Studienmaterial für die Erwachsenenbildung

Einführung in die
PHYSIK

fv

Studienmaterial für die Erwachsenenbildung

Einführung in die

PHYSIK

Mechanik – Kalorik – Elektrik – Optik

8., verbesserte Auflage

Mit 138 Bildern, 73 Lehrbeispielen, 130 Übungen mit Lösungen und einer Beilage

VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG

Verfaßt von

Fachschuldozent Dipl.-Phys. Dietmar Mende, Ingenieurschule für Walzwerk- und Hüttentechnik, Riesa

unter Verwendung von Teilen der 2. Ausgabe (Autoren Erich Dittrich, Helmut Lindner, Hellmut Spretke)

Lektoriert von:

Hans Simon, Dozent an der Volkshochschule Dresden

Bearbeitet von:

Erich Dittrich und Dr. Helmut Mucke, Dresden

Redaktionsschluß: 31. 5. 1968
ES 20 C 3 (18 B 2)

Verlagslektor: Alfred Sommer
Satz und Druck: VEB Fachbuchdruck Naumburg (Saale) IV/26/14
Veröffentlicht unter der Lizenznummer 114-210/25/68
3,—

VORWORT

Der umfassende Aufbau des Sozialismus in der Deutschen Demokratischen Republik erfordert, daß alle Werktätigen ständig an ihrer Weiterbildung arbeiten. Unsere Fachschulen setzen heute in der Regel das Niveau der 10. Klasse der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule und eine abgeschlossene Berufsausbildung voraus. Um einem möglichst großen Kreis von Werktätigen aus Industrie und Landwirtschaft den Besuch einer Fachschule zu ermöglichen, werden an den Volkshochschulen Vorbereitungslehrgänge für das Fachschulstudium durchgeführt. Diese Vorbereitungslehrgänge stellen eine Übergangslösung für jene Werktätigen dar, die den Abschluß der 10. Klasse bisher nicht erwerben konnten.
Das vorliegende Studienmaterial wurde von der ehemaligen Zentralstelle für die Fachschulausbildung – Lehrmaterial für Grundlagenfächer –, Dresden, für diese Vorbereitungslehrgänge entwickelt. Es entspricht nicht in jeder Hinsicht den Anforderungen an die Fachschulbewerber, enthält aber die wichtigsten Stoffschwerpunkte und ist in seiner methodischen Gestaltung besonders auf das Selbststudium eingerichtet.
Vielfach geäußerten Wünschen entsprechend, wurde dieses Studienmaterial über den Buchhandel allen Interessenten zugänglich gemacht. Es hat sich inzwischen auch in anderen Lehrveranstaltungen zur Erwachsenenqualifizierung bewährt und vor allem die Betriebsakademien in ihrer Arbeit unterstützt.
Wir hoffen, daß wir mit diesem Studienmaterial auch Ihnen helfen können, sich den Weg zu einer höheren Qualifikation zu ebnen und wünschen Ihnen beim Studium viel Erfolg.

Institut für Fachschulwesen
der Deutschen Demokratischen Republik

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einführung

1.1. Weshalb Physik?

Im Laufe der Zeit hat es der Mensch gelernt, die Naturkräfte immer besser zu nutzen und die Gesetzmäßigkeiten ihres Wirkens kennenzulernen. Mehr als je ist heute eine gründliche Kenntnis der Naturgesetze eine notwendige Voraussetzung für jede schöpferische Arbeit in Technik und Landwirtschaft. Die Wissenschaft, deren Aufgabe darin besteht, uns die nötigen Einsichten in die Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten der Natur zu vermitteln, ist die *Physik* [von *physis* (griech.) Natur].
Daher müssen auch Sie sich ein gediegenes physikalisches Wissen aneignen. Damit bauen Sie sich das Fundament für jede spezielle technische Aufgabe, die Sie später einmal lösen wollen. Es gibt hier nichts Überflüssiges, denn immer wieder kommt es vor, daß Dinge von bisher nur theoretischer Bedeutung plötzlich auch praktischen Wert bekommen. Denken Sie nur daran, wieviel physikalische Erkenntnis gesammelt werden mußte, bis unsere heutigen Fotoapparate geschaffen werden konnten.

1.2. Was gehört zur Physik?

Der Umfang des Arbeitsgebietes „Physik" ist recht groß. Früher bedeutete Physik soviel wie Naturlehre schlechthin. Später haben sich dann die Wissenschaften von den belebten Dingen (von den Pflanzen, Tieren und vom Menschen) selbständig weiterentwickelt; auch die Chemie gehört nicht mehr zur Physik.

Die Physik beschäftigt sich mit den Vorgängen in der unbelebten Natur, soweit sie nicht auf stofflichen Veränderungen der beteiligten Körper beruhen.

Da Sie sich im Rahmen Ihrer Vorbereitung auf das Fachschulstudium auch mit Chemie zu beschäftigen haben, soll zunächst untersucht werden, wodurch sich physikalische Vorgänge von chemischen unterscheiden.
Nehmen Sie z. B. ein Streichholz: Sie können es zerbrechen oder in kleine Späne zerschneiden. Es ändert dabei nur seine Form; die Substanz des Holzes bleibt nach wie vor dieselbe. Die Veränderung betrifft nur den *physikalischen* Zustand. Zur Entzündung gebracht, verbrennt das Streichholz, und eine tiefgreifende stoffliche Veränderung findet statt. Teils bildet sich Asche, teils ein erstickend wirkendes Gas und ein kleiner Rest verkohlten Holzes.
Wenn sich – wie in diesem Falle – das ursprüngliche Material stofflich verändert hat, handelt es sich um einen *chemischen* Vorgang.
Betrachten Sie als zweites Beispiel das Wasser: Es kann zu Eis gefrieren oder auch verdampfen. Gewiß bestehen zwischen diesen drei Zustandsformen (fest, flüssig, gasförmig) äußerlich große Unterschiede; Sie wissen aber, daß es sich nur um ver-

schiedene Zustände ein und desselben Stoffes handelt. Das Eis kann bei Erwärmung schmelzen und der Dampf sich bei der Abkühlung wieder zu Wasser verdichten. Letzten Endes bleibt es immer derselbe Stoff, der seinen Zustand nur vorübergehend verändert hatte. Das sind also *physikalische* Vorgänge.
Achten Sie deshalb stets darauf, ob sich der *Stoff* nach Beendigung eines Vorganges chemisch verändert hat oder nicht. Dann werden Sie selbst entscheiden können, was zu dem Bereich der Chemie oder zu dem der Physik gehört.

Die Physik umfaßt folgende Teilgebiete:

die Lehre von der Bewegung und dem Gleichgewicht (Mechanik),
die Wärmelehre (Kalorik),
die Lehre vom Schall (Akustik),
die Lehre von der Elektrizität und vom Magnetismus (Elektrik),
die Lehre vom Licht (Optik),
die Atomphysik (Atomistik).

Über all diese Gebiete werden Sie sich im Laufe Ihres künftigen Studiums einen Überblick verschaffen.
Das vorliegende Studienmaterial beschränkt sich auf die Behandlung der allgemeinen physikalischen Grundbegriffe und einiger Teile der Mechanik, der Kalorik, der Elektrik und der Optik. Dieses Grundwissen müssen Sie bei Beginn Ihres Fachschulstudiums besitzen.

MECHANIK

2. Physikalische Grundbegriffe

2.1. Methoden der Physik

Frei von allen persönlichen Gefühlen und Vorurteilen, d. h. objektiv, **muß** der Physiker die Naturerscheinungen beobachten und sie dann ebenso sachlich und auf einfachste Weise beschreiben. Zur Beschreibung der Natur müssen exakt definierte Begriffe eingeführt werden. In der Physik müssen diese Begriffe die Beobachtbarkeit bzw. Meßbarkeit einschließen. Man nennt sie **physikalische Größen.**
Wie Sie bald erkennen werden, spielt in der Physik die **Mathematik** eine außerordentlich große Rolle. Ein physikalisches Problem kann erst dann als gelöst angesehen werden, wenn der mathematische Zusammenhang zwischen den beteiligten Größen aufgefunden ist. Für den Physiker gibt es im wesentlichen drei Wege, um zu physikalischen Erkenntnissen zu gelangen:

die Beobachtung,
das Experiment (den Versuch),
die Rechnung.

Die Beobachtung hat vor allem früher eine große Rolle gespielt. Manche Gesetzmäßigkeiten wurden rein zufällig beobachtet. Beim heutigen Entwicklungsstand der Physik werden keine neuen Erkenntnisse nur durch Beobachtung gewonnen werden können. Der Physiker muß vielmehr umfangreiche Versuche anstellen. Diese Versuche werden mathematisch ausgewertet. Diese Methode wendet man in der **Experimentalphysik** an.
Die **Theoretische Physik** bevorzugt Methoden der Höheren Mathematik, um zu neuen Erkenntnissen zu gelangen. Jedoch müssen auch hier Theorie und Praxis eine Einheit bilden. Der Experimentalphysiker kommt ohne theoretische Überlegungen nicht aus, während Ergebnisse, zu denen der theoretische Physiker gelangt ist, durch Versuche geprüft werden müssen.

2.2. Physikalische Größen und Einheiten

Wir hatten oben festgestellt, daß physikalische Größen beobachtbar bzw. meßbar sein müssen. Wir haben uns daher am Anfang mit den elementaren Grundlagen der Meßkunde vertraut zu machen.

> Eine physikalische Größe wird gemessen, indem man sie mit einer Einheit vergleicht.

Für jede physikalische Größe müssen Einheiten festgelegt werden. Das geschieht durch internationale Übereinkünfte; denn die Geschichte zeigt, daß es unzweckmäßig ist, wenn in jedem Land andere Einheiten gültig sind. Wir verwenden heute das in der Deutschen Demokratischen Republik durch Verordnung vom 31. 5. 1967 festgelegte Internationale Einheitensystem. Nur dieses System darf in Physik und Technik verwendet werden.

Wenn Sie eine **physikalische Größe** messen, so geben Sie das Ergebnis der Messung als Vielfaches oder Bruchteil der Einheit an. Bestimmen Sie die Länge eines Körpers mit 15 cm, so schreiben Sie $l = 15$ cm. Dabei ist l das **Symbol** für die physikalische Größe, im vorliegenden Fall eine Länge, 15 die **Maßzahl** und cm die **Einheit.**

Allgemein schreibt man dafür

$$l = \{l\} \cdot [l].$$

Hierin bedeutet

l die physikalische Größe,
$\{l\}$ die Maßzahl der physikalischen Größe,
$[l]$ die Einheit der physikalischen Größe.

Im Beispiel $l = 15$ cm ergibt sich also: $\{l\} = 15$; $[l] = \text{cm}$.

Merken Sie sich:

> Eine physikalische Größe wird als Produkt aus einer Maßzahl und einer Einheit dargestellt.

Im obigen Beispiel hätte man die Länge auch in einer anderen Längeneinheit – z. B. in mm – messen können. Man hätte dann die Länge des Körpers mit 150 mm angeben müssen. Die Wahl der Einheit beim Messen einer Größe ist demnach willkürlich. Allgemein wählt man eine solche Einheit, die zum Messen der jeweiligen Größe am günstigsten ist, d. h. nicht zu kleine, aber auch nicht zu große Maßzahlen ergibt.

Wichtig ist, daß Ihnen die verschiedenen dezimalen Einheiten, mit denen Sie eine Größe messen können, auch geläufig sind.

Zur leichteren Unterscheidung hat man die dezimalen Vielfachen und Teile mit folgenden feststehenden Vorsätzen und Kurzzeichen gekennzeichnet.

Tafel 1: **Vorsätze zur Bildung der dezimalen Vielfachen und Teile**

Kurzzeichen	Vorsatz	Bedeutung		
T	Tera	10^{12}	= 1 000 000 000 000	Einheiten
G	Giga	10^{9}	= 1 000 000 000	Einheiten
M	Mega	10^{6}	= 1 000 000	Einheiten
k	Kilo	10^{3}	= 1 000	Einheiten
h	Hekto	10^{2}	= 100	Einheiten
da	Deka	10^{1}	= 10	Einheiten
d	Dezi	10^{-1}	= 0,1	Einheiten
c	Zenti	10^{-2}	= 0,01	Einheiten
m	Milli	10^{-3}	= 0,001	Einheiten
µ	Mikro	10^{-6}	= 0,000 001	Einheiten
n	Nano	10^{-9}	= 0,000 000 001	Einheiten
p	Pico	10^{-12}	= 0,000 000 000 001	Einheiten
f	Femto	10^{-15}	= 0,000 000 000 000 001	Einheiten
a	Atto	10^{-18}	= 0,000 000 000 000 000 001	Einheiten

In Tafel 1 ist auch vermerkt, wie man die Teile und Vielfachen als Zehnerpotenzen schreibt. In der Fachliteratur finden Sie fast ausnahmslos diese verkürzte Schreibweise vor. Auch Sie werden – nach der Behandlung der Potenzgesetze in der Mathematik – diese Schreibweise wegen ihrer vielen Vorteile anzuwenden lernen.

2.3. Grundgrößen der Mechanik und ihre Einheiten

In der Mechanik arbeitet man mit den drei Grundgrößen **Länge, Zeit** und **Masse.** Insgesamt gibt es sechs Grundgrößen. Später werden Sie die drei weiteren Grundgrößen (**elektrische Stromstärke, Temperatur** und **Lichtstärke**) kennenlernen. Alle anderen Größen (z. B. Kraft, Geschwindigkeit) werden von den Grundgrößen abgeleitet.

2.3.1. Länge

Die Grundeinheit ist das Meter (m).

An den Namen einiger Maße, wie **Fuß** und Elle, die heute allerdings veraltet sind, ist zu erkennen, daß die Längenmaße ursprünglich von unserem Körper abgenommen worden sind.
Die erste Vereinheitlichung des Meßwesens haben wir der Französischen Revolution zu verdanken. Im Bestreben, den Fortschritt der wissenschaftlichen Entwicklung und der Technik zu fördern, legte 1795 die Französische Nationalversammlung das Meter als die Grundeinheit der Länge fest. Sie beschloß, ein natürliches Maß einzuführen, das jederzeit wieder genau nachgebildet werden könnte.
So wurde als Meter der zehnmillionste Teil des Erdmeridianabschnittes zwischen Nordpol und Äquator festgelegt und diese Länge auf einem Stab aus einer Platin-Iridium-Legierung durch zwei Striche markiert. Dieses „Urmeter" gilt heute noch für alle Länder, die sich dem Metersystem angeschlossen haben, als Längeneinheit. Es wird in Paris aufbewahrt (Bild 1).
Eine Kopie davon besitzt das Deutsche Amt für Meßwesen und Warenprüfung (DAMW) der Deutschen Demokratischen Republik (Bild 2).

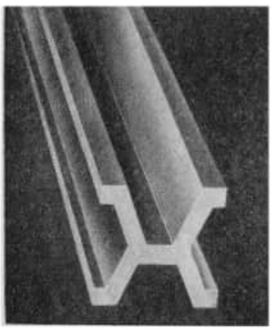


Bild 1. Querschnittsansicht des Meterprototyps

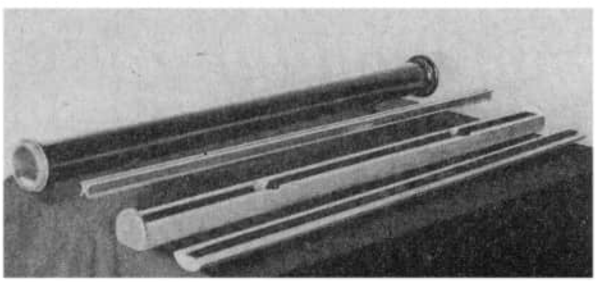


Bild 2. Die Kopie des Meterprototyps beim Deutschen Amt für Meßwesen und Warenprüfung

[1]) *Prototyp* (griech.) Urbild, Erstanfertigung

Wie spätere Messungen ergaben, beträgt die Länge des Erdmeridianquadranten, wenn man die Entfernung der Striche auf dem Urmeterstab als die Einheit Meter benützt, in Wirklichkeit 10000856 m statt 10000000 m. Gegenüber der ursprünglichen Festlegung ist also das heute noch benutzte Meter zu kurz geraten. Nachdem man das festgestellt hatte, blieben zwei Möglichkeiten. Man hätte die Definition, beibehalten können, dann hätten alle Meterstäbe verlängert werden müssen (Übung 5). Das wäre natürlich sehr umständlich gewesen. Außerdem müßte die Länge des Meters bei jeder neuen, genaueren Erdvermessung wieder geändert werden. Man wählte deshalb den anderen Weg, behielt die Entfernung der Striche auf dem Urmeterstab als Längeneinheit Meter bei und änderte die Definition. Es gilt heute:

Das Meter ist gleich 1650763,73 Vakuum-Wellenlängen der Strahlung, die dem Übergang zwischen den Niveaus $2\,p_{10}$ und $5\,d_5$ des Atoms Krypton 86 entspricht.

Vielfache und Teile des Meters werden mit den in Tafel 1 zusammengestellen Vorsätzen bezeichnet.
In der Seefahrt wird noch benutzt:

$$1\ \text{sm} = 1\ \text{Seemeile} = 1852\ \text{m}$$

Für Längenmessungen, bei denen mit freiem Auge abgelesen werden soll, verwendet man Bandmaße, Stahlmaßstäbe und Gliedermaßstäbe (Schmiegen) (Bilder 3 bis 5). Diese sind mit sogenannten Strichmaßen versehen, d. h., die Größe einer Einheit wird durch die Abstände der Teilstriche verkörpert. Für Meßgeräte dieser Art wird Millimeterteilung bevorzugt. Bei guter Ausführung der Geräte und sorgfältiger Messung ist mit einer Ungenauigkeit von $\pm$ 0,25 mm bis $\pm$0,5 mm zu rechnen.
Um Meßfehler beim Ablesen zu vermeiden, soll die Teilung des Maßstabes an dem zu messenden Gegenstand möglichst anliegen.
Wenn Sie dies nicht beachten, also ein geringer Abstand zwischen Maßstab und Gegenstand bestehen bleibt, so kann Ihnen infolge von Schrägablesung ein

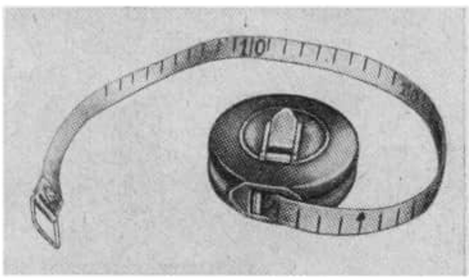


Bild 3. Bandmaß

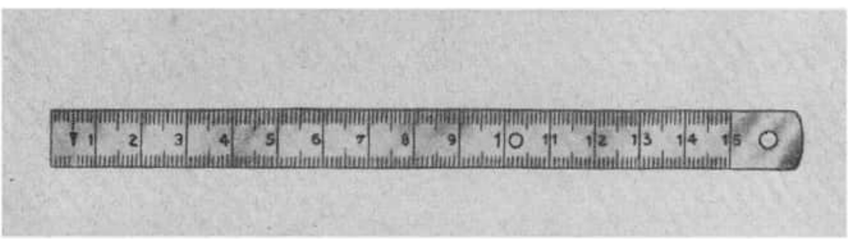


Bild 4. Stahlmaß

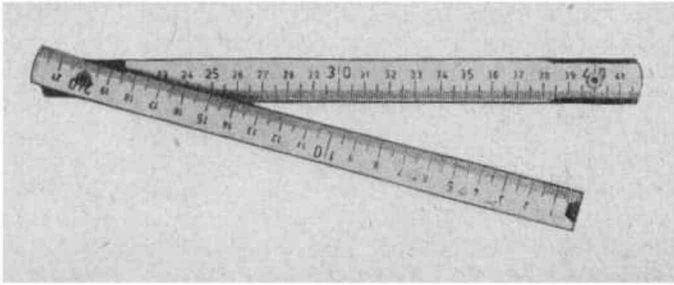


Bild 5. Gliedermaß

Parallaxenfehler[1]) unterlaufen. Er tritt dann ein, wenn beim Ablesen die Blickrichtung nicht senkrecht zu Maßstab und zu messender Länge ist (Bilder 6 und 7). Blicken Sie deshalb beim Messen immer senkrecht auf die Skale. Auch bei Zeigerablesungen an Meßinstrumenten kann der Parallaxenfehler auftreten. Um ihn zu vermeiden, führt man die Zeiger der Meßinstrumente als sogenannte „Messerzeiger" aus. Wie Bild 8 zeigt, erscheint ein solcher Zeiger als kleiner Strich, wenn das Instrument senkrecht zur Meßskale anvisiert wird. Ist der Zeiger flächenhaft zu sehen (Bild 9), so blickt man schräg zur Skale, die Ablesung ist dann fehler-

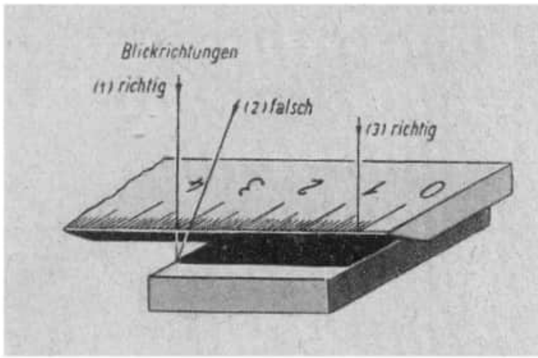


Bild 6
Entstehung der Parallaxe beim Messen

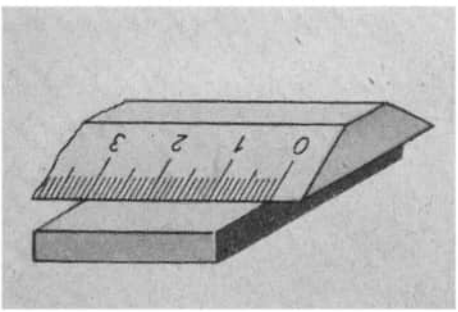


Bild 7. Parallaxe wird vermieden, wenn die Maßteilung auf dem zu messenden Gegenstand aufliegt

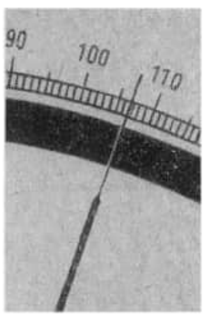


Bild 8. Der Zeiger erscheint als Strich, wenn man senkrecht zur Skale blickt; es tritt kein Parallaxenfehler auf.

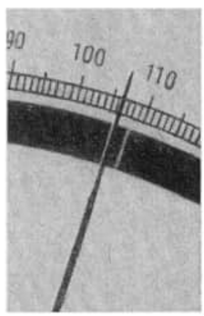


Bild 9. Der Zeiger erscheint als Fläche, wenn man schräg zur Skale blickt; die Ablesung ist fehlerhaft

[1]) *parallaxis* (griech.) Abweichung

behaftet. Der Parallaxenfehler läßt sich auch durch Spiegelablesung verhindern, indem die Meßskale auf spiegelndem Grund aufgetragen und beim Messen so auf die Skale geblickt wird, daß sich der Zeiger und sein Spiegelbild decken.
Für genauere Längenmessungen benutzt man Feinmeßgeräte; die bekanntesten sind Meßlehre und Meßschraube. Die meisten von Ihnen werden diese Meßgeräte und ihre Handhabung bereits kennen, deshalb wollen wir uns auf das Wesentlichste beschränken. Die Meßlehre ist zum Ablesen von Zehntelmillimetern mit einer Hilfsteilung, Nonius[1]), ausgerüstet. Dieser ist auf dem verschiebbaren Schenkel der Meßlehre angebracht. Bei dem in den Bildern 10 und 11 dargestellten Nonius kommen auf 9 Skalenteile (9 mm) der Hauptteilung 10 Skalenteile der Noniusteilung, so daß ein Skalenteil der Noniusteilung um $^1/_{10}$ mm kleiner ist als ein Skalenteil der Hauptteilung. Bei der Ablesung ergibt der Nullstrich der Noniusteilung die vollen Millimeter. Die Zehntelmillimeter gibt derjenige Teilstrich des Nonius an, der mit einem Teilstrich der Hauptteilung zusammenfällt (Bild 11).
Die Meßschraube (Bild 12) gestattet Messungen bis auf Hundertstelmillimeter. Sie besteht aus einer beweglichen Schraubenspindel, die zugleich als Griff dient, weiterhin aus einer festen Spindelmutter, die an ihrem freien Ende als kräftiger Bügel ausgebildet ist. Auf diesem ist die fest stehende Meßfläche, der Amboß, angebracht. Die andere Meßfläche ist direkt mit dieser Spindel verbunden, die meist eine Steigung von 0,5 mm besitzt und sich bei einer vollen Spindelumdrehung samt der Meßfläche um 0,5 mm in axialer Richtung verschiebt. Die ganzen bzw. halben Millimeter

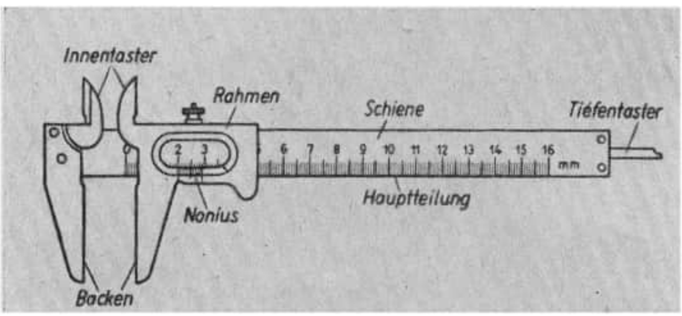


Bild 10. Meßlehre

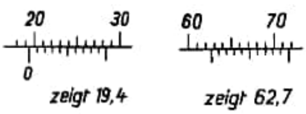


Bild 11. Nonius zeigt 19,4 bzw. 62,7

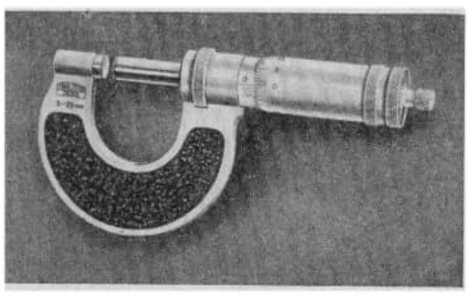


Bild 12. Meßschraube

[1]) Nach dem portugiesischen Mathematiker Pedro Nuñez (1492 bis 1577), latinisiert Petrus Nonius, genannt

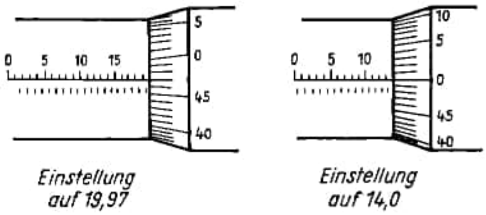


Bild 13. Beispiele für Ablesungen an einer Meßschraube

werden an der Teilung auf dem fest stehenden Schaftrohr abgelesen, die Hundertstelmillimeter auf der Skale, die längs des Umfangs der Trommelhülse aufgetragen ist (Bild 13). Bei Verstellen der Trommel um einen Teilstrich verändert sich der Abstand zwischen den beiden Meßflächen um $^1/_{100}$ mm. Der Anzeigebereich der Meßschrauben umfaßt gewöhnlich 25 mm. Das gilt auch für Meßschrauben größerer Meßweite. Für sehr große Meßweiten, sie werden bis zu einer Meßweite von 3 m hergestellt, ordnet man den Amboß verstellbar an, um den Verwendungsbereich zu erweitern.

Will man feste Längen von höchster Genauigkeit, sogenannte Längennormale, herstellen, so verwendet man hierzu Parallelendmaße (Bild 14). Sie sind meist von quaderförmiger Gestalt und aus hochwertigem Stahl gefertigt. Die Endmaße werden in den Längen von 0,5 mm bis 1000 mm hergestellt und lassen sich durch Aneinanderreihung von Einzelendmaßen zu jeder gewünschten Endmaßkombination zusammensetzen. Mit einem Satz von z. B. 45 Endmaßen lassen sich alle Maße zwischen 3 und 200 mm in Stufen von je 1 µm zusammenstellen. Ihre mit hoher Präzision hergestellten planparallelen Meßflächen stimmen so genau überein, daß mehrere aneinandergereihte Endmaße von selbst aneinanderhaften. Wegen ihrer großen Genauigkeit bilden sie seit langem die Grundlage des Meßwesens in der Fertigungstechnik.

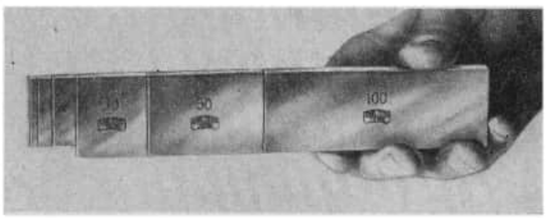


Bild 14. Parallelendmaße

2.3.2. Zeit

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde.

Als gesetzliche Definition gilt (gekürzt):

Die Sekunde ist der 31556925,9747. Teil des tropischen Jahres 1900.

Unter dem tropischen Jahr wird die Zeit verstanden, die vergeht, bis die Sonne auf ihrer scheinbaren Bahn zum selben Wendekreis zurückkehrt.

Als Kurzzeichen für Sekunde gilt s (nicht sec oder Sek.!). Größere Zeiteinheiten sind

die Minute	1 min	= 60 s
die Stunde	1 h[1]	= 60 min = 3600 s
der Tag	1 d[2]	= 24 h = 1440 min = 86400 s

[1]) von *hora* (lat.) die Stunde

[2]) von *dies* (lat., sprich: di es) der Tag

Von Minute, Stunde und Tag dürfen dezimale Vielfache und Teile gemäß Tafel 1 nicht gebildet werden.
Für die Zeit hat man das Symbol t (*tempus*, lat., Zeit) festgelegt. Damit es keine Verwechslungen zwischen dem Symbol für eine Größe und der Abkürzung für eine Einheit geben kann, hat man beide drucktechnisch unterschieden. Die Symbole für die physikalischen Größen sind *schräg* (kursiv) gedruckt, die Kurzzeichen für die Einheiten steil. Diesen Unterschied müssen Sie sich gut merken, um Verwechslungen zu vermeiden.

2.3.3. Masse

Die Größe, die in der Physik eine Vorstellung darüber vermittelt, wieviel Substanz ein beliebiger Körper enthält, ist die **Masse**. Sie erhält das Symbol m.

Die Einheit der Masse ist das Kilogramm (kg).

Die Masse von 1 kg wird durch ein Urkilogrammstück verkörpert, das aus Platin-Iridium hergestellt ist und in Paris aufbewahrt wird. Die Kopie des Prototyps, die wir in der Deutschen Demokratischen Republik besitzen, zeigt Bild 15.

Das Kilogramm ist die Masse des internationalen Kilogramm-Prototyps.

Weitere gebräuchliche Masseeinheiten sind Tonne (t), Gramm (g) und Milligramm (mg).

Es gilt:
$$1\ \mathrm{t} = 1000\ \mathrm{kg}$$
$$1\ \mathrm{g} = 0{,}001\ \mathrm{kg}$$
$$1\ \mathrm{mg} = 0{,}000\,001\ \mathrm{kg}$$

Zur Messung der Masse eines Körpers benutzt man Waagen mit einem Satz Wägestücke.
Die Methode des Wägens besteht in einem Massenvergleich, d. h., man legt auf die eine Waagschale den zu wägenden Körper und auf die andere Waagschale so viele Wägestücke, bis der Waagebalken wieder die Gleichgewichtslage erreicht hat, die er bereits im unbelasteten Zustand einnahm.
Bild 16 zeigt eine Analysenwaage, wie sie in physikalischen und chemischen Labo-

Bild 15
Kopie des Kilogrammprototyps

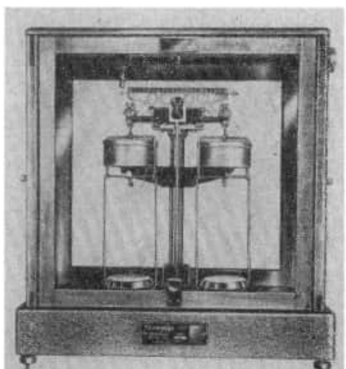


Bild 16
Präzisionswaage

ratorien vieler Betriebe und Institute benutzt wird, insbesondere dort, wo die laufende Produktion mittels Analysen überwacht werden muß, z. B. in Hüttenkombinaten, in Betrieben der Lebensmittelindustrie.
Mit Feinwaagen, wie sie unsere feinmechanische Industrie herstellt, lassen sich Wägungen mit einer Ungenauigkeit von nur 0,01 mg ausführen.
Mit der Masse kennen wir nunmehr die dritte Grundgröße der Mechanik. Die drei bisher erklärten Grundgrößen und Grundeinheiten reichen für die Mechanik aus. Sie sind nachstehend noch einmal zusammengestellt:

physikalische Größe:	Länge (l)	Zeit (t)	Masse (m)
Grundeinheit:	Meter (m)	Sekunde (s)	Kilogramm (kg)

2.4. Einige abgeleitete Größen

2.4.1. Fläche

Flächenteile werden überwiegend berechnet, weniger gemessen. Der Flächeninhalt einer rechteckigen Fläche wird bekanntlich als Produkt aus Länge l und Breite b bestimmt:

$$A_{\square} = lb$$

Ebenso wird Ihnen die Gleichung zur Berechnung der Kreisfläche geläufig sein:

$$A_{\bigcirc} = \frac{\pi}{4} d^2$$

mit d als Kreisdurchmesser.
In der Mathematik lernen Sie, wie man auch schiefwinklige Flächen mit mehr oder weniger vielen Begrenzungsstrecken berechnet, indem man die Gesamtfläche in Teilflächen zerlegt und deren Inhalt nach den elementaren Berechnungsformeln der Planimetrie bestimmt.
Bei krummlinig oder sehr unregelmäßig begrenzten Flächen hilft man sich anders. Um ihre Größe zu ermitteln, überträgt man die zu messende Fläche maßstäblich auf Millimeterpapier und zählt dann die innerhalb der Fläche liegenden Quadratmillimeter aus. Es gibt auch mechanische Flächenmeßgeräte, sogenannte Planimeter.

Die Einheit der Fläche A ist das **Quadratmeter:**

$$[A] = \mathrm{m}^2$$

Bekanntlich versteht man darunter den Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Seitenlänge 1 m beträgt.
Dezimale Vielfache der Flächeneinheit sind:

$$\begin{aligned} &1\ \mathrm{km}^2 \text{ (Quadratkilometer)} &&= 1\,000\,000\ \mathrm{m}^2 \\ &1\ \mathrm{ha} \quad \text{(Hektar)} &&= 10\,000\ \mathrm{m}^2 \\ &1\ \mathrm{a} \quad \text{(Ar)} &&= 100\ \mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

Dezimale Teile eines Quadratmeters sind:

$$1\ \mathrm{dm}^2 = 0{,}01\ \mathrm{m}^2$$

$$1\ \mathrm{cm}^2 = 0{,}0001\ \mathrm{m}^2$$

$$1\ \mathrm{mm}^2 = 0{,}000001\ \mathrm{m}^2$$

2.4.2. Volumen

Der Raum, den ein Körper einnimmt, heißt Volumen oder Rauminhalt. Ebenso wie der Flächeninhalt ist auch das Volumen eine von der Länge abgeleitete Größe.
Da eine Strecke nur eine Ausdehnung hat, wird sie als *eindimensional*[1]) bezeichnet. Eine Fläche besitzt zwei Ausdehnungen (Länge und Breite), sie ist *zweidimensional* und muß deshalb durch zwei Längenmaße meßbar sein. Der Raum schließlich ist *dreidimensional*, er hat die Ausdehnungen Länge, Breite und Höhe und ist deshalb durch 3 Längenmaße meßbar.
Die Volumina regelmäßiger fester Körper bestimmt man durch Berechnung mit Hilfe der Gleichungen der Geometrie.
Für den Quader mit den Kantenlängen l_1, l_2 und l_3 gilt bekanntlich

$$V = l_1 l_2 l_3$$

Sind die Kanten gleich lang, liegt also ein Würfel mit der Kantenlänge l vor, gilt

$$V = l^3$$

Sehr oft wird auch die zur Berechnung von Prismen und Zylindern gültige einfache Gleichung gebraucht:

Volumen = Grundfläche mal Höhe

$$V = A_g h$$

Auf weitere stereometrische Formeln wollen wir nicht eingehen. Wollen Sie das Volumen eines unregelmäßigen, nicht porösen Körpers bestimmen, so müssen Sie andere Methoden anwenden. Sie beruhen darauf, daß man den Körper in eine Flüssigkeit eintaucht und das durch ihn verdrängte Flüssigkeitsvolumen mißt; denn dieses ist gleich dem Körpervolumen.
Bei der Mensur (Bild 17) bestimmt man den Flüssigkeitsanstieg, den der Körper beim Eintauchen verursacht. Die Skale auf dem Meßzylinder ist in Kubikzentimetern geeicht, so daß man beim Ablesen als Differenz $V_2 - V_1$ das Volumen des eingetauchten Körpers in Kubikzentimetern erhält.
Beim Überlaufgefäß (Bild 18) wird das Volumen der beim Eintauchen überlaufenden Flüssigkeitsmenge mit Hilfe eines Meßzylinders be-

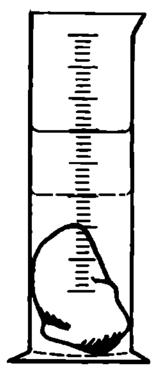


Bild 17. Meßzylinder

[1]) *dimensio* (lat.) Abmessung, Ausdehnung

stimmt. Wichtig ist bei diesem Meßverfahren, daß vor dem Eintauchen das Gefäß bis zum Abflußröhrchen gefüllt ist.

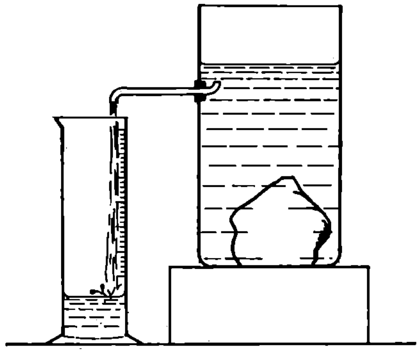


Bild 18. Überlaufgefäß

Die Einheit des Volumens ist das **Kubikmeter** (m^3):

$$[V] = m^3$$

Es ist das Volumen eines Würfels von 1 m Seitenlänge. Häufig gebrauchte dezimale Teile eines Kubikmeters sind:

$$1\ dm^3 = 0{,}001\ m^3$$

$$1\ cm^3 = 0{,}000001\ m^3$$

Für 1 dm^3 schreibt man auch 1 l (Liter).

Wir wollen das bisher Gelernte in drei einfachen Beispielen üben:

Lehrbeispiel 1

Ein Kessel hat ein Fassungsvermögen von 1,5 m^3 und ist zur Hälfte gefüllt.

a) Wieviel Liter,

b) Wieviel Hektoliter enthält er?

Lösung:

a) $1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1000\ l$

Für die Hälfte des Fassungsvermögens folgt dann:

$$V = \frac{1{,}5}{2}\ m^3 = 0{,}75\ m^3 = 750\ dm^3 = \underline{\underline{750\ l}}$$

b) $1\ hl = 100\ l;\ 750\ l = 7{,}5\ hl$

Lehrbeispiel 2

Auf einem Bogen (im Format A 4) Millimeterpapier ist das Schriftbild 18 cm breit und 28 cm hoch. Wieviel Quadratmillimeter umfaßt es?

Lösung:

Gegeben: $b = 18\ cm = 180\ mm$ Gesucht: A

$h = 28\ cm = 280\ mm$

Für das Rechteck gilt

$$\underline{\underline{A = hb}};\quad A = 280\ mm \cdot 180\ mm = \underline{\underline{50\,400\ mm^2}}.$$

Lehrbeispiel 3

Ein Gefäß soll 0,5 l fassen. Wieviel Zentimeter hoch muß es sein, wenn die rechteckige Grundfläche 3,5 cm breit und 1 dm lang ist?

Lösung:

Gegeben: $V = 0{,}5\ \mathrm{l} = 500\ \mathrm{cm^3}$ Gesucht: h

$b = 3{,}5\ \mathrm{cm}$

$l = 1\ \mathrm{dm} = 10\ \mathrm{cm}$

(Da h in Zentimetern gesucht ist, rechnet man zweckmäßig die gegebenen Größen in Zentimeter um.)
Das Volumen eines Quaders ist

$$V = lbh.$$

Daraus folgt

$$\underline{\underline{h = \frac{V}{lb}}}; \quad h = \frac{500\ \mathrm{cm^3}}{10\ \mathrm{cm} \cdot 3{,}5\ \mathrm{cm}} = \underline{\underline{14{,}3\ \mathrm{cm}}}.$$

Beachten Sie, daß die Größen als Produkte aus Zahl und Einheit eingesetzt werden, und daß sich die Einheiten wie die Zahlen kürzen lassen.

2.4.3. Dichte

An dieser Stelle wollen wir auf die unterschiedliche Masse der einzelnen Körper eingehen. Die Masse eines Gegenstandes hängt von zwei verschiedenen Faktoren ab. Es kommt darauf an, wie groß der Körper ist und – was wir schon feststellten – aus welchem Stoff er besteht. Es ist Ihnen ja bekannt, daß z. B. eine Bleikugel eine größere Masse hat als eine gleich große Holzkugel, und zwar deshalb, weil Blei in seinem Gefüge bzw. Atomaufbau viel *dichter* gepackt ist als Holz.
Es ist für viele Zwecke unbedingt erforderlich, den relativen Massenunterschied der verschiedenen Stoffe zahlenmäßig zu kennzeichnen, auch dann, wenn die Gegenstände nicht – wie bei den Kugeln – gleich groß, sondern von unterschiedlichem Rauminhalt sind. Um in jedem Falle ein eindeutiges Vergleichsmaß zu bekommen, ermittelt man den Quotienten aus **Masse** und **Volumen** und bezeichnet diese Materialkonstante als **Dichte** mit dem Symbol ϱ (rho):

Dichte = Masse/Volumen

$$\boxed{\varrho = m/V} \tag{1}$$

Unter der **Dichte** eines Körpers versteht man das Verhältnis seiner Masse zu seinem Volumen.

Die Einheit der Dichte ergibt sich aus der Definition als $\dfrac{\text{Einheit der Masse}}{\text{Einheit des Volumens}}$:

$$[\varrho] = \frac{[m]}{[V]}$$

Am gebräuchlichsten ist die Einheit Kilogramm/Kubikdezimeter. Für Gase verwendet man häufig die Einheit Kilogramm/Kubikmeter. Angenommen, ein stählernes Zahnrad habe eine Masse von 5,85 kg und ein Volumen von 0,75 dm³. Seine Dichte betrüge dann

$$\varrho = m/V = 5{,}85 \text{ kg}/0{,}75 \text{ dm}^3 = 7{,}8 \text{ kg/dm}^3.$$

Nun ist ein Tausendstel eines Kubikdezimeters ein Kubikzentimeter (cm³) und ein Tausendstel eines Kilogramms ein Gramm (g). Sie kommen demnach zu dem zahlenmäßig gleichen Ergebnis, wenn Sie die Masse in Gramm und das Volumen in Kubikzentimetern einsetzen. Die Dichte erhält dann die Einheit Gramm/Kubikzentimeter. Schließlich kann man noch die Masse in Tonnen (t) und das Volumen in Kubikmetern (m³) einsetzen, wobei sich abermals derselbe Zahlenwert mit der Einheit Tonne/Kubikmeter ergibt. Halten Sie also fest, daß die Dichte folgende drei Einheiten ohne Änderung des Zahlenwertes haben kann:

$$\text{g/cm}^3 \quad \text{oder} \quad \text{kg/dm}^3 \quad \text{oder} \quad \text{t/m}^3$$

Da hier nicht der Platz ist, die Dichte aller technisch wichtigen Stoffe wiederzugeben, sollen Ihnen nur einige Beispiele einen kleinen Überblick vermitteln.

Tafel 2: **Dichte einiger Stoffe**

Stoff	$\varrho \Big/ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$	Stoff	$\varrho \Big/ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$
Wasser	1	Quecksilber	13,6
Magnesium	1,7	Gold	19,3
Aluminium	2,7	Fichtenholz	0,5
Eisen	7,2 ... 7,8	Benzin	0,7
Kupfer	8,9	Granit	2,5
Blei	11,3	Seewasser	1,02

Die Masse eines Gegenstandes können Sie rechnerisch bestimmen, wenn Sie das Volumen des Gegenstandes und die Dichte des Stoffes kennen, aus dem der Gegenstand besteht; denn nach Gleichung (1) ist $m = \varrho V$.

Das folgende Lehrbeispiel ist insofern ein wenig schwieriger, als zwei Gleichungen berücksichtigt werden müssen. Wir lösen das Problem zunächst allgemein, d. h. wir rechnen nicht etwa das Volumen zahlenmäßig aus. Die allgemeine Lösung des Problems ist dann gefunden, wenn die gesuchte Größe (im folgenden Beispiel die Masse) in Abhängigkeit von den gegebenen Größen (hier l, d und ϱ) dargestellt ist.

Lehrbeispiel 4

Berechnen Sie die Masse von 75 m Kupferdraht von 3 mm Durchmesser, wenn die Dichte des Kupfers 8,9 g/cm³ beträgt.

Lösung:

Gegeben: $l = 75\ \mathrm{m} = 7500\ \mathrm{cm}$ Gesucht: m

$d = 3\ \mathrm{mm} = 0{,}3\ \mathrm{cm}$

$\varrho = 8{,}9\ \mathrm{g/cm^3}$

Nach (1) ist $m = \varrho V$, wobei $V = \frac{\pi d^2}{4} l$

Dieser Wert für V wird eingesetzt, und wir erhalten

$$\underline{\underline{m = \frac{\varrho \pi d^2 l}{4}}}; \quad m = \frac{8{,}9\ \mathrm{g} \cdot \pi \cdot 0{,}09\ \mathrm{cm^2} \cdot 7500\ \mathrm{cm}}{\mathrm{cm^3} \cdot 4} = 4719\ \mathrm{g}$$

$$m = \underline{\underline{4{,}72\ \mathrm{kg}}}.$$

Zusammenfassung

Die Physik ist die Wissenschaft vom Aufbau und von den Bewegungsformen der Materie. Sie beschäftigt sich mit den Vorgängen in der unbelebten Natur, soweit diese nicht auf chemischer Veränderung der beteiligten Körper beruhen.

Die drei Grundgrößen in der Mechanik sind Länge, Zeit und Masse; insgesamt gibt es 6 Grundgrößen; die weiteren sind elektrische Stromstärke, Temperatur und Lichtstärke. Für die bisher behandelten Grundgrößen und die von ihnen abgeleiteten Größen gelten die folgenden Symbole und Einheiten:

Größe	Symbol	Einheit
Länge, Weg	l, s	m, km, dm, cm, mm, µm, nm
Zeit	t	s, min, h
Masse	m	kg, g, mg, µg, t
Fläche	A	$\mathrm{m^2}$, $\mathrm{km^2}$, ha, a, $\mathrm{dm^2}$, $\mathrm{cm^2}$, $\mathrm{mm^2}$
Volumen	V	$\mathrm{m^3}$, $\mathrm{dm^3}$, $\mathrm{cm^3}$, $\mathrm{mm^3}$, l
Dichte	ϱ	$\mathrm{kg/m^3}$, $\mathrm{kg/dm^3}$, $\mathrm{g/cm^3}$, $\mathrm{t/m^3}$

Zur Längenmessung dienen vorwiegend Meßgeräte, die auf Strichmaßen beruhen. Ihre gebräuchlichsten Ausführungsformen sind in der Reihenfolge zunehmender Genauigkeit: Gliedermaßstab, Bandmaß, Stahlmaß, Meßlehre und Meßschraube. Bei den Parallelendmaßen wird eine bestimmte Länge durch den Abstand ihrer ebenen und zueinander parallelen Endflächen verkörpert. Mit ihnen läßt sich jedes beliebige Längennormal in Abstufung von 0,001 mm herstellen. Die Bestimmung von Flächen- und Rauminhalten führt in einfachen Fällen auf Längenmessungen in Richtung ihrer Ausdehnungen zurück. Das Volumen unregelmäßig begrenzter Körper wird durch Abmessen des von ihnen verdrängten Flüssigkeitsvolumens bestimmt.

Die Masse gibt die Substanzmenge eines Körpers an und wird durch Wägung (Waagen in verschiedenen Ausführungen) bestimmt.

Die Dichte ist der Quotient aus Masse und Volumen eines Körpers.

Übungen

1. Überlegen Sie sich, welche der folgenden Vorgänge physikalischer und welche chemischer Art sind:
   a) Auflösen von Zucker in Wasser und die Entstehung des Zuckers in einer Pflanze,
   b) Erzeugung von Wärme durch Verbrennen von Holz oder durch Reibung,
   c) Das Rosten des Eisens und das Schmelzen von Schnee.
2. Wie wird eine physikalische Größe mathematisch wiedergegeben?
3. Bestimmen Sie die Dicke eines Blättchens Papier in Mikrometern, wenn 50 Blättchen zusammen 1,2 mm dick sind.
4. Geben Sie folgende Abmessungen in anderen Einheiten an:
   a) 0,0146 dm in µm, b) 980 dm in km,
   c) 171 mm^2 in m^2, d) 1,009 m^2 in a,
   e) 8003 cm^3 in m^3, f) 3,07 l in mm^3.
   g) 7700 dm^3 in m^3,
5. Um wieviel Mikrometer müßte das Meter verlängert werden, wenn man die ursprüngliche Definition des Meters als 10000000. Teil des Erdquadranten beibehalten wollte?
6. Rechnen Sie folgende Zeitangaben in andere Einheiten um:
   a) $12^1/_4$ h in s, b) 99 min in h
7. Welches Volumen hat der Wicklungsdraht eines Elektromagneten, wenn der Querschnitt des Drahtes 0,25 mm^2 und seine Länge 48 m beträgt?
8. Die Ausstellungsfläche der Leipziger Messe wurde in der Zeit von 1946 bis 1967 von 26400 m^2 auf 355400 m^2 vergrößert. Wie lang wäre zum Vergleich die Seite eines Quadrates, das der Größe des Flächenzuwachses der Ausstellungsfläche entspricht?
9. Auf einem Drehautomaten sollen 2000 Schrauben angefertigt werden. Wie groß ist das Volumen des benötigten Stangenmaterials, wenn je Scheibe mit einem Zylinderstück von 0,283 cm^2 Querschnitt und 20 mm Länge kalkuliert wird?
10. Aus wieviel Quadratdezimetern Blech besteht eine Konservendose von 18 cm Höhe und 12 cm Durchmesser?
11. Aus einer rechtwinkligen Blechtafel von 4,5 cm · 6,5 cm werden kreisrunde Scheiben von 2 cm Durchmesser ausgestanzt. Wieviel Quadratzentimeter Abfall entstehen bei voller Ausnutzung des Bleches?
12. Wie groß ist die Querschnittsfläche einer Rasierklinge von 22 cm Breite und 80 µm Dicke?
13. Eine Blechtafel von 2,5 m · 8,2 m Größe wird beiderseitig mit einer 0,03 mm dicken Lackschicht überzogen. Wieviel Kubikzentimeter Lack werden benötigt?

14. Von welchen Größen ist die Dichte eines Körpers abhängig?

15. Der Keramikkörper eines Schrägsitzventils (Bild 19) hat die Masse 9,6 kg und das Volumen 4 dm³. Wie groß ist die Dichte des Hartporzellans?

16. Welche Masse hat eine 25 cm dicke Mauer aus Ziegelstein (Dichte 1,8 g/cm³), die 4 m hoch und 10 m lang ist?

17. Welche Masse hat eine Korkkugel von 2 m Durchmesser? (Dichte 0,25 g/cm³)

18. Ein Metallzylinder von 0,4 m Länge und 7 cm Durchmesser hat eine Masse von 12 kg. Aus welchem Material besteht er?

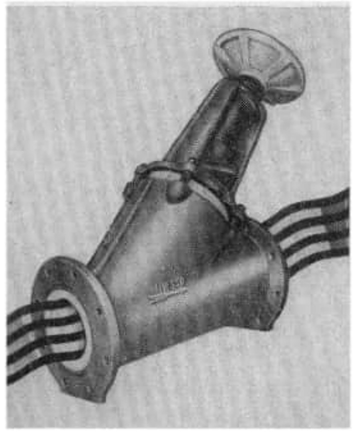


Bild 19. Schrägsitzventil aus Hartporzellan

3. Kinematik[1])

3.1. Gleichförmige, geradlinige Bewegung

Die gesamte Natur vom Gestirn bis zum Atom bildet einen Gesamtzusammenhang von Körpern, die ständig aufeinander einwirken und dadurch auch fortwährend Veränderungen unterliegen. Das heißt also, alle Körper, ja selbst ihre kleinsten Bausteine, die Atome, sind unaufhörlich in Bewegung. In erweitertem Sinn versteht man unter Bewegung nicht nur eine Ortsveränderung, also eine rein mechanische Bewegung, sondern alle möglichen Bewegungsformen, wie z. B. auch biologische und gesellschaftliche Veränderungen; denn auch der Mensch und die Gesellschaft verändern sich laufend, sie entwickeln sich weiter, d. h. aber, sie sind in Bewegung.
Die Materie – darunter verstehen wir alles, was außerhalb unseres Bewußtseins wirklich existiert – ist ohne Bewegung undenkbar.

Die Bewegung ist die Daseinsweise der Materie.

Das gilt sinngemäß auch für alle physikalischen Prozesse.
Im folgenden wollen wir uns speziell mit der mechanischen Bewegung als der Ortsveränderung befassen.

Sie werden vielleicht fragen: Gibt es nicht auch Körper, die in Ruhe sind? Wir wollen darüber nachdenken. Wenn ein Erdtrabant startet, so verändert er seinen Ort gegenüber der Erde. Wir sagen: Er bewegt sich, vorher war er in Ruhe. Dabei lassen wir völlig außer Betracht, daß auch die Erde sich dreht und außerdem noch ihre Lage gegenüber einem dritten Körper, der Sonne, ständig verändert. Sie sehen also, wir beziehen eine Bewegung stets auf einen Körper, den wir für die betreffende Betrachtung als ruhend annehmen. Man kann natürlich auch angeben, wie schnell der Trabant sich gegenüber irgendeinem

[1]) *kinema* (griech.) Bewegung; Kinematik = Bewegungslehre

anderen Planeten bewegt. Das Ergebnis ist dann ein ganz anderes. Demnach ist jede Bewegung nur eine relative (bezogene). Es hängt stets davon ab, auf welchen Beobachtungspunkt oder Körper die Lageveränderung eines anderen Körpers bezogen wird. Der Kellner im D-Zug bewegt sich langsam gegenüber den mitfahrenden Fahrgästen, er bewegt sich sehr schnell gegenüber einem Betrachter am Bahndamm.
Als ruhend bezeichnen wir einen Körper dann, wenn zwischen ihm und dem Bezugskörper (für uns meistens die Erde) keine Ortsveränderung eintritt, obgleich sich beide Körper gegenüber einem dritten, das kann z. B. die Sonne sein, dennoch bewegen. Da auch die Sonne und alle anderen Fixsterne nicht stillstehen, werden Sie begreifen, daß es nichts ohne Bewegung gibt.

Die Vielfalt der möglichen mechanischen Bewegungen sollen einige wenige Beispiele veranschaulichen: Der vorübersausende Zug, das regelmäßig schwingende Pendel einer Uhr, der Lauf der Gestirne am Himmel, das rhythmische Spiel der Gelenke und Hebel einer modernen Buchdruckpresse usw. Die Reihe der Beispiele können Sie selbst nach Belieben verlängern. Wir wollen mit der einfachsten Bewegungsart beginnen, mit der gleichförmig-geradlinigen Bewegung. Diese liegt vor, wenn sich ein Körper mit vollkommen gleichbleibender Geschwindigkeit in gerader Linie (geradeaus) bewegt.

3.1.1. Geschwindigkeit

Woran erkennen Sie überhaupt, daß z. B. ein Zug sich in Bewegung befindet? Sie haben aufmerksam hingesehen und beobachtet, daß er sich anfangs innerhalb einer bestimmten Strecke des Schienenweges befand und einige Zeit später innerhalb einer anderen Strecke, kurz, er hat während einer bestimmten Zeit einen gewissen Weg zurückgelegt. Sie erkennen, daß zwei Größen dazu gehören, um die Bewegung als solche überhaupt festzustellen: *Weg und Zeit.*
Eine photographische Momentaufnahme reicht hierzu beispielsweise nicht aus. Sie gibt den Zug so wieder, als ob er stillsteht, nämlich dort, wo er sich in einem bestimmten Augenblick befunden hat. Mit der bloßen Feststellung der Bewegung als solcher ist Ihnen aber meist noch nicht gedient. Sie möchten doch Vergleiche anstellen und sich z. B. ein Urteil darüber bilden, welches von zwei Fahrzeugen das schnellere ist, welches also die größere Geschwindigkeit hat. Hierzu gibt es zwei Möglichkeiten: *entweder* messen Sie eine bestimmte Strecke ab und messen nun die Zeit, die das Fahrzeug zum Durchfahren dieser Strecke braucht (Fall 1), *oder* Sie stellen fest, welche Strecke das Fahrzeug in einer bestimmten Zeit zurücklegt (Fall 2).
Sie können leicht einsehen, daß die Geschwindigkeit des Fahrzeuges im ersten Falle um so größer ist, je kürzer die Zeit ist, in der die festgelegte Strecke durchfahren wurde. Denken Sie hier auch an den Sport, z. B. den 100-m-Lauf. Auch dort ist die zu durchlaufende Strecke von vornherein festgelegt. Es siegt der Läufer, der die Strecke in der kürzesten Zeit bewältigt, d. h., der die größte Geschwindigkeit entwickeln kann.
Andererseits ist im zweiten Falle verständlich, daß die Geschwindigkeit des Fahrzeuges am größten ist, das in der vorgegebenen Zeit den größten Weg zurücklegt.

Wir fassen zusammen:

1. Die Geschwindigkeit ist um so größer, je kürzer die Zeit ist, in der ein bestimmter Weg zurückgelegt wird.

2. Die Geschwindigkeit ist um so größer, je länger der Weg ist, der in einer bestimmten Zeit zurückgelegt wird.

Mit anderen Worten:

1. Die Geschwindigkeit ist der Zeit indirekt proportional.
2. Die Geschwindigkeit ist dem Weg direkt proportional.

Beide Aussagen lassen sich in der folgenden Definition der Geschwindigkeit zusammenfassen:

Die Geschwindigkeit eines gleichförmig bewegten Körpers ist der Quotient aus dem zurückgelegten Weg und der dazu benötigten Zeit:

Geschwindigkeit = Weg/Zeit (2a)

Es hat sich eingebürgert, dem Weg anstelle des Symbols l, das allgemein für die Länge gebraucht wird, das Symbol s zu geben. Das Symbol für die Zeit ist Ihnen bereits bekannt, nämlich t. Wir erhalten also folgende Gleichung für die Geschwindigkeit:

$$\boxed{v = s/t} \tag{2}$$

wenn wir in (2a) die Symbole einsetzen.
Beachten Sie auch hier, daß die Symbole die physikalische Größe, also das Produkt aus Zahl und Einheit, bedeuten. Das soll Ihnen noch an folgendem Beispiel erläutert werden:
Wir berechnen die Geschwindigkeit eines Schnellzuges, der in 60 s eine Strecke (einen Weg) von 1200 m zurücklegt. Es gilt also

$$s = 1200 \text{ m und}$$

$$t = 60 \text{ s}.$$

Aus (2) ergibt sich daher

$$v = 1200 \text{ m}/60 \text{ s} = 20 \text{ m/s}.$$

Die Einheit Meter/Sekunde wird gelesen als Meter je Sekunde.
Sie erkennen bereits aus diesem einfachen Beispiel, daß die Einheit des Ergebnisses sich zwangsläufig aus der Rechnung ergibt, wenn Sie anstelle der Symbole die Größen, also die Produkte aus Zahl und Einheit, einsetzen.
Für die Geschwindigkeit ist Ihnen sicher die Einheit Kilometer je Stunde (km/h) geläufig. Wir wollen die Geschwindigkeit des Zuges auch in dieser Einheit ausrechnen.

Es gilt

$$1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} \quad \text{und} \quad 1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}.$$

Damit wird

$$v = 20 \text{ m/s} = 20 \frac{\text{km}/1000}{\text{h}/3600} = \frac{20 \cdot 3600 \text{ km}}{1000 \text{ h}} = 72 \text{ km/h}.$$

Sie können die hier beschriebene Umrechnung sehr einfach durchführen, wenn Sie sich folgende Beziehung merken

$$1\ \mathrm{m/s} = 3{,}6\ \mathrm{km/h}\ ,$$

bzw.

$$1\ \mathrm{km/h} = \frac{1}{3{,}6}\ \mathrm{m/s}\ .$$

In der Seefahrt ist außerdem noch als Einheit der Geschwindigkeit der Knoten (kn) zulässig: 1 kn = 1 sm/h = 1,852 km/h.
Noch ein allgemeiner Hinweis zu den in diesem Lehrbrief vorkommenden Gleichungen: Wie Ihnen anhand der Gleichung (2) schon gezeigt wurde, können Sie die einzelnen physikalischen Größen der Gleichung jeweils in allen gesetzlich zugelassenen Einheiten angeben, z. B. den Weg s in Metern oder Kilometern u. a., ebenso können Sie die Zeit t in Sekunden, Minuten oder Stunden ausdrücken. Sie werden beim Lösen von Aufgaben diejenige Einheit bevorzugen, die auch das Endergebnis enthalten soll.

In unserem Beispiel wäre also zu setzen

$$s = 1{,}2\ \mathrm{km}$$

$$t = \frac{1}{60}\ \mathrm{h}\ .$$

Aus (2) folgt

$$v = \frac{1{,}2\ \mathrm{km} \cdot 60}{\mathrm{h}} = \underline{\underline{72\ \mathrm{km/h}}}\ .$$

Sie erkennen schon, die Definitionsgleichungen geben nur an, in welcher allgemeinen mathematischen Gesetzmäßigkeit die Größen zueinander stehen.

Merken Sie sich:

> Gleichungen, die nur physikalische Größen enthalten und keine bestimmten Einheiten vorschreiben, heißen **Größengleichungen.**

Wir wollen nun die Gleichung (2) benutzen, um den zurückgelegten Weg zu berechnen, wenn Zeit und Geschwindigkeit gegeben sind.

Dazu lösen wir (2) nach s auf und erhalten

$$s = vt.$$

An dem folgenden Beispiel sollen Sie auch lernen, wie man mit Größengleichungen umgeht:

Ein Lastkraftwagen fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 36 km/h und ist 40 min unterwegs. Welche Strecke hat er zurückgelegt?

Es sind also gegeben

$$v = 36\ \mathrm{km/h}\ \text{und}$$

$$t = 40\ \mathrm{min}.$$

Diese Größen werden in $s = vt$ eingesetzt, und es folgt

$$s = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 40\,\text{min}$$

$$s = \frac{36\,\text{km} \cdot 40\,\text{min}}{\text{h}} .$$

Sowohl im Zähler als auch im Nenner stehen jetzt Einheiten der Zeit, im Zähler die Einheit Minute und im Nenner die Einheit Stunde. Nicht nur mit gleichen, sondern auch mit unterschiedlichen Einheiten ein und derselben physikalischen Größe können Sie wie mit Zahlen rechnen, Sie können sie auch kürzen. Wie man dabei verfährt, zeigen die folgenden zwei Methoden. Nach einer von beiden sollen Sie künftig arbeiten.

