

Rahmenprogramm

**für Arbeitsgemeinschaften
der Klassen 9 und 10**

Elementare Statistik

1. Auflage

Lizenz-Nr. 203/1000/81 (SN)

LSV 0645

Printed in the German Democratic Republic

Satz und Druck: Druckerei Schweriner Volkszeitung II-16-8

Verlagstitelnummer 30 08 19-1

**Das vorliegende Rahmenprogramm ist ab 1. September 1977
verbindliche Grundlage für die Tätigkeit der Arbeitsgemeinschaften
in den Klassen 9 und 10.**

Berlin, Dezember 1976

**Dietzel
Stellvertreter des Ministers**

Vorwort

Statistische Begriffe und Verfahren werden immer mehr in den verschiedensten gesellschaftlichen Bereichen (Medizin, Psychologie, Pädagogik, Qualitätskontrolle in Produktionsbetrieben u. a. m.) genutzt. Deshalb sollen die Schüler in der Arbeitsgemeinschaft „Elementare Statistik“ mit den Aufgaben und der wachsenden Bedeutung der Statistik für die gesellschaftliche Praxis vertraut gemacht werden. Im Mittelpunkt der Arbeitsgemeinschaft steht die beschreibende Statistik. An Beispielen wird auf das Schließen in der Statistik eingegangen. Die Schüler sollen die Notwendigkeit der Erfassung statistischer Daten begreifen und in der Lage sein, diese Daten rationell zu erfassen und zweckmäßig und übersichtlich darzustellen. Sie werden befähigt, vorgegebene Darstellungen richtig zu interpretieren. Besonderer Wert wird wegen ihrer Anschaulichkeit auf graphische Darstellungen gelegt. Das Beschäftigen mit statistischen Verfahren ist zu nutzen, um die Schüler zur Ordnung und Sauberkeit, Gründlichkeit und Genauigkeit zu erziehen.

Der Lehrgang dient weiterhin dazu, das stochastische Denken der Schüler zu entwickeln.

Bei der Auseinandersetzung mit dem Wahrscheinlichkeitsbegriff sollen die Schüler mit folgenden Einsichten bekannt gemacht werden:

- Der Zufall ist eine objektive Erscheinung
- Zufälligen Erscheinungen und Prozessen liegen Gesetzmäßigkeiten zugrunde
- Notwendigkeit und Zufall bilden eine dialektische Einheit
- Die Wahrscheinlichkeit eines zufälligen Ereignisses kann als objektive Größe dargestellt und mit mathematischen Mitteln berechnet bzw. geschätzt werden.

Diese Einsichten können in der Arbeitsgemeinschaft nur anhand von Beispielen in Ansätzen gewonnen werden. Dabei sind Möglichkeiten zur Erörterung des Verhältnisses von Zufall und Notwendigkeit sowie des Wirkens statistischer und dynamischer Gesetze zu nutzen. Die bei solchen Betrachtungen gewonnenen Einsichten erlauben es, einige im naturwissenschaftlichen Unterricht behandelte Begriffe wie Druck, Temperatur, mittlere kinetische Energie, Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Elektronen in bestimmten Schalen des Atoms, Keimungsrate bei Sämereien sowie chemisches Gleichgewicht unter neuen Aspekten zu interpretieren.

Die Potenzen des Rahmenprogramms sind für die Erziehung der Schüler zu sozialistischen Staatsbürgern zu nutzen. Durch geeignete Auswahl und parteiiche Interpretation statistischen Materials ist ein Beitrag zur Festigung und Weiterentwicklung der politisch-ideologischen Überzeugung der Schüler, ihrer sozialistischen Verhaltensnormen und damit zur Herausbildung eines festen Klassenstandpunktes zu leisten. Insbesondere ist bei den Schülern die Überzeugung zu festigen, daß die Aneignung hohen mathematischen Wissens und Könnens Voraussetzung ist, um im beruflichen und gesellschaftlichen Leben bewußt zur Meisterung der wissenschaftlich-technischen Revolution unter sozialistischen Produktionsver-

hältnissen beitragen zu können. Bei der Bearbeitung des Beispielmaterials ist den Schülern zu verdeutlichen, daß die Anwendung der Statistik in der sozialistischen Gesellschaft zur Verbesserung der Arbeits- und Lebensbedingungen aller Werktätigen beiträgt, in der kapitalistischen Gesellschaft dagegen vielfach zur Verschleierung gesellschaftlicher Zusammenhänge mißbraucht wird.

Der Erfolg der Tätigkeit nach diesem Rahmenprogramm wird wesentlich davon abhängen, wie es dem Leiter der Arbeitsgemeinschaft gelingt, eine möglichst aktive Beteiligung aller Teilnehmer zu erreichen. Es kommt darauf an, die Interessen und Neigungen der Schüler anzusprechen, ihre Selbständigkeit zu fördern, auf ihrem Wissen aufzubauen, ihre Fähigkeiten und Fertigkeiten zu nutzen, ihre Wißbegierde und ihren Forscherdrang zu entwickeln, so daß sie Freude am Lernen und am Erkennen von Zusammenhängen empfinden. Die Schüler sind in die Planung und Gestaltung der Arbeitsgemeinschaftstätigkeit weitgehend einzubeziehen. So sollten mit den Schülern praxisrelevante Probleme ausgewählt werden, die im Lehrgang behandelt werden und zu deren Lösung die Schüler selbst etwas beitragen können. Es ist anzustreben, einzelnen Schülern bzw. Schülergruppen Aufträge zur Erfassung und Bearbeitung bestimmter statistischer Daten zu erteilen. Dadurch können die Befähigung zur selbständigen Arbeit und das kollektive Verhalten der Schüler entwickelt werden. Solche Aufträge können sein:

