkel oder Winkelweg). Wie in [2.2.3.2.] dürfen wir Analogiebetrachtungen anwenden. Trägheitsmoment  $J$  für Masse  $m$  gesetzt, wird aus Gl. (2.70) die Gleichung für die Frequenz des Torsionsschwingers:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \longrightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k'}{J}} \quad (2.75)$$

### Lehrbeispiel

- 2.30** Experimentelle Bestimmung des Massenträgheitsmoments eines kleinen Schwungrads (Bild 2.113.1). Wir befestigen das Schwungrad an einem Stahldraht und messen die Zeit  $t_1$  für 100 Perioden. Dann gilt  $T_1 = t_1/100 = 2\pi \sqrt{J/k'}$ . Als dann befestigen wir zwei Wägestücke (Masse  $m_2$  je  $1/5$  bis  $1/10$  der Masse  $m_1$  des Schwungrades) wie Bild 2.113.2 zeigt. Jetzt gilt mit  $t_2$  für 100 Perioden  $T_2 = t_2/100 = 2\pi \sqrt{(J + J')/k'}$ . Darin ist das Massenträgheitsmoment  $J'$  der beiden im Abstand  $r$  vom Draht befestigten Wägestückchen  $J' = 2m_2 r^2$ . Nun gilt

$$T_1 : T_2 = t_1 : t_2 = \sqrt{J : (J + J')}.$$

Daraus folgt für das gesuchte Massenträgheitsmoment:

$$J = J' \frac{t_1^2}{t_2^2 - t_1^2} = 2m_2 r^2 \frac{t_1^2}{t_2^2 - t_1^2}$$

Die Größen  $m_2$ ,  $r$ ,  $t_1$  und  $t_2$  werden im Experiment bestimmt.

Auch ein *mathematisches Pendel* kann harmonische Schwingungen ausführen. Ein *punktförmiger Körper* soll an einem *masselosen Faden* hängen. Das können wir nur annähernd verwirklichen, indem wir eine kleine Bleikugel an einem langen dünnen Faden befestigen. Ein solches Pendel nennen wir *Fadenpendel*. Schwingt die Bleikugel, einmal angestoßen, harmonisch? Das muß der Fall sein, wenn wir ein lineares Kraftgesetz wie Gl. (2.69) nachweisen können. Nach Bild 2.114 hängt die rücktreibende Kraft mit der Komponente

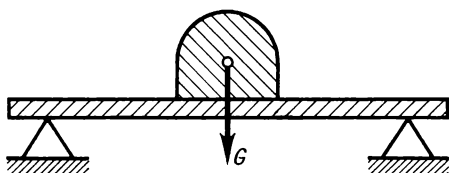
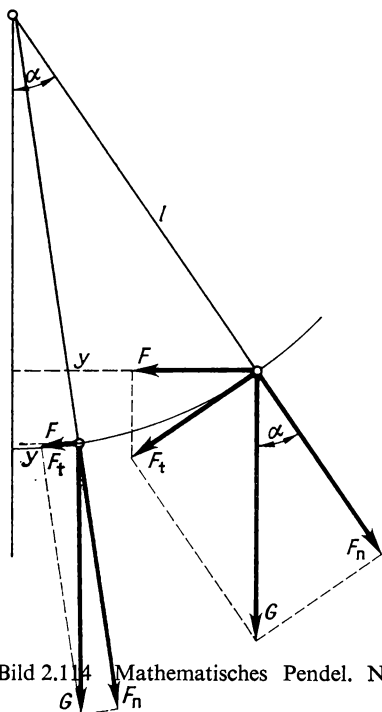


Bild 2.112 Maschine auf Fundament (Prinzip)

Bild 2.114 Mathematisches Pendel. Nur für kleine Winkel (rot) gilt:  $F \approx F_t \sim y$ 

$F_t$  vom Gewicht unserer Kugel zusammen. Es gilt (ähnliche Dreiecke!)  $F_t : G = y : l$ ;  $F_t = \frac{G}{l} y$ . Für kleine Winkel  $\alpha$  ist aber  $F_t \approx F$ . Nur für kleine Amplituden gilt also das lineare Kraftgesetz

$$F = \frac{G}{l} y = ky \quad (\text{für } \alpha \leq 5^\circ) \quad (2.76)$$

Mit Gl. (2.70) und  $G = mg$  folgt für die Frequenz bei kleiner Amplitude

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mg}{ml}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

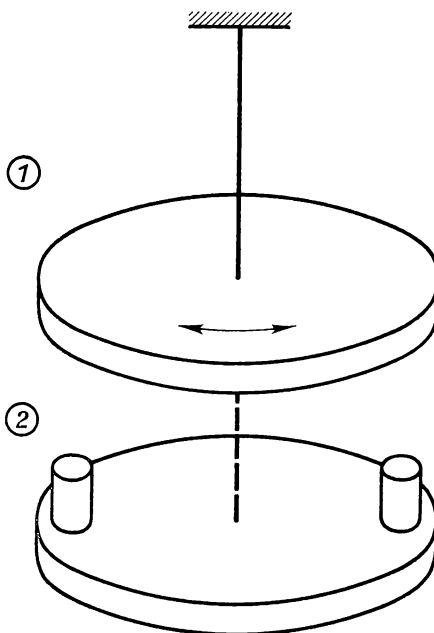


Bild 2.113 Torsionspendel



$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

**Frequenz des mathematischen Pendels** (2.77)

**Periodendauer des mathematischen Pendels** (2.78)

Ein *Fadenpendel* (Fadenmasse  $\ll$  Masse des Pendelkörpers; Fadenlänge  $\gg$  Durchmesser des Pendelkörpers) führt bei kleiner Amplitude harmonische Schwingungen aus. Die Frequenz dieser Schwingung ist nur von der Pendellänge und dem ortsabhängigen Wert der Fallbeschleunigung, nicht von der Masse des Pendelkörpers abhängig.

### Lehrbeispiel

2.31 Bestimmen Sie durch Messen der Periodendauer eines Fadenpendels die Fallbeschleunigung.

Wir messen die Zeit  $t$  für 100 Perioden und die Pendellänge  $l$ . Die Periodendauer ist dann  $T = t/100$ . Aus Gl. (2.78) folgt

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4 \cdot 10^4 \pi^2 l}{t^2}$$

Die Werte  $l$  und  $t$  sollen Sie an einem selbst hergestellten Pendel messen!

Pendel sind selten so gestaltet, daß man sie als mathematische Pendel ansehen darf. Ein Pendel beliebiger Gestalt heißt *physisches Pendel* (Bild 2.115). Wie beim Torsionspendel wollen wir auch hier das rücktreibende Moment  $M$  betrachten. Sofern es linear vom Drehwinkel  $\varphi$  abhängt, liegt eine harmonische Bewegung vor. Im rechten Teil von Bild 2.115 finden wir einen Körper beliebiger Gestalt mit Aufhängepunkt  $A$  und Schwerpunkt  $S$ . Dann gilt  $M = Gs \sin \varphi$ . Für kleine Drehwinkel ist  $\sin \varphi \approx \varphi$  und damit  $M = mgs\varphi = k'\varphi$ . Aus Gl. (2.75) folgt dann für kleine Amplitude:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k'}{J}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mgs}{J}}$$

**Frequenz des physischen Pendels** (2.79)

Ein mathematisches Pendel der Länge  $l = J/ms$  (reduzierte Pendellänge genannt) hätte die gleiche Frequenz.

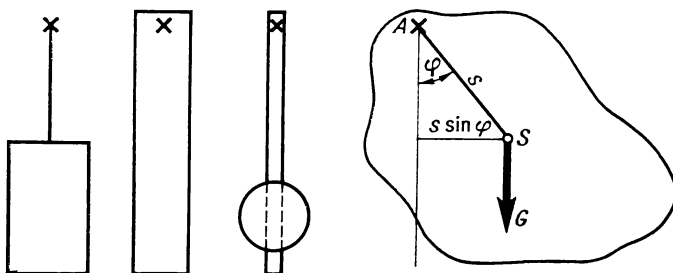


Bild 2.115 Beispiele für physische Pendel

### Übungen

- 2.43 Ein Fadenpendel von 0,5 m Länge hat eine Amplitude von 30 bzw. 5 cm. Die Periodendauer bei den verschiedenen Amplituden ist laut Experiment nicht gleich. Liegt ein Meßfehler vor?
- 2.44 Zwei Körper gleicher Gestalt sind in gleicher Weise aufgehängt. Sie bestehen aus verschiedenem Material. Die Dichte des einen ist doppelt so groß wie die des anderen. Wie verhalten sich die Frequenzen der beiden physischen Pendel?

#### 2.5.2.4. Gedämpfte Schwingungen

Durch einmaligen kurzen Anstoß angeregte Schwingungsvorgänge verlaufen nach Bild 2.116 als gedämpfte Schwingung. Die durch den Stoß zugeführte Energie wird durch Reibungsarbeit in Wärmeenergie verwandelt. Entgegen den in [2.5.2.2.] angestellten Überlegungen ist die mechanische Energie nicht konstant. Sie nimmt ständig ab. Die Amplitude der Schwingung wird kleiner, die Frequenz wird jedoch nicht verändert.

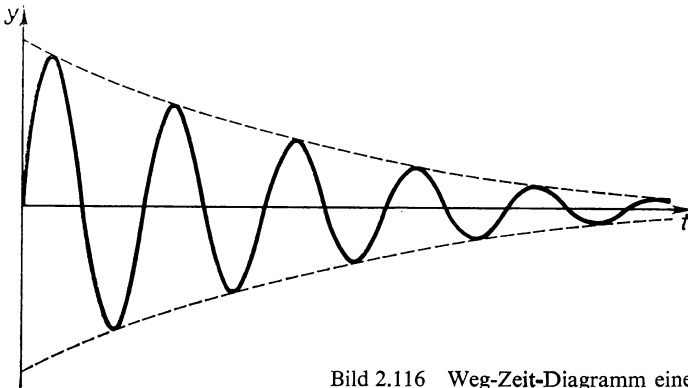


Bild 2.116 Weg-Zeit-Diagramm einer gedämpften Schwingung

Soll ein Schwingvorgang ungedämpft verlaufen, so müßte die Reibung ausgeschlossen werden. Das ist niemals vollständig möglich. Man kann aber gerade so viel mechanische Energie zuführen, wie durch Reibungsarbeit verlorengeht. Das geschieht überall dort, wo ungedämpfte Schwingungen beobachtet werden. Bei einer Taschenuhr beispielsweise wird die potentielle Energie einer gespannten Feder genutzt. In jeder Periode erfährt die Unruhe einen kleinen Anstoß, gerade groß genug, um die Reibungsverluste zu kompensieren.

### 2.5.3. Erzwungene Schwingungen

#### 2.5.3.1. Oszillator und Resonator

Bisher betrachteten wir Schwingungen, deren Frequenz allein durch Eigenschaften des schwingungsfähigen Systems bestimmt wurde. Solche Schwingungen heißen *Eigenschwingungen*, ihre Frequenz ist die *Eigenfrequenz*. Man kann aber auch einen Körper zwingen, eine periodische Bewegung mitzumachen. Wir führen zum besseren Verständnis einen Freihandversuch durch. Ein mathematisches Pendel bewegen wir nach Bild 2.117 mit der Hand. Bei langsamer Hin- und Herbewegung folgt der Pendelkörper streng. Die Hand als *Erreger* oder *Oszillator* zwingt den Körper als *Mitschwinger* oder *Resonator* zu einer *erzwungenen Schwingung*. Oszillator und Resonator haben dabei gleiche Frequenz. Das gilt auch noch, wenn wir die Hand schneller bewegen, die Erregerfrequenz also vergrößern.

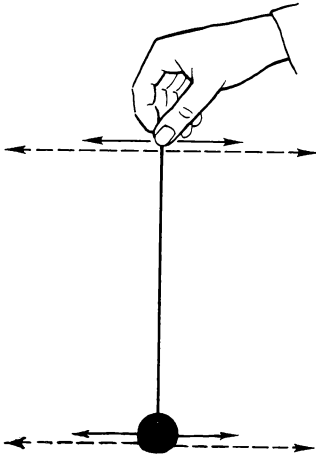


Bild 2.117 Oszillator (Hand) und Resonator (Kugel)

bern. Jetzt wird zwar der Zusammenhang von Oszillator- und Resonatorbewegung schwieriger zu erkennen sein, aber gleiche Frequenz läßt sich weiterhin feststellen. Derartige Systeme von Oszillator und Resonator gibt es in Natur und Technik sehr viele. Zum Beispiel stößt der Schritt eines Menschen eine leichte Brücke periodisch an. Probieren Sie das aus, indem Sie ein langes Brett überschreiten, das wie eine Brücke auf zwei „Pfeilern“ gelagert ist! – Durch die Kolben eines Motors wirkt bei jeder Umdrehung ein Stoß auf das Fundament oder auf das Fahrzeug. – Stets ist auch ein Resonator vorhanden, der mitschwingt. Dieses Mitschwingen geschieht häufig mit sehr großen Amplituden. Die Brücke kann einstürzen, das Brett kann brechen, Welle oder Fundament des Motors können zerstört werden.

### 2.5.3.2. Resonanz

Die Gesetzmäßigkeiten solcher Erscheinungen muß man kennen, um in der Lage zu sein, etwaigen Schäden vorbeugen zu können. Bei einem Fahrzeug hören wir gelegentlich, wie bei verschiedenen Geschwindigkeiten, verschiedenen Motordrehzahlen entsprechend, immer wieder ein anderes Teil der Karosserie mitschwingt. Wir nehmen dies wahr, weil die Frequenz im Hörbereich liegt und die Amplituden der Schwingungen so groß werden, daß hörbarer Schall entsteht. Der Betrag der Resonatoramplitude ist offensichtlich frequenzabhängig. Das wollen wir in unserem Versuch näher untersuchen. Wir beginnen wieder mit kleiner Erregerfrequenz. Die Amplituden von Erreger und Mitschwinger sind gleich, sie sollen klein sein. Wir vergrößern nun die Frequenz. Bei gleicher Oszillatoramplitude bemerken wir eine größere Resonatoramplitude. Mit weiter zunehmender Frequenz wird die Amplitude des Resonators zunächst noch wesentlich größer und nimmt dann wieder ab. Diese Ergebnisse sind im Diagramm (Bild 2.118) dargestellt. Im *Resonanzfall* ist die Amplitude des Resonators am größten. Dann ist die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz des Resonators, der Frequenz also, mit der unser mathematisches Pendel nach einmaligem Anstoß schwingen würde.

Derartig große Amplituden bedeuten starke Materialbeanspruchung. Sie müssen deshalb vermieden werden. Zwei Möglichkeiten gibt es: Bei großer Dämpfung des Mitschwingers kann die Vergrößerung der Amplitude im Resonanzfall nur gering sein (gestrichelte Kurve im Diagramm). Sie ist aber noch bemerkbar. Besser ist es, wenn der Erreger die Resonanzfrequenz  $f_0$ , auch kritische Frequenz genannt, gar nicht erreichen kann. Dann gibt es keinen Resonanzfall.

## Übungen

- 2.45** Ein Motor läuft mit der Drehzahl 1500/min.  
 1. Geben Sie die Frequenz der Stöße an, die durch Kolben oder Unwucht entstehen.  
 2. Die Eigenfrequenz des Fundaments sei 15 Hz. Was ist beim An- und Auslaufen des Motors zu beobachten und zu beachten?
- 2.46** Ein Zungenfrequenzmesser für Wechselstrom besteht aus kleinen einseitig eingespannten Blattfedern verschiedener Länge (Bild 2.119). Wie erklären Sie die Anzeige der Frequenz des Wechselstromes?

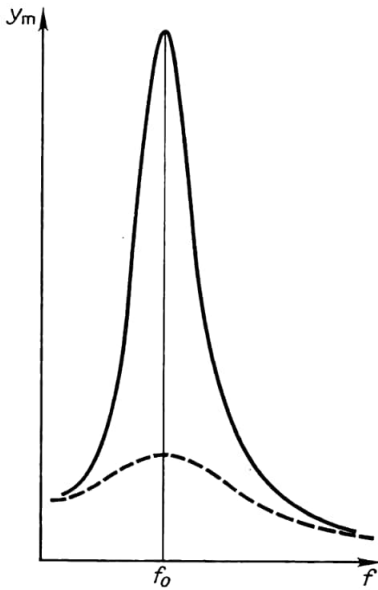


Bild 2.118

Bild 2.118 Resonanzkurve (gestrichelt: bei großer Dämpfung)

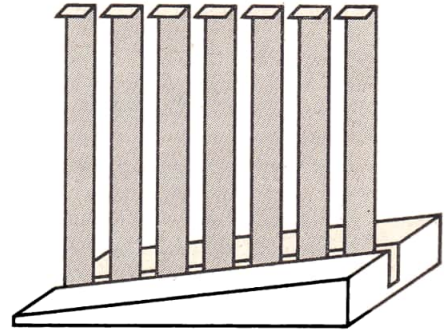
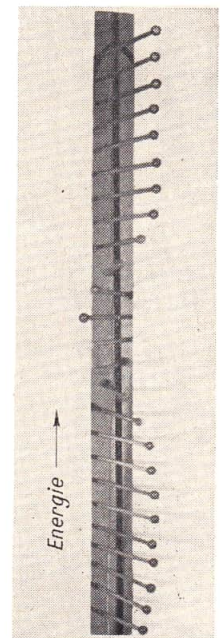
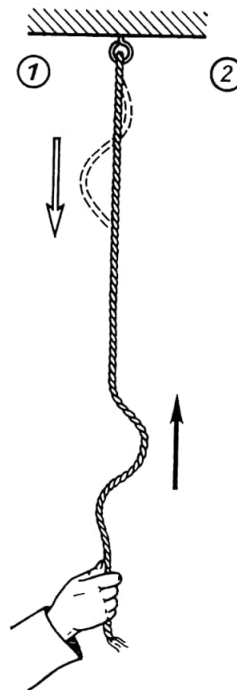


Bild 2.119

Bild 2.119 Prinzip des Zungenfrequenzmessers

Bild 2.120 Mechanische Wellen (Stoßwellen): 1. Seilwelle, 2. gekoppelte Torsionspendel



## 2.6. Wellenlehre und Akustik

Äußerst vielfältig sind die Wellenerscheinungen. Manche lassen sich gut beobachten. Dazu gehören mechanische Wellen und ganz besonders die Oberflächenwellen des Wassers. Vor allem die letzteren werden uns einige wichtige Merkmale der Wellenausbreitung veranschaulichen. Bei Schallwellen und elektromagnetischen Wellen können wir den Wellencharakter nicht so leicht erkennen.

Alle Wellen gehorchen gleichen Gesetzen, die wir nun studieren wollen. Wir untersuchen zunächst mechanische Wellen (Bild 2.120). Schallwellen werden uns gelegentlich als Beispiel dienen. Vor allem wollen wir an Schallwellen die Gesetze anwenden lernen, die in gleicher Weise für elektromagnetische Wellen gelten.

### 2.6.1. Allgemeines über Wellen

#### 2.6.1.1. Wesen der Wellenbewegung

Zum besseren Verständnis untersuchen wir das Verhalten zweier *gekoppelter Pendel*. Die Kopplung besorgt nach Bild 2.121 ein wenig belasteter Faden. Eine sehr weiche Feder tut es auch. Wird Pendel 1 angestoßen, so führt es eine harmonische Schwingung aus. Bald beginnt auch das zweite Pendel zu schwingen. Nach und nach geht die Energie vollständig vom ersten auf das zweite Pendel über, das erste Pendel ruht dann. Sind wie in Bild 2.120.2 mehr als zwei Pendel vorhanden, so wird die Energie weiter auf die folgenden Pendel übertragen. Ein *Seil* (Bild 2.120.1) können wir als dichte Folge gekoppelter schwingungsfähiger Körper auffassen. Hier erkennen wir bereits eine typische Wellenerscheinung, die *Seilwelle*. Am Ende des Seils erfolgt Reflexion. Bei zwei gekoppelten Pendeln geschieht das ebenfalls. Deshalb wird die Energie auch wieder von Pendel 2

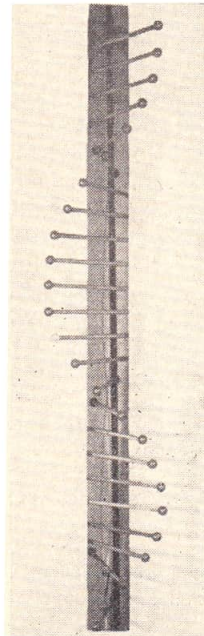
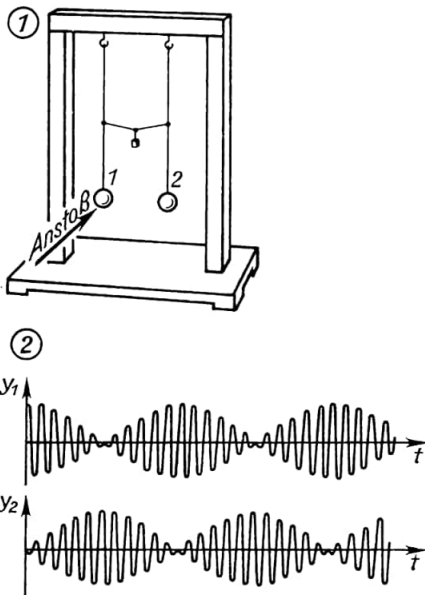


Bild 2.121 (links) Zwei gekoppelte Pendel:

1. Experiment,
2. Weg-Zeit-Diagramme für die Körper 1 und 2

Bild 2.122 Periodische Welle bei gekoppelten Torsionspendeln

$$y = y_m \sin \omega t$$

Bewegung eines Teilchens (Teilchen 0) im Zeitablauf

$$y = -y_m \sin \left( \frac{\omega x}{c} \right)$$

$$= y_m \sin \left( -\frac{\omega x}{c} \right)$$

Ort aller Teilchen zu einem Zeitpunkt

Ort aller Teilchen zu einem späteren Zeitpunkt ( $t = T/4$  später)

Ort aller Teilchen nochmals  $t = T/4$  später

Teilbilder 2, 3, 4 (und 5, das nicht mehr einzeln gezeichnet ist) zusammengefaßt

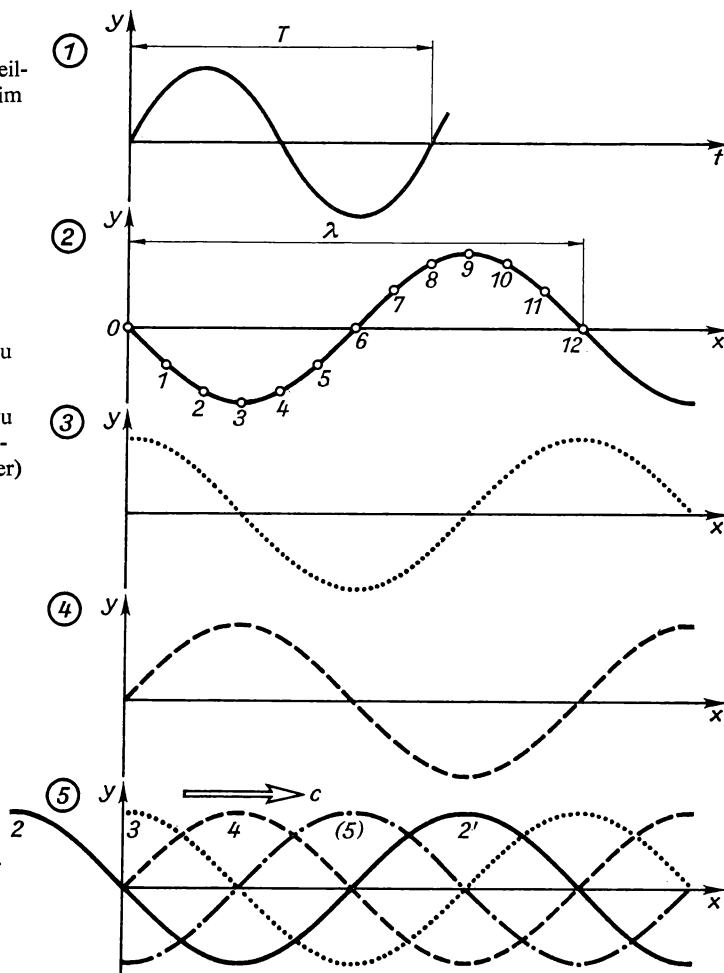


Bild 2.123 Elongation-Zeit- und Elongation-Orts-Diagramm einer mechanischen Welle

auf Pendel 1 übertragen (Diagramm in Bild 2.121). Diese Reflexion soll uns jedoch erst später interessieren. Zunächst fassen wir die aus den angeführten Beispielen gewonnenen Erkenntnisse zusammen:

Eine Welle überträgt Energie. Der Schwingungszustand wandert. Die einzelnen Teilchen, die an der Wellenbewegung teilnehmen, schwingen nur um eine Nullage. Sie bewegen sich nicht wie die Energie vom Ursprung fort.

Ganz allgemein können wir sagen:

- Die Ausbreitung einer örtlichen Störung bezeichnen wir als Welle.

Wenn ein Teilchen periodisch angestoßen wird, führen alle Teilchen der Welle harmonische Bewegungen nach Bild 2.105 aus (Bild 2.122). Das geschieht in jedem Stoff, sofern nur

das angestoßene Teilchen durch elastische Kräfte in die alte Lage zurückgeführt wird. Wellen können sich folglich in elastischen festen Körpern, in Flüssigkeiten und Gasen, nicht aber in plastischen (unelastischen) Körpern ausbreiten.

Bild 2.123.1 zeigt noch einmal das Diagramm Bild 2.105. Wir können aber alle Teilchen, die an der Wellenbewegung teilnehmen, auch gleichzeitig betrachten. Wir machen „Momentaufnahmen“ (Bild 2.123.2,3 und 4) jeweils im zeitlichen Abstand von  $t = T/4$ . Mit einer weiteren Momentaufnahme (5), die nicht mehr einzeln dargestellt ist, entsteht das letzte Diagramm. Es faßt alle Momentaufnahmen zusammen. Wir erkennen, wie die Welle mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  nach rechts wandert.

Die beiden in Bild 2.123.1 und 2 angeführten Gleichungen können wir zusammenfassen:

$$y_s = y_m \sin \omega(t - x/c) \quad \text{Wellengleichung} \quad (2.80)$$

Diese Gleichung enthält sowohl die Zeitabhängigkeit als auch die Ortsabhängigkeit der Elongation aller Teilchen. Betrachten wir die Bewegung eines Teilchens an einem Ort allein ( $x = \text{konst.}$ ; wir wählen  $x = 0$ ), so wird daraus Gl. (2.63). Interessieren wir uns für die Elongation aller Teilchen an den verschiedenen Orten  $x_1, x_2, \dots$  zu einem Zeitpunkt (wir wählen  $t = 0$ ), so gilt  $y = -y_m \sin \omega x/c$ .

Wegen des Zusammenhangs mit der harmonischen Bewegung gelten unmittelbar die Gleichungen

$$f = 1/T \quad (2.8) \quad \text{und} \quad \omega = 2\pi f \quad (2.14)$$

für jede Wellenbewegung.

In Bild 2.123.1 ist die uns von der harmonischen Bewegung her geläufige *Periodendauer*  $T$  eingetragen. Sie stellt eine den Schwingvorgang des einzelnen Teilchens und damit die Welle kennzeichnende Zeit dar. In Bildteil 2 wurde eine für die Welle typische Länge, die *Wellenlänge*  $\lambda$ , eingezeichnet. Darunter versteht man z. B. den Abstand von einem Wellenberg bis zum nächsten oder allgemein den Abstand zwischen Nachbarpunkten gleicher Phase. Aus den Größen  $T$  und  $\lambda$  können wir leicht die *Ausbreitungsgeschwindigkeit*  $c$  einer Welle herleiten. Während der Wellenberg 2 im letzten Bildteil an den Ort 2' gelangt, vollführt jedes Teilchen eine volle Periode. Dazu gehört die Zeit  $T$  (Periodendauer). Der Wellenberg legt die Strecke  $\lambda$  zurück. Nach Gl. (2.2'') für die gleichförmige Bewegung gilt

$$\lambda = cT = c/f$$

oder

$$c = \lambda f$$

$$\text{Ausbreitungsgeschwindigkeit} \\ = \text{Wellenlänge mal Frequenz} \quad (2.81)$$

### Lehrbeispiel

2.32

Eine Schallwelle breitet sich in Luft mit der Geschwindigkeit  $c_s = 340 \text{ m/s}$  aus. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Rundfunkwelle ist  $c_R = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Berechnen Sie die Wellenlänge

1. einer Schallwelle der Frequenz 150 kHz (Ultraschall),
2. einer Rundfunkwelle gleicher Frequenz (Langwellenbereich).



Gegeben:  $f = 150 \text{ kHz}$     Gesucht:  $\lambda_s, \lambda_R$

$$c_s = 340 \text{ m/s}$$

$$c_R = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$1. \lambda_s = c_s/f = \frac{340 \text{ m} \cdot \text{s}}{\text{s} \cdot 1,5 \cdot 10^5} = 0,0023 \text{ m} = \underline{\underline{2,3 \text{ mm}}}$$

$$2. \lambda_R = c_R/f = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}}{\text{s} \cdot 1,5 \cdot 10^5} = \underline{\underline{2 \text{ km}}}$$

### 2.6.1.2. Wellenarten

Alle bisher betrachteten Wellen sind *Querwellen* oder *Transversalwellen*. Jedes schwingende Teilchen bewegt sich senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle, senkrecht also zur Richtung des Energietransports.

Wir können aber Pendel 1 in Bild 2.121.1 auch so anstoßen, daß es sich dem Pendel 2 periodisch nähert und von diesem entfernt. Wiederum würde das angekoppelte zweite Pendel zu schwingen anfangen und alle Energie übernehmen. Wir könnten gleichartige Diagramme  $y_1(t)$  und  $y_2(t)$  zeichnen. Eine derartige Welle nennen wir *Längswelle* oder *Longitudinalwelle*. Bild 2.124 zeigt schematisch, wie das periodisch angestoßene Pendel 1 seine Energie laufend nach rechts abgibt. Nach einiger Zeit sind alle Pendel 1...20 in Bewegung. Jedes einzelne bewegt sich harmonisch, Gl. (2.63) entsprechend. Der gesamte Vorgang wird durch die Diagramme in Bild 2.123 sowie durch die Wellengleichung (2.80) beschrieben. Die  $y$ -Richtung fällt hier aber mit Ausbreitungsrichtung der Welle zusammen, d. h., eine Momentaufnahme würde eine Zeile von Bild 2.124 ergeben. Das z. B. zur zweitletzten Zeile gehörende  $y, x$ -Diagramm wäre Bild 2.123.2.  $y$  ist jetzt der sich periodisch ändernde Abstand eines Teilchen von seinem in der ersten Zeile von Bild 2.124 festgelegten „Nullpunkt“.

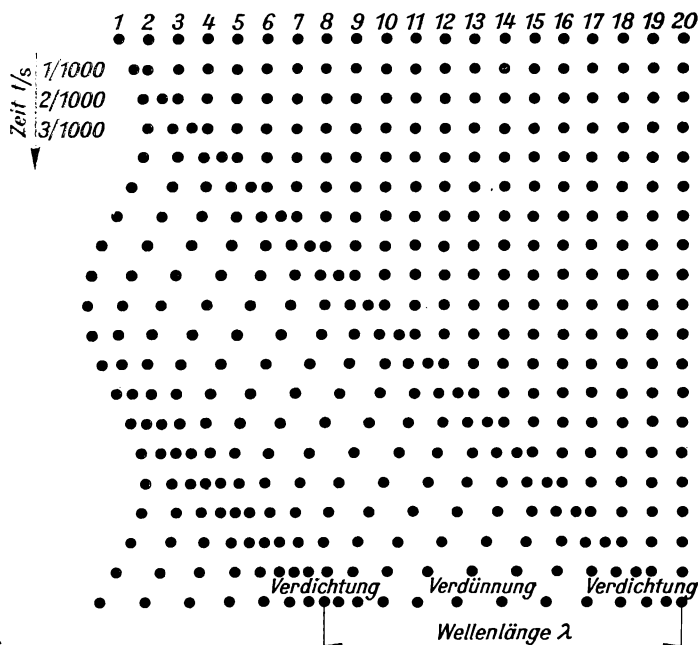


Bild 2.124 Längswelle

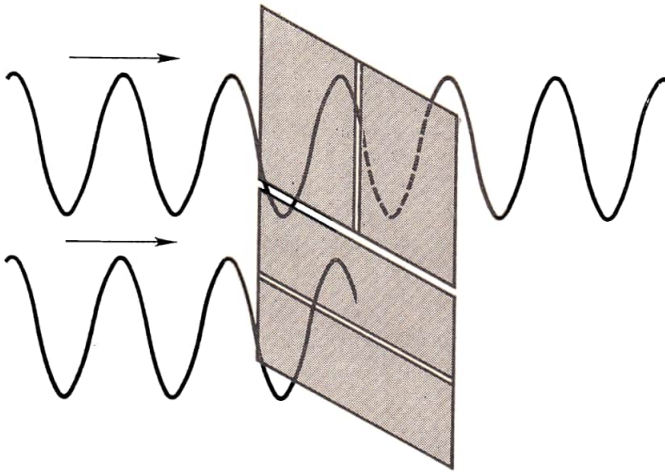


Bild 2.125 Polarisation

Querwellen, deren Teilchen nur in einer Ebene schwingen, heißen *linear polarisiert*. Sie gelangen durch ein in Bild 2.125 dargestelltes Hindernis ungehindert hindurch, wenn der Schlitz in der Schwingungsebene liegt. Ordnen wir den Schlitz senkrecht zur Schwingungsebene an, so kann die Welle das Hindernis nicht passieren. Längswellen zeigen diese Erscheinung nicht. Durch solche Experimente lassen sich folglich Quer- und Längswellen sicher unterscheiden.

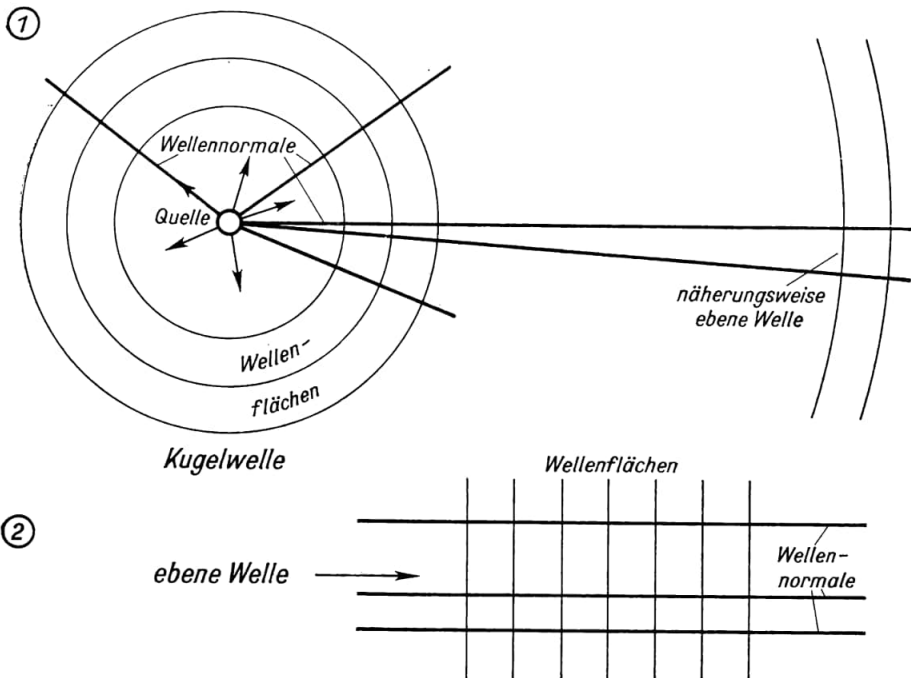


Bild 2.126 Wellenflächen und Wellennormalen 1. bei Kugelwelle, 2. bei ebener Welle (Schnittdarstellung)

Einmaliger Anstoß hat eine *Stoßwelle* zur Folge (Bild 2.120). Durch periodische Erregung erzielt man eine *periodische Welle* (Bilder 2.122, 2.124). Fällt ein Stein ins Wasser, so entsteht eine Stoßwelle. Taucht man periodisch einen Stab in die Wasseroberfläche, so folgt eine periodische Welle. Beide Arten von Wellen haben eines gemeinsam: Die einwirkende Störung wandert vom Ursprung fort.

Wir unterscheiden lineare, flächenhafte und räumliche Ausbreitung von Wellen. Zu den erstgenannten gehören die Seilwellen. Oberflächenwellen sehen wir bei einem Gewässer. Wasserwellen sind allerdings komplizierter als die bisher betrachteten Fälle. Bei ihnen sind Wellenberg und Wellental ungleich lang. Schallwellen sind meist Kugelwellen.

Flächen mit Punkten gleicher Phase der schwingenden Teilchen heißen *Wellenflächen* oder *Wellenfronten*, eine dazu senkrechte Gerade heißt *Wellennormale* (Bild 2.126). Bei der Kugelwelle sind die Wellenflächen Kugelflächen, die Wellennormalen Radien. Bilden die Wellenflächen parallele Ebenen, so liegt eine ebene Welle vor. Ein kleiner durch Wellennormalen begrenzter Ausschnitt aus einer Kugelwelle stellt in sehr großer Entfernung vom Ursprung näherungsweise eine ebene Welle dar (Sonnenlicht auf der Erde). Als *Strahl* besitzt die Wellennormale große Bedeutung in der *Strahlenoptik* [5.3.]. Häufig bezeichnet man einen durch Wellennormalen begrenzten, sehr schmalen Ausschnitt aus einer Welle als Strahl. Vorgänge der Wellenausbreitung werden oftmals durch solche Strahlen veranschaulicht. Wir wollen aber stets beachten, daß man genaugenommen einen Strahl (geometrischer Begriff, Ausdehnung nur in *einer* Raumrichtung, d. h. Durchmesser = 0) nicht realisieren kann.

## 2.6.2. Besonderheiten der Wellenausbreitung

### 2.6.2.1. Doppler-Effekt

Ursprung der Welle (Quelle) und Empfänger sind nicht immer ortsfest. Beispielsweise bewegt sich eine pfeifende Lokomotive als Schallquelle gegenüber der Luft, dem Medium, in dem sich auch die Schallwelle ausbreitet. Dann ändert sich der Abstand der Wellenfronten. Er wird kleiner, wenn die Quelle sich dem Empfänger nähert; andernfalls wird er größer. Mit  $v$  als Geschwindigkeit der Lokomotive folgt für die vom Empfänger festgestellte Wellenlänge  $\lambda = (c + v)/f$  gegenüber  $\lambda = c/f$  bei ruhender Quelle. Allgemein gilt der Zusammenhang  $c = \lambda f$ , also auch  $c = f'\lambda$  und damit für die *vom Empfänger wahrgenommene Frequenz*  $f'$

$f' = f \left( \frac{1}{1 \mp \frac{v}{c}} \right)$	für <i>bewegte Quelle</i> und <i>ruhenden Empfänger</i>	(2.82)
$f' = f \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right)$	für <i>ruhende Quelle</i> und <i>bewegten Empfänger</i>	(2.82')

Das obere Vorzeichen gilt jeweils für Verkleinerung, das untere für Vergrößerung des Abstandes Quelle-Empfänger.

Bei der Lokomotive hören wir im Augenblick des Vorbeifahrens ein Umschlagen der Tonhöhe. Der Pfeifton wird tiefer. Nach Gl. (2.82) ist die Frequenz anfangs größer, dann kleiner als bei ruhender Lokomotive.

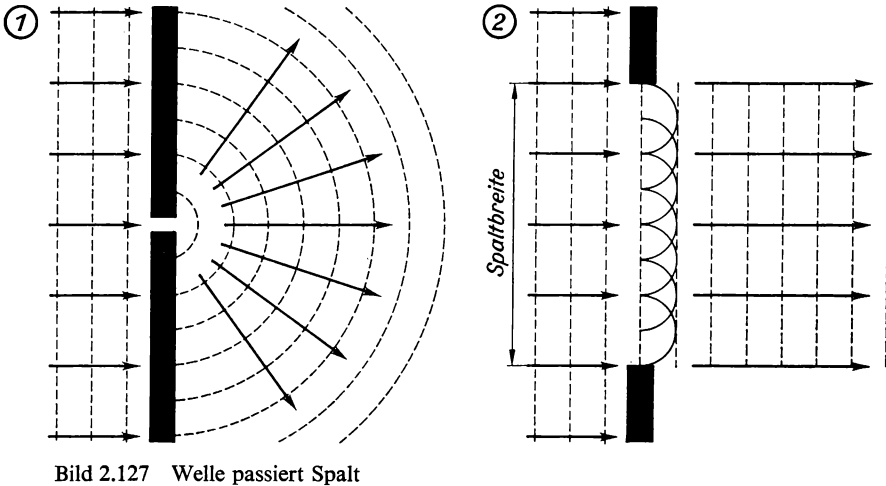


Bild 2.127 Welle passiert Spalt

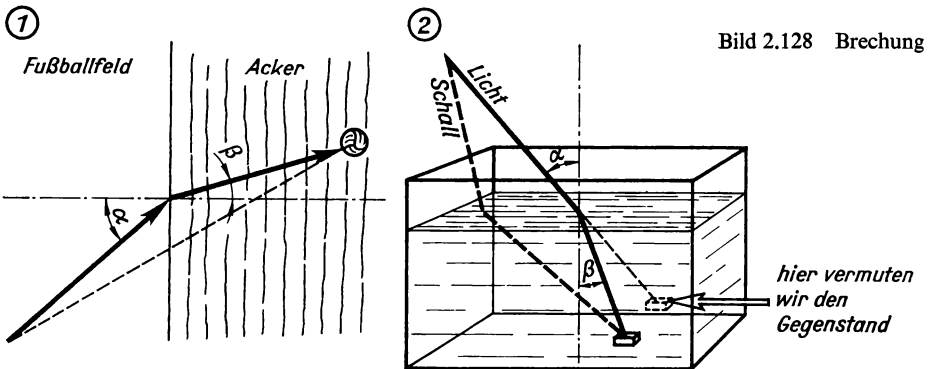


Bild 2.128 Brechung

#### 2.6.2.2. Prinzipien von Huygens und von Fermat

Bisher untersuchten wir die Ausbreitung einer Welle in *einem* Medium. Im Raum entstand eine Kugelwelle. Befinden sich auf dem Wege einer Welle Hindernisse wie eine reflektierende Wand, ein Spalt oder eine Blende, soll die Welle von einem Medium in ein anderes übergehen, so brauchen wir weitere Hilfsmittel zur Erklärung und zum Verständnis der Wellenausbreitung.

Ein Experiment mit Wasserwellen soll uns das **HUYGENSSche Prinzip** erläutern. Bild 2.127 zeigt, wie eine Wellenfront einen Spalt passiert. Ist der Spalt sehr klein gegenüber der Wellenlänge (Teilbild 1), so erkennen wir hinter dem Spalt eine Kreiswelle. Der Spalt erscheint hier als Zentrum, von dem eine neue Welle ausgeht. Nach HUYGENS gilt allgemein:

Jeder Punkt des von einer Wellenfront erfaßten Mediums ist Ausgangspunkt einer Kugelwelle, einer „Elementarwelle“.

In Bild 2.127.2 setzen sich viele Elementarwellen zu einer neuen Wellenfront zusammen. Deshalb erscheint ein aus der breiten Wellenfront „ausgeblendeter“ Teil als neue Wellenfront hinter dem Spalt.

Von gleicher Bedeutung für die Erfassung von Vorgängen der Wellenausbreitung ist das *FERMATsche Prinzip*. Hier benötigen wir die Vorstellung „Welle“ gar nicht mehr. Wir betrachten lediglich den Weg eines Strahls. Zur Erläuterung dient Bild 2.128.1. Der Fußballspieler wird den Ball nicht auf dem geradlinigen (gestrichelten) Weg holen. In kürzester Zeit erreicht er den Ball auf dem kräftig ausgezogenen Weg. Seine Geschwindigkeit ist auf dem Rasen ja größer als auf dem Sturzacker! So verhält sich auch ein Lichtstrahl oder ein Schallstrahl, wenn er von einem Medium in ein anderes übergeht. Er legt den Weg zurück, für den er die kleinste Zeit benötigt. Allgemein gilt das *FERMATsche Prinzip*:

Unter allen möglichen Wegen der Energieübertragung durch eine Welle beschreibt ein Strahl stets den Weg, der die kleinste Zeit erfordert.

### 2.6.2.3. Reflexion und Brechung

Schon bei der Untersuchung von gekoppelten Pendeln und Seilwellen (Bild 2.120) wurden wir auf die Reflexion aufmerksam. Dort wurde eine sich linienhaft ausbreitende Welle zurückgeworfen. Nun wollen wir eine solche Erscheinung näher untersuchen. In Bild 2.129 erkennen wir links zwei Strahlen, die eine Wellenfläche  $AA'$  begrenzen. Im Punkt  $A$  erreicht die Wellenfläche gerade die Grenzfläche zum anderen Medium. Der Strahl 1 wird reflektiert. Nach HUYGENS breiten sich von  $A$  und  $A'$  Elementarwellen aus. Der Strahl  $1'$  legt den Weg  $AB'$  in der gleichen Zeit zurück, in der Strahl 2 von  $A'$  nach  $B$  gelangt.  $\overline{BB'}$  stellt folglich eine Wellenfläche der reflektierten Welle dar. Aus der Kongruenz der Dreiecke  $AA'B$  und  $AB'B$  folgt  $\alpha = \alpha'$  und damit das *Reflexionsgesetz*:

Bei der Reflexion einer ebenen Welle an einem ebenen Hindernis ist der Einfallswinkel gleich dem Ausfallwinkel. Einfallender und ausfallender Strahl verlaufen in einer Ebene.

Die Winkel werden zwischen dem Lot auf der reflektierenden Ebene und dem Strahl gemessen.

In Bild 2.130 treten die Strahlen 1 und 2 vom Medium 1 in das Medium 2 über. Die von  $A$  und  $A'$  ausgehenden Elementarwellen haben aber in den beiden Medien verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_2$ . Es soll  $c_2 < c_1$  sein. Im Medium 2 gelangt deshalb Strahl  $1''$  nur bis zum Punkt  $B''$ , während Strahl 2 Punkt  $B$  erreicht. Eine Wellenfläche der *gebrochenen Welle* ist folglich  $\overline{BB''}$ . Nun gilt

$$\sin \alpha = \frac{\overline{A'B}}{\overline{AB}} = \frac{c_1 t}{\overline{AB}} \quad \text{und}$$

$$\sin \beta = \frac{\overline{AB''}}{\overline{AB}} = \frac{c_2 t}{\overline{AB}}$$

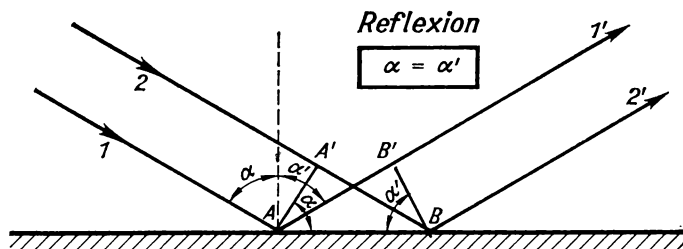


Bild 2.129  
Zur Herleitung  
des Reflexionsgesetzes

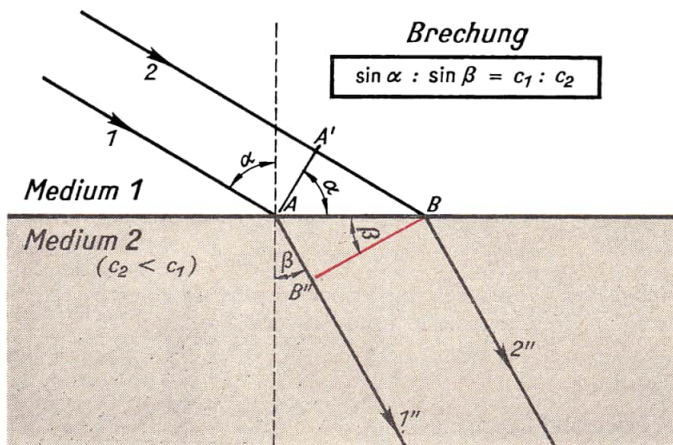


Bild 2.130  
Zur Herleitung des  
Brechungsgesetzes

Aus beiden Gleichungen folgt

$$\sin \alpha : \sin \beta = c_1 : c_2$$

**Brechungsgesetz**

(2.83)

für den Übergang eines Strahls von Medium 1 in Medium 2. In Worten lautet das *Brechungsgesetz*:

Die Sinus des Einfalls- und des Brechungswinkels verhalten sich wie die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Welle in den beiden Medien. Ein- und ausfallender Strahl liegen in einer Ebene.

Das Medium mit größerer Ausbreitungsgeschwindigkeit für eine bestimmte Welle heißt *dünneres Medium*, das Medium mit kleinerer Ausbreitungsgeschwindigkeit *dichteres Medium*. Wasser ist für Lichtwellen ein *dichteres*, für Schallwellen ein *dünneres* Medium als Luft.

Reflexion an einem unebenen Hindernis erfolgt *diffus*, wenn die Ausmaße der Unebenheiten in die Größenordnung der Wellenlänge fallen. Die einfallende Wellenfront wird in verschiedene Richtungen zerstreut. An einer gut verputzten Wand wird das Licht ( $\lambda \ll$  Ausmaße der Unebenheiten der Fläche) diffus reflektiert, Schallwellen ( $\lambda \gg$  Ausmaße der Unebenheiten) dagegen gehorchen dem Reflexionsgesetz. Besteht eine reflektierende Wand aus Flächen von etwa 1 m Breite, die gegeneinander geneigt sind, so wird auch der Schall diffus reflektiert.

### Übungen

- 2.47 Beweisen Sie das Reflexionsgesetz mit Hilfe des FERMATschen Prinzips.  
2.48 Erklären Sie die in Bild 2.128.2 dargestellten Fakten.

#### 2.6.2.4. Beugung

Ein Versuch nach Bild 2.127.2 zeigt, daß eine Welle ungehindert durch einen breiten Spalt hindurchtritt. Liegt die Spaltbreite in der Größenordnung der Wellenlänge, so wird ein

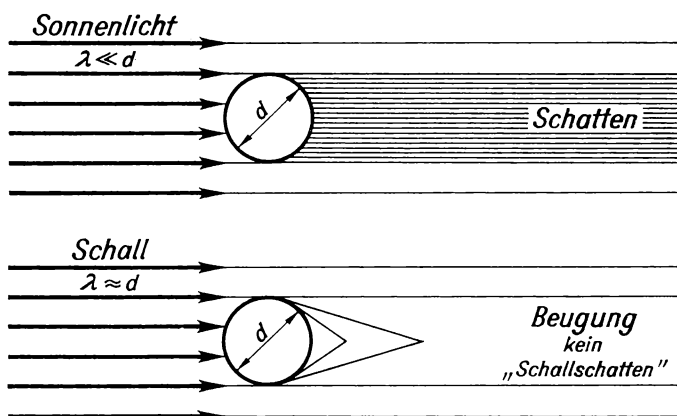


Bild 2.131 Beugung

Strahl um das Hindernis herum „gebeugt“ (Bild 2.127.1). Wir finden auch dort von der Welle herrührende Energie, wo wir eigentlich „Schatten“ erwarten. Bild 2.131 erläutert die Beugung für Licht- und Schallwellen an einem Baumstamm von einigen Dezimetern Durchmesser.

Beugung ist ein wichtiges Kennzeichen für die Wellennatur eines Vorgangs. Besonders in der Optik spielen Beugungserscheinungen eine große Rolle.

### 2.6.2.5. Interferenz

Für Wellen gilt wie für Schwingungen das *Überlagerungsprinzip*:

■ Mehrere Wellen in einem Medium überlagern einander ungestört.

Alle durch Überlagerung fortschreitender Wellen gleicher oder annähernd gleicher Frequenz ausgelösten Erscheinungen heißen *Interferenzerscheinungen*. Trifft eine Welle auf eine Reihe von Hindernissen, die klein gegenüber der Wellenlänge sind, so geht von jedem Hindernis eine Kugelwelle aus (HUYGENS). Wir studieren eine solche Erscheinung wieder an Wasserwellen, erzeugt durch zwei in kleinem Abstand voneinander periodisch in die Wasseroberfläche eintauchende Stäbchen. Nach Bild 2.132 wird dann die Wasseroberfläche teils bewegt, teils in Ruhe sein. Orte der Ruhe bleiben im Zeitablauf in Ruhe, Orte der Bewegung zeigen die typische Wellenbewegung.

Zur Erklärung dienen die Diagramme. Von beiden Quellen gehen Kreiswellen aus. An den Orten längs der Geraden  $x_A$  (z. B.  $A$ ) wirken beide Wellen zusammen nach Bild 2.132.3. Die gestrichelte Kurve gibt die Elongation an, die durch *beide* Quellen bewirkt wird. Die beiden Wellen überlagern einander ungestört, d. h., die  $y$ -Werte zum gleichen Zeitpunkt werden addiert. Längs der Geraden  $x_B$  schwächen sich die beiden Wellen gegenseitig, wie Bild 2.132.4 erläutert. Die „resultierende“ Elongation ist klein (gestrichelt). Im Falle gleicher Amplituden beider Wellen heben sich deren Wirkungen in jedem Punkte längs  $x_B$  (z. B. in  $B$ ) jederzeit auf. Es gilt  $y = 0$ , d. h., es herrscht ständig Ruhe (Diagramm 5). Bedingung für Auslöschung ist nach Bild 2.132.5 nicht nur gleiche Amplitude der beiden Wellen, sondern vor allem ein Phasenunterschied von  $\lambda/2$ ,  $3\lambda/2$ ,  $5\lambda/2$ , ... Verstärkung nach Bild 2.132.3 erfolgt, wenn der Phasenunterschied  $0$ ,  $2\lambda/2$ ,  $4\lambda/2$ , ... beträgt. Allgemein folgt ( $n$  ganzzahlig):



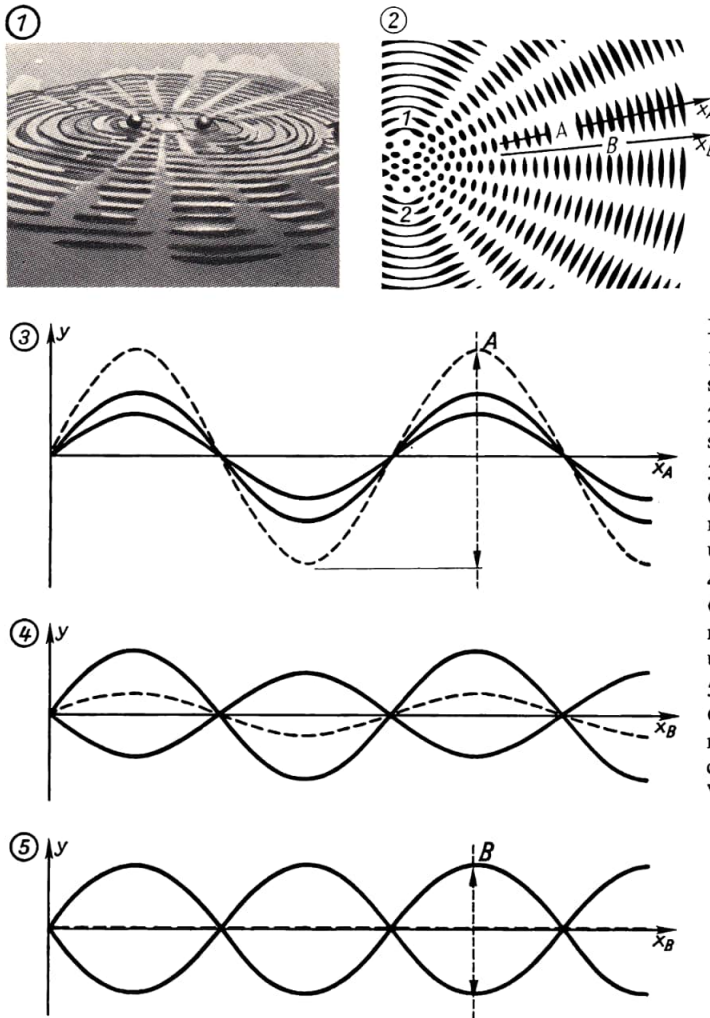


Bild 2.132 Interferenz

1. Interferenz bei Wasserwellen
2. Schematische Darstellung
3. Verstärkung an allen Orten längs der Geraden  $x_A$  bei Phasenunterschied  $n\lambda$
4. Schwächung an allen Orten längs der Geraden  $x_B$  bei Phasenunterschied  $(n+1)\lambda/2$
5. Auslöschung an allen Orten längs der Geraden  $x_B$  nur bei gleicher Amplitude beider Wellen

Beim Überlagern zweier Wellen erfolgt:  
 Verstärkung für Phasenunterschied  $n\lambda$ ,  
 Schwächung (Auslöschung) für Phasenunterschied  $(n+1)\lambda/2$ .

### Übung

2.49

Eine Stimmgabel steht nach Bild 2.133 (Draufsicht) in einer Schallwand. In Stellung 1 hört der Beobachter den Ton laut, in Stellung 2 sehr leise. Erklären Sie diese Erscheinung.

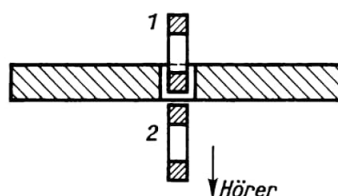


Bild 2.133 Stimmgabel mit Schallwand

### 2.6.2.6. Stehende Wellen

Wird eine periodische Seilwelle reflektiert, so überlagern sich die hinlaufende und die rücklaufende Welle. Bild 2.134 zeigt ein Experiment. Im Diagramm sehen wir das Bild der Schwingung zu verschiedenen Zeiten. Stets ist an den *Schwingungsknoten* das Seil in Ruhe. Die *Schwingungsbäuche* sind die Orte  $y = y_m$ . Die Welle scheint zu stehen, Knoten und Bäuche sind ortsfest. Wir sollten aber erkennen, daß Energie hin- und zurückläuft, und daß nur das äußere Bild ein „Stehen“ vortäuscht.

An stehenden Wellen läßt sich die Wellenlänge  $\lambda$  besonders leicht messen. Die Entfernung von Knoten zu Knoten oder von Bauch zu Bauch ist gleich der halben Wellenlänge.

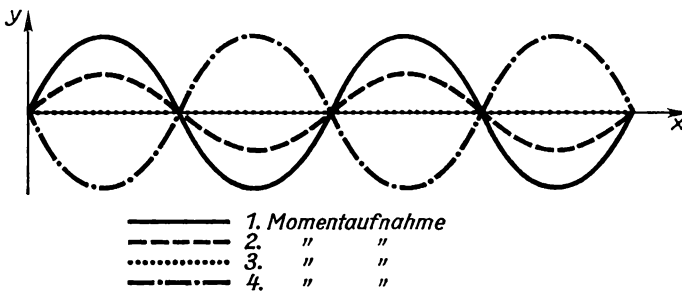


Bild 2.134 Stehende Seilwelle (Diagramm)

## 2.6.3. Schallwellen

### 2.6.3.1. Wesen des Schalls

Schallwellen sind mechanische Wellen. Sie breiten sich in festen, flüssigen oder gasförmigen Körpern als Longitudinalwellen aus. Teilchen dieser Körper schwingen. Im Vakuum kann sich der Schall nicht ausbreiten.

Ausgangspunkt einer Schallwelle ist die *Schallquelle*. Den Raum, in dem sich Schallwellen ausbreiten, nennt man *Schallfeld*. Das Mikrofon und unser Ohr stellen *Schallempfänger* dar. Neben dem Hörschall, den wir wahrnehmen, gibt es Infraschall und Ultraschall. Der Frequenzbereich des *Hörschalls* erstreckt sich etwa von 16 Hz bis 16 kHz. *Infraschall* liegt unterhalb der unteren Hörgrenze 16 Hz (Gebäudeschwingungen, Erdbebenwellen). Als *Ultraschall* bezeichnen wir Schallwellen, deren Frequenzen zwischen 16 kHz und etwa 1 MHz liegen. Einige Tiere (Hunde, Fledermäuse) können Schall von niedrigerer Ultraschallfrequenz wahrnehmen.

Sind Schallwellen rein sinusförmig, führt also jedes Teilchen eine harmonische Schwingung aus, so nehmen wir einen *Ton* wahr.

Die Höhe eines Tones, kurz *Tonhöhe* genannt, entspricht der Frequenz. Bei niedriger Frequenz liegt ein tiefer Ton vor. Ein *Klang* setzt sich nach bestimmten Gesetzen aus mehreren Tönen zusammen. Als *Geräusch* bezeichnen wir das Gemisch sehr vieler beliebiger Töne. *Knall* heißt ein meist sehr lauter Schallstoß. Empfinden wir Schall als störend, so sprechen wir von *Lärm*. Bild 2.135 zeigt einige *Spektren*. Ein Spektrum zeigt, welche Frequenzen (Töne) enthalten sind. Die Länge der jeweiligen Linie in unserem Diagramm ist ein Maß für die Intensität des Tones der betreffenden Frequenz.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  des Schalls berechnet sich stets nach Gleichungen

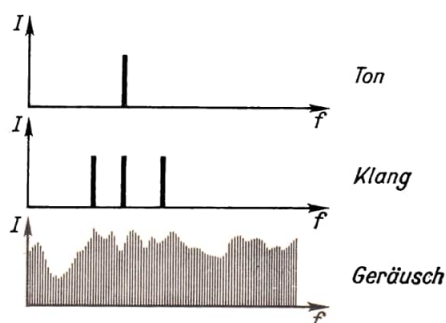


Bild 2.135 Spektren (Ton, Klang, Geräusch; schematisch)

der Art  $c = \sqrt{X/\varrho}$ . Darin ist  $\varrho$  die Dichte des Mediums.  $X$  hat die Dimension Kraft/Fläche und kennzeichnet die elastischen Eigenschaften des Mediums. In Gasen ist

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p}{\varrho}} \quad \text{Schallgeschwindigkeit in Gasen} \quad (2.84)$$

mit  $\kappa = 1,4$  für zweiatomige Gase nach Gl. (3.35),  $p$  als Gasdruck,  $\varrho$  als Dichte des Gases. Wegen des Zusammenhangs zwischen Dichte und Temperatur erhält man aus Gl. (2.84) für Luft folgende zugeschnittene Größengleichung:

$$c \frac{\text{m}}{\text{s}} = 331,6 + 0,6 t/^{\circ}\text{C} \quad \text{Schallgeschwindigkeit in Luft} \quad (2.85)$$

### Lehrbeispiel

- 2.33 Berechnen Sie die Wellenlänge des Schalls in Luft ( $c = 340 \text{ m/s}$ ) für einen sehr tiefen Ton ( $f_1 = 50 \text{ Hz}$ , „Netzbrummen“ des Wechselstroms) und für einen sehr hohen Pfeifton ( $f_2 = 15 \text{ kHz}$ ).

Gegeben:  $f_1 = 50 \text{ Hz}$       Gesucht:  $\lambda_1, \lambda_2$

$$f_2 = 15 \text{ kHz}$$

$$c = 340 \text{ m/s}$$

$$\lambda_1 = c/f_1 = \frac{340 \text{ m} \cdot \text{s}}{\text{s} \cdot 50} = \underline{\underline{6,8 \text{ m}}}$$

$$\lambda_2 = c/f_2 = \frac{340 \text{ m} \cdot \text{s}}{\text{s} \cdot 15000} = \underline{\underline{2,27 \text{ cm}}}$$

Die Schallwellen des Hörschalls reichen also von einigen Metern bis zu wenigen Zentimetern.

### Übungen

- 2.50 Berechnen Sie die Wellenlänge des Normalstimmtons (Kammerton)  $a'(f = 440 \text{ Hz})$  in Luft  
1. bei  $t = -20^{\circ}\text{C}$ ; 2. bei  $t = 20^{\circ}\text{C}$ .
- 2.51 Berechnen Sie die Wellenlänge eines Ultraschall-„tones“ ( $f = 500 \text{ kHz}$ ) 1. in Luft; 2. in Wasser;  
3. in Stahl. (Tabelle Schallgeschwindigkeit s. [B 7.4.]).

### 2.6.3.2. Schallfeld

Das Schallfeld in Luft ist gekennzeichnet durch periodisch wechselnden Druck, hervorgerufen durch Bewegung von „Luftteilchen“ (so wollen wir die Luft nennen, die ein sehr kleines Volumen ausfüllt). Die Bewegung der Teilchen gehorcht bei einer ebenen Schallwelle der Wellengleichung (2.80). Für einen bestimmten Ort, z. B. für den Standort des Schallempfängers, ist  $x = \text{konst.}$  Damit vereinfacht sich die Wellengleichung. Es gilt für den *Schallausschlag* ohne Berücksichtigung der Phasenkonstante

$$y = y_m \sin \omega t \quad \text{Schallausschlag} \quad (2.63)$$

Die Geschwindigkeit der Teilchen an diesem Ort beschreibt die Gleichung

$$v = \omega y_m \cos \omega t \quad \text{Schallschnelle} \quad (2.65)$$

$v$  heißt *Schallschnelle*. Verwechseln wir niemals diese Schallschnelle mit der Schallgeschwindigkeit.

Den Schalldruck  $p$  erhalten wir aus der Schallschnelle.

Es gilt  $p = \rho c v$ . Mit (2.65) folgt

$$p = \rho c \omega y_m \cos \omega t \quad \text{Schalldruck} \quad (2.86)$$

$\rho$  und  $c$  sind Dichte und Schallgeschwindigkeit in dem betrachteten Medium. Der Schalldruck wird angegeben in den Einheiten Newton/Quadratmeter oder Mikrobar.

Es gilt

$$1 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ } \mu\text{bar}$$

und

$$1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2 \text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \text{m}}$$

Der Schalldruck  $p$  stellt einen wechselnden Über- bzw. Unterdruck dar und müßte eigentlich mit  $\Delta p$  bezeichnet werden. Er ist dem jeweils herrschenden Luftdruck  $p_0$  überlagert. Die meisten Mikrofone und auch unser Ohr registrieren den Schalldruck.

Wollen wir etwas über im Schallfeld auftretende *Kräfte* erfahren, so müssen wir die Beschleunigung kennen. Es gelten die Gleichungen (2.67) und (2.68).

Für praktische Rechnungen interessieren häufig die *Maximalwerte* von Schallschnelle, Beschleunigung und Schalldruck

$$v_m = \omega y_m \quad \text{Amplitude der Schallschnelle} \quad (2.64)$$

$$a_m = \omega^2 y_m \quad \text{Beschleunigungsamplitude} \quad (2.66)$$

$$p_m = \rho c \omega y_m \quad \text{Schalldruckamplitude} \quad (2.87)$$

Unter *Schallstärke* oder *Schallintensität*  $I$  wollen wir den Quotienten Schalleistung/Fläche verstehen. Dann gilt

$$I = \frac{1}{2} p_m v_m = \frac{1}{2} \rho c v_m^2 = \frac{p_m^2}{2\rho c} = \frac{1}{2} \rho c \omega^2 y_m^2 \quad \text{Schallstärke} \quad (2.88)$$

Die Einheit der Schallstärke ist:

$$[I] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Eine Vorstellung über zusammengehörige Werte soll uns die Schallfeldgrößen näher bringen. Für einen 1000-Hz-Ton in Luft ist bei einem Schalldruck  $p_m = 1,4 \text{ N/m}^2 = 14 \mu\text{bar}$  die Schallschnelle  $v_m = 3,4 \text{ mm/s}$  und die Schallstärke  $I = 2,4 \text{ mW/m}^2 = 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ W/cm}^2$ . Der Ton hätte eine Lautstärke von 94 phon [2.6.3.4.].

### 2.6.3.3. Schallquellen und Schallempfänger

Wir kennen eine Vielzahl von Schallquellen: schwingende Stäbe, Platten oder Saiten bei der Stimmgabel, der Glocke oder den Saiteninstrumenten, schwingende Lufträume bei Pfeifen, die elektromagnetisch zum Schwingen angeregte Membran des Lautsprechers, die Stimmbänder des Menschen. An einem Beispiel wollen wir die Funktion einer Schallquelle näher untersuchen.

Eine *offene Pfeife* wird an einem Ende angeblasen. Dabei entstehen an einer Schneide Wirbel, periodische Bewegungen verschiedenster Frequenzen. Die eingeschlossene Luftsäule führt Resonanzschwingungen aus, da in dem Frequenzgemisch an der Schneide sicher auch die Eigenfrequenz der Luftsäule als Erregerfrequenz vorhanden ist. Die Schwingung dieser Luftsäule wollen wir näher untersuchen (Bild 2.136). Die Luft strömt zunächst von beiden Enden in das Rohr hinein (1). Die Folge wird ein Überdruck in der Pfeifenmitte sein (2). Infolge dieses Überdrucks muß die Luft wieder ausströmen (3). Da sie träge ist, geschieht das so lange, bis im Innern der Pfeife ein Unterdruck entsteht (4). Jetzt beginnt der Vorgang von neuem. Diagramm 5 zeigt den Verlauf der Schallschnelle (Geschwindigkeit der Luftteilchen), Diagramm 6 den Verlauf des Druckes im Innern der Pfeife. Am Anfang der Pfeife ( $x = 0$ ) und am Ende ( $x = l$  Länge der Pfeife) kann der Druck niemals anders sein als der normale Luftdruck  $p_0$ , d. h.,  $\Delta p = 0$ . In der

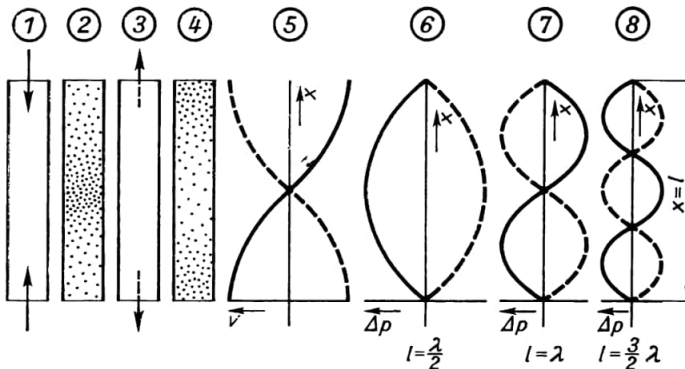


Bild 2.136  
Offene Pfeife

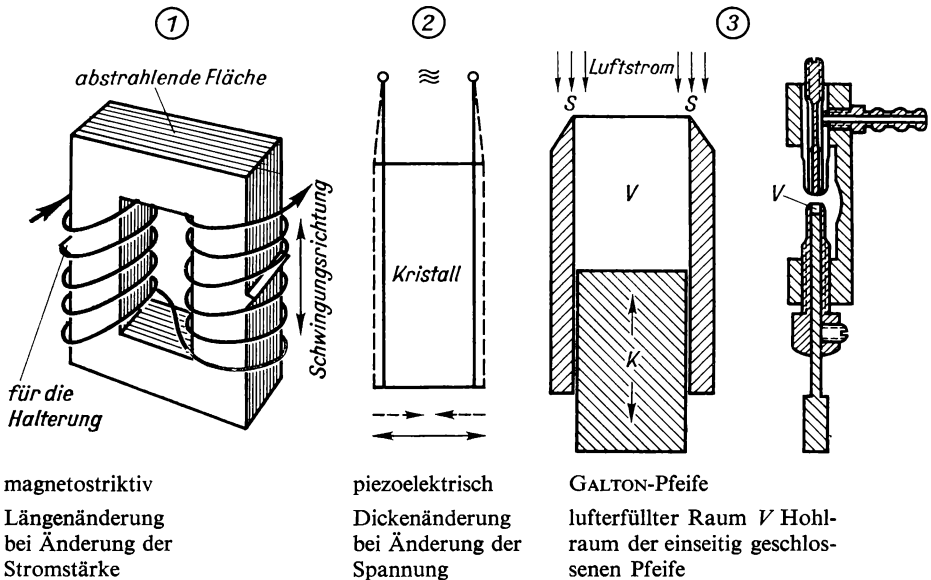


Bild 2.137 Quellen für Ultraschall (Ultraschallsender)

Pfeifenmitte bildet sich ein Druckbauch. Dagegen können sich die Luftteilchen nur an den Pfeifenenden bewegen, nach Bild 2.136.1 ... 4 nicht in der Mitte der Pfeife. Dort besteht also ein Schnelleknoten, an den Enden ein Schnellebauch. Wir haben das typische Bild einer *stehenden Welle* vor uns. An den offenen Enden strömen die Luftteilchen periodisch ein und aus. Dort ist also die eigentliche Quelle der Schallwelle zu suchen. Aus dem Diagramm lesen wir leicht ab:  $l = \lambda/2$ . Mit  $f = c/\lambda$  folgt die Frequenz der Pfeife  $f = c/2l$ . Diese Frequenz bezeichnet man auch als Grundfrequenz (Grundton). Die Diagramme 7 und 8 zeigen einen Druckverlauf, der ebenfalls der Bedingung  $\Delta p = 0$  für  $x = 0$  und  $x = l$  genügt. Solche Schwingungen ergeben die Obertöne der Pfeife. Ihre Frequenz ist gleich dem 2fachen, 3fachen, ... der Grundfrequenz. Somit gilt für die Frequenz der offenen Pfeife

$$f = \frac{nc}{2l}; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Die verschiedenen Obertöne, deren Intensität stets viel kleiner ist als die des Grundtons, bedingen die Klangfarbe eines Musikinstrumentes. Damit unterscheiden sich beispielsweise ein Geigen- und ein Pfeifenton gleicher Grundfrequenz erheblich voneinander.

*Schallquellen für Ultraschall* sind prinzipiell gleichartig aufgebaut wie solche für Hörschall. Nur müssen die Schwingungen mit viel größerer Frequenz erfolgen (Bild 2.137).

### Übungen

- 2.52 Wie lang muß eine beiderseits offene Pfeife sein, damit ein Ton der Frequenz 800 Hz entsteht? Wieviel Obertöne liegen im Hörbereich des Menschen?
- 2.53 Darf der Resonanzboden einer Geige eine Resonanzfrequenz haben?

Der bekannteste *Schallempfänger* ist unser *Ohr*. Das Trommelfell führt eine durch ankommende Schallwellen erzwungene Schwingung aus, die dann auf das Innenohr übertragen wird. Die Mem-

bran eines *Mikrofons* wirkt wie unser Trommelfell. Beim Mikrofon lösen die mechanischen Bewegungen elektrische Schwingungen aus, die dann verstärkt wiedergegeben oder registriert werden können.

#### 2.6.3.4. Lautstärke

Die Lautstärkeempfindung des Menschen ist nicht proportional der Schallstärkeanzeige von Meßinstrumenten. Deshalb müssen wir die physikalische Größe *Schallstärke* und die physiologische Größe *Lautstärke* streng unterscheiden lernen.

Der Hörbereich des Menschen ist nicht nur nach Frequenzen begrenzt, sondern auch nach der Intensität. Bei einem 1000-Hz-Ton können wir Schall der Schallstärke  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  ( $\cong p_m = 2,83 \cdot 10^{-4} \text{ } \mu\text{bar}$ ) gerade noch wahrnehmen: *Reizschwelle*. Bei  $1 \text{ W/m}^2$  ( $\cong p_m = 283 \text{ } \mu\text{bar} \approx 28 \text{ N/m}^2$ ) schmerzt das Ohr: *Schmerzgrenze*. Verschiedene Menschen zeigen individuelle Schwankungen um diese Durchschnittswerte.

Verdoppeln der Schallstärke wird von uns nicht als Verdoppelung der Lautstärke empfunden. Es gilt vielmehr das *WEBER-FECHNERSche Gesetz* (auch psycho-physisches Grundgesetz genannt), das aussagt:

Die Stärke der Empfindung eines Reizes wächst wie der Logarithmus der physikalisch gemessenen Stärke des Reizes (z. B. der Schallstärke oder des Schalldrucks).

Den *Vergleich zweier Schallstärken* (Schalldrücke) führt man durch, indem man den Logarithmus des Intensitätsverhältnisses angibt und diese reine Zahl *Dezibel-Zahl* nennt:

$$x_{\text{dB}} = 10 \lg(I_2/I_1) = 20 \lg(p_2/p_1)$$

(Die Bezeichnung „Dezibel“ fügt man einfach hinzu, sie stellt also keine Einheit von  $x$  dar, sondern eine Maßbezeichnung.)  $I_1$  und  $I_2$  sind beliebige Intensitäten.

Der Lautstärke-Empfindung des Menschen angepaßt ist

$$L_{\text{dB}} = 10 \lg(I/I_0) = 20 \lg(p/p_0) \quad \text{absoluter Schallpegel} \quad (2.89)$$

Darin sind  $I$  eine beliebige Schallstärke,  $I_0$  die Reizschwelle,  $p$  ein beliebiger Schalldruck,  $p_0$  der Bezugsschalldruck (entspricht der Reizschwelle).

Die *Lautstärke* wird nicht durch unmittelbare Bewertung der Schallempfindung bestimmt, sondern indem man einen durch seinen Schallpegel gemessenen Normschall (Schall der Frequenz 1000 Hz) mit dem zu bewertenden Schall gleich laut macht, den Schallpegel dieses Normschalls bestimmt und als Lautstärke des verglichenen Schalls bezeichnet.

Die so erhaltene *Lautstärke* erhält die *Maßbezeichnung* Phon (phon). Bei Schall von 1000 Hz sind absoluter Schallpegel in Dezibel und Lautstärke in Phon gleich.

Um die Phonzahlen für Töne anderer Frequenzen anzugeben, benutzt man die experimentell gewonnenen *Kurven gleicher Lautstärke* (Bild 2.138).

Einige Phonzahlen für bekannte Geräusche oder Klänge finden Sie im Anhang. Besonders sei noch vermerkt, daß  $z$  gleich laute Quellen zur  $z$ -fachen Schallstärke führen. Für die Gesamtlautstärke gilt jedoch

$$L_{\text{ges}} = L + 10 \lg z. \quad (2.90)$$

Bei zwei Quellen gleicher Lautstärke folgt mit  $10 \lg 2 = 3$  eine Erhöhung der Lautstärke um 3 phon.

#### Übungen

- 2.54 Berechnen Sie das Verhältnis der Schallstärken für die Schmerzgrenze und für die Reizschwelle in Dezibel bei  $f = 1000 \text{ Hz}$ .



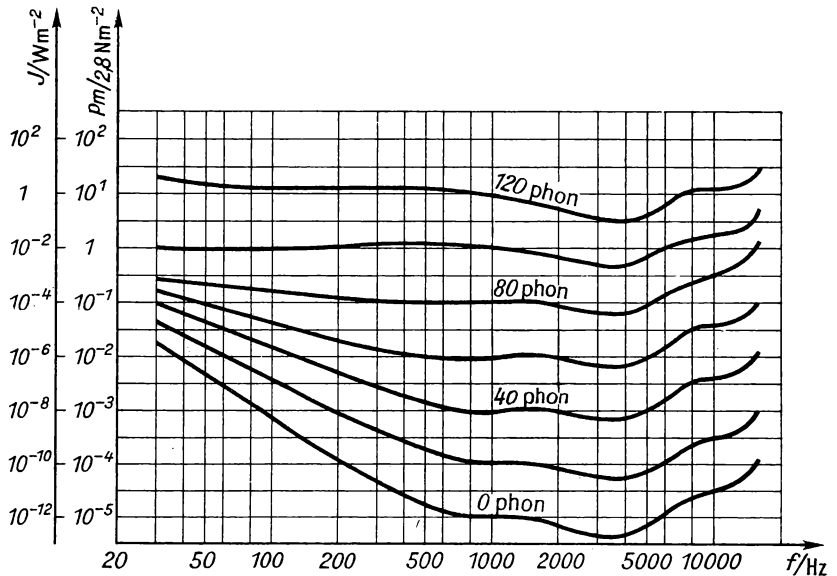


Bild 2.138 Hörempfinden des Menschen: Kurven gleicher Lautstärke

- 2.55** Ein 1000-Hz-Ton hat einen maximalen Schalldruck von  $2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$ ,  $2 \text{ N/m}^2$  oder  $2000 \text{ N/m}^2$ . Geben Sie jeweils die Phonzahl an! Kritisieren Sie den dritten Wert.
- 2.56** Eine Schallstärke sei  $10^{-4} \text{ W/m}^2$ . Wieviel Phon sind das bei 50, 500, 1000, 5000 und 10000 Hz? (Benutzen Sie Bild 2.138)
- 2.57** Fünf Autos hupen gleichzeitig. Alle Hupen haben die gleiche Lautstärke. Geben Sie die Phonzahl an. (1 Hupe: 90 phon)

Nachweisbar setzt ständiger Lärm die Arbeitsintensität des Menschen herab, auch wenn die vorhandene Lautstärke noch keine Gehörschäden hervorruft. Die *Lärmbekämpfung* gewinnt deshalb in zunehmendem Maße an Bedeutung.

Schall breitet sich in Luft als *Luftschall*, in festen Körpern als *Körperschall* aus. Eine Möglichkeit der Lärmbekämpfung besteht darin, die Schallausbreitung weitgehend zu behindern: *Schallisolation*. Dem dienen eine Reihe baulicher Maßnahmen, die zu guten Ergebnissen führen, wenn sie sachgemäß ausgeführt werden. Kleine Fehler in der Ausführung können hier jedoch die geplante Schallisolation völlig unwirksam machen.

Viel wichtiger noch und meist einfacher auszuführen ist die Bekämpfung des Lärms an der Quelle. Bei Neubauten muß von vornherein darauf geachtet werden, denn nachträglich durchzuführende Maßnahmen sind aufwendiger. Maschinen und Fahrzeuge sollten also möglichst geräuscharm sein. Man verhindert beispielsweise das Mitschwingen großer Flächen, die viel Schall abstrahlen, indem man „Antidröhn“-Mittel aufträgt. Ein so behandeltes Blech kann nur noch mit geringer Amplitude schwingen und entsprechend nur Schall geringer Intensität abstrahlen. Weiter kann man durch Anbringen von absorbierenden (porösen) Stoffen an Decken oder Wänden die Reflexion des Schalls mindern und so ebenfalls den Lärm in einem Raum herabsetzen. Gelegentlich kann man auch die Maschine selbst einkapseln, indem man sie mit Holz oder entdröhntem Blech allseitig umgibt.

Im Falle der Lärmbekämpfung an bereits bestehenden Anlagen soll man vor allem beachten, daß man bei der lautstärksten Quelle beginnt! Diese bedingt fast allein die Gesamtlautstärke

### 2.6.3.5. Ultraschall

In der Technik werden in vielfacher Weise Meß- und Prüfverfahren sowie Arbeitstechniken durchgeführt, die Ultraschall verwenden. Deshalb wollen wir einige Hinweise geben. Dabei soll in keinem Fall die technische Seite an nur wenigen Beispielen erläutert werden. Vielmehr wollen wir das physikalisch Wichtige herausstellen. Davon lassen sich dann leicht die Grundsätze der technischen Verwendung herleiten.

Die hohen Frequenzen des Ultraschalls bedeuten sehr kleine Wellenlängen. Schallsender in diesem Bereich sind stets groß gegenüber der Wellenlänge. Deshalb ist eine Ultraschallwelle meist *scharf gebündelt* wie ein Strahl. Anwendungen: Echolot, zerstörungsfreie Werkstoffprüfung (Bild 2.139).

Die Amplitude ist durch mechanische Eigenschaften der Schallquelle gegeben. Da die Schallstärke  $I$  nach Gl. (2.88) proportional den Quadraten von Frequenz sowie Amplitude ist, lassen sich leicht sehr *große Schallstärken* erzielen. Folglich können im Ultraschallfeld beachtliche *Wärmewirkungen* auftreten, wenn die Schallenergie infolge Absorption in Wärmeenergie verwandelt wird. Anwendung z. B. für Heilbehandlung, die aber zugleich auch eine Mikromassage bedeutet.

Weiter ist nach Gl. (2.66) die Beschleunigung dem Quadrat der Frequenz proportional. Somit wirken auf Körper im Ultraschallfeld *starke periodisch sich ändernde Kräfte*. Dabei können in Flüssigkeiten periodisch Hohlräume aufreißen. Beim Zusammenstürzen dieser Hohlräume treten Drücke bis etwa 100 at auf. Diese *Kavitation* genannte Erscheinung bedeutet also riesige Kraftwirkung. Sie wird genutzt zur Dispergierung (feinste Verteilung eines Stoffes in einer Flüssigkeit), für Ultraschall-Waschverfahren, aber auch zum Löten und Schweißen. Hier wird die Oberfläche der zu verbindenden Werkstoffe gereinigt und verbunden. Auch das Ultraschall-Bohren ist hier einzuordnen.

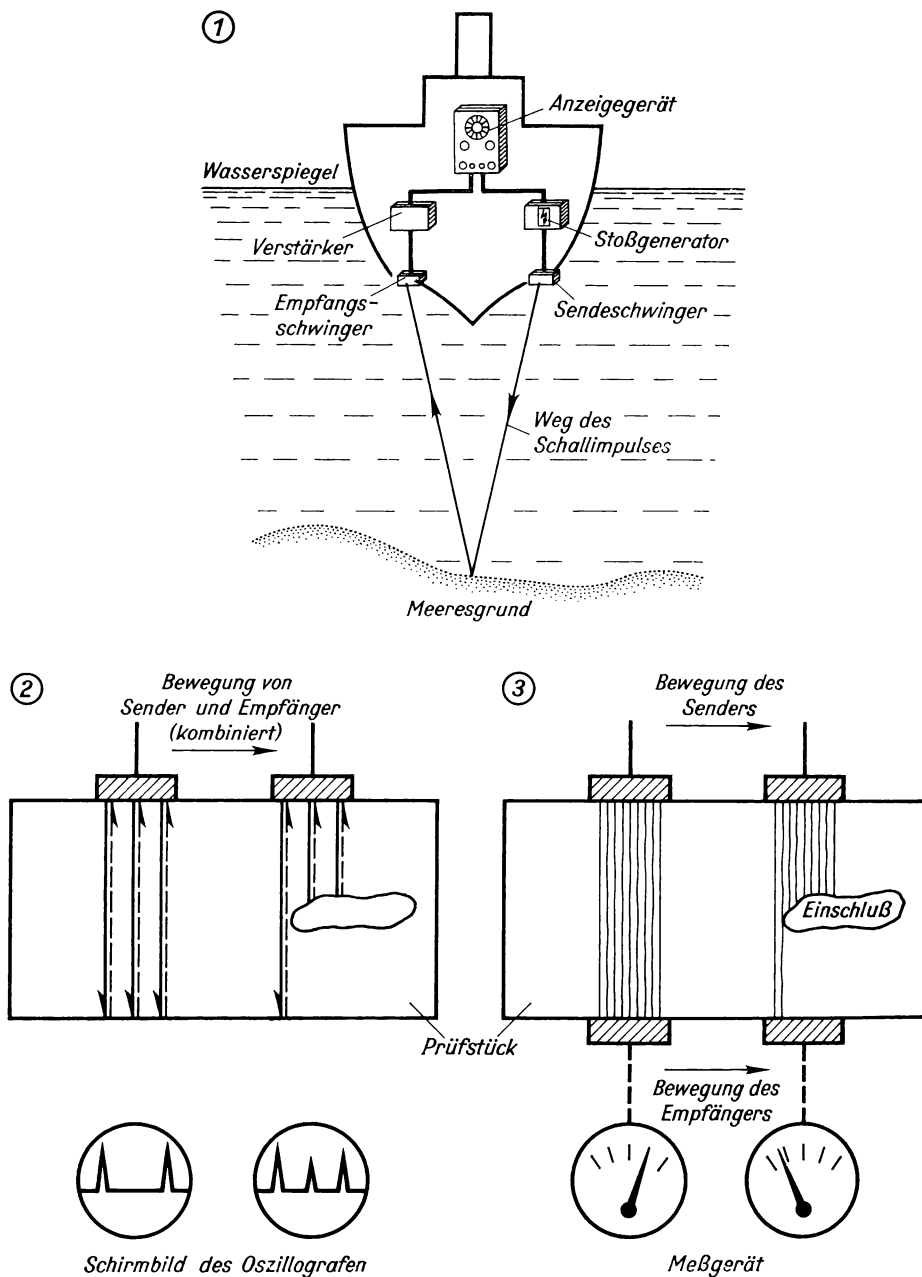


Bild 2.139 Anwendung des Ultraschalls: 1. Echolot, 2. und 3. Zerstörungsfreie Werkstoffprüfung (2. Impuls-Echo-Verfahren, 3. Durchstrahlen)

# 3. Kalorik

## 3.1. Grundbegriffe der Kalorik

In der Wärmelehre treten zwei neue physikalische Größen auf: *Temperatur* und *Wärmemenge*. Diese beiden Begriffe müssen von Anfang an gut auseinandergehalten werden. Wenn wir einen Körper berühren, so haben wir in jedem Falle eine *Temperaturempfindung*. Wir bezeichnen einen Körper als kalt, kühl, lau, warm oder heiß. Jeder Körper hat einen bestimmten *Wärmezustand*, den wir *Temperatur* nennen.

Temperaturen werden mit den allgemein bekannten Thermometern gemessen, deren Skalen in Grad Celsius geeicht sind.

Wärme ist, wie schon in [2.3.1.14.] erwähnt, eine Form der Energie. *Wärmemenge* ist eine gebräuchliche Bezeichnung für *Wärmeenergie*. Folglich gilt für die Wärmemenge die uns aus der Mechanik bekannte kohärente Einheit der Energie, das Joule ( $1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ Nm}$ ). Die bisher gebräuchlichste und auch heute noch viel verwendete Einheit der Wärmemenge ist die Kalorie, die durch die Beziehung

$$\blacksquare \quad 1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$$

definiert ist.

### Übung

- 3.1 Wie ist es zu erklären, daß mit einer Heißwasserheizung, in der das Wasser eine Temperatur von  $75^\circ\text{C}$  hat, ein ganzes Zimmer erwärmt werden kann, während das mit einer Stearinkerze, deren Temperatur etwa  $400^\circ\text{C}$  beträgt, nicht möglich ist?

## 3.2. Temperatur

Im folgenden Abschnitt wollen wir den Einfluß von Temperaturänderungen auf das Verhalten von festen Körpern, Flüssigkeiten und Gasen untersuchen. Wir werden feststellen, daß sich die Körper im allgemeinen bei Temperaturerhöhung ausdehnen.

### 3.2.1. Temperaturskalen

Um Temperaturen exakt messen zu können, braucht man eine Temperaturskala. Von jedem Thermometer ist uns die CELSIUS-Skala (ANDERS CELSIUS, 1701 bis 1744) geläufig. Bei der Festlegung dieser Skala benutzte man die Tatsache, daß reine Stoffe ihren Aggregatzustand bei einer ganz bestimmten, für jeden Stoff charakteristischen Temperatur wechseln. Diese Temperaturen sind daher leicht reproduzierbar. Die CELSIUS-Skala entsteht, indem der Gefrierpunkt des Wassers (bei normalem Druck von 760 Torr) mit  $0^\circ\text{C}$ , der Siedepunkt des Wassers (ebenfalls bei 760 Torr) mit  $100^\circ\text{C}$  festgelegt wird. Diese beiden Temperaturen werden als Fundamentalpunkte der CELSIUS-Skala bezeichnet.

Zwischen ihnen liegt eine Temperaturdifferenz, deren 100. Teil 1 Grad Celsius beträgt. Wenn nun dieser Grad Celsius festgelegt ist, läßt sich die Temperaturskala nach beiden Seiten hin über die Fundamentalpunkte hinaus erweitern. Die Temperaturen, die tiefer als  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  liegen, erhalten negatives Vorzeichen. Wir müssen uns jedoch darüber im klaren sein, daß zwischen den beiden Temperaturen  $+10\text{ }^{\circ}\text{C}$  und  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  kein grundsätzlicher Unterschied besteht, der es rechtfertigen könnte, von „Wärme“ und „Kälte“ zu sprechen. Dieser Tatsache trägt eine zweite Temperaturskala Rechnung, die wir in [3.2.4.1.] einführen werden, nämlich die KELVIN-Skala (*Lord KELVIN*, 1824 bis 1907). Hier wird der Nullpunkt der Temperatur, der bei der CELSIUS-Skala willkürlich an den Eispunkt gesetzt wurde, an den *absoluten Nullpunkt*, die tiefstmögliche Temperatur, verlegt. Der Vorteil der KELVIN-Skala liegt darin, daß alle Temperaturen positiv gerechnet werden und daß viele Gleichungen der Thermodynamik sich einfacher darstellen lassen, wenn die Temperaturen aus der in der Meßtechnik gebräuchlichen CELSIUS-Skala in die KELVIN-Skala umgerechnet werden.