1. Methode:

Da 1 h gleich 60 min ist, können Sie im Nenner der letzten Gleichung für die Stunde auch 60 min setzen. Dann lassen sich die Einheiten Minute im Zähler und Nenner kürzen, und Sie erhalten

$$s = \frac{36\,\text{km} \cdot 40}{60} = \underline{\underline{24\,\text{km}}} .$$

2. Methode:

Wir machen uns zunächst den Vorgang des Kürzens an einem Zahlenbeispiel klar! Gegeben sei der Bruch $^4/_{12}$. Wenn, wie in diesem Falle, der Nenner ein Vielfaches des Zählers ist, haben Sie sich zu überlegen, wievielmal die 4 in der 12 enthalten ist. Das Ergebnis ist also $^1/_3$. Genauso gehen wir bei dem Bruch min/h vor. Auch hier fragen wir, wievielmal die Minute in der Stunde enthalten ist. Wir finden

$$\frac{1\,\text{min}}{1\,\text{h}} = \frac{1}{60} .$$

Die oben begonnene Rechnung kann nun zu Ende geführt werden:

$$s = \frac{36\,\text{km} \cdot 40}{60} = \underline{\underline{24\,\text{km}}}$$

In ganz ähnlicher Weise, wie es dieses Beispiel gezeigt hat, kann man die Zeit berechnen, wenn Weg und Geschwindigkeit bekannt sind. Dazu muß (2) nach t aufgelöst werden:

$$t = s/v$$

Das Lehrbeispiel 6 behandelt diesen Fall.

Lehrbeispiel 5

Beim Durchfliegen der vorgeschriebenen Luftkorridore benötigt das Verkehrsflugzeug „AN 24“ der Interflug für die Strecke Berlin – Dresden (rund 270 km) eine Flugzeit von 50 min. Wie groß ist seine Geschwindigkeit in Kilometern/Stunde und Metern/Sekunde?

Lösung:

Gegeben: $s = 270$ km, $t = 50$ min Gesucht: v in km/h und m/s.

Nach (2) gilt

$$v = 270\ \text{km}/50\ \text{min} = \frac{270\ \text{km} \cdot 60}{50\ \text{h}} \quad (\text{da } 1\ \text{min} = 1\ \text{h}/60);$$

$$v = \underline{\underline{324\ \text{km/h}}}\,.$$

Soll die Geschwindigkeit in Metern/Sekunde herauskommen, so ist zu beachten, daß

$$1\ \text{km} = 1000\ \text{m} \quad \text{und} \quad 1\ \text{min} = 60\ \text{s}.$$

Es ist die Rechnung wie folgt zu führen:

$$v = 270\ \text{km}/50\ \text{min} = \frac{270 \cdot 1000\ \text{m}}{50 \cdot 60\ \text{s}} = \underline{\underline{90\ \text{m/s}}}$$

Lehrbeispiel 6

Welche Zeit benötigt ein mit der Geschwindigkeit 42 km/h fahrender Kraftwagen, um die Strecke 15 km zurückzulegen?

Lösung:

Gegeben: $v = 42$ km/h, $s = 15$ m Gesucht: t

Aus (2) folgt

$$t = s/v = \frac{15\ \text{m}\,\text{h}}{42\ \text{km}}\,.$$

Meter kann gegen Kilometer gekürzt werden (m/km $= 1/_{1000}$) und 1 h $= 3600$ s:

$$t = \frac{15 \cdot 3600}{42 \cdot 1000}\ \text{s} = \underline{\underline{1{,}3\ \text{s}}}$$

Lehrbeispiel 7

Welche Strecke legt der 10000-Tonnen-Frachter „Frieden“ der Deutschen Demokratischen Republik, der mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 16,4 kn fährt, in zweieinhalb Tagen zurück?

Lösung:

Gegeben: $v = 16{,}5\ \text{kn} = 16{,}5\ \text{sm/h} = 16{,}5 \cdot 1{,}852\ \text{km/h}$ Gesucht: s

$t = 2{,}5\ \text{d} = 60\ \text{h}$

Aus (2) folgt

$$s = vt = \frac{16{,}5 \cdot 1{,}852\ \text{km} \cdot 60\ \text{h}}{\text{h}} = \underline{\underline{1830\ \text{km}}}\,.$$

3.1.2. Weg-Zeit- und Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm der gleichförmigen Bewegung

Soweit es irgend geht, versucht man, physikalische Vorgänge graphisch zu veranschaulichen. Sie kennen ja derartige Darstellungen schon, mit denen man vor allem den zeitlichen Verlauf irgendwelcher veränderlicher Größen anschaulich macht. Die Produktionskurve Ihres Betriebes zeigt jederzeit die bisherige Entwicklung und auch den geplanten weiteren Verlauf der Gütererzeugung. Aus der Fieberkurve zieht der Arzt wichtige Schlüsse auf den Krankheitsverlauf. So kann nun auch der einfache, gleichförmige Bewegungsvorgang, der sich ebenfalls in der Zeit abspielt, auf zwei verschiedene Arten graphisch dargestellt werden.

3.1.2.1. Weg-Zeit-Diagramm

Hierzu zeichnen Sie sich zwei einander im rechten Winkel schneidende Geraden auf. Man nennt sie die Achsen eines rechtwinkligen *Koordinatensystems*. Die horizontale Gerade (auch Abszissenachse genannt) sei die Zeitachse (Bild 20). Auf ihr tragen Sie, vom Nullpunkt ausgehend, die verstrichene Zeit – z. B. in Sekunden – ein. Auf der senkrechten Achse (Ordinatenachse) geben Sie von unten nach oben den zurückgelegten Weg, z. B. in Metern, an.

Über die Art, wie man die Achsen in einem Diagramm auszeichnet, bestehen Vereinbarungen. Wie aus Bild 13 hervorgeht, geschieht dies in Form eines Bruches. Im Zähler steht die abzubildende physikalische Größe (kursive Symbole) und im Nenner die Einheit, in der die Größe gemessen worden ist (steile Symbole). Meist schreibt man diese Bezeichnung neben die Achsen, ebenso den Pfeil, der in die Richtung zunehmender positiver Meßwerte weist. Die Achsen selbst erhalten dann nur eine Teilung mit Maßzahlen.
Soll nun z. B. die gemessene Größe $t = 5$ s auf der Zeitachse abgebildet werden, so setzen Sie in der Achsenbezeichnung t/s an die Stelle von t die gemessene Größe 5 s ein:

$$t/\mathrm{s} = 5\,\mathrm{s}/\mathrm{s} = 5$$

Das heißt, die gemessene Größe 5 s wird auf der Zeitachse durch die Strecke zwischen den Maßzahlen 0 und 5 dargestellt.
Das Beispiel veranschaulicht sehr deutlich, wie durch die Einführung der vereinbarten Achsenbezeichnung die Meßgröße „5 Sekunden“ und auch jede beliebige andere Größe auf exakt mathematische Weise in einem Diagramm als Strecke dargestellt werden kann.

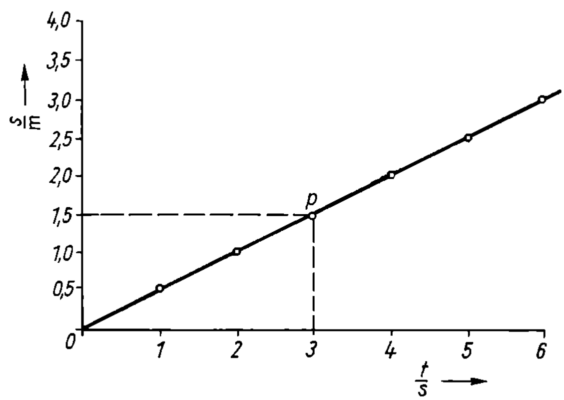


Bild 20. Weg-Zeit-Diagramm der gleichförmigen Bewegung

Wie läßt sich nun die Geschwindigkeit graphisch wiedergeben? Wir gehen am besten von einem einfachen Beispiel aus.
Ein Körper möge sich mit der Geschwindigkeit von 0,5 m/s bewegen. Wenn dieser Körper die Nullmarke mit der Geschwindigkeit 0,5 m/s passiert, soll mit der Zeitmessung begonnen werden ($t = 0$). Er wird dann nacheinander folgende Strecken zurücklegen:

verflossene Zeit	*zurückgelegter Weg*
1 s	0,5 m
2 s	1,0 m
3 s	1,5 m
4 s	2,0 m
usw.	usw.

Für jedes dieser Zahlenpaare bestimmen Sie jetzt einen Punkt (z. B. P) im Koordinatensystem.
Hierzu errichten Sie in dem betreffenden Zeitpunkt eine Senkrechte auf der Zeitachse und in dem betreffenden Wegpunkt eine Senkrechte auf der Wegachse. Die Maßzahl des Abstandes eines Punktes von der Horizontalachse (hier Zeitachse) nennt man *Ordinate* des Punktes, und die Maßzahl seines Abstandes von der Vertikalachse (hier Wegachse) nennt man *Abszisse* des Punktes. Sie können auch sagen:
Der Abstand des betreffenden Punktes von der Ordinatenachse sagt uns, wieviel Zeit vergangen ist, und der Abstand des Punktes von der Abszissenachse gibt an, wo sich der bewegte Körper zu dieser Zeit befindet.
Wenn Sie mehrere Wertepaare in das Diagramm eingezeichnet haben und die Punkte miteinander verbinden, so erhalten Sie für das gewählte Beispiel eine gerade Linie. Man nennt sie die *Weg-Zeit-Kurve* und das ganze Bild das *Weg-Zeit-Diagramm* oder auch kurz *s,t-Diagramm*. Das Wort „Kurve" kennzeichnet also nicht immer eine krumme Linie, sondern kann auch durchaus eine gerade Linie bedeuten.
Überlegen Sie noch einmal rückblickend, weshalb diese Kurve eine gerade Linie sein muß! Sie werden ohne langes Nachdenken den Grund darin finden, daß in jeweils *gleichen Zeitabschnitten auch gleich große Wegstrecken* (z. B. in Bild 21 Kurve a in jeder Sekunde $s_1 = 0{,}33$ m) zurückgelegt werden. Dies ist das eigentliche Merkmal einer *gleichförmigen Bewegung*.

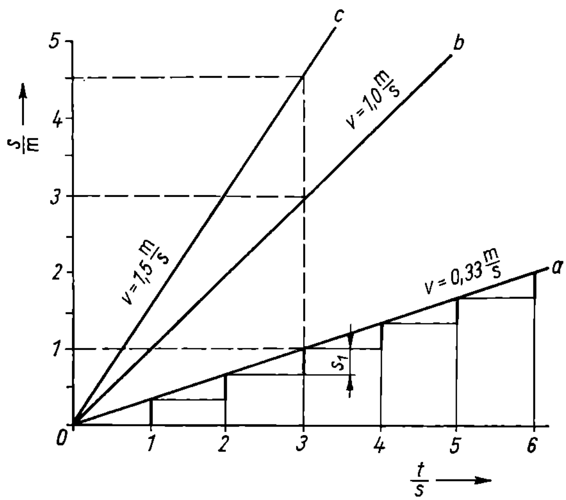


Bild 21. Darstellung von drei verschiedenen Geschwindigkeiten

Sehen Sie sich jetzt das Diagramm (Bild 21) näher an.
Es enthält mehrere verschieden steil ansteigende Linien. Was sollen diese wohl bedeuten? Mit der Linie *a* wird dargestellt, daß der Körper z. B. nach 3 Sekunden eine Entfernung von 1 m erreicht, während Linie *b* in der gleichen Zeit die bedeutend größere Strecke von 3 m angibt. Linie *b* stellt mithin eine Bewegung mit größerer Geschwindigkeit dar. Am größten ist die Geschwindigkeit bei der Bewegung, die durch die Linie *c* dargestellt wird, nach ihr werden in 3 s sogar 4,5 m zurückgelegt.

Sie erkennen daraus:

> Je steiler die Weg-Zeit-Linie verläuft, desto größer ist die Geschwindigkeit des dargestellten Bewegungsvorganges.

Eins haben alle diese gerade verlaufenden Weg-Zeit-Kurven gemeinsam: die Geschwindigkeit bleibt im Laufe der fortschreitenden Zeit unverändert, konstant. Besonders anschaulich wird das in dem folgenden Diagramm.

3.1.2.2. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm

Bei dem v,t-Diagramm (übliche Kurzbezeichnung) ist die horizontale Achse des Koordinatensystems die Zeitachse (t-Achse). Auf der vertikalen Achse jedoch tragen Sie anhand eines beliebig gewählten Maßstabes die Geschwindigkeitswerte auf. Diese Achse heißt v-Achse.
Wie muß nun hier die Kurve einer gleichförmigen Bewegung verlaufen? Wenn die Geschwindigkeit vom Anfang bis zum Ende der Beobachtung immer dieselbe bleibt, dann gehört zu jedem Zeitpunkt ein und derselbe Wert der Geschwindigkeit. Die Verbindungslinie aller Geschwindigkeitswerte ist dann eine Parallele zur t-Achse; ihr Abstand von der Abszissenachse drückt den Wert der Geschwindigkeit aus (Bild 22). Wollen Sie z. B. die in Bild 21 durch die Kurve *c* dargestellte Bewegung mit der Geschwindigkeit $v = 1{,}5$ m/s in einem v,t-Diagramm darstellen, so brauchen Sie nur durch den Punkt 1,5 der lotrechten Achse eine Parallele zur t-Achse zu ziehen.
Das v,t-Diagramm gibt jedoch nicht nur über die Geschwindigkeit, sondern auch über den Weg Aufschluß. Betrachten wir vorerst noch einmal die Gleichung $s = vt$. Die rechte Seite der Gleichung – das Produkt $v\,t$ – entspricht dem Inhalt einer rechteckigen Fläche mit den Seiten v und t. In Bild 22 ist eine solche Rechteckfläche schraffiert dargestellt. Sie ergibt sich aus den Werten $v = 4{,}5$ m/s und $t = 6$ s. Die Gleichung sagt aus, daß dieses Produkt gleich s ist, d.h. also, diese Fläche (unter der v-Linie) entspricht dem zurückgelegten Weg.

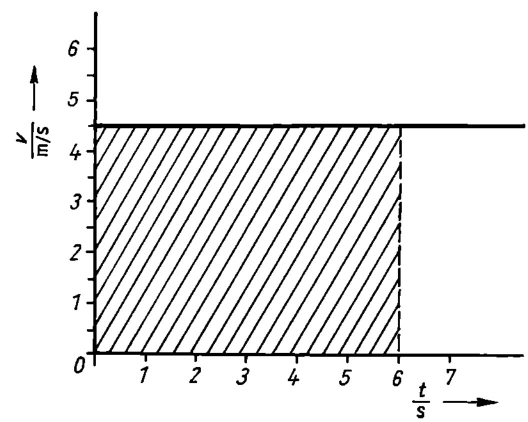


Bild 22. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm der gleichförmigen Bewegung

Merken Sie sich:

> Im v, t-Diagramm entspricht die aus den Maßzahlen von Geschwindigkeit und Zeit gebildete Fläche dem in der Zeit t zurückgelegten Weg.

Zusammenfassung

Die Bewegung ist die allgemeine Eigenschaft der Materie; denn alle Körper befinden sich in ständiger Veränderung.
Bei einer gleichförmigen Bewegung werden in gleichen Zeitabständen gleiche Wege zurückgelegt. Den Quotienten aus der zurückgelegten Strecke und der zugehörigen Zeit nennt man Geschwindigkeit.
Die Grundgleichung der gleichförmigen Bewegung ist $v = s/t$. Eine Größe aus dieser Gleichung läßt sich jeweils berechnen, wenn die beiden anderen bekannt sind. Die gebräuchlichsten Einheiten der Geschwindigkeit sind Meter/Sekunde und Kilometer/Stunde. Der Bewegungsvorgang wird durch das s, t-Diagramm anschaulich dargestellt. Je steiler die Kurve dieses Diagramms verläuft, desto größer ist die Geschwindigkeit. Im v,t-Diagramm hingegen erscheint ein gleichförmiger Bewegungsvorgang als Parallele zur Zeitachse, und zwar deshalb, weil sich die Geschwindigkeit während des Vorganges nicht ändert.

Übungen

19. Ein Orkan hat eine Windgeschwindigkeit von 45 m/s. Rechnen Sie diese in Kilometer/Stunde um.

20. Ein Kurzstreckenläufer legt 200 m in 26 s zurück. Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit in Metern/Sekunde und Kilometern/Stunde?

21. Die Schallgeschwindigkeit beträgt in der Luft rund 340 m/s. Nach welcher Zeit ist der Donner eines 5 km entfernten Gewitters zu hören?

22. Die Elbe hat im sächsischen Gebiet eine mittlere Geschwindigkeit von 0,8 m/s. Welche Strecke legt eine auf dem Fluß treibende Zille (Frachtkahn) an einem Tag zurück?

23. Ein Schnellzug fährt 19.22 Uhr in der Station A (Kilometerstein 67,2 km) ab und erreicht den Bahnhof B (Kilometerstein 156,3 km) 21.01 Uhr. Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?

24. Welche Geschwindigkeit hat eine Schwalbe, die 50 km in 15 min zurücklegt,

    a) in Metern/Sekunde, b) in Kilometern/Stunde?

25. Bambusrohr wächst in den Tropen mit einer Geschwindigkeit von 30 cm je Tag. Welche Zeit benötigt es für 1 cm?

    a) in Stunden, b) in Minuten

26. Welche durchschnittliche Geschwindigkeit in Metern/Sekunde hat der Kolben eines Zweitaktmotors, wenn die Kurbelwelle 3500 Umdrehungen in der Minute ausführt und der Kolbenhub 60 mm beträgt?

27. Auf einer photographischen Aufnahme erscheint ein bei der Belichtungszeit von $^1/_{30}$ s aufgenommenes Motorrad um $^1/_5$ seiner Länge (2,10 m) verwischt. Welche Geschwindigkeit hatte das Motorrad?

28. Ein Behälter von 12 m³ Inhalt wird aus einem Zuflußrohr von 3 cm lichter Weite gespeist, aus dem das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 1,5 m/s strömt. Wieviel Minuten dauert das Füllen des Behälters?

3.2. Geradlinige, gleichmäßig beschleunigte Bewegung

3.2.1. Beschleunigung und Verzögerung

Sie haben vorhin einen D-Zug in voller Fahrt betrachtet und angenommen, daß seine Geschwindigkeit unterwegs immer die gleiche sei. Auch die übrigen Aufgaben betrafen nur Fälle, in denen die Geschwindigkeit konstant (gleichbleibend) war. Einmal aber muß der Zug vom Stillstand aus in Bewegung gekommen sein. Das sehen Sie am besten auf dem Bahnsteig, wenn der Lokführer den Abfahrauftrag erhält. Der Zug setzt sich langsam in Bewegung. Sie können bequem nebenhergehen. Seine Geschwindigkeit wird jedoch zusehends größer, sie nimmt von Sekunde zu Sekunde zu und erreicht bald ihre volle Höhe. Man nennt diesen Vorgang eine *beschleunigte Bewegung*.
Das Umgekehrte dieses Vorganges spielt sich bei der Einfahrt des Zuges in einen Bahnhof ab. Aus schneller Fahrt kommend, bleibt er nicht etwa mit einem Ruck plötzlich stehen, sondern er vermindert bremsend seine Geschwindigkeit allmählich bis zum Stillstand. Man nennt dies eine *verzögerte Bewegung*.
Beschleunigungen und Verzögerungen von Fahrzeugen können recht verschieden sein. Vergleichen Sie einen langen Güterzug mit einem Motorrad! Der Güterzug fährt langsam an. Seine Beschleunigung ist offenbar gering. Das Motorrad hingegen erreicht in kurzer Zeit seine Höchstgeschwindigkeit; seine Beschleunigung wird also groß sein. Wir wollen uns überlegen, welche physikalischen Größen die Beschleunigung beeinflussen. Die Beschleunigung ist um so größer, je mehr sich die Geschwindigkeit des Körpers ändert und je kürzer die Zeit ist, in der diese Geschwindigkeitsänderung erfolgt.

Wir stellen fest:

> Die Beschleunigung ist der Geschwindigkeitsänderung direkt proportional, der Zeit aber indirekt proportional.

Wir definieren daher:

> Die Beschleunigung ist der Quotient aus der Geschwindigkeitsänderung und der Zeit:
>
> $$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \qquad (3)$$

In dieser Gleichung ist v_2 die Geschwindigkeit am Ende und v_1 die Geschwindigkeit zu Beginn des Beschleunigungsvorganges.

Liegt eine Verzögerung vor, dann ist v_2 kleiner als v_1, und Sie erhalten für a einen negativen Wert. Daraus erkennen Sie, daß die Verzögerung nur eine negative Beschleunigung ist.
Besonders bemerkenswert ist die Einheit der Beschleunigung. Weil die Zeiteinheit (s) im Nenner der Rechnung zweimal als Faktor auftritt und bekanntlich $\mathrm{s} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{s}^2$ ist, gilt:

Die Einheit der Beschleunigung ist **Meter/Quadratsekunde.**

Diese Einheit ist die gebräuchlichste Einheit der Beschleunigung. Es sind auch andere Einheiten möglich, z. B. Zentimeter/Quadratsekunde.
Alle Einheiten der Beschleunigung sind Quotienten aus einer Längeneinheit und dem Quadrat einer Zeiteinheit. Man sagt daher:

Die Beschleunigung hat die *Dimension* **Länge/Zeit²**.

Oft ist bei einem Beschleunigungs- bzw. Bremsvorgang die Anfangs- bzw. Endgeschwindigkeit gleich Null, d. h., der Körper wird entweder aus dem Ruhestand heraus beschleunigt, oder er wird bis zum Stillstand abgebremst. In diesen Fällen kann man eine vereinfachte Form der Gleichung (3) verwenden; denn die Geschwindigkeitszunahme bzw. -abnahme entspricht der End- bzw. Anfangsgeschwindigkeit. Es ist dann

$$\boxed{a = v/t} \tag{4}$$

Bei dieser Gleichung müssen Sie sich immer im klaren sein, daß das v etwas anderes bedeutet als in der Gleichung für die gleichförmige Bewegung, wo v eine gleichbleibende Geschwindigkeit war.
Hier, in Gleichung (4), wird also für v entweder die Endgeschwindigkeit (Beschleunigung aus der Ruhelage) oder die Anfangsgeschwindigkeit (Verzögerung bis zum Stillstand) eingesetzt.

Hierzu ein Beispiel:

Ein Kraftwagen fährt mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s. Plötzlich taucht ein Hindernis auf. Der Fahrer tritt die Bremse und bringt das Fahrzeug innerhalb von 4 s zum Stehen. Wie groß ist die beim Bremsen aufgetretene Verzögerung?
Sie können die Gleichung (4) benutzen, weil die Endgeschwindigkeit v_2 gleich Null ist. Sie erhalten

$$a = \frac{20\ \mathrm{m}}{\mathrm{s} \cdot 4\ \mathrm{s}} = 5\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

Bei einer Rechnung mit Gleichung (3) hätten Sie $-5\ \mathrm{m/s^2}$ erhalten; denn es liegt ja eine Verzögerung vor. Sie merken, daß bei Verwendung der Gleichung (4) das Ergebnis immer positiv ist. Verwechslungen sind aber nicht möglich, denn schon aus den Aufgaben geht ja hervor, ob die Geschwindigkeit größer oder kleiner wird.
Welche Beschleunigungs- und Verzögerungswerte im allgemeinen praktisch vorkommen, möge Ihnen folgende Übersicht zeigen:

Tafel 3: **Einige Durchschnittsbeschleunigungen**

Art der Beschleunigung	$a \Big/ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Anfahren von Güterzügen	0,08
Anfahren von Personenzügen	0,12
Anfahren der Berliner S-Bahn	0,55
Bremsen von Güterzügen	0,15
Bremsen von Personenzügen	0,30
Bremsen von Kraftfahrzeugen (gesetzliche Vorschrift bei Höchstgeschwindigkeiten bis zu 100 km/h)	3,00

Was sagt Ihnen z. B. die Angabe: Berliner S-Bahn 0,55 m/s²? In jeder Sekunde nimmt die Geschwindigkeit um 0,55 m/s zu; denn nach (4) können Sie für dieses Beispiel auch schreiben

$$a = \frac{0{,}55\ \text{m/s}}{\text{s}}\,.$$

Sie sehen z. B., worauf es beim S-Bahn-Verkehr mit seinen vielen Haltestellen ankommt. Eine recht große Beschleunigung spart beim Anfahren Zeit, und das Fahrzeug hat auf der kurzen Fahrstrecke die Möglichkeit, seine Höchstgeschwindigkeit auszunutzen. Bei einem schwerbeladenen Güterzug mit langem Reiseweg spielt dagegen die Beschleunigung keine wesentliche Rolle; sie ist daher hier nur sehr gering. Große Verzögerungen bedeuten rasches Bremsen. Die für Kraftfahrzeuge angegebene Zahl stammt aus der Kraftfahrzeugzulassungsordnung und ist ein Mindestwert bis Baujahr 1957. Besser ist es, wenn noch schärfer gebremst werden kann, wenn also der Wert der Verzögerung noch größer als 3 m/s² ist.
Aus der Definition der Beschleunigung erhalten Sie durch Umstellen:

$$\text{Geschwindigkeitsänderung} = \text{Beschleunigung} \cdot \text{Zeit}.$$

Für den Sonderfall, daß die Anfangs- bzw. Endgeschwindigkeit Null ist, erhalten wir aus (4)

$$v = at\,.$$

Nach dieser Gleichung läßt sich die Endgeschwindigkeit v errechnen, die ein aus der Ruhe bewegter Körper bei bekannter Beschleunigung a nach Ablauf der Zeit t hat. Um dies näher zu erläutern, greifen Sie aus der vorstehenden Übersicht die für einen Güterzug angegebene durchschnittliche Beschleunigung heraus und fragen nach der Geschwindigkeit, die der Zug 2 Minuten nach dem Anfahren hat. Bevor Sie die Zahlenwerte einsetzen, wandeln Sie zweckmäßigerweise die in Minuten gegebene Zeit in Sekunden um. Sie erhalten also

$$v = \frac{0{,}08\ \text{m} \cdot 120\ \text{s}}{\text{s}^2} = 9{,}6\ \text{m/s}\,.$$

Beachten Sie, daß sich auch hier wieder Sekunde gegen Sekunde kürzen läßt. Nur dadurch erhalten Sie im Ergebnis die richtige Einheit Meter/Sekunde. Soll die Geschwindigkeit in Kilometern/Stunde angegeben werden, so wird wegen 1 m/s = = 3,6 km/h

$$v = 9{,}6 \cdot 3{,}6 \text{ km/h} = 34{,}6 \text{ km/h}.$$

Eine zweite Möglichkeit, die Grundgleichung $a = v/t$ umzuformen, ergibt ihre Auflösung nach der Zeit t:

$$t = v/a.$$

Die Zeit t, die Sie hierbei erhalten, ist jene, die bei gegebener Beschleunigung a notwendig ist, um die Endgeschwindigkeit v zu erreichen.
Aus 3.2.1. wissen Sie übrigens noch, daß eine Verzögerung rechnerisch genau wie eine Beschleunigung zu behandeln ist. In den folgenden Beispielen sind zwei derartige Fälle angeführt.

Lehrbeispiel 8

Ein Kraftwagen bremst aus voller Fahrt zum Stillstand ab und benötigt dazu 4,5 s. Es wird eine Verzögerung von 5,15 m/s² angenommen. Wie groß war seine Geschwindigkeit?

Lösung:

Gegeben: $t = 4{,}5$ s Gesucht: v

$a = 5{,}15 \text{ m/s}^2$

Nach (4) ist

$$v = at = \frac{5{,}15 \text{ m} \cdot 4{,}5 \text{ s}}{\text{s}^2} = 23{,}2 \text{ m/s}.$$

In Kilometer/Stunde umgerechnet: $v = 23{,}2 \text{ m/s} = 23{,}2 \cdot 3{,}6 \text{ km/h} = \underline{\underline{83{,}5 \text{ km/h}}}$

Lehrbeispiel 9

Ein Schnellzug hat eine Geschwindigkeit von 76 km/h. Wieviel Sekunden vor dem Anhalten muß mit dem Bremsen begonnen werden, wenn die Bremsverzögerung 0,4 m/s² beträgt?

Lösung:

Gegeben: $v = 76$ km/h Gesucht: t

$a = 0{,}4 \text{ m/s}^2$

Aus (4) folgt

$$t = v/a = \frac{76 \text{ km s}^2}{\text{h } 0{,}4 \text{ m}} = \frac{76 \text{ m s}^2}{3{,}6 \text{ s} \cdot 0{,}4 \text{ m}} = \underline{\underline{52{,}8 \text{ s}}}.$$

3.2.2. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm der beschleunigten Bewegung

Nachdem in 3.1.2. lediglich die gleichförmige Bewegung graphisch ausgewertet worden ist, soll dies nun auch für die beschleunigte Bewegung erfolgen. Wir verwenden hierzu ein Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm, d. h., es wird die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Wir wählen als einfaches Beispiel eine Beschleunigung von 0,6 m/s². Die Anfangsgeschwindigkeit sei gleich Null. Aus der Gleichung $v = a\,t$ erhalten wir am Ende der aufeinanderfolgenden Sekunden die nachstehenden Wertepaare:

verflossene Zeit t	erreichte Geschwindigkeit v
0	0
1 s	0,6 m/s
2 s	1,2 m/s
3 s	1,8 m/s
usw.	usw.

Senkrecht über jedem Zeitpunkt tragen Sie die zu ihm gehörige Geschwindigkeit ein (Bild 23). Alle Punkte lassen sich dann leicht miteinander verbinden, denn sie liegen alle auf einer schräg ansteigenden Geraden, die vom Nullpunkt ausgeht. Was darin zum Ausdruck kommt, wird Ihnen sofort klar sein: das gleichmäßige Anwachsen der Geschwindigkeit. Bei einer größeren oder kleineren Beschleunigung ergibt sich, wie Sie sich leicht überzeugen können, ebenfalls eine gerade Linie, nur im ersten Fall steiler und im zweiten weniger steil ansteigend. Sie stellen mithin fest:

Die Steigung im v,t-Diagramm ist ein Maß für die Beschleunigung.

In Bild 24 sind drei solcher Kurven eingetragen. Sie sollen aber gleich einen Schritt weitergehen und sehen, wie man sogar den Zahlenwert der Beschleunigung aus dem Diagramm ermitteln kann. Noch besser ist es, wenn Sie das zunächst selbständig probieren und erst dann die folgende Beschreibung durchlesen, aus der Sie ersehen können, ob Sie richtig gerechnet haben.

Kurve a: Von einem beliebigen Zeitpunkt – angenommen 5 s – gehen Sie senkrecht nach oben und schneiden die Kurve a im Punkt A. Gehen Sie jetzt waagerecht zur v-Achse hinüber, so stoßen Sie auf eine Geschwindigkeit von 1,2 m/s. Dies bedeutet: Nach 5 s betrug die Geschwindigkeit 1,2 m/s. Folglich beträgt die Beschleunigung nach Gleichung (4)

$$a = \frac{1{,}2\ \mathrm{m/s}}{5\ \mathrm{s}} = 0{,}24\ \mathrm{m/s^2}.$$

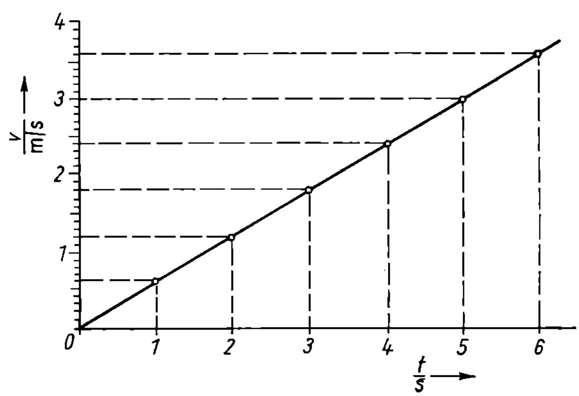


Bild 23. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung

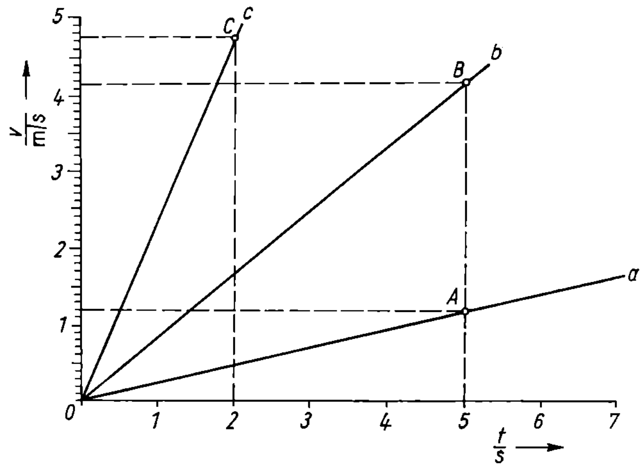


Bild 24. Darstellung von drei verschiedenen Beschleunigungen

Kurve b: Auch hier können Sie von 5 s ausgehen, stoßen senkrecht darüber auf den Punkt B der Kurve b, zu dem die Geschwindigkeit $v = 4{,}15$ m/s gehört. Sie erhalten

$$a = \frac{4{,}15\ \mathrm{m/s}}{5\ \mathrm{s}} = 0{,}83\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

Kurve c: Hier müssen Sie von 2 s ausgehen, um Punkt C zu erreichen, und finden $v = 4{,}75$ m/s. Daraus ergibt sich

$$a = \frac{4{,}75\ \mathrm{m/s}}{2\ \mathrm{s}} = 2{,}38\ \mathrm{m/s^2}\,.$$

Anhand des v,t-Diagramms können Sie sich auch den Ablauf komplizierter Bewegungsvorgänge klarmachen. Sehen Sie sich Bild 25 an. Es ist hier die Fahrt eines Straßenbahnwagens zwischen zwei Haltestellen in einem v,t-Diagramm dargestellt. Was kommt hier zum Ausdruck? Sie erkennen, daß die Geschwindigkeit von A bis B gleichmäßig anwächst, und zwar mit einer Beschleunigung, die Sie aus dem Diagramm in der bekannten Weise entnehmen können. Von B bis C aber krümmt sich die Kurve; ihre Steigung wird immer geringer. Das bedeutet nach der vorhin gewonnenen Erkenntnis, daß die Beschleunigung nachläßt und immer kleiner wird. Von

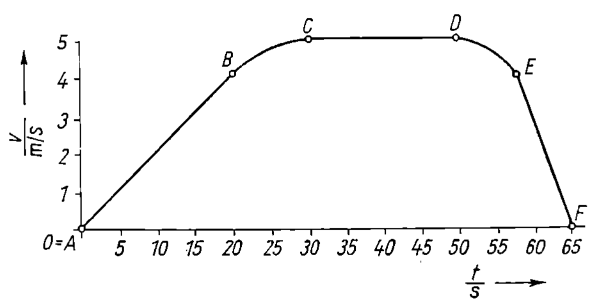


Bild 25
Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm der Bewegung einer Straßenbahn

C bis D fährt der Wagen mit gleichbleibender Geschwindigkeit, und von D bis F geht die Geschwindigkeit wieder auf Null zurück. Hier bremst nämlich der Fahrer, bis der Wagen zum Stillstand kommt.
Aus dem geraden Kurvenstück EF können Sie wieder die Bremsverzögerung entnehmen.
Interessant sind hier die Übergangsstellen BC und DE. Die Krümmungen bedeuten, daß an diesen Stellen die Beschleunigung ab- bzw. die Verzögerung zunimmt. In diesem Falle ist also die beschleunigte bzw. verzögerte Bewegung ungleichmäßig. Deshalb sind auch die Gleichungen (3) und (4) hierfür nicht anzuwenden.
Die in diesem Abschnitt behandelten Zusammenhänge sind für die kommenden Abschnitte, wie überhaupt für die ganze Mechanik, von grundlegender Bedeutung. Prägen Sie sich vor allem die Definitionen der Begriffe Beschleunigung und Verzögerung ein!

3.2.3. Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Nachdem wir den mathematischen Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung untersucht haben, interessiert uns die Frage, welcher Weg bei dieser Bewegung zurückgelegt wird.
Stellen Sie sich einen anfahrenden Personenzug vor. Nehmen Sie die Beschleunigung mit $a = 0{,}12\ \mathrm{m/s^2}$ an, so benötigt der Zug die Zeit $t = 100$ s, um eine Geschwindigkeit von $v = 12$ m/s ($= 43{,}2$ km/h) zu erreichen. Der Weg, der in dieser Zeit zurückgelegt wird, soll berechnet werden.
Zunächst ist klar, daß dieser Weg kleiner sein wird als der Weg, den der Zug in 100 s zurückgelegt hätte, wenn er bereits zu Beginn seine volle Geschwindigkeit gehabt hätte. (Für diesen Fall der gleichförmigen Bewegung erhielte man den zurückgelegten Weg nach der Gleichung $s = v\,t$; $s = 12\ \mathrm{m/s} \cdot 100\ \mathrm{s} = 1200$ m.) In unserem Beispiel ist die Geschwindigkeit zu Beginn der Bewegung $v_1 = 0$, sie wächst gleichmäßig an und erreicht schließlich nach $t = 100$ s den Höchstwert $v_2 = 12$ m/s. Wir können also mit einer mittleren Geschwindigkeit $v_m = 6$ m/s rechnen.

Allgemein gilt:

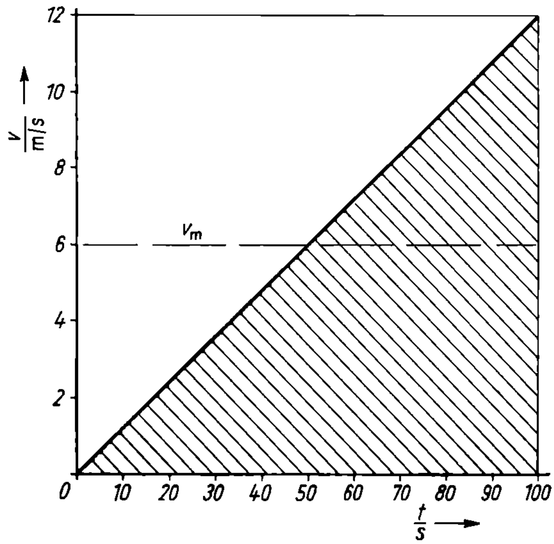
$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Aus der Mathematik ist Ihnen bekannt, daß man diesen Mittelwert als das arithmetische Mittel bezeichnet.
Für den Fall, daß die Bewegung aus dem Stillstand heraus erfolgt, ist $v_1 = 0$ und die Endgeschwindigkeit kann statt mit v_2 einfach mit v bezeichnet werden. Dann gilt

$$v_m = \frac{1}{2} v\,.$$

Es ist die mittlere Geschwindigkeit gleich der Hälfte der Endgeschwindigkeit. Der Zug legt demzufolge auch nur die Hälfte des Weges zurück, den er bei gleichförmiger Bewegung (bei „fliegendem Start“) zurückgelegt hätte. Es gilt demnach für die

Bild 26. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung



gleichmäßig beschleunigte Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit ($v_1 = 0$)

$$s = \frac{1}{2} vt. \tag{5}$$

Unser Personenzug legt daher während des Anfahrens eine Strecke von 600 m zurück. (Rechnen Sie das nach!)
Die Gleichung (5) wollen wir auch noch aus dem v,t-Diagramm herleiten. Betrachten Sie hierzu Bild 26! Aus 3.1.2. wissen Sie:

Im v,t-Diagramm entspricht die aus den Maßzahlen von Geschwindigkeit und Zeit gebildete Fläche dem in der Zeit t zurückgelegten Weg.

Bei der gleichförmigen Bewegung war diese Fläche ein Rechteck. Bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung jedoch ist die Fläche ein Dreieck (in Bild 26 schraffiert). Die Grundlinie dieses Dreiecks ist t, seine Höhe v, sein Flächeninhalt, der dem Weg entspricht, daher

$$s = \frac{1}{2} vt.$$

Dieses Ergebnis stimmt mit Gleichung (5) überein.
In vielen Fällen sind zur Berechnung des Weges nur die Beschleunigung a und die Zeit t bekannt. Dann hat man zu beachten, daß nach (4)

$$v = at$$

ist. Setzt man diese Bezeichnung für v in (5) ein, so erhält man

$$s = \frac{1}{2} att.$$

Faßt man $t \cdot t$ noch zu t^2 zusammen, so folgt

$$s = \frac{1}{2} at^2. \tag{6}$$

Wir wollen auch diese Gleichung auf das vorige Beispiel des anfahrenden Personenzugs anwenden. Mit $a = 0{,}12\ \mathrm{m/s^2}$ und $t = 100$ s erhalten wir

$$s = \frac{0{,}12\ \mathrm{m} \cdot 10000\ \mathrm{s^2}}{2\ \mathrm{s^2}} = 600\ \mathrm{m}$$

Zum Schluß soll noch eine Beziehung zwischen Weg s, Geschwindigkeit v und Beschleunigung a hergeleitet werden. Hierzu lösen wir Gleichung (4) nach t auf:

$$t = v/a$$

und setzen diesen Wert in (5) ein:

$$s = \frac{1}{2}\, v \,\frac{v}{a} \quad \text{oder}$$

$$s = v^2/2a\,.$$

Dieser Ausdruck, nach v aufgelöst, ergibt

$$v = \sqrt{2as}\,. \tag{7}$$

Lehrbeispiel 10

Beim Anfahren erhält eine elektrische Industrielokomotive von der Art, wie sie im Braunkohlentagebau eingesetzt sind (Bild 27), die Beschleunigung 0,1 m/s².

a) Nach wieviel Sekunden hat sie ihre volle Geschwindigkeit von 30 km/h erreicht?

b) Welche Strecke hat sie dann zurückgelegt?

Lösung:

Gegeben: $a = 0{,}1\ \text{m/s}^2$ Gesucht: a) t

$v = 30\ \text{km/h}$ b) s

a) Für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus der Ruhe heraus gilt (4)

$$t = v/a = \frac{30\ \text{km s}^2}{\text{h} \cdot 0{,}1\ \text{m}} = \frac{30\ \text{m s}^2}{3{,}6\ \text{s} \cdot 0{,}1\ \text{m}} = \underline{\underline{83{,}3\ \text{s}}}\,.$$

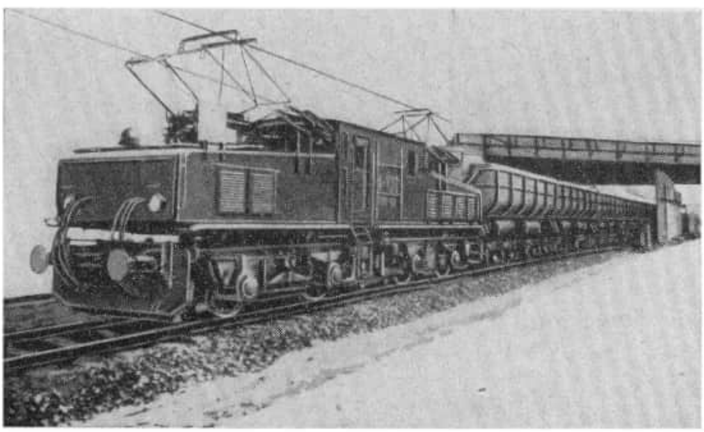


Bild 27. Die elektrische Industrielokomotive zieht einen beladenen Kohlenzug mit einer Beschleunigung von 0,1 m/s²

b) Zur Berechnung des Weges könnte nun der in a) gewonnene Wert für t herangezogen werden. Ungenauigkeiten oder gar Fehler dieses Wertes werden dann aber in die weitere Rechnung übernommen. Deshalb ist es zweckmäßiger, auf die gegebenen Werte zurückzugreifen, dabei ist (7) anzuwenden.

$$v^2 = 2as$$

$$s = v^2/2a$$

$$s = \frac{900 \text{ km}^2 \text{ s}^2}{2 \text{ h}^2 \cdot 0{,}1 \text{ m}} = \frac{900 \text{ m}^2 \text{ s}^2}{3{,}6^2 \text{ s}^2 \cdot 0{,}1 \text{ m} \cdot 2} = \underline{\underline{348 \text{ m}}}$$

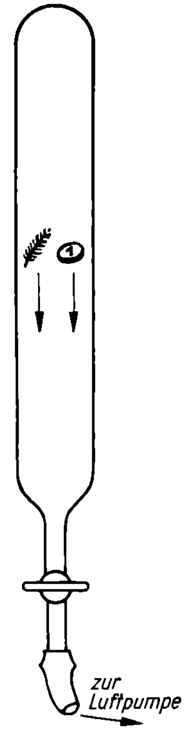


Bild 28. Fallröhre

3.2.4. Freier Fall

Wohl die natürlichste einfache Bewegung ist der Fall. Jeder sich selbst überlassene Körper fällt sogleich zu Boden, wenn man ihn losläßt oder seiner Stütze beraubt.
Lassen Sie einen schweren Stein und ein Blatt Papier aus gleicher Höhe zu Boden fallen, so stürzt der Stein schnell, und das Papier flattert langsam nach unten. Fallen also leichte Körper langsamer als schwere?
Ballen Sie jetzt das Papier zu einer festen Kugel zusammen und wiederholen Sie den Versuch. Beide Gegenstände schlagen diesmal gleichzeitig auf dem Boden auf. Weshalb das Papier im ersten Falle hinter dem Stein zurückblieb, ist offenkundig. Der Luftwiderstand hemmte die Bewegung. Sie merken es noch viel deutlicher, wenn Sie ein Blatt Papier weit fortwerfen wollen. Es geht einfach nicht, weil die Luft der beabsichtigten Bewegung Widerstand leistet. Sie müßten also die Luft bei den Fallversuchen erst einmal beseitigen. Dann erst kann von einem wirklich freien Fall gesprochen werden. Für diesen Zweck verwendet man eine *Fallröhre*, ein langes Glasrohr, aus dem die Luft ausgepumpt werden kann (Bild 28).
Innen befinden sich ein Pfennigstück und eine Flaumfeder. Wenn man die Luft entfernt hat und die Röhre rasch umwendet, stürzt die Feder mit derselben Geschwindigkeit nach unten wie das Metallstück. Das beweist:

| Im luftleeren Raum fallen alle Körper gleich schnell.

Wie steht es nun mit der Fallgeschwindigkeit selbst? Leider geht die Fallbewegung so rasch vor sich, daß man ohne Hilfsmittel nicht viel erkennen kann; aber etwas sehr Wichtiges wissen Sie aus Ihrer täglichen Erfahrung. Eine Porzellantasse, aus 1 cm Höhe fallengelassen, zerbricht bestimmt nicht, ebensowenig wie Sie sich beim Sprung von einer Fußbank ein Bein brechen werden. Gefährlich wird der Sprung erst aus größerer Höhe, und von vernichtender Wirkung ist der Sturz von einem Turm. Und weshalb? Allein die Endgeschwindigkeit ist ausschlaggebend. Es ist also festzustellen:

Je größer die Fallhöhe, desto größer die Fallgeschwindigkeit.

Nach einer sehr kurzen Fallstrecke ist die Geschwindigkeit nur sehr klein; mit wachsender Höhe wird sie immer größer. Es ergibt sich daher der zwingende Schluß:

Der freie Fall stellt eine beschleunigte Bewegung dar.

Mit der Feststellung, daß die Fallbewegung eine beschleunigte Bewegung ist, haben Sie auch schon den Schlüssel in der Hand, dem freien Fall rechnerisch beizukommen. Sie brauchen nur noch eines zu wissen: Welchen Wert hat die beim freien Fall auftretende *Beschleunigung*?

GALILEI hat sie um das Jahr 1590 zum ersten Male gemessen. Er wies nach, daß es sich um eine *konstante* Beschleunigung handelt. Es ist die

Fallbeschleunigung $g = 9{,}80665\ \mathrm{m/s^2} \approx 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

Diesen wichtigen Wert müssen Sie sich fest einprägen.

Wie Sie sehen, wird er auch nicht mit dem sonst für Beschleunigungen üblichen Buchstaben a, sondern seiner großen Bedeutung wegen mit dem besonderen Buchstaben g bezeichnet. Je nach der geographischen Lage weicht der jeweilige örtliche Wert ein wenig von $9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ ab. Am Äquator beträgt die Fallbeschleunigung nur $9{,}78\ \mathrm{m/s^2}$, an den Polen dagegen $9{,}83\ \mathrm{m/s^2}$. Mit Hilfe der Fallbeschleunigung können Sie jetzt leicht ausrechnen, wie die Fallgeschwindigkeit zunimmt. Sie verwenden hierzu einfach die Ihnen bereits geläufige Gleichung (4) $v = a\,t$, die hier geschrieben wird

$$v = gt.$$

Danach nimmt die Endgeschwindigkeit folgende Werte an:

verflossene Zeit t	Endgeschwindigkeit v
0	0
1 s	9,81 m/s
2 s	19,62 m/s
3 s	29,43 m/s
usw.	usw.

Das können Sie kurz zusammenfassen in dem Satz:

Die Fallgeschwindigkeit ist der Fallzeit proportional.

Sie sehen daraus, wie schnell die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers anwächst. Das liegt an dem großen Wert, den die Fallbeschleunigung g hat.

Für den freien Fall gelten die Gleichungen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung, jedoch tritt an die Stelle der Beschleunigung a die Fallbeschleunigung g und an die Stelle des Weges s die Fallhöhe h. Dann erhalten Sie anstelle der Gleichungen (4) bis (7) folgende Gleichungen:

$$v = gt\,, \tag{4a}$$

$$h = \frac{1}{2}\,vt\,, \tag{5a}$$

$$h = \frac{1}{2}\,gt^2\,, \tag{6a}$$

$$v = \sqrt{2gh}\,. \tag{7a}$$

Lehrbeispiel 11

Eine Eisenkugel fällt 3 s lang, ehe sie am Boden auftrifft. Aus welcher Höhe fällt sie herab, und welche Endgeschwindigkeit erreicht sie dabei?

Lösung:

Gegeben: $t = 3$ s Gesucht: h, v

Wir verwenden (6a):

$$h = \frac{1}{2}\,gt^2 = \frac{9{,}81\ \mathrm{m}\cdot 9\ \mathrm{s}^2}{2\ \mathrm{s}^2} = \underline{\underline{44{,}15\ \mathrm{m}}}$$

Die Berechnung der Endgeschwindigkeit erfolgt nach (4a):

$$v = gt = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 3\ \mathrm{s} = \underline{\underline{29{,}4\ \mathrm{m/s}}}$$

Lehrbeispiel 12

Mit welcher Geschwindigkeit kommt ein aus 17 m Höhe fallender Gegenstand unten an?

Lösung:

Gegeben: $h = 17$ m Gesucht: v

Nach (7a) ist

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 17\ \mathrm{m}} = \sqrt{334\ \mathrm{m^2/s^2}} = \underline{\underline{18{,}3\ \mathrm{m/s}}}\,.$$

Lehrbeispiel 13

Ein Kraftwagen fährt mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h gegen eine Wand. Die Wucht des Anstoßes ist mit der vergleichbar, die auftreten würde, wenn der Wagen aus einer gewissen Höhe herunterstürzt. Welche wäre die zugehörige Fallhöhe?

Lösung:

Gegeben: $v = 40$ km/h Gesucht: h

Wir stellen (7a) nach h um:

$$v^2 = 2gh$$

$$h = v^2/2g = \frac{40^2\ \mathrm{km^2\,s^2}}{2\ \mathrm{h^2}\cdot 9{,}81\ \mathrm{m}} = \frac{40^2\ \mathrm{m^2\,s^2}}{2\cdot 3{,}6^2\ \mathrm{s^2}\cdot 9{,}81\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{6{,}3\ \mathrm{m}}}$$

Zusammenfassung

Als Beschleunigung bezeichnet man das Verhältnis der Geschwindigkeitsänderung zur benötigten Zeit, $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$. Im v,t-Diagramm gibt die Steigung der Kurve die Größe der Beschleunigung an. Eine mit zunehmender Zeit fallende Kurve veranschaulicht eine Verzögerung. Aus dem Diagramm kann man auch die Zahlenwerte von Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit ersehen. Der Weg wird im v,t-Diagramm durch die Fläche dargestellt, die von den beiden Achsen, der Geschwindigkeitskurve und der Parallelen zur Ordinatenachse durch den Endwert für t begrenzt wird.

Zwischen den 4 Veränderlichen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung (Weg s, Zeit t, Geschwindigkeit v und Beschleunigung a) bestehen 4 Gleichungen, von denen jede 3 Veränderliche enthält:

$$s, t, v: \qquad s = \frac{1}{2} vt,$$

$$s, t, a: \qquad s = \frac{1}{2} at^2,$$

$$s, v, a: \qquad v = \sqrt{2as},$$

$$t, v, a: \qquad v = at.$$

Diese Gleichungen gelten nur, wenn die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers gleich Null ist.

Unter dem freien Fall versteht man den Fall im luftleeren Raum. Alle Körper fallen hier gleich schnell. Die Fallbewegung ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Die Fallbeschleunigung hat den Wert $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

Übungen

29. Welche Beschleunigung hat ein Fahrzeug, das innerhalb von 12 s nach dem Anfahren eine Geschwindigkeit von

    a) 25 km/h, b) 40 km/h, c) 65 km/h, erreicht?

30. Wie groß ist die Bremsverzögerung, wenn ein Fahrzeug innerhalb von 6 s aus den genannten Geschwindigkeiten zum Stillstand abgebremst wird?

31. Mit einem Motorrad vom Typ MZ ES 250 ist innerhalb von 4,5 s nach dem Start eine Geschwindigkeit von 60 km/h zu erreichen. Wie groß ist die mittlere Beschleunigung des Motorrades?

32. Welche Geschwindigkeit hat ein Personenzug 1,2 min nach dem Anfahren

    a) in Metern/Sekunde, b) in Kilometern/Stunde?

    (Verwenden Sie, wenn hier keine anderen Angaben gemacht sind, die Übersicht Tafel 3)

33. Eine Kugel rollt einen Abhang hinunter und kommt nach 8,5 s mit einer Geschwindigkeit von 9,8 m/s unten an. Welche Beschleunigung errechnen Sie hieraus?

34. Die wievielfache Zeit braucht beim Anfahren ein Personenzug im Vergleich zur S-Bahn, um eine bestimmte Geschwindigkeit zu erreichen?

35. Welche Bremszeit ist erforderlich, wenn ein Fahrzeug aus einer Geschwindigkeit von 60 km/h nach Zurücklegen einer Bremsstrecke von 25 m anhalten soll?

36. Welche Geschwindigkeit erreicht ein Gegenstand beim freien Fall aus einer Höhe von a) 1 cm b) 2000 m? (Der Luftwiderstand wird nicht berücksichtigt.)

37. Mit welcher Fallhöhe wird beim freien Fall die Endgeschwindigkeit a) 1 m/s, b) 100 km/h erreicht?

38. Ein Zug fährt mit einer durchschnittlichen Beschleunigung von 0,2 m/s^2 an.
a) Wie lange braucht er, bis er 1000 m zurückgelegt hat?
b) Welche Geschwindigkeit (in Kilometern/Stunde) hat er nach 1000 m erreicht?

39. Galilei soll Fallversuche am schiefen Turm von Pisa durchgeführt haben, dessen Höhe 54,5 m beträgt. Welche Fallzeit und Endgeschwindigkeit errechnen Sie für diese Höhe?

40. Die Aufschlaggeschwindigkeit eines Fallhammers von 80 cm Hub soll verdoppelt werden. Welcher Hub ist erforderlich?

41. Ein Güterzug braucht für die ersten 1000 m 200 s Anfahrzeit. Wie groß sind seine Beschleunigung und die erreichte Geschwindigkeit?

42. Aus einem undichten Wasserhahn tropft Wasser, alle 0,2 s ein Tropfen. Welchen Abstand haben zwei aufeinanderfolgende Tropfen 0,5 s nach dem Abfallen des ersten Tropfens?

3.3. Zusammensetzung einfacher Bewegungen

3.3.1. Zusammensetzung paralleler Bewegungen

Es kann vorkommen, daß ein Körper zwei, drei oder noch mehr Bewegungen zu gleicher Zeit ausführt. Klingt das nicht zunächst ein wenig unglaubhaft? Denn wie soll sich ein Gegenstand zugleich nach rechts und nach links bewegen oder sowohl nach oben als nach unten? Geht das überhaupt?
Vielleicht sitzen Sie zufällig in der Straßenbahn oder im Vorortzug, da Sie diese Behauptung das erste Mal lesen. Gerade hier haben Sie die beste Gelegenheit, sie selbst einmal zu überprüfen. Während nämlich der Wagen vorwärts seinem Ziel entgegenfährt, können Sie ruhig von Ihrem Platz aufstehen und nach vorn oder hinten gehen. Sie können sich auch quer zur Fahrtrichtung auf die andere Seite des Wagens begeben, genauso, als ob der Wagen stillstände. Sie stellen mithin tatsächlich fest, daß sich die gleichzeitig stattfindenden Teilbewegungen eines Körpers gegenseitig nicht im geringsten stören. (Sie müssen dabei von den Schüttelbewegungen des Wagens absehen.) So einfach diese Feststellung an sich ist, so wichtig ist sie für die gesamte Mechanik. Man spricht hier vom *Prinzip der ungestörten Superposition der Teilbewegungen* (Superposition = Überlagerung).

Wie sich diese Überlagerung zweier Einzelbewegungen auswirkt, sollen Sie unserem Beispiel entnehmen. Gehen Sie z. B. kurz vor der nächsten Haltestelle nach vorn, um dort auszusteigen, so kommen Sie Ihrem Reiseziel entgegen. Sie kommen ein wenig früher dort an, als wenn Sie hinten ausstiegen und sich erst nachher nach vorn begäben. Ihre Gesamtgeschwindigkeit hat sich ein wenig erhöht; für den gleichen Weg haben Sie weniger Zeit gebraucht. Ihr Körper besaß also zwei Teilgeschwindigkeiten – sie sollen kurz v_1 und v_2 genannt werden –, und diese haben sich offenbar addiert, so daß die

$$\textit{Gesamtgeschwindigkeit}\ v = v_1 + v_2$$

ist.

Sie können auch sagen:

> Bei gleicher Bewegungsrichtung ist die Gesamtgeschwindigkeit gleich der Summe der Teilgeschwindigkeiten.

Daß bei entgegengesetzter Richtung der beiden Teilbewegungen die Differenz zu bilden ist, können Sie sich leicht vorstellen. Dabei kann es vorkommen, daß sich für die Gesamtgeschwindigkeit Null oder sogar ein negativer Wert ergibt. Dies zeigt folgendes Beispiel: In einem Fluß schwimmt ein Mann stromaufwärts. Er ist ein guter Schwimmer und strengt sich mächtig an. Dennoch – vom Ufer betrachtet – bleibt er am selben Fleck. Die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers ist genau so groß wie die des Schwimmers. Wegen der gegenläufigen Richtung heben sich beide Geschwindigkeiten auf. In diesem Beispiel ist demnach

$$v_1 - v_2 = 0\,.$$

Wenn die Strömungsgeschwindigkeit noch größer ist, bewegt sich der Mann, vom Ufer aus gesehen, entgegengesetzt zur Schwimmrichtung; dies drückt sich mathematisch in einer negativen Gesamtgeschwindigkeit aus.

3.3.2. Zusammensetzung von quer zueinander laufenden Bewegungen

An dieser Stelle sollen noch zwei oft vorkommende Fachausdrücke erwähnt werden. Man bezeichnet die

Teilbewegungen als die *Komponenten* der Bewegung und die
Gesamtbewegung als die *resultierende Bewegung.*

Das Beispiel des Schwimmers zeigt, daß sich gleich große, entgegengesetzt gerichtete Bewegungen aufheben, d. h., die beiden Komponenten ergeben die Resultierende Null. Wie sieht nun die Sache aus, wenn die beiden Bewegungskomponenten einen rechten Winkel miteinander bilden? Ein einfaches Beispiel möge Ihnen erläutern, wie das gemeint ist: Ein Schiff bewege sich geradeaus. Gleichzeitig geht ein Fahrgast von Steuerbord quer über das Deck nach Backbord. Da das Schiff vollkommen ruhig fährt, kann er diese Bewegung ungestört ausführen, so als ob das Schiff stillstünde. Überlegen Sie, was sich bei der Überlagerung dieser beiden Bewegungen ergibt!
Bild 29 möge Ihnen dabei helfen. Hier beobachten Sie den ganzen Vorgang aus der Vogelperspektive von einem festen Standpunkt aus. Sie sehen, daß der Mann sich

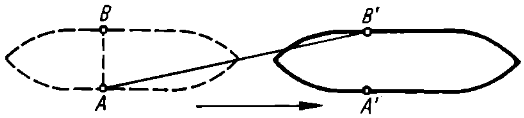


Bild 29. Zusammensetzung zweier rechtwinklig zueinander gerichteter Wegstrecken

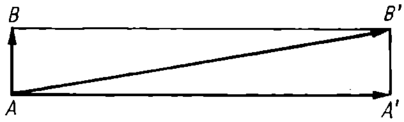


Bild 30. Rechteck der Bewegungen

von Punkt A aus zwar nach Punkt B in Bewegung setzt, jedoch infolge der Eigenbewegung des Schiffes nach Punkt B' gerät. Die Linie AB' ist sein wirklicher Weg, und dieser verläuft schräg nach vorn.
Nunmehr wird die Zeichnung vervollständigt (Bild 30).
Sie sehen jetzt, daß der Weg durch die Diagonale in dem Rechteck $AA'B'B$ dargestellt wird. Damit haben Sie den Lehrsatz gefunden:

Bei zwei rechtwinklig zueinander verlaufenden Bewegungen ist die Resultierende des Weges gleich der Diagonalen des aus den beiden Wegkomponenten gebildeten Rechtecks.

Nicht immer verlaufen die Teilbewegungen rechtwinklig zueinander. Nehmen Sie z. B. an, der Mann geht schräg über das Deck. Wie Bild 31 angibt, geht er auf dem Schiff von Punkt A nach C. Da sich auch das Schiff bewegt, erreicht er den Punkt C'. Die Gesamtfigur stellt jetzt kein Rechteck, sondern ein Parallelogramm dar. Im übrigen ändert sich nichts weiter. Sie können als Ergebnis den Lehrsatz formulieren:

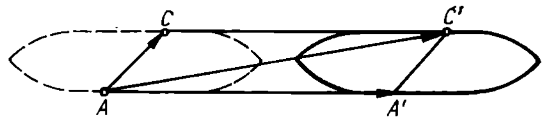


Bild 31. Parallelogramm der Bewegungen

Die Resultierende des Weges zweier beliebig zueinander verlaufender Bewegungen ist gleich der Diagonalen des aus den beiden Wegkomponenten gebildeten Parallelogramms.

Da das Rechteck einen Sonderfall des Parallelogramms bildet, ist der für rechtwinklige Wege abgeleitete Lehrsatz in diesem Lehrsatz enthalten.
Dieser Lehrsatz gilt nicht nur für die Wege, sondern auch für andere einen Bewegungsvorgang charakterisierende Größen, nämlich für die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen. Verallgemeinert bezeichnet man ihn als das

*Gesetz vom **Parallelogramm** der Bewegungen*:

Die Resultierende zweier beliebig zueinander verlaufenden Bewegungen ist gleich der Diagonalen des aus den beiden Bewegungskomponenten gebildeten Parallelogramms.

Dieses Gesetz ist sehr wichtig für die rechnerische bzw. zeichnerische Behandlung von Bewegungsvorgängen. In den Bildern 30 und 31 ist das graphische Verfahren bereits angewandt worden. Wie Sie aus ihnen entnehmen, sind dort die Teilwege $\overline{AB}$ und

4*

$\overline{AA'}$ bzw. $\overline{AC}$ und $\overline{AA'}$ durch Pfeile dargestellt. Mit einem derartigen Pfeil lassen sich gleichzeitig zwei Angaben verbinden.