- Erfassen bestimmter statistischer Daten (z. B. Kontrolle der Qualität von Werkstücken, Bestimmen der Dauer des Umschlages einer Ware in einer Kaufhalle, Erfassen von Ernteerträgen, Bestimmen der Keimungsrate von Sämereien, Erfassen von Verkehrsströmen an einer Kreuzung)
- Bestimmen von absoluten und relativen Häufigkeiten aus Experimenten
- Anfertigen graphischer Darstellungen von selbsterfaßten statistischen Daten, die in der Schule oder einem Betrieb verwendet werden können
- Sammeln und Auswerten statistischen Materials aus Tageszeitungen, Zeitschriften u. a. m.
- Berichten über Leben und Wirken von Mathematikern, die einen wesentlichen Beitrag zur Entwicklung der Statistik geleistet haben.

In der Arbeitsgemeinschaft sollte geprüft werden, inwieweit, den örtlichen Bedingungen entsprechend, Betriebsbesichtigungen zur Gewinnung von Einsichten in die Bedeutung und die Anwendungsmöglichkeiten der Statistik beitragen können.

Die Schüler sollten an der Erfassung und Auswertung statistischer Materialien aus der Arbeit örtlicher Räte, Leitungen sozialistischer Betriebe und Kombinate oder gesellschaftlicher Einrichtungen oder Organisationen beteiligt werden, die für die Erziehung der Arbeitsgemeinschaftsteilnehmer und für die massenpolitische Arbeit mit der Bevölkerung (Anfertigen von Schaukästen im Wohngebiet, in der Schule, in Betrieben u. a.) bedeutsam sind oder für geplante Entscheidungen im Territorium oder im Betrieb benötigt werden. Im Interesse der Persönlichkeitsentwicklung der Schüler können die so gefundenen Ergebnisse öffentlich verteidigt werden.

Thematische Übersicht

1. Zu den Aufgaben und der Bedeutung der Statistik
2. Erfassen und Darstellen statistischer Daten
 - 2.1. Erfassen von Daten und Beschreiben von Verteilungen durch Tabellen und graphische Darstellungen
 - 2.2. Darstellen statistischer Daten durch statistische Kenngrößen
 - 2.2.1. Das arithmetische Mittel
 - 2.2.2. Die Streuungsmaße
3. Zum Schließen in der Statistik
 - 3.1. Zum Begriff der Wahrscheinlichkeit
 - 3.2. Der Schluß von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit

Hinweise zur Gestaltung der Arbeitsgemeinschaft

Für die Planung des Unterrichts in der Arbeitsgemeinschaft sind für die 9. Klasse 30 Doppelstunden und für die 10. Klasse 20 bis 25 Doppelstunden vorzusehen.

Entsprechend dem Charakter eines Rahmenprogramms ist für den Inhalt des Unterrichts in der Arbeitsgemeinschaft eine unterschiedliche Schwerpunktsetzung hinsichtlich Umfang und Tiefe der Behandlung der einzelnen Stoffgebiete des Programms gestattet. Dadurch ist dem Leiter der Arbeitsgemeinschaft die Möglichkeit gegeben, die konkrete Situation (örtliche Bedingungen, Stand des Wissens und Könnens sowie Interessen der Schüler u. a.) bei der Planung und Gestaltung des Unterrichts in der Arbeitsgemeinschaft zu berücksichtigen. Ob und in welchem Umfang das Gebiet „3.2. Der Schluß von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit“ in der Arbeitsgemeinschaft behandelt wird, entscheidet der Arbeitsgemeinschaftsleiter in Abhängigkeit vom Stand des Wissens und Könnens der Schüler.

1. Zu den Aufgaben und der Bedeutung der Statistik

Die Schüler erhalten anhand von einfachen Beispielen aus der gesellschaftlichen Praxis einen ersten Einblick in die Statistik und gewinnen erste Vorstellungen von deren Aufgaben und Bedeutung. Die Statistik ist als Instrument für die Leitung, Planung und Erforschung von Prozessen und Erscheinungen in unserer Gesellschaft zu kennzeichnen, deren Aufgabe darin besteht, Informationen zu erfassen, aufzubereiten und daraus Schlußfolgerungen abzuleiten. Die ausgewählten Beispiele müssen das Erfassen statistischer Daten als Notwendigkeit erscheinen lassen. Sie sollten weiter den Schülern bewußtmachen, daß zur Erarbeitung statistischen Materials spezielles Wissen und Können erworben werden muß, und sie zum Aufwerfen immer neuer Fragen und Probleme anregen, deren Beantwortung im Laufe des Lehrgangs erfolgt. Dadurch können Motivation und eine durchgehende Zielorientierung für die Arbeit der Arbeitsgemeinschaft gewonnen und die Schüler auf die wesentlichen Ziele und Inhalte des Lehrgangs orientiert werden.