Der erwähnte absolute Nullpunkt  $0\text{ }^{\circ}\text{K}$  liegt bei einer Temperatur von  $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$  und daher um  $273,15$  Grad tiefer als der Nullpunkt der CELSIUS-Skala. Wie aus Bild 3.1 zu erkennen ist, sind Kelvin-Grad und Celsius-Grad einander gleich. Für Temperaturdifferenzen ergeben sich daher in beiden Skalen die gleichen Werte. So liegen z. B. Schmelzpunkt des Eises ( $273,15\text{ }^{\circ}\text{K}$ ) und Siedepunkt des Wassers ( $373,15\text{ }^{\circ}\text{K}$ ) auch in der KELVIN-Skala um  $100\text{ grd}$  auseinander. Bei Temperaturdifferenzen wird darum nicht zwischen Grad Celsius und Grad Kelvin unterschieden, sondern nur Grad (grd) gesetzt. Damit entsprechen Temperaturangaben in  $^{\circ}\text{C}$  und  $^{\circ}\text{K}$  bestimmten Skalenpunkten auf dem Thermometer und Temperaturdifferenzen in grd bestimmten Skalenstrecken auf dem Thermometer.

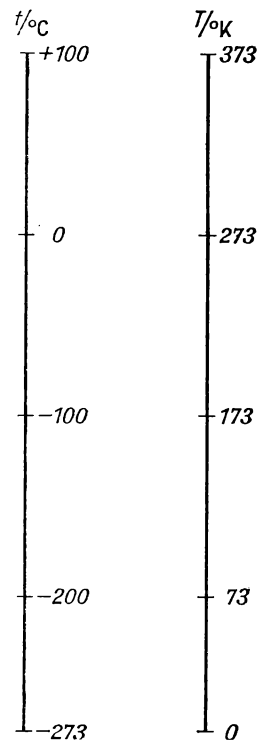


Bild 3.1 CELSIUS-Skala und KELVIN-Skala

Bezeichnet man die CELSIUS-Temperatur mit  $t$ , die KELVIN-Temperatur mit  $T$ , so gilt zur Umrechnung die zugeschnittene Größengleichung

$$T/^{\circ}\text{K} = t/^{\circ}\text{C} + 273,15 \quad (3.1)$$

### 3.2.2. Ausdehnung fester Körper

Im allgemeinen dehnen sich feste Körper bei Temperaturänderung nach allen Seiten hin aus; sie vergrößern ihr Volumen [3.2.2.2.]. In vielen Fällen interessiert jedoch für die Praxis nur die Ausdehnung in einer Dimension, also die Längenänderung. Das trifft vor allen Dingen für Drähte, Schienen, Dampfleitungsrohre, Brückenträger usw. zu.

#### 3.2.2.1. Längenänderung fester Körper

Wir beobachten, daß sich die Längenänderung vor allem bei Körpern mit sehr großer Länge bemerkbar macht. Verdoppeln wir nämlich die Länge, so wird auch die Längenänderung doppelt so groß. Wir stellen daher fest:

- Die Längenänderung  $\Delta l$  ist der Ausgangslänge  $l_1$  des Körpers proportional:

$$\Delta l \sim l_1$$

Vergleichen wir nun die Längenänderungen des Körpers, die durch verschiedene Temperaturänderungen hervorgerufen werden. Wir beobachten, daß die Länge des Körpers sich in dem Maße ändert, wie die Temperatur ansteigt. Wir finden:

- Die Längenänderung  $\Delta l$  ist der Temperaturänderung  $\Delta t$  proportional:

$$\Delta l \sim \Delta t$$

Setzen wir schließlich Stäbe gleicher Länge, die aus verschiedenem Material bestehen, der gleichen Temperaturänderung aus, so beobachten wir bei den verschiedenen Stäben auch verschiedene Längenänderungen:

- Die Längenänderung  $\Delta l$  ist vom Material des Körpers abhängig.

Diese Materialabhängigkeit wird in einem Proportionalitätsfaktor  $\alpha$ , dem *Längenausdehnungskoeffizienten*, erfaßt.

Fassen wir alle drei Ergebnisse zusammen, so erhalten wir

$$\Delta l = \alpha l_1 \Delta t \quad \text{Längenänderung} \quad (3.2)$$

Lösen wir Gl. (3.2) nach  $\alpha$  auf, so folgt

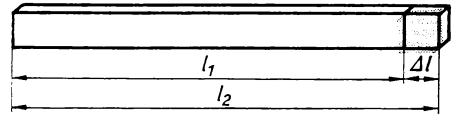
$$\alpha = \frac{\Delta l / l_1}{\Delta t}$$

oder in Worten:

Der Längenausdehnungskoeffizient ist der Quotient aus der relativen Längenänderung  $\Delta l / l_1$  und der Temperaturänderung  $\Delta t$ .

Daraus können wir auch die Einheit des Längenausdehnungskoeffizienten bestimmen:

Bild 3.2 Längenänderung bei Temperaturerhöhung



Wir wissen, daß die relative Längenänderung  $\Delta l/l_1$  als Verhältnis zweier Längen eine reine Zahl ist. Daher gilt

$$[\alpha] = \frac{1}{\text{grad}} = \text{grad}^{-1}$$

In [B 7.5.] sind die Längenausdehnungskoeffizienten einiger Stoffe zusammengestellt. Es ist zu beachten, daß sich die Ausdehnungskoeffizienten mit der Temperatur ändern. Sie werden deshalb jeweils für einen bestimmten Temperaturbereich angegeben. In vielen Fällen interessiert nicht die Längenänderung, sondern die neue Länge des Körpers. Die neue Länge  $l_2$  ist die Summe aus der alten Länge  $l_1$  und der Längenänderung  $\Delta l$  (Bild 3.2):

$$l_2 = l_1 + \Delta l$$

Mit (3.2) ergibt sich die neue Länge zu

$$l_2 = l_1(1 + \alpha \Delta t) \quad (3.3)$$

#### Lehrbeispiel

3.1

Die 1956 in Betrieb genommene Straßenbrücke über die Elbe in Riesa hat eine Länge von 346 m. Welche Längenänderung der Stahlträger muß berücksichtigt werden, wenn Sommertemperaturen bis 40 °C und Wintertemperaturen bis -30 °C erwartet werden?

Gegeben:  $l_1 = 346 \text{ m}$                       Gesucht:  $\Delta l$

$$\Delta t = 70 \text{ grad}$$

$$\alpha = 12 \cdot 10^{-6}/\text{grad}$$

Nach Gl. (3.2) ist

$$\Delta l = \alpha l_1 \Delta t = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 346 \text{ m} \cdot 70 \text{ grad}}{\text{grad}} = \underline{\underline{0,29 \text{ m}}}$$

#### 3.2.2.2. Volumenänderung fester Körper

Wie bereits in [3.2.2.] dargelegt, dehnen sich feste Körper bei Temperaturerhöhung nach allen Seiten hin aus. In den meisten Fällen ist der Längenausdehnungskoeffizient in den drei Raumrichtungen gleich groß. Dann sprechen wir von einem *isotropen* Körper. Die Längenausdehnung hat naturgemäß eine Volumenvergrößerung des Körpers zur Folge. Diese spielt besonders bei Behältern eine Rolle. Dabei gilt:

Hohlkörper dehnen sich in gleicher Weise aus wie massive Körper aus gleichem Material.

Für die Volumenänderung  $\Delta V$  gilt eine ähnliche Beziehung wie für die Längenänderung  $\Delta l$ . Die Volumenänderung ist nämlich proportional dem Anfangsvolumen  $V_1$  und der



Temperaturänderung  $\Delta t$ . Als Proportionalitätsfaktor führen wir den *Raumausdehnungskoeffizienten*  $\gamma$  ein und erhalten

$$\Delta V = \gamma V_1 \Delta t$$

**Volumenänderung fester Körper** (3.4)

bzw. für das neue Volumen

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \Delta t)$$

(3.5)

Da eine große Längenänderung auch eine große Volumenänderung bedeutet, ist anzunehmen, daß zwischen dem Längenausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  und dem Raumausdehnungskoeffizienten  $\gamma$  ein Zusammenhang besteht. Diese Beziehung wollen wir jetzt herleiten. Wir betrachten einen Würfel mit der Kantenlänge  $l_1$  (Bild 3.3). Sein Volumen ist  $V_1 = l_1^3$ . Bei Temperaturänderung ergibt sich die neue Kantenlänge  $l_2$  nach Gl. (3.3), und das neue Volumen ist

$$V_2 = l_2^3 = l_1^3 (1 + \alpha \Delta t)^3$$

$$V_2 = V_1 (1 + \alpha \Delta t)^3$$

Wie aus der Mathematik bekannt, ist

$$(1 + \alpha \Delta t)^3 = 1 + 3\alpha \Delta t + 3\alpha^2 \Delta t^2 + \alpha^3 \Delta t^3$$

Da  $\alpha \Delta t$  klein gegen 1 ist, können höhere Potenzen ( $\alpha^2 \Delta t^2$  und  $\alpha^3 \Delta t^3$ ) vernachlässigt werden, so daß gilt

$$(1 + \alpha \Delta t)^3 \approx 1 + 3\alpha \Delta t$$

Mit dieser Näherung ergibt sich

$$V_2 \approx V_1 (1 + 3\alpha \Delta t)$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit (3.5), so finden wir

$$\gamma \approx 3\alpha$$

**Raumausdehnungskoeffizient** (3.6)

Wegen dieser einfachen Beziehung zwischen dem Längen- und dem Raumausdehnungskoeffizienten ist es nicht erforderlich, besondere Tabellen für die Raumausdehnungskoeffizienten fester Körper aufzustellen.

### Übung

3.2

Ein Meßglas trägt die Aufschrift „100 cm<sup>3</sup> bei 20 °C“. Wieviel faßt es bei 120 °C?

#### 3.2.2.3. Dichteänderung fester Körper

Eine Temperaturänderung bewirkt auch eine Änderung der Dichte eines festen Körpers. Da die Masse des Körpers bei der Temperaturänderung konstant bleibt, das Volumen sich aber vergrößert, wird die Dichte kleiner.

Mit steigender Temperatur nimmt die Dichte eines Körpers ab.

Wegen der Konstanz der Masse ist

$$m_2 = m_1$$

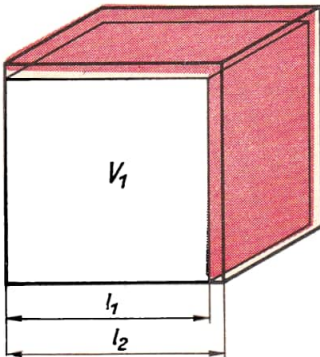
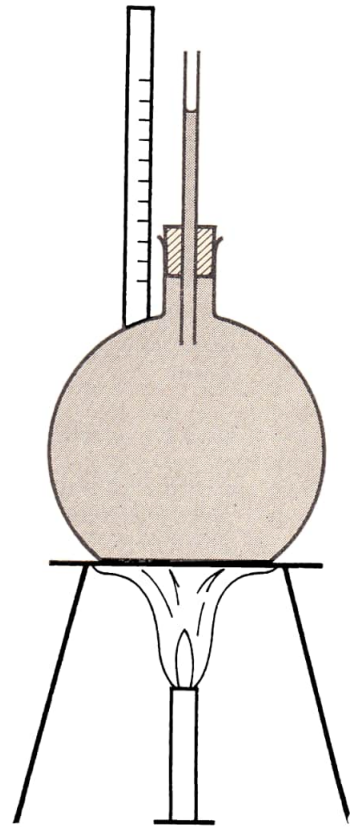


Bild 3.3 Volumenänderung eines Würfels

Bild 3.4 Ausdehnung von Flüssigkeiten



Dividieren wir beide Seiten dieser Gleichung durch die beiden Seiten von Gl. (3.5), so erhalten wir

$$\frac{m_2}{V_2} = \frac{m_1}{V_1(1 + \gamma \Delta t)}$$

Nach Gl. (2.19) ist der Quotient aus Masse und Volumen gleich der Dichte. Damit wird

$$\boxed{\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \gamma \Delta t}} \quad (3.7)$$

### Übung

- 3.3 Bis zu welcher Temperatur muß Zink, das bei  $18^\circ\text{C}$  eine Dichte von  $7,12\text{ g/cm}^3$  hat, erwärmt werden, damit seine Dichte nur noch  $7,05\text{ g/cm}^3$  beträgt?

### 3.2.3. Volumenänderung von Flüssigkeiten

Auch Flüssigkeiten dehnen sich beim Erwärmen aus. Wir weisen das mit einem Versuch nach, der in Bild 3.4 dargestellt ist. Je mehr wir die Temperatur des Wassers im Glaskolben erhöhen, um so höher steigt das Wasser in der Glasröhre.

Die Volumenänderung der Flüssigkeiten wird durch dieselben Gleichungen beschrieben wie die Volumenänderung fester Körper. Es gelten also

$$\Delta V = \gamma V_1 \Delta t \quad (3.4)$$

und

$$V_2 = V_1(1 + \gamma \Delta t) \quad (3.5)$$

Die Ausdehnungskoeffizienten der Flüssigkeiten sind etwa 10- bis 100mal so groß wie die der festen Körper; die Werte für die wichtigsten Flüssigkeiten sind in [B 7.6.] zusammengestellt.

### 3.2.3.1. Scheinbare Volumenänderung von Flüssigkeiten in Gefäßen

Bei dem in Bild 3.4 dargestellten Versuch ist zu beachten, daß sich neben der Flüssigkeit auch das Gefäß, in dem sich die Flüssigkeit befindet, ausdehnt. Wir können daher die Volumenänderung der Flüssigkeit nicht direkt beobachten, sondern nur die *scheinbare* Volumenänderung  $\Delta V_{\text{sch}}$ , die Differenz aus der Volumenänderung  $\Delta V_{F1}$  der *Flüssigkeit* und der Volumenänderung  $\Delta V_{\text{Gef}}$  des *Gefäßes*. Es gilt mit Gl. (3.4)

$$\Delta V_{\text{sch}} = \Delta V_{F1} - \Delta V_{\text{Gef}} = (\gamma_{F1} - \gamma_{\text{Gef}}) V_1 \Delta t$$

und schließlich mit Gl. (3.6)

$$\Delta V_{\text{sch}} = (\gamma_{F1} - 3\alpha_{\text{Gef}}) V_1 \Delta t \quad (3.8)$$

Durch Vergleich mit Gl. (3.4) läßt sich ein *scheinbarer Raumausdehnungskoeffizient*

$$\gamma_{\text{sch}} = \gamma_{F1} - 3\alpha_{\text{Gef}} \quad (3.9)$$

definieren.

### 3.2.3.2. Dichteänderung von Flüssigkeiten — Anomalie des Wassers

Auch bei Flüssigkeiten ist mit einer Temperaturerhöhung eine Dichteverringern nach Gl. (3.7) verbunden. Nur das Wasser macht im Temperaturbereich zwischen 0 °C und 4 °C eine Ausnahme. Bei Erwärmung von 0 °C auf 4 °C dehnt sich nämlich das Wasser nicht aus, sondern sein Volumen wird geringer, seine Dichte größer. Diese Regelmäßigkeit wird als *Anomalie* des Wassers bezeichnet.

● Wasser hat bei 4 °C seine größte Dichte.

Diese Anomalie hat zur Folge, daß sich in stehenden Gewässern im Winter unten eine Schicht Wasser von 4 °C hält, in der sich die Fische aufhalten können. Der See friert von oben her zu.

### Übung

#### 3.4

Wieviel Wasser fließt aus einem Glasgefäß, das bei 20 °C genau 100,00 cm³ faßt (Pyknometer), wenn die Temperatur von 20 °C auf 50 °C steigt?

### 3.2.4. Volumenänderung der Gase

Im Gegensatz zu den festen Körpern und Flüssigkeiten sind Gase *kompressibel*, d. h., sie lassen sich zusammenpressen (komprimieren). Den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen bei konstanter Temperatur gibt

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (T = \text{konst}) \quad \text{Gesetz von Boyle und Mariotte} \quad (2.54')$$

Eine Temperaturerhöhung kann bei konstantem Druck eine Vergrößerung des Volumens bewirken oder bei konstantem Volumen eine Vergrößerung des Drucks.

#### 3.2.4.1. Volumenänderung der Gase bei konstantem Druck

Das Gas befindet sich in einem Kolben (Bild 3.5), der zunächst in schmelzendes Eis gebracht wird. Es nimmt nach einiger Zeit die Temperatur  $0^\circ\text{C}$  an. Das Volumen wird an der Skale des Glasrohrs abgelesen, in dem sich ein Quecksilbertropfen befindet. Anschließend bringen wir den Kolben in ein Bad der Temperatur  $t$  und lesen wieder das Volumen ab. Es gilt im Prinzip Gl. (3.5), jedoch muß beachtet werden, daß bei Gasen mehr noch als bei festen und flüssigen Körpern der Ausdehnungskoeffizient  $\gamma$  eine Funktion der Temperatur ist. Wir legen in Übereinstimmung mit dem beschriebenen Versuch als Ausgangstemperatur  $0^\circ\text{C}$  fest und können daher  $\Delta t$  durch  $t$  ersetzen. Das Volumen bei  $0^\circ\text{C}$  bezeichnen wir mit  $V_0$ , das bei der Temperatur  $t_1$  mit  $V_1$ , das bei der Temperatur  $t_2$  mit  $V_2$ . Die beiden Volumina  $V_1$  und  $V_2$  ergeben sich damit nach Gl. (3.5) zu

$$V_1 = V_0(1 + \gamma t_1) \quad (3.10)$$

$$V_2 = V_0(1 + \gamma t_2)$$

Untersuchen wir das Verhalten verschiedener Gase, so stellen wir fest, daß der Raumausdehnungskoeffizient  $\gamma$  für alle Gase nahezu den gleichen Wert hat, nämlich

$$\gamma = \frac{1}{273 \text{ grad}} \quad \text{Raumausdehnungskoeffizient für Gase}$$

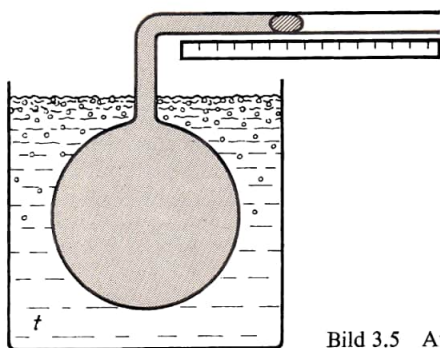


Bild 3.5 Ausdehnung des Gases bei konstantem Druck

Bei konstantem Druck dehnt sich jedes Gas bei Erwärmung um 1 grad um rund  $1/273$  seines Volumens bei 0 °C aus.

Diese Tatsache ermöglicht noch eine Vereinfachung der mathematischen Darstellung. Wir setzen  $\gamma = 1/(273,15 \text{ grad})$  in Gl. (3.10) ein und erhalten

$$V_1 = V_0 \left( 1 + \frac{1}{273,15 \text{ grad}} t_1 \right)$$

$$V_1 = V_0 \frac{273,15 \text{ grad} + t_1}{273,15 \text{ grad}} \quad (*)$$

$$V_2 = V_0 \frac{273,15 \text{ grad} + t_2}{273,15 \text{ grad}} \quad (**)$$

Wir dividieren die linken und rechten Seiten der beiden Gleichungen (\*) und (\*\*) durch einander; es folgt

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{273,15 \text{ grad} + t_1}{273,15 \text{ grad} + t_2}$$

Führen wir nun die KELVIN-Temperatur gemäß Gl. (3.1) ein, so folgt

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}} \quad (p = \text{konst}) \quad \text{1. Gesetz von Gay-Lussac} \quad (3.11)$$

Die Volumina einer abgeschlossenen Gasmenge verhalten sich bei konstantem Druck wie die zugehörigen KELVIN-Temperaturen.

Wir wollen uns noch die mit (\*) bezeichnete Gleichung etwas näher anschauen. Setzen wir in dieser Gleichung  $t_1 = -273,15 \text{ °C}$ , so erhalten wir  $V_1 = 0$ . Das bedeutet: Bei einer Temperatur von  $-273,15 \text{ °C}$ , dem *absoluten Nullpunkt*, würde das Volumen des Gases verschwinden, wenn Gleichung (\*) bis zu solch niedrigen Temperaturen gültig wäre. Zum gleichen Ergebnis gelangen wir, wenn wir in Gl. (3.11)  $T_1 = 0 \text{ °K}$  setzen. Bei tiefen Temperaturen werden jedoch alle Gase flüssig bzw. fest, so daß bei Temperaturen von wenigen Grad Kelvin keine Gase mehr existieren.

### 3.2.4.2. Druckänderung der Gase bei konstantem Volumen

Die Abhängigkeit des Drucks von der Temperatur wird mit der in Bild 3.6 dargestellten Apparatur, einem *Gasthermometer*, untersucht. Der Kolben steht mit einem Quecksilbermanometer [2.4.2.5.] in Verbindung. Das Quecksilbermanometer besteht aus zwei Glasrohren, die durch einen Schlauch miteinander verbunden sind. Während des Versuchs wird das Quecksilber im linken Schenkel auf gleicher Höhe gehalten, so daß das Volumen konstant bleibt. Im Eis-Wasser-Gemisch wird zunächst die Temperatur 0 °C hergestellt, wie bereits in [3.2.4.1.] beschrieben. Bringen wir nun das Gas auf eine höhere Temperatur  $t$ , so nimmt der Druck zu und kann am rechten Schenkel des Manometers abgelesen werden. Wir stellen fest:

Bei konstantem Volumen erhöht sich der Druck des Gases bei Erwärmung um 1 grad um rund  $1/273$  des Drucks bei 0 °C.



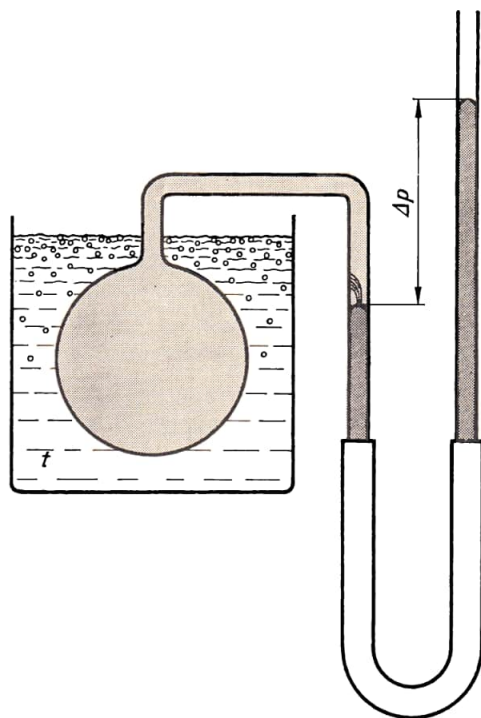


Bild 3.6 Drucksteigerung des Gases bei konstantem Volumen

Zwischen Druck und Temperatur besteht daher eine ähnliche Beziehung wie zwischen Volumen und Temperatur [3.2.4.1.]:

$$\boxed{\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}} \quad (V = \text{konst}) \quad \text{2. Gesetz von Gay-Lussac} \quad (3.12)$$

Die Drücke einer abgeschlossenen Gasmenge verhalten sich bei konstantem Volumen wie die zugehörigen KELVIN-Temperaturen.

### 3.2.4.3. Erste Form der Zustandsgleichung

In den vorangegangenen Abschnitten haben wir erkannt, daß der Zustand einer abgeschlossenen Gasmenge durch die drei Größen *Temperatur*, *Druck* und *Volumen* bestimmt wird. Verändern wir eine dieser drei *Zustandsgrößen*, so ändert sich mindestens eine der beiden anderen. In unseren bisherigen Überlegungen hatten wir angenommen, daß jeweils eine der drei Größen konstant bleibt. Wir erhielten die Gleichungen

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (T = \text{konst}) \quad (2.54')$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (p = \text{konst}) \quad (3.11)$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (V = \text{konst}) \quad (3.12)$$

Für den Fall, daß sich alle drei Größen gleichzeitig ändern, gilt

$$\boxed{\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}} \quad \text{Zustandsgleichung} \quad (3.13)$$

■ Für eine abgeschlossene Gasmenge ist  $\frac{pV}{T}$  konstant.

Wir wollen uns von der Richtigkeit der Gl. (3.13) überzeugen, indem wir feststellen, daß sie die oben zusammengestellten Gleichungen (2.54'), (3.11) und (3.12) als Sonderfälle enthält. Wenden wir z. B. Gl. (3.13) für eine Zustandsänderung bei konstantem Druck an, so ist  $p_1 = p_2$ , und Gl. (3.13) geht über in Gl. (3.11).

### Lehrbeispiel

- 3.2 Eine Stahlflasche enthält 40 l Sauerstoff unter einem Druck von 151 at bei einer Temperatur von 17 °C. Welches Volumen nimmt der Sauerstoff bei einer Temperatur von 22 °C und einem Druck von 755 Torr ein?

Gegeben:  $V_1 = 0,04 \text{ m}^3$

Gesucht:  $V_2$

$$p_1 = 151 \text{ at} \quad p_2 = 755 \text{ Torr}$$

$$T_1 = 290 \text{ °K} \quad T_2 = 295 \text{ °K}$$

Nach (3.13) ist

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1}$$

$$V_2 = \frac{151 \text{ at} \cdot 0,04 \text{ m}^3 \cdot 295 \text{ °K}}{755 \text{ Torr} \cdot 290 \text{ °K}} = \underline{\underline{5,98 \text{ m}^3}}$$

### 3.2.4.4. Das ideale Gas

In [3.2.4.1.] hatten wir festgestellt, daß der Raumausdehnungskoeffizient  $\gamma$  für alle Gase *nahezu* den gleichen Wert hat. Tatsächlich gelten die in [3.2.4.1. bis 3.2.4.3] aufgestellten Gesetze für die einzelnen Gase nur näherungsweise. Das Gas, das diese Gasgesetze *streng* erfüllt, wird als *ideales Gas* bezeichnet. Es hat den Ausdehnungskoeffizienten  $\gamma = \frac{1}{273,15} \text{ grad}^{-1}$ . Die übrigen Gase nennen wir *reale Gase*. Wir können aber feststellen, daß sich Neon, Wasserstoff und Helium bei den üblichen Temperaturen und Drücken wie das ideale Gas verhalten. Die übrigen Gase nähern sich dem idealen Zustand um so mehr, je weiter sie vom Verflüssigungspunkt entfernt sind, d. h. bei *hoher Temperatur* und *geringem Druck*.

### 3.2.4.5. Molvolumen

Aus der Chemie sind die folgenden Tatsachen bekannt:

1. Bei gleichem Druck und gleicher Temperatur enthalten gleiche Volumina aller nahezu idealen Gase die gleiche Anzahl Moleküle (Gesetz von AVOGADRO, 1811).
2. Unter einem Mol versteht man die Masse  $M$  g ( $M$  relative Molekülmasse). Entsprechend gilt: 1 Kilomol =  $M$  kg. Beispiele: 1 Kilomol Sauerstoff ( $\text{O}_2$ ) = 32 kg, 1 Kilomol Stickstoff ( $\text{N}_2$ ) = 28 kg, 1 Kilomol Luft = 29 kg (Übung 3.5)
3. 1 Kilomol ( $M$  kg) des idealen Gases nimmt unter Normalbedingungen (0 °C und 1 atm) ein Volumen von  $22,4136 \text{ m}^3$  ein. Dieses Volumen wird als *Molvolumen* bezeichnet.



**3.2.4.6. Zweite Form der Zustandsgleichung**

In [3.2.4.3.] hatten wir gefunden, daß für eine abgeschlossene Gasmenge der Ausdruck  $\frac{pV}{T}$  konstant ist. Es ist nun leicht einzusehen, daß der Wert dieses Potenzprodukts von der Gasmenge abhängt. Denken wir uns nämlich Druck und Temperatur konstant, so wächst mit der Masse des Gases auch sein Volumen. Entsprechend steigt bei konstantem Volumen und konstanter Temperatur der Druck, wenn die Gasmenge vergrößert wird. Für eine größere Gasmenge nimmt also in jedem Falle  $\frac{pV}{T}$  größere Werte an. Es besteht deshalb Proportionalität zur Masse  $m$ :

$$\frac{pV}{T} \sim m$$

Als Proportionalitätsfaktor führen wir die *Gaskonstante*  $R$  ein:

$$\frac{pV}{T} = Rm$$

Wir haben nunmehr eine Verknüpfung der 3 Größen Druck, Volumen und Temperatur mit der Masse erhalten:

$$pV = mRT \quad \text{Zustandsgleichung} \quad (3.14)$$

Um  $R$  berechnen zu können, lösen wir Gl. (3.14) nach  $R$  auf:

$$R = \frac{pV}{mT}$$

und setzen für die Größen auf der rechten Seite die Werte für 1 Kilomol idealen Gases unter Normalbedingungen ein:

$$\begin{aligned} m &= M \text{ kg} & p &= 1 \text{ atm} \\ V &= 22,4136 \text{ m}^3 & T &= 273,15 \text{ }^\circ\text{K} \end{aligned}$$

Damit erhalten wir

$$R = \frac{22,4136 \text{ m}^3 \cdot 1 \text{ atm}}{M \text{ kg} \cdot 273,15 \text{ }^\circ\text{K}}$$

$$R = 0,08206 \text{ m}^3 \text{ atm}/M \text{ kg grd}$$

Die Gaskonstante kann auch (vgl. Übung 3.6) in anderen Einheiten angegeben werden:

$$R = 8314 \frac{\text{J}}{\text{M kg grd}} \quad \text{Gaskonstante}$$

$$R = 848 \text{ kpm}/M \text{ kg grd}$$

$$R = 1,99 \text{ kcal}/M \text{ kg grd}$$

**Lehrbeispiel**

3

Welche Masse haben 3 m<sup>3</sup> Stickstoff, die bei einer Temperatur von 22 °C unter einem Druck von 750 Torr eingeschlossen sind?

Gegeben:  $V = 3 \text{ m}^3$        $M = 28$       Gesucht:  $m$

$$T = 295 \text{ °K} \quad p = \frac{750}{760} \text{ atm}$$

Nach Gl. (3.14) ist

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{750 \text{ atm} \cdot 3 \text{ m}^3 \cdot 28 \text{ kg} \cdot \text{grad}}{760 \cdot 0,082 \text{ m}^3 \cdot \text{atm} \cdot 295 \text{ °K}} = \underline{\underline{3,43 \text{ kg}}}$$

### Übungen

- 3.5** Luft besteht aus 78 %  $\text{N}_2$ , 21 %  $\text{O}_2$ , 1 % Ar. Berechnen Sie die durchschnittliche relative Molekülmasse der Luft.
- 3.6** Berechnen Sie die im letzten Abschnitt genannten Werte der Gaskonstanten.
- 3.7** Welcher Druck ist erforderlich, um 2,5 kg Luft bei einer Temperatur von 27 °C auf 0,3 m<sup>3</sup> zu komprimieren?
- 3.8** Bei welcher Temperatur nehmen 2 g Sauerstoff bei einem äußeren Druck von 725 Torr ein Volumen von 5 dm<sup>3</sup> ein?

### 3.2.5. Temperaturmessung

Die Geräte zur Temperaturmessung werden als *Thermometer* bezeichnet. Das Thermometer wird in möglichst enge Berührung mit dem Körper gebracht, dessen Temperatur gemessen werden soll. Nach einiger Zeit nimmt das Thermometer die Temperatur des Körpers an.

Grundsätzlich lassen sich alle Vorgänge und Erscheinungen, die eindeutig von der Temperatur bzw. von der Temperaturänderung abhängen, zur Temperaturmessung ausnützen. Folgende Wirkungen der Temperaturänderung werden zur Temperaturmessung herangezogen:

Flüssigkeiten und Gase dehnen sich bei Temperaturänderung aus. Darauf beruhen die bekannten *Flüssigkeitsthermometer* und das in [3.2.4.2.] beschriebene *Gasthermometer*.

Der elektrische Widerstand eines metallischen Leiters wird mit steigender Temperatur größer [4.2.2.]. Diese Temperaturabhängigkeit wird im *Widerstandsthermometer* ausgenutzt.

Ein *Thermoelement* besteht aus zwei verschiedenen metallischen Leitern, deren Enden eng miteinander verbunden sind. Bringen wir die beiden Verbindungsstellen auf verschiedene Temperaturen, so entsteht zwischen ihnen eine Urspannung (Thermospannung). Der Betrag dieser Spannung ist temperaturabhängig [4.7.4.1.].

Körper hoher Temperaturen glühen; sie senden sichtbares Licht aus. Die Strahlungshelligkeit bzw. die Farbe der Strahlung ändert sich mit der Temperatur [5.5.3.]. Meßgeräte, die die Temperatur auf Grund der Strahlung des Körpers messen, werden als *Pyrometer* bezeichnet.

In [3.2.1.] hatten wir die CELSIUS-Skale und die KELVIN-Skale kennengelernt. Neben der dort erwähnten Fundamentalpunkten sind noch weitere Temperaturfestpunkte 1. Ordnung international vereinbart worden:

Siedepunkt des Sauerstoffs	−182,97 °C	Schmelzpunkt des Silbers	+ 960,8 °C
Tripelpunkt des Wassers	+ 0,01 °C <sup>1)</sup>	Schmelzpunkt des Goldes	+1063,0 °C
Siedepunkt des Schwefels	+444,60 °C		

<sup>1)</sup> Die Temperatur des Tripelpunktes wird folgendermaßen erreicht: In einem Gefäß befindet sich Wasser. Die Luft über dem Wasser wird abgepumpt, so daß der Raum über dem Wasser nur mit Wasserdampf angefüllt ist. Kühlt man das Ganze so weit ab, daß sich im Gefäß Eis, Wasser und Wasserdampf befinden, ist der Tripelpunkt erreicht

Auf einen dieser Temperaturfestpunkte nimmt auch die seit 1958 in der DDR gültige Definition des KELVIN-Grades Bezug:

**Der Grad Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Kelvin-Temperatur des Tripelpunktes von reinem Wasser.**

Es besteht nun die Schwierigkeit, eine Thermometersubstanz zu finden, die sich gleichmäßig ausdehnt. Alle Flüssigkeiten erfüllen diese Bedingung nur näherungsweise. Eine Thermometersubstanz, die sich vollkommen gleichmäßig ausdehnt, haben wir in [3.2.4.4.] eingeführt, das ideale Gas. Das Gasthermometer ist ein Präzisionsmeßgerät, das von den tiefsten Temperaturen bis etwa 1600 °C geeignet ist.

### 3.3. Wärme als Energieform

Während wir uns in [3.2.] mit dem Begriff der Temperatur und der Temperaturmessung beschäftigten, wollen wir uns nun mit der zweiten wichtigen Größe der Thermodynamik, der *Wärmemenge*, befassen. Wir werden ihren Zusammenhang mit der Temperatur und die Messung der Wärmemenge, die *Kalorimetrie*, kennenlernen.

#### 3.3.1. Wärmemenge und Temperatur

Soll die Temperatur eines Körpers erhöht werden, so muß dem Körper eine bestimmte Wärmemenge zugeführt werden. Diese Wärmemenge hängt zunächst von der Masse des zu erwärmenden Körpers ab. Eine große Menge Wasser zu erwärmen erfordert einen größeren Energieaufwand als eine kleine Menge:

- Die Wärmemenge ist der *Masse* des zu erwärmenden Körpers proportional.

Andererseits ist bekannt, daß die aufzuwendende Wärmemenge von der Temperaturänderung, die erreicht werden soll, abhängt:

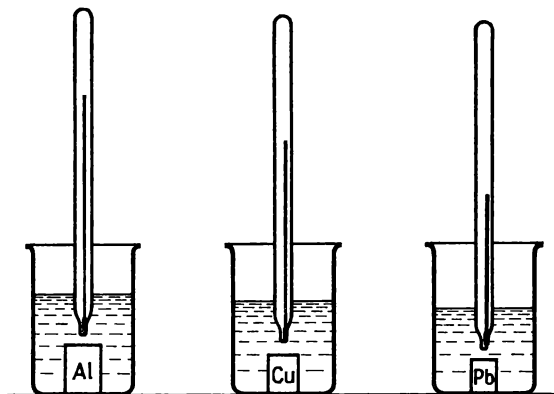
- Die Wärmemenge ist der *Temperaturänderung* proportional.

Nach dem in Bild 3.7 dargestellten Versuch hängt die Wärmemenge auch vom *Material* des zu erwärmenden Körpers ab. Diese Materialabhängigkeit wird mit der *spezifischen Wärmekapazität*  $c$  erfaßt. Es gilt nun, wenn wir alle Aussagen zusammenfassen:

$$Q = cm\Delta t$$

(3.15)

Bild 3.7 Drei Körper gleicher Masse (also mit verschiedenem Volumen!) aus Aluminium, Kupfer und Blei werden im Wasserbad auf 100 °C erwärmt und dann in drei Bechergläser, die gleiche Mengen Wasser von gleicher Temperatur enthalten, eingebracht. Aus der verschiedenen Temperaturerhöhung ist zu schließen, daß Aluminium die größte Wärmemenge, Blei die geringste enthielt



Die spezifischen Wärmekapazitäten der wichtigsten Stoffe sind in [B 7.5.] bis [B 7.7.] zusammengestellt.

Wasser hat mit  $c = 1 \text{ kcal/kg grad}$  eine sehr große spezifische Wärmekapazität. Das bedeutet, daß das Wasser zu seiner Erwärmung große Wärmemengen benötigt, die es bei Abkühlung wieder abzugeben vermag. Damit stellt das Wasser in der Natur und in der Technik einen guten Wärmespeicher dar.

Das Produkt aus der Masse  $m$  und der spezifischen Wärmekapazität  $c$  eines Körpers wird auch als *Wärmekapazität*  $C$  bezeichnet:

$$C = cm$$

(3.16)

Die Wärmekapazität charakterisiert das Wärmehaufnahmevermögen eines Körpers.

Eine Wärmekapazität von  $2 \text{ kcal/grad}$  bedeutet z. B., daß eine Wärmemenge von  $2 \text{ kcal}$  erforderlich ist, um die Temperatur des Körpers um  $1 \text{ grad}$  zu erhöhen.

### 3.3.2. Kalorimetrie

Zwischen Körpern mit verschiedener Temperatur, die miteinander in Berührung stehen, erfolgt ein *Wärmeübergang*. Besonders schnell läuft dieser Vorgang ab, wenn zwei Flüssigkeiten verschiedener Temperatur miteinander gemischt werden. Sehen wir zunächst von einem Wärmeaustausch mit der Umgebung ab, so stellen wir fest:

Die Wärmeabgabe des Körpers höherer Temperatur ist gleich der Wärmeaufnahme des Körpers niedriger Temperatur. Die Gesamtenergie (Wärmemenge) des Systems, bestehend aus den beiden Körpern, bleibt also konstant.

Beide Körper nehmen eine gemeinsame Temperatur an, die zwischen den beiden Ausgangstemperaturen liegt. Diese Mischungstemperatur  $t_m$  läßt sich aus der Mischungsregel (Energiesatz) berechnen. Wir betrachten zwei Körper,

einen	wärmeren Körper	und einen	kälteren Körper
	Temperatur $t_1$		Temperatur $t_2$
	Masse $m_1$		Masse $m_2$
	spez. Wärmekapazität $c_1$		spez. Wärmekapazität $c_2$
	Mischungstemperatur $t_m$		

Wärmeabgabe = Wärmeaufnahme nach (3.16)

$$c_1 m_1 (t_1 - t_m) = c_2 m_2 (t_m - t_2) \quad (3.17)$$

Daraus folgt

$$t_m = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} \quad (3.18)$$

Die im Zähler stehenden Produkte  $cmt$  bezeichnen wir auch als *Wärmeinhalt* der beiden Körper. Die Mischungstemperatur erhalten wir also, indem wir die Summe der Wärmeinhalte durch die Summe der Wärmekapazitäten [vgl. Gl. (3.16)] dividieren. Die Gleichung ist erweiterungsfähig und beschreibt dann den Wärmeaustausch zwischen beliebig vielen Körpern

**Lehrbeispiel**

3.4

Ein glühendes Stück Stahl (200 g) wird in 1 l Wasser von 10 °C geworfen. Welche Temperatur hatte der Stahl, wenn sich das Wasser auf 27 °C erwärmt?

Gegeben:  $m_1 = 0,2 \text{ kg}$  $m_2 = 1 \text{ kg}$ Gesucht:  $t_1$ 

$$c_1 = 0,11 \frac{\text{kcal}}{\text{kg grad}}$$

$$c_2 = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg grad}}$$

$$t_m = 27 \text{ °C}$$

$$t_2 = 10 \text{ °C}$$

Nach (3.17) ist

$$t_1 = t_m + \frac{c_2 m_2}{c_1 m_1} (t_m - t_2)$$

$$t_1 = 27 \text{ °C} + \frac{1 \cdot 1}{0,11 \cdot 0,2} \cdot 17 \text{ grad} = 27 \text{ °C} + 773 \text{ grad}$$

$$t_1 = \underline{\underline{800 \text{ °C}}}$$

In die Wärmebilanz müssen wir jedoch auch noch das Gefäß einbeziehen, das wir bisher außer acht gelassen haben; denn auch das Gefäß ändert seine Temperatur. Dabei muß die Wärmemenge, die das Gefäß aufnimmt oder abgibt, exakt erfaßt werden. Als Gefäße verwenden wir daher *Kalorimeter*, deren Wärmekapazität zu berechnen oder experimentell zu ermitteln ist. Die wichtigsten Ausführungsformen sind das Metallkalorimeter (Bild 3.8) und das DEWAR-Gefäß (Bild 3.9).

**Übungen**

3.9

Wieviel Wasser von 6 °C muß zu 80 l Wasser von 80 °C zugegossen werden, damit eine Mischungstemperatur von 38 °C entsteht?

3.10

Wie müßten die Gleichungen (3.17) und (3.18) erweitert werden, wenn nicht zwei, sondern drei Körper am Wärmeaustausch beteiligt sind?

3.11

Zur Bestimmung der Wärmekapazität eines Kalorimeters wird es mit 400 g Wasser von 15 °C gefüllt. Beim Zugießen von 600 g Wasser von 60 °C ergibt sich eine Mischungstemperatur von 39 °C. Wie groß ist die Wärmekapazität des Kalorimeters?

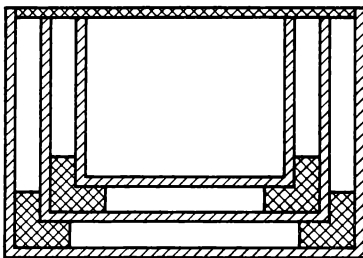


Bild 3.8 Das Metallkalorimeter besteht aus drei ineinandergestellten Messing- oder Aluminiumgefäßen, die voneinander durch Luftschichten getrennt sind

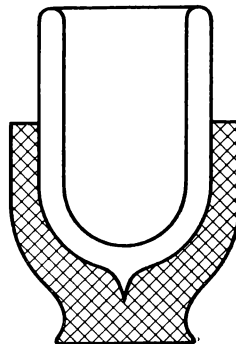


Bild 3.9 Das DEWAR-Gefäß ist ein doppelwandiges Glasgefäß, bei dem der Raum zwischen den beiden verspiegelten Glaswänden evakuiert ist (Thermosflasche)

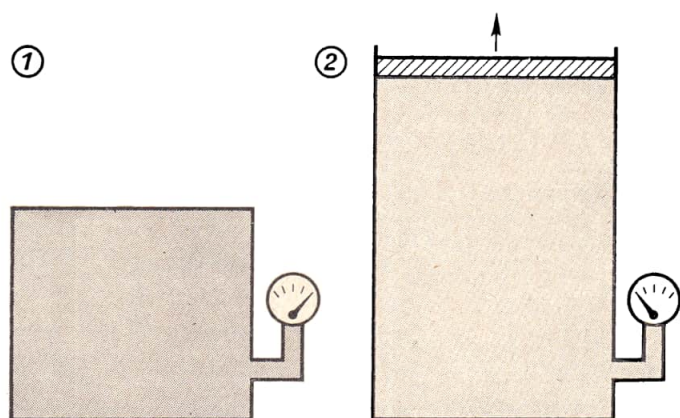


Bild 3.10 Erwärmung eines Gases  
1. bei konstantem Volumen, 2. bei konstantem Druck

### 3.3.3. Spezifische Wärmekapazitäten der Gase

In [3.2.4.1.] und [3.2.4.2.] hatten wir dargelegt, daß Gase bei konstantem Volumen oder bei konstantem Druck erwärmt werden können. Im ersten Falle erhöht sich der Druck, im zweiten Falle wächst das Volumen. In Bild 3.10 sind beide Fälle dargestellt. Es zeigt sich nun, daß die Erwärmung bei konstantem Druck eine größere Wärmemenge erfordert als eine gleiche Temperaturerhöhung bei konstantem Volumen. Da auch gleiche Massen vorausgesetzt werden und nach Gl. (3.15) gilt

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}$$

hat die Verschiedenheit der Wärmemengen auch verschiedene spezifische Wärmekapazitäten zur Folge. Wir haben daher bei Gasen zwischen der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen ( $c_v$ ) und der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck ( $c_p$ ) zu unterscheiden.

### 3.3.4. Energieumwandlungen

#### 3.3.4.1. Allgemeiner Energiesatz

Während man früher der Meinung war, die Wärme sei ein Stoff, der vom wärmeren auf den kälteren Körper übergehe, setzte sich im 19. Jahrhundert die Auffassung durch, daß die Wärme eine Form der Energie sei und aus anderen Energien erzeugt werden könne. Als erster behauptete 1842 der Heilbronner Arzt JULIUS ROBERT MAYER (1814 bis 1878), daß aus einer bestimmten Menge mechanischer Energie stets die gleiche Wärmemenge erzeugt würde. Die Ergebnisse der MAYERSchen Überlegungen fassen wir zusammen im *allgemeinen Energiesatz*:

Energie kann weder gewonnen werden noch verlorengehen. Es kann nur eine Energieform in eine andere Energieform umgewandelt werden.

Dieser Satz stellt eine Erweiterung des Energiesatzes der Mechanik dar.

Der allgemeine Energiesatz erklärt es für unmöglich, eine Maschine zu konstruieren, die dauernd Energie abgibt, ohne Energie aufzunehmen. Viel Zeit und Mühe sind in früheren Zeiten aufgewendet worden, um ein derartiges *Perpetuum mobile* zu ersinnen. Da wir später noch eine ähnliche (ebenfalls unmögliche) Maschine kennenlernen werden, wollen wir hier von einem *Perpetuum mobile* 1. Art sprechen. Den Energiesatz können wir nunmehr auch formulieren: Es gibt kein *Perpetuum mobile* 1. Art.

Im folgenden sollen einige wichtige Energieumwandlungen besprochen werden.

### 3.3.4.2. Umwandlung mechanischer Energie in Wärmeenergie

Schon wenn wir die Hände reiben, stellen wir fest, daß sich mechanische Energie durch Reibungsarbeit in Wärmeenergie umwandelt. In [2.3.1.14.] mußten wir den Energiesatz der Mechanik auf reibungsfreie Vorgänge beschränken. Jetzt können wir feststellen, daß überall dort, wo irgendwelche „Verluste“ an mechanischer Energie infolge Reibung auftreten, mechanische Energie in Wärmeenergie umgewandelt wird.

#### Lehrbeispiel

- 3.5 Um wieviel Grad erhöht sich die Temperatur des Wassers in einem Wasserfall, wenn die Fallhöhe 40 m beträgt und der Wärmeaustausch mit der Umgebung vernachlässigt werden soll?

Gegeben:  $h = 40 \text{ m}$

Gesucht:  $\Delta t$

Die potentielle Energie ist gleich der Wärmeenergie:

$$mgh = cm \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{gh}{c} = \frac{9,81 \text{ m} \cdot 40 \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{grad}}{\text{s}^2 \cdot 1 \text{ kcal}} = \frac{9,81 \cdot 40 \text{ J}}{\text{kcal}} \text{ grad}$$

$$\Delta t = \frac{9,81 \cdot 40}{4186,8} \text{ grad} = \underline{\underline{0,09 \text{ grad}}}$$

### 3.3.4.3. Umwandlung elektrischer Energie in Wärmeenergie

Wie allgemein bekannt ist, kann auch elektrische Energie in Wärmeenergie umgewandelt werden. Die bekanntesten Geräte, mit deren Hilfe diese Umwandlung erfolgt, sind Heizplatte, Tauchsieder, Heißwasserspeicher, Schmelzofen und Lötkolben. Auch in anderen Geräten wie z. B. im Elektromotor und in der Glühlampe erfolgt eine Umwandlung von elektrischer Energie in Wärmeenergie. Jedoch handelt es sich in diesen Fällen um eine unerwünschte Nebenwirkung. Die Wärmeentwicklung tritt hier als „Energieverlust“ (d. h. als Verlust an *nutzbarer* Energie) in Erscheinung.

#### Übungen

- 3.12 Wieviel Kilokalorien werden frei, wenn 1 kWh elektrischer Energie vollständig in Wärmeenergie umgewandelt wird?
- 3.13 In welcher Zeit kann ein elektrischer Heißwasserspeicher (950 W) 8 l Wasser von 10 °C auf 95 °C erwärmen? Der Wirkungsgrad beträgt 92%.

### 3.3.4.4. Umwandlung chemischer Energie in Wärmeenergie

Zur Zeit ist in unserer Republik noch die Kohle die wichtigste Energiequelle. Wie alle Heizstoffe enthält die Kohle *chemische Energie*, die bei der Verbrennung, also durch eine



chemische Reaktion, in Wärmeenergie umgewandelt wird. Die frei werdende Wärmemenge folgt aus der Gleichung

$$Q = Hm \quad (3.19)$$

Hierin bedeutet  $m$  die Masse und  $H$  den *Heizwert* des Brennstoffs. Für gasförmige und z. T. auch für flüssige Brennstoffe beziehen wir den Heizwert auf das Volumen des Brennstoffs. Dann ist

$$Q = H'V \quad (3.20)$$

Die Heizwerte der wichtigsten flüssigen und gasförmigen Brennstoffe sind in [B 7.6.] und [B 7.7.] zusammengestellt.

### Übung

- 3.14** Der Personenkraftwagen „Wartburg 1000“ hat einen Motor mit einer Nutzleistung von 33,1 kW. Wieviel Benzin verbraucht der Motor in einer Stunde, wenn der Wirkungsgrad mit 28 % angenommen wird?

## 3.4. Wärme und mechanische Arbeit

In diesem Abschnitt soll der allgemeine Energiesatz [3.3.4.1.] auf die Erscheinungen der Thermodynamik und insbesondere auf die Zustandsänderungen des idealen Gases angewendet werden, da wir dabei Erkenntnisse gewinnen, die für das Verständnis aller Wärmekraftmaschinen (Verbrennungsmotoren, Dampfmaschinen usw.) bedeutsam sind.

### 3.4.1. Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Die Moleküle eines Gases befinden sich in dauernder Bewegung und haben deshalb eine gewisse kinetische Energie. Die Summe aller dieser Energien bezeichnen wir als die *innere Energie* des Gases und geben ihr das Symbol  $U$ . Mit steigender Temperatur erhalten die Moleküle größere Geschwindigkeiten und deshalb auch größere kinetische Energien: Die innere Energie des Gases wächst. Sie ist eine eindeutige Funktion der Temperatur und damit wie diese eine *Zustandsgröße*.

Aus dem in Bild 3.10 dargestellten Versuch erkennen wir, daß zur Erwärmung eines Gases bei konstantem Druck ein größerer Energieaufwand erforderlich ist als bei der Erwärmung bei konstantem Volumen. Der Grund ist folgender: Während bei konstantem Volumen die zugeführte Wärmemenge allein zur Erhöhung der Temperatur und damit zur Erhöhung der inneren Energie des Gases dient, wird bei der Erwärmung bei konstantem Druck Ausdehnungsarbeit verrichtet. Der bewegliche Kolben wird mit einer bestimmten Kraft gehoben. Allgemein kann festgestellt werden: Wird einem Gas Wärmeenergie zugeführt, so dient diese Wärmeenergie z. T. dazu, die innere Energie (und damit die Temperatur) des Gases zu erhöhen, zum anderen Teil aber dazu, Ausdehnungsarbeit zu verrichten. Dieser Sachverhalt kann als Gleichung formuliert werden.

## 1. Hauptsatz der Thermodynamik:

$$Q = \Delta U + W \quad (3.21)$$

Die einem Gas zugeführte Wärme ist gleich der Summe aus der Änderung der inneren Energie des Gases und der vom Gas verrichteten Ausdehnungsarbeit.

Dabei bedeutet  $Q$  die dem Gas zugeführte Wärme,

$W$  die vom Gas abgegebene mechanische Arbeit.

Der 1. Hauptsatz folgt aus dem allgemeinen Energiesatz und gilt nicht nur für das ideale Gas.

## 3.4.2. Zustandsänderungen des idealen Gases

Wir wollen nun den 1. Hauptsatz auf die folgenden Zustandsänderungen des idealen Gases anwenden:

1. *Isotherme* Zustandsänderung (Zustandsänderung bei konstanter Temperatur)
2. *Isochore* Zustandsänderung (Zustandsänderung bei konstantem Volumen)
3. *Isobare* Zustandsänderung (Zustandsänderung bei konstantem Druck)
4. *Adiabatische* Zustandsänderung (Zustandsänderung ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung)
5. *Polytrope* Zustandsänderung (Technisch realisierbare Zustandsänderung ähnlich der adiabatischen)

## 3.4.2.1. Isotherme Zustandsänderung

Für die isotherme Zustandsänderung gilt das uns schon bekannte Gesetz von BOYLE und MARIOTTE:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (2.54')$$

Die Zustandsänderung wird in einem  $p, V$ -Diagramm durch eine Hyperbel dargestellt (Bild 3.11).

Da, wie in [3.4.1.] festgestellt, die innere Energie eine eindeutige Funktion der Temperatur ist, bleibt bei konstanter Temperatur auch die innere Energie des Gases konstant. Der

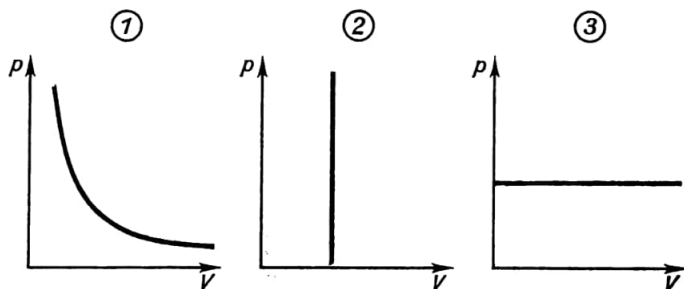


Bild 3.11  
 $p, V$ -Diagramme von  
 Zustandsänderungen:  
 1. isotherme,  
 2. isochore, 3. isobare  
 Zustandsänderung

1. Hauptsatz – Gl. (3.21) – gilt daher für die isotherme Zustandsänderung wegen  $\Delta U = 0$  in der Form

$$Q = W$$

**1. Hauptsatz bei isothermer Zustandsänderung** (3.22)

Bei einer isothermen Zustandsänderung wird die zugeführte Wärme restlos in mechanische Arbeit umgewandelt.

Diese mechanische Arbeit ergibt sich, wie hier nicht im einzelnen abgeleitet werden kann, aus der Gleichung

$$W = Q = mRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

(3.23)

$\ln$  bedeutet den natürlichen Logarithmus, der in den dekadischen Logarithmus umgewandelt werden kann:

$$\ln x = 2,3 \lg x$$

Wegen (2.54') können wir das Verhältnis der Volumina auch durch das Druckverhältnis ersetzen:

$$W = Q = mRT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

(3.24)

In den beiden Gleichungen kann  $mRT$  nach der Zustandsgleichung (3.14) durch  $p_1 V_1$  oder  $p_2 V_2$  ersetzt werden.

### 3.4.2.2. Isochore Zustandsänderung

Eine isochore Zustandsänderung wird im  $p, V$ -Diagramm durch eine Parallele zur  $p$ -Achse dargestellt (Bild 3.11). Wenn das Volumen des Gases konstant bleibt, dann kann auch keine äußere Arbeit (Raumänderungsarbeit) verrichtet werden. Es ist also  $W = 0$ . Der 1. Hauptsatz – Gl. (3.21) – gilt daher für die isochore Zustandsänderung in der Form

$$Q = \Delta U$$

**1. Hauptsatz bei isochorer Zustandsänderung** (3.25)

Die zugeführte Wärmemenge dient bei der isochoren Zustandsänderung allein der Erhöhung der inneren Energie des Gases.

Andererseits gilt nach Gl. (3.15), wenn wir beachten, daß die Erwärmung bei konstantem Volumen erfolgt [3.3.3.],

$$Q = c_v m \Delta T$$

(3.26)

Damit wird nach Gl. (3.25) auch

$$\Delta U = c_v m \Delta T \quad (3.27)$$

und wir gelangen zu einer quantitativen Aussage über die innere Energie:

$$U = c_v m T \quad \text{Innere Energie des idealen Gases} \quad (3.28)$$

Diese Gleichung zeigt, daß die innere Energie des idealen Gases allein von der Temperatur abhängt, also nicht vom Druck oder vom Volumen.

### 3.4.2.3. Isobare Zustandsänderung

Eine isobare Zustandsänderung wird im  $p, V$ -Diagramm als Parallele zur  $V$ -Achse dargestellt (Bild 3.11). Nach [3.3.3.] gilt für die Erwärmung bei konstantem Druck

$$Q = c_p m \Delta T \quad (3.29)$$

Mit der Temperaturerhöhung ist eine Ausdehnung (*Expansion*) des Gases verbunden. Daher wird von dem Gas mechanische Arbeit verrichtet. Diese Arbeit ergibt sich, da der bewegliche Kolben (Bild 3.12) unter der Wirkung der konstanten Kraft  $F = pA$  den Weg  $s$  zurücklegt, nach Gl. (2.27) zu

$$W = pAs$$

Das Produkt  $As$  ist aber gleich dem Volumenzuwachs  $\Delta V$ , also gleich der Differenz aus dem neuen Volumen  $V_2$  und dem alten Volumen  $V_1$  des Gases. Damit wird für die isobare Zustandsänderung

$$W = p(V_2 - V_1) \quad (3.30)$$

Nach der Zustandsgleichung (3.14) können wir für diese Arbeit auch schreiben

$$W = mR(T_2 - T_1) = mR \Delta T \quad (3.31)$$

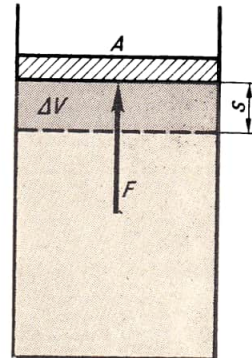


Bild 3.12 Zur Berechnung der Raumänderungsarbeit bei der isobaren Zustandsänderung

Die Gleichungen für die isobare Zustandsänderung gestatten es uns, einen interessanten Zusammenhang zwischen den beiden spezifischen Wärmekapazitäten aufzufinden. Setzen wir nämlich die drei Gleichungen (3.27), (3.29) und (3.31) in den ersten Hauptsatz – Gl. (3.21) – ein, so erhalten wir

$$c_p m \Delta T = c_v m \Delta T + m R \Delta T$$

Wenn wir beide Seiten dieser Gleichung durch  $m \Delta T$  dividieren, so bleibt  $c_p = c_v + R$  oder

$$c_p - c_v = R \quad (3.32)$$

- Die Differenz der spezifischen Wärmen ist gleich der Gaskonstanten.

Aus der Differenz der spezifischen Wärmen hat J. R. MAYER als erster den Zusammenhang zwischen mechanischer Energie und Wärmeenergie erkannt und die früher als „mechanisches Wärmeäquivalent“ bezeichnete Gleichung

$$1 \text{ kcal} \approx 427 \text{ kpm}$$

errechnet.

#### 3.4.2.4. Adiabatische Zustandsänderung

Für die adiabatische Zustandsänderung, die ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung abläuft ( $Q = 0$ ), gilt der 1. Hauptsatz nach Gl. (3.21) in der Form  $0 = \Delta U + W$ , also

$$W = -\Delta U \quad \text{1. Hauptsatz bei adiabatischer Zustandsänderung} \quad (3.33)$$

Bei der adiabatischen Zustandsänderung wird mechanische Arbeit allein auf Kosten der inneren Energie des Gases verrichtet.

Die Abnahme der inneren Energie zeigt sich darin, daß die Temperatur des Gases fällt. Die Abkühlung können wir z. B. beobachten, wenn Gas, das unter hohem Druck in einer Stahlflasche eingeschlossen ist, plötzlich entspannt wird.

Aus Gl. (3.33) ergibt sich, wie hier nicht abgeleitet werden kann:

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad \text{Poissonsche Gleichung} \quad (3.34)$$

Darin ist  $\kappa$  der Adiabatenexponent, das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmekapazitäten:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad \text{Adiabatenexponent} \quad (3.35)$$

Für alle zweiatomigen Gase ist  $\kappa = 1,4$ .

Zwischen den Temperaturen und den Volumina besteht die Beziehung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} \quad (3.36)$$

Für den Zusammenhang der Temperaturen mit den Drücken gilt die Gleichung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (3.37)$$

Wir wollen noch die Arbeit ausrechnen, die bei adiabatischer Expansion verrichtet wird. Wir setzen Gl. (3.27) in Gl. (3.33) ein und erhalten

$$W = -c_v m (T_2 - T_1)$$

oder auch

$$W = c_v m (T_1 - T_2)$$

Beachten wir noch Gl. (3.32) und Gl. (3.35), so folgt

$$W = \frac{c_v m (c_p - c_v)}{c_p - c_v} (T_1 - T_2) = \frac{mR}{\frac{c_p - c_v}{c_v}} (T_1 - T_2)$$

$$W = \frac{mR}{\kappa - 1} (T_1 - T_2) \quad (3.38)$$

In Bild 3.13 ist das  $p, V$ -Diagramm für die adiabatische Zustandsänderung dargestellt. Vergleichen wir die *Adiabate* durch den Punkt  $(V_1; p_1)$  mit der *Isotherme* durch diesen Punkt, so stellen wir fest, daß die Adiabate steiler verläuft als die Isotherme. Bei einer Verringerung des Volumens, also bei Kompression, steigt bei adiabatischer Zustandsänderung der Druck stärker an als bei isothermer Zustandsänderung. Davon macht man in den Kompressoren Gebrauch.

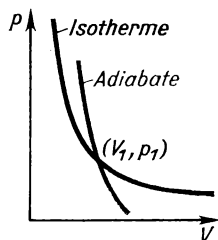


Bild 3.13 Adiabate und Isotherme

### Lehrbeispiele

- 3.6 10 m<sup>3</sup> Luft (1,1 at, 27 °C) sollen isotherm auf 1 m<sup>3</sup> komprimiert werden:
1. Welcher Druck ist erforderlich?
  2. Welche Arbeit muß der Kompressor verrichten?
  3. Welche Wärmemenge ist abzuführen?

Gegeben:  $V_1 = 10 \text{ m}^3$        $V_2 = 1 \text{ m}^3$       Gesucht:  $p_2, W, Q$   
 $p_1 = 1,1 \text{ at}$        $T = 300 \text{ °K}$   
 $M = 29 \text{ (Luft!)}$

1. Nach (2.54') ist

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{1,1 \text{ at} \cdot 10 \text{ m}^3}{1 \text{ m}^3} = \underline{\underline{11 \text{ at}}}$$

2. Nach Gl. (3.23) gilt

$$W = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 2,3 mRT \lg \frac{V_2}{V_1}$$

Mit Gl. (3.14) wird

$$W = 2,3 p_1 V_1 \lg \frac{V_2}{V_1} = 2,3 \cdot 1,1 \text{ at} \cdot 10 \text{ m}^3 \cdot \lg \frac{1 \text{ m}^3}{10 \text{ m}^3}$$

$$W = -2,3 \cdot 1,1 \cdot 9,8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \cdot 10 \text{ m}^3 \cdot \lg 10$$

$$W = \underline{\underline{-2,48 \cdot 10^6 \text{ Js}}} = \underline{\underline{-0,69 \text{ kWh}}}$$

Das Minuszeichen bedeutet, daß mechanische Arbeit zugeführt werden muß.

3. Nach Gl. (3.22) ist

$$Q = W = - \frac{2,48 \cdot 10^6}{4186,8} \text{ kcal} = \underline{\underline{-592 \text{ kcal}}}$$

Das Minuszeichen bedeutet hier, daß diese Wärme abzuführen ist.

3.7 10 m<sup>3</sup> Luft (1,1 at, 27 °C) sollen adiabatisch auf 1 m<sup>3</sup> komprimiert werden.

1. Welcher Druck ist erforderlich?

2. Welche Temperatur nimmt das Gas an?

3. Welche Arbeit muß der Kompressor verrichten?

Gegeben:  $V_1 = 10 \text{ m}^3$        $V_2 = 1 \text{ m}^3$       Gesucht:  $p_2, T_2$   
 $p_1 = 1,1 \text{ at}$        $T_1 = 300 \text{ °K}$   
 $M = 29$        $\kappa = 1,4$

1. Nach Gl. (3.34) ist

$$p_2 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = 1,1 \text{ at} \left( \frac{10}{1} \right)^{1,4} = 1,1 \text{ at} \cdot 10^{1,4}$$

$$p_2 = 1,1 \cdot 25,12 \text{ at} = \underline{\underline{27,63 \text{ at}}}$$

2. Aus Gl. (3.36) folgt

$$T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = 300 \text{ °K} \cdot 10^{0,4} = 300 \cdot 2,512 \text{ °K}$$

$$T_2 = \underline{\underline{754 \text{ °K}}}$$

3. Nach Gl. (3.38) ist mit Gl. (3.14)

$$W = \frac{p_1 V_1}{(\kappa - 1) T_1} (T_1 - T_2) = \frac{1,1 \text{ at} \cdot 10 \text{ m}^3}{0,4 \cdot 300 \text{ °K}} (-454 \text{ grad})$$

$$W = - \frac{1,1 \cdot 9,8 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot 10^3 \text{ m} \cdot 454}{0,4 \cdot 300 \text{ m}^2} = \underline{\underline{-4,08 \cdot 10^6 \text{ Js}}}$$

$$W = \underline{\underline{-1,13 \text{ kWh}}}$$



Da bei adiabatischer Kompression keine Wärme abgeführt (das Gas also nicht gekühlt) wird, muß der Kompressor eine größere Arbeit aufbringen, um das Gas auf ein bestimmtes Volumen zusammenzupressen als bei isothermer Kompression (Lehrbeispiel 3.6).

### 3.4.2.5. Polytrope Zustandsänderung

Isotherme und adiabatische Zustandsänderung können technisch nicht vollkommen verwirklicht werden. Einerseits läßt sich die Temperatur nicht vollkommen konstant halten, andererseits ist ein Wärmeaustausch mit der Umgebung nicht ganz zu unterbinden. Isotherme und adiabatische Zustandsänderungen sind daher zwei idealisierte Grenzfälle, zwischen denen sich die technischen Vorgänge abspielen, die unter dem Namen *polytrope Zustandsänderungen* zusammengefaßt werden. Für sie gilt die Gleichung

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n \quad (1 < n < \kappa) \quad (3.39)$$

Die Gleichungen (3.36) bis (3.38) gelten für die polytrope Zustandsänderung, wenn  $\kappa$  durch den *Polytropenexponenten*  $n$  ersetzt wird.

#### Übungen

- 3.15** 5 m<sup>3</sup> Luft (27 °C, 1,2 at) sollen durch Temperaturerhöhung auf einen Druck von 4 at gebracht werden.  
 1. Auf welche Temperatur ist die Luft zu erhitzen?  
 2. Welche Wärmemenge ist zuzuführen?  
 Die mittlere spezifische Wärmekapazität beträgt 0,186 kcal/kg grd.
- 3.16** 5 m<sup>3</sup> Luft (27 °C) sollen bei konstantem Druck 1,2 at auf 727 °C erwärmt werden.  
 1. Welches Volumen nimmt das erwärmte Gas ein?  
 2. Welche Wärmemenge muß zugeführt werden?  
 3. Welche Raumänderungsarbeit verrichtet das Gas?  
 Die mittlere spezifische Wärmekapazität der Luft beträgt 0,255 kcal/kg grd.
- 3.17** Aus den in den Übungen 3.15 und 3.16 genannten Werten für die spezifischen Wärmekapazitäten der Luft ist die Gaskonstante zu berechnen.
- 3.18** Inwiefern können isotherme und adiabatische Zustandsänderung als Sonderfälle der polytropen Zustandsänderung aufgefaßt werden?

### 3.4.3. Kreisprozesse

Die Kreisprozesse haben eine hohe technische Bedeutung. Bei ihnen wird nach einer Reihe von Vorgängen (z. B. Zustandsänderungen) der ursprüngliche Zustand wieder hergestellt, so daß der Prozeß von vorn beginnen kann. Nach diesem Prinzip arbeiten z. B. alle Verbrennungsmotoren.

#### 3.4.3.1. Kreisprozeß im $p, V$ -Diagramm

In Bild 3.14 sind in das  $p, V$ -Diagramm zwei Zustände eines Gases ( $V_1; p_1$ ) und ( $V_2; p_2$ ) eingetragen. Da  $V_2 > V_1$  ist, handelt es sich in diesem Falle um eine Expansion. Bei der Expansion wird nach dem 1. Hauptsatz mechanische Arbeit abgegeben. In [3.4.2.3.] hatten wir abgeleitet, daß die mechanische Arbeit dargestellt werden kann als Produkt aus Druck und Volumen. Allerdings ist zu bedenken, daß sich im allgemeinen und auch in dem jetzt vorliegenden Falle sowohl Druck als auch Volumen ändern. Allgemein gilt:

Im  $p, V$ -Diagramm wird die Arbeit als Fläche unter der Kurve dargestellt, die die Zustandsänderung beschreibt.

(So wie etwa in der Kinematik die Fläche unter der Kurve im  $v, t$ -Diagramm den zurückgelegten Weg darstellt). In Bild 3.14 ist diese Fläche gerastert. Es ist nun leicht einzusehen, daß diese mechanische Arbeit nicht allein von den beiden Zuständen 1 und 2 des Gases, sondern auch vom Verlauf der Zustandsänderung abhängt. Die mechanische Arbeit ist also *keine Zustandsgröße*. Erfolgt die Zustandsänderung von 2 nach 1 (Kompression), so muß von außen Arbeit zugeführt werden. Diese Arbeit ist negativ.

Bei einem Kreisprozeß erfolgen mehrere Zustandsänderungen hintereinander so, daß der ursprüngliche Zustand wieder erreicht wird. In Bild 3.15 ist ein Kreisprozeß schematisch im  $p, V$ -Diagramm dargestellt. Auf dem Weg I wird das Gas vom Zustand 1 in den Zustand 2 überführt und anschließend auf dem Weg II vom Zustand 2 in den Zustand 1 zurückgeführt, so daß es sich dann wieder im Ausgangszustand befindet und der Kreisprozeß von vorn beginnen kann.

Anhand von Bild 3.16 machen wir uns klar, daß die Arbeit, die bei der Expansion verrichtet wird, größer ist als die für die anschließende Kompression erforderliche. Würde der Kreisprozeß in umgekehrter Richtung durchlaufen, entgegen der Pfeilrichtung, dann wäre die zuzuführende Arbeit größer als die abgegebene. Allgemein läßt sich feststellen:

Wird ein im  $p, V$ -Diagramm dargestellter Kreisprozeß im Uhrzeigersinn durchlaufen, so wird Arbeit verrichtet ( $W > 0$ ); wird er entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufen, muß Arbeit zugeführt werden ( $W < 0$ ).

#### 3.4.3.2. Carnot-Prozeß

Als Beispiel für einen Kreisprozeß beschreiben wir nun den von SADI CARNOT (1796 bis 1832) angegebenen, der für alle Kreisprozesse von grundsätzlicher Bedeutung ist, obwohl er praktisch nicht verwirklicht werden kann. Dennoch sind die Folgerungen bedeutungsvoll für alle Wärmekraftmaschinen.

Der CARNOTSche Kreisprozeß besteht aus 4 aufeinanderfolgenden Zustandsänderungen des idealen Gases (Bild 3.17).

Das  $p, V$ -Diagramm des CARNOT-Prozesses ist in Bild 3.18 dargestellt. Der CARNOT-Prozeß läuft zwischen den Punkten A, B, C und D ab.

1. Während der *isothermen Expansion* (A–B) muß dem Gas bei der Temperatur  $T_1$  aus einem Wärmebehälter die Wärmeenergie  $Q_1$  zugeführt werden; das Gas verrichtet die mechanische Arbeit  $W_1$ .
2. Während der *adiabatischen Expansion* (B–C) sinkt die Temperatur von  $T_1$  auf  $T_2$ .
3. Während der *isothermen Kompression* (C–D) muß dem Gas mechanische Arbeit zugeführt werden, und es gibt bei der Temperatur  $T_2$  die Wärmeenergie  $Q_2$  an einen zweiten Wärmebehälter ab.
4. Durch die *adiabatische Kompression* (D–A) steigt die Temperatur von  $T_2$  wieder auf den Ausgangswert  $T_1$ .

#### 3.4.3.3. Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses

Da am Ende des CARNOT-Prozesses die gleiche Temperatur herrscht wie zu Beginn, ist auch die innere Energie des Gases zu Beginn und am Ende des Prozesses gleich groß. Der 1. Hauptsatz – Gl. (3.21) – ergibt damit für  $\Delta U = 0$ :

$$Q = W$$

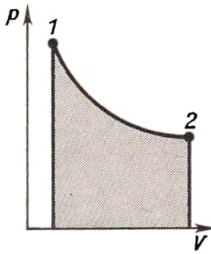


Bild 3.14 Die Arbeit wird im  $p, V$ -Diagramm als Fläche unter der Kurve dargestellt

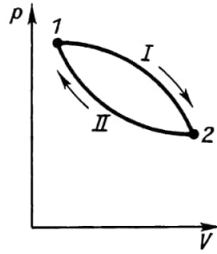


Bild 3.15 Kreisprozess im  $p, V$ -Diagramm

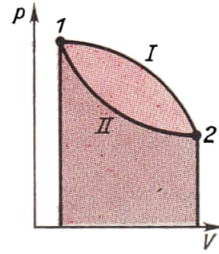


Bild 3.16 Die bei der Expansion frei werdende Arbeit (rot) ist größer als die für die anschließende Kompression erforderliche (schwarz)

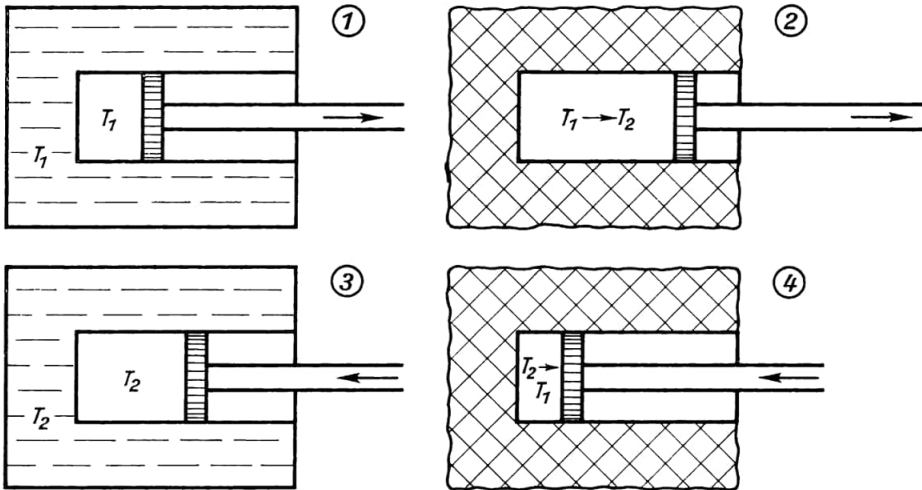


Bild 3.17 (oben) CARNOTScher Kreisprozess.

1. Isotherme Expansion: Der Zylinder ist von einem Wärmebehälter der Temperatur  $T_1$  umgeben. Das Volumen wächst, und der Druck sinkt
2. Adiabatische Expansion: Der Zylinder ist gegen Wärmeaustausch isoliert. Temperatur und Druck sinken, das Volumen vergrößert sich
3. Isotherme Kompression: Der Zylinder ist von einem Wärmebehälter der Temperatur  $T_2$  umgeben. Das Volumen sinkt, und der Druck steigt
4. Adiabatische Kompression: Der Zylinder ist wärmeisoliert. Temperatur und Druck steigen, das Volumen sinkt

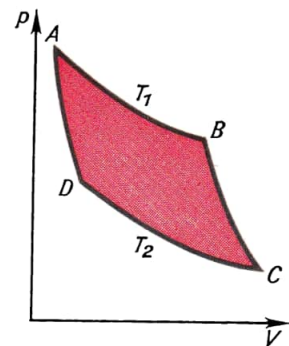


Bild 3.18  $p, V$ -Diagramm des CARNOT-Prozesses

Die insgesamt während des Kreisprozesses zugeführte Wärmeenergie ist

$$Q = Q_1 - Q_2$$

Damit ist auch

$$W = Q_1 - Q_2 \quad (*)$$

Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis der abgegebenen Energie (hier der mechanischen Arbeit  $W$ ) zur zugeführten Energie (hier der Wärmemenge  $Q_1$ ):  $\eta = W/Q_1$ , oder mit (\*):

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Rechnen wir nach Gl. (3.23) die Wärmemengen  $Q_1$  und  $Q_2$  aus, so folgt nach Kürzung

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{Thermodynamischer Wirkungsgrad} \quad (3.40)$$

Der *thermodynamische Wirkungsgrad* des CARNOT-Prozesses hängt also nur von den beiden Temperaturen ab, zwischen denen der Prozeß abläuft. Der Wirkungsgrad wird um so höher, je tiefer die Temperatur  $T_2$  liegt.

Der CARNOTSche Wirkungsgrad stellt eine obere Grenze für den Wirkungsgrad aller Wärmekraftmaschinen dar. Hierin liegt seine Bedeutung. Selbst wenn ideale Verhältnisse vorausgesetzt werden, läßt sich Wärme durch eine periodisch arbeitende Maschine nicht restlos in mechanische Energie umsetzen.

Gl. (3.40) gibt die Möglichkeit einer Definition der thermodynamischen Temperaturskala: Ist bei einem CARNOT-Prozeß der Wirkungsgrad gleich eins, so ist die niedrigere Temperatur der absolute Nullpunkt ( $0^\circ\text{K}$ ).

### 3.4.4. Reversible und irreversible Vorgänge

*Reversibel* ist ein Vorgang, der zwischen einem Anfangszustand  $A$  und einem Endzustand  $E$  abläuft, und der in umgekehrter Richtung so ablaufen kann, daß der Anfangszustand  $A$  vollkommen wiederhergestellt wird.

*Irreversibel* ist ein Vorgang, bei dem der Anfangszustand auf dem gleichen Wege nicht wiederhergestellt werden kann. Alle Vorgänge, die mit Reibung verbunden sind, sind irreversibel. Es ist z. B. nicht möglich, daß sich ein Zug, dessen Bremsen sich während des Bremsvorgangs erwärmt haben, unter Abkühlung der Bremsen wieder in Bewegung setzt. Da in der Natur keine reibungsfreien Vorgänge vorkommen, sind alle Naturvorgänge irreversibel.

Der CARNOT-Prozeß wird *quasistatisch* geführt. Wir verstehen darunter, daß alle Zustandsänderungen des idealen Gases sehr langsam ablaufen und daß auch die auftretenden Temperaturdifferenzen zwischen dem Gas und den Wärmebehältern sehr klein sind, so daß der Vorgang zu jedem Zeitpunkt als *im Gleichgewicht befindlich* („quasistatisch“) angesehen werden kann. Der quasistatisch geführte CARNOT-Prozeß ist reversibel.

### 3.4.5. Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

Im CARNOT-Prozeß wird die zugeführte Wärme teils in mechanische Arbeit verwandelt, teils an das Wärmebad niedriger Temperatur abgegeben. Der 2. Hauptsatz sagt aus:

## 2. Hauptsatz der Thermodynamik:

Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die nichts weiter leistet, als einem Wärmebehälter Wärmeenergie zu entziehen und diese in mechanische Energie umzusetzen.

Eine solche Maschine führt die Bezeichnung *Perpetuum mobile zweiter Art*.

Der zweite Hauptsatz kann damit auch so formuliert werden: Es gibt kein Perpetuum mobile zweiter Art.

Ein Perpetuum mobile 2. Art wäre für uns ebenso wertvoll wie ein Perpetuum mobile 1. Art. Wir könnten damit z. B. den in praktisch unbegrenzter Menge zur Verfügung stehenden Wärmeverrat der Ozeane nutzen.

## 3.5. Änderung des Aggregatzustandes

### 3.5.1. Umwandlungspunkte

In [3.1.1.] haben wir kennengelernt, daß sich die Temperatur eines Körpers erhöht, wenn ihm Wärme zugeführt wird. Bei den in Bild 3.19 dargestellten Versuchen beobachten wir jedoch keine Temperaturerhöhung, solange das Eis schmilzt bzw. das Wasser siedet. Bild 3.20 zeigt die Temperatur in Abhängigkeit von der zugeführten Wärmemenge. Zwischen den Punkten 1 und 2, sowie zwischen 3 und 4 bleibt die Temperatur konstant; sie hat hier einen *Haltepunkt*. Bei diesen Temperaturen geht der Körper vom festen in den flüssigen bzw. vom flüssigen in den gasförmigen Zustand über. Deshalb sprechen wir auch von *Umwandlungspunkten* (Schmelzpunkt, Siedepunkt).

- Während der Umwandlung bleibt die Temperatur konstant, falls es sich um einen reinen Stoff handelt.

Bei Abkühlung treten die Umwandlungspunkte bei den gleichen Temperaturen auf:

Kondensationspunkt = Siedepunkt,  
Erstarrungspunkt = Schmelzpunkt.

Nur reine Stoffe haben definierte Umwandlungspunkte. Gemische (Legierungen, Gläser, keramische Massen usw.) erweichen langsam in einem gewissen Temperaturbereich.

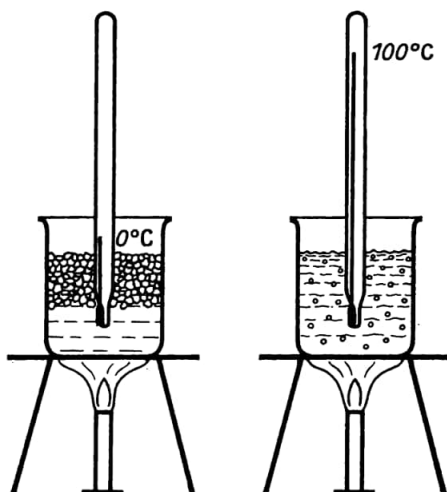


Bild 3.19 Während des Schmelzens und während des Verdampfens bleibt die Temperatur konstant

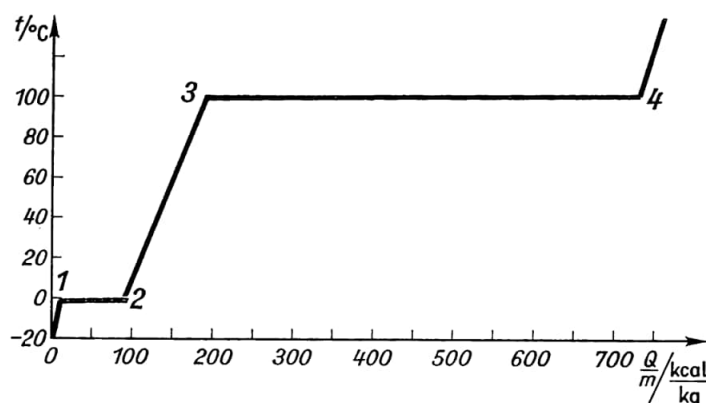


Bild 3.20 Haltepunkte der Temperatur während des Schmelzens von Eis und des Verdampfens von Wasser. Die Temperatur ist als Funktion des Quotienten von zugeführter Wärmemenge und Masse dargestellt

Während Schmelz- und Erstarrungspunkt (beim Wasser sprechen wir vom Gefrierpunkt) in geringem Maße vom Druck abhängig sind, werden Siede- und Kondensationspunkt entscheidend vom äußeren Druck beeinflusst. Wasser siedet z. B. nur bei 100 °C, wenn der äußere Druck 760 Torr beträgt.

### 3.5.2. Spezifische Schmelz- und Verdampfungswärme

In [3.5.1.] stellten wir fest, daß während des Umwandlungsvorgangs (fest  $\rightleftharpoons$  flüssig, flüssig  $\rightleftharpoons$  gasförmig) die Temperatur so lange konstant bleibt, bis der Umwandlungsvorgang beendet ist.

Während der Umwandlung wird aber weiter Wärme zugeführt bzw. entzogen:

Jede Umwandlung eines Körpers in einen anderen Aggregatzustand ist mit Energieaufnahme oder Energieabgabe verbunden. Diese Energie wird als Umwandlungsenergie bezeichnet.

Die Umwandlungsenergie wird z. B. benötigt, um beim Schmelzvorgang das Kristallgitter des festen Körpers zu zerstören oder beim Verdampfen Moleküle gegen den äußeren Druck aus der Flüssigkeit austreten zu lassen.

Für die Umwandlungsenergien gelten folgende Gleichungen:

$$Q_s = qm \quad (3.41)$$

$$Q_v = rm \quad (3.42)$$

Hierin bedeutet  $q$  die *spezifische Schmelzwärme* und  $r$  die *spezifische Verdampfungswärme*. Für Wasser ist  $q = 79,7 \text{ kcal/kg}$  und  $r = 538,9 \text{ kcal/kg}$  ([B 7.5.] und [B 7.6.]).

Während beim Schmelzen und Verdampfen die jeweilige Umwandlungsenergie zugeführt werden muß, wird sie beim Kondensieren und Erstarren wieder frei.

Wasser hat eine große spezifische Schmelzwärme und vor allem eine große spezifische Verdampfungswärme. Daraus folgt, daß der Wasserdampf ein besonders guter Wärmespeicher ist.

**Lehrbeispiel**

3.8

Ein Aluminiumkalorimeter (200 g) enthält 500 g Wasser von 20 °C. In das Kalorimeter werden 100 g gestoßenes Eis von -5 °C eingebracht. Welche Mischungstemperatur ergibt sich?

Gegeben: $m_A = 200 \text{ g}$	$t_1 = 20 \text{ °C}$	Gesucht: $t_m$
$m_W = 500 \text{ g}$	$t_2 = -5 \text{ °C}$	
$m_E = 100 \text{ g}$	$t_0 = 0 \text{ °C}$	
$q = 79,7 \text{ cal/g}$	$c_E = 0,5 \text{ cal/g °C}$	
$c_A = 0,21 \text{ cal/g °C}$		

Das Kalorimeter kühlt sich bis zur Mischungstemperatur ab und gibt dabei die Wärmemenge

$$Q_1 = c_A m_A (t_1 - t_m)$$

ab. Die Wasserfüllung gibt die Wärmemenge

$$Q_2 = c_W m_W (t_1 - t_m)$$

ab. Das Eis muß zunächst bis zum Schmelzpunkt  $t_0$  erwärmt werden. Dazu ist die Wärmemenge

$$Q_3 = c_E m_E (t_0 - t_2)$$

erforderlich. Anschließend wird das Eis geschmolzen. Dazu ist nach Gl. (3.41) die Wärmemenge

$$Q_4 = q m_E$$

erforderlich. Das Schmelzwasser muß nun auf die Mischungstemperatur erwärmt werden. Dazu benötigen wir die Wärmemenge

$$Q_5 = c_W m_E (t_m - t_0)$$

Die Wärmebilanz lautet nach [3.3.2.]

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 + Q_5$$

$$(c_A m_A + c_W m_W) (t_1 - t_m) = m_E [c_E (t_0 - t_2) + q + c_W (t_m - t_0)]$$

Die Auflösung nach  $t_m$  ergibt:

$$t_m = \frac{(c_A m_A + c_W m_W) t_1 - m_E [c_E (t_0 - t_2) + q - c_W t_0]}{c_A m_A + c_W m_W + c_W m_E}$$

$$t_m = \frac{(0,21 \cdot 200 + 500) 20 \text{ cal} - 100 (0,5 \cdot 5 + 79,7 - 0) \text{ cal}}{(0,21 \cdot 200 + 500 + 100) \text{ cal/°C}}$$

$$t_m = \frac{542 \cdot 20 - 100 \cdot 82,2}{642} \text{ °C} = \frac{2620}{642} \text{ °C} = \underline{\underline{4,1 \text{ °C}}}$$

**3.5.3. Daltonsches Gesetz**

In Bild 3.21 ist folgender Versuch dargestellt: An eine Flasche, die mit Luft gefüllt ist, wird ein Quecksilbermanometer angeschlossen. Wir zerschlagen (etwa durch Schütteln) in der Flasche eine dünnwandige Ampulle mit einer leicht verdampfenden Flüssigkeit, z. B. Äther. Wir beobachten, daß das Manometer einen Überdruck in der Flasche anzeigt. Dieser Überdruck ist der *Teildruck* (Partialdruck) des Ätherdampfes. Es gilt das Gesetz von DALTON (1766 bis 1844):

■ Befinden sich in einem abgeschlossenen Raum verschiedene Gase, so ergibt sich der Gesamtdruck als Summe der Teildrücke der einzelnen Gase.



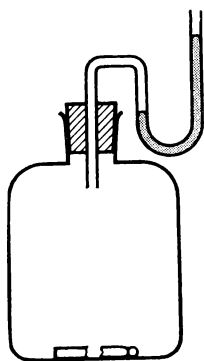


Bild 3.21 Nachweis des Dampfdrucks von Äther

#### 3.5.4. Dämpfe

Wir wollen nun näher auf den oben beschriebenen Versuch eingehen. Verwenden wir eine größere Ampulle, so beobachten wir, daß nach einiger Zeit der Druck nicht weiter ansteigt, obwohl noch flüssiger Äther in der Flasche vorhanden ist. Diese Flüssigkeit verdampft nicht weiter, weil der in der Flasche befindliche Ätherdampf *gesättigt* ist. Erwärmen wir jedoch die Flasche, so bemerken wir, daß weitere Flüssigkeit verdampft und daß das Manometer einen höheren Druck anzeigt. Wir stellen also fest:

■ Der Dampfdruck hängt von der Temperatur ab. Gesättigter Dampf hat den höchsten bei der jeweiligen Temperatur möglichen Druck.

Der Dampf läßt sich auch nicht komprimieren. Wenn wir das versuchen, so kondensiert ein Teil des Dampfes.

In [3.5.1.] hatten wir bereits darauf hingewiesen, daß die Siedetemperatur einer Flüssigkeit vom äußeren Druck abhängt. Wir können jetzt präziser sagen:

■ Eine Flüssigkeit siedet dann, wenn ihr Dampfdruck gleich dem äußeren Druck ist.

Den gesättigten Wasserdampf bezeichnet man in der Technik auch als *Sattdampf*, während der *überhitzte Dampf* oder *Heißdampf* dadurch entsteht, daß man den Dampf vom Wasser trennt und ihn anschließend weiter erhitzt, so daß er ungesättigt ist. Derartige Dampf läßt sich komprimieren. Er folgt der Zustandsgleichung um so besser, je weiter er vom Verflüssigungspunkt entfernt ist.

#### Übung

**3.19** Weshalb hat man Schwierigkeiten, wenn man im Hochgebirge Speisen garkochen will?

#### 3.5.5. Luftfeuchtigkeit

Da in der Natur große Wassermengen vorhanden sind, und Wasser bei jeder Temperatur verdunstet, enthält die Luft stets einen mehr oder weniger großen Anteil Wasserdampf. Die *absolute Luftfeuchtigkeit* ist die Dichte des Wasserdampfes, der Quotient aus Masse und Volumen. Sie wird in Gramm/Kubikmeter gemessen. Je höher die Temperatur ist, um so größer kann die Dichte des Wasserdampfes werden. *Sättigungsmenge* heißt die maximale Dichte des Wasserdampfes. Sie ist temperaturabhängig. Bei einer Temperatur von 20 °C beträgt die Sättigungsmenge z. B. 17,3 g/m<sup>3</sup> [B 7.8.].

Im allgemeinen aber erreicht die Luftfeuchtigkeit nicht die Sättigungsmenge. Wir definieren nun eine *relative Luftfeuchtigkeit* als Quotienten aus der tatsächlich vorhandenen

absoluten Luftfeuchtigkeit und der bei der jeweiligen Temperatur möglichen Sättigungsmenge:

$$\varphi = \frac{f}{f_{\max}} \quad \text{relative Feuchtigkeit} = \frac{\text{absolute Feuchtigkeit}}{\text{Sättigungsmenge}} \quad (3.43)$$

Eine relative Luftfeuchtigkeit von 50% empfindet der Mensch am angenehmsten.