> Erstens wird durch die Pfeilrichtung die Richtung des Weges (der Geschwindigkeit, der Beschleunigung) festgelegt, zweitens bringt die Länge des Pfeiles den Betrag der betreffenden Größe zum Ausdruck.

Physikalische Größen, die – wie der Weg – erst durch Betrag und Richtung eindeutig bestimmt sind, nennt man *gerichtete* oder *vektorielle Größen.*

Merken Sie sich:

> Vektorielle Größen sind solche physikalischen Größen, die durch *Betrag* und *Richtung* eindeutig bestimmt sind. Auf sie ist der Parallelogrammsatz anwendbar.

In den folgenden Kapiteln werden Sie noch mehrere Größen dieser Art kennenlernen. Neben diesen vektoriellen Größen bestehen noch die *skalaren Größen.* Zu ihrer Kennzeichnung ist keine Richtungsangabe erforderlich. Zu ihnen gehören u. a. die Zeit, die Temperatur und die Masse, also alle die Größen, zu deren Bestimmung nur die Angabe ihres Betrages erforderlich ist.
Wir wenden uns nun wieder dem Parallelogrammsatz zu und wollen durch eine genaue maßstäbliche Zeichnung nicht nur die Richtung, sondern auch den Betrag der resultierenden Geschwindigkeit ermitteln. Sie müssen dabei berücksichtigen, daß die Genauigkeit zeichnerischer Lösungen begrenzt ist; sie reicht aber in vielen Fällen für praktische Aufgaben aus. Es ist am besten, wenn Sie die folgenden Lehrbeispiele mit Bleistift und Papier mitskizzieren.

Lehrbeispiel 14

Ein Schiff fährt mit einer Geschwindigkeit von 6 m/s geradeaus, während der Fahrgast mit einer Geschwindigkeit von 2 m/s quer über das Deck geht. Welche Geschwindigkeit hat der Mann tatsächlich, und welchen Winkel bildet seine Bewegungsrichtung mit der des Schiffes? (Als Maßstab für die Geschwindigkeit soll 1 cm $\triangleq$ 1 m/s verwendet werden.)

Lösung:

Sie zeichnen ein Rechteck, dessen beide Seiten nach dem Geschwindigkeitsmaßstab 6 bzw. 2 cm lang sein müssen, legen die Diagonalen hinein und messen diese (Bild 32). Sie erhalten 6,3 cm. Laut Geschwindigkeitsmaßstab entspricht diese Strecke einer Geschwindigkeit von 6,3 m/s. Mit dem Winkelmesser finden Sie den Winkel $\alpha \approx$ 18,5°.

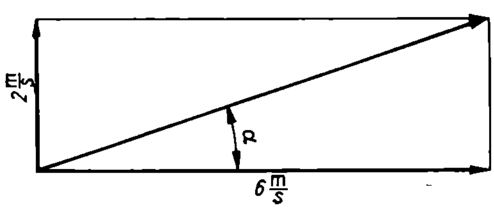


Bild 32. Rechteck der Bewegungen (Lehrbeispiel 14)

Lehrbeispiel 15

Ein Schwimmer hält seine Richtung genau auf das gegenüberliegende Ufer, wird aber durch die Strömung unter einem Winkel von 30° flußabwärts getrieben. Das Wasser strömt mit einer Geschwindigkeit von 5 m/s. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Schwimmers bezogen auf das Ufer?

Lösung:

Sie sehen sich hier vor die Aufgabe gestellt, das Parallelogramm der Geschwindigkeiten zu konstruieren. In diesem Falle ist es wieder ein Rechteck, da der Schwimmer rechtwinklig zum anderen Ufer strebt. Diesmal ist aber nur eine Seite angegeben und der Winkel, den die Diagonale mit ihr bildet. Als geeigneten Maßstab wählen Sie 1 cm ≙ 1 m/s.
Sie zeichnen also eine Strecke von 5 cm Länge, tragen einen Winkel von 30° an und ergänzen die Figur zu einem Rechteck (Bild 33). Die zweite Seite ergibt sich beim Abmessen zu etwa 2,9 cm und die Diagonale zu etwa 5,8 cm. Letztere ergibt im gewählten Maßstab eine Geschwindigkeit von 5,8 m/s. Wie schon angedeutet, kann man die Größe der Resultierenden auch berechnen, und zwar mit Hilfe trigonometrischer Funktionen. Auf ihre Anwendung wollen wir aber im Rahmen des Vorbereitungskurses nicht weiter eingehen. Ohne Trigonometrie läßt sich nur der Sonderfall berechnen, daß die Komponenten senkrecht aufeinander stehen, also einen rechten Winkel miteinander bilden.

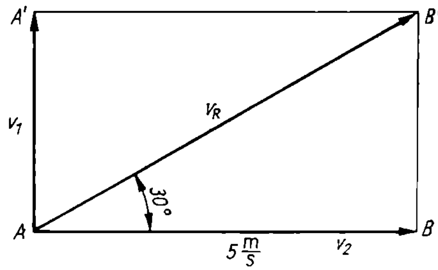


Bild 33. Rechteck der Bewegungen (Lehrbeispiel 15)

Mit der graphischen Lösungsmethode erhalten Sie in diesem Fall als Gesamtfigur ein Rechteck (Bild 33). Wie Sie in dieser Figur sehen, ist die Resultierende v_R zugleich die Hypotenuse AB' der beiden kongruenten Dreiecke ABB' und $AA'B'$, während die beiden Geschwindigkeiten v_1 und v_2 die Katheten AA' und AB sind. Von der Mathematik her wissen Sie, daß man die Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck mit dem pythagoreischen Lehrsatz berechnen kann.

Damit haben Sie die rechnerische Lösung gefunden:

$$v_R^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad \text{oder}$$

$$v_R = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}.$$

Sind 2 Komponenten rechtwinklig zueinander gerichtet, so kann ihre Resultierende mit dem Lehrsatz des PYTHAGORAS bestimmt werden.

Zusammenfassung

Zusammengesetzte Bewegungen verlaufen stets so, als fänden sie einzeln nacheinander statt. Bei parallelen Bewegungen ist die Resultierende gleich der Summe bzw. Differenz der Komponenten. Sind die Komponenten rechtwinklig oder schräg zueinander gerichtet, so ist die Resultierende gleich der Diagonalen des aus den Komponenten gebildeten Parallelogramms. Der Parallelogrammsatz ist nur auf vektorielle Größen anwendbar. Darunter versteht man solche physikalische Größen, die erst durch Betrag und Richtung eindeutig bestimmt sind. In der Bewegungslehre sind dies Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung. Größen, die sich allein durch ihren Betrag kennzeichnen lassen, heißen skalare Größen.

Übungen

(Die Aufgaben sind anhand von maßstäblichen Skizzen zu lösen.)

43. Ein Personendampfer fährt mit der Geschwindigkeit 5,5 m/s bei Mannheim den Rhein aufwärts, wo die Strömung eine Geschwindigkeit von 5,4 km/h hat.
    a) Mit welcher Geschwindigkeit kommt das Schiff vorwärts?
    b) Welche Geschwindigkeit würde stromabwärts erreicht?
44. Ein Flugzeug fliegt einem starken Sturm entgegen. Es erreicht dabei eine Reisegeschwindigkeit von 165 km/h. Welche Geschwindigkeit hat die Maschine bei Windstille, wenn durch den Sturm die Geschwindigkeit um 21 m/s herabgesetzt worden ist?
45. Ein Segelflugzeug erhält durch Aufwind eine senkrecht gerichtete Steiggeschwindigkeit. Es fliegt deshalb gegenüber der Horizontalen unter einem Anstieg von 10°.
    Mit welcher Geschwindigkeit wird es durch den Aufwind senkrecht nach oben gehoben, wenn seine Fluggeschwindigkeit gegenüber dem Erdboden 40 km/h beträgt?
46. Ein Körper führt zwei Bewegungen aus, die einen Winkel von 45° miteinander einschließen. Bestimmen Sie Größe und Richtung der Resultierenden für $v_1 = 5$ m/s und $v_2 = 8$ m/s.
47. Ein Schwimmer strebt im rechten Winkel auf das 80 m entfernte andere Ufer eines Flusses zu, wird aber um 45° abgetrieben. Er erreicht in 3 min das andere Ufer. Wie stark ist die Strömung des Flusses?

3.4. Gleichförmige Drehbewegung (Rotation)

3.4.1. Drehzahl und Umlaufzeit

In der Technik sind Drehbewegungen besonders wichtig. Denken Sie z. B. an das Schwungrad einer Dampfmaschine oder eines Dieselmotors, an Zahnräder oder an den Propeller eines Flugzeuges!
Manche Körper drehen sich langsam, manche schnell. Mit solch allgemein gehaltenen Ausdrücken ist dem Techniker jedoch nicht gedient.
Deshalb führt man eine neue physikalische Größe ein, die **Drehzahl** n. Um die Drehzahl (etwa eines Plattenspielers) zu bestimmen, zählt man eine beliebige Anzahl (z) von Umdrehungen ab, vielleicht 50 oder 100. Mit einer Stoppuhr stellt man die Zeit t fest, die für die z Umdrehungen benötigt wird. Man definiert nun als Drehzahl den

Quotienten aus einer beliebigen Anzahl von Umdrehungen und der dazu gehörigen Zeit:

$$n = z/t \tag{8}$$

Nehmen wir an, Sie messen bei dem Plattenspieler für 100 Umdrehungen 133,5 s. Es ist also $z = 100$ und $t = 133{,}5$ s. Die Drehzahl ergibt sich dann nach (8):

$$n = \frac{100}{133{,}5\ \text{s}} = 0{,}75\ \text{s}^{-1} \quad \text{oder}$$

$$n = \frac{100 \cdot 60}{133{,}5\ \text{min}} = 45\ \text{min}^{-1}$$

In diesem Beispiel sehen Sie die gebräuchlichsten Einheiten der Drehzahl (s^{-1} und min^{-1}). Manchmal sehen Sie die Schreibweise U/min. Da U keine Einheit ist, wird die Anzahl der Umdrehungen als reine Zahl gemessen, und als Einheit der Drehzahl ergibt sich s^{-1} oder min^{-1}.
Ein weiteres Maß für die Schnelligkeit einer Drehbewegung ist die Umlaufzeit T. Man versteht darunter die Zeit, die für einen Umlauf benötigt wird. Es ist daher die Umlaufzeit T der Quotient aus der oben eingeführten Zeit t und der Anzahl der beobachteten Umdrehungen z

$$T = t/z.$$

Für den oben betrachteten Plattenspieler ergibt sich daher die Umlaufzeit:

$$T = \frac{133{,}5\ \text{s}}{100} = 1{,}335\ \text{s}$$

Wenn Sie die beiden Beziehungen für die Drehzahl n und die Umlaufzeit T vergleichen, so fällt Ihnen auf, daß die eine Größe der Kehrwert der anderen ist, daß also gilt:

$$n = \frac{1}{T} \tag{9}$$

Je größer also die Umlaufzeit T ist, um so kleiner ist die Drehzahl n (und umgekehrt). In der Überschrift zu diesem Abschnitt lesen Sie übrigens „gleichförmige" Drehbewegung. Was damit gemeint ist, werden Sie sich auch ohne weitschweifige Erläuterungen denken können. Damit ist zum Ausdruck gebracht, daß die Drehzahl bei dem zu untersuchenden Vorgang immer gleich (konstant) bleibt.
Welche Drehzahlen im einzelnen praktisch vorkommen, entnehmen Sie der

Tafel 4: **Einige Drehzahlen**

rotierende Körper	n/min^{-1}
Plattenspieler	33 oder 45
Räder eines Fahrrades (bei $v = 15$ km/h)	110
Schiffsschraube eines Dampfers	130
Motor einer Straßenbahn in voller Fahrt	600
Dampfturbine	3000
Motor des PKW „Wartburg"	4200
Erdkugel	0,0007

Wie man zu der letztgenannten Angabe kommt, zeigt Ihnen folgende Rechnung. Die Erde dreht sich bekanntlich in 24 h einmal um ihre Achse. Damit ist

$$n = z/t = \frac{1}{24\ \mathrm{h}} = \frac{1}{24 \cdot 60\ \mathrm{min}} = 0{,}0007\ \mathrm{min}^{-1}.$$

Um die Drehzahl irgendeines rotierenden Maschinenteils bequem messen zu können, gibt es sogenannte *Drehzahlmesser* oder *Tourenzähler* (Bild 34). Den nach außen geführten Antriebszapfen des Zählwerks drückt man gegen die Welle, und zwar so, daß er im Drehzentrum der Welle anliegt.
Der Zapfen macht dann die Umdrehungen mit, und ein Zeiger gibt die Drehzahl an.

3.4.2. Bahngeschwindigkeit

Die Drehzahl ist zwar ein Maß für die Schnelligkeit, mit der sich ein Körper dreht, stellt aber keine Geschwindigkeitsangabe in dem Sinne dar, wie Sie es bisher gewöhnt waren. Nach dem bisher Gelernten können Sie von einer Geschwindigkeit nur dann reden, wenn Sie nachweisen können, daß ein bestimmer Punkt des betreffenden Körpers einen bestimmten *Weg* in einer bestimmten *Zeit* zurückgelegt hat. Erst der Quotient aus Weg und Zeit liefert die tatsächliche Geschwindigkeit eines Punktes.
Betrachten Sie hierzu eine beliebige rotierende Scheibe vom Durchmesser d.
Am einfachsten ist es zunächst, wenn Sie Ihr Augenmerk auf einen bestimmten Punkt ihres Umfangs richten. Dieser durchläuft dann während einer Umdrehung einen kreisförmigen Weg von der Länge πd; denn Sie wissen ja, daß man den Kreisumfang nach der Gleichung $U = \pi d$ berechnet. Die Zeit, in der dieser Weg zurückgelegt wird, ist die Umlaufzeit T. Die Geschwindigkeit ist der Quotient aus Weg und Zeit, daher

$$v = \pi d / T. \tag{10a}$$

Führt man nach (9) anstelle von T die Drehzahl n ein, so erhält man:

$$v = \pi d n \tag{10}$$

Gibt man die Drehzahl auf die Minute bezogen und den Umfang in Metern an, so ergibt sich für v die Einheit Meter/Minute. Sie ist in der Technik recht gebräuchlich (z. B. Schnittgeschwindigkeit beim Drehen usw.). Wollen Sie jedoch die Geschwindigkeit in Metern/Sekunde oder Kilometern je Stunde angeben, so müssen Sie entsprechend umrechnen.

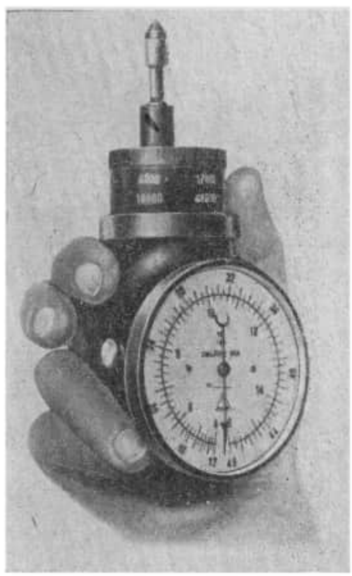


Bild 34. Drehzahlmesser (Tachometer)

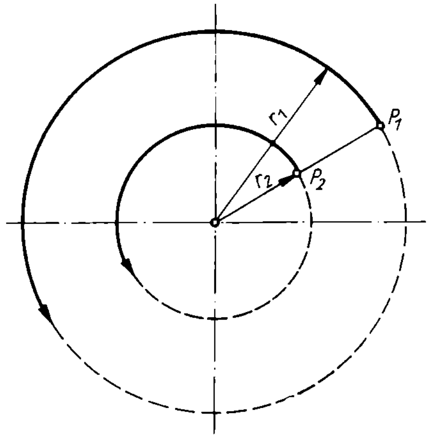


Bild 35. Die Kreisbahn des Punktes P_2 ist kleiner als die des Punktes P_1

Die eben errechnete Geschwindigkeit, mit der sich ein Punkt des rotierenden Körpers auf seiner Kreisbahn bewegt, heißt *Bahngeschwindigkeit*. Dabei muß es sich nicht um einen Punkt des Umfangs handeln, sondern der betrachtete Punkt kann auch weiter innen, d. h. näher an der Achse, liegen (Bild 35). P_2 liegt der Achse näher als P_1. Sie erkennen, daß für ihn der Bahnradius r_2 kleiner ist. Daher muß auch seine Kreisbahn kleiner sein, und Sie sehen ohne weiteres ein, daß bei ein und derselben Drehzahl auch seine Bahngeschwindigkeit v_2 kleiner sein muß als bei einem auf dem äußeren Umfang liegenden Punkt P_1.

Das ist wichtig: bei ein und derselben Drehzahl können ganz verschiedene Bahngeschwindigkeiten herauskommen, je nachdem, ob der betrachtete Punkt näher oder weiter von der Drehachse entfernt liegt. Die Bahngeschwindigkeit eines Punktes auf dem äußeren Kreisumfang wird auch als *Umfangsgeschwindigkeit* bezeichnet.

Je kleiner der Abstand eines Punktes von der Drehachse ist, um so kleiner ist seine Bahngeschwindigkeit.

Halten Sie fest:

Die Bahngeschwindigkeit ist gleich dem Produkt aus Drehzahl und Kreisumfang (Kreisbahn).

Bevor weitergegangen wird, sollen Sie erst die folgenden Lehrbeispiele rechnen.

Lehrbeispiel 16

Welche Umfangsgeschwindigkeit hat die Schwungscheibe eines Motorrades, die sich mit einer Drehzahl von 2400 min^{-1} dreht und einen Durchmesser von 18 cm hat?

Lösung:

Gegeben: $n = 2400\ \text{min}^{-1}$ Gesucht: v

$d = 0{,}18\ \text{m}$

Aus (10) folgt

$$v = \pi d n = \frac{\pi \cdot 0{,}18\ \text{m} \cdot 2400}{\text{min}} = \frac{\pi \cdot 0{,}18\ \text{m} \cdot 2400}{60\ \text{s}} = 7{,}2\ \pi\ \text{m/s} = \underline{\underline{22{,}6\ \text{m/s}}}\,.$$

Lehrbeispiel 17

Diese Schwungscheibe sitzt auf einer Welle von 2 cm Durchmesser. Welche Umfangsgeschwindigkeit hat die Welle bei der gleichen Drehzahl?

Lösung:

Gegeben: $n = 2400\ \mathrm{min}^{-1}$ Gesucht: v

$d = 0{,}02\ \mathrm{m}$

Nach (10) ist

$$v = \pi d n = \frac{\pi \cdot 0{,}02\ \mathrm{m} \cdot 2400}{60\ \mathrm{s}} = 0{,}8\ \pi\mathrm{m/s} = \underline{\underline{2{,}51\ \mathrm{m/s}}}\,.$$

Sie erkennen, daß die Umfangsgeschwindigkeit der Welle nur $^1/_9$ von der der Schwungscheibe beträgt, da sich die Durchmesser ebenfalls 1 : 9 verhalten.

Lehrbeispiel 18

Mit welcher Drehzahl rotieren die Räder eines mit der Geschwindigkeit von 60 km/h fahrenden Motorrades? Der Raddurchmesser beträgt 55 cm.

Lösung:

Bei diesem Beispiel müssen Sie sich vorstellen, daß während des Fahrens der Radumfang auf dem Boden abrollt (Bild 36). Eine einmalige Umdrehung des Rades ergibt eine Fahrspur, deren Länge genau dem Radumfang entsprechen muß. Daraus geht hervor, daß die geradlinig gerichtete Fahrgeschwindigkeit des Motorrades gleich der Umfangsgeschwindigkeit seiner Räder sein muß.

Gegeben: $v = 60\ \mathrm{km/h} = 1\ \mathrm{km/min}$ Gesucht: n

$d = 0{,}55\ \mathrm{m}$

Nach (10) ist

$$n = v/\pi d = \frac{1\ \mathrm{km}}{\mathrm{min}\ \pi \cdot 0{,}55\,\mathrm{m}} = \frac{1000}{0{,}55\ \pi\ \mathrm{min}} = \underline{\underline{579\ \mathrm{min}^{-1}}}\,.$$

3.4.3. Winkelgeschwindigkeit

Am Ende des vorigen Abschnittes hatten wir festgestellt, daß jeder Punkt eines rotierenden Körpers (etwa eines Schwungrades) eine andere Bahngeschwindigkeit hat, vorausgesetzt, daß die Punkte nicht auf einer gemeinsamen Kreisbahn umlaufen. Betrachten Sie hierzu Bild 37. In der gleichen Zeit, in der sich der Punkt P_1 nach P_1' bewegt, gelangt P_2 nach P_2'. P_2 legt in der gleichen Zeit einen größeren Weg zurück als P_1; seine Bahngeschwindigkeit ist daher größer. Beide Punkte überstreichen aber in dieser Zeit den gleichen Winkel φ.
An dieser Stelle erhebt sich die Frage, wie in der Physik zweckmäßigerweise ein Winkel festgelegt werden soll. Wir definieren:

Der Winkel ist der Quotient aus dem Kreisbogen s und dem **Radius** $\boldsymbol{r}$:

$$\varphi = s/r \tag{11}$$

Bild 36. Spur eines rollenden Rades während einer Viertelumdrehung

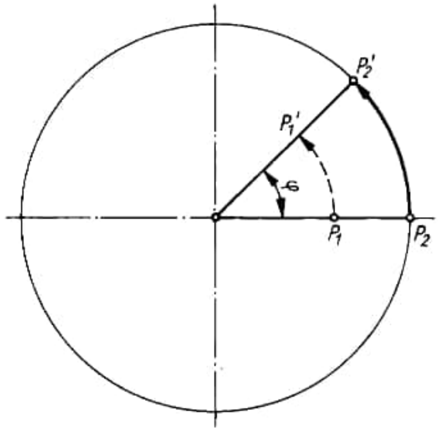


Bild 37. Beide Punkte (P_1 und P_2) legen in derselben Zeit denselben Winkel φ zurück; sie haben gleiche Winkelgeschwindigkeit

Damit ist der Winkel als Verhältnis zweier Längen festgelegt und wird als *reine Zahl* gemessen (Bild 38).
Für den Vollwinkel (im Gradmaß 360°) ist demnach der Kreisbogen s durch den Kreisumfang zu ersetzen: $s = 2\,\pi r$. Somit wird der Vollwinkel

$$\varphi = 2\pi r/r = 2\pi.$$

Für den gestreckten Winkel (180°) ergibt sich dann

$$\varphi = \pi r/r = \pi.$$

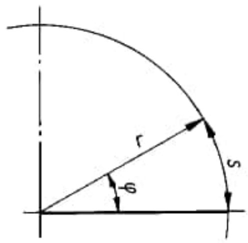


Bild 38. Definition des Winkels: $\varphi = s/r$

Diese Art der Winkelmessung wird als *Bogenmaß* bezeichnet. Die folgende Tafel 5 gibt Ihnen den Zusammenhang zwischen Bogenmaß und Gradmaß für einige häufig vorkommende Fälle.

Tafel 5: **Gradmaß - Bogenmaß**

Gradmaß	360°	270°	180°	90°	60°	45°	30°	1°
Bogenmaß	2π	$3\pi/2$	π	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/180$

Das folgende Lehrbeispiel zeigt Ihnen, wie die Umrechnung bei beliebigen Winkeln erfolgt.

Lehrbeispiel 19

a) Rechnen Sie 17° in das Bogenmaß um,

b) rechnen Sie den Winkel 2 in das Gradmaß um.

Lösung:

a) Aus der Tabelle ist zu entnehmen: $1° = \pi/180$; daher

$$17\pi/180 = \underline{\underline{0{,}29671}}.$$

b) Es kann von der Beziehung $\pi = 180°$ ausgegangen werden. Division durch π und Multiplikation mit 2 liefert

$$2 = \frac{2 \cdot 180°}{\pi} = \underline{\underline{114{,}59°}}.$$

Bemerkung: Das Bogenmaß kann auch durch das angehängte Kennzeichen rad (Kurzzeichen für *Radiant*) kenntlich gemacht werden:

a) $17° = 0{,}2967$ rad

b) 2 rad $= 114{,}6°$

Nach diesen Erläuterungen wollen wir zur Drehbewegung zurückkehren. Wir hatten festgestellt, daß alle Punkte eines rotierenden starren Körpers in der gleichen Zeit den gleichen Winkel überstreichen (Bild 37). Für alle Punkte ist daher der Quotient aus dem Winkel und der Zeit gleich.
Dieser Quotient führt die Bezeichnung **Winkelgeschwindigkeit** mit dem Symbol ω (sprich: omega):

$$\omega = \varphi/t \tag{12}$$

Betrachtet man eine volle Umdrehung, so ist der Drehwinkel $\varphi = 2\pi$, und die Zeit ist gleich der Umlaufzeit T. Dann ist

$$\omega = 2\pi/T.$$

Führt man anstelle der Umlaufzeit T nach (9) die Drehzahl n ein, so erhält man die wichtige Beziehung:

$$\omega = 2\pi n \tag{13}$$

Abschließend soll noch der Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit und der früher behandelten Bahngeschwindigkeit untersucht werden. Führt man in (10) anstelle des Durchmessers den Radius ein, so erhält man für die Bahngeschwindigkeit:

$$v = 2\pi r n$$

Ersetzt man in dieser Gleichung $2\pi n$ nach (13) durch die Winkelgeschwindigkeit ω, so ergibt sich

$$v = \omega r. \tag{14}$$

Bahngeschwindigkeit = Winkelgeschwindigkeit mal Bahnradius

Lehrbeispiel 20

Mit welcher Winkelgeschwindigkeit rotiert der Läufer eines Elektromotors, dessen Drehzahl 3000 min^{-1} beträgt?

Lösung:

Gegeben: $n = 3000\ \mathrm{min}^{-1}$ Gesucht: ω

Nach (13) ist

$$\omega = 2\,\pi n = \frac{2\,\pi \cdot 3000}{\mathrm{min}} = \frac{2\,\pi \cdot 3000}{60\ \mathrm{s}} = 100\ \pi/\mathrm{s} = \underline{\underline{314\ \mathrm{s}^{-1}}}.$$

Lehrbeispiel 21

Es sollen aus der in Lehrbeispiel 20 errechneten Winkelgeschwindigkeit die Bahngeschwindigkeiten folgender Punkte abgeleitet werden:

a) ein Punkt auf der Drehachse selbst,

b) ein Punkt auf der Welle (Durchmesser 12 mm),

c) ein Punkt auf dem Umfang des Läufers (Durchmesser 65 mm).

Lösung:

Gegeben: $\omega = 314\ \mathrm{s}^{-1}$, $r_1 = 0$, $r_2 = 6\ \mathrm{mm}$, $r_3 = 32{,}5\ \mathrm{mm}$

Gesucht: a) v_1, b) v_2, c) v_3

Es wird (14) zugrunde gelegt: $v = \omega\, r$

a) $v_1 = 0$. Ein Punkt der Drehachse hat keine Bahngeschwindigkeit.

b) $v_2 = \dfrac{314 \cdot 0{,}006\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \underline{\underline{1{,}88\ \mathrm{m/s}}}$

c) $v_3 = \dfrac{314 \cdot 0{,}0325\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \underline{\underline{10{,}2\ \mathrm{m/s}}}$

Lehrbeispiel 22

Ein Rennwagen fährt mit 120 km/h durch die halbkreisförmige Kurve einer Rennbahn. Der Radius betrage 60 m. Mit welcher Winkelgeschwindigkeit durchfährt der Kraftwagen seine Kreisbahn?

Gegeben: $v = 120\ \mathrm{km/h}$, $r = 60\ \mathrm{m}$ Gesucht: ω

Es ist (14) nach ω umzustellen:

$$\omega = v/r = \frac{120\ \mathrm{km}}{\mathrm{h} \cdot 60\ \mathrm{m}} = \frac{120\ \mathrm{m}}{3{,}6\ \mathrm{s} \cdot 60\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{0{,}556\ \mathrm{s}^{-1}}}$$

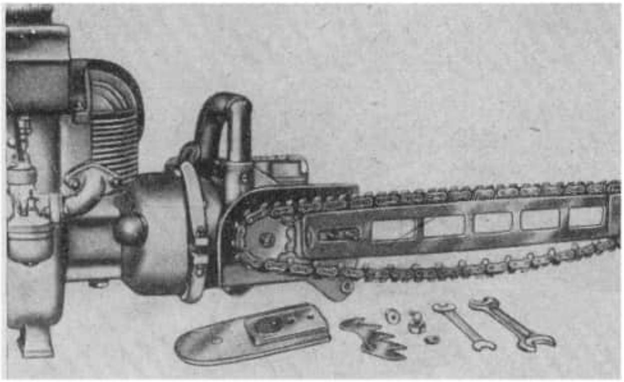


Bild 39. Motorkettensäge

Zusammenfassung

Die Schnelligkeit des Ablaufes einer Drehbewegung kann auf dreierlei Weise ausgedrückt werden: erstens durch Angabe der Drehzahl n, zweitens durch die Bahngeschwindigkeit v, die Geschwindigkeit, mit der ein Punkt seine Kreisbahn durchläuft; drittens durch die Winkelgeschwindigkeit ω, die man am einfachsten erhält, wenn man v durch r dividiert oder die Drehzahl mit 2π multipliziert.

Übungen

48. Mit welcher Schnittgeschwindigkeit (in Metern/Minute) bewegt sich die Sägekette der Motorsäge in Bild 39? Das antreibende Kettenrad dreht sich mit 1770 min^{-1}, und sein Durchmesser beträgt 9 cm.

49. Das Transportband eines Gurtförderers (Bild 40) soll die Geschwindigkeit 1,68 m/s haben. Die Antriebstrommel dreht sich mit 65 min^{-1}. Wie groß muß der Trommeldurchmesser sein, damit die angegebene Bandgeschwindigkeit zustande kommt?

50. Ein Schleifstein mit dem Durchmesser 0,9 m hat eine Umfangsgeschwindigkeit von 7 m/s. Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit des Schleifsteins?

51. Welchen Durchmesser hat eine Kupplung mit der Umfangsgeschwindigkeit 10 m/s und der Winkelgeschwindigkeit 24 s^{-1}?

52. Eine Riemenscheibe mit dem Radius 40 cm rotiert mit einer Drehzahl von 300 min^{-1}.

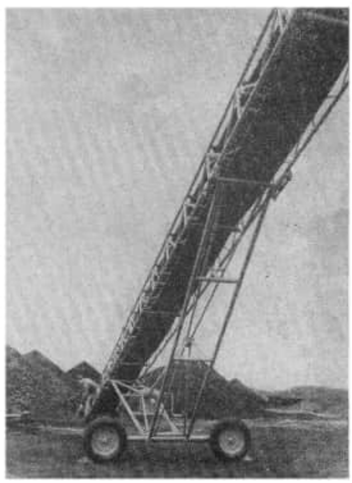


Bild 40. Gurtförderer

Bestimmen Sie

a) ihre Umfangsgeschwindigkeit,

b) ihre Winkelgeschwindigkeit.

53. Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit einer Dampfturbinenwelle an, wenn diese 100 Umdrehungen in der Sekunde macht.

54. Ein Rad soll sich mit der Winkelgeschwindigkeit 100 s^{-1} drehen.

a) Wie groß ist die Drehzahl des Rades?

b) In welchem Abstand von der Drehachse des Rades ist ein Mitnehmerbolzen anzubringen, wenn dieser die Geschwindigkeit 0,9 m/s haben soll?

55. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Punkt des Äquators infolge der Erdrotation (Erdradius 6378 km)?

4. Dynamik[1]

Während wir uns in Abschnitt 3. nur mit dem zeitlichen Ablauf der Bewegung befaßten, stellen wir jetzt, in der *Dynamik*, die Frage nach den *Ursachen* dieser Bewegungen. Sie werden als Ursache von Bewegungsänderungen die *Kräfte* kennenlernen.

4.1. Masse und Kraft

4.1.1. Trägheitsgesetz

Alle Körper haben eine gemeinsame Eigenschaft von grundlegender physikalischer Bedeutung, die Sie selbst schon oft beobachtet haben:

Sie stehen in einem Zug oder einem Autobus. Beim plötzlichen Bremsen werden Sie nach vorn geschleudert. Ihr Körper hat das Bestreben, seinen Bewegungszustand beizubehalten, er ist gegenüber einer Veränderung des Bewegungszustandes *träge*. Aus diesem Grunde ist es auch sehr gefährlich, von einem fahrenden Fahrzeug (Straßenbahn) abzuspringen.

Ein weiteres Beispiel:

Sie fahren mit dem Fahrrad. Wenn Sie aufhören zu treten, bleibt das Rad nicht etwa sofort stehen, sondern es bewegt sich mit nahezu gleicher Geschwindigkeit weiter.

Wir kommen zu dem Ergebnis:

Jeder Körper ist träge.

Dieses Grundprinzip wurde erstmalig von GALILEI (1564 bis 1642) erkannt und von NEWTON[2] (1643 bis 1727) präzisiert.

[1] *dynamis* (griech.) Kraft

[2] sprich etwa njutn (kurzes u)

Das Trägheitsgesetz lautet:

> *Jeder Körper behält seinen Bewegungszustand bei, solange keine Kräfte auf ihn einwirken.*

Man kann auch sagen:

Ursache jeder Bewegungsänderung ist eine Kraft.

Wir kommen nochmals auf das letzte Beispiel mit dem Radfahrer zurück. Die Tatsache, daß die Geschwindigkeit **doch** kleiner wird, wenn man aufhört zu treten, ist kein Argument gegen das Trägheitsgesetz, sondern ein weiterer Beweis dafür. Wegen der Reibung zwischen Straße und Reifen, der Reibung in den Lagern und des Luftwiderstandes ist die Bewegung durchaus **nicht** kräftefrei. Alle genannten Kräfte wirken der Bewegung entgegen und ändern nach dem Trägheitsgesetz den Bewegungszustand des Körpers. Es findet eine verzögerte Bewegung statt.
Die Trägheit eines Körpers wird quantitativ in der *Masse* erfaßt. Die Aussage „Jeder Körper ist träge" ist daher gleichbedeutend mit „Jeder Körper besitzt Masse". Wir kommen hierauf später noch zurück.

4.1.2. Grundgesetz der Dynamik

Wir wollen nun den mathematischen Zusammenhang zwischen den Größen herstellen, die im Trägheitsgesetz auftreten: Masse, Kraft und Beschleunigung.
Soll ein Güterzug in Bewegung gesetzt werden, so ist die Beschleunigung von der Kraft abhängig, die die Lokomotive aufbringen kann. Der Zug kann schneller in Bewegung gesetzt werden, d. h., die Beschleunigung ist größer, wenn zwei Lokomotiven ziehen, wenn also eine größere Kraft aufgewendet wird. Genaue Untersuchungen zeigen, daß eine Verdoppelung der Kraft eine Verdoppelung der Beschleunigung zur Folge hat. *Die Beschleunigung ist also bei gleichbleibender Masse der Kraft proportional:*

$$a \sim F$$

Sie wissen weiter, daß es nicht nur von der Lokomotive abhängt, wie schnell ein Zug anfahren kann, sondern ebenso von der Anzahl der Wagen wie auch davon, ob die Wagen beladen sind oder nicht. Ein Schwerlastzug z. B. fährt mit geringer Beschleunigung an, da er eine sehr große Masse hat. Je größer die Masse des zu beschleunigenden Zuges ist, um so kleiner ist die Beschleunigung. Genaue Untersuchungen zeigen, daß bei halber Masse die Beschleunigung doppelt so groß ist. *Die Beschleunigung ist also bei gleichbleibender Kraft der Masse indirekt proportional:*

$$a \sim 1/m$$

Faßt man beide Aussagen zusammen, so erhält man

$$a \sim F/m.$$

Da die Beschleunigung von keinen anderen Größen als von der Kraft und Masse abhängt, kann

$$a = C\frac{F}{m} \tag{15a}$$

geschrieben werden. Hierin ist C ein Proportionalitätsfaktor. Man hat nun die Einheiten der Größen a, F und m so festgelegt (siehe 4.1.4.), daß der Proportionalitätsfaktor gleich 1 ist, so daß sich (15a) vereinfacht zu

$$a = F/m$$

oder

$$\boxed{F = ma} \tag{15}$$

Kraft = Masse mal Beschleunigung

Das ist das **Grundgesetz der Dynamik,** das von ISAAC NEWTON (1643 bis 1727) im Jahre 1686 entdeckt wurde. Dieses Gesetz ist das wichtigste Gesetz der gesamten klassischen Physik. Es ist die mathematische Formulierung des Trägheitsgesetzes. Aus (15a) erkennen Sie nämlich, daß aus

$$F = 0 \text{ folgt } \quad a = 0.$$

Das bedeutet in Worten:

Ohne Kraft keine Beschleunigung.

Befindet sich also ein Körper in Ruhe, so bleibt er in Ruhe; befindet er sich in Bewegung, so führt er wegen $a = 0$ eine gleichförmige Bewegung aus. Soll der Körper beschleunigt werden, so ist dazu eine Kraft erforderlich, die proportional der Masse und proportional der Beschleunigung ist.

Ein weiteres Beispiel soll Ihnen das Grundgesetz der Dynamik erläutern: Zwei gleich starke Motoren sind in zwei Kraftfahrzeugen verschiedener Masse eingebaut. Der leichtere Wagen erreicht seine Höchstgeschwindigkeit eher; seine Beschleunigung ist größer. Beim Bremsen ist er im gleichen Vorteil. Bei gleicher Bremskraft hat der Wagen mit kleinerer Masse den kürzeren Bremsweg. Sie erkennen daraus, wie vorteilhaft die Leichtbauweise für alle Verkehrsmittel ist. Auch die Deutsche Reichsbahn wendet bei Neukonstruktionen die Leichtbauweise an.

4.1.3. Gewicht

In 4.1.1. lernten Sie das Trägheitsgesetz kennen. Aus ihm geht hervor, daß Bewegungsänderungen eines Körpers nur durch die Einwirkung von Kräften auf diesen Körper möglich sind. Wir wollen uns nun näher mit den Kräften beschäftigen.

Seit ISAAC NEWTON weiß man, daß alle Körper – ganz gleich, woraus sie bestehen – sich gegenseitig anziehen, daß also eine Kraft zwischen ihnen wirksam ist. Man nennt sie die *Massenanziehungskraft*. Denken Sie bitte nicht an elektrische oder magnetische Anziehungskräfte. Diese haben ganz andere Ursachen.

Zwei gewöhnliche Steine, nebeneinandergehalten, zwei Äpfel, ein Stück Holz und ein Stück Eisen ziehen sich gegenseitig an. Sie werden es wohl zunächst kaum glauben, denn noch nie haben Sie etwas davon bemerken können. In der Tat: Bei Gegenständen von gewöhnlicher Größe ist die Massenanziehung äußerst gering. Erst mit eigens dafür konstruierten, sehr empfindlichen Waagen läßt sich die Massenanziehung in diesen Fällen nachweisen.
Anders wird die Sache aber, wenn die beiden Körper sehr groß sind (oder wenigstens einer von ihnen), denn nach NEWTON ist die Anziehungskraft dem Produkt der beiden Massen proportional. So übt z. B. der Erdball mit seiner gigantischen Masse von sechs Trilliarden Tonnen ($6 \cdot 10^{24}$ kg) eine spürbare Wirkung auf kleinere Gegenstände aus. Auch der Mond und künstliche Satelliten werden von der Erde angezogen; ebenso die Erde selbst und die übrigen Planeten von der noch gewaltigeren Anziehungskraft der Sonne.
Die Massenanziehung nennt man mit einem Fremdwort auch *Gravitation.* Sie ist also die Ursache dafür, daß jeder Körper im Bereich der Erde zum Erdmittelpunkt hinstrebt. Sie verspüren, daß dies mit einer bestimmten Kraft geschieht. Man nennt diese Kraft, mit der irgendein Körper zum Erdmittelpunkt hingezogen wird, sein *Gewicht.*

Merken Sie sich:

> Das Gewicht eines Körpers ist die Kraft, mit der er von der Erde angezogen wird.
> Die Ursache des Gewichtes eines Körpers und damit zugleich des Fallens ist die allgemeine Massenanziehung (Gravitation).

Sie ersehen daraus, daß das Gewicht dem Körper selbst nicht innewohnt. Es ist vielmehr die Kraft, die zwischen zwei Körpern wirkt.
Da das Gewicht eine Kraft ist, muß das dynamische Grundgesetz auch für das Gewicht angewandt werden können. Aus der Kinematik (3.2.4.2.) wissen Sie, daß ein frei fallender Körper auf der Erde in unseren Breiten die konstante Beschleunigung $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$ erfährt. Setzt man in das dynamische Grundgesetz (15) anstelle der Kraft F das Gewicht G und anstelle der Beschleunigung a die Fallbeschleunigung g, so erhält man

$$\boxed{G = mg} \tag{16}$$

Gewicht = Masse mal Fallbeschleunigung

Das Gewicht hängt also von zwei Größen ab: erstens von der Masse des Körpers (eine Verdoppelung der Masse hat auch eine Verdoppelung des Gewichts zur Folge), zum anderen aber auch vom Ort, an dem man es bestimmt. Wie Ihnen in 3.2.4. mitgeteilt wurde, schwankt die Fallbeschleunigung auf der Erde zwischen $9{,}78\ \mathrm{m/s^2}$ und $9{,}83\ \mathrm{m/s^2}$. Das ist eine Folge der Erdabplattung und der Rotation der Erde um ihre eigene Achse. Daher ist das Gewicht eines Körpers am Äquator um 0,3 % geringer als in Mitteleuropa, und an den Polen ist es 0,2 % größer.
Auch nimmt mit zunehmender Entfernung von der Erdoberfläche die Erdanziehung ab; das Gewicht eines Körpers wird kleiner. Das Gewicht eines Körpers ist darüber

hinaus auf jedem Himmelskörper verschieden. Der Mond hat eine geringere Masse als die Erde. Daher beträgt die Fallbeschleunigung auf dem Mond nur 1,62 m/s² und das Gewicht eines Gegenstandes auf dem Mond nur etwa $^1/_6$ des Gewichts auf der Erde. Sie erkennen daraus, daß das Gewicht eines Körpers veränderlich ist, während seine Masse konstant bleibt.

Die Relativitätstheorie weist allerdings nach, daß diese letztere Aussage nur für Körper gilt, deren Geschwindigkeit klein gegen die Lichtgeschwindigkeit (300000 km/s) ist. Hat die Geschwindigkeit eines Körpers die Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit, so wird seine Masse merklich größer.

4.1.4. Grundlagen des Internationalen Einheitensystems

Ehe Sie mit dem dynamischen Grundgesetz arbeiten können, muß noch die Frage der Einheiten geklärt werden. Maßgebend ist in der Deutschen Demokratischen Republik die Verordnung über die physikalisch-technischen Einheiten vom 31. 5. 1967. Auf Grund dieser Verordnung gibt das Deutsche Amt für Meßwesen und Warenprüfung eine *Tafel der gesetzlichen Einheiten* heraus.
Das Einheitensystem geht in der Mechanik von den drei Grundeinheiten Meter, Sekunde und Kilogramm aus. Diese Einheiten wurden in 2.3. definiert.
Von diesen drei Grundeinheiten werden nun die Einheiten für alle Größen, die in der Mechanik vorkommen, abgeleitet. Eine Anzahl solcher abgeleiteter Einheiten ist Ihnen bereits bekannt,

z. B. Meter/Sekunde, Meter/Quadratsekunde.

Zunächst werden die kohärente[1]) Einheiten gebildet. Man versteht darunter diejenigen, die ohne Zuhilfenahme von Umrechnungszahlen aus den Grundeinheiten gebildet werden können.
Wir erhalten die kohärente Krafteinheit, wenn wir in (15) die Grundeinheit der Masse, das Kilogramm, und die Einheit der Beschleunigung, Meter/Quadratsekunde, einsetzen. Die Krafteinheit ergibt sich dann zu

$$[F] = \text{Kilogramm mal Meter/Quadratsekunde.}$$

Diese Einheit führt den Namen **Newton** (Kurzzeichen N).

Merken Sie sich:

> Das Newton ist die Kraft, die einem Körper mit der Masse 1 kg die Beschleunigung 1 m/s² erteilt:
>
> $$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg\ m/s^2}$$

Dadurch, daß die Krafteinheit *Newton* nach Gleichung (15a) unmittelbar aus den Einheiten der Masse und der Beschleunigung abgeleitet wird, ist es möglich, die Proportionalität $a \sim F/m$ als Gleichung $a = F/m$ zu schreiben; denn durch diese Festlegung nimmt der Proportionalitätsfaktor den Wert 1 an.

[1]) *kohaerere* (lat.) zusammenhängend

Zur Kontrolle brauchen Sie in

$$a = F/m$$

nur die Einheiten einzusetzen. Sie finden dann Gleichheit zwischen a und F/m:

$$1\ \mathrm{m/s^2} = \frac{1\ \mathrm{kgm/s^2}}{1\ \mathrm{kg}}.$$

Im Schwerefeld der Erde erhalten alle Körper, wie Ihnen bekannt ist, die Fallbeschleunigung $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$. Dies ist ein abgerundeter Wert. Der Normwert der Fallbeschleunigung beträgt $9{,}80665\ \mathrm{m/s^2}$. Setzt man diesen Wert in (15) ein und behält für die Masse die Einheit Kilogramm bei, so erhält man die Krafteinheit

$$[F] = 1\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}80665\ \mathrm{m/s^2}. \qquad \text{(I)}$$

Diese Einheit führt den Namen **Kilopond** (Kurzzeichen kp).

Merken Sie sich:

> Das Kilopond ist die Kraft, die einem Körper mit der Masse 1 kg die Beschleunigung $9{,}80665\ \mathrm{m/s^2}$ (Normwert der Fallbeschleunigung) erteilt.
>
> $$\underline{1\ \mathrm{kp} = 9{,}80665\ \mathrm{kg\ m/s^2}} \qquad \text{(II)}$$

Das Kilopond ist keine kohärente, sondern eine inkohärente Krafteinheit, d. h., das Kilopond kann nicht unmittelbar aus den Grundeinheiten (Meter, Kilogramm und Sekunde) gebildet werden, sondern nur mit Hilfe eines Umrechnungsfaktors.
Abgeleitete Einheiten werden auf das *Pond* (p) bezogen: $1\ \mathrm{Mp} = 10^6\ \mathrm{p} = 10^3\ \mathrm{kp}$, $1\ \mathrm{mp} = 10^{-3}\ \mathrm{p} = 10^{-6}\ \mathrm{kp}$.
Vergleichen Sie jetzt die Definition des Kilopond mit der des Newton, so finden Sie, daß das Kilopond 9,80665 (rund 10) mal so groß ist wie das Newton:

$$1\ \mathrm{kp} = 9{,}80665\ \mathrm{N} \qquad \text{(III)}$$

Zur besseren Vorstellung der beiden Krafteinheiten merken Sie sich:

Ein Körper mit der Masse 1 kg hat ein Gewicht von 1 kp.

(Dies gilt genau nur beim Normwert der Fallbeschleunigung.)

Ein Körper mit der Masse 0,1 kg hat ein Gewicht von etwa 1 N.

Eine Frage drängt sich nun auf:

Was bestimmen wir eigentlich, wenn wir einen Körper wägen? Bestimmen wir seine Masse oder sein Gewicht?

Das kommt darauf an, *womit* wir wägen. Nehmen wir eine Federwaage (Bild 41), so ist die Verlängerung der Feder ein Maß für die wirkende Kraft, also für das *Gewicht* des Körpers. Wägen wir den Körper an einem Ort, an dem die Schwerkraft größer ist als

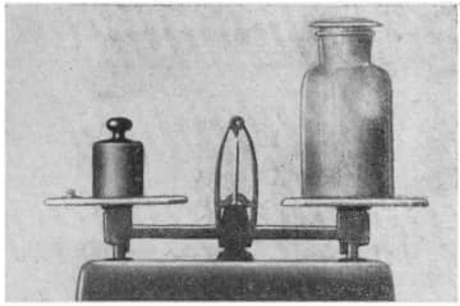


Bild 42. Balkenwaage zur Massebestimmung

Bild 41. Federwaage zur Gewichtsbestimmung

normal, also das Gewicht des Körpers größer ist, so zeigt auch die Federwaage ein größeres Gewicht an.

Merken Sie sich also:

Mit der Federwaage bestimmt man das Gewicht eines Körpers.

Benutzen wir für die Wägung dagegen eine Balkenwaage (Bild 42), so ist ihre Anzeige vom Ort und damit von der Größe der Erdanziehung unabhängig; denn diese wirkt auf *beiden* Seiten, und ihre Veränderung kann keine Wirkung auf das Gleichgewicht der Waage haben. Damit wird Ihnen klar, daß man mit einer Balkenwaage nur Massen bestimmen kann, und zwar durch Vergleich einer unbekannten mit einer bekannten Masse. Wenn auf einem Wägestück also „1 kg" steht, so ist das durchaus in Ordnung, denn es hat die gleiche Masse wie das Urkilogrammstück.
Sie können festhalten:

Die Masse eines Körpers läßt sich mit einer Balkenwaage bestimmen.

4.1.5. Physikalische Bedeutung der Masse

In 2.1.6. führten wir die Masse zunächst als Stoffmenge (Substanzmenge) des Körpers ein. In 4.1.1. und 4.1.3. lernten Sie zwei Eigenschaften aller Körper kennen, nämlich die, *träge* und *schwer* zu sein.

„Die Körper sind träge" bedeutet, daß kein Körper seinen Bewegungszustand von selbst ändert; um ihn zu verändern, muß eine Kraft auf den Körper einwirken.
„Die Körper sind schwer" heißt, daß jeder Körper von der Erde angezogen wird. Die Kraft, mit der das geschieht, nennen wir das Gewicht des Körpers.

Der Begriff der Masse schließt diese beiden Grundeigenschaften der Materie ein.

Merken Sie sich:

Jeder Körper hat zwei Eigenschaften: *Schwere* und *Trägheit*. Beide Eigenschaften werden im Begriff der Masse quantitativ erfaßt.

Lehrbeispiel 23

Ein Kraftwagen mit einer Masse von 1200 kg wird aus der Geschwindigkeit von 45 km/h innerhalb von 8 s bis zum Stillstand abgebremst. Welche Kraft muß zum Bremsen aufgewandt werden?

Lösung:

Gegeben: $m = 1200\ \text{kg}$ Gesucht: F

$v_1 = 45\ \text{km/h} = 12{,}5\ \text{m/s}$

$v_2 = 0$

$t = 8\ \text{s}$

Für das dynamische Grundgesetz (15) brauchen wir die Beschleunigung, die sich nach (3) zu

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

ergibt. Dies setzen wir in (15) ein und erhalten

$$F = m\,\frac{v_2 - v_1}{t}$$

und mit den gegebenen Werten:

$$F = \frac{1200\ \text{kg} \cdot (0 - 12{,}5\ \text{m/s})}{8\ \text{s}}$$

$$F = -1875\ \text{m/s}^2 = \underline{\underline{-1875\ \text{N}}}$$

Nach (III) gilt

$$1\ \text{N} = \frac{1}{9{,}81}\ \text{kp}$$

Setzen wir das ein, so erhalten wir:

$$F = -1875 \cdot \frac{1}{9{,}81}\ \text{kp} = \underline{\underline{-190{,}5\ \text{kp}}}$$

Das Minuszeichen, das sich aus der Rechnung ergibt, bedeutet, daß die Kraft der Bewegung entgegenwirkt, daß es sich also tatsächlich um eine Bremskraft handelt.

Lehrbeispiel 24

Ein Werkstück mit einer Masse von 1200 kg hängt an einem Kran.

a) Mit welcher Kraft ist die Kette belastet?

b) Welche Belastung der Kette tritt auf, wenn das Werkstück in 2 s auf eine Geschwindigkeit von 0,8 m/s aufwärts beschleunigt werden soll?

Lösung:

Gegeben: $m = 1200$ kg Gesucht: a) G
$t = 2$ s b) F_{ges}
$v = 0{,}8$ m/s

a) Die Kette wird mit dem Gewicht des Werkstückes belastet: $G = \underline{\underline{1200 \text{ kp}}}$

b) Die Gesamtkraft F_{ges} setzt sich zusammen aus dem Gewicht G und der Kraft F infolge der Beschleunigung:

$$F_{ges} = G + F$$

Für G und F gelten die Gleichungen (15) und (16). Dann wird

$$F_{ges} = mg + ma = m\,(g + a)$$

Die Beschleunigung a wird aus (4) errechnet:

$$F_{ges} = m\,(g + v/t) = 1200 \text{ kg } (9{,}81 \text{ m/s}^2 + 0{,}8 \text{ m/2 s}^2)$$

$$F_{ges} = 1200 \text{ kg} \cdot 10{,}21 \text{ m/s}^2 = \underline{\underline{12252 \text{ N}}} = \frac{12252}{9{,}81} \text{ kp} = \underline{\underline{1250 \text{ kp}}}$$

Zusammenfassung

Nach dem *Trägheitsgesetz* ändert ein Körper seinen Bewegungszustand nur unter Einwirkung einer Kraft.
Die *Masse* eines Körpers erfaßt seine Substanzmenge, seine Schwere und seine Trägheit.
Nach dem NEWTONschen Grundgesetz der Dynamik ist die Kraft F, die dem Körper mit der Masse m die Beschleunigung a erteilt, gegeben durch $F = ma$. Unter dem *Gewicht* eines Körpers versteht man die *Kraft*, mit der der Körper von der Erde angezogen wird.
Dem Internationalen Einheitensystem liegen die Einheiten der Länge (das Meter), der Zeit (die Sekunde) und der Masse (das Kilogramm) zugrunde.

Übungen:

56. Welche Beschleunigung wird erreicht, wenn eine Lokomotive (40 t) einen Zug mit 10 Güterwagen (je 25 t) mit einer Kraft von 2,5 Mp in Bewegung setzt?

57. Welche Bremskraft muß ein Personenkraftwagen vom Typ „Wartburg" (Masse 1040 kg), der mit 4 Personen (je 70 kg) besetzt ist, mindestens aufbringen, wenn die Straßenverkehrs-Zulassungsordnung für Kraftfahrzeuge mit einer Höchstgeschwindigkeit über 100 km/h eine Bremsverzögerung von 5,0 m/s² vorschreibt?

58. Ein Förderkorb mit der Masse 400 kg wird in einen Schacht hinabgelassen. Die Bewegung sei gleichmäßig beschleunigt. In 12 s erreicht der Korb eine Tiefe von 60 m. Mit welcher Kraft wird das Förderseil während dieser Abwärtsbewegung belastet?

59. Ein Hammer von 2 kg wird mit einer Kraft von 3,5 kp 80 cm senkrecht nach unten geschleudert. Mit welcher Endgeschwindigkeit kommt er unten an?
60. Wieviel Kilopond beträgt das Gewicht eines Kosmonauten von 80 kg auf dem Mond?

4.2. Kraftwirkungen an ruhenden Körpern

4.2.1. Wirkung einer Kraft

Nachdem wir die *dynamischen* Wirkungen einer Kraft (Kraft ruft Bewegungsänderungen hervor) untersucht haben, kommen wir in diesem Abschnitt zu den *statischen* Wirkungen der Kraft.
Als *Statik* bezeichnet man das Teilgebiet der Mechanik, das sich mit dem Gleichgewicht der Kräfte, die auf einen Körper einwirken, beschäftigt. Wie Sie in 4.2.3. noch näher kennenlernen werden, ist ein Körper dann im Gleichgewicht, wenn jeder Kraft eine gleich große Kraft entgegenwirkt. Das äußere Kennzeichen eines statischen Zustandes ist, daß der von außen beanspruchte Körper seinen Standort nicht verändert. In Ihrer Umgebung können Sie überall Beispiele dafür finden, daß Kräfte statisch wirken. Schon durch Ihr Gewicht rufen Sie z. B. im Fußboden, auf dem Sie stehen, eine Gegenkraft hervor, die Ihrem Körpergewicht das Gleichgewicht hält. Sie wird im Fußboden hervorgerufen, indem Ihr Gewicht diesen entweder geringfügig durchbiegt oder anderweitig verformt.

4.2.2. Kennzeichen einer Kraft

Wir haben bisher noch nicht geklärt, ob zur Kennzeichnung einer Kraft die Angabe ihres Betrages allein ausreicht. Man sagt z. B.: Diese Lokomotive übt eine Zugkraft von 2500 kp aus. Mit dieser Feststellung verbindet sich zwangsläufig die Vorstellung, daß die Lokomotive parallel zu den Schienen zieht. Wenn man eine Kraft vollständig beschreiben will, ist nicht nur ihr *Betrag*, sondern auch ihre *Richtung* anzugeben.

> Die Kraft ist eine vektorielle Größe. Sie wird eindeutig gekennzeichnet durch ihren Betrag und ihre Richtung.

Es läßt sich somit auch eine Kraft zeichnerisch durch einen Pfeil darstellen, und zwar derart, daß die Länge des Pfeils den Betrag der Kraft angibt und die Pfeilrichtung mit der Richtung der jeweiligen Kraft übereinstimmt. Man wählt die Lage des Pfeils so, daß er vom Angriffspunkt der Kraft ausgeht. Die Verlängerung des Pfeils nach beiden Seiten heißt die *Wirkungslinie der Kraft.* Um zu wissen, wie groß die gezeichnete Kraft sein soll, muß der dazugehörige Maßstab angegeben werden: z. B. 1 cm $\triangleq$ 1 kp oder 1 cm $\triangleq$ 250 kp, je nach den gegebenen Verhältnissen.
Bild 43 zeigt Ihnen den Umriß irgendeines Körpers und mehrere an ihm angreifende Kräfte, deren Beträge Sie hier sofort ablesen können.
Wir wollen jetzt einmal annehmen, daß an diesem Körper nur die Kraft $F = 10$ kp angreift, aber nicht, wie abgebildet, in der Mitte des Körpers, sondern außen an seiner Oberfläche, im Bild an der Umrißlinie, jedoch in derselben Richtung und auf der-

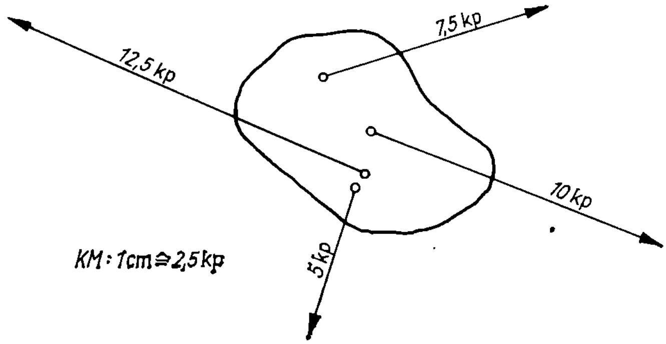


Bild 43. Verschiedene Kräfte greifen an einem Körper an

selben Wirkungslinie. Verändert sich die Kraftwirkung, wenn man – wie hier – den Angriffspunkt der Kraft in ihrer Wirkungslinie verschiebt? Wie die Erfahrung lehrt, verändert sie sich nicht. Ob eine Lokomotive einen Zug zieht oder schiebt, ist in bezug auf die dadurch erzielte Wirkung nebensächlich, denn diese ist in beiden Fällen die gleiche.

Es gilt also:

Eine an einem starren Körper angreifende Kraft kann in ihrer Wirkungslinie verschoben werden, weil sich dadurch die Kraftwirkung nicht ändert.

4.2.3. Zusammensetzung von Kräften

4.2.3.1. Resultierende von Kräften in einer Wirkungslinie

Da Sie jetzt wissen, wie eine Kraft graphisch dargestellt wird, werden Sie die folgenden Beispiele leichter verstehen. Stellen Sie sich zwei Kräfte vor, die in gleicher Richtung an einem Körper angreifen. Dies könnten beispielsweise zwei Lokomotiven sein, die gemeinsam einen Zug ziehen.
Die Gesamtkraft ist in diesem Fall – und dies bedarf wohl keiner näheren Begründung – gleich der Summe der beiden Einzelkräfte. Wenn man beide Kräfte in entgegengesetzter Richtung wirken läßt, z. B. beim Tauziehen, so ist die Gesamtkraft gleich deren Differenz, denn die Wirkung der einen Kraft wird durch die andere zum Teil ausgeglichen.
Bei den genannten Beispielen ist zu beachten: Beide Kräfte liegen auf einer gemeinsamen Wirkungslinie. Das ist wichtig, denn würden die Kräfte nebeneinander parallel an einem Körper angreifen, dann könnte die Folge eine Drehung sein.

Sie können die gefundenen Tatsachen in folgenden Sätzen zusammenfassen:

Wenn zwei *Kraftkomponenten* auf einer gemeinsamen Wirkungslinie in gleicher Richtung wirken, ist die Resultierende gleich der Summe der Komponenten. Wirken die Komponenten entgegengerichtet, so ist die Resultierende gleich der Differenz der Komponenten.

Nun kann aber der Fall eintreten, daß die beiden entgegengerichteten Kräfte gleich groß sind, beispielsweise je 5 kp. Bilden Sie nach dem eben aufgestellten Satz die

Differenz, so erhalten Sie 5 kp – 5 kp = 0, d. h. überhaupt keine Resultierende. Daß die beiden in einem Punkt angreifenden Kräfte keine Wirkung hervorbringen können, ist wohl selbstverständlich.

Man sagt auch:

> Zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kräfte, die längs ein und derselben Wirkungslinie angreifen, heben sich in ihrer Wirkung gegenseitig auf.

Einen solchen Zustand nennt man *Gleichgewicht*. Umgekehrt kann man deshalb auch sagen:

> Im Gleichgewichtszustand ist Kraft gleich Gegenkraft. Der Körper ist trotz angreifender Kräfte in Ruhe.

Das ist sehr wichtig, und der Satz kann Ihnen beträchtlich dabei helfen, Verhältnisse klarzulegen, über die mancher ein wenig gedankenlos hinweggeht. Sie betrachten z. B. den auf Ihrem Tisch liegenden Briefbeschwerer. Da er in Ruhe ist, wirken entweder keine Kräfte auf ihn ein oder die einwirkenden Kräfte stehen im Gleichgewicht. Da auf der Erde alle Körper der Schwerkraft ausgesetzt sind, muß das letztere der Fall sein. Es muß also eine Gegenkraft da sein, die dem nach unten wirkenden Gewicht das Gleichgewicht hält. Wo aber ist diese Gegenkraft? Sie müssen sich vorstellen, daß das Gewicht des Briefbeschwerers die Tischplatte ein wenig durchbiegt und dadurch eine nach oben gerichtete Kraft entsteht (Bild 44). Denken Sie dabei zum Vergleich an die Sehne eines gespannten Bogens. Hier sehen Sie es ganz deutlich: Die bogenspannende Kraft des Schützen und die Kraft in der Sehne halten sich das Gleichgewicht.