Als zentraler Begriff ist der Begriff „Zufallsgröße“ einzuführen. Er ist für die Statistik von großer Bedeutung und vereinfacht für den weiteren Verlauf des Lehrgangs die Verständigung. Im Zusammenhang mit der zahlenmäßigen Erfassung von Zufallsgrößen ist auf verschiedene Skalierungsarten (Nominal-, Rang- und Intervallskalierung) einzugehen. Beim Heranführen der Schüler an die Aufgaben und die Bedeutung der Statistik sollte man auf ihre Kenntnisse und Erfahrungen aus dem obligatorischen Unterricht und dem täglichen Leben zurückgreifen und sie so immer wieder veranlassen, ihr bereits erworbenes Wissen und Können in neue Zusammenhänge einzuordnen.

Im einzelnen geht es in diesem Abschnitt um folgendes:

- Erläutern der Aufgaben und der Bedeutung der Statistik an einfachen Beispielen aus Natur- und Gesellschaftswissenschaften, der Technik, der Ökonomie, der Medizin und anderen Bereichen;
mögliche Beispiele könnten sein:
Untersuchen der Verkehrsdichte auf einer Straße zu bestimmten Tageszeiten; Ermitteln der Milchleistung von Kühen einer Herde in einem bestimmten Zeitraum; Untersuchen des Zuckergehalts bzw. Schmutzbesatzes bei Zuckerrüben; Untersuchen des Durchmessers automatisch gefertigter Wellen; Untersuchen der Bevölkerungszunahme in einem Ort in bestimmten Zeiträumen; Untersuchen der Niederschlagsmenge an verschiedenen Orten eines bestimmten Gebietes;
- Einführen von „Grundgesamtheit“ als eine nichtleere Menge von Elementen, die ein bestimmtes Merkmal in unterschiedlicher Ausprägung aufweisen;
- Erläutern der möglichen Ursachen für die unterschiedlichen Ausprägungen von Merkmalen der Elemente einer Menge an Beispielen; Gegenüberstellung von statistischen und dynamischen Gesetzen;
- Einführen von „Zufallsgröße“;
- Erfassen von verschiedenen Zufallsgrößen mit Hilfe unterschiedlicher Skalen (Nominal-, Rang- und Intervallskala); Hinweis auf die Verschiedenartigkeit dieser Skalen.

Literatur zu 1.

Empfohlene Literatur

- (1) S. 665–669
- (3) S. 15– 89
- (4) S. 3– 15
- (7) S. 13– 33
- (13) S. 66– 68

Zusatzliteratur

- (2) S. 9–33

2. Erfassen und Darstellen statistischer Daten

Ziel dieses Abschnittes ist es, den Schülern grundlegende Kenntnisse zur Erfassung, Bearbeitung und Auswertung statistischen Materials, speziell zur Beschreibung von Verteilungen durch Urlisten, Häufigkeitstabellen, graphische Darstellungen und statistische Kenngrößen zu vermitteln.

Im einzelnen sind folgende Ziele zu erreichen:

Die Schüler sollen befähigt werden, die wichtigsten Arten tabellarischer und graphischer Darstellungen von Verteilungen zu lesen, zu interpretieren und selbständig anzufertigen. Dabei ist das Wissen über die Verwendung von Tabellen und Diagrammen aus dem mathematischen, naturwissenschaftlichen und gesellschaftswissenschaftlichen Unterricht zu

nutzen, zu erweitern und zu vertiefen. (Vgl. Lehrplan Mathematik Klasse 7, Abschnitt 1.2.; Klasse 8, Stoffgebiet 3; Geographielehrbuch 6. Klasse, Geschichtslehrbuch 10. Klasse)

Die Vor- und Nachteile der verschiedenen Darstellungsarten sind mit den Schülern zu erarbeiten. Auf die häufige Verwendung von Tabellen und graphischen Darstellungen zur Informationsübermittlung ist einzugehen.

Die Klassenbildung bei einer Zufallsgröße ist an Beispielen als eine Möglichkeit zu kennzeichnen, das Wesentliche einer Verteilung herauszustellen.

Es ist darauf zu achten, daß nicht nur eingipflige symmetrische Verteilungen graphisch dargestellt werden, sondern auch schiefe, mehrgipflige, einseitige und u-förmige. Aus dem Vergleich dieser verschiedenen Darstellungen ist der Begriff „Normalverteilung“ zu gewinnen. Im weiteren Verlauf der Arbeitsgemeinschaftstätigkeit sollen im allgemeinen nur normalverteilte Zufallsgrößen betrachtet werden.

Die „Summenhäufigkeit“ und die „Summenverteilung“ sind als weitere Möglichkeiten zur Charakterisierung einer Verteilung einzuführen.

Die Schüler werden mit dem „arithmetischen Mittel“ und der „Standardabweichung“ als den wichtigsten statistischen Kenngrößen bekannt gemacht. Bei der Definition des arithmetischen Mittels ist auf bereits erworbenem Wissen der Schüler aufzubauen (z. B. Lehrplan Mathematik Klasse 5, Abschnitt 1.2.). Im Zusammenhang mit der graphischen Darstellung verschiedener Verteilungsformen sollte bei geeigneten Beispielen auf weitere Mittelwerte (Zentralwert und Modalwert) eingegangen und deren Aussagewert erläutert werden.