Da, wie ausgeführt, die Sättigungsmenge  $f_{\max}$  mit sinkender Temperatur geringer wird, nimmt bei Abkühlung die relative Luftfeuchtigkeit  $\varphi$  zu, obwohl die absolute Feuchtigkeit  $f$  konstant bleibt. Wird die Luft unter den *Taupunkt*  $\tau$  abgekühlt (bei dieser Temperatur ist  $f = f_{\max}$ ), so wird flüssiges Wasser ausgeschieden. Fenster und gekachelte Wände beschlagen, in der Natur fällt Regen. Zuweilen kann Luft auch mit Wasserdampf *übersättigt* sein, wenn nämlich *Kondensationskeime* fehlen. Das ist besonders in größeren Höhen der Fall. Flugzeuge hinterlassen dann die bekannten Kondensstreifen, da ihre Auspuffgase solche Kondensationskeime sind.

### Übung

- 3.20 In einem Zimmer wird bei einer Temperatur von 9 °C eine relative Luftfeuchtigkeit von 70% gemessen. Wie groß ist die relative Luftfeuchtigkeit, wenn die Temperatur der Zimmerluft auf 21 °C gestiegen ist?

### 3.5.6. Reale Gase

In [3.2.4.4.] hatten wir das ideale Gas kennengelernt und festgestellt, daß die natürlichen Gase mit hinreichender Genauigkeit als ideales Gas betrachtet werden können, sofern sie nur genügend weit vom Verflüssigungspunkt entfernt sind. Bei tiefen Temperaturen und hohen Drücken ist diese Voraussetzung nicht mehr gegeben. Die *realen Gase* folgen nicht mehr der in [3.2.4.6.] aufgestellten Zustandsgleichung (3.14). Es treten Kohäsionskräfte zwischen den Gasmolekülen auf, und das Eigenvolumen der Gasmoleküle kann nicht mehr vernachlässigt werden. Nach Gl. (3.11) würde nämlich bei einer Temperatur von 0 °K das Volumen des Gases vollkommen verschwinden. Das kann selbstverständlich nicht eintreten. Daraus ist zu schließen, daß die für das ideale Gas abgeleiteten Gleichungen das Verhalten der Gase bei tiefen Temperaturen nicht richtig beschreiben. Für reale Gase muß die Zustandsgleichung (3.14) durch Korrekturglieder erweitert werden, worauf aber hier nicht eingegangen werden kann.

### 3.5.7. Kritischer Zustand der Gase

Um ein Gas verflüssigen zu können, muß eine für jedes Gas charakteristische Temperatur, die *kritische Temperatur*, unterschritten werden.

- Oberhalb der kritischen Temperatur kann ein Gas nicht verflüssigt werden.

Selbst wenn das Gas auf die kritische Temperatur abgekühlt worden ist, müssen zur Verflüssigung meist noch sehr hohe Drücke aufgewendet werden. Der bei der kritischen Temperatur zur Gasverflüssigung notwendige Druck wird als *kritischer Druck* bezeichnet.

### 3.5.8. Gasverflüssigung

Zur Gasverflüssigung wird der JOULE-THOMSON-Effekt ausgenutzt: Unterhalb einer für jedes Gas charakteristischen Temperatur, der *Inversionstemperatur*, kühlt sich ein reales Gas ab, wenn es *gedrosselt entspannt* wird. Ein *Drosselvorgang* liegt vor, wenn ein

Gas durch eine Verengung gepreßt wird. Von gedrosselter Entspannung sprechen wir, wenn der Druck hinter der Drosselstelle geringer ist als davor. Der JOULE-THOMSON-Effekt kann z. B. beobachtet werden, wenn Kohlendioxid aus einer Stahlflasche ausströmt. Infolge der Abkühlung bildet sich Kohlensäureschnee. Nach diesem Prinzip werden Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Helium usw. verflüssigt.

Zur Gasverflüssigung wendet man das *Gegenstromverfahren* an: Die Abkühlung infolge des JOULE-THOMSON-Effekts reicht nämlich nicht zur Verflüssigung aus. Das abgekühlte Gas wird deshalb zur Vorkühlung des komprimierten Gases verwendet (Bild 3.22). Nach mehrmaligem Kreislauf sinkt die Temperatur so weit, daß Verflüssigung eintritt.

### 3.6. Wärmetransport

In diesem Abschnitt soll untersucht werden, in welcher Weise sich Wärmeenergie ausbreiten kann. Grundsätzlich sind drei verschiedene Arten zu unterscheiden: Bei der *Wärmeströmung* (Konvektion) bewegt sich die Substanz, die die Wärmeenergie enthält, selbst mit, während bei der *Wärmeleitung* kein Stofftransport auftritt und die *Wärmestrahlung* überhaupt nicht an ein stoffliches Medium gebunden ist.

#### 3.6.1. Wärmeströmung

Die Konvektion kann mit dem in Bild 3.23 dargestellten Versuch gezeigt werden. Die erwärmte Flüssigkeit hat eine geringere Dichte als die kältere und steigt daher in dem senkrechten Rohr auf. Kälteres Wasser strömt von der Seite nach. Die strömende Flüssigkeit führt die Wärme mit (Konvektion = Mitführung). Konvektion tritt bei Flüssigkeiten und Gasen auf. Technische Anwendungsbeispiele sind die Umlaufkühlung bei Kraftwagen, der Wasserumlauf in einer Zentralheizung, der Zug im Schornstein.

#### 3.6.2. Wärmeleitung

Die Wärmeleitung erfolgt ohne Stofftransport. Sie tritt vorwiegend bei festen Körpern in Erscheinung. Hat ein Körper an verschiedenen Stellen verschiedene Temperaturen, so

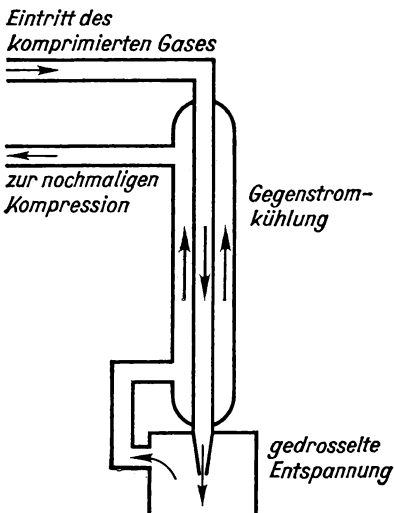
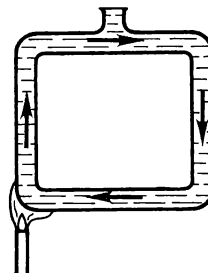


Bild 3.22 Gegenstromverfahren zur Gasverflüssigung

Bild 3.23 Versuch zur Konvektion



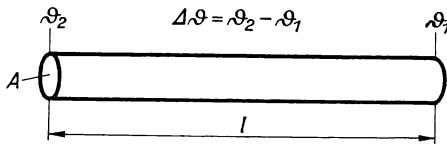


Bild 3.24 Wärmeleitung durch einen Stab der Länge  $l$  und der Querschnittsfläche  $A$ , an dessen Enden die Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta$  besteht

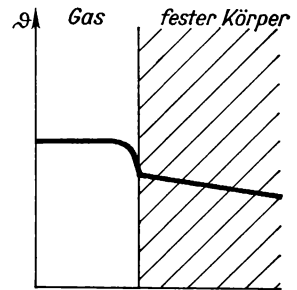


Bild 3.25 Temperaturverlauf beim Wärmeübergang

geht Wärmeenergie von den Stellen höherer Temperatur zu den Stellen niedriger Temperatur über, bis ein Temperaturnausgleich stattgefunden hat. Die transportierte Wärmemenge ist proportional der Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta$ , proportional der Fläche  $A$ , umgekehrt proportional der Wanddicke  $l$  und proportional der Zeit  $t^1$ ) (Bild 3.24):

$$Q \sim \frac{A t \Delta\vartheta}{l}$$

Selbstverständlich spielt auch das Material eine Rolle. Es ist bekannt, daß Metalle die Wärme weit besser leiten als etwa Gestein oder Porzellan. Es ist daher noch ein Proportionalitätsfaktor einzuführen, der diese Materialabhängigkeit berücksichtigt, das *spezifische Wärmeleitungsvermögen*  $\lambda$ :

$$Q = \lambda \frac{A t \Delta\vartheta}{l} \quad (3.44)$$

### Übung

- 3.21 Welche Wärmemenge wird in 40 min durch einen Messingstab übertragen, der eine Länge von 50 cm, einen Querschnitt von  $5 \text{ cm}^2$  und ein spezifisches Wärmeleitvermögen von  $80 \text{ kcal/m h grd}$  hat, wenn zwischen seinen Enden eine Temperaturdifferenz von  $200 \text{ grd}$  besteht?

### 3.6.3. Wärmeübergang

Als Wärmeübergang bezeichnen wir die Übertragung von Wärme an Grenzflächen, also etwa von einem festen Körper auf eine Flüssigkeit oder ein Gas oder umgekehrt. An der Grenzfläche tritt ein *Temperatursprung* auf (Bild 3.25).

Die durch Wärmeübergang übertragene Wärmemenge ist proportional der Berührungsfläche  $A$ , der Zeit  $t$  und der Temperaturdifferenz  $\Delta\vartheta$ . Der Proportionalitätsfaktor wird als *Wärmeübergangszahl*  $\alpha$  bezeichnet:

$$Q = \alpha A t \Delta\vartheta \quad (3.45)$$

<sup>1)</sup> Da das Symbol  $t$  nicht gleichzeitig für Temperatur und Zeit verwendet werden kann, bezeichnen wir in diesem Abschnitt die Temperatur mit  $\vartheta$  (griech. Klein-Theta)

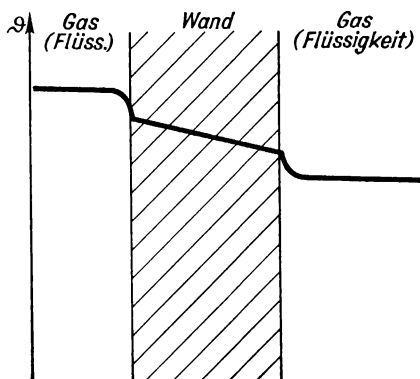


Bild 3.26 Temperaturverlauf  
beim Wärmedurchgang

#### 3.6.4. Wärmedurchgang

Sind Gase oder Flüssigkeiten (mit verschiedener Temperatur) durch eine feste Wand getrennt, so findet zunächst ein Wärmeübergang von dem einen Gas (bzw. der einen Flüssigkeit) auf den festen Körper statt. Die Wärme wird anschließend von der einen Seite der Wand an die andere Seite geleitet. Dann kommt es zum Wärmeübergang von der Wand auf das Gas (die Flüssigkeit). Der Temperaturverlauf ist in Bild 3.26 dargestellt. Der Wärmedurchgang setzt sich also zusammen aus zwei Wärmeübergängen und einer Wärmeleitung. Es läßt sich nun eine *Wärmedurchgangszahl*  $k$  wie folgt definieren:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{l}{\lambda} \quad (3.46)$$

Dabei ist  $l$  die Dicke der Trennwand.

Die durch Wärmedurchgang übertragene Wärmemenge ist damit

$$Q = k A t \Delta\vartheta \quad (3.47)$$

#### 3.6.5. Wärmestrahlung

Große Mengen Wärmeenergie werden von der Sonne zur Erde übertragen. Diese Wärmeübertragung erfolgt durch den freien Raum hindurch und ist nicht an das Vorhandensein eines Stoffes gebunden. Wir bezeichnen diesen Vorgang als *Wärmestrahlung*. Die Wärmestraahlen gehören zu den elektromagnetischen Wellen. In [5.5.] werden die Strahlungsgesetze im Zusammenhang behandelt.

### 3.7. Kinetische Theorie der Wärme

Die kinetische Theorie der Wärme soll uns einen tieferen Einblick in das Wesen der Wärme vermitteln. Während wir bisher das Gas als ein Kontinuum, also als etwas lückenlos Zusammenhängendes, betrachten konnten, wollen wir jetzt einige Vorstellungen der Atomtheorie in unsere Betrachtungen einbeziehen. Wir werden dabei einen sehr engen Zusammenhang zwischen Wärmelehre und Mechanik erkennen und die Wärme als Bewegungsenergie der Moleküle deuten. Allerdings reichen die uns bisher bekannten

Gesetze der Mechanik nicht aus, um einen thermischen Vorgang beschreiben zu können. Wir müssen noch Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen anstellen.

### 3.7.1. Molekularer Aufbau der Körper

Wir hatten bereits in [3.2.4.5.] festgestellt, daß nach dem Gesetz von AVOGADRO unter gleichen Bedingungen (gleichem Druck, gleicher Temperatur) in gleichen Volumina der idealen Gase die gleiche Anzahl von Molekülen enthalten ist. Diese Anzahl ist von J. LOSCHMIDT 1865 berechnet worden. Der Quotient aus der Anzahl der Moleküle und dem Volumen (unter Normalbedingungen) ist

$$N_L = 2,687 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{m}^3} \quad \text{Loschmidt-Konstante}$$

In jedem Kubikmeter des idealen Gases sind unter Normalbedingungen  $2,687 \cdot 10^{25}$  Moleküle enthalten.

Wesentlich wichtiger als die auf das Volumen bezogene Molekülnzahl ist aber die auf die Masse bezogene. Wir wissen ja, daß das Volumen druck- und temperaturabhängig ist, während die Masse des Gases diesen Einflüssen natürlich nicht unterliegt. Wir erhalten

diese Anzahl, wenn wir die LOSCHMIDT-Konstante durch die Dichte  $\varrho_0 = \frac{M \text{ kg}}{22,4 \text{ m}^3}$  des idealen Gases unter Normalbedingungen dividieren:

$$N_A = N_L / \varrho_0$$

$$N_A = \frac{2,687 \cdot 10^{25}}{\text{m}^3} \cdot \frac{22,4136 \text{ m}^3}{M \text{ kg}}$$

$$N_A = \frac{6,023 \cdot 10^{26}}{M \text{ kg}} \quad \text{Avogadro-Konstante}$$

Diese Konstante hat allgemeine Gültigkeit; sie bezieht sich also nicht allein auf Gase, sondern auf alle Stoffe. Wir können daher feststellen:

● 1 Kilomol eines beliebigen Stoffes enthält  $6,023 \cdot 10^{26}$  Moleküle

Damit sind wir auch in der Lage, die Masse  $\mu$  eines einzelnen Moleküls zu berechnen. Diese Masse ergibt sich als Kehrwert der AVOGADRO-Konstanten:

$$\mu = \frac{1}{N_A} \quad (3.48)$$

#### Übung

3.22 Wie groß ist die Masse eines Stickstoffmoleküls?

### 3.7.2. Gesetz von Boyle und Mariotte

#### 3.7.2.1. Das ideale Gas

Wir hatten in [3.2.4.4.] ausgeführt, daß die Gasgesetze mit um so größerer Genauigkeit gelten, je weiter die Gase von ihrem Verflüssigungspunkt entfernt sind, d. h. bei hoher

Temperatur und bei niedrigem Druck. Wir hatten den Begriff des idealen Gases eingeführt für ein Gas, das die Gasgesetze streng erfüllt. Wir wollen nun den Begriff des idealen Gases von der Molekulartheorie her präzisieren.

Wir wissen, daß ein Gas im Gegensatz zu den festen Körpern und Flüssigkeiten sich leicht zusammenpressen läßt: es ist *kompressibel*. Diese Tatsache legt den Schluß nahe, daß zwischen den Molekülen große Abstände sind. Die Gasmoleküle sind im Raum frei beweglich. Der Gasdruck entsteht dabei dadurch, daß die einzelnen Moleküle, deren Anzahl unvorstellbar groß ist, gegen die Gefäßwände trommeln.

Nach dem 1. Gesetz von GAY-LUSSAC ist das Volumen eines Gases der KELVIN-Temperatur proportional. Kühlt man das ideale Gas bis  $0^\circ\text{K}$  ab, so ist sein Volumen gleich Null. Daraus kann eine Eigenschaft des idealen Gases abgeleitet werden: Das Eigenvolumen der Gasmoleküle muß gleich Null sein. Wir haben uns die Moleküle des idealen Gases als Massenpunkte vorzustellen.

Eine zweite Forderung ist noch an das ideale Gas zu stellen: Die Moleküle dürfen keine Anziehungskräfte aufeinander ausüben. Wir fassen die *Eigenschaften des idealen Gases* zusammen:

- Die Gasmoleküle haben kein Eigenvolumen.
- Die Gasmoleküle üben keine Anziehungskräfte aufeinander aus.

### 3.7.2.2. Ableitung des Gesetzes von Boyle und Mariotte

Unter Berücksichtigung der Eigenschaften des idealen Gases läßt sich das Gesetz von BOYLE und MARIOTTE ableiten. Wir nehmen an, daß sich das Gas, bestehend aus  $N$  Molekülen, in einem Würfel der Kantenlänge  $a$  befindet. Vereinfachend wird weiter angenommen, daß jedes einzelne Molekül die Masse  $\mu$  und die Geschwindigkeit  $v$  hat. Von der Gesamtzahl der Moleküle bewegen sich je  $1/6$  nach jeder Raumrichtung (links, rechts, oben, unten, hinten, vorn).

Wie in Bild 3.27 hergeleitet, ist die Zahl  $\Delta N$  der Moleküle, die in der Zeit  $\Delta t$  auf eine der 6 Wände des Würfels treffen,

$$\Delta N = \frac{v \Delta t N}{a} \frac{1}{6}.$$

Ein einzelnes Molekül hat den Impuls  $\mu v$ . Wir nehmen an, daß das Molekül an der Wand elastisch reflektiert wird. Beträgt also der Impuls des Moleküls vor dem Stoß auf die Wand  $\mu v$ , so ist er nach dem Stoß gleich  $-\mu v$ , da sich die Geschwindigkeitsrichtung

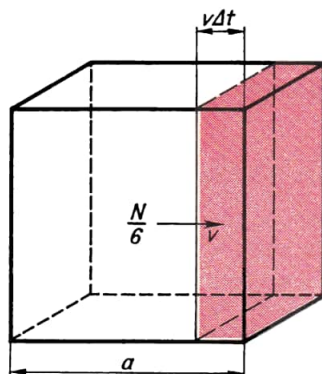


Bild 3.27 Stoß der Moleküle auf eine Wand des Würfels. Von den Molekülen, die sich nach rechts bewegen ( $N/6$ ), erreichen in der Zeit  $\Delta t$  nur die Moleküle die Wand, die nicht weiter als  $v \Delta t$  von der Wand entfernt sind (im Bild rot dargestellt). Die Moleküle bewegen sich nämlich mit der Geschwindigkeit  $v$  und legen in der Zeit  $\Delta t$  den Weg  $v \Delta t$  zurück. In der Zeit  $\Delta t$  wird also die rechte Wand von  $\Delta N = \frac{v \Delta t N}{a} \frac{1}{6}$  Molekülen erreicht



umkehrt. Der Betrag der Impulsänderung eines einzelnen Moleküls ist daher  $2\mu v$ . Für die  $\Delta N$  Teilchen ist die Impulsänderung  $2\mu v \Delta N$ . Setzen wir den oben errechneten Wert für  $\Delta N$  ein, so folgt nunmehr für die Impulsänderung

$$\Delta(mv) = \frac{1}{3} \mu v^2 \frac{N}{a} \Delta t$$

Nach den Gesetzen der Mechanik wird die Impulsänderung durch einen Kraftstoß  $F \Delta t$  bewirkt. Dieser Kraftstoß ist der Impulsänderung gleich. Daher gilt

$$F \Delta t = \frac{1}{3} \mu v^2 \frac{N}{a} \Delta t$$

oder

$$F = \frac{1}{3} \mu v^2 \frac{N}{a}$$

Diese Kraft wird von den Molekülen auf die Wand ausgeübt, und mit dieser Kraft wirkt die Wand auf die Gasmoleküle zurück. Der gesuchte Gasdruck ergibt sich als Quotient aus der Kraft  $F$  und der Fläche  $a^2$ :

$$p = \frac{F}{a^2} = \frac{1}{3} \mu v^2 \frac{N}{a^3}$$

$a^3$  ist das Gesamtvolumen des Gases,  $\mu N$  die Gesamtmasse  $m$  aller Moleküle. Damit erhalten wir

$$p = \frac{1}{3} m v^2 / V$$

oder

$$pV = \frac{1}{3} m v^2 \quad (3.49)$$

Das Produkt aus Druck und Volumen einer abgeschlossenen Gasmenge ist bei gleichbleibender Temperatur konstant (Gesetz von BOYLE und MARIOTTE [2.4.2.3.]).

### 3.7.3. Temperatur und mittlere kinetische Energie der Gasmoleküle

Gl. (3.49) gestattet uns in Verbindung mit der Zustandsgleichung des idealen Gases (3.14), die *mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle* zu berechnen. Durch Vergleich folgt aus

$$pV = mRT \quad (3.14)$$

und

$$pV = \frac{1}{3} m v^2 \quad (3.49)$$

$$\frac{1}{3} m v^2 = mRT$$

oder

$$v = \sqrt{3RT} \quad (3.50)$$

Es ist zu erkennen, daß die mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle von der Temperatur abhängt. Bei der Temperatur  $T = 0$  hätten die Moleküle des idealen Gases keine Geschwindigkeit mehr. Da die Gaskonstante  $R = 8314 \text{ J/M kg grd}$  die relative Molekülmasse im Nenner enthält, ist die mittlere Geschwindigkeit umgekehrt proportional der Wurzel aus der relativen Molekülmasse.

Wir wollen nun die *mittlere kinetische Energie eines einzelnen Gasmoleküls* ausrechnen. Bezeichnen wir die Masse des Gasmoleküls wieder mit  $\mu$ , so ist seine kinetische Energie

$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \mu v^2$$

Beachten wir nun Gl. (3.50), so erhalten wir für die kinetische Energie

$$W_{\text{kin}} = \frac{3}{2} \mu R T$$

Nach Gl. (3.48) ist die Masse eines einzelnen Moleküls gleich dem Kehrwert der AVOGADRO-Konstanten:

$$W_{\text{kin}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T$$

Der auf der rechten Seite entstandene Quotient aus der Gaskonstanten und der AVOGADRO-Konstanten wird als BOLTZMANN-Konstante bezeichnet und mit dem Symbol  $k$  abgekürzt:

$$k = \frac{R}{N_A} \quad (3.51)$$

Mit den uns bekannten Werten für  $R$  und  $N_A$  ergibt sich für  $k$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{grd}} \quad \text{Boltzmann-Konstante}$$

Die *mittlere kinetische Energie* des einzelnen Gasmoleküls wird nunmehr

$$W_{\text{kin}} = \frac{3}{2} k T \quad (3.52)$$

Das Ergebnis macht deutlich, daß die Temperatur der Bewegungsenergie der Moleküle proportional ist. Die Temperatur charakterisiert den Bewegungszustand der Moleküle. Besonders ist noch zu beachten, daß die BOLTZMANN-Konstante im Gegensatz zur Gaskonstanten und zur AVOGADRO-Konstanten die relative Molekülmasse nicht mehr enthält; sie ist also von der Natur des Gases vollkommen unabhängig.

### Übungen

- 3.23** Welche mittlere Geschwindigkeit haben Stickstoffmoleküle bei einer Temperatur von  $27^\circ\text{C}$ ?
- 3.24** Bei welcher Temperatur haben Gasmoleküle eine mittlere kinetische Energie von  $5 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ ?

# 4. Elektrik

## 4.1. Historische Vorbemerkungen zur Elektrik

Das Wort *Elektrizität* ist aus der griechischen Vokabel für Bernstein *elektron* entstanden. Schon THALES (640 v. u. Z.) kannte die Eigenschaft des Bernsteins, nach Reiben mit einem Tuch kleine Körperchen anzuziehen. Ein Körper befindet sich im *elektrischen Zustand*, wenn er das gleiche Verhalten wie geriebener Bernstein aufweist. Obwohl die Entstehung des Wortes Elektrizität über zweieinhalb Jahrtausende zurückliegt, wurden die Erkenntnisse, die den Aufschwung der Elektrotechnik ermöglichten, erst im 19. und 20. Jahrhundert gewonnen. Um das Jahr 1800 erfand der italienische Physiker VOLTA eine chemische Spannungsquelle, die nach ihm benannte VOLTASche Säule, einen Vorläufer unserer heutigen Akkumulatoren und Trockenbatterien. Erstmals gelang es damit, starke und dauerhafte Gleichströme zu erzeugen. Nun setzte eine gewaltige Entwicklung ein. OERSTED fand 1820 die magnetische Wirkung des Stromes, und 1831 entdeckte FARADAY das Induktionsgesetz. 1865 begründete MAXWELL die Theorie des Elektromagnetismus und sagte die Existenz der elektromagnetischen Wellenausbreitung voraus, die 1889 von HEINRICH HERTZ experimentell nachgewiesen wurde. In der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts gewann man die Kenntnisse von der atomistischen Struktur der Elektrizität, die die Grundlage der modernen Elektronik bilden.

Heute vermögen wir kaum, uns unser Leben ohne die Errungenschaften der Elektrotechnik vorzustellen. Elektrische Energie wird durch Überlandleitungen und Kabelführungen in jeden Betrieb, in jede Wohnung und in jedes Kulturhaus transportiert und zu mannigfaltigen Zwecken wie Beleuchtung, Heizung und maschinellm Antrieb verwendet. Rundfunk und Fernsehen übertragen Informationen mittels elektrischer Signale zwischen Städten, Ländern, Kontinenten, ja sogar aus dem Weltraum zur Erde. Elektronische Automaten führen umfangreiche mathematische Rechnungen aus, sie messen, steuern und regeln Produktionsprozesse. So unterschiedlich diese Anwendungen auch erscheinen mögen, sie beruhen alle auf denselben Grundgesetzen der Elektrizitätslehre, die wir nun kennenlernen wollen.

## 4.2. Unverzweigter Gleichstromkreis

Vier physikalische Grundgrößen sind uns bis jetzt bekannt: *Länge*, *Zeit*, *Masse* und *Temperatur*. Um elektrische Vorgänge auch quantitativ erfassen zu können, muß eine fünfte Grundgröße definiert werden. Dazu hat man die elektrische *Stromstärke* gewählt, mit der wir uns im folgenden Abschnitt befassen werden.

Das „Begreifen“ elektrischer Vorgänge wird erschwert, weil wir kein Sinnesorgan für die Wahrnehmung elektrischer Eigenschaften besitzen. Um zu anschaulichen Ergebnissen

zu kommen, stellt man Analogiemodelle auf. Die beobachtbaren Wirkungen sollen **durch** ein nur in der Vorstellung existierendes Modell anschaulich erklärt werden. Auf **solche** Weise ist der Begriff des elektrischen Stromes, also die Vorstellung von einem strömenden Medium entstanden, lange bevor man in der Lage war, die wirkliche Bewegung von Elektrizitätsteilchen nachzuweisen.

#### 4.2.1. Elektrischer Strom

Zwei experimentelle Erfahrungen bringen uns zu dem Begriff des elektrischen Stromes, d. h. der Vorstellung von etwas Fließendem. Jeder weiß aus eigenen Experimenten mit einer Taschenlampenbatterie und einer Glühlampe (Bild 4.1), daß eine geschlossene Drahtverbindung hergestellt werden muß, um die Glühlampe zum Leuchten zu bringen. Trennt man an *einer* Stelle die metallische Verbindung, so wird der *gesamte* Stromfluß unterbrochen. Auch bei einem Flüssigkeitskreislauf, z. B. einer Warmwasserheizung, bringt man durch Schließen eines Sperrhahnes an *irgendeiner* Stelle die Strömung im *ganzen* Kreis zum Stehen. Den zweiten Hinweis auf den Strömungscharakter erhalten wir durch die *Verzweigbarkeit* der elektrischen Wirkung (Bild 4.2). Durch die Schalter 1 bis 3 können nur jeweils die Lampen 1 bis 3 ein- oder ausgeschaltet werden, während mit den Unterbrechern 4 oder 5 der Gesamtstrom geschaltet werden kann. Auch diese Beobachtungen werden durch die Vorstellung von einer elektrischen Strömung, die sich im Punkt *A* verzweigt und im Punkt *B* wiedervereinigt, richtig erklärt. Aber einen *Beweis* für die Existenz einer echten Strömung haben uns unsere Beobachtungen noch nicht geliefert. Denken wir beispielsweise an die Wärmeleitung, bei der Wärmemenge (eventuell über Verzweigungen) transportiert wird, ohne daß es sich um eine echte Strömung handelt. Wir müssen durch weitere Experimente unsere Kenntnisse vertiefen.

Bisher haben wir den Strom durch Glühlampen nachgewiesen. Diese auf der *Wärme*-*wirkung* des Stromes beruhende Anzeige ist recht träge und wenig empfindlich. Unter Ausnutzung der *magnetischen* Stromwirkung lassen sich wesentlich empfindlichere Anzeigegeräte bauen. Bild 4.3 stellt den berühmten OERSTED-Versuch dar. Der Strom lenkt eine Magnetnadel ab. Sie stellt sich quer zum stromführenden Draht. Die Ablenkung ist *richtungsabhängig*. Vertauschen wir nämlich die Anschlüsse an den Klemmen, so schlägt die Nadel nach der anderen Seite aus. Somit haben wir eine Möglichkeit, Stromrichtungen zu unterscheiden. Die Empfindlichkeit der Anzeige kann vervielfacht werden, wenn der Draht mehrfach an der Nadel vorbeigeführt wird (Bild 4.4). So entsteht das *Nadelgalvanometer*, das wir zum Messen von *Stromstärken* und Bestimmen von *Stromrichtungen* benutzen können, wenn wir über die Einheit der Stromstärke und die Stromrichtung vorläufige Festlegungen treffen. Die Stromstärke wird in Skalenteilen abgelesen. Damit sind zunächst nur relative Messungen möglich. Bei der Festlegung der Stromrichtung halten wir uns an die historisch entstandene Definition. Die *positive Stromrichtung* ist bestimmt durch den Weg von der Kohle-Elektrode (Pluspol) zur Zink-Elektrode (Minuspole) (Bild 4.5). Die Vorzeichen für die Pole gehen auf eine Definition aus der Elektrostatik von LICHTEBERG (1777) zurück, was wir an dieser Stelle nicht weiter verfolgen wollen.

- Der äußere Weg des Stromes vom Pluspol zum Minuspole der Zelle heißt positive Stromrichtung.

Diese Richtungsdefinition wurde bereits getroffen, bevor man das Wesen des elektrischen Stromes erforscht hatte. Heute wissen wir über die Leitungsvorgänge gut Bescheid. Zum Beispiel beweist uns der TOLMAN-Versuch, daß der elektrische Strom als Transport einer *Elektrizitätsmenge*, die Masse besitzt, aufgefaßt werden muß. Der Versuch ist in seinem Grundgedanken leicht verständlich, in seiner Durchführung jedoch so schwierig,

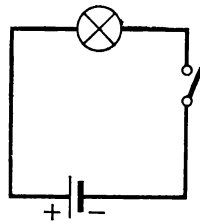


Bild 4.1

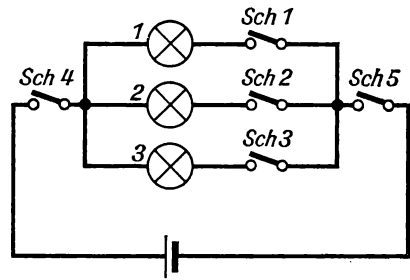


Bild 4.2

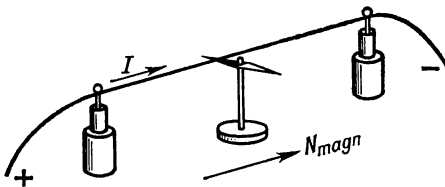


Bild 4.1 Schaltskizze zum einfachen Stromkreis (Batterie, Schalter und Glühlampe)

Bild 4.2 Schaltskizze zum Experiment, das die Verzweigbarkeit des elektrischen Stromes nachweist

Bild 4.3 OERSTED-Versuch

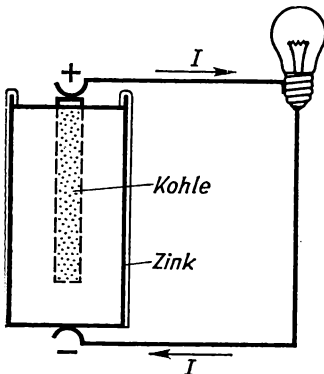
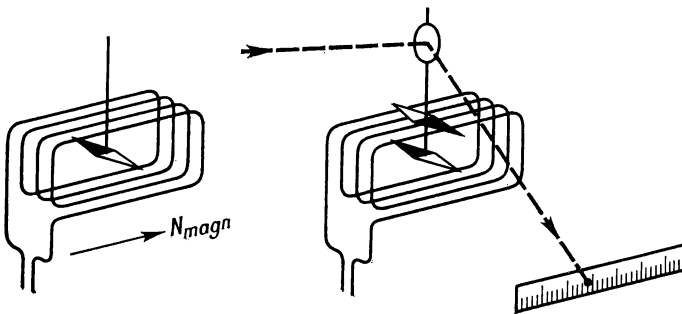


Bild 4.4 (oben) Nadelgalvanometer. Die Magnetnadel stellt sich in Richtung der Spulenachse ein, wenn der Strom fließt. Durch Verwendung von zwei entgegengesetzt gerichteten Magnetnadeln, von denen sich eine außerhalb der Spule befindet, wird die erdmagnetische Wirkung ausgeschaltet (astatisches Nadelpaar). Durch einen Spiegel, der einen langen trägheitsfreien Lichtzeiger bewegt, kann die Empfindlichkeit des Gerätes wesentlich gesteigert werden

Bild 4.5 Zur Vorzeichendefinition der Stromrichtung

daß der dazu notwendige Aufwand die Möglichkeiten der Schulphysik übersteigt. Bild 4.6.1 läßt den prinzipiellen Aufbau erkennen. Eine Spule wird um ihre Achse sehr hoch beschleunigt, wobei das angeschlossene empfindliche Galvanometer einen Stromstoß anzeigt. Der mechanische Analogieversuch (Bild 4.6.2) erläutert das elektrische Ergebnis sehr anschaulich. Wenn eine „Schlauchspule“ um die Achse winkelschleunigt wird, so zeigt das Meßgerät (Propeller) den Luftstrom an, der durch die Trägheit der Luft verursacht wird. Füllen wir durchlässiges Material, z. B. Sand oder kleine Glasperlen, in den Schlauch, so wird der Trägheitseffekt zwar geschwächt, aber er ist noch nachweisbar. Die Analogievorstellung von dem mit Perlen gefüllten Rohr, das von einem Gas durchströmt wird, ist als Modell für den einen elektrischen Strom führenden Draht besonders gut geeignet. Es wird sich herausstellen, daß zwischen beiden Strömungen enge physikalische Verwandtschaft besteht.

Wir wissen, daß ein Metall kleinste Bausteine, Atome, hat, die in regelmäßigem Aufbau in einem Kristallgitter angeordnet sind. Durch die Zwischenräume der Gitterbausteine können sich die materiellen Elektrizitätsatome, die *Elektronen*, frei bewegen. Vorläufig kommt es bei unseren Problemen auf die atomistische Struktur der Elektrizitätsmenge nicht an. Wir verwenden die Bezeichnung *Elektronengas*, das wir als inkompressibles Kontinuum ansehen wollen. Auch in der Mechanik wird so verfahren. Die Strömungslehre beispielsweise betrachtet Flüssigkeiten und Gase ebenfalls als kontinuierliche und nicht als aus Molekülen aufgebaute Stoffe.

Es sei nochmals betont, daß die Analogie zwischen dem die Glasperlen umströmenden Gas und dem das Atomgitter durchdringenden Elektronengas eine Modellvorstellung ist, die nicht überfordert werden darf. Zwischen beiden „Gasarten“ bestehen wesentliche Unterschiede. Beispielsweise hat das Elektronengas zwar Masse, aber es ist kein chemischer Stoff, der in Flaschen abgefüllt werden kann.

Der TOLMAN-Versuch liefert uns noch eine weitere wichtige Aussage über die Strömungsrichtung der Elektrizitätsmenge. Prüft man nämlich die Polung am Galvanometer, so ist diese gerade umgekehrt, wie man sie nach der oben festgelegten Regel erwarten müßte. Folglich ist die echte elektrische Strömung entgegengesetzt der Richtung, die als positive Stromrichtung (von plus nach minus) definiert wurde. Trotz dieser Erkenntnis wird in der Elektrotechnik an der *konventionellen* (herkömmlichen) *Richtungsregel* festgehalten, und auch wir werden uns im weiteren diesem Brauch anschließen.

Außer den thermischen und magnetischen Wirkungen des Stromes gibt es noch mechanische, optische und chemische. Sie sind in Bild 4.7 zusammenfassend dargestellt.

Die Intensität des Stromes wird durch die physikalische Größe *Stromstärke* (Formelzeichen  $I$ ) erfaßt. Sie ist die *elektrische Grundgröße* und erhält das *Ampere* als Grundeinheit zugeordnet, deren Definition (etwas vereinfacht) lautet:

**Die Stromstärke, die bei zwei parallelen Leitern mit der Länge 1 m und dem Abstand 1 m die Anziehungskraft  $2 \cdot 10^{-7}$  N bewirkt, heißt 1 A.**

Prinzipiell könnte jede der fünf aufgezählten Wirkungen zur Definition der Einheit herangezogen werden. Daß die mechanische Wirkung zweier parallel geführter Leiter die gesetzlich gültige Definition ist, läßt sich nur durch eine eingehende historische Darlegung erklären, die in diesem Rahmen nicht möglich ist. Durch die Definition wird eine Meßvorschrift festgelegt, die eine Stromstärkemessung auf eine Kraftmessung (Wägung) zurückführt. Ein nach diesem Prinzip arbeitendes Meßinstrument wird deshalb *Stromwaage* genannt. Die für die elektrische Meßtechnik verwendbaren Strommesser (Ampere-meter) sind keine Stromwaagen. Ihre Eichung erfolgt experimentell, indem sie in den Stromkreis einer Stromwaage eingeschlossen werden.

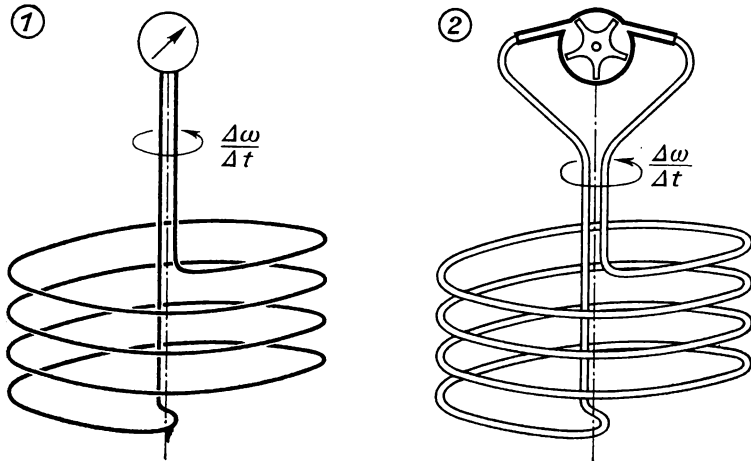


Bild 4.6 Tolman-Versuch zum Nachweis der Trägheitseigenschaft der im Draht frei beweglichen Elektrizitätsmenge, 1. Prinzip der Meßanordnung, 2. Pneumatischer Modellversuch

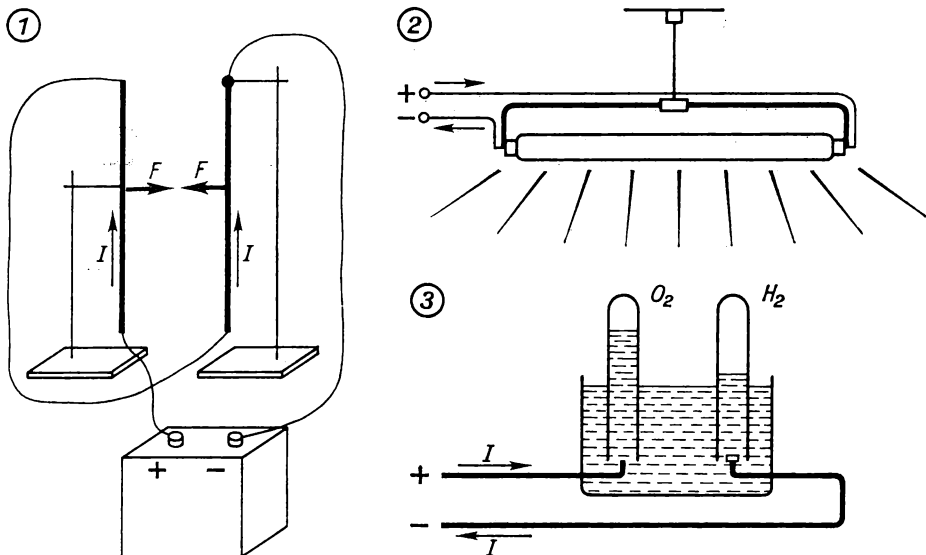


Bild 4.7 Wirkungen des elektrischen Stromes.

1. Mechanische Wirkung: Zwei parallele Leiter ziehen einander an. 2. Optische Wirkung: Leuchtstoffröhre. (Die Lichtstrahlung einer Glühlampe ist eine sekundäre thermische Wirkung.) 3. Chemische Wirkung



Als erste *abgeleitete* Größe der Elektrik wird die *Elektrizitätsmenge*  $Q$  definiert, die in der Zeit  $t$  durch einen Querschnitt des Drahtes fließt:

$$Q = It$$

$$\text{Elektrizitätsmenge} = \text{Stromstärke mal Zeit} \quad (4.1)$$

$$[Q] = [I] [t] = \text{As} = \text{C} \quad (\text{Coulomb})$$

#### 4.2.2. Elektrische Energie, Spannung und Leistung

Um die physikalischen Gesetzmäßigkeiten im Stromkreis mathematisch formulieren zu können, müssen weitere elektrische Größen definiert werden. Wir betrachten zunächst den Energieumsatz, der sich in einem Heizdraht irgendeines elektrischen Gerätes (Tauchsieder, Kochplatte, Glühlampe usw.) abspielt, wenn ein Strom der Stärke  $I$  hindurchfließt. Nach dem *Energiesatz* muß die vom Draht gelieferte Wärmemenge aus einer anderen Energieform entstanden sein, die *elektrische Energie*  $W_{el}$  genannt wird. Ihre Einheit ist diejenige aller Energieformen  $[W_{el}] = \text{J} = \text{Ws}$ . Wovon ist der Energieumsatz abhängig? Er muß zeitproportional sein, da der Vorgang stationär abläuft:  $W_{el} \sim t$ . Um die Proportionalität zur Stromstärke  $I$  einzusehen, denken wir uns zwei parallele, von gleichen Stromstärken  $I_1$  durchflossene Drähte, die natürlich in gleichen Zeiten gleiche Wärmemengen abgeben bzw. gleiche elektrische Energien aufnehmen. Fassen wir die beiden Drähte als ein Leiterstück auf, das den Gesamtstrom  $I = 2I_1$  führt, und verallgemeinern wir die Überlegung auf mehrere parallel laufende Drähte, so erhalten wir:  $W_{el} \sim I$ .

Wegen  $It = Q$  gilt auch die Proportionalität  $W_{el} \sim Q$ . Nun führen wir einen Proportionalitätsfaktor  $U$  ein, schreiben also  $W_{el} = UQ$  und prüfen, welchen physikalischen Sinn diese Größe  $U$  hat. Wir können sie auf zwei Arten verstehen. Erstens charakterisiert sie den auf die Elektrizitätsmenge  $Q$  bezogenen Energieumsatz  $U = W_{el}/Q$ . Fließt die Elektrizitätsmenge  $Q$  durch einen Heizdraht, in dem die elektrische Energie  $W_{el}$  in Wärmemenge umgesetzt wird, so hat die Elektrizitätsmenge die „spezifische Energie“  $U$  eingeblüht. Diese Benennung ist jedoch nicht üblich. Wir nennen die Größe  $U$  *Spannung*. Der Name weist auf die andere Deutung der Größe  $U$  hin, die durch Vergleich mit einem analogen mechanischen Vorgang verstanden werden kann: Vor dem Heizdraht steht das Elektronengas unter einem höheren Druck, es hat eine höhere Spannung als hinter dem Heizdraht:

$$U = \frac{W_{el}}{Q}$$

$$\text{elektrische Spannung} \quad (4.2)$$

Der wichtigen physikalischen Größe  $U$  wird nun eine Einheit zugeordnet.

$$[U] = \frac{[W_{el}]}{[Q]} = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \frac{\text{Ws}}{\text{As}} = \frac{\text{W}}{\text{A}} = \text{V} \quad (\text{Volt})$$

Ihrem Wesen nach ist die elektrische Spannung eine Differenz. Es muß deshalb z.B. heißen:

„Spannung zwischen den Punkten  $A$  und  $B$ “ oder „Spannung über dem Heizdraht“. Noch treffender ist die Aussage „Spannungsabfall über dem Heizdraht“. Aus Skizzen müssen die beiden Bezugspunkte ersichtlich sein.

Die Definition der elektrischen Leistung ergibt sich aus Gln. (2.33), (4.1) und (4.2):

$$P_{el} = \frac{W_{el}}{t} = UI \quad \text{elektrische Leistung} \quad (4.3)$$



$$[P_{el}] = VA = W \quad (\text{Watt})$$

#### 4.2.3. Elektrischer Widerstand und Ohmsches Gesetz

Wir haben die Spannung als Ursache für die Umwandlung elektrischer Energie in Wärme angesehen. In Gl. (4.2) ist die Vorschrift für Spannungsmessung festgelegt. Bild 4.8 stellt die praktische Meßanordnung dar, in der die frei gewordene Wärmemenge  $Q_w = W_{el}$  kalorimetrisch festgestellt wird. Prüfen wir mit dieser Einrichtung die Abhängigkeit der Stromstärke  $I$  von der Spannung  $U$ , so erhalten wir als wichtiges Ergebnis die Proportionalität dieser beiden Größen:  $I \sim U$ .

● Die Stromstärke ist der Spannung proportional.

Der Proportionalitätsfaktor kennzeichnet die Eigenschaft des Heizdrahtes, gewissermaßen seine *Durchlässigkeit* für Elektronengas, und wird *Leitwert*  $G$  genannt.

$$I = GU \quad (4.4)$$

$$[G] = \frac{[I]}{[U]} = \frac{A}{V} = S \quad (\text{Siemens})$$

Anstelle des Leitwertes wird häufiger sein reziproker Wert, der *Widerstand*  $R$  benutzt:

$$R = \frac{1}{G} = \frac{U}{I} \quad (4.5)$$

$$[R] = \frac{V}{A} = \frac{1}{S} = \Omega \quad (\text{Ohm})$$

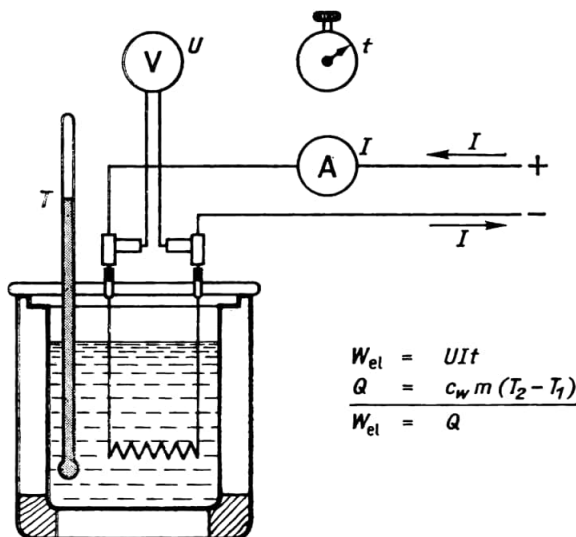


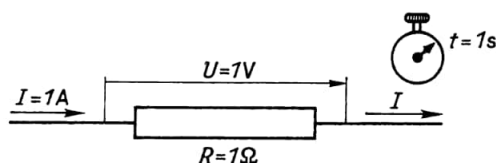
Bild 4.8 Meßanordnung zur Eichung eines Spannungsmessers

Für einen metallischen Leiter ist bei konstanter Temperatur der Widerstand konstant. Dann gilt

$$R = \frac{U}{I} = \text{konst.}$$

**Ohmsches Gesetz**

Es ist zweckmäßig, sämtliche Einheiten, die durch Gl. (4.1) bis (4.6) miteinander verknüpft sind, in einer übersichtlichen, einprägsamen Form zusammenfassen (Bild 4.9):



$$W_{el} = 1VA \cdot s = 1J$$

$$P_{el} = 1VA = 1W$$

Bild 4.9 Zusammenfassende Darstellung der Einheiten 1 A, 1 V, 1  $\Omega$ , 1 W und 1 Ws

Ein Draht hat den Widerstand  $R = 1\Omega$ . Er hat also den Leitwert  $G = R^{-1} = 1\Omega^{-1} = 1S$ . Wenn die Spannung zwischen seinen Klemmen  $U = 1V$  beträgt, so wird der Strom mit der Stärke  $I = U/R = 1A$  angetrieben. Die aufgenommene elektrische Leistung hat den Wert  $P_{el} = UI = 1VA = 1W$ . Nach der Zeit  $t = 1s$  ist die Elektrizitätsmenge  $Q = It = 1As = 1C$  durchgeflossen, und die elektrische Energie  $W_{el} = P_{el}t = 1Ws = 1J$  ist in Wärmeenergie umgewandelt worden.

Das Wort Widerstand wird in zweierlei Bedeutung verwendet. Als physikalische Größe mit dem Symbol  $R$  kennzeichnet der Widerstand die Eigenschaft des Drahtes oder eines Schaltelements, dem Strom entgegenzuwirken. Daneben werden im allgemeinen auch die Schaltelemente selbst (Bild 4.9) als Widerstände bezeichnet. Welche der beiden Bedeutungen gemeint ist, geht aus dem Zusammenhang hervor.

Der elektrische Widerstand eines Drahtes hängt ab von dessen Länge  $l$ , seinem Querschnitt  $A$  und dem Material, aus dem der Draht gefertigt wurde. Bedenkt man, daß der elektrische Strom eine Strömung des Elektronengases durch das mehr oder weniger hemmend wirkende Metallgitter darstellt, so lassen sich die geometrischen Abhängigkeiten sofort verstehen:  $R \sim l$  und  $R \sim \frac{1}{A}$ . Der Proportionalitätsfaktor  $\varrho$  heißt spezifischer Widerstand des Materials. Er ist von der Temperatur abhängig.

$$R = \varrho \frac{l}{A}$$

(4.7)

$$[\varrho] = \frac{[R][A]}{[l]} = \Omega m$$

In Tabellen wird meistens die Einheit  $\Omega mm^2/m$  verwendet [B 7.5.].

Wir sind nun in der Lage, zahlreiche praktische Aufgaben lösen zu können. Um den Gültigkeitsbereich der folgenden Rechnungen richtig einzuschätzen, sei hier noch eine, zunächst unbewiesene Bemerkung gebracht: Die bisher eingeführten Begriffe und Gesetzmäßigkeiten gelten nur für zeitlich konstant bleibende Werte von Spannung, Stromstärke, Leistung usw., also kurz gesagt, für Gleichstromvorgänge. Unsere Energieversorgungsanlagen werden aber fast ausschließlich mit Wechselstrom betrieben. Wenn wir unter den folgenden Werten für Stromstärke, Spannung usw. die sogenannten Effektivwerte verstehen, behalten unsere Rechnungen auch für die entsprechenden Größen des Wechselstromkreises ihren Sinn. In [4.7.] werden wir diese Behauptung beweisen.

**Lehrbeispiele**

An ein Heizgerät mit dem Widerstand  $30\ \Omega$  wird die Spannung  $225\ \text{V}$  gelegt.

4.1

1. Wie groß sind Stromstärke und aufgenommene elektrische Leistung?
2. Welche elektrische Energie (in J und kWh) wird verbraucht, wenn das Gerät 20 min eingeschaltet bleibt?
3. Wie groß ist die Elektrizitätsmenge, die in dieser Zeit durch das Gerät geflossen ist?

Gegeben:  $U = 225\ \text{V}$  Gesucht:  $I, P_{\text{el}}, W_{\text{el}}, Q$

$$R = 30\ \Omega$$

$$\Delta t = 20\ \text{min}$$

$$1. I = \frac{U}{R} = \frac{225\ \text{V}}{30\ \Omega} = \underline{\underline{7,5\ \text{A}}}; \quad P_{\text{el}} = UI = 225 \cdot 7,5\ \text{VA} = 1690\ \text{W} = \underline{\underline{1,7\ \text{kW}}}$$

$$2. W_{\text{el}} = P_{\text{el}} \Delta t = 1690\ \text{W} \cdot 20\ \text{min} = 1,69 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^5\ \text{Ws} = \\ = 2,03 \cdot 10^6\ \text{J} = 1,69\ \text{kW} \cdot \frac{1}{3}\ \text{h} = \underline{\underline{0,56\ \text{kWh}}}$$

Die Umrechnung von Joule in Kilowattstunden oder umgekehrt kann auch mittels der Beziehung  $1\ \text{kWh} = 3,6 \cdot 10^6\ \text{Ws}$  ( $\text{Ws} = \text{J}$ ) erfolgen.

$$3. Q = I \Delta t = 7,5\ \text{A} \cdot 20 \cdot 60\ \text{s} = \underline{\underline{9000\ \text{As}}}$$

4.2

Eine Glühlampe zeigt die Aufschrift  $220\ \text{V}/60\ \text{W}$ .

1. Für diese Aufschrift soll eine sinngemäße Erklärung gegeben werden.
2. Wie groß ist der elektrische Widerstand der Glühlampe?

1. Die Aufschrift  $220\ \text{V}/60\ \text{W}$  bedeutet, daß die Wendel der Glühlampe für die Spannung  $U = 220\ \text{V}$  und für die Leistungsaufnahme  $P_{\text{el}} = 60\ \text{W}$  bemessen ist.

$$2. R = \frac{U}{I} \text{ und } I = \frac{P_{\text{el}}}{U} \text{ ergeben } R = \frac{U^2}{P_{\text{el}}} = \frac{220^2}{60} \cdot \frac{\text{V}^2}{\text{VA}} = \underline{\underline{807\ \Omega}}$$

4.3

Zu einem abgelegenen Arbeitsplatz wird eine  $100\ \text{m}$  lange Kabelverbindung gelegt. Der wirksame Querschnitt des Cu-Drahtes beträgt  $2,5\ \text{mm}^2$ . Wie groß ist der Spannungsabfall über der gesamten Leitung, wenn die Stromstärke  $16\ \text{A}$  beträgt? ( $\varrho_{\text{Cu}} = 0,018\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$ )

Gegeben:  $l_1 = 100\ \text{m}$  Gesucht:  $U$

$$A = 2,5\ \text{mm}^2$$

$$I = 16\ \text{A}$$

$$R = \varrho_{\text{Cu}} \frac{2l_1}{A}; \quad U = RI = \frac{2\varrho_{\text{Cu}} l_1 I}{A} = \frac{2 \cdot 0,018\ \Omega\ \text{mm}^2 \cdot 100\ \text{m} \cdot 16\ \text{A}}{\text{m} \cdot 2,5\ \text{mm}^2} = \underline{\underline{23\ \text{V}}}$$

4.4

Wie groß muß der Querschnitt einer Al-Leitung mindestens sein, wenn die Stromstärke  $50\ \text{A}$  aufgenommen werden soll und der Spannungsabfall auf  $10\ \text{m}$  Leitungslänge (einfach gerechnet) höchstens  $1\ \text{V}$  betragen darf? ( $\varrho_{\text{Al}} = 0,029\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$ )

Gegeben:  $l = 10\ \text{m}$  Gesucht:  $A$

$$I = 50\ \text{A}$$

$$U = 1\ \text{V}$$

$$R = \varrho_{\text{Al}} \frac{l}{A} \text{ und } U = RI \text{ ergeben unter Elimination von } R:$$

$$A = \frac{\varrho_{\text{Al}} l I}{U} = \frac{0,029 \cdot 10 \cdot 50}{1} \cdot \frac{\Omega\ \text{mm}^2 \cdot \text{m} \cdot \text{A}}{\text{m} \cdot \text{V}} = \underline{\underline{14,5\ \text{mm}^2}} \quad (\text{minimaler Querschnitt!})$$

### Übungen

- 4.1** Auf einer Heizplatte, die 1,2 kW Leistung aufnimmt, steht ein Topf mit 2 l Wasser. Der Wirkungsgrad beträgt 42 % und die Netzspannung 220 V.
1. Wie groß sind Stromstärke und Widerstand?
  2. Wie lange dauert das Aufheizen des Wassers von 12 °C auf 95 °C?
- 4.2**
1. Wie groß ist der Widerstand einer Doppelleitung aus Aluminium von der Länge 80 m mit dem Querschnitt 25 mm<sup>2</sup>?
  2. Wie groß ist der Spannungsabfall über der gesamten Leitung, wenn die Stromstärke 80 A beträgt?

### 4.2.4. Mechanisches Analogon

Mechanische Vorgänge haben gegenüber den elektrischen den Vorzug der größeren Anschaulichkeit. Schwer vorstellbare Zusammenhänge werden „begreifbar“, erläutert man sie an mechanischen Modellen, die mit dem Original vergleichbare Merkmale aufweisen. In Bild 4.10 ist die Strömung eines echten Gases durch ein mit durchlässigem Stoff gefülltes Rohr als Analogon zum elektrischen Strom, der durch einen Widerstandsdraht fließt, dargestellt. In der folgenden Übersicht stehen die einander entsprechenden elektrischen und mechanischen Größen und deren Beziehungen jeweils gegenüber:

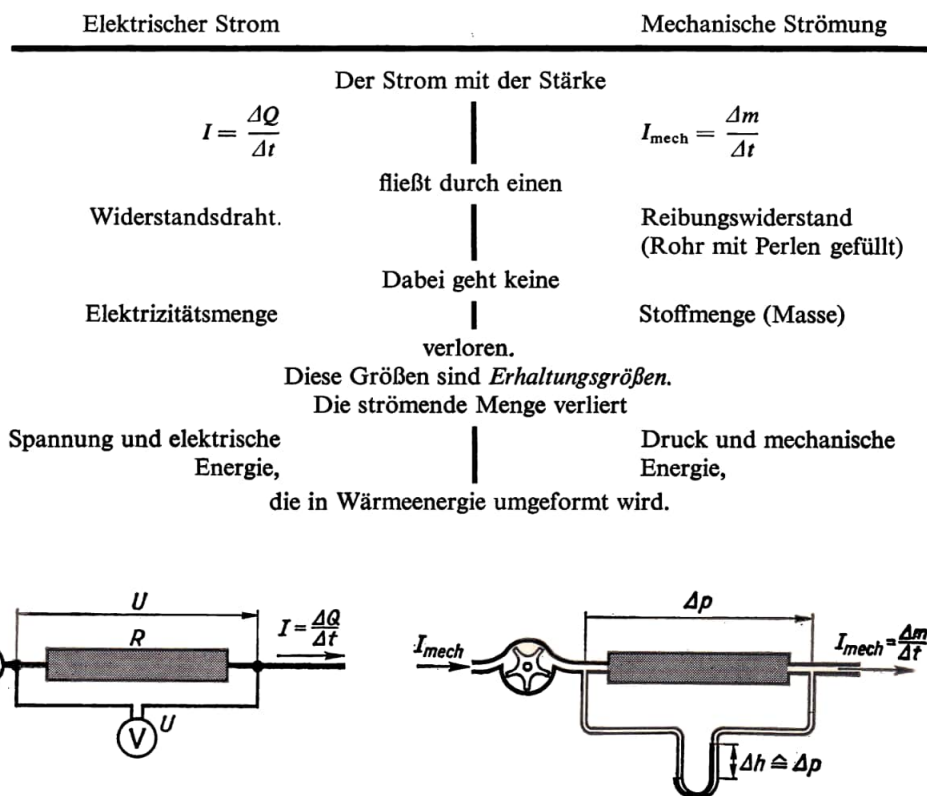


Bild 4.10 Analogiebetrachtung. Der elektrische Strom durch einen Widerstandsdraht hat viele gemeinsame Merkmale mit einer Gas- oder Flüssigkeitsströmung.

Diese auffallende Übereinstimmung legt den Gedanken nahe, daß alle elektrischen Vorgänge möglicherweise auf mechanische zurückgeführt werden können, wie es auch gelungen ist, die Wärmelehre durch die kinetische Theorie in die Mechanik einzugliedern. Es hat sich aber herausgestellt, daß eine entsprechende Einordnung der Elektrizität *nicht* möglich ist. Das Elektronengas hat Eigenschaften, die mechanisch *nicht* erklärt werden können.

#### 4.2.5. Präzisierung des Spannungsbegriffes

Die bekannten Flachbatterien für Taschenlampen tragen die Aufschrift 4,5 V. Eine sogenannte Monozelle hat 1,5 V, während die Akkumulatoren für Kraftfahrzeuge beispielsweise als 6-Volt-Batterien gekennzeichnet werden. Es gibt auch Batterien, die kleiner als Streichholzschachteln sind, aber Spannungen über 40 V aufweisen. Ein schwerer Fehler wäre es nun, rechnete man mit den erwähnten Spannungswerten wie mit konstant bleibenden Größen. Wenn wir z. B. an die Flachbatterie einen kurzen dicken Draht mit dem Widerstand  $0,01 \Omega$  anschließen, errechneten wir nach der Beziehung  $I = U/R$  eine Stromstärke  $I = 450 \text{ A}$ . Aus solch einer kleinen Batterie können wir aber höchstens 6 A entnehmen (womit wir sie allerdings überlasten!). Andererseits lassen sich Akkumulatorbatterien bauen, denen Ströme der Stärke von einigen Tausend Ampere entnommen werden können. Ein Experiment (Bild 4.11) klärt den Sachverhalt. Solange der Schalter geöffnet ist, der Batterie also kein Strom entnommen wird, zeigt das Voltmeter wirklich 4,5 V an. Schließen wir den Schalter, so sinkt die Spannung um so weiter, je größer die Stromentnahme ist. Diese Beobachtungen zeigen, daß auch die Spannungsquelle einen Widerstand hat. Er wird *innerer Widerstand* genannt zur Unterscheidung von dem äußeren, der sich aus den Widerständen der Leitungen und Apparate des äußeren Stromweges zusammensetzt. Die an den Klemmen gemessene Spannung, die in Bild 4.11 vom Voltmeter angezeigt wird, heißt Klemmenspannung  $U_k$ . Ihr Maximalwert, *Ursprungsspannung*  $U_0$  genannt, tritt auf, wenn *kein* Strom entnommen wird. Für diesen Maximalwert sind auch die Benennungen Leerlaufspannung und elektromotorische Kraft (EMK) üblich, wobei Kraft nicht im mechanischen Sinne, sondern als elektrizitätsbewegende Ursache zu verstehen ist. Der Sachverhalt wird übersichtlich durch die Schaltsymbole erfaßt. Die Zusammenfassung des äußeren und des inneren Widerstandes zum Gesamtwiderstand  $R_a + R_i$  ergibt die Stromstärke

$$I = \frac{U_0}{R_a + R_i} \quad (4.8)$$

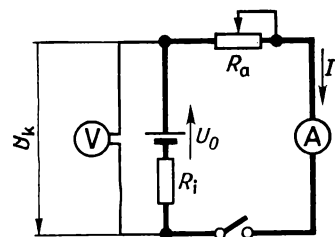


Bild 4.11 Schaltskizze der Meßanordnung zur Ermittlung der Ursprungsspannung und des inneren Widerstandes einer Spannungsquelle

Die Klemmenspannung erhalten wir nach dem OHMSchen Gesetz in der bisher angewandten Weise:  $U_k = IR_a$ . Setzen wir  $U_k$  für  $IR_a$  in Gl. (4.8) ein:

$U_0 = IR_a + IR_i = U_k + IR_i$ , so erhalten wir

$$U_k = U_0 - IR_i$$

**Klemmenspannung**

(4.9)

Wir überzeugen uns an zwei Grenzfällen, daß diese Gleichung die Zusammenhänge richtig widerspiegelt. Ist der Schalter geöffnet, so ist  $R_a$  über alle Maße groß:  $R_a \rightarrow \infty$ , folglich ist nach Gl. (4.8)  $I = 0$ . Nach Gl. (4.9) ist die Klemmenspannung in diesem Falle  $U_k = U_0$  im Einklang mit unserem Meßergebnis. Stellen wir andererseits einen Kurzschluß her:  $R_a \rightarrow 0$ , so wächst  $I$  nicht über alle Maße. Es fließt vielmehr der sogenannte Kurzschlußstrom  $I_k = U_0/R_i$ , der die Stromstärke grundsätzlich begrenzt.

#### Lehrbeispiel

- 4.5 Wird einer Akkumulatorenbatterie ein Strom der Stärke 5 A entnommen, so beträgt die Klemmenspannung 21 V. Bei der Entnahme von 10 A sinkt die Klemmenspannung auf 18 V. Wie groß sind Ursprung und innerer Widerstand der Batterie?

Gegeben:  $I_1 = 5 \text{ A}$        $I_2 = 10 \text{ A}$       Gesucht:  $U_0, R_i$

$$U_{k1} = 21 \text{ V} \quad U_{k2} = 18 \text{ V}$$

Gl. (4.9) liefert uns zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten  $U_0$  und  $R_i$ :

$$U_0 - I_1 R_i = U_{k1}$$

$$U_0 - I_2 R_i = U_{k2}$$

Die allgemeinen Lösungen sind somit

$$R_i = \frac{U_{k1} - U_{k2}}{I_2 - I_1}; \quad U_0 = \frac{U_{k1} I_2 - U_{k2} I_1}{I_1 - I_2},$$

und wir erhalten, die speziellen Werte eingesetzt,

$$R_i = \frac{3 \text{ V}}{5 \text{ A}} = \underline{\underline{0,6 \Omega}}; \quad U_0 = \frac{21 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} - 18 \text{ V} \cdot 5 \text{ A}}{5 \text{ A}} = \underline{\underline{24 \text{ V}}}.$$

#### Übungen

- 4.3 1. Wie groß ist der innere Widerstand einer Monozelle ( $U_0 = 1,5 \text{ V}$ ), wenn man beim Einschalten des Widerstandes  $1,2 \Omega$  die Stromstärke  $0,75 \text{ A}$  mißt?  
2. Welche maximale Stromstärke könnte erreicht werden?
- 4.4 An eine Autobatterie mit der Ursprungspannung  $12 \text{ V}$  wird ein Gerät mit dem Widerstand  $4 \Omega$  geschaltet. Es wird die Stromstärke  $2,9 \text{ A}$  gemessen. Wie groß wird die Stromstärke, wenn ein Gerät mit  $2 \Omega$  Widerstand eingeschaltet wird?

### 4.3. Verzweigter Gleichstromkreis

Um die Stromstärke-Spannungs-Beziehungen an Verzweigungen mathematisch erfassen zu können, bedient man sich der Methode, komplizierte Schaltungen durch sogenannte *Ersatzschaltungen* auf einfachere zurückzuführen. Das ist eine analoge Methode, wie sie in der Mechanik beim Zusammenfassen mehrerer Kräfte zu einer Resultierenden oder Ersatzkraft praktiziert wird. Dort wie hier muß man die physikalische Realität (die Einzelkräfte bzw. die Einzelströme) von ihrer mathematischen Vereinfachung zu unterscheiden verstehen.



### 4.3.1. Kirchhoffsche Gesetze

Das 1. KIRCHHOFFSche Gesetz sagt über die Stromstärken an einem Verzweigungspunkt (Knotenpunkt) aus (Bild 4.12.1.):

In einem Knotenpunkt ist die Summe der Stromstärken zufließender Ströme gleich der Summe der Stärken der abfließenden.

$$\sum I_{zu} = \sum I_{ab}$$

1. Kirchhoffsches Gesetz

(4.10)

Das 2. KIRCHHOFFSche Gesetz bezieht sich auf die Spannungen in einem Stromkreis (Bild 4.12.2):

In einem geschlossenen Stromkreis ist die Ursprungsspannung gleich der Summe aller Spannungsabfälle.

$$U_0 = \sum U$$

2. Kirchhoffsches Gesetz

(4.11)

Beide Gesetze werden uns durch die Vorstellung vom Elektronengas sofort verständlich. Würde erstens Gl. (4.10) nicht gelten, so käme es zu Stauungen oder Verdünnungen des Elektronengases im Knotenpunkt. Und zweitens können wir Gl. (4.11) einsehen, wenn wir uns die Spannung als Druckabfall des Elektronengases vorstellen. In der Spannungsquelle wird die antreibende Druckdifferenz erzeugt, die genauso groß sein muß wie alle Druckdifferenzen über den Widerständen zusammen. Der eigentliche *Beweis* der Beziehungen (4.10) und (4.11) erfolgt durch Messung aller vorkommenden Stromstärken und Spannungen an verschiedenen Schaltungen. Wir behandeln jetzt zwei wichtige Fälle als Lehrbeispiele zu den KIRCHHOFFSchen Sätzen.

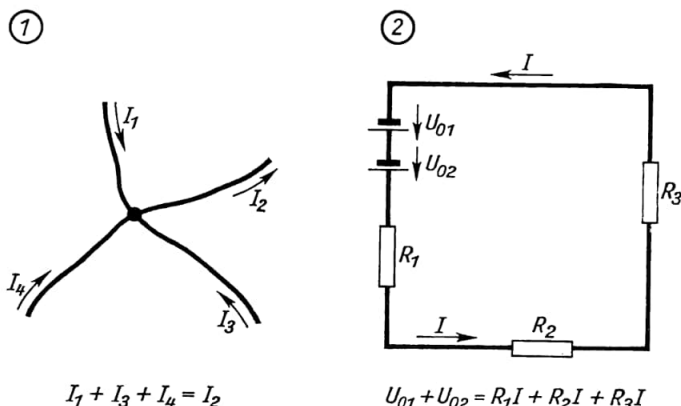


Bild 4.12 Die beiden KIRCHHOFFSchen Gesetze an zwei Beispielen dargestellt. Nicht immer sind die Richtungen der Ströme am Knotenpunkt bekannt. In einem solchen Fall setzt man vermutliche Richtungen an. Ergibt die Rechnung negative Stromstärken, so sind die betreffenden Richtungspfeile umzudrehen. Bei den Urspannungen ist die Polung zu beachten. Die (konventionelle) Richtung, in der der Antrieb des Stromes erfolgt, ist durch einen Pfeil markiert



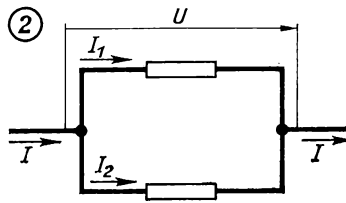
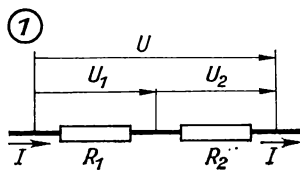


Bild 4.13 Schaltungen von Widerständen  
1. Hintereinanderschaltung zweier Widerstände  
2. Nebeneinanderschaltung (oder Parallelschaltung) zweier Widerstände

### Lehrbeispiele

4.6

1. Wie groß ist der Ersatzwiderstand  $R_{\text{ers}}$  für zwei hintereinandergeschaltete Widerstände der Größe  $R_1$  und  $R_2$  (Bild 4.13.1)?
2. Wie verhalten sich die Teilspannungen zu den entsprechenden Widerständen?

Es treten keine Verzweigungen auf. Die Stromstärken sind in beiden Widerständen gleich, und für jeden einzelnen Widerstand gilt das OHMSche Gesetz

$$I = \frac{U_1}{R_1} \quad I = \frac{U_2}{R_2}$$

Hieraus folgt die Antwort auf die zweite Frage:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (4.12)$$

Für den Ersatzwiderstand soll gelten:  $U = IR_{\text{ers}}$ . Nun ist  $U = U_1 + U_2$ . Folglich ist  $IR_{\text{ers}} = IR_1 + IR_2$

$$R_{\text{ers}} = R_1 + R_2 \quad (4.13)$$

4.7

1. Wie groß ist der Ersatzwiderstand  $R_{\text{ers}}$  für zwei parallelgeschaltete Widerstände der Größe  $R_1$  und  $R_2$  (Bild 4.13.2)?
2. Wie verhalten sich die Teilstromstärken zu den entsprechenden Widerständen?

1. Es soll gelten  $I = \frac{U}{R_{\text{ers}}}$ . Nach Gl. (4.10) gilt  $I = I_1 + I_2$  und für die Teilstromstärken

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \text{ und } I_2 = \frac{U}{R_2}.$$

Somit ist

$$\frac{U}{R_{\text{ers}}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}, \quad \frac{1}{R_{\text{ers}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (4.14)$$

2. Aus  $I_1 R_1 = I_2 R_2$  folgt

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (4.15)$$

Die beiden Beziehungen lassen sich unschwer auf beliebig viele Widerstände verallgemeinern:

$$R_{\text{ers}} = \sum_{k=1}^n R_k$$

Ersatzwiderstand für  $n$  hintereinandergeschaltete Widerstände (4.16)

$$\frac{1}{R_{\text{ers}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

Ersatzwiderstand für  $n$  parallelgeschaltete Widerstände (4.17)

**Übungen**

- 4.5** 1. Wie groß ist der Ersatzwiderstand für die Parallelschaltung von einem 200-Ω-Widerstand und zwei 100-Ω-Widerständen?  
 2. Wie groß sind die auftretenden Stromstärken dieser Schaltung, wenn die Spannung 80 V anliegt?
- 4.6** Glühlampen und Geräte des Haushalts, die an Netzspannung geschaltet werden, liegen parallel. Wie groß ist der Ersatzwiderstand einer Deckenleuchte, die mit einer 220 V/100 W-Glühlampe und vier 220 V/60 W-Lampen bestückt ist?

**4.3.2. Elektrische Meßtechnik****4.3.2.1. Stromstärkemessung**

Mit empfindlichen Galvanometern lassen sich auch große Stromstärken messen, wenn der größte Teil des Stromes durch einen Parallelwiderstand, den sogenannten Shunt, geleitet wird. Der Widerstand des Shunts  $R_s$  muß in einem bestimmten Verhältnis zum Instrumentenwiderstand  $R_i$  gewählt werden, wenn eine gewünschte Meßbereichserweiterung erreicht werden soll.

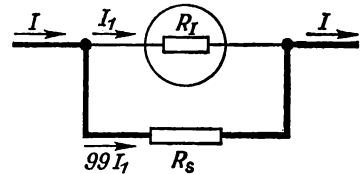


Bild 4.14 Meßbereichserweiterung eines Strommessers durch Parallelwiderstand

**Lehrbeispiel**

- 4.8** Wie groß muß der Parallelwiderstand sein, um bei einem Milliampereometer (Vollausschlag  $\triangleq 10$  mA) mit dem Instrumentenwiderstand  $3,00\ \Omega$  den Meßbereich zu verhundertfachen? Schlägt das Meßwerk bei der Stromstärke  $I_1$  voll aus, so soll jetzt  $I = 100 I_1$  gemessen werden. Folglich muß  $I_s = 99 I_1$  durch den Parallelwiderstand geleitet werden (Bild 4.14). Weil nach Gl. (4.15)

$$\frac{I_1}{99 I_1} = \frac{R_s}{R_i}, \text{ ist } R_s = \frac{R_i}{99} = \underline{\underline{0,0303\ \Omega.}}$$

Der Vollausschlag der Skale bedeutet nun 1 A.

**4.3.2.2. Spannungsmessung**

Unter Verwendung des OHMSchen Gesetzes können Strommeßgeräte zur Spannungsmessung herangezogen werden. Deshalb läßt sich die Skale eines Strommessers direkt in Spannungseinheiten eichen.

**Lehrbeispiel**

- 4.9** Das Milliampereometer in Lehrbeispiel 4.8 soll zur Spannungsmessung bis 300 V benutzt werden. Wie kann das erreicht werden?

Über dem Instrument fällt bei Vollausschlag die Spannung  $U_1 = R_i I = 3 \frac{\text{V}}{\text{A}} 10 \text{ mA} = 30 \text{ mV}$  ab (Bild 4.15). Wenn die Spannung  $U = 300 \text{ V}$  sein soll, muß über dem Vorwiderstand  $R_v$

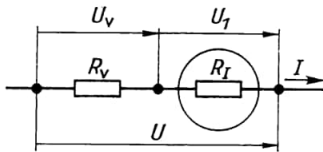


Bild 4.15

Bild 4.15 Meßbereichserweiterung eines Spannungsmessers

Bild 4.16 Vielfachmeßinstrument

Bild 4.17 Volt- und Amperemeter in den Stromkreis geschaltet

Bild 4.18 Widerstandsmessung durch gleichzeitige Stromstärke- und Spannungsmessung

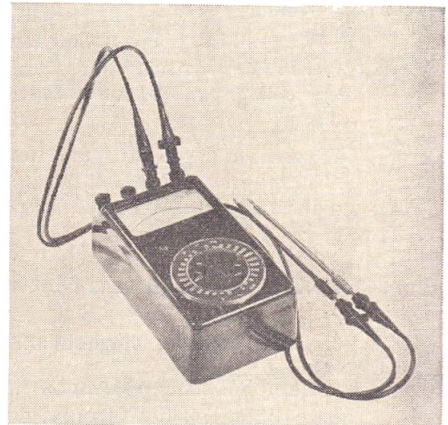


Bild 4.16

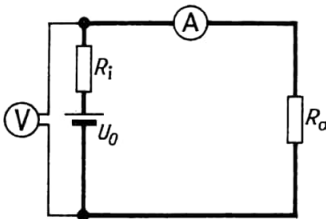


Bild 4.17

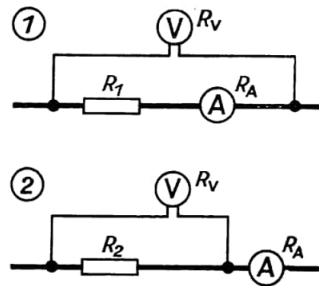


Bild 4.18

der Spannungsabfall  $U_v = U - U_1 = 300 \text{ V} - 0,03 \text{ V} \approx 300 \text{ V}$  betragen. Folglich ist  $R_v = \frac{U_v}{I} \approx \approx 30 \text{ k}\Omega$  zu wählen, damit der Vollausschlag 300 V bedeutet.

Im handelsüblichen Meßinstrumenten sind die Neben- und Vorwiderstände in die Geräte eingebaut.

Sehr praktisch sind die Vielfachmeßinstrumente (Bild 4.16), bei denen man durch Wahlschalter Vor- oder Parallelwiderstände einstellen und somit verschiedene Meßbereiche der Volt- bzw. Milliampere-skala einschalten kann.

In Bild 4.17 sind Stromstärke- und Spannungsmessung in einem Stromkreis zusammenfassend dargestellt. Jedes Einschalten eines Instruments bedeutet einen „Eingriff“ in den ungestörten Ablauf. Obwohl Voltmeter einen möglichst großen und Amperemeter einen möglichst kleinen Instrumentenwiderstand haben, können die Änderungen der Stromstärken und Spannungen beträchtlich groß werden. In solchen Fällen muß man die Meßwerte korrigieren.

#### Lehrbeispiel

4.10

Mit der in Bild 4.18.1 dargestellten Schaltung werden Stromstärken mit einem Amperemeter (Instrumentenwiderstand  $0,8 \Omega$ ) und die Spannung mit einem Voltmeter ( $R_v = 400 \Omega$ ) gleichzeitig gemessen. Wie groß ist der unbekannte Widerstand  $R_1$ , wenn die abgelesenen Werte  $I_1 = 2,1 \text{ A}$  und  $U_1 = 8,4 \text{ V}$  betragen?

$$I_1(R_1 + R_A) = U_1 \quad R_1 = \frac{U_1}{I_1} - R_A = \frac{8,4 \text{ V}}{2,1 \text{ A}} - 0,8 \Omega = \underline{\underline{3,2 \Omega}}$$

### Übung

- 4.7 Mit den Instrumenten des Lehrbeispiels 4.10 werden die Werte  $I_2 = 0,41 \text{ A}$  und  $U_2 = 21,4 \text{ V}$  nach Schaltung (Bild 4.18.2) gemessen. Wie groß ist der Widerstand  $R_2$ ?

#### 4.3.2.3. Widerstandsmessung

Unter Verwendung des OHMSchen Gesetzes kann die Ermittlung des Widerstandes eines Gerätes auf je eine Messung der Spannung und der Stromstärke zurückgeführt werden (Bild 4.18). Das Verfahren ist umständlich und nicht sehr genau. In der WHEATSTONEschen Brückenschaltung (Bild 4.19) wird ein nicht bekannter Widerstand  $R_x$  mit einem bekannten Widerstand  $R_n$  verglichen. Solche Widerstandsnormale lassen sich in höchster Präzision und Dauerhaftigkeit herstellen. Beim Messen wird der Kontakt  $D$  auf dem Schleifdraht (Verbindung  $AB$ ) so eingestellt, daß über die Brücke, wie die über ein empfindliches Galvanometer führende Querverbindung der Punkte  $C$  und  $D$  genannt wird, kein Strom fließt. Dann ist  $U_{CD} = 0$  und  $U_{AC} : U_{CB} = U_{AD} : U_{DB}$

oder:  $R_x : R_n = R_1 : R_2 = l_1 : l_2$

$$R_x = \frac{l_1}{l_2} R_n. \quad (4.18)$$

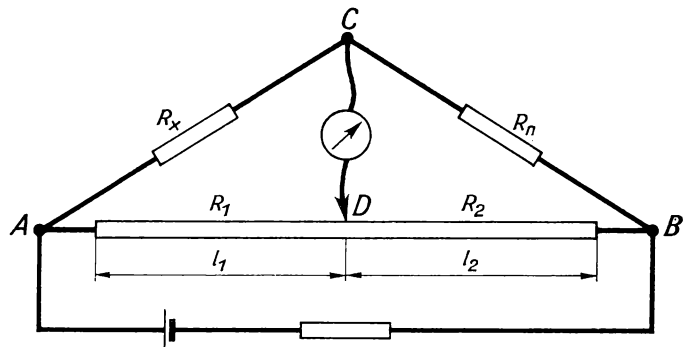


Bild 4.19  
WHEATSTONEsche  
Brückenschaltung

### Übung

- 4.8 Wie groß ist der unbekannte Widerstand  $R_x$ , wenn nach Bild 4.19 bei  $R_n = 100 \Omega$  und der gesamten Drahtlänge  $l = 1000 \text{ mm}$  die Länge  $l_1 = 452 \text{ mm}$  gemessen wird?

## 4.4. Elektrostatik

Historisch gesehen sind zwar die Erscheinungsformen der *ruhenden Elektrizität*, der wir uns nun zuwenden, wesentlich früher entdeckt worden als jene Gesetze über die elektrischen Stromwirkungen, die wir in den beiden vorangegangenen Abschnitten behandelt haben. Für den Lernenden ist aber die Einführung, die mit dem Strom beginnt, einfacher, weil im täglichen Leben jeder mehr mit den Gesetzmäßigkeiten des Stromkreises in Berührung kommt als mit denjenigen der ruhenden Elektrizität. Hier tritt das *elektrische Feld* als neuer Begriff großer Tragweite auf. Wir lernen Eigenschaften der Elektrizitätsmenge kennen, die nicht mehr mechanisch erklärt werden können.

#### 4.4.1. Ruhende elektrische Ladung

##### 4.4.1.1. Experimente zur ruhenden Elektrizität

Ein Körper nimmt den *elektrischen* (d. h. wörtlich: bernsteinhaften) *Zustand* an, wenn man ihn mit einem Lappen oder einem Fell reibt. Unter dem elektrischen Zustand verstand man ursprünglich nur, daß der Körper anziehend oder abstoßend auf andere Körper wirkt. Nicht nur Isolatoren wie Bernstein, Glas, Hartgummi, Plaste, sondern *auch Metalle* lassen sich in den elektrischen Zustand versetzen, wenn sie nur sorgfältig isoliert werden. Statt des Ausdrucks „im elektrischen Zustand befindlich“ verwendet man auch „geladen sein“:

- Durch Reibung wird ein Körper *elektrisch aufgeladen*.

Es gibt zwei verschiedene Ladungsarten; denn ein geriebener, d. h. geladener, Glasstab wird von einem zweiten, ebenfalls geladenen *abgestoßen*, hingegen von einem geladenen Hartgummistab *angezogen*. Die beiden Ladungsarten werden mittels positiver und negativer Vorzeichen unterschieden. LICHTENBERG führte 1777 die Definition ein: Glaselektrizität zählt positiv und Hartgummielktrizität negativ. Durch die Prüfung, ob ein geladener Körper beispielsweise von einem geladenen Hartgummistab angezogen oder abgestoßen wird, läßt sich dessen Polarität feststellen.

- Gleichartig geladene Körper stoßen einander ab, und ungleichartig geladene Körper ziehen einander an (Bild 4.20).

Im *Elektroskop* wird die elektrostatische Abstoßung zur qualitativen Anzeige des Ladungszustandes genutzt (Bild 4.21). Zwei pendelnd aufgehängte Blättchen spreizen auseinander, wenn sie positiv oder negativ geladen werden.

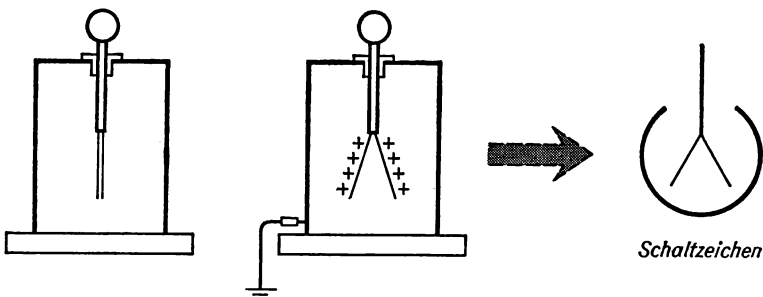
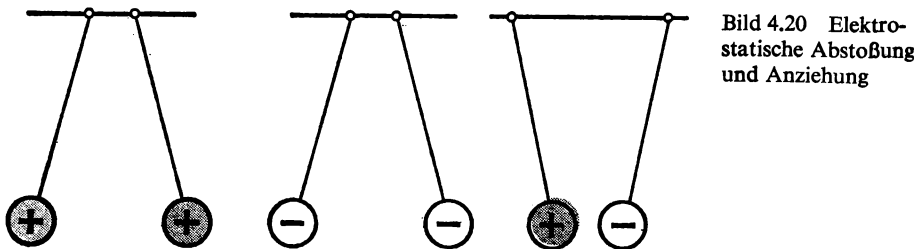


Bild 4.21 Elektroskop zur qualitativen Prüfung des Ladungszustandes

Bild 4.22 Aufladung durch Influenz

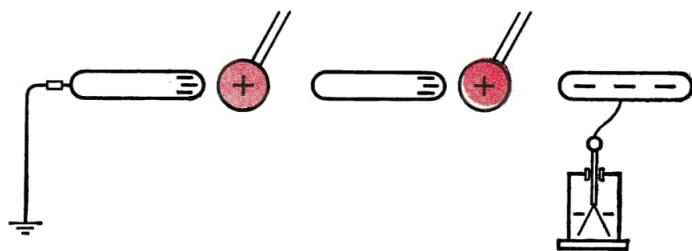
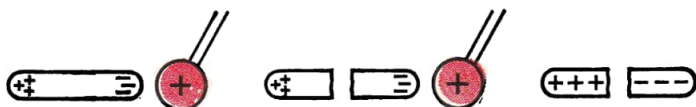


Bild 4.23 Ladungstrennung durch Influenz



#### 4.4.1.2. Influenz

Ein metallischer Körper kann durch *Influenz*, d. h. durch *berührungslose* Beeinflussung, aufgeladen werden. Einem geerdeten metallischen Körper (Bild 4.22) nähern wir eine positiv geladene Kugel, ohne daß sich beide Körper berühren. Dann trennen wir den Erdschluß ab, entfernen die Kugel wieder und stellen fest, daß der Körper negativ geladen ist. Bild 4.23 zeigt eine Abwandlung des eben ausgeführten Versuches. Diesmal fehlt der Erdschluß. Wir teilen den Körper in der Mitte, bevor wir die Kugel wieder entfernen. Es bleiben zwei entgegengesetzt geladene Teile zurück. Daß diese Versuche mit Isolatoren nicht ausführbar sind, kann durch eine *freie Verschiebbarkeit von Ladungen* in Metallen gedeutet werden. Auch das Elektronengas ist im Metall frei beweglich. Besteht hier ein Zusammenhang?

#### 4.4.1.3. Zusammenhang zwischen ruhender und fließender Elektrizitätsmenge

Wir benutzen anstelle des teilbaren Körpers im letzten Versuch einen sogenannten Plattenkondensator, den wir durch Influenz aufladen. Nun schalten wir ein empfindliches Galvanometer mit Lichtzeiger (Bild 4.24) an und stellen einen Stromstoß fest, *der von der positiv geladenen zur negativ geladenen Platte* fließt. Damit ist die Brücke zwischen ruhender Ladung und elektrischem Strom geschlagen:

● Elektrischer Strom ist Bewegung elektrischer Ladung.

Zur Kontrolle führen wir das in Bild 4.25 dargestellte Experiment aus, in dem wir den Kondensator durch eine chemische Spannungsquelle laden. Auch hier stellen wir mit dem Galvanometer einen Stromstoß fest. Zwischen den Platten des geladenen Kondensators herrscht eine Spannung von der Größe der Ursprungsspannung der vorher angeklemmten Batterie. Das können wir nachweisen. Zum Messen verwenden wir ein *elektrostatisches Voltmeter*, weil ein elektrodynamisches Meßwerk ein auf Spannung geeichter Strommesser ist, wie wir in [4.3.2.2.] kennengelernt haben. Der Meßstrom würde den Kondensator entladen. In einem elektrostatischen Voltmeter, einem *Elektrometer*, wird die elektrostatische Kraftwirkung zur quantitativen Anzeige der Spannung verwertet (Bild 4.26), während sie im Elektroskop nur qualitativ genutzt wird.

Eine wichtige Frage ist nun noch zu klären. Wir kennen zwei verschiedene Elektrizitätsmengen: positive und negative Ladung. Die Entladung eines Kondensators läßt sich auf drei Arten erklären. Erstens könnte positive Ladung zur negativen Platte, zweitens umgekehrt negative Ladung zur positiven Platte fließen, und drittens könnten

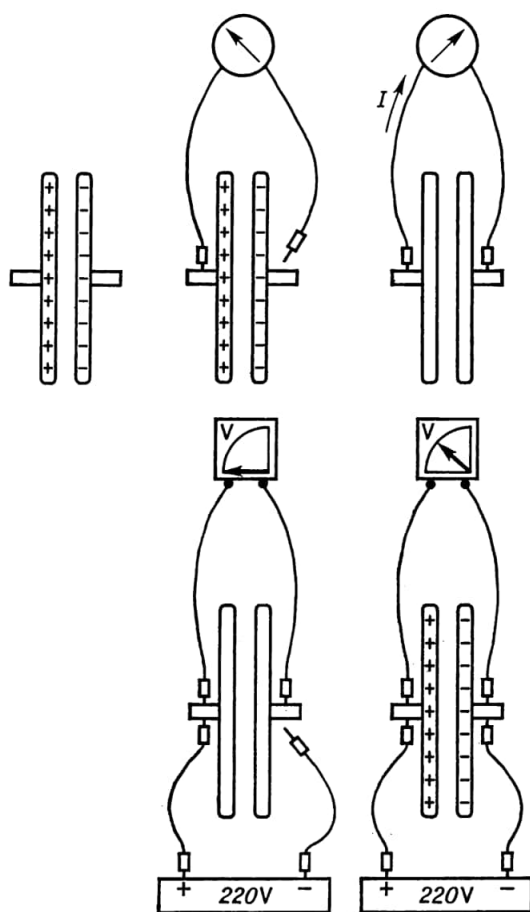


Bild 4.24 Entladung eines Plattenkondensators über ein Galvanometer, das einen Stromstoß anzeigt

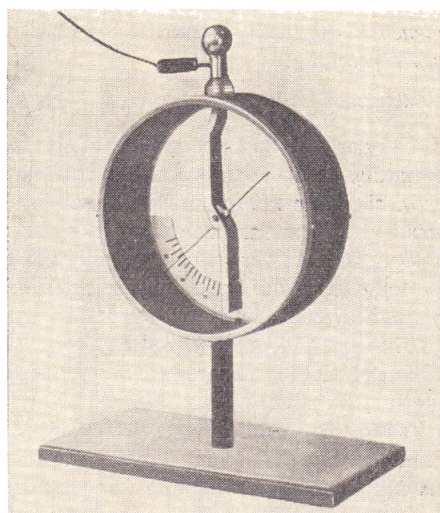


Bild 4.26 Elektrometer

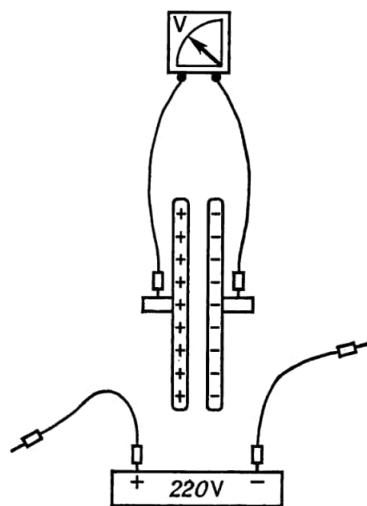


Bild 4.25 Aufladung des Kondensators durch eine Gleichspannungsquelle (Spannung angezeigt durch elektrostatisches Voltmeter)



beide Flüsse gleichzeitig stattfinden. Nun wissen wir durch den TOLMAN-Versuch [4.2.1.], daß das Elektronengas vom negativen Pol zum positiven fließt. Folglich kommt nur die zweite Möglichkeit in Frage. Wir schließen daraus, daß das *Elektronengas negativ geladen* ist. Die *positive Aufladung* eines Körpers wird durch *Mangel an Elektronengas* und die *negative Ladung* durch *Elektronengas-Überschuß* erklärt. Demnach ist im *elektrisch neutralen* Zustand Elektronengas im Metall vorhanden, dessen negative Ladung nach außen nicht wirkt, weil sie durch die *positive Ladung des Kristallgitters* kompensiert wird. Daß die Gitterbausteine des Kristalls positiv geladen sind, ist eine gesicherte atomphysikalische Erkenntnis.

