

MINISTERRAT DER DEUTSCHEN DEMOKRATISCHEN REPUBLIK
MINISTERIUM FÜR VOLKSBIIDUNG

Pläne für den fakultativen
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht
in der Erweiterten Oberschule

Lehrgang Elektrische Messung nichtelektrischer
Größen

Lehrgang Matrizenrechnung und ihre Anwendung
in Ökonomie und Elektrotechnik

Ministerrat der Deutschen Demokratischen Republik
Ministerium für Volksbildung

Pläne für den fakultativen
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht
in der Erweiterten Oberschule

Lehrgang Elektrische Messung nichtelektrischer Größen
Lehrgang Matrizenrechnung und ihre Anwendung
in Ökonomie und Elektrotechnik

I n h a l t s v e r z e i c h n i s

=====

	<u>Seite</u>
Lehrgang Elektrische Messung nichtelektrischer Größen	3
Lehrgang Matrizenrechnung und ihre Anwendung in Ökonomie und Elektrotechnik	19

BS 10 G . Bestell-Nr. 02 30 13-1 . Lizenz Nr. 203 . 1000/70 (B)
Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin
Gesamtherstellung:
Staatsdruckerei der Deutschen Demokratischen Republik
(Rollensetdruck)

Lehrgang Elektrische Messung nichtelektrischer Größen

Der Plan für den fakultativen
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht
in der Erweiterten Oberschule
Lehrgang Elektrische Messung nichtelektrischer Größen
tritt am 1. September 1970 in Kraft.

Berlin, Dezember 1969

Ministerium für Volksbildung
Prof. Dr. Kaiser
Stellvertreter des Ministers

Vorbemerkung

In diesem Lehrgang sollen die Schüler ihre Kenntnisse, die sie im Physikunterricht und polytechnischen Unterricht, insbesondere in der Elektrizitätslehre und der Elektrotechnik erworben haben, auf die elektrische Messung nichtelektrischer Größen anwenden und dabei festigen und vertiefen.

Die Schüler sollen Möglichkeiten zur Beeinflussung elektrischer Größen oder zur Erzeugung elektrischer Spannungen durch nichtelektrische Größen unter technischem Aspekt kennenlernen. Bei der Lösung experimenteller Meßaufgaben sollen die Schüler einen Überblick über wichtige Meßfühler, technische Meßanordnungen und deren physikalische Grundlagen erhalten, ihre Fähigkeiten im Lesen und Entwickeln von Schaltplänen vervollkommen sowie das Aufbauen von elektrischen Experimentier- und Meßanordnungen üben.

Sowohl der Bildungsstoff als auch die methodische Gestaltung des Lehrgangs bieten gute Möglichkeiten zur politisch-ideologischen Erziehung der Schüler. Den Schülern soll verdeutlicht werden, daß durch die Nutzung der Ergebnisse der Naturwissenschaften, insbesondere der Physik, Meßverfahren entwickelt werden, die den neuen Anforderungen der wissenschaftlich-technischen Forschung in unserer Republik und der modernen sozialistischen Produktion genügen und andererseits neue Perspektiven für deren Entwicklung eröffnen. Damit kann die Überzeugung der Schüler von der Fähigkeit der Menschen, die Gesetzmäßigkeiten der Natur zu erkennen und in bewußter verändernder Tätigkeit zum Wohle der sozialistischen Gesellschaft anzuwenden, vertieft werden. Den Schülern soll bewußt werden, wie bedeutsam die elektrische Meßtechnik für die Entwicklung der Naturwissenschaften und der modernen Produktion in unserer Republik ist. Anhand von Beispielen soll den Schülern gezeigt werden, daß das elektrische Messen nichtelektrischer Größen als Bestandteil der Betriebsmeß-, Steuerungs- und Regelungstechnik eine wichtige Voraussetzung zur Mechanisierung und Automatisierung von Produktionsprozessen ist. Die Schüler sollen weiter erkennen, daß die elektrische Meßtechnik nicht nur in der sozialistischen Pro-

duktion, sondern auch in anderen wichtigen gesellschaftlichen Bereichen, wie dem Verkehrswesen, der Medizin, der Landesverteidigung und der Raumfahrt Anwendung findet. Sie sollen mit den hervorragenden Leistungen bekannt gemacht werden, die in der Sowjetunion auf dem Gebiet der elektrischen Messung nichtelektrischer Größen, zum Beispiel beim Messen physikalischer Größen im Weltraum und der Übermittlung von Informationen zur Erde vollbracht werden.