Die Streuungsmaße sind einzuführen, indem von Normalverteilungen mit gleichen Mittelwerten, aber unterschiedlichen Streuungen ausgegangen wird. Bereits tabellarisch und graphisch erfaßte Beispiele sind an dieser Stelle wieder zu verwenden.

Die bei der Bearbeitung der statistischen Daten notwendigen Rechnungen müssen genutzt werden, um die Rechenfertigkeiten der Schüler weiterzuentwickeln. Sie sind darauf zu orientieren, Rechnungen unter Verwendung von Hilfsmitteln (Rechenschemata für Tabellen; Rechenstab; Tafelwerk) möglichst rationell durchzuführen.

Im Hinblick auf das Arbeiten mit der Fachliteratur ist es wünschenswert, in diesem Abschnitt das Summenzeichen bei der Darstellung des arithmetischen Mittels und der Streuungsmaße einzuführen.

2.1. Erfassen von Daten und Beschreiben von Verteilungen durch Tabellen und graphische Darstellungen

- Erfassen der Probleme, die beim Bearbeiten statistischen Materials auftreten; dabei sind mit den Schülern drei Phasen zu erarbeiten: Erfassen, Bearbeiten und Auswerten des statistischen Materials
- Erfassen von Daten in Urlisten

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

105,7	106,7	106,9	106,7	106,8
106,7	106,8	105,9	106,8	106,7
106,2	106,9	106,4	106,9	106,1
106,2	106,3	106,3	106,0	106,4
106,9	106,4	106,6	106,4	106,6
107,0	107,1	106,5	106,3	105,9
106,5	107,1	107,0	106,4	106,2
106,7	106,8	106,7	107,1	106,4
106,6	107,1	107,1	107,4	106,9
107,3	106,5	107,5	107,1	107,1

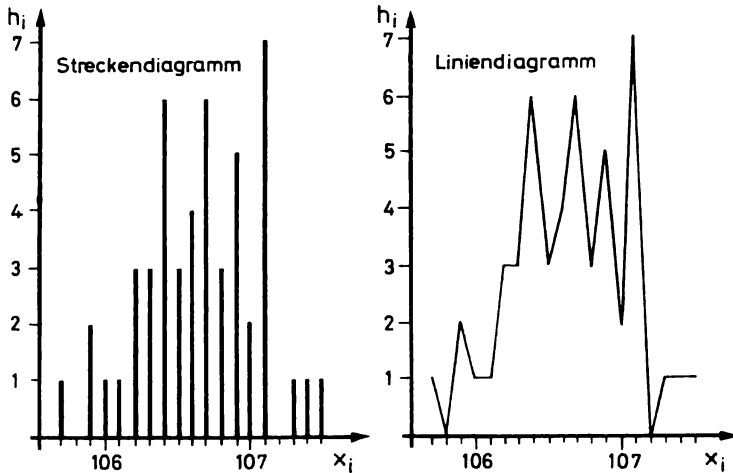
- Ordnen und Zusammenfassen der Daten in einer Häufigkeitstabelle;
Vorzüge einer Häufigkeitstabelle gegenüber einer Urliste: übersichtlichere Darstellung der Verteilung, geringerer Schreibaufwand und Platzbedarf.
- Gewinnen einer Häufigkeitstabelle aus einer Strichliste

Beispiel: Durchmesser x_i
automatisch gefertigter Wellen in mm

Durchmesser x_i		Häufigkeit h_i
105,7		1
105,8		
105,9		2
106,0		1
106,1		1
106,2		3
.	.	.
.	.	.
.	.	.

- Darstellen von Häufigkeitsverteilungen durch Strecken-, Linien- und Streifendiagramme in einem Koordinatensystem mit der Abszissenachse als Merkmalsachse (Zufallsgröße) und der Ordinatenachse als Häufigkeitsachse

Beispiel: Durchmesser x_i
automatisch gefertigter Wellen in mm



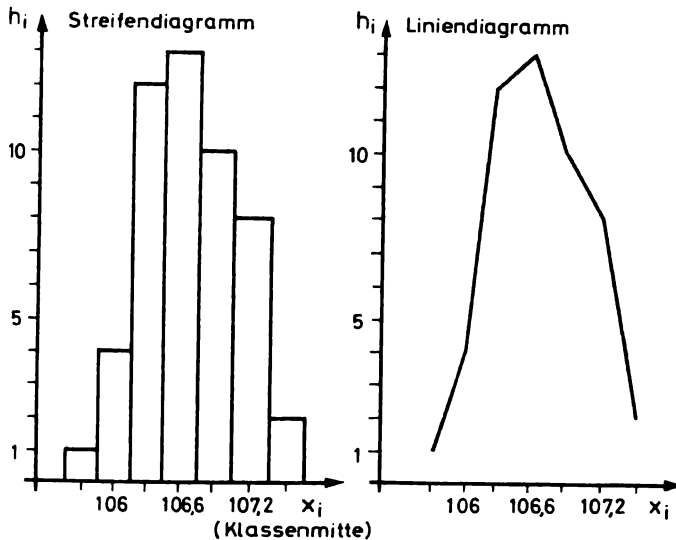
- Einführen der Klassenbildung als Möglichkeit, das Wesentliche einer Verteilung herauszustellen; Einfluß der Klassenbreite auf die Darstellung der Verteilung
- Einführen der Begriffe „absolute Häufigkeit“ und „relative (prozentuale) Häufigkeit“