#### 4.4.1.4. Kapazität eines Kondensators

Wir wollen nun den Lade- und Entladevorgang eines Kondensators unter Verwendung unserer neuen Erkenntnisse betrachten (Bild 4.27). Nach dem Anschließen der Spannungsquelle fließt ein gewisses Quantum Elektronengas vom negativen Pol der Quelle auf die rechte Platte, und gleichzeitig fließt von der linken Platte das gleiche Quantum zum positiven Pol. Mit dem eingeschalteten Galvanometer können wir den Ladestromstoß  $Q = \bar{I}t$  messen (Bild 4.27.2). Hierbei ist  $\bar{I}$  der Mittelwert der Stromstärke während der Ladezeit  $t$ , und  $Q$  ist nach Gl. (4.1) die Elektrizitätsmenge, die auf eine Platte zu- oder von der anderen Platte abgeflossen ist. Im geladenen Zustand halten die positiven und negativen Ladungen einander fest. Zwischen den Platten herrscht die Spannung  $U$ . Bei der Entladung fließt die Ladungsmenge  $Q$  wieder ab (Bild 4.27.3). Die Größe der Ladungsmenge  $Q$  hängt von der Spannung und der *Kapazität* des Kondensators ab. Die Kapazität  $C$  eines Kondensators wird definiert durch

$$C = \frac{Q}{U}$$

Kapazität eines Kondensators

(4.19)

$$[C] = \frac{\text{A}}{\text{V}} = \text{F (Farad)}$$

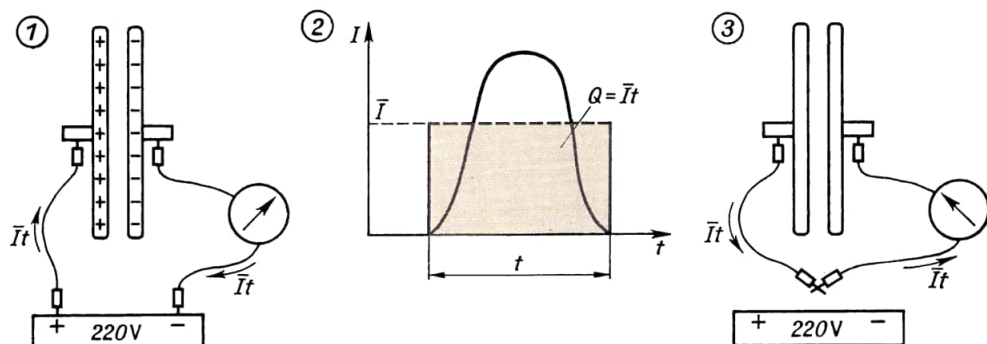


Bild 4.27 Quantitativer Versuch zur Auf- und Entladung eines Kondensators

Die Anzeige des verwendeten Spiegelgalvanometers kann direkt auf Stromstöße  $\bar{I}t = Q$ , d. h. auf die durchgeflossenen Ladungsmengen geeicht werden.

1. Messung des Stromstoßes beim Laden; 2. Diagramm des Stromstoßes; 3. Messung des Stromstoßes beim Entladen

Weil 1 Farad eine sehr große Einheit ist, werden meist kleinere Einheiten verwendet:

$$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}; \quad 1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}; \quad 1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$$

Die Kapazität eines Plattenkondensators ist von der Plattenfläche  $A$  abhängig:  $C \sim A$

Zum Plattenabstand  $d$  besteht umgekehrte Proportionalität  $C \sim \frac{1}{d}$ .

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

(4.20)

Die Proportionalitätskonstante  $\epsilon_0$  heißt *elektrische Feldkonstante*. Sie wird mit der Anordnung nach Bild 4.27 gemessen.  $C$  ist ja durch  $C = Q/U$  definiert und somit meßbar, weil  $Q$  und  $U$  meßbar sind. Präzise Messungen liefern den Wert

$$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad \text{elektrische Feldkonstante}$$

Außer dem Plattenkondensator gibt es die verschiedensten Formen von Kondensatoren. Überhaupt stellt jedes Körpersystem, z. B. zwei voneinander isolierte parallele Drähte einer Leitung, einen Kondensator dar. Eine besonders einfache Form ist ein *Kugelkondensator*, der lediglich aus einer isoliert aufgestellten Metallkugel (bei sehr großer Entfernung anderer Körper) besteht. Die Kapazität eines Kugelkondensators ist, wie hier nicht bewiesen werden soll, nur vom Kugelradius abhängig und hat den Wert

$$C = 4 \pi \epsilon_0 r \quad (4.21)$$

### Lehrbeispiele

#### 4.11

1. Wie groß ist die Kapazität eines Plattenkondensators mit kreisrunden Platten (Durchmesser 15 cm und Abstand 3 mm)?
2. Wie groß ist der Radius einer Kugel gleicher Kapazität?

Gegeben:  $D = 15 \text{ cm}$     Gesucht:  $C, r$   
 $d = 3 \text{ mm}$

$$1. \quad C = \epsilon_0 \frac{\pi D^2}{4d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \frac{\pi 15^2 \text{ cm}^2}{4 \cdot 0,3 \text{ cm}} = \underline{\underline{52 \text{ pF}}}$$

$$2. \quad r = \frac{C}{4 \pi \epsilon_0} = \frac{52 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{Vm}}{4 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As}} = \frac{52}{4 \pi \cdot 8,85} \frac{\text{As Vm}}{\text{VAs}} = \underline{\underline{46,6 \text{ cm}}}$$

#### 4.12

Wie groß ist die Ladungsmenge, die ein Kondensator der Kapazität  $2 \mu\text{F}$  bei der Spannung  $500 \text{ V}$  speichert?

Gegeben:  $C = 2 \mu\text{F}$     Gesucht:  $Q$   
 $U = 500 \text{ V}$

$$Q = CU = 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot 500 \text{ V} = \underline{\underline{10^{-3} \text{ As}}}$$

Parallel- oder hintereinandergeschaltete Kondensatoren werden auch zu Ersatzschaltungen zusammengefaßt (Bild 4.28). In beiden Fällen soll gelten  $C_{\text{ers}} = Q_{\text{ges}}/U$ . Nun ist bei Parallelschaltung

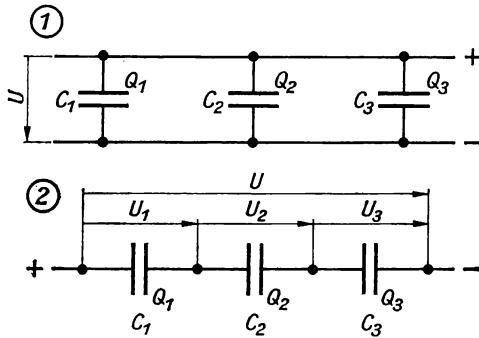


Bild 4.28 Parallel- und Hintereinanderschaltung von Kondensatoren

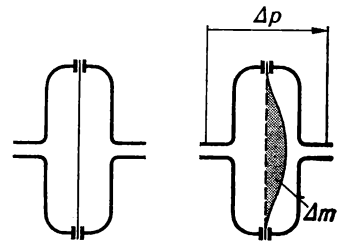


Bild 4.29 Pneumatischer Kondensator mit zum elektrischen Kondensator analogen Eigenschaften

$$Q_{\text{ges}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

$$Q_{\text{ges}} = C_1 U + C_2 U + C_3 U + \dots = U(C_1 + C_2 + C_3 + \dots), \text{ also}$$

$$C_{\text{ers}} = \sum_{k=1}^n C_k$$

Ersatzkapazität für  $n$  parallelgeschaltete Kondensatoren (4.22)

Bei der Hintereinanderschaltung sind die Ladungen der Teilkondensatoren einander gleich und die Spannungen unterschiedlich:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

$$\frac{Q}{C_{\text{ers}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \right)$$

$$\frac{1}{C_{\text{ers}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

Ersatzkapazität für  $n$  hintereinandergeschaltete Kondensatoren (4.23)

In Bild 4.29 ist das Analogiemodell des Kondensators dargestellt. Eine biegsame Membran sperrt den Gleichstromfluß ab. Im „ungeladenen“ Zustand steht die Membran in der Mitte. Wird eine Gasmenge  $\Delta m$  ( $\triangleq Q$ ) hineingedrückt, so lädt man den pneumatischen Kondensator auf. Er hat dann eine „Spannung“  $\Delta p$  ( $\triangleq U$ ). Die Kapazität wird durch die Fläche und Elastizität der Membran bestimmt: Eine große und weiche Membran entspricht einer großen Kapazität, weil dann der Quotient  $c = \Delta m / \Delta p$  groß wird. Schließlich ist noch eine praktisch wichtige Eigenschaft des elektrischen Kondensators im Modell analog enthalten, die Durchschlagsfestigkeit. Erreicht der Überdruck einen Maximalwert, platzt die Membran. Im elektrischen Fall schlägt eine zu hohe Spannung die Isolation durch.

### Übung

- 4.9
1. Wie groß ist die Kapazität eines Kondensators mit kreisrunden Platten (Durchmesser  $D = 20$  cm und Plattenabstand  $d = 2$  mm)?
  2. Wie ändert sich die Kapazität, wenn der Abstand auf 1 mm verringert wird?
  3. Die Verminderung des Abstandes wird bei angelegter Gleichspannungsquelle (100 V) und
  4. nach Abklemmen derselben ausgeführt. Was geschieht in beiden Fällen?

#### 4.4.2. Elektrisches Feld im Vakuum

##### 4.4.2.1. Feldbegriff

Auf einen kleinen geladenen Körper (kurz Probeladung  $Q'$  genannt), der sich zwischen den Platten eines geladenen Kondensators befindet, wird eine *Kraft* ausgeübt (Bild 4.30), die nach der Platte gerichtet ist, die die Ladung umgekehrten Vorzeichens trägt. Der Raum, in dem diese Kraftwirkung nachweisbar ist, heißt *elektrisches Feld*.

Mit der Einführung des Feldbegriffs beginnt eine ganz neue Betrachtungsweise elektrischer Zusammenhänge, die sich außerordentlich bewährt, wie wir in den Abschnitten der elektrischen Induktion [4.6.] und der elektromagnetischen Wellen [4.9.] sehen werden. Bisher sahen wir nur die geladenen Körper als Träger der elektrischen Erscheinungen an. In der neuen Auffassung ist das elektrische Feld, das die Ladungen umgibt, der Träger der elektrischen Eigenschaften. Die Einführung des Feldbegriffes drückt sich auch in der Verwendung neuer Formulierungen aus. Wir sagen nicht mehr (Bild 4.31):

„Die Probeladung  $Q'$ , die sich im Punkt  $A$  befindet, wird von der Ladung  $Q$  angezogen.“  
Diese Formulierung benutzt die Vorstellung einer *Fernwirkung* des einen geladenen Körpers auf den anderen. Mit der neuen Auffassung erklären wir das physikalische Geschehen durch die sogenannte *Nahwirkung* des Raumes und sagen:

„Im Raumpunkt  $A$  hat das Feld die elektrische Feldstärke  $E$ “.

Unter elektrischer Feldstärke verstehen wir die Größe, die die Kraftwirkung auf eine Probeladung kennzeichnet. Sie wird definiert durch

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{Q'} \quad \text{elektrische Feldstärke} \quad (4.24)$$

$$[E] = \frac{[F]}{[Q]} = \frac{\text{N}}{\text{As}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Als vektorielle Größe muß auch die Richtung definiert werden:

- Die positive Feldrichtung ist die Richtung der elektrischen Kraft auf eine positive Probeladung.

Um eine übersichtliche Darstellung eines gesamten *Kraftfeldes* zu erhalten, stellen wir die Kraftrichtung an verschiedenen Stellen fest. Wir benutzen dazu einen *elektrischen Dipol* (Bild 4.32), der immer in Feldrichtung weist. Für die praktische Durchführung

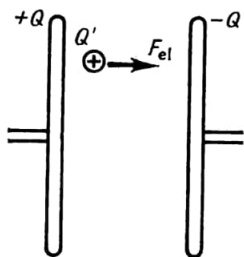


Bild 4.30 Kraftwirkung auf Probeladung

Bild 4.31 Die elektrische Feldstärke kennzeichnet den Raumzustand in der Umgebung einer Ladung



Bild 4.32  
Ladungsdipol  
zum Ermitteln  
der Feldrichtungen

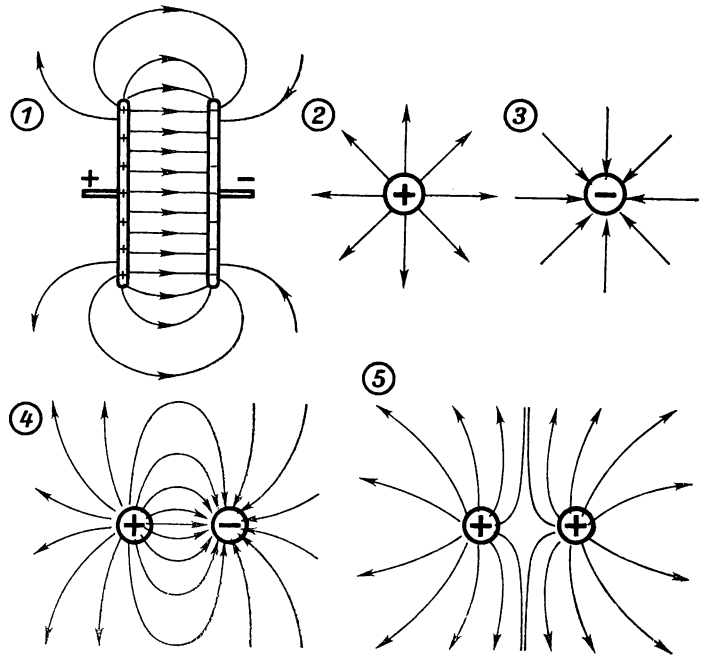
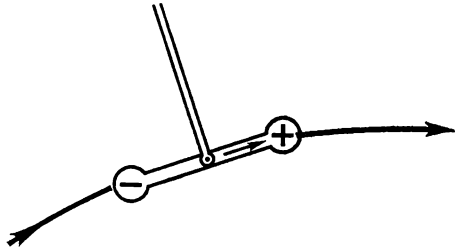


Bild 4.33 Verschiedene Formen elektrischer Felder

Durch Rotation um die Symmetrieachse muß man sich die Felder in den Raum erweitert vorstellen: 1. Plattenkondensator; 2. Positive Punktladung; 3. Negative Punktladung; 4. Zwei Punktladungen entgegengesetzter Vorzeichen; 5. Zwei Punktladungen gleicher Vorzeichen

verwenden wir einen kleinen drehbar am Stiel befestigten Zeiger, der im Feld durch Influenz zum Dipol wird. Führen wir den Dipol langsam in der Richtung, die er momentan anzeigt, weiter, so erhalten wir eine *Feldlinie* als Bahn der Bewegung. Durch jeden Raumpunkt läuft eine Feldlinie. Der übersichtlichen Darstellung wegen wird immer nur eine kleine bestimmte Zahl der Feldlinien gezeichnet. In Bild 4.33 sind einige typische Feldlinienbilder zusammengestellt. Laufen die Feldlinien parallel und in gleichem Abstand voneinander wie beim Plattenkondensator, heißt das Feld *homogen*.

In einem geladenen Kondensator ist elektrische Energie gespeichert, die wir unter Verwendung der neuen Begriffe durch ein Gedankenexperiment errechnen wollen. Wir benutzen zu diesem Zweck Gl. (4.2):  $W_{el} = Q'U$ , die wir für die Energie kennengelernt haben, die die Ladung  $Q'$  abgibt, wenn sie den Spannungsabfall  $U$  durchläuft. Folglich

müssen wir, um eine positive Ladung  $Q'$  von der negativen Platte auf die positive zu transportieren, die „Ladungsarbeit“  $\Delta W_{e1} = Q'U_1$  verrichten, wenn die momentane Spannung gerade  $U_1$  ist. Hier erhalten wir den Zusammenhang zwischen Feldstärke und Spannung im homogenen Feld des Plattenkondensators: Die Ladungsarbeit können wir andererseits errechnen durch

$$\Delta W_{e1} = F_{e1}d = Q'Ed, \text{ gleichgesetzt mit}$$

$$\Delta W_{e1} = Q'U, \text{ ergibt dies}$$

$$Ed = U$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$\text{Betrag der Feldstärke im homogenen Feld} \quad (4.25)$$

Die Spannung wächst beim gesamten Ladevorgang von 0 auf die Endspannung  $U$  an. Auf Grund des linearen Anwachsens mit der Ladungszunahme können wir die gesamte Ladungsarbeit errechnen, indem wir für die Spannung den arithmetischen Mittelwert  $U/2$  ansetzen:

$$W_{e1} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$$

$$\text{elektrische Energie eines geladenen Kondensators} \quad (4.26)$$

#### Lehrbeispiel

4.13

Ein Kondensator wird mit einer Gleichspannungsquelle (400 V) aufgeladen (Bild 4.27). Bei der Entladung über ein Galvanometer wird die abfließende Ladung  $4 \cdot 10^{-3}$  As gemessen.

1. Wie groß ist die Kapazität des Kondensators?
2. Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte Energie?

Gegeben:  $Q = 4 \cdot 10^{-3}$  As    Gesucht:  $C, W_{e1}$   
 $U = 400$  V

$$1. C = \frac{Q}{U} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ As}}{400 \text{ V}} = \underline{\underline{10 \mu\text{F}}}$$

$$2. W_{e1} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} 4 \cdot 10^{-3} \text{ As} \cdot 400 \text{ V} = 0,8 \text{ VAs} = \underline{\underline{0,8 \text{ Js}}}$$

Diese Energie ist bei der relativ hohen Kapazität so gering, daß der Kondensator als technischer Energiespeicher nicht in Frage kommt. Die wichtige Bedeutung des Kondensators als Schaltelement beruht auf anderen Eigenschaften, die wir in der Wechselstromlehre kennenlernen werden.

#### 4.4.2.2. Elementarquantum der Ladung

Bild 4.34 zeigt den Schweberversuch einer Seifenblase im Feld eines Kondensators. Der Körper schwebt, wenn das scheinbare Gewicht  $G'$  (wahres Gewicht um den Auftrieb vermindert) der elektrischen Kraft gleich ist. OTTO VON GUERICKE beschrieb im Jahre 1672 den Versuch in ähnlicher Form, und A. MILLIKAN verlegte ihn 1910 in eine sehr kleine Dimension (Bild 4.35). Unter mikroskopischer Betrachtung wird die Bewegung sehr kleiner geladener Öltröpfchen im Felde eines Plattenkondensators beob-

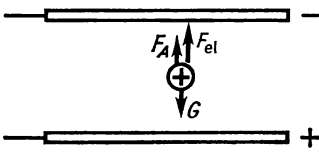
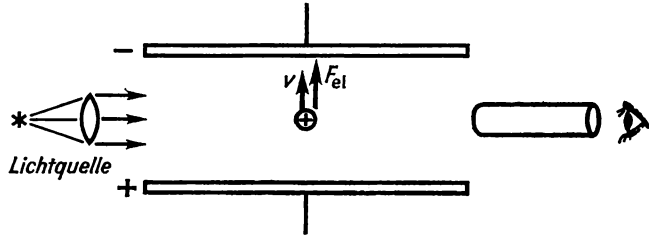


Bild 4.34 Schweberversuch

Bild 4.35 Prinzipielle Anordnung des MILLIKAN-Versuches

Die Seifenblase schwebt, wenn  
 $F_{el} + F_A = G$



achtet. Daraus lassen sich die elektrische Kraft  $F_{el} = Q'E$ , und somit, weil  $E = U/d$  bekannt ist, die Ladung  $Q'$ , die das Tröpfchen trägt, berechnen. Ergebnis:

Ladungen treten nur als ganzzahlige Vielfache einer Elementarladung

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As auf.}$$

Nie treten kleinere Ladungen als diese Elementarladung oder andere als ganzzahlige Vielfache davon auf! Wir dürfen annehmen, daß diese Elementarladung die Ladung des Elektrons ist.

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As} \quad \text{Elementarladung}$$

#### 4.4.3. Stoff im elektrischen Feld

Schieben wir eine Metallplatte ohne Berührung der Kondensatorplatten in das elektrische Feld, so sinkt die Spannung am Kondensator (Bild 4.36). Wiederholen wir den Versuch mit einem Isolator (Dielektrikum), z. B. einer Paraffinplatte, so zeigt sich der gleiche Effekt. Bei der Metallplatte erklären wir die Beobachtung durch die Influenz. Das Ersatzschaltbild für den Kondensator mit eingeschobener Metallplatte ist das zweier hintereinandergeschalteter Kondensatoren der Kapazitäten  $C_1$  und  $C_2$ . Da nun die Kapazitäten dieser Kondensatoren wegen  $d' < d$  größer sind, ist die Ersatzkapazität  $C' > C$ , also  $U' < U$ . Das analoge Verhalten der Isolatoren, bei denen die Ladungen nicht frei verschiebbar sind, wird ebenfalls durch einen Influenzvorgang erklärt. Die Moleküle der Isolatoren werden durch das elektrische Feld polarisiert, d. h., die Ladungsverschiebung erfolgt innerhalb jedes Moleküls (Bild 4.37). Somit wird das Anwachsen der Kapazität verständlich. An den Oberflächen des Isolators wirken die Ladungen von den polarisierten Molekülen genauso wie die freien Ladungen an den Metalloberflächen.

Für die quantitative Erfassung des Stoffeinflusses wird die *Dielektrizitätszahl*  $\epsilon_r$  definiert durch das Verhältnis der Kapazität des mit Stoff gefüllten Kondensators ( $C_m$ ) zu derjenigen des stofffreien Kondensators ( $C_0$ ):

$$\epsilon_r = \frac{C_m}{C_0} \quad (4.27)$$

$$[\epsilon_r] = 1$$



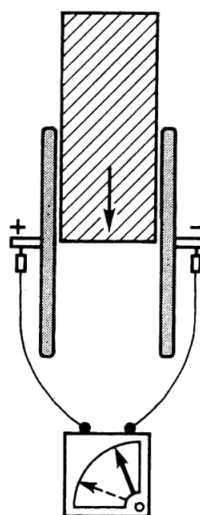


Bild 4.36

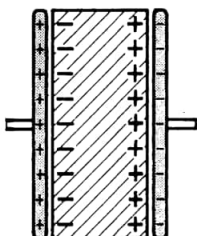


Bild 4.36 Eine Metallplatte im elektrischen Feld läßt die Spannung absinken

Bild 4.37

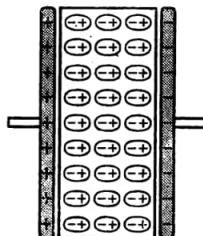


Bild 4.37 Polarisation des Dielektrikums

Bild 4.38

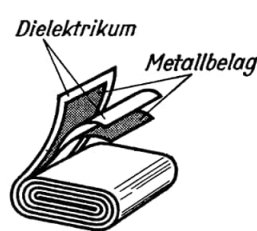


Bild 4.38 Gewickelter Kondensator

Mit dem Produkt aus Dielektrizitätszahl und Feldkonstante, der *Dielektrizitätskonstante*

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

folgt

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

**Kapazität eines mit Stoff gefüllten Plattenkondensators**

(4.28)

Wenn wir gleiche Spannungen voraussetzen, läßt sich in einem gefüllten Kondensator eine größere Ladungsmenge speichern als in einem leeren, weil die polarisierten Moleküle zusätzliche Ladungen auf den Kondensatorplatten festhalten. Man nennt den Quotienten aus der Ladung, die sich auf der Plattenoberfläche befindet, und der Plattenfläche

$$D = \frac{Q}{A}$$

**Verschiebungsdichte**

(4.29)



$$[D] = \frac{As}{m^2}$$

Die Verschiebungsdichte ist ebenfalls eine Feldgröße, deren Zusammenhang mit der Feldstärke  $E = U/d$  aus Gl. (4.28) hervorgeht:

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon \frac{A}{d} \rightarrow \frac{Q}{A} = \varepsilon \frac{U}{d}$$

Allgemein gilt die Vektorgleichung:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

(4.30)

In technischen Kondensatoren nutzt man die kapazitätssteigernde Wirkung der Isolierstoffe. Blockkondensatoren bestehen aus aufgewickelten Aluminiumfolien, die durch paraffiniertes Papier getrennt sind (Bild 4.38). Auch die Elektrolytkondensatoren bestehen aus Aluminiumfolien mit einer elektrochemisch erzeugten, sehr dünnen Oxidschicht auf einer Oberfläche. Deshalb muß bei solchen Kondensatoren auf genaue Polung geachtet werden.

#### Übung

- 4.10 Wie groß ist die Kapazität eines Plattenkondensators mit Glimmerfüllung ( $\epsilon_r = 6$ , Dicke 0,02 mm)? Der Durchmesser der kreisrunden Platten beträgt 10 cm.

### 4.5. Magnetismus

#### 4.5.1. Dauermagnet und Magnetfeld

Eisen, Nickel, Kobalt und einige Legierungen sind sogenannte *ferromagnetische Stoffe*. Sie können einen Zustand annehmen (aber auch wieder verlieren), in dem sie auf bestimmte andere Körper Kräfte ausüben. Zum experimentellen Nachweis magnetischer Kräfte benutzen wir eine Magnetnadel (Kompaßnadel). Der Pol der Kompaßnadel, der ungefähr in die geographische Nordrichtung zeigt, heißt *Nordpol* (Bild 4.39), entsprechend der nach Süden weisende *Südpol*. Mit zwei Kompaßnadeln, deren Polung bestimmt worden ist, weisen wir das Gesetz nach:

- Gleichnamige Pole stoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an.

In [4.4.2.1.] führten wir den elektrischen Feldbegriff ein. Entsprechend beschreiben wir magnetische Kraftwirkungen durch ein *magnetisches Feld*. Ähnlich wie wir in [4.4.2.1.] elektrische Feldlinien feststellten, so ermitteln wir hier die *magnetischen Feldlinien* mit einem *magnetischen Dipol*, der *Kompaßnadel* (Bild 4.40). Die Richtungsdefinition lautet:

- Die positive Feldrichtung ist die Richtung, in die der Nordpol einer Magnetnadel weist.

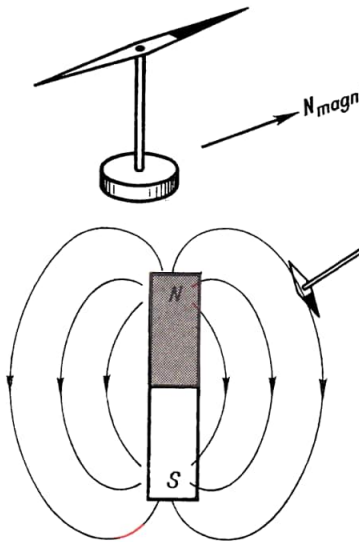
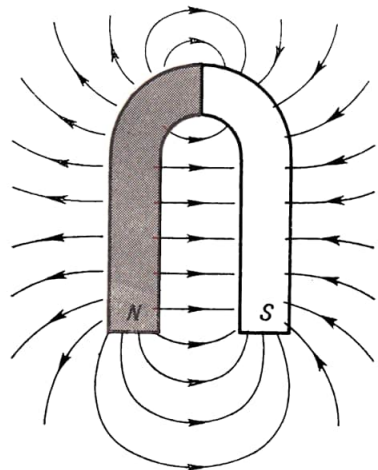


Bild 4.39 Magnetnadel

Bild 4.40 Magnetische Feldlinien



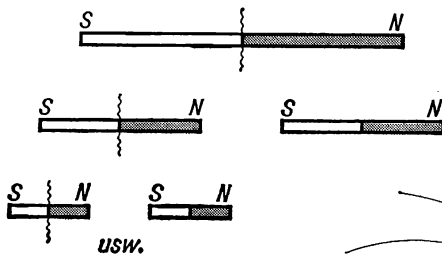
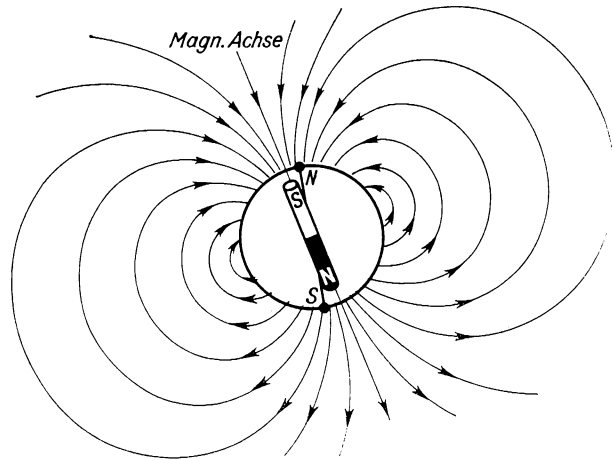


Bild 4.41 Jede Teilung eines magnetischen Dipols bildet zwei neue magnetische Dipole. Magnetische Pole können nicht isoliert werden

Bild 4.42 Magnetfeld der Erde. Durch Rotation um die Symmetrieachse muß man sich die Feldlinien räumlich vorstellen



Im Gegensatz zum elektrischen Dipol *können* beim magnetischen die beiden Pole, *Nordpol* und *Südpol*, *nicht voneinander getrennt werden*. Bei jeder Teilung eines Stabmagneten erhalten wir wieder neue Dipole (Bild 4.41). Auch die Erdkugel ist ein riesiger Dauermagnet (Bild 4.42).

Bei der Aufnahme des magnetischen Richtungsfeldes der Erde kann man natürlich nicht mit einer magnetischen Sonde die Kraftlinien befahren. Hier muß das Feld aus vielen einzelnen Richtungsmessungen von verschiedenen Orten der Erdoberfläche, vom Flugzeug und von künstlichen Erdsatelliten aus zusammengesetzt werden. Für die Messung auf der Erdoberfläche benutzt man eine Inklinationsnadel, einen magnetischen Dipol, der so drehbar gelagert ist, daß er nur die Richtung der Horizontalkomponente der magnetischen Kraft angibt.

#### 4.5.2. Elektrischer Strom und Magnetfeld

In [4.2.1.] haben wir bereits den OERSTED-Versuch (Bild 4.3) kennengelernt. Der elektrische Strom lenkt eine Magnetnadel ab, die sich in der Nähe des Stromes befindet. Mit unserer magnetischen Richtungssonde stellen wir Feldlinien fest, die den Strom in konzentrischen Kreisen umgeben (Bild 4.43). Der Zusammenhang zwischen Strom- und Feldrichtungen wird durch die sogenannte Schraubenzieherregel wiedergegeben:

■ Strom und Magnetfeld bilden eine Rechtsschraube.

Das soll heißen, daß positive Strom- und positive Magnetfeldrichtung untereinander genauso verknüpft sind wie die Eindring- und Drehrichtung einer Rechtsschraube.

Die magnetischen Wirkungen von Strömen lassen sich durch *Überlagerung* verstärken oder abschwächen. So können wir beispielsweise das magnetische Feld ganz aufheben durch zwei eng aneinanderliegende, aber isolierte Drähte, die entgegengesetzte Stromrichtungen haben. Eine starke Überlagerung gleichgerichteter Wirkungen erhalten wir in einer Spule. Bild 4.44 zeigt das magnetische Feld einer langen Spule im Schnitt. Es en-

spricht in der Form dem eines Stabmagneten. Im Spuleninneren ist das Feld homogen. Deshalb eignet sich das Feld einer langen Spule erstens zur Definition einer magnetischen Feldgröße und zweitens zur praktischen Messung derselben. Wir führen nun eine physikalische Größe ein, die die Stärke der Kraftwirkung, die das Feld auf eine Magnetnadel ausübt, kennzeichnet. Es soll demnach eine der elektrischen Feldstärke ( $E = F/Q'$ ) analoge Größe sein. Die Situation ist hier insofern anders, als es keine isolierten magnetischen Pole und damit keine Einzelkraft, sondern ein Drehmoment gibt. Das *Kraftmoment* des Feldes, das die Magnetnadel ausrichtet, wird zum Messen benutzt. Bild 4.45 stellt die Meßanordnung dar. Fließt zunächst kein Strom durch die Spule, wird die Magnetnadel quer zur Spulenlängsachse eingerichtet. Diese Nullstellung wird mit dem Zeigerhebel immer wieder hereingeholt, wenn nun durch verschieden starke Ströme Magnetfelder unterschiedlicher Stärke verursacht werden. An der Skale wird somit das Drehmoment  $M$  angezeigt, das das Feld der Nadel aufprägt. Eine Eichung der Skale ist nicht erforderlich. Wir lesen nur in Skalenteilen ab und stellen die Proportionalität  $M \sim I$  fest.

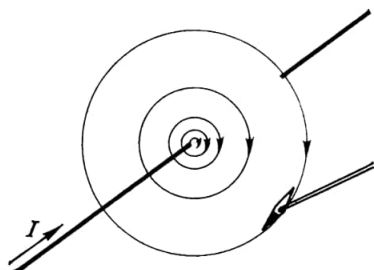
Ferner können wir durch Verwendung verschiedener Spulen die Proportionalität  $M \sim \frac{N}{l} = \frac{\text{Windungszahl}}{\text{Spulenlänge}}$  messen. Vom Spulenquerschnitt ist das Drehmoment jedoch unabhängig. Die Einflüsse, die von der stromdurchflossenen Spule stammen, führen zur Definition

$$H = \frac{NI}{l}$$

magnetische Feldstärke

(4.31)

$$[H] = \frac{[I]}{[l]} = \frac{\text{A}}{\text{m}}$$



Zur Erklärung der Zeichen  
⊙ und ⊗

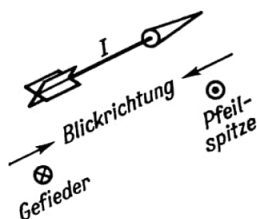


Bild 4.43 Der elektrische Strom wird von einem Magnetfeld umgeben, dessen Feldlinien konzentrische Kreise bilden

Bild 4.44  
Magnetisches  
Feld einer Spule

Die Eigenschaft der Kompaßnadel wird im *Kraftgesetz* durch das *magnetische Dipolmoment*  $m$  erfaßt:

$$M = mH \quad (4.32)$$

$$[m] = \frac{[M]}{[H]} = \frac{\text{Nm}^2}{\text{A}} = \text{Vsm}$$

Magnetische Feldstärken im Innern einer Spule werden nach Gl. (4.31) errechnet. Wollen wir eine beliebige Feldstärke, beispielsweise die eines Dauermagneten, ermitteln, können wir sie mit der Meßanordnung (Bild 4.45) experimentell bestimmen. Dazu benutzen wir ein Kompensationsverfahren. Wir richten die stromlose Spule zunächst in die Richtung der zu messenden Feldstärke aus und gleichen dann die Stromstärke so ab, daß die Feldstärke in der Spule der Meßgröße entgegengesetzt gleich ist. Folglich ist in diesem Falle das Spuleninnere feldfrei. Die Magnetnadel bleibt in jeder beliebigen Lage stehen. Mit dieser Methode bestimmen wir die Horizontalkomponente der magnetischen Feldstärke der Erde:  $H_h = 16 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ .

#### Lehrbeispiel

4.14

Eine stromdurchflossene Spule wirkt wie ein Stabmagnet. Wie hängt die Polung von der Stromrichtung ab?

In Bild 4.44 muß oben der Nordpol und unten der Südpol sein, weil der Nordpol der Magnetnadel zum Südpol weist. Blicken wir von außen auf die Spule in Richtung der Längsachse, so ergeben sich die Richtungsregeln:

Fließt der Strom im Uhrzeigersinn, so blickt man (von außen) auf einen Südpol, bei Gegenuhrzeigersinn entsprechend auf einen Nordpol (Bild 4.46).

Einprägsamer ist jedoch die Merkregel:

Feldstärke im Spuleninneren und Strom bilden eine Rechtsschraube.

In allen bisherigen Überlegungen und Berechnungen über den Elektromagnetismus haben wir den Einfluß, der von dem *im Feld vorhandenen Stoff* ausgeht, nicht beachtet. Strenggenommen gelten alle bisherigen Beobachtungen nur für das *Vakuum*. Für Luft

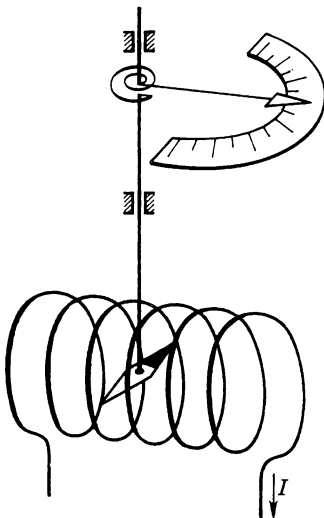
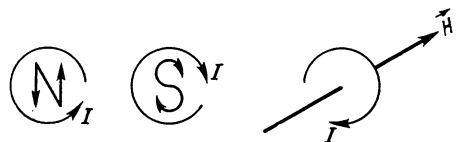


Bild 4.45 Anordnung für Feldstärkemessung

Bild 4.46 Richtungsregeln an einer stromdurchflossenen Spule



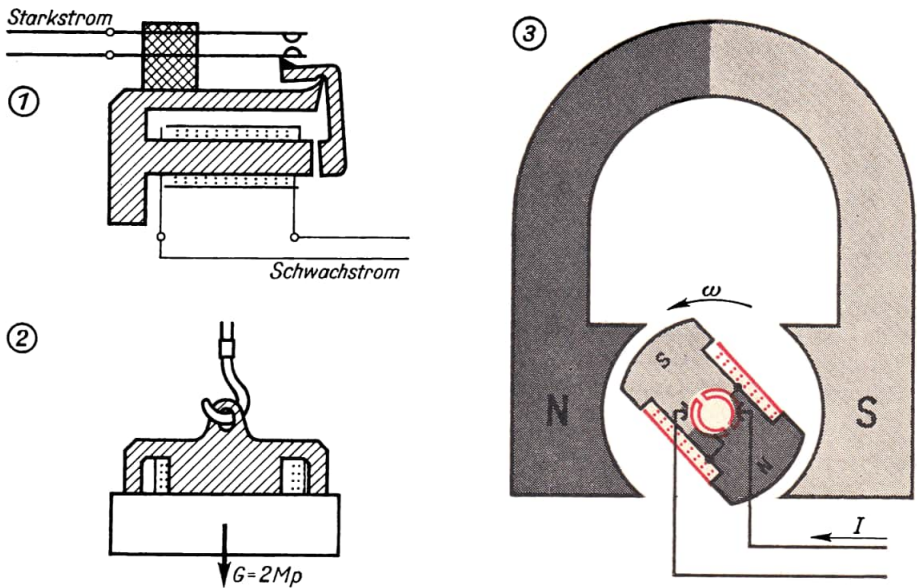


Bild 4.47 Einige Anwendungen des Elektromagneten.

1. Das Relais, das zum Ein- oder Ausschalten starker Ströme durch schwache Ströme dient, hilft Material sparen, weil die Schwachstromleitung nur kleine Drahtquerschnitte erfordert. Außerdem wird erhöhte Sicherheit gewonnen; 2. Lasthebemagnet; 3. Prinzip eines Gleichstrommotors (stark vereinfacht)

tritt eine kaum meßbare Abweichung auf. Sehr große Verstärkung der magnetischen Wirkung erzielt man, wenn man einen *Eisenkern* in das Spulenfeld steckt. Eine Spule mit Eisenkern heißt *Elektromagnet*. Er wird zu den verschiedensten technischen Anwendungen genutzt, z. B. als Schaltrelais (Bild 4.47.1) oder als Topfmagnet zum Heben schwerer Lasten (Bild 4.47.2). *Quantitativ* können wir den Stoffeinfluß erst in [4.6.6.] erfassen. Vorläufig genügt es zu wissen, daß die magnetische Kraftwirkung durch Eisen (und einige andere Stoffe) um mehrere Größenordnungen (bis zum Faktor  $10^6$ ) verstärkt werden kann.

#### Übungen

- 4.11 Eine Spule der Länge 12 cm enthält 1000 Windungen. Wie groß ist die Feldstärke im Innern der Spule, wenn die Stromstärke 250 mA beträgt?
- 4.12 Über die Spule der Übung 4.11 ist eine zweite Lage mit 500 Windungen (auf dieselbe Länge verteilt) gewickelt. Wie müssen Richtung und Stärke des zweiten Stromes gewählt werden, damit das Spuleninnere feldfrei ist?

#### 4.6. Induktionsvorgänge

Es bedeutet keine Schwierigkeit, mit unseren jetzigen Kenntnissen über den Elektromagnetismus einen *Elektromotor* zu konstruieren. Bild 4.47.3 zeigt das Prinzip. Eine Spule rotiert im Magnetfeld eines permanenten Hufeisenmagneten, weil der Kollektor immer im geeigneten Moment umpolt. So wirkt das erzeugte Kraftmoment stets im



gleichen Drehsinn. Elektrische Energie wird also in mechanische verwandelt. *Dieser Vorgang ist umkehrbar.* Treibt ein Drehmoment die Spule an, liefert der über den Kollektor abgenommene Strom elektrische Energie nach außen ab. Derselbe Apparat heißt nun *Generator*. Wir befassen uns in [4.6.1.] mit den Einzelheiten dieser Art der Spannungserzeugung.

#### 4.6.1. Grundlegende Experimente zur Induktion

Bewegen wir einen Dauermagneten in eine Spule hinein oder aus ihr heraus, so beobachten wir zwischen den Spulenenenden eine Spannung (Bild 4.48.1). Es wird eine *Spannung induziert*. Ohne quantitativ auszuwerten, stellen wir fest, daß die Spannung von der Geschwindigkeit des Magneten abhängig ist. Schnellere Bewegung *erzeugt* eine größere induzierte Spannung. Wir lassen nun den Magneten ruhen, bewegen die Spule und finden das gleiche Ergebnis. Es kommt also nur auf die *Relativbewegung* zwischen Magnet und Spule an. Der Dauermagnet wird jetzt durch eine stromführende Spule ersetzt. Wir bewegen die felderzeugende Spule (kurz *Feldspule* genannt) auf die Induktionsspule zu und beobachten wieder eine Induktionsspannung. Das mußten wir erwarten. Eine stromführende Spule wirkt ja nach außen wie ein Dauermagnet. Den Versuch wiederholen wir mit veränderter Stromstärke in der Feldspule. Je größer die Stromstärke ist, d. h., je stärker das erzeugte Magnetfeld ist, desto größer ist die induzierte Spannung. Wir ändern die Versuchsanordnung abermals ab (Bild 4.48.2). Beide Spulen ruhen. Es wird *nur* die Stromstärke der Feldspule geändert. Auch dabei wird eine Spannung induziert. Wir drehen die Induktionsspule um ihre Längsachse. Wieder wird ein Spannungstoß nachgewiesen. Schließlich verwenden wir noch als Induktionsspule eine „weiche“ Spule aus dünnem, isoliertem Draht, die wir mit den Fingern zusammendrücken können. Tun wir das, so messen wir eine Induktionsspannung. Wir haben acht verschiedene Versuchsanordnungen benutzt. In allen Versuchen steckt als gemeinsamer Kern das *Induktionsgesetz*.

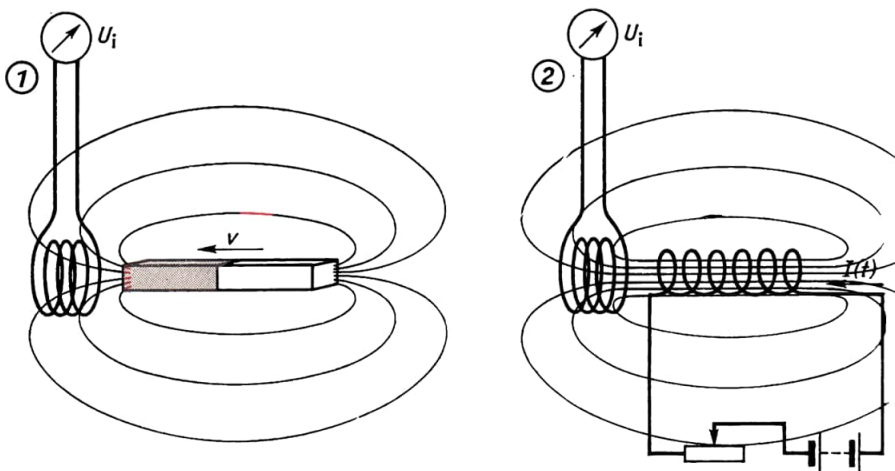
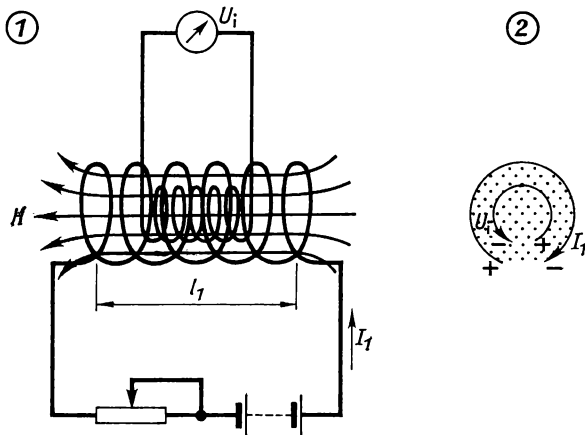


Bild 4.48 Erzeugung von Induktionsspannungen durch Bewegung eines Dauermagneten bzw. durch Stromstärkeänderung in der Feldspule

Bild 4.49 Meßanordnung zur quantitativen Prüfung des Induktionsgesetzes



#### 4.6.2. Induktionsgesetz

Allen acht von uns eben ausgeführten Experimenten ist gemeinsam, daß die magnetische Feldstärke in der Induktionsspule *zeitlich geändert* wird. An einem Spezialfall untersuchen wir die Zusammenhänge quantitativ. Anschließend verallgemeinern wir das Ergebnis so, daß alle Fälle, so unterschiedlich sie zunächst auch erscheinen, erfaßt werden. Bild 4.49 stellt die Meßanordnung dar. Eine große Spule erzeugt ein homogenes Magnetfeld der Feldstärke  $H_1 = \frac{N_1}{l_1} I_1$ . Wir lassen nun die Feldstärke linear mit der Zeit anwachsen, somit wächst auch  $H_1$  linear an. Das empfindliche Gerät zeigt während des gleichmäßigen Anwachsens eine konstante Spannung an. Je schneller wir die Feldstärke ändern, desto größer ist die induzierte Spannung  $U_1$ . Sie ist der Änderungsgeschwindigkeit der Feldstärke proportional:  $U_1 \sim \frac{\Delta H_1}{\Delta t}$ . Ferner ist sie der Windungszahl  $N_2$  der Induktionsspule proportional. Das war zu erwarten, denn wenn in einer Windung die Spannung  $U_1$  induziert wird, dann muß es bei  $N_2$  Windungen die  $N_2$ -fache Spannung  $N_2 U_1$  ergeben, weil die Windungen wie hintereinandergeschaltete Spannungsquellen wirken. Schließlich prüfen wir noch die Abhängigkeit der Induktionsspannung von der Fläche  $A_2$  ( $U_1 \sim A_2$ ), fassen zusammen und erhalten die erste Form des Induktionsgesetzes:

$$|U_1| = \mu_0 N_2 A_2 \frac{\Delta H}{\Delta t}$$

Die Proportionalitätskonstante  $\mu_0$  heißt *magnetische Feldkonstante*.

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \quad \text{magnetische Feldkonstante}$$

Wir prüfen nun die Richtung der Induktionsspannung. Sie ist gerade umgekehrt gepolt wie die nach der Schraubenzieherregel zwischen Feld  $H$  und Spannungsabfall der feld-erzeugenden Spule bestehende Richtungsbeziehung (Bild 4.49.2). Also müssen wir noch



ein Minuszeichen anbringen und erfassen damit die Richtungsbeziehung zwischen  $U_1$  und  $H$ :

$$U_1 = -\mu_0 N_2 A_2 \frac{\Delta H}{\Delta t} \quad (4.33)$$

Nun führen wir zwei neue Feldgrößen ein und werden dadurch zwei Vorteile gewinnen. Erstens nimmt das Induktionsgesetz eine einfachere Form an, und zweitens erfährt es eine weitere Verallgemeinerung.

Die *magnetische Induktion* ist das  $\mu_0$ -fache der magnetischen Feldstärke:

$$B = \mu_0 H \quad \text{magnetische Induktion} \quad (4.34)$$

$$[B] = [\mu_0] [H] = \frac{Vs}{Am} \frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} = T \quad (\text{Tesla})$$

Der *magnetische Fluß*  $\Phi$  wird definiert durch das Produkt aus einer Fläche und der Normalkomponente der magnetischen Induktion auf dieser Fläche (Bild 4.50):

$$\Phi = B_n A \quad \text{magnetischer Fluß} \quad (4.35)$$

$$[\Phi] = [B] [A] = \frac{Vs}{m^2} m^2 = Vs = Wb \quad (\text{Weber})$$

Hier ist ein Hinweis auf die Wahl des Namens „*Fluß*“ notwendig, der nicht wörtlich, sondern bildhaft verstanden werden muß. In Richtung der magnetischen Feldlinien „fließt“ in Wirklichkeit nichts. Aber es ist sehr zweckmäßig, sich irgend etwas in Feldrichtung Fließendes *vorzustellen*. In diesem Sinne wird beispielsweise die Redewendung „Die Fläche  $A$  wird vom Fluß  $\Phi$  durchsetzt“ verwendet, und man nennt  $B = \Phi/A$  die *Flußdichte*.

Das Induktionsgesetz lautet nun:

$$U_1 = -\mu_0 N_2 A_2 \frac{\Delta H}{\Delta t} = -N_2 \frac{\Delta(\mu_0 A_2 H)}{\Delta t}$$

$$U_1 = -N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \text{Induktionsgesetz} \quad (4.36)$$

Bei der zeitlichen Änderung des eine Spule durchsetzenden magnetischen Flusses wird in dieser Spule eine Urspannung induziert.

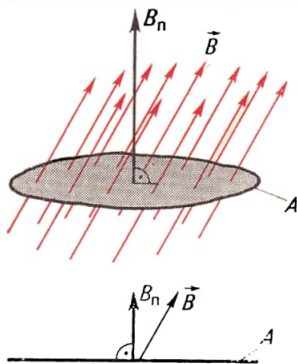


Bild 4.50 Magnetischer Fluß durch eine Fläche

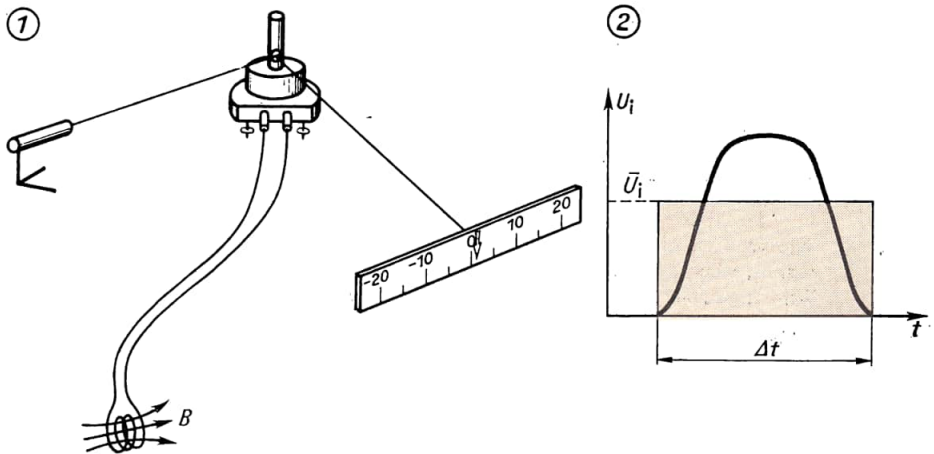


Bild 4.51 Anordnung zur Messung von Flußdichten. Die Skale des Spiegelgalvanometers wird direkt in Spannungsstößen geeicht, z. B. 1 Skalenteil  $\triangleq 10^{-3}$  Vs

Gleichung (4.36) drückt eine der wichtigsten Gesetzmäßigkeiten der gesamten Elektrophysik in sehr allgemeiner Form aus.

Die Ursache der Flußänderung spielt dabei keine Rolle und kann durch Bewegung der Induktionsspule bei ruhendem Feld, durch Bewegung des Feldes bei ruhender Spule, durch Verstärkung bzw. Schwächung des das magnetische Feld erzeugenden Stromes, durch Drehung der Spule bzw. des Feldes oder irgendwie anders erfolgen. Damit sind alle in [4.6.1.] erwähnten Versuche nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ erfaßt. Natürlich muß die Allgemeingültigkeit des Induktionsgesetzes für die verschiedenen Fälle experimentell bestätigt werden.

Bei der quantitativen Prüfung ist zu bedenken, daß im allgemeinen die Induktionsspannung  $U_i$  zeitlich nicht konstant ist. Eine über die Zeit  $\Delta t$  konstant bleibende Spannung  $U_i$  tritt ja nur bei linearer Änderung des magnetischen Flusses ein. Für die Messung der allgemeineren Fälle kann ein Galvanometer direkt auf *Spannungsstöße* geeicht werden (Bild 4.51). Die meßtechnischen Einzelheiten wollen wir hier nicht weiter verfolgen. Es handelt sich um eine experimentelle Mittelwertbildung. Man liest an der Skale den Wert  $|U_i \Delta t| = N_2 \Delta \Phi$  ab, wie es im Diagramm (Bild 4.51.2) dargestellt ist. Diese Anordnung eignet sich nicht nur für den experimentellen Beweis des Induktionsgesetzes, sondern auch zur Messung von Flußdichten.

### Lehrbeispiele

- 4.15 Zur Messung der Flußdichte im Luftspalt eines Elektromagneten werden ein auf Spannungsstöße (in  $10^{-3}$  Vs) geeichtes Galvanometer und eine kleine Induktionsspule ( $N_2 = 20$ ;  $A = 2,5 \text{ cm}^2$ ) verwendet (Bild 4.51). Die Spule wird rasch aus dem Feld herausgezogen. Das Galvanometer zeigt den Spannungsstoß  $6 \cdot 10^{-3}$  Vs an. Wie groß sind Flußdichte und Feldstärke?

Gegeben:  $|\bar{U}_i \Delta t| = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$

Gesucht:  $B, H$

$$N_2 = 20$$

$$A = 2,5 \text{ cm}^2$$

Das Induktionsgesetz führt uns zu dem Ansatz:

$$|\bar{U}_1 \Delta t| = N_2 \Delta \Phi = N_2 B A$$

$$B = \frac{|\bar{U}_1 \Delta t|}{N_2 \cdot A} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 2,5} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{cm}^2} = 1,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vs}}{\text{cm}^2} = 1,2 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \underline{\underline{1,2 \text{ T}}}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1,2 \text{ Vs} \cdot \text{Am}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{Vs}} = 0,95 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

- 4.16 Wie groß ist die induzierte Urspannung an einer Spule mit 50 Windungen und  $10 \text{ cm}^2$  Querschnitt, wenn sich die magnetische Feldstärke eines homogenen Feldes, das senkrecht auf der Windungsfläche steht, in  $0,1 \text{ s}$  linear von  $10^4 \text{ A/m}$  auf Null ändert?

Gegeben:  $N_2 = 50$ ;  $A_2 = 10 \text{ cm}^2$     Gesucht:  $U_1$

$$\Delta H = 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ s}$$

$$|U_1| = N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = N_2 \frac{\mu_0 A_2 \Delta H}{\Delta t} =$$

$$= 50 \cdot 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 10 \text{ cm}^2 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ V} = \underline{\underline{6,3 \text{ mV}}}$$

### Übung

- 4.13 Wie groß ist der Spannungsstoß  $|\bar{U}_1 \Delta t|$ , der beim ruckartigen Herausziehen einer Induktionsspule ( $N_2 = 100$ ;  $A_2 = 5 \text{ cm}^2$ ) aus dem Magnetfeld der Flußdichte  $0,1 \text{ T}$  entsteht? Die magnetischen Feldlinien standen am Anfang der Messung senkrecht auf der Windungsfläche.

### 4.6.3. Lenzsche Regel

Der Energiesatz gilt auch für elektrische Vorgänge. Elektrische Energie kann nicht erzeugt werden, ohne daß ein gleich großer Aufwand an Energie anderer Form verzehrt wird. Wäre es anders, so brauchten wir nicht kostspielige Großkraftwerke zu bauen, in denen mechanische Energie, Wärme- oder Kernenergie in elektrische verwandelt werden. Weil der Energiesatz gilt, können wir ohne weiteres voraussagen, wie der in Bild 4.52 dargestellte Versuch ablaufen muß. Ein schwingungsfähig aufgehängter Dauermagnet ist von einer Induktionsspule umgeben. Von Reibungsverlusten wollen wir absehen. Schwingt der Magnet, so wird in der Spule eine Induktionsspannung erzeugt. Weil sich die Richtung der Geschwindigkeit ständig ändert, wird auch die Spannung dauernd umgepolt. Unsere Versuchsanordnung ist also ein Wechselspannungsgenerator. Bleibt der Schalter zunächst geöffnet, so schwingt der Oszillator, als wäre die Spule nicht vorhanden. Zur Spannungserzeugung ist kein Energieaufwand erforderlich. Wenn wir nun an die Spule den äußeren Widerstand anschließen, so fließt ein Strom, der Wärme liefert. Es wird also elektrische Energie verbraucht. Woher stammt sie? Sie muß der mechanischen Energie des Oszillators entnommen worden sein. Tatsächlich beobachten wir, daß die Schwingung gedämpft wird, sobald wir den Strom einschalten. Wir können den Mechanismus der Dämpfung über einzelne Zeitabschnitte verfolgen und damit die Stromrichtung vorhersagen (Bild 4.52.2). Bewegt sich der Nordpol auf die Spule zu, so muß auf dieser Seite ebenfalls ein Nordpol entstehen, womit die Stromrichtung nach der in Bild 4.46 erkannten Regel festgelegt ist. Gegen die Abstoßungskraft ist mechanische Arbeit zu verrichten. Sie bildet das Äquivalent für die erzeugte elektrische Stromarbeit. Beim Herausziehen des Magneten muß dagegen eine Anziehungskraft überwunden werden. Folglich besteht jetzt auf dieser Seite ein Südpol, d. h. um-

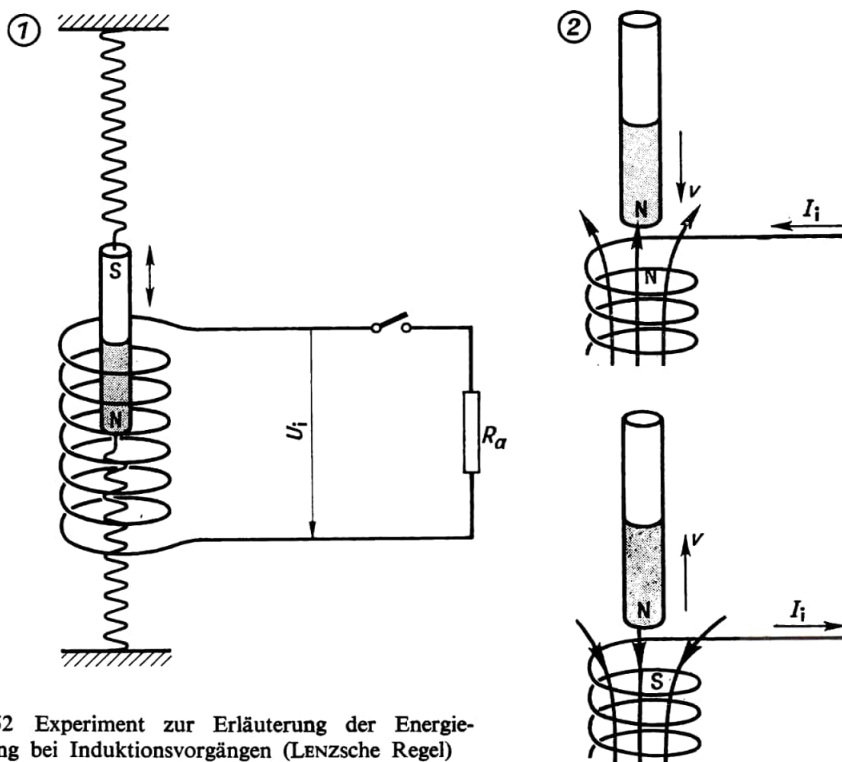


Bild 4.52 Experiment zur Erläuterung der Energieerhaltung bei Induktionsvorgängen (LENZsche Regel)

gekehrte Stromrichtung. Diese Gesetzmäßigkeit wurde von LENZ im Jahre 1834, also schon vor der Entdeckung des Energieprinzips, formuliert:

Die induzierten Ströme (Spannungen) sind stets so gerichtet, daß sie auf die Induktionsursache (Geschwindigkeit des Dauermagneten, Verstärkung der Feldstärke usw.) hemmend zurückwirken.

Aus der *LENZschen Regel* lassen sich alle praktisch wichtigen Richtungsbeziehungen herleiten.

Wir wollen das Bild 4.49 als Beispiel zur Anwendung dieser Regel betrachten. Die Stromstärke  $I_1$  in der Feldspule wächst, folglich wächst auch der Fluß durch die Induktionsspule. Nach der LENZschen Regel muß der Induktionsstrom  $I_2$  so gerichtet sein, daß er dem *Anwachsen* des Flusses entgegenwirkt, d. h., er muß in umgekehrter Richtung wie der Feldstrom fließen. In Bild 4.49.2 ist die induzierte Urspannung in dieser Richtung eingezeichnet. Sinkt die Stromstärke in der Feldspule, so wird der magnetische Fluß durch die Induktionsspule schwächer, und der induzierte Strom  $I_2$  wirkt diesmal dem *Absinken* des Flusses entgegen, indem er in der gleichen Richtung wie  $I_1$  fließt.

Bei dieser Betrachtung drängt sich die Frage auf: Wie wirkt die Änderung der Stromstärke auf die felderzeugende Spule zurück?

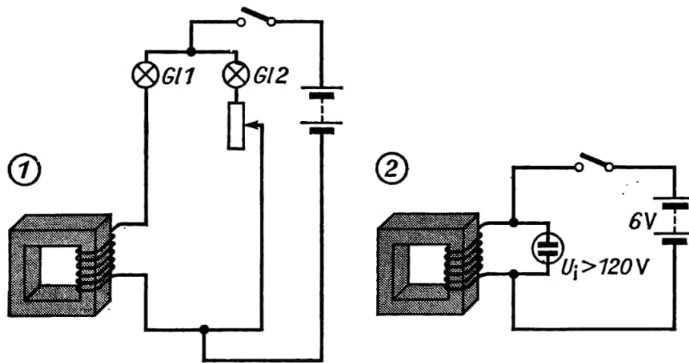


Bild 4.53  
Experimente zur  
Selbstinduktion

#### 4.6.4. Selbstinduktion

##### 4.6.4.1. Experimente zur Selbstinduktion

Wird die Stärke eines Stromes, der durch eine Spule fließt, *geändert*, tritt an derselben Spule eine *induzierte Spannung* auf. Dieser Effekt wird Selbstinduktion genannt. Er wird *qualitativ* durch zwei Experimente (Bild 4.53) gut sichtbar gemacht. In einem der beiden Parallelzweige befindet sich eine Spule mit vielen Windungen auf einem Eisenkern, im anderen ein Widerstand vom Betrag des Widerstandes der Spule. Nach dem Einschalten leuchtet die Glühlampe G1 später auf als die Glühlampe G1 2. Im zweiten Experiment (Bild 4.53.2) benutzen wir eine der Spule parallelgeschaltete Glimmlampe als Spannungsanzeiger. Die Glimmlampe zündet erst bei der Mindestspannung von 120 V. Ist der Schalter geschlossen, so fließt nur der Spulenstrom. Die Glimmlampe bleibt dunkel. Es liegen ja nur 6 V an ihren Elektroden. Beim Abschalten leuchtet die Lampe kurz auf und zeigt somit eine Induktionsspannung an, die größer als 120 V ist.

##### 4.6.4.2. Induktivität einer Spule

Quantitativ wird die Eigenschaft der Spule, bei Stromstärkeänderungen Induktionsspannungen zu erzeugen, durch die sogenannte *Induktivität*  $L$  (auch Selbstinduktionskoeffizient genannt) erfaßt. Sie wird folgendermaßen definiert:

$$U_i = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Definition der Induktivität

(4.37)

$$[L] = \frac{[U][t]}{[I]} = \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \text{H (Henry)}$$

$U_i$  ist die induzierte Gegenurspannung, die bei der Änderungsgeschwindigkeit der Stromstärke  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  auftritt.

#### Lehrbeispiel

4.17

Wie groß ist die Induktivität einer leeren Spule der Länge  $l$ , der Windungszahl  $N$  und der Querschnittsfläche  $A$ ?

Gegeben:  $I, N, A$ Gesucht:  $L$ 

Wir gehen vom Induktionsgesetz Gl. (4.36) aus, wobei wir im Gedankenexperiment die Stromstärke (und damit auch den magnetischen Fluß) linear von Null auf  $I$  anwachsen lassen.

$$U_1 = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}; \quad \Phi = BA = \mu_0 HA = \mu_0 \frac{N}{l} IA$$

$$\Delta \Phi = \mu_0 \frac{N}{l} A \Delta I$$

In (4.36) eingesetzt und verglichen mit (4.37), ergibt das:

$$U_1 = -\mu_0 \frac{N^2}{l} A \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$

**Induktivität einer leeren Spule****(4.38)**

Eisenkerne, ganz besonders geschlossene, erhöhen die Induktivität einer Spule um mehrere Zehnerpotenzen, was wir aber erst in [4.6.6.] näher betrachten werden.

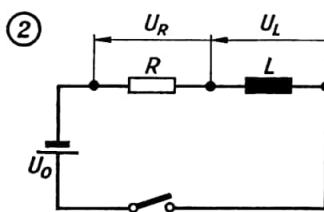
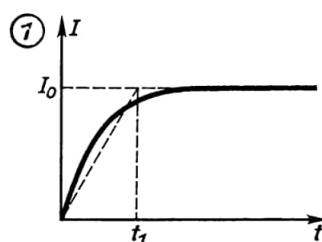
### Übungen

- 4.14** Eine leere Spule mit 1000 Windungen ist 12 cm lang und hat 10 cm<sup>2</sup> Querschnitt. Wie groß ist die Induktivität der Spule?
- 4.15** Der Stromfluß von 0,4 A durch eine Spule mit der Induktivität 0,02 H wird durch Öffnen eines Schalters unterbrochen. Wie groß ist der entsprechende Spannungstoß?
- 4.16** Beim Abschalten eines Gleichstromes der Stärke 4 A tritt an einer Spule mit der Induktivität 0,7 H für kurze Zeit die Spannung 280 V auf. Wie lange dauerte der Abschaltvorgang, der als zeitlich linearer Abfall anzusetzen ist?

### 4.6.4.3. Magnetische Energie

Bei der Verwendung einer sehr großen Spule mit vielen Windungen und möglichst kleinem Widerstand läßt sich die Zeit vom Einschalten bis zum Zustandekommen der endgültigen Gleichstromstärke auf viele Sekunden, ja *einige Minuten* ausdehnen. Das Diagramm (Bild 4.54.1) zeigt den zeitlichen Verlauf der Stromstärke nach dem Einschalten zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Die Stromstärke *kriecht* gewissermaßen an ihren Endwert heran. Wir wollen den Einschaltvorgang genauer untersuchen. In der Schaltenskizze (Bild 4.52.2) bedeutet  $R$  den gesamten Widerstand des Stromkreises,  $L$  die Induktivität der Spule und  $U_0$  die Urspannung der Gleichspannungsquelle. Im Moment des Schalterschließens liegt die gesamte Urspannung an der Spule, weil noch kein Strom fließt und somit kein Spannungsabfall  $IR$  auftritt. Mit dem Größerwerden der Stromstärke  $I$  wächst auch der Spannungsabfall  $U_R = IR$ , d. h.,  $U_L = U_0 - U_R$  wird kleiner, und das bedeutet nach Gl. (4.37), daß  $\Delta I/\Delta t$ , im Diagramm das Steigungsmaß der Kurve, kleiner werden muß. Nach entsprechend langer Zeit wird  $\Delta I/\Delta t = 0$ . Dann wirkt nur noch der Widerstand  $R$ , und es ist  $I_0 = U_0/R = \text{konst.}$  Wir ziehen nun die Energiebilanz dieses Einschaltvorganges. Das Diagramm vereinfachen wir zu diesem Zweck durch die gestrichelt gezeichnete Gerade. Die Stromstärke soll vom Zeitpunkt 0 bis zum Zeitpunkt  $t_1$  linear mit der Zeit



Bild 4.54  
Einschaltvorgang

ansteigen und konstant bleiben. Es gilt  $U_0 = IR + L \Delta I / \Delta t$ , oder mit  $I \Delta t$  durchmultipliziert:  $U_0 I \Delta t = I^2 R \Delta t + L I \Delta I$ .

$\Delta t$  soll nun den Zeitabschnitt von Null bis  $t_1$  erfassen, also ist  $\Delta t = t_1$ . Dann müssen wir für  $I$  den Mittelwert  $\bar{I}$  des gesamten Zeitabschnitts verwenden. Da  $I$  linear anwächst, ist  $\bar{I} = I_0/2$  und  $\Delta I = I_0$ . Folglich ist

$$\frac{1}{2} U_0 I_0 t_1 \approx \frac{1}{4} I_0^2 R t_1 + \frac{1}{2} L I_0^2.$$

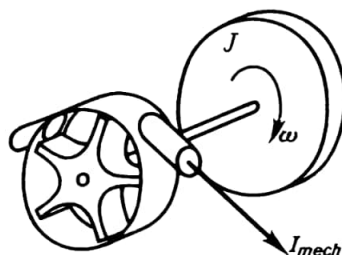
Auf der linken Seite steht die während des Einschaltvorganges der Spannungsquelle entnommene elektrische Energie  $W_{el}$ . Sie zerfällt in zwei Anteile: erstens in die im Stromkreis erzeugte Stromwärme  $Q \approx \frac{1}{4} I_0^2 R t_1$  und zweitens in die zum Aufbau des Magnetfeldes notwendige Energie

$$W_{\text{magn}} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Magnetische Energie einer stromführenden Spule (4.39)

Dieser Anteil ist nicht — wie die Stromwärme — verlorene Energie, sondern kann in elektrischer Form zurückgewonnen werden. Beispielsweise wird die magnetisch gespeicherte Energie beim Absinken der Stromstärke teilweise wieder frei. Sie verursacht ein „Nachhinken“ des Stromes bzw. den Öffnungsfunken am Schalter.

Wie wir in [4.4.1.4.] ein pneumatisches Analogiemodell für den *Kondensator* mit seiner Eigenschaft *Kapazität* fanden, so wollen wir auch für die *Spule* mit ihrer Eigenschaft *Induktivität* ein geeignetes Modell suchen, das die Eigenschaften des Originals möglichst gut widerspiegelt. Bild 4.55 stellt eine geeignete *Vorstellung* dar. Um Einzelheiten ihrer technischen Realisierung bemühen wir uns hier nicht. Auf der Achse einer Überdruckturbine steckt eine Schwungscheibe mit dem Trägheitsmoment  $J$ . Wir nehmen zunächst an, daß das Turbinenrad stillsteht. Jetzt wird „eingeschaltet“, d. h., von der einen Seite beginnt der Überdruck zu wirken. Die rotierenden Teile laufen wegen ihres Trägheitsmoments nicht sprunghaft an. Das Ingangkommen der Strömung

Bild 4.55 Pneumatisches Analogiemodell einer Spule. Die Darstellung ist als *Vorstellung* zu werten. In einer technischen Verwirklichung kann kein solches Flügelrad verwendet werden



entspricht vielmehr dem im Diagramm (Bild 4.54.1) gezeichneten Kurvenverlauf. Wir ersetzen nun nur die elektrische Stromstärke  $I$  durch die Gasstromstärke  $I_{\text{mech}}$ . Hat die Turbine ihre endgültige Drehfrequenz erreicht, so ist der Druckabfall zwischen Ein- und Ausgang Null. Von den Reibungsverlusten sehen wir dabei ab. Auch in energetischer Hinsicht spiegelt unser mechanisches Modell die elektrischen Tatbestände richtig wider. Die während des Anlaufens vom Strom verrichtete Beschleunigungsarbeit ist *reversibel* als kinetische Energie im Rotor gespeichert ( $W_k = \frac{1}{2} J \omega^2$ ). Sie wird beim Verringern der Stromstärke zurückgewonnen. Die Turbine läuft als *Pumpe* weiter. Die Induktivität der Spule entspricht im pneumatischen Modell dem Trägheitsmoment des Rotors.

Mitunter wird gesagt, der elektrische Strom habe Trägheit. Das sollte nicht mißverstanden werden. Die Masse des Elektronengases ist verschwindend klein. Die Verzögerungswirkung bei Stromstärkeänderungen liegt im Magnetfeld begründet, zu dessen Auf- und Abbau eine endliche Zeit verstreicht. Aus diesem Grunde verwenden wir für unsere Modellvorstellungen keinen Flüssigkeitsstrom (mit großer Masse), sondern Gas als strömendes Medium. Die Trägheitswirkung ist zum überwiegenden Teil in der Schwungscheibe zusammengefaßt. Auch unsere Modelle sind sogenannte *konzentrierte Schaltelemente* wie in der Elektrotechnik. Dabei darf nicht übersehen werden, daß die Eigenschaften Induktivität, Kapazität und Widerstand außer bei den entsprechenden Schaltelementen auch bei einer einfachen Leitung beachtet werden müssen. Eine solche Leitung hat ebenfalls einen Widerstand, eine Induktivität und eine Kapazität, wobei die beiden letztgenannten Eigenschaften nicht nur vom Stoff und den geometrischen Ausmaßen des Leiters, sondern auch von der Beschaffenheit der Umgebung abhängig sind.

### Übung

- 4.17 Wie groß ist die magnetische Feldenergie, die eine Spule mit 1000 Windungen bei der Stromstärke 2 A speichert? Die Länge der Spule beträgt 8 cm und der Querschnitt 10 cm<sup>2</sup>.

### 4.6.5. Kräfte im Magnetfeld

Wir führen mit der in Bild 4.56 dargestellten Anordnung ein Gedankenexperiment aus. Ein Leiterstück der Länge  $l$  wird schleifend mit der Geschwindigkeit  $v$  durch einen magnetischen Fluß konstanter Induktion  $B$  bewegt, deren Feldlinien senkrecht auf der Leiterebene stehen. Aus dem Induktionsgesetz errechnen wir die induzierte Spannung

$$U_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{\Delta(BA)}{\Delta t} = - B \frac{\Delta A}{\Delta t} = - B \frac{\Delta x}{\Delta t} l = - B v l. \quad (4.40)$$

Die Richtung der Spannung erhalten wir durch die LENZsche Regel: Die Ursache ist die Flußvergrößerung in der Schleife. Daraus könnten wir folgern: Der mögliche Induktionsstrom ist so gerichtet, daß er die Flußvergrößerung hemmt. Das bedeutet, der vom Induktionsstrom erzeugte magnetische Fluß  $\Delta \Phi$  muß dem ursprünglichen Fluß entgegengesetzt gerichtet sein. Diese bekannten Erscheinungen deuten wir aber nun anders:

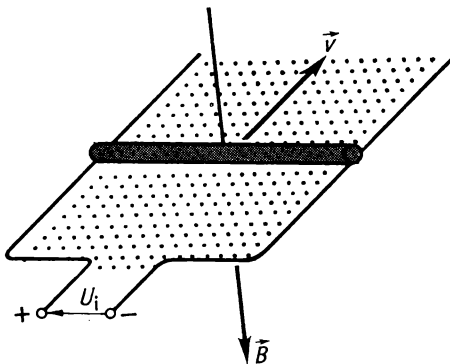


Bild 4.56 Induktion in einer Leiterschleife mit veränderlichem Querschnitt

Wir lassen die Drahtschleife weg und bewegen nur das Leiterstück der Länge  $l$  durch das Magnetfeld (Bild 4.57.1), dann muß die Spannung zwischen den Enden des Leiterstückes ebenfalls vorhanden sein. Der Draht ist das „Führungsrohr“ für bewegliche Ladungen. Deshalb erklären wir die Erzeugung der Ursprungsspannung durch Induktion nun als eine Kraftwirkung auf Ladungen:

● Auf eine durch ein Magnetfeld bewegte Ladung wird eine Kraft ausgeübt.

Der Richtungszusammenhang ergibt sich aus dem Bild 4.57.2. Die Kraft auf eine *positive* Ladung wird *positiv* gezählt. Die drei Vektoren  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{F}$  stehen aufeinander senkrecht und bilden in der Reihenfolge ein sogenanntes *Rechtssystem*. Das bedeutet:

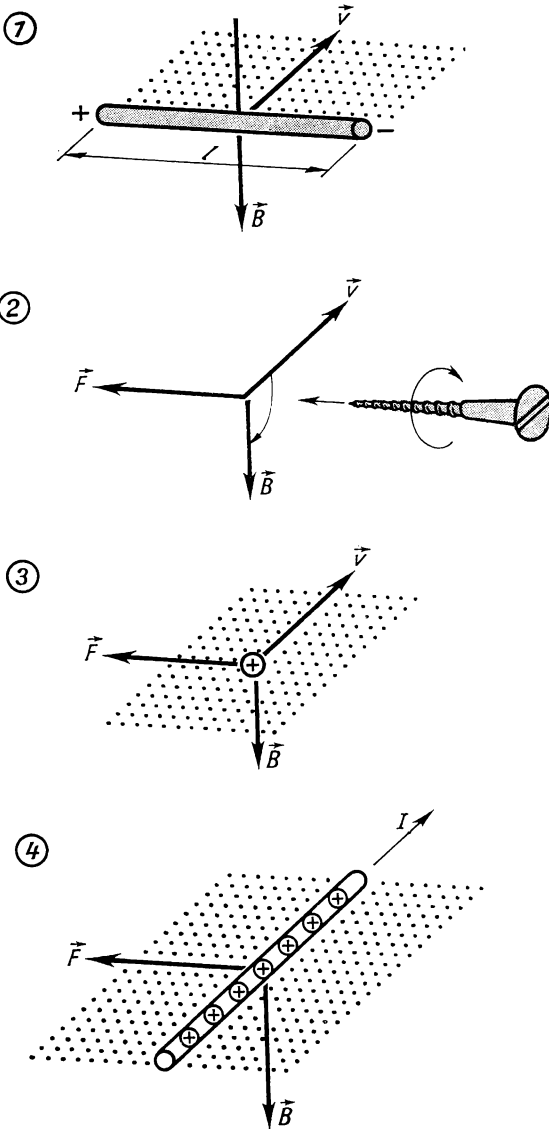


Bild 4.57 Abwandlung des Induktionsgesetzes

1. Bewegter Leiter im Magnetfeld
2. Richtungsregel  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{F}$  bilden ein Rechtssystem
3. Richtungsregel für bewegte positive Ladungen
4. Kraftwirkung auf ruhenden stromdurchflossenen Leiter

Wird der Vektorpfeil für  $\vec{v}$  auf dem kürzesten Wege in denjenigen für  $\vec{B}$  gedreht, so ist das der Drehsinn einer Rechtsschraube, die in  $\vec{F}$ -Richtung vorrückt.

Die Kraft  $\vec{F}$ , die auf eine Ladung  $Q$  ausgeübt wird, errechnen wir mit den beiden Gleichungen über die elektrische Feldstärke  $E = U/l$  (4.25) und  $E = F/Q$  (4.24), die wir in das Induktionsgesetz (4.40) einsetzen. Dadurch erhalten wir die beiden folgenden wichtigen Beziehungen:

Wird eine Ladung  $Q$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  durch ein Magnetfeld der Flußdichte  $\vec{B}$  bewegt, so entsteht die elektrische Feldstärke vom Betrag

$$E_1 = vB \quad (4.41)$$

( $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}_1$  bilden ein Rechtssystem.)

Der Betrag der Kraft auf die Ladung im Magnetfeld ist

$$F = QvB \quad \text{Kraft auf bewegte Ladung im Magnetfeld} \quad (4.42)$$

( $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{F}$  bilden ein Rechtssystem.)

Elektrischer Strom ist Ladungstransport:  $I = \Delta Q / \Delta t$ . Fließt ein Strom durch ein Magnetfeld, so muß aus Gl. (4.42) die Kraft auf ein Leiterstück der Länge  $\Delta x$  errechenbar sein. Wir denken uns in der Richtung der Geschwindigkeit  $v$  unserer bisherigen Auffassung den Stromfluß  $I$ . In Bild 4.57.4 ist das „Führungsrohr“ für  $I$  in  $x$ -Richtung dargestellt. Da nun nach Gl. (4.42) die bewegten Ladungen einer Ablenkkraft senkrecht zur Bewegungs- und magnetischen Feldrichtung ausgesetzt sind, drücken die Ladungen auf die „Wandung des Führungsrohres“. Somit wirkt eine Ablenkkraft auf das Drahtstück der Länge  $\Delta x$ . Wir haben nur noch  $v$  zu errechnen:  $v = \Delta x / \Delta t$ . Ist  $Q$  die in  $\Delta x$  enthaltene fließende Ladungsmenge, so gilt

$$Qv = Q \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} \Delta x = I \Delta x$$

und Gl. (4.42) lautet nun für die Kraft auf das Leiterstück der Länge  $\Delta x$ :

$$F = I \Delta x B \quad \text{Kraft auf stromführenden Leiter} \quad (4.43)$$

( $I$ ,  $\Delta x$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{F}$  bilden ein Rechtssystem.)

#### Lehrbeispiele

- 4.18 Wie groß ist die Kraft, die auf ein 4 cm langes Leiterstück wirkt, das den Strom der Stärke 10 A führt, wenn es senkrecht zu einem Magnetfeld der Flußdichte 0,5 Vs/m<sup>2</sup> steht?

Gegeben:  $\Delta x = 4 \text{ cm}$       Gesucht:  $F$

$$I = 10 \text{ A}$$

$$B = 0,5 \text{ Vs/m}^2$$

$$F = I \Delta x B = 10 \text{ A} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 0,5 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 0,20 \cdot \frac{\text{V As}}{\text{m}} = \underline{\underline{0,20 \text{ N}}} \approx \underline{\underline{20 \text{ p}}}$$

- 4.19 Wie groß ist das Drehmoment, das auf eine Spule mit 50 Windungen der Länge 6 cm und der Breite 4 cm im Feld mit der Flußdichte  $4,2 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/cm}^2$  ausgeübt wird, wenn die Spule von der Stromstärke 2 A durchflossen wird? (Bild 4.58)

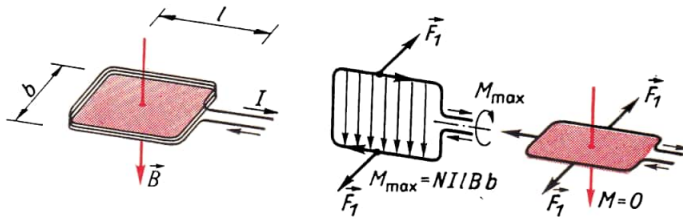


Bild 4.58 Drehmoment auf stromdurchflossene Spule im Magnetfeld, Grundprinzip des Drehspulinstruments

Das maximale Drehmoment tritt auf, wenn die Spulenflächennormale senkrecht zum Fluß-dichtevektor

$$M_{\max} = Fb; F = IlBN$$

$$M_{\max} = NblBI = 50 \cdot 24 \text{ cm}^2 \cdot 4,2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{cm}^2} \cdot 2 \text{ A} = 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ VAs} = \\ = 1,01 \cdot 10^{-2} \text{ Nm} = 1,01 \text{ Ncm} = \underline{\underline{103 \text{ pcm}}}$$

Hat sich die Spule um den Winkel  $\varphi$  gedreht, so ist zwar  $F$  noch genauso groß, aber der Abstand beträgt nur noch  $l' = l \cos \varphi$ . Bei  $\varphi = 90^\circ$  ist dann  $M = 0$ . Die Kräfte, die in dieser Stellung von den Seiten  $b$  der Spule ausgehen, liegen in Achsenrichtung, liefern also keinen Beitrag zum Drehmoment.

Das diesem Lehrbeispiel zugrunde liegende Prinzip einer im Magnetfeld drehbar angeordneten Spule, auf die der Strom ein Drehmoment aufträgt, wird technisch vielseitig genutzt. Im Drehspulgalvanometer dient das der Stromstärke proportionale Drehmoment zu ihrer Messung, während es im Elektromotor den Kraftantrieb liefert. Damit der Motor immer ein gleichsinnig gerichtetes Drehmoment abgibt, wird die Stromrichtung in der Spule durch einen Kollektor umgepolt.

#### Lehrbeispiel

4.20

Ein flächenhafter Leiter, der den Strom der Stärke  $I$  führt, wird senkrecht von einem homogenen magnetischen Fluß (Bild 4.59.1) durchsetzt. Das an die Seiten des Leiters angeschlossene empfindliche Elektrometer zeigt eine Spannung an (HALL-Effekt). Wie ist deren Zustandekommen zu erklären?

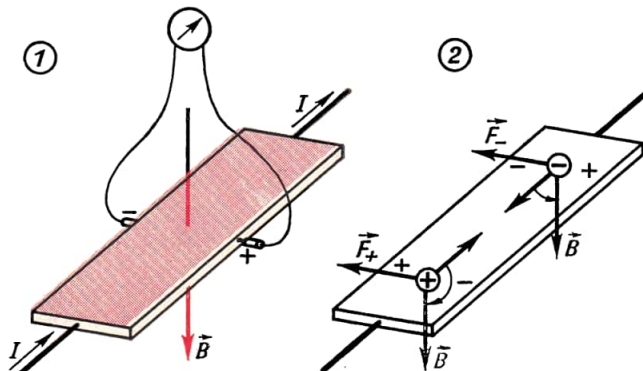


Bild 4.59 HALL-Effekt:  
1. Meßanordnung  
2. Die Messung entscheidet, ob der elektrische Strom überwiegend durch positive oder negative Träger gebildet wird

Der elektrische Strom in metallischen Leitern ist Elektronentransport. Nach Gl. (4.42) wirkt auf eine bewegte Ladung eine elektromagnetische Querkraft  $\vec{F}$  (Bild 4.59.2). Bestünde der elektrische Strom aus einem Transport positiver Ladungen, wäre die Spannung gerade umgekehrt gepolt.

Durch die Richtung der HALL-Spannung kann festgestellt werden, ob der elektrische Strom durch die Bewegung positiver Ladungen (in konventioneller Richtung) oder negativer Ladungen (in umgekehrter Richtung) zustande kommt.

In der Halbleiter-Physik [4.7.4.2.] spielt aus diesem Grunde der HALL-Effekt eine große Rolle.

### Übung

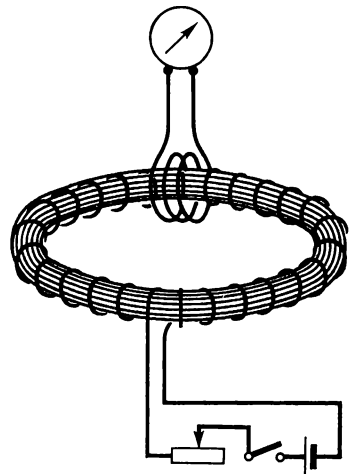
- 4.18** Eine kreisrunde Windung mit dem Durchmesser 4 cm, die den Strom 3 A führt, befindet sich in einem Magnetfeld der Flußdichte  $B = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Vs/cm}^2$ . Flächennormale und  $B$ -Linien laufen parallel. Wie wird die Windung durch die magnetischen Kräfte beansprucht?

### 4.6.6. Stoff im Magnetfeld

Zur quantitativen Erfassung des Stoffeinflusses auf die magnetischen Wirkungen eignet sich die Meßanordnung nach Bild 4.60. Eine Ringspule, von der keine Kraftlinien in den Außenraum gestreut werden, wird mit verschiedenen Stoffen ausgefüllt. Wir messen nun bei jeweils gleichen Feldstromstärken die Spannungsstöße in der Induktionsspule, wenn die Spule erstens *stofffrei* und zweitens mit einem *Stoff* ausgefüllt ist. Die Stoffe verhalten sich sehr unterschiedlich. Der größte Teil zeigt kaum abweichende Induktionsspannungsstöße, während andere, vor allem Eisen, Nickel und Kobalt, eine oft tausendfach vergrößerte Induktionswirkung aufweisen. Die verstärkende (bzw. schwächende) Einwirkung, die durch die Anwesenheit des Stoffes erzeugt wird, erfaßt man durch die Definition der *Permeabilitätszahl*  $\mu_r$ :

$$\mu_r = \frac{\text{Spannungsstoß durch die mit Stoff gefüllte Ringspule}}{\text{Spannungsstoß durch die stofffreie Ringspule}}$$

Bild 4.60 Anordnung zur Messung der Permeabilitätszahl eines Stoffes



Weil nach dem Induktionsgesetz (4.36) der Spannungsstoß der Flußdichte proportional ist,  $U_i \Delta t = -N_2 \Delta B$ , gilt für  $\mu_r$  auch

$$\mu_r = \frac{B_m}{B_0} \quad (4.44)$$

$$[\mu_r] = 1.$$

Dabei sind unter  $B_m$  die Flußdichte in der mit Stoff gefüllten Ringspule und unter  $B_0$  diejenige in der *stofffreien* Spule zu verstehen. Um die feldverstärkende Wirkung des Stoffes quantitativ fassen zu können, ist festgelegt worden, daß die Feldstärke  $H$  in einer vollständig mit Stoff gefüllten Ringspule denselben Wert wie im Vakuum behalten soll. Es gilt also  $H = \frac{N}{l} I = \frac{N}{\pi D} I$ . Natürlich muß die Voraussetzung erfüllt sein,

daß der Stoffquerschnitt  $d$  sehr klein gegen den Ringdurchmesser  $D$  ist, da ja die eben benutzte Gleichung für gerade Spulen definiert wurde. Weil nun der  $\mu_r$ -fache Spannungsstoß gemessen wird und die Gleichungen (4.44) und im Vakuum (4.34) gelten, erhalten wir mit der Permeabilität

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad (4.44')$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$(4.45)$$

Diese Gleichung enthält die bisherigen Definitionen und Gesetze als Sonderfälle, wenn die Permeabilitätszahl des Vakuums  $\mu_r = 1$  und damit nach Gleichung (4.44')  $\mu = \mu_0$  gesetzt wird.

Während beim überwiegenden Teil aller Stoffe die Permeabilitätszahl kaum von  $\mu_r = 1$  abweicht, treten bei den ferromagnetischen Stoffen Werte von  $10^3$  bis  $10^6$  auf. Eisen ist der technisch wichtigste Vertreter dieser Stoffgruppe. Es wird als Kern für Elektromagnete, Transformatoren und elektrische Maschinen verwandt. Bild 4.61 zeigt anschaulich, wie wir uns den feldverstärkenden Stoffeinfluß vorstellen müssen. Im nach außen unmagnetisch erscheinenden Zustand sind bereits mikroskopisch kleine Bezirke des Kristalles magnetisch. Da die Richtungen dieser kleinen Magnete völlig regellos liegen, heben sich nach außen hin die Wirkungen auf. Ein von außen wirksam werdendes magnetisches Feld richtet die Bezirke einheitlich aus (Bild 4.61.2). Der Stoß wirkt nun wie ein Dauermagnet, dessen Feld sich dem elektrisch erzeugten überlagert.