Den Schwerpunkt des Lehrganges bildet die Stoffeinheit 2, in der experimentelle Arbeiten der Schüler im Vordergrund stehen. Die Schüler werden bei den experimentellen Arbeiten mit den Eigenschaften von Meßfühlern und Hilfsgeräten sowie mit deren Einsatz und Funktion innerhalb meßtechnischer Schaltungen vertraut gemacht. Dabei wird ihr bisher erworbenes Können im Handhaben elektrischer Meßgeräte vervollkommen. Die Fähigkeiten und Fertigkeiten der Schüler zum selbständigen Vorbereiten, Durchführen und Auswerten experimenteller Arbeiten sowie in der Benutzung wissenschaftlich-technischer Literatur sollen weiterentwickelt werden.

Im Lehrgang bestehen vielfältige Möglichkeiten, Wissen aus dem Physikunterricht und dem polytechnischen Unterricht zu wiederholen, z. B. Kenntnisse über Gleichstrom- und Wechselstromkreise, elektromagnetische Schwingungen und Wellen, elektrische Leitungsvorgänge, Prüf- und Meßtechnik, Schwachstromtechnik. Beim Behandeln der Messung nichtelektrischer Größen sind auch Wiederholungen aus den Gebieten Mechanik, Wärmelehre und Optik möglich. Die Selbsttätigkeit der Schüler wird durch das weitgehend selbständige Aufbereiten dieser Kenntnisse und ihr Einordnen in neue Zusammenhänge gefördert. Der Lehrgang bietet Möglichkeiten zur inhaltlichen Koordinierung mit der wissenschaftlich-praktischen Arbeit der Schüler, die auf der Grundlage der Rahmenprogramme Elektrotechnik, Elektronik und BMSR-Technik tätig sind. Er ist geeignet, die Schüler auf volkswirtschaftlich wichtige naturwissenschaftlich-technische Studienrichtungen zu orientieren beziehungsweise Studienwünsche in dieser Richtung zu festigen.

Zum Experimentieren werden die an den Schulen vorhandenen Lehrmittel (Aufbausätze zur Elektrophysik, Schulmeßgeräte, Schülerexperimentiergeräte u.a.) verwendet. Sie sollten nach Möglichkeit durch zusätzliche Bauteile, insbesondere Meßfühler, ergänzt werden. Bei der Vorbereitung und Durchführung experimenteller Arbeiten sind die Bestimmungen des Arbeitsschutzes zu beachten.¹⁾ Im Verlaufe des Lehrganges können Meßanordnungen gebaut werden, die als Lehrmittel verwendbar sind.

Im Plan sind Möglichkeiten zur Auswahl des Stoffes, vor allem der Experimente, angegeben. Schülertätigkeiten sind im Plan durch Einrückungen gekennzeichnet.

¹⁾ "Richtlinie für den Arbeits- und Brandschutz im naturwissenschaftlichen Unterricht und in der außerschulischen Arbeit auf dem Gebiet der Naturwissenschaften" (Verfügungen und Mitteilungen des Ministeriums für Volksbildung und des Staatlichen Amtes für Berufsausbildung 1967, Nr. 12 v. 30.6.67).

Thematische Übersicht

Gesamtstundenzahl für den Lehrgang: 25 Stunden

- | | |
|---|-------------------|
| 1. Einführung | 3 oder 4 Stunden |
| 2. Grundlagen der Messung nichtelektrischer Größen durch elektrische Messung | 13 bis 16 Stunden |
| 2.1. Prinzipielle Möglichkeiten zur elektrischen Messung nichtelektrischer Größen | |
| 2.2. Untersuchung der Meßanordnungen | |
| 2.3. Verbesserung von Meßanordnungen durch Zusatzeinrichtungen | |
| 3. Meßschaltungen mit passiven und aktiven Meßfühlern | 6 bis 8 Stunden |
| 3.1. Meßschaltungen mit passiven Meßfühlern | |
| 3.2. Meßschaltungen mit aktiven Meßfühlern | |

Inhalt des Lehrganges

1. Einführung

3 oder 4 Stunden

Zu Beginn des Lehrganges soll die Bedeutung leistungsfähiger Meßverfahren für die Volkswirtschaft der Deutschen Demokratischen Republik erläutert werden. Ausgehend von den Erfahrungen der Schüler aus dem naturwissenschaftlichen und polytechnischen Unterricht sind die Kenntnisse über den Begriff "Messen" zu erweitern. Dabei soll die im mathematisch-naturwissenschaftlichen und gesellschaftswissenschaftlichen Unterricht erworbene Einsicht der Schüler über die Erkennbarkeit der Welt gefestigt werden.

Durch eine Gegenüberstellung des Messens mit mechanischen Meßmitteln und des elektrischen Messens nichtelektrischer Größen sollen Möglichkeiten und Grenzen beider Meßverfahren herausgearbeitet werden, so daß Vorzüge des elektrischen Messens nichtelektrischer Größen deutlich werden.