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

Klassen	Klassen- mitte	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit	pro- zentuale Häufigkeit
105,6–105,8	105,7	1	0,02	2 %
105,9–106,1	106,0	4	0,08	8 %
106,2–106,4	106,3	12	0,24	24 %
106,5–106,7	106,6	13	0,26	26 %
106,8–107,0	106,9	10	0,20	20 %
107,1–107,3	107,2	8	0,16	16 %
107,4–107,6	107,5	2	0,04	4 %

- Anwenden der eingeführten Begriffe auf weitere Beispiele
- Graphische Darstellung einer klassengeteilten Zufallsgröße mittels Streckendiagramm, Streifendiagramm und Liniendiagramm (Häufigkeitspolygon)

Beispiel: Durchmesser x_i
 automatisch gefertigter Wellen in mm



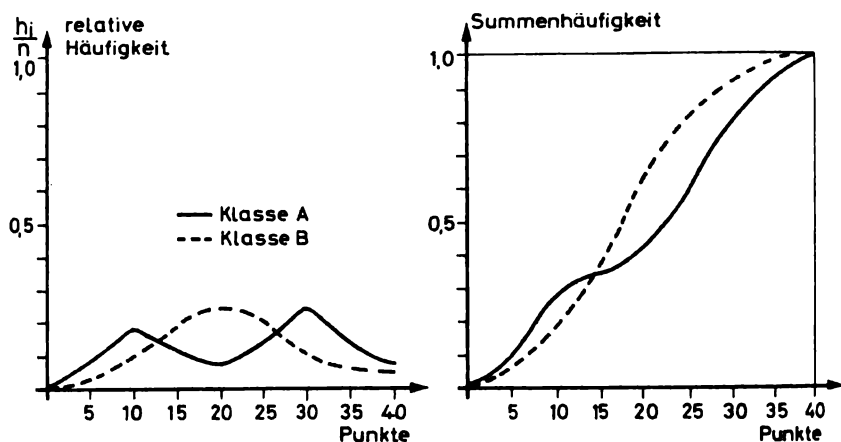
- Einführen des Begriffs „Normalverteilung“ aus dem Vergleich von graphischen Darstellungen verschiedener Verteilungen
- Einführen der Summenhäufigkeit der Summenverteilung und der graphischen Darstellung der Summenverteilung als weitere Möglichkeit der Charakterisierung einer Verteilung; Verwenden sowohl der absoluten als auch der relativen Häufigkeit zur Berechnung und Interpretation der Summenhäufigkeit

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

Klassen	Klassenmitte	absolute		relative	
		Häufigkeit h_i	Summenhäufigkeit	Häufigkeit $\frac{h_i}{n}$	Summenhäufigkeit
105,6–105,8	105,7	1	1	0,02	0,02
105,9–106,1	106,0	4	5	0,08	0,10
106,2–106,4	106,3	12	17	0,24	0,34
106,5–106,7	106,6	13	30	0,26	0,60
106,8–107,0	106,9	10	40	0,20	0,80
107,1–107,3	107,2	8	48	0,16	0,96
107,4–107,6	107,5	2	50	0,04	1,00

- Verwenden der Summenverteilung zum Vergleich der Beobachtungsergebnisse aus zwei Untersuchungen

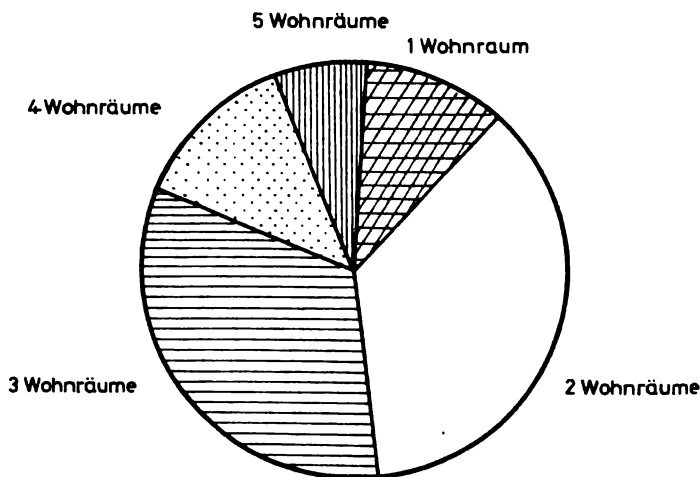
Beispiel: Vergleich der Leistungen zweier Klassen in Physik mit Hilfe der Summenhäufigkeit der erreichten Punktzahlen der Schüler in einer Vergleichsarbeit



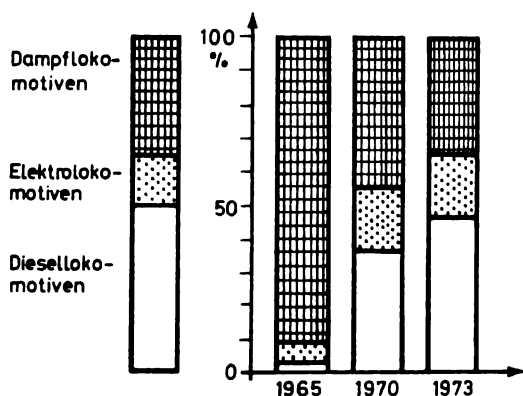
- Anwenden der eingeführten Begriffe und Darstellungsarten auf weitere Beispiele
- Einführen weiterer Möglichkeiten zur graphischen Darstellung statistischer Daten: Staffeldiagramm, Kreisdiagramm und Kartogramm