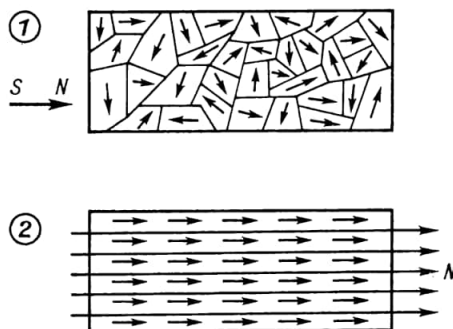


Bild 4.61 Der Ferromagnetismus ist eine Kristalleigenschaft

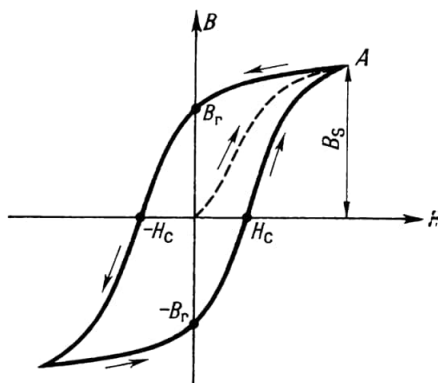


Bild 4.62 Hysteresisschleife

Die Permeabilität ist *nicht* unabhängig von der Feldstärke  $H$ . Das war zu erwarten, denn mit der Größe der äußeren Feldstärke nimmt die Zahl der ausgerichteten magnetischen Bezirke zu. Schließlich wird eine Flußdichte  $B_s$ , der sogenannte *Sättigungswert* der Flußdichte, erreicht, bei dem alle Kristallbereiche ausgerichtet sind. Die vom Eisen erzeugte Flußdichte, die Magnetisierung, bleibt dann konstant, nur der elektrisch erzeugte Anteil wächst linear bei weiterer Verstärkung von  $H$ . Der Vorgang wird dadurch noch schwieriger, daß nicht einer bestimmten Feldstärke  $H$  immer die gleiche Induktion  $B$  eindeutig zugeordnet ist. Durch *magnetische Nachwirkung* (*Hysteresis*) hängt der Momentanwert der Flußdichte auch von dem vorangegangenen Wert (von der Vorgeschichte) ab. Das ist verständlich, denn es ist nicht zu erwarten, daß mit dem Zurückgehen der Feldstärke alle Kristallbereiche wieder in denselben ungeordneten Zustand zurückspringen, den sie vor der Magnetisierung hatten. Das Diagramm Bild 4.62, die Hysteresisschleife, stellt die Zusammenhänge dar. Den gestrichelt gezeichneten Kurventeil, die *Neukurve*, messen wir, wenn wir vom magnetischen Zustand des Stoffes ausgehen. Im Punkt  $A$  ist die Sättigung erreicht. Wird nun die Feldstärke auf Null vermindert, so hat die Flußdichte noch den Wert  $B_r$ , *Remanenz* genannt. Es muß die umgekehrt gerichtete *Koerzitivfeldstärke*  $-H_c$  aufgebracht werden, um die Induktion zum Verschwinden zu bringen. Bei weiterer Erhöhung der Feldstärke  $H$  in dieser Richtung wird wieder ein Sättigungswert  $-B_s$  erreicht. Dann wiederholt sich derselbe Vorgang sinngemäß über den unteren Kurvenverlauf.

Die einzelnen Eisensorten haben unterschiedliche Hysteresiskurven. Je nach der technischen Verwendung werden an die magnetischen Eigenschaften des Eisens andere Anforderungen gestellt. Der Stahl für Dauermagnete muß möglichst hohe Remanenz und Koerzitivfeldstärke haben, während beim Elektromagnetmaterial jene Werte nur niedrig bleiben dürfen. Das ist deshalb so wichtig, weil bei dauernden Ummagnetisierungen, z. B. in Transformatoren, bei hoher Remanenz zuviel elektrische Energie verbraucht wird, was sich in der Erwärmung des Eisenkerns äußert (Eisenverluste).

## 4.7. Leitungsvorgänge

Die Deutung der bisher beschriebenen Experimente führt zu dem Ergebnis, daß der elektrische Strom in Metallen mit dem „Hindurchdrücken“ des Elektronengases durch das Kristallgitter erklärbar ist. Der Draht wirkt dabei als „Führungsrohr“ dieser Strömung. Elektrizitätsmenge läßt sich auch durch Flüssigkeiten, Gase, ja durch das Vakuum transportieren. Eine Sonderstellung in den elektrischen Strömungen nehmen die technisch so wichtig gewordenen Halbleiter ein. Die Untersuchungen der verschiedenen Leitungsvorgänge werden die Vorstellung von dem Elektronengas wesentlich vertiefen.

### 4.7.1. Strom im Vakuum

#### 4.7.1.1. Glühemission von Elektronen

Eine in eine gewöhnliche Glühlampe (Bild 4.63) eingeschmolzene Elektrode entlädt ein *positiv* geladenes Elektroskop, wenn die Heizwendel glüht. Dieser Versuch ist *nicht umkehrbar*, d. h., die Entladung läßt sich nicht bei vorheriger negativer Aufladung des Elektroskops erreichen. Wir deuten die Beobachtungen so, daß das Elektronengas bei entsprechend hohen Temperaturen aus Metalloberflächen „herausgedampft“ werden kann. Dieser Vorgang wird *Glühemission von Elektronen* genannt. Die Versuchsanordnung wandeln wir ab, indem wir an die Platte eine positive Spannung gegenüber dem Heizfaden legen (Bild 4.64). Der Strommesser zeigt eine um so höhere Stromstärke an, je höher die *Saugspannung* zwischen Platte und Heizfaden gewählt wird. *Bei umgekehrter*



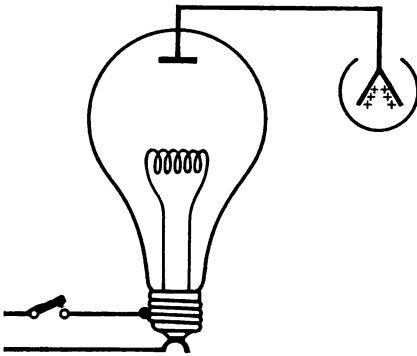


Bild 4.63 Versuch zur Glühemission

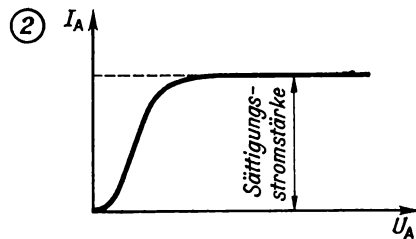
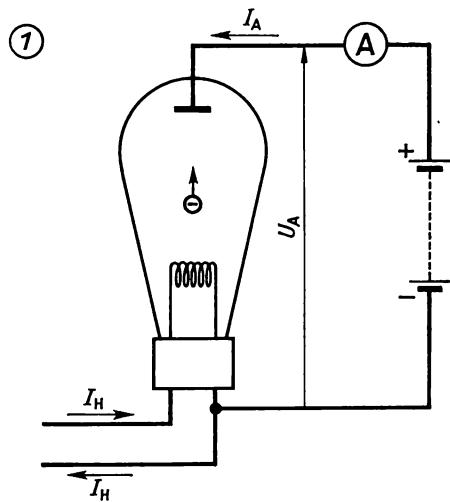


Bild 4.64 Glühdiode  
 1. Schematische Darstellung  
 2.  $I_A$ ,  $U_A$ -Diagramm

*Polung fließt kein Strom.* Das Elektronengas strömt also durch den leeren Raum, wenn man an die Platte, *Anode* genannt, eine positive Spannung, bezogen auf den Glühfaden, die *Katode* legt.  $I$  heißt dann Anodenstrom. Die Anodenstromstärke läßt sich durch die Erhöhung der Anodenspannung nicht beliebig steigern. Es stellt sich ein *Sättigungswert der Stromstärke* ein (Bild 4.64.2), der dann erreicht wird, wenn alle aus der Glühkatode emittierten Elektronen „abgesaugt“ werden.

#### 4.7.1.2. Elektronenröhren

Die aus Glühkatode und Anode bestehende Zweipolröhre, die *Glühdiode*, wird als Gleichrichterröhre in der Elektronik vielseitig eingesetzt. Weil sie den Strom nur in einer Richtung durchläßt, wirkt sie wie ein Ventil. Bild 4.65 stellt als Beispiel die Gleichrichtung von Wechselstrom dar.

Bei der *Triode* befindet sich zwischen Katode und Anode noch ein *Gitter*, das seinen Namen der Ausführung als Drahtnetz verdankt (Bild 4.66.1). Durch die Spannung zwischen Gitter und Katode, die Gitterspannung  $U_G$ , läßt sich der Anodenstrom weitgehend beeinflussen oder *steuern*. Durch eine entsprechend hohe negative Gitterspannung kann er auch ganz gesperrt werden. Die Sperrspannung ist von der Anodenspannung abhängig, denn ihre Saugwirkung kann durch das Gitter „hindurchgreifen“. Die Triode wirkt also wie ein *Relais*, das leistungs- und trägheitslos gesteuert werden kann. In dieser Wirkungsweise wird die Röhre für die industrielle Elektronik, z. B. in Rechenautomaten, verwendet. Außerdem spielt sie bei der Erzeugung ungedämpfter elektrischer Schwin-

Bild 4.65 Einfachste Gleichrichterschaltung mit einer Glühdiode (mit indirekter Heizung)

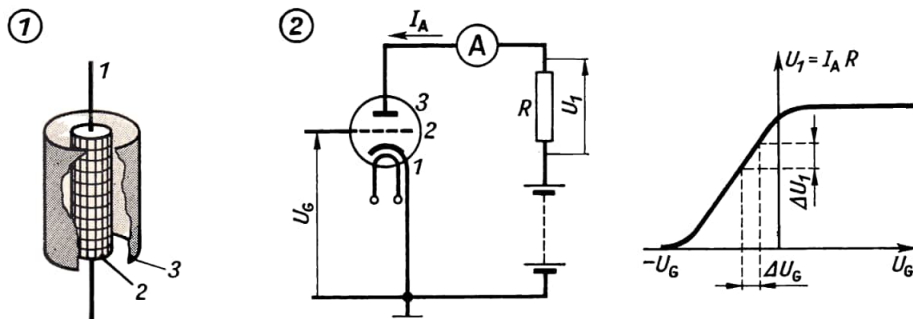
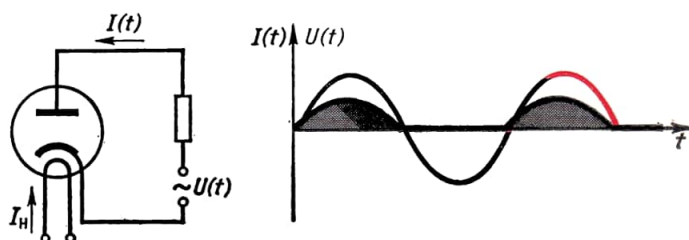


Bild 4.66 Elektronenröhre 1. Katode (1), Gitter (2) und Anode (3) einer Triode sind in konzentrischen Zylindern angeordnet 2. Verstärkerschaltung mit einer Triode. Eine kleine Gitterspannungsschwankung ( $\Delta U_G$ ) führt zu einer wesentlichen Änderung des Spannungsabfalls ( $\Delta U_1$ ) über dem Anodenwiderstand  $R$

gungen und der Verstärkung sehr schwacher Leistungen eine große Rolle [4.9.3.]. Auf weitere Anwendungen sowie auf die Mehrgitterröhren kann in diesem Rahmen nicht eingegangen werden.

#### 4.7.1.3. Braunsche Röhre

In Bild 4.67 ist das Wirkungsprinzip einer *BRAUNschen Röhre* dargestellt. Aus der Glühkatode  $K$  wird das Elektronengas wie bei einer Elektronenröhre herausgedampft und durch die Spannung  $U_b$  zur Anode  $A$  beschleunigt. In dieser befindet sich ein Loch, durch das die Elektronen wegen ihrer Trägheit als Elektronenstrahl, auch *Katodenstrahl* genannt, weiterfliegen. Eine quer zur Flugrichtung liegende Spannung  $U_q$  lenkt den Strahl seitlich ab. Am Schirm erzeugt der aufprallende Strahl einen Leuchtpunkt. Die Ablenkung kann nach Gl. (4.42) auch durch ein Magnetfeld erfolgen.

Durch kombinierte elektrische und magnetische Ablenkung bestimmt man die spezifische Ladung des Elektrons  $e/m_e$ . Genaue Messungen ergeben den Wert

$$\frac{e}{m_e} = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{As}}{\text{kg}}.$$

Da wir die Größe der Elementarladung aus dem MILLIKAN-Versuch kennen:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ , erhalten wir die Masse des Elektrons:

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

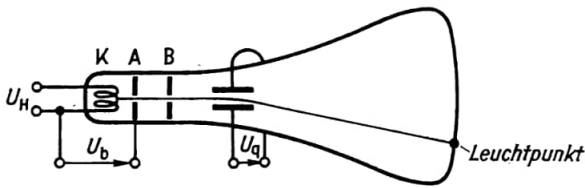


Bild 4.67 BRAUNsche Röhre

**Lehrbeispiel**

4.21

Die Beschleunigungsspannung in einer BRAUNschen Röhre hat den Wert 600 V. Der Abstand Katode–Anode beträgt 1,5 cm. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Elektronen an der Anode? Die Anfangsgeschwindigkeit an der Katode soll vernachlässigbar klein sein.

Die kinetische Energie  $\frac{1}{2}mv^2$  ist der Beschleunigungsarbeit der elektrischen Kraft  $F_{e1} = eE = eU/l_1$  gleich:

$$\frac{m}{2} v^2 = e \frac{U}{l_1} l_1; \quad v = \sqrt{\frac{e}{m_e} 2U}$$

$$v = \sqrt{1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{As}}{\text{kg}} 2 \cdot 600\text{V}} = \sqrt{2,11 \cdot 10^{14} \frac{\text{Ws}}{\text{kg}}} = \underline{\underline{1,45 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

Das Ergebnis demonstriert deutlich, wie klein die Masse eines Elektrons ist, da es so schnell auf enorm große Geschwindigkeiten beschleunigt werden kann. Hier ist eine wichtige Bemerkung zu beachten. Nach der EINSTEINSchen Relativitätstheorie gilt das NEWTONSche Grundgesetz nur näherungsweise für Geschwindigkeiten, die klein gegen die Lichtgeschwindigkeit  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  sind. Bei großen Geschwindigkeiten muß mit einer vergrößerten Masse, d. h. größerer Trägheit, gerechnet werden:



Bild 4.68 Kathodenstrahloszilloskop

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (4.46)$$

$m_0$  heißt Ruhmasse. Für das Elektron ist der Wert  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg die Ruhmasse. Die Beziehung (4.46) für die Massezunahme bei schnell bewegten Teilchen, die EINSTEIN durch theoretische Ansätze gefunden hat, ist durch Ablenkversuche an sehr schnellen Elektronen in überzeugender Weise bestätigt worden.

### Lehrbeispiel

- 4.22 Wie groß ist die relativistische Massezunahme der Elektronen für die in Lehrbeispiel 4.21 auftretende Geschwindigkeit?

Gegeben:  $v = 1,45 \cdot 10^7$  m/s    Gesucht:  $\Delta m$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\frac{v}{c} = 0,05; \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - 0,05^2}} = 1,001 m_0$$

Die Massezunahme beträgt also ungefähr 0,1% und ist deshalb bei dieser Geschwindigkeit zu vernachlässigen. Die BRAUNSCHE Röhre bildet den wesentlichen Kern des Katodenstrahloszillografen, der zum Aufnehmen schnell schwingender Spannungen ein unentbehrliches Meßinstrument geworden ist [2.5.1.3.]. Bei diesem Gerät gibt es zwei Ablenkssysteme: ein vertikales für die Meßspannung und ein horizontales (die Zeitablenkung) für das Nebeneinanderschreiben der Momentanwerte (Bild 4.68). Die Bildröhre des Fernsehempfängers ist eine *zeilenschreibende* BRAUNSCHE Röhre, die mittels Intensitätsschwankungen des Elektronenstrahls den Bildeindruck entstehen läßt.

### Übung

- 4.19 Ein Elektronenstrahl wird mit der Geschwindigkeit  $v = 1,45 \cdot 10^7$  m/s in ein Magnetfeld senkrecht zu den Feldlinien der Stärke  $H = 24$  A/cm eingeschossen. Welche Bahn beschreiben die Elektronen?

## 4.7.2. Stromleitung in Gasen

### 4.7.2.1. Unselbständige Entladung

In [4.7.1.] haben wir das Vorhandensein von Gasresten im Hochvakuum (etwa  $10^{-6}$  Torr) negiert, obwohl je Kubikzentimeter noch rund  $3 \cdot 10^{10}$  Moleküle enthalten sind! Weil aber die mittlere Weglänge bei  $10^{-6}$  Torr ungefähr 100 m beträgt, ist es sehr unwahrscheinlich, daß die Elektronen auf ihrer relativ kurzen Bahn von der Katode zur Anode mit den Molekülen des Gasrestes zusammenstoßen. Aus diesem Grunde kann von deren Existenz abgesehen werden. Bei Atmosphärendruck hat die mittlere freie Weglänge einen um viele Größenordnungen kleineren Wert: rund  $10^{-4}$  mm. Deshalb erlangen die Zusammenstöße der Elektronen mit den Molekülen oder Ionen unter normalen oder verminderten Drücken große Bedeutung.

Trockene Luft ist ein vorzüglicher Isolator. Ein Plattenkondensator hält lange seine Ladung und damit seine Spannung, wie mit dem Elektroskop nachgewiesen werden kann. Luft und andere Gase können durch äußere Einflüsse leitend werden. In Bild 4.69 sind dazu drei Möglichkeiten dargestellt. Eine *Kerzenflamme*, *Röntgenstrahlen* oder *radioaktive Strahlung* führen zur Entladung des Kondensators. Die Anzeige des Elektroskops geht sofort auf Null zurück, wenn die genannten Ursachen wirksam werden. Zur Erklärung der Effekte führen wir den Modellversuch Bild 4.70 aus. Wir bringen in

das Feld eines geladenen Kondensators zwei verbundene Metallhalbkugeln an isolierten Stielen. Es tritt Influenz auf. Nun *trennen* wir die Kugeln und führen die Halbkugeln zur jeweils gegenüberliegenden Kondensatorplatte, wo sie ihre Ladungen abgeben. Durch entsprechend häufige Wiederholung dieses Vorgangs läßt sich der Kondensator entladen. In analoger Weise erklären wir unsere drei Versuche. Durch die hohe Temperatur der Flamme bzw. durch die Strahlungen werden Gasmoleküle *ionisiert*. Ionisation bedeutet **Aufladung** elektrisch neutraler Moleküle oder Atome. Atomtheoretisch wird die Ionisation durch das Abtrennen von Elektronen aus einer Elektronenschale erklärt.

Bild 4.69

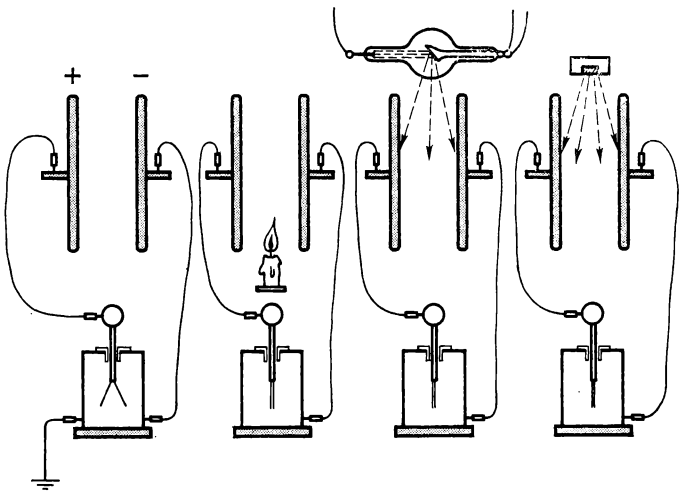


Bild 4.70

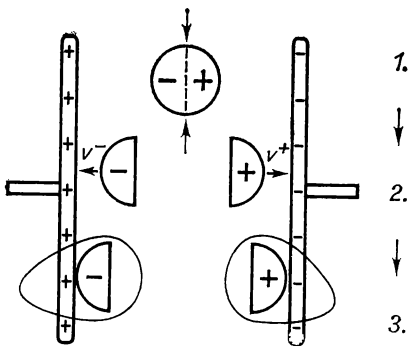


Bild 4.69 Kerzenflamme, Röntgenstrahlen oder radioaktive Strahlen entladen Kondensator

Bild 4.70 Gedankenexperiment zur Ionisation

Bild 4.71 Schematische Darstellung der Ionisation eines Atoms

Bild 4.72 Schematische Darstellung des vollständigen Stromkreises

Bild 4.71

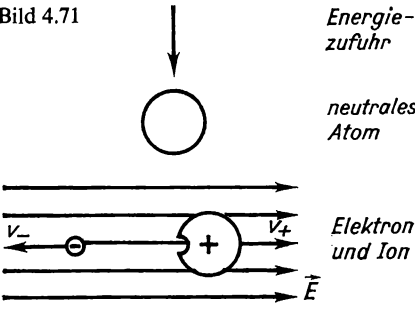


Bild 4.72

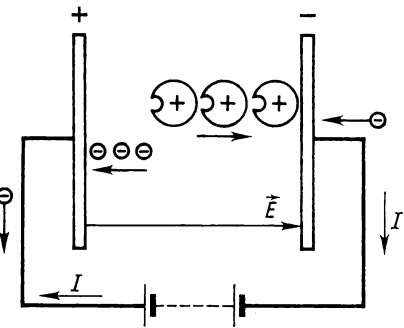


Bild 4.71 bringt eine schematische Darstellung dieses Vorgangs. Die positiven Ionen und die Elektronen bewegen sich, durch die elektrostatische Anziehung getrieben, beschleunigt auf die negative bzw. positive Platte zu, solange sie nicht mit Molekülen oder Ionen zusammenstoßen. Weil die mittlere freie Weglänge sehr klein ist ( $10^{-4}$  mm), erfolgen die Zusammenstöße entsprechend häufig. Bei jedem Zusammenprall verringern die Ladungsträger ihre erlangte Geschwindigkeit, so daß sie sich im Zeitmittel mit konstanter Geschwindigkeit auf die Platte zu bewegen. Dort geben sie ihre Ladungen ab (Bild 4.72). Der Strom setzt sich im Gasraum aus zwei Anteilen zusammen: erstens bewegen sich Elektronen in Richtung auf die Anode, wo sie ihren Weg durch den Draht fortsetzen, und zweitens laufen positive Ionen zur Katode, übernehmen dort ein Elektron und verbleiben als neutrales Atom im Gasraum. Der Ionenstrom ist ein *Trägerstrom*, weil stoffliche Träger den Ladungstransport ausführen. Die Ionen haben wegen ihres größeren Reibungswiderstandes eine *geringere Beweglichkeit* als die Elektronen. Die von außen erzeugte Ionisation wird z. T. durch *Rekombination* wieder aufgehoben. Stoßen nämlich die in gegensätzlichen Richtungen laufenden Elektronen und Ionen zusammen, so neutralisieren sie einander, bevor sie ihre Ladungen an den Elektroden abgeben konnten.

#### 4.7.2.2. Selbständige Gasentladung

Wird die Ionisation nicht durch äußere Einflüsse, sondern durch den Leitungsvorgang selbst übernommen, spricht man von *selbständiger Gasentladung*. Treffender ist die Bezeichnung „selbständige Stromleitung durch Gase“. Es treten verschiedenartige Effekte auf, die stark vom Druck abhängen. Im Schauversuch legt man an eine etwa 50 cm lange Röhre mit an den Enden eingeschmolzenen kalten Elektroden eine Gleichspannung von etwa 2 kV und pumpt das Gas allmählich ab. Bis ungefähr 50 Torr zeigen sich keine sichtbaren Effekte. Dann werden unruhig zitternde Lichtfäden sichtbar, und bei einigen wenigen Torr leuchtet das Gas in verschiedenen Abstufungen farbig auf (Bild 4.73). Jede Gassorte hat eine ihr eigentümliche Leuchtfarbe. Die zu Reklame- oder Beleuchtungszwecken benutzten Leuchtröhren arbeiten mit dieser *selbständigen Glimmentladung*. Die Erklärung des Leitungsvorganges gibt die *Stoßionisation*. Die Elektronen werden bei entsprechend niedrigem Druck, bei dem die mittlere freie Weglänge ausreichend groß ist, so beschleunigt, daß sie ein getroffenes Atom ionisieren. Das frei gewordene Elektron wird nun auch durch die elektrische Feldstärke beschleunigt und vermag selbst eine Stoßionisation auszulösen. Die Zahl der Ladungsträger wächst lawinenartig an (Bild 4.74). Wenn alle Atome ionisiert sind, spricht man von einem *Plasma*, bei dem entgegengesetzt geladene Teilchen, Ionen und Elektronen, koexistieren. Natürlich rekombinieren Elektronen und Ionen auch auf ihren Wegen zur Anode und Katode. Im ganzen gesehen stellt sich aber ein dynamisches Gleichgewicht ein. Bei weiterer Druckverminderung verschwindet das Leuchten. Die Glaswandung fluoresziert grün bei  $10^{-2}$  Torr, was durch die *Katodenstrahlen* verursacht wird. Obwohl die Elektronen so geringe Massen haben, erreichen sie so hohe Geschwindigkeiten und damit kinetische Energien, daß sie dünne Metallplatten oder Uhrensteine zu durchbohren vermögen (*Elektronenbohrer*).

Bild 4.75 zeigt das Schema einer *Kanalstrahlröhre*. Durch das Loch in der Katode fliegen die Ionen weiter. Wird nun dieser Ionenstrahl durch elektrische und magnetische Felder geschossen, so kann aus den Ablenkungen die spezifische Ladung  $e/m$  errechnet werden. Weil  $e$  bekannt ist, läßt sich die Masse  $m$  des Ions sehr genau bestimmen. Die Versuchsanordnung heißt *Massenspektrograf*.

Auch bei normalem Luftdruck treten bei sehr hohen Spannungen selbständige Entladungen auf. Im Lichtbogen (Bild 4.76) befindet sich die Luft zwischen den Kohle-

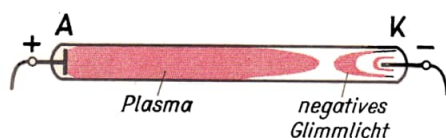


Bild 4.73

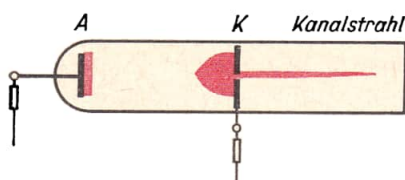


Bild 4.75

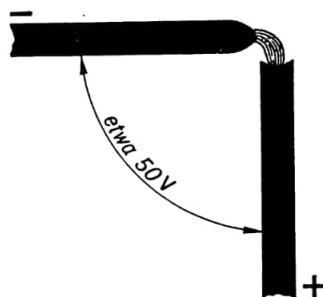


Bild 4.76

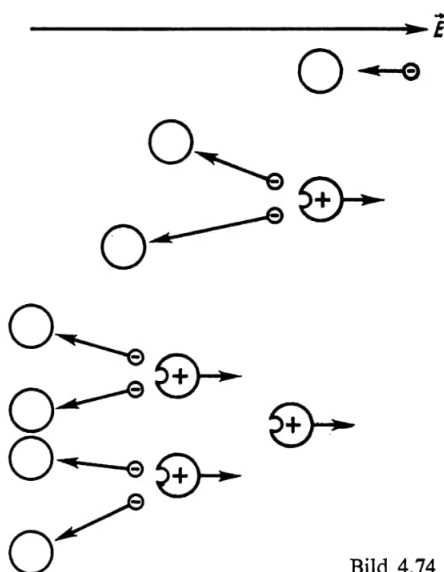


Bild 4.74

Bild 4.73 Glimmentladung bei etwa 10 Torr

Bild 4.74 Durch Stoßionisation wächst die Zahl der Ladungsträger lawinenartig an

Bild 4.75 Kanalstrahlrohr

Bild 4.76 Lichtbogen

stiften im Plasma-Zustand. Die auf die positive Kohle aufschlagenden Elektronen heizen diese auf sehr hohe Temperaturen (bis 4000 °K). Im Bogen selbst treten noch höhere Temperaturen auf, die für die Aufrechterhaltung der Ionisation sorgen. Der Lichtbogen wird zur Erzeugung hellen Lichtes (z. B. für Großfilmvorführgeräte) und Erreichung sehr hoher Temperaturen (z. B. zum Schweißen) verwendet.

An Leitungen, die hohe Spannungen führen, treten *Sprühentladungen* auf, die bei Hochspannungsleitungen (rund 300 kV) sehr unerwünscht sind, weil sie einen erheblichen Energieverlust mit sich bringen. Solche Sprühentladungen gehen oft den *Funkenentladungen* voraus. Diese sind rasch erlöschende Bogenentladungen. Funkenstrecken kann man zur Messung hoher Spannungen verwenden. Um z. B. 1 mm Elektrodenabstand zu durchschlagen, sind 4,8 kV notwendig (10 mm  $\approx$  30,8 kV; 50 mm  $\approx$  69 kV). Der Blitz ist eine Funkenentladung riesigen Ausmaßes.

### 4.7.3. Stromleitung in Flüssigkeiten

#### 4.7.3.1. Elektrolyse

Destilliertes Wasser ist ein guter Isolator. Wässrige Lösungen von Säuren und Salzen sind hingegen gute Stromleiter. An den Elektroden treten Stoffabscheidungen auf. So überzieht sich z. B. die Katode in einer  $\text{AgNO}_3$ -Lösung mit Silber (Bild 4.77). Der Vor-



gang heißt *Elektrolyse*. Offenbar liegt wieder Ionenstrom vor. Das Ag-Ion wandert zur Katode, gibt seine positive Ladung ab, d. h., es empfängt aus dem Stromkreis ein Elektron und wird nun als neutrales Ag-Atom an der Katode aus der Lösung ausgeschieden. An der Anode trifft das negative  $\text{NO}_3^-$ -Ion ein, gibt ein Elektron ab und neutralisiert sich mit einem Ag-Atom aus der Elektrode.

Im Gegensatz zur selbständigen Gasentladung ist die Stromleitung durch Flüssigkeiten auch bei äußerst kleinen Feldstärken  $U/l$  nachweisbar. Die Ionisation wird nicht erst durch die elektrische Feldstärke verursacht, sondern tritt bereits während des Lösungsvorganges ein. Mit *elektrolytischer Dissoziation* bezeichnet man das Zerspalten von Molekülen (z. B.  $\text{AgNO}_3$ ) in Ionen ( $\text{Ag}^+$  und  $\text{NO}_3^-$ ). Nach außen bleibt die Lösung elektrisch neutral, weil gleiche Anzahl positiver und negativer Ionen vorliegt. Mit dem Anlegen der Spannung beginnt die Bewegung der Ionen.

Makroskopisch können wir die atomistischen Vorgänge durch Messungen der Massezunahme der Katode, der Stromstärke und der Zeit bestätigen (Bild 4.77). Als Ergebnis solcher Messungen erhalten wir die Proportionalität zwischen der abgeschiedenen Stoffmenge  $m$  und der gesamten durchflossenen Ladungsmenge  $Q = It$ . Das Gesetz heißt

$$m = \alpha It = \alpha Q$$

1. Faradaysches Gesetz

(4.47)

Der Proportionalitätsfaktor  $\alpha$  wird *elektrochemisches Äquivalent* genannt. Er hat für Silber den Wert  $\alpha_{\text{Ag}} = 1,1182 \text{ mg/As}$ , d. h., der Durchfluß der Ladungsmenge 1 As führt zur Silberabscheidung von 1,1182 mg an der Katode.

Die elektrochemischen Äquivalente anderer Metalle lassen sich aus demjenigen für Silber errechnen. Wir betrachten zum Vergleich das zweiwertige Kupfer in einer  $\text{CuSO}_4$ -Lösung (Bild 4.78). In Gedanken führen wir die Abscheidungsexperimente für Ag ( $m_1 = \alpha_1 I_1 t_1$ ) und für Cu ( $m_2 = \alpha_2 I_2 t_2$ ) durch und wählen in beiden Versuchen jeweils die gleiche Ladungsmenge:  $Q = I_1 t_1 = I_2 t_2$ . Damit erhalten wir die Proportion  $m_1 : m_2 = \alpha_1 : \alpha_2$ . Weil in beiden Versuchen gleiche Ladungsmengen verwendet worden sind, müssen auch die *Zahlen* der transportierten Elementarladungen einander gleich sein:  $Q = ne$ . Daraus folgt, daß in den beiden Versuchen  $n$  Ag-Atome und, weil Cu in  $\text{CuSO}_4$  zweiwertig ist,  $n/2$  Cu-Atome abgeschieden worden sind. Setzen wir  $m_1 = n \mu_1$  und  $m_2 = \mu_2 n/2$ , wobei  $\mu_1$  und  $\mu_2$  die Massen der einzelnen Atome sind, so erhalten wir  $m_1 : m_2 = \mu_1 : \mu_2/2$ .

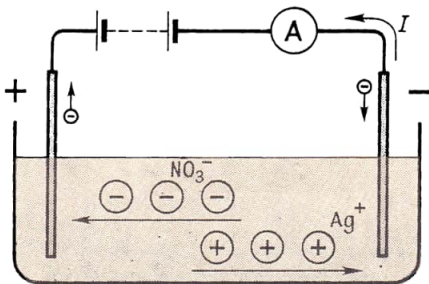


Bild 4.77 Elektrolyse von  $\text{AgNO}_3$  (schematische Darstellung)

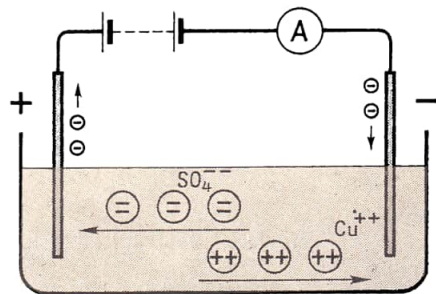


Bild 4.78 Elektrolyse von  $\text{CuSO}_4$  (schematische Darstellung)

Nun verhalten sich die absoluten Atommassen wie ihre relativen  $\mu_1 : \mu_2 = A_1 : A_2$ , und es ergibt sich  $A_1 : \frac{1}{2}A_2 = \alpha_1 : \alpha_2$ .

$$\alpha_2 = \frac{A_2}{2A_1} \alpha_1 = \frac{63,5}{2 \cdot 108} \cdot 1,118 \frac{\text{mg}}{\text{As}} = 0,328 \frac{\text{mg}}{\text{As}}$$

Das Experiment bestätigt genau diesen Wert und ist damit ein weiterer Beweis für die Richtigkeit der atomistischen Vorstellung, aus der sich der Ansatz ergab.

Verallgemeinern wir die am Beispiel des einwertigen Silbers und zweiwertigen Kupfers entwickelten Zusammenhänge auf beliebige Wertigkeiten, so erhalten wir

$$\alpha_1 : \alpha_2 = \frac{A_1}{z_1} : \frac{A_2}{z_2}$$

**2. Faradaysches Gesetz** (4.48)

Die elektrochemischen Äquivalente zweier Ionen verhalten sich zueinander wie ihre relativen Äquivalentmassen. Die relative Äquivalentmasse ist der Quotient aus relativer Atommasse und Wertigkeit.

#### Lehrbeispiel

**4.23** Welche Ladungsmenge ist erforderlich, um ein Kilogrammatom ( $A$  kg) eines  $z$ -wertigen Stoffes abzuscheiden?

Ein Kilogrammatom besteht aus  $N = 6,023 \cdot 10^{26}$  Atomen. Um ein  $z$ -wertiges Ion abzuscheiden, sind  $z$  Elementarladungen erforderlich. Somit ergibt sich *unabhängig vom Stoff* die gesuchte Ladungsmenge

$$Q = zNe = z \cdot 6,023 \cdot 10^{26} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As} = z \cdot 9,65 \cdot 10^7 \text{ As}.$$

Beide FARADAYSchen Gesetze können zusammengefaßt werden:

$$\alpha = \frac{m}{Q} = \frac{A}{z \cdot 96,5} \frac{\text{mg}}{\text{As}}$$

(4.49)

Die Elektrolyse wird technisch viel angewandt. Reines Kupfer (Elektrolytkupfer) gewinnt man nach der Anordnung auf Bild 4.78. Das unreine Kupfer wird als Anode verwendet (Rohkupfer), und das reine Kupfer wird an der Katode abgeschieden. In der *Schmelzflußelektrode* werden Aluminium, Magnesium und Beryllium gewonnen. Das *Eloxal-Verfahren* (elektrolytische Oxydation des Aluminiums) dient zur Oberflächenvergütung von Aluminiumteilen (z. B. Schaufenster-rahmen). An den als Anode geschalteten Aluminiumteilen bildet der sich abscheidende Sauerstoff eine sehr korrosionsbeständige dünne (0,02 mm) Schicht. Metallische Überzüge (Chrom, Nickel, Silber) werden durch *Galvanisieren* erzielt. Das für autogenes Schweißen in großen Mengen benötigte *Wasserstoffgas* wird ebenfalls durch Elektrolyse wäßriger Lösungen (NaOH oder  $K_2CO_3$ ) mit Eisenelektroden gewonnen.

#### 4.7.3.2. Galvanische Elemente

Ein galvanisches Element besteht aus zwei verschiedenen, meist metallischen Elektroden, die in einem Elektrolyt stecken (Bild 4.79). Zwischen den beiden Metallen besteht eine *Ursprungsspannung*. Das chemisch edlere der beiden Metalle bildet die positive Elektrode. Die *Ursprungsspannung* hängt von beiden Metallarten ab, jedoch nicht von ihrer geometrischen

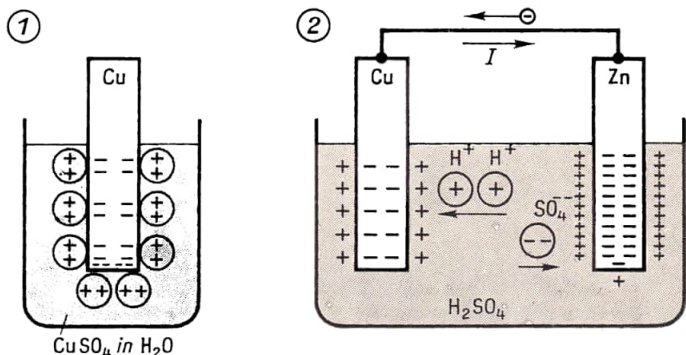
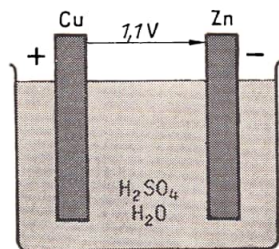
Bild 4.79 Cu, Zn,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ -Element

Bild 4.80 Elektrolytischer Lösungsdruck

Form und Größe. Die Flüssigkeit hat durch ihre chemische Zusammensetzung Einfluß auf die Ursprungung. Ein Cu-Zn-Element hat beispielsweise die Ursprungung 1,1 V und ein Kohle-Zink-Element, wie es als Monozelle Verwendung findet, 1,5 V.

Wie ist das Zustandekommen der Ursprungung, des Elektronengasdruckes, atomistisch erklärbar? Eine plausible Modellvorstellung von NERNST lehrt uns, die Vorgänge in Analogie zu einer verdampfenden Flüssigkeit zu verstehen (Bild 4.80). Wie bei der Verdampfung so lange Moleküle in den Luftraum abgegeben werden, bis die Luft an dieser Molekülarität gesättigt ist, so „verdampfen“ auch die Metallatome aus der Oberfläche der Elektrode in die Flüssigkeit. Da sich in einer Flüssigkeit nur Ionen aufhalten können, verbleiben die frei gewordenen Elektronen auf der Metalloberfläche. Zwischen Metall und Flüssigkeit bildet sich eine *elektrische Doppelschicht* mit einer *Berührungsspannung*, die bei den einzelnen Elementen verschiedene Werte annimmt, d. h., zwei verschiedene Metalle stehen unter verschiedenem Elektronendruck (Bild 4.80.2), der sich bei Verbindung durch Stromfluß ausgleicht, während sich der Lösungsdruck durch entsprechende „Verdampfung“ als dynamisches Gleichgewicht wieder einstellt.

#### 4.7.3.3. Akkumulatoren

Die Wirkungsweise eines Akkumulators beruht auf der *Umkehrbarkeit* einiger elektrochemischer Reaktionen. Der *Aufladevorgang* erzeugt durch Elektrolyse ein galvanisches Element, das im *Entladevorgang* Strom liefert. Es gibt mehrere technisch verwendbare Reaktionen, die den Bau von Akkumulatoren ermöglichen. Als Beispiel verfolgen wir die Vorgänge am Bleiakкумуляtor, der vor allem in Kraftfahrzeugen verwendet wird.

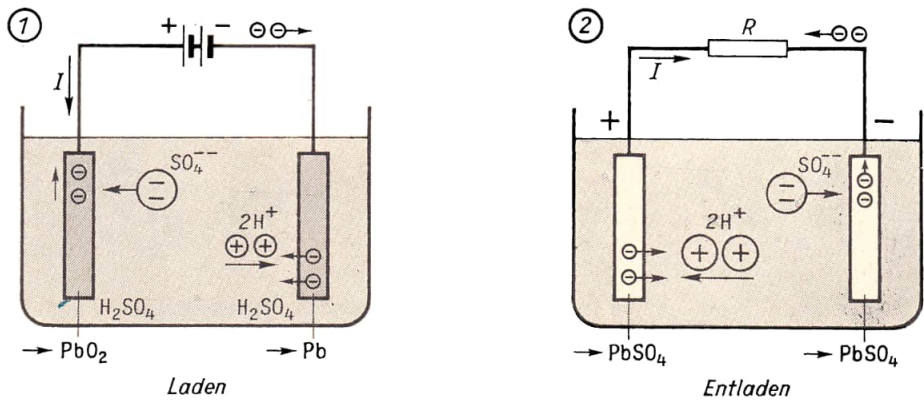
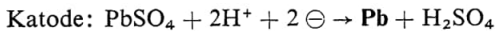
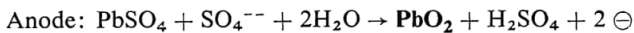


Bild 4.81 Laden und Entladen eines Bleiakkumulators (schematisch)

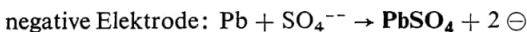
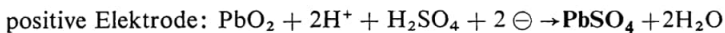
Beim Aufladen (Bild 4.81) spielen sich an den mit  $\text{PbSO}_4$  überzogenen Pb-Elektroden, die in verdünnte Schwefelsäure tauchen, folgende chemische Reaktionen ab:

*Laden*



Die entstandene Schwefelsäure, die dissoziiert in Lösung geht, erhöht die Säurekonzentration. Deshalb wird der Ladungszustand einer Batterie mit einem Säurearäometer geprüft. Das 2,02 V Ursprungsliefernde Pb-PbO<sub>2</sub>-Element entlädt sich elektrochemisch genau rückläufig nach den Gleichungen:

*Entladen*



Der Akkumulator wandelt beim Ladevorgang elektrische in *chemische Energie* um, und beim Entladen läuft die Energieumformung umgekehrt ab. In beiden Prozessen treten Wärme- und Gasverluste auf. Der *Energiewirkungsgrad* des Bleiakkumulators beträgt etwa 74%. Mit der *Ladungskapazität* wird die dem Akkumulator entnehmbare gesamte Ladungsmenge (meist in Amperestunden) bezeichnet.

**Übung**

4.20

Ein 12-Volt-Bleiakkumulator hat die Ladungskapazität 40 Ah.

1. Welche Energie ist in der Batterie gespeichert?

2. Wie lange dauert die Aufladung mit 12,5 V und der Ladestromstärke 2 A, nachdem die Hälfte der gespeicherten Energie entnommen worden war (Energiewirkungsgrad 74%)?

#### 4.7.4. Stromleitung in festen Stoffen

##### 4.7.4.1. Metallische Leitung

Wäre die gute Leitfähigkeit der Metalle nicht eine *Kristalleigenschaft*, sondern nur von der Atomart abhängig, müßten Metaldämpfe oder Salzkristalle (z. B. NaCl-Kristall) besser leiten als Dämpfe und Kristalle aus Nichtmetallen. Nach den Erkenntnissen der



Quantentheorie wird bei dem Einbau eines neutralen Cu-Atoms in das metallische Kristallgitter im Mittel ein Elektron abgegeben. Bei anderen Metallen ist es ähnlich. Die positiv geladenen Gitterbausteine sind durch Kristallbindungskräfte an geometrisch ganz regelmäßig angeordnete Stellen gebunden, während die Elektronen frei beweglich zwischen jenen herumschwirren. Genauer gesagt: Auch die Gitterbausteine ruhen nicht, sondern führen je nach Höhe der Temperatur größere oder kleinere *Wärmeschwingungen* um ihren Gitterplatz aus, und die Elektronen werden wie winzige Stahlkugeln von großen schwingenden Billardkugeln hin- und hergestoßen. Mit diesen Vorstellungen können wir alle Beobachtungen anschaulich erklären.

Bei Zimmertemperatur verlassen die Elektronen das „Führungsrohr“ nicht, weil sie durch die elektrostatischen Anziehungskräfte daran gehindert werden (Bild 4.82). Um ein Elektron aus dem Metall zu befreien, ist eine gewisse *Austrittsarbeit* aufzuwenden. Bei höheren Temperaturen nehmen die Elektronen so hohe kinetische Energie auf, daß sie die Austrittsarbeit zu verrichten in der Lage sind. Die Glühemission, das Herausdampfen des Elektronengases, ist damit erklärt. Die frei gewordenen Elektronen werden in den Glühkathoden der elektrischen Geräte durch nachfließende Elektronen ersetzt.

Auch der Mechanismus des elektrischen Stromes durch Metalle kann nun besser verstanden werden (Bild 4.83). Mit  $U$  bezeichnet man den Spannungsabfall über der Drahtlänge  $l$ , und  $E = U/l$  ist die nach rechts gerichtete Feldstärke, die auf jedes Elektron die Kraft  $F = eU/l$  ausübt. Die Kraft beschleunigt das Elektron, bis es an einen Gitterbaustein anstößt. Beim Stoß wird Energie ausgetauscht. Das Elektron verliert kinetische, und das Gitteratom übernimmt Schwingungsenergie, es wird „aufgeheizt“. Durch das Feld wird das Elektron wieder beschleunigt, stößt abermals auf ein Atom, und so geht es weiter. Über längere Zeit betrachtet, läuft das Elektron mit einer mittleren konstanten *Driftgeschwindigkeit* unter der Feldeinwirkung, wie ein Staubkorn mit konstanter Sinkgeschwindigkeit im Schwerfeld „fällt“. In dieser Überlegung haben wir die Wärmebewegung des Elektrons weggelassen. Es ist nur von der *zusätzlichen Bewegung* geschrieben worden, die der Wärmebewegung überlagert werden muß. An einem Mückenschwarm können wir uns den Zusammenhang verdeutlichen. Jede Mücke führt ihre zickzackförmige „Wärmebewegung“ aus, und ein Windstoß prägt dem ganzen Schwarm und damit jeder einzelnen Mücke die „Driftgeschwindigkeit“ auf.

Von der Driftgeschwindigkeit der Elektronen müssen wir die *Ausbreitungsgeschwindigkeit des elektrischen Feldes* unterscheiden. Diese hat den Wert  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s, während

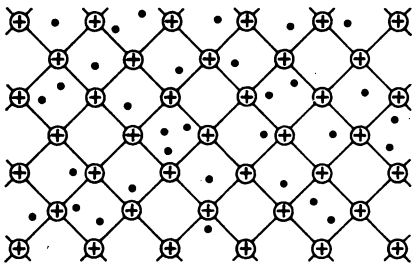


Bild 4.82 Die Elektronen werden durch elektrostatische Anziehungskräfte am Austritt aus der Metalloberfläche verhindert

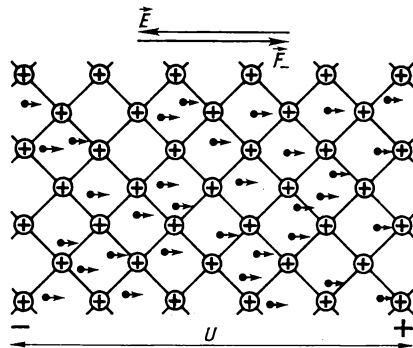


Bild 4.83 Elektrischer Strom durch Metalle, elektronentheoretisch erklärt

die Driftgeschwindigkeit um viele Zehnerpotenzen geringer ist. Den Unterschied zwischen beiden Geschwindigkeiten können wir uns wieder am pneumatischen Stromkreis klar machen. Wird ein den Überdruck absperrender Hahn geöffnet, so setzt sich die *Druckwelle* mit Schallgeschwindigkeit durch den Stromkreis fort, während die Strömungsgeschwindigkeit der Luft viel geringer und von vielen Einflüssen abhängig ist.

#### Lehrbeispiel

4.24

Wie groß ist die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in einem Kupferdraht von  $1 \text{ mm}^2$  Querschnitt bei der Stromstärke  $6 \text{ A}$ ?

Wir bestimmen zunächst die Elektronendichte, indem wir jedem Cu-Atom ein Leitungselektron zuordnen. Die Zahl der Atome  $n$  (= Zahl der Leitungselektronen) in der Masse  $m$  ist mit der AVOGADROSCHEN Konstante  $N_A = n/m$  zu errechnen:

$$n = N_A m = N_A \varrho_{\text{Cu}} V = N_A \varrho_{\text{Cu}} l A$$

Die Stromstärke beträgt:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{ne}{t} = N_A \varrho_{\text{Cu}} A e \frac{l}{t} = N_A \varrho_{\text{Cu}} A e v$$

$$v = \frac{I}{N_A \varrho_{\text{Cu}} A e} = \frac{6 \text{ A} \cdot 63,5 \text{ kg} \cdot \text{cm}^3}{6,02 \cdot 10^{26} \cdot 8,9 \text{ g mm}^2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As}} =$$

$$= 0,044 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Dieser Wert gilt natürlich nur für die hier gewählten Bedingungen. Er charakterisiert die vorkommende Größenordnung. Die Elektronen wandern also überraschend langsam durch den Draht.

Der spezifische Widerstand  $\varrho$  in Gl. (4.7) hängt vom Metall und von der Temperatur ab. Die Elektronentheorie liefert die Erklärungen. Die Kristallgitter der einzelnen Metalle haben unterschiedliche Strukturen, und die Leitungselektronendichten sind ebenfalls nicht gleich. Bei höherer Temperatur schwingen die Atome mit größeren Amplituden und hemmen damit den Elektronenfluß stärker. Der Widerstand steigt. In erster Näherung gilt die Beziehung:

$$\varrho = \varrho_0(1 + \alpha t)$$

**Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Temperatur** (4.50)

$\varrho_0$  spez. Widerstand bei  $0^\circ\text{C}$ ;  $\alpha \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ grad}^{-1}$  für reine Metalle

Silber, das beste elektrische Leitungsmaterial, ist zugleich der beste Wärmeleiter. Auch die weitere „Rangordnung“ (Cu, Al, Fe usw.) bleibt für die beiden Leitwerte (spezifischer elektrischer Widerstand  $\varrho$  und Wärmeleitzahl  $\lambda$ ) dieselbe. Das ist dadurch erklärbar, daß die Leitungselektronen nicht nur den Ladungs-, sondern auch den Wärmetransport übernehmen. Die stärker „aufgeheizten“ Atome, d. h. die mit größerer Amplitude schwingenden, geben durch Stoßvorgänge Schwingungsenergie an die Elektronen ab, die wiederum ihre vorübergehend aufgenommene kinetische Energie an benachbarte Gitteratome abgeben. Je mehr Gitterstruktur und Elektronendichte den Ladungstransport begünstigen, desto besser muß auch die Wärmeleitung funktionieren.

Schon 1793 wies VOLTA das Vorhandensein einer elektrischen Berührungsspannung (VOLTA-Spannung) mit dem in Bild 4.84 dargestellten Experiment nach. Werden zwei verschiedene ungeladene Metallplatten fest aufeinandergepreßt und anschließend, ohne

zu kippen, ruckartig auseinandergerissen, so haben sie Spannung gegeneinander. Die elektronentheoretische Erklärung entspricht dem Gedankengang, den wir zur Deutung der elektrolytischen Spannungen in [4.7.3.2.] ausführten. Jedes Metall hat ein ihm eigenartiges Metallgitter und eine spezifische Elektronendichte. Die Austrittsarbeiten für Elektronen an den Oberflächen zweier Metalle sind unterschiedlich. Berühren sich die Metalle, so ist der Elektronenübergang in der einen Richtung leichter als in der anderen. Es bildet sich eine Doppelschicht mit der Berührungsspannung aus (Bild 4.85). Schließen wir den offenen Ring, so fließt kein Strom, weil sich die beiden entgegengesetzt gerichteten Urspannungen aufheben. Herrschen an den beiden Kontaktstellen verschiedene Temperaturen, so haben die Urspannungen nicht mehr den gleichen Betrag. Die Differenz heißt *Thermospannung*. Sie treibt einen Strom, der einige Hundert Ampere stark sein kann, wenn der Widerstand des Ringes sehr klein gewählt wird. In Bild 4.86 ist das Prinzip eines *Thermoelements* dargestellt, wie es zur *elektrischen Temperaturmessung* vielseitig verwendet wird.

Die Thermospannung und damit die Thermostromstärke sind von der *Temperaturdifferenz*  $T_1 - T_2$  abhängig. Die Skale des Galvanometers läßt sich sofort in diesen Temperaturdifferenzen eichen. Meist hält man die eine Temperatur auf der des schmelzenden Eises ( $T_2 = 273^\circ\text{K}$ ). Die Skale zeigt direkt  $T_1$  an. Die Vorteile dieser elektrischen Temperaturmessung sind u. a. Fernablesung und sehr kleine „Temperaturfühler“ mit geringer Wärmekapazität.

Der *umgekehrte* Thermoeffekt heißt *Peltier-Effekt*. Wird einer Berührungsstelle zweier Metalle der Strom einer äußeren Quelle aufgeprägt, so wird diese Stelle *je nach Stromrichtung abgekühlt oder aufgeheizt*, was energetisch leicht verständlich ist. Fließt der aufgeprägte Strom *gegen* die Berührungsspannung, so werden die Elektronen gebremst, d. h., das Metall wird abgekühlt. Liegt die Berührungsspannung so, daß sie die Elektronen beschleunigt, tritt Aufheizung ein.

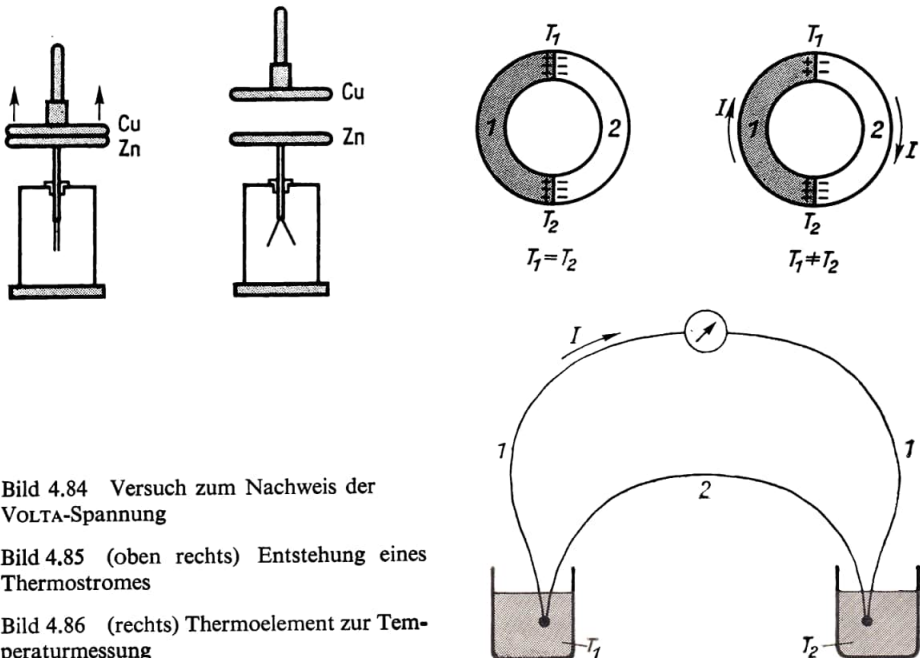


Bild 4.84 Versuch zum Nachweis der VOLTA-Spannung

Bild 4.85 (oben rechts) Entstehung eines Thermostromes

Bild 4.86 (rechts) Thermoelement zur Temperaturmessung



#### 4.7.4.2. Strom durch Halbleiter

Einige Stoffe, z. B. Germanium, Silizium, Kupferoxydul und Selen, haben Leitwerte, die zwischen denjenigen der Metalle und der Isolatoren liegen. Daher werden sie als *Halbleiter* bezeichnet. Ihre große technische Bedeutung verdanken sie einigen besonderen kristallinen Eigenschaften. Sie haben *negative Temperaturcharakteristiken* des Widerstands, d. h., mit steigender Temperatur sinkt der spezifische Widerstand. Diese Tatsache läßt sich zunächst weder durch Elektronen- noch durch Ionenleitung erklären, denn wachsende Temperatur bedeutet größere Amplituden der schwingenden Gitterbausteine. Damit hatten wir die bei steigender Temperatur auftretende Widerstandszunahme der Metalle erklärt. Andererseits kann mit Querdriftversuchen (HALL-Effekt) nachgewiesen werden, daß bei Halbleitern sowohl Elektronen- als auch Ionenleitung vorkommen.

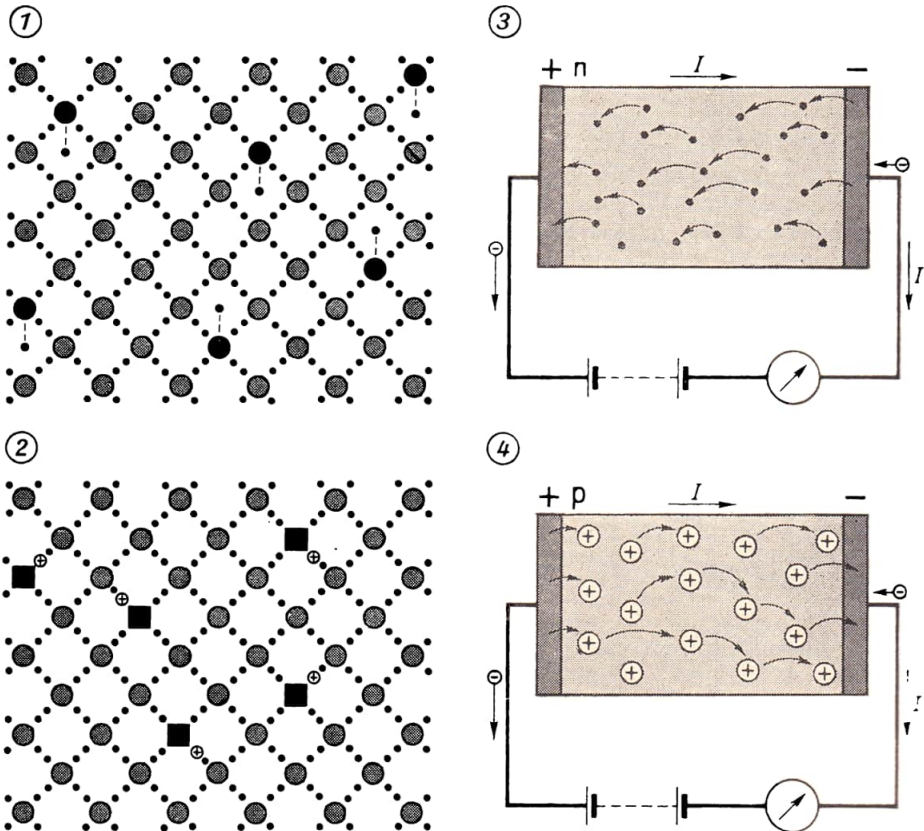


Bild 4.87 Stromleitung durch einen Halbleiterkristall.

1. Fremdatome in einem Germaniumgitter haben entweder locker gebundene Elektronen (n-Leiter) oder
2. nicht besetzte Elektronenplätze (p-Leiter).
3. Hier sind nur noch die locker gebundenen Elektronen dargestellt, die zu wandern vermögen, wenn am Halbleiterelement eine Spannung anliegt.
4. Der Strom durch einen p-Leiter kann durch Wandern der positiven Löcher erklärt werden. In Wirklichkeit wandern aber die Elektronen.

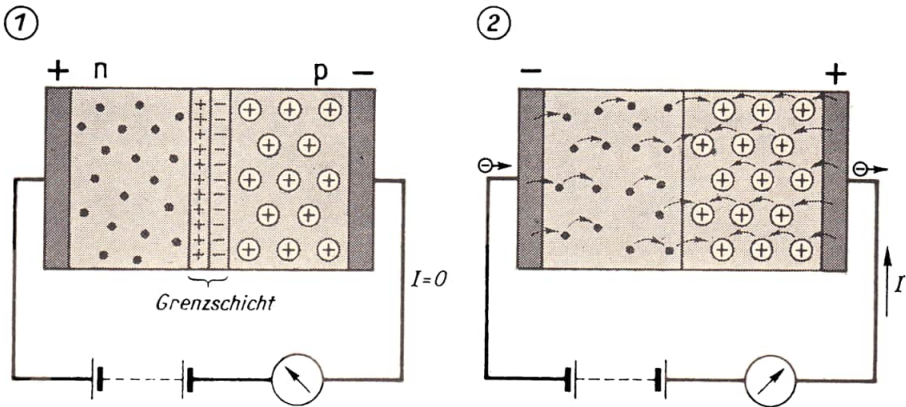


Bild 4.88 Halbleiterdiode, in Sperr- und Durchlaßrichtung geschaltet

Heute weiß man, daß die Halbleitereffekte durch die *Unregelmäßigkeiten in der Gitterstruktur* entstehen. Fremdatome chemisch anderer Stoffe sitzen auf Gitterplätzen des Kristalls, oder Eigenatome besetzen Zwischengitterplätze. Diese Unregelmäßigkeiten in der Gitterstruktur haben zwei mögliche Auswirkungen auf die Besetzung des Gitters mit Elektronen: entweder herrscht *Überschuß* zunächst locker gebundener Elektronen (Überschußleiter), oder es fehlen solche. Es gibt Elektronenmangelstellen. Überschuß oder Mangel an Elektronen dürfen hier nicht als negative oder positive Aufladung des Halbleiterkristalls aufgefaßt werden. Dieser ist elektrisch neutral, positive und negative Ladungen kompensieren sich immer (Bild 4.87). Eine Elektronenmangelstelle ist eine „unbesetzte Wohnung für Elektronen“. Ein Halbleiter mit Elektronenmangelstellen, ein *Mangelleiter* (auch *Defektleiter*), besitzt „Wohnraumüberschuß“. Dagegen herrscht im Überschußleiter „Bevölkerungsüberschuß“ oder „Wohnraummangel“. Es gibt nun zwei verschiedene Leitungsmechanismen. Bei der *Überschußleitung* (*n-Leitung*) bewegen sich unter Einwirkung der Feldstärke die zunächst locker gebundenen Elektronen in einer Richtung von einem Fremdatom zum nächsten (Bild 4.87.2). Bei höherer Temperatur sind die Elektronen auch nicht mehr locker gebunden. Diese *Heißeiter* erreichen dann metallische Leitwerte, womit der negative Temperaturkoeffizient erklärt ist. Bei der Mangleitung (*p-Leitung*) springen die Elektronen unter Einwirkung des Feldes von ihren Gitterplätzen in benachbarte Löcher. „Die Löcher wandern in Richtung der Feldstärke“ ist nur ein anderer Ausdruck dafür (Bild 4.87.3).

Bringt man Überschuß- und Mangelleiter in Kontakt, so treten *Oberflächeneffekte* auf, die in den technisch außerordentlich wichtigen Halbleiterschaltenelementen genutzt werden. Wir betrachten zwei stark vereinfachte Beispiele. Bild 4.88 zeigt einen pn-Übergang, der aus einem p- und einem n-Leiter besteht. In einer Grenzschicht besetzen die Elektronen aus dem n-Leiter die Löcher des p-Leiters. Daß sich dieser Vorgang nur in einer dünnen Grenzschicht abspielt, liegt an der entstehenden Feldstärke, die die Abwanderung weiterer Elektronen verhindert. Der pn-Übergang bildet eine *Sperrschicht* mit richtungsabhängigem Widerstand. In der einen Richtung gut stromdurchlässig, wirkt die *Halbleiterdiode* in der anderen Richtung sperrend, weil für den Rücktransport der die Löcher besetzenden Elektronen ein großer Widerstand überwunden werden muß. Aus diesem Grunde wird die Halbleiterdiode in der Elektronik als Gleichrichter an Stelle der Glühlampe [4.7.1.2.] verwendet.

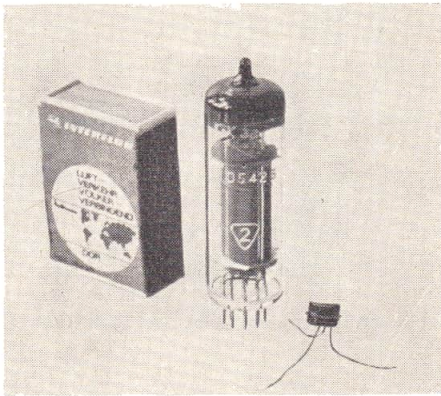


Bild 4.89 Größenvergleich zwischen Röhre und Halbleiterschaltenelement

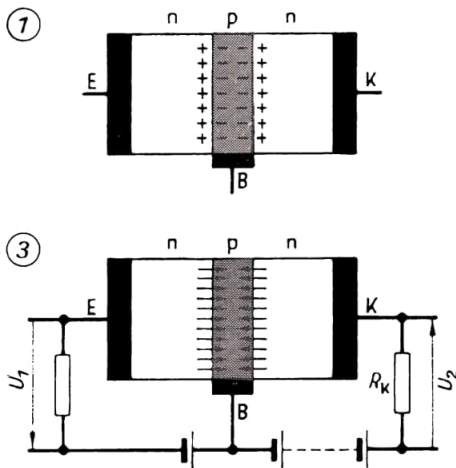


Bild 4.90 npn-Transistor

1. Schematische Darstellung

2. Schaltsymbol

3. npn-Transistor in Verstärkerschaltung  
( $\Delta U_2 > \Delta U_1$ )

Auch die Röhrentriode ersetzt man immer mehr durch ein Halbleiterschaltenelement, den *Transistor*, weil damit zwei wesentliche Vorteile verbunden sind. Erstens sind die Halbleiterschaltenelemente viel kleiner und leichter als die vergleichbaren Röhren Bild (4.89), und zweitens ist ihr Leistungsbedarf äußerst gering, da die Röhrenheizung entfällt. *Transistorisierte* Rundfunkempfänger in „Westentaschenformat“, die mit einer kleinen Batterie betrieben werden, sind die augenfällige Auswirkung beider Vorteile.

Die z. T. sehr komplizierten Vorgänge im Transistor wollen wir stark vereinfacht am Beispiel eines npn-Transistors betrachten (Bild 4.90). Zwei np-Übergänge sind so aneinandergeschaltet, daß sie in der Mitte nur einen sehr schmalen p-Leiter, die *Basis*, haben. Durch das Anlegen der Spannung, wie Bild 4.90.3 zeigt, fließt im linken Kreis, dem *Emitterkreis*, ein Strom, weil der betreffende np-Übergang auf Durchgang geschaltet ist. Die in diesem Kreis fließenden Elektronen verringern an der zweiten Schicht die sperrend wirkende Feldstärke, wodurch Stromstärke und Spannungsabfall über dem Widerstand  $R_K$  im *Kollektorkreis* verstärkt werden. Der Emitterstrom steuert bzw. verstärkt den Kollektorstrom wie die Gitterspannung den Anodenstrom der Elektronenröhre (allerdings nicht leistungslos).

## 4.8. Wechselstromkreis

Die moderne elektrische Energieversorgung wird ausschließlich mit Wechselstrom betrieben, weil dieser gegenüber dem Gleichstrom mehrere Vorteile bietet. Wechselspannungen können in jede gewünschte Höhe *transformiert* werden. In der elektrischen Antriebstechnik hat man Wechselstrommotoren entwickelt, die in vieler Hinsicht den Gleichstrommotoren überlegen sind. Auch Nachteile müssen in Kauf genommen werden. Die *Phasenbeziehungen* zwischen Spannung und Stromstärke komplizieren die Gesetzmäßigkeiten des Wechselstromkreises.

### 4.8.1. Erzeugung einer Wechselspannung

Das *Prinzip der Wechselspannungserzeugung* ist aus Bild 4.91 zu erkennen. Eine Spule rotiert in einem *homogenen Magnetfeld*. Auf die technischen Probleme der Wechselstromgeneratoren können wir in diesem Rahmen nicht eingehen. Zwischen den Enden der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \varphi/t$  rotierenden Spule entsteht eine *sinusförmige Wechselspannung*. Ihre Entstehung erklären wir mit dem Induktionsgesetz  $U_i = -N_2 \Delta\Phi/\Delta t$ . Dabei ist  $\Phi$  der die Windungsfläche durchsetzende magnetische Fluß. In der Momentaufnahme hebt ihn die Schraffur hervor. Die zeitliche *Änderung des Flusses*  $\Delta\Phi/\Delta t$  ist für die Winkellagen  $\varphi_1 = 90^\circ$  und  $\varphi_3 = 270^\circ$  am größten. Deshalb werden beim Durchlaufen dieser Winkel die größten Beträge der Spannungen (Spannungsamplituden  $U_m$ ) induziert. Hingegen treten für die momentanen Winkellagen  $\varphi_0 = 0$  und  $\varphi_3 = 180^\circ$  die Nullstellen der Spannungen auf, weil beim Durchlaufen dieser Stellungen  $\Delta\Phi/\Delta t = 0$  ist. Die im Diagramm dargestellte Sinuskurve wird analytisch durch die Funktion  $U(t) = U_m \sin\varphi$  erfaßt. Zeitlich veränderliche Größen werden durch den Zusatz (*t*) dargestellt, z. B.  $U(t)$  (lies: *U* von *t*). Amplituden der zeitabhängigen Größen werden durch den Index *m* (maximal) gekennzeichnet, z. B.  $U_m$ . Setzen wir  $\varphi = \omega t$ , so ergibt sich

$$U(t) = U_m \sin \omega t$$

Wechselspannung

(4.51)

Der technische Wechselstrom hat die Frequenz  $f = 50 \text{ Hz}$ , also die Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f = 314 \text{ s}^{-1}$

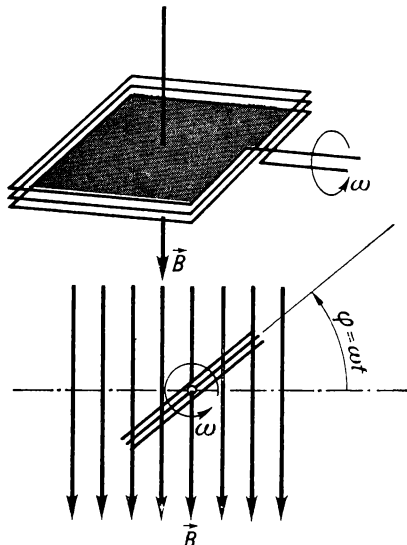


Bild 4.91 In einer im homogenen magnetischen Feld rotierenden Spule wird eine sinusförmige Wechselspannung induziert

## 4.8.2. Widerstände für Wechselstrom

### 4.8.2.1. Ohmscher Widerstand

Legen wir an einen Heizwiderstand eine Wechselspannung, so entsteht ein Wechselstrom, der seine Stärke und Richtung ebenfalls nach einer Sinusfunktion ändert (Bild 4.92):

$$I(t) = I_m \sin \omega t$$

Wechselstromstärke

(4.52)

■ Die Stromstärke befindet sich mit der Spannung in Phase.

Das bedeutet, daß Maxima, Minima und Nullstellen der Spannungs- und Stromstärkefunktion *gleichzeitig* auftreten. Wegen der enorm großen Ausbreitungsgeschwindigkeit des elektrischen Feldes fließt der Strom zu *jedem Zeitpunkt* im ganzen Kreis mit gleicher Stärke und Richtung. Deshalb gilt für jeden Zeitpunkt das OHMSche Gesetz  $U(t) = RI(t)$ . Weil Spannung und Stromstärke schwingen, erfolgt auch die elektrische Leistungsaufnahme in periodischer Änderung. Die Frequenz der oszillierenden Leistung ist die doppelte der Spannungsfrequenz. Das zeigt die folgende Rechnung:

$$\begin{aligned} P(t) &= U(t) I(t) = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t = \\ &= U_m I_m \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) = \frac{1}{2} U_m I_m - \frac{1}{2} U_m I_m \cos 2\omega t \end{aligned}$$

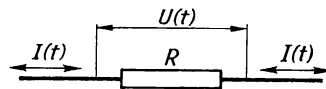
Diese Funktion ist im Diagramm (Bild 4.92.3) dargestellt. Die Leistungskurve hat nur positive Werte. Das ist physikalisch sinnvoll, weil die Leistung als auf die Zeit bezogener Umsatz elektrischer Energie in Wärmeenergie von der Stromrichtung unabhängig ist. Für praktische Leistungsberechnungen interessieren nicht die *Momentanwerte der Leistung*, sondern der zeitliche Mittelwert  $P_{\text{eff}}$ , der in Bild 4.92 zeichnerisch gebildet wird:  $P_{\text{eff}} = \frac{1}{2} U_m I_m$ . Weil  $U_m = RI_m$  ist, gilt auch:

$$P_{\text{eff}} = \frac{1}{2} RI_m^2 = \frac{1}{2} \frac{U_m^2}{R}$$

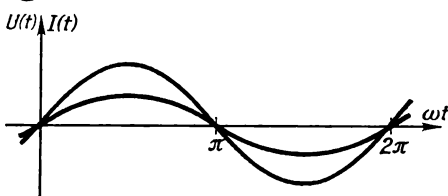
Bild 4.92 Ohmscher Widerstand an Wechselspannung

1. Schaltbild
2. Stromstärke- und Spannungsdiagramm
3. Leistungsdiagramm

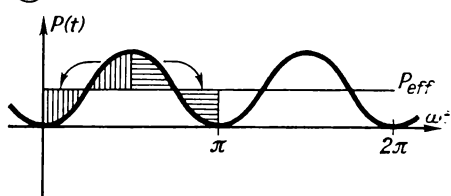
①



②



③





Definiert man auch für Spannung und Stromstärke Effektivwerte durch

$$P_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = R I_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}, \quad (4.53)$$

so erhalten wir durch Koeffizientenvergleich

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

**effektive Spannung**

(4.54)

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

**effektive Stromstärke**

(4.54')

Durch die Einführung der Effektivwerte sehen viele Beziehungen der Wechselstromlehre äußerlich wie die entsprechenden der Gleichstromlehre aus. Weil bei den praktisch vorkommenden Berechnungen die Effektivwerte am häufigsten gebraucht werden, läßt man die eff-Indizes der Einfachheit halber weg. Auch in unseren weiteren Berechnungen bedeuten  $U$ ,  $I$ ,  $P$  die Effektivwerte,  $U(t)$ ,  $I(t)$ ,  $P(t)$  die Augenblickswerte und  $U_m$ ,  $I_m$ ,  $P_m$  die Amplituden (Maximalwerte) der Wechselgrößen Spannung, Stromstärke, Leistung. Die Meßinstrumente für elektrische Wechselgrößen werden direkt in Effektivwerten geeicht.

### Übung

4.21

Die Netzspannung (220 V~) wird an ein Heizgerät mit  $40 \Omega$  Widerstand gelegt. Wie groß sind die maximalen und effektiven Werte der Spannung und der Stromstärke?

### 4.8.2.2. Kapazitiver Widerstand

Ein an Wechselspannung geschalteter Kondensator ist für Wechselstrom „durchlässig“, denn mit einem in den Stromkreis geschalteten Amperemeter messen wir die Stärke eines Wechselstromes. Diese ist von der Kapazität des eingeschalteten Kondensators und auch von der Frequenz der angelegten Wechselspannung abhängig. Bei konstant gehaltener Spannung weisen wir die Proportionalitäten  $I \sim C$  und  $I \sim f$  nach. Die genaue Prüfung liefert die Beziehung

$$I = 2\pi f C U = \omega C U. \quad (4.55)$$

Der Kondensator hat einen Wechselstromwiderstand, dessen Größe wir durch Vergleich von Gl. (4.55) mit dem OHMSchen Gesetz  $I = U/R_C$  bestimmen können:

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$

**kapazitiver Widerstand**

(4.56)

Die Durchlässigkeit des Kondensators für Wechselstrom dürfen wir nicht so verstehen, daß Elektrizitätsmenge durch den Kondensator fließt. Es ist ja keine leitende Verbindung zwischen den Kondensatorplatten vorhanden. Wir beobachten vielmehr den Lade- und Entladestrom. Bevor der Kondensator „vollgelaufen“ ist, wurde die Spannung bereits wieder umgepolt. Dadurch entsteht der sich periodisch ändernde Strom, der zwar die

gleiche Frequenz wie die Spannung hat, aber mit dieser *nicht in Phase schwingt*. Das weisen wir mit dem Zweistrahl-Schleifenoszillografen (Bild 4.93) nach. Kernstück dieser Versuchsanordnung sind die beiden kleinen Spulen in einem permanenten Magnetfeld. Fließt Strom durch die Spulen, so kippen sie um ihre Achsen. Die an den Spulen befestigten Spiegel lenken somit den Lichtzeiger vertikal ab, und der Drehspiegel, der die horizontale Zeitablenkung bewirkt, zeichnet das Schwingungsbild auf den Schirm. Die obere Schleife ist als Spannungsmesser und die untere als Strommesser geschaltet. Das Ergebnis der Messung fassen wir in dem folgenden Merksatz zusammen:

■ Die Stromstärke eilt der Spannung um  $90^\circ$  voraus.

Das bedeutet, daß die Maxima, Minima und Nullstellen bei der Stromstärke eine Viertelperiode früher eintreten als bei der Spannung. Diese *Phasenverschiebung* zwischen Spannung und Strom hat eine wesentliche Auswirkung auf den Energieumsatz zur Folge. Bildet man nämlich die Augenblickswerte der Leistungen (Bild 4.94), so entstehen Zeitabschnitte mit positiven und *negativen* Leistungswerten. In den Zeiten negativer Leistung liefert der Kondensator die in ihm vorübergehend elektrostatisch gespeicherte Energie an den Stromkreis. *Im Zeitmittel wird keine Energie umgesetzt*. Damit haben wir einen ganz wesentlichen Unterschied des kapazitiven Widerstands vom ohmschen Widerstand festgestellt. Ein idealer Kondensator hat einen reinen *Blindwiderstand*, was aussagen soll, daß dieser im Zeitmittel keine elektrische Energie verbraucht.

#### Lehrbeispiel

4.25

Wie groß ist der Wechselstromwiderstand eines Plattenkondensators bei der Frequenz 30 kHz? Der Durchmesser der kreisrunden Platten beträgt 20 cm und ihr Abstand 1 mm.

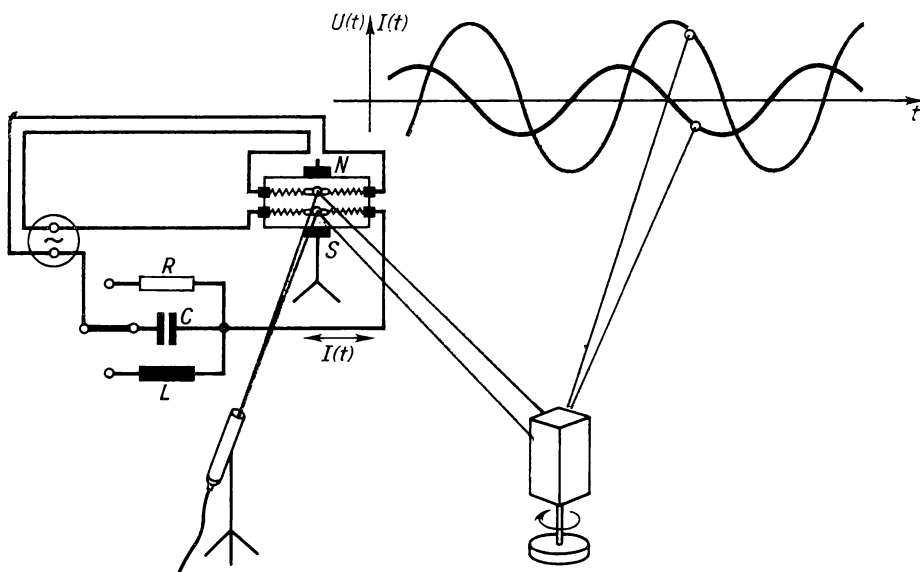


Bild 4.93 Versuchsanordnung zum Nachweis der Phasenverschiebung mit dem Zweistrahl-Schleifenoszillografen



①

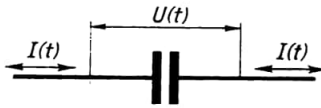
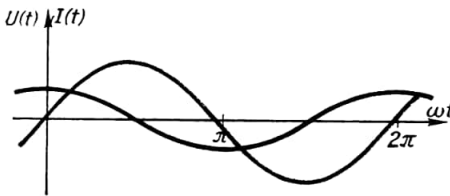


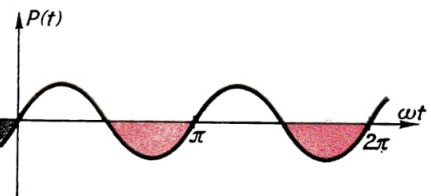
Bild 4.94 Kondensator an Wechselspannung

1. Schaltbild
2. Stromstärke- und Spannungsdiagramm
3. Leistungsdiagramm

②



③

Gegeben:  $f = 30 \text{ kHz}$       Gesucht:  $R_C$  $r = 10 \text{ cm}$  $d = 1 \text{ mm}$ 

$$R_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad C = \epsilon_0 \frac{\pi r^2}{d}$$

$$R_C = \frac{d}{2\pi^2 f \epsilon_0 r^2} = \frac{1 \text{ mm} \cdot \text{s} \cdot \text{Vm}}{2\pi^2 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As} \cdot 10^2 \text{ cm}^2} = \underline{\underline{19,2 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{A}}}}$$

**Übung****4.22**

Wie groß ist die Stärke des Wechselstromes, der in einem Stromkreis mit einem Kondensator der Kapazität  $4 \mu\text{F}$  auftritt, wenn die Wechselspannung  $150 \text{ V}$  ( $50 \text{ Hz}$ ) angelegt wird?

**4.8.2.3. Induktiver Widerstand**

Eine Spule der Induktivität  $L$  setzt dem Wechselstrom einen *induktiven Widerstand*

$$R_L = \omega L$$

**induktiver Widerstand**

(4.57)

entgegen (Bild 4.95). Das beweisen wir experimentell, indem wir den Kondensator in der Schaltung des Bildes 4.93 durch eine Spule ersetzen. Wie der kapazitive Widerstand verbraucht auch der induktive im Zeitmittel keine elektrische Leistung (Bild 4.95.3). Die elektrische Energie wird in der Spule in magnetischer Form gespeichert und durch Induktion wieder an den Stromkreis zurückgeliefert. Eine ideale Spule, bei der man vom ohmschen Widerstand der Leitung absieht, hat reinen Blindwiderstand. Die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke ist bei der Spule umgekehrt gerichtet wie bei dem Kondensator.

■ Die Stromstärke eilt der Spannung um  $90^\circ$  nach.

①

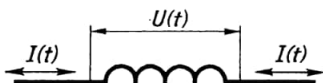
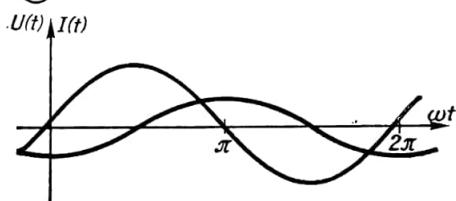


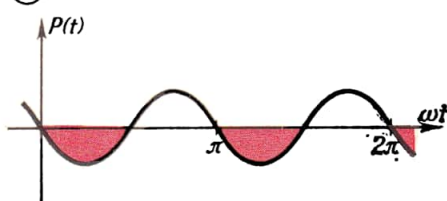
Bild 4.95 Spule an Wechselspannung

1. Schaltbild
2. Stromstärke- und Spannungsdiagramm
3. Leistungsdiagramm

②



③

**Lehrbeispiel**

- 4.26 Wie groß ist der induktive Widerstand einer Spule mit der Induktivität  $10^{-2}$  H bei der Frequenz 1 kHz?

Gegeben:  $L = 10^{-2}$  H      Gesucht:  $R_L$

$$f = 1 \text{ kHz}$$

$$R_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 10^3 \frac{1}{s} \cdot 10^{-2} \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \underline{\underline{63 \frac{\text{V}}{\text{A}}}}$$

**Übung**

4.23

Wie groß sind

1. die Induktivität einer Spule und
  2. die Kapazität eines Kondensators,
- die bei der Frequenz 2 kHz gleiche Wechselstromwiderstände von je  $20 \text{ V/A}$  haben?

**4.8.2.4. Hintereinanderschaltung mehrerer Widerstände**

Wegen der unterschiedlichen Phasenbeziehungen kann der Ersatzwiderstand hintereinandergeschalteter Wechselstromwiderstände *nicht* durch algebraische Summierung berechnet werden. Die *Phasenverschiebungen* erfassen wir am anschaulichsten durch das *Zeigerdiagramm* (Bild 4.96.3). Wenn man von sehr hohen Frequenzen absieht, fließt der Strom im ganzen Kreis zu jedem Zeitpunkt in gleicher Richtung und Stärke. Die Teilspannungen hingegen befolgen die in den letzten drei Abschnitten entwickelten Phasenbeziehungen. Da die Momentanwerte der Spannungen und Stromstärken als Vertikalkomponenten erscheinen, erhalten wir die Spannungsamplitude  $U_m$  durch geometrische Addition der Amplituden der Teilspannungen:  $U_m = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$ . Setzen wir  $U_m = I_m R_s$ ;  $U_R = I_m R$ ;  $U_L = I_m R_L$  und  $U_C = I_m R_C$ , so erhalten wir  $I_m R_s = \sqrt{I_m^2 R^2 + I_m^2 (R_L - R_C)^2}$  und  $R_s = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$ .  $R_s$  wird *Scheinwiderstand* genannt und hat unter Berücksichtigung von Gl. (4.57) und Gl. (4.56) den Wert

$$R_s = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

**Scheinwiderstand bei  
Hintereinanderschaltung**

(4.58)

Aus dem Zeigerdiagramm entnehmen wir auch den *Phasenwinkel*  $\varphi$ , für den gilt

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \text{Phasenverschiebung} \quad (4.59)$$

### Lehrbeispiel

4.27

Ein ohmscher Widerstand von  $400 \, \Omega$ , eine Spule mit der Induktivität  $0,1 \, \text{H}$  und ein Kondensator mit der Kapazität  $2 \, \mu\text{F}$  sind in Reihe an die Wechselspannung  $100 \, \text{V}$  ( $500 \, \text{Hz}$ ) geschaltet. Wie groß sind Scheinwiderstand, Stromstärke und Phasenwinkel?

Gegeben:  $R = 400 \, \Omega$      $U = 100 \, \text{V}$     Gesucht:  $R_s, I, \varphi$

$L = 0,1 \, \text{H}$      $f = 500 \, \text{Hz}$

$C = 2 \, \mu\text{F}$

$$\begin{aligned} R_s &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \\ &= \sqrt{4^2 \cdot 10^4 \frac{\text{V}^2}{\text{A}^2} + \left(2\pi \cdot 500 \cdot 0,1 - \frac{10^6}{2\pi \cdot 500 \cdot 2}\right)^2 \frac{\text{V}^2}{\text{A}^2}} = \\ &= \sqrt{4^2 + 1,55^2} \cdot 10^2 \frac{\text{V}}{\text{A}} = 429 \frac{\text{V}}{\text{A}} \end{aligned}$$

$$I = \frac{U}{R_s} = \frac{100 \, \text{V}}{429 \, \text{V}} \cdot \text{A} = \underline{\underline{233 \, \text{mA}}}$$

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{1,55}{4} = 0,388; \quad \varphi = \underline{\underline{21,2^\circ}}$$

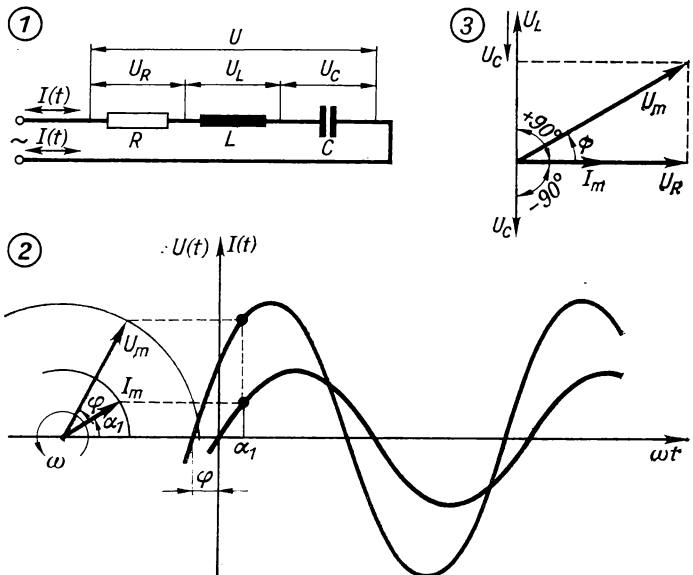


Bild 4.96 Reihenschaltung aus ohmschen, induktiven und kapazitiven Widerständen

1. Schaltbild
2. Umformung des Liniendiagramms in ein Zeigerdiagramm
3. Zeigerdiagramm

#### 4.8.2.5. Leistungsfaktor

Für die Energieversorgung durch Wechselstrom ist die Errechnung des Phasenwinkels deshalb so wichtig, weil dieser die Leistungsübertragung wesentlich bestimmt. Geräte, in denen Drahtwicklungen vorhanden sind (besonders Elektromotoren), haben induktive Widerstände. Sie erzeugen also eine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke. Bei rein kapazitiver oder induktiver Belastung wäre ein Leistungsfluß vom Erzeuger (Generator) zum Verbraucher (Kondensator oder Spule) überhaupt nicht möglich, weil der Mittelwert der Leistung  $\bar{P} = 0$  beträgt. Rein ohmsche Belastung verbraucht die elektrische Leistung  $\bar{P} = UI$ , da in diesem Fall der Phasenwinkel  $\varphi = 0$  ist. Rein induktive Widerstände treten praktisch nicht auf, da in den Leitungen immer ohmsche Widerstände vorhanden sind. Deshalb liegt der Phasenwinkel zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$ . Er soll möglichst klein sein, weil dann der Energieumsatz am günstigsten verläuft. Wie hier nicht bewiesen werden soll, beträgt die

$$P = UI \cos \varphi$$

**Wirkleistung**

(4.60)

Die Wirkleistung erfaßt den elektrischen Energieanteil, der in Wärme oder mechanische Arbeit verwandelt wird.

$\cos \varphi$  heißt *Leistungsfaktor*. Er soll möglichst nicht unter den Wert 0,8 fallen. Von der Wirkleistung zu unterscheiden ist die

$$P_b = UI \sin \varphi$$

**Blindleistung**

(4.61)

Sie erfaßt den Energieanteil, der nicht umgesetzt, sondern nur vorübergehend in elektrostatischer oder magnetischer Form in Kondensator oder Spule gespeichert wird. Hohe Blindleistung ist deshalb unerwünscht, weil sie die Übertragungsleitungen zwischen Erzeuger und Verbraucher unnötig belastet und damit zu Leitungsverlusten führt. Ein ungünstiger Leistungsfaktor einer induktiven Last, z. B. der eines Motors, kann durch Parallelschalten eines Kondensators verbessert werden, da der Kondensator die umgekehrte Phasenverschiebung wie eine Spule bewirkt.