An geeigneten Beispielen ist die Ausnutzung der elektrischen Messung nichtelektrischer Größen für die Automatisierung von Produktionsprozessen zu zeigen. Dabei sollen die Schüler erkennen, daß das Bereitstellen von Informationen zur Lenkung der Produktion eine Hauptaufgabe der Meßtechnik ist. Außerdem soll den Schülern ein Überblick über weitere Anwendungsbereiche der elektrischen Meßtechnik (z. B. Militärtechnik, Medizin, Weltraumfahrt) vermittelt werden.

Bedeutung der Meßtechnik für die Volkswirtschaft der DDR
(Messungen als Hilfsmittel zur Steuerung und Überwachung von Produktionsvorgängen, Betriebsmeßtechnik als Voraussetzung für Steuerungs- und Regelungstechnik)

Begriff des Messens, Messen als Vergleichsoperation

Wechselwirkung zwischen Meßobjekt und Meßgerät

Vergleich zwischen dem Messen mit mechanischen Mitteln und der elektrischen Messung nichtelektrischer Größen (Vorzüge

der elektrischen Meßverfahren: hohe Meßgenauigkeit, große Empfindlichkeit, relativ einfache Verstärkung, einfache Kopplung mit Prozeßrechnern, Möglichkeit der Fernübertragung und zentralen Erfassung von Meßwerten, einfache Möglichkeiten zur kontinuierlichen Datenerfassung, Möglichkeit der einfachen Gewinnung von Steuergrößen, gute Anpassungsfähigkeit an Betriebsbedingungen; Nachteile elektrischer Meßverfahren: hohe Beschaffungskosten, vielfach komplizierter Aufbau, zum Teil Störanfälligkeit)

Beispiele für Anwendungen elektrischer Messungen nichtelektrischer Größen in der Produktion und in anderen Bereichen

2. Grundlagen der Messung nichtelektrischer

Größen durch elektrische Messung 13 bis 16 Stunden
 =====

In dieser Stoffeinheit werden die Schüler durch die experimentelle Lösung von Meßaufgaben an grundsätzliche Lösungswege der elektrischen Messung nichtelektrischer Größen herangeführt. Dabei sind die entsprechenden Kenntnisse aus dem naturwissenschaftlichen, polytechnischen und mathematischen Unterricht anzuwenden und zu vertiefen.

Zur Erarbeitung der beiden prinzipiellen Möglichkeiten der elektrischen Messung nichtelektrischer Größen im Stoffabschnitt 2.1. soll je eine Meßaufgabe vorgegeben werden, die unter Ausnutzung unterschiedlicher physikalischer Gesetzmäßigkeiten von einzelnen Schülergruppen experimentell gelöst wird. Die gemeinsame Auswertung der Arbeitsergebnisse ermöglicht einen Überblick über die vielgestaltige Anwendung physikalischer Gesetze für die elektrische Messung nichtelektrischer Größen. Diese getrennt-gemeinschaftliche Arbeitsweise von Schülergruppen ist auch in den weiteren Stoffabschnitten zu bevorzugen.

Im Stoffabschnitt 2.1. sollten vorwiegend solche Meßanordnungen entwickelt werden, die im Stoffabschnitt 2.3. durch geeignete Schaltungen oder Hilfsgeräte erweitert werden können.

Im Stoffabschnitt 2.2. sollen die Fehlerquellen sowie die Empfindlichkeit der Meßanordnung in engem Bezug zu den Meßanordnungen der einzelnen Schülergruppen untersucht werden.

Bei der Untersuchung der Meßanordnungen soll besonderer Wert auf die quantitative Erfassung der Abhängigkeit der elektrischen Ausgangsgröße von der zu messenden nichtelektrischen Eingangsgröße gelegt werden. Durch Eingehen auf die physikalischen Grundlagen dieser Zusammenhänge sollen die Kenntnisse aus dem obligatorischen Unterricht vertieft werden (elektrischer Widerstand, elektrisches und magnetisches Feld, elektrische Leitungsvorgänge u.a.). Die Kenntnisse der Schüler über die Wirkungsweise elektrischer Meßgeräte (z. B. Drehspulinstrument, Kreuzspulinstrument, Oszillograph) und elektrischer Verstärker können an geeigneten Stellen genutzt und erweitert werden. Bei der Erarbeitung funktionaler Zusammenhänge, bei graphischen Darstellungen und bei Fehlerabschätzungen sollen entsprechende Kenntnisse aus dem Mathematikunterricht angewandt werden.