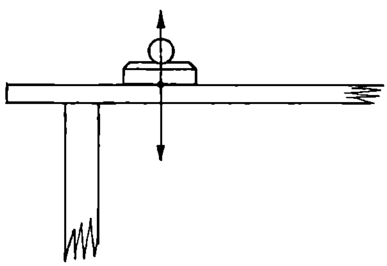


Bild 44. Kraft und Gegenkraft

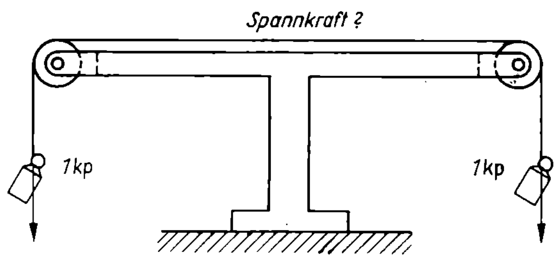


Bild 45. Spannkraft im Seil

Was tritt nun ein, wenn plötzlich die eine von den beiden Kräften, angenommen die Armkraft des Schützen, wegfällt? Das Gleichgewicht ist sofort gestört, und die Sehne schnellt nach vorn.
Betrachten Sie Bild 45! Links und rechts zieht an einem Faden je eine Kraft von 1 kp. Mit welcher Kraft ist der Faden gespannt? Vielleicht wollen Sie sofort darauf antworten: natürlich ist der Faden mit 2 kp gespannt. Das ist aber grundsätzlich falsch; denn Sie können das Massestück ohne weiteres beiseite lassen und den Faden statt dessen an einem festen Gegenstand anbinden. Die Spannkraft beträgt nur 1 kp.

4.2.3.2. Resultierende von Kräften mit verschiedenen Wirkungslinien

Sehr oft kommt es vor, daß zwei an einem Körper angreifende Kräfte F_1 und F_2 einen spitzen, rechten oder stumpfen Winkel miteinander bilden. Die Einzelkräfte einfach algebraisch zu addieren bzw. zu subtrahieren, ist deshalb nicht zulässig, weil diese nicht in einer gemeinsamen Wirkungslinie liegen. Kräfte sind vektorielle Größen, deshalb müssen sie in der gleichen Weise, wie z. B. die Geschwindigkeiten, zusammengesetzt werden. Das dort gefundene Prinzip der Zusammensetzung von Einzelvektoren ist ein allgemeingültiges Grundgesetz der Vektorrechnung, das auch hier anzuwenden ist.

Die Resultierende zweier aus verschiedenen Richtungen angreifender Kräfte ist gleich der Diagonalen des aus den beiden Komponenten gebildeten Parallelogramms.

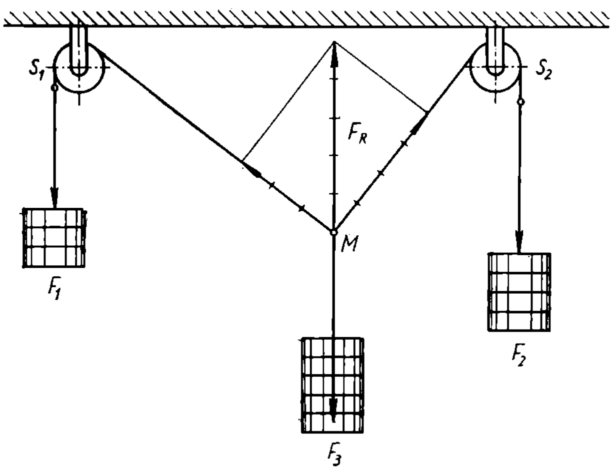


Bild 46. Ermittlung der resultierenden Kraft

Aus den Teilen eines Metallbaukastens können Sie leicht die in Bild 46 gezeigte Vorrichtung zusammenstellen, die Ihnen einen experimentellen Beweis für die Richtigkeit dieses Satzes liefert. Eine Kraft $F_3 = 50$ p hält zwei anderen Kräften $F_1 = 30$ p und $F_2 = 40$ p das Gleichgewicht. Bei M bildet die Schnur von selbst einen rechten Winkel. Hier denken Sie sich aus den beiden Komponenten F_1 und F_2 ein Parallelogramm konstruiert, dessen gedachte Diagonale die senkrecht nach oben weisende Resultierende darstellt. Deren Größe F_R ergibt sich nach dem Lehrsatz des PYTHAGORAS zu $F_R = \sqrt{30^2\ \mathrm{p}^2 + 40^2\ \mathrm{p}^2} = 50$ p. Wäre diese Resultierende allein vorhanden, so müßte der Faden nach oben schnellen. So aber wirkt die Gegenkraft F_3 und stellt das Gleichgewicht her. Wenn der von den beiden Komponenten F_1 und F_2 eingeschlossene Winkel nicht 90° beträgt, kann die Resultierende F_R nur mit Hilfe trigonometrischer Funktionen berechnet werden. Sie können auch die graphische Lösungsmethode anwenden, d. h. durch maßstäbliche Zeichnung das Kräfteparallelogramm bilden. Sollen mehr als zwei Kräfte in einer Ebene mit verschiedenen Angriffspunkten und verschiedenen Richtungen zu einer Resultierenden zusammengefaßt werden, so verfahren Sie nach dem in Bild 47 gezeigten Lösungsgang. Gesucht ist die Resultierende von F_1, F_2 und F_3 der Größe und Richtung nach. F_1 und F_2 verschieben Sie auf ihren Wirkungslinien bis zum gemeinsamen Schnittpunkt A. Durch Anwendung des Kräfteparallelogramms finden Sie F_{R1}. Jetzt verschieben Sie F_{R1} und F_3 auf ihren Wirkungslinien bis zum Schnittpunkt B und finden dort durch erneute

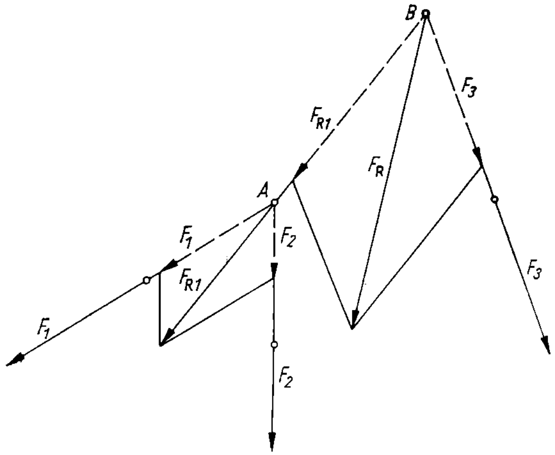


Bild 47. Ermittlung der Resultierenden mehrerer Einzelkräfte

Konstruktion des Kräfteparallelogramms die gesuchte Resultierende F_R. Das Kräfteparallelogramm bietet Ihnen die Möglichkeit, beliebig viele Kräfte in der Ebene zu einer Resultierenden zusammenzufassen.

Lehrbeispiel 25

An einem Körper wirken auf einer gemeinsamen Wirkungslinie die Kräfte $F_1 = 6$ kp, $F_2 = 21$ kp und $F_3 = 43$ kp und in entgegengesetzter Richtung die Kräfte $F_4 = 15$ kp, $F_5 = 3$ kp und $F_6 = 18$ kp. Wie groß ist die resultierende Kraft?

Lösung:

Um den Richtungssinn der Kräfte zu kennzeichnen, versehen Sie diese mit Vorzeichen. Für die in entgegengesetzter Richtung wirkenden Kräfte F_4, F_5 und F_6 wird das negative Vorzeichen gewählt:

$$F_4 = -15 \text{ kp}, \quad F_5 = -3 \text{ kp} \quad \text{und} \quad F_6 = -18 \text{ kp}$$

Die resultierende Kraft erhalten Sie, indem Sie die Summe der Einzelkräfte bilden.

$$F_R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6$$
$$F_R = 6 \text{ kp} + 21 \text{ kp} + 43 \text{ kp} - 15 \text{ kp} - 3 \text{ kp} - 18 \text{ kp} = +34 \text{ kp}$$

Die resultierende Kraft $F_R = 34$ kp hat positiven Richtungssinn.

Lehrbeispiel 26

Die Kräfte $F_1 = 7$ kp und $F_2 = 10$ kp bilden einen rechten Winkel. Welche Größe hat die resultierende Kraft F_R?

Lösung:

Da beide Kräfte den Winkel 90° bilden, ergibt sich für die Resultierende

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{49 \text{ kp}^2 + 100 \text{ kp}^2} = \sqrt{149 \text{ kp}^2} = \underline{\underline{12{,}2 \text{ kp}}}\,.$$

Lehrbeispiel 27

Dem Gewicht $G = 600$ kp des Förderkorbes auf Bild 48 hält die Zugkraft F_Z des Seiles das Gleichgewicht. Wie groß ist die Resultierende F_R dieser beiden Kräfte, wie verläuft die Wirkungslinie und welchen Winkel muß die Stütze S des Gerüstes mit der Lotrechten bilden, wenn sie in Richtung der Resultierenden stehen soll?

Bild 48. Stahlgerüst einer Fördermaschine

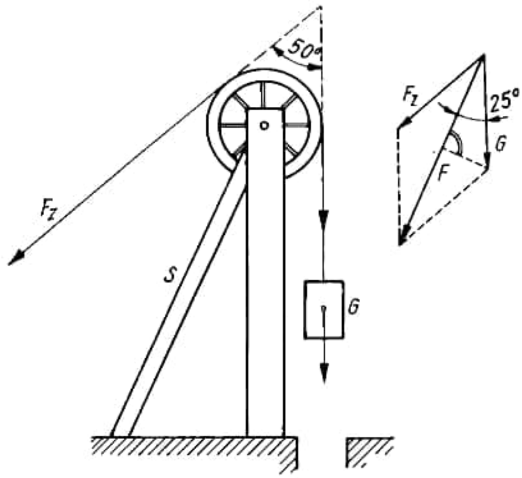


Bild 49. Zur Ermittlung der Druckkraft in der Gerüststütze einer Fördermaschine

Lösung:

Um F_R zu finden, müssen die beiden Komponenten G und F_Z längs ihrer Wirkungslinie bis zum gemeinsamen Schnittpunkt verschoben werden. Es entsteht das in Bild 49 angegebene maßstäblich gezeichnete Kräfteparallelogramm. Der verwendete Kräftemaßstab beträgt 1 kp $\triangleq$ 0,025 mm. Das Gewicht G wird mithin durch einen Pfeil von der Länge 15 mm dargestellt, ebenso die gleich große Seilkraft F_Z. Wegen $F_Z = G$ ist F_R die Winkelhalbierende, die Wirkungslinie von F_R geht demzufolge durch den Drehpunkt der Seilscheibe. Die Stütze S muß dabei einen Winkel von 25° mit der Lotrechten bilden. Die Länge der Diagonalen messen Sie in der Zeichnung zu 27,25 mm, dies entspricht einer Resultierenden von etwa 1100 kp.

4.2.3.3. Resultierende von parallelen Kräften

Das Kräfteparallelogramm versagt, wenn Sie zwei parallele Kräfte zu einer Resultierenden zusammensetzen sollen. Eine zeichnerische Methode, die zur Ermittlung der Resultierenden zweier paralleler Kräfte dient, wird Ihnen in Bild 50 gezeigt. Betrachten Sie dieses Bild. Verbinden Sie die Angriffspunkte von F_1 und F_2 durch

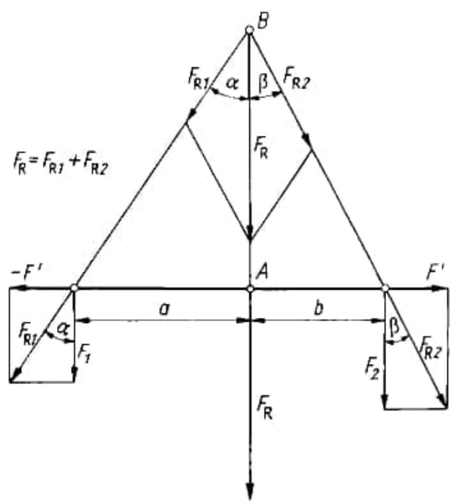


Bild 50. Zusammensetzung zweier Kräfte zu einer Resultierenden

eine Gerade. In dieser Verbindungslinie tragen Sie zwei Kräfte F' und $-F'$ in den Angriffspunkten von F_1 und F_2 an. Diese beiden in derselben Wirkungslinie liegenden Kräfte müssen gleich groß sein und von entgegengesetzter Richtung, damit sie sich in ihrer Wirkung aufheben und somit im System keine Veränderung hervorrufen. Ihren Betrag können Sie nach Belieben wählen. Die Kräfte $-F'$ und F_1 werden durch das Kräfteparallelogramm zur Resultierenden F_{R1} und die Kräfte F' und F_2 zur Resultierenden F_{R2} zusammengesetzt. Die resultierenden Kräfte F_{R1} und F_{R2} verschieben Sie längs ihrer Wirkungslinie nach rückwärts bis zum gemeinsamen Schnittpunkt B und ermitteln schließlich mit Hilfe des Parallelogramms die resultierende Kraft F_R.

Die Zeichnung lehrt nun folgendes:

> Die Resultierende zweier paralleler Kräfte ist gleich deren Summe und teilt den Abstand der Wirkungslinien beider Kräfte im umgekehrten Verhältnis dieser Kräfte.

$$F_1/F_2 = b/a$$

Beweis: Weil in Bild 50 einerseits die Dreiecke mit dem Winkel α und andererseits die Dreiecke mit dem Winkeβ einander ähnlich sind, können Sie die Proportionen bilden

$$F_1/F' = \overline{BA}/a \quad \text{und} \quad F_2/F' = \overline{BA}/b \quad \text{oder umgestellt}$$

$$F_1 a = F'\overline{BA} \quad \text{und} \quad F_2 b = F'\overline{BA}.$$

Durch Gleichsetzen der linken Seiten der beiden Gleichungen erhalten Sie

$$F_1 a = F_2 b$$

bzw. $F_1/F_2 = b/a$, was zu beweisen war.

Lehrbeispiel 28

Zwei gleich gerichtete, parallele Kräfte $F_1 = 7$ kp und $F_2 = 3$ kp haben einen Abstand von $l = 90$ cm. Welchen Abstand hat die Resultierende F_R von F_1?

Lösung:

Weil F_1 die größere Kraft von beiden ist, muß die Resultierende $F_R = F_1 + F_2 = 10$ kp näher an F_1 liegen als an F_2. Es gilt also, wenn x der Abstand von F_R zu F_1 ist und $l - x$ der Abstand von F_R zu F_2,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{b}{a} = \frac{l-x}{x}.$$

Die große Kraft F_1 verhält sich zur kleinen Kraft F_2 wie der große Abstand $l - x$ zum kleinen Abstand x. Man erhält

$$F_1 x = F_2(l - x)$$

$$x(F_1 + F_2) = F_2 l$$

$$x = \frac{F_2 l}{F_1 + F_2}$$

$$x = \frac{3\,\text{kp} \cdot 90\,\text{cm}}{10\,\text{kp}} = \underline{\underline{27\,\text{cm}}}$$

F_R hat einen Abstand von 27 cm von F_1.

Prüfen Sie das Ergebnis mit Hilfe der in Bild 50 gezeigten graphischen Lösungsmethode nach.

4.2.4. Zerlegung von Kräften nach dem Parallelogrammsatz

Bisher wurde das Kräfteparallelogramm nur für die Zusammensetzung von Einzelkräften benutzt. In der nun folgenden wichtigeren Anwendung besteht die Aufgabe darin, eine gegebene Kraft in zwei Komponenten zu zerlegen.
In Bild 51 sehen Sie einen einfachen zweirädrigen Karren. Der Mann zieht – und darauf kommt es besonders an – nicht etwa waagerecht geradeaus, sondern an der Deichsel schräg nach oben. Seine Kraft F mag dabei 12 kp betragen, d. h., er wendet dieselbe Kraft auf, als höbe er einen Körper von 12 kp Gewicht hoch. Was geschieht nun dabei?

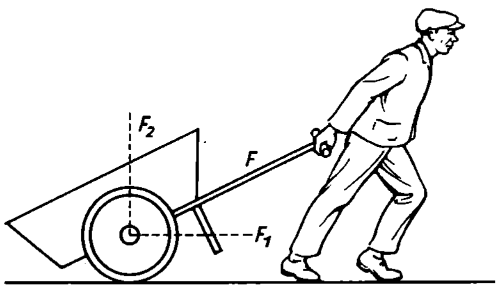


Bild 51. Die Zugkraft an einem Karren

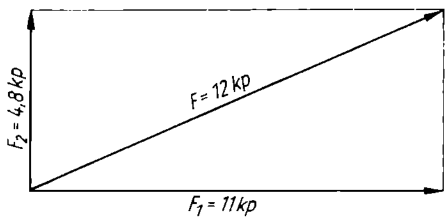


Bild 52. Zerlegung einer Kraft in rechtwinklige Komponenten. Kräftemaßstab: 1 cm ≙ 2 kp

Es ist zweierlei: Zum ersten wird der Karren mit einer bestimmten Kraft F_1 vorwärts (d. h. in waagerechter Richtung) gezogen. Zum zweiten wirkt eine bestimmte Kraft F_2 senkrecht nach oben, also dem Gewicht des Karrens entgegen. Sie können sich ohne weiteres vorstellen, daß anstelle der einen schräg wirkenden Zugkraft F zwei einzelne Kräfte in den besagten Richtungen wirken. Es fragt sich nur, wie groß diese beiden Kräfte sind.
Nehmen Sie an, Sie hätten diese beiden Komponenten bereits gefunden. Dann müßten diese – wiederum nach dem Kräfteparallelogramm zusammengesetzt – die schräge Zugkraft F als Resultierende liefern: denn die beiden Komponenten und ihre Resultierende müssen einander gleichwertig sein. Kurzum, Sie müssen dieses Mal von der Diagonalen ausgehend das Parallelogramm zeichnen.
Durch die Pfeilspitze von F ziehen Sie nach Bild 52 die Parallelen zu den beiden gegebenen Richtungen von F_1 und F_2. Die Parallelen schneiden dann die entsprechenden Kräfte F_1 und F_2 ab, die Sie nur noch auszumessen und in Kilopond umzurechnen brauchen.

Wenn Sie an die Lösung einer derartigen Aufgabe herangehen, wird Ihre Arbeit zunächst darin bestehen, die Richtungen der beiden Komponenten zu ermitteln. Denn ohne diese zu wissen, können Sie auch das Parallelogramm nicht konstruieren. Doch sind diese Richtungen aus der Aufgabenstellung meist leicht zu erkennen.

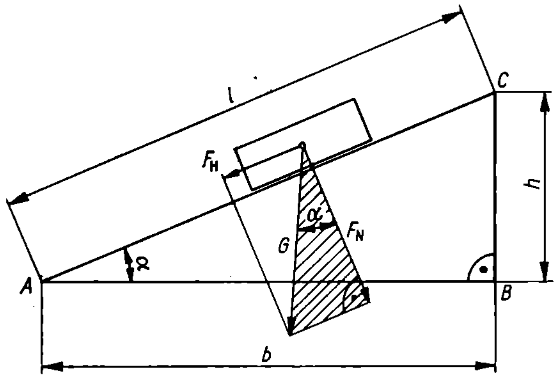


Bild 53. Kräfte an der schiefen Ebene

Im Verlaufe des Studiums dieses Lehrbriefes werden Sie sich auch mit der sogenannten *schiefen Ebene* beschäftigen müssen. Hierunter versteht man jede schräg zur Waagerechten geneigte Bahn, z. B. eine abschüssige Straße. Jeder auf einer solchen schiefen Ebene frei bewegliche Gegenstand gerät in Bewegung, weil eine hangabwärts gerichtete Kraft auf ihn einwirkt. Jeder Skiläufer oder Radfahrer weiß, daß er sehr auf die Kraft achten muß, mit welcher er hangabwärts gezogen wird. Woher kommt aber diese Kraft?
Wie Sie wohl wissen, ist sie auf das Gewicht des Körpers zurückzuführen. Doch wirkt das Gewicht ja immer senkrecht nach unten und keineswegs in Richtung der schiefen Ebene. Betrachten Sie Bild 53. Besser als viele Worte erklärt Ihnen die Skizze, wie sich das Gewicht G in zwei senkrecht zueinander gerichtete Teilkräfte zerlegt. Man nennt diese Teilkräfte

1. *Normalkraft* F_N: senkrecht zur Bahn drückende Kraft,
2. *Hangabtriebskraft* F_H: parallel zur Bahn hangabwärts ziehende Kraft.

Nachdem Sie die Richtungen dieser beiden Kräfte erkannt haben, können Sie mit Hilfe des Kräfteparallelogramms auch ihre Beträge finden. Bild 53 zeigt Ihnen das. Zwangsläufig ergibt sich dabei, daß die Normalkraft F_N stets kleiner als das Gewicht G selbst ist. Lediglich in dem Sonderfall $\alpha = 0°$ ist $F_N = G$.
Vergleichen Sie jetzt das von den Kräften G, F_N und F_H gebildete schraffierte Dreieck mit dem Bahndreieck ABC, so finden Sie in den beiden Dreiecken die gleichen Winkel, womit sich herausstellt, daß diese beiden Dreiecke ähnlich sind. Daher lassen sich (in ähnlichen Dreiecken stehen einander entsprechende Seiten im gleichen Verhältnis) folgende Proportionen aufstellen:

$F_H/G = h/l$ und hieraus der Hangabtrieb $$\boxed{F_H = Gh/l = G \sin \alpha} \quad (17)$$

$F_N/G = b/l$ und damit die Normalkraft $$\boxed{F_N = Gb/l = G \cos \alpha} \quad (18)$$

Lehrbeispiel 29

Der in Bild 54 angegebene, an einer Mauer befestigte Wandarm trägt eine Masse von 2000 kg. Welche Kräfte wirken im Zuganker Z und in der Strebe S?

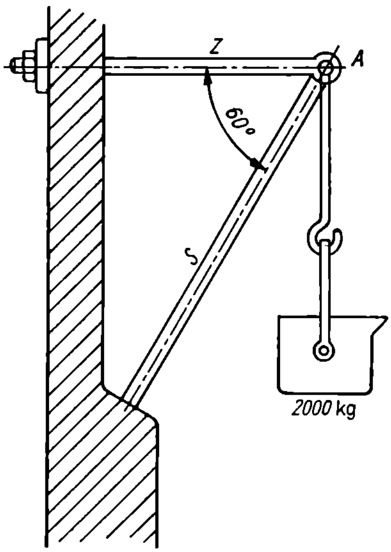


Bild 54. Last am Wandarm

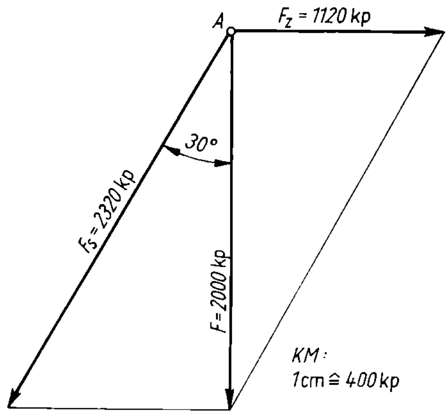


Bild 55. Ermittlung der Kräfte in Zuganker und Strebe

Lösung:

Es handelt sich hier um die Aufgabe, eine Kraft von 2000 kp, die wie alle Gewichte senkrecht nach unten wirkt, in zwei Komponenten zu zerlegen. Zuerst müssen Sie sich über die Richtung dieser beiden Teilkräfte im klaren sein. Das ist insofern einfach, als der Zuganker Z (wie schon der Name sagt) gezogen wird und die in ihm wirkende Kraft vom Punkt A aus nach rechts wirken muß. Die Strebe S dagegen wird durch die Last gedrückt, so daß dieser Kraftanteil in der Strebe nach links unten wirkt. Als Maßstab verwenden Sie 1 cm $\triangleq$ 400 kp, so daß sich F durch einen Pfeil von 5 cm Länge zeichnen läßt. Anstatt das zu konstruierende Parallelogramm in die gegebene Zeichnung hineinzulegen, wo die Hilfslinien nur stören würden, können Sie es auf ein besonderes Blatt Papier zeichnen, müssen aber dabei die Winkel genau einhalten. So ergeben sich, vom Punkt A ausgehend, 3 Strahlen, von denen zunächst nur die Länge der senkrecht nach unten gehenden Resultierenden (5 cm) angegeben werden kann (Bild 55).
Ziehen Sie jetzt durch den Endpunkt dieses Pfeils die Parallelen zu den beiden anderen Richtungen, so werden auf den freien Strahlen Stücke von 5,8 cm bzw. 2,8 cm Länge abgeschnitten, welche die beiden gesuchten Kraftkomponenten darstellen. Da 1 cm $\triangleq$ 400 kp, bedeutet dies für die Kraft $F_S = 2320$ kp und für die Kraft $F_Z = 1120$ kp.

Lehrbeispiel 30

Auf einer Stehleiter nach Bild 56 ruht obenauf (im Punkt A) ein Körper von 120 kg. Wie verteilt sich sein Gewicht auf die beiden Schenkel der Leiter?

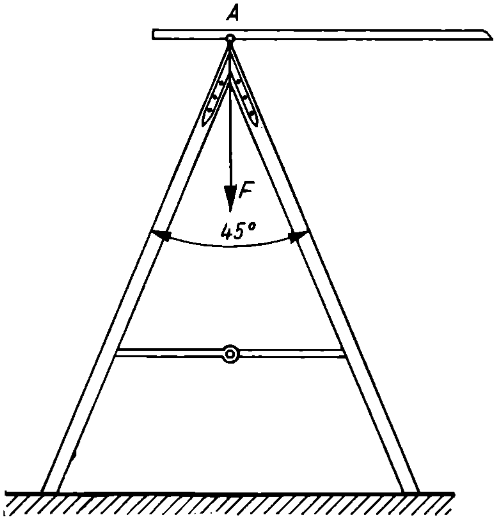


Bild 56. Kräfte an der Leiter

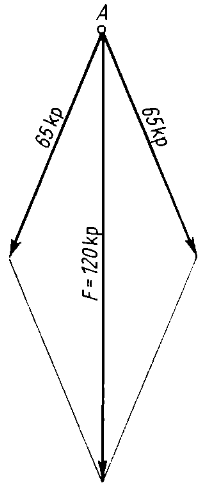


Bild 57. Kräfteparallelogramm (Lehrbeispiel 30)

Lösung:

Die in den Schenkeln auftretenden, laut Aufgabe zu ermittelnden Kräfte wirken schräg nach unten. Als passenden Maßstab des zu zeichnenden Parallelogramms (Bild 57) wählen Sie 1 cm $\triangleq$ 20 kp.
Sie fangen wieder mit der Resultierenden an, also mit dem nach unten weisenden Pfeil von 6 cm Länge, und ziehen dann die Wirkungslinien der beiden Kraftkomponenten, deren Richtung Sie aus der Skizze 56 entnehmen (genaue Richtung einhalten). Die durch den Endpunkt von F gezogenen Parallelen schneiden zwei Strecken ab, die den beiden Seitenkräften von je 65 kp entsprechen.

Zusammenfassung

Die Kraft ist eine vektorielle Größe, sie ist also durch ihren Betrag und ihre Richtung festgelegt. Eine am starren Körper angreifende Kraft kann längs ihrer Wirkungslinie verschoben werden.
Mehrere Teilkräfte oder Komponenten kann man zu einer Ersatzkraft oder Resultierenden zusammenfassen. Wirken die Komponenten in derselben Wirkungslinie, so ergibt sich die Resultierende durch einfache Addition bzw. Subtraktion. Im Gleichgewicht ist Kraft gleich Gegenkraft. Bilden die Komponenten einen Winkel miteinander, der weder 0° noch 180° beträgt, so ist das Kräfteparallelogramm zu konstruieren, wobei sich die Resultierende als Diagonale ergibt. Die Resultierende zweier paralleler Kräfte teilt den Abstand zu beiden Kräften im umgekehrten Verhältnis ihrer Beträge.
Zur Zerlegung einer gegebenen Kraft in ihre Komponenten ist ebenfalls das Kräfteparallelogramm anzuwenden, wobei die Richtungen der beiden Komponenten bekannt sein müssen. Die Berechnung von Kräften erfolgt bei Komponenten, die

rechtwinklig zueinander verlaufen, mit Hilfe des pythagoreischen Lehrsatzes. In vielen Fällen genügt die graphische Methode; nach ihr wird die Bestimmung zeichnerisch anhand eines selbstgewählten Maßstabes ausgeführt. Auf der schiefen Ebene kann das Gewicht eines Körpers in die Normalkraft und den Hangabtrieb zerlegt werden.

Übungen

61. Ermitteln Sie die Resultierende zweier Kräfte von 500 kp bzw. 750 kp, die unter einem Winkel von 35° in einem Punkt angreifen. Welchen Winkel schließt diese Resultierende mit den beiden Seitenkräften ein?

62. Welche Einzelkräfte wirken in dem in Bild 58 angegebenen Wandarm?

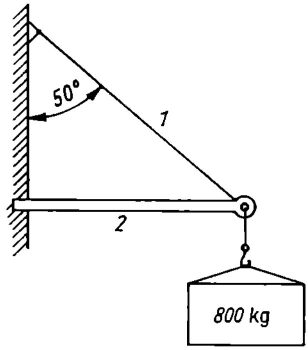


Bild 58. Wandarm

63. Ein senkrecht stehender Mast ist nach Bild 59 durch zwei Seile verspannt. In dem schrägen Seil herrscht eine Spannkraft von 85 kp. Mit welcher Kraft strafft sich das waagerechte Seil, und welche nach unten gerichtete Druckkraft entsteht dadurch im Mast?

64. An einem ursprünglich waagerecht gespannten Seil hängt eine Lampe (12 kg), wodurch das Seil nach Bild 60 durchhängt. Welche Spannkraft entsteht dadurch im Seil?

65. Ermitteln Sie graphisch die in den Streben 1 und 2 wirkenden Kräfte F_1 und F_2 (Bild 61).

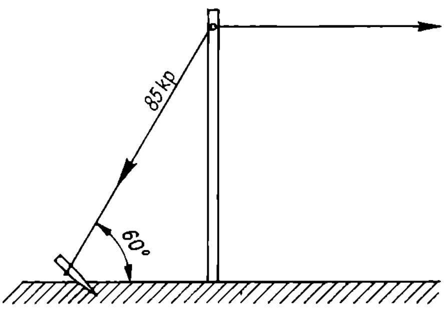


Bild 59. Durch zwei Seile verspannter Mast

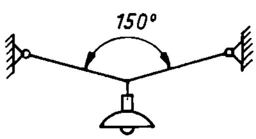


Bild 60. Straßenleuchte

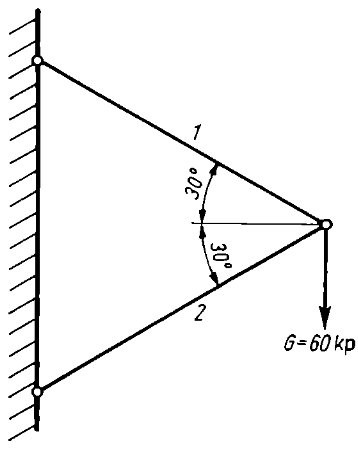


Bild 61. Zur Berechnung der Kräfte in der Zug- und Druckstrebe

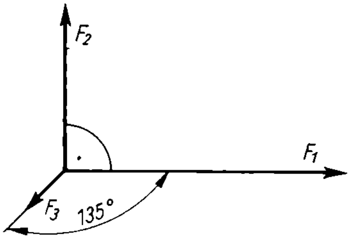


Bild 62. Drei Kräfte, die in einem Punkt angreifen und in verschiedenen Richtungen wirken

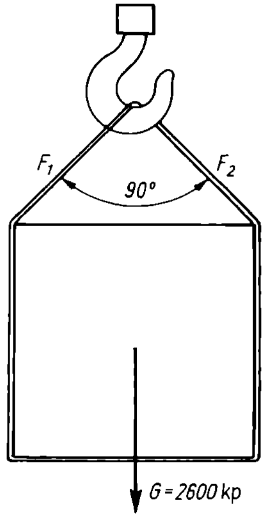


Bild 63. Belastetes Tragseil

66. Für die in Bild 62 angegebenen Kräfte ist die Resultierende zu bestimmen (graphische Lösung). $F_1 = 50$ kp, $F_2 = 30$ kp, $F_3 = 10$ kp.

67. Zwei Kräfte $F_1 = 70$ kp und $F_2 = 34$ kp, deren Wirkungslinien einen Abstand von 2 m haben, wirken in gleicher Richtung. Wie groß ist ihre resultierende Kraft, und wie weit ist die Kraft F_1 von der Resultierenden entfernt?

68. Ein Transportseil ist für eine Zugkraft von $F = 3000$ kp zugelassen. Kann es zum Anhängen eines Behälters von $G = 2600$ kp verwendet werden, wenn nach Bild 63 die beiden Hälften des Seiles einen Winkel von 90° bilden? Führen Sie die Nachprüfung rechnerisch aus.

4.3. Hebel und Drehmoment

4.3.1. Zweiseitiger Hebel

Jeder um eine feste Achse drehbare starre Körper kann als Hebel wirken. Die Formen, in denen uns der Hebel im täglichen Leben begegnet, sind mannigfaltig. Die einfachste ist die einer geraden Stange. Unabhängig von seinen Formen ist am Hebel immer wieder ein und dasselbe Gesetz wirksam. Um es zu finden, verfolgen Sie einmal aufmerksam den folgenden Versuch.

Ein Stab sei in der Mitte drehbar befestigt, wie es in Bild 64 zu sehen ist. Links und rechts von der Drehachse befindet sich je eine Hälfte des Stabes. In gleichmäßigen Abständen sind auf dem Stab Stifte angebracht, an die man Massestücke hängen kann. Läßt man, wie bei diesem Hebel, einzelne Kräfte sowohl links- als auch rechtsseitig von der Drehachse wirken, so liegt ein *zweiseitiger Hebel* vor. Man bezeichnet den Abstand von der Achse bis zum Angriffspunkt der Kraft als Hebelarm. Um

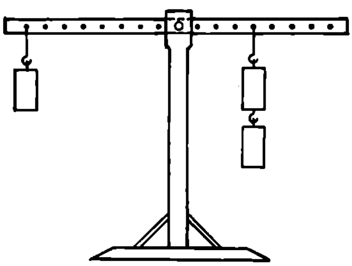


Bild 64. Zum Hebelgesetz

das beim Hebel gültige Gesetz zu finden, wollen wir eine Versuchsreihe durchführen. Hierzu hängen wir auf der linken Seite am Ende des Hebels ein Massestück von 120 g (Gewicht 120 p) an. Die andere Seite des Hebels soll so belastet werden, daß Gleichgewicht besteht. Dabei wollen wir für den Abstand der Aufhängung von der Drehachse drei verschiedene Maße wählen. Es zeigt sich, daß wir dann Massestücke verschiedener Größe anhängen müssen.

Sie erhalten das Ergebnis:

linke Seite des Hebels		rechte Seite des Hebels	
Kraft	Hebelarm	Kraft	Hebelarm
1. 120 p	30 cm	120 p	30 cm
2. 120 p	30 cm	240 p	15 cm
3. 120 p	30 cm	480 p	7,5 cm

Sie stellen fest, daß zur Herstellung des Gleichgewichts das rechtsseitig angehängte Massestück um so größer sein muß, je kleiner der Abstand des Anhängepunktes von der Achse ist.
Bilden Sie auf der rechten und linken Seite jeweils die Produkte aus Kraft und Hebelarm, so erhalten Sie jedesmal den Wert 3600 pcm. Verallgemeinert heißt das: Das Produkt aus Kraft und Hebelarm auf der linken Seite ist gleich dem Produkt aus Kraft und Hebelarm auf der rechten Seite. Somit ergibt sich das **Hebelgesetz** in *vorläufiger Form*:

Kraft mal Kraftarm = Last mal Lastarm

$$F_1 l_1 = F_2 l_2$$

Die auf der einen Seite wirkende Kraft wird meist als Last bezeichnet, weil das Hebelgesetz beim Heben von Lasten eine große Rolle spielt. Beachten Sie aber, daß die Last nichts anderes als eine Kraft ist.
Auch der in Bild 65 gezeigte Hebel befindet sich im Gleichgewicht. Prüfen Sie selbst nach, daß mit den im Bild 65 angegebenen Werten das Hebelgesetz erfüllt wird, wenn die Hebelstange selbst als gewichtslos betrachtet wird.
Eine praktische Anwendung des Hebelgesetzes bringt das nächste Beispiel. Nach Bild 66 soll mit einem Hebelarm eine Last angehoben werden, die 8 cm vom Drehpunkt entfernt hängt. Der Mann drückt am anderen 2,80 m langen Ende mit einer Kraft von 50 kp nach unten. Mit Hilfe dieser Angaben und des Hebel-

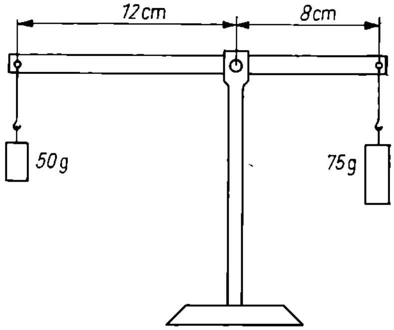


Bild 65. Gleichgewicht am zweiseitigen Hebel

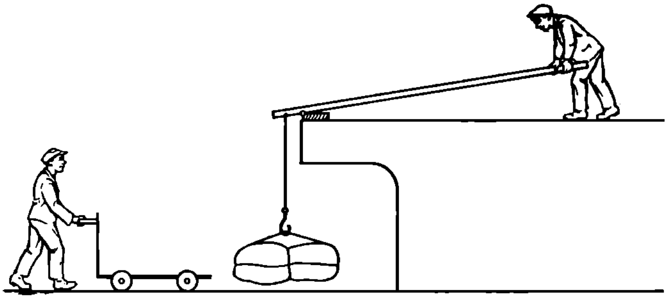


Bild 66. Anwendung des zweiseitigen Hebels

gesetzes können Sie nun ausrechnen, wie groß die Last sein kann. Sie lösen das Hebelgesetz $F_1\, l_1 = F_2\, l_2$ nach der gesuchten Kraft auf und erhalten

$$F_1 = \frac{F_2 l_2}{l_1} = \frac{50\ \text{kp} \cdot 280\ \text{cm}}{8\ \text{cm}} = 1750\ \text{kp}\,.$$

Sie ersehen aus diesem Beispiel, welch gewaltige Last eine einzelne Person zu bewältigen vermag. Der berühmte griechische Gelehrte ARCHIMEDES (222 v. u. Z.), der einst das Hebelgesetz entdeckte, soll gesagt haben: „Gebt mir einen festen Punkt, und ich werde die Welt aus ihren Angeln heben!"
An vielen kleinen Gegenständen des Alltags finden Sie den zweiseitigen Hebel angewandt. Die Kneifzange ist ein solches Beispiel. Auch die Schere gehört hierher; je dicker das zu schneidende Material, desto weiter müssen Sie es in die Schere hineinschieben (große Kraftwirkung, wenn der Lastarm viel kürzer als der Kraftarm ist). Sehen Sie sich auf Ihrem Arbeitsplatz um, so werden Sie dem Hebel immer wieder begegnen.

4.3.2. Einseitiger Hebel

Nicht immer läßt sich der Drehpunkt für einen Hebel so günstig finden wie in Bild 66. Zuweilen verschafft man sich den Drehpunkt durch einen geeigneten Klotz, den man unterschiebt. Was aber tun Sie, wenn Sie nichts Geeignetes bei der Hand haben? Sie werden es wahrscheinlich so machen, wie es Bild 67 zeigt, d. h. die Stange unter die Last schieben und dann am anderen Ende anheben. Der Drehpunkt liegt jetzt am Ende der Stange, dort, wo sie den Boden berührt. Sie sehen Kraft und Last, vom Drehpunkt aus betrachtet, auf derselben Seite wirken.
Darin unterscheidet sich der vorliegende Fall von dem vorhergehenden. Man spricht hier von einem *einseitigen Hebel.*

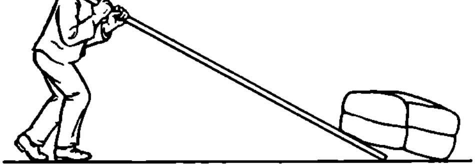


Bild 67. Eine Stange als einseitiger Hebel benutzt

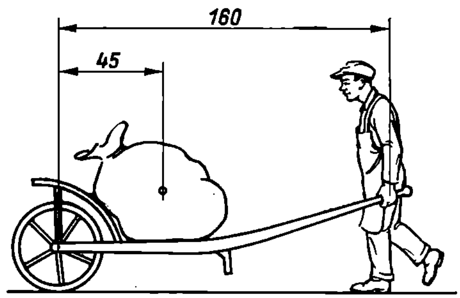


Bild 68. Die Schiebkarre: ein Beispiel für den einseitigen Hebel

Beachten Sie:

> Beim *zweiseitigen Hebel* liegt der Drehpunkt zwischen den beiden angreifenden Kräften.
> Beim *einseitigen* Hebel wirken die Kräfte, vom Drehpunkt aus gesehen, auf derselben Seite.

Genauer soll dies am Beispiel einer Schiebkarre studiert werden (Bild 68). Die Last ruht in der angegebenen Entferung vom Drehpunkt (Radachse). Es soll die Kraft berechnet werden, die am Ende der Handgriffe aufzuwenden ist, um die Last von 65 kp anzuheben. Das Eigengewicht der Karre soll unberücksichtigt bleiben.
Nach dem Hebelgesetz $F_1 l_1 = F_2 l_2$ ist

$$F_1 = F_2 l_2 / l_1 = \frac{65\,\text{kp} \cdot 0{,}45\,\text{m}}{1{,}60\,\text{m}} = \underline{\underline{18{,}3\,\text{kp}}}\,.$$

Hier sehen Sie, daß man um so mehr Kraft spart, je näher die Last an die Drehachse herangeschoben wird.
Wenn Sie nach praktischen Beispielen suchen, so sehen Sie sich einmal den Verschluß einer Bierflasche an oder den Locher auf Ihrem Schreibtisch. Die Gliedmaßen des Menschen und die Tafelschere sind ebenfalls einseitige Hebel.

4.3.3. Drehmoment

Das Hebelgesetz können Sie aber auch in anderer Weise ausdrücken. Sie erkennen nämlich ohne weiteres, daß stets die eine Kraft den Hebel links herum zu drehen versucht, die andere aber eine Rechtsdrehung hervorzurufen bestrebt ist. Infolge des Gleichgewichts kommt aber keine der beiden Drehungen zustande – eben deshalb, weil beide in entgegengesetzter Richtung wirken und sich gegenseitig aufheben. In diesem Zusammenhang verwendet man nun einen Ausdruck, den man in der Technik sehr oft gebraucht. Man sagt

Kraft mal Hebelarm = Drehmoment

Das Hebelgesetz lautet dann:

> Ein Hebel ist dann im Gleichgewicht, wenn die links- und rechtsdrehenden Momente einander gleich sind.

Bezeichnet man die linksdrehenden Momente (positiver Drehsinn) als positiv und die rechtsdrehenden Momente als negativ, so gilt das Hebelgesetz:

> **Ein Hebel ist dann im Gleichgewicht, wenn die Summe der Drehmomente gleich Null ist.**

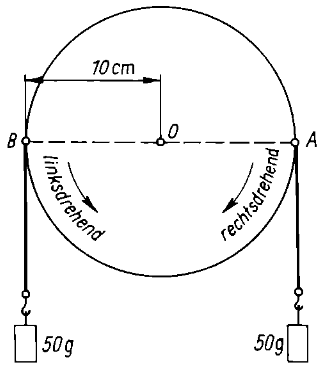


Bild 69
Momentengleichgewicht
bei gleichen Kräften

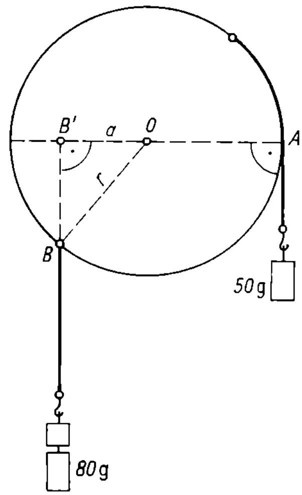


Bild 70
Momentengleichgewicht
bei verschiedenen Kräften

Im Grunde genommen ist damit nichts Neues gesagt. Es wird lediglich in diesem Merksatz die Möglichkeit von Bewegungen angedeutet, die wegen des Gleichgewichts nicht stattfinden können.
Mit Hilfe dieses neuen Begriffs soll nun das Hebelgesetz auf ein Gebilde angewendet werden, das nicht die gewohnte Gestalt eines Hebels besitzt. Bild 69 zeigt Ihnen eine Scheibe, die sich leicht um ihren Mittelpunkt O drehen kann. Rechts und links hängt an einem Faden je ein Massestück von 50 g (Gewicht 50 p), womit die Scheibe offenbar im Gleichgewicht ist. Weshalb?
Wenn Sie sich die gestrichelt angedeutete Linie in die Scheibe hineindenken, sehen Sie ganz deutlich das Schema eines Hebels mit zwei gleich langen Armen von je 10 cm Länge. Die Drehmomente betragen also rechts und links je 500 pcm und heben sich gegenseitig auf.
Jetzt wird das linke Massestück durch ein solches von 80 g ersetzt. Sie beobachten, daß sich die Scheibe ein Stück linksherum dreht und dann in einer neuen Lage stehenbleibt (Bild 70).
Wie erklären Sie sich das? Auf der linken Seite wird durch das Anhängen des Massestückes das Drehmoment auf 80 p · 10 cm = 800 pcm vergrößert. Das rechtsdrehende Moment beträgt (unter Berücksichtigung des Vorzeichens) nach wie vor —500 pcm, so daß sich als Summe ein Drehmoment von 300 pcm ergibt. Als Folge dieses Drehmoments bewegt sich die Scheibe. Aus der Tatsache, daß sie nach kurzer Drehung wieder ins Gleichgewicht kommt, schließen wir, daß in der neuen Stellung die beiden Drehmomente wieder entgegengesetzt gleich sind. Es fragt sich nun: Wie groß sind diese Drehmomente? Betrachten wir dazu die rechte Seite. Die Kraft beträgt auch in der neuen Stellung 50 p. Allerdings hat sich der Aufhängefaden des Gewichtsstückes auf den Rand der Scheibe gelegt. Doch bedeutet dies keine Veränderung gegenüber der ursprünglichen Lage. Sie könnten ja den Faden in A befestigen und das aufliegende Stück abschneiden. Der Hebelarm ist also nach wie vor $\overline{OA}$. Da das Drehmoment rechts somit unverändert den Betrag von 500 pcm hat, muß das Drehmoment in der neuen Lage auch auf der linken Seite 500 pcm betragen. Bei einer Kraft von 80 p kann also der Hebelarm hier nur 500 pcm/80 p = 6,25 cm lang sein. Eine Messung ergibt, daß die Strecke $\overline{OB'} = l$ gerade diese Länge hat und also hier

der Hebelarm ist. $\overline{OB'}$ steht senkrecht auf $\overline{BB'}$, der Wirkungslinie der Kraft. Hieraus ergibt sich die wichtige Schlußfolgerung:

> Das Hebelgesetz in seiner ursprünglichen Form verlangt, daß die Wirkungslinie der Kraft mit dem Hebelarm einen rechten Winkel bildet.

Um dieser Forderung immer entsprechen zu können, müssen Sie sich zunächst einmal von der Vorstellung frei machen, den Hebelarm als ein gegenständliches Gebilde zu betrachten.

Prägen Sie sich ein:

> Unter dem Hebelarm versteht man den senkrechten Abstand des Drehpunktes von der Wirkungslinie der Kraft.

Mit dieser Definition des Hebelarmes kommen Sie auch zur richtigen Deutung des vorliegenden Falles. Sie verlängern die Wirkungslinie der linken Kraft senkrecht nach oben und fällen vom Drehpunkt aus das Lot auf diese Kraftrichtung. So sehen Sie, wie das Gewicht von 80 p unter einem rechten Winkel an dem Arm OB' angreift. Sie müssen sich also merken:

Drehmoment ist gleich Kraft mal senkrechter Abstand des Drehpunktes von der Wirkungslinie der Kraft

$$\boxed{M = Fl} \tag{19}$$

Gemessen werden Drehmomente in Kilopondmetern, Pondzentimetern sowie in anderen Einheiten, die sich als Produkt aus einer Krafteinheit und einer Längeneinheit ergeben.
Was Sie soeben erfahren haben, ist für viele praktisch vorkommende Fälle sehr wichtig. Schon beim Besteigen Ihres Fahrrades machen Sie damit Bekanntschaft. Sie lassen nämlich mit Ihrem Fuß die Antriebskraft nicht etwa aufs Geratewohl gegen die Pedale wirken, sondern entfalten gerade in dem Augenblick die größte Kraft, wenn die Tretkurbel waagerecht liegt. In diesem Fall ist das ausgeübte Drehmoment deswegen am größten, weil Kraftrichtung und Tretkurbel einen rechten Winkel bilden und deshalb der Hebelarm sein Maximum hat. Andererseits hat es gar keinen Sinn zu drücken, wenn die Tretkurbel genau nach oben oder unten zeigt. Man bezeichnet diese Lage als oberen bzw. unteren *Totpunkt.* Ihnen wird nunmehr klargeworden sein, weshalb im toten Punkt kein Drehmoment entstehen kann. Die Kraftrichtung läuft durch den Drehpunkt selbst, so daß der besagte Abstand des Drehpunktes von der Kraftrichtung – also der Hebelarm – gleich Null ist.

4.3.4. Schwerpunkt (Massenmittelpunkt)

Nehmen Sie ein Lineal zur Hand und legen Sie es so auf den ausgestreckten Zeigefinger, daß es waagerecht und frei liegenbleibt. Genau in der Mitte liegt es auf. So haben Sie wiederum einen Hebel vor sich, allerdings ohne zusätzlich anhängende Massestücke und ohne besonders in Erscheinung tretende Kräfte (Bild 71).

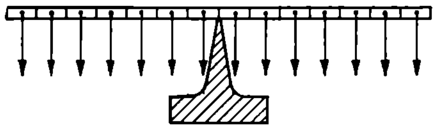


Bild 71. Unterhalb des Schwerpunktes unterstütztes Lineal

Doch sind auch in diesem Falle Kräfte wirksam. Sie brauchen sich nur vorzustellen, daß das Lineal aus lauter kleinen, gleich großen Massestückchen besteht. Alle Teilstücke werden von der Erdanziehung senkrecht nach unten angezogen, links ebenso wie rechts. Jedes einzelne Stück liefert zusammen mit dem zugehörigen Abstand vom Drehpunkt ein kleines Drehmoment, und zu jedem linksdrehenden Moment auf der einen Seite gibt es ein gleich großes rechtsdrehendes Moment auf der anderen. Nach dem Hebelgesetz muß dann das Lineal im Gleichgewicht sein.
Ein solches Gleichgewicht ergibt sich immer dann, wenn der Unterstützungspunkt des Körpers senkrecht unter dem sogenannten *Schwerpunkt* liegt.
Für einen im Schwerpunkt unterstützten Körper hat die Summe der Einzelmomente, die durch den Einfluß der Schwerkraft auftreten, den Wert Null, d. h. also, ganz gleich in welcher Lage der Körper sich befindet, er ist immer im Gleichgewicht. Den Schwerpunkt bezeichnet man auch als Massenmittelpunkt. In diesem Punkt kann man sich das aus den Einzelgewichten ermittelte resultierende Gewicht angreifend denken.

Merken Sie sich:

> Der Schwerpunkt eines Körpers ist der Punkt, in dem man den Körper unterstützen muß, damit er in jeder Lage im Gleichgewicht bleibt. Man kann sich das Gewicht eines Körpers in seinem Schwerpunkt angreifend denken.

Derselbe Versuch läßt sich besonders leicht mit Gegenständen durchführen, die eine flächenhafte Form haben. Sie finden dann folgende Lagen des Schwerpunktes:

Form:	Lage des Schwerpunkts:
Rechteck (Briefumschlag, Brett)	Schnittpunkt der Diagonalen
Kreis (Schwungscheibe)	Mittelpunkt des Kreises
Dreieck	Schnittpunkt der Seitenhalbierenden

Die Bestimmung des Schwerpunktes anderer Flächenformen ist mathematisch gar nicht so einfach, für viele Zwecke aber auch gar nicht nötig. Es gibt ein ganz einfaches Verfahren, das Sie leicht selbst anwenden können. Sie hängen die aus Holz oder Karton geschnittene Fläche, die ein Modell des betreffenden Gegenstandes darstellt, an einem dünnen Faden auf und lassen sie frei herunterhängen (Bild 72). Ziehen Sie jetzt einen Bleistiftstrich in der Verlängerung des Fadens, so erhalten Sie eine sogenannte *Schwerlinie*. Dann wählen Sie am Rande der Fläche einen neuen Aufhängepunkt und ziehen eine zweite Schwerlinie. Im Schnittpunkt beider Linien liegt dann der Schwerpunkt S.

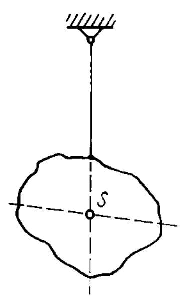


Bild 72. Bestimmung des Schwerpunkts einer Fläche

4.3.5. Arten des Gleichgewichts

Versuchen Sie einmal, eine Kugel auf eine nach oben gewölbte Fläche zu legen! Sie werden viel Geduld aufwenden müssen. Wenn es endlich gelungen sein sollte, ist dann die Kugel im Schwerpunkt unterstützt? Keineswegs; der Schwerpunkt liegt genau über dem Unterstützungspunkt. Der Schwerpunkt hat aber immer das Bestreben, die tiefstmögliche Lage einzunehmen, d. h. er strebt, der Erdanziehung folgend, nach unten. Man bezeichnet diesen Fall daher als *unsicheres* oder *labiles Gleichgewicht* (Bild 73a). Befindet sich ein Körper in diesem Gleichgewichtszustand, so genügt schon der kleinste Anstoß, um den Körper davonrollen oder kippen zu lassen. Er wird dann nie wieder von selbst in seine alte Lage zurückkehren.

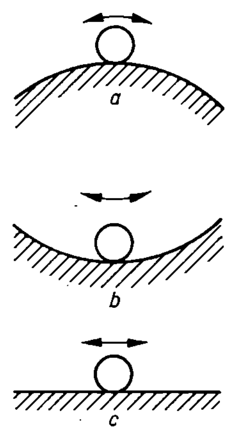


Bild 73. Die drei Gleichgewichtsarten

Als Gegenbeispiel legen Sie die Kugel nunmehr in eine vertiefte Schale. Geben Sie ihr dann einen Stoß, so wird sie zwar aus ihrer ursprünglichen Stellung geraten, aber nach einigem Hin- und Herpendeln doch wieder in die alte Lage zurückkehren. Dies bezeichnet man als *sicheres* oder *stabiles Gleichgewicht* (Bild 73b). Hier bewegt sich der Schwerpunkt beim Anstoßen der Kugel nach oben. Das Bestreben des Schwerpunktes, die tiefstmögliche Lage einzunehmen, führt jedoch die Kugel wieder in die ursprüngliche Gleichgewichtslage zurück.

Endlich legen Sie die Kugel auf eine glatte waagerechte Tischplatte. Die Kugel bleibt in jeder beliebigen Lage ruhig liegen. Dieser Fall ist von dem vorigen insofern verschieden, als nach einem Anstoß die Kugel nicht wieder in die vorige Lage zurückrollt, sondern in einer *neuen* Gleichgewichtslage verharrt. Es tritt keine Höhenveränderung des Schwerpunktes ein. Man nennt dies das *unbestimmte* oder *indifferente Gleichgewicht* (Bild 73c).

Bisher wurde immer nur von einer Kugel gesprochen. Doch können Sie diese Betrachtungen auch auf andere Körper beziehen. Die an der Decke hängende Lampe hängt stabil, weil sie nach jeder Erschütterung in ihre senkrechte Lage zurückkehrt. Der vor Ihnen liegende Füllfederhalter ist im indifferenten Gleichgewicht, da er nach jeder Verrückung bleibt, wo er ist. In welchem Gleichgewicht befindet sich ein Körper, der eine ebene Grundfläche hat und mit dieser auf seiner Unterlage ruht? Diese Frage ist von großer praktischer Bedeutung, da von ihr die Standfestigkeit eines Körpers abhängt. Ein Körper befindet sich im stabilen Gleichgewicht, solange eine durch seinen Schwerpunkt gefällte Senkrechte in das Innere seiner Unterstützungsfläche fällt. Liegt der Schwerpunkt tief und ist die Unterstützungsfläche groß, so ist diese Bedingung auch bei starker Schräglage des Körpers noch erfüllt. Es hat dann eine große Standfestigkeit.

Lehrbeispiel 31

Mit welcher Kraft kann der Dampf auf ein Sicherheitsventil (Bild 74) wirken, dessen Arm mit 16 kp belastet ist? $l_1 = 840$ mm, $l_2 = 70$ mm.

Lösung:

Gegeben: $F_1 = 16$ kp
$l_1 = 840$ mm
$l_2 = 70$ mm

Gesucht: F_2

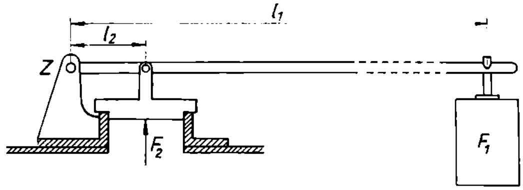


Bild 74. Sicherheitsventil

Die Drehmomente müssen gleich sein; daher gilt

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 .$$

$$F_2 = F_1 l_1 / l_2 = \frac{16 \text{ kp} \cdot 840 \text{ mm}}{70 \text{ mm}} = \underline{\underline{192 \text{ kp}}} .$$

Lehrbeispiel 32

An einem zweiseitigen Hebel hängen links zwei Massestücke von je 150 g in Abständen von 8 cm und 12 cm vom Drehpunkt. Auf der rechten Seite hängt im Abstand von 15 cm vom Drehpunkt ein Massestück von 100 g. Welche Masse muß im Abstand 10 cm vom Drehpunkt angebracht werden, damit Gleichgewicht herrscht?

Lösung:

Gegeben: $m_1 = 150$ g $\quad l_1 = 8$ cm $\qquad$ Gesucht: m_4
$m_2 = 150$ g $\quad l_2 = 12$ cm
$m_3 = 100$ g $\quad l_3 = 15$ cm
$l_4 = 10$ cm

Als Kräfte wirken die Gewichte ($m\,g$).
Die Gleichgewichtsbedingung am Hebel lautet $M_l = M_r$; daher

$$m_1 g l_1 + m_2 g l_2 = m_3 g l_3 + m_4 g l_4$$

Nach Division durch g folgt daraus

$$\underline{\underline{m_4 = \frac{m_1 l_1 + m_2 l_2 - m_3 l_3}{l_4}}}$$

Setzen Sie die gegebenen Werte ein, so erhalten Sie

$$m_4 = \frac{150 \text{ g} \cdot 8 \text{ cm} + 150 \text{ g} \cdot 12 \text{ cm} - 100 \text{ g} \cdot 15 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = \underline{\underline{150 \text{ g}}} .$$

Lehrbeispiel 33

Mit dem vom VEB Bodenbearbeitungsgeräte Leipzig produzierten „Frontlader T 150" können Lasten mit einer Masse bis zu 500 kg gehoben werden (Bild 75).
Welche Gesamtkraft muß durch die beiden (in einer Blickrichtung liegenden) Druckzylinder in der angegebenen Lage (Bild 76) bei maximaler Beladung aufgebracht werden, damit an der Beladegabel Gleichgewicht herrscht? Das Eigengewicht der Gabel wird vernachlässigt.

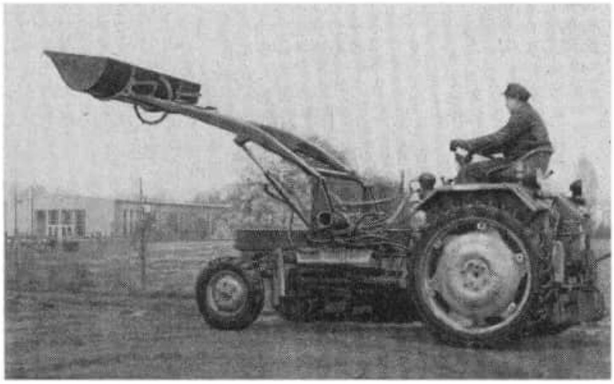


Bild 75. Frontlader T 150

Lösung:

Gegeben: $F_2 = 500$ kp
$l_1 = 480$ mm
$l_2 = 2350$ mm

Gesucht: F_1

Der Frontlader ist ein einseitiger Hebel, der um D geschwenkt wird. Die Gleichgewichtsbedingung lautet:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2$$

Daraus folgt

$$\underline{\underline{F_1 = \frac{F_2 l_2}{l_1}}}, \quad F_1 = \frac{500 \text{ kp} \cdot 2350 \text{ mm}}{480 \text{ mm}} = \underline{\underline{2{,}45 \text{ Mp}}}.$$

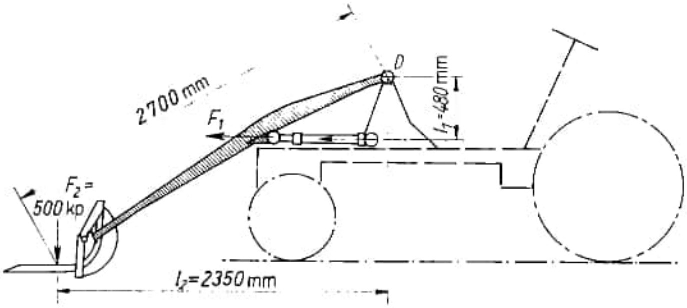


Bild 76
Schema zur Bestimmung der angreifenden Momente

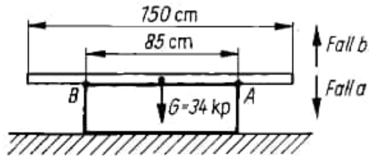


Bild 77. Skizze zu Lehrbeispiel 34

Lehrbeispiel 34

Auf einer Kiste von 85 cm Länge liegt eine 1,50 m lange Eisenstange mit 34 kg Masse (Bild 77), deren Enden gleich weit über die Kiste hinausragen.

Die Eisenstange soll

a) durch eine Druckkraft auf das rechte Ende angehoben werden (wobei sie sich um den Punkt A dreht) oder

b) durch eine Zugkraft am rechten Ende nach oben angehoben werden (wobei sie sich um den Punkt B dreht).

Welche Kräfte sind in den beiden Fällen aufzuwenden?

Lösung:

Gegeben: $2\,l = 150$ cm Gesucht: a) F_1

$2\,s = 85$ cm b) F_2

$G = 34$ kp

a) Es handelt sich um einen zweiseitigen Hebel. Es ist

$$F_1(l - s) = Gs$$

$$F_1 = \frac{Gs}{l - s}$$

$$F_1 = \frac{34\ \text{kp} \cdot 42{,}5\ \text{cm}}{32{,}5\ \text{cm}} = \underline{\underline{44{,}5\ \text{kp}}}\,.$$

b) Es liegt ein einseitiger Hebel vor.

Die Momentgleichung lautet hier

$$F_2(l + s) = Gs$$

$$F_2 = \frac{Gs}{l + s}$$

$$F_2 = \frac{34\ \text{kp} \cdot 42{,}5\ \text{cm}}{117{,}5\ \text{cm}} = \underline{\underline{12{,}3\ \text{kp}}}\,.$$

Lehrbeispiel 35

Das Anheben des in Bild 78 angegebenen Stahldeckels von 25 kg Masse soll durch ein Gegengewicht F erleichtert werden, das, an einem Seil ziehend, dem Gewicht des Deckels gerade das Gleichgewicht hält. Wie groß muß die Kraft F sein?