#### 4.8.3. Transformator

Ein Transformator besteht aus einem geschlossenen Eisenkern und zwei Spulen (Bild 4.97). Durch geeignete Wahl des Windungszahlverhältnisses  $N_1 : N_2$  kann eine Wechselspannung  $U_1$  (primäre Spannung) in eine sekundäre sowohl kleinere als auch größere Wechselspannung  $U_2$  umgeformt werden. In einem *verlustfrei arbeitenden Transformator*, der

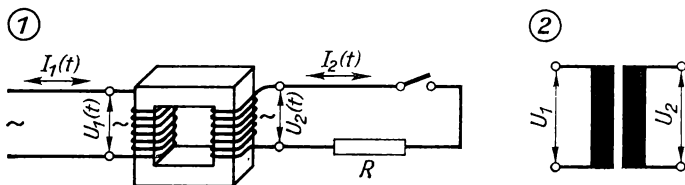


Bild 4.97

Transformator

1. Prinzip

2. Schaltsymbol

allerdings technisch genauso wenig realisierbar ist wie eine reibungsfrei laufende Kraftmaschine, gilt

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}} \quad \text{Spannungsverhältnis des idealen Transformators} \quad (4.62)$$

Zum Beweis dieser Gleichung setzen wir für beide Spulen das Induktionsgesetz  $U_1 = -N_1 \Delta \Phi / \Delta t$  und  $U_2 = -N_2 \Delta \Phi / \Delta t$  an und eliminieren die zeitliche Flußänderung  $\Delta \Phi / \Delta t$ , die beide Spulen mit gleichem Betrag aufweisen. Die Stromstärken erhalten wir aus dem Energieprinzip. Beim verlustfrei arbeitenden Transformator ist die dem Primärkreis entnommene elektrische Leistung genauso groß wie diejenige, die sekundärseitig verbraucht wird:  $U_1 I_1 = U_2 I_2$ . Folglich verhalten sich die Stromstärken umgekehrt wie die entsprechenden Windungszahlen.

$$\boxed{\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}} \quad \text{Stromstärkeverhältnis des idealen Transformators} \quad (4.63)$$

In der Praxis werden die Transformatoren sowohl zum „Abspannen“ ( $U_2 < U_1$ ) als auch zum „Aufspannen“ ( $U_2 > U_1$ ) benutzt. Aus Sicherheitsgründen verwendet der Verbraucher Kleinspannungen unter 42 V, die auch unter ungünstigen Bedingungen (feuchte Räume) keine Gefahr bedeuten. Kleine Spannungen werden ferner für Spielzeug (unter 24 V), Klingelanlagen (8 V), Rasierapparate und andere Geräte durch Transformatoren geliefert, die primärseitig an die Netzspannung geschaltet werden. Hohe Spannungen werden für viele elektronische Apparate, z. B. Fernsehempfänger, benötigt. Solche Apparate enthalten Hochspannungstransformatoren ( $N_2 \gg N_1$ ). Zur Energieversorgung benutzt man für den Transport elektrischer Energie über weite Entfernungen sehr hohe Spannungen (z. B. 380 kV), weil dadurch wegen der kleineren Stromstärken die Leistungsverluste geringer sind als bei Verwendung kleinerer Spannungen, aber höherer Stromstärken.

## 4.9. Elektromagnetische Wellen

Elektrische Wirkungen lassen sich nicht nur von Ladungsträgern durch Leitungen transportieren, sondern können auch von elektromagnetischen Wellen durch das Vakuum oder die Luft getragen werden. Auf solche Art überträgt man die *Signale* des Rundfunks und Fernsehens. Die Entdeckung der elektromagnetischen Wellen ist ein Beispiel für die überragende Bedeutung *theoretischer* Überlegungen in der Geschichte der Physik. MAXWELL hat die empirisch gewonnenen Ergebnisse der Elektrizität verallgemeinert und die Existenz und Eigenschaft der elektromagnetischen Wellen vorausgerechnet, deren experimenteller Nachweis HERTZ rund 20 Jahre später durch planmäßig ausgeführte Versuche gelang.

### 4.9.1. Erzeugung elektrischer Schwingungen

#### 4.9.1.1. Geschlossener Schwingkreis

Jeder Schwingungsvorgang besteht in einem periodischen Austausch potentieller und kinetischer Energie. Ein Kondensator vermag potentielle Energie zu speichern, und die

magnetische Energie einer stromdurchflossenen Spule kann als Bewegungsenergie aufgefaßt werden, wie wir es in unserem Analogiemodell (Bild 4.55) kennenlernten. Deshalb erhält man ein schwingungsfähiges System, wenn man einen Kondensator und eine Spule zusammenschaltet. Die *Eigenfrequenz*  $f_0$  des *Schwingkreises* erhalten wir aus dem Gleichsetzen der Wechselspannung über dem Kondensator und der Spule mit Gl. (4.56) und Gl. (4.57):

$$U_C = IR_C = \frac{I}{\omega C} = U_L = IR_L = I\omega L$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

**Thomsonsche Schwingungsgleichung**

(4.64)

Im Experiment wird zunächst bei geöffnetem Schalter der Kondensator geladen. Schließen wir den Schalter, beginnt die Schwingung, die wir mit dem Oszillografen aufzeichnen können. Es ist eine gedämpfte Schwingung, weil infolge des Leitungswiderstands die elektromagnetische Schwingungsenergie in Wärmeenergie verwandelt wird.

In Bild 4.98 sind vier Schwingungsphasen eines elektrischen Schwingkreises in Analogie zur mechanischen Schwingung dargestellt. In der ersten Phase trägt der Kondensator die maximale Spannung (den maximalen Überdruck), die Schwingungsenergie liegt in elektrostatischer (potentieller) Form vor, und die Entladung über die Spule (Turbine) setzt ein. Die Stromstärke erreicht ihren Maximalwert in der zweiten Phase, in der die gesamte Schwingungsenergie in magnetischer (kinetischer) Form existiert. Die beiden nun folgenden Phasen sind aus der Darstellung ohne weiteres verständlich, denn sie entstehen lediglich durch Umkehr der Richtungen von Spannung (Druck) und Stromstärke.

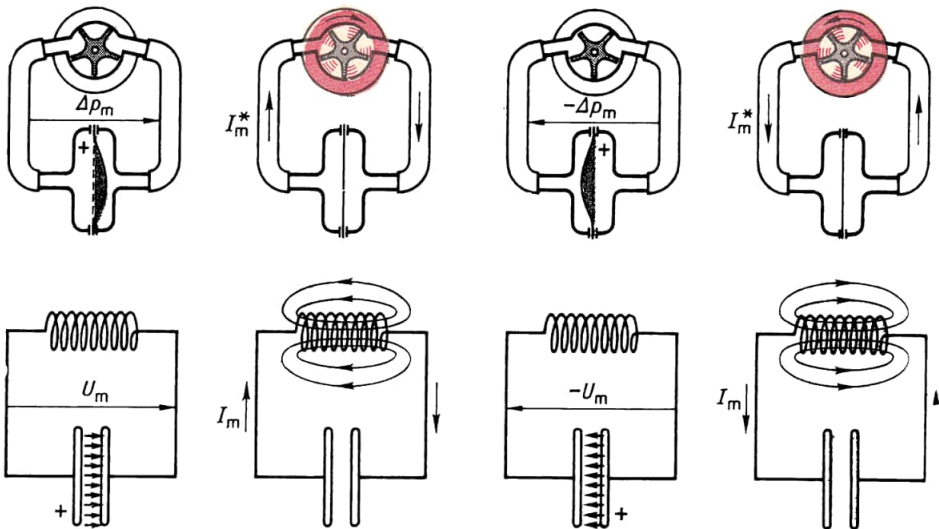
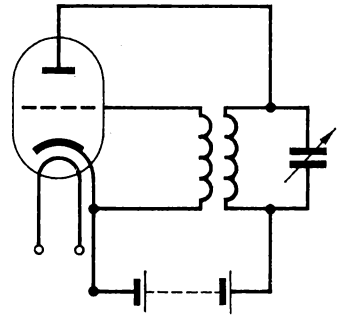


Bild 4.98 Elektrischer Schwingkreis und sein mechanisches Analogon, in vier Schwingungsphasen dargestellt

Bild 4.99 MEISSNERSche Rückkopplungsschaltung zur Erzeugung ungedämpfter elektrischer Schwingungen



### Übung

- 4.24 Wie groß ist die Periodendauer eines Schwingkreises, der aus einem Kondensator mit der Kapazität  $10 \mu\text{F}$  und einer Spule der Induktivität  $2 \text{ H}$  gebildet wird?

#### 4.9.1.2. Ungedämpfte Schwingungen

Für das Zustandekommen ungedämpfter Schwingungen muß der durch Wärmeentwicklung verlorengegangene Energiebetrag jeder Schwingung ersetzt werden. Die in Bild 4.99 dargestellte Schaltung mit einer Triode – es kann auch ein Transistor verwendet werden – dient zur Erzeugung ungedämpfter Schwingungen. Über die induktive *Rückkopplung* wird am Gitter eine Wechselspannung wirksam, die bei positiver Polung einen Anodenstrom freigibt, der den Strom im Schwingkreis verstärkt. Die Schaltung ist ein schwingungsfähiges System, das sich beim Einschalten der Gleichspannung von selbst „aufschauelt“.

#### 4.9.2. Erzeugung elektromagnetischer Wellen

MAXWELLS geniale Leistung, die Vorausberechnung der elektromagnetischen Wellenausbreitung, beruht auf der Verallgemeinerung der Gesetze des Stromkreises, wobei er den Ladungen untergeordnete Bedeutung zukommen ließ. Die *Feldgrößen* kennzeichnen das physikalische Geschehen im Raume (Bild 4.100). Die Abstraktion des Induktionsgesetzes durch Weglassen der Drahtschleife (des Führungsrohres für Ladungsträger) haben wir bereits in [4.6.5.] ausgeführt. Wir erhalten so das verallgemeinerte Induktionsgesetz (Bild 4.100.1):

Ändert sich in einem magnetischen Feld die Feldstärke in der Zeit, so entsteht ein elektrisches Feld mit einer induzierten Feldstärke. Die elektrischen Feldlinien umschlingen die magnetischen.

Die im Induktionsgesetz ausgesprochene *Kopplung* zwischen magnetischer Feldänderung und elektrischer Feldstärke kommt auch in umgekehrter Form vor. Bild 4.100.2 stellt den Entladevorgang eines Kondensators dar. MAXWELL hat behauptet, daß auch bei diesem Vorgang der elektrische Strom ein geschlossenes Band ohne Anfang und Ende bildet. Wenn im Draht der Leitungsstrom fließt, so soll man sich auch im elektrischen Feld des Kondensators einen fiktiven *Verschiebungsstrom mit einem eigenen Magnetfeld* vorstellen. Abstrahieren wir wie beim Induktionsgesetz die beteiligten Ladungen der Kondensatorplatten und der Leitung, so erhalten wir die allgemeine Feldbeziehung:

Ändert sich in einem elektrischen Feld die Feldstärke in der Zeit, so entsteht ein magnetisches Feld, dessen Feldlinien die elektrischen umgeben.



①

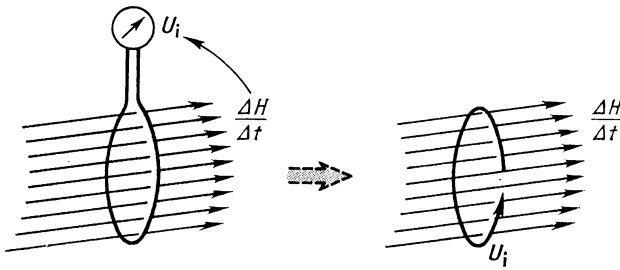
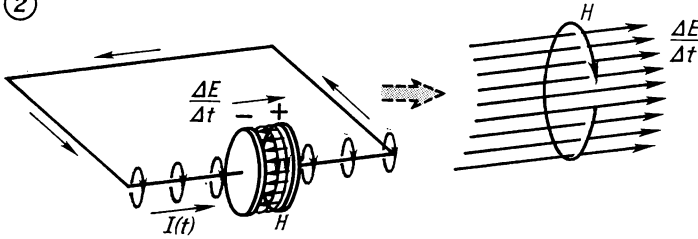


Bild 4.100 Wechselbeziehungen zwischen magnetischen und elektrischen Feldgrößen

1. Verallgemeinerung des Induktionsgesetzes  
2. Elektrische Feldstärkeänderung wird von einem Magnetfeld umgeben

②



Wir haben nun die beiden Gesetze, die die Entstehung einer elektromagnetischen Welle zu erklären vermögen. Jetzt betrachten wir einen Schwingkreis, dessen Kondensatorplatten auseinandergezogen werden (Bild 4.101). Aus dem geschlossenen wird ein offener Schwingkreis, von dem sich die *elektromagnetischen Wellen* ablösen. Das *Prinzip* der Kopplung magnetischer und elektrischer Felder zeigt Bild 4.101.2. Um die wirklichen Verhältnisse zu erhalten, müssen alle Einflüsse dieses räumlichen Problems überlagert werden. Diese Aufgabe läßt sich nur durch den Einsatz höherer Mathematik lösen. Ein Ergebnis dieser Rechnungen ist im Diagramm des Bildes 4.101.3 veranschaulicht, das eine Momentaufnahme der elektrischen und magnetischen Feldvektoren in größerer Entfernung vom Erregerzentrum darstellt. Die Pfeilspitzen der Vektoren bilden Sinuslinien, die mit Lichtgeschwindigkeit vom Erreger weglaufen.

①

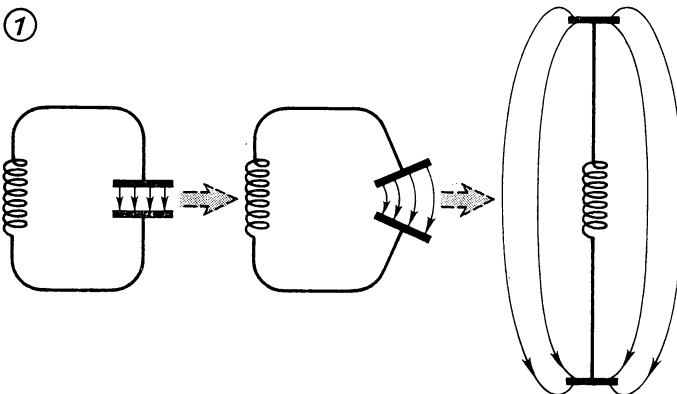


Bild 4.101

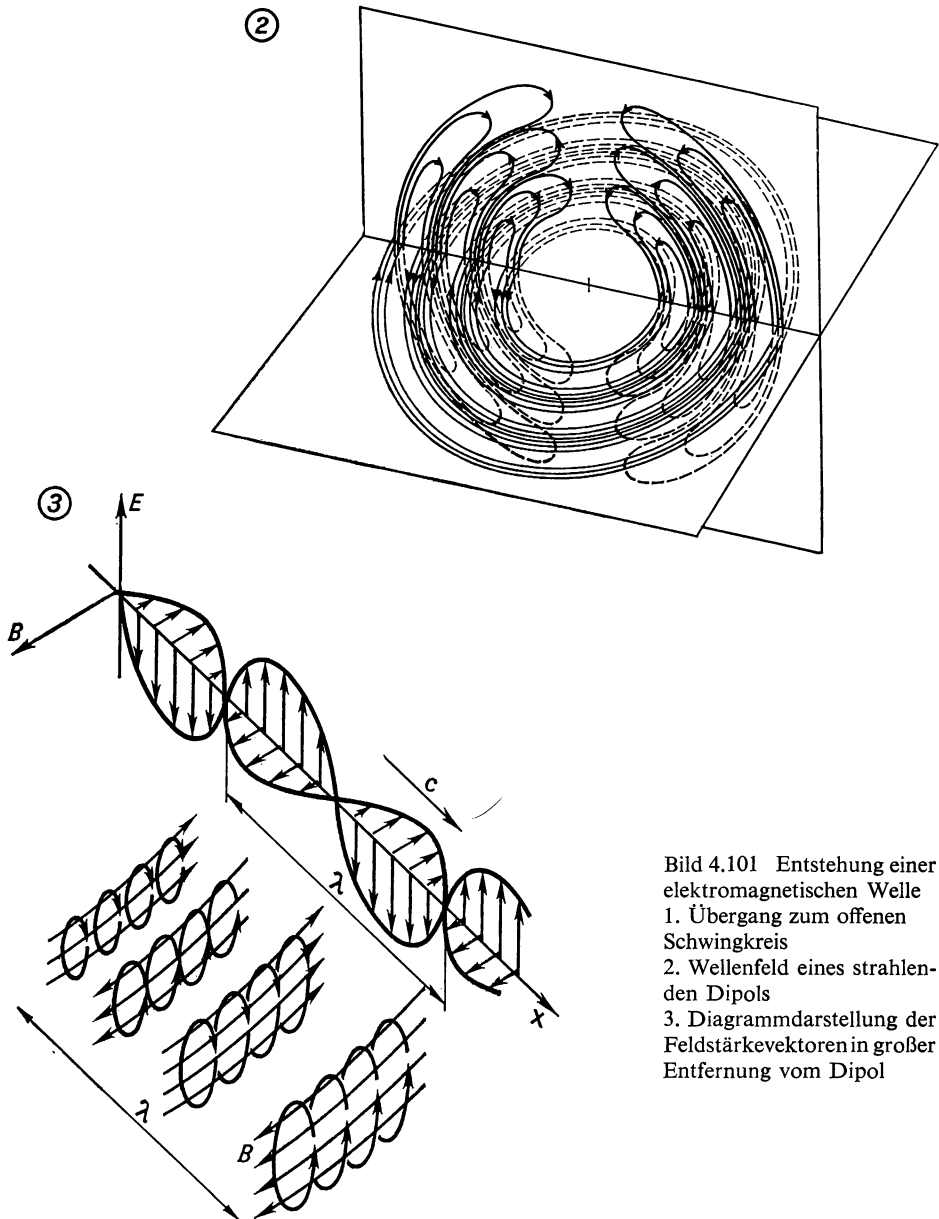


Bild 4.101 Entstehung einer elektromagnetischen Welle

1. Übergang zum offenen Schwingkreis
2. Wellenfeld eines strahlenden Dipols
3. Diagrammdarstellung der Feldstärkevektoren in großer Entfernung vom Dipol

### 4.9.3. Funktechnik

Während statische elektrische oder magnetische Felder von Kondensatoren und Spulen handlicher Größe nur kleine Wirkungsbereiche haben, überbrückt die mit Lichtgeschwindigkeit ( $c = 300\,000 \text{ km/s}$ ) laufende elektromagnetische Welle unvorstellbare Entfernungen. Bild 4.101 veranschaulicht den gedanklichen Übergang vom geschlossenen zum offenen Schwingkreis. Vom schwingenden Dipol löst sich die elektromagnetische Welle ab. Der Dipol wirkt als Sender. Auch als Empfängerantenne können wir einen Dipol

verwenden (Bild 4.102). Das elektrische Feld der ankommenden Welle verschiebt die Elektronen in der metallischen Antenne, in der ein in der Frequenz des Senders **schwin-**gender Strom entsteht. Der Empfängerschwingkreis wird zu Resonanzschwingungen angeregt, wenn er auf die Frequenz des Senders „abgestimmt“ worden ist. Die zu **über-**tragenden Signale, z. B. Morsezeichen oder Schallschwingungen, werden auf die **Träger-**frequenzen *moduliert* (Bild 4.103). Die für Telegraphie, Rundfunk, Fernsehen und Radar-technik verwendeten Trägerfrequenzen umfassen das große Gebiet von etwa 10 kHz bis 30 GHz. Die entsprechenden Wellenlängen ( $\lambda = c/f$ ) erstrecken sich somit über die Größenordnungen 30 km bis 1 mm [B 7.14.]. Die Wellenlängenbereiche unterscheiden sich qualitativ durch die Art ihrer Ausbreitung (Bild 4.104). Langwellen laufen mit der Erdkrümmung, während Kurzwellen in 100 bis 400 km Höhe an der HEAVISIDE-Schicht reflektiert werden und die größte Reichweite haben. Ultrakurzwellen, die auch zur Fern-sehübertragung benutzt werden, breiten sich fast nur geradlinig (quasioptisch) aus. Die für den Luft- und Schiffsverkehr unentbehrlich gewordenen Radarwellen sind noch lichtähnlicher als die ultrakurzen Wellen und werden deshalb meist als **Radarstrahlen** bezeichnet. Sie sind aber keineswegs die kürzesten elektromagnetischen Wellenlängen, die wir heute kennen. Das Licht selbst ist eine elektromagnetische Wellenstrahlung, wie der Abschnitt Optik zeigen wird.

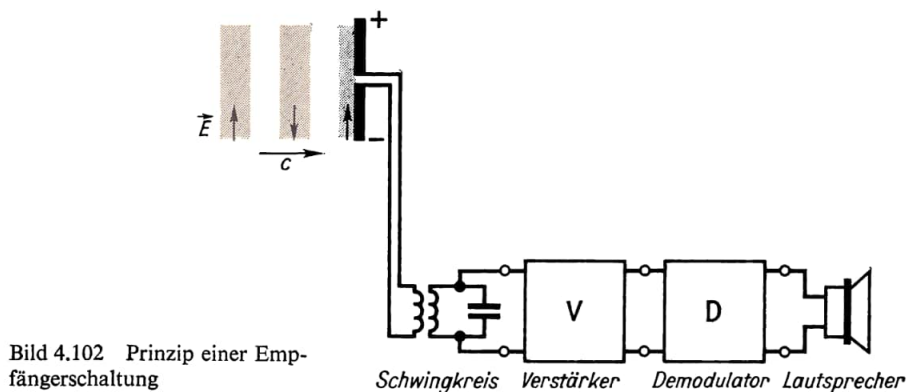


Bild 4.102 Prinzip einer Emp-fängerschaltung

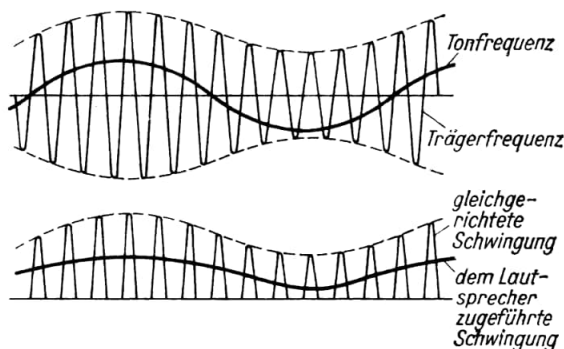


Bild 4.103 Modulation und De-modulation

Die Demodulation geschieht durch Gleichrichtung, beispielsweise mit einer Röhre, und Mittelwertbildung der schnellen Schwingungen

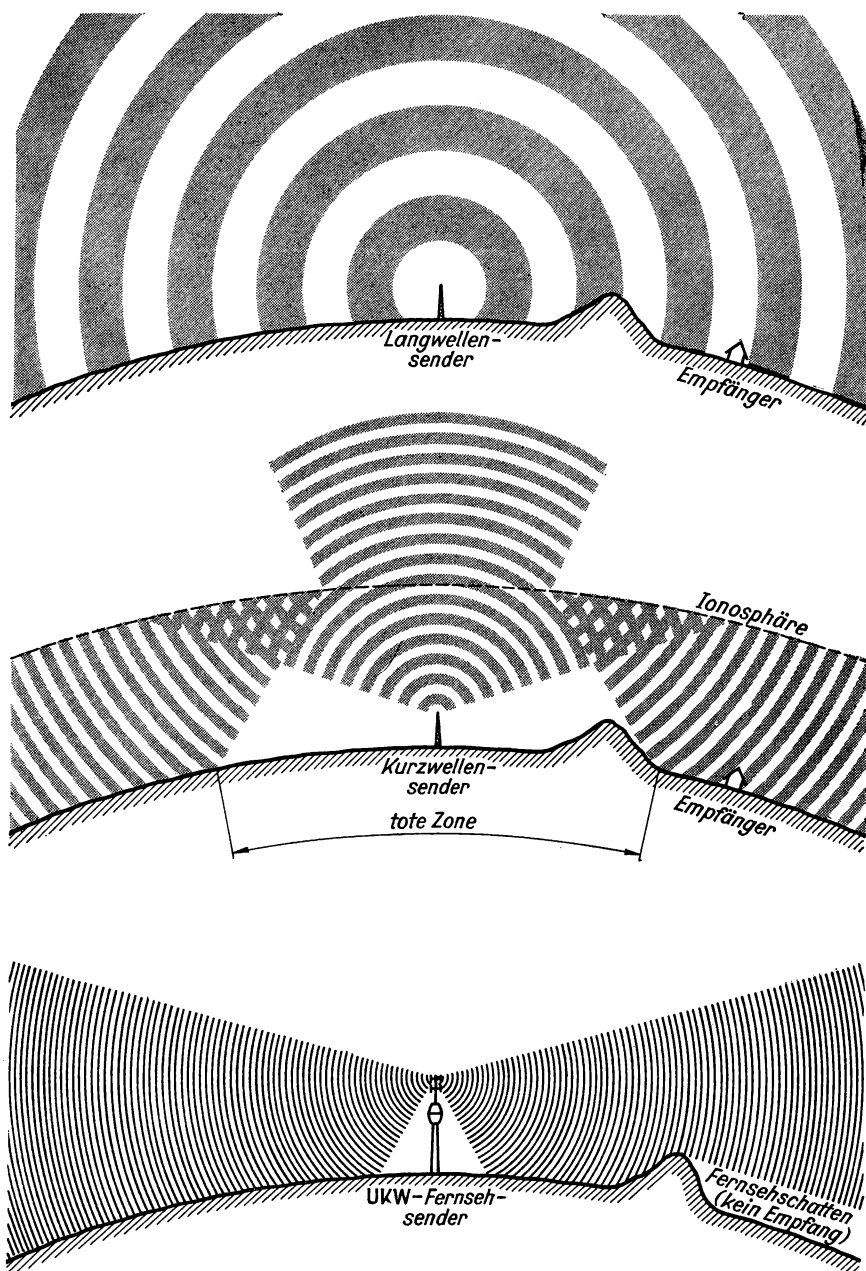


Bild 4.104 Elektromagnetische Wellen verschiedener Frequenz haben unterschiedliche Ausbreitungseigenschaften (stark schematisiert)

# 5. Optik

## 5.1. Wesen des Lichtes

### 5.1.1. Einteilung der Optik

Dieses Teilgebiet der Physik befaßt sich im wesentlichen mit denjenigen Strahlungserscheinungen, die im Auge eine Lichtempfindung auslösen.

Die optischen Erscheinungen lassen sich, soweit es die Ausbreitung der Strahlen betrifft, unter folgenden zwei Gesichtspunkten gesetzmäßig zusammenfassen:

In der *Wellenoptik* beachtet man die Wellennatur des Lichtes und erklärt die Erscheinungen dadurch, daß man die Gesetze der Wellenlehre anwendet [5.2.].

In der *Geometrischen Optik* oder *Strahlenoptik* erfaßt und erklärt man die Erscheinungen mit dem Begriff des *Lichtstrahls*, der als gerade Linie eine mathematische Abstraktion darstellt und die Ausbreitungsrichtung des Lichtes angibt ([5.3.] und [5.4.]).

Um jedoch die Erzeugung der optischen Strahlung und ihre Wirkung auf stoffliche Materie zu erklären, reichen die diesen beiden Gebieten zugrunde liegenden Vorstellungen nicht aus. Man muß die *Quantentheorie* heranziehen, nach der das Licht sich so verhält wie äußerst kleine, sehr schnell fliegende Teilchen. In [5.8.] wird auf einige Grundgesetze der Lichtaussendung eingegangen.

Es ist üblich, im Rahmen der Optik auch gewisse Grundgesetze der Wahrnehmung des Lichtes durch das Auge zu behandeln. Wenn dies auch eigentlich das Gebiet der Physik bereits überschreitet, so sollen solche Fragen doch kurz untersucht werden ([5.6] und [5.7.]).

### 5.1.2. Licht als elektromagnetische Welle

Auf die Frage nach dem Wesen des Lichtes können wir heute sagen, daß das Licht sich als eine Naturerscheinung erweist, von der wir uns in unserer Vorstellung nur sehr schwer ein widerspruchsfreies, anschauliches Bild machen können.

Auf der einen Seite gibt es unzählige Erscheinungen bei der Ausbreitung des Lichtes, die in jeder Hinsicht durch die Annahme erklärt werden können, daß das

#### ● Licht eine elektromagnetische Welle

darstellt. Diese Theorie wurde Mitte des 19. Jahrhunderts von dem englischen Physiker MAXWELL aufgestellt und ist heute vollumfänglich bestätigt. Für manche optische Erscheinungen jedoch gibt sie keine Erklärung, wohl aber die Quantentheorie, die der deutsche Physiker MAX PLANCK Anfang des 20. Jahrhunderts aufstellte und auf die wir in [5.8.] zu sprechen kommen werden. Die Quantentheorie widerspricht der MAXWELLSchen Theorie in ge-

wisser Weise. Solche Widersprüche kommen in der Natur häufig vor, ja sie sind geradezu ein Wesenszug der Materie. Die Erscheinungsformen der Materie sind so vielfältig, daß sie sich mit den meist ziemlich groben Modellvorstellungen, die wir uns von ihnen machen, nicht richtig erfassen lassen. Diese Widersprüche, die in unseren verschiedenen, anscheinend unvereinbaren Vorstellungen von der optischen Strahlung besonders deutlich hervortreten, sind eine Bestätigung für die Richtigkeit der dialektisch-materialistischen Weltanschauung.

## 5.2. Wellenoptik

Im folgenden wird eine Anzahl von optischen Erscheinungen besprochen, die sich nur mit Hilfe der Wellenlehre erklären lassen, die demzufolge einwandfreie Belege für die Wellennatur des Lichtes sind. Dabei beweisen die in [5.2.1.] behandelten Erscheinungen, daß Licht sich als Welle ausbreitet. Über die Art der Wellenbewegung lassen sich dabei zunächst keine näheren Aussagen machen. Weitere Angaben gewinnen wir durch die in [5.2.2.] zu besprechenden Polarisationserscheinungen, die die Transversalität der Lichtwellen beweisen. Schließlich sollen in [5.2.3.] einige Erscheinungen kurz angedeutet werden, die auf den elektromagnetischen Charakter der Lichtwellen hinweisen.

### 5.2.1. Interferenzerscheinungen

#### 5.2.1.1. Beugung am Doppelspalt

In [2.6.2.4.] und [2.6.2.5.] wurden die Erscheinungen der Beugung und der Interferenz von Wellen dargestellt. Wir bleiben zunächst bei den dort beschriebenen Versuchen mit Wasserwellen (Oberflächenwellen), lassen aber jetzt anstelle zweier getrennt erzeugter Wellen zwei gebeugte Wellen interferieren, indem wir die Erregungszentren in Bild 2.132 (Stäbchen) durch zwei Spaltöffnungen ersetzen (Bild 5.1.1), auf die die von *einem Erregungszentrum erzeugten* Wellen auftreffen. Zwei solche nebeneinanderliegenden Spalte nennt man einen *Doppelspalt*. Die Interferenzerscheinung ist fast genau die gleiche wie in Bild 2.132. Auch die Erklärung ist die gleiche, wie wir im folgenden sehen.

An denjenigen Stellen, an denen die beiden von den Spalten ausgehenden Wellen einen Gangunterschied (Phasenunterschied)  $\Delta = n\lambda$  haben, verstärkt sich die Wellenbewegung; wo dagegen  $\Delta = (n + 1)\lambda/2$ , d. h., wo der Gangunterschied  $\Delta$  ein ungeradzahliges Vielfaches von  $\lambda/2$  beträgt, löscht sie sich aus. Dabei ist  $n$  eine ganze Zahl.

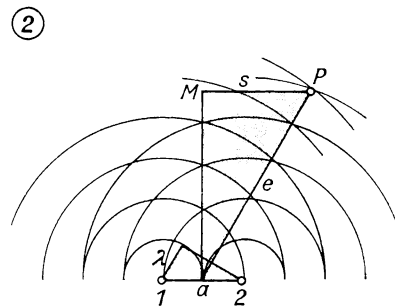
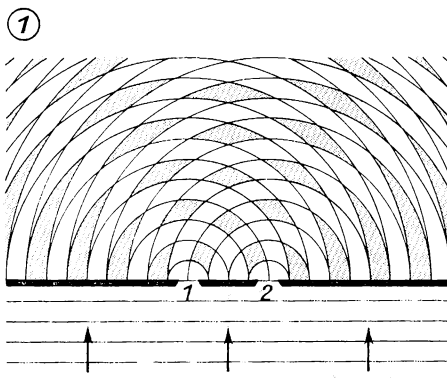


Bild 5.1  
Beugung einer Wasserwelle am Doppelspalt

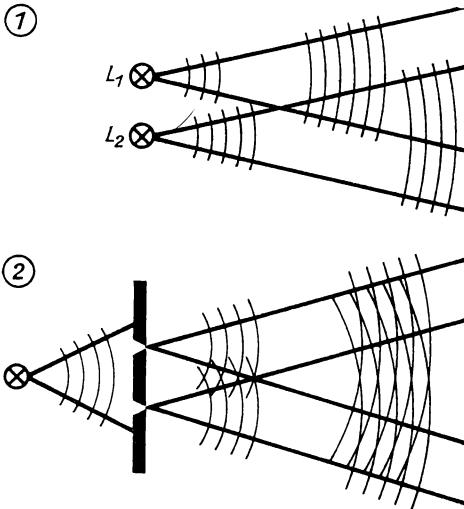


Bild 5.2 Erklärung der Kohärenz

Der Unterschied zum Bild 2.132 ist lediglich der, daß die beiden Erregungszentren durch zwei Öffnungen ersetzt wurden, aus denen nach dem HUYGENSSchen Prinzip zwei stets im gleichen Takt (synchron) schwingende halbkreisförmige Wellen austreten. Dieser Unterschied scheint für Wasserwellen belanglos, für Lichtwellen ist er entscheidend.

Zwei gewöhnliche Lichtquellen, die den Stäbchen in Bild 2.132 entsprechen würden, schwingen nämlich nie „im gleichen Takt“ (synchron). Vielmehr werden die Wellenzüge ganz regellos ausgestrahlt (Bild 5.2.1), so daß sie auch kein Interferenzbild nach Bild 2.132 liefern. Das ist nur beim Doppelspalt zu erwarten, der alle die regellosen Wellenzüge einer Lichtquelle gleichsam in zwei synchron schwingende Teile aufspaltet (Bild 5.2.2). Solche „zusammenhängenden“ Teilwellen, die miteinander interferieren können, nennt man *kohärent*.

Aus Bild 5.1.2 leiten wir eine mathematische Beziehung her, die uns die Wellenlänge  $\lambda$  zu berechnen gestattet.  $P$  sei ein Punkt, an dem Wellenverstärkung herrscht. Die beiden von 1 und 2 ausgehenden Wellen haben in  $P$  einen Gangunterschied von  $\lambda$ . Der Spaltabstand ist  $a$ , der Abstand des Punktes  $P$  vom Doppelspalt ist  $e$ , von der Mitte  $M$  gleich  $s$ . Wegen der Ähnlichkeit der beiden schraffierten Dreiecke ist

$$\boxed{\frac{\lambda}{a} = \frac{s}{e}} \quad \text{für Wellenverstärkung} \quad (5.1)$$

Da man  $s$ ,  $e$  und  $a$  meist ausmessen kann, eignet sich diese Gleichung zur Berechnung der Wellenlänge  $\lambda$ . Sie soll zunächst aber nicht zu einer Wellenlängenbestimmung benutzt werden, da wir in [5.2.1.2.] noch viel genauere Methoden kennenlernen werden.

Für die Interferenz des Lichtes ergeben sich etwas andere Größenverhältnisse als bei Wasser. In Bild 5.3 ist eine Versuchsanordnung wiedergegeben. Als Lichtquelle dient ein beleuchteter Spalt. Die Gebiete der Wellenverstärkung sind beim Licht gekennzeichnet durch helle Streifen auf dem Bildschirm, man nennt sie *Beugungsstreifen*. Der Abstand  $s$  der Streifen von der Mitte beträgt im allgemeinen einige Millimeter. Der Abstand  $a$  der Spalte liegt in der Größenordnung von einigen Zehntel Millimetern; der Abstand  $e$  zwischen Doppelspalt und Schirm beträgt einige Meter.



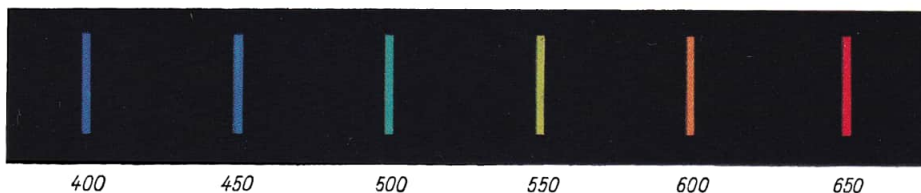
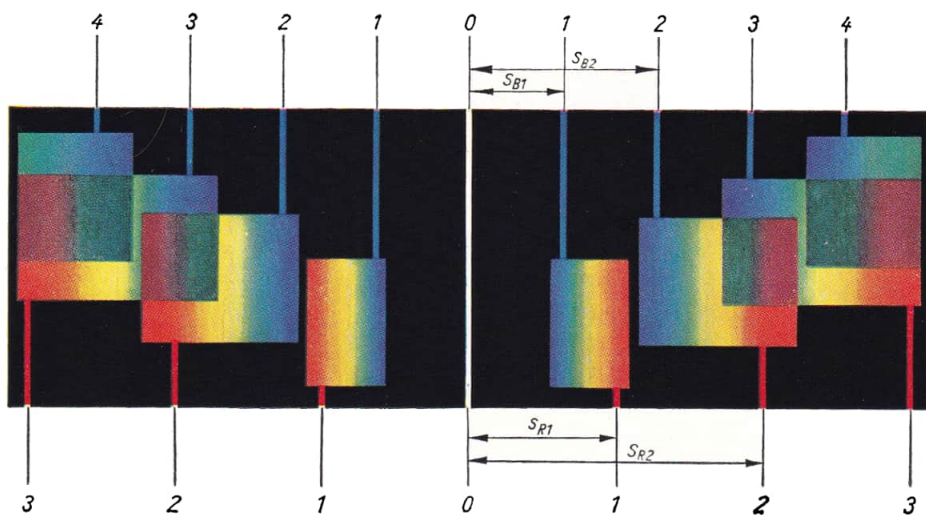


Bild 5.5 (oben) Beugung am optischen Gitter

Blau bzw. rot: Beugungsstreifen bei Verwendung blauen bzw. roten Lichtes, mehrfarbig: Beugungsspektrum von weißem Licht. (Die Ziffern bezeichnen die Ordnungen)

Bild 5.37 (Mitte) Kontinuierliches Spektrum, Wellenlängen in Nanometer,  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$

Bild 5.38 (unten) Schema eines Linienspektrums, 1. durch Gitter, 2. durch Prisma erzeugt



Durch das Auftreten von hellen und dunklen Streifen ist erwiesen, daß Licht eine Wellenbewegung darstellt, denn bestünde das Licht aus Teilchen, dann könnte an keiner Stelle „Licht plus Licht“ Dunkelheit ergeben, wie es bei der Interferenz der Fall ist.

### 5.2.1.2. Beugung am Gitter

Die Bedingungen für Wellenverstärkung bleiben die gleichen wie beim Doppelspalt, wenn man in gleichen Abständen noch mehr Spalte anbringt. Eine solche Anordnung nennt man *Gitter*. Der Abstand der Spalte heißt Gitterkonstante  $a$ . In Bild 5.4 erkennen Sie, daß genau wie beim Doppelspalt in derjenigen Richtung eine Wellenverstärkung herrscht, in der zwei benachbarte Wellen einen Gangunterschied von  $\lambda$  haben. Demnach ist auch für das Gitter Gl. (5.1) gültig. Das Gitter hat nur den Vorteil gegenüber dem Doppelspalt, daß mehr Licht hindurchtritt und daß die Interferenzerscheinung heller und schärfer ist. In der Versuchsanordnung (Bild 5.3) brauchen wir lediglich den Doppelspalt durch ein Gitter zu ersetzen. Benutzt man einfarbiges Licht, so liefert das Gitter einfarbige Beugungstreifen, (s. Farbtafel Bild 5.5). Beiderseits des Mittelstreifens liegen in gleichen Abständen mehrere Beugungstreifen. Man teilt sie in *Ordnungen* ein. Die beiden Streifen nächst der Mitte heißen Streifen 1. Ordnung; bei ihnen haben die aus den „Spalten“ des Gitters austretenden Lichtwellen sämtlich einen Gangunterschied von  $\lambda$ . Bei den beiderseits nächstfolgenden Streifen 2. Ordnung beträgt der Gangunterschied  $2\lambda$  usw. Der Abstand zwischen dem mittleren Spaltbild und dem ersten Beugungstreifen ist gleich  $s$ . Die Abstände zwischen zwei benachbarten Ordnungen haben ebenfalls etwa den Wert  $s$ .

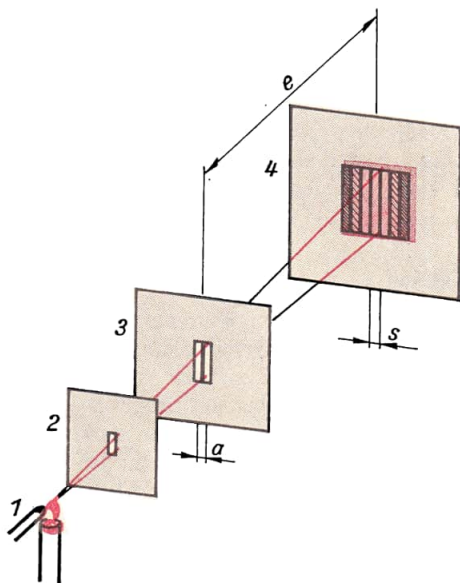
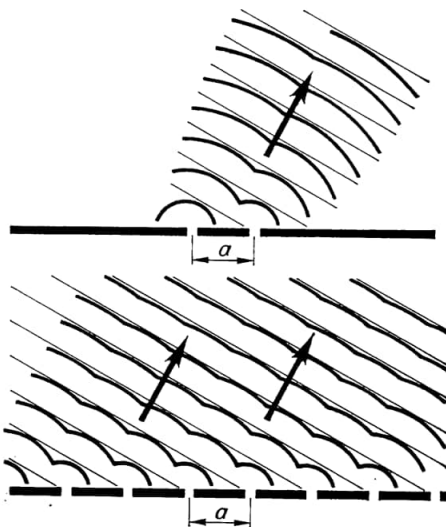


Bild 5.4 Vergleich zwischen Doppelspalt und Gitter

Bild 5.3 Versuchsanordnung zur Beugung von Licht am Doppelspalt.  
1 Bogenlampe, 2 Leuchtspalt, 3 Doppelspalt, 4 Schirm



**Lehrbeispiel**

- 5.1 Bei einem Beugungsversuch mit einem Gitter, das eine Gitterkonstante von 0,02 mm hat, wurde der Abstand der beiden Beugungsstreifen 1. Ordnung mit 140 mm gemessen. Der Abstand zwischen Gitter und Schirm betrug 2,3 m. Wie groß ist die mittlere Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten roten Lichtes?

Nach Gl. (5.1) ist

$$\lambda = \frac{as}{e} = \frac{0,02 \text{ mm} \cdot 70 \text{ mm}}{2300 \text{ mm}} = 0,00061 \text{ mm} = 0,61 \mu\text{m} = \underline{\underline{610 \text{ nm}}}$$

**Übung**

- 5.1 Welche Gitterkonstante hat ein Gitter, wenn gelbes Natriumlicht ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ) auf einem 1,6 m entfernten Schirm Beugungsstreifen entwirft, die 6 cm voneinander entfernt sind?

Mit Hilfe der Beugung am Gitter hat man die Wellenlängen der verschiedenen Lichtfarben ermittelt. Hat das untersuchte Licht nur eine bestimmte Wellenlänge, so spricht man von *monochromatischem* Licht. Es löst, wenn es ins Auge gelangt, je nach der Wellenlänge eine Farbbeimpfindung aus, wie sie die folgende Tabelle zeigt:

violett	blau	blaugrün	grün	gelbgrün	gelb	orange	rot
unter							über
etwa 430	460	500	530	550	570	590	600 nm

Die „Farbe“ Weiß empfinden wir, wenn alle diese Wellenlängen im Licht enthalten sind. Wie aus Gl. (5.1) hervorgeht, ist der Streifenabstand  $s$  proportional der Wellenlänge  $\lambda$ . In Bild 5.5 (s. Farbtabelle zwischen S. 288 und S. 289) sind die Streifenabstände für rotes und blaug violettes Licht bei gleichen Versuchsbedingungen gegenübergestellt. Benutzt man *weißes Licht*, das alle Farben des sichtbaren Lichts enthält, so wird der ganze Bereich zwischen den roten und blaug violetten Streifen jeder Ordnung von einem vielfarbigen Band ausgefüllt, das man *Spektrum* nennt (Bild 5.5). Von der zweiten Ordnung an überdecken sich die Spektren teilweise. Dadurch werden die Farben verändert. In Bild 5.5 sind die Spektren, um ihre Ausdehnung besser erkennen zu lassen, in der Höhe etwas versetzt, was sich aber im Versuch nicht realisieren läßt. Näheres über Spektren enthält [5.3.5.].

**5.2.1.3. Interferenz durch Reflexion**

In [5.2.1.1.] und [5.2.1.2.] haben wir zwei oder mehr kohärente Teilwellen durch Beugung an Spalten erhalten. Man kann die kohärenten Teilwellen auch durch Reflexionen erzeugen. Ein Beispiel für Interferenzerscheinungen, die auf diese Weise entstehen, sind die farbigen Ölflecke auf regennasser Straße oder die Farben auf Seifenblasen. Untersuchen wir einmal eine dünne Haut von Seifenwasser, die sich über einen senkrecht gehaltenen Drahtrahmen spannt (Bild 5.6)! Läßt man beispielsweise rotes Licht auf die Haut fallen, so sieht man sie von vielen waagerechten hellen und dunklen Streifen durchzogen. Wie kommen diese zustande? – Die Haut nimmt infolge ihres Gewichts eine schwach keilförmige Gestalt an. Eine Lichtwelle, die auf die Haut fällt, wird sowohl an der Vorderseite als auch an der Rückseite reflektiert (Bild 5.7), und zwar mit ungefähr gleicher Stärke. Die beiden reflektierten Teilwellen sind kohärent, denn sie stammen von ein und derselben Welle. Da sie fast die gleiche Richtung haben, interferieren sie. Ob sie sich auslöschen oder verstärken, hängt von ihrem Gangunterschied ab, dieser wiederum von der Schichtdicke der Haut.

Untersucht man diesen Zusammenhang zwischen Interferenzbild und Schichtdicke, so muß man eine Besonderheit der Reflexion beachten. Das Licht wird nämlich an der

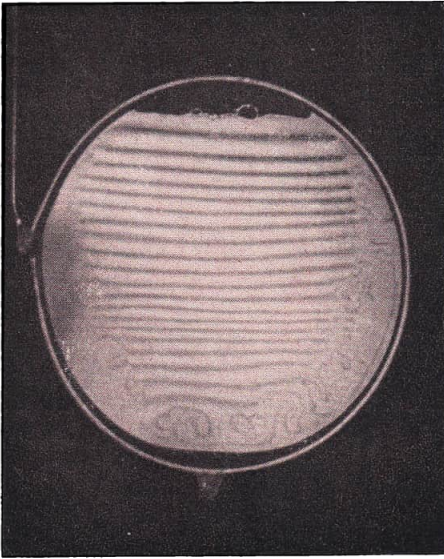


Bild 5.6 Interferenzstreifen bei der Reflexion von rotem Licht an einer Haut von Seifenwasser

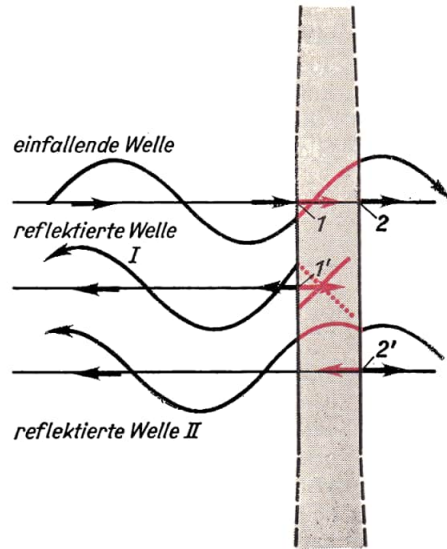


Bild 5.7 Erklärung für die Interferenz an dünnen Schichten

Die bei 1 und 2 reflektierten Wellenzüge sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nach unten als 1' und 2' herausgezeichnet

Vorderseite, d. h. bei dem Übergang vom dünneren zum dichteren Stoff, anders reflektiert als an der Rückseite. An der Rückseite wird es gewissermaßen „normal“ reflektiert, d. h., die Welle wird an der Reflexionsebene gespiegelt. An der Vorderseite dagegen wird die Welle beim Reflexionsvorgang um eine halbe Wellenlänge verschoben; man sagt, es tritt ein *Phasensprung von  $\lambda/2$  auf*.

Unter Berücksichtigung des Phasensprunges löschen sich die beiden reflektierten Wellen ganz oben, wo die Haut fast die Dicke Null hat, aus. In Bild 5.6 sieht man deutlich oben einen schwarzen Fleck. Würden beide Reflexionen ohne Phasensprung stattfinden, dann müßten sich die beiden reflektierten Wellen dort verstärken, denn bei der Schichtdicke Null bestünde zwischen ihnen kein Phasenunterschied.

Im weißen Licht sind die Interferenzstreifen farbig. Ist die Schicht nur einige Wellenlängen dick, dann erscheinen kräftige Farben, weil z. B. eine bestimmte Wellenlänge, d. h. eine bestimmte Farbe, gerade ausgelöscht, eine andere gerade verstärkt wird. Auf diese Weise entstehen auch die Anlauf Farben auf Stahl. Sie sind eine Folge dünner Oxidschichten auf der Oberfläche. Ist die Schicht dicker, so werden die Farben blaß und weißlich und verschwinden schließlich ganz, weil bei einem großen Gangunterschied für viele Wellenlängen die Bedingungen für Auslöschung  $\Delta = (n + 1) \lambda/2$  und für Verstärkung  $\Delta = n \lambda$  zutreffen, d. h. viele Farben reflektiert werden und sich zu einer weißlichen Mischfarbe vereinigen.

Eine wichtige Anwendung der Interferenz dünner Schichten sind die reflexionsmindernden Schichten auf den Linsen fotografischer Objektive. Die Schichten sind so dünn, daß sich die reflektierten Lichtwellen (bei einer mittleren Wellenlänge von 550 nm) auslöschen. Dadurch entfallen störende Reflexe, und die Objektive bekommen eine größere Lichtdurchlässigkeit, denn die Energie der „sich auslöschenden“ reflektierten Wellen findet sich im durchgehenden Licht.

Eine bekannte Erscheinung der Interferenz dünner Schichten sind die farbigen Ringe, die sich zeigen, wenn man zwei sehr sauber geputzte Glasscheiben aneinanderdrückt oder einen Fotofilm auf eine Glasplatte legt. Zwischen den Platten bleibt eine sehr dünne Luftschicht, an deren Vorder- und Rückseite je ein Wellenzug reflektiert wird. Besonders schöne runde Ringe ergeben sich, wenn man eine flach gewölbte Linse auf eine saubere Glasscheibe legt. Diese Ringe heißen *NEWTONsche Ringe*.

## 5.2.2. Polarisation des Lichtes

### 5.2.2.1. Linear polarisiertes Licht

Wir legen zwei Polarisationsfilter, von deren Aufbau wir vorläufig keine weitere Kenntnis benötigen, aufeinander und blicken hindurch. Beim gleichmäßigen Drehen des einen Filters wird es im Gesichtsfeld abwechselnd hell und dunkel, d. h., einmal wird Licht hindurchgelassen, das andere Mal wird es zurückgehalten, *absorbiert* (Bild 5.8).

Wir müssen daraus schließen, daß das Licht keine longitudinale Welle ist, denn dann wäre kein Grund einzusehen, weshalb bei Schwingungen in der Ausbreitungsrichtung eine Drehung der Anordnung um diese Richtung als Achse eine Veränderung hervorrufen sollte. Bei der Annahme einer „Seitlichkeit“ der Wellen dagegen, d. h., wenn Lichtwellen *transversale Wellen* sind, wird die Erscheinung sofort verständlich und kann wie folgt erklärt werden:

Das eine, dem Auge abgewandte Filter läßt nur solche Lichtwellen durch, die in einer bestimmten Ebene schwingen (vgl. Bild 2.125). Das zweite, dem Auge zugewandte Filter läßt diese Wellen passieren, wenn seine „Durchlaßrichtung“ mit der des ersten Filters übereinstimmt. Ist das nicht der Fall, so läßt es nur einen Teil passieren. Wird es um  $90^\circ$  gedreht, so steht seine Durchlaßrichtung senkrecht zu der des ersten Filters, und kein Licht wird von ihm mehr durchgelassen.

Dieser Versuch beweist also:

● Licht ist eine transversale Wellenbewegung.

Licht, das regellos in allen Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung schwingt, heißt *natürliches Licht*. Läßt man es auf ein Polarisationsfilter, allgemein gesagt auf einen *Polarisator* fallen, so entsteht hinter diesem *linear polarisiertes Licht*, das in einer bestimmten Ebene schwingt (Bild 5.9). Ein weiteres Filter, allgemein gesagt ein *Analysator*, kann je nach seiner Stellung dieses linear polarisierte Licht auslöschen oder durchlassen.

### 5.2.2.2. Polarisation durch Reflexion

Einen sehr einfachen Polarisator kann man sich aus einer gewöhnlichen Glasplatte herstellen. Es ergibt sich, daß ein Lichtbündel, wenn es unter einem bestimmten Winkel, dem *Polarisationswinkel*  $\alpha_p$ , auf die Glasplatte fällt, nach der Reflexion linear polarisiert ist (Bild 5.10). Der Polarisationswinkel errechnet sich aus der Brechzahl  $n$  [5.3.3.1.] mit Hilfe der folgenden Beziehung, die hier ohne Beweis mitgeteilt sei:

$$\tan \alpha_p = n$$

Brewstersches<sup>1)</sup> Gesetz

(5.2)

<sup>1)</sup> spricht etwa brjuster



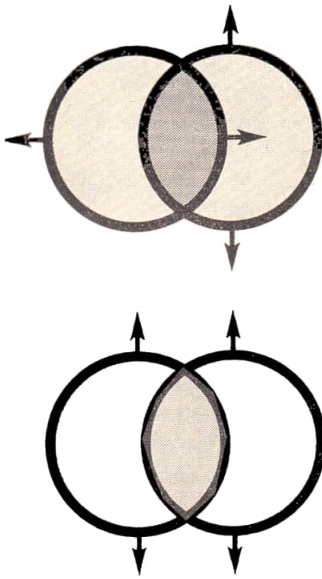


Bild 5.8

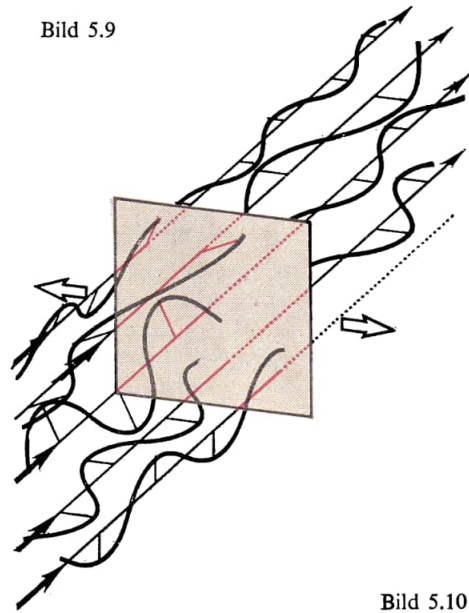


Bild 5.9

Bild 5.8 Lichtdurchgang durch zwei Polarisationsfilter

Bild 5.9 Erzeugung von linear polarisiertem Licht. Nur die Horizontalkomponente der jeweiligen Welle gelangt durch das Filter

Bild 5.10 Vollständige lineare Polarisation durch Reflexion

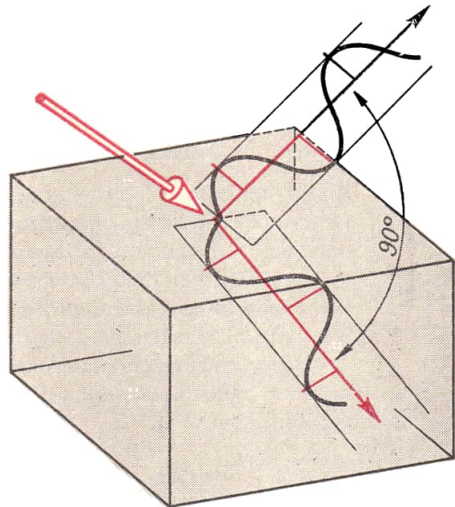


Bild 5.10

### 5.2.2.3. Polarisation durch Doppelbrechung

Bei bestimmten Kristallen beobachtet man, daß ein hindurchtretendes Lichtbündel in zwei Teile gespalten wird. Man bezeichnet diese Erscheinung als *Doppelbrechung*. Die beiden Bündel sind linear polarisiert, ihre Schwingungsrichtungen stehen senkrecht aufeinander. Es gibt zwei Möglichkeiten, mit Hilfe doppelbrechender Kristalle Polarisatoren herzustellen. Man kann Kristalle benutzen, die von Natur aus schon den einen Anteil absorbieren. Die eingangs erwähnten *Polarisationsfolien* bestehen aus solchen Kristallen, die in mikroskopischer Feinheit ausgerichtet in eine durchsichtige Trägerfolie eingebettet werden. Schließlich werden sie beiderseits mit Glasscheiben verkittet und als Polarisationsfilter verwendet.



Bei klar durchsichtigen doppelbrechenden Kristallen (z. B. Kalkspat) werden beide Anteile gut hindurchgelassen. Man muß dann ein Lichtbündel irgendwie ausschalten, wenn man linear polarisiertes Licht erzeugen will. Man erreicht das dadurch, daß man den Kristall in bestimmter Weise durchsägt und wieder zusammenkittet. An dieser Zwischenschicht wird ein Strahl reflektiert und ausgeschieden. Diese Anordnung nennt man *Nicolsches Prisma*.

#### 5.2.2.4. Teilweise polarisiertes Licht

Fällt Licht unter einem von  $\alpha_p$  verschiedenen Winkel auf eine Glasplatte, so wird das reflektierte Licht nur teilweise linear polarisiert. Das gleiche gilt für das in das Glas eindringende (gebrochene) Lichtbündel. Bei Benutzung eines Satzes von beispielsweise 10 Glasplatten kann man allerdings erreichen, daß das hindurchtretende (gebrochene) Licht nahezu vollständig polarisiert wird.

#### 5.2.3. Licht als elektromagnetische Welle

In [5.2.2.] haben wir nachgewiesen, daß Licht eine transversale Wellenbewegung darstellt. Wir müssen nun noch den elektromagnetischen Charakter dieser Wellenbewegung beweisen. Dazu bedarf es einer Reihe recht schwieriger Versuche, auf die einzugehen zu weit führen würde. Wir beschränken uns deshalb darauf, einige Argumente und Versuchsergebnisse im folgenden zusammenzustellen.

- Lichtwellen breiten sich auch im Vakuum (Weltraum) aus, sind also nicht stofflicher Natur.
- Lichtwellen breiten sich mit einer Geschwindigkeit von rund  $300\,000 \text{ km s}^{-1}$  aus, also mit der Geschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen.
- Durch elektrische und magnetische Felder werden Lichtwellen beeinflusst, beispielsweise ihr Polarisationszustand oder ihre Wellenlänge verändert.

Zusammenfassend kann man sagen:

Lichtwellen sind elektromagnetische Wellen von etwa  $0,3$  bis  $0,8 \mu\text{m}$  Wellenlänge. Sie bestehen aus einer magnetischen und einer elektrischen Komponente, die zueinander und zur Ausbreitungsrichtung senkrecht schwingen. Der chemisch wirksame Teil der Lichtwelle scheint die elektrische Komponente zu sein, die wir beispielsweise bei der linearen Polarisation allein betrachten.

Trotz der uneingeschränkten Gültigkeit all dieser Feststellungen müssen wir das Licht in vielen Fällen auch als ein Bündel schnell fliegender Teilchen auffassen, wovon in [5.8.] die Rede sein wird.

### 5.3. Strahlenoptik

Bei den in [5.3.] zu besprechenden Erscheinungen macht sich die Wellennatur des Lichtes nicht bemerkbar. Wir beschreiben die Ausbreitung durch „Lichtstrahlen“, das sind Geraden im mathematischen Sinne. Sie stellen eine mathematische Abstraktion von unendlich dünnen Lichtbündeln dar. Wir untersuchen dann den Verlauf der Lichtstrahlen mit Hilfe geometrischer Gesetze.

Die „Strahlenauffassung“ widerspricht dabei nicht den Gesetzen der Wellenlehre, sondern ist als Vereinfachung in diesen enthalten. Wir werden deshalb bei einzelnen Gesetzen der Strahlenoptik (Reflexion, Brechung) darauf hinweisen, daß das betreffende Gesetz auch mit Hilfe der Wellenlehre erklärt werden kann. Andererseits haben wir in [5.2.] eine Reihe von wellenoptischen Erscheinungen behandelt, die mit der vereinfachten Strahlenvorstellung nicht erklärbar sind (Beugung, Interferenz u. a.).

### 5.3.1. Geradlinige Ausbreitung des Lichtes

#### 5.3.1.1. Lichtbündel

Aus einer „Physiklampe“ [5.3.4.] tritt ein nahezu paralleles *Lichtbündel* aus, das man durch Staub, Rauch u. dgl. nachweisen kann oder auch dadurch, daß es streifend auf eine helle Fläche fällt (Bild 5.11). Wir erkennen an dem Versuch:

- Lichtstrahlen breiten sich geradlinig aus.

#### 5.3.1.2. Lochkamera

Die Lochkamera ist ein Kasten oder eine Röhre, die an der Frontseite ein Loch von etwa 1 mm Durchmesser aufweist (Bild 5.12). Der Öffnung gegenüber befindet sich ein Schirm aus Transparentpapier. Auf dem Schirm entstehen, auf dem Kopf stehend, Bilder der Gegenstände, die sich vor der Lochkamera befinden. In diesem Falle erscheint das Bild einer Kerze. Die Erklärung der Bildentstehung ist nicht schwer. Von jedem Punkt des Gegenstandes (des Objektes) breiten sich geradlinig nach allen Seiten Lichtstrahlen aus. Diejenigen Strahlen, die durch das Loch hindurchtreten, gelangen auf den Schirm, die „Mattscheibe“, und entwerfen dort ein Bild des Objekts. Die Entstehung von Bildern in einer Lochkamera ist also ein Beweis für die geradlinige Ausbreitung des Lichtes.

#### 5.3.1.3. Schatten

Als *Schatten* im physikalischen Sinne bezeichnet man ein solches Gebiet, das nicht oder nur teilweise von Licht getroffen wird. Die Schattenbildung bestätigt erneut die geradlinige Lichtausbreitung. Wir wollen im folgenden einige charakteristische Arten des Schattens kennenlernen.

Bild 5.11 Sichtbar-  
machen von Licht-  
bündeln

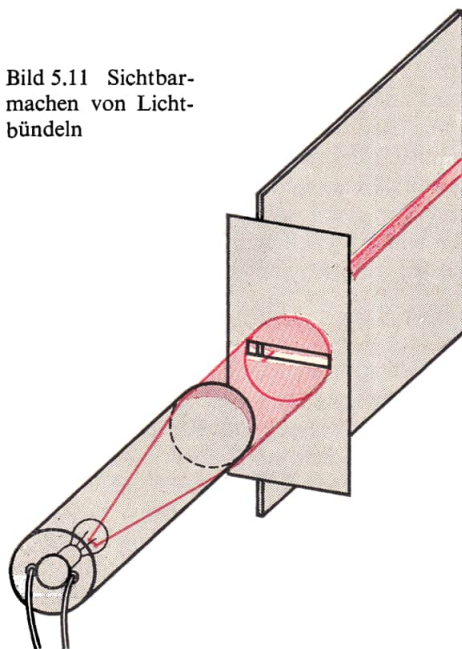
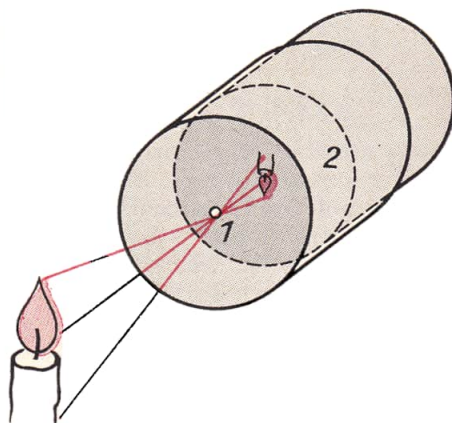


Bild 5.12 Schema einer Lochkamera  
(1 Loch, 2 Schirm)



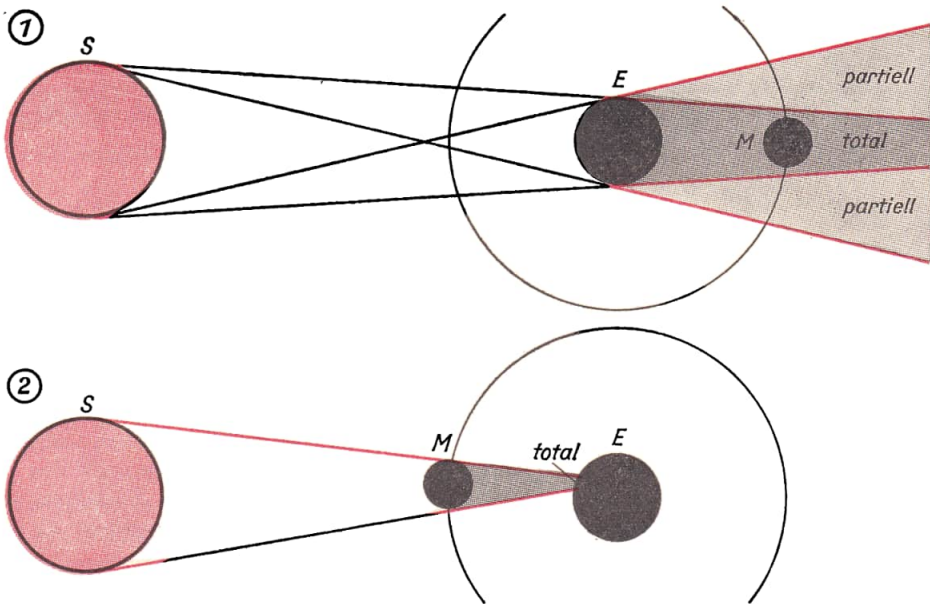


Bild 5.13 1. Mond-, 2. Sonnenfinsternis

Benutzt man eine sehr kleine, eine „punktförmige“ Lichtquelle (z. B. ein Fahrradlämpchen), dann ist der Schatten, den ein Gegenstand wirft, scharf begrenzt und gleichmäßig schwarz. Man spricht von einem *Schlagschatten*. Wenn wir *zwei* punktförmige Lichtquellen benutzen, dann entstehen zwei Schatten, die sich zum Teil überschneiden. Derjenige Bereich, der von keiner der beiden Lichtquellen beschienen wird, heißt *Kernschatten*. Daran schließen sich Gebiete an, die nur von einer der beiden Lichtquellen beleuchtet werden. Man nennt sie *Halbschatten*. Solche Kern- und Halbschatten treten stets auch auf, wenn ein Gegenstand von einer breiten, ausgedehnten Lichtquelle beschienen wird. In der Astronomie erkannte man sehr früh schon, daß die Ursachen für die Mond- und Sonnenfinsternisse im Schattenwurf der Himmelskörper zu suchen sind. Befindet sich der Mond im Erdschatten, dann tritt eine Mondfinsternis ein (Bild 5.13.1), befinden sich dagegen Teile der Erdoberfläche im Mondschatte, dann beobachten wir eine Sonnenfinsternis (Bild 5.13.2), und zwar eine totale<sup>1)</sup>, wenn die schattenauffangende Erde im Kernschatten liegt, und eine partielle<sup>2)</sup>, wenn sie im Halbschatten liegt.

#### 5.3.1.4. Lichtgeschwindigkeit

Erst im 17. Jahrhundert erkannte man, daß das Licht eine gewisse, wenn auch äußerst geringe Zeit zur Ausbreitung braucht. Der erste Forscher, der die Lichtgeschwindigkeit auf Grund astronomischer Beobachtungen berechnete, war der dänische Astronom OLAF RÖMER. Er bemerkte im Jahre 1676 in astronomischen Aufzeichnungen, daß die Umlaufzeit des 1. Jupitermondes nicht konstant zu sein schien. Er war aber von einer konstanten Umlaufzeit der Jupitermonde überzeugt und suchte den Grund der Unregelmäßigkeiten in der Laufzeit des Lichtes, denn der Abstand Erde–Jupiter ändert sich während der Messung. Unter dieser Voraussetzung berechnete er schließlich die Zeit, die

<sup>1)</sup> totalis (lat.) vollständig

<sup>2)</sup> pars, 2. Fall partis (lat.), der Teil

das Licht braucht, um die von der Erde während eines Jupitermondumlaufs zurückgelegte Strecke zu durchqueren. Man fand später noch andere Methoden zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit. Eine beruht darauf, daß ein Lichtstrahl durch die Lücke eines rotierenden Zahnrades fällt, von einem weit entfernten Spiegel reflektiert wird und, wenn das Zahnrad eine bestimmte Drehzahl hat, auf dem Rückwege statt auf die eben passierte Lücke jetzt auf den nachfolgenden Zahn des Zahnrades trifft.  
Zur Zeit gilt als genauester Wert:

$$c = (299\,792,5 \pm 0,3) \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad \text{Lichtgeschwindigkeit}$$

Wir merken uns:

- Die Lichtgeschwindigkeit beträgt rund  $300\,000 \text{ km s}^{-1}$ .

In durchsichtigen festen und flüssigen Körpern ist die Lichtgeschwindigkeit kleiner [5.3.3.].

Bei Kenntnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  kann man mit Hilfe der für alle Wellenerscheinungen gültigen Gleichung (2.81)  $c = \lambda f$  [2.6.1.1.] bzw.  $c = \lambda \nu$  die Frequenz  $\nu$  einer Lichtwelle berechnen, wenn die Wellenlänge  $\lambda$  bekannt ist.

## 5.3.2. Reflexion des Lichtes

### 5.3.2.1. Reguläre Reflexion

Wenn ein paralleles Lichtbündel auf eine glatte Fläche, z. B. auf eine ebene Glasfläche oder eine ruhige Wasseroberfläche, fällt, dann wird ein Teil des Lichtes in bestimmter Weise zurückgeworfen, *reflektiert*. Wir führen dazu den in Bild 5.14 dargestellten Versuch durch. Die Lichtbündel werden durch Zigarettenrauch nachgewiesen. Die im Auftreffpunkt der Strahlen auf die ebene Fläche errichtete Senkrechte heißt das *Einfalls-lot*. Man stellt bei diesem Versuch folgendes fest:

- Der einfallende Strahl 1, das Einfallslot und der reflektierte Strahl 2 liegen in einer Ebene senkrecht zur reflektierenden Fläche. Diese Ebene heißt *Einfallsebene*.
- Der Reflexionswinkel  $\alpha'$  ist gleich dem Einfallswinkel  $\alpha$ .

Diese beiden Feststellungen bilden das *Reflexionsgesetz* [2.6.2.3.].

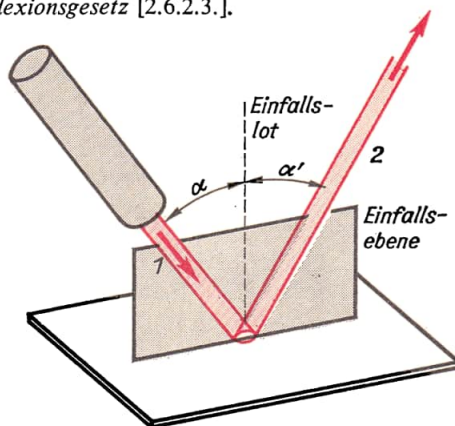


Bild 5.14 Reguläre Reflexion von Licht an einer Glasplatte

Während ein Teil des Lichtes an der Oberfläche reflektiert wird, tritt ein anderer Teil in den Körper ein. Der Quotient aus reflektierter Lichtmenge und gesamter auftreffender Lichtmenge heißt *Reflexionsvermögen*. Bei Glas beträgt das Reflexionsvermögen für senkrecht auftreffendes Licht an einer Fläche, d. h. an Vorder- oder Rückseite, etwa 4%; beim Durchdringen einer farblosen Glasscheibe verliert also das Lichtbündel rund 8% seiner Intensität, d. h. seiner Energie.

### 5.3.2.2. Diffuse Reflexion

Wird Licht von einer rauen Fläche reflektiert, dann spricht man von *diffuser* Reflexion. Dabei werden die Lichtstrahlen gleichmäßig nach allen Seiten zurückgeworfen. Dies zeigt Bild 5.15, in dem ein schmales paralleles Lichtbündel auf ein Stück weißen Karton fällt. Diffuse Reflexion tritt an Papier, Zimmerwänden, hellem Tuch, matten Metallflächen, Mattglas u. a. auf.

Bei der diffusen Reflexion scheint das Reflexionsgesetz nicht zu gelten; in Wirklichkeit gilt es aber im mikroskopischen Bereich durchaus. Die einzelnen Strahlen werden von den unregelmäßig liegenden Flächen der rauen Oberfläche nach dem Reflexionsgesetz in alle möglichen Richtungen zurückgeworfen. Insgesamt ergibt dies eine gleichmäßige Verteilung der reflektierten Strahlen.

### 5.3.2.3. Abbildung durch ebene Spiegel

Der ebene Spiegel besteht aus einer ebenen Glasplatte, deren eine Seite mit einer dünnen Silberschicht belegt ist. Normalerweise ist die Rückseite versilbert. Für Präzisionsgeräte benutzt man jedoch *Oberflächenspiegel*, bei denen die Silberschicht auf der Vorderseite liegt und durch eine dünne durchsichtige Lackschicht geschützt wird.

Wir wollen nun erklären, wie das Bild im ebenen Spiegel zustande kommt. Dazu brauchen wir nur das Reflexionsgesetz anzuwenden. Vor einer Glasplatte steht eine Kerze (Bild 5.16). Von der Flamme gehen nach allen Seiten Lichtstrahlen aus. Solche auseinanderlaufenden Strahlen nennt man *divergente*<sup>1)</sup> Strahlen. Die divergenten Lichtstrahlen fallen auf den Spiegel und werden von ihm nach dem Reflexionsgesetz reflektiert, wie Bild 5.16 zeigt. Die reflektierten Lichtstrahlen gelangen ins Auge des Betrachters, der die Lichtquelle stets im Schnittpunkt der verlängerten Strahlen wahrnimmt, der also das Bild der Kerze im Spiegel sieht. Dieses Spiegelbild nennt man ein *virtuelles*<sup>2)</sup> oder *scheinbares* Bild, weil man es nicht mit einem Bildschirm auffangen kann. Wir werden später auch Bilder besprechen, die man auf einem Bildschirm (z. B. einem Blatt Papier) sichtbar machen kann.

Wir stellen von dem virtuellen Bild am ebenen Spiegel weiter fest, daß es sich ebensoweit hinter dem Spiegel befindet, wie der abgebildete Gegenstand vor ihm, d. h., Bild und Gegenstand liegen symmetrisch zum Spiegel. Schließlich ist allgemein bekannt, daß im „Spiegelbild“ die Seiten vertauscht werden. Der Ehering erscheint im Spiegel an der linken Hand.

In [2.6.2.3.] wurde nachgewiesen, daß das Reflexionsgesetz, das wir geometrisch mit Hilfe von Lichtstrahlen erklärt haben, mit der Wellennatur des Lichts in Einklang steht, d. h. auch nach den Gesetzen der Wellenlehre erklärt werden kann.

<sup>1)</sup> divergere (lat.) auseinanderstreben, -laufen

<sup>2)</sup> virtuell (frz.) möglich, unwirklich



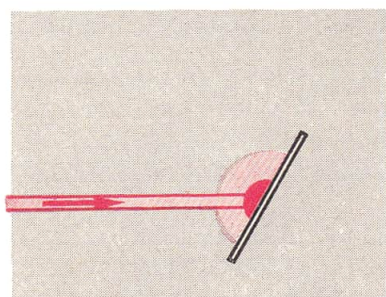


Bild 5.15 Diffuse Reflexion von Licht an Karton

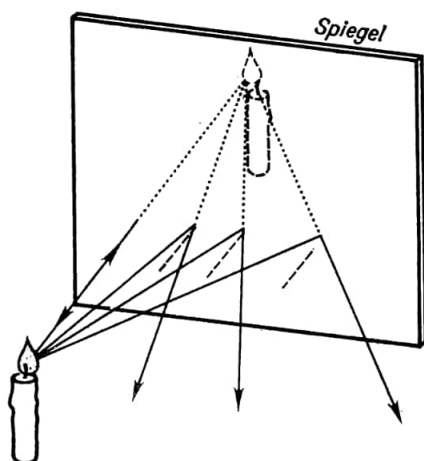


Bild 5.16 Abbildung eines Gegenstandes im ebenen Spiegel (virtuelles Bild)

### 5.3.3. Brechung

#### 5.3.3.1. Brechungsgesetz

Wohl jeder hat schon einmal die Erscheinung beobachtet, daß ein schräg ins Wasser gestellter Stab an der Oberfläche geknickt zu sein scheint. Das von den eingetauchten Teilen des Gegenstandes herkommende Licht muß demnach irgendwie abgelenkt werden. Wir nennen diese Erscheinung *Brechung* [2.6.2.3.]. Um die Lichtbrechung näher zu untersuchen, benutzen wir ein schmales, paralleles Lichtbündel, das über ein weißes Brett streift und dabei in eine Glasplatte eintritt (Bild 5.17). Bei diesem Versuch zeigt sich neben der Reflexion eine Knickung des Lichtbündels beim Eintritt und Austritt. Betrachten wir zunächst den Eintritt des Bündels in die Platte. Es zeigt sich eine *Brechung* nach dem Einfallslot hin. Der Einfallswinkel  $\alpha$  ist größer als der *Brechungswinkel*  $\beta$ . Den quantitativen Zusammenhang zwischen Einfallswinkel und Brechungswinkel fand der holländische Physiker SNELLIUS (1620). Er erkannte, daß beim Übergang des Lichts von Luft (genauer: aus dem Vakuum) in einen bestimmten Stoff (Medium) für alle Einfallswinkel die Bedingung gilt:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad \text{Brechungsgesetz} \quad (5.3)$$

Der für jeden Stoff (gegen Vakuum) festliegende Wert  $n$  heißt absolute *Brechzahl*. Die absoluten Brechzahlen für gelbes Licht ( $n_D$ ) der wichtigsten durchsichtigen Stoffe sind in [B 7.11.] angegeben. Von den zahlreichen hervorragenden optischen Gläsern, die im VEB Jenaer Glaswerk geschmolzen werden, sind nur einige Beispiele angeführt. Kanadabalsam wird zum Kitten von Glas verwendet.

Die Erscheinungen bei der Brechung können entweder nach Gl. (5.3) berechnet oder aber auch durch Konstruktion ermittelt werden. Für letztere zieht man zwei konzentrische Kreise, deren Radien sich wie  $1 : n$  verhalten (Bild 5.18) und verlängert den einfallenden Strahl über  $O$  hinaus bis zum Schnittpunkt  $I$  mit dem kleinen Kreis. Eine Parallele zum

Einfallslot durch 1 schneidet den großen Kreis in 2. Die Richtung des gebrochenen Strahles geht dann von  $O$  nach 2.

### Lehrbeispiel

5.2 Wie groß ist der Brechungswinkel, wenn ein Bündel gelben Lichtes aus der Luft unter  $64^\circ$  auf die Oberfläche von Schwefelkohlenstoff fällt?

Die Brechzahl des Schwefelkohlenstoffs ist aus [B 7.11.] zu entnehmen:  $n = 1,628$ .

Gl. (5.3) formen wir um:

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} = \frac{\sin 64^\circ}{1,628} = \frac{0,8988}{1,628} = 0,552$$

$$\underline{\underline{\beta = 33^\circ 30'}}$$

In [2.6.2.3.] wurde die Brechung von Wellenfronten behandelt; Gl. (2.83) stimmt mit dem für Lichtstrahlen gültigen Brechungsgesetz (5.3) überein, wenn  $c_1$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum (oder Luft),  $c_2$  die im Medium und  $c_1 : c_2 = n$  ist. Mit Hilfe dieser Beziehung können wir ausrechnen, mit welcher Geschwindigkeit sich das Licht beispielsweise im Glas ausbreitet, denn die absolute Brechzahl  $n$  für Glas und die Lichtgeschwindigkeit  $c_1$  im Vakuum sind bekannt:

$$c_2 = \frac{c_1}{n} \approx \frac{300000 \text{ km s}^{-1}}{1,5} = 200000 \text{ km s}^{-1}$$

Grenzt ein Stoff mit der Brechzahl  $n_1$  nicht an Luft oder Vakuum, sondern an ein anderes Medium mit der Brechzahl  $n_2$ , so nimmt das Brechungsgesetz die Form

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{1,2} = \frac{c_1}{c_2} \quad [\text{vgl. Gl. (2.83)}]$$

an, wenn der Lichtstrahl aus dem Medium 1 in das Medium 2 übergeht. Dabei sind  $c_1$  und  $c_2$  die Lichtgeschwindigkeiten in den beiden Medien und  $n_{1,2}$  die relative Brechzahl, die sich aus den absoluten Brechzahlen nach  $n_{1,2} = n_2/n_1$  berechnet.

Bild 5.17 Brechung eines Lichtbündels in einer Glasplatte

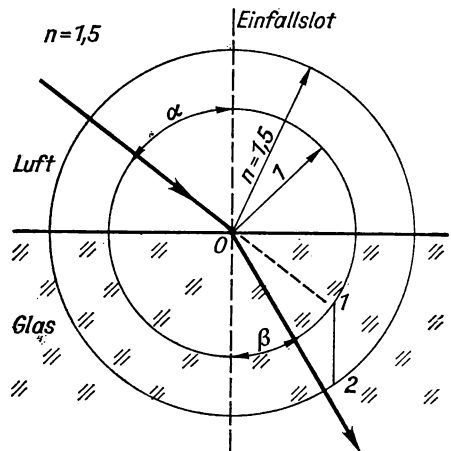
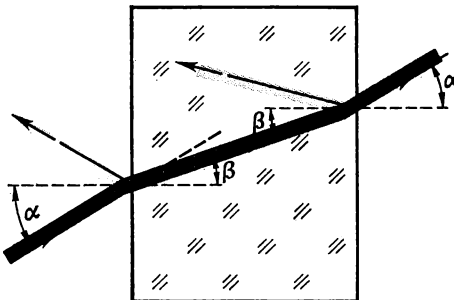


Bild 5.18 Konstruktion der Lichtbrechung



### 5.3.3.2. Totalreflexion

Das Brechungsgesetz gilt auch für den Übergang des Lichtes aus dem Medium, beispielsweise Wasser, ins Vakuum bzw. in Luft. Dann ist der Einfallswinkel  $\alpha$  kleiner als der Brechungswinkel  $\beta$  (Bilder 5.19.1 und 5.19.2), und der Brechungsindex ist kleiner als eins, nämlich gleich dem reziproken Wert des für Wasser in [B 7.11.] angegebenen Wertes. Der Lichtstrahl wird in diesem Falle vom Einfallslot weg gebrochen.

Das Brechungsgesetz lautet für den Übergang aus einem Medium ins Vakuum

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n} \quad (5.4)$$

In den Bildern 5.19.1 und 5.19.2 lassen sich bei dem gegebenen Brechungsindex  $n = 1,33$  (für Wasser) und gegebenen Einfallswinkeln  $\alpha_1 = 15^\circ$  und  $\alpha_2 = 40^\circ$  nach dem Brechungsgesetz die Brechungswinkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$  berechnen. Für den Winkel  $\alpha_3$  in Bild 5.19.3 läßt sich  $\beta_3$  nicht ausrechnen. In diesem Falle müßte  $\sin \beta$  größer als 1 sein, sollte Gl.(5.4) erfüllt sein. Das ist jedoch nicht möglich. Der Versuch beweist, daß dann kein gebrochener Strahl mehr existiert. Das Licht wird vielmehr vollständig reflektiert: man spricht von *Totalreflexion*.

Welcher Unterschied besteht zur normalen Reflexion? Bei der Totalreflexion wird das *gesamte* Licht von der Grenzfläche zwischen den durchsichtigen Medien reflektiert. Die Erscheinung sieht der Reflexion an einer glänzenden Silberfläche sehr ähnlich. Bei der gewöhnlichen Reflexion an einer Grenzfläche wird stets nur ein Teil des Lichtes reflektiert, ein anderer Teil wird gebrochen und dringt ins zweite Medium ein. Das war schon in Bild 5.17 zu erkennen. Die Verhältnisse sind in Bild 5.20 nochmals zusammengestellt. Die Dicke der Pfeile soll ein ungefähres Maß für die Intensität (Helligkeit, Energie) der einzelnen Strahlen bzw. Lichtbündel geben.

Blickt man flach von unten gegen eine Wasserfläche (etwa eines Aquariums), so wirkt sie wie ein Spiegel. Andererseits kann man von oben her ganz flach auf eine Wasserfläche blicken und dabei stets noch Gegenstände im Wasser wahrnehmen.

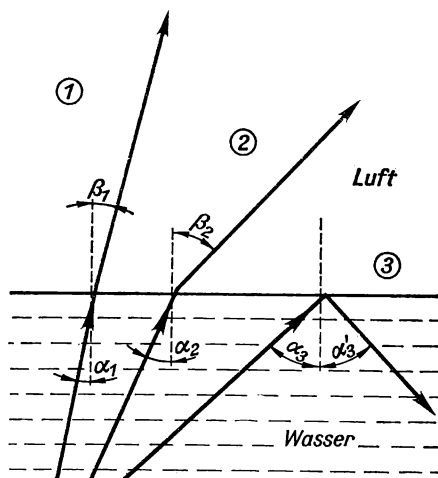


Bild 5.19 Brechung beim Übergang vom dichteren ins dünnere Medium

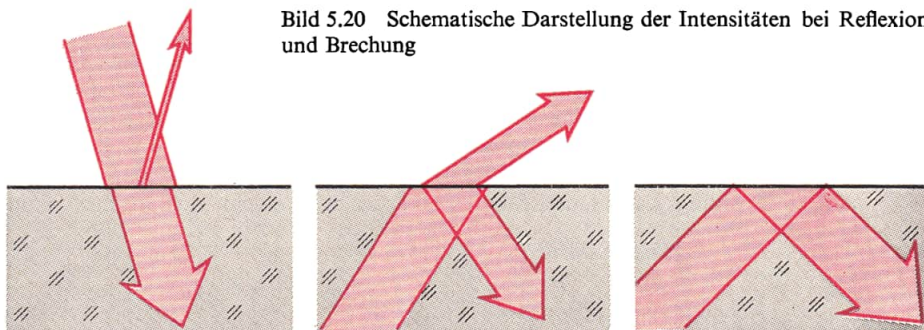


Bild 5.20 Schematische Darstellung der Intensitäten bei Reflexion und Brechung

Totalreflexion kann nur beim Übergang des Lichtes vom dichteren ins dünnere Medium auftreten.

Schließlich wollen wir noch die Totalreflexion quantitativ beschreiben. Aus Bild 5.19 entnehmen wir, daß die Totalreflexion bei  $\sin \beta = 1$  einsetzt. Man nennt den Einfallswinkel  $\alpha_T$ , bei dem dies der Fall ist, den *Grenzwinkel der Totalreflexion*. Aus Gl. (5.4) erhält man für den Grenzwinkel  $\alpha_T$  des Übergangs Medium–Luft bzw. Medium–Vakuum mit  $\sin \beta = 1$

$$\sin \alpha_T = \frac{1}{n}$$

(5.5)

### 5.3.3.3. Anwendungen der Brechung

Die wichtigsten Brechungserscheinungen treten durch polierte Glaskörper in optischen Instrumenten auf. Solche Körper sind Platten, Prismen und Linsen.

Eine durchsichtige Platte, die von zwei parallelen Ebenen begrenzt wird, nennt man eine *planparallele Platte*. Halten wir eine solche Platte schräg in ein paralleles Lichtbündel (Bild 5.21), so beobachten wir, daß das Bündel nach dem Durchgang seitlich versetzt ist. Eine Richtungsänderung tritt nicht ein; das Lichtbündel wird parallel zu sich selbst verschoben. Die Erscheinung wird verständlich, wenn man den Strahlenverlauf beim Ein- und Austritt konstruiert. Zuerst bestimmen wir für einen beliebigen Einfallswinkel  $\alpha_1$  und eine bestimmte Brechzahl  $n$  den Brechungswinkel  $\beta_1$  beim Eintritt in die Platte und dann auf analoge Weise den Brechungswinkel  $\beta_2$  beim Austritt (Bild 5.22). Zu beachten ist, daß  $\beta_1 = \alpha_2$  ist.

#### Lehrbeispiel

5.3 Zu berechnen ist der Strahlenverlauf durch eine planparallele Platte von 3 cm Dicke mit der Brechzahl 1,53 für einen Einfallswinkel von  $68^\circ$ .

Die gegebenen Zahlenwerte für  $n$  und  $\alpha_1$  sind in Bild 5.22 verwendet.  $\beta_1$  berechnen wir nach Gl. (5.3):

$$\sin \beta_1 = \frac{\sin \alpha_1}{n} = \frac{\sin 68^\circ}{1,53} = \frac{0,927}{1,53} = 0,606$$

$$\beta_1 = 37,3^\circ$$

Da  $\beta_1 = \alpha_2$ , ergibt sich weiter der Brechungswinkel  $\beta_2$  nach Gl. (5.4) zu

$$\sin \beta_2 = n \sin \alpha_2 = n \sin \beta_1 = \frac{n \sin \alpha_1}{n} = \sin \alpha_1.$$

Wir brauchen also den Winkel  $\beta_2$  nicht auszurechnen. Er ist ebenso groß wie  $\alpha_1$ . Damit ist zugleich nachgewiesen, daß der austretende Strahl dem eintretenden parallel ist.

Einen durchsichtigen Körper, der zwei gegeneinander geneigte ebene Grenzflächen hat, bezeichnet man in der Optik als Prisma (Bild 5.23). Die Kante, in der sich die beiden Ebenen schneiden, nennt man *brechende Kante* (1), den Winkel, den die beiden Ebenen miteinander bilden, den *brechenden Winkel* ( $\varphi$ ). Diejenige Seitenfläche, die der brechenden Kante gegenüberliegt, heißt die *Basis* (2).

Wir halten das Glasprisma in ein paralleles Bündel roten Lichtes. Die Verwendung roten Lichtes soll verhindern, daß gleichzeitig zwei verschiedene Erscheinungen auftreten [5.3.5.]. Man erkennt neben einer mehrmaligen Reflexion des Lichtbündels ein schräg austretendes Lichtbündel. Wie ist dies zu erklären?

Dazu konstruieren wir wieder den Strahlenverlauf (Bild 5.24). Der einfallende Strahl bildet mit dem Einfallslot den Winkel  $\alpha_1$ . Der Brechungswinkel ist  $\beta_1$ . Unter dem Winkel  $\alpha_2$

Bild 5.21 Durchgang eines Lichtbündels durch eine planparallele Glasplatte

Bild 5.22 Konstruktion der Brechung an einer planparallelen Glasplatte

Bild 5.23 Brechung am Prisma

Bild 5.24 Konstruktion der Brechung am Prisma

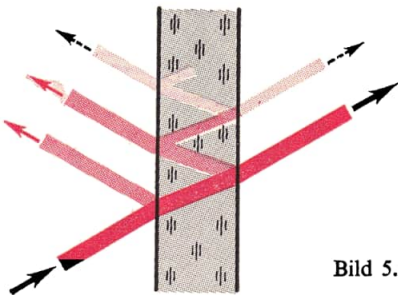


Bild 5.21

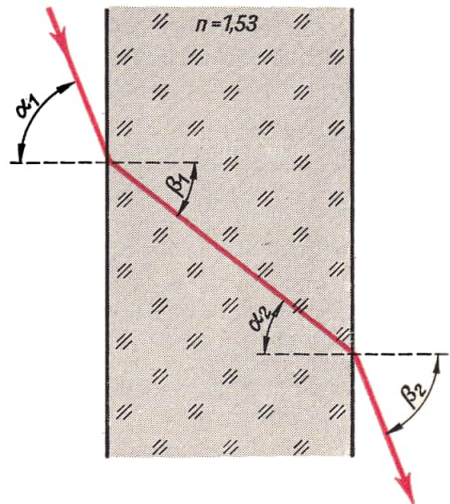


Bild 5.22

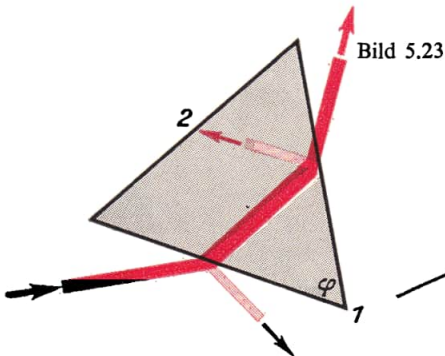


Bild 5.23

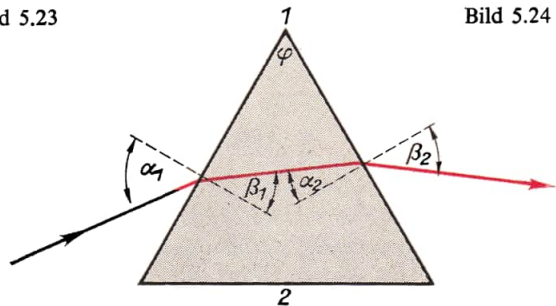


Bild 5.24

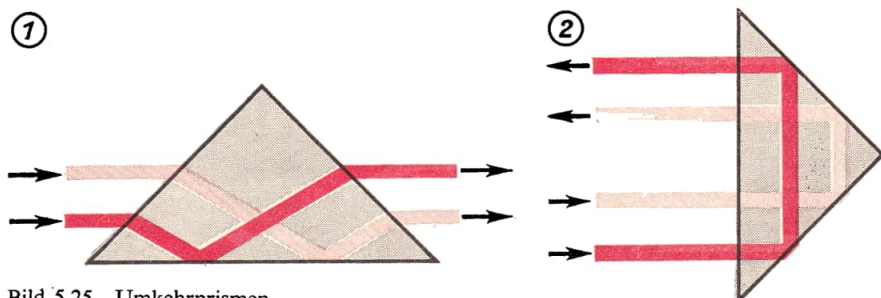


Bild 5.25 Umkehrprismen

trifft der Strahl nun auf die zweite Fläche und geht hier wieder in das dünnere Medium Luft über. Er verläßt das Glas unter dem Winkel  $\beta_2$ . Wir stellen fest:

- Ein Lichtbündel wird in einem Prisma abgelenkt, und zwar von der brechenden Kante weg

Prismen werden unter anderem auch zur Umkehrung von Strahlengängen verwendet, also beispielsweise um eine Seitenvertauschung oder eine Bildumkehrung herbeizuführen. Dabei tritt meist an einigen Flächen Totalreflexion auf. In Bild 5.25 sind zwei Beispiele für solche *Umkehrprismen* dargestellt. Im Falle 2 tritt infolge des senkrechten Ein- und Austritts der Strahlen gar keine Brechung ein.