Zum Abschluß dieser Stoffeinheit soll eine Übersicht über Meßfühler nach den prinzipiellen Möglichkeiten zur elektrischen Messung nichtelektrischer Größen (vgl. 2.1.) erarbeitet werden, um damit den Übergang zur nächsten Stoffeinheit vorzubereiten.

Dieser Bildungsstoff und die experimentellen Tätigkeiten der Schüler bieten vielfältige Möglichkeiten, die Erkenntnisse der Schüler aus dem gesellschaftswissenschaftlichen und mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht über die Erkennbarkeit der Welt, die objektive, relative und absolute Wahrheit sowie die Praxis als Quelle und Kriterium der Wahrheit zu festigen.

Beim Experimentieren sind die Fähigkeiten zur planmäßigen und zielgerichteten Arbeit weiterzuentwickeln, indem die Schüler vor allem in der Planungs- und Vorbereitungsstufe der Experimente weitgehend selbständig arbeiten. Die Auswahl der Experimente soll entsprechend den jeweiligen Meßaufgaben und den gerätetechnischen Möglichkeiten der Schule erfolgen. Die Experimente sollen als Schülerexperimente durchgeführt werden.

Im Unterricht sind die Begriffe der Meßtechnik entsprechend dem gültigen DDR-Standard (TGL O-1319) zu benutzen. Die Schüler sollen mit Teilen dieses Standards bekanntgemacht werden.

2.1. Prinzipielle Möglichkeiten zur elektrischen Messung nicht-elektrischer Größen

Zusammenstellung einiger Größen, die elektrisch gemessen werden können (z. B. Länge, Winkel, Drehzahl, Beschleunigung, Zeit, Kraft, Druck, Volumen, Temperatur)

Beeinflussung einer elektrischen Größe

Veränderung des Ohmschen Widerstandes, der Induktivität oder der Kapazität eines Bauelements durch Veränderung einer nichtelektrischen Größe (z. B. Änderung eines Winkels oder einer Länge, Temperaturänderung)

Ermitteln von einfachen Schaltungen (ohne Zusatzeinrichtungen wie Verstärker, Brückenschaltungen u.a.) zur elektrischen Messung vorgegebener nichtelektrischer Größen
Aufbauen von Meßanordnungen gemäß den gewählten Schaltungen
Erläutern der den Experimenten zugrundeliegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten

Einführung des Begriffs "passive Meßfühler"

Unmittelbare Erzeugung einer elektrischen Spannung

Erzeugung einer Spannung durch Einwirkung von Wärme auf ein Thermoelement, von Licht auf ein Fotoelement oder von Magnetfeldern auf eine Hall-Sonde

Ermitteln von geeigneten einfachen Schaltungen zur elektrischen Messung vorgegebener nichtelektrischer Größen
Aufbauen von Meßanordnungen gemäß den gewählten Schaltungen
Erläutern der den Experimenten zugrundeliegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten

Einführung des Begriffs "aktive Meßfühler"

2.2. Untersuchung der Meßanordnungen

Zusammenhänge zwischen nichtelektrischer Eingangs- und elektrischer Ausgangsgröße

Feststellen der Abhängigkeit der Ausgangsgröße von der Eingangsgröße für die jeweilige Meßanordnung

Graphisches Darstellen dieser Abhängigkeit

Begriff "Empfindlichkeit von Meßanordnungen"

$$E = \frac{\Delta L}{\Delta M}$$

E Empfindlichkeit der Meßanordnung

ΔL Verschiebung der Marke am Meßgerät

ΔM Veränderung der Meßgröße

Feststellen der Empfindlichkeit der jeweiligen Meßanordnung

Vergleichen der für eine bestimmte Meßaufgabe notwendigen mit der im Experiment erreichten Empfindlichkeit

Ableiten von Folgerungen für den Einsatz dieser Meßanordnung beziehungsweise für deren Weiterentwicklung

Fehlerbetrachtungen zu den Meßanordnungen

Fehlerquellen und Fehlerarten (systematische und zufällige Fehler)

Fehlergrenzen (nach TGL O-1319)

Berechnen der Fehlergrenzen von elektrischen Meßgeräten bestimmter Güteklasse

Abschätzen von Meßfehlern

2.3. Verbesserung von Meßanordnungen durch Zusatzeinrichtungen

Spannungsteilerschaltungen, Brückenschaltungen im Nullabgleich- beziehungsweise Ausschlagverfahren

oder Einsatz von Meßverstärkern und Kompensations-schaltungen zur Erhöhung der Empfindlichkeit einer Meßanordnung

Weiterentwickeln der Meßanordnungen durch Anwenden der Zusatzeinrichtungen

Erörtern der Bedingungen für die Anwendung der Zusatz-
einrichtungen
Berechnen der Bedingungen für Nullabgleich oder Diagonal-
strom bei nichtabgeglichener Wheatstonescher Brücke

Experimente

Im folgenden werden Vorschläge für Experimente gemacht,
die in Abhängigkeit von der jeweiligen Meßaufgabe auszuwählen
sind und gegebenenfalls durch weitere Experimente ergänzt
werden können.