Beispiele:

Kreisdiagramm: Wohnungsbestand nach Anzahl der Wohnräume 1972 (Statistisches Taschenbuch der DDR 1974)



Staffelbild: Traktionsarten bei der Eisenbahn 1973 und ihre Entwicklung seit 1965
(Statistisches Taschenbuch der DDR 1974)



- Vergleichen der behandelten graphischen Darstellungen; ihre Vor- und Nachteile
- Verwenden der behandelten Möglichkeiten beim Erfassen, Darstellen und Auswerten von Zahlenmaterial aus der Schule, dem Schulort, einem Betrieb und beim Darstellen und Auswerten von Zahlenmaterial aus der Presse, dem Statistischen Jahrbuch u. ä.

Literatur zu 2.1.

Empfohlene Literatur

- (1) S. 665–667
- (2) S. 90–124
- (3) S. 209–322
- (4) S. 67– 88
- (7) S. 39– 63
- (8) S. 45– 73

Zusatzliteratur

- (9) S. 73– 80
- (12) S. 30– 37

2.2. Darstellen statistischer Daten durch statistische Kenngrößen

2.2.1. Das arithmetische Mittel

- Wiederholen des arithmetischen Mittels
(vgl. Lehrplan Mathematik Klasse 5, Abschnitt 1.2.)
- Einführen des Symbols $\bar{x}$ für das arithmetische Mittel, Berechnung nach der Formel

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$x_1, \dots, x_n$: Beobachtungswerte der Zufallsgröße

n : Anzahl der Beobachtungswerte (Umfang der Grundgesamtheit bzw. der Stichprobe)

- Interpretieren des arithmetischen Mittels als Kenngröße einer Verteilung
- Hinweis auf Zentralwert und Modalwert als Kenngrößen, die zur Beschreibung nichtnormaler Verteilungen geeignet sind
- Berechnen des arithmetischen Mittels; rationelle Gestaltung der Rechnungen durch sinnvolle Erweiterung der Häufigkeitstabelle

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

Durchmesser x_i	absolute Häufigkeit h_i	$h_i \cdot x_i$
105,7	1	105,7
105,8		
105,9	2	211,8
106,0	1	106,0
106,1	1	106,1
106,2	3	318,6
.	.	.
.	.	.
.	.	.
Summe	50	5332,4

$$\bar{x} = \frac{5332,4}{50}$$

$$\bar{x} = 106,65$$

$$\bar{x} \approx 106,6$$

- Berechnen des arithmetischen Mittels durch das „Verfahren des angenommenen Mittelwertes“

$$\bar{x} = a + \frac{(x_1 - a) + (x_2 - a) + \dots + (x_n - a)}{n}$$

a : angenommener Mittelwert

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

$d = 106,0$

Durchmesser x_i	absolute Häufigkeit h_i	$x_i - a$	$h_i (x_i - a)$
105,7	1	-0,3	-0,3
105,9	2	-0,1	-0,2

106,0	1	0,0	0,0
106,1	1	0,1	0,1
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
Summe			32,4

$$\bar{x} = 106,0 + \frac{32,4}{50}$$

$$\bar{x} = 106,65$$

$$\bar{x} \approx 106,6$$

- Einführen von „gewogenes arithmetisches Mittel“
Berechnung nach der Formel

$$\bar{x}_g = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n}$$

$\bar{x}_g$: gewogenes arithmetisches Mittel

$\bar{x}_i$: arithmetisches Mittel der Elemente der i -ten Teilmenge

n_i : Anzahl der Elemente der i -ten Teilmenge

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

- Berechnen des gewogenen arithmetischen Mittels

Literatur zu 2.2.1.

Empfohlene Literatur

- (1) S. 667–668
- (3) S. 142–210
- (4) S. 24–38
- (7) S. 64–78
- (8) S. 74–86
- (13) S. 72–82

Zusatzliteratur

- (5) S. 83–91
- (6) S. 37–41
- (12) S. 37–50

2.2.2. Die Streuungsmaße

- Einführen und Berechnung der Variationsweite d als Differenz aus dem größten und dem kleinsten Beobachtungswert:

$$d = x_{\max} - x_{\min}$$

- Einführen und Berechnung der durchschnittlichen Abweichung e als arithmetisches Mittel aus den Absolutbeträgen der Abweichungen aller Meßwerte von ihrem arithmetischem Mittel

$$e = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

- Berechnen der durchschnittlichen Abweichung und Interpretieren als statistische Kenngröße mit größerem Informationsgehalt im Vergleich zur Variationsweite, weil alle Meßwerte in die Berechnung Eingang finden

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

Durchmesser x_i	absolute Häufigkeit h_i	Ab- weichung $(x_i - \bar{x})$	Absolut- beträge $ x_i - \bar{x} $	$h_i \cdot x_i - \bar{x} $
105,7	1	−0,95	0,95	0,95
105,9	2	−0,75	0,75	1,50
106,0	1	−0,65	0,65	0,65
106,1	1	−0,55	0,55	0,55
106,2	3	−0,45	0,45	1,35
106,3	3	−0,35	0,35	1,05
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
Summe	50			16,35

$$e = \frac{16,35}{50}$$

$$e = 0,33$$

$$e \approx 0,3$$

- Einführen der Standardabweichung
Berechnung nach der Formel

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

(Dabei Kennzeichen der Standardabweichung als Kenngröße, die zur Beschreibung der Streuung unter anderem deshalb besonders geeignet ist, da in ihre Berechnung alle Werte eingehen und außerdem die extremen Abweichungen durch das Bilden der Quadrate besonderes Gewicht erhalten.)