Lösung:

Zur Berechnung des erforderlichen Drehmoments wird der Abstand l benötigt. Da das Dreieck AOB rechtwinklig und gleichschenklig (wegen des Winkels 45°) ist, gilt nach dem Lehrsatz des Pythagoras

$$s^2 = l^2 + l^2,$$

$$l^2 = s^2/2,$$

$$l = {}^1/_2\, s\sqrt{2}\,.$$

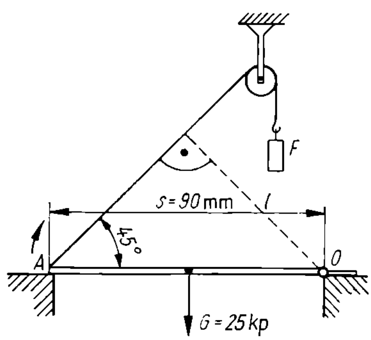


Bild 78. Stahldeckel mit Zugvorrichtung

Das rechtsdrehende Moment ist daher

$$Fl = {}^1/_2\, Fs\sqrt{2}.$$

Das linksdrehende Moment ist $G \cdot {}^1/_2\, s$. Im Gleichgewichtsfall ist demnach

$${}^1/_2\, Fs\sqrt{2} = {}^1/_2 Gs.$$

Nach Division durch ${}^1/_2\, s$ erhält man

$$F = G/\sqrt{2} = \underline{\underline{{}^1/_2\, G\sqrt{2}.}}$$

Sie erkennen, daß das Ergebnis unabhängig von s ist. Mit $G = 25$ kp folgt

$$F = \frac{25\text{ kp} \cdot 1{,}4142}{2} = \underline{\underline{17{,}7\text{ kp}}}\,.$$

Zusammenfassung

Beim zweiseitigen Hebel liegt der Drehpunkt zwischen Kraft und Last, beim einseitigen Hebel wirken alle Kräfte auf derselben Seite vom Drehpunkt.
Es herrscht Gleichgewicht, wenn die Summe der linksdrehenden Momente gleich der Summe der rechtsdrehenden Momente ist. Unter dem Drehmoment wird das Produkt aus der Kraft und dem (senkrechten!) Abstand ihrer Wirkungslinie vom Drehpunkt verstanden.
Ein Körper ist im Gleichgewicht, wenn er im Schwerpunkt unterstützt wird oder wenn der Unterstützungs- bzw. Aufhängepunkt genau unter bzw. über dem Schwerpunkt liegt. Je nach dem Verhalten des Körpers nach einer Gleichgewichtsstörung unterscheidet man das stabile, labile und indifferente Gleichgewicht.

Übungen

69. An einem zweiseitigen Hebel wirken 18 cm links vom Drehpunkt 87 p und 26 cm rechts vom Drehpunkt 55 p. Auf welcher Seite und in welcher Entfernung muß eine Kraft von 15 p wirken, wenn durch sie Gleichgewicht hergestellt werden soll?
70. Welches Drehmoment erzeugt eine Kraft von 18 kp, die 75 cm vom Drehpunkt M entfernt im Punkt F angreift und mit der Geraden MF einen Winkel von 60° einschließt?
71. In welchem Gleichgewichtszustand befindet sich das Rad eines aufgebockten Fahrrades, wenn sich das Ventil in die untere Lage einstellt?
72. Ein masselos zu denkender Stab von 60 cm Länge trägt an einem Ende ein Massestück von 30 g und an dem anderen Ende ein Massestück von 80 g. Wo liegt der Schwerpunkt des Stabes?
73. Wie groß muß die Kraft F_S am nach unten ziehenden Seil mindestens sein, damit das Moment des Sperrhebels bei einer Federkraft $F = 5$ kp überwunden wird (Bild 79)?

74. Ein Winkelhebel, der um D drehbar ist, liegt bei B an einem Kontakt an. Wie groß ist die Druckkraft F_K, wenn $F = 150$ kp beträgt (Bild 80)?

Hinweis: Man kann das Hebelgesetz anwenden.

75. Der Blocksäulenkran in Bild 81 ist für die Nutzlast 3,2 Mp berechnet. Sein Ausleger wird in der weitesten Ausladung – diese beträgt 22 m – durch $F = 3$ Mp in senkrechter Richtung belastet. Welche Zugkraft F_Z ist in der Kolbenstange der hydraulischen Verstelleinrichtung zu erzeugen, damit der Ausleger im Gleichgewicht ist? Das Eigengewicht des Auslegers ist in der Last berücksichtigt. Die für die Berechnung erforderlichen Maße sind Bild 82 zu entnehmen.

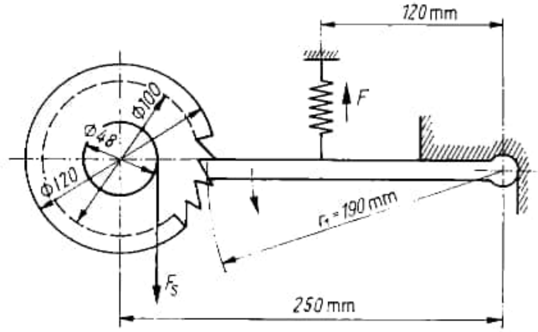


Bild 79. Sperre

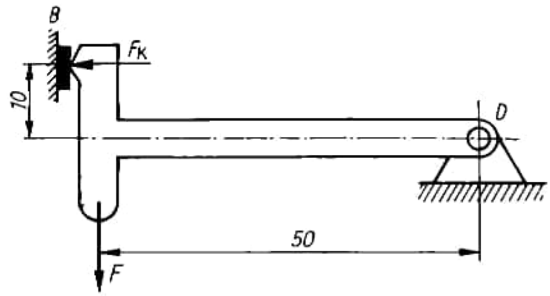


Bild 80. Kontakthebel

Bild 81. Portalkran

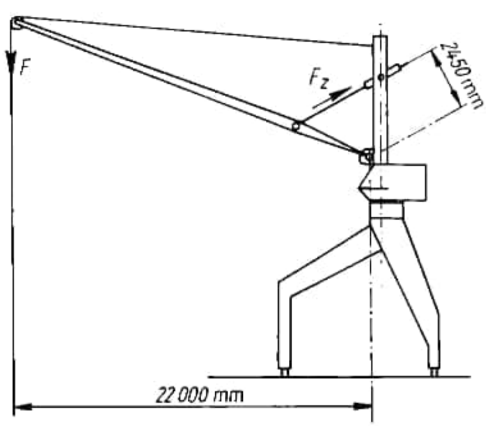


Bild 82. Schema zur Bestimmung der Drehmomente

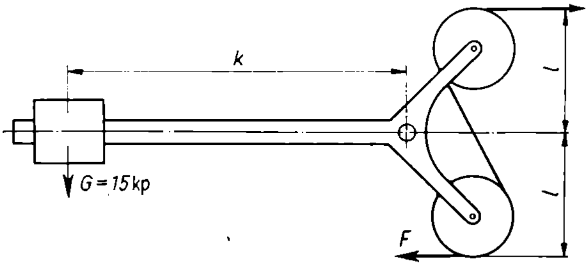


Bild 83. Spannrolle

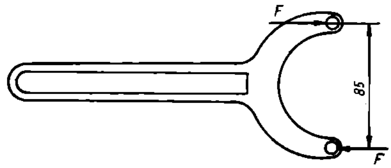


Bild 84. Konterringschlüssel

76. Welche Spannkraft F_S wird durch den in Bild 83 dargestellten Seilspanner hervorgerufen? $k = 70$ cm, $l = 25$ cm.

77. Wie groß sind die Kräfte F_1 und F_2 an den Mitnehmerbolzen des in Bild 84 gezeigten Konterringschlüssels, wenn an ihm ein Moment von 7 kpm wirkt?

4.4. Druck und Reibung

4.4.1. Druck

Betrachten Sie ein schweres Fahrzeug, das auf weichen Untergrund geraten ist! Es sinkt je nach Bodenbeschaffenheit mehr oder weniger tief ein. Doch hängt die Tiefe des Eindringens nicht nur von der Bodenbeschaffenheit ab, sondern es spielen dabei noch zwei andere Faktoren eine ausschlaggebende Rolle: Einmal das Gewicht des Fahrzeuges – je schwerer es ist, um so tiefer dringt es ein, zum anderen die Auflagefläche – je größer diese ist, um so weniger sinkt es ein.
Die physikalische Größe, die beide Faktoren erfaßt, ist der *Druck*. Dieser Druck ist, wie eben beschrieben, dem Gewicht, also der Kraft, direkt proportional, der Fläche, auf die die Kraft wirkt, jedoch indirekt proportional. Wir definieren daher als Druck den Quotienten aus Kraft und Fläche.

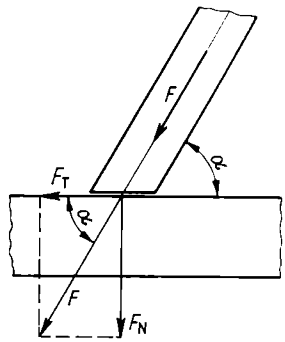
Zur Berechnung des Druckes bringen wir ein Beispiel:
Ein quadratischer Pyramidenstumpf habe ein Gewicht von 8 kp. Die Grundfläche sei ein Quadrat mit der Seitenlänge 6 cm. Steht der Stumpf auf der Grundfläche, dann wirkt das Gewicht 8 kp auf eine Fläche von 36 cm². Dreht man den Stumpf um und stellt ihn auf die Deckfläche, die eine Seitenlänge von 4 cm haben soll, so wirkt das Gewicht 8 kp auf eine Fläche von 16 cm². Auf 1 cm² entfällt also im ersten Fall der 36. Teil des Gesamtgewichts, im zweiten Fall der 16. Teil. Wir sagen, der Druck p_2 ist im zweiten Fall größer als der Druck p_1 im ersten Fall, obwohl die Kraft (das Gewicht) in beiden Fällen dieselbe ist, nämlich 8 kp beträgt.

Wir berechnen die beiden Drücke wie folgt:

$$p_1 = \frac{8\ \mathrm{kp}}{36\ \mathrm{cm}^2} = 0{,}22\ \mathrm{kp/cm}^2\,,$$

$$p_2 = \frac{8\ \mathrm{kp}}{16\ \mathrm{cm}^2} = 0{,}5\ \mathrm{kp/cm}^2\,.$$

Bild 85. Ermittlung der Druckkraft, die ein schräger Stützbalken auf die waagerechte Unterlage ausübt



Als Einheiten für den Druck sind alle Einheiten zulässig, die als Quotient einer Krafteinheit und einer Flächeneinheit gebildet werden. Wir kommen auf diese Frage im nächsten Abschnitt zurück.
Bisher – auch in unseren Beispielen – haben wir stillschweigend angenommen, daß die Kraft auf eine waagerechte Unterlage wirkt, also senkrecht zur gedrückten Fläche. Schon bei jeder bergan oder bergab führenden Straße drückt das Gewicht des Fahrzeuges nicht mehr senkrecht auf die Unterlage, und wenn man andere Druckkräfte als nur das Gewicht berücksichtigt, steht die Kraftrichtung nur selten senkrecht zur gedrückten Fläche. Bild 85 zeigt Ihnen das für die Druckkraft F eines Stützbalkens, die unter einem Winkel α auf die Auflagefläche drückt. Versuche zeigen, daß in diesen Fällen nicht die gesamte Kraft F den Druck bestimmt, sondern statt F immer nur die senkrecht zur gedrückten Fläche wirkende Komponente F_N (siehe Bild 85), die sogenannte *Normalkraft*, zur Berechnung des Druckes verwendet werden kann. In solchen Fällen muß man deshalb die Druckkraft F zunächst nach dem Parallelogrammsatz in zwei Komponenten zerlegen:

1. in die senkrecht zur Unterlage wirkende Normalkraft F_N,
2. in die parallel zur Unterlage gerichtete Tangentialkraft F_T.

Zur Berechnung des Druckes, der auf die Unterlage wirkt, wird nur die Normalkraft verwendet.
Sie werden das ohne weiteres einsehen. Da die andere Komponente F_T in waagerechter Richtung wirkt, kann sie auch keine Wirkung auf die Unterlage ausüben.
Nunmehr können wir auch eine allgemeingültige Definition für den Druck festlegen:

Unter Druck versteht man den Quotienten aus der Normalkraft und der Fläche, auf die die Normalkraft einwirkt.

Als Gleichung schreibt man dies:

$$\boxed{p = F_N/A} \tag{20}$$

Schließlich sei darauf hingewiesen, daß auch flüssige und gasförmige Körper Drücke erzeugen können. Vom Luftdruck, dem alle Körper auf der Erde ausgesetzt sind, merken wir wenig oder gar nichts. Den Luftdruck beachten Sie auch dann nicht, wenn Sie z. B. den Druck in einem Dampfkessel oder einem Autoreifen mit dem Druckmesser kontrollieren, denn dieser zeigt lediglich den über den Luftdruck hinausgehenden Druck, d. h. den Überdruck an. Für die Berechnung von Druckbehältern und Anlagen braucht meist nur der Überdruck berücksichtigt zu werden (Lehrbeispiel 37). Daß auch in Flüssigkeiten Drücke auftreten können, sei hier nur erwähnt. Über die Gesetzmäßigkeiten des Druckes in Flüssigkeiten und Gasen werden

Sie später im Studium bei der Behandlung der Mechanik der Flüssigkeiten und der Gase unterrichtet.
Zum Schluß noch ein wichtiger Hinweis: Halten Sie die Begriffe Druck und Druckkraft scharf auseinander (anstelle von Druckkraft ist es besser, nur von Kraft zu sprechen!) Es wird in der Umgangssprache häufig das Wort Druck gebraucht, wo eine Druckkraft gemeint ist.

Lehrbeispiel 36

Welchen Druck übt eine Ständerbohrmaschine von 1,8 t Masse und 80 dm² Grundfläche auf den Fußboden aus?

Lösung:

Bekannt sind die Kraft $F = 1{,}8$ Mp und die Fläche $A = 80\ \mathrm{dm}^2$. Mit diesen Größen erhalten Sie nach Gleichung (20)

$$p = F/A = \frac{1{,}8\ \mathrm{Mp}}{80\ \mathrm{dm}^2} = \frac{1{,}8 \cdot 1000\ \mathrm{kp}}{80 \cdot 100\ \mathrm{cm}^2} = \frac{18\ \mathrm{kp}}{80\ \mathrm{cm}^2} = \underline{\underline{0{,}225\ \mathrm{kp/cm}^2}}\,.$$

4.4.2. Druckeinheiten

In 4.4.1. war Ihnen bereits gesagt worden, daß als Druckeinheiten alle Einheiten in Frage kommen, die sich als Quotienten aus Kraft- und Flächeneinheiten bilden lassen.
Wir beginnen mit der *kohärenten* Druckeinheit. In 4.1.4. lernten Sie als kohärente Krafteinheit das Newton kennen, das als 1 kg m/s² definiert ist. Als Flächeneinheit benutzen wir das Quadratmeter und erhalten so die Druckeinheit

$$\mathbf{1\ N/m^2 = 1\ \frac{kg\ m\ s^{-2}}{m^2} = 1\ kg/m\ s^2}\,. \tag{IV}$$

Dieser Druck 1 N/m² ist sehr klein. Sie erinnern sich, daß 1 N etwa gleich dem Gewicht ist, das ein Massestück von 100 g ausübt. Wenn diese Kraft nun auf die große Fläche von 1 Quadratmeter gleichmäßig verteilt wird, dann liegt ein Druck von 1 N/m² vor.
Eine größere Druckeinheit ist das *Bar* (Kurzzeichen: bar):

$$1\ \mathrm{bar} = 10^5\ \mathrm{N/m^2} = 100\,000\ \mathrm{N/m^2} \tag{V}$$

Aus dem täglichen Wetterbericht ist Ihnen sicherlich der 1000. Teil dieser Einheit, das *Millibar*, bekannt. In dieser Einheit wird meist der Luftdruck gemessen. 1 mbar ist gleich 100 N/m².
Selbstverständlich kann als Krafteinheit auch das Kilopond benutzt werden. Als Flächeneinheit wählt man dazu meist das Quadratzentimeter. Der Zusammenhang mit der kohärenten Einheit ist leicht zu finden:

$$1\ \mathrm{kp/cm^2} = \frac{9{,}80\,665\ \mathrm{N}}{0{,}0001\ \mathrm{m^2}} = 98\,066{,}5\ \mathrm{N/m^2}$$

Dieser Druck von 1 kp/cm² ist annähernd gleich dem Druck, den die Lufthülle der Erde, die Atmosphäre, auf die Erdoberfläche ausübt. Deshalb bezeichnet man 1 kp/cm² auch als *technische Atmosphäre* (Kurzzeichen: at).

Wir halten also fest:

$$\mathbf{1\ at = 1\ kp/cm^2 = 98\,066{,}5\ N/m^2} \qquad \text{(VI)}$$

Beim Vergleich von (V) und (VI) bemerken Sie, daß 1 at nahezu gleich 1 bar ist:

$$1\ \text{at} = 0{,}980\,665\ \text{bar}$$

Lehrbeispiel 37

Welche Kraft sucht den an ein T-Stück angeschraubten Blindflansch (Bild 86) abzuheben, wenn durch das T-Stück Dampf von 25 at Überdruck geleitet wird?

Lösung:

Gegeben: $p = 25$ at Gesucht: F

$d = 40$ mm

Aus (20) folgt

$$F = pA$$

Als Fläche ist die Kreisfläche $A = \pi d^2/4$ anzusetzen, so daß sich ergibt

$$\underline{\underline{F = \pi p d^2/4}}\ .$$

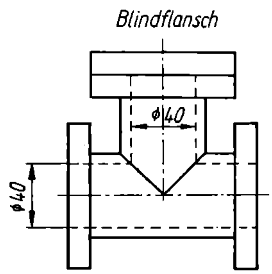


Bild 86. T-Stück mit Blindflansch

Mit den gegebenen Werten:

$$F = \frac{\pi \cdot 25\ \text{at} \cdot 1600\ \text{mm}^2}{4} = \frac{100\,\pi\ \text{kp cm}^2}{\text{cm}^2} = \underline{\underline{314\ \text{kp}}}$$

Lehrbeispiel 38

Im Wetterbericht wurde der Luftdruck mit 1018 mbar angegeben.

a) Rechnen Sie diesen Druck in technische Atmosphären um.

b) Welche Kraft wirkt auf 1 m² der Erdoberfläche?

Lösung:

a) $1018\ \text{mbar} = 1{,}018\ \text{bar} = \dfrac{1{,}018\ \text{at}}{0{,}980\,665} = \underline{\underline{1{,}035\ \text{at}}}$

b) Gegeben: $p = 1{,}035$ at Gesucht: F

$A = 1\ \text{m}^2$

Nach $F = p\,A$ ist

$$F = \frac{1{,}035\ \text{kp m}^2}{\text{cm}^2} = 10350\ \text{kp} = \underline{\underline{10{,}35\ \text{Mp}}}\ .$$

4.4.3. Haftreibung

Alle physikalischen Versuche der Mechanik werden durch eine niemals vermeidbare Erscheinung beeinträchtigt, die Reibung. Um beispielsweise das Hebelgesetz zu bestätigen, wurde nach Bild 64 an einen leicht drehbaren Stab beiderseits ein Massestück angehängt. Theoretisch genügt bereits das Gewicht einer Mücke, das zusätzlich auf einer Hebelseite wirkt, um den Hebel zum Umschlagen zu bringen. Im Versuch wird trotzdem der Hebel in der waagerechten Lage verharren, weil zwischen Achse und Lager Reibung vorhanden ist, die erst bei größerer Belastung überwunden wird. Sie können sich das Wesen der Reibung auf recht einfache Weise durch folgenden Versuch klarmachen. Ein Holzklotz von 1,2 kp Gewicht liege auf einer waagerechten Tischplatte (Bild 87). An einem Haken ist eine Schnur befestigt, die über eine Rolle laufend eine Waagschale trägt. Auf die Waagschale legen Sie nun einige Wägestücke. Trotz der anhängenden Last, die als Zugkraft F waagerecht am Holzklotz zieht, bewegt sich dieser nicht von der Stelle. Der Klotz haftet gleichsam auf seiner Unterlage. Man sagt, daß seine *Haftreibung* größer ist als die wirkende Kraft und versteht unter Haftreibung eine Gegenkraft zur wirkenden Kraft F. Diese Gegenkraft heißt *Reibungskraft* F_R. Legen Sie vorsichtig noch mehr Wägestücke zu. Noch bei $F = 790$ p liegt der Klotz ruhig da. Bei $F = 800$ p rutscht der Klotz, dem Zug von F folgend, über den Tisch. Das heißt aber, der Wert der Reibungskraft, also der Haftreibung, liegt hier zwischen 790 p und 800 p.

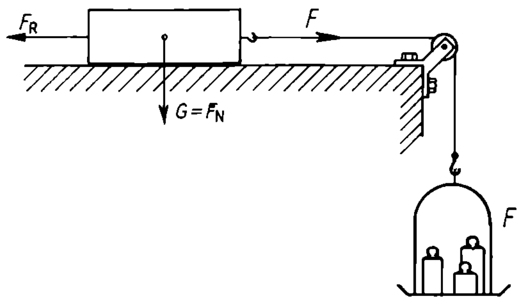


Bild 87. Messung der Reibung

Es erhebt sich nun die Frage: Wovon ist die Größe der Reibungskraft abhängig, und wie läßt sie sich berechnen? Es wäre umständlich, wollte man in jedem Einzelfall die Reibungskraft durch Experimente feststellen.
Zur Beantwortung der Frage verändern wir in der Versuchsanordnung von Bild 87 zunächst das Gewicht des Klotzes und bestimmen nun jeweils die Haftreibung. Dabei zeigt sich z. B., daß sich bei Verdoppelung des Gewichtes der doppelte Wert für die Haftreibung ergibt, und ganz allgemein gilt:

Die Reibungskraft ist proportional der Normalkraft:

$$F_R \sim F_N \tag{21a}$$

Wir kippen den Klotz, so daß er hochkant und damit auf einer kleineren Fläche steht. Eine erneute Bestimmung der Reibungskraft führt zu dem Ergebnis, daß die Reibungskraft von der Größe der Auflagefläche *nicht* abhängt. Es ergibt sich dieselbe Reibungskraft wie im ersten Versuch. Sie werden aber leicht einsehen, daß die Reibungskraft von der Beschaffenheit der sich berührenden Flächen abhängt. Bei polierten Flächen ist die Reibung kleiner als bei rauhen Flächen.

Der Proportionalitätsfaktor, der noch eingeführt werden muß, damit aus der Proportionalität (21a) eine Gleichung wird, erfaßt diese Beschaffenheit rechnerisch. Er ist eine Zahl, die vom Material *beider* Flächen, die aufeinander reiben, abhängt. Man nennt diese Zahl die *Haftreibungszahl* oder den *Haftreibungskoeffizienten* und gibt ihr das Symbol μ_0. Damit wird aus (21a):

$$F_R = \mu_0 F_N \tag{21}$$

Die Bedeutung des Reibungskoeffizienten sehen Sie sehr anschaulich, wenn Sie (21) nach μ_0 auflösen:

$$\mu_0 = F_R / F_N$$

Der Reibungskoeffizient μ_0 ist also gleich dem Verhältnis der Reibungskraft zur Normalkraft; er gibt an, welcher Bruchteil der Normalkraft (bei waagerechter Unterlage des Gewichts) aufgebracht werden muß, um den Körper in Bewegung zu setzen. Im eingangs erwähnten Beispiel war $F_N = G = 1{,}2$ kp und $F_R = 800$ p. Der Haftreibungskoeffizient ist daher

$$\mu_0 = F_R / F_N = \frac{800\ \text{p}}{1200\ \text{p}} = 0{,}67 \quad .$$

Je größer die Reibungszahl ist, um so größer ist die Reibung. Die Reibungszahl ist immer kleiner als 1; sie wird für bestimmte Fälle durch Versuche bestimmt und in Tabellenbüchern angegeben (siehe Tafeln 6 und 7). Die Zusammenfassung der Versuchsergebnisse führt zu den folgenden Merksätzen:

Die Reibungskraft ist parallel zur Gleitfläche und entgegengesetzt zur wirkenden Kraft gerichtet. Sie hängt ab

1. von der Normalkraft, mit welcher der reibende Körper auf seine Unterlage drückt und
2. von der Beschaffenheit der aufeinander gleitenden Oberflächen, ausgedrückt in der Reibungszahl μ_0.

Sie hängt *nicht* ab von der Größe der sich berührenden Flächen.

Ein weiteres Beispiel:

Vor Ihnen steht z. B. eine Kiste von 65 kp Gewicht. Um diese von der Stelle zu rücken, muß nach dem soeben Gesagten eine Reibungskraft von $F_R = 0{,}67 \cdot 65\ \text{kp} = 43{,}6$ kp überwunden werden. Sie müssen also eine Kraft von mindestens 43,6 kp aufwenden.
Nebenbei muß bemerkt werden, daß diese Zahlen nur Richtwerte sind. Beispielsweise kann Holz ganz verschiedene Oberflächenbeschaffenheit aufweisen: roh, gehobelt, poliert, es kann sich um weiches oder hartes Holz der verschiedensten Art handeln usw. Kommt es darauf an, den genauen Wert zu haben, so muß man die Reibungszahl für den jeweils vorliegenden Fall experimentell ermitteln.

Die Zahlen der Tafel 6 zeigen Ihnen auch den großen Wert von Schmiermitteln; diese setzen die Reibung beträchtlich herab. Sie erkennen aber auch die Gefahren, die sich für jeden Kraftfahrer durch die Verlängerung des Bremsweges bei nasser Oberfläche der Fahrbahn ergeben.

Tafel 6: **Haft- und Gleitreibungszahlen**

Material	Haftreibung	Gleitreibung μ		
	μ_0	trocken	geschmiert	mit Wasser
Stahl/Stahl	0,15	0,1	0,009	
Metall/Holz	0,6 ··· 0,5	0,5 ··· 0,2	0,08 ··· 0,02	0,25
Holz/Holz	0,65	0,4 ··· 0,2	0,16 ··· 0,04	0,25
Leder/Grauguß	0,56	0,28	0,12	0,38
Eisen/Eis				0,014
Kraftfahrzeug mit blockierten Rädern				
auf Pflaster		0,5		0,2
auf Asphalt		0,3		0,15

4.4.4. Gleit- und Rollreibung

In Tafel 6 finden Sie neben den in 4.4.3. erklärten Haftreibungszahlen μ_0 noch weitere, die als *Gleitreibungszahlen* μ bezeichnet sind. Es wird Ihnen auffallen, daß diese für die einzelnen Stoffpaare stets kleiner sind als die entsprechenden Haftreibungszahlen. Welche Bedeutung haben sie? Sie wissen aus Erfahrung, daß es stets einen größeren Kraftaufwand erfordert, einen ruhenden Körper in Bewegung zu setzen als ihn in Bewegung zu halten. Das hat neben der Trägheit den Grund darin, daß die Reibung während der Bewegung (während des Gleitens) kleiner ist als beim Beginn der Bewegung.

Wenn wir also die Reibungszahlen bestimmen, indem wir nicht einen ruhenden Körper in Bewegung bringen, sondern einen bereits in Bewegung befindlichen Körper in Bewegung halten, so ergeben sich stets kleinere Werte. Man nennt die während der Bewegung wirksame (kleinere) Reibung die *Gleitreibung*, die entsprechenden Zahlen die *Gleitreibungszahlen*. In vielen Fällen ist sie nur etwa halb so groß wie die entsprechende Haftreibung. Auf das Beispiel mit der Kiste aus 4.4.3. angewandt, heißt dies, daß nur noch eine Zug- oder Schubkraft von 22 kp notwendig ist, um die Kiste in Bewegung zu halten.

Noch kleinere Reibungszahlen ergeben sich, wenn die beiden Stoffe nicht aufeinander gleiten, sondern aufeinander abrollen. Man spricht dann von der *Rollreibung*. Tafel 7 zeigt Ihnen einige Werte und zugleich die große Bedeutung der rollenförmigen Auflage bei allen Fahrzeugen, also der Räder. Bei der Rollreibung ist der Unterschied zwischen der Reibung beim Anfahren und während der Bewegung unerheblich.

Tafel 7: **Rollreibungszahlen μ_R**

Straßenbahn (Rillenschienen)	0,006
Eisenbahn	0,002
Fuhrwerk auf gutem Erdweg .	0,05
Fuhrwerk auf Asphalt	0,015
Kraftwagen auf Pflaster	0,04
Kraftwagen auf Asphalt	0,035

Am kleinsten ist die Reibung bei Schienenfahrzeugen. Für einen Güterzug von 40 Wagen mit je 20 t Ladung ergibt die Reibungszahl $\mu_R = 0{,}002$, daß eine Kraft von nur $0{,}002 \cdot 80000$ kp $= 1600$ kp aufzuwenden ist, um auf waagerechter Strecke die Rollreibung zu überwinden.

Lehrbeispiel 39

Welche Kraft ist nötig, um ein Fuhrwerk mit einem Gewicht von 1250 kp auf gutem, waagerechtem Erdweg vorwärtszuziehen?

Lösung:

Gegeben: $F_N = G = 1250$ kp Gesucht: F_R

$\mu_R = 0{,}05$ (nach Tafel 7)

Nach (21) ist

$$F_R = \mu_R F_N = 0{,}05 \cdot 1250 \text{ kp} = \underline{\underline{62{,}5 \text{ kp}}}.$$

Lehrbeispiel 40

Mit einer Zugmaschine soll ein auf der Straße liegender, mächtiger Eichenstamm vom Gewicht 1350 kp weggezogen werden. Der Haftreibungskoeffizient ist $\mu_{01} = 0{,}7$, der Gleitreibungskoeffizient beträgt $\mu = 0{,}3$.

a) Welche Haftreibung ist zu überwinden?

b) Welche Gleitreibung muß überwunden werden?

c) Mit welchem Gewicht muß die Zugmaschine mindestens die antreibende Radachse belasten, damit sie den Stamm überhaupt wegziehen kann? Hier ist von Ihnen die Haftreibung zwischen den Gummirädern der Zugmaschine und dem Asphalt zu beachten. Die Haftreibungszahl Gummi – Asphalt ist $\mu_{02} = 0{,}56$.

Lösung:

Gegeben: $G = 1350$ kp Gesucht a) F_0

$\mu_{01} = 0{,}7$ b) F_1

$\mu = 0{,}3$ c) F_2

$\mu_{02} = 0{,}56$

a) Nach (21) ist mit $F_N = G$ und $F_R = F_0$

$$F_0 = \mu_{01} G = 0{,}7 \cdot 1350\ \text{kp} = \underline{\underline{945\ \text{kp}}}.$$

b) Entsprechend ist

$$F_1 = \mu G = 0{,}3 \cdot 1350\ \text{kp} = \underline{\underline{405\ \text{kp}}}.$$

c) Der Haftreibungswiderstand der Zugmaschine muß mindestens gleich dem Haftwiderstand des Eichenstammes sein. Dieser war F_0. Die zugehörige Normalkraft wird nach (21) berechnet:

$$F_0 = \mu_{02} F_2$$

$$F_2 = F_0 / \mu_{02} = \frac{945\ \text{kp}}{0{,}56} = 1690\ \text{kp} = \underline{\underline{1{,}69\ \text{Mp}}}$$

Zusammenfassung

Unter dem Druck versteht man den Quotienten aus der Normalkraft und der Fläche, auf die die Kraft wirkt. Schräg auf die Grundfläche wirkende Kräfte sind in die beiden Komponenten Normal- und Tangentialkraft zu zerlegen.
Die kohärente Druckeinheit ist $1\ \text{N/m}^2 = 1\ \text{kg/m s}^2$. Als inkohärente Druckeinheiten lernten Sie bisher das Bar und die technische Atmosphäre ($1\ \text{at} = 1\ \text{kp/cm}^2$) kennen.
Unter der Reibung faßt man alle Kräfte zusammen, die die Bewegung eines Körpers hemmen. Man unterscheidet Haft-, Gleit- und Rollreibung. Die Reibungskraft ist der Normalkraft proportional, aber unabhängig von der Größe der sich berührenden Flächen. Die stoffliche Beschaffenheit der Berührungsflächen kommt in den Reibungskoeffizienten zum Ausdruck.

Übungen

78. Welchen Vorteil bieten Raupenfahrzeuge?

79. Die in Bild 88 gezeigte hydraulische Einständerpresse erzeugt eine Preßkraft von 160 Mp. Wie groß ist der Druck in technischen Atmosphären,

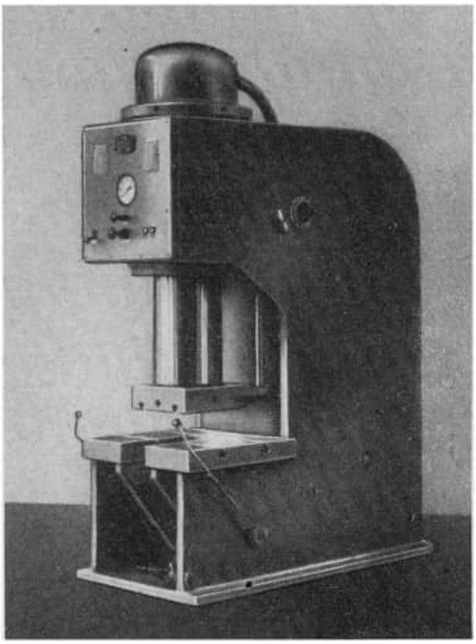


Bild 88. Hydraulische Einständerpresse

der bei dieser Belastung auf ein Werkstück von 160 cm² Auflagefläche erzeugt wird?

80. Welche Kraft wirkt unter dem Druck von 3 at auf die Fläche von 1 m²?

81. Wieviel Bar beträgt der Druck, den eine Ziegelmauer (Dichte 1,8 g/cm³, Höhe 3 m, Länge 15 m, Dicke 25 cm) auf den Baugrund ausübt?

82. Wie groß ist die Haftreibungszahl, wenn eine Kraft von 55 kp hinreicht, um einen Gegenstand von 85 kp Gewicht auf waagerechtem Boden in Bewegung zu setzen?

83. Wie schwer darf eine Holzkiste sein, wenn sie auf nassem Holzboden durch eine Kraft von 25 kp im Gleiten erhalten werden soll?

84. Auf der 120 cm² großen Grundfläche eines Flachschiebers lastet ein Dampfüberdruck von 8 at. Welche Reibungszahl ergibt sich hierbei, wenn zur Bewegung des Schiebers 105 kp erforderlich sind?

4.5. Arbeit, Energie, Leistung

4.5.1. Mechanische Arbeit

In den vorangegangenen Abschnitten haben Sie sich vorwiegend mit der Bestimmung von Kräften beschäftigt. Wozu aber werden Kräfte eingesetzt? Letzten Endes doch immer, um mit ihrer Hilfe Arbeiten zu verrichten. Bei der Erwähnung des Wortes *Arbeit* werden Sie sich an die tausendfältigen Verrichtungen des werktätigen Menschen erinnern, an große und schwere Maschinen, deren er sich dabei bedient.
Wenn Sie sich nun vom physikalischen Standpunkt aus mit der Arbeit beschäftigen sollen, müssen Sie zunächst wissen, wie Sie die jeweils verrichtete Arbeit objektiv messen können. Dabei erwarten Sie selbstverständlich, daß das dabei verwendete Maß für möglichst alle Arten von mechanischer Arbeit Anwendung finden kann. Angesichts der großen Vielfalt von Arbeitsvorgängen scheint das auf den ersten Blick schwierig zu sein. Und doch ist es recht einfach. Stets handelt es sich nämlich darum, daß mit einer bestimmten Kraft ein bestimmter Weg zurückgelegt wird. Je größer die Kraft F und je länger die bewältigte Wegstrecke s ist, desto größer ist die verrichtete Arbeit W. Damit ergibt sich zwangsläufig die wichtige Definition

Arbeit = Kraft mal Weg

$$\boxed{W = Fs} \tag{22}$$

Angenommen, neben Ihnen steht ein Eimer Wasser. Er soll eine Masse von 15 kg haben. Um ihn in der Hand zu halten, müssen Sie eine Kraft von 15 kp aufwenden; denn, wie Sie wissen, stellt das Gewicht seinem Wesen nach eine Kraft dar. Heben Sie jetzt den Eimer auf den Tisch, so legen Sie mit einer Kraft von 15 kp den Weg von 1,10 m zurück. Die dabei vollbrachte Arbeit berechnen Sie dann zu

$$W = 15\ \text{kp} \cdot 1{,}1\ \text{m} = 16{,}5\ \text{kpm} \;.$$

Bei diesem Beispiel handelt es sich also um das Heben eines Körpers. Statt der allgemeinen Ausdrucksweise Arbeit = Kraft · Weg können Sie in solchen Fällen auch sagen:

Arbeit = Gewicht · Höhe

$$W = G\,h \tag{22 a}$$

bzw.

$$W = m\,g\,h \tag{22 b}$$

Falsch wäre es aber, wenn Sie diese Berechnungsweise dort anwendeten, wo gar keine Last gehoben wird. Sie wollen beispielsweise wissen, welche Arbeit erforderlich ist, um einen 15 kp schweren Wagen 4 m weit zu ziehen. Die Armkraft, mit der Sie in der Bewegungsrichtung des Wagens ziehen, soll 2 kp betragen.
Mit dieser Zugkraft überwinden Sie die Reibung. Die Arbeit beträgt hierbei

$$W = Fs = 2\ \mathrm{kp} \cdot 4\ \mathrm{m} = 8\ \mathrm{kpm}\ .$$

Sie haben gemerkt, worauf es ankommt:

Nur die Kraft, die in Richtung des Weges wirkt, verrichtet eine Arbeit.

Keinesfalls dürfen Sie für F das Gewicht des Wagens einsetzen, denn sonst erhalten Sie die Arbeit, die nötig wäre, um den Wagen um 4 m zu heben. Die Kraft, die in Richtung des Weges wirkt, ist erheblich kleiner. Nur sie kommt für die Berechnung der verrichteten Arbeit in Frage.

4.5.2. Arbeitseinheiten

In 4.5.1. wurde die Arbeit als Produkt aus Kraft und Weg definiert. Entsprechend ergeben sich die Einheiten der Arbeit als Produkte aus Krafteinheiten und Weg-(Längen-) Einheiten. Wir beginnen auch hier mit der *kohärenten* Arbeitseinheit. Sie wird gebildet aus der Krafteinheit Newton und der Längeneinheit Meter. Wir erhalten so die Arbeitseinheit *Newtonmeter.* Diese Einheit führt den Namen *Joule*[1]) (Kurzzeichen: J).

Merken Sie sich:

Das **Joule** ist die Arbeit, die verrichtet wird, wenn mit der Kraft 1 Newton ein Weg von 1 Meter zurückgelegt wird.

$$\mathbf{1\ J = 1\ Nm = 1\ kg\ m^2/s^2} \tag{VII}$$

Legt man als Krafteinheit das Kilopond zugrunde, so erhält man, wie Sie bereits in den beiden Zahlenbeispielen sahen, zwangsläufig die inkohärente Arbeitseinheit Kilopondmeter. Der Zusammenhang mit dem Joule (Newtonmeter) wird leicht hergestellt, wenn Sie (III) beachten. Multiplizieren Sie nämlich beide Seiten dieser Gleichung mit Meter, so folgt

$$1\ \mathrm{kpm} = 9{,}806\,65\ \mathrm{Nm} = 9{,}806\,65\ \mathrm{J}\ . \tag{VIII}$$

---

[1]) Prescott Joule (spr. etwa djul), engl. Physiker, 1818 bis 1889

Führt man das Joule auf die Grundeinheiten Meter, Sekunde und Kilogramm zurück (VII), so folgt

$$1 \text{ kpm} = 9{,}806\,65 \text{ kg m}^2/\text{s}^2 \quad .$$

4.5.3. Potentielle Energie

In 4.5.1. haben wir die Arbeit berechnet, die zum Heben eines Körpers erforderlich ist. Wir wollen nun über die Frage nachdenken, was aus der Arbeit, die zum Heben des Körpers aufgewendet werden mußte, eigentlich geworden ist. Wodurch unterscheidet sich der neue Zustand des Körpers vom früheren?
Nehmen Sie an, es handle sich um eine größere Menge Wasser, die in ein hochgelegenes Speicherbecken gepumpt wurde. Äußerlich ist dem Wasser zwar nichts Besonderes anzusehen, doch ist in ihm die Arbeit gespeichert, die beim Hochpumpen aufgebracht werden mußte. Man kann das Wasser durch ein Rohr wieder abfließen und z. B. gegen das Laufrad einer Turbine strömen lassen. Die im Wasser gespeicherte Arbeit kommt dabei wieder zum Vorschein und kann nutzbringend verwertet werden.
Wir bezeichnen dieses in einem Körper enthaltene Arbeitsvermögen als *Energie*.

Mechanische Energie = Arbeitsvermögen eines Körpers

Manche Kraftwerke bedienen sich tatsächlich solcher Speicherbecken, mit denen man überschüssige Energie gleichsam einlagern und in der Spitzenbelastungszeit wieder entnehmen kann.
Ist die Energie dadurch entstanden, daß ein Körper gehoben wurde, spricht man insbesondere von *potentieller Energie* oder *Energie der Lage*:

Jeder Körper, der sich gegenüber seiner Umgebung in höherer Lage befindet, enthält potentielle Energie.

Noch einige Beispiele für die potentielle Energie: Lasten an einem Kran enthalten große Energiemengen. Denken Sie etwa an Großblockbauteile auf einer Großbaustelle oder Stahlblöcke in einem Stahlwerk. Es ist deshalb nach den Arbeitsschutzbestimmungen streng verboten, sich unter schwebenden Lasten aufzuhalten. Außerdem schreiben die Sicherheitsbestimmungen regelmäßige Überwachung dieser Anlagen vor. – Die Massestücke an einer Standuhr müssen von Zeit zu Zeit hochgezogen werden. Man führt ihnen Energie zu, die sie im Laufe der Zeit wieder abgeben und die dazu benutzt wird, die Uhr in Gang zu halten. Ein Blick auf die Massestücke zeigt, wie groß der Energievorrat noch ist.
Es ist nun klar, wie die potentielle Energie zu berechnen ist: Sie ist gleich der Arbeit, die zum Heben des Körpers aufgebracht werden mußte, nach (22b) also

$$\boxed{W_{\text{pot}} = mgh} \tag{23}$$

4.5.4. Kinetische Energie

Vielleicht ist Ihnen bereits aufgefallen, daß die potentielle Energie niemals direkt ausgenützt wird. Am Beispiel des Staubeckens wird das besonders deutlich. Ehe elektrische Energie gewonnen werden kann, muß das Wasser durch ein Rohr mit starkem Gefälle der Turbine zugeführt werden. Im Fallrohr verliert das Wasser seine potentielle Energie und erhält mehr und mehr *Bewegungsenergie* oder *kinetische Energie.*

Jeder bewegte Körper enthält kinetische Energie.

Wir wollen nun ausrechnen, wie groß die kinetische Energie ist, und bleiben bei unserem Beispiel des Staubeckens. Die kinetische Energie entsteht aus der potentiellen Energie, und ihr Betrag unten ist so groß wie der der potentiellen Energie oben. Dieser ist nach (23)

$$W_{\text{pot}} = mgh \; .$$

Aus (7a) ergibt sich

$$gh = \frac{v^2}{2} \; .$$

Setzen wir diesen Wert in (23) ein, so erhalten wir

$$\boxed{W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}\, mv^2} \qquad (24)$$

Wir haben jetzt W_{kin} statt W_{pot} geschrieben, weil sich ja die potentielle Energie auf dem Wege nach unten in kinetische Energie verwandelt hat.

Sie erkennen aus (24), daß die Bewegungsenergie eines Körpers seiner Masse proportional ist. Ein Leerzug hat weniger kinetische Energie als ein Schwerlastzug, der sich mit gleicher Geschwindigkeit bewegt. Die Energie wächst aber auch mit der Geschwindigkeit, genauer gesagt, mit dem Quadrat der Geschwindigkeit. Wenn also die Geschwindigkeit eines Körpers verdreifacht wird, so steigt seine kinetische Energie auf das Neunfache.

Bild 89. Fallhammer (VEB Schwermaschinenbau „Heinrich Rau" Wildau)

Zum Einschlagen großer Pfähle verwendet man z. B. den Rammbär, einen schweren Eisenkörper, den man langsam auf größere Höhe anhebt und dann frei herabfallen läßt. In Großschmieden werden Fallhämmer eingesetzt (Bild 89).

Auch bei ihnen wird die potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt.

4.5.5. Energiesatz der Mechanik

Wir hatten im letzten Abschnitt schon festgestellt, daß sich die potentielle Energie in kinetische Energie verwandelt. Diese Umwandlung erfolgt natürlich auf der gan-

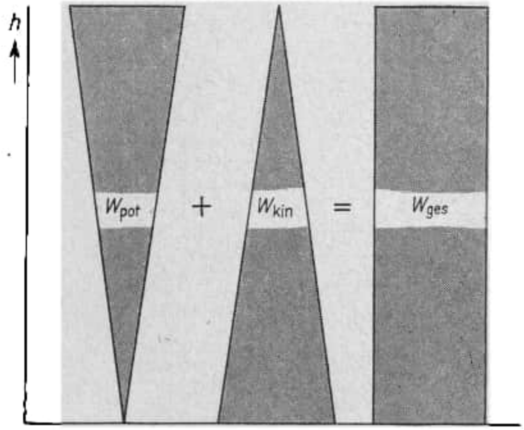


Bild 90. Energiesatz der Mechanik

zen Fallstrecke. In dem Maße, wie potentielle Energie verschwindet, wird die kinetische Energie größer. Bild 90 veranschaulicht diesen Vorgang. Bilden wir in beliebigen Höhen die Summe aus potentieller und kinetischer Energie, so finden wir, daß diese Summe konstant ist:

$$\boxed{W_{pot} + W_{kin} = W_{ges}} \tag{25}$$

Das ist der Energiesatz der Mechanik, der später (vgl. 7.3.3.) noch zum Gesetz von der Erhaltung der Energie erweitert werden wird.
Dieser Energiesatz erklärt das sogenannte *Perpetuum mobile* für unmöglich. Man versteht darunter eine Maschine, die mehr Energie abgibt als sie aufnimmt. Viel Zeit ist früher aufgewendet worden, um derartige Maschinen zu konstruieren. Nach dem Energiesatz sind solche Versuche zum Scheitern verurteilt.

Lehrbeispiel 41

Welche potentielle Energie enthält ein Block von 2,5 t, der in einem Stahlwerk an einem Kran in 4 m Höhe hängt?

Lösung:

Gegeben: $m = 2500$ kg Gesucht: W_{pot}
$h = 4$ m

Nach (23) ist $W_{pot} = m\,g\,h$; $W_{pot} = 2500\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4\ \text{m}$

$$\underline{\underline{W_{pot} = 98100\ \text{J} = 98{,}1\ \text{kJ}}}$$

Lehrbeispiel 42

Ein Kraftwagen (Gesamtmasse 1,5 t) hat eine Geschwindigkeit von 72 km/h. Wie groß ist die Bremsstrecke auf Asphalt bei blockierten Rädern?

Lösung:

Gegeben: $m = 1500$ kg Gesucht: s
$v = 20$ m/s
$\mu = 0{,}3$ (nach Tafel 6)

Die kinetische Energie wird durch die Reibung vernichtet;

Reibungsarbeit (Reibungskraft · Bremsweg) = kinetische Energie:

$$F_R s = W_{kin}$$

Nach (21) ist mit $F_N = m\,g$

$$F_R = \mu m g \ .$$

Die kinetische Energie ist nach (24)

$$W_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \ .$$

In die Ausgangsgleichung eingesetzt, ergibt sich

$$\mu m g s = \frac{1}{2} m v^2 \ .$$

Daraus folgt

$$s = \frac{v^2}{2\mu g} \ .$$

Beachten Sie, daß das Ergebnis unabhängig von der Masse des Fahrzeugs ist.

Einsetzen der Werte:

$$s = \frac{400\ \mathrm{m^2\ s^2}}{2\ \mathrm{s^2} \cdot 0{,}3 \cdot 9{,}81\ \mathrm{m}} = 68\ \mathrm{m}$$

4.5.6. Schiefe Ebene

In Bild 91 wird ein schweres Faß verladen. Die Kraft eines einzelnen Mannes reicht nicht aus, die Last direkt auf den Wagen zu heben. Deshalb wird eine Schrotleiter benutzt. Hierbei wird offenbar weniger Kraft benötigt als beim direkten Anheben. Dies geht auch aus der in der Skizze eingetragenen Kraftzerlegung hervor, die zeigt, daß die *Hangabtriebskraft* F_H wesentlich kleiner als das Gewicht G ist.

Nach (17) gilt die Gleichung:

$$F_H = Gh/l$$

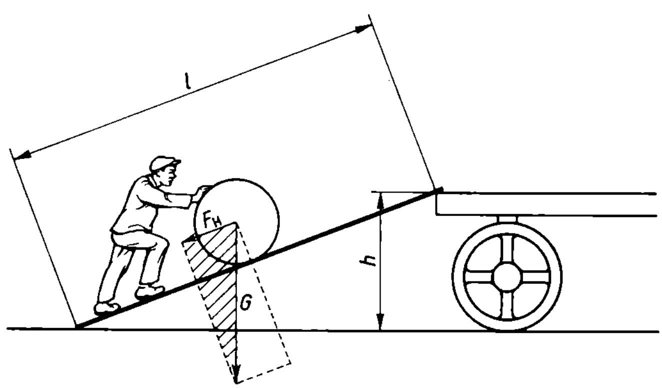


Bild 91. Anwendung der schiefen Ebene

Es soll nun die bewältigte Arbeit berechnet werden. Dazu müssen Sie die Kraft F_H mit dem zurückgelegten Weg l multiplizieren.

Sie erhalten

$$W = F_H l = G \frac{h}{l} l \quad \text{oder kürzer} \quad W = Gh\,.$$

Was sagt Ihnen dieses einfache Ergebnis? Die Arbeit, die aufzuwenden ist, um einen Körper auf eine bestimmte Höhe zu heben, ist nur vom Gewicht G des Körpers und der Höhe h abhängig. Sie ist gleich der Zunahme der potentiellen Energie. Hebt man das Faß ohne Benutzung der schiefen Ebene auf den Wagen, wird die gleiche Arbeit benötigt. Allerdings hätte man in diesem Fall die Kraft G aufwenden müssen. Sie sehen also: Die Verwendung der Schrotleiter führt zu einer Einsparung an Kraft, aber nicht zu einer Einsparung an Arbeit.

Ohne Schrotleiter muß eine große Kraft auf kurzem Weg wirken, mit der Schrotleiter muß eine kleine Kraft auf langem Weg wirken.

Was Sie hier gefunden haben, gilt für alle ähnlichen Vorrichtungen und überhaupt alle Maschinen. Auch der Hebel gehört hierher.

Überall gilt nach dem Energiesatz der Mechanik:

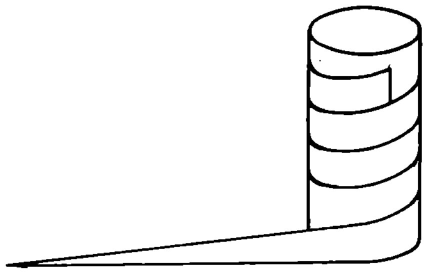


Bild 92. Entstehung einer Schraubenlinie

> An Arbeit kann nichts gespart werden.
> Was man an Kraft spart, muß man an Weg zusetzen.

Stellen Sie sich jetzt vor, die schiefe Ebene werde um eine Achse gewickelt (Bild 92). Was aus der Hypotenuse der schiefen Ebene wird, ist unschwer zu erkennen: eine *Schraubenlinie*. Die Schraube wirkt wie eine schiefe Ebene. Auch sie spart Kraft auf Kosten des Weges. Viele Umdrehungen muß man ausführen, ehe sich die Backen einer Schraubzwinge schließen. Dafür pressen sie sich mit um so größerer Kraft aneinander. Von der einfachen kleinen Befestigungsschraube bis zur Spindelpresse einer Maschinenfabrik gibt es da die verschiedensten Anwendungsmöglichkeiten. Als schiefe Ebene wirkt auch der *Keil*, den man z. B. zum Spalten eines derben Holzklotzes verwenden kann. Zwar muß man oftmals zuschlagen und den Keil tief ins Holz hineintreiben, ehe ein Spalt von nennenswerter Breite entsteht. Doch was kümmert uns der lange Weg, wenn es nur gelingt, den Klotz ohne allzu große Kraftanwendung zu zerteilen!

4.5.7. Rollen und Flaschenzüge

Von den zahlreichen weiteren Möglichkeiten, große Kraftwirkung bei verhältnismäßig geringem Kraftaufwand zu erreichen, betrachten Sie nun noch die weitverbreiteten Rollen und Flaschenzüge.

Bild 93 zeigt Ihnen ein leicht drehbares Rad, das an einem Balken aufgehängt ist. Ein Seil läuft über eine Rolle am Rollenumfang, und an einem Seilende hängt der zu hebende Körper mit dem Gewicht G. An dieser **festen Rolle** besteht Gleichgewicht, wenn beiderseits die gleiche Kraft wirkt. Wollen Sie den Körper um eine bestimmte Strecke h heben, so müssen Sie am anderen Seilende mit der Kraft, die gleich dem Gewicht ist, den gleichen Weg zurücklegen. Mit der festen Rolle können Sie demnach keine Kraft sparen; denn sie dient letzten Endes nur dazu, die oftmals körperschädigende und gefährliche Arbeit des Hebens durch sicheres und bequemes Ziehen zu ersetzen.

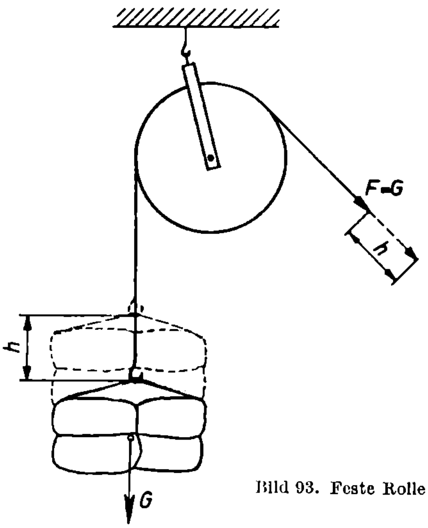


Bild 93. Feste Rolle

Die Verbindung einer festen mit der losen Rolle zeigt Ihnen Bild 94. Das Seil schlingt sich um beide Rollen. An der losen Rolle ist der Körper mit dem Gewicht G befestigt. Was ergibt sich nun, wenn man das freie Ende des Seiles um ein bestimmtes Stück h nach unten zieht? Die lose Rolle hebt sich dabei natürlich mit – aber nur um die halbe Strecke! Bei genauerem Zusehen werden Sie das auch verständlich finden, da sich die Verkürzung h des Seiles auf zwei Abschnitte von je $h/2$ verteilt. Da der Kraftweg doppelt so groß ist wie der Lastweg, braucht man

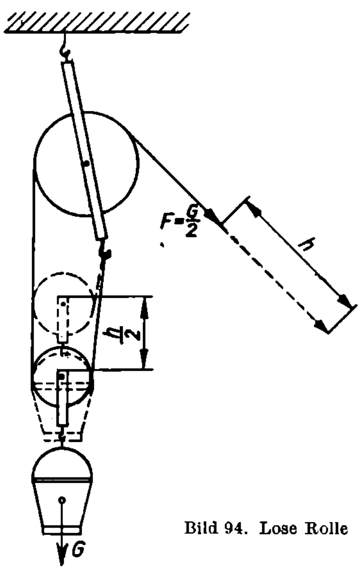


Bild 94. Lose Rolle

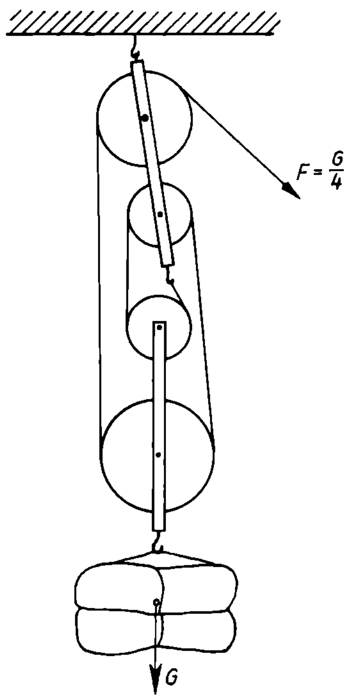


Bild 95. Flaschenzug

zum Hochziehen der Last nur eine Kraft aufzuwenden, die halb so groß wie das Gewicht des Körpers ist.
Eine weitere Verbesserung stellt der Flaschenzug (Bild 95) dar. Sie erkennen hier zwei fest aufgehängte und zwei in einer gemeinsamen Schere oder Flasche vereinigte lose Rollen. Auch hier sind die Rollen von einem einzigen Seil umschlungen.
Um das Kräfteverhältnis zu finden, brauchen Sie nur die Seilabschnitte auf der Lastseite abzuzählen. Jeder Abschnitt verkürzt sich um ein Viertel des von der wirkenden Kraft F herausgezogenen Stückes. Folglich ist nur eine Kraft erforderlich, die gleich einem Viertel des Gewichtes des Körpers ist.

4.5.8. Leistung

Etwas haben Sie bei den Betrachtungen des letzten Kapitels vielleicht im stillen vermißt. Nirgendwo war von der Zeit die Rede. Der unbefangene Anfänger pflegt tatsächlich meist zu fragen, ob es denn bei der Berechnung der Arbeit nicht auch auf die Zeit ankomme, in welcher diese verrichtet wird. Damit verhält es sich folgendermaßen: Sobald außer der Arbeit die benötigte Zeit berücksichtigt wird, berechnet man die sogenannte Leistung. Sie müssen also Arbeit und Leistung als grundverschiedene Begriffe streng auseinanderhalten. Ausdrücke der Umgangssprache, wie „Arbeitsleistung, geleistete Arbeit" und dergleichen, sind physikalisch unkorrekt. Nehmen wir an, zwei Arbeiter vollbringen die gleiche *Arbeit*; sie beladen jeder einen Wagen mit dem gleichen Fassungsvermögen. Der eine Arbeiter ist mit seiner Arbeit eher fertig als der andere. Er hat die größere *Leistung* vollbracht. Die Leistung ist um so größer, je kürzer die Zeit ist, die benötigt wird. Mit anderen Worten: Die Leistung ist der Zeit indirekt proportional. Man definiert daher als Leistung den Quotienten aus Arbeit und Zeit:

Leistung = Arbeit durch Zeit = Kraft mal Weg durch Zeit

Die Leistung wird mit dem Symbol P bezeichnet:

$$\boxed{\boldsymbol{P = W/t = Fs/t}} \tag{26}$$

Diese Gleichung läßt sich auch noch in etwas anderer Form schreiben. Nach (2) ist der Quotient aus Weg und Zeit die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung. Für die Leistung kann also auch geschrieben werden

$$P = Fv\,. \tag{26a}$$

4.5.9. Leistungseinheiten

Auf Grund der Definition der Leistung als Quotient aus Arbeit und Zeit erhält man die Leistungseinheiten als Quotienten aus Arbeits- und Zeiteinheiten. Wir beginnen wieder mit der kohärenten Einheit. Sie ist der Quotient aus der Arbeitseinheit Joule und der Zeiteinheit Sekunde. Diese Einheit wird Watt[1]) (Kurzzeichen: W) genannt.

[1]) James Watt, engl. Physiker, 1736 bis 1819

Merken Sie sich:

1 Watt ist die Leistung 1 Joule/Sekunde

$$\mathbf{1\ W = 1\ J/s = 1\ Nm/s = 1\ kg\ m^2/s^3} \tag{IX}$$

Geht man von der Arbeitseinheit Kilopondmeter aus, so läßt sich die Leistungseinheit Kilopondmeter/Sekunde bilden. Den Zusammenhang mit der Einheit Watt stellen wir her, indem wir beide Seiten der Gleichung (VIII) durch die Einheit Sekunde dividieren:

$$1\ \mathrm{kpm/s} = 9{,}80665\ \mathrm{J/s} = 9{,}80665\ \mathrm{W} \tag{X}$$

Die Beziehung zu den Grundeinheiten lautet:

$$1\ \mathrm{kpm/s} = 9{,}80665\ \mathrm{kg\ m^2/s^3}$$

Früher war die gebräuchlichste Leistungseinheit die Pferdestärke (PS):

$$1\ \mathrm{PS} = 75\ \mathrm{kpm/s}$$

Von dieser Einheit kommt man jedoch immer mehr ab. Die Einheitenverordnung legt fest, daß diese Einheit bis auf weiteres noch verwendet werden darf. Aus dieser Formulierung erkennen Sie, daß die Einheit Watt (bzw. Kilowatt) in nicht ferner Zeit die Einheit PS verdrängt haben wird.
Würden Sie sich selbst zutrauen, 1 kW zu leisten? Sie können die Frage ohne weiteres beantworten, wenn Sie sich einmal die Zeit nehmen, folgendes Experiment durchzuführen. Stellen Sie sich am Fuß Ihrer Haustreppe auf und eilen Sie auf ein gegebenes Kommando, so rasch Sie können, die Treppe hinauf. Oben, im 1. oder 2. Stock, steht Ihr Kollege mit einer Stoppuhr und stellt fest, wann Sie bei ihm ankommen. Nehmen Sie an, es hätten sich dabei folgende Zahlen ergeben: Körpergewicht 68 kp, durchlaufener Höhenunterschied 8 m, gestoppte Zeit 7 s. Das ergibt nach (23)

$$P = \frac{68\ \mathrm{kp}\cdot 8\ \mathrm{m}}{7\ \mathrm{s}} = 78\ \mathrm{kpm/s} = 78\ \mathrm{kpm/s}\cdot\frac{0{,}00981\ \mathrm{kWs}}{1\ \mathrm{kpm}} = 0{,}765\ \mathrm{kW}\,.$$

Sie sehen, nur unter großen Anstrengungen, wie z. B. Sportübungen (Hochsprung, Gewichtheben u. a.), ist es dem Menschen möglich, eine kurze Zeit lang 1 kW zu leisten.

4.5.10. Wirkungsgrad

Von besonderem Interesse ist es, die Leistung von Maschinen und Kraftanlagen zu berechnen. Denken Sie z. B. an ein Wasserkraftwerk. Aus einem hochgelegenen Stausee wird durch Rohre den Turbinen das Wasser zugeleitet, das sie in Bewegung setzt. Die Leistung, die das Wasser den Turbinen zuführt, läßt sich berechnen (Lehrbeispiel 43). Wir geben dieser *zugeführten Leistung*, die man auch als indizierte Leistung bezeichnet, das Symbol P_{zu}.
Auch ohne den komplizierten Mechanismus einer modernen Wasserturbine zu kennen, können Sie sich leicht vorstellen, daß ein Teil der zugeführten Energie zur Über-

windung der Reibung und für andere Verluste aufgewandt werden muß. Das können sein: die Reibung innerhalb der Strömung, die Bildung kleiner Wasserwirbel, die Reibung in der Maschine selbst und in ihren Steuerorganen. All das ist so kompliziert, daß man es am besten gar nicht erst zu berechnen versucht. Es ist vielmehr einfacher, die von der Maschine tatsächlich gelieferte Leistung mit besonderen Vorrichtungen zu messen. Was dabei gemessen wird, nennt man die *effektive* oder *abgegebene Leistung* P_{ab} oder noch deutlicher *Nutzleistung*, weil es sich um jenen Leistungsanteil handelt, der tatsächlich nutzbringend verwertet werden kann. Die Nutzleistung P_{ab} wird auf jeden Fall geringer sein als P_{zu}. Natürlich wird sich jeder Ingenieur freuen, wenn es ihm gelingt, die Verluste möglichst klein zu halten und mithin P_{ab} möglichst nahe an P_{zu} heranzubringen. Damit sich mit einem Blick übersehen läßt, in welchem Verhältnis P_{ab} und P_{zu} zueinander stehen, drückt man das Verhältnis der effektiven (abgegebenen) zur indizierten (zugeführten) Leistung durch eine Zahl aus, die man den *Wirkungsgrad* η[1]) nennt:

$$\boxed{\eta = P_{ab}/P_{zu}} \tag{27}$$

Je geringer die Verluste in einer Maschine sind, desto kleiner wird der Unterschied der beiden Leistungen und desto mehr nähert sich der Wirkungsgrad dem Wert 1, der jedoch nie erreicht wird. Bei Wasserturbinen rechnet man je nach den Betriebsverhältnissen mit $\eta = 0{,}8$ bis $0{,}9$. Dafür können Sie auch sagen 80 bis 90 %.