Untersuchen der Veränderung des Ohmschen Widerstandes eines
Schleifdrahtgebers durch eine Längenänderung

Untersuchen des induktiven Widerstandes einer Spule in Ab-
hängigkeit von der Eintauchtiefe des Eisenkerns

Untersuchen der Veränderung der Kapazität eines Kondensators
in einer Schwingenschaltung durch Änderung des Plattenab-
standes oder der Eintauchtiefe des Dielektrikums

Bestimmen der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Wider-
standes bei Leitern oder Halbleitern

Untersuchen der Abhängigkeit der Spannung von der Temperatur
beim Thermoelement

Untersuchen der Abhängigkeit der Stromstärke von der Beleuch-
tungsstärke ¹⁾ bei einem Fotoelement

Untersuchen der Abhängigkeit der Hallspannung von der
magnetischen Feldstärke ¹⁾

Erweiterung der Meßanordnungen durch Spannungsteilerschal-
tungen, Brückenschaltung, Kompensationsschaltung oder Meß-
verstärker

¹⁾ Sollte die Messung der Beleuchtungsstärke und der magnetischen
Feldstärke in gesetzlichen Einheiten nicht möglich sein, so
können für diese Fälle selbstgewählte Einheiten die Grundlage
bilden.

3. Meßschaltungen mit passiven und aktiven Meßfühlern

6 bis 8 Stunden

Auf der Grundlage des in der vorhergehenden Stoffeinheit erworbenen Wissens und Könnens sollen die Schüler in der Stoffeinheit 3 mit einigen technischen Meßanordnungen sowie deren Anwendung in der Produktion, der Grundlagenforschung oder in anderen Gebieten bekannt gemacht werden.

Für die passiven und die aktiven Meßfühler soll je ein Beispiel einer Meßanordnung näher behandelt und hinsichtlich des Aufbaus, der Wirkungsweise und wichtiger technischer Eigenschaften genauer betrachtet werden. Dabei sollten auch Umwandlungsketten aufgestellt werden, die alle Energie- bzw. Größenwandlungen von den aufnehmenden Teilen des Meßfühlers bis zum Meßgerät enthalten.

Die Möglichkeiten, einzelne Meßverfahren ökonomisch zu werten (Störanfälligkeit, Wartungsaufwand, Genauigkeit, Kosten, Nutzen), sind erzieherisch zu nutzen. In diesem Zusammenhang kann auf die Vorteile des Systems "ursamat" - das standardisierte Bau- steinsystem unserer Republik zur meßtechnischen Überwachung, Steuerung und Regelung von Produktionsprozessen - eingegangen werden.

Zur Veranschaulichung technischer Ausführungen verschiedener Meßfühler, Meß- und Registriergeräte und ihrer Einsatzgebiete sind Originale, Modelle, Prospekte, Filme und Bildreihen einzusetzen. Darüber hinaus sollten technische Meßeinrichtungen in Betrieben der sozialistischen Industrie und Landwirtschaft oder in wissenschaftlichen Laboratorien besichtigt werden. Gegebenenfalls können dort einige Messungen von Schülern ausgeführt werden. Die Experimente dieser Stoffeinheit können im wesentlichen mit den an den Schulen zur Verfügung stehenden Experimentiergeräten durchgeführt werden. Jedoch sollte hier das technisch-konstruktive Prinzip der Meßanordnung stärker betont werden. Auf Probleme, die bei der leitungsgebundenen Fernübertragung von Meßwerten auftreten (z. B. Leistungsverluste, Anpassungsprobleme) kann eingegangen werden.

3.1. Meßschaltungen mit passiven Meßfühlern

Erarbeiten der physikalischen Grundlagen und der technischen Anwendung einer Meßschaltung

- mit Ohmscher Widerstandsänderung (z. B. Schleifdraht, Drahtwiderstand, Quecksilber-Ringrohrgeber, Dehnungsmeßstreifen, Kohlesäule, Fotowiderstand)
 - o d e r mit Induktivitätsänderung (z. B. Spulen mit Längs- oder Queranker, Differentialtransformatoren)
 - o d e r mit Kapazitätsänderung (Kondensatoren)
- Aufbauen einer Demonstrationsmeßanordnung
Erörtern der Funktion einzelner Teile der Meßschaltung
Aufstellen von Umwandlungsketten (energetische Betrachtungen)
Anpassen von Meßfühlern an Meßgeräte
Auswerten von Diagrammen und Tabellen aus Fachliteratur und anderen Materialien
Vergleichen der Vor- und Nachteile einzelner Meßschaltungen unter ökonomischem Aspekt