- Berechnen der Standardabweichung

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

Durchmesser x_i	absolute Häufigkeit h_i	Ab- weichung $x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$h_i (x_i - \bar{x})^2$
105,7	1	-0,95	0,9025	0,9025
105,9	2	-0,75	0,6425	1,2850
106,0	1	-0,65	0,4225	0,4225
106,1	1	-0,55	0,3025	0,3025
106,2	3	-0,45	0,2025	0,6075
106,3	3	-0,35	0,1225	0,3675
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
Summe	50			8,1850

$$s^2 = \frac{8,1850}{49}$$

$$\underline{\underline{s^2 \approx 0,166}}$$

$$\underline{\underline{s \approx 0,41}}$$

Literatur zu 2.2.2.

Empfohlene Literatur

- (1) S. 668–669
- (3) S. 108–118
- (4) S. 38– 40
- (7) S. 78– 88
- (8) S. 92–101
- (13) S. 88– 97

Zusatzliteratur

- (5) S. 91– 99
- (6) S. 44– 51
- (12) S. 50– 58

3. Zum Schließen in der Statistik

Die Schüler können in diesem Abschnitt zum ersten Mal mit dem Schließen in der Statistik bekannt gemacht werden. Damit wird ein wesentlicher Beitrag zur Entwicklung des stochastischen Denkens geleistet. Dazu ist es notwendig, bei den Schülern, vom Begriff der relativen Häufigkeit ausgehend, eine erste Vorstellung vom Wahrscheinlichkeitsbegriff zu entwickeln. Auf dieser Grundlage sollte eine anschauliche Deutung der Standardabweichung in der graphischen Darstellung normalverteilter Zufallsvariablen durch Aussagen über den Anteil von Beobachtungswerten in bestimmten Intervallen vorgenommen werden.

Darauf aufbauend können die Schüler mit einem sehr häufig vollzogenen Schluß, dem Schluß von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit, ver-

traut gemacht werden. Sie sollen die Überlegungen, die zu diesem Schluß führen, erfassen und in der Lage sein, die Ergebnisse zu interpretieren. Sie werden befähigt, diesen Schluß an einfachen Beispielen selbständig anzuwenden. Es sollte dabei von Beispielen ausgegangen werden, die eine Totalerfassung ausschließen, z. B. Bestimmen der Lebensdauer einer Fernsehöhre oder einer Glühlampe, der Belastbarkeit einer Sicherung. Der Wahrscheinlichkeitscharakter der durch den Schluß gewonnenen Aussagen ist zu betonen. Anhand der Beispiele sind die Begriffe „Stichprobe“, „Umfang einer Stichprobe“ und ihre „Zufallsauswahl“ einzuführen.

3.1. Zum Begriff der Wahrscheinlichkeit

- Wiederholen von „Zufallsgröße“
- Bestimmen der absoluten und relativen Häufigkeiten von Ereignissen mit Hilfe von Experimenten (Münzversuch, Würfelversuch, Urnenversuch, Kartenspiel)
- Einführen von „zufälliges Ereignis“, „sicheres Ereignis“ und „unmögliches Ereignis“
- Erarbeiten der Eigenschaften der relativen Häufigkeit $h(A)$ eines zufälligen Ereignisses A

$$0 \leq h(A) \leq 1$$

$$h(S) = 1$$

S: sicheres Ereignis

$$h(U) = 0$$

U: unmögliches Ereignis

- Feststellung der relativen Konstanz der relativen Häufigkeit eines zufälligen Ereignisses mit Hilfe von Experimenten
- Kennzeichnen der relativen Häufigkeit als Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit eines zufälligen Ereignisses
- Einführen von „Wahrscheinlichkeit eines zufälligen Ereignisses“ als Quotient aus der Anzahl der günstigen und der Anzahl der möglichen Fälle
- Berechnen von Wahrscheinlichkeiten an Beispielen
- Verwenden des Wahrscheinlichkeitsbegriffs zur Erläuterung des Zusammenhangs zwischen der Standardabweichung und dem Anteil der Beobachtungswerte, die in dem Intervall

$$[\bar{x} - s; \bar{x} + s]$$

liegen

- Einführen von Vertrauensgrenzen, Vertrauensintervall, Vertrauenswahrscheinlichkeit und Irrtumswahrscheinlichkeit durch Feststellen des Anteils der Beobachtungswerte, die bei einer hinreichend großen Grundgesamtheit in dem Intervall $[\bar{x} - k \cdot s; \bar{x} + k \cdot s]$ liegen
Dabei sind die gebräuchlichsten Vertrauenswahrscheinlichkeiten herauszustellen.