### Übungen

- 5.2 Wieso wird ein senkrecht einfallender Strahl nicht gebrochen?
- 5.3 Konstruieren Sie den Strahlenverlauf beim Übergang von Luft in Diamant für einen Einfallswinkel von  $80^\circ$ .
- 5.4 Berechnen Sie den Grenzwinkel der Totalreflexion für Wasser, Flintglas und Diamant.
- 5.5 Konstruieren Sie den Durchgang eines Strahls mit dem Einfallswinkel  $50^\circ$  durch ein gleichseitiges Prisma für zwei verschiedene Brechzahlen (z. B.  $n_1 = 1,55$  und  $n_2 = 1,50$ ). Zeichnen Sie beide Fälle einzeln auf Transparentpapier, und legen Sie am Ende die beiden Bilder aufeinander. Was ist über die austretenden Strahlen zu sagen?

### 5.3.4. Abbildung durch Linsen und Spiegel

*Optische Linsen* aus Glas sind in nahezu sämtlichen optischen Geräten enthalten. Bild 5.26 zeigt eine Reihe oft vorkommender Linsenformen im Schnitt. Das Glas ist dabei mit der standardisierten Schraffur gekennzeichnet.

Allen diesen Linsen ist gemeinsam, daß sie beiderseitig von sphärischen, d. h. kugelförmigen Flächen begrenzt sind. Eine Fläche kann auch eben sein, d. h. eine Kugelfläche mit unendlich großem Radius bilden. Wir erkennen in Bild 5.26 zwei Gruppen von Linsen: *Konkavlinen* sind in der Mitte dünner als am Rand, bei *Konvexlinsen* ist es umgekehrt.

#### 5.3.4.1. Strahlengänge durch Linsen

Bringen wir eine dünne Konvexlinse in ein paralleles Lichtbündel, dann wird dieses in einem *Brennpunkt*  $F$  gesammelt (Bild 5.27). Man nennt die Konvexlinsen, soweit sie in Luft verwendet werden, deshalb auch *Sammellinsen*. Der Abstand des Brennpunktes  $F$  von der Linsenmitte heißt *Brennweite*  $f$ . Die Gerade, die die Linsenmitte senkrecht



durchsetzt, nennt man *optische Achse*. Zur Kennzeichnung einer Linse wird oft auch der reziproke Wert der Brennweite

$$D = \frac{1}{f}$$

**Brechkraft**

(5.6)

benutzt. Die Brechkraft wird in Dioptrien (kurz dp<sub>tr</sub>) angegeben; man erhält sie, indem man  $f$  in Metern einsetzt. Demnach ist  $1 \text{ dptr} = 1 \text{ m}^{-1}$ .

#### Lehrbeispiel

5.4 Welche Brechkraft hat eine Sammellinse von 5 cm Brennweite?

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,05 \text{ m}} = 20 \text{ m}^{-1} = \underline{\underline{20 \text{ dptr}}}$$

Die sammelnde Wirkung einer Konvexlinse kann man sich dadurch klarmachen, daß man sie sich aus mehreren Prismen zusammengesetzt denkt (Bild 5.28).

Anders als Konvexlinsen wirken Konkavlinsen (Bild 5.29). Sie zerstreuen ein paralleles Lichtbündel. Man findet einen Zerstreuungspunkt  $F$ , von dem die Strahlen herzukommen scheinen. Konkavlinsen nennt man deshalb auch *Zerstreuungslinsen*. Die Brennweite bzw. die Brechkraft wird bei Konkavlinsen negativ angegeben.

Bild 5.26 Schnittdarstellung verschiedener Linsen

Bild 5.27 Durchgang achsenparalleler Lichtbündel durch eine Sammellinse

Bild 5.28 Erklärung der Linsenwirkung mit Hilfe der Prismenwirkung

Bild 5.29 Durchgang achsenparalleler Lichtbündel durch eine Konkavlinse

Bild 5.26

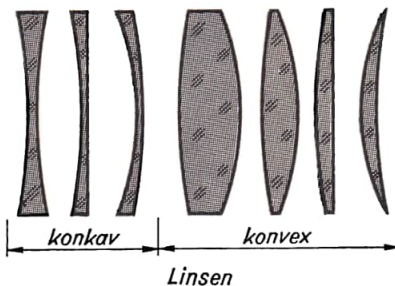


Bild 5.27

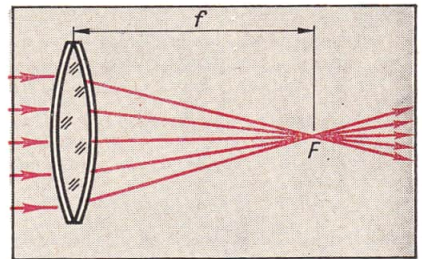


Bild 5.28

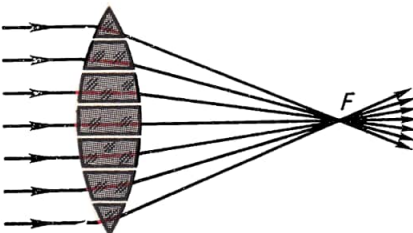
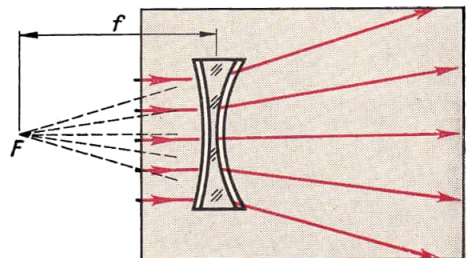


Bild 5.29



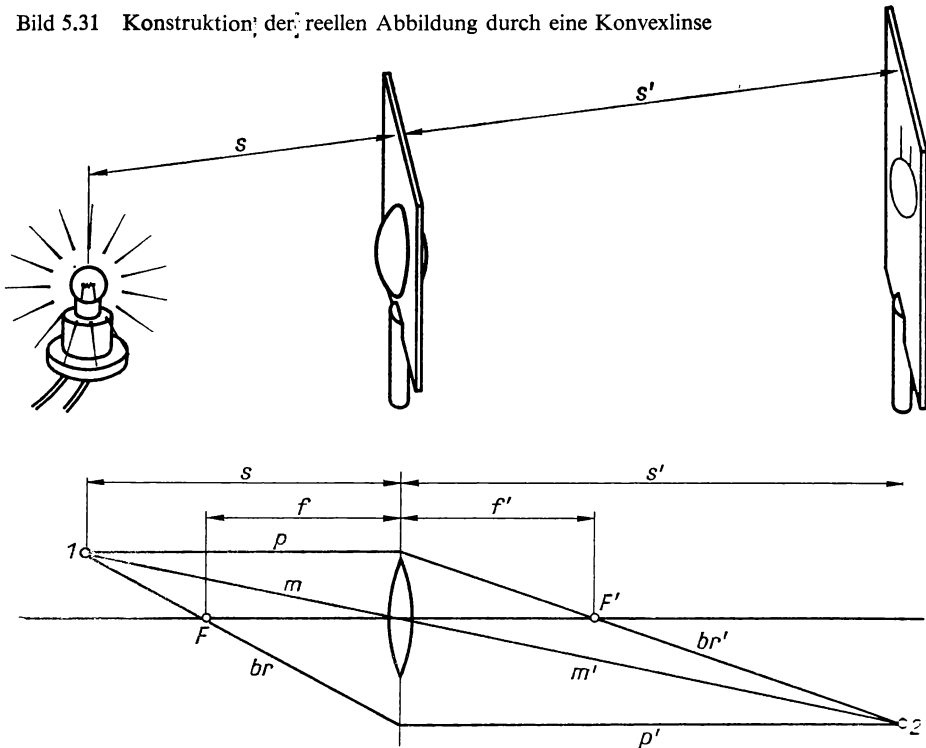
Eine Konvexlinse kann auch zerstreuend wirken, wenn sie aus einem optisch dünnen Medium gebildet wird, das beiderseits an ein dichteres angrenzt. So bilden zwei Uhrscheiben, die man zu einer luftgefüllten „Konvexlinse“ verkittet, eine Zerstreuungslinse, wenn man sie in Wasser taucht.

### 5.3.4.2. Reelle Abbildungen durch Sammellinsen

Wir nehmen ein Glühlämpchen und eine Sammellinse. Mit einem weißen Karton als Bildschirm suchen wir so lange, bis wir ein scharfes Bild der Wendel auffangen (Bild 5.30). In diesem Punkt hat die Linse alle durch sie hindurchtretenden Strahlen der Wendel vereinigt. Wir nennen das Bild ein *reelles* Bild, weil es auffangbar ist. Es ist umgekehrt, d. h., es ist seitenverkehrt und steht auf dem Kopf. Ob es größer oder kleiner als der Gegenstand ist, richtet sich nach der Brennweite  $f$  der Linse und nach dem Abstand des Gegenstandes von der Linsenmitte, d. h. nach der *Gegenstandsweite*  $s$ . Wir können die Abstandsverhältnisse sowohl durch eine Konstruktion als auch durch Rechnung nachprüfen. Die Konstruktion zeigt Bild 5.31. Wir benutzen zur Konstruktion des Bildes vom Gegenstand  $I$  als „ausgezeichnete Strahlen“ den *Brennpunktstrahl* ( $br$ ) und den *Parallelstrahl* ( $p$ ). Jeder Parallelstrahl ( $p$ ) geht, wie Bild 5.27 ausweist, nach dem Durchsetzen der Linse durch den Brennpunkt ( $F'$ ), d. h., er wird zum Brennpunktstrahl ( $br'$ ). Da die Lichtstrahlen beim umgekehrten Weg dem gleichen Brechungsgesetz unterliegen, wird nicht nur ( $p$ ) zu ( $br'$ ), sondern auch ( $br$ ) zu ( $p'$ ). Wir ziehen die Strahlen bis zur Mittelebene der Linse, gegebenenfalls auch außerhalb der Linse. Die beiden Strahlen, aber natür-

Bild 5.30 Reelle Abbildung eines Gegenstandes mit einer Konvexlinse

Bild 5.31 Konstruktion der reellen Abbildung durch eine Konvexlinse



lich auch alle anderen die Linse durchsetzenden Strahlen, treffen im Bildpunkt 2 zusammen. Dies ist diejenige Stelle, an der im Versuch das Bild der Wendel scharf auf dem Bildschirm zu sehen war. Der Bildpunkt 2 hat von der Mittelebene der Linse den Abstand  $s'$ , den man *Bildweite* nennt. Zur Kontrolle ziehen wir noch den *Mittelpunktstrahl* ( $m$ ), der die Linse (dünne Linsen vorausgesetzt) ohne Richtungsänderung durchsetzt und als  $m'$  austritt. Die geringe Parallelverschiebung können wir vernachlässigen. Für die Rechnung steht uns die

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

**Linsengleichung**

(5.7)

zur Verfügung.

*Herleitung.* Aus der Ähnlichkeit der beiden schwarzschraffierten Dreiecke in Bild 5.32 folgt:

$$\frac{s' - f}{f} = \frac{y'}{y}$$

der rotschraffierten

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Aufspalten des linken Bruches:  $\frac{s'}{f} - 1 = \frac{s'}{s}$

Addition von 1:

$$\frac{s'}{f} = \frac{s'}{s} + 1$$

Division durch  $s'$ :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

#### Lehrbeispiel

- 5.5 Wie groß ist die Bildweite bei einer Linsenabbildung, wenn die Brennweite 3 cm und die Gegenstandsweite 5 cm beträgt?

Gl. (5.7) umgestellt, lautet:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{s - f}{sf}$$

$$s' = \frac{fs}{s - f} = \frac{3 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{5 \text{ cm} - 3 \text{ cm}} = \frac{15 \text{ cm}}{2} = \underline{\underline{7,5 \text{ cm}}}$$

Die Linsengleichung läßt sich in Form eines Nomogramms darstellen [B 7.13.] und dadurch leicht auswerten. In unserem Beispiel legt man ein Lineal durch die Werte  $s = 5 \text{ cm}$  und  $f = 3 \text{ cm}$  und gelangt zum Werte  $s' = 7,5 \text{ cm}$ .

Schließlich wollen wir anhand des Bildes 5.32 noch eine Beziehung für die Bildgröße  $y'$  herleiten. Wenn  $y$  die Größe des Gegenstandes ist, dann gilt mit Hilfe der roten ähnlichen Dreiecke

$$\frac{y}{y'} = \frac{s}{s'}$$

(5.8)

Mit Hohlspiegeln (Bild 5.33) lassen sich ebenfalls reelle Abbildungen herstellen. Ein Hohlspiegel wirft parallele Strahlen so zurück, daß sie in einem Brennpunkt  $F$  zusammenlaufen. Bild- und Gegenstandsweite errechnen sich ebenfalls nach Gl. (5.7).



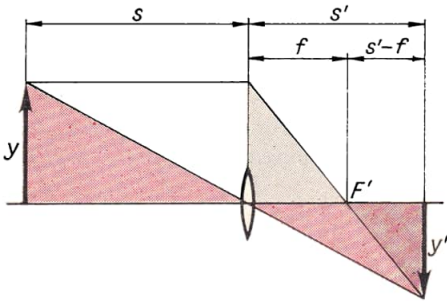


Bild 5.32 Zur Herleitung der Linsenformel

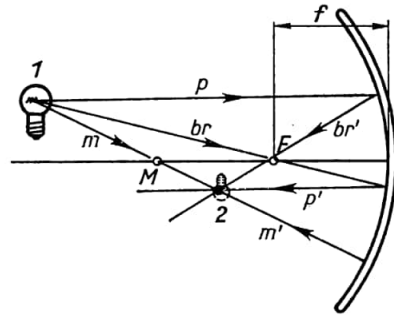


Bild 5.33 Reelle Abbildung durch einen Hohlspiegel

#### 5.3.4.3. Abbildung durch Zerstreuungslinsen, virtuelle Bilder

Kehren wir zum Versuch nach Bild 5.30 zurück und ersetzen die Sammellinse durch eine Zerstreuungslinse. Wir finden nirgends ein auffangbares Bild, wohin wir den Auffangschirm auch halten. Wir wollen den Sachverhalt durch eine Konstruktion mit Hilfe der „ausgezeichneten Strahlen“ klären (Bild 5.34). Der Parallelstrahl ( $p$ ) scheint nach dem Passieren der Linse als Brennpunktstrahl ( $br'$ ) vom Zerstreuungspunkt  $F$  herzukommen. Der Mittelpunktstrahl ( $m = m'$ ) wird nicht gebrochen. Der Brennpunktstrahl ( $br$ ) hat die Richtung auf  $F'$  und wird hinter der Linse zum Parallelstrahl ( $p'$ ).

Die drei Strahlen laufen nach dem Passieren der Zerstreuungslinse noch mehr auseinander als vorher. Sie vereinigen sich nicht zu einem reellen Bild. Man kann jedoch die drei Strahlen nach links verlängern (gestrichelte Linien). Sie treffen sich dann im Bildpunkt 2. Von ihm scheinen die Strahlen rechts der Linse herzukommen. Das so konstruierte Bild nennen wir ein *virtuelles Bild*, weil es nicht auffangbar ist. Es ist nicht umgekehrt wie das reelle Bild. Ein solches virtuelles Bild nimmt man wahr, wenn man durch eine Konkavlinse blickt. Es ist aufrechtstehend und verkleinert.

Auch bei der Konvexlinse treten virtuelle Bilder auf, nämlich dann, wenn der Gegenstand näher an der Linse liegt als der Brennpunkt. Wir erklären uns die Sachlage wieder anhand einer Konstruktion (Bild 5.35). Die Strahlen laufen nach Durchsetzen der Linse immer

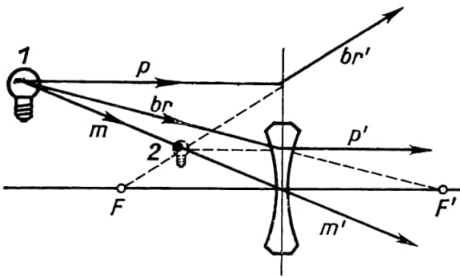


Bild 5.34 Virtuelle Abbildung durch eine Konkavlinse (1 Gegenstand, 2 virtuelles Bild)

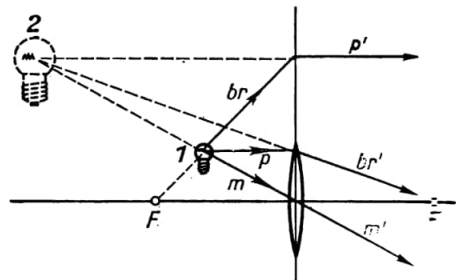


Bild 5.35 Konstruktion der virtuellen Abbildung durch eine Konvexlinse (1 Gegenstand, 2 virtuelles Bild)

noch auseinander; sie können also kein reelles Bild liefern. Ihre rückwärtigen Verlängerungen (gestrichelte Strahlen) laufen im virtuellen Bild 2 zusammen. Von diesem Bild scheinen die Strahlen rechts der Linse herzukommen. Blickt man also durch eine Sammellinse auf einen Gegenstand, der sich innerhalb der Brennweite befindet, dann erscheint dieser vergrößert und aufrechtstehend. Die Linse wirkt in diesem Falle als *Lupe*.

### Übung

- 5.6** Eine Konvexlinse mit einer Brechkraft von 34 dptr entwirft von einem 70 cm entfernten und 10 cm großen Gegenstand ein Bild.

1. Ermitteln Sie Bildweite und -größe durch Rechnung,
2. desgleichen durch maßstäbliche Konstruktion.
3. Prüfen Sie das Ergebnis im Nomogramm nach.

## 5.3.5. Dispersion

### 5.3.5.1. Zerlegung des weißen Lichtes durch ein Prisma

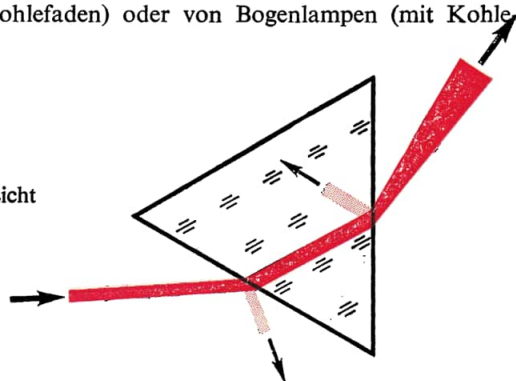
In [5.3.3.] haben wir die Ablenkung einfarbigen Lichtes durch ein Prisma behandelt. Wiederholt man nun den in Bild 5.23 dargestellten Versuch mit *weißem* Licht, so beobachtet man, daß das aus dem Prisma austretende gebrochene Bündel in farbige Lichtbündel aufgefächert wird (Bild 5.36). Diese Erscheinung heißt *Farbzerlegung* oder *Dispersion*<sup>1)</sup>. Läßt man das austretende farbige Licht auf einen Bildschirm fallen, so entsteht ein *kontinuierliches*<sup>2)</sup> *Spektrum*<sup>3)</sup> (vgl. Bild 5.37 auf Farbtabelle zwischen S. 288 und S. 289). In ihm sind in lückenloser (kontinuierlicher) Folge die *Spektralfarben* enthalten, die die in [5.2.1.2.] angegebenen Wellenlängen haben.

Wir stellen weiter fest, daß das rote Licht am wenigsten abgelenkt wird, das violette am meisten.

### 5.3.5.2. Spektren

Kontinuierliche Spektren entstehen immer dann, wenn das Licht, das von *glühenden festen* und *flüssigen* Körpern ausgeht, zerlegt wird, also beispielsweise das Licht von Glühlampen (mit Wolframwendel oder Kohlefaden) oder von Bogenlampen (mit Kohlestiften).

Bild 5.36 Farbzerlegung von weißem Licht durch ein Prisma



<sup>1)</sup> dispergere (lat.) zerstreuen

<sup>2)</sup> continuus (lat.) zusammenhängend

<sup>3)</sup> spectrum (lat.) das schemenhafte Bild, die Vorstellung

Das kontinuierliche Spektrum hört am roten bzw. violetten Ende nicht auf. Es ist für den Menschen jedoch nur in dem genannten Bereich sichtbar. Jenseits des roten Endes des sichtbaren Spektrums schließt sich das *ultrarote Licht* (auch als *Infrarot* bezeichnet) an, das vor allem Wärmewirkungen ausübt, und jenseits der violetten Grenze folgt das *ultraviolette Licht*, das chemisch sehr aktiv ist (Schwärzung von Fotoplatten, Sonnenbrand u. a.). Eine andere Art von Spektren entsteht, wenn man das Licht von glühenden Gasen zerlegt. Solche glühenden Gase sind z. B. Flammen und Gasentladungsröhren wie Leuchtöhren (z. B. für Beleuchtung und Reklame). Die Spektren von Gasen sind i. allg. *Linienpektren*. Sie bestehen aus schmalen farbigen Linien auf dunklem Untergrund (Bild 5.38, Farbtafel). Anzahl und Lage der Linien sind für jedes Gas charakteristisch, man kann ein Gas bzw. einen Dampf daran identifizieren. Eine Möglichkeit, Linienspektren zu erzeugen, besteht auch darin, daß man zwischen zwei Elektroden aus dem zu untersuchenden Material Funken überspringen läßt und deren Licht spektral zerlegt. Schließlich kann man von löslichen Stoffen einige Tropfen der Lösung in eine Flamme bringen, die sich dadurch färbt und ein Linienspektrum liefert. Bei all diesen Verfahren sind noch geringste Spuren von Elementen durch ihre Spektren nachweisbar, so daß diese Untersuchungsverfahren, die man unter der Bezeichnung *Spektralanalyse* zusammenfaßt, größte Bedeutung für die Werkstoffprüfung, für die Herstellung von Reinstoffen, für die Gerichtsmedizin u. a. haben.

Neben den bisher besprochenen beiden Spektrenarten gibt es noch die *Bandenspektren*, die von molekularen Gasen und Dämpfen erzeugt werden und aus sehr dichten Folgen von Linien bestehen.

Alle bisher genannten Spektren stammen von leuchtenden Körpern, d. h. von Körpern, die Licht ausstrahlen, *emittieren*<sup>1)</sup>. Sie heißen deshalb *Emissionsspektren* im Unterschied zu den *Absorptionsspektren*<sup>2)</sup>, die dadurch entstehen, daß das Licht eines glühenden Körpers einen Körper durchdringt, wobei Teile des Lichtes „verschluckt“, *absorbiert* werden. Ist der durchstrahlte Körper ein Gas, dann äußert sich das so, daß im kontinuierlichen Spektrum schwarze Linien, Absorptionslinien, auftreten. Diese Linien haben die gleichen Wellenlängen wie die Emissionslinien des durchstrahlten Gases.

Das bekannteste Absorptionsspektrum ist das *Sonnenspektrum*. Es enthält bestimmte Linien, die *FRAUNHOFERSchen Linien*, die von den durchstrahlten Gasschichten der Sonne selbst und der Erdatmosphäre herrühren. So erlaubt uns das Licht Rückschlüsse auf die chemische Zusammensetzung des Weltalls.

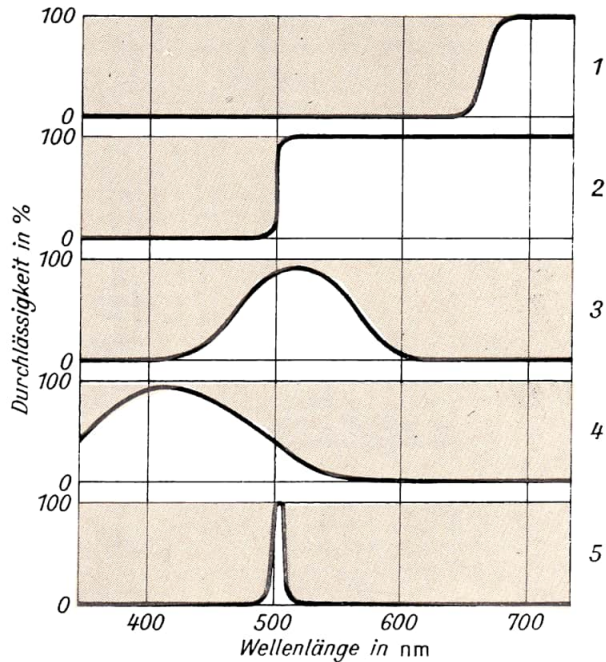
Absorptionsspektren entstehen auch, wenn man gefärbte Gläser oder Flüssigkeiten in ein weißes Lichtbündel hält und das Licht danach durch ein Prisma spektral zerlegt. Es zeigen sich dunkle Gebiete im Spektrum. In Bild 5.39 ist die *Durchlässigkeit* (bzw. deren Kehrwert, die Absorption) eines Rot-, eines Gelb-, eines Grün- und eines Blaufilters aus Glas für die einzelnen Farben des sichtbaren Spektrums wiedergegeben. Verläuft die Kurve bei 100 %, so läßt das Filter das Licht in diesem Wellenlängenbereich völlig durch: bei 0 % absorbiert es alles Licht. Des weiteren zeigt Bild 5.39 die scharf begrenzte Durchlässigkeit eines *Interferenzfilters*, das nicht aus gefärbtem Glas, sondern aus einer dünneren, farblosen, beiderseits halbdurchlässig verspiegelten Schicht besteht. Die Wirkungsweise beruht auf der Interferenz des Lichtes [5.2.2.3.].

---

<sup>1)</sup> emittiere (lat.) aussenden

<sup>2)</sup> absorbiere (lat.) aufsaugen

Bild 5.39 Absorptionsspektren  
(Filter Nr. 1: RG 5 (Rotfilter);  
Nr. 2: GG 14; Nr. 3: VG 6;  
Nr. 4: BG 12; Nr. 5: Interferenz-  
filter 505 nm)



### 5.3.5.3. Dispersion verschiedener Gläser

Man erhält bei verschiedenfarbigem Licht für den gleichen Stoff verschiedene Brechzahlen. Also sind die optischen Gläser mit der Brechzahl allein noch nicht eindeutig charakterisiert. Vielmehr braucht man noch eine Angabe, die die Größe der Dispersion kennzeichnet. Die Dispersion wird unter anderem quantitativ durch die *mittlere Dispersion* erfaßt. Man versteht darunter die Differenz

$$n_F - n_C.$$

Darin sind  $n_F$  und  $n_C$  die Brechzahlen eines Stoffes für die im Sonnenspektrum vorkommenden FRAUNHOFERSchen Linien  $\lambda_F = 486,1 \text{ nm}$  (blau) und  $\lambda_C = 656,3 \text{ nm}$  (rot). Für Wasser ist beispielsweise  $n_F = 1,337$  und  $n_C = 1,331$ .

Gläser mit kleiner Dispersion heißen Krongläser, solche mit großer Dispersion Flintgläser. Der VEB Jenaer Glaswerk hat in der Entwicklung ständig neuer optischer Gläser Weltgeltung. Das Bestreben geht vor allem dahin, Gläser mit möglichst kleiner Brechzahl  $n_D$  und mit großer Dispersion und umgekehrt zu schmelzen. Es gibt heute etwa 20 Untergruppen der Kron- und Flintgläser. Durch Kombination geeigneter Glassorten kann man entweder die Farbzerstreuung beheben, während die brechende Wirkung des optischen Systems bestehen bleibt (achromatische Linsen und Prismen), oder aber die Brechung aufheben, ohne daß die Dispersion gleichzeitig mit aufgehoben wird (Geradsichtprisma).

## 5.4. Optische Geräte

Die Wirkungsweise der meisten optischen Geräte beruht im wesentlichen auf der Abbildung durch Linsen, die wir in [5.3.4.] besprochen haben. Die folgenden Abschnitte vermitteln deshalb neben einem Einblick in den grundsätzlichen Aufbau der wichtigsten Geräte eine Wiederholung der Abbildungsgesetze. Obwohl das menschliche Auge natür-

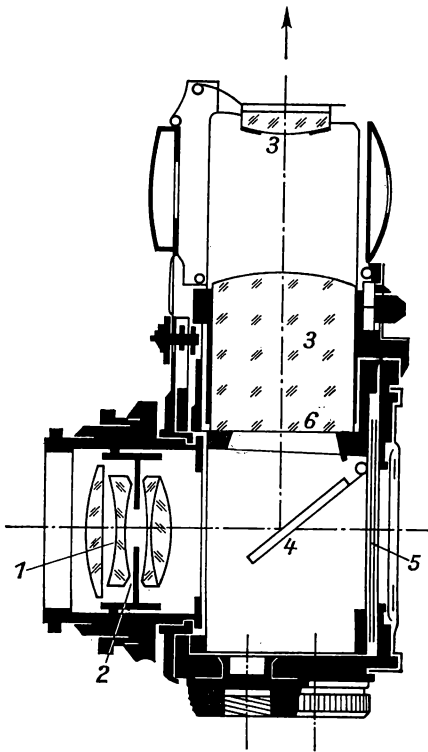


Bild 5.40 Schnitt durch eine Spiegelreflexkamera (1 Objektiv, 2 Blende, 3 Sucher, 4 Spiegel, 5 Filmebene, 6 Mattscheibe)

lich kein optisches „Gerät“ ist, soll es doch wegen der in ihm stattfindenden Linsenabbildungen hier mit behandelt werden.

#### 5.4.1. Fotografische Kamera

In der fotografischen Kamera wird durch eine Sammellinse auf eine lichtempfindliche Schicht ein reelles (umgekehrtes) verkleinertes Bild der Gegenstände entworfen. Die Linse bezeichnet man als *Objektiv*. Sie besteht bei besseren Kameras aus einem System von Linsen. Durch geeignete Kombination mehrerer Linsen werden die *Abbildungsfehler*, mit denen einfache sphärische Linsen behaftet sind, korrigiert und scharfe Bilder erzeugt.

Das Scharfstellen des Bildes erfolgt durch Verschieben des Objektivs in Richtung der optischen Achse. Für jede Gegenstands Entfernung (Gegenstandsweite  $s$ ) mußentsprechend der Linsengleichung die richtige Bildweite  $s'$  eingestellt werden. Die Bildweite rechnet im allgemeinen von der Objektivmitte bis zur Filmebene.

Für größere Gegenstandsweiten nähert sich die Bildweite der Brennweite (im folgenden Beispiel 5 cm).

Bei den modernen Spiegelreflexkameras kann die Bildscharfe direkt nachgeprüft werden. Durch einen Oberflächenspiegel wird der Strahlengang um  $90^\circ$  abgelenkt, so daß das Bild zunächst nicht auf dem Film, sondern in gleicher Entfernung auf einer Mattscheibe entsteht. Im Augenblick des Auslösens klappt dann der Spiegel hoch und gibt den Strahlengang zu dem Film frei (Bild 5.40). Eine wichtige Funktion erfüllt die *Blende*, d. i. eine kreisförmige Öffnung veränderlichen Durchmessers. Die Blende reguliert erstens die durch das Objektiv hindurchtretende Lichtmenge, beeinflußt also die Belichtungs-

zeit. Wichtiger aber ist ihre zweite Funktion: Eine kleine Blendenöffnung liefert eine größere *Schärfentiefe*, d. h., es wird ein größerer Tiefenbereich abgebildet. Im Falle großer Blende (z. B. 1:2,8) ist nur ein schmaler Tiefenbereich scharf, im Falle kleiner Blende (z. B. 1:32) werden Objekte mit großer Tiefenausdehnung scharf abgebildet. Die Blende wird quantitativ als Verhältnis von wirksamem Objektivdurchmesser und Brennweite gekennzeichnet. Blende 1 : 2,8 bei einer Kleinbildkamera mit  $f = 5 \text{ cm}$  bedeutet demnach  $\frac{\text{Objektivdurchmesser}}{\text{Brennweite}} = \frac{1}{2,8}$ , also  $\text{Objektivdurchmesser} = \frac{5 \text{ cm}}{2,8} = 1,79 \text{ cm}$ , während bei Blende 1 : 11 das Objektiv nur einen wirksamen Durchmesser von  $\frac{5 \text{ cm}}{11} \approx 4,5 \text{ mm}$  hat.

### 5.4.2. Das menschliche Auge

Das Auge ist ein kugelförmiger, gallertartiger Körper von ungefähr 25 mm Durchmesser (Bild 5.41). Es ist von einer harten, weißen Haut umschlossen. Vorn ist diese Haut durchsichtig und heißt *Hornhaut* (1). Hinter der Hornhaut befindet sich die farbige *Regenbogenhaut* oder *Iris* (2), die in der Mitte eine runde Öffnung, die *Pupille*, hat. Die Größe der Pupille ist veränderlich. Bei grellem Licht zieht sie sich zum Schutze des Auges zusammen. Unmittelbar hinter der Pupille sitzt die *Kristalllinse* (3). Sie entwirft verkleinerte reelle (umgekehrte) Bilder der Gegenstände auf der *Netzhaut* (4), die die Rückwand des Auges auskleidet. Wenn wir trotz der umgekehrten Netzhautbilder die Gegenstände aufrechtstehend wahrnehmen, dann ist das die Folge der Gewöhnung von Kindheit an.

In optischer Hinsicht interessiert uns besonders die Scharfstellung des Auges. Bei der fotografischen Kamera erfolgt sie dadurch, daß durch Verändern des Abstands Linse – Film die richtige Bildweite eingestellt wird. Im Auge ist die Bildweite, der Abstand Linse – Netzhaut, unveränderlich. Die Scharfstellung auf ein bestimmtes Objekt, die man *Akkommodation* nennt, erfolgt im Auge durch Verändern der Linsenkrümmung, d. h. durch Verändern der Brennweite der Augenlinse. Die Augenlinse ist von einem Ringmuskel (5) umschlossen, der beim Zusammenziehen ihre Krümmung verstärkt und so ihre Brennweite verkürzt. Hat das Auge die Fähigkeit der Akkommodation auf die Nähe verloren, dann nennen wir diesen Augenfehler Weitsichtigkeit und kompensieren ihn durch konvexe Brillengläser. Umgekehrt verlangt die Akkommodation auf die Ferne ein Nachlassen der Ringmuskeln und ein Flacherwerden der Augenlinse. Kurzsichtige sind dazu nur in begrenztem Maße imstande. Sie benötigen konkave Brillengläser, die die zu starke Linsenkrümmung zum Teil aufheben.

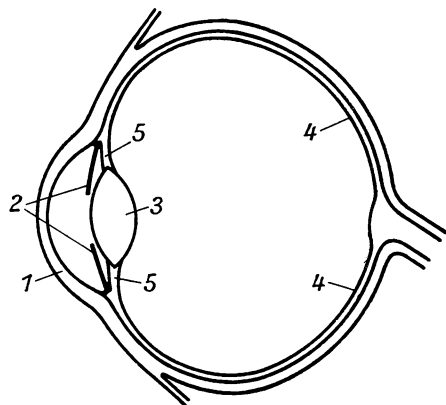


Bild 5.41 Schemazeichnung des menschlichen Auges

### 5.4.3. Projektionsapparate

Projektionsapparate haben die Aufgabe, ebene Bilder, also z. B. Glas-, Film- oder Papierbilder, vergrößert abzubilden. Wir beschränken uns hier auf die *Diaskope* (auch *Projektoren* genannt), die nur für die Projektion durchsichtiger Bilder, sogenannter *Diapositive*, geeignet sind. In optischer Hinsicht sind beim Projektor zwei Abbildungsvorgänge wichtig. Der eine Vorgang besteht in der Abbildung des Diapositivs auf der Bildwand (Bild 5.42). Dazu dient das Projektionsobjektiv (1) mit der Brennweite  $f_1$ . Das Diapositiv (2) ist dabei der Gegenstand, der vergrößert auf die Bildwand (3) projiziert wird (gestrichelte Linien). Die Entfernungen  $f_1$ ,  $s_1'$  und  $s_1$  sind durch die Linsengleichung verknüpft. Das Objektiv wird verschoben, bis  $s_1$  den für ein scharfes Bild richtigen Wert hat. Reelle Bilder sind stets umgekehrt; deshalb muß das Diapositiv auf dem Kopf stehend in den Projektor geschoben werden. Der andere Abbildungsvorgang besteht in der Abbildung der Glühwendel auf die Objektivenebene (punktierte Linie), damit möglichst viel Licht durch das Objektiv fällt. Dazu dient der *Kondensor* (4), d. i. eine einfache Sammellinse oder auch eine bestimmte Kombination von zwei oder drei Sammellinsen.

### 5.4.4. Mikroskop

Über die Wirkungsweise einer Lupe wurde schon in [5.3.4.] gesprochen. Man benutzt im allgemeinen Lupen bis zu 15facher Vergrößerung. Bedeutend stärker vergrößern kann man mit dem *Mikroskop*. Es besitzt zwei Linsensysteme. Das eine System ist ein gut korrigiertes Objektiv von sehr kleinen Ausmaßen (Durchmesser einige Millimeter) und sehr kurzer Brennweite, das zunächst ein vergrößertes reelles Bild des kleinen, von unten her durchstrahlten Gegenstandes entwirft. Dieses reelle Bild, das in Bild 5.43 als Pfeil dicht über dem Brennpunkt  $F_{Ok}$  eingezeichnet ist, wird *Zwischenbild* genannt, denn es wird nicht auf einem Schirm aufgefangen, sondern durch das schon erwähnte zweite Linsensystem betrachtet. Dieses zweite System heißt *Okular* und ist oft nur eine Konvexlinse. Das Okular dient als Lupe, durch die das Zwischenbild vergrößert gesehen wird. Das Zwischenbild muß innerhalb der Brennweite des Okulars liegen, wenn dieses als Lupe wirken soll. Die *Vergrößerung* eines Mikroskops läßt sich wegen der Wellennatur des Lichtes nicht wesentlich über 2000fach erhöhen. Die stärksten Vergrößerungen erhält man, wenn man violettes Licht verwendet und den ganzen Raum zwischen Objektiv und Objekt mit einem Tropfen Immersionsöl, das nahezu die gleiche Brechzahl wie Glas hat, ausfüllt.

Moderne Mikroskope haben, damit man in zwangsloser Haltung längere Zeit hindurch mikroskopische Untersuchungen durchführen kann, einen sog. *Schrägtubus* (Bild 5.44). Die Objektive können durch den *Objektivrevolver* (1) durch Drehen schnell ausgewechselt werden, wenn man eine andere Vergrößerung wünscht. Das Okular (2) besteht in Bild 5.44 aus zwei Sammellinsen, der Augenlinse (3) und der Feldlinse (4).

Bei einem Mikroskop, wie auch bei anderen optischen Instrumenten, ist nicht die Vergrößerung allein ausschlaggebend. Sie könnte durch nachträgliche Vergrößerung einer Mikrofotografie beliebig gesteigert werden. Dabei würden aber keine weiteren Einzelheiten sichtbar. Maßgebend ist das *Auflösungsvermögen*. Darunter versteht man den Abstand, den zwei Bildpunkte haben müssen, damit sie noch als zwei getrennte Punkte wahrgenommen werden können. Bei Lichtmikroskopen beträgt das Auflösungsvermögen etwa  $0,2 \mu\text{m}$ .

Mit Elektronenmikroskopen, bei denen die Abbildung nicht durch Lichtstrahlen, sondern durch Elektronen erfolgt, erreicht man heute 300000fache Vergrößerungen. Das Auflösungsvermögen beträgt bis etwa 1 nm. Die „Linsen“ für Elektronen sind durch Kondensator- oder Spulenarrangierungen erzeugte elektrische oder magnetische Felder.



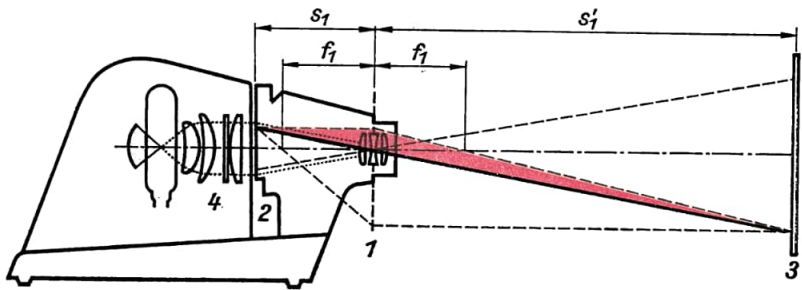
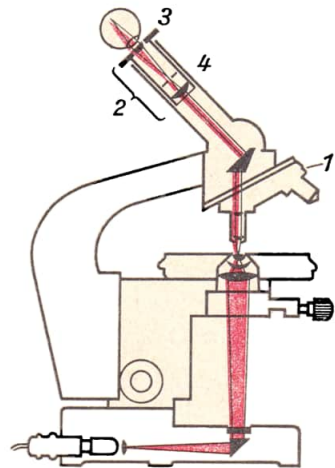
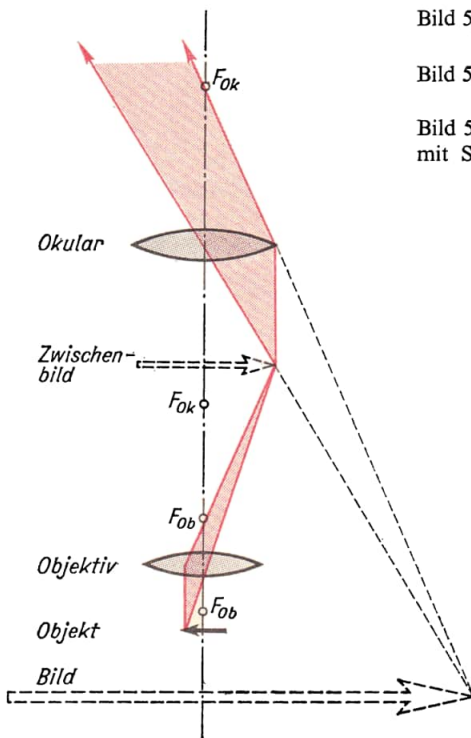


Bild 5.42 Schema der Abbildung in einem Projektor

Bild 5.43 Schema der Abbildung in einem Mikroskop

Bild 5.44 Schnitt durch ein modernes Mikroskop mit Schrägtubus



### 5.4.5. Fernrohre

Das *astronomische Fernrohr*, auch *KEPLERSches Fernrohr* genannt, arbeitet nach dem gleichen Prinzip wie das Mikroskop. Der wichtigste Unterschied ist der, daß das Objektiv eine lange Brennweite (einige Dezimeter bis Meter) hat. Das Zwischenbild wird ebenso wie beim Mikroskop durch das Okular vergrößert wahrgenommen. Das Bild steht auf dem Kopf, weshalb dieses Fernrohr nur für astronomische und andere wissenschaftliche Zwecke (als Visier- und Meßfernrohr) brauchbar ist, wo dies nicht stört.

Das *terrestrische*<sup>1)</sup> oder *Erdfernrrohr* ist im Prinzip ein astronomisches Fernrohr, bei dem zwischen den beiden Linsen eine dritte Konvexlinse eingeschaltet ist, die das reelle Zwischenbild nochmals reell abbildet und dabei aufrichtet. Das zweite (aufrechte) Zwischenbild wird durchs Okular vergrößert wahrgenommen. Erdfernröhre sind ziemlich lang und unhandlich. Sie werden als Aussichtsfernröhre und im Vermessungswesen verwendet. Manchmal sind sie zusammenschiebbar (Auszugsfernröhre).

Das *Prismenglas*, auch *Prismenfernrohr* oder *Prismenfeldstecher* genannt, arbeitet mit den gleichen beiden Sammellinsen wie das astronomische Fernrohr. Das Bild wird durch zwei Prismen umgekehrt und dabei aufgerichtet. Wir haben den Strahlengang durch ein solches Prisma in Bild 5.25.2 gezeigt. Die beiden Prismen sind in das Prismenglas so eingebaut, daß ein Prisma die Höhenvertauschung, das andere die Seitenvertauschung vornimmt. Dadurch, daß der Strahlengang im Gerät hin- und zurückgeführt wird, ergibt sich eine kurze Bauweise. Im allgemeinen wird das Prismenglas *binokular*<sup>2)</sup>, d. h. für beidäugige Benutzung, hergestellt, weil das Bild dadurch plastischer wird. Es enthält dann für jedes Auge zwei Umkehrprismen.

Auf Prismengläsern stehen Bezeichnungen wie  $6 \times 30$  usw. Dabei gibt die erste Zahl die Vergrößerung, die zweite den wirksamen Objektivdurchmesser in Millimetern an.

Das *holländische* Fernrohr, auch als *GALILEISches Fernrohr* bezeichnet, besteht aus einer Konvexlinse als Objektiv und einer Konkavlinse als Okular (Bild 5.45). Zur Wirkungsweise dieses Fernrohres ist zu sagen, daß das konkave Okular noch vor der Ebene des Zwischenbildes eingeschaltet wird, wodurch die Strahlen divergent werden und von einem vergrößerten virtuellen Bild 2 herzukommen scheinen. Holländische Fernrohre sind sehr verbreitet als Theater- und Sportgläser. Man geht im allgemeinen bis zu etwa 4facher Vergrößerung.

## 5.5. Strahlungsgesetze

Heiße Körper strahlen Wärme und Licht aus; andererseits wird ein Körper wärmer, wenn Licht- oder Wärmestrahlen auf ihn fallen. Es besteht also ein Zusammenhang zwischen dem Wärmezustand der Körper und der von ihnen aufgenommenen Strahlung, den wir hier in seinen einfachsten Grundzügen besprechen wollen.

### 5.5.1. Begriff der Wärmestrahlung

Unter *Wärmestrahlung* oder *Temperaturstrahlung* verstehen wir eine elektromagnetische Strahlung, die durch Wärmezufuhr zu einem Körper verursacht wird. Beispiele sind Glühwendeln in Glühlampen, eine rotglühende Ofenplatte u. a. Nicht dazugehörig sind Gasentladungslampen (Lumineszenzstrahlung) u. ä. m.

Jeder Körper strahlt Wärme aus und erwärmt sich, wenn Strahlungsenergie auf ihn fällt. Die Körper strahlen sich also gegenseitig Energie zu. Haben sie unterschiedliche Temperaturen, so kühlt sich der wärmere Körper ab und der kältere erwärmt sich. Haben sie gleiche Temperatur, so besteht ein Gleichgewichtszustand, bei dem jeder Körper eben-

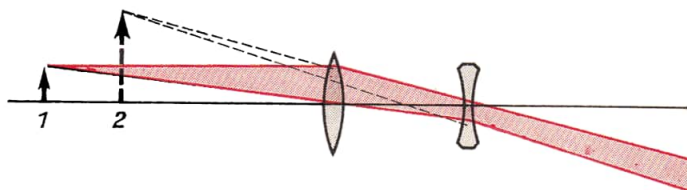


Bild 5.45  
Strahlengang im  
GALILEISchen  
Fernrohr

<sup>1)</sup> terra (lat.) die Erde <sup>2)</sup> bi (lat.) zwei; oculus (lat.) Auge

soviel Strahlungsenergie empfängt wie er aussendet. Bei den folgenden Betrachtungen wollen wir die gegenseitige Wärmeübertragung durch Wärmeleitung und Wärmeströmung (Konvektion) in dem Stoff zwischen den beiden betrachteten Körpern ausschließen, also annehmen, daß sich zwischen zwei Körpern ein Vakuum befindet.

### 5.5.2. Kirchhoffsches Strahlungsgesetz

Gewisse grundlegende Beziehungen zwischen Körpertemperatur und *emittierter* Strahlung sind allgemein bekannt. Wir sprechen von rot- und weißglühenden Körpern und wissen, daß ein Körper um so heller strahlt, je heißer er ist. Andererseits haben wir bestimmte Erfahrungen über die *Absorption*, d. h. die Aufnahme, von Wärme- und Lichtstrahlung durch die Körper. Wir wissen, daß helle und glänzende Körperoberflächen die Absorption herabsetzen. Die genannten Beobachtungen sollen im folgenden zu einem exakten Gesetz formuliert werden, wobei wir zunächst einmal von der Farb- und Temperaturabhängigkeit der Strahlung absehen [5.5.3.] und einen Körper bei bestimmter Temperatur betrachten. Das *KIRCHHOFFSche Gesetz* besagt dann, daß die von einem beliebigen Körper emittierte und absorbierte Strahlungsenergie in einem bestimmten, stets gleichen Verhältnis steht:

$$\frac{W_e}{W_a} = K$$

**Kirchhoffsches Strahlungsgesetz**

(5.9)

und zwar unabhängig von seiner Oberflächenbeschaffenheit.

Ein blanker oder weißer Körper emittiert bei einer bestimmten Temperatur eine geringe Strahlungsenergie; er absorbiert aber auch eine geringe Energie. Bei einem Körper von schwarzer Farbe sind dagegen bei gleicher Temperatur sowohl Emission als auch Absorption viel größer, ihr Verhältnis aber ist das gleiche wie beim weißen Körper, nämlich gleich  $K$ .

Wir können das an einem einfachen Versuch demonstrieren: Wir bringen auf einem weißen matten Porzellanscherben mit Ruß oder Grafit einen schwarzen Fleck an und erhitzen den Scherben bis zur Rotglut. Man sieht deutlich, daß der berußte Fleck heller strahlt als die Umgebung, d. h., daß der Fleck mit der größeren Absorption auch die größere Emission hat.

### 5.5.3. Strahlung des Schwarzen Körpers

Wir wollen nun die Abhängigkeit der emittierten Strahlung von der Temperatur eines Körpers untersuchen. Dazu nehmen wir einen Körper mit möglichst eindeutigen Eigenschaften, nämlich einen Körper, der alle auf ihn fallende Strahlung (100 %) absorbiert. Für einen solchen Körper kann man nämlich die Konstante  $K$  des KIRCHHOFFSchen Gesetzes berechnen. Wir sagten schon, daß ein schwarzgefärbter Körper eine große Strahlungsabsorption hat; aber sie beträgt in keinem Falle 100 %. Der oben geforderte ideale *Schwarze Körper* läßt sich jedoch hinreichend genau durch einen innen geschwärzten Hohlraum mit einem kleinen Loch für den Durchtritt der Strahlung realisieren. Von einem solchen schwarzen Körper gehen wir aus und bestimmen die Abhängigkeit der aus dem Loch austretenden Strahlung von der Temperatur des Hohlkörpers. Das Ergebnis ist in Bild 5.46 dargestellt. Es gibt die Strahlungsenergie in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  wieder. Betrachten wir einmal die stark ausgezogene Kurve. Sie sagt aus, daß ein Schwarzer Körper bei einer Temperatur von 1800 °K vorwiegend Licht

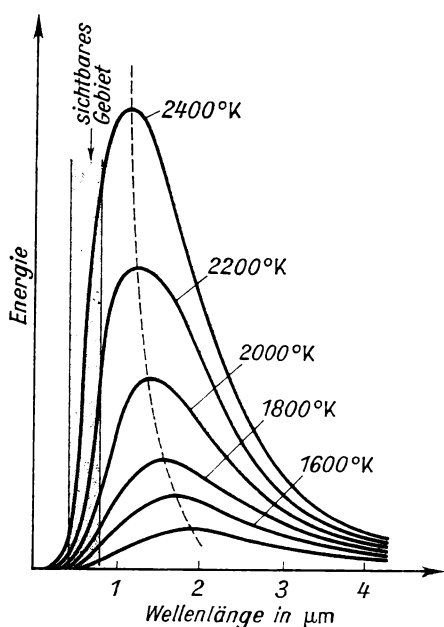


Bild 5.46 Strahlung des Schwarzen Körpers

mit einer Wellenlänge von etwa  $1,6\,\mu\text{m}$  (Ultrarot) aussendet. Dort hat die Kurve etwa ihr Maximum. Nach kürzeren Wellenlängen nimmt die Strahlungsleistung schnell ab; unter etwa  $0,4\,\mu\text{m}$  Wellenlänge (blau) wird gar kein Licht abgestrahlt. Nach längeren Wellenlängen nimmt die Strahlungsleistung ebenfalls ab, aber langsamer.

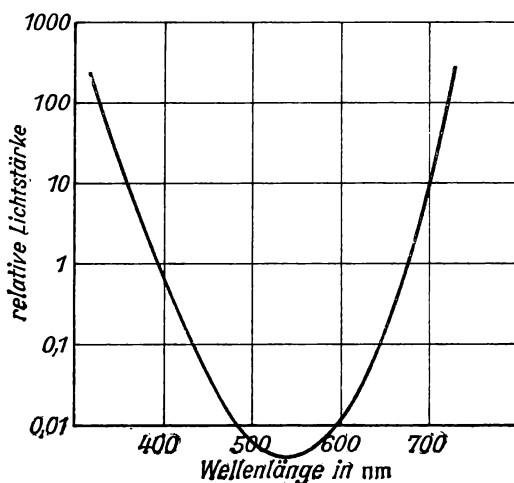
## 5.6. Physiologische Optik

Die Optik gewinnt als Teilgebiet der Physik ihre Gesetze durch physikalische Untersuchungen, d. h. durch die Festlegung von Größen (bzw. Einheiten) und Beziehungen zwischen ihnen. Solche Größen sind z. B. die Intensität, die Wellenlänge, die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Strahlung. Nun besitzt der Mensch im Auge ein Organ, das ihm Eindrücke von bestimmten Eigenschaften der Lichtstrahlung vermittelt. Das Anzeigen der physikalischen Meßgeräte (z. B. Fotozelle, Thermoelement) und des Auges stimmt aber nicht immer überein. Darüber soll im folgenden das Wichtigste gesagt werden.

### 5.6.1. Spektrale Empfindlichkeit des Auges

Die objektive, d. h. die physikalische Messung der Strahlungsintensität erfolgt mit dem Thermoelement [4.7.4.1.]. Zeigt dieses gleiche Stromstärken, so hat die auffallende Strahlung, ganz gleich welcher Wellenlänge, gleiche Intensität. Läßt man nun Licht verschiedener Wellenlänge (d. h. physiologisch verschiedener Farben), aber gleicher Intensität ins menschliche Auge fallen, so werden die verschiedenen Farben keinesfalls mit gleicher Helligkeit wahrgenommen. Vielmehr zeigt das Auge im Mittel die in Bild 5.47 grafisch dargestellte Empfindlichkeit. Da die Empfindlichkeit um viele Zehnerpotenzen schwankt, ist die Ordinatenachse logarithmisch geteilt. Die wichtigste Aussage der grafischen Darstellung ist, daß das Auge bei rund  $555\,\text{nm}$ , d. h. im gelbgrünen Spektral-

Bild 5.47 Spektrale Empfindlichkeit des Auges



bereich, die größte Empfindlichkeit hat. Im Dunkelroten (rd. 780 nm) und Violetten (rd. 370 nm) ist die Empfindlichkeit um 5 Zehnerpotenzen geringer, d. h., die Intensität des Lichtes muß  $10^5$ mal so groß sein, um den gleichen Helligkeitseindruck zu hinterlassen.

### 5.6.2. Farbe

Das Auge nimmt nicht nur die Strahlung einer bestimmten Wellenlänge als Licht bestimmter Farbe wahr (z. B.  $\lambda = 575$  nm als Gelb), sondern empfindet auch die Mischung von Spektralfarben als eine einheitliche Farbe. So entsteht durch Mischen, d. h. durch Vereinigen aller Farben bzw. Wellenlängen des sichtbaren kontinuierlichen Spektrums die Farbe Weiß. Wenn man daraus z. B. das rote Licht aussondert, empfindet das Auge die Mischung der verbleibenden Farbanteile als die dazu *komplementäre*<sup>1)</sup> Farbe Grün. So entstehen etwa die folgenden Komplementärfarbenpaare:

rot	orange	gelb	grüngelb	gelbgrün
blaugrün	eisblau	blau	violett	purpur.

Neben der Lichtstrahlung, die von glühenden Körpern emittiert wird, gibt es die *Körperfarben*. Sie entstehen dadurch, daß aus dem Licht (Tages- oder Kunstlicht), das auf den Körper fällt, ein Teil vom Körper absorbiert wird, so daß er in der verbleibenden komplementären Farbe erscheint.

## 5.7. Fotometrie

Die Fotometrie oder Lichtmessung befaßt sich mit den Helligkeiten von Lichtquellen, von beleuchteten Flächen usw. Ihre Untersuchungsergebnisse und Gesetzmäßigkeiten sind von großer Bedeutung beispielsweise für eine wirtschaftliche Erzeugung des Lichtes, für eine die Gesundheit der Augen nicht schädigende Beleuchtung der Arbeitsplätze u. a.

<sup>1)</sup> complementum (lat.) Ergänzung

### 5.7.1. Fotometrische Größen und Einheiten

Ausgangspunkt der fotometrischen Größen ist die „Helligkeit“ einer standardisierten Lichtquelle, die als *Lichtstärke I* bezeichnet wird. Man benutzt dazu einen Schwarzen Strahler.

**Die Einheit der Lichtstärke heißt Candela<sup>1)</sup> (Kurzzeichen cd).**

Sie ist eine der 6 *Grundeinheiten* der Tafel der gesetzlichen Einheiten [1.3.1.] und wie folgt definiert (etwas vereinfacht):

Die Candela ist die Lichtstärke, mit der eine Fläche von  $1/60 \text{ cm}^2$  eines Schwarzen Strahlers von  $1770^\circ\text{C}$  senkrecht zu seiner Oberfläche leuchtet.

Die „Lichtleistung“ einer Lichtquelle bezeichnet man als *Lichtstrom  $\Phi$* . Die Einheit des Lichtstromes ist auf die Candela bezogen und heißt Lumen (lm).

Das Lumen ist derjenige Lichtstrom, den eine Lichtquelle von 1 cd Lichtstärke innerhalb des räumlichen Winkels 1 Steradian (Kurzzeichen sr) ausstrahlt.

Auf diese Winkeleinheit können wir hier nicht näher eingehen. Es ist der Raumwinkel eines Kegels mit rund  $65^\circ$  Öffnungswinkel.

Eine für die Praxis sehr wichtige lichttechnische Größe ist schließlich die *Beleuchtungsstärke E*. Man kennzeichnet damit die Helligkeit einer beleuchteten Fläche. Man kann die Beleuchtungsstärke auf die Lichtstärke beziehen oder auf den Lichtstrom. Auf die Einheit des Lichtstroms ist die gesetzliche Einheit der Beleuchtungsstärke, das Lux (Kurzzeichen lx), bezogen.

Das Lux ist die Beleuchtungsstärke einer Fläche, auf die senkrecht je Quadratmeter gleichmäßig der Lichtstrom 1 lm fällt. Allgemein besteht zwischen Beleuchtungsstärke und Lichtstrom der folgende Zusammenhang:

$$\boxed{E = \frac{\Phi}{A}} \quad \text{Beleuchtungsstärke} \quad (5.10)$$

Also gilt  $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm m}^{-2}$ .

Die Beleuchtungsstärke *E* einer Fläche wird bekanntlich immer geringer, je weiter die Lichtquelle mit einer Lichtstärke *I* von ihr wegrückt. Genauere Untersuchungen dieses Zusammenhangs beweisen:

Die Beleuchtungsstärke einer beleuchteten Fläche nimmt mit dem Quadrat ihres Abstandes von der Lichtquelle ab.

Das folgt auch schon aus geometrischen Überlegungen. Betrachten wir den Lichtstrom 1 lm in einem Raumwinkel von 1 sr. Er erzeugt auf einer Fläche von  $1 \text{ m}^2$  in 1 m Entfernung die Beleuchtungsstärke 1 lx. In  $r = 2 \text{ m}$  Entfernung verteilt sich der gleiche Lichtstrom von 1 lm auf eine Fläche von  $4 \text{ m}^2$ ; die Beleuchtungsstärke beträgt nur  $1/4$  von der auf der ersten Fläche, also  $1/4 \text{ lx}$ .

Die Kraftfahrzeugzulassungsordnung verlangt, daß die Scheinwerfer mindestens so hell sein müssen, daß eine in 100 m Entfernung aufgestellte Fläche die Beleuchtungsstärke 1 lx zeigt. An einem wolkenlosen Sommermittag weist der Boden die Beleuchtungsstärke 100000 lx auf, im Winter 10000 lx, bei Vollmond 0,2 lx. An jedem Arbeitsplatz muß entsprechend der Feinheit

<sup>1)</sup> candela (lat.) Wachlicht, Kerze

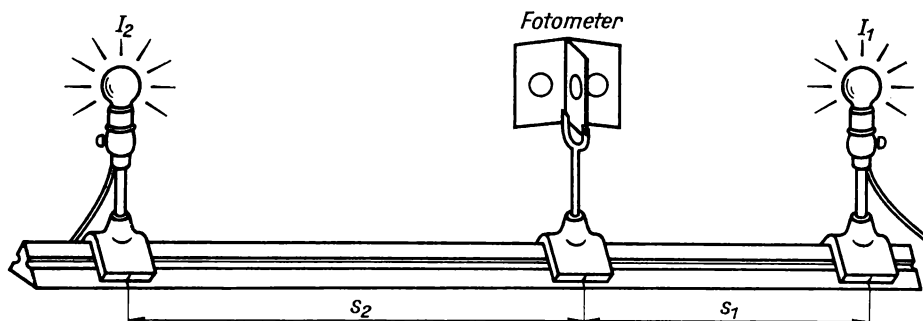


Bild 5.48 Fettfleckfotometer

der Arbeit eine bestimmte Mindest-Beleuchtungsstärke garantiert sein. So soll bei gewöhnlicher Handarbeit die Platzbeleuchtung wenigstens 250 lx betragen, bei Büroarbeit 500 lx, bei feinmechanischen Arbeiten 1000 lx.

### 5.7.2. Meßverfahren der Fotometrie

Um fotometrische Größen zu ermitteln, bedient man sich der verschiedensten Meßanordnungen, die sich in die folgenden drei Gruppen einteilen lassen: visuelle<sup>1)</sup>, physikalische und fotografische Verfahren.

Die zu ermittelnde Größe ist meist die Lichtstärke von Lichtquellen. Wir wollen uns auf die Beschreibung eines visuellen Verfahrens beschränken. Bei diesem Verfahren vergleicht man mit dem Auge die Beleuchtungsstärke von 2 Flächen, die von 2 Lichtquellen beleuchtet werden. Die eine ist beispielsweise eine Fotometerlampe, deren Lichtstärke  $I_1$  bekannt ist; die andere ist die zu untersuchende Lampe. Das einfachste Fotometer, das man sich ohne weiteres selbst herstellen kann, ist das *Fettfleckfotometer*. Es besteht aus einem Stück weißem Papier mit einem Fettfleck in der Mitte. Gegen das Licht gehalten, sieht man den Fleck hell auf dunklerem Grunde, gegen das Zimmerinnere z. B. gehalten, dunkel auf hellem Grund. Wenn das Papier von beiden Seiten her gleich stark beleuchtet wird, ist der Fleck nicht mehr sichtbar. Das Blatt mit dem Fettfleck setzt man auf eine sogenannte Optische Bank (Bild 5.48). Die Fotometerlampe und die zu untersuchende Lampe setzt man an die Enden der Optischen Bank. Das Fettfleckfotometer verschiebt man so lange, bis der Fettfleck nicht mehr zu sehen ist. Dann gilt die Beziehung

$$\frac{I_1}{s_1^2} = \frac{I_2}{s_2^2} \quad (5.11)$$

Daraus läßt sich die Lichtstärke  $I_2$  der unbekannten Lampe errechnen.

## 5.8. Quantenoptik

In diesem Abschnitt wollen wir uns mit einer physikalischen Erscheinung befassen, die sich mit der Wellentheorie nicht erklären läßt und die mit den Anstoß zur Aufstellung einer neuen Theorie vom Wesen des Lichtes, zur *Quantentheorie*, gab.

<sup>1)</sup> videre, Perfektpartizip visus, (lat.) sehen



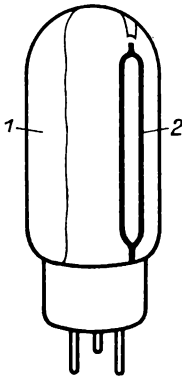
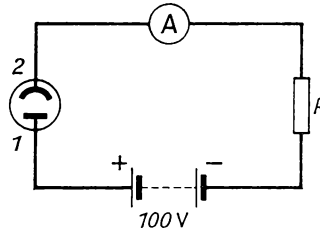


Bild 5.49 Fotozelle (1 Katode, 2 Anode)

Bild 5.50 Stromkreis mit Fotozelle und Schutzwiderstand (etwa  $10\text{ k}\Omega$ ). Das Amperemeter zeigt einen Strom von einigen  $100\text{ }\mu\text{A}$  an



### 5.8.1. Lichtelektrischer Effekt

In [4.7.1.] wurde besprochen, wie in einem evakuierten Glasgefäß aus einer Katode durch Aufprall von Ladungsträgern oder durch Erhitzen der Katode Elektronen herausgelöst werden. Elektronen werden aber auch aus dem Metall geschlagen, wenn Licht auftrifft. Man nennt diese Erscheinung *Fotoeffekt* oder (äußeren) *lichtelektrischen Effekt*. Der innere lichtelektrische Effekt ist ein ähnlicher Vorgang in einer pn-Halbleiterschicht, auf den wir nicht eingehen wollen.

Besonders deutlich ist der Effekt bei Alkalimetallen (Kalium, Zäsium). Bei diesen wird der Effekt technisch genutzt in Form der *Fotozellen*. Eine Fotozelle ist ein evakuiertes oder edelgasgefülltes Glasgefäß (Bild 5.49) mit einer Metallschicht (2), die innen auf einer Seite aufgedampft ist, und einem Drahtrahmen (1), der die aus der Schicht herausgelösten Elektronen auffangen soll.

An die Fotozelle wird eine Saugspannung von rund  $100\text{ V}$  angelegt (Pluspol an den Draht). In den Stromkreis wird ein Schutzwiderstand gelegt, um eine mögliche Stoßionisation zu verhindern (Bild 5.50). Die Stromstärke nimmt mit steigender Bestrahlungsstärke zu. Auf diese Weise kann man die Intensität des Lichtes elektrisch messen.

### 5.8.2. Abhängigkeit des Fotoeffekts von der Wellenlänge des Lichtes

Wenn das Licht Elektronen aus einer Alkalimetallschicht herauslöst, so müßte es doch möglich sein, diese Elektronen auch ohne die bei einer Fotozelle übliche Saugspannung nachzuweisen. Dies ist tatsächlich ohne weiteres möglich. An einer beleuchteten Fotozelle mißt man auch einen „Fotostrom“, ohne daß eine Spannung angelegt ist. Dieser Strom ist jedoch sehr gering (Bruchteile von Mikroampere). An diesem Strom wurde eine für die Lichttheorien entscheidende Feststellung gemacht.

Wenn man an die Fotozelle eine Gegenspannung anlegt (Minuspol an Schleife), so müssen die Elektronen gegen diese anlaufen. Von einer bestimmten Höhe der Gegenspannung an erreichen sie das Gitter nicht mehr; der Strom hört auf zu fließen. Je größer die kinetische Energie der vom Licht herausgelösten Elektronen ist, um so größer muß die Gegenspannung gewählt werden, die sie zurücktreibt und den Stromfluß unterbindet.

So ist die Gegenspannung ein Maß für die kinetische Energie der abgelösten Elektronen.

Versuche ergaben nun, daß die kinetische Energie der Elektronen immer größer wird, je „blauer“ das Licht ist, d. h. je kürzer die Wellenlänge, je höher also die Frequenz  $\nu$  [5.3.1.4.].

Andererseits wird die kinetische Energie der Elektronen immer kleiner, je „röter“ das Licht ist, und es gibt eine „Rotgrenze“, d. h. eine größte Wellenlänge des Lichtes, oberhalb welcher vom Licht keine Elektronen mehr aus der Metallschicht herausgelöst werden. Dieses (rote) Licht kann dann noch so intensiv sein (Scheinwerfer), es tritt kein Fotostrom mehr auf.

### 5.8.3. Lichtquanten

Die in [5.8.2.] beschriebene Abhängigkeit der Elektronenenergie von der Frequenz der Lichtwellen ist vom Standpunkt der Wellenlehre aus unverständlich. Eine Welle ist nämlich um so energiereicher, je größer ihre Amplitude, d. h. je kräftiger, heller, intensiver das Lichtbündel ist. Eine Abhängigkeit der Wellenenergie von der Frequenz (bzw. von der Lichtfarbe) ist in der Wellenlehre nicht bekannt.

Von diesen Versuchsergebnissen ausgehend, stellte im Jahre 1905 ALBERT EINSTEIN nach Vorarbeiten von MAX PLANCK eine neue Theorie auf:

- Licht besteht aus sehr kleinen Teilchen, den *Lichtquanten* oder *Fotonen*.

Die *Energie eines Lichtquants* beträgt

$$W = h \nu$$

(5.12)

In dieser Gleichung tritt eine Naturkonstante, das *PLANCK'sche Wirkungsquantum*  $h$ ,

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{Planck-Konstante}$$

auf, die PLANCK schon aus anderen Überlegungen für die Lichtausstrahlung gefunden hatte. Die Gleichung trägt der Tatsache Rechnung, daß die Frequenz  $\nu$  des auf eine Metallschicht fallenden Lichtes die Energie des Lichtbündels bestimmt und damit auch die Energie der herausgeschlagenen Elektronen, wie es der lichtelektrische Effekt zeigt.

### 5.8.4. Lichtwellen — Lichtquanten

Der lichtelektrische Effekt wurde mit der Quantennatur des Lichtes erklärt. Andererseits haben wir solche Erscheinungen wie Beugung, Interferenz, Polarisation durch die Wellennatur des Lichtes erklärt. Die Quantentheorie ist außerstande, diese Effekte zu deuten, wie die Wellenlehre den Fotoeffekt nicht erklären kann.

Wir sind also gezwungen, beide Theorien anzuerkennen und für bestimmte Erfahrungsbereiche gelten zu lassen. Dieses „Nebeneinanderbestehen“, dieser sog. Dualismus, ist jedoch nicht so zu verstehen, daß das Licht sich etwa verwandelt je nach dem anzustellenden Versuch, sondern gilt in dem Sinne, daß die Natur des Lichtes so vielseitig ist, daß die groben Modelle, die wir uns von ihm machen, kein umfassendes Bild abgeben. Diese komplizierte Beschaffenheit des Lichtes steht durchaus im Einklang mit den Grundzügen des dialektischen Materialismus, nach dem die Natur in einer Einheit von Widersprüchen existiert.

# 6. Atomistik

## 6.1. Grundlagen der Atomistik

### 6.1.1. Besonderheiten atomarer Prozesse

Die Vorgänge und Zustände innerhalb der Atome sind nicht direkt beobachtbar. Wir müssen unsere Erkenntnisse deshalb aus mittelbaren Erscheinungen, aus beobachtbaren Auswirkungen atomarer Prozesse gewinnen. Diese Erscheinungen deuten wir dann, stellen Hypothesen und Theorien auf, machen uns eine Vorstellung, ein Modell, von den Zusammenhängen und Erscheinungen. Die Modelle sind naturgemäß unvollkommen und geben die Natur nicht völlig getreu wieder, wie wir es bereits bei den Vorstellungen vom Licht kennengelernt haben.

Im Bereich der atomaren Prozesse erhält die Theorie von der quantenhaften Natur des Lichtes, von der in [5.8.] die Rede war, eine universelle Bedeutung. Man erkannte, daß in den Bereichen des Atoms nicht nur die Energie des Lichtes (genauer: der vom Atom aufgenommenen oder abgestrahlten elektromagnetischen Wellen) in der Form von Quanten erfolgt, sondern daß überhaupt die Energien (z. B. der Bindungen der Teilchen untereinander) in kleine „Portionen“ geteilt sind und im Atom daher nur ganz bestimmte, man sagt „diskrete“ Energiezustände möglich sind.

Ein weiteres Kennzeichen der Atomistik ist, daß viele Angaben nur mit begrenzter Genauigkeit gemacht werden können. Das hat verschiedene Gründe. Einmal ist es eine Frage der Definition. Der Durchmesser eines Atoms beispielsweise wird verschieden gemessen, je nachdem, ob man ihn aus der Packung der Atome in einem Kristall, aus gaskinetischen Vorgängen oder aus Elektronenstoßversuchen ermittelt hat. Das Atom ist eben alles andere als ein „harter Ball“, der gleichmäßig mit Masse belegt ist und eine feste Oberfläche hat.

Zum anderen besagt die *spezielle Relativitätstheorie*, daß bei den Geschwindigkeiten der Atombestandteile solche Größen wie Masse und Länge, die im Bereich der „klassischen Physik“, d. h. bei relativ niedrigen Geschwindigkeiten (wesentlich kleiner als Lichtgeschwindigkeit), als konstant angenommen werden können, merkliche Veränderungen in Abhängigkeit von ihrer Geschwindigkeit aufweisen.

Schließlich erweist sich, daß, selbst wenn die Definition eindeutig und die Geschwindigkeit berücksichtigt ist, eine Größe nur auf Kosten der Ungenauigkeit anderer benötigter Größen immer genauer bestimmt werden kann.

Die beobachtbaren Auswirkungen atomarer Prozesse sind fast durchweg das Ergebnis einer sehr großen Zahl von atomaren Prozessen, und man muß, das ist das Wesen der *statistischen Betrachtungsweise*, vom Gesamtverhalten auf den durchschnittlichen atomaren Einzelprozeß schließen.

Aus all diesen Besonderheiten darf weder der Schluß gezogen werden, daß in der Atomistik der menschlichen Erkenntnis eine Grenze gesetzt ist, noch, daß die strenge Kausalität, die Wechselwirkung von Ursache und Wirkung, im Bereich des atomaren Einzelprozesses aufgehoben sei. Vielmehr beweist gerade das beispiellose Fortschreiten der Erkenntnis in der Atomistik in den letzten Jahrzehnten, daß wir uns auch auf diesem Gebiet der Erkenntnis der absoluten Wahrheit immer mehr nähern.

### 6.1.2. Einige Beweise für die atomare Struktur der Stoffe

Die ersten Vorstellungen vom Aufbau der Körper aus kleinsten Teilchen stammen von den griechischen Denkern LEUKIPP und DEMOKRIT (um 400 v. u. Z.), die annahmen, daß jeder Stoff sich aus einer bestimmten Zahl von verschieden geformten „Atomen“<sup>1)</sup> zusammensetze. Diese Vorstellung war rein spekulativ, d. h. ohne Stütze durch experimentelle Beweise, entwickelt worden. Sie wurde bis ins 18. Jahrhundert hinein zunächst nur qualitativ verbessert und präzisiert sowie um den Begriff des Moleküls bereichert.

Ein wesentlicher Anstoß zur Weiterentwicklung dieser Hypothese zur Atomtheorie ging von dem englischen Chemiker DALTON (1766–1844) aus. Er erkannte, daß die Elemente in stets gleichen Massenverhältnissen zur gleichen Verbindung zusammentreten und deutete diese Tatsache durch eine Atomhypothese, nach der jedes Element aus einer bestimmten Anzahl gleicher kleinster Teilchen besteht, die er Atome nannte. Danach stellte er eine Atomgewichtstabelle<sup>2)</sup> auf mit dem Wasserstoffatom, dem kleinsten Atom, als Einheit.

Der nächste Schritt zu der heute völlig gesicherten Atomtheorie bestand in der Untersuchung der bei der Elektrolyse abgeschiedenen Stoffmengen durch FARADAY (1791 bis 1867). Durch seine Untersuchungen kam man in der Folgezeit zu den Begriffen der elektrischen Elementarladung (der Ionen) und zur Deutung der Wertigkeit. Schließlich war es eine wesentliche Entdeckung, als der österreichische Physiker LOSCHMIDT (1865) die Zahl der Atome (bzw. Moleküle) eines Stoffes je Kilomol und je Kubikzentimeter berechnete.

Weitere wesentliche Erkenntnisse und quantitative Angaben über atomare Größen und Teilchen lieferte die kinetische Wärmetheorie. Mit ihrer Hilfe konnten makroskopische Zustandsgrößen wie Druck und Temperatur durch genaue quantitative Beziehungen auf die Bewegung und den Zusammenstoß von Atomen und Molekülen bestimmter Masse, Abmessung, Geschwindigkeit usw. zurückgeführt werden.

Schließlich brachte die röntgenografische und optische Untersuchung der Kristalle ab etwa 1912 weitere sehr genaue Aufschlüsse über die Durchmesser der Atome, über ihre Abstände in den Kristallgittern u. a. m.

Neben dieser wissenschaftlichen Entwicklung der Atomtheorie gibt es eine Anzahl von Erscheinungen, die in ganz elementarer und anschaulicher Weise eine atomare Struktur der Stoffe nahelegen. Es seien im folgenden davon nur zwei herausgegriffen.

Die *BROWNSche Bewegung* besteht darin, daß man in einem Mikroskop bei mittlerer Vergrößerung eine unregelmäßige Zickzackbewegung von Rauch- oder Tuscheteilchen wahrnimmt. Diese Bewegung ist auf zahlreiche Stöße der die Teilchen umgebenden Moleküle der Luft oder des Wassers zurückzuführen. Die Bewegungen der Teilchen sind vergleichbar mit denen eines sehr großen Balles, der von vielen Menschen unregelmäßig hin und her gestoßen wird.

Der *Öltröpfchenversuch* besteht darin, daß ein Tropfen Öl (verdünnt in Benzin, das sofort verdunstet) auf eine mit Korkmehl bestäubte Wasseroberfläche getropft wird. Der

<sup>1)</sup> atomon (griech.) nicht weiter zerlegbar

<sup>2)</sup> heute als „Tabelle der relativen Atommassen“ bezeichnet

Öltropfen, dessen Masse man durch Tropfversuche ermittelt hat, breitet sich in einer dünnen Schicht von etwa einem Molekül Dicke auf der Wasseroberfläche aus. Aus der Größe des Ölflecks, die man an der Verdrängung des Korkpulvers erkennt, und der Masse des Tropfens kann man die Schichtdicke, also den ungefähren Moleküldurchmesser berechnen.

### 6.1.3. Grundbegriffe der Atomtheorie

Nach den allgemeinen Vorbemerkungen über die Entwicklung der Atomvorstellung und die Besonderheiten atomarer Vorgänge wollen wir nun einige konkrete Angaben über die Bestandteile, die das Atom aufbauen, machen.

Wir kennen 92 natürliche, d. h. in der Natur selbst vorkommende Elemente und noch eine Reihe künstlich erzeugter, die sich sämtlich aus *Atomen* zusammensetzen. Die chemischen Verbindungen dieser Elemente bestehen wiederum aus Zusammenschlüssen der Atome der beteiligten Elemente zu *Molekülen*.

Die Masse eines Atoms beträgt zwischen  $1,6 \cdot 10^{-27}$  kg und rund  $400 \cdot 10^{-27}$  kg. Genaugenommen ist hiermit die sog. Ruhmasse gemeint, denn, wie eingangs erwähnt, ändert sich die Masse bei schneller Bewegung. Man gibt die Masse üblicherweise aber nicht in dieser Weise in Kilogramm, d. h. nicht als *absolute Atommasse* an, sondern als eine relative Zahl im Vergleich zur Masse des Atoms eines Bezugselements. Heute bezieht man die relativen Atommassen aller Elemente auf den Kohlenstoff ( $^{12}_6\text{C}^1$ ), dessen relative Masse man genau gleich 12,00000 setzt. Die *relative Atommasse*  $A^2$ ) oder der *Massenwert*  $M$  eines Elements ist das Verhältnis seiner Masse zum 12. Teil der Masse des Kohlenstoffs  $^{12}_6\text{C}$ , zur sog. vereinheitlichten atomaren *Masseinheit*. Die Durchmesser der Atome liegen in der Größenordnung von  $10^{-10}$  m, jedoch spielt es, wie gesagt, eine Rolle, was als Durchmesser definiert wird. Glücklicherweise sind die nach den verschiedenen Verfahren gewonnenen Werte nicht sehr unterschiedlich.

Das Atom setzt sich zusammen aus

- Elektronen (Symbol e): Das Elektron hat den Massenwert  $M_e = 0,000549$  und ist elektrisch negativ geladen. Es trägt die kleinste in der Natur vorkommende Ladung, die *Elementarladung*  $-e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  As. Demnach ist also neben der Masse und der Energie auch die elektrische Ladung „gequantelt“, d. h. in kleinste Portionen zerlegbar.
- Protonen (Symbol p): Das Proton hat den Massenwert  $M_p = 1,00743$  und trägt eine positive Elementarladung.
- Neutronen (Symbol n): Das Neutron hat mit  $M_n = 1,00872$  einen etwas größeren Massenwert als das Proton und trägt keine elektrische Ladung.

### 6.1.4. Aufbau des Atoms

Das Atom besteht aus dem *Atomkern* und der *Atomhülle*. Die erste Theorie, die wesentliche Merkmale der heute als gesichert geltenden Theorie vom Atomaufbau enthält, stammt von dem englischen Physiker ERNEST RUTHERFORD (1871–1937). Von dieser Theorie ist heute noch die Feststellung gültig, daß die positive Ladung und fast die ganze Atommasse im Atomkern vereinigt sind und daß dieser von einer Schar von Elek-

<sup>1)</sup> wegen der Schreibweise s. [6.1.4.]

<sup>2)</sup> Die relative Atommasse wird oft noch als „Atomgewicht“ bezeichnet, ist aber keine Masse, erst recht nicht ein Gewicht, sondern eine dimensionslose Verhältniszahl

tronen, der *Atomhülle*, umgeben ist, die die Kernladung kompensiert, so daß das Atom hinsichtlich seiner Wirkung nach außen elektrisch neutral ist. Infolge der elektrostatischen Anziehungskräfte zwischen dem Kern und den Elektronen bewegen sich diese auf kreisähnlichen Bahnen um den Kern. Die Stabilität dieser Bewegung würde aber bei jeder Energieabgabe des Atoms gestört. Da RUTHERFORD annahm, daß bei der Kreisbewegung der Elektronen gleichsam als Folge schwingender Ladungen ständig Licht und damit Energie abgestrahlt wird, konnte nach seiner Theorie die Bewegung nicht stabil sein.

Diesen Widerspruch der Theorie beseitigte der dänische Physiker NIELS BOHR (1885 bis 1962), indem er entgegen den „klassischen“ physikalischen Vorstellungen annahm, daß die „Hüllenelektronen“ bei ihrer Bewegung kein Licht ausstrahlen, also auch keine Energie abgeben. Wie die Lichtaussendung nach BOHR vor sich geht, darüber ist in [6.2.] nachzulesen. BOHRs Theorie wurde später wesentlich verfeinert u. a. durch Hinzunahme von elliptischen Elektronenbahnen.

Die Atome der einzelnen Elemente unterscheiden sich voneinander dadurch, daß sie im Kern eine bestimmte Anzahl von Protonen und in der Hülle ebenso viele Elektronen besitzen. Diese Zahl heißt *Kernladungszahl* und ist identisch mit der *Ordnungszahl* (Platznummer) im *Periodensystem der Elemente*, das der russische Forscher MENDELEJEV (1834–1907) nach steigendem Massenwert (relativer Atommasse) aufstellte.

Neben den Protonen haben die Atome (außer denen des Wasserstoffs) noch eine Anzahl Neutronen im Kern. Die beiden Kernteilchen Proton und Neutron faßt man unter dem Begriff *Nukleon* zusammen. Die Nukleonenzahl schreibt man oben vor das chemische Zeichen, die Protonenzahl unten davor. So erhält man das *Kernsymbol*. Beispielsweise bedeutet das Kernsymbol  ${}^{17}_8\text{O}$ , daß dieses Sauerstoffatom 17 Nukleonen, davon 8 Protonen, enthält. Daraus ergibt sich, daß es 8 Elektronen in der Hülle und  $17 - 8 = 9$  Neutronen im Kern enthält. Die Gesamtzahl der Teilchen im Kern, die Nukleonenzahl, bezeichnet man als *Massenzahl*. Sie ist gleich dem ganzzahlig gerundeten Massenwert des Nuklids. Beispielsweise hat das Isotop  ${}^{17}\text{O}$  den Massenwert 16,999 13 und die Massenzahl 17.

## 6.2. Licht- und Röntgenstrahlung

Wie schon erwähnt wurde, nahm BOHR an, daß die Elektronen keine Strahlung emittieren, wenn sie sich auf einer bestimmten Umlaufbahn bewegen. Er nahm nun weiter an, daß elektromagnetische Strahlung (z. B. Licht) vom Atom nur dann ausgesandt wird, wenn Elektronen von einer Bahn auf eine andere, kernnäher gelegene Bahn „springen“. Diese Annahme wurde bestätigt. Sie ist heute ein gesicherter Bestandteil der Theorie vom Aufbau des Atoms. Die Wechselwirkungen zwischen den Vorgängen in der Atomhülle und elektromagnetischer Strahlung behandeln die folgenden Abschnitte.

### 6.2.1. Absorption und Emission von Lichtwellen

Bei der Deutung des lichtelektrischen Effekts (Fotoeffekts) hatten wir angenommen, daß Lichtquanten mit einer gewissen Mindestenergie  $W = h\nu$  beim Auftreffen auf die Metallschicht aus den Atomen Elektronen herausschlagen, die dann als Fotostrom in Erscheinung treten. Die Energie des Lichtquants wird offenbar zur Loslösung eines Elektrons aus der Hülle benötigt. Der Fotoeffekt ist ein Beispiel für die *Absorption* von Licht durch Atome. Reicht die Energie des Lichtquants nicht aus zur Ablösung eines Elektrons, so wird dieses aber aus seiner „normalen“ Bahn „herausgeworfen“ und auf eine kernfernere Bahn gehoben. Dort kann es eine sehr kurze Zeit lang, während der man von einem *angeregten Zustand* des Atoms spricht, kreisen und springt dann auf seine

ursprüngliche Bahn zurück. Es liegt nahe anzunehmen, daß der gleiche Energiebetrag, der vom Atom absorbiert wird, wenn ein Elektron durch ein Lichtquant auf eine kernfernere Bahn gehoben wird, in Form elektromagnetischer Strahlung wieder frei wird, wenn das Elektron wieder in seinen Grundzustand zurückspringt. Dieser Vorgang führt nach BOHR zur *Emission* von elektromagnetischen Wellen aus dem Atom. Jeder der möglichen Umlaufbahnen der Elektronen entspricht eine ganz bestimmte Energie des Atoms. Die Energie wird um so größer, je größer der Durchmesser der Elektronenbahn ist. Man schreibt dem Atom dementsprechend Energiestufen oder *Energieniveaus* zu. Beim Sprung eines Elektrons auf eine kernnähere Bahn (Bild 6.1) gibt das Atom einen bestimmten, von der „Größe“ des Sprunges abhängigen Energiebetrag ab, der gleich der Energie der abgestrahlten Lichtwelle ist. Die Energie eines Lichtquants haben wir in [5.8.] beim Fotoeffekt, d. h. bei der Absorption von Licht, durch die Gleichung  $W = h\nu$  beschrieben. Die Energie  $W = h\nu$  muß auch das beim „Elektronensprung“ emittierte Lichtquant besitzen, sie muß gleich sein der Energiedifferenz zwischen dem anfänglichen höheren Energieniveau und dem Endniveau:

$$h\nu = W_1 - W_2 \quad (6.1)$$

Führt man die Wellenlänge  $\lambda$  des abgestrahlten Lichtes mit Hilfe der Wellengleichung  $c = \nu\lambda$  in (6.1) ein, so lautet die Beziehung

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{hc}{\lambda} \quad (6.2)$$

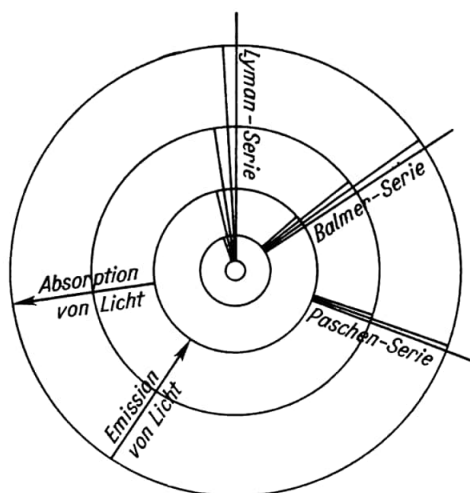
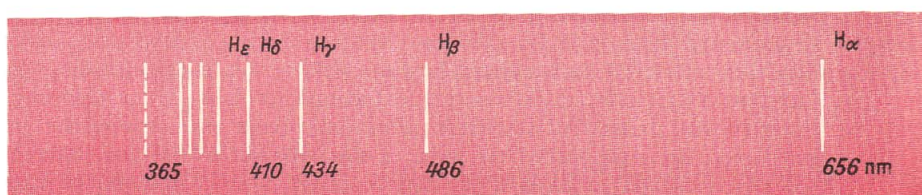


Bild 6.1 Elektronen-Übergänge in der Atomhülle

Bild 6.2 Linienspektrum des Wasserstoffs





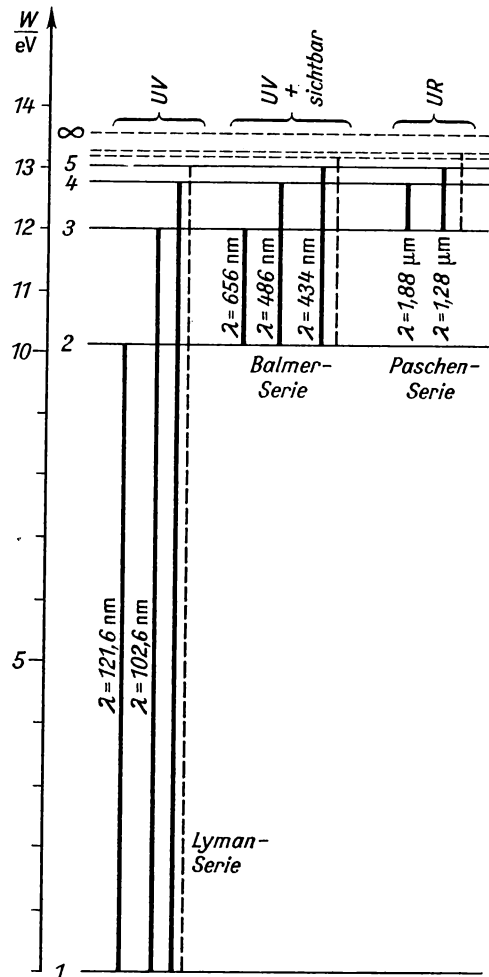


Bild 6.3 Energie-Niveaus des Wasserstoff-atoms

Am einfachsten sind die Verhältnisse beim Wasserstoffatom zu übersehen, weil es nur ein Hüllenelektron enthält. Aus dem Linienspektrum des Wasserstoffs (Bild 6.2) kann man die Frequenzen der vom Wasserstoff emittierten Strahlung ermitteln und erhält über Gl. (6.1) die zugehörigen Differenzen der Energieniveaus. Diese werden in einem Energieniveauschema (Bild 6.3) aufgetragen. Aus dem Schema kann man durch Kombination der verschiedensten Ausgangs- und Endniveaus bei Elektronensprüngen die Frequenzen der emittierten Strahlung errechnen.