3.2. Meßschaltungen mit aktiven Meßfühlern

Erarbeiten der physikalischen Grundlagen und der technischen Anwendung einer Meßschaltung

- mit elektrodynamischen Meßfühlern (z. B. Tachometergenerator, elektrodynamischer Impulsgeber)
 - o d e r mit Thermoelement
 - o d e r mit Fotoelement
- Aufbauen einer Demonstrationsmeßanordnung
Erörtern der Funktion einzelner Teile der Meßschaltung
Aufstellen von Umwandlungsketten (energetische Betrachtungen, Größenbetrachtungen)
Auswerten von Diagrammen und Tabellen aus Fachliteratur und anderen Materialien
Vergleichen der Vorteile und Nachteile einzelner Meßschaltungen unter ökonomischem Aspekt

Vorschläge für Experimente

Winkelmessung mit Potentiometer

Flüssigkeitsstandmessung mit Leitfähigkeitssonden

Weg- oder Kraftmessung mit induktivem Wegaufnehmer (Längs- oder Querankeranordnung, Differentialtransformator)

Temperaturmessung mit Thermistor

Messen von Beleuchtungsstärken mit Fotowiderstand oder Photoelement

Drehzahlmessung mit Tachometergenerator

Literaturhinweise für Lehrer:

Kautsch, R.: Elektrische Meßtechnik zur Messung nichtelektrischer Größen. VEB Verlag Technik, Berlin 1967.

Tölle, H.: Meßverfahren für wärme- und maschinentechnische Untersuchungen. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1968.

Greif, H.: Grundzüge der Meßtechnik. Reihe Der praktische Funkamateur, Heft 74, Deutscher Militärverlag, Berlin 1968.

Beiträge zu Einzelfragen des Lehrgangs befinden sich in folgenden Heften der Zeitschrift "Physik in der Schule" Verlag Volk und Wissen:

1964/Heft 5 und 6, 1965/Heft 3 und 6, 1966/Heft 5, 1967/Heft 3 und 4, 1968/Heft 4 und 5

**Lehrgang Matrizenrechnung und ihre Anwendung
in Ökonomie und Elektrotechnik**

Der Plan für den fakultativen
mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht
in der Erweiterten Oberschule
Lehrgang Matrizenrechnung und ihre Anwendung
in Ökonomie und Elektrotechnik
tritt am 1. September 1970 in Kraft.

Berlin, Dezember 1969

Ministerium für Volksbildung
Prof. Dr. Kaiser
Stellvertreter des Ministers

Vorbemerkung

Die Matrizenrechnung hat im letzten Jahrzehnt unter dem Einfluß der Entwicklung moderner Rechenautomaten breite Anwendung gefunden. Ziel des Lehrganges ist es, die Schüler in die Grundlagen der Matrizenrechnung einzuführen.

Die Schüler lernen das mathematische Gebilde "Matrix" als Mittel zur übersichtlichen Darstellung und klaren Formulierung umfangreicher linearer Zusammenhänge in endlich-dimensionalen Räumen kennen. Sie werden mit einigen mathematischen Verknüpfungen zwischen Matrizen vertraut gemacht. Ihr Einblick in grundlegende mathematische Begriffe, Denk- und Arbeitsweisen wird erweitert durch

- Vertiefung der Kenntnisse über den Begriff "Vektorraum",
- Einführung algorithmischer Methoden zur Lösung linearer Gleichungssysteme einschließlich der Durchführung von Rechenkontrollen,
- Aufstellung der Verflechtungsmatrix eines Netzwerkes aus dem gegebenen Graphen.

Die Schüler sollen befähigt werden, einfache - beziehungsweise für die Zwecke dieses Lehrganges vereinfachte - Aufgaben über ökonomische und elektrotechnische Netzwerke selbständig mit Hilfe von Matrizen zu lösen.

Sowohl der Bildungsstoff als auch die methodische Gestaltung des Lehrganges bieten gute Möglichkeiten zur politisch-ideologischen Erziehung der Schüler. Am Beispiel des Einsatzes des Matrizenkalküls ist den Schülern die wachsende Bedeutung der Mathematik für die verschiedenen Bereiche unseres gesellschaftlichen Lebens, besonders für Ökonomie und Technik, zu verdeutlichen. Die Überzeugung der Schüler soll gefestigt werden, daß die Aneignung hohen mathematischen Wissens und Könnens Voraussetzung ist, um im beruflich-gesellschaftlichen Leben bewußt zur Meisterung der wissenschaftlich-technischen Revolution unter sozialistischen Produktionsverhältnissen beizutragen.