Vertrauens- wahrchein- lichkeit	k	Irrtums- wahrchein- lichkeit
68,0 %	1	32,0 %
95,0 %	1,96	5,0 %
99,0 %	2,58	1,0 %
99,9 %	3,3	0,1 %

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

$$\bar{x} \approx 106,6$$

$$s \approx 0,41$$

Vertrauens- wahrchein- lichkeit	k	Vertrauensgrenzen		Vertrauens- intervall
		$\bar{x} - k \cdot s$	$\bar{x} + k \cdot s$	$[\bar{x} - k \cdot s; \bar{x} + k \cdot s]$
68,0 %	1	106,24	107,06	[106,24; 107,06]
95,0 %	1,96	105,85	107,45	[105,85; 107,45]
99,0 %	2,58	105,60	107,70	[105,60; 107,70]
99,9 %	3,3	105,30	108,00	[105,30; 108,00]

- Berechnen von Vertrauensintervallen für vorgegebene Verteilungen; Vergleich der Anzahl der im jeweiligen Vertrauensintervall liegenden Beobachtungswerte mit der Anzahl der auf Grund der Vertrauenswahrscheinlichkeit zu erwartenden Werte

Literatur zu 3.1.

Empfohlene Literatur

- (7) S. 117–120
- (13) S. 7– 14
- (5) S. 14– 24
- (3) S. 269–279
- (10) S. 13– 18, S. 35–39
- (1) S. 649–651

Zusatzliteratur

- (6) S. 54– 55
- (8) S. 26– 27

3.2. Der Schluß von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit

- Wiederholen von „Grundgesamtheit“ und „Umfang einer Grundgesamtheit“
- Einführen von „Stichprobe“, „Umfang einer Stichprobe“ und „Zufallsauswahl“
- Erläutern der Problematik des Schließens von einer Stichprobe auf die Grundgesamtheit an Beispielen

Beispiel: Bestimmen der Qualität von Erzeugnissen einer Serienproduktion (Lebensdauer von Glühlampen, Lebensdauer von Fernsehrohren u. a.)

- Feststellen der Normalverteilung der Mittelwerte von Stichproben aus einer Grundgesamtheit
- Einführen der Standardabweichung der Stichprobenmittelwerte s_m
Berechnung des Schätzwertes für s_m (für eine Zufallsauswahl) nach der Formel

$$s_m \approx \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- Berechnen von Standardabweichungen der Stichprobenmittelwerte an verschiedenen Beispielen
- Berechnen von Vertrauensintervallen für den Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit aus den Kenngrößen einer Stichprobe mit $n > 40$

$$[\bar{x} - k \cdot s_m; \bar{x} + k \cdot s_m]$$

$\bar{x}$: Mittelwert der gewählten Stichprobe

Beispiel: Durchmesser automatisch gefertigter Wellen in mm

$\bar{x} \approx 106,6$ (Mittelwert der Stichprobe)

$s \approx 0,41$

$n \approx 50$

$$s_m \approx \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$s_m \approx 0,06$

Vertrauens- wahrschein- lichkeit	k	Vertrauensbereich [$\bar{x} - k \cdot s_m$; $\bar{x} + k \cdot s_m$]
68 %	1	[106,59; 106,74]
95 %	1,96	[106,53; 106,77]
99 %	2,58	[106,50; 106,80]

- Berechnen von Vertrauensintervallen für den Mittelwert einer normalverteilten Grundgesamtheit aus den Kenngrößen einer Stichprobe mit $n \leq 40$ unter Verwendung der k-Werte der t-Verteilung.

Literatur zu 3.2.

Empfohlene Literatur

- (2) S. 289–298
- (11) S. 46–49
- (7) S. 150–159

Zusatzliteratur

- (5) S. 189–194
- (12) S. 166–200

Berichtigung

Auf der Seite 17 unter

- Einführung von „gewogenes arithmetisches Mittel“
Berechnung nach der Formel

muß die Formel richtig heißen

$$\bar{x}_g = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + \dots + n_k \bar{x}_k}{n}$$

Literaturhinweise

- (1) Kleine Enzyklopädie Mathematik 1965.
- (2) Donda/Herde/Kuhn/Struck Statistik.
Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1974.
- (3) Lohse/Ludwig Statistik für Forschung und Beruf.
VEB Fachbuchverlag Leipzig.
- (4) Walther/Schoop/Uhlmann Statistik im Unterricht.
Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1966.
- (5) Storm Wahrscheinlichkeitsrechnung,
mathematische Statistik und
statistische Qualitätskontrolle.
VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1965.
- (6) Rasch Elementare Einführung in die
mathematische Statistik.
VEB Deutscher Verlag der Wissen-
schaften, Berlin 1968.
- (7) Clauss/Ebner Grundlagen der Statistik für Psy-
chologen, Pädagogen und Soziologen.
Volk und Wissen Volkseigener Ver-
lag, Berlin 1971.
- (8) Weber Grundriß der biologischen Statistik.
VEB Gustav Fischer Verlag,
Jena 1967.
- (9) Rund um die Mathematik.
Der Kinderbuchverlag Berlin.
- (10) Maibaum Wahrscheinlichkeitsrechnung.
Volk und Wissen Volkseigener Ver-
lag, Berlin 1971.
- (11) Cavalli-Sforze Grundzüge biologisch-medizinischer
Statistik.
VEB Gustav Fischer Verlag Jena.
- (12) Drushin Mathematische Statistik in der
Ökonomie.
Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1974.
- (13) Gnedenko/Chintschin Elementare Einführung in die Wahr-
scheinlichkeitsrechnung.
VEB Deutscher Verlag der Wissen-
schaften Berlin.