Lehrbeispiel 43

Aus einem Stausee werden der Turbine in der Minute 16 m³ Wasser bei einem Gefälle von 24 m zugeführt. Der Wirkungsgrad beträgt 85 %. Welche Leistung wird abgegeben?

Lösung:

Gegeben: $m = 16000$ kg Gesucht: P_{ab}

$h = 24$ m

$t = 60$ s

$\eta = 0{,}85$

Nach (23) und (26) errechnet sich die zugeführte Leistung

$$P_{zu} = mgh/t.$$

Dieser Wert wird in (27) eingesetzt:

$$\eta = P_{ab}t/mgh$$

und die Gleichung nach P_{ab} aufgelöst:

$$\underline{\underline{P_{ab} = \eta mgh/t,}}$$

$$P_{ab} = \frac{0{,}85 \cdot 16000\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m} \cdot 24\,\mathrm{m}}{60\,\mathrm{s} \cdot \mathrm{s}^2} = 53400\,\mathrm{W} = \underline{\underline{53{,}4\,\mathrm{kW}}}$$

[1]) sprich: eta

Lehrbeispiel 44

Für eine Pumpe steht ein Antriebsmotor mit einer effektiven Leistung von 4,8 kW zur Verfügung. Wieviel Wasser kann mit ihr in der Minute auf eine Höhe von 18,4 m gepumpt werden, wenn der Wirkungsgrad der Anlage 65 % beträgt?

Lösung:

Die vom Motor abgegebene Leistung ist der gleich, die der Pumpe zugeführt wird.

Gegeben: $P_{zu} = 4{,}8\ \mathrm{kW}$ Gesucht: m

$t = 60\ \mathrm{s}$

$h = 18{,}4\ \mathrm{m}$

$\eta = 0{,}65$

Nach (23) und (26) ist die abgegebene Leistung

$$P_{ab} = mgh/t.$$

Dieser Ausdruck ist in (27) einzusetzen:

$$\eta = mgh/t\,P_{zu}$$

Auflösung nach m:

$$\underline{\underline{m = \eta t P_{zu}/gh}}$$

Einsetzen der Werte:

$$m = \frac{0{,}65 \cdot 60\ \mathrm{s} \cdot 4800\ \mathrm{Ws^2}}{9{,}81\ \mathrm{m} \cdot 18{,}4\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{1040\ \mathrm{kg}}}$$

Die Umrechnung der Einheiten erfolgte nach (IX).
Die Masse von 1040 kg Wasser entspricht einem Volumen von 1,04 $\mathrm{m^3}$.

Lehrbeispiel 45

Welche Fahrleistung (in Kilowatt) hat eine Lokomotive aufzubringen, die mit 1500 kp Zugkraft einen Zug bei 90 km/h Geschwindigkeit zieht?

Lösung:

Die Zugkraft wird hier zur Überwindung des Luftwiderstandes und der Reibung der Räder benötigt; denn der Zug soll sich gleichförmig, d. h. mit konstanter Geschwindigkeit, bewegen.

Gegeben: $F = 1500\ \mathrm{kp}$ Gesucht: P

$v = 90\ \mathrm{km/h}$

Nach (26a) ist

$$P = Fv = \frac{1500\,\text{kp} \cdot 90\,\text{m}}{3{,}6\,\text{s}} = \frac{1500 \cdot 90 \cdot 9{,}81\,\text{kW}}{3{,}6 \cdot 1000}$$

$$\underline{\underline{P = 368\,\text{kW}}}\,.$$

Zusammenfassung

Die Arbeit ist gleich dem Produkt aus dem Weg und der in der Wegrichtung wirkenden Kraft. Beim Heben eines Körpers berechnet sie sich als Produkt aus Gewicht und Höhe.
Energie ist das Arbeitsvermögen eines Körpers. Mechanische Energie kann potentielle Energie (Energie der Lage) oder kinetische Energie (Bewegungsenergie) sein. Die Energien können ineinander umgewandelt werden, aber nicht spurlos verschwinden.
Der Zweck der einfachen Maschinen (Hebel, schiefe Ebene, Schraube, Keil, Rolle und Flaschenzug) ist es, große Lasten mit geringem Kraftaufwand zu bewegen. Dabei wird jedoch an Arbeit nichts gespart.
Die Leistung ist der Quotient aus Arbeit und Zeit. Unter dem Wirkungsgrad versteht man den Quotienten aus der abgegebenen und der zugeführten Leistung. Er ist stets kleiner als 1.

Übungen

85. 3 m^3 Wasser sollen auf eine Höhe von 5 m gepumpt werden. Welche Arbeit ist erforderlich?

86. Die Fördermaschine eines Bergwerks hebt einen Förderkorb von 8600 kg Gesamtmasse und verrichtet dabei eine Arbeit von 2752000 kpm. Wie tief ist der Schacht?

87. Welche Arbeit wird von einem Arbeiter verrichtet, der 30 Gegenstände von je 15 kg Masse in beliebiger Zeit 1,5 m hoch hebt und dabei den Schwerpunkt seines Körpers jedesmal um 40 cm Höhendifferenz verlagert? (Körpermasse 60 kg)

88. Eine Wasserleitung liefert bei einem Gefälle von 65 m je Minute 182 l. Welche theoretische Leistung in Kilopondmeter/Sekunde und Kilowatt ergibt sich daraus?

89. Ein Personenkraftwagen hat eine Geschwindigkeit von 36 km/h. Er rutscht beim Bremsen 20 m über das nasse Pflaster. Berechnen Sie die Reibungszahl.

90. Welchen Wirkungsgrad hat eine Maschine, die bei einer Nutzleistung von 9 kW eine Antriebsleistung von 1100 kpm/s benötigt?

91. Ein Flaschenzug hat einen Wirkungsgrad von 92 % und wird mit 1,8 kW angetrieben. Welche Nutzleistung steht zur Verfügung?

92. Eine Feuerspritze mit Motorantrieb wirft in der Minute 1700 l Wasser auf 32 m Höhe. Wie groß ist die Leistung?

93. Bei Erdarbeiten schiebt ein Arbeiter eine mit Erde beladene Kipplore unter einem Kraftaufwand von 40 kp mit einer Geschwindigkeit von 0,2 m/s auf waagerechter Bahn 120 m vorwärts. Wie groß ist

    a) die verrichtete Arbeit, b) die Leistung?

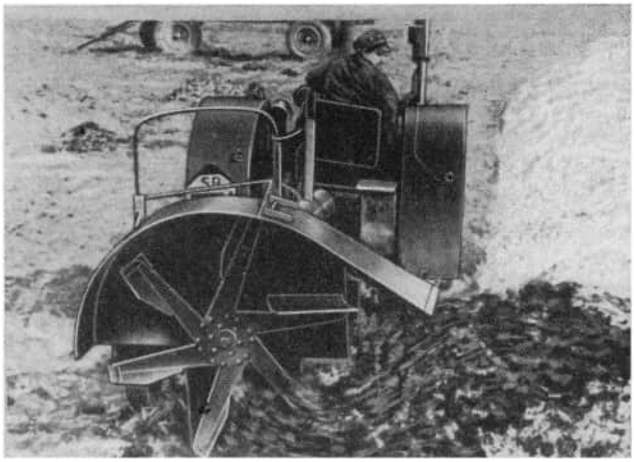


Bild 96. Mietenzudeckgerät

94. Das Schwungrad einer Dampfmaschine hat 3800 mm Durchmesser und macht je Minute 90 Umdrehungen. Die durch den Riemen auf den Radumfang übertragene Kraft beträgt 270 kp. Wie groß ist die Leistung der Maschine?

95. Ein Elektromotor mit einer Leistung von 7,5 kW läuft mit 1050 min^{-1}. Welchen Durchmesser muß seine Riemenscheibe erhalten, damit der Riemen eine Umfangskraft von 50 kp überträgt?

96. Zum Antrieb eines Mietenzudeckgerätes (Bild 96), wie es von den LPG eingesetzt wird, steht die Leistung 30 PS zur Verfügung. Wie groß ist die Wurfkraft des Quirls in Mitte der Schaufelflächen, wenn der Abstand von der Drehachse des Quirls bis Mitte Schaufelfläche 470 mm beträgt und der Quirl mit einer Drehzahl von 125 min^{-1} umläuft?

97. Eine Kranwinde hebt ein Werkstück von 5 t in 1 min 4,5 m hoch. Der Antriebsmotor gibt 5 kW an die Winde ab. Wie groß ist der Wirkungsgrad?

KALORIK[1]

In diesem zweiten Teil des Studienmaterials wollen wir Sie mit einigen Grundbegriffen der *Wärmelehre* vertraut machen. Zwei physikalische Größen sind es, die im Mittelpunkt unserer Betrachtungen stehen werden: *Temperatur* und *Wärmemenge*. Diese beiden Begriffe müssen Sie immer gut auseinanderhalten.

5. Temperatur

5.1. Was versteht man unter Temperatur?

Wenn Sie einen Körper berühren, haben Sie in jedem Fall eine Temperaturempfindung. Sie bezeichnen einen Körper als kalt, kühl, lauwarm, warm oder heiß. Allerdings arbeitet unser Temperatursinn nicht sehr zuverlässig. Zu verschiedenen Zeiten empfinden wir gleiche Temperaturen ganz verschieden. Eine Lufttemperatur von etwa 10 °C empfinden wir an einem Wintertag als warm; an einem Sommertag hingegen als ausgesprochen kühl. Es kann sogar vorkommen, daß wir ein und dieselbe Temperatur zur gleichen Zeit als warm *und* als kalt empfinden. Sie können den folgenden Versuch selbst ausführen. Nehmen Sie drei Gefäße mit Wasser. In einem Gefäß befindet sich kaltes Wasser, in einem heißes Wasser und im dritten Wasser von mittlerer Temperatur. Tauchen Sie nun eine Hand in das kalte Wasser, die andere Hand in das heiße Wasser und bringen Sie anschließend beide Hände gemeinsam in das Wasser mittlerer Temperatur. Die Hand, die aus dem heißen Wasser kommt, empfindet dieses Wasser als kalt, die andere Hand empfindet das gleiche Wasser als heiß. Wir können mit unserem Wärmesinn im wesentlichen nur *Temperaturunterschiede* wahrnehmen.

Zusammenfassend läßt sich feststellen:

Die Temperatur ist der Wärmezustand eines Körpers.

5.2. Temperaturmessung

Zur Temperaturmessung lassen sich alle Vorgänge benutzen, die eindeutig von der Temperatur abhängen. Am bekanntesten sind die Flüssigkeitsthermometer. Sie werden im täglichen Leben am häufigsten verwendet (Zimmerthermometer, Bade-

[1]) *calor* (lat.) Wärme

thermometer, Fieberthermometer usw.). Sie beruhen auf der Eigenschaft der Flüssigkeiten, sich bei Temperaturerhöhung auszudehnen. Wie Ihnen bekannt ist, sind die Thermometer in CELSIUS[1])-Grade geteilt. Der CELSIUSskale liegen zwei *Temperaturfestpunkte* zugrunde. Die Temperatur des schmelzenden Eises wird mit 0 °C, die Temperatur des siedenden Wassers mit 100 °C festgesetzt. Zwischen diesen beiden Temperaturfestpunkten (Fundamentalpunkten) liegt die ***Fundamentalstrecke***, die in 100 gleiche Teile eingeteilt wird. Auf diese Weise entsteht die Temperatureinheit, der Grad Celsius. Im Laufe Ihres Studiums werden Sie darüber Genaueres erfahren.
Zu beachten ist noch, daß Temperaturen in Grad Celsius (Kurzzeichen °C), Temperaturdifferenzen hingegen nur in Grad (Kurzzeichen grd) angegeben werden. Zwischen den beiden Temperaturen 10 °C und 60 °C besteht also eine Temperaturdifferenz von 50 grd.

5.3. Verhalten der Körper bei Temperaturänderung

5.3.1. Ausdehnung fester Körper

Im allgemeinen dehnen sich feste Körper bei Temperaturerhöhung nach allen Seiten hin gleichmäßig aus. Es findet also eine Vergrößerung sämtlicher Längen und damit auch eine Vergrößerung des Volumens statt.

5.3.1.1. Längenänderung fester Körper

Die Längenänderung wird besonders bei solchen Körpern (Schienen, Trägern, Drähten, Rohren usw.) beobachtet, die eine große Länge besitzen. Da wir uns einen solchen Körper, etwa ein Rohr, aus sehr vielen Einzelstücken gleicher Länge zusammengesetzt denken können, und sich jedes dieser Teilstücke bei einer gewissen Temperaturerhöhung um den gleichen Betrag ausdehnt, so erhalten wir bei doppelter Länge die doppelte Ausdehnung, bei zehnfacher Länge die zehnfache Ausdehnung: Die Längenänderung Δl ist der ***Ausgangslänge*** l_1 des Körpers proportional:

$$\Delta l \sim l_1$$

Erhöhen wir nun die Temperatur schrittweise, so stellen wir fest, daß die Längenänderung auch der *Temperaturänderung* proportional ist:

$$\Delta l \sim \Delta t$$

Schließlich beobachten wir, daß sich Stäbe *gleicher* Länge, die jedoch aus *verschiedenem Material* bestehen, bei gleicher Temperaturänderung verschieden stark ausdehnen. Die Längenänderung hängt also vom ***Material*** ab.
Fassen wir nun die drei Ergebnisse zusammen, so können wir schreiben

$$\boxed{\Delta l = \alpha l_1 \Delta t} \qquad (28)$$

[1]) ANDERS CELSIUS (1701 bis 1744), schwedischer Astronom

Hierin ist der Proportionalitätsfaktor α, der *Längenausdehnungskoeffizient*, ein Materialwert. Die Einheit von α erhalten wir, wenn wir (28) nach α auflösen und die bekannten Einheiten der übrigen Größen einsetzen:

$$[\alpha] = \frac{[\Delta l]}{[l_1]\,[\Delta t]} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m\,grd}} = \mathrm{grd}^{-1}$$

In Tafel 8 sind die Längenausdehnungskoeffizienten für einige Stoffe zusammengestellt. Da die Ausdehnungskoeffizienten temperaturabhängig sind, wird in jedem Falle die Bezugstemperatur oder der Temperaturbereich angegeben, für den die Werte gelten.

Tafel 8: **Längenausdehnungskoeffizienten** zwischen 0 °C und 100 °C

Stoff	α/grd^{-1}	Stoff	α/grd^{-1}
Porzellan	0,000005	Kupfer	0,000017
Jenaer Glas	0,000006	Messing	0,000019
Glas	0,000010	Aluminium	0,000023
Gußeisen	0,000010	Blei	0,000028
Beton	0,000012	Zink	0,000036
Stahl	0,000012	PVC	0,000080

Wir wollen nun die Länge berechnen, die der Körper nach der Temperaturänderung besitzt. Wie aus Bild 97 ersichtlich ist, ergibt sich die neue Länge l_2 als Summe aus der alten Länge l_1 und der Längenänderung Δl:

$$l_2 = l_1 + \Delta l \qquad (28\mathrm{a})$$

Setzen wir nun Δl aus (28) ein, so erhalten wir

$$l_2 = l_1 + \alpha\, l_1 \Delta t\,.$$

Klammern wir noch l_1 aus, so folgt

$$l_2 = l_1\,(1 + \alpha \Delta t)\,. \qquad (28\mathrm{b})$$

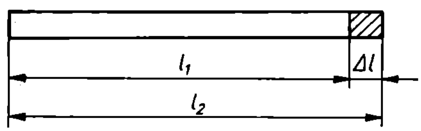


Bild 97. Längenausdehnung

Lehrbeispiel 46

Um welchen Betrag ändert sich die Länge eines Dampfrohres aus Stahl, das bei 20 °C genau 6 m lang ist, wenn Dampf von 120 °C hindurchströmt?

Lösung:

Gegeben: $l_1 = 6$ m
$\Delta t = 100$ grd
$\alpha = 0{,}000012$ grd^{-1} (nach Tafel 8)

Gesucht: Δl

Nach (28) ist

$$\Delta l = \alpha l_1 \Delta t = \frac{0{,}000012 \cdot 6\,\mathrm{m} \cdot 100\,\mathrm{grd}}{\mathrm{grd}} = 0{,}0072\,\mathrm{m} = \underline{\underline{7{,}2\,\mathrm{mm}}}\,.$$

Lehrbeispiel 47

Wie lang ist eine Freileitung aus Kupfer bei einer Temperatur von 35 °C, wenn sie bei 10 °C genau 300,00 m lang ist?

Lösung:

Gegeben: $l_1 = 300\,\mathrm{m}$ Gesucht: l_2

$\Delta t = 25\,\mathrm{grd}$

$\alpha = 0{,}000017\,\mathrm{grd}^{-1}$ (nach Tafel 8)

Nach (28b) ist

$$l_2 = l_1 (1 + \alpha \Delta t) = 300\,\mathrm{m} \left(1 + \frac{0{,}000017 \cdot 25\,\mathrm{grd}}{\mathrm{grd}}\right)$$

$$= 300\,\mathrm{m}\,(1 + 0{,}000425) = 300 \cdot 1{,}000425\,\mathrm{m} =$$

$$= 300{,}1275\,\mathrm{m} \approx \underline{\underline{300{,}13\,\mathrm{m}}}\,.$$

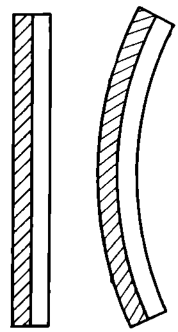


Bild 98. Bimetallstreifen

Die Längenausdehnung muß immer beachtet werden, wenn mit größeren Temperaturschwankungen zu rechnen ist, also bei Brückenträgern, Dampfleitungsrohren, Freileitungen usw. Auch die Ihnen bekannten Stahlbetonkonstruktionen sind nur möglich, weil Stahl und Beton den gleichen Ausdehnungskoeffizienten haben. Wäre das nicht der Fall, dann würden Spannungen auftreten, die zu Zerstörungen führen könnten.

Die verschieden große Ausdehnung zweier Metalle wird im *Bimetallstreifen* ausgenutzt. Hierbei werden zwei verschiedene Metalle aufeinandergewalzt oder -genietet (Bild 98). Wird ein solcher Bimetallstreifen erwärmt, so krümmt er sich. In Bild 98 ist das Metall mit dem größeren Ausdehnungskoeffizienten schraffiert gezeichnet. Derartige Bimetallstreifen werden als elektrische Schaltelemente in Heißwasserspeichern, automatischen Feueralarmanlagen usw. benutzt. Wird eine bestimmte Temperatur überschritten, so wird ein Stromkreis automatisch unterbrochen oder geschlossen.

5.3.1.2. Volumenänderung fester Körper

Wir hatten bereits in der Einleitung zu diesem Abschnitt darauf hingewiesen, daß mit einer Vergrößerung der Abmessungen eines Körpers auch eine Volumenvergrößerung verbunden ist. Diese Volumenänderung ist vor allem bei Gefäßen bedeutungsvoll.

Hier gilt der Satz:

> Hohlkörper dehnen sich in gleicher Weise aus wie massive Körper aus dem gleichen Material.

Für die Volumenänderung gilt eine ähnliche Beziehung wie für die Längenänderung. Die Volumenänderung ΔV ist nämlich proportional dem Anfangsvolumen V_1 und der Temperaturänderung Δt. Als Proportionalitätsfaktor wird hier der *Raumausdehnungskoeffizient* γ eingeführt:

$$\Delta V = \gamma V_1 \Delta t \tag{29}$$

Das neue Volumen V_2 ergibt sich als Summe aus dem Anfangsvolumen V_1 und der Volumenänderung ΔV:

$$V_2 = V_1 + \Delta V \tag{29a}$$

Mit (29) folgt

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \Delta t). \tag{29b}$$

Es ist leicht einzusehen, daß bei einem Körper, bei dem die Längenzunahme groß ist, auch die Volumenänderung groß sein wird. Das führt uns auf die Frage, ob nicht zwischen dem Längen- und dem Raumausdehnungskoeffizienten ein mathematischer Zusammenhang besteht. Dieser Zusammenhang soll nun hergeleitet werden.
Wir betrachten einen Würfel mit der Kantenlänge l_1, der bei der Temperatur t_1 ein Volumen V_1 hat. Wird die Temperatur dieses Würfels von t_1 auf t_2 erhöht, so vergrößert sich die Kantenlänge auf l_2 und das Volumen auf V_2. Es gelten folgende Beziehungen:

$$V_1 = l_1^3$$
$$V_2 = l_2^3$$

Zwischen l_1 und l_2 besteht die Gleichung (28b):

$$l_2 = l_1 (1 + \alpha \Delta t)$$

Setzen wir diesen Ausdruck in die Gleichung für V_2 ein, so erhalten wir

$$V_2 = l_1^3 (1 + \alpha \Delta t)^3 = V_1 (1 + \alpha \Delta t)^3.$$

Wenden wir für die 3. Potenz der Klammer die Ihnen bekannte Gleichung

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

an, so folgt weiter

$$V_2 = V_1 (1 + 3\alpha \Delta t + 3\alpha^2 \Delta t^2 + \alpha^3 \Delta t^3).$$

Nun wissen Sie, daß es sich bei α um sehr kleine Werte handelt. Um so kleiner sind aber die Werte für α^2 und α^3. Sie können daher vernachlässigt werden. Wir setzen also

$$V_2 = V_1 (1 + 3\,\alpha \Delta t). \tag{29c}$$

Vergleichen wir nun diesen Ausdruck mit (29b), so finden wir den gesuchten Zusammenhang zwischen den beiden Ausdehnungskoeffizienten:

$$\gamma = 3\alpha \tag{30}$$

Es ist wegen dieser Gleichung auch nicht nötig, die Raumausdehnungskoeffizienten der festen Körper zu tabellieren, da man diese Werte leicht aus den Längenausdehnungskoeffizienten (Tafel 8) berechnen kann.

Lehrbeispiel 48

Ein Stahlkessel hat bei 10 °C ein Volumen von 12 m³. Welches Volumen hat dieser Kessel, wenn er mit Dampf von 360 °C gefüllt ist? Der mittlere Ausdehnungskoeffizient beträgt in diesem Temperaturbereich 0,000014 grd^{-1}.

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 12\ \text{m}^3$ Gesucht: V_2

$\Delta t = 350\ \text{grd}$

$\alpha = 0{,}000014\ \text{grd}^{-1}$

Nach (29c) ist

$$V_2 = V_1\,(1 + 3\,\alpha\Delta t)$$

$$V_2 = 12\ \text{m}^3 \left(1 + \frac{3 \cdot 0{,}000014 \cdot 350\ \text{grd}}{\text{grd}}\right)$$

$$V_2 = 12\ \text{m}^3 \cdot 1{,}0147 = \underline{\underline{12{,}18\ \text{m}^3}}\,.$$

5.3.2. Ausdehnung von Flüssigkeiten

Auch Flüssigkeiten dehnen sich beim Erwärmen aus. Man kann das leicht feststellen, indem man auf einen vollkommen mit Wasser gefüllten Rundkolben ein Glasrohr aufsetzt (Bild 99). Je mehr die Temperatur des Wassers erhöht wird, um so höher steigt das Wasser in dem Glasrohr.

Die Volumenänderung der Flüssigkeiten wird durch dieselbe Gleichung beschrieben wie die Volumenänderung der festen Körper:

$$\Delta V = \gamma V_1 \Delta t \qquad (29)$$

bzw.

$$V_2 = V_1\,(1 + \gamma\Delta t) \qquad (29\text{b})$$

Die Raumausdehnungskoeffizienten der Flüssigkeiten sind in Tafel 9 zusammengestellt. Wir stellen fest, daß diese Ausdehnungskoeffizienten etwa 10- bis 100mal so groß sind wie die Raumausdehnungskoeffizienten der festen Körper. Das Volumen der Flüssigkeiten ist in viel stärkerem Maße temperaturabhängig als das der festen Körper.

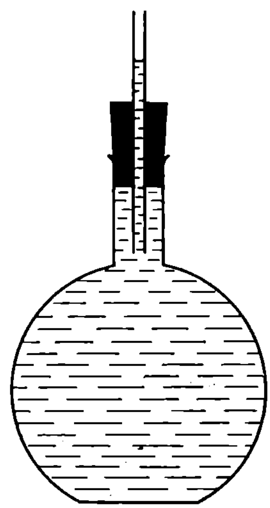


Bild 99. Volumenausdehnung

Tafel 9: **Raumausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten** bei 18 °C

Flüssigkeit	γ/grd^{-1}	Flüssigkeit	γ/grd^{-1}
Äther	0,001 62	Petroleum	0,000 96
Methylalkohol	0,001 19	Glyzerin	0,000 49
Benzol	0,001 06	Quecksilber	0,000 18
Terpentinöl	0,000 97	Wasser	0,000 18

Lehrbeispiel 49

Wieviel Benzol muß bei 20 °C getankt werden, damit bei 5 °C 5000 l abgegeben werden können?

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 5000\ \mathrm{l}$ Gesucht: V_2

$\Delta t = 15$ grd

$\gamma = 0{,}001\,06\ \mathrm{grd}^{-1}$ (nach Tafel 9)

Nach (29b) ist

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \Delta t) = 5000\ \mathrm{l} \left(1 + \frac{0{,}001\,06 \cdot 15\ \mathrm{grd}}{\mathrm{grd}}\right)$$

$$V_2 = 5000\ \mathrm{l} \cdot 1{,}0159 = 5080\ \mathrm{l}\,.$$

Sie erkennen, daß sich bei Flüssigkeiten schon geringe Temperaturdifferenzen stark auswirken.

5.3.3. Verhalten der Gase bei Temperaturänderung

Gase unterscheiden sich von den Flüssigkeiten dadurch, daß sie kein bestimmtes Volumen besitzen. Das Volumen eines Gases hängt ab vom Druck, der auf das Gas ausgeübt wird. Gase lassen sich also zusammenpressen (komprimieren); man nennt sie daher *kompressibel*. Wenn wir die Temperatur eines Gases erhöhen, so kann sich entweder das Volumen vergrößern, wenn wir den Druck konstant halten, oder es kann sich der Druck erhöhen, wenn das Volumen konstant bleibt. Diese Fälle sollen nun im einzelnen untersucht werden.

5.3.3.1. Druck und Volumen eines Gases

Wir wollen zunächst von irgendwelchen Temperaturänderungen absehen und den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen einer abgeschlossenen Gasmenge untersuchen. Wie Ihnen bekannt ist, erreicht man z. B. in einer Fahrradluftpumpe eine Vergrößerung des Drucks dadurch, daß man das Volumen der eingeschlossenen Luftmenge verkleinert. Auch in den Ihnen bekannten Stahlflaschen für Druckluft, Sauerstoff usw. werden Gase unter hohem Druck eingeschlossen. Bei der Entspannung tritt eine Volumenvergrößerung ein. Daraus ist zu erkennen: Je kleiner das Volumen, um so höher der Druck.

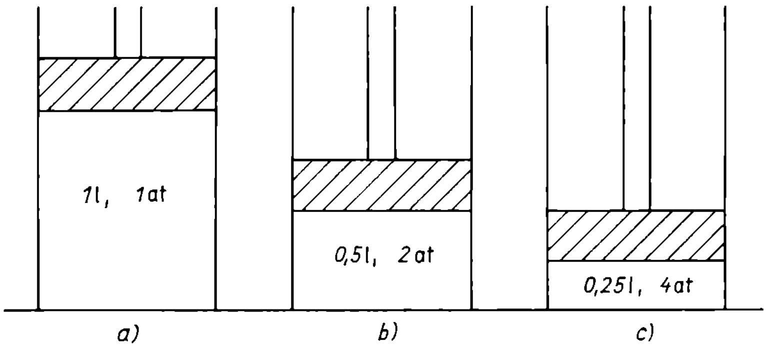


Bild 100. Boyle-Mariottesches Gesetz

Wir betrachten folgenden Versuch:

In einem Behälter ist 1 l Gas unter einem Druck von 1 at eingeschlossen (Bild 100a). Verringert man das Volumen auf 0,5 l, so steigt der Druck auf 2 at (Bild 100b). Wird das Volumen auf 0,25 l verkleinert, dann erhöht sich der Druck auf 4 at (Bild 100c).
Bilden wir in allen drei Fällen das Produkt aus Druck und Volumen, so erhalten wir

$$p_1V_1 = 1\ \mathrm{l} \cdot 1\ \mathrm{at} = 1\ \mathrm{l\,at},$$

$$p_2V_2 = 0{,}5\ \mathrm{l} \cdot 2\ \mathrm{at} = 1\ \mathrm{l\,at},$$

$$p_3V_3 = 0{,}25\ \mathrm{l} \cdot 4\ \mathrm{at} = 1\ \mathrm{l\,at}.$$

Daraus ist zu entnehmen: Das Produkt aus Druck und Volumen ist konstant. Das ist der Inhalt des Gesetzes von Boyle[1]) und Mariotte[2]):

Unter der Voraussetzung der konstanten Temperatur ist das Produkt aus Druck und Volumen einer abgeschlossenen Gasmenge konstant.

$$\boxed{p_1V_1 = p_2V_2} \qquad (31)$$

Lehrbeispiel 50

Wieviel Sauerstoff unter normalem Druck (1 at) läßt sich einer Stahlflasche entnehmen, in der 40 l Sauerstoff unter einem Druck von 150 at eingeschlossen sind?

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 40\ \mathrm{l}$ Gesucht: V_2

$p_1 = 150\ \mathrm{at}$

$p_2 = 1\ \mathrm{at}$

---

1) Robert Boyle (1626 bis 1691), engl. Physiker

2) Edme Mariotte (1620 bis 1684), franz. Physiker

Aus (31) folgt

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{150\ \mathrm{at} \cdot 40\ \mathrm{l}}{1\ \mathrm{at}} = 6000\ \mathrm{l} = \underline{\underline{6\ \mathrm{m}^3}}\,.$$

Hierbei ist natürlich zu bedenken, daß 40 l Sauerstoff in der Flasche zurückbleiben.

5.3.3.2. Ausdehnung der Gase bei konstantem Druck

Wir schließen das Gas in einen Behälter ein, der durch einen beweglichen Kolben abgeschlossen wird (Bild 101). Dadurch wird der Druck konstant gehalten, so wie etwa in dem Ihnen bekannten Gasometer eines Gaswerks. Erhöhen wir nun die Temperatur des Gases, so vergrößert sich das Volumen. Auch für das Volumen des Gases bestehen die gleichen Abhängigkeiten wie für feste Körper und für Flüssigkeiten. Es gilt auch hier (29b):

$$V_2 = V_1\,(1 + \gamma \Delta t) \qquad (29\mathrm{b})$$

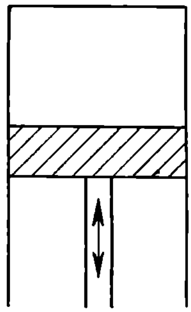


Bild 101. Ausdehnung eines Gases bei konstantem Druck

Für alle Gase gilt jedoch der Ausdehnungskoeffizient

$$\gamma = 0{,}003661\ \mathrm{grd}^{-1} = \frac{1}{273{,}15\ \mathrm{grd}}\,.$$

Dieser Wert bezieht sich auf die Temperatur 0°C.

Bei konstantem Druck dehnt sich jedes Gas bei Erwärmung um 1 grd um $^1/_{273}$ seines Volumens bei 0°C aus.

Wenn aber die Ausgangstemperatur $t_1 = 0$°C ist, so stimmt die Temperaturdifferenz Δt mit der Endtemperatur t überein.

Beispiel: $t_1 = 0$°C, $t = 20$°C, $\Delta t = 20$ grd.

Bezeichnen wir nun das Volumen des Gases bei 0°C mit V_0 und das Volumen bei der Temperatur t mit V_t, so erhalten wir anstelle von (29b)

$$V_t = V_0\,(1 + \gamma t)\,. \qquad (32)$$

Setzen wir nun $\gamma = \frac{1}{273{,}15\ \mathrm{grd}}$ ein, so folgt weiter

$$V_t = V_0 \left(1 + \frac{1}{273{,}15\ \mathrm{grd}}\, t\right).$$

Bringen wir die 1 auf den Hauptnenner 273,15 grd, so ergibt sich

$$V_t = V_0 \frac{273{,}15\ \mathrm{grd} + t}{273{,}15\ \mathrm{grd}}\,. \qquad (32\mathrm{a})$$

Diese Beziehung läßt sich nun wesentlich vereinfachen, wenn wir eine neue Temperaturskale, die KELVIN[1])-Skale, einführen, deren Nullpunkt um 273,15 grd „nach unten“ verschoben ist. Der Nullpunkt dieser Skale liegt also bei einer CELSIUS-Temperatur von —273,15°C.

---

[1]) WILLIAM THOMSON (Lord KELVIN, 1824 bis 1907), engl. Physiker

Der Grad Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Kelvin-Temperatur des Tripelpunktes von reinem Wasser.

Wir bezeichnen die KELVIN-Temperatur mit dem Symbol T, während wir für die CELSIUS-Temperatur t beibehalten. Die CELSIUS-Temperatur $t_0 = 0$°C entspricht dann einer KELVIN-Temperatur $T_0 = 273{,}15$°K (Bild 102).
Allgemein läßt sich jede CELSIUS-Temperatur t über die Gleichung

$$T = 273{,}15\ \text{grd} + t \tag{33}$$

in die KELVIN-Temperatur T umrechnen. Damit wird aus (32a)

$$V_t = V_0 \frac{T}{T_0}.$$

Für die Volumen V_1 und V_2 bei zwei verschiedenen Temperaturen T_1 und T_2 gilt damit

$$V_1 = V_0 \frac{T_1}{T_0}$$

und

$$V_2 = V_0 \frac{T_2}{T_0}$$

Dividieren wir beide Seiten der beiden Gleichungen durcheinander, so erhalten wir

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}. \tag{34}$$

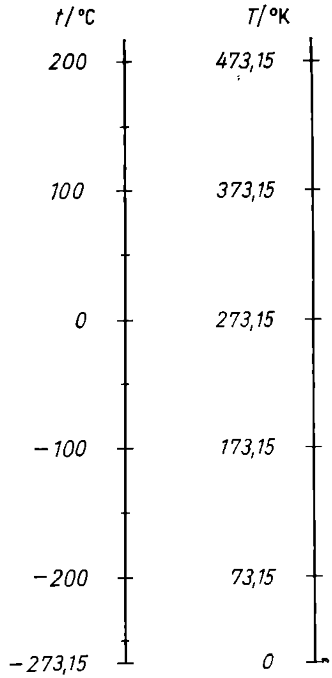


Bild 102. Temperaturskalen

Das ist das 1. Gesetz von GAY-LUSSAC[1]):

Die Volumina einer abgeschlossenen Gasmenge verhalten sich bei konstantem Druck wie die zugehörigen KELVIN-Temperaturen.

Lehrbeispiel 51

3 m³ Luft werden von 20°C auf 80°C erwärmt. Welches Volumen nimmt die Luft dann ein?

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 3\ \text{m}^3$ Gesucht: V_2
$T_1 = 293$°K
$T_2 = 353$°K

[1]) JOSEPH LOUIS GAY-LUSSAC (1778 bis 1850), franz. Physiker

Aus (34) folgt

$$V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{3\,\mathrm{m}^3 \cdot 353\,°\mathrm{K}}{293\,°\mathrm{K}} = \underline{\underline{3{,}61\,\mathrm{m}^3}}\,.$$

5.3.3.3. Drucksteigerung bei konstantem Volumen

Wir schließen jetzt das Gas in einen Behälter ein, dessen Volumen unveränderlich ist. Ein Manometer zeigt den Druck an. Erhöhen wir nun die Temperatur des Gases, so stellen wir fest:

Bei konstantem Volumen erhöht sich der Druck des Gases bei Erwärmung um 1 grd um $^1/_{273}$ seines Volumens bei 0°C.

Der Druck eines Gases bei konstantem Volumen folgt also einem ähnlichen Gesetz wie das Volumen des Gases bei konstantem Druck. Wir können die gleichen Überlegungen wie im vorigen Abschnitt anstellen und erhalten

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}\,. \tag{35}$$

Das ist das 2. Gesetz von GAY-LUSSAC:

Die Drücke einer abgeschlossenen Gasmenge verhalten sich bei konstantem Volumen wie die zugehörigen KELVIN-Temperaturen.

Lehrbeispiel 52

3 m³ Luft stehen unter einem Druck von 1 at und haben eine Temperatur von 27°C. Auf welche Temperatur muß die Luft erhitzt werden, damit der Druck auf 1,7 at ansteigt?

Lösung:

Gegeben: $V = 3\,\mathrm{m}^3$ Gesucht: T_2

$p_1 = 1$ at

$p_2 = 1{,}7$ at

$T_1 = 300\,°\mathrm{K}$

Nach (35) ist

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = 300\,°\mathrm{K}\,\frac{1{,}7\,\mathrm{at}}{1\,\mathrm{at}} = \underline{\underline{510\,°\mathrm{K}}}\,.$$

Daraus folgt nach (33)

$$t_2 = T_2 - 273\,\mathrm{grd} = 237\,°\mathrm{C}.$$

5.3.3.4. Zustandsgleichung

Wir fassen zunächst den Inhalt der letzten drei Abschnitte zusammen. In 5.3.3.1. untersuchten wir den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen bei konstanter Temperatur und fanden

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (T = \mathrm{konst}). \tag{31}$$

In 5.3.3.2. fanden wir die Beziehung zwischen Volumen und Temperatur bei konstantem Druck. Die dort abgeleitete Gleichung (34) kann auch geschrieben werden als

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (p = \text{konst}) . \tag{34}$$

In 5.3.3.3. schließlich lernten wir die Gleichung zwischen Druck und Temperatur bei konstantem Volumen kennen. (35) kann auch in der Form

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (V = \text{konst}) \tag{35}$$

dargestellt werden.
Es erhebt sich nun die Frage, ob nicht eine Temperaturänderung eine Druckänderung *und* eine Volumenänderung zur Folge haben kann. Das ist tatsächlich der Fall. Diese allgemeine Zustandsänderung wird durch eine Gleichung erfaßt, die wir als *Zustandsgleichung* bezeichnen. Wir wollen diese Gleichung im Rahmen dieses Vorbereitungsmaterials nicht herleiten. Das sei Ihrem künftigen Studium überlassen. Wir wollen nur die Frage stellen: Wie müßte eine Gleichung aussehen, die die Gleichungen (31), (34) und (35) als Sonderfälle enthält? Diese Gleichung lautet:

$$\boxed{\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}} \tag{36}$$

Überzeugen Sie sich davon, daß

für $T_1 = T_2$ die Gleichung (31),

für $p_1 = p_2$ die Gleichung (34),

für $V_1 = V_2$ die Gleichung (35)

entsteht.

Lehrbeispiel 53

Eine Druckluftflasche (40 l) wird bei einer Temperatur von 27 °C mit Druckluft von 150 at gefüllt. Wieviel Kubikmeter Druckluft können bei 12 °C der Flasche entnommen werden, wenn der Luftdruck 1 at beträgt?

Lösung:

Gegeben: $V_1 = 40\ \text{l}$ Gesucht: V_2

$T_1 = 300\ ^\circ\text{K}$

$p_1 = 150\ \text{at}$

$T_2 = 285\ ^\circ\text{K}$

$p_2 = 1\ \text{at}$

Aus (36) folgt

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 p_2} = \frac{150 \text{ at} \cdot 40 \text{ l} \cdot 285 \text{ °K}}{300 \text{ °K} \cdot 1 \text{ at}} = 5700 \text{ l} = \underline{\underline{5{,}7 \text{ m}^3}}.$$

Hiervon bleiben 40 l Luft in der Flasche zurück.

Zusammenfassung

Temperatur ist der Wärmezustand eines Körpers. Zur Temperaturmessung lassen sich alle Vorgänge benutzen, die eindeutig von der Temperatur abhängen. Die bekanntesten Thermometer sind die Flüssigkeitsthermometer.
Zur Definition der CELSIUS-Skale dienen die Temperatur des schmelzenden Eises (0°C) und die Temperatur des siedenden Wassers (100°C). In der Physik und in der Technik verwendet man häufig die KELVIN-Skale. Man erhält den Zahlenwert der KELVIN-Temperatur eines Körpers, indem man zum Zahlenwert der CELSIUS-Temperatur 273,15 addiert. Der KELVIN-Grad ist dem CELSIUS-Grad gleich, nur der Nullpunkt der KELVIN-Skale ist um 273,15 grd verschoben. Temperaturdifferenzen werden in Grad (grd) gemessen.
Im allgemeinen dehnen sich feste Körper und Flüssigkeiten bei Temperaturerhöhung aus. Die Längenänderung fester Körper hängt ab vom Längenausdehnungskoeffizienten, der Ausgangslänge und der Temperaturdifferenz. Die Volumenänderung von festen Körpern und von Flüssigkeiten hängt ab vom Raumausdehnungskoeffizienten, dem Ausgangsvolumen und der Temperaturdifferenz. Der Raumausdehnungskoeffizient ist gleich dem dreifachen Längenausdehnungskoeffizienten.
Der Zustand eines Gases wird durch sein Volumen, seinen Druck und seine Temperatur bestimmt. Ändert man eine dieser drei Größen, so ändert sich mindestens auch eine der beiden anderen. In jedem Falle gilt die Zustandsgleichung.

Übungen:

98. Die 1956 in Betrieb genommene Elbbrücke in Riesa hat eine Länge von 346 m. Welche Längenänderung der Stahlträger muß berücksichtigt werden, wenn Sommertemperaturen bis 30°C und Wintertemperaturen bis —15°C erwartet werden?

99. Ein Messingrohr ist bei 20°C 242,37 mm lang. Leitet man Wasserdampf von 100°C durch das Rohr, so beträgt seine Länge 242,79 mm. Berechnen Sie daraus den Längenausdehnungskoeffizienten von Messing.

100. Ein Gefäß aus Jenaer Glas faßt bei 20°C genau 1000 cm³. Berechnen Sie das Fassungsvermögen bei 90°C.

101. Bei 32°C werden 50 l Methylalkohol abgemessen. Wie groß ist das Volumen des Methylalkohols bei 14°C?

102. Welcher Druck ist erforderlich, um Stickstoff, der bei 2 at ein Volumen von 0,9 m³ einnimmt, auf 20 l zusammenzupressen?

103. Bei welcher Temperatur nehmen 800 l Luft (bei 20°C) ein Volumen von 1,5 m³ ein?

104. Welcher Druck ist erforderlich, um Luft, die bei 15°C unter einem Druck von 1,1 at steht, auf 150°C zu erwärmen?

105. Im Dieselmotor wird durch Kompression von Luft die Entzündungstemperatur des Dieselkraftstoffs erreicht. Auf welches Volumen müssen 8 l Luft, die bei einer Temperatur von 40°C unter einem Druck von 1 at stehen, komprimiert werden, wenn bei einem Druck von 40 at eine Temperatur von 700°C erreicht werden soll?

6. Wärmemenge (Wärmeenergie)

6.1. Was versteht man unter Wärmemenge?

Wir haben bisher nur von der Temperatur gesprochen. Wir lernten die Temperatur als die Größe kennen, die den *Wärmezustand* eines Körpers kennzeichnet. Haben Sie aber schon einmal über die Frage nachgedacht, weshalb man mit einer Heißwasserheizung ein ganzes Zimmer heizen kann, obwohl das Wasser nur eine Temperatur von etwa 70 bis 80°C hat, und weshalb man das Zimmer nicht mit einer Kerze erwärmen kann, deren Temperatur doch viel höher ist? Es kommt hier offenbar nicht auf die Temperatur allein an, sondern auf eine andere Größe, die wir jetzt kennenlernen wollen, auf die *Wärmemenge.* Das Wasser führt dem Zimmer eine große Wärmemenge zu, während die Kerze eben nur eine sehr kleine Wärmemenge abgeben kann, die zur Erwärmung des Zimmers nicht ausreicht.
Eine bestimmte Wärmemenge müssen wir auch dem Wasser zuführen, das wir auf dem Gasherd oder der elektrischen Heizplatte erwärmen. Die notwendige Wärmemenge hängt, wie Sie leicht einsehen, zunächst von der *Masse* des Wassers ab (eine kleinere Menge Wasser erwärmt sich schneller als eine große) und davon, bis zu welcher Temperatur das Wasser erwärmt werden soll, also von der *Temperaturdifferenz.*

6.2. Einheit der Wärmemenge

Wärmeenergie läßt sich aus mechanischer Energie gewinnen. Sie brauchen nur einmal kräftig Ihre Hände zu reiben, um diese Behauptung zu bestätigen. Überall dort, wo Reibung auftritt, entsteht Wärme; die Reibungsarbeit wird in Wärmeenergie umgewandelt. Es wundert uns daher nicht, daß die Wärmeenergie in den gleichen Einheiten wie die mechanische Energie (vgl. 4.5.2. bis 4.5.5.) gemessen werden kann, also in Joule oder Kilopondmeter. Bevorzugt wird jedoch heute noch die **Kalorie** (Kurzzeichen: cal):

$$\mathbf{1\ cal = 4{,}1868\ J} \tag{XI}$$

Eine Wärmemenge von 1 cal entsteht also, wenn eine Reibungsarbeit von 4,1868 J aufgebracht wird. In der Praxis rechnet man sehr oft mit der Kilokalorie:

$$1\ \text{kcal} = 4186{,}8\ \text{J}$$

6.3. Spezifische Wärmekapazität

Am Schluß von 6.1. hatten wir festgestellt, daß die Wärmemenge (der wir das Symbol Q geben wollen) von der Masse des zu erwärmenden Körpers und von der Temperaturdifferenz abhängt, die erreicht werden soll. Quantitative Versuche zeigen, daß die Wärmemenge diesen beiden Größen proportional ist:

$$Q \sim m\Delta t$$

Erwärmt man Körper gleicher Masse um die gleiche Temperaturdifferenz, so stellt man fest, daß man dennoch verschiedene Wärmemengen aufbringen muß, wenn die Körper aus verschiedenem Material bestehen. Wir müssen also noch einen Proportionalitätsfaktor einführen, der vom Material abhängt. Diesen Proportionalitätsfaktor nennen wir ***spezifische Wärmekapazität*** und geben ihm das Symbol c. Damit erhalten wir

$$\boxed{Q = cm\Delta t} \tag{37}$$

Wir finden die Einheit von c, wenn wir (37) nach c auflösen und die uns bekannten Einheiten $[Q]$ = kcal, $[m]$ = kg und $[\Delta t]$ = grd einsetzen:

$$[c] = \frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}} \quad \left(= \frac{\text{cal}}{\text{g grd}}\right)$$

In Tafel 10 sind die spezifischen Wärmekapazitäten für einige Stoffe zusammengestellt. Sie erkennen, daß Wasser eine sehr große spezifische Wärmekapazität hat. Das bedeutet, daß es sehr großer Wärmemengen bedarf, um die Temperatur des Wassers zu erhöhen. Am Strand haben Sie sicher schon die Beobachtung gemacht, daß der Sand viel höhere Temperaturen annimmt als das Wasser. Andererseits gibt das Wasser bei seiner Abkühlung auch große Wärmemengen ab. (Denken Sie auch an das eingangs erwähnte Beispiel mit der Heißwasserheizung und der Kerze.) Das Wasser ist also ein idealer Wärmespeicher. In der Natur wirken große Wassermengen temperaturausgleichend. Vergleichen Sie das Klima Englands mit dem Sibiriens.

Tafel 10: Spezifische Wärmekapazitäten von festen Körpern und Flüssigkeiten

Stoff	$c \Big/ \frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}}$	Flüssigkeit	$c \Big/ \frac{\text{kcal}}{\text{kg grd}}$
Eis	0,50	Wasser	1,00
Aluminium	0,21	Alkohol	0,57
Schamotte, Glas	0,20	Petroleum	0,50
Porzellan	0,19	Maschinenöl	0,46
Stahl	0,11	Glyzerin	0,33
Kupfer, Messing	0,092	flüssiges Eisen	0,17
Blei	0,031	Quecksilber	0,033

Lehrbeispiel 54

Welche Wärmemenge ist erforderlich, um 10 l Wasser von 10°C auf 90°C zu erwärmen?

Lösung:

Gegeben: $m = 10$ kg Gesucht: Q

$\Delta t = 80$ grd

$c = 1$ kcal/kg grd (nach Tafel 10)

Nach (37) ist

$$Q = cm\Delta t = \frac{1 \text{ kcal} \cdot 10 \text{ kg} \cdot 80 \text{ grd}}{\text{kg grd}} = \underline{\underline{800 \text{ kcal}}}.$$

Zusammenfassung

Um die Temperatur eines Körpers zu erhöhen, muß ihm Wärme zugeführt werden. Diese Wärmemenge hängt ab von der Masse des Körpers, seiner spezifischen Wärmekapazität und der Temperaturdifferenz. Die Wärmemenge ist eine Form der Energie und wird in Joule oder Kalorien gemessen.

Übungen

106. Wieviel Glyzerin von 20°C kann man mit 150 kcal auf 60°C erwärmen?
107. Welche Temperaturerhöhung kann durch Zufuhr von je 10 kcal bei 2 kg Wasser und bei 2 kg Quecksilber erreicht werden?
108. Wieviel Kilokalorien müssen die Bremsen eines Kraftwagens von 5 t Gesamtmasse aufnehmen, wenn das Fahrzeug aus einer Geschwindigkeit von 60 km/h bis zum Stillstand abgebremst wird?

ELEKTRIK

In diesem Teil des Studienmaterials sollen Sie sich mit einigen Grundbegriffen der Elektrik vertraut machen. Die Elektrizität ist aus unserem Leben heute gar nicht mehr wegzudenken. Sie ist uns im Haushalt genauso unentbehrlich wie in der Industrie und im Verkehr. Wir können es uns ersparen, die einzelnen Anwendungsgebiete aufzuzählen. Der Bedarf an elektrischer Energie ist in den letzten Jahren stark gestiegen, so daß weitere Kraftwerke gebaut werden.
Auf eine Schwierigkeit soll gleich am Anfang hingewiesen werden. Während nämlich in der Mechanik alle Vorgänge sichtbar und daher ,,anschaulich" waren, ist dies in der Elektrik nicht der Fall. Wir können den elektrischen Strom nur an seinen Wirkungen erkennen; sehen können wir ihn nicht. Deshalb werden wir hin und wieder genötigt sein, uns Modellvorstellungen zu machen, mit deren Hilfe bestimmte Erscheinungen erklärt werden können.

7. Gleichstrom

7.1. Stromleitung in metallischen Leitern

7.1.1. Elektron und elektrische Elementarladung

Die wichtigsten Träger der Elektrizität sind die *Elektronen*. Diese Elektronen sind Ihnen als Bestandteile der Atome bekannt. Die Masse des Elektrons ist sehr klein. Sie beträgt nur etwa $^1/_{1840}$ der Masse des Wasserstoffatoms, nämlich $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg. Jedes Elektron besitzt die gleiche elektrische Ladung, die man als *Elementarladung* bezeichnet. Diese Elementarladung stellt gewissermaßen das Atom[1]) der Elektrizität dar. Dieser Ausdruck ,,Atom der Elektrizität" ist natürlich nur in übertragenem Sinne gemeint: So wie das Atom das kleinste Teilchen eines Elements darstellt, so ist das Elektron der Träger der kleinsten Elektrizitätsmenge.
Neben den Elektronen gibt es auch noch andere Ladungsträger, z. B. die *Protonen*. Sie bilden den Atomkern. Um nun die beiden Ladungen voneinander unterscheiden zu können, hat man die Ladung des Protons als positiv, die des Elektrons als negativ bezeichnet. Von unserem heutigen Standpunkt aus ist es bedauerlich, daß gerade die Elektronen, die wichtigsten Ladungsträger, das negative Zeichen erhielten. Diese Festlegung erfolgte 1778, als die Bedeutung der Elektronen noch nicht übersehen werden konnte.

[1]) *atomos* (griech.) unteilbar

Die Einheit für die *elektrische Ladung* (Symbol Q), auch Elektrizitätsmenge genannt, ist das Coulomb[1]) (Kurzzeichen C). Das Coulomb ist eine abgeleitete Einheit, seine Definition wird noch gegeben werden. Die Ladung des Elektrons, die *elektrische Elementarladung*, beträgt

$$e_0 = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}.$$

7.1.2. Elektrischer Strom

In den Metallen gibt es frei bewegliche Elektronen. Normalerweise führen sie ganz unregelmäßige Bewegungen aus. Erst unter gewissen Voraussetzungen – wenn eine *elektrische Spannung* angelegt wird – wandern sie alle in einer Richtung. In dieser Richtung wird die Elektrizität transportiert: Es fließt ein *elektrischer Strom*. Dieser Strom ist um so größer, je mehr Elektronen fließen, je größer also die transportierte Elektrizitätsmenge Q ist. Außerdem spielt die Zeit eine Rolle. Sie werden verstehen, daß die *Stromstärke* (Symbol I) um so größer ist, je kürzer die Zeit ist, in der eine bestimmte Elektrizitätsmenge durch den Querschnitt (etwa eines Drahtes) fließt. Wir fassen zusammen:

Die Stromstärke ist der transportierten Elektrizitätsmenge direkt proportional, der Zeit hingegen indirekt proportional.
Wir definieren als Stromstärke den Quotienten aus der Elektrizitätsmenge (der von den Elektronen transportierten Ladung) und der Zeit:

$$I = Q/t \tag{38}$$

Aus der Definition (38) ergibt sich als Einheit für die Stromstärke Coulomb/Sekunde (C/s). Diese Einheit führt den Namen **Ampere**[2]) (Kurzzeichen A). Aus dieser Beziehung folgt andererseits:

$$1\ \mathrm{C} = 1\ \mathrm{As} \tag{XII}$$

Die Stromstärkeeinheit Ampere ist die vierte Grundeinheit des Systems der physikalisch-technischen Einheiten. Sie läßt sich also nicht aus anderen Einheiten ableiten. Ihre Definition kann Ihnen allerdings im Rahmen dieses Vorbereitungslehrganges noch nicht gegeben werden.

Lehrbeispiel 55

Wieviel Elektronen müssen in einer Sekunde durch den Querschnitt eines Drahtes fließen, wenn die Stromstärke 50 mA betragen soll?

Lösung

Gegeben: $I = 50\ \mathrm{mA}$ Gesucht: z
$t = 1\ \mathrm{s}$

[1]) Charles Auguste De Coulomb (1736 bis 1806), franz. Physiker
[2]) André Marie Ampère (1775 bis 1836), franz. Physiker

Nach (38) ist

$$Q = It.$$

Andererseits ist die Elektrizitätsmenge ein Vielfaches der elektrischen Elementarladung e_0:

$$Q = ze_0$$

Aus beiden Beziehungen folgt

$$z = It/e_0.$$

Einsetzen der gegebenen Werte:

$$z = \frac{50 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A} \cdot 1\,\mathrm{s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = \underline{\underline{3{,}13 \cdot 10^{17}}}$$

Zusammenfassung

Die wichtigsten Ladungsträger sind die Elektronen. Sie sind negativ geladen mit der elektrischen Elementarladung $e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Die Stromstärke ist der Quotient aus Elektrizitätsmenge und Zeit.

7.2. Gleichstromkreis

7.2.1. Spannung

In 7.1.2. war schon darauf hingewiesen worden, daß zum Fließen eines Stromes eine *Spannung* vorhanden sein muß. Machen wir uns das an einem Vergleich klar. Wir denken uns ein Rohr, das mit Wasser gefüllt ist. In dem Rohr kann das Wasser nur dann fließen, wenn dafür gesorgt wird, daß auf der einen Seite immer Wasser nachgeliefert wird, während auf der anderen Seite das Wasser ungehindert abfließen muß. Ganz ähnlich liegen nun die Verhältnisse auch in einem Metall. Wir hatten früher schon festgestellt, daß normalerweise die Elektronen vollkommen unregelmäßige Bewegungen ausführen. Wenn man jedoch dafür sorgt, daß auf der einen Seite des Drahtes immer Elektronenüberschuß, am anderen Ende immer Elektronenmangel herrscht, dann bewegen sich die Elektronen in einer Richtung, nämlich von der Stelle des Elektronenüberschusses nach der Stelle des Elektronenmangels hin. Eine Anlage, die an dem einen Ende die Elektronen „absaugt" und auf der anderen Seite wieder in den Draht „hineinpumpt", heißt *Spannungsquelle.* Als Spannungsquellen sind Ihnen bekannt: die Taschenlampenbatterie, der Akkumulator (Bild 103), die Dynamomaschine. Die Spannungsquelle, die wir am häufigsten verwenden, ist die Steckdose des Lichtnetzes, die letzten Endes mit den Klemmen einer Dynamomaschine verbunden ist.
Die Einheit für die elektrische Spannung ist das Volt[1]) (Kurzzeichen V). Die Definition für diese Einheit kann noch nicht gegeben werden. Das Symbol für die Spannung ist U.

[1]) Alessandro Volta (1745 bis 1827), ital. Physiker

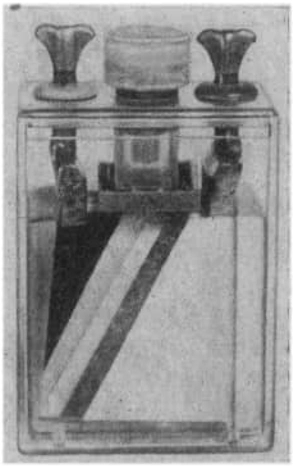


Bild 103. Akkumulator

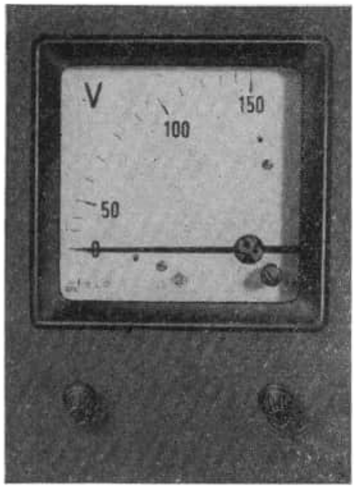


Bild 104. Voltmeter

Merken Sie sich:

| Die elektrische Spannung treibt den Strom an. Ihre Einheit ist das Volt.

Zur Messung der elektrischen Spannung dienen Spannungsmesser (Voltmeter, Bild 104).
Eine Übersicht über gebräuchliche Spannungen gibt Ihnen Tafel 11.

Tafel 11: **Gebräuchliche Spannungen in V**

Galvanische Elemente	1 ··· 1,5
Bleiakkumulator je Zelle	2
Netzspannung für Licht und Haushaltgeräte	110 ··· 220
Spannung für „Kraftstrom“	380
Straßenbahn	550
Deutsche Reichsbahn	15000
Hochspannungsfernleitungen	bis 440000

7.2.2. Stromstärke

Nachdem Sie im letzten Abschnitt die elektrische Spannung kennengelernt haben, soll in diesem Abschnitt noch einiges über den elektrischen Strom nachgetragen werden. Sie wissen nun, daß die Spannungsquelle die Elektronen, also den elektrischen Strom, antreibt. Eine Spannungsquelle erzeugt nicht etwa die Elektronen; denn sie sind von vornherein vorhanden. Eine Spannungsquelle kann in den *Stromkreis* nicht mehr Elektronen hineinpumpen, als ihr auf der anderen Seite wieder zu-

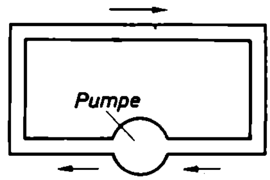


Bild 105. Modell einer Spannungsquelle

fließen; unterwegs können keine Elektronen verlorengehen oder entstehen. Eine Modellvorstellung soll Ihnen Bild 105 geben. Sie verstehen nun folgenden Satz:

In einem einfachen Stromkreis herrscht an jeder Stelle die gleiche Stromstärke.

Auch die Spannungsquelle wird von dem gleichen Strom durchflossen. Wir sprechen daher auch nicht mehr von einer *Strom*quelle, wie es früher üblich war. Der Strom entspringt nicht in der Spannungsquelle, er wird von ihr nur angetrieben, so wie etwa ein Zahnrad eine endlose Kette antreibt (deren Anfang und Ende verbunden sind). Es soll nun die Stromrichtung festgelegt werden. Jede Spannungsquelle hat zwei Pole. Der *Minuspol* ist die Stelle des Elektronenüberschusses; hier ist *negative* elektrische Ladung angesammelt. Am *Pluspol* herrscht Mangel an Elektronen, also an negativer elektrischer Ladung. Die Elektronen fließen selbstverständlich außerhalb der Spannungsquelle von der Stelle des Elektronenüberschusses (dem Minuspol) nach der Stelle des Elektronenmangels (dem Pluspol). Ehe noch der Mechanismus der Stromleitung in Metallen bekannt war, hat man jedoch die entgegengesetzte Richtung willkürlich als Stromrichtung festgesetzt. Wir bezeichnen diese Richtung heute meist als *technische Stromrichtung*. Die technische Stromrichtung ist die Richtung, in der sich *positive* Ladungsträger bewegen würden. Da aber Elektronen *negative* Ladungsträger sind, bewegen sie sich der technischen Stromrichtung entgegen.

Wir merken uns also:

Der Strom fließt vom Pluspol der Spannungsquelle durch die Leitung zum Minuspol der Spannungsquelle.

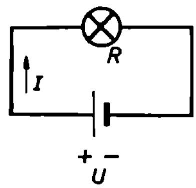


Bild 106. Einfacher Stromkreis

In Bild 106 ist der einfache Stromkreis, der hier aus einer Spannungquelle und einer Lampe besteht, dargestellt.

Zum Messen der Stromstärke dienen Strommesser (Amperemeter, Bild 107). Ein *Vielfachmeßgerät*, das sowohl zur Spannungsmessung als auch zur Stromstärkemessung verwendet werden kann, zeigt Ihnen Bild 108. An dem Drehschalter wird der gewünschte Meßbereich eingestellt. Auf dem Bild sehen Sie die Meßbereiche 1,5 V bis 600 V Gleich- oder Wechselspannung und 1,5 mA bis 6 A Gleich- oder Wechselstrom.

Tafel 12 bringt Ihnen einige Beispiele gebräuchlicher Stromstärken.