Im Verlaufe des Unterrichtsprozesses - insbesondere bei der Lösung von Aufgaben aus ökonomischen Sachverhalten - sind die Schüler in ihrer Einsicht zu bestärken, daß in der sozialistischen Gesellschaft die Anwendung wissenschaftlicher Erkenntnisse zur Verbesserung der Lebensbedingungen der Menschen voll wirksam werden kann.

Bei der Einführung neuer Begriffe und Operationen ist von ökonomischen Sachverhalten auszugehen. Das dafür benötigte Zahlenmaterial ist so auszuwählen, daß es die Leistungen der Werktätigen unserer Republik in volkseigenen Betrieben, in der sozialistischen Landwirtschaft und auf Großbaustellen widerspiegelt. Für die eigentliche Rechenarbeit sind die Zahlen so zu vereinfachen, daß zur Lösung der Aufgaben nur ein geringer Rechenaufwand notwendig ist.

Der Lehrgang baut auf dem Wissen und Können auf, das die Schüler im obligatorischen Mathematikunterricht erworben haben, er wird determinantenfrei durchgeführt. Die Fertigkeiten der Schüler im Arbeiten mit reellen Zahlen werden gefestigt, die bisherigen Kenntnisse über Vektoren, besonders über den Vektorraumbegriff, werden erweitert und vertieft.

Der Lehrgang bietet die Möglichkeit, die wissenschaftlich-praktische Arbeit der Schüler, die nach den Rahmenprogrammen Elektrotechnik, Elektronik, Datenverarbeitung, Technologie oder Ökonomie unterrichtet werden, mathematisch zu durchdringen. Bei der wissenschaftlich-praktischen Arbeit können die Schüler aktuelles Zahlenmaterial zur Matrizenrechnung sammeln und zusammenstellen.

Die Problemstellungen dieses Lehrgangs sind geeignet, die Schüler auf volkswirtschaftlich wichtige Studienrichtungen, zum Beispiel Mathematik, Operationsforschung, Organisations- und Leitungswissenschaften, Datenverarbeitung, Ökonomie und Elektrotechnik zu orientieren beziehungsweise Studienwünsche in dieser Richtung zu festigen.

Thematische Übersicht

Gesamtstundenzahl für den Lehrgang: 25 Stunden

- | | | |
|------|--|-------------------|
| 1. | Der Matrixbegriff | 2 oder 3 Stunden |
| 1.1. | Beispiele für das Auftreten von
Matrizen | |
| 1.2. | Definition der Matrix, Gleichheit
von Matrizen | |
| 2. | Der Matrizenkalkül | 15 bis 17 Stunden |
| 2.1. | Der Vektorraum der Matrizen
gleichen Typs | |
| 2.2. | Multiplikation von Matrizen | |
| 2.3. | Inversion einer quadratischen
Matrix, Matrixgleichungen | |
| 3. | Matrizenmodelle in Ökonomie und
Elektrotechnik | 6 bis 8 Stunden |
| 3.1. | Volkswirtschaftliche und be-
triebliche Verflechtungen | |
| 3.2. | Elektrische Gleichstromnetze | |

Inhalt des Lehrganges

1. Der Matrixbegriff

2 oder 3 Stunden

Die Schüler sollen den Matrixbegriff in seiner Bedeutung als Mittel zur Darstellung solcher linearer Zusammenhänge kennenlernen, die im Lehrgang durch Abstraktion aus ökonomischen Sachverhalten gewonnen werden. Sie sollen erfahren, daß in der Praxis auftretende lineare Gleichungssysteme meist aus einer wesentlich größeren Anzahl von Gleichungen und Variablen bestehen als solche, die sie bisher im obligatorischen Mathematikunterricht gelöst haben. An geeigneten Beispielen ist den Schülern zu zeigen, daß mit Hilfe von Matrizen lineare Zusammenhänge übersichtlich dargestellt werden können. Dabei ist darauf hinzuweisen, daß häufig nichtlineare Probleme auftreten und daß der Mathematiker bestrebt ist, solche Probleme zu "linearisieren", weil sich lineare Probleme mathematisch wesentlich einfacher behandeln lassen.

Die Definition der Matrix erfolgt auf Grund linearer Beziehungen. Als Matrixelemente werden bei den nachfolgenden Rechnungen nur reelle Zahlen verwendet. Die Schüler sind aber darauf aufmerksam zu machen, daß die Elemente solcher Matrizen, die aus praktischen Sachverhalten entnommen werden, Zahlenwerte von Größen darstellen können.