Nur bei gasförmigen Substanzen, bei denen die Atome wenig durch die Nachbarschaft anderer Atome gestört sind, ist Gl. (6.1) durch Auswertung der Linienspektren anzuwenden. Bei flüssigen und festen Körpern sind die Energieniveaus durch die engen Bindungen so gestört, daß alle möglichen Energiedifferenzen auftreten und folglich Licht in sämtlichen Wellenlängen ausgestrahlt wird, so daß ein *kontinuierliches* (zusammenhängendes) Spektrum entsteht.

Die Elektronen gelangen nicht von selbst auf das höhere Energieniveau. Sie werden bei Zusammenstößen der Atome vor allem bei hoher Temperatur (z. B. in Flammen), bei

dem Stoß durch andere Elektronen (Leuchtröhren) oder bei dem Stoß durch Lichtquanten (Photonen) auf äußere Bahnen gebracht (angeregter Zustand). Ist der Zusammenstoß so heftig, daß ein Elektron nicht nur auf eine äußere Schale gehoben, sondern völlig abgetrennt wird, so spricht man bekanntlich von *Ionisation*. Der Zeitpunkt der Lichtausstrahlung ist für ein angeregtes Atom in gewissen Grenzen unbestimmt. Das ist jedoch anders bei den sehr vielseitig anwendbaren neuen als *Laser*<sup>1)</sup> bezeichneten Lichtquellen. Bei ihnen wird die Anregung von Atomen durch eine elektromagnetische Welle geeigneter Frequenz gleichzeitig aufgehoben, so daß die ausgestrahlten Lichtwellen „synchron“ schwingen, *kohärent* sind [5.2.2.1.]. Laserstrahlen kann man aus diesem Grunde auch sehr eng bündeln.

### 6.2.2. Röntgenstrahlung

Die Emission von Röntgenstrahlen aus dem Atom ist ein ähnlicher Vorgang wie beim sichtbaren Licht. Der Unterschied besteht lediglich darin, daß Elektronen auf sehr kernnahe Bahnen springen, also auf solche Bahnen, die noch von weiter außen gelegenen Elektronenbahnen umgeben sind. Die Frequenzen der Röntgenwellen liegen zwischen  $10^{16}$  und  $10^{19}$  Hz; die Röntgenstrahlung ist also viel energiereicher als Licht [vgl. Gl. (5.12)]. Die eben beschriebene Röntgenstrahlung ist nur ein Teil der insgesamt von einer Röntgenröhre ausgesandten Strahlung. Man nennt diesen Teil die *charakteristische Strahlung*. Die Anregung der Atome geht so vor sich, daß in einer Röntgenröhre sehr energiereiche Elektronen auf die Anode schlagen und dabei in deren Atomen kernnahe Elektronen herausschlagen. Beim nachfolgenden „Einrücken“ von kernferneren Elektronen in die „Lücken“ wird die charakteristische Röntgenstrahlung emittiert, die für jedes Anodenmaterial entsprechend den Energieniveaus ein anderes Röntgenlinienspektrum liefert. Die daneben noch vorhandene *Bremsstrahlung* können wir hier nicht behandeln.

### 6.3. Kernprozesse

Während sich [6.2.] mit Vorgängen in der Atomhülle befaßte, sollen jetzt Erscheinungen und Vorgänge betrachtet werden, die sich im Atomkern abspielen.

#### 6.3.1. Natürliche Radioaktivität

Der französische Physiker HENRI BECQUEREL untersuchte 1896 fluoreszierende Stoffe – das sind solche, die bei Bestrahlung mit Elektronen oder UV-Licht sichtbares Licht aussenden – und entdeckte dabei, daß sie eine Strahlenart emittieren, die bis dahin unbekannt war. Wenig später fand das Ehepaar PIERRE CURIE (1859–1906) und MARIE CURIE-SKŁODOWSKA (1867–1934), daß auch Thoriumsalze die gleiche Strahlung aussenden. Es gelang ihnen, zwei neue, stark strahlende Elemente zu gewinnen. Das eine wurde *Radium* (Ra) genannt, das andere *Polonium* (Po) nach dem Geburtsland MARIE CURIES Polen. Der Strahlung gab man den Namen *radioaktive Strahlung*. MARIE CURIE-SKŁODOWSKA erhielt für ihre Arbeiten den Nobelpreis. Die wichtigsten Eigenschaften der radioaktiven Strahlung bestehen darin, daß sie Fotoplatten beeinflussen, bestimmte Stoffe zum Fluoreszenzleuchten anregen, die Luft ionisieren und Stoffe mehr oder weniger stark durchdringen.

Im weiteren Verlauf der Forschungsarbeiten stellte sich heraus, daß in der radioaktiven Strahlung drei Strahlenarten auftreten können, die man als  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlung bezeichnet.

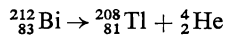
---

<sup>1)</sup> spricht etwa Leaser

### 6.3.1.1. Alpha-Strahlung

Sie besteht aus doppelt positiv geladenen Heliumatomkernen, den  $\alpha$ -Teilchen ( ${}^4_2\text{He}$ ). Die Reichweite der Strahlung in Luft beträgt nur wenige Zentimeter. Sie durchdringt kaum die Hautoberfläche.

Das  $\alpha$ -Teilchen kommt aus dem Atomkern. Da das ausgeschleuderte  $\alpha$ -Teilchen als Heliumkern aus 2 Protonen und 2 Neutronen besteht, muß beim  $\alpha$ -Zerfall eines Atomkerns die Massenzahl um 4 Einheiten und die Kernladungszahl (Ordnungszahl) um 2 Einheiten abnehmen. Man schreibt eine solche Kernumwandlung symbolisch, wie folgendes Beispiel zeigt:

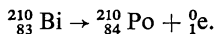


Das Beispiel betrifft den  $\alpha$ -Zerfall des Wismut. Als neues Element entsteht Tantal und ein  $\alpha$ -Teilchen.

Im Zusammenhang mit den beiden im Beispiel auftretenden Elementen muß hier eingefügt werden, daß die Atome der meisten Elemente nicht alle gleichartig aufgebaut sind. Es gibt vielmehr bei ihnen mehrere „Atomsorten“. Diese haben bei einem bestimmten Element zwar alle die gleiche Zahl Protonen und folglich auch die gleiche Zahl von Hüllenelektronen, aber sie haben eine unterschiedliche Zahl von Neutronen. Dadurch haben sie auch verschiedene Atommassen. Diese verschiedenen Atomarten eines Elements werden *Isotope*<sup>1)</sup> genannt, weil sie den gleichen Platz im Periodensystem der Elemente einnehmen. Beispielsweise sind (die Nuklide)  ${}^{211}_{83}\text{Bi}$ ,  ${}^{212}_{83}\text{Bi}$ ,  ${}^{214}_{83}\text{Bi}$  und  ${}^{215}_{83}\text{Bi}$  Isotope des Wismuts. Die Isotope sind in den natürlich vorkommenden Elementen stets im gleichen prozentualen Mischungsverhältnis enthalten, und zwar unabhängig vom Fundort.

### 6.3.1.2. Beta-Strahlung

Sie besteht aus Elektronen, die sich mit Geschwindigkeiten bis nahe der Lichtgeschwindigkeit bewegen. Diese entstehen im Atomkern bei der Umwandlung eines Neutrons in ein Proton. Beim  $\beta$ -Zerfall wird also im Kern ein Proton neu gebildet, daher nimmt die Kernladungszahl um eine Einheit zu. Die Massenzahl bleibt bestehen, da die Nukleonenzahl gleichbleibt und die Masse des ausgesandten Elektrons vernachlässigt werden kann. Ein Beispiel für einen  $\beta$ -Zerfall ist



### 6.3.1.3. Gamma-Strahlung

Die Gammastrahlung ist eine elektromagnetische Strahlung. Sie ist kurzwelliger, energiereicher und deshalb noch durchdringender als die Röntgenstrahlung. Sie breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit aus.

### 6.3.1.4. Zerfallsgesetz

Die in der Natur vorkommenden *natürlichen radioaktiven Stoffe* bilden bestimmte *Zerfallsreihen*, in denen aus einem radioaktiven Nuklid durch Zerfall stets ein bestimmtes neues Nuklid entsteht. Die Zeit, in der ein bestimmter Prozentsatz des Nuklids zerfällt, ist sehr verschieden, aber für jedes Nuklid charakteristisch. Die Substanz des ursprüng-

<sup>1)</sup> isos (griech.) gleich; topos (griech.) Platz

lich vorhandenen Stoffes verringert sich beim radioaktiven Zerfall. Mit der Abnahme der Substanz nimmt auch die Strahlungsintensität ab.

Ist die anfängliche Anzahl der Atome  $N_0$ , dann ist die nach der Zeit  $t$  noch vorhandene Anzahl

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (6.3)$$

In dieser Gleichung ist  $e = 2,718$  die Basis der natürlichen Logarithmen und  $\lambda$  die *Zerfallskonstante* des jeweiligen Nuklids. Man kann statt ihrer auch die *Halbwertszeit*  $T = 0,7/\lambda$  nehmen, die eine anschaulichere Vorstellung vermittelt, weil sie die Zeit angibt, in der eine beliebige Menge des Nuklids auf die Hälfte zurückgegangen ist. Je schneller ein Nuklid zerfällt, um so intensiver strahlt es:

Die Intensität der Strahlung ist umgekehrt proportional der Halbwertszeit.

### 6.3.2. Strahlennachweisgeräte

Radioaktive Strahlen schlagen Elektronen aus den Atomen heraus, d. h. ionisieren Atome. Dadurch werden Gase leitfähig; beim Anlegen einer elektrischen Spannung fließt ein elektrischer Strom, der der Strahlungsintensität proportional ist. Solche Geräte nennt man *Ionisationskammern*. Ein anderes Strahlennachweisgerät ist das *Zählrohr*. Es besteht beispielsweise aus einem innen mit Metall belegten Glasrohr, in dessen Mitte längs ein dünner Draht gespannt ist. Zwischen Metallbelag und Draht wird eine Spannung von über 1000 V gelegt. Ein das Zählrohr durchsetzendes Strahlungsquant verursacht eine Stoßionisation in der Gasfüllung. Die Stromstöße kann man verstärken und registrieren. Je nach Ausführungsform kann man mit Zählrohren  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen nachweisen.

Ein bekanntes Nachweisgerät ist ferner die *Nebelkammer* (Bild 6.4). Mit ihr kann man die Bahnspur von  $\alpha$ - und  $\beta$ -Teilchen sichtbar machen. Das geschieht dadurch, daß durch die plötzliche Ausdehnung eines Gefäßes übersättigter Wasserdampf erzeugt wird, der leicht kondensiert, wenn Kondensationskerne vorhanden sind. Solche Kerne aber sind die Ionen, die ein  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Teilchen auf seinem Weg durch die Nebelkammer bildet. Die Bahn wird dann als eine feine Kette von Nebeltröpfchen sichtbar.

### 6.3.3. Kernprozesse

Unter Kernprozessen versteht man die Umwandlung von Atomen eines Elements in solche eines anderen. Man kann sie bewußt herbeiführen, indem man die Atome eines Elements mit Elementarteilchen oder mit  $\alpha$ -Teilchen „beschießt“. Dabei wird das auftreffende Teilchen in den Kern aufgenommen. Aber unmittelbar darauf wandelt sich

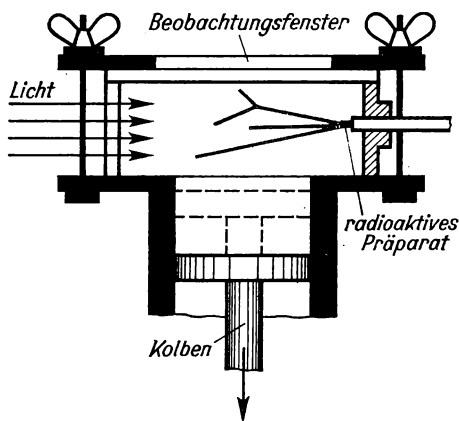
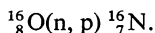


Bild 6.4 Nebelkammer nach WILSON

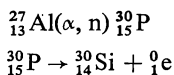
der Kern unter Aussendung eines anderen Teilchens in einen anderen Kern um. Am leichtesten werden Neutronen von einem Kern aufgenommen, weil sie keine Ladung haben und deshalb keiner elektrischen Abstoßung unterliegen. Ein Beispiel einer solchen Wandlung ist



Die Schreibweise bedeutet: Ein Atom des Isotops 16 (Massenzahl 16) vom Sauerstoff (Ordnungszahl 8) wird mit Neutronen (n) beschossen. Dabei bildet sich ein Atom des Stickstoffisotops 16, und ein Proton (p) wird ausgesandt.

Andere Beispiele sind  $^{14}_7\text{N}(\alpha, p)^{17}_8\text{O}$  oder  $^{11}_5\text{B}(n, \alpha)^8_3\text{Li}$ .

Wenn der neugebildete Kern wieder zerfällt, d. h. radioaktiv ist, spricht man von *künstlicher Radioaktivität*. Ein Beispiel ist  $^{30}_{15}\text{P}$ :



#### 6.3.4. Anwendung radioaktiver Stoffe

Heute wird die Radioaktivität vielfältig angewandt. Dabei werden die radioaktiven Stoffe mit der gewünschten Halbwertszeit bzw. Strahlungsintensität fast ausnahmslos künstlich hergestellt, weil dies wesentlich billiger ist als die Isolierung und Anreicherung von natürlichen radioaktiven Stoffen aus Erzen und anderen Verbindungen. Die meisten industriellen Anwendungen beruhen entweder auf

- Durchstrahlung der zu untersuchenden Stoffe ähnlich wie durch Röntgenstrahlen,
- Absorption von Strahlung durch die zu untersuchenden Stoffe oder auf
- Nachweis von radioaktiven Stoffen bei Abtragungsvorgängen.

Ein Beispiel für die erstgenannte Anwendung ist die sog. *Gammadefektoskopie*. Bei diesem Verfahren werden Stahl- und Gußteile sowie Schweißnähte durchstrahlt und auf Fehler untersucht. Das Durchstrahlungsbild wird auf großen Planfilmen aufgenommen. Mit Gammastrahlen kann man wesentlich dickeres Material durchstrahlen als mit Röntgenstrahlen. Ein Beispiel für das zweite Prinzip ist die *Dickenmessung* von Papier. Zwischen einer Strahlenquelle und einem Nachweisgerät wird die Papierbahn vorbeigezogen. Die vom Gerät angezeigte Intensität schwankt mit der Papierdicke.

Den Verschleiß von Hochofenfutter mißt man nach dem dritten Prinzip. In das Futter werden in verschiedenen Tiefen radioaktive Proben eingelassen. Sobald sie vom flüssigen Roheisen zusammen mit dem Futter abgetragen worden sind, zeigen die außen angebrachten Nachweisgeräte keine Strahlung mehr an.

Von den medizinischen Anwendungen ist sowohl die diagnostische<sup>1)</sup> als auch die therapeutische<sup>2)</sup> von größter Bedeutung. Erstere beruht darauf, daß sich bei der Nahrungsaufnahme verschiedene Stoffe in bestimmten erkrankten Organen anreichern und dort mit Strahlennachweisgeräten erkannt werden, wenn man ihnen radioaktive Nuklide des Stoffes beimischt. Das gilt z. B. für Organe, die von Krebs befallen sind.

Die zweitgenannte Anwendung beruht darauf, daß die radioaktive Strahlung Krebszellen stärker schädigt als gesundes Gewebe. Darum wird Krebs durch radioaktive Bestrahlung bekämpft. Die Schädigung der gesunden Zellen muß man durch richtige

<sup>1)</sup> Erkennen der Krankheit

<sup>2)</sup> Heilen der Krankheit

*Dosierung* und Bestrahlung des kranken Organs von verschiedenen Seiten so klein wie möglich halten. Es gibt heute genaue und zuverlässige Vorschriften für den Umgang mit radioaktiven Präparaten. Von den sonstigen biologischen Anwendungen wäre vor allem die Möglichkeit zu nennen, die Eigenschaften von Organismen (z. B. Pflanzen) durch Bestrahlung zu verändern, sowie zahlreiche Verfahren, durch Beimengen von radioaktiven Nukliden den Stoffwechselverlauf und andere Vorgänge zu verfolgen.

#### 6.4. Gewinnung von Energie aus Kernprozessen

Die herkömmlichen Energievorräte der Erde sind nicht unbegrenzt; während die Wasserkraft bei weitem noch nicht vollständig ausgenutzt wird, gehen die Vorräte an Kohle und Öl eines Tages zu Ende. Deshalb ist die Nutzung der Energie, die aus Atomkernumwandlungen gewonnen werden kann, von größter Bedeutung für die Lösung des Energieproblems. Es existieren nach unserer heutigen Kenntnis grundsätzlich zwei Möglichkeiten der Energiegewinnung aus dem Atomkern: die Zerlegung schwerer Kerne und die Zusammensetzung leichter. Auf beide Vorgänge wollen wir im folgenden eingehen.

##### 6.4.1. Bindungsenergie der Kerne

Vom Atomkern wissen wir, daß in ihm nahezu die Gesamtmasse des Atoms vereinigt ist und daß die Masse eines Kerns nahezu ein ganzzahliges Vielfaches der Masse des Wasserstoffkerns ist. Wir wissen ferner, daß er aus Protonen und Neutronen aufgebaut ist. Um einen Atomkern zu zerlegen, muß man die Kräfte überwinden, die den Kern zusammenhalten. Die zur Zerlegung eines Kernes aufzubringende Arbeit ist so groß wie die im Kern auftretende Bindungsenergie. Bei der Zerlegung leichter Kerne ergibt sich die merkwürdige Tatsache, daß die Masse des ursprünglichen Kernes immer kleiner ist als die Summe der Massen der Protonen und Neutronen, die den Kern aufbauen. Diese Erkenntnis gewann man, als es gelang, die Massen der Kerne und der Elementarteilchen auf 6 Dezimalen genau zu bestimmen. Die Masse des Protons und des Neutrons wurde schon genannt [6.1.3.]. Ein Heliumkern setzt sich aus zwei Protonen und zwei Neutronen zusammen. Er müßte einen Massenwert von  $2 \cdot 1,00743 + 2 \cdot 1,00872 = 4,03230$  haben. Tatsächlich hat er aber nur einen Massenwert von 4,002775. Die Differenz nennt man den *Massendefekt*  $\Delta m$ . Er beträgt in unserem Beispiel  $\Delta m = 0,030383$ . Die fehlende Masse kann nicht verschwunden sein. Vielmehr erkannte man, daß hier ein umfassendes Naturgesetz vorliegt, das der große Physiker ALBERT EINSTEIN 1905 aufstellte. Er formulierte die nach ihm benannte *EINSTEINSche Gleichung*, die eine Beziehung zwischen einer Masse  $m$  und einem ihr genau entsprechenden Energiebetrag  $W$  herstellt:

$$W = mc^2 \quad \text{Einsteinsche Gleichung} \quad (6.4)$$

Darin ist  $c$  die Lichtgeschwindigkeit. In dieser Gleichung liegt der Schlüssel für das oben genannte Problem des Massendefekts. Rechnet man den Massendefekt nach Gl. (6.4) durch Multiplikation mit  $c^2$  in den ihm entsprechenden Energiebetrag  $W$  um, so entspricht dieser Betrag der Arbeit (= Energie), die beim Vereinigen von 4 Nukleonen zu einem Heliumkern frei wird, bzw. die Arbeit, die man bei der Zerlegung eines Heliumkerns aufbringen muß. Als Energieeinheit für Kernvorgänge benutzt man meist das *Elektronenvolt* (eV) bzw. das Millionenfache dieser Einheit (MeV), wobei

$$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Js.}$$

Ferner entspricht dem Massenwert 0,001 eine Energie von 0,931 MeV. Beispielsweise hat also der Heliumkern entsprechend dem Massendefekt  $\Delta m = 0,030383$  eine Bindungsenergie von  $30,38 \cdot 0,931 \text{ MeV} = 28,2 \text{ MeV}$ .

Wir haben in [6.3.3.] von künstlich eingeleiteten Kernprozessen gesprochen, die durch das Eindringen eines Teilchens in einen Kern verursacht werden. Dabei ist von großer Bedeutung, ob bei dem ablaufenden Umwandlungsprozeß Energie freigesetzt oder aufgenommen wird. Energie wird stets dann freigesetzt, wenn die Summe der Massen der Ausgangsteilchen größer ist als die Summe der Massen der entstehenden Teilchen. Solche Prozesse können, wenn sie planmäßig und in großem Umfange herbeigeführt werden, für die Energiewirtschaft eine entscheidende Bedeutung gewinnen.

### 6.4.2. Kernspaltung

Bei dem folgenden Prozeß, den die Chemiker OTTO HAHN und FRITZ STRASSMANN im Jahre 1938 entdeckten, wird der Kern eines schweren Elements durch Beschuß mit einem Neutron in zwei etwa gleich schwere Kerne gespalten. Diese *Kernspaltung* wird heute vor allem mit dem Uran-Isotop  $^{235}_{92}\text{U}$  und dem künstlich hergestellten Plutonium  $^{239}_{94}\text{Pu}$  wirtschaftlich ausgenutzt. Wichtig sind bei diesen Prozessen vor allem zwei Tatsachen:

- Bei der Spaltung wird eine beträchtliche *Energie freigesetzt*. Die Masse der Bruchstücke (z. B. Barium, Krypton u. a.) ist geringer als die Summe der Massen von Ausgangskern und eingeschossenem Neutron. Aus diesem Massendefekt errechnet sich eine Energiefreisetzung von etwa 200 MeV für jeden gespaltenen Kern. Diese Energie übersteigt, bezogen auf die gleiche Masse, den Energiegewinn aus Steinkohle um das mehr als Millionenfache.
- Bei der Kernspaltung werden Neutronen frei. Das ist vor allem aus dem Grunde von Bedeutung, als diese Neutronen wieder andere Atomkerne spalten können, so daß der einmal eingeleitete Prozeß sich gleichsam fortpflanzt. Da im Durchschnitt je Spaltung 2 bis 3 Neutronen freigesetzt werden, nimmt die Zahl der Spaltungen unter bestimmten Bedingungen immer mehr zu, es kommt zu einer *Kettenreaktion*.

Die Kernspaltung wird technisch in *Kernreaktoren* ausgenutzt. Das Hauptproblem besteht darin, die *Spaltprozesse* so zu *steuern*, daß sie einerseits ständig in Gang bleiben, andererseits nicht zunehmen, damit es nicht zu einer Explosion kommt. Bei der Zündung einer Atombombe läuft eine solche unaufhaltsame, man sagt *ungesteuerte Kettenreaktion* ab. Sie führt durch die ungeheure Hitzeentwicklung, die starke Druckwelle und vor allem durch eine tödliche radioaktive Strahlung zu jenen furchtbaren Wirkungen, wie wir sie von den amerikanischen Atombombenabwürfen auf die japanischen Städte Hiroshima und Nagasaki noch in Erinnerung haben.

Die Steuerung der Spaltprozesse ist abhängig von dem verwendeten *Spaltstoff*. Benutzt man reines  $^{235}_{92}\text{U}$ , so kommt die Kettenreaktion bei einer geringen Masse des Spaltstoffes gar nicht in Gang. Von einer bestimmten Masse, der *kritischen Masse*, an ist dagegen die Kettenreaktion sehr schwer zu steuern, und es kommt leicht zu einer Explosion. Die Masse des Spaltstoffes spielt deshalb eine große Rolle, weil bei zu kleiner Masse die bei der Spaltung freigesetzten Neutronen zum größten Teil aus dem Spaltstoff heraustreten, ehe sie eine neue Kernspaltung verursacht haben.

Die meisten der heute in Atomkraftwerken betriebenen Kernreaktoren arbeiten gleichsam mit „verdünntem“ Spaltstoff. Das natürliche im Erz vorkommende Uran besteht zu 99,3% aus  $^{238}_{92}\text{U}$ , das nicht oder nur unter besonderen Bedingungen spaltbar ist, und aus nur 0,7%  $^{235}_{92}\text{U}$ , dem eigentlichen „Kernbrennstoff“. Diese „Verdünnung“ ist jedoch



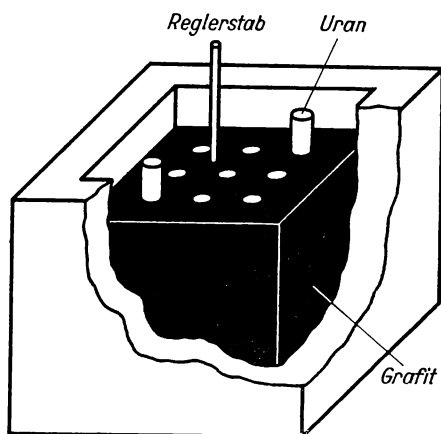


Bild 6.5 Schema eines Kernreaktors

für den Betrieb von Reaktoren wiederum zu stark. Man reichert deshalb das  $^{235}_{92}\text{U}$  meist auf 5 % oder 10 % an.

Schließlich bedarf es noch einer anderen Vorrichtung, um in einem solchen „verdünnten“ Spaltstoff zu einer gesteuerten Kettenreaktion zu gelangen. Man muß die freigesetzten, ziemlich energiereichen Neutronen erst durch Zwischenschichten von Grafit oder Wasser, einer sog. *Bremssubstanz*, abbremesen, weil sich nämlich gezeigt hat, daß langsame Neutronen die Spaltung des  $^{235}_{92}\text{U}$  viel besser herbeiführen als schnelle. Ein Kernreaktor dieses Typs hat etwa den in Bild 6.5 schematisch dargestellten Aufbau.

Der Kernreaktor ist das Herzstück eines Atomkraftwerks. Im Reaktor wird z. B. ein erster Wasserkreislauf beim Umspülen der Uranstäbe, in denen die Spaltung vor sich geht, auf etwa 260 °C erhitzt. Er gibt seine Wärme in einem Wärmeaustauscher an einen zweiten Wasserkreislauf ab, in dem Dampf erzeugt wird. Der Dampf treibt dann wie in einem Wärmekraftwerk Turbinen an. Atomkraftwerke mit Leistungen von 300 MW und mehr erreichen heute schon die Wirtschaftlichkeit von Wärmekraftwerken. Der erste Energiereaktor wurde am 27. Juni 1954 in der Sowjetunion in Betrieb genommen.

### 6.4.3. Kernfusion

Eine zweite Möglichkeit, Energie aus Kernprozessen zu gewinnen, liegt in der Zusammensetzung leichter Kerne. Man bezeichnet diese Prozesse als *Kernfusion* oder als *thermonukleare Reaktion*. Wir hatten auf den Energiegewinn bei der Synthese eines Heliumkerns aus 2 Protonen und 2 Neutronen schon hingewiesen. Die Prozesse spielen sich in Wirklichkeit aber nicht so einfach ab. Es ist meist ein ganzer Reaktionszyklus, der zur Bildung des Kerns eines leichten Elements führt, und es bedarf dazu extrem hoher Temperaturen (viele Millionen Grad Kelvin).

Die Kernfusion liefert, auf gleiche Massen bezogen, das rund Zehnfache der bei der Uranspaltung frei werdenden Energie. Die Kernfusion ist die Energiequelle der Sonne und der meisten Fixsterne, die schon längst erkaltet wären, wenn sie ihre Strahlungsenergie durch chemische Verbrennung gewinnen würden. An der Verwirklichung thermonuklearer Reaktionen wird zielstrebig gearbeitet. Die Sowjetunion hat eine Reihe von Forschungsreaktoren in Betrieb, mit denen die Wissenschaftler bemüht sind, schrittweise den sehr hohen Temperaturen und Gasdichten näherzukommen, die zum Ablauf der Reaktionen nötig sind. Wenn einmal die Energiegewinnung aus Kernfusionsprozessen technisch gelöst sein wird, dann wird es keinen Mangel an nutzbarer Energie mehr geben.

## 6.5. Übersicht über die Elementarteilchen

Während man noch zu Beginn des 19. Jahrhunderts die Atome als nicht zerlegbare Bestandteile der Stoffe ansah, erweiterte sich diese Ansicht im folgenden Jahrhundert auf die das Atom aufbauenden Elementarteilchen Elektron, Proton und Neutron. Heute wissen wir einerseits, daß dies bei weitem nicht alle Elementarteilchen sind, aus denen sich die Stoffe aufbauen, und wir wissen andererseits, daß die heute bekannten Elementarteilchen nicht unveränderlich sind, d. h. im eigentlichen Sinne gar nicht „elementar“ sind.

Man hat die Elementarteilchen, über die ständig weitere neue Erkenntnisse in Erfahrung gebracht werden, in eine gewisse Systematik gebracht. Man ordnet die Teilchen nach ihrer *Ruhmasse*, d. h. nach ihrer Masse im ruhenden Zustand [6.1.1.]. Ferner hat man bei jedem Teilchen die *Ladung* zu berücksichtigen, d. h. die Angabe, ob es eine positive, eine negative oder keine Elementarladung enthält. Weiterhin rotieren die meisten Elementarteilchen um eine Achse. Man ordnet ihnen einen *Spin* zu, der die Art der Rotation kennzeichnet. Schließlich ist, da viele Elementarteilchen instabil sind, noch wichtig, die *mittlere Lebensdauer* anzugeben. Die Systematik der Elementarteilchen hat zur Zeit etwa folgendes Aussehen:

1. Das *Foton* (Photon) oder *Lichtquant* ist das leichteste Teilchen, es hat die Ruhmasse Null.
2. Zur Gruppe der nach dem Foton leichtesten Teilchen, der *Leptonen*, gehören zunächst das *Elektron* ( $e^-$ ) und das *Positron* ( $e^+$ ). Letzteres wurde 1932 entdeckt. Es hat die gleiche Ruhmasse wie das Elektron und die dem Betrag nach gleiche, aber positive Ladung. Zu den Leptonen gehört ferner das *Neutrino* ( $\nu$ ), das lange aus theoretischen Gründen vorausgesagt und 1955 nachgewiesen wurde. Es hat wahrscheinlich die Ruhmasse Null und keine Ladung.
3. Mit einer Masse zwischen Elektronen und Protonen kennen wir die *Mesonen*. Es gibt verschiedene Arten: die K-Mesonen (K) mit Ruhmassen von etwa 1000 Elektronenmassen; die Pi-Mesonen ( $\pi$ ) mit Massen von rund 270 Elektronenmassen; die My-Mesonen ( $\mu$ ) mit einer Masse von etwa 207 Elektronenmassen. Die My-Mesonen werden zuweilen auch mit zu den Leptonen gerechnet.  
Die Mesonen kommen mit positiver, negativer oder ohne Elementarladung vor. Die  $\pi$ -Mesonen vermitteln den Zusammenhalt der Atomkerne und sind stets beteiligt, wenn ein Nukleon oder ein Elektron aus dem Kern ausgesandt wird oder Neutronen und Protonen sich ineinander umwandeln. Die Mesonen sind instabil und haben eine mittlere Lebensdauer von  $10^{-6} \dots 10^{-10}$  Sekunden.
4. Zu den *Nukleonen* gehören die Protonen ( $p^+$ ) und die Neutronen ( $n$ ). Ihre Masse beträgt 1836 bzw. 1839 Elektronenmassen.
5. Es gibt noch eine Zahl Teilchen, die schwerer sind als die Nukleonen; man nennt sie *Hyperonen*. Ihre Masse liegt bei 2180 bis 2580 Elektronenmassen.

Diese Zusammenstellung ist nicht vollständig. Nach der heutigen Systematik der Elementarteilchen nimmt man an, daß zu jedem Teilchen ein *Antiteilchen* existiert, dessen Masse der Masse des Teilchens gleich ist, aber dessen Ladung oder Spin dem des Teilchens entgegengesetzt ist.



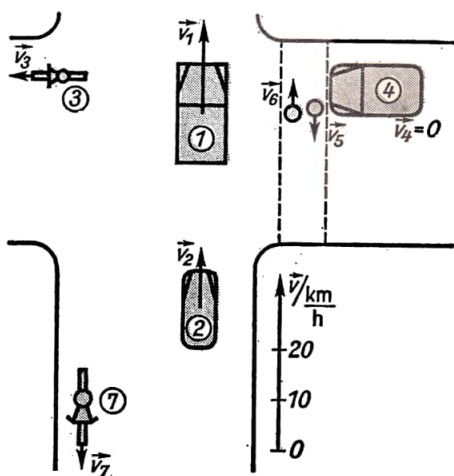
# Lösungen

2.1 Siehe Bild L 1

2.2 Nach Skizze bzw. Proportion

$$s = \underline{\underline{96 \text{ m}}}$$

Bild L 1 Zur Lösung von Übung 2.1



2.3 1.

Zeit	Ankunft Zug Nr.	Abfahrt Zug Nr.	Durchfahrt Zug Nr.
20.05	6		
20.07		6	
20.28			1
20.51	2		
20.58			7
21.02		2	
22.00	3		
22.06			8
22.22			9
22.26		3	
23.16	4		
23.39		5	
23.52			10

2.

	1	2	3	4
A ab	20.02	20.17	21.26	22.42
B ab		20.27		22.53
C ab		20.35		22.59
D ab		20.41		23.07
E an		20.51	22.00	23.16
E ab		21.03	22.26	
F ab				
G an	20.40			
G ab	20.49	21.18		
H an	21.02	21.29	22.57	

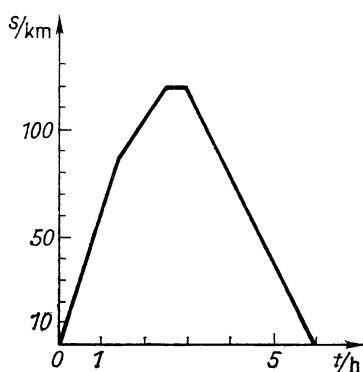


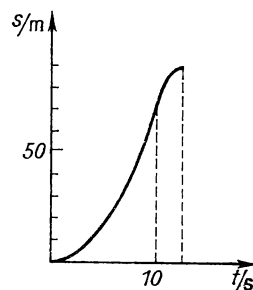
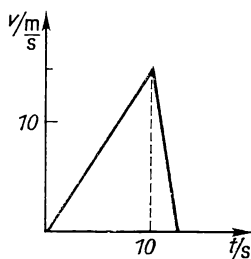
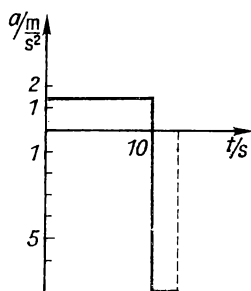
Bild L 2 Zur Lösung von Übung 2.5

- 2.4 Das Fahrzeug fährt 1,5 h mit der Geschwindigkeit 60 km/h, dann 1 h mit der Geschwindigkeit 30 km/h, bleibt eine halbe Stunde stehen und fährt schließlich in entgegengesetzter Richtung 3 h lang mit der Geschwindigkeit 40 km/h.
- 2.5 Siehe Bild L 2
- 2.6 Die Flächeninhalte 1 und 2 sind gleich; das bedeutet: Hinweg = Rückweg. Das Fahrzeug ist am Ende des Bewegungsvorganges wieder am Ausgangspunkt.
- 2.7 Die Übereinstimmung folgt aus der Analogie der Definitionen von Geschwindigkeit und Beschleunigung.

Gegeben	Gleichungen für			
	$s_t$	$v_t$	$a$	$t$
$s_t, a, t$	$s_t = \frac{1}{2} a t^2$	—	$a = \frac{2 s_t}{t^2}$	$t = \sqrt{\frac{2 s_t}{a}}$
$v_t, a, t$	—	$v_t = a t$	$a = \frac{v_t}{t}$	$t = \frac{v_t}{a}$
$s_t, v_t, a$	$s_t = \frac{v_t^2}{2a}$	$v_t = \sqrt{2 a s_t}$	$a = \frac{v_t^2}{2 s_t}$	—
$s_t, v_t, t$	$s_t = \frac{v_t}{2} t$	$v_t = \frac{2 s_t}{t}$	—	$t = \frac{2 s_t}{v_t}$

2.9 Siehe Bild L 3

Bild L 3 Zur Lösung von Übung 2.9



	$T$	$f$
Stundenzeiger	12 h = 720 min = 43 200 s	$8,3 \cdot 10^{-2} \text{ h}^{-1}$ $= 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1}$ $= 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
Minutenzeiger	1 h = 60 min = 3600 s	$1,7 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}$ $= 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
Sekundenzeiger	1 min = 60 s	$1 \text{ min}^{-1}$ $= 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$

$$2.11 \quad v_B = 2\pi fr \quad v_B = \underline{\underline{113 \text{ m min}^{-1}}}$$

$$2.12 \quad \alpha = \frac{v_B}{r t} \quad (v_B = v_{\text{Fahrzeug}}) \quad \alpha = \underline{\underline{4,4 \text{ s}^{-2}}} \quad z = \underline{\underline{8,9}}$$

$$2.13 \quad \omega_2 = \frac{2v_{B1}}{2r_1} = \frac{v_{B1}}{r_1} = \omega_1 \quad \omega_2 = \underline{\underline{0,14 \text{ s}^{-1}}}$$

$$a_{R2} = -\frac{4v_{B1}^2}{2r_1} = 2a_{R1} \quad a_{R2} = \underline{\underline{-2,32 \text{ m s}^{-2}}}$$

2.14 Siehe Bild L 4

$$2.15 \quad d_2 = d_1 \sqrt[3]{\frac{\varrho_1}{\varrho_2}} \quad d_2 = \underline{\underline{13,9 \text{ cm}}}$$

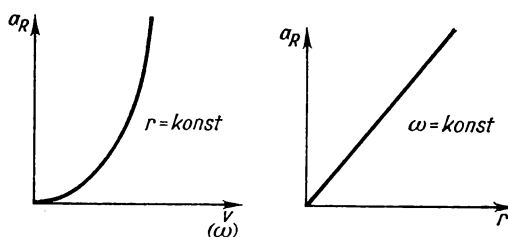
$$2.16 \quad a = \frac{m_{\text{G}} g}{m_1 + m_{\text{G}}} = \frac{g}{\frac{m}{m_{\text{G}}} + 1} \quad a = \underline{\underline{0,024 \text{ m s}^{-2}}}$$

2.17 1. Steigbewegung = Umkehrung der Fallbewegung

$$v_0 = v_t = \sqrt{2gh} \quad v_0 = \underline{\underline{20 \text{ m s}^{-1}}}$$

$$2. F_{\text{Ges}} = F_B + G = \frac{mv_0^2}{2s} + mg \quad F_{\text{Ges}} = \underline{\underline{4,3 \text{ kp}}}$$

Bild L 4  
Zur Lösung von Übung 2.14



2.18 Durch Zeichnung oder Proportion

$$F_A = \underline{\underline{30 \text{ kp}}}$$

$$F_S = \underline{\underline{25 \text{ kp in jedem Seil}}}$$

$$2.19 \quad p = \frac{G}{A}$$

$$p_1 = \underline{\underline{0,25 \text{ kp cm}^{-2}}}$$

$$p_2 = \underline{\underline{1,67 \text{ kp cm}^{-2}}}$$

$$p_3 = \underline{\underline{0,25 \text{ kp cm}^{-2}}}$$

$$2.20 \quad 1. F_{RH} = \frac{h}{l} G$$

$$F_{RH} = \underline{\underline{\frac{G}{4}}}$$

$$2. v = \sqrt{hg}$$

$$v = \underline{\underline{1,6 \text{ m s}^{-1}}}$$

$$2.21 \quad 1. mgh = \frac{m}{2} v^2$$

Ergebnis siehe 2.17.1

$$2. W_{\text{pot}} = W_R + W_{\text{kin}}$$

$$mgh = \frac{1}{2} F_{RH} l + \frac{m}{2} v^2 \quad \text{Ergebnis siehe 2.20.2}$$

$$2.22 \quad W_{\text{pot}} = W_{\text{kin}}$$

$$\frac{k}{2} l^2 = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = l \sqrt{\frac{G}{sm}}$$

$$v = \underline{\underline{44 \text{ m s}^{-1}}}$$

$$2.23 \quad 1. W_{\text{kin}} = \underline{\underline{2,5 \cdot 10^5 \text{ J}}}$$

$$2. F = \underline{\underline{1,25 \cdot 10^4 \text{ kp}}}$$

$$3. W_{\text{kin}} = \underline{\underline{5 \cdot 10^5 \text{ J}}}$$

$$F = \underline{\underline{2,5 \cdot 10^4 \text{ kp}}}$$

$$W_{\text{kin}} = \underline{\underline{10^6 \text{ J}}}$$

$$F = \underline{\underline{5 \cdot 10^4 \text{ kp}}}$$

$$2.24 \quad P = \frac{mgh}{t}$$

$$P = 75 \text{ Nm s}^{-1} = \underline{\underline{75 \text{ W}}}$$

$$\approx 7,5 \text{ kpm s}^{-1} = \underline{\underline{1/10 \text{ PS}}}$$

$$2.25 \quad \eta = \frac{mgh}{t P_{\text{zu}}}$$

$$\eta = \underline{\underline{0,5 = 50\%}}$$

$$2.26 \quad m_1 v_1 = m_2 v_2 = F t$$

$$v_1 = \underline{\underline{1 \text{ m s}^{-1}}}$$

$$v_2 = \underline{\underline{8 \text{ m s}^{-1}}}$$

$$2.27 \quad F = \frac{P}{\omega r}$$

$$F = \underline{\underline{3,4 \text{ kp}}}$$



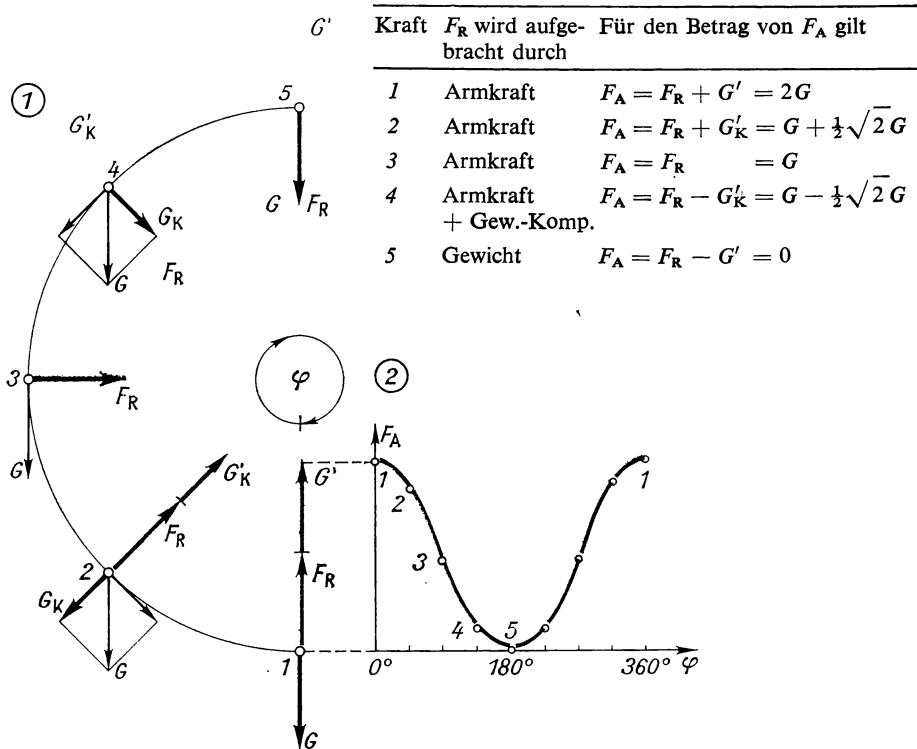


Bild L 5 Zur Lösung von Übung 2.29

1. Wirkende Kräfte in verschiedenen Lagen des Körpers ( $F_A$  Armkraft,  $G_K$  Komponente des Gewichtes,  $G'$  bzw.  $G'_K$  Gegenkräfte). 2. Verlauf der Armkraft während einer Umdrehung

$$2.28 \quad 1. \quad G = ma + \frac{J\alpha}{r} \quad J = \frac{m(g-a)r^2}{a} \quad J = \underline{\underline{3,6 \text{ kg m}^2}}$$

$$2. \quad Gh = \frac{1}{2}J\omega^2 \quad f = \sqrt{\frac{Gh}{2\pi^2 J}} \quad f = \underline{\underline{1,6 \text{ s}^{-1}}}$$

2.29 Siehe Bild L 5

$$2.30 \quad v = r_E \sqrt{\frac{g_{rE}}{r_E + h}} \quad v = \underline{\underline{7,7 \text{ km s}^{-1}}}$$

$$T = 2\pi r/v \quad T = \underline{\underline{92 \text{ min}}}$$

$$2.31 \quad M = -M_1 - M_2 + M_3 = \underline{\underline{-210 \text{ kp cm}}}$$

$$2.32 \quad F = \frac{\pi d^2 p}{4} = \underline{\underline{7840 \text{ kp}}}$$

$$2.33 \quad 1. \quad F_1 = F_2 \frac{d_1^2}{d_2^2} = \underline{\underline{250 \text{ kp}}}; \quad 2. \quad \dot{U} = F_1 : F_2 = d_1^2 : d_2^2 = \underline{\underline{1 : 100}}$$

$$3. \quad \dot{U}' = 1 : 400; \quad F'_1 = \frac{250}{4} \text{ kp} = \underline{\underline{62,5 \text{ kp}}}$$

$$2.34 \quad 1. \quad h_1 : h_2 = \varrho_2 : \varrho_1; \quad 2. \quad h_1 : h_2 = \underline{\underline{0,75 : 1 = 1 : 1,33}}$$

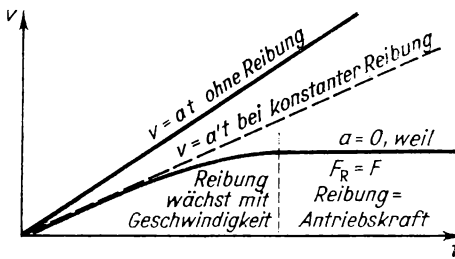


Bild L 6 Zur Lösung von Übung 2.35.4

2.35 1.  $G = 100 \text{ kp}$ ;  $F_A = G_{F1} = 125 \text{ kp}$ ;

Resultierende Kraft nach oben:  $F = F_A - G = 25 \text{ kp}$

2.  $a = F/m = 2,45 \text{ m/s}^2$

3.  $t = \sqrt{2s/a} = 1,24 \text{ s}$  (mit  $s = 187,5 \text{ cm}$ !)

4. Bild L 6

2.36 1. Aus Gl. (2.55) folgt mit  $p_2 = 2p_1$  (Druck nimmt je 10 m Wassertiefe um 1 at zu)  
 $V_2 = 1/2 V_1$ , damit

$F_A = \frac{125}{2} \text{ kp} = 62,5 \text{ kp}$ ;  $F = 52,5 \text{ kp}$

2.  $a = 51,4 \text{ m/s}^2$  in 10 m Tiefe.

3. Bewegung ist ungleichmäßig verzögert. Wir rechnen mit mittlerer Beschleunigung. An der Oberfläche (Körper noch unter Wasser) ist  $a = 119,8 \text{ m/s}^2$ . Daraus folgen

$a_m = 82 \text{ m/s}^2$  und  $t \approx 0,5 \text{ s}$ .

2.37 Waage zeigt mehr an, da Finger Auftrieb erfährt und Gegenkraft Waage belastet.

2.38  $v_1 = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho \left( \frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)}} = 0,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Die Manometer sind einfache Rohre, die oben angesetzt werden. Meßflüssigkeit = strömende Flüssigkeit.

2.39  $\Delta p_{\text{stat}} = 1/2 \rho v^2 = 12250 \text{ N/m}^2$

$\Delta p_{\text{stat}}/p_{\text{stat}} = 1,04\%$ ;  $\Delta p_{\text{stat}}/p_{\text{ü stat}} = 1,25\%$

2.40  $k = (2\pi f)^2 m = 1,71 \text{ kg/s}^2 = 1,71 \text{ N/m}$

$W_{\text{ges}} = 1/2 k y_m^2 = 0,55 \text{ N cm}$

2.41 Aus Gl. (2.29') und (2.71) erhalten wir

$T = 2\pi s \sqrt{\frac{m}{2W}} = 0,40 \text{ s}$ .

- 2.42 Aus  $F = ks$  und Gl. (2.70) folgt

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{F}{ms}} = \underline{\underline{3,5 \text{ Hz}}}.$$

- 2.43 Nein. Gl. (2.78) gilt nur für  $\alpha < 5^\circ$ , d. h. nicht mehr für große Amplitude.

- 2.44 Nach Gl. (2.79) ist

$$f_1 : f_2 = \sqrt{m_1/J_1} : \sqrt{m_2/J_2} = 1 : 1.$$

Da bei gleichmäßiger Verteilung der Masse  $J \sim m$  ist, sind die Frequenzen der beiden physischen Pendel gleich.

- 2.45 1.  $f = \underline{\underline{25 \text{ Hz}}}$

2. Während des Anlaufens wird auch die kritische Drehfrequenz 15 Hz erreicht. Die entsprechende Drehzahl 900/min darf nur sehr kurzzeitig bestehen (Resonanz).

- 2.46 Die Blattfeder mit der Eigenfrequenz 50 Hz (geeignete Länge) schwingt in Resonanz mit großer Amplitude.

- 2.47 Nach Bild L 7 soll ein von  $A$  ausgehender Strahl an der Wand  $W$  reflektiert werden. Nach Reflexion geht er durch Punkt  $B$ . Wir zeichnen zu Punkt  $B$  den Punkt  $B'$  in gleicher Höhe und in gleichem Abstand von der Wand und erkennen: die Gerade ist die kürzeste Verbindung  $AB'$ . Wegen der Kongruenz der Dreiecke  $B'CO$  und  $CBO$  sind die Winkel  $\gamma$  gleich und folglich auch  $\alpha = \beta$ .

- 2.48 Für Lichtwellen ist Wasser das dichtere Medium, für Schallwellen ist Luft das dichtere Medium. Jeder Strahl legt im dünneren Medium ein relativ großes Stück Weg zurück.

- 2.49 Bei Stellung 2 der Stimmgabel interferieren die von den beiden Zinken abgestrahlten Wellen: teilweise Auslöschung, Ton leise. Bei Stellung 1 wird ein Teil der Wellen durch Schallwand abgeschnitten: keine Interferenz, Ton laut.

- 2.50 Aus (2.81) und (2.85) folgt

$$\lambda/m = \frac{331,6 + 0,6 t/^{\circ}\text{C}}{f/\text{s}^{-1}}; \quad \lambda_1 = \underline{\underline{0,726 \text{ m}}}; \quad \lambda_2 = \underline{\underline{0,780 \text{ m}}}.$$

- 2.51  $\lambda = c/f$ ;  $\lambda_1 = \underline{\underline{0,7 \text{ mm}}}$ ;  $\lambda_2 = \underline{\underline{2,9 \text{ mm}}}$ ;  $\lambda_3 = \underline{\underline{10 \text{ mm}}}$

- 2.52  $l = c/2f = \underline{\underline{21,5 \text{ cm}}}$ ;  $n = 2fl/c = \underline{\underline{4}}$

- 2.53 Nein. Diese Frequenz würde sehr laut, alle anderen Frequenzen würden sehr leise abgestrahlt!

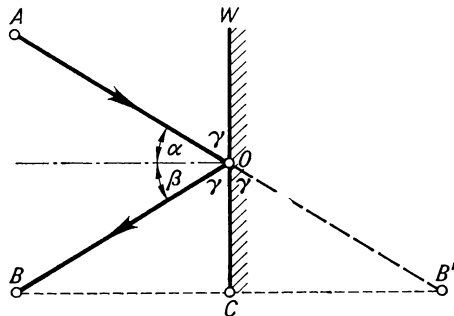


Bild L 7  
Zur Lösung von Übung 2.47

- 2.54 Bei  $f = 1000 \text{ Hz}$  sind  $130 \text{ phon} = 130 \text{ dB}$ .
- 2.55 Da  $2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2 < 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$ , liegt der erste „Ton“ unterhalb der Hörschwelle. Negative Phonzahlen haben keinen Sinn. Bei  $2 \text{ N/m}^2$  folgt mit  $p_{m0} = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$ :  $L = 97 \text{ phon}$ . Für  $2000 \text{ N/m}^2$  würde die Lautstärke „157 phon“ betragen. Eine solche Angabe ist sinnlos, da diese „Lautstärke“ nicht mehr im Hörbereich des Menschen liegt.
- 2.56 Aus dem Diagramm lesen wir etwa ab: 63 phon, 80 phon, 80 phon, 82 phon, 78 phon.
- 2.57 Nach Gl. (2.90) folgt  $L_{\text{ges}} = 97 \text{ phon}$ .
- 3.1 Die Kerze entwickelt trotz hoher Temperatur nur eine geringe Wärmemenge.
- 3.2  $V_2 = V_1(1 + 3\alpha \Delta t)$   $V_2 = \underline{\underline{100,17 \text{ cm}^3}}$
- 3.3  $t_2 = t_1 + \frac{\varrho_1/\varrho_2 - 1}{3\alpha}$   $t_2 = \underline{\underline{110 \text{ }^\circ\text{C}}}$
- 3.4  $\Delta V_{\text{sch}} = (\gamma_{F1} - 3\alpha_{\text{Gel}}) V_1 \Delta t$   $\Delta V_{\text{sch}} = \underline{\underline{0,45 \text{ cm}^3}}$
- 3.5  $M_L = 0,78 M_{N_2} + 0,21 M_{O_2} + 0,01 M_{Ar} = \underline{\underline{28,96}}$
- 3.6 Beachten Sie:  $1 \text{ atm} = 101325 \text{ N/m}^2$ !
- 3.7  $p = \frac{mRT}{V} = \underline{\underline{7,07 \text{ atm}}} = \underline{\underline{7,3 \text{ at}}}$
- 3.8  $T = \frac{pV}{mR} = \underline{\underline{931 \text{ }^\circ\text{K}}}$ ;  $t = \underline{\underline{658 \text{ }^\circ\text{C}}}$
- 3.9  $m_2 = m_1 \frac{t_1 - t_m}{t_m - t_2} = \underline{\underline{105 \text{ kg}}}$ ;  $V_2 = \underline{\underline{105 \text{ l}}}$
- 3.10  $c_1 m_1 (t_1 - t_m) = c_2 m_2 (t_m - t_2) + c_3 m_3 (t_m - t_3)$   
 $t_m = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2 + c_3 m_3 t_3}{c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3}$
- 3.11  $C = c_1 m_1 \frac{t_1 - t_m}{t_m - t_2} - c_2 m_2 = \underline{\underline{125 \text{ cal/grd}}}$
- 3.12  $\underline{\underline{860 \text{ kcal}}}$
- 3.13  $t = \frac{cm \Delta \vartheta}{\eta P} = \underline{\underline{54 \text{ min } 17 \text{ s}}}$
- 3.14  $m = \frac{Pt}{\eta H} = \underline{\underline{10,3 \text{ kg}}}$
- 3.15  $T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1}$   $Q = c_v \frac{p_1 V}{RT_1} (T_2 - T_1)$   
 $T_2 = \underline{\underline{1000 \text{ }^\circ\text{K}}}$   $t_2 = \underline{\underline{727 \text{ }^\circ\text{C}}}$   $Q = \underline{\underline{890 \text{ kcal}}}$
- 3.16  $V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}$   $Q = c_p \frac{p V_1}{RT_1} (T_2 - T_1)$   $W = p(V_2 - V_1)$

$$V_2 = \underline{\underline{16,7 \text{ m}^3}} \quad Q = \underline{\underline{1220 \text{ kcal}}} \quad W = \underline{\underline{140400 \text{ kpm}}}$$

$$3.17 \quad R = c_p - c_v = 0,069 \cdot \frac{29}{M} \frac{\text{kcal}}{\text{kg grad}} = \underline{\underline{2,00 \frac{\text{kcal}}{M \text{ kg grad}}}}$$

$$3.18 \quad n = 1: \text{ isotherme Zustandsänderung}$$

$$n = \kappa: \text{ adiabatische Zustandsänderung}$$

$$3.19 \quad \text{Infolge des geringen Außendruckes siedet das Wasser bei Temperaturen, die weit unter } 100^\circ\text{C liegen.}$$

$$3.20 \quad \varphi_2 = \varphi_1 \frac{f_{\max 1}}{f_{\max 2}} = \underline{\underline{33,7\%}}$$

$$3.21 \quad Q = \lambda \frac{A t \Delta \vartheta}{l} = \underline{\underline{10,7 \text{ kcal}}}$$

$$3.22 \quad \mu = 1/N_A = \underline{\underline{4,5 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}}$$

$$3.23 \quad v = \sqrt[3]{3RT} = \underline{\underline{518 \text{ m/s}}}$$

$$3.24 \quad T = \frac{2 W_{\text{kin}}}{3k} = \underline{\underline{242^\circ\text{K}}}$$

$$4.1 \quad 1. \quad I = \frac{P}{U} = \underline{\underline{4,45 \text{ A}}} \quad R = \frac{U^2}{P} = \underline{\underline{40,3 \Omega}}$$

$$2. \quad \Delta t = \frac{mc \Delta T}{\eta P} = \underline{\underline{6,5 \text{ min}}}$$

$$4.2 \quad 1. \quad R = 2\varrho \frac{A}{l} = \underline{\underline{0,183 \Omega}}$$

$$2. \quad U = RI = \underline{\underline{14,6 \text{ V}}}$$

$$4.3 \quad 1. \quad R_1 = \frac{U_0}{I} - R_a = \underline{\underline{0,8 \Omega}}$$

$$2. \quad \text{Kurzschlußstromstärke } I_k = \frac{U_0}{R_1} = \underline{\underline{1,87 \text{ A}}} \quad \text{bei } R_a = 0$$

$$4.4 \quad R_1 = \frac{U_0}{I_1} - R_{a1} = \underline{\underline{0,14 \Omega}}$$

$$I_2 = \frac{U_0}{R_{a2} + R_1} = \underline{\underline{5,62 \text{ A}}}$$

$$4.5 \quad 1. \quad \frac{1}{R_{\text{ers}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{2}{R_2}; \quad R_{\text{ers}} = \underline{\underline{40 \Omega}}$$

$$2. \quad I = \frac{U}{R_{\text{ers}}} = \underline{\underline{2 \text{ A}}}; \quad I_1 = \frac{U}{R_1} = \underline{\underline{0,4 \text{ A}}}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = \underline{\underline{0,8 \text{ A}}}$$

$$\text{Probe: } I_1 + 2 I_2 = 2 \text{ A} = I$$

$$4.6 \quad R_{\text{ers}} = \frac{U^2}{P_1 + 4P_2} = \underline{\underline{142 \Omega}}$$

$$4.7 \quad I = I_2 - \frac{U_2}{R_v} \quad R_2 = \frac{U_2}{I} = \underline{\underline{60 \, \Omega}}$$

$$4.8 \quad R_x = \frac{l_1}{l - l_1} R_n = \underline{\underline{82,5 \, \Omega}}$$

$$4.9 \quad 1. \quad C_1 = \epsilon_0 \frac{\pi D^2}{4d} = \underline{\underline{139 \, \text{pF}}}$$

$$2. \quad C_2 = 2 C_1 = \underline{\underline{278 \, \text{pF}}}$$

$$3. \quad U = 100 \, \text{V} = \text{konst}; \quad Q_2 = 2 Q_1 = C_2 U = \underline{\underline{2,78 \cdot 10^{-8} \, \text{As}}}$$

Es fließt während der Abstandsverminderung die Ladungsmenge  $Q_1 = 1,39 \cdot 10^{-8} \, \text{As}$  in den Kondensator.

$$4. \quad Q_1 = \text{konst}; \quad U_2 = \frac{C_1}{C_2} U = \underline{\underline{50 \, \text{V}}}$$

$$4.10 \quad C = \epsilon \frac{\pi D^2}{4d} = \underline{\underline{20,8 \, \text{nF}}}$$

$$4.11 \quad H_1 = \frac{N}{l} I = \underline{\underline{20,8 \, \text{A/cm}}}$$

$$4.12 \quad I_2 = -2 I_1 = \underline{\underline{-0,5 \, \text{A}}}, \text{ d. h., } I_2 \text{ muß die umgekehrte Richtung von } I_1 \text{ haben.}$$

$$4.13 \quad |\overline{U_i} \Delta t| = N_2 A_2 B = \underline{\underline{5 \cdot 10^{-3} \, \text{Vs}}}$$

$$4.14 \quad L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A = \underline{\underline{1,05 \cdot 10^{-2} \, \text{H}}}$$

$$4.15 \quad |U_i \Delta t| = L \Delta I = \underline{\underline{8,0 \cdot 10^{-3} \, \text{Vs}}}$$

$$4.16 \quad t = \frac{L \Delta I}{U_i} = \underline{\underline{0,01 \, \text{s}}}$$

$$4.17 \quad W_{\text{magn}} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} A I_0^2 = \underline{\underline{3,14 \cdot 10^{-2} \, \text{J}}}$$

4.18 Unter Verwendung der Richtungsregel zu Gl. (4.43) bestätigt man die folgenden Richtungsbeziehungen: Bilden Stromstärke und Flußdichte eine Rechtsschraube (Linksschraube), so wird die Windung durch eine nach außen (innen) gerichtete Kraft auf Zug (Druck) beansprucht. Für die Zug-(Druck-)kraft gilt  $F_z = I B r = 12 \cdot 10^{-2} \, \text{N} \approx 12 \, \text{p}$ .

4.19 Das Elektron durchläuft mit konstanter Bahngeschwindigkeit einen Kreis.  $v$  und  $B$  bilden eine Rechtsschraube.

$$F = e v B = \frac{m v^2}{r}$$

$$r = \frac{m v}{\mu_0 H e} = \underline{\underline{2,74 \, \text{cm}}}$$

$$4.20 \quad 1. \quad W_0 = U I t = \underline{\underline{0,48 \, \text{kWh}}}$$

$$2. \quad \Delta t = \frac{W_0}{2 \eta U_L I} = \underline{\underline{13 \, \text{h}}}$$

$$4.21 \quad U_{\text{eff}} = 220 \text{ V} = U \quad I_{\text{eff}} = \frac{U}{R} = \underline{\underline{5,5 \text{ A}}} = I$$

$$U_m = \sqrt{2} U = \underline{\underline{311 \text{ V}}} \quad I_m = \underline{\underline{7,78 \text{ A}}}$$

$$4.22 \quad I = 2\pi f C U = \underline{\underline{0,19 \text{ A}}}$$

$$4.23 \quad 1. L = \frac{R_L}{2\pi f} = \underline{\underline{1,6 \cdot 10^{-3} \text{ H}}}$$

$$2. C = \frac{1}{2\pi f R_C} = \underline{\underline{4 \mu\text{F}}}$$

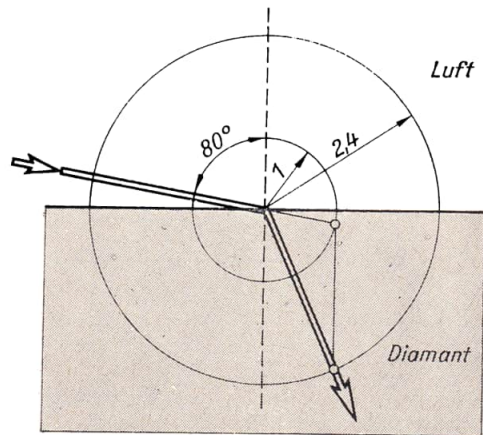
$$4.24 \quad f = \underline{\underline{36 \text{ Hz}}}$$

$$5.1 \quad \text{Nach Gl. (5.1) ist } a = \frac{\lambda e}{s} = 1,57 \cdot 10^{-5} \text{ m} \approx \underline{\underline{0,016 \text{ mm}}}.$$

5.2 In der Gleichung (5.3)  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$  ist dann  $\alpha = 0^\circ$ , folglich  $\sin \alpha = 0$  und der Brechungswinkel  $\beta$  nach  $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} = \frac{0}{n} = 0$  ebenfalls Null. Das bedeutet, daß der Strahl die Grenzfläche ebenfalls senkrecht verläßt.

5.3 Siehe Bild L 8

Bild L 8 Zur Lösung von Übung 5.3



$$5.4 \quad \text{Für Wasser: } \sin \alpha_T = \frac{1}{n} = 0,752$$

$$\alpha_T \approx \underline{\underline{49^\circ}}$$

$$\text{Für Flintglas: } \sin \alpha_T = \frac{1}{n} \approx 0,6$$

$$\alpha_T \approx \underline{\underline{37^\circ}}$$

$$\text{Für Diamant: } \sin \alpha_T = \frac{1}{n} = 0,417$$

$$\alpha_T \approx \underline{\underline{25^\circ}}$$



5.5 Siehe Bild L 9

5.6 1. Die Bildweite beträgt nach Gl. (5.7) mit  $f = 0,294 \text{ m}$

$$s' = \frac{fs}{s-f} = \underline{\underline{50,7 \text{ cm}}}.$$

Die Bildgröße beträgt nach Gl. (5.8)

$$y' = \frac{ys'}{s} = \underline{\underline{7,24 \text{ cm}}}.$$

2. Siehe Bild L 10

3. Siehe Bild L 11 (vgl. [B 7.13.] )

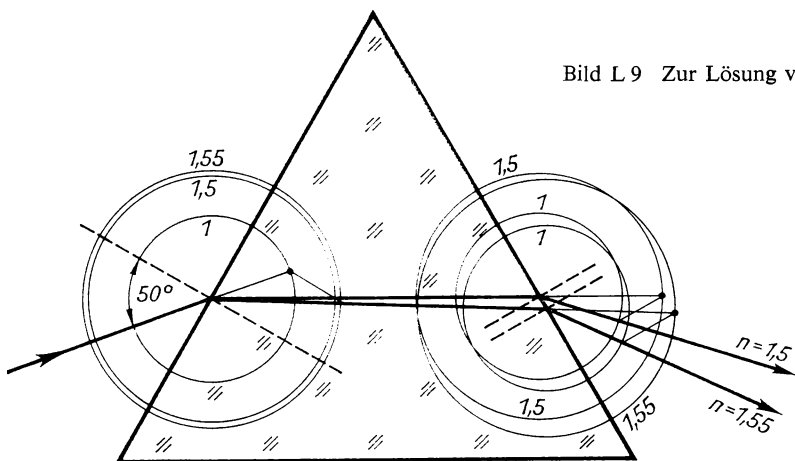


Bild L 9 Zur Lösung von Übung 5.5

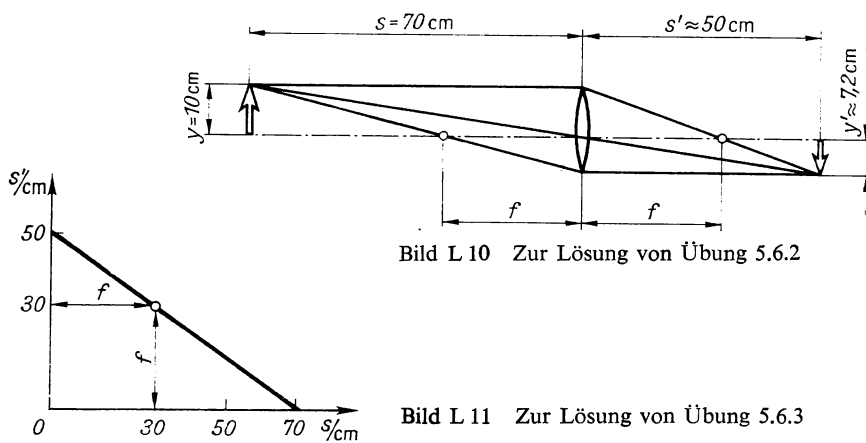


Bild L 10 Zur Lösung von Übung 5.6.2

Bild L 11 Zur Lösung von Übung 5.6.3

# *Bildquellenverzeichnis*

1. Autorenkollektiv: Einführung in die Physik (Reihe Studienmaterial für die Erwachsenenbildung). Leipzig: VEB Fachbuchverlag. 7. Auflage 1967: Bilder 2.4.1, 2.4.2, 2.24
2. SCHALLREUTER: Einführung in die Physik, Band I. Leipzig: VEB Fachbuchverlag. 6. Auflage 1967: Bild 2.102
3. KÖRNER: Kleine Ursachen — große Wirkungen. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1961: Bilder 2.121, 2.131
4. KÖRNER: Den Fledermäusen abgelauscht. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1961: Bild 2.124
5. KÖRNER: Detektiv Röntgenstrahl. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1963: Bild 2.132
6. SCHOLZ: Ultraschall. VEB Fachbuchverlag 1961: Bilder 2.137, 2.139.1
7. Physik, Lehrbuch für die erweiterte Oberschule, Klasse 12(B). Berlin: Volk und Wissen Volkseigener Verlag 1964: Bild 5.5, 5.6, 5.38
8. Grundwissen des Meisters, Band I. Leipzig: VEB Fachbuchverlag. 4. Auflage 1967: Bild 5.37



# *Sachwortverzeichnis*

- Abbildung, reelle 306  
Abbildungsfehler 312  
Absorption von Licht 310, 317, 327  
Absorptionsspektrum 310  
Abstandsgesetz, fotometrisches 320  
Achse, optische 305  
Adhäsion 119  
Adiabate 187  
Adiabatexponent 186  
Aggregatzustand 22, 193  
Akkommodation 313  
Akkumulator 263  
Alpha-Strahlung 331  
Ampere 208  
Amplitude 130  
Anomalie des Wassers 170  
Antiteilchen 337  
Aräometer 117  
Arbeit 69, 70  
– bei Rotation 82  
– – Translation 70  
Arbeitsplatzbeleuchtung 320  
Archimedisches Prinzip 116  
Atmosphäre, physikalische 107  
–, technische 107  
Atom-gewicht 325  
–-hülle 326  
–-kern 326, 330  
–-kraftwerk 336  
–-masse, absolute 326  
– –, relative 326  
Auflösungsvermögen 314  
Auftrieb 115  
Auge 313, 318  
Ausbreitung des Lichtes, geradlinige 295  
Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes 296  
Ausbreitungsgeschwindigkeit – des Schalles 156  
– einer Welle 146  
Ausdehnungskoeffizient, kubischer 168, 171  
–, linearer 166  
Austrittsarbeit 265  
AVOGADRO-Konstante 201  
AVOGADROSches Gesetz 174, 201  
Bahn-beschleunigung 46, 49  
–-geschwindigkeit 46, 49  
ballistisches Pendel 81  
Bank, optische 321  
Bar 107  
Barometer 111  
BECQUEREL 330  
Beleuchtungsstärke 320  
BERNOULLIsche Gleichung 124  
Berührungsspannung 266  
Beschleunigung 31, 33  
– bei harmonischer Bewegung 133  
Beschleunigungsarbeit bei Translation 73  
– – Rotation 83  
Beta-Strahlung 331  
Beugung 153, 287  
Bewegung, fortschreitende 31  
–, gleichförmige 38  
–, gleichmäßig beschleunigte 42, 43  
–, harmonische 130  
–, krummlinige 33  
Bewegungs-energie 71  
–-formen 30  
Bezugssystem 29  
Bild, reelles 306  
–, scheinbares (virtuelles) 298, 308  
Bildweite 307  
Bindungsenergie des Kernes 334  
Blende 312  
Blind-leistung 278  
–-widerstand 274  
Bogenmaß des Winkels 28  
BOHR 327  
BOLTZMANN-Konstante 204  
BOYLE-MARIOTTESches Gesetz 109, 171, 202  
BRAUNsche Röhre 253  
Brechkraft 305  
Brechung 152, 299  
Brechungsgesetz 152, 299  
Brechzahl 299  
Brems-strahlung 330  
–-substanz 336  
–-vorgang 43  
–-waage 88  
Brenn-punkt 304  
–-weite 304  
BREWSTERSches Gesetz 292  
BROWNSche Bewegung 325  
Candela 320  
CARNOT-Prozeß 190  
CELSIUS-Skale 164  
Coulomb 210  
CURIE 330  
DALTON 325  
DALTONSches Gesetz 195  
Dämpfe 196  
Dampfdruck 196  
Defektleiter 269  
DEWAR-Gefäß 179

- Diaskop 314  
 Dichte 54  
 --änderung 168, 170  
 Dielektrizitätszahl 231  
 Differenzensymbol 23  
 Dimension 23  
 Dioptrie 305  
 Dipol, elektrischer 228  
 --moment, magnetisches 233  
 Dispersion 309  
 -, mittlere 311  
 Doppel-brechung 293  
 --spalt 287  
 DOPPLER-Effekt 149  
 Dreh-bewegung, dynamisch 87  
 -, kinematisch 45, 47  
 --frequenz 45  
 --impuls 89  
 --moment 82  
 -, resultierendes 97  
 --waage 93  
 --winkel 27  
 --zahl 45  
 Driftgeschwindigkeit 265  
 Druck 67  
 - in Flüssigkeiten 107  
 - - Gasen 111  
 -, kritischer 197  
 -, statischer 124  
 --änderung der Gase 172  
 --einheiten 67, **107**  
 --messung 111  
 - - in strömenden Gasen (Flüssigkeiten) 125  
 --pumpe 114  
 --sonde 125  
 Dualismus 323  
 Durchschnitts-beschleunigung 32  
 --geschwindigkeit 32  
 --leistung 77  
 Dynamometer 58  
 dynamisches Grundgesetz 55  
 Ebene, geneigte 66  
 Effekt, lichtelektrischer **322**, 327  
 Effektivwert von Spannung und Stromstärke 273  
 Eigenfrequenz 280  
 Einfallslot 297  
 Einheiten, abgeleitete 19  
 -, kohärente 19  
 EINSTEINSche Gleichung 334  
 Elementar-ladung 230, 326  
 --teilchen 337  
 Elemente, galvanische 262  
 Elektrizitätsmenge 210  
 Elektromagnet 237  
 Elektrometer 222  
 Elektromotor 237  
 Elektron 208, **326**, 337  
 Elektronen-gas 208  
 --mikroskop 314  
 --röhren 254  
 --sprung 327  
 --strahl 253  
 --volt 335  
 Elektroskop 222  
 Elongation 130  
 Eloxal-Verfahren 262  
 Emission von Licht 317, **327**  
 Emissionsspektrum 310  
 Empfindlichkeit des Auges, spektrale 318  
 Energie, elektrische 210  
 -, innere 182, **185**  
 -, kinetische, bei Translation 71, 74  
 -, -, bei Rotation 85  
 -, magnetische 245  
 -, potentielle 71 ff.  
 --erhaltungssatz 180  
 - - der Mechanik 75  
 --gewinnung aus Kernprozessen 334  
 --niveau 329  
 --umwandlung 181  
 Erd-fernrohr 316  
 --masse 95  
 Ersatzwiderstände 218  
 Erstarrungspunkt 193  
 Fadenpendel 138  
 Fall-bewegung 61  
 --beschleunigung 59, 60, 94  
 Farad 225  
 FARADAYSche Gesetze 261, 262  
 Farbe 290, **319**  
 Farbzerlegung 309  
 Feder-konstante 58, 89  
 --waage 58  
 Feld, elektrisches 228  
 -, magnetisches 233  
 --konstante, elektrische 226  
 -, magnetische 239  
 --linie 229  
 --stärke, elektrische 228  
 -, -, magnetische 235  
 FERMATSches Prinzip 151  
 Fernrohr 315  
 Fettfleckfotometer 321  
 Fläche 26  
 Flächenmessung 27  
 Flaschenzug 103  
 Fliehkraft 91  
 Flüssigkeiten, allgemeine Eigenschaften 105  
 Flüssigkeitsthermometer 176  
 Fluß, magnetischer 240  
 Fotoeffekt **322**, 327  
 Fotometrie 319  
 Foton (Photon) 328, 337  
 Fotozelle 322  
 FRAUNHOFERSche Linien 310  
 Frequenz 45  
 - bei harmonischer Bewegung 136  
 Frequenzen des Lichtes 323  
 Funktechnik 283  
 GALILEISches Fernrohr 316  
 Galvanisieren 262  
 Gamma-defektoskopie 333  
 --Strahlen 331  
 Gangunterschied 287  
 Gas, ideales 174, 202  
 -, reales 197  
 --entladung, selbständige 259  
 -, unselbständige 257  
 --konstante **175**, 186, 204  
 --thermometer 172, 177  
 --verflüssigung 197  
 GAY-LUSSACsche Gesetze 172, 173  
 Gegenstandsweite 306  
 Generator 238  
 Geräte, optische 311  
 Geräusch 155  
 Geschwindigkeit 31, 33  
 - bei harmonischer Bewegung 131  
 -, mittlere, der Gasmoleküle 203  
 Gesetz von AVOGADRO 174, 201  
 - - BOYLE-MARIOTTE 109, 171, **202**  
 - - BREWSTER 292  
 - - DALTON 195  
 - - FARADAY 261, 262  
 - - GAY-LUSSAC 172, 173  
 - - HOOKE 58  
 - - KIRCHHOFF 217, 317  
 - - OHM 211  
 Gewicht 51, 59  
 Gitter, optisches 289  
 --struktur 22  
 Glas, optisches 311  
 Gleichgewichtsarten 100

- Gleichgewichtsbedingungen  
   für den starren Körper 99  
 Gleitreibung 68  
 Glühdiode 254  
 Glühemission 253  
 Gradmaß des Winkels 28  
 Gravitationsgesetz 93  
 Gravitationskonstante 93  
 Grenzwinkel der Totalreflexion 302  
 Größe, physikalische 16  
   -, skalare 33  
   -, vektorielle 33  
 Größengleichung 17  
   -, zugeschnittene 17  
 Grund-einheiten 18  
   --größen 17, 18  
 Haftreibung 68  
 HAHN 335  
 Halbleiterdiode 269  
 Halbschatten 296  
 Halbwertszeit 332  
 HALL-Effekt **250**, 268  
 Hauptsatz, erster 182  
   -, zweiter 192  
 HEAVISIDE-Schicht 284  
 Hebel 96, **102**  
 Heizwert 182  
 Henry 244  
 Hertz 45  
 Hörschall 155  
 Hohlspiegel 307  
 HOOKESches Gesetz 58  
 Hubarbeit 71  
 HUYGENSches Prinzip **150**, 288  
 Hyperonen 337  
 Hysteresis 252  
 Impuls 78, 79  
   --erhaltungssatz 80  
 Induktionsgesetz 239  
 Induktivität 245  
 Influenz 223  
 Infrarot 310  
 Intensität des Lichtes **301**, 318  
 Interferenz **153**, 287, 290  
   --filter 310  
 Ionisation 258, 330  
 Ionisationskammer 332  
 Isotop 333  
 Joule 70  
 JOULE-THOMSON-Effekt 198  
 Kalorimeter 179  
 Kalorimetrie 177, **178**  
 Kamera, fotografische 312  
 Kapazität 225  
 Kapillarität 120  
 Katodenstrahl 253  
 Kavitation 162  
 KELVIN-Skala 164  
 KEPLER 93  
 KEPLERSches Fernrohr 316  
 Kern-energie 334  
   --fusion 336  
   --ladungszahl 327  
   --prozeß 332  
   --reaktor 335  
   --schatten 296  
   --spaltung 335  
   --symbol 327  
 Kettenreaktion 335  
 Kilogramm 53  
 Kilopond 60  
 Kinematik 23  
 KIRCHHOFFSche Gesetze 217  
 KIRCHHOFFSches Strahlungsgesetz 317  
 Klang 155  
 Körper, Aufbau der 22  
   -, physikalischer 21  
   -, starrer 22, 63  
   --farben 319  
 Koerzitivfeldstärke 253  
 Kohärenz **288**, 330  
 Kohäsion 119  
 Kolbendruck 107  
 Komplementärfarben 319  
 Komponente der Bewegung 36  
   -- Kraft 64  
 Kondensationspunkt 193  
 Kondensator 225  
 Kondensor 314  
 Konkavlinse 304  
 Kontinuitätsgleichung 122  
 Konvektion 198  
 Konvexlinse 304  
 Kräfte-gleichgewicht 56  
   --paar 97  
   --parallelogramm 63  
 Kraft 51, 55  
   -, elektromotorische (EMK) 215  
   --arm 82  
   --gesetz für harmonische Bewegung 136  
   --stoß 79  
 Kreis-frequenz 47, 130  
   --prozeß 189  
 Kristallgitter 22  
   Länge 23  
   Längenänderung 166  
   Längswelle 147  
 Lärm 155  
   --bekämpfung 161  
 Lageenergie 71  
 Laser 330  
 Lautstärke 160  
 Lebensdauer von Elementarteilchen 337  
 Leistung, elektrische 211  
   -, mechanische 76  
 Leistungs-faktor 278  
   --waage 88  
 Leitwert, elektrischer 211  
 LENZsche Regel 242  
 Lepton 337  
 Licht, linear polarisiertes 292  
   -, monochromatisches 290  
   -, ultrarotes 310  
   -, ultraviolettes 310  
   -, weißes 290  
   -, Wesen 286  
   --bündel 295  
   --geschwindigkeit **296**, 300  
   --quant 323, 337  
   --stärke 320  
   --strahl 286  
   --strom 320  
 Linienspektrum 310  
 Linse, optische 304  
 Linsen, Abbildung durch 304  
   --gleichung 307  
 Lochkamera 295  
 Longitudinalwelle 147  
 LOSCHMIDT-Konstante 201  
 Luftfeuchtigkeit 196  
 Lumen 320  
 Lupe 309  
 Lux 320  
 Mangelleiter 269  
 Manometer 111  
 Maschinen, einfache 102  
 Masse 53  
   -, kritische 335  
   --einheit 53  
   --atomare 326  
 Massen-anziehung 93  
   --defekt 334  
   --mittelpunkt 97  
   --punkt 22  
   --spektrograf 259  
   --trägheitsmoment 84  
   --wert 326  
   --zahl 327  
 MAXWELL 281, 286  
 Mechanik, relativistische 55, 324  
 Meson 337

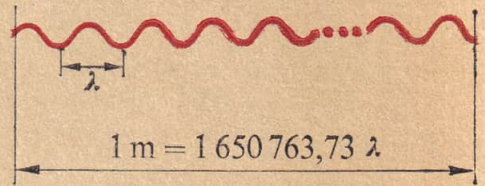
- 
- Meßschraube 26  
 Meter 23  
 Mikroskop 314  
 Modell 208, 323, 324  
 Modulation 284  
 Molekül 326  
 Molekularkräfte 119  
 Molvolumen 174  
 Momentan-beschleunigung 32  
 --geschwindigkeit 32  
 --leistung 77  
 Nadelgalvanometer 206  
 Nebelkammer 332  
 n-Leitung 269  
 Neutrino 337  
 Neutron 326, 337  
 Newton 55  
 NEWTONSche Ringe 292  
 – Axiome 52, 55, 56  
 NICOLSches Prisma 294  
 Normalkraft 66, 68  
 Nukleon 327, 337  
 Nuklid 311  
 Nullpunkt, absoluter 164  
 Oberflächen-energie, spezi-  
 fische 119  
 --spannung 119  
 --spiegel 298  
 Objektiv 312  
 OHMSches Gesetz 211  
 Okular 314  
 Öltröpfchenversuch 325  
 Optik, geometrische 286  
 –, physiologische 318  
 Ordnung 289  
 Ordnungszahl 327  
 Oszillator 141  
 Parallelogrammsatz der Be-  
 wegung 36  
 – – Kraft 65  
 PELTIER-Effekt 267  
 Pendel, mathematisches 139  
 –, physisches 140  
 Periodendauer bei harmo-  
 nischer Bewegung 130, 136  
 Permeabilitätszahl 251  
 Perpetuum mobile 181, 193  
 Pfeife, offene 158  
 Phasen-sprung 291  
 --unterschied 287  
 --verschiebung 274  
 --winkel 130, 277  
 PIRROT-Rohr 125  
 PLANCK 323  
 PLANCKSches Wirkungsquan-  
 tum 323  
 Plasma 22  
 Platte, planparallele 302  
 p-Leitung 269  
 Poise 121  
 Polarisation 148, 292  
 Polytropenexponent 189  
 Positron 337  
 PRANDTLsches Staurohr 125  
 Presse, hydraulische 107  
 Prinzip der virtuellen Ver-  
 schiebungen 102  
 – von der Unabhängigkeit der  
 Bewegungen 36  
 – von ARCHIMEDES 116  
 – – FERMAT 151  
 – – HUYGENS 150  
 Prisma 303, 309  
 Prismenglas 316  
 Projektions-apparat 314  
 --satz 66  
 PRONYScher Zaum 88  
 Proton 326  
 Pumpen 113  
 Pyrometer 176  
 Quanten-optik 321  
 --theorie 286, 321  
 Querwelle 147  
 Radarstrahlen 284  
 Radial-beschleunigung 49, 50  
 --kraft 90, 91  
 Radiant 28  
 Radioaktivität, künstliche 333  
 –, natürliche 330  
 Raumwinkel 320  
 Reaktor 336  
 Rechtssystem 248  
 Reflexion 151  
 –, diffuse 152, 298  
 – des Lichtes 290, 292, 297  
 Reflexions-gesetz 151, 297  
 --vermögen 298  
 Reibung, innere 121  
 Reibungs-arbeit 75  
 --kraft 68  
 Relativität der Bewegung 29  
 Relativitätstheorie 256, 324  
 Remanenz 253  
 Resonanz 142  
 Resultierende der Bewegung 36  
 – – Kraft 64  
 Rolle 102  
 Rollreibung 68  
 Rotation 29  
 Röhre, BRAUNsche 253  
 RÖMER 296  
 RÖNTGENstrahlung, charakte-  
 ristische 330  
 Ruhmasse 275, 326  
 RUTHERFORD 327  
 Sammellinse 304  
 Saugpumpe 114  
 Schärfentiefe 313  
 Schall-ausschlag 157  
 --druck 157  
 --empfänger 159  
 --feld 157  
 --geschwindigkeit 156  
 --isolation 161  
 --pegel 160  
 --quellen 158  
 --schnelle 157  
 --stärke 158  
 Schatten 296  
 Scheinwiderstand 276  
 Schlauchkanalwaage 106  
 Schmelz-punkt 176, 193  
 --wärme, spezifische 194  
 Schweben 116  
 Schwebung 135  
 Schweredruck in Flüssigkeiten  
 109  
 – – Gasen (Luft) 111  
 Schwerkraft 59  
 Schwimmen 116  
 Schwingkreis, geschlossener  
 280  
 –, offener 282  
 Schwungrad 88  
 Sekunde 29  
 Selbstinduktion 244  
 Shunt 219  
 Siedepunkt 176, 193  
 Siemens 211  
 SNELLIUS 299  
 Spannarbeit 73  
 Spannung, elektrische 210, 215  
 Spannungsmessung 219  
 Spektral-analyse 310  
 --farben 290, 309, 319  
 Spektrum 156, 290, 309, 329  
 Spiegel, ebener 298  
 Spin 337  
 Spule 235  
 Staudruck 124  
 Steradian 320  
 Stoff, ferromagnetischer 233  
 –, radioaktiver 331  
 --menge 54  
 Stoß-ionisation 259  
 --welle 149  
 Strahl 149



- Strahlen, ausgezeichnete 306  
 –, divergente 298  
 –-gesetze 316  
 –-nachweisgeräte 332  
 –-optik 286, **294**  
 Strahlung, radioaktive 330  
 Stromstärke 122  
 –, elektrische 205  
 –-messung 219  
 Strömung, laminare 127  
 –, turbulente 128  
 Strömungswiderstand 128  
 Sonnenspektrum 310  
 Superpositionsprinzip 36  
 Tabellenkopf 18  
 Taupunkt 197  
 Temperatur 164, 176  
 –, kritische 197  
 –-strahlung 316  
 Tesla 240  
 Thermoelement 176, **267**, 318  
 Thermometer 176  
 TOMSONSche Schwingungs-  
 gleichung 280  
 TOLMAN 208  
 Tonhöhe 155  
 Torr 107, 111  
 Torsionspendel 138  
 Totalreflexion 301  
 Träger-frequenz 284  
 –-strom 259  
 Trägheits-moment 84  
 –-satz 52  
 Transformator 278  
 Transistor 270  
 Translation 29  
 Transversalwelle 147  
 Triode 253  
 Überlagerung von Bewegun-  
 gen 36  
 – – harmonischen Bewegungen  
 135  
 Überlagerungsprinzip 153  
 Ultraschall 155, 162  
 Umkehrprisma 304  
 Umlaufzeit 45  
 Umwandlungspunkte 193  
 Unabhängigkeit der Bewegun-  
 gen 36  
 Uranzerfall 335  
 Urspannung 215  
 VENTURI-Düse 126  
 Verdampfungswärme, spezi-  
 fische 194  
 Vergrößerung 314  
 Verschiebungs-arbeit 71  
 –-dichte 232  
 Viskosität 121  
 Volt 210  
 Volumen 26  
 –-änderung 167, 169, 171  
 –-messung 27  
 Vorgänge, irreversible 192  
 –, reversible 192  
 Waage 102  
 Wärme-durchgang 200  
 –-energie 76, **164**  
 –-inhalt 178  
 –-kapazität 178  
 – –, spezifische 177  
 – –, –, der Gase **180**, 186  
 –-leitung 198  
 –-strahlung 198, 200, **316**  
 –-strömung 198  
 –-theorie, kinetische 200  
 –-transport 198  
 –-übergang 199  
 Watt 76, 211  
 –-sekunde 70  
 Wechsel-spannung 271  
 –-strom 271  
 –-wirkungsprinzip 56  
 Weg 23  
 Wellen, allgemein 144  
 –, ebene 148  
 –, elektromagnetische 281,  
 286, 294  
 –, periodische 149  
 –, stehende 155  
 –, transversale 147, 292, 299  
 –-arten 147  
 –-front 149  
 –-gleichung 146  
 Wellen-länge 146  
 –-längen des Lichtes 287,  
**290**, 294  
 –-normale 148  
 –-optik 286, **287**  
 Widerstand 211  
 – für Wechselstrom 272  
 –, induktiver 275  
 –, kapazitiver 273  
 Widerstands-messung 221  
 –-thermometer 176  
 Winde 102  
 Winkel, ebener 27  
 –-beschleunigung 45, 46  
 –-geschwindigkeit 45, 46  
 –-größe 46  
 –-weg 27  
 Wirbel 128  
 Wirkleistung 278  
 Wirkungs-grad, mechanischer  
 78  
 – –, thermodynamischer 192  
 –-linie 63  
 –-quantum, PLANCKSches 323  
 Wurfbewegung 61  
 Zähigkeit 121, 127  
 Zählrohr 332  
 Zahlenwertgleichung 17  
 Zeigerdiagramm 277  
 Zeit 29  
 Zentrifugalkraft 91  
 Zerfall, radioaktiver 330  
 Zerstreungslinie 305  
 Zusammensetzen von Dreh-  
 momenten 96  
 – – Kräften 95  
 Zustand, angeregter, des Atoms  
 328  
 Zustands-änderung, adiabati-  
 sche **186**, 190  
 – –, isobare 185  
 – –, isochore 184  
 – –, isotherme **183**, 190  
 – –, polytrope 189  
 – -gleichung 174, 175  
 Zwangskraft 66

**LÄNGE** 1 m Meter

Licht von Kr 86



Optisches Meßverfahren

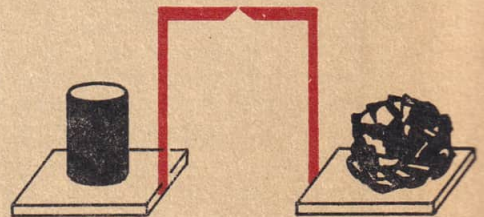
**ZEIT** 1 s Sekunde



$$1 \text{ s} = \frac{1 \text{ tropisches Jahr}}{31\,556\,925,9547}$$

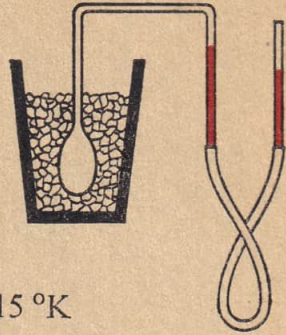
Astronomische Meßverfahren

**MASSE** 1 kg Kilogramm



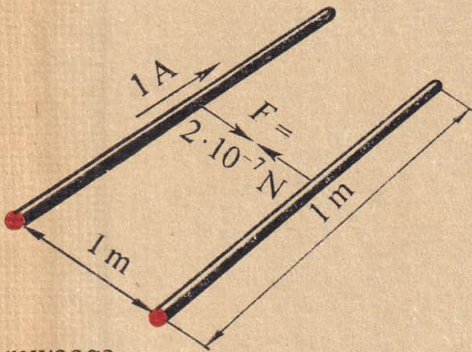
Internationaler Kilogrammprototyp  
Präzisionswaage

TEMPERATUR 1°K Grad Kelvin



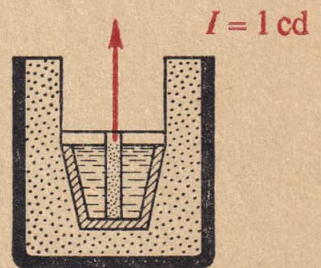
$T_0 = 273,15\text{ °K}$   
Gasthermometer

STROMSTÄRKE 1 A Ampere



Stromwaage

LICHTSTÄRKE 1 cd Candela



Schwarzer Strahler