Tafel 12: **Größenordnungen der Stromstärke in A**

Glühlampen (220 V, 25 W···100 W)	0,25···0,5
Kochplatten, Tauchsieder	2···5
Straßenbahnmotor	etwa 150
Starkstromleitungen	mehrere 100

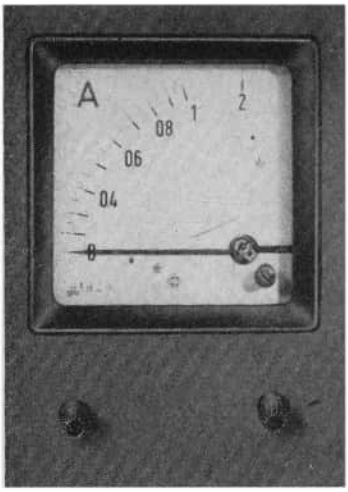


Bild 107. Amperemeter

Bild 108. Vielfachmeßgerät

7.2.3. Widerstand

In den letzten beiden Abschnitten sind Ihnen zwei wichtige Größen der Elektrik erläutert worden: Spannung U und Stromstärke I. Mißt man Spannung und Stromstärke in einem einfachen Stromkreis, so stellt man fest, daß eine Verdoppelung der Spannung auch eine Verdoppelung der Stromstärke zur Folge hat. Verringert man die Spannung, etwa auf die Hälfte, so sinkt auch die Stromstärke auf die Hälfte ihres ursprünglichen Wertes. Sie erkennen:

Die Stromstärke ist der Spannung proportional.

$$I \sim U$$

Soll aus dieser Proportionalität eine Gleichung werden, so muß ein Proportionalitätsfaktor eingeführt werden:

$$\boxed{U = RI} \tag{39}$$

Dieser Proportionalitätsfaktor R heißt *elektrischer Widerstand.* Er hängt von den Abmessungen und dem Material des Drahtes ab. Es ist das Verdienst von G. S. Ohm[1], diese Proportionalität von Strom und Spannung erkannt zu haben. Man bezeichnet daher die Gleichung (39) als das *Ohmsche Gesetz.*

Das Ohmsche Gesetz in der Form

$$R = U/I \tag{39a}$$

[1]) Georg Simon Ohm (1789 bis 1854), deutscher Physiker

ist Definitionsgleichung für den elektrischen Widerstand. Über diese Gleichung wird auch die Einheit für den Widerstand festgelegt. Setzen Sie nämlich in diese Gleichung die Einheiten der Spannung (Volt) und der Stromstärke (Ampere) ein, so erhalten Sie

$$[R] = \text{Volt/Ampere}.$$

Diese Einheit führt den Namen **Ohm** (Kurzzeichen Ω).

$$1\ \Omega = 1\ \text{V/A} \qquad \text{(XIII)}$$

In Worten:

> 1 Ohm ist der Widerstand eines Leiters, durch den bei einer Spannung von 1 Volt ein Strom von 1 A fließt.

Bild 109 zeigt Ihnen die Strom-Spannungs-Kennlinie eines Verbrauchers. Diese Kennlinie ist eine Gerade durch den Koordinatenursprung. Sie erkennen auch an dieser graphischen Darstellung die Proportionalität zwischen Strom und Spannung. Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß der Widerstand von den Abmessungen und dem Material des Drahtes abhängt.
Wir wollen nun diese Abhängigkeit genauer untersuchen. Es zeigt sich, daß der Widerstand der Länge l des Drahtes proportional ist, eine Verdopplung der Länge des Drahtes also eine Verdoppelung des Widerstandes zur Folge hat:

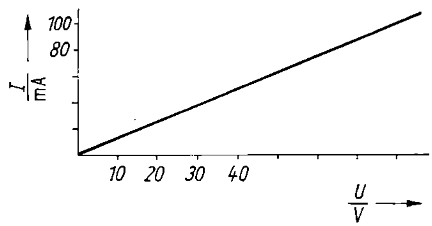


Bild 109. Strom-Spannungs-Kennlinie

$$R \sim l$$

Legt man zwei Drähte mit gleichem Querschnitt parallel zueinander, dann können durch diese zwei Drähte doppelt so viele Elektronen hindurchgehen wie durch einen Draht. Dasselbe können Sie aber erreichen, wenn Sie e i n e n Draht nehmen, der den doppelten Querschnitt hat. Da durch ihn die Elektronen „leichter" hindurchgehen, bietet er ihnen den geringeren Widerstand. Je größer also der Querschnitt des Drahtes, um so geringer der Widerstand. Genaue Messungen zeigen: Der Widerstand ist der Querschnittsfläche A indirekt proportional:

$$R \sim 1/A$$

Beide Proportionalitäten werden zu einer Gleichung zusammengefaßt; der Proportionalitätsfaktor ϱ heißt *spezifischer Widerstand* und ist materialabhängig:

$$\boxed{R = \varrho l/A} \qquad (40)$$

Wir fassen zusammen:

> Der Widerstand eines Leiters ist der Länge des Leiters direkt, seinem Querschnitt indirekt proportional; er hängt vom Material des Leiters ab.

Die Einheit von ϱ erhalten Sie, wenn Sie (40) nach ϱ auflösen und die Einheiten einsetzen:

$$[\varrho] = [R]\,[A]/[l] = \Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$$

Die Einheit des spezifischen Widerstandes $[\varrho] = \Omega\,\text{mm}^2/\text{m}$ hat man aus praktischen Erwägungen heraus so festgelegt, obgleich die Einheiten für die Länge und die Fläche nicht zusammenpassen.

Die Tafel 13 bringt Ihnen die spezifischen Widerstände einiger Stoffe.

Wenn Sie Tafel 13 betrachten, so fällt Ihnen auf, daß drei Gruppen von Stoffen nach der Größenordnung des spezifischen Widerstandes unterschieden werden können:

1. Elektrische Leiter (Metalle, Kohlenstoff, aber auch wäßrige Lösungen),
2. Nichtleiter oder Isolatoren (Marmor bis Bernstein),
3. Halbleiter (z. B. Germanium).

Im Vergleich zu den Stoffen der Gruppe 1 und 2 haben Halbleiter die besondere Eigenschaft, daß sich ihr spezifischer Widerstand erheblich verändern läßt, z. B. bei manchen Halbleitern durch Lichteinwirkung.

Tafel 13: **Spezifischer Widerstand** ϱ bei 20 °C[1])

Stoff	$\varrho \Big/ \frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}$	Stoff	$\varrho \Big/ \frac{\Omega\,\text{mm}^2}{\text{m}}$
Silber	0,016	Graphit	$20 \cdots 100$
Kupfer	0,017	Marmor	$10^{13} \cdots 10^{15}$
Aluminium	0,027	Glas	10^{17}
Eisen	0,1	Porzellan	10^{18}
Konstantan	0,50	Quarzglas	10^{22}
Manganin	0,43	Bernstein	$>10^{22}$
Quecksilber	0,95	Germanium	$6 \cdot 10^5$

Bei den Leitern unterscheidet man noch

Leiter I. Klasse: solche, die sich bei Stromdurchgang chemisch nicht verändern (Metalle),
Leiter II. Klasse: solche, die sich bei Stromdurchgang chemisch verändern (leitfähige wäßrige Lösungen und Schmelzen).

Im folgenden beschreiben wir Ihnen kurz einige technische Ausführungsformen von Widerständen.

Schiebewiderstand:

Auf ein Keramikrohr ist ein Widerstandsdraht aufgewickelt. Als Berührungsschutz

[1]) Der Widerstand ändert sich mit der Temperatur

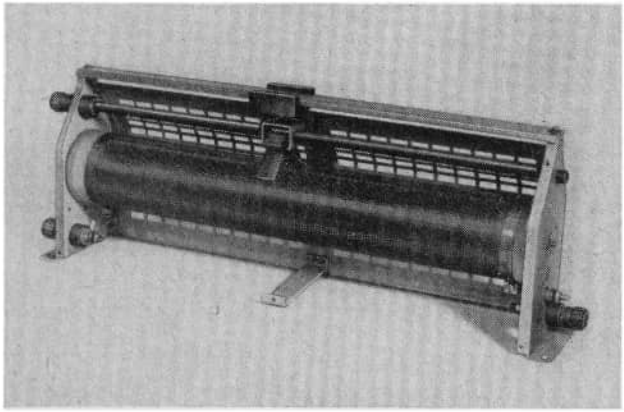


Bild 110. Schiebewiderstand

dient ein Gitter, das den Widerstand umgibt. Ein Schleifkontakt ermöglicht es, die Größe des Widerstandes zu verändern (Bild 110).

Schichtwiderstand:

Auf einem Keramikkörper befindet sich eine Glanzkohleschicht. Derartige Widerstände werden z. B. in Rundfunkgeräte eingebaut (Bild 111).

Präzisionswiderstand:

Diese Widerstände werden meist als sog. Dekadenwiderstände ausgeführt. Durch einen Drehschalter kann man wahlweise z. B. die Werte 1 Ω, 2 Ω, 3 Ω bis 10 Ω oder 10 Ω bis 100 Ω usw. einschalten (Bild 112).

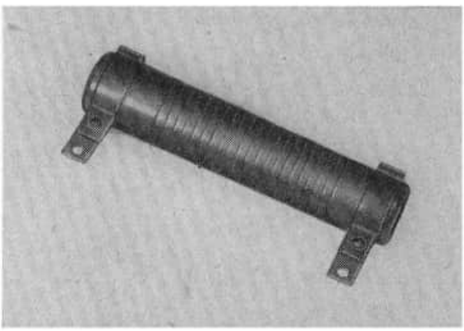


Bild 111. Schichtwiderstand

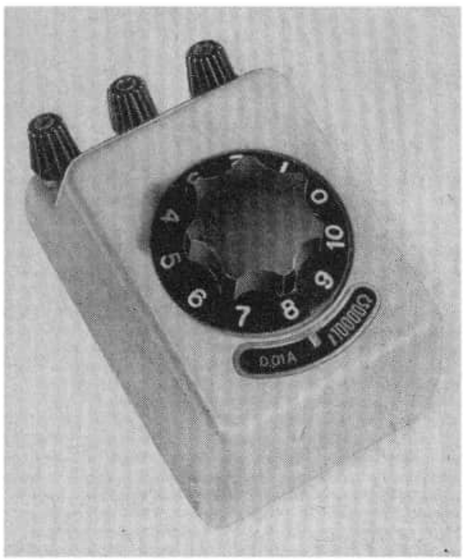


Bild 112. Präzisionswiderstand

Beachten Sie, daß die Bezeichnung Widerstand in doppelter Bedeutung gebraucht wird. Man bezeichnet als Widerstand einmal die *Eigenschaft* eines Körpers, sich dem Stromdurchgang zu widersetzen, also die oben eingeführte physikalische Größe, zum anderen aber auch *Geräte*, die einen bestimmten Widerstand besitzen und dadurch die Stromstärke in einem Stromkreis vermindern.

Lehrbeispiel 56

Welchen Widerstand hat ein Kupferdraht von 0,75 mm² Querschnitt und 5 m Länge?

Lösung:

Gegeben: $A = 0{,}75\ \mathrm{mm}^2$ Gesucht: R

$l = 5\ \mathrm{m}$

$\varrho = 0{,}017\ \Omega\ \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$

Nach (40) ist

$$R = \varrho l/A = \frac{0{,}017\ \Omega\ \mathrm{mm}^2 \cdot 5\ \mathrm{m}}{\mathrm{m} \cdot 0{,}75\ \mathrm{mm}^2} = \underline{\underline{0{,}113\ \Omega}}\,.$$

Lehrbeispiel 57

Ein Widerstand von 3,6 kΩ besteht aus Manganindraht mit einem Durchmesser von 0,1 mm. Wieviel Meter Draht enthält er?

Lösung:

Gegeben: $R = 3600\ \Omega$ Gesucht: l

$d = 0{,}1\ \mathrm{mm}$

$\varrho = 0{,}43\ \Omega\ \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$

In (40) ist $A = \pi\, d^2/4$ einzusetzen:

$$l = R\pi\, d^2/4\varrho = \frac{3600\ \Omega\ \pi \cdot 0{,}01\ \mathrm{mm}^2\ \mathrm{m}}{4 \cdot 0{,}43\ \Omega\ \mathrm{mm}^2} = \underline{\underline{65{,}7\ \mathrm{m}}}\,.$$

Lehrbeispiel 58

Ein Draht von 1,25 mm² Querschnitt hat eine Länge von 10 m. Sein Widerstand wird zu 4 Ω gemessen. Aus welchem Material könnte der Draht bestehen?

Lösung:

Aus (40) folgt

$$\varrho = RA/l = \frac{4\ \Omega \cdot 1{,}25\ \mathrm{mm}^2}{10\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{0{,}5\ \Omega\ \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}}}\,.$$

Nach Tafel 13 könnte der Draht aus Konstantan bestehen.

Lehrbeispiel 59

Welcher Strom fließt, wenn an den Widerstand in Lehrbeispiel 57 eine Spannung von 220 V gelegt wird?

Lösung:

Gegeben: $R = 3600\ \Omega$ Gesucht: I

$U = 220$ V

Nach (39) ist

$$I = U/R = 220\ \mathrm{V}/3600\ \Omega = 0{,}061\ \mathrm{A} = \underline{\underline{61\ \mathrm{mA}}}.$$

Lehrbeispiel 60

Wieviel Meter Konstantandraht (0,75 mm²) befinden sich auf einer Spule, wenn bei einer Spannung von 12 V ein Strom von 0,3 A fließt?

Lösung:

Gegeben: $\varrho = 0{,}5\ \Omega\ \mathrm{mm^2/m}$ Gesucht: l

$A = 0{,}75\ \mathrm{mm^2}$

$U = 12$ V

$I = 0{,}3$ A

Aus (40) folgt

$$l = RA/\varrho .$$

Der Widerstand folgt aus dem Ohmschen Gesetz (39):

$$R = U/I$$

Damit wird

$$l = UA/I\varrho = \frac{12\ \mathrm{V} \cdot 0{,}75\ \mathrm{mm^2\ m}}{0{,}3\ \mathrm{A} \cdot 0{,}5\ \Omega\ \mathrm{mm^2}} = \underline{\underline{60\ \mathrm{m}}}.$$

Bei der Ausrechnung wurde (XIII) verwendet.

Zusammenfassung

Die wichtigsten Größen des einfachen Stromkreises sind Spannung, Stromstärke und Widerstand.
Die Spannung treibt die Elektronen an; sie wird in Volt gemessen. Im einfachen Stromkreis herrscht an jeder Stelle die gleiche Stromstärke; ihre Einheit ist das Ampere.
Der elektrische Widerstand wird in Ohm gemessen. Er hängt ab von der Länge, dem Querschnitt und dem Material des Leiters. Stoffe mit sehr großem Widerstand

heißen Nichtleiter (Isolatoren). Zwischen Leitern und Nichtleitern stehen die Halbleiter.
Spannung, Stromstärke und Widerstand sind durch das OHMsche Gesetz verknüpft.

Übungen

109. Welchen Widerstand hat eine Kupferleitung von 4 mm Durchmesser und 400 m Länge?
110. Aus welchem Material besteht ein Draht von 2 mm Durchmesser und 100 m Länge, der einen Widerstand von 0,86 Ω hat?
111. Geben Sie den spezifischen Widerstand von Porzellan in Ohm · Meter an. (Diese Einheit ist besonders für Isolatoren üblich.)
112. Welchen Widerstand hat eine Glühlampe, durch die bei 220 V ein Strom von 0,27 A fließt?
113. Welche Spannung ist erforderlich, um durch einen Eisendraht von 1,2 mm² Querschnitt und 120 m Länge einen Strom von 1 A zu treiben?
114. Welcher Strom kann durch einen Porzellanwürfel von 1 cm Kantenlänge fließen, wenn an zwei gegenüberliegende Flächen eine Spannung von 200 kV angelegt wird?

7.3. Arbeit und Leistung im Gleichstromkreis

7.3.1. Elektrische Leistung

Wie Ihnen während Ihres Studiums noch begründet werden wird, hängt die elektrische Leistung ab von der Spannung, die an einen Verbraucher gelegt wird, und von der Stromstärke, die durch diesen Verbraucher fließt. Sie werden einsehen, daß die Leistung eines Elektromotors um so größer ist, je höher die Spannung und je größer die Stromstärke ist. Man definiert daher als elektrische Leistung das Produkt aus Spannung und Stromstärke:

Leistung = Spannung mal Stromstärke

$$\boxed{P = UI} \qquad (41)$$

Mit dieser Gleichung kann nun auch die Einheit Volt, die in 7.2.1. eingeführt wurde, definiert werden. Aus der Mechanik ist Ihnen nämlich die Leistungseinheit Watt bekannt. Die Einheit der Stromstärke ist das Ampere, eine Grundeinheit. Löst man (41) nach U auf, so erhält man

$$U = P/I$$

Setzt man in diese Beziehung die genannten Einheiten ein, so folgt

$$1 \text{ Volt} = 1 \text{ Watt/Ampere}$$
$$1 \text{ V} = 1 \text{ W/A} \qquad \text{(XIV)}$$

Das heißt also, 1 V Spannung liegt vor, wenn ein Strom von 1 A Stärke eine Leistung von 1 W ergibt.
Wie Ihnen im Lehrbeispiel 61 gezeigt wird, können Sie die Gleichung (41) verwenden, um aus der Leistung und der Spannung die Stromstärke zu berechnen. Das ist wichtig, denn es erlaubt zu beurteilen, ob für ein bestimmtes Gerät die Sicherung ausreicht.

Lehrbeispiel 61

Kann ein Heizofen mit einer Leistung von 1,5 kW an ein 220-V-Netz angeschlossen werden, das mit einer 6-A-Sicherung (grün) abgesichert ist?

Lösung:

Gegeben: $U = 220$ V Gesucht: I
$P = 1500$ W

Aus (41) folgt

$$I = P/U = 1500 \text{ W}/220 \text{ V} = \underline{\underline{6{,}8 \text{ A}}}.$$

Die Sicherung müßte, falls der Leitungsquerschnitt es zuläßt, gegen eine 10-A-Sicherung (rot) ausgetauscht werden.

Lehrbeispiel 62

Wie groß ist die Leistung, wenn ein Widerstand von 44 Ω an eine Spannnungsquelle von 110 V angeschlossen wird?

Lösung:

Gegeben: $R = 44\ \Omega$ Gesucht: P
$U = 110$ V

In (41) wird I benötigt. I ist nach (39) zu berechnen.

$$P = UI = U^2/R = 110^2 \text{ V}^2/44\ \Omega = \underline{\underline{275 \text{ W}}}$$

Zur Umrechnung der Einheiten wurden (XIII) und (XIV) benutzt.

Lehrbeispiel 63

Ein Gleichstromgenerator für 220 V soll mit 3,6 kW belastet werden. Wie groß muß der Belastungswiderstand sein?

Lösung:

Gegeben: $U = 220$ V Gesucht: R
$P = 3600$ W

Nach (39) ist

$$R = U/I$$

I folgt aus (41) zu

$$I = P/U$$

Daher wird

$$R = U^2/P = 220^2 \text{ V}^2/3600 \text{ W} = \underline{\underline{13.4\ \Omega.}}$$

Lehrbeispiel 64

Ein Widerstand von 10 Ω wird von einem Strom von 8 A durchflossen. Welche Leistung nimmt er auf?

Lösung:

Gegeben: $R = 10\ \Omega$ Gesucht: P

$I = 8$ A

In (41) wird U benötigt. U folgt aus (39).

$$P = UI = RI^2 = 10\ \Omega \cdot 64 \text{ A}^2 = \underline{\underline{640 \text{ W}}}$$

7.3.2. Elektrische Arbeit (Energie)

Wie Ihnen aus der Mechanik bekannt ist, besteht zwischen Arbeit und Leistung die Beziehung (26)

$$P = W/t$$

Löst man diese Gleichung nach der Arbeit W auf, so erhält man

$$W = Pt$$

Wir haben also nur die Leistung mit der Zeit zu multiplizieren, wenn wir die elektrische Arbeit suchen. Beachten wir noch die Gleichung (41), die wir für die elektrische Leistung aufgestellt hatten, so erhalten wir

$$W = UIt \tag{42}$$

Die elektrische Arbeit hängt ab von Spannung, Stromstärke und Zeit. Allen drei Größen ist sie proportional.

Als Arbeitseinheit wird wie in der Mechanik

$$[W] = \text{J} = \text{Ws}$$

verwendet. Allerdings ist die Wattsekunde eine sehr kleine Arbeitseinheit. Sehr oft verwendet man daher die größere Einheit Kilowattstunde.

Rechnen Sie nach, daß gilt:

$$1\ \mathrm{kWh} = 3\,600\,000\ \mathrm{Ws}$$

Zum Messen der elektrischen Energie dienen die Zähler. Die elektrische Energie müssen wir dem VEB Energieversorgung bezahlen. Im Haushalt kostet eine Kilowattstunde 0,08 M.

Lehrbeispiel 65

Was kostet der Betrieb eines Kühlschrankes (120 W) monatlich, wenn man annimmt, daß er täglich 10 h in Betrieb ist?

Lösung:

Gegeben: $P = 120\ \mathrm{W}$ Gesucht: Kosten K

$t = 30 \cdot 10\ \mathrm{h}$

$k = 0{,}08\ \mathrm{M/kWh}$

Nach (26) ist $W = P\,t$. Die Kosten ergeben sich zu $K = k\,W$.

Damit wird

$$K = kPt = \frac{0{,}08\ \mathrm{M} \cdot 120\ \mathrm{W} \cdot 300\ \mathrm{h}}{\mathrm{kWh}} = \underline{\underline{2{,}88\ \mathrm{M}}}\,.$$

Lehrbeispiel 66

Welche Energie kann ein Akkumulator liefern, der eine Elektrizitätsmenge von 60 Ah bei einer Spannung von 6 V speichert?

Lösung:

Gegeben: $Q = 60\ \mathrm{Ah}$ Gesucht: W

$U = 6\ \mathrm{V}$

Aus (38) und (42) folgt

$$W = UQ = 6\ \mathrm{V} \cdot 60\ \mathrm{Ah} = 360\ \mathrm{Wh} = \underline{\underline{0{,}36\ \mathrm{kWh}}}$$

Lehrbeispiel 67

Wie lange kann eine Glühlampe von 40 W gebrannt werden, ehe eine Kilowattstunde, die für 0,08 M geliefert wird, verbraucht ist?

Lösung:

Gegeben: $P = 40\ \mathrm{W}$ Gesucht: t

$W = 1\ \mathrm{kWh}$

Nach (26) ist

$$t = W/P = 1000\ \mathrm{Wh}/40\ \mathrm{W} = \underline{\underline{25\ \mathrm{h}}}$$

7.3.3. Energieumwandlungen — Energiesatz

In 4.5.3. führten wir den Energiebegriff ein und lernten die beiden Formen mechanischer Energie kennen. In der Kalorik trat dann die Wärmeenergie auf, in der Elektrik die elektrische Energie. Es gibt jedoch auch noch andere Energiearten (z. B. Strahlungsenergie, Kernenergie), auf die wir aber im Rahmen dieser Einführung nicht eingehen können.
Wir haben bereits darauf hingewiesen, daß es möglich ist, mechanische Energie in Wärme zu verwandeln. Auch elektrische Energie kann aus mechanischer Energie gewonnen werden. Das geschieht in *Generatoren* (Dynamomaschinen). *Motoren* haben hingegen die Aufgabe, elektrische Energie in mechanische Energie umzuwandeln. Allerdings treten bei diesen Umwandlungen *Verluste* auf, so daß der Wirkungsgrad (vgl. 4.5.10.) immer kleiner als 1 ist. Was ist nun die Ursache dieser *Verluste*?
Hauptsächlich handelt es sich um Reibungsverluste. Sie wissen, daß durch Reibung mechanische Energie in Wärme verwandelt wird. Bei einer vollständigen Energiebilanz muß aber auch diese Wärme berücksichtigt werden. Dann stellt man fest, daß bei jedem physikalischen Vorgang genau so viel Energie abgegeben wird, wie insgesamt aufgewendet wurde. Mit anderen Worten:

Energie kann weder aus nichts gewonnen werden, noch kann sie vernichtet werden. Es kann nur eine Energieform in eine andere Energieform umgewandelt werden.

Das ist der Inhalt des allgemeinen Energiesatzes, der eines der wichtigsten Prinzipien der Physik darstellt. Die Erkenntnis des Energieprinzips verdanken wir JULIUS ROBERT MAYER[1] (1842). Der Energiesatz kann allgemein auch so formuliert werden: Der gesamte Energievorrat des Weltalls ist konstant.

Lehrbeispiel 68

Wieviel Kilowatt gibt ein Gleichstrommotor (220 V, 12,5 A) ab, wenn sein Wirkungsgrad 85 % beträgt?

Lösung:

Gegeben: $U = 220\ \mathrm{V}$ Gesucht: P_{ab}

$I = 12{,}5\ \mathrm{A}$

$\eta = 0{,}85$

Nach (27) gilt

$$P_{\mathrm{ab}} = \eta P_{\mathrm{zu}}.$$

[1]) JULIUS ROBERT MAYER (1814 bis 1879), Arzt in Heilbronn

P_{zu} folgt aus (41). Damit wird

$$P_{ab} = \eta U I = 0{,}85 \cdot 220\ \text{V} \cdot 12{,}5\ \text{A} = \underline{\underline{2{,}34\ \text{kW}}}.$$

Lehrbeispiel 69

Ein Personenaufzug wird von einem 220-V-Gleichstrommotor angetrieben. 10 Personen (je 70 kg) werden in 30 s 20 m hoch gehoben. Das Gewicht der Kabine wird durch ein Gegengewicht ausgeglichen. Der Wirkungsgrad des Aufzuges ist 60 %, der des Motors 85 %.

a) Welche Leistung muß der Motor abgeben?

b) Welchen Strom nimmt der Motor auf?

c) Wie groß ist der Gesamtwirkungsgrad?

Lösung:

Gegeben:	$U = 220\ \text{V}$	$h = 20\ \text{m}$	Gesucht: a) P_{ab}
	$m = 700\ \text{kg}$	$\eta_1 = 0{,}85$	b) I
	$t = 30\ \text{s}$	$\eta_2 = 0{,}6$	c) η

Der Motor nimmt die elektrische Leistung P_{zu} auf, er gibt die Leistung P_{ab} ab. Diese Leistung ist gleichzeitig die vom Aufzug aufgenommene. Der Aufzug gibt die Leistung P_{mech} ab.

a) Nach (27) gilt

$$\eta_2 = P_{mech}/P_{ab}$$

und nach (23) und (26)

$$P_{mech} = mgh/t.$$

Damit wird

$$P_{ab} = mgh/\eta_2 t = \frac{700\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m} \cdot 20\ \text{m}}{0{,}6 \cdot 30\ \text{s}\ \text{s}^2} = \underline{\underline{7{,}64\ \text{kW}}}.$$

b) Auch hier wird zweckmäßig vom Wirkungsgrad ausgegangen. Es gilt

$$\eta_1 = P_{ab}/P_{zu}$$

mit $P_{zu} = UI$. Es folgt

$$I = P_{ab}/\eta_1 U = \frac{7640\ \text{W}}{0{,}85 \cdot 220\ \text{V}} = \underline{\underline{41\ \text{A}}}.$$

c) Der Gesamtwirkungsgrad ist gleich dem Produkt der einzelnen Wirkungsgrade:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 = 0{,}85 \cdot 0{,}6 = 0{,}51 = \underline{\underline{51\ \%}}$$

Zusammenfassung

Die elektrische Leistung ist das Produkt aus Spannung und Stromstärke. Die Einheit der Leistung ist das Watt.
Die elektrische Arbeit ist das Produkt aus Spannung, Stromstärke und Zeit. Sie wird in Wattsekunden (Joule) oder Kilowattstunden gemessen.
Der allgemeine Energiesatz ist eine Erweiterung des Energiesatzes der Mechanik. Danach kann Energie weder gewonnen werden noch verlorengehen. Die Energien können nur ineinander umgewandelt werden. Generatoren verwandeln mechanische Energie in elektrische, Motoren wandeln elektrische Energie in mechanische um.

Übungen

115. Welche Stromstärke nimmt eine Glühlampe (220 V, 60 W) auf?

116. Berechnen Sie den Widerstand einer Heizspirale aus Chromnickeldraht (220 V, 750 W).

117. Welche Leistung nimmt ein Heizwiderstand, der die Aufschrift 220 V — 3 kW trägt, auf, wenn man an ihn eine Spannung von 110 V legt?

118. Bei elektrischer Raumheizung werden für jedes Kubikmeter Luft 80 W gerechnet. Ein Zimmer von 3,8 m Länge, 3,5 m Breite und 2,4 m Höhe soll elektrisch beheizt werden.
  a) Welche Leistung muß der Heizkörper haben?
  b) Wie hoch sind die monatlichen Kosten, wenn täglich 5 h geheizt wird und 0,08 M/kWh zu zahlen sind?

119. Ein Kilowattstundenzähler trägt die Aufschrift 1200/kWh.
Welche Leistung hat eine Kochplatte, wenn am Zähler in 60 s 16 Umdrehungen des Ankers gezählt werden?

120. Wie groß ist der Wirkungsgrad eines 12-kW-Gleichstrommotors für 120 V, wenn er bei Vollast einen Strom von 115 A aufnimmt?

121. Im Pumpspeicherwerk Niederwartha bei Dresden sind 1 Million Kubikmeter Wasser in einer Höhe von 144 m gespeichert. Welche Leistung kann das Werk in der Spitzenbelastungszeit abgeben, wenn das Wasser in 4,5 h in das untere Speicherbecken läuft und der Wirkungsgrad 90 % beträgt?

122. Ein besetzter Straßenbahnwagen hat insgesamt eine Masse von 10 t und bewegt sich gleichförmig mit einer Geschwindigkeit von 24 km/h. Welche Stromstärke muß der 550-V-Motor aufnehmen, um den Wagen in dieser Geschwindigkeit zu halten? Der Wirkungsgrad betrage 85 %; der Luftwiderstand soll vernachlässigt werden.

123. Ein Tauchsieder (220 V, 750 W) erwärmt in 10 min 1,5 l Wasser von 12 °C auf 80 °C.
Wie groß ist der Wirkungsgrad?

124. Was hat man unter „Energieerzeugung“ zu verstehen?

OPTIK

In diesem letzten Teil des Studienmaterials Physik wollen wir noch einige Gesetze der Optik kennenlernen. Optik ist die Lehre vom Licht. In Ihrem späteren Studium werden Sie erfahren, daß das sichtbare Licht zu den elektromagnetischen Wellen gehört. Von dieser Wellennatur des Lichts wollen wir im Rahmen dieser Einführung absehen und uns auf die *geometrische Optik* oder *Strahlenoptik* beschränken.

8. Geometrische Optik

8.1. Ausbreitung des Lichts

Wenn Sie einmal in einem finsteren Raum gestanden und das Licht, das durch eine schmale Öffnung (etwa ein Schlüsselloch) einfiel, gesehen haben, so sind Sie zu einer wesentlichen Erkenntnis gekommen:

Das Licht breitet sich geradlinig aus.

Wir denken uns nun ein ganz enges Lichtbündel, dessen Breite wir vernachlässigen können. Ein solches Lichtbündel bezeichnen wir als *Lichtstrahl*. Von einer punktförmigen *Lichtquelle* gehen Strahlen nach allen Richtungen aus. Auch jeder Körper, der von einer Lichtquelle angestrahlt wird, sendet Lichtstrahlen aus.
Das Licht breitet sich mit einer sehr großen Geschwindigkeit aus. Man hat durch verschiedenartige Versuche feststellen können:

Die Lichtgeschwindigkeit beträgt im Vakuum

$$\boxed{c = 299\,793\ \mathrm{km/s}}$$

Auch für Luft gilt näherungsweise

$$c \approx 300\,000\ \mathrm{km/s} = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}.$$

In den übrigen Stoffen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit kleiner.

8.2. Reflexion

8.2.1. Reflexionsgesetz

Trifft ein Lichtstrahl eine glatte Fläche, so wird er zurückgeworfen, *reflektiert*. Dabei gilt das Reflexionsgesetz:

Einfallender Strahl, Einfallslot und reflektierter Strahl liegen in einer Ebene. Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel.

Unter dem Einfallslot versteht man die Senkrechte, die auf der reflektierenden Fläche in dem Punkt errichtet wird, in dem der Lichtstrahl diese Fläche trifft. Einfallswinkel φ und Reflexionswinkel φ' werden gegen das Lot gemessen (Bild 113).

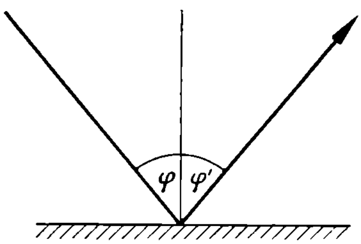


Bild 113. Reflexionsgesetz

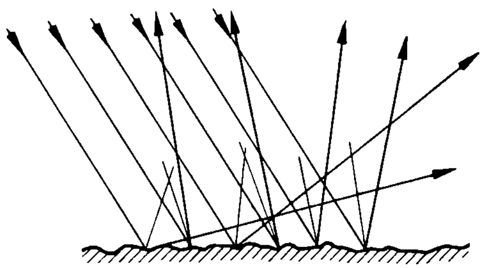


Bild 114. Diffuse Reflexion

Fällt Licht, das wir uns als ein Bündel paralleler Lichtstrahlen vorstellen, auf eine rauhe Oberfläche, so gilt für jeden einzelnen Lichtstrahl das Reflexionsgesetz. Da aber für jeden Lichtstrahl das Einfallslot eine andere Lage hat, wird jeder Lichtstrahl in eine andere Richtung reflektiert. Man spricht von einer *diffusen Reflexion* des Strahlenbündels (Bild 114). Diffuse Reflexion findet an allen Oberflächen statt, in denen wir uns nicht „spiegeln" können.

8.2.2. Ebener Spiegel

Wenn wir uns im Spiegel betrachten, so haben wir den Eindruck, daß unser Bild „im Spiegel", d. h. hinter dem Spiegel, entsteht. Selbstverständlich können die Lichtstrahlen den Spiegel nicht durchdringen. Wir können daher das Bild hinter dem Spiegel nicht etwa auf einem Bildschirm auffangen. Man nennt ein solches Bild *virtuell*[1]). Die Entstehung des virtuellen Bildes machen wir uns anhand von Bild 115 klar. Von einem Punkt P des Gegenstands gehen Lichtstrahlen aus. Wir verfolgen den Verlauf zweier Lichtstrahlen, die in A_1 und A_2 auf den ebenen Spiegel auftreffen. Sie werden nach dem Reflexionsgesetz reflektiert. Die reflektierten Strahlen laufen immer weiter auseinander, sie *divergieren*[2]), so daß in Strahlrichtung keine Ver-

[1]) *virtuell* (lat., frz.) scheinbar

[2]) *divergere* (lat.) auseinandergehen

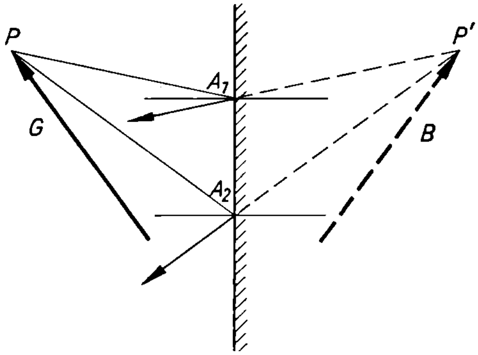


Bild 115. Der ebene Spiegel erzeugt ein virtuelles Bild

Bild 116. Spiegelschrift

einigung möglich ist. Die Strahlen scheinen von einem Punkt P' her zu kommen, der hinter dem Spiegel liegt. Das ist der zum *Dingpunkt* P gehörige *Bildpunkt* P'. Führen wir die gleiche Konstruktion für die übrigen Bildpunkte durch, so erhalten wir das *virtuelle Bild* B des Gegenstands G, von dem zu Beginn dieses Abschnitts die Rede war. Das Bild ist so groß wie der Gegenstand. Es ist seitenverkehrt. Davon können wir uns überzeugen, wenn wir eine Schrift im Spiegel betrachten. Wir sprechen dann von Spiegelschrift (Bild 116).

8.2.3. Sphärische Spiegel

8.2.3.1. Hohlspiegel (Konkavspiegel)

Wir betrachten nun das Bild, das durch Reflexion im Hohlspiegel entsteht. Der sphärische[1]) Hohlspiegel ist Teil einer Kugelfläche mit dem Krümmungsradius r. Die Verbindungslinie zwischen Krümmungsmittelpunkt M und Spiegelmitte (Scheitelpunkt S) heißt *optische Achse.*

Wir wissen, daß von allen Punkten eines sichtbaren Gegenstandes Lichtstrahlen nach allen Richtungen ausgesandt werden. Zur Bildkonstruktion wählen wir einige Strahlen aus, deren Verlauf wir nun verfolgen wollen.

Parallelstrahlen sind solche, die parallel zur optischen Achse auf den Spiegel treffen (Bild 117). Ein solcher Strahl soll den Spiegel im Punkt D erreichen. Das Einfallslot ist die Linie MD. Nach dem Reflexionsgesetz ist $\sphericalangle\,\varphi = \sphericalangle\,\varphi'$. Der reflektierte Strahl schneidet die optische Achse in F. Bei M tritt nochmals φ auf (Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen). Daher ist das Dreieck MFD gleichschenklig: $\overline{MF} = \overline{FD}$. Setzen wir grundsätzlich voraus, daß der einfallende Strahl möglichst nahe der optischen Achse einfällt, so ist $\overline{FD} \approx \overline{FS}$, und damit $\overline{MF} = \overline{FS}$. Der Punkt F halbiert

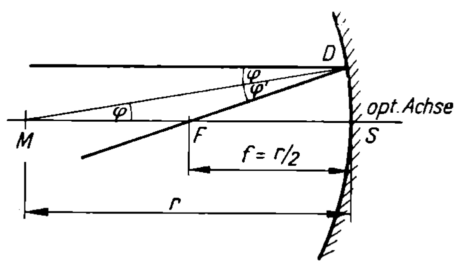


Bild 117. Die Brennweite ist gleich dem halben Krümmungsradius

[1]) *sphairos* (griech.) kugelförmig

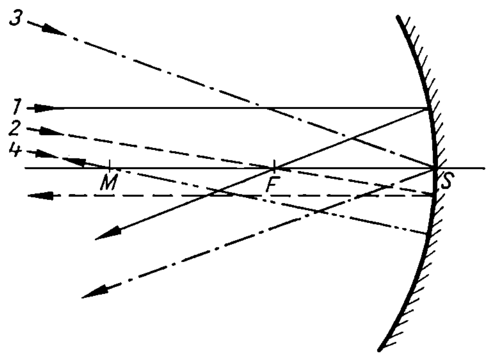


Bild 118. Parallelstrahlen werden durch den Brennpunkt reflektiert (*1*), Brennpunktstrahlen werden nach Reflexion zu Parallelstrahlen (*2*), Scheitelstrahlen werden symmetrisch zur optischen Achse reflektiert (*3*), Hauptstrahlen werden in sich selbst reflektiert (*4*)

also die Strecke MS und heißt *Brennpunkt*. Alle Strahlen, die parallel zur optischen Achse einfallen, und die nicht zu weit von der optischen Achse entfernt sind, werden nach der Reflexion im Hohlspiegel im Brennpunkt F vereinigt (Bild 118, Strahl 1). Die Strecke FS heißt *Brennweite* f. Sie ist gleich dem halben Krümmungsradius des Spiegels:

$$f = r/2 \tag{43}$$

Parallelstrahlen werden nach Reflexion im Brennpunkt vereinigt. Die Brennweite ist gleich dem halben Krümmungsradius.

Da jeder Strahlengang umkehrbar ist, werden Strahlen, die über den Brennpunkt den Spiegel erreichen, parallel zur optischen Achse reflektiert (Bild 118, Strahl 2):

Brennpunktstrahlen werden nach Reflexion zu Parallelstrahlen.

Für Strahlen, die den Hohlspiegel im Scheitel S erreichen, ist die optische Achse das Einfallslot. Diese Strahlen werden daher symmetrisch zur optischen Achse reflektiert (Bild 118, Strahl 3):

Scheitelstrahlen werden symmetrisch zur optischen Achse reflektiert.

Schließlich sind noch die Strahlen von Interesse, die über den Krümmungsmittelpunkt den Spiegel erreichen. Sie fallen senkrecht auf den Spiegel ($\varphi = 0$) und werden daher in sich selbst reflektiert (Bild 118, Strahl 4):

Hauptstrahlen werden in sich selbst reflektiert.

Wir wollen nun das Bild konstruieren, das der Hohlspiegel von einem Gegenstand erzeugt. Die Art des Bildes hängt davon ab, an welcher Stelle sich der *Gegenstand* G befindet. Wir wollen ihn zunächst außerhalb der doppelten Brennweite, d. h. links von M, aufstellen (Bild 119). Von den unendlich vielen Strahlen, die von der Spitze des Gegenstandes ausgehen, betrachten wir zwei, deren Verlauf wir kennen. Dort, wo sich die beiden Strahlen wieder vereinigen, haben wir die Spitze des *Bildes* B zu suchen. Zur Bildkonstruktion ziehen wir einen Parallelstrahl (1) heran, der durch den Brennpunkt reflektiert wird, und einen Scheitelstrahl (2), der symmetrisch zur optischen Achse den Spiegel verläßt. Das Bild B entsteht, wie die Konstruktion zeigt, zwischen M und F; es ist verkleinert und umgekehrt. Bringen wir an die Stelle,

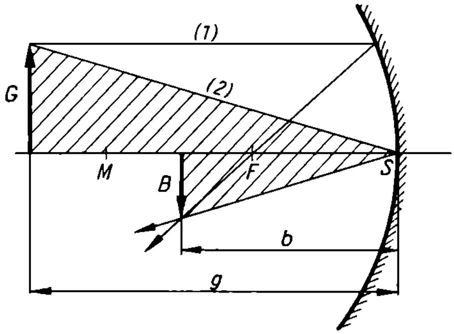


Bild 119. Bildkonstruktion beim Hohlspiegel

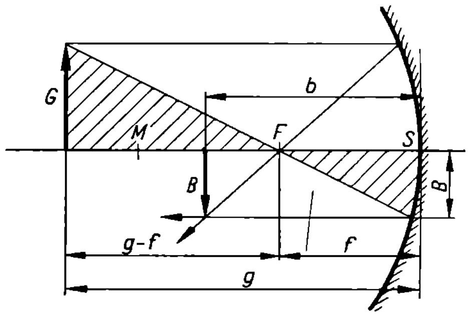


Bild 120. Zur Ableitung der Abbildungsgleichung

an der das Bild entsteht, einen Bildschirm (eine Mattscheibe), so sehen wir auf dem Schirm ein Bild des Gegenstands. Weil das Bild auf einem Schirm aufgefangen werden kann, ist es ein *reelles* Bild. Den Abstand des Gegenstands vom Spiegel bezeichnen wir als *Gegenstandsweite* g, den Abstand des Bildes vom Spiegel als *Bildweite* b (Bild 119). Da die beiden schraffierten Dreiecke ähnlich sind, besteht die folgende Proportion zwischen Gegenstandsgröße G, Gegenstandsweite g, Bildgröße B und Bildweite b:

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} \tag{44}$$

Das Verhältnis B/G heißt *Abbildungsmaßstab.*
Wir wollen nun die Abbildungsgleichung, die mathematische Beziehung zwischen g, b und f herleiten. Wir betrachten hierzu Bild 120. Sie finden Gegenstand und Bild an den gleichen Stellen wie in Bild 119, nur haben wir jetzt neben dem Parallelstrahl einen Brennpunktstrahl zur Bildkonstruktion herangezogen. In Bild 120 sind zwei andere Dreiecke schraffiert, die ebenfalls ähnlich sind. Folgende Proportion ergibt sich aus der Ähnlichkeit:

$$\frac{B}{G} = \frac{f}{g-f}$$

Beachten wir (44), so folgt

$$\frac{b}{g} = \frac{f}{g-f}$$

oder als Produktgleichung

$$b\,(g-f) = gf$$
$$bg - bf = gf$$

Beide Seiten der Gleichung werden durch $b\,g\,f$ dividiert:

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{1}{b}$$

oder

$$\boxed{\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}} \tag{45}$$

Das ist die *Abbildungsgleichung.*

Lehrbeispiel 70

Ein Hohlspiegel hat einen Krümmungsradius von 60 cm. 80 cm vor dem Spiegel steht ein 5 cm hoher Gegenstand. An welcher Stelle und in welcher Größe erscheint das Bild?

Lösung:

Gegeben: $f = 30$ cm [nach (43)] Gesucht: b, B
$g = 80$ cm
$G = 5$ cm

Aus (45) folgt

$$b = \frac{gf}{g-f} = \frac{80\text{ cm} \cdot 30\text{ cm}}{50\text{ cm}} = \underline{\underline{48\text{ cm}}}$$

Die Bildgröße folgt aus (44):

$$B = \frac{b}{g}\,G = \frac{48\text{ cm}}{80\text{ cm}} \cdot 5\text{ cm} = \underline{\underline{3\text{ cm}}}$$

In Übung 126 sollen Sie selbst das Bild konstruieren, das entsteht, wenn der Gegenstand zwischen M und F gestellt wird.

Allgemein läßt sich sagen:

Steht der Gegenstand außerhalb der Brennweite eines Hohlspiegels, so entsteht ein reelles, umgekehrtes Bild, das vergrößert oder verkleinert sein kann.

Wir wollen jetzt den Fall betrachten, daß der Gegenstand noch weiter an den Spiegel herangerückt wird, nämlich zwischen F und S (Bild 121). Sie erkennen, daß die reflektierten Strahlen divergieren. Es liegt also ein ähnlicher Fall vor wie beim ebenen Spiegel. Wir haben die reflektierten Strahlen rückwärts zu verlängern und erhalten im Schnittpunkt die Spitze des virtuellen Bildes:

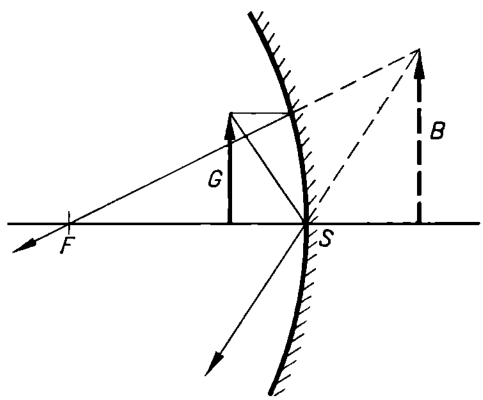


Bild 121. Virtuelles Bild für $g < f$

Steht der Gegenstand innerhalb der Brennweite eines Hohlspiegels, so entsteht ein virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild.

8.2.3.2. Wölbspiegel (Konvexspiegel)

Für die Bildkonstruktion beim Wölbspiegel gelten ähnliche Gesetze wie für die Bildkonstruktion beim Hohlspiegel (Bild 122): Während beim Hohlspiegel Parallelstrahlen nach Reflexion im Brennpunkt vereinigt werden, werden sie beim Wölbspiegel zerstreut. Verlängert man die reflektierten Strahlen rückwärts, so schneiden

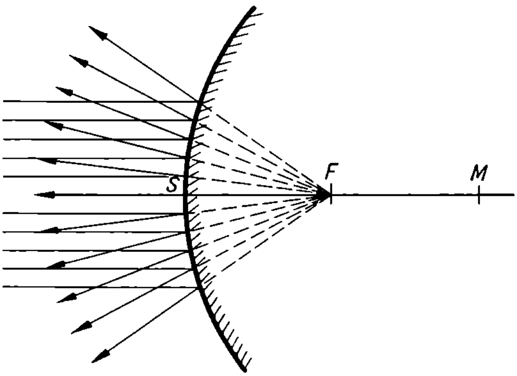


Bild 122. Zerstreuungspunkt beim Wölbspiegel

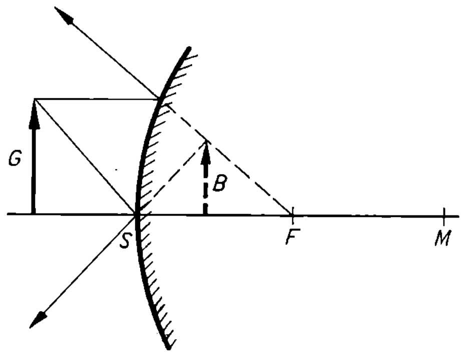


Bild 123. Der Wölbspiegel erzeugt virtuelle Bilder

sich die rückwärtigen Verlängerungen im *Zerstreuungspunkt F*. Als Mittelpunktstrahlen (Hauptstrahlen) haben wir beim Wölbspiegel solche Strahlen zu betrachten, die nach dem Krümmungsmittelpunkt des Spiegels gerichtet sind. Sie werden in sich selbst reflektiert. Die Bildkonstruktion ist in Bild 123 durchgeführt. Da sich die rückwärtigen Verlängerungen der reflektierten Strahlen hinter dem Spiegel schneiden, kann das Bild nur virtuell sein. Allgemein gilt (unabhängig von der Gegenstandsweite):

Der Wölbspiegel erzeugt ein virtuelles, aufrechtes, verkleinertes Bild.

Es gelten die Gleichungen (43), (44) und (45), nur nimmt die Brennweite beim Wölbspiegel negative Werte an.

Die Brennweite des Wölbspiegels ist negativ.

Lehrbeispiel 71

Ein Wölbspiegel hat einen Krümmungsradius von 1 m. 2 m vor dem Spiegel steht ein 0,5 m hoher Gegenstand. An welcher Stelle und in welcher Größe erscheint das Bild?

Lösung:

Gegeben: $f = -0{,}5\ \mathrm{m}$
$g = 2\ \mathrm{m}$
$G = 0{,}5\ \mathrm{m}$

Gesucht: b, B

Aus (45) folgt

$$b = \frac{gf}{g-f} = \frac{2\ \mathrm{m}\,(-0{,}5\ \mathrm{m})}{2\ \mathrm{m} - (-0{,}5\ \mathrm{m})} = -\frac{1}{2{,}5}\ \mathrm{m} = \underline{\underline{-0{,}4\ \mathrm{m}}}$$

Negative Werte für b deuten auf virtuelle Bilder; das Bild entsteht *hinter* dem Spiegel.
Die Bildgröße folgt aus (44):

$$B = \frac{b}{g}\,G = \frac{-0{,}4\ \mathrm{m}}{2\ \mathrm{m}} \cdot 0{,}5\ \mathrm{m} = \underline{\underline{-0{,}1\ \mathrm{m}}}$$

8.3. Brechung

8.3.1. Brechungsgesetz

Wenn ein Lichtstrahl aus einem Stoff in einen anderen Stoff übergeht, so wird er beim Durchgang durch die Grenzfläche aus seiner Richtung abgelenkt; er wird *gebrochen* (Bild 124). Breitet sich das Licht im Stoff 1 mit der Geschwindigkeit c_1 und im Stoff 2 mit der Geschwindigkeit c_2 aus, so gilt folgende Beziehung:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = n \qquad (46)$$

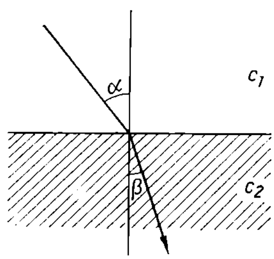


Bild 124. Brechungsgesetz

Der Stoff, in dem sich das Licht mit der größeren Geschwindigkeit ausbreitet, heißt *optisch dünneres Medium*; der Stoff, für den die kleinere Lichtgeschwindigkeit gilt, heißt *optisch dichteres Medium*.

Beim Übergang vom optisch dünneren zum optisch dichteren Medium wird der Strahl zum Lot hin gebrochen.
Beim Übergang vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium wird der Strahl vom Lot weg gebrochen.
Das Verhältnis n der Ausbreitungsgeschwindigkeiten heißt *Brechzahl* (Brechungsindex).

Tafel 14: **Einige Brechzahlen (gegen Luft)**

Stoff	n	Stoff	n
Diamant	2,4	Schwefelkohlenstoff	1,6
Glas	1,5	Wasser	1,33

Lehrbeispiel 72

Ein Lichtstrahl fällt unter einem Winkel von 40° auf eine Wasserfläche.

a) Wie groß ist der Brechungswinkel?

b) Wie groß ist die Lichtgeschwindigkeit in Wasser?

Lösung:

Gegeben: $\alpha = 40°$ Gesucht: β, c_2

$c_1 = 3 \cdot 10^8$ m/s

$n = 1{,}33 = 4/3$

a) Aus (46) folgt

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{0{,}64279 \cdot 3}{4} = 0{,}48209; \quad \beta = \underline{\underline{28°\,49'}}.$$

b) Aus (46) folgt auch

$$c_2 = \frac{c_1}{n} = \frac{3 \cdot 10^8\,\mathrm{m} \cdot 3}{\mathrm{s} \cdot 4} = \underline{\underline{2{,}25 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}}}.$$

8.3.2. Totalreflexion

Wir betrachten den Übergang eines Lichtstrahls aus dem optisch dichteren in das optisch dünnere Medium (Bild 125). Wir vergrößern den Einfallswinkel β und stellen fest, daß nach (46) auch der Brechungswinkel α größer wird. Bei einem bestimmten Winkel β_g liegt der ausfallende Strahl in der Grenzfläche der beiden Medien ($\alpha = 90°$). Wird der Winkel β noch weiter vergrößert, so findet überhaupt keine Brechung mehr statt; die Grenzfläche wirkt wie ein Spiegel; der Strahl wird *totalreflektiert.* Der Winkel β_g, bei dem die Brechung in Totalreflexion übergeht, heißt *Grenzwinkel der Totalreflexion.* Dieser Grenzwinkel kann aus (46) berechnet werden, indem man $\beta = \beta_g$ und $\alpha = 90°$, also $\sin\alpha = 1$ setzt:

$$\sin\beta_g = \frac{1}{n} \qquad (47)$$

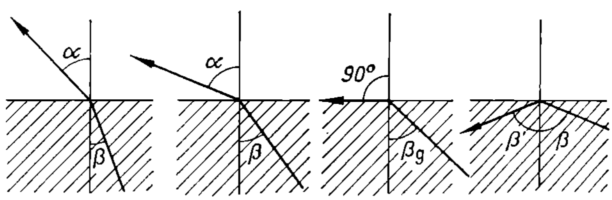


Bild 125. Übergang von der Brechung zur Totalreflexion

8.3.3. Prisma

Unter einem optischen Prisma versteht man eine Dreikantsäule, die in der Regel aus Glas besteht. Durch das Prisma wird ein Lichtstrahl aus seiner Richtung abgelenkt (Bild 126). Die Größe des Ablenkwinkels φ hängt sowohl vom Einfallswinkel als auch von der Lage der beiden Flächen des Prismas, die vom Lichtstrahl durchsetzt werden, ab. Diese beiden Flächen bilden miteinander den Winkel ω, den *brechenden*

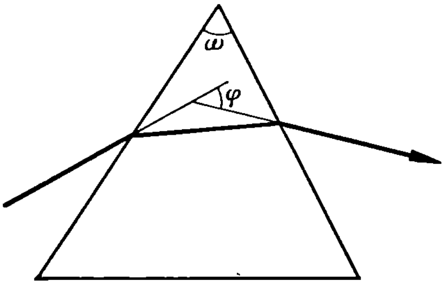


Bild 126. Der Strahl wird von der brechenden Kante weg gebrochen

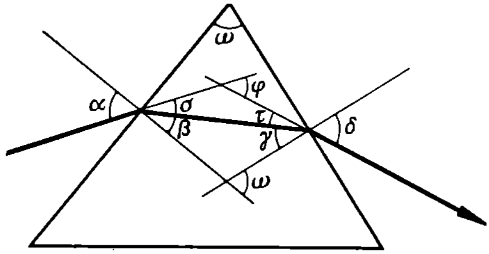


Bild 127. Zur Berechnung des Gesamtablenkungswinkels

Winkel; sie schneiden sich in der *brechenden Kante* (Kante bei ω, in die Zeichenebene hinein verlaufend). Aus Bild 126 ist zu erkennen:

> Der Lichtstrahl wird beim Durchgang durch das Prisma von der brechenden Kante weg gebrochen.

Voraussetzung ist natürlich, daß das Prisma von einem optisch dünneren Medium umgeben ist.

Der Gesamtablenkungswinkel φ läßt sich anhand von Bild 127 berechnen:

Zunächst ist festzustellen, daß die beiden Einfallslote miteinander ebenfalls den Winkel ω bilden (Schenkel stehen paarweise aufeinander senkrecht). Es gelten folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{ll}(1) & \omega = \beta + \gamma \\ (2) & \varphi = \sigma + \tau\end{array}\right\} \quad \text{Satz vom Außenwinkel des Dreiecks}$$

$$\left.\begin{array}{ll}(3) & \alpha = \sigma + \beta \\ (4) & \delta = \tau + \gamma\end{array}\right\} \quad \text{Scheitelwinkel}$$

Wir setzen σ aus (3) und τ aus (4) in (2) ein:

$$\varphi = \alpha - \beta + \delta - \gamma = \alpha + \delta - (\beta + \gamma)$$

Mit (1) ergibt sich schließlich

$$\varphi = \alpha + \delta - \omega. \tag{48}$$

8.3.4. Linsen

Neben Prismen sind vor allem Linsen Hauptbestandteile aller optischen Instrumente. Linsen sind Glaskörper, deren Flächen *konvex* (erhaben) oder *konkav* (hohl) sein können. Die Oberflächen der Linsen sind Teile von Kugelflächen. Bild 128 zeigt die verschiedenen Ausführungsformen.

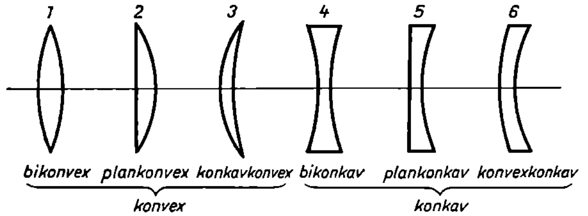


Bild 128. Linsenarten

Linsen, die in der Mitte dicker sind als am Rand, wirken als *Sammellinsen* (1···3); solche, die in der Mitte dünner sind als am Rand, wirken als *Zerstreuungslinsen* (4 . . . 6).

8.3.4.1. Sammellinsen

Für die Bildkonstruktion gelten, ähnlich wie für die Spiegel, Sätze, die Ihnen nun ohne weiteres verständlich sein werden. Betrachten Sie hierzu Bild 129.

Parallelstrahlen (1) werden im Brennpunkt vereinigt.
Strahlen, die über den Brennpunkt die Linse erreichen (2), werden parallel gerichtet.
Hauptstrahlen (3) – Strahlen nach dem Mittelpunkt der Linse – werden nicht abgelenkt.

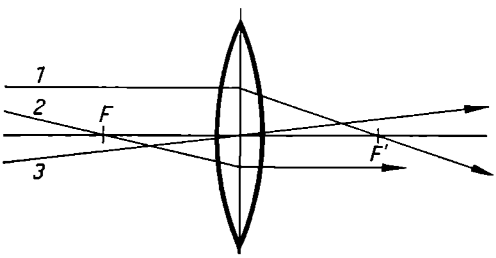


Bild 129. Parallelstrahlen werden im Brennpunkt vereinigt (*1*), Brennpunktstrahlen werden parallel gerichtet (*2*), Hauptstrahlen werden nicht abgelenkt (*3*)

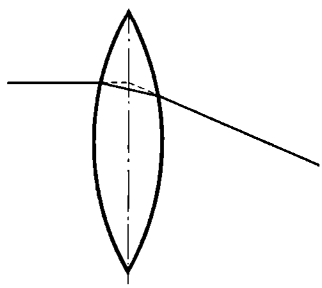


Bild 130. Strahlenverlauf im Innern der Linse

Während die Brechung selbstverständlich an den Grenzflächen beim Eintritt in die Linse und beim Austritt aus der Linse erfolgt, zeichnen wir in der geometrischen Optik den einfallenden Strahl bis zur Mittelebene der Linse und tun so, als ob die Brechung an der Mittelebene erfolge (Bild 130). Der konstruierte Strahl stimmt daher nur außerhalb der Linse mit dem tatsächlichen überein. Wir zeichnen, da wir uns nur für den Strahlenverlauf außerhalb der Linse interessieren, meist nur die Mittelebene der Linse und ihre beiden Brennpunkte F und F'.
Der Abbildungsmaßstab der Linse ergibt sich aus der Konstruktion nach Bild 131 (Parallelstrahl, Hauptstrahl). Die schraffierten Dreiecke sind ähnlich. Daher gilt

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \qquad (49)$$

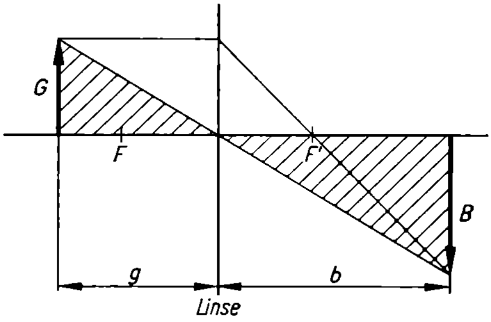


Bild 131. Bildkonstruktion bei der Sammellinse

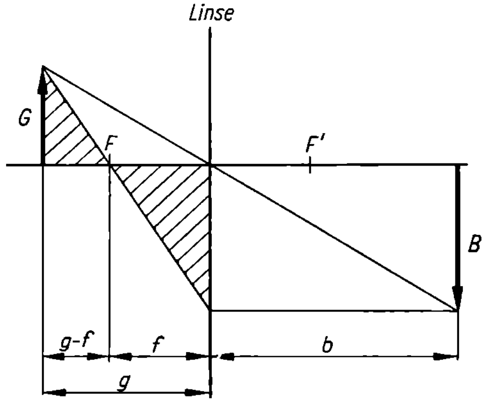


Bild 132. Zur Ableitung der Abbildungsgleichung

Das Verhältnis B/G heißt *Abbildungsmaßstab*. Ziehen wir zur Bildkonstruktion einen Hauptstrahl und einen Brennpunktstrahl heran, so ergibt sich Bild 132. Auch hier sind die schraffierten Dreiecke ähnlich. Es ist daher

$$\frac{B}{G} = \frac{f}{g-f} \left(= \frac{b}{g} \right).$$

Daraus folgt (rechnen Sie nach) die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \tag{50}$$

Stellen wir zunächst den Gegenstand außerhalb der Brennweite auf und führen die Konstruktion nach Bild 132 durch. Wir stellen fest:

Steht der Gegenstand außerhalb der Brennweite einer Sammellinse, so entsteht ein reelles, umgekehrtes Bild, das vergrößert oder verkleinert sein kann.

Rücken wir den Gegenstand zwischen Brennpunkt und Scheitel, so vereinigen sich die gebrochenen Strahlen nicht mehr; es ergibt sich also ein virtuelles Bild im Schnittpunkt der rückwärtigen Verlängerungen der gebrochenen Strahlen (Bild 133):

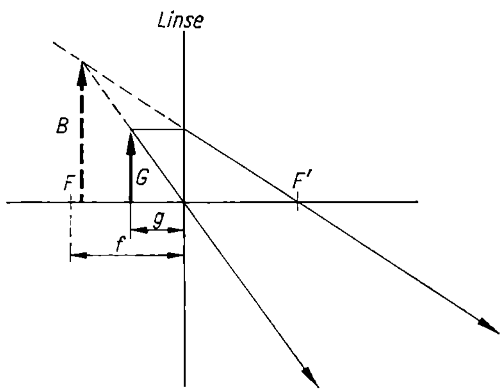


Bild 133. Virtuelles Bild für $g < f$

Steht der Gegenstand innerhalb der Brennweite einer Sammellinse, so entsteht ein virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild.

Diese Tatsache wird bei der Lupe ausgenutzt.

Lehrbeispiel 73

Wie groß muß die Gegenstandsweite sein, damit das virtuelle Bild, das eine Sammellinse mit einer Brennweite von 40 cm erzeugt, mit einer Bildweite von 40 cm und einem Abbildungsmaßstab 2:1 entsteht?

Lösung:

Gegeben: $f = 40$ cm Gesucht: g

$b = -40$ cm (virtuelles Bild; Bild im Dingraum)

$B/G = 2$

Aus (50) folgt

$$g = \frac{bf}{b-f} = \frac{-40\text{ cm}\cdot 40\text{ cm}}{-40\text{ cm} - 40\text{ cm}} = \underline{\underline{20\text{ cm}}}.$$

8.3.4.2. Zerstreuungslinsen

Ähnlich wie der Wölbspiegel liefert die Zerstreuungslinse nur virtuelle Bilder, unabhängig davon, wo sich der Gegenstand befindet (Bild 134). Parallelstrahlen werden so zerstreut, als ob sie vom *Zerstreuungspunkt F* herkämen. Die Brennweite der Zerstreuungslinie ist negativ.

Die Zerstreuungslinse liefert virtuelle, aufrechte und verkleinerte Bilder.

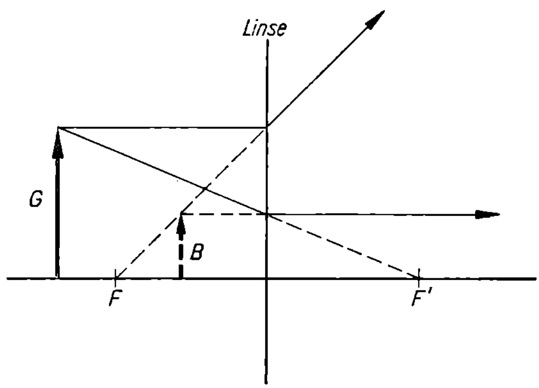


Bild 134. Die Zerstreuungslinse erzeugt virtuelle Bilder

Zusammenfassung

Das Licht breitet sich im Vakuum (näherungsweise auch in Luft) mit einer Geschwindigkeit von $3 \cdot 10^8$ m/s aus. Im Stoff ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit kleiner.
Wird ein Lichtstrahl an einer Fläche reflektiert, so bilden einfallender und reflektierter Strahl mit dem Einfallslot gleiche Winkel.
Der ebene und der Wölbspiegel erzeugen virtuelle Bilder. Diese können nicht auf einem Schirm aufgefangen werden.
Der Hohlspiegel liefert reelle Bilder für $g > f$, virtuelle Bilder für $g < f$.
Beim Übergang von einem Medium in das andere erfolgt eine Brechung des Lichtstrahls. Dabei verhalten sich die Sinus der Winkel gegen das Lot wie die Ausbrei-

tungsgeschwindigkeiten. Besonders wichtig ist die Brechung von Lichtstrahlen im Prisma und in Linsen.
Konvexlinsen sind Sammellinsen; sie erzeugen reelle Bilder für $g > f$, virtuelle Bilder für $g < f$.
Konkavlinsen sind Zerstreuungslinsen; sie erzeugen grundsätzlich virtuelle Bilder.

Übungen:

125. Wie lange braucht das Licht von der Sonne zur Erde? Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne beträgt $1{,}5 \cdot 10^6$ km.
126. Konstruieren Sie das Bild eines Gegenstandes, der zwischen dem Krümmungsmittelpunkt und dem Brennpunkt eines Hohlspiegels steht.
127. Stellen Sie den Gegenstand in den Brennpunkt eines Hohlspiegels und versuchen Sie die Bildkonstruktion. Was stellen Sie fest?
128. Wie groß ist die Brennweite eines Hohlspiegels, wenn das Bild eines Gegenstands 40 cm vor dem Spiegel im Maßstab 1:3 erscheint?
129. Wie groß ist der Grenzwinkel der Totalreflexion für den Übergang Wasser—Luft?
130. Wo muß ein Gegenstand aufgestellt werden, damit eine Sammellinse von ihm ein Bild im Abbildungsmaßstab 1:1 erzeugt?

    Bei welchen Gegenstandsweiten ergeben sich verkleinerte Bilder?
    Bei welchen Gegenstandsweiten ergeben sich vergrößerte Bilder?

Antworten und Lösungen

1.

a)	Auflösen von Zucker:	physikalisch, da nach dem Verdunsten des Wassers der Zucker unverändert wieder erscheint.
	Zucker in der Pflanze:	wird chemisch aus Kohlendioxid und Wasser gebildet.
b)	Wärme durch Verbrennen von Holz:	chemisch, weil sich die Substanz des Holzes verändert.
	Wärme durch Reibung:	physikalisch, da kein Stoff dabei verändert wird.
c)	Rosten:	chemisch, da sich das Eisen vollständig verändert.
	Schmelzen von Schnee:	physikalisch, da der Schnee zuvor Wasser war und zu Wasser wird.

2. Eine physikalische Größe wird als Produkt aus Maßzahl und Einheit wiedergegeben.

3. Die Dicke eines Blättchens sei d:

$$50\,d = 1{,}2\text{ mm} = 1200\ \mu\text{m}$$

$$d = 1200\ \mu\text{m}/50 = \underline{\underline{24\ \mu\text{m}}}$$

4. a) $\underline{\underline{1460\ \mu\text{m}}}$, b) $\underline{\underline{0{,}098\text{ km}}}$, c) $\underline{\underline{0{,}000\,171\text{ m}^2}}$,
   d) $\underline{\underline{0{,}01009\text{ a}}}$, e) $\underline{\underline{0{,}008\,003\text{ m}^3}}$, f) $\underline{\underline{3\,070\,000\text{ mm}^3}}$,
   g) $\underline{\underline{7{,}7\text{ m}^3}}$.

5. Das Meter müßte um 85,6 µm verlängert werden (vgl. 2.3.1.)

6. a) $\underline{\underline{44\,100\text{ s}}}$, b) $\underline{\underline{1{,}65\text{ h}}}$.

7. $V = A\,l = 0{,}0025\text{ cm}^2 \cdot 4800\text{ cm} = \underline{\underline{12\text{ cm}^3}}$

8. Seitenlänge: $\underline{\underline{574\text{ m}}}$

9. $$V = A\,l\,n = 0{,}283\text{ cm}^2 \cdot 20\text{ mm} \cdot 2000 =$$
$$= 0{,}00283\text{ dm}^2 \cdot 0{,}2\text{ dm} \cdot 2000 =$$
$$= \underline{\underline{1{,}132\text{ dm}^3}}$$

10. Der Zylindermantel, die Boden- und die Deckelfläche ergeben zusammen $\underline{\underline{9{,}05\,\text{dm}^2}}$ Blech.

11. Wenn Sie von der Fläche der Blechtafel $29{,}25\ \text{cm}^2$
die Fläche der möglichen 6 Stanzteile $18{,}85\ \text{cm}^2$
abziehen, ist der Abfall $\underline{\underline{10{,}40\ \text{cm}^2}}$

12. $A = 22\ \text{mm} \cdot 0{,}08\ \text{mm} = \underline{\underline{1{,}76\ \text{mm}^2}}$

13. $V = 2 \cdot 250\ \text{cm} \cdot 820\ \text{cm} \cdot 0{,}003\ \text{cm} = \underline{\underline{1230\ \text{cm}^3}}$ (= 1,23 l)

14. Die Dichte hängt vom Volumen und von der Masse eines Körpers bzw. einer Stoffmenge ab ($\varrho = m/V$).

15. $\varrho = m/V = 9{,}6\ \text{kg}/4\ \text{dm}^3 = \underline{\underline{2{,}4\ \text{kg/dm}^3}}$

16. Gegeben: $b = 25\ \text{cm} = 0{,}25\ \text{m}$ Gesucht: m

$h = 4\ \text{m}$

$l = 10\ \text{m}$

$\varrho = 1{,}8\ \text{g/cm}^3 = 1800\ \text{kg/m}^3$

$$m = \varrho l b h = \frac{10\ \text{m} \cdot 0{,}25\ \text{m} \cdot 4\ \text{m} \cdot 1800\ \text{kg}}{\text{m}^3} = 18\,000\ \text{kg} = \underline{\underline{18\ \text{t}}}$$

17. Gegeben: $r = 1\ \text{m}$ Gesucht: m

$\varrho = 0{,}25\ \text{g/cm}^3 = 250\ \text{kg/m}^3$

$$m = \frac{3}{4}\pi r^3 \varrho = \frac{4\ \pi \cdot 1\ \text{m}^3 \cdot 250\ \text{kg}}{3\ \text{m}^3} = \underline{\underline{1047\ \text{kg}}}$$

18. Gegeben: $l = 0{,}4\ \text{m}$ Gesucht: ϱ

$d = 7\ \text{cm} = 0{,}07\ \text{m}$

$m = 12\ \text{kg}$

$$\varrho = m/V = 4m/\pi d^2 l = \frac{4 \cdot 12\ \text{kg}}{\pi \cdot 0{,}0049\ \text{m}^2 \cdot 0{,}4\ \text{m}} = 7800\ \text{kg/m}^3 = \underline{\underline{7{,}8\ \text{kg/dm}^3}}$$

Der Körper besteht vermutlich aus Stahl.

19. $v = 45 \cdot 3{,}6\ \text{km/h} = \underline{\underline{162\ \text{km/h}}}$

20. $v = s/t = 200\ \text{m}/26\ \text{s} = \underline{\underline{7{,}7\ \text{m/s}}} = 7{,}7 \cdot 3{,}6\ \text{km/h} = \underline{\underline{27{,}7\ \text{km/h}}}$

21. $t = s/v = 5000\ \text{m s}/340\ \text{m} = 14{,}7\ \text{s} \approx \underline{\underline{15\ \text{s}}}$

22. $$s = v\,t = \frac{0{,}8\ \text{m} \cdot 24\ \text{h}}{\text{s}} = 0{,}8\ \text{m} \cdot 24 \cdot 3600 = \underline{\underline{69{,}1\ \text{km}}}$$

23. Gegeben: $s = 89{,}1\ \text{km}$ Gesucht: v

$t = 99\ \text{min} = 99\ \text{h}/60$

$$v = s/t = \frac{89{,}1\ \text{km} \cdot 60}{99\ \text{h}} = \underline{\underline{54\ \text{km/h}}}$$

24. $v = s/t$

a) $v = 50\,\text{km}/15\,\text{min} = \dfrac{50 \cdot 1000\,\text{m}}{15 \cdot 60\,\text{s}} \approx \underline{\underline{56\,\text{m/s}}}\,,$

b) $v = 50\,\text{km}/0{,}25\,\text{h} = \underline{\underline{200\,\text{km/h}}}.$

25. $t = s/v$

a) $t = \dfrac{1\,\text{cm} \cdot 24\,\text{h}}{30\,\text{cm}} = \underline{\underline{0{,}8\,\text{h}}}\,,$ b) $t = \underline{\underline{48\,\text{min}}}\,.$

26. Gegeben: $s = 2 \cdot 3500 \cdot 0{,}06\,\text{m}$ Gesucht: v

$t = 1\,\text{min} = 60\,\text{s}$

$v = s/t = \dfrac{2 \cdot 3500 \cdot 0{,}06\,\text{m}}{60\,\text{s}} = \underline{\underline{7\,\text{m/s}}}$

27. Gegeben: $s = 2{,}10\,\text{m}/5$ Gesucht: v

$t = \dfrac{1}{30}\,\text{s}$

$v = s/t = \dfrac{2{,}10\,\text{m} \cdot 30}{5\,\text{s}} = \underline{\underline{12{,}6\,\text{m/s}}} \approx \underline{\underline{45{,}3\,\text{km/h}}}$

28. Gegeben: $V = 12\,\text{m}^3$ Gesucht: t

$d = 3\,\text{cm}$

$v = 1{,}5\,\text{m/s}$

Es ist $V/t = Al/t = Av = \dfrac{\pi}{4}\,d^2 v\,.$

Daraus folgt

$t = 4\,V/\pi d^2 v = \dfrac{4 \cdot 12\,\text{m}^3\,\text{s}}{\pi \cdot 9\,\text{cm}^2 \cdot 1{,}5\,\text{m}} = \dfrac{480\,000\,\text{min}}{13{,}5 \cdot \pi \cdot 60} = \underline{\underline{189\,\text{min}}}\,.$

29. Gegeben: $t = 12\,\text{s}$ Gesucht: a

a) $v = 25\,\text{km/h}$

b) $v = 40\,\text{km/h}$

c) $v = 65\,\text{km/h}$

$a = v/t$

a) $a = \dfrac{25\,\text{km}}{12\,\text{s}\,\text{h}} = \dfrac{25\,\text{m}}{3{,}6 \cdot 12\,\text{s}\,\text{s}} = \underline{\underline{0{,}58\,\text{m/s}^2}},$

b) $a = \underline{\underline{0{,}93\,\text{m/s}^2}},$ c) $a = \underline{\underline{1{,}50\,\text{m/s}^2}}.$

30. $a = \underline{\underline{1{,}16\,\text{m/s}^2}},$ b) $a = \underline{\underline{1{,}85\,\text{m/s}^2}},$ c) $a = \underline{\underline{3{,}0\,\text{m/s}^2}}.$

31. $a = v/t = \dfrac{60\,\text{m}}{3{,}6\,\text{s} \cdot 4{,}5\,\text{s}} = \underline{\underline{3{,}7\,\text{m/s}^2}}$

32. Gegeben: $a = 0{,}12\,\text{m/s}^2$ Gesucht: v

$t = 1{,}2\,\text{min} = 72\,\text{s}$

$v = at = \dfrac{0{,}12\,\text{m} \cdot 72\,\text{s}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{8{,}6\,\text{m/s}}} = \underline{\underline{31\,\text{km/h}}}$

33. $a = v/t = 9{,}8\ \mathrm{m}/8{,}5\ \mathrm{s}\cdot\mathrm{s} = \underline{\underline{1{,}15\ \mathrm{m/s^2}}}$

34. Für die zu erzielende Endgeschwindigkeit gilt nach (3) für den Personenzug $v_1 = a_1 t_1$ und für die S-Bahn $v_2 = a_2 t_2$. Da die Endgeschwindigkeit in beiden Fällen gleich groß sein soll, ist $v_1 = v_2 = v$, d. h., Sie können auch die Ausdrücke für die Endgeschwindigkeiten einander gleichsetzen:

$a_1 t_1 = a_2 t_2$

Daraus folgt $t_1/t_2 = a_2/a_1 = \dfrac{0{,}55\ \mathrm{m/s^2}}{0{,}12\ \mathrm{m/s^2}} = 4{,}58.$

$t_1 = \underline{\underline{4{,}58\ t_2}}$

Der Personenzug benötigt rund die 4,6fache Zeit.

35. Gegeben: $v = 60\ \mathrm{km/h}$ Gesucht: t

$s = 25\ \mathrm{m}$

Aus (5) folgt

$$t = 2s/v = \frac{2\cdot 25\ \mathrm{m}\cdot 3{,}6\ \mathrm{s}}{60\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{3\ \mathrm{s}}},$$

36. Für den freien Fall gilt nach (7a)

a) $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\cdot 0{,}01\ \mathrm{m}} = \underline{\underline{0{,}44\ \mathrm{m/s}}},$ b) $v = \underline{\underline{198\ \mathrm{m/s}}}.$

37. Aus (7a):

a) $h = v^2/2g = \dfrac{1\ \mathrm{m^2\,s^2}}{2\cdot 9{,}81\ \mathrm{m\,s^2}} = 0{,}051\ \mathrm{m} = \underline{\underline{5{,}1\ \mathrm{cm}}},$ b) $h = \underline{\underline{39{,}4\ \mathrm{m}}}.$

38. a) Aus (6) folgt:

$$t = \sqrt{2s/a} = \sqrt{\frac{2\cdot 1000\ \mathrm{m\,s^2}}{0{,}2\ \mathrm{m}}} = \underline{\underline{100\ \mathrm{s}}},$$

b) nach (7) ist

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}2\ \mathrm{m}\cdot 1000\ \mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}} = 20\ \mathrm{m/s} = \underline{\underline{72\ \mathrm{km/h}}}.$$

39. a) Aus (6a) folgt:

$$t = \sqrt{2h/g} = \sqrt{\frac{2\cdot 54{,}5\ \mathrm{m\,s^2}}{9{,}81\ \mathrm{m}}} = \underline{\underline{3{,}33\ \mathrm{s}}},$$

b) nach (7a) ist

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\mathrm{m}\cdot 54{,}5\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}} = \underline{\underline{32{,}7\ \mathrm{m/s}}}.$$

40. Gegeben: $h_1 = 80\ \mathrm{cm}$ Gesucht: h_2

$v_2/v_1 = 2$

Nach (7a) ist

$v_1^2 = 2\,gh_1$ und $v_2^2 = 2\,gh_2$

Daraus folgt durch Division der beiden Gleichungen

$v_2^2/v_1^2 = h_2/h_1$, also $h_2 = \underline{\underline{h_1\,(v_2/v_1)^2}}$.

Einsetzen der Werte:

$h_2 = 80\ \text{cm} \cdot 4 = \underline{\underline{3{,}20\ \text{m}}}$

41. a) Aus (6) folgt

$$a = 2s/t^2 = \frac{2 \cdot 1000\ \text{m}}{40000\ \text{s}^2} = \underline{\underline{0{,}05\ \text{m/s}^2}},$$

b) aus (5) folgt

$$v = 2s/t = \frac{2 \cdot 1000\ \text{m}}{200\ \text{s}} = 10\ \text{m/s} = \underline{\underline{36\ \text{km/h}}}.$$

42. Gegeben: $t_1 = 0{,}5$ s Gesucht: $\Delta h = h_1 - h_2$

$t_2 = 0{,}3$ s (da $\Delta t = t_1 - t_2 = 0{,}2$ s)

Nach (6a) ist

$h_1 = {}^1/_2\, g\, t_1^2$ und $h_2 = {}^1/_2\, g\, t_2^2$

Daraus folgt

$$\Delta h = {}^1/_2 g\, (t_1^2 - t_2^2) = \underline{\underline{{}^1/_2\, g\, (t_1 + t_2)\,(t_1 - t_2)}}$$

$$\Delta h = \frac{9{,}81\ \text{m} \cdot 0{,}8\ \text{s} \cdot 0{,}2\ \text{s}}{2\ \text{s}^2} = \underline{\underline{0{,}78\ \text{m}}}$$

43. a) $5{,}5\ \text{m/s} = 5{,}5 \cdot 3{,}6\ \text{km/h} = 19{,}8\ \text{km/h}$

$v = (19{,}8 - 5{,}4)\ \text{km/h} = \underline{\underline{14{,}4\ \text{km/h}}},$

b) $v = (19{,}8 + 5{,}4)\ \text{km/h} = \underline{\underline{25{,}2\ \text{km/h}}}.$

44. $21\ \text{m/s} = 21 \cdot 3{,}6\ \text{km/h} = 75{,}6\ \text{km/h}$

$165\ \text{km/h} = v_1 - 75{,}6\ \text{km/h}$

$v_1 = (165 + 75{,}6)\ \text{km/h} = \underline{\underline{240{,}6\ \text{km/h}}}$

45. Wenn Sie die lange Seite des Rechtecks 40 mm lang zeichnen, mißt die kurze Seite 7,2 mm. Daher die Steiggeschwindigkeit $\underline{\underline{7{,}2\ \text{km/h}}}$.

46. Die Diagonale des maßstäblich gezeichneten Parallelogramms mißt 12 cm, dies entspricht einer Geschwindigkeit von 12 m/s. Sie bildet mit den Komponenten einen Winkel von 17° bzw. 28°.

47. Das Parallelogramm der Bewegungen ist in diesem Falle ein Quadrat. Die Teilbewegungen verlaufen beide innerhalb von 3 min. Die Strömung legt in 3 min 80 m zurück, d. h.

$v = 80\ \text{m}/180\ \text{s} = \underline{\underline{0{,}44\ \text{m/s}}}.$

48. $v = \pi d n = \dfrac{0{,}09\,\text{m} \cdot \pi \cdot 1770}{\text{min}} = \underline{\underline{500\,\text{m/min}}}$

49. Gegeben: $v = 1{,}68$ m/s Gesucht: d

$n = 65/\text{min}$

Aus (10) folgt

$$d = v/\pi n = \frac{1{,}68\,\text{m min}}{\pi\,\text{s}\,65} = \frac{1{,}68 \cdot 60}{\pi\,65}\,\text{m} = \underline{\underline{0{,}49\,\text{m}}}.$$

50. Gegeben: $d = 0{,}9$ m Gesucht: ω

$v = 7$ m/s

Nach (14) ist

$$\omega = v/r = 2v/d = 14\,\text{m}/0{,}9\,\text{m s} = \underline{\underline{15{,}6\,\text{s}^{-1}}}$$

51. Gegeben: $v = 10$ m/s Gesucht: d

$\omega = 24\,\text{s}^{-1}$

Nach (14) ist

$$d = 2v/w = \frac{10\,\text{m s} \cdot 2}{\text{s}\,24} = \underline{\underline{0{,}83\,\text{m}}}.$$

52. Gegeben: $r = 40$ cm Gesucht: a) v

$n = 300\,\text{min}^{-1} = 5\,\text{s}^{-1}$ b) ω

Nach (10) ist

a) $v = 2\,\pi r n = \dfrac{2\pi \cdot 40\,\text{cm} \cdot 5}{\text{s}} = \underline{\underline{12{,}6\,\text{m/s}}}$,

b) $\omega = 2\pi n = \dfrac{2\pi \cdot 5}{\text{s}} = \underline{\underline{31{,}4\,\text{s}^{-1}}}$.

53. $\omega = 2\pi n = \dfrac{2\pi \cdot 100}{\text{s}} = \underline{\underline{628\,\text{s}^{-1}}}$

54. a) $n = \omega/2\,\pi = 100/2\,\pi\,\text{s} = \underline{\underline{16\,\text{s}^{-1}}} = \underline{\underline{955\,\text{min}^{-1}}}$,

b) $r = v/\omega = 0{,}9\,\text{m} \cdot \text{s}/100\,\text{s} = \underline{\underline{0{,}9\,\text{cm}}}$.

55. Gegeben: $r = 6378$ km Gesucht: v

$T = 24$ h

Aus (9) und (10) ergibt sich

$$v = 2\pi r/T = \frac{2\pi \cdot 6370\,\text{km}}{24\,\text{h}} = \frac{2\pi \cdot 6370\,\text{m}}{3{,}6 \cdot 24\,\text{s}} = \underline{\underline{464\,\text{m/s}}}.$$

Haben Sie bemerkt, daß im Zähler der Erdumfang ($2\,\pi\,r = 40\,000$ km) steht?

56. Gegeben: $m = 290$ t Gesucht: a

$F = 2{,}5$ Mp

Aus (15) folgt

$$a = F/m = \frac{2{,}5 \cdot 10^3 \text{ kp}}{290 \cdot 10^3 \text{ kg}} = \frac{2{,}5 \cdot 9{,}81 \text{ kg m}}{290 \text{ kg s}^2} = \underline{\underline{0{,}085 \text{ m/s}^2}}.$$

57. Gegeben: $m = 1320$ kg Gesucht: F

$a = 5 \text{ m/s}^2$

Nach (15) ist

$$F = ma = \frac{1320 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{6600 \text{ N} = 673 \text{ kp}}}.$$

58. Gegeben: $m = 400$ kg Gesucht: F_{ges}

$s = 60$ m

$t = 12$ s

Aus (6) folgt $a = 2\,s/t^2$. Dies ist in (15) einzusetzen:

$F = 2\,m\,s/t^2$

Diese Kraft wirkt dem Gewicht $G = m\,g$ des Förderkorbes entgegen. Für die gesuchte Kraft ergibt sich daher

$$F_{ges} = m\,(g - 2\,s/t^2),$$

$$F_{ges} = 400 \text{ kg}\left(9{,}81 \text{ m/s}^2 - \frac{2 \cdot 60 \text{ m}}{144 \text{ s}^2}\right) = 400 \text{ kg}\,(9{,}81 - 0{,}83) \text{ m/s}^2,$$

$$F_{ges} = \underline{\underline{3590 \text{ N}}} = \underline{\underline{366 \text{ kp}}}.$$

59. Gegeben: $m = 2$ kg Gesucht: v

$F = 3{,}5$ kp

$s = 80$ cm

Nach (7) ist

$v = \sqrt{2\,a\,s},$

worin sich a aus

$a = (F + G)/m$

ergibt. Damit wird schließlich

$$v = \sqrt{2\,(F + G)\,s/m} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}5 \text{ kp} \cdot 0{,}8 \text{ m}}{2 \text{ kg}}} = \sqrt{4{,}4 \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}$$

$$v = \underline{\underline{6{,}56 \text{ m/s}}}.$$

60. Gegeben: $m = 80$ kg Gesucht: G_{mond}

$g_{mond} = 1{,}62 \text{ m/s}^2$ (vgl. 4.1.3.)

Nach (16) ist

$$G_{mond} = m\,g_{mond} = 80 \text{ kg} \cdot 1{,}62 \text{ m/s}^2 = \underline{\underline{130 \text{ N}}} = \underline{\underline{13{,}2 \text{ kp}}}.$$

61. Resultierende $F_R = 1200$ kp. Die Winkel sind 21° bzw. 14°.

62. Zugkraft in der Aufhängung 1: 1245 kp
Druckkraft in der Stütze 2: 953 kp

63. Senkrechte Druckkraft auf den Mast: 74 kp
Zugkraft im waagerechten Seil: 42,5 kp

64. Spannkraft in den beiden Seilen je 23,2 kp

65. In *1* wirkt eine Zugkraft, in *2* eine Druckkraft (Bild 135).
$G = F_1 = F_2 = \underline{\underline{60 \text{ kp}}}$

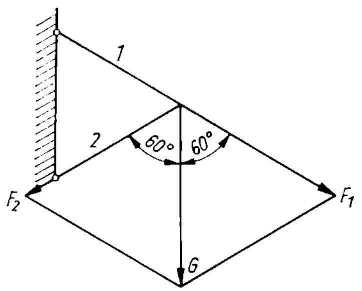


Bild 135. Lösung der Übung 65

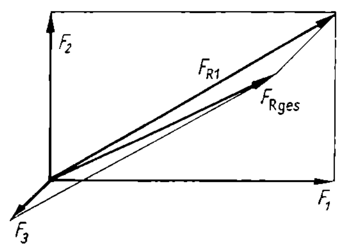


Bild 136. Lösung der Übung 66

66. Sie ermitteln die Resultierende F_{R1} aus 2 gegebenen Kräften und dann aus F_{R1} und der dritten gegebenen Kraft die Resultierende F_{Rges} (Bild 136).
$F_{Rges} = \underline{\underline{48{,}5 \text{ kp}}}$

67. Die resultierende Kraft beträgt 104 kp, sie ist nach der Beziehung
$x/(2 \text{ m} - x) = F_2/F_1$ von der Kraft F_1 $\underline{\underline{0{,}65 \text{ m}}}$ entfernt.

68. In diesem Fall ist das Kräfteparallelogramm ein Quadrat mit der Diagonalen G. Nach dem Lehrsatz des Pythagoras erhalten Sie

$G^2 = F_1^2 + F_2^2$, da $F_1 = F_2$ ist, wird $G^2 = 2F_1^2$,

$F_1 = G/\sqrt{2} = \frac{G}{2}\sqrt{2} = 1300 \text{ kp} \cdot 1{,}41 = 1840 \text{ kp},$

$F_2 = \underline{\underline{1840 \text{ kp}}}.$

Da das Seil nur mit 1840 kp gespannt wird, liegt die Belastung unter dem zulässigen Wert.

69. Gegeben: $l_1 = 18$ cm $\quad F_1 = 87$ p $\quad$ Gesucht: l_3
$l_2 = 26$ cm $\quad F_2 = 55$ p
$F_3 = 15$ p

$$F_1 l_1 = F_2 l_2 + F_3 l_3$$

$$l_3 = \frac{F_1 l_1 - F_2 l_2}{F_3} = \frac{87\ \text{p} \cdot 18\ \text{cm} - 55\ \text{p} \cdot 26\ \text{cm}}{15\ \text{p}} = \underline{\underline{9{,}07\ \text{cm}}}$$

Die Kraft muß auf der rechten Seite wirken.

70. Aus einer maßstäblichen Skizze finden Sie den Abstand des Drehpunktes von der Kraftrichtung. Er beträgt 65 cm. Drehmoment $= 18\ \text{kp} \cdot 0{,}65\ \text{m} = \underline{\underline{11{,}7\ \text{kpm}}}$.

71. Es befindet sich im stabilen Gleichgewicht.

72. Gegeben: $l = 60$ cm — Gesucht: l_1

$m_1 = 30$ g

$m_2 = 80$ g

$$m_1\, g\, l_1 = m_2\, g\, l_2 \qquad l_1 + l_2 = l$$

$$m_1\, l_1 = m_2\, (l - l_1)$$

$$\underline{\underline{l_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\, l}}; \qquad l_1 = \underline{\underline{43{,}6\ \text{cm}}}$$

73. Gegeben: $F = 5$ kp, $a = 12$ cm — Gesucht: F_S

$r_1 = 19$ cm, $r_2 = 6$ cm

$r_3 = 2{,}4$ cm

Das durch den Sperrhebel hervorgerufene Haltemoment ist

$M = F\, a$.

Es ruft am Umfang des Sperrades eine Kraft

$M/r_1 = F\, a/r_1$

hervor. Am Sperrad wirkt daher ein Moment

$$\frac{Fa}{r_1}\, r_2 .$$

Die Kraft F_S muß ein gleich großes Moment aufbringen:

$F_S\, r_3 = F\, a\, r_2/r_1$

Daraus folgt

$$F_S = Far_2/r_1 r_3 = \frac{5\ \text{kp} \cdot 12\ \text{cm} \cdot 6\ \text{cm}}{19\ \text{cm} \cdot 2{,}4\ \text{cm}} = \underline{\underline{7{,}9\ \text{kp}}}$$

74. Gegeben: $F = 150$ p — Gesucht: F_K

$a = 5$ cm; $b = 1$ cm

Momentengleichung:

$F_K\, b = F\, a$

Daraus

$$F_K = Fa/b = \frac{150\ \text{p} \cdot 5\ \text{cm}}{1\ \text{cm}} = \underline{\underline{750\,\text{p}}}$$

75. Gegeben: $F = 3$ Mp — Gesucht: F_Z

$l_1 = 22$ m

$l_2 = 2{,}45$ m

Nach dem Hebelgesetz gilt

$F\,l_1 = F_Z\,l_2$;

daraus

$$\underline{\underline{F_Z = Fl_1/l_2}} = \frac{3\ \text{Mp} \cdot 22\ \text{m}}{2{,}45\ \text{m}} = \underline{\underline{26{,}9\ \text{Mp}}}$$

76. Gegeben: $G = 15$ kp — Gesucht: F

$k = 70$ cm

$l = 25$ cm

Die Summe der rechtsdrehenden Momente ist gleich dem linksdrehenden Moment:

$F\,l + F\,l = G\,k$;

daraus

$\underline{\underline{F = G\,k/2\,l}}$; $\quad \underline{\underline{F = 21\ \text{kp}}}$

77. Gegeben: $M = 7$ kpm — Gesucht: F

$d = 0{,}085$ m

$M = 2\,F\,d/2 = F\,d$;

$$\underline{\underline{F = M/d}} = \frac{7\ \text{kpm}}{0{,}085\ \text{m}} = \underline{\underline{82{,}5\ \text{kp}}}$$

78. Das Gewicht des Fahrzeugs verteilt sich auf eine größere Fläche.

79. $p = F/A = \dfrac{160\,000\ \text{kp}}{160\ \text{cm}^2} = \underline{\underline{1000\ \text{at}}}$

80. $F = 30\,000\ \text{kp} = \underline{\underline{30\ \text{Mp}}}$

81. $p = G/A = m\,g/lb = \varrho V\,g/lb = \varrho lbhg/lb = \varrho hg$

$$p = \frac{1800\ \text{kg} \cdot 3\ \text{m} \cdot 9{,}81\ \text{m}}{\text{m}^3\text{s}^2} = 53\,000\ \text{N/m}^2 = \underline{\underline{0{,}53\ \text{bar}}}$$

Sie erkennen, daß das Ergebnis unabhängig von Länge und Breite der Mauer ist.

82. Nach (21) ist

$\mu = F_R/F_N = 55\ \text{kp}/85\ \text{kp} = \underline{\underline{0{,}65}}$

83. Nach Tafel 6 ist μ gleich 0,25

Nach (21) ist $F_N = F_R/\mu = 25\ \text{kp}/0{,}25 = 100\ \text{kp}$; $m = \underline{\underline{100\ \text{kg}}}$

84. Gegeben: $A = 120\ \text{cm}^2$ Gesucht: μ

$p = 8\ \text{at} = 8\ \text{kp/cm}^2$

$F_R = 105\ \text{kp}$

Nach (20) ist die Normalkraft $F_N = pA$

Damit ist nach (21)

$$\mu = F_R/F_N = F_R/pA = \frac{105\ \text{kp cm}^2}{8\ \text{kp} \cdot 120\ \text{cm}^2} = \underline{\underline{0{,}11}}$$

85. $W = mgh = 3000\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 5\ \text{m} = 147000\ \text{J} = \underline{\underline{147\ \text{kJ}}}$

$W = Gh = 3000\ \text{kp} \cdot 5\ \text{m} = 15000\ \text{kpm} = \underline{\underline{15\ \text{Mpm}}}$

86. Nach (22a):

$$h = W/G = \frac{2752000\ \text{kpm}}{8600\ \text{kp}} = \underline{\underline{320\ \text{m}}}$$

87. Gegeben: $z = 30$ Gesucht: W

$m_1 = 15\ \text{kg}$ $h_1 = 1{,}5\ \text{m}$

$m_2 = 60\ \text{kg}$ $h_3 = 0{,}4\ \text{m}$

Nach (22 b):

$W = z\, m_1 g h_1 + z\, m_2 g\, h_2 = g\, z\, (m_1 h_1 + m_2 h_2)$

$W = 9{,}81\ \text{m/s}^2 \cdot 30\ (15\ \text{kg} \cdot 1{,}5\ \text{m} + 60\ \text{kg} \cdot 0{,}4\ \text{m}) = 13700\ \text{J} = \underline{\underline{13{,}7\ \text{kJ}}}$

Nach (22a) erhält man

$W = z\,(G_1 h_1 + G_2 h_2) = 30\ (15\ \text{kp} \cdot 1{,}5\ \text{m} + 60\ \text{kp} \cdot 0{,}4\ \text{m}) = 1395\ \text{kpm} = \underline{\underline{1{,}4\ \text{Mp}}}$

88. $$P = Gh/t = \frac{182\ \text{kp} \cdot 65\ \text{m}}{60\ \text{s}} = \underline{\underline{197\ \text{kpm/s}}}$$

$$P = mgh/t = \frac{182\ \text{kp} \cdot 9{,}81\ \text{m} \cdot 65\ \text{m}}{\text{s}^2 \cdot 60\ \text{s}} = 1935\ \text{W} = \underline{\underline{1{,}94\ \text{kW}}}$$

89. Gegeben: $v = 10\ \text{m/s}$ Gesucht: μ

$s = 20\ \text{m}$

Die kinetische Energie ist gleich der Reibungsarbeit:

$$\frac{mv^2}{2} = \mu m g s; \quad \text{daraus} \quad \underline{\underline{\mu = \frac{v^2}{2gs}}}$$

$$\mu = \frac{100\ \text{m}^2\ \text{s}^2}{2 \cdot 9{,}81\ \text{m} \cdot 20\ \text{m s}^2} = \underline{\underline{0{,}255}}$$

90. Nach (27) ist $\eta = P_{ab}/P_{zu} = \dfrac{9\ \text{kW}}{1100\ \text{kpm/s}} = \dfrac{9000\ \text{W}}{1100 \cdot 9{,}81\ \text{W}} = \underline{\underline{0{,}804}}$

$\eta = 80{,}4\,\%$

91. $P_{ab} = \eta P_{zu} = 0{,}92 \cdot 1{,}8\ \text{kW} = \underline{\underline{1{,}66\ \text{kW}}}$

92. $P = mgh/t$

$$P = \frac{1700\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m} \cdot 32\ \text{m}}{60\ \text{s}\ \text{s}^2} = 8900\ \text{W} = \underline{\underline{8{,}9\ \text{kW}}}$$

93. Gegeben: $F = 40$ kp Gesucht: a) W

$v = 0{,}2$ m/s b) P

$s = 120$ m

a) Nach (22): $W = Fs = 40\ \text{kp} \cdot 120\ \text{m} = \underline{\underline{4800\ \text{kpm}}},$

b) nach (26a): $P = Fv = 40\ \text{kp} \cdot 0{,}2\ \text{m/s} = 8 \cdot 9{,}81\ \text{W} = \underline{\underline{78{,}5\ \text{W}}}.$

94. Gegeben: $d = 3{,}8$ m Gesucht: P

$n = 90\ \text{min}^{-1}$

$F = 270$ kp

Nach (26a) ist $P = Fv$.

Nach (10): $v = \pi d n$

Damit wird $\underline{\underline{P = F\pi d n}}.$

$$P = \frac{270\,\text{kp} \cdot \pi \cdot 3{,}8\ \text{m} \cdot 90}{60\ \text{s}} = \frac{270 \cdot \pi \cdot 3{,}8 \cdot 90 \cdot 9{,}81}{60}\ \text{W}$$

$P = 47\,500\ \text{W} = \underline{\underline{47{,}5\ \text{kW}}}$

95. Das Ergebnis von Übung 94 wird aufgelöst nach d:

$$d = P/F\pi n = \frac{7{,}5\ \text{kW} \cdot 60\ \text{s}}{50\text{kp} \cdot \pi \cdot 1050} = \frac{7500\ \text{kpm} \cdot 60\ \text{s}}{9{,}81\ \text{s} \cdot \pi \cdot 50\ \text{kp} \cdot 1050} = \underline{\underline{0{,}279\ \text{m}}}$$

(Im letzten Ausdruck ist nach (X) $1\ \text{kW} = \dfrac{1000}{9{,}81}$ kpm/s gesetzt.)

96. Die Beziehung aus Übung 94/95 wird nach F aufgelöst:

$$F = P/d\pi n = \frac{22\ \text{kW} \cdot 60\ \text{s}}{0{,}94\ \text{m} \cdot \pi \cdot 125} = \frac{22\,000\ \text{kpm} \cdot 60\ \text{s}}{9{,}81\ \text{s} \cdot 0{,}94\ \text{m} \cdot \pi \cdot 125} = \underline{\underline{365\ \text{kp}}}$$

97. $\eta = P_{ab}/P_{zu} = \dfrac{Fs}{tP_{zu}} = \dfrac{5000\ \text{kp} \cdot 4{,}5\ \text{m}}{5\ \text{kW}\ 60\ \text{s}} = 9{,}81 \cdot 4{,}5/60 = 0{,}736 = \underline{\underline{73{,}6\,\%}}$

98. Gegeben: $l_1 = 346$ m Gesucht: Δl

$\Delta t = 45$ grd

$\alpha = 0{,}000012\ \text{grd}^{-1}$

Nach (28):

$$\Delta l = \alpha l_1 \Delta t = \frac{0{,}000012 \cdot 346\ \mathrm{m} \cdot 45\ \mathrm{grd}}{\mathrm{grd}} = \underline{\underline{0{,}187\ \mathrm{m}}}$$

99. Gegeben: $l_1 = 242{,}37$ mm — Gesucht: α

$\Delta l = 0{,}42$ mm

$\Delta t = 80$ grd

Aus (28):

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_1 \Delta t} = \frac{0{,}42\ \mathrm{mm}}{242{,}37\ \mathrm{mm} \cdot 80\ \mathrm{grd}} = \underline{\underline{0{,}000022\ \mathrm{grd}^{-1}}}$$

100. Gegeben: $V_1 = 1000\ \mathrm{cm}^3$ — Gesucht: V_2

$\Delta t = 70$ grd

$\alpha = 0{,}000006\ \mathrm{grd}^{-1}$

Nach (29c):

$$V_2 = V_1 (1 + 3\alpha \Delta t) + 1000\ \mathrm{cm}^3 \left(1 + \frac{0{,}000018 \cdot 70\ \mathrm{grd}}{\mathrm{grd}}\right)$$

$$V_2 = 1000 \cdot 1{,}00126\ \mathrm{cm}^3 = \underline{\underline{1001{,}3\ \mathrm{cm}^3}}$$

101. Gegeben: $V_1 = 50$ l — Gesucht: V_2

$\Delta t = -18$ grd

$\gamma = 0{,}00119\ \mathrm{grd}^{-1}$

Nach (29a):

$$V_2 = V_1 (1 + \gamma \Delta t) = 50\ \mathrm{l} \left(1 - \frac{0{,}00119 \cdot 18\ \mathrm{grd}}{\mathrm{grd}}\right)$$

$$V_2 = 50\ \mathrm{l} \cdot (1 - 0{,}02142)$$

$$V_2 = 50 \cdot 0{,}97858\ \mathrm{l} = \underline{\underline{48{,}9\ \mathrm{l}}}$$

102. Gegeben: $p_1 = 2$ at — Gesucht: p_2

$V_1 = 0{,}9\ \mathrm{m}^3$

$V_2 = 0{,}02\ \mathrm{m}^3$

Aus (31) folgt

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \frac{2\ \mathrm{at} \cdot 0{,}9\ \mathrm{m}^3}{0{,}02\ \mathrm{m}^3} = \underline{\underline{90\ \mathrm{at}}}\,.$$

103. Gegeben: $V_1 = 0{,}8\ \mathrm{m}^3$ — Gesucht: T_2

$T_1 = 293\ {}^\circ\mathrm{K}$

$V_2 = 1{,}5\ \mathrm{m}^3$

Aus (34) folgt

$$T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} = \frac{1{,}5\ \mathrm{m}^3 \cdot 293\ {}^\circ\mathrm{K}}{0{,}8\ \mathrm{m}^3} = \underline{\underline{549\ {}^\circ\mathrm{K}}};\quad t_2 = \underline{\underline{276\ {}^\circ\mathrm{C}}}\,.$$

104. Gegeben: $p_1 = 1{,}1$ at Gesucht: p_2

$T_1 = 288\ °\text{K}$

$T_2 = 423\ °\text{K}$

Aus (35) folgt

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} = \frac{1{,}1\ \text{at} \cdot 423\ °\text{K}}{288\ °\text{K}} = \underline{\underline{1{,}62\ \text{at}}}\,.$$

105. Gegeben: $V_1 = 8\ \text{l}$ Gesucht: V_2

$T_1 = 313\ °\text{K}$

$p_1 = 1$ at

$T_2 = 973\ °\text{K}$

$p_2 = 40$ at

Aus (36) folgt

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{T_1 p_2} = \frac{1\ \text{at} \cdot 8\ \text{l} \cdot 973\ °\text{K}}{313\ °\text{K} \cdot 40\ \text{at}} = \underline{\underline{0{,}621\ \text{l}}}\,.$$

106. Gegeben: $Q = 150$ kcal Gesucht: m

$\Delta t = 40$ grd

$c = 0{,}33$ kcal/kg grd (nach Tafel 10)

Aus (37) folgt

$$m = \frac{Q}{c\Delta t} = \frac{150\ \text{kcal kg grd}}{0{,}33\ \text{kcal} \cdot 40\ \text{grd}} = \underline{\underline{11{,}4\ \text{kg}}}\,.$$

107. Gegeben: $Q = 10$ kcal Gesucht: Δt

$m = 2$ kg

$c_1 = 1$ kcal/kg grd

$c_2 = 0{,}031$ kcal/kg grd

Aus (37) folgt

$$\Delta t = \frac{Q}{cm}\,.$$

Wasser: $\Delta t_1 = \dfrac{10\ \text{kcal kg grd}}{1\ \text{kcal} \cdot 2\ \text{kg}} = \underline{\underline{5\ \text{grd}}}$

Blei: $\Delta t_2 = \dfrac{10\ \text{kcal kg grd}}{0{,}031\ \text{kcal} \cdot 2\ \text{kg}} = \underline{\underline{161\ \text{grd}}}$

108. Gegeben: $m = 5000$ kg Gesucht: Q

$$v = \frac{60}{3{,}6}\ \text{m/s}$$

$$Q = W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}\, m v^2$$

$$Q = \frac{5000\ \text{kg} \cdot 3600\ \text{m}^2}{2 \cdot 12{,}96\ \text{s}^2} = \frac{5000 \cdot 3600}{2 \cdot 12{,}96 \cdot 4187}\ \text{kcal} = \underline{\underline{165\ \text{kcal}}}$$

109. Gegeben: $d = 4\ \text{mm}$ Gesucht: R

$l = 400\ \text{m}$

$\varrho = 0{,}017\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$

Nach (40) ist mit $A = \pi d^2/4$

$$R = \frac{\varrho l\, 4}{\pi d^2} = \frac{0{,}017\ \Omega\ \text{mm}^2 \cdot 400\ \text{m} \cdot 4}{\pi\ \text{m}\ 16\ \text{mm}^2} = \underline{\underline{0{,}54\ \Omega}}\,.$$

110. Gegeben: $d = 2\ \text{mm}$ Gesucht: ϱ

$l = 100\ \text{m}$

$R = 0{,}86\ \Omega$

Aus der in Übung 109 abgeleiteten Beziehung folgt

$$\varrho = R\,\pi d^2/4l = \frac{0{,}86\ \Omega \cdot \pi \cdot 4\ \text{mm}^2}{400\ \text{m}} = \underline{\underline{0{,}027\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}}}\,.$$

Nach Tafel 13 handelt es sich vermutlich um Aluminium.

111. $R = 10^{18}\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m} = 10^{18}\ \dfrac{\Omega}{\text{m}}\ 10^{-6}\ \text{m}^2 = \underline{\underline{10^{12}\ \Omega\ \text{m}}}$

112. Gegeben: $U = 220\ \text{V}$ Gesucht: R

$I = 0{,}27\ \text{A}$

Nach (39) ist

$$R = U/I = 220\ \text{V}/0{,}27\ \text{A} = \underline{\underline{814\ \Omega.}}$$

113. Gegeben: $A = 1{,}2\ \text{mm}^2$ Gesucht: U

$l = 120\ \text{m}$

$\varrho = 0{,}1\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$

$I = 1\ \text{A}$

Aus (39) und (40) folgt

$$U = \varrho l I/A = \frac{0{,}1\ \Omega\ \text{mm}^2 \cdot 1\ \text{A} \cdot 120\ \text{m}}{\text{m}\ 1{,}2\ \text{mm}^2} = \underline{\underline{10\ \text{V}}}\,.$$

114. Gegeben: $l = 1\ \text{cm}$ Gesucht: I

$A = 1\ \text{cm}^2$

$\varrho = 10^{12}\ \Omega\text{m}$ (nach Übung 111)

$U = 200\ \text{kV}$

Nach der Beziehung aus Übung 113 ist

$$I = UA/\varrho l = \frac{2 \cdot 10^5\ \text{V} \cdot 1\ \text{cm}^2}{10^{12}\ \Omega\ \text{m} \cdot 1\ \text{cm}} = 2 \cdot 10^{-9}\ \text{A} = \underline{\underline{2\ \text{nA}}}\,.$$

115. Gegeben: $U = 220$ V Gesucht: I
$P = 60$ W

Nach (41) ist

$I = P/U = 60 \text{ W}/220 \text{ V} = \underline{\underline{0{,}273 \text{ A}}}.$

116. Gegeben: $U = 220$ V Gesucht: R
$P = 750$ W

Aus (39) und (41) folgt

$R = U^2/P = 48400 \text{ V}^2/750 \text{ W} = \underline{\underline{64{,}5\ \Omega}}.$

117. Gegeben: $U_1 = 220$ V Gesucht: P_2
$P_1 = 3$ kW
$U_2 = 110$ V

Der Widerstand ist als konstant anzunehmen. Dann ist (s. Lösung Übung 116)

$R = U_1^2/P_1 = U_2^2/P_2.$

Daraus folgt

$P_2 = P_1 (U_2/U_1)^2 = 3 \text{ kW } (110 \text{ V}/220 \text{ V})^2 = \underline{\underline{0{,}75 \text{ kW}}}.$

Die Leistung ist dem Quadrat der Spannung proportional; daher sinkt sie bei halber Spannung auf ein Viertel.

118. Gegeben: $V = 3{,}8 \cdot 3{,}5 \cdot 2{,}4 \text{ m}^3$ Gesucht: a) P
$P/V = 80 \text{ W/m}^3$ b) K
$t = 30 \cdot 5$ h
$k = 0{,}08$ M/kWh

a) $P = \frac{P}{V} V = \frac{80 \text{ W} \cdot 3{,}8 \cdot 3{,}5 \cdot 2{,}4 \text{ m}^3}{\text{m}^3} = \underline{\underline{2{,}55 \text{ kW}}},$

b) aus $K = kW$ und $W = Pt$ folgt

$K = kPt = \frac{0{,}08 \text{ M} \cdot 2{,}55 \text{ kW} \cdot 150 \text{ h}}{\text{kWh}} = \underline{\underline{30{,}60 \text{ M}}}.$

119. Gegeben: $n = 1200$/kWh Gesucht: P
$t = 60$ s
$z = 16$

Die Drehzahl des Zählers (n) ist hier der Quotient aus einer Anzahl (z) Umdrehungen und einer elektrischen Arbeit ($W = Pt$):

$n = z/Pt.$ Daraus folgt

$P = z/nt = \frac{16 \text{ kWh}}{1200 \cdot 60 \text{ s}} = \underline{\underline{0{,}8 \text{ kW}}}.$

120. Gegeben: $P_{ab} = 12\,\text{kW}$ Gesucht: η

$U = 120\,\text{V}$

$I = 115\,\text{A}$

Nach (27) und (41) ist

$$\eta = P_{ab}/P_{zu} = P_{ab}/UI = \frac{12000\,\text{W}}{120\,\text{V} \cdot 115\,\text{A}} = \underline{\underline{0{,}87}}$$

121. Gegeben: $V = 10^6\text{m}^3$ Gesucht: P_{ab}

$\varrho = 10^3\,\text{kg/m}^3$

$h = 144\,\text{m}$

$t = 4{,}5\,\text{h}$

$\eta = 0{,}9$

Nach (22b), (26) und (1) ist

$P_{zu} = mgh/t = \varrho Vgh/t$

Nach (27) ergibt sich

$$P_{ab} = \eta P_{zu} = \frac{\eta\varrho Vgh}{t} = \frac{0{,}9 \cdot 10^3\,\text{kg} \cdot 10^6\,\text{m}^3 \cdot 9{,}81\,\text{m} \cdot 144\,\text{m}}{\text{m}^3\,4{,}5 \cdot 3600\,\text{s}\,\text{s}^2}$$

$P_{ab} = \underline{\underline{78{,}5\,\text{MW}}}$

122. Gegeben: $m = 10\,\text{t}$ Gesucht: I

$v = 24\,\text{km/h} = \frac{24}{3{,}6}\,24\,\text{m/s}$

$U = 550\,\text{V}$

$\eta = 0{,}85$

$\mu = 0{,}006$ (nach Tafel 7)

Aus (21) und (26a) folgt

$P_{ab} = \mu mgv$, da als Kraft die Reibungskraft anzusetzen ist.

Nach (31) ist

$P_{zu} = UI$

Setzt man diese Werte in (27) ein, so folgt

$$I = \mu mgv/U\eta = \frac{0{,}006 \cdot 10^4\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\text{m} \cdot 24\,\text{m}}{550\,\text{V} \cdot 0{,}85\,\text{s}^2 \cdot 3{,}6\,\text{s}} = \underline{\underline{8{,}4\,\text{A}}}$$

123. Gegeben: $P = 750\,\text{W}$ Gesucht: η

$t = 600\,\text{s}$

$\Delta\vartheta = 68\,\text{grd}$ (Temperatur ϑ zur Unterscheidung von der Zeit t)

$m = 1{,}5\,\text{kg}$

$c = 1\,\text{cal/g grd}$

Nach (27) mit (26) und (37):

$$\underline{\underline{\eta = \frac{cm\Delta\vartheta}{Pt}}}; \quad \eta = \underline{\underline{95\,\%}}$$

124. Nach dem Energiesatz kann Energie nicht erzeugt werden. Wenn man dennoch von Energieerzeugung spricht, meint man die Gewinnung *nutzbarer* Energie aus natürlichen Energiequellen.

125. Gegeben: $s = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m Gesucht: t

$c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Aus (2) folgt mit $v = c$

$$t = \frac{c}{s} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}{3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 0{,}5 \cdot 10^3\,\mathrm{s} = 500\,\mathrm{s}\,.$$

$t = \underline{\underline{8\,\mathrm{min}\;20\,\mathrm{s}}}$

126. Lösung siehe Bild 137

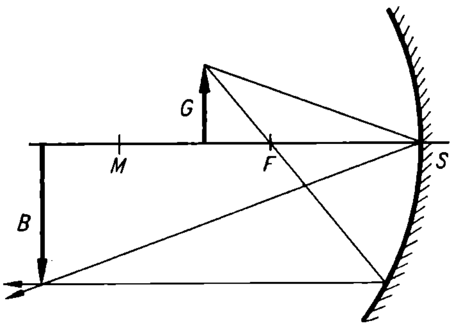


Bild 137. Lösung der Übung 126

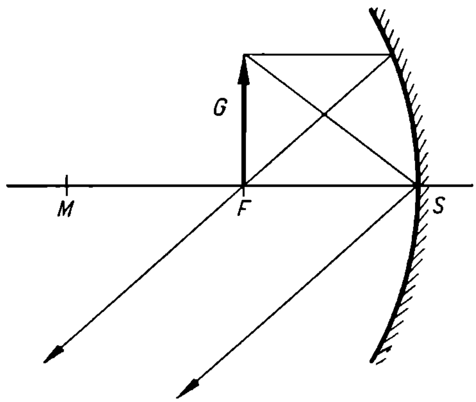


Bild 138. Lösung der Übung 127

127. Lösung siehe Bild 138

Die gebrochenen Strahlen verlaufen parallel; es entsteht daher kein Bild.

128. Gegeben: $b = 40$ cm Gesucht: f

$B/G = 1/3$

Aus (44) folgt zunächst

$$g = b\,\frac{G}{B} \quad (*)\,.$$

Aus (45) ergibt sich

$$f = \frac{bg}{b+g}\,.$$

Mit (*) erhalten wir

$$f = \frac{bG}{B\left(1 + \frac{G}{B}\right)} = \frac{bG}{B + G} = \frac{b}{\frac{B}{G} + 1} = \frac{40\ \text{cm}}{\frac{1}{3} + 1} = \underline{\underline{30\ \text{cm}}}.$$

129. Gegeben: $n = 1{,}33 = 4/3$ (Tafel 14) Gesucht: β_g

Nach (47) ist

$$\sin \beta_g = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} = 0{,}75. \qquad \beta_g = \underline{\underline{48{,}6^\circ}}$$

130. Gegeben: $B/G = 1$ Gesucht: g

Aus $B/G = 1$ folgt nach (49)

$b/g = 1$, also $b = g$.

Damit wird aus (50):

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{2}{g} = \frac{1}{f}$$

$$\underline{\underline{g = 2f}}$$

Der Abbildungsmaßstab wird kleiner, wenn b kleiner wird. Dann muß aber nach (50) g größer werden. Verkleinerte Bilder entstehen also, wenn sich der Gegenstand außerhalb der doppelten Brennweite befindet:

$$B/G < 1 \text{ für } g > 2f$$

Der Abbildungsmaßstab wird größer, wenn b größer wird. Dann muß aber nach (50) g kleiner werden. Vergrößerte Bilder entstehen also, wenn sich der Gegenstand zwischen einfacher und doppelter Brennweite befindet:

$$B/G > 1 \text{ für } 2f > g > f$$

VERZEICHNIS DER TAFELN

SACHWORTVERZEICHNIS

Im gleichen Verlag erscheint:

Studienmaterial für die Erwachsenenbildung

Einführung in die Chemie

Von einem Autorenkollektiv

7. Auflage · 151 Seiten mit 43 Bildern und 68 Übungen mit Lösungen · 16,5 cm × 23 cm

Broschur 3,—M

Hier handelt es sich um eine erste Einführung in die Chemie. Sie beschränkt sich demgemäß auf einen kurzen Lehrgang der anorganischen Chemie. Im Anschluß an einige Grundtatsachen der allgemeinen Chemie werden die Elemente Sauerstoff und Wasserstoff, ferner die Säuren und Basen sowie die Salzbildung besprochen. Damit wird dem Leser ein Grundbestand an chemischen Kenntnissen vermittelt, der etwa dem Wissen beim Abschluß der 10. Klasse der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule entspricht.

Deutsch

Die Ausdrucksmittel der Sprache

Von Studiendirektor Dipl.-Germ. Kurt Kießling

9. Auflage · 129 Seiten · 16,5 cm × 23 cm · Broschur 2,40 M

Die Broschüre fußt auf Erfahrungen aus dem Fachschulfernstudium.
In methodisch gut durchdachter Form, reich mit Übungsstoffen durchsetzt, wird dem Leser ein auf den knappsten Raum beschränktes Material geboten. Es wurde vom Ministerium für Volksbildung für die Vorbereitungskurse auf den Fachschulbesuch an den Volkshochschulen anerkannt.
Der Inhalt umfaßt: Einführung in die Wort- und Satzlehre, Grundregeln der Zeichensetzung, Wortschatz und Wortwahl sowie Hauptregeln der Rechtschreibung.

Zu beziehen durch den Buchhandel

VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG

Beilage zu Studienmaterial für die Erwachsenenbildung, Einführung in die Physik
8., verbesserte Auflage

Bedeutung der Symbole

a	Beschleunigung	r	Radius
A	Fläche	R	elektrischer Widerstand
b	Basis der schiefen Ebene	s	Weg
	Bildweite	t	Zeit
B	Bildgröße		CELSIUS-Temperatur
c	spezifische Wärmekapazität	T	Umlaufzeit
	Lichtgeschwindigkeit		KELVIN-Temperatur
d	Durchmesser	U	Spannung
f	Brennweite	v	Geschwindigkeit
F	Kraft	V	Volumen
g	Fallbeschleunigung	W	Arbeit, Energie
	Gegenstandsweite	z	Anzahl
G	Gewicht	α	Winkel
	Gegenstandsgröße		Längenausdehnungskoeffizient
h	Höhe	β	Brechungswinkel
I	Stromstärke	γ	Raumausdehnungskoeffizient
l	Länge	δ	Ausfallwinkel beim Prisma
m	Masse	ϱ	Dichte
M	Drehmoment		spezifischer elektrischer Widerstand
n	Drehzahl		
	Brechzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit
p	Druck		brechender Winkel
P	Leistung	μ	Reibungskoeffizient
Q	Wärmemenge	η	Wirkungsgrad
	Ladung	φ	Winkel

Zusammenstellung der Einheiten

Nr.	Größe	Einheit (Kurzzeichen)	Beziehungen zu anderen Einheiten	
	Länge	**m**		
	Zeit	**s**		
	Masse	**kg**		
	Geschwindigkeit	m/s	1 m/s	= 3,6 km/h
	Beschleunigung	m/s^2		
	Drehzahl	s^{-1}	$1\ s^{-1}$	$= 60\ min^{-1}$
	Winkelgeschwindigkeit	s^{-1}		
I	Kraft	N	1 N	$= 1\ kg\ m/s^2$
II		kp	1 kp	$= 9{,}80665\ kg\ m/s^2$
III			1 kp	= 9,806 65 N
IV	Druck	N/m^2	$1\ N/m^2$	$= 1\ kg/m\ s^2$
V		bar	1 bar	$= 100\,000\ N/m^2$
VI		at	1 at	$= 1\ kp/cm^2 =$ $= 98\,066{,}5\ N/m^2$
VII	Arbeit, Energie	J	1 J	= 1 Ws = 1 Nm = $= 1\ kg\ m^2/s^2$
VIII		kpm	1 kpm	= 9,806 65 Nm = = 9,806 65 J
IX	Leistung	W	1 W	= 1 J/s = 1 Nm/s = $= 1\ kg\ m^2/s^3$
X		kpm/s	1 kpm/s	= 9,806 65 J/s = = 9,806 65 W
	Temperatur	**°K** °C		
	Wärmemenge	J	1 J	= 1 Ws = 1 Nm $= 1\ kg\ m^2/s^2$
XI		cal	1 cal	= 4,1868 J
	Stromstärke	**A**		
XII	Ladung	C	1 C	= 1 As
XIII	Widerstand	Ω	1 Ω	$= 1\ V/A = 1\ W/A^2$
XIV	Spannung	V	1 V	= 1 W/A

Zusammenstellung der Gleichungen

Gleichung Nr.	Gleichung		Seite
1	Dichte	$\varrho = m/V$	22
2	Geschwindigkeit bei der gleichförmigen Bewegung	$v = s/t$	28
3	Beschleunigung	$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$	36
4	Beschleunigung aus der Ruhe	$a = v/t$	37
5	Weg bei der gleichmäßig beschleunigten	$s = {}^1/_2\, vt$	43
6	Bewegung aus der Ruhe	$s = {}^1/_2\, at^2$	43
7	Endgeschwindigkeit bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung aus der Ruhe	$v = \sqrt{2as}$	44
8	Drehzahl	$n = z/t$	55
9		$n = 1/T$	55
10	Bahngeschwindigkeit	$v = \pi dn$	56
11	Definition des Winkels	$\varphi = s/r$	58
12	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \varphi/t$	60
13		$\omega = 2\pi n$	60
14	Bahngeschwindigkeit	$v = \omega r$	60
15	Grundgesetz der Dynamik	$F = ma$	65
16	Gewicht	$G = mg$	66
17	Hangabtriebskraft auf der schiefen Ebene	$F_H = Gh/l = G \sin \alpha$	80
18	Normalkraft	$F_N = Gb/l = G \cos \alpha$	80
19	Drehmoment	$M = Fl$	89
20	Druck	$p = F_N/A$	98
21	Reibungskraft	$F_R = \mu_0 F_N$	102
22	Arbeit	$W = Fs$	106
23	Potientielle Energie	$W_{pot} = mgh$	108
24	Kinetische Energie	$W_{kin} = {}^1/_2\, mv^2$	109
25	Energiesatz der Mechanik	$W_{pot} + W_{kin} = W_{ges}$	110
26	Leistung	$P = W/t = Fs/t$	114
27	Wirkungsgrad	$\eta = P_{ab}/P_{zu}$	116
28	Längenänderung fester Körper	$\Delta l = \alpha l_1 \Delta t$	121
29	Volumenänderung bei festen Körpern und Flüssigkeiten	$\Delta V = \gamma V_1 \Delta t$	124
30	Raumausdehnungskoeffizient	$\gamma = 3\alpha$	124
31	Gesetz von BOYLE und MARIOTTE	$p_1 V_1 = p_2 V_2$	127
32	Volumenausdehnung der Gase	$V_t = V_0 (1 + \gamma t)$	128
33	KELVIN-Temperatur und CELSIUS-Temperatur	$T = 273{,}15\ \mathrm{grd} + t$	129
34	1. Gesetz von GAY-LUSSAC	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	129
35	2. Gesetz von GAY-LUSSAC	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	130

Gleichung Nr.	Gleichung		Seite
36	Zustandsgleichung	$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$	131
37	Wärmemenge	$Q = cm\Delta t$	134
38	Stromstärke und Ladung	$I = Q/t$	137
39	OHMsches Gesetz	$U = RI$	141
40	Ohmscher Widerstand	$R = \varrho l/A$	142
41	Elektrische Leistung	$P = UI$	147
42	Elektrische Arbeit	$W = UIt$	149
43	Brennweite des Hohlspiegels	$f = r/2$	157
44	Abbildungsmaßstab beim Hohlspiegel	$B/G = b/g$	158
45	Abbildungsgleichung beim Hohlspiegel	$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$	159
46	Brechungsgesetz	$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = n$	161
47	Grenzwinkel der Totalreflexion	$\sin\beta_g = 1/n$	162
48	Gesamtablenkung beim Prisma	$\varphi = \alpha + \delta - \omega$	163
49	Abbildungsmaßstab der Linse	$B/G = b/g$	164
50	Abbildungsgleichung der Linse	$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$	165

3 –