In diesem Lehrgang sind die Matrizen nach der international üblichen Symbolik mit unterstrichenen großen Antiquabuchstaben zu bezeichnen. Einreihige Matrizen werden als "Vektoren" bezeichnet und durch unterstrichene kleine Antiquabuchstaben symbolisiert. Das darf jedoch nicht Veranlassung sein, die in diesem Lehrgang verwendete Symbolik in den obligatorischen Unterricht zu übernehmen. Zur Vorbereitung auf die spätere Behandlung der Verflechtungsbilanzen wird empfohlen, Graphen anhand einfacher Beispiele einzuführen und ihnen Matrizen zuzuordnen. Den Schülern ist zu zeigen, daß für den Matrixbegriff Relationen eingeführt werden können.

Die Schüler sollen bei der Behandlung der Gleichheit zweier Matrizen erfassen, daß einer Gleichung der Form $\underline{A} = \underline{B}$, worin $\underline{A}$ und $\underline{B}$ Matrizen vom Typ (m, n) sind, $m \cdot n$ skalare Gleichungen entsprechen.

1.1. Beispiele für das Auftreten von Matrizen

Beispiele für lineare Gleichungssysteme aus Bereichen der Natur- und Gesellschaftswissenschaften, Technik, Ökonomie und Militärwissenschaften

Erläutern des Begriffs "Koeffizientenmatrix"

1.2. Definition der Matrix, Gleichheit von Matrizen

Definition des Begriffs "Matrix"

Einführen einer geeigneten Symbolik für Matrizen

Einführen des Begriffs "Typ einer Matrix"

"Konstruieren" von Matrizen bei vorgegebenem Bildungsgesetz für die Elemente (Beispielsweise stellt (a_{ik}) die Diagonalmatrix dar, wenn für $i = k$ die Elemente $a_{ik} = d$ und für $i \neq k$ die Elemente $a_{ik} = 0$ gesetzt werden.)

Zuordnung von Matrizen zu gegebenen Graphen

Einführen des Gleichheitsbegriffs für Matrizen

2. Der Matrizenkalkül

15 bis 17 Stunden

Die Schüler sollen erkennen, daß für Matrizen algebraische Operationen definiert werden können. Sie sollen Fertigkeiten im Anwenden der Operationen für Matrizen und der entsprechenden Rechengesetze erwerben.

Bei der Einführung der Rechenoperationen mit Matrizen ist von Beispielen aus ökonomischen Sachverhalten auszugehen. Für die Addition zweier Matrizen muß die Gültigkeit des Kommutativgesetzes und des Assoziativgesetzes für die Addition nachgewiesen werden. Die Frage nach der Umkehrbarkeit der Addition von Matrizen führt auf die Begriffe "Differenz zweier Matrizen", "entgegengesetzte Matrix" und "Nullmatrix".

Die Eigenschaften der Multiplikation einer Matrix mit einer reellen Zahl werden zusammengestellt. Die Schüler sollen unter Anwendung ihrer Kenntnisse über den Vektorraumbegriff aus dem obligatorischen Mathematikunterricht der Klasse 11 zeigen, daß die Matrizen gleichen Typs die Axiome des Vektorraumes erfüllen. Dadurch lernen die Schüler ein weiteres Beispiel für einen Vektorraum kennen. Als spezielle Matrizen werden die quadratische, die Einheitsmatrix, die obere und die untere Dreiecksmatrix, die symmetrische Matrix sowie die zu einer gegebenen Matrix transponierte Matrix eingeführt. Es wird empfohlen, den Vektor als Matrix vom Typ $(m, 1)$ bzw. $(1, n)$ und den Skalar (die reelle Zahl) als $(1,1)$ -Matrix darzustellen.

Zur Weiterentwicklung der Beweistechnik der Schüler sollten einfache Sätze über Beziehungen zwischen transponierten Matrizen genutzt werden, z. B. $(A + B)^T = A^T + B^T$ und $(\lambda A)^T = \lambda A^T$. Auf umfangreiche formale Übungen zur Gleichheit, zur Addition von Matrizen und zur Multiplikation einer Matrix mit einer reellen Zahl soll zugunsten einer gründlichen Behandlung des verketteten Algorithmus in Abschnitt 2.3. verzichtet werden.

Bei der Multiplikation von Matrizen ist auf Beispiele zurückzugreifen, die zur Einführung des Matrixbegriffs benutzt wurden. Die Verkettbarkeit zweier Matrizen und die Definition des Skalarprodukts zweier Vektoren a und b in der Form $a^T \cdot b$ sind ausführlich zu behandeln. Die Multiplikation von zwei Matrizen wird darauf aufbauend in folgender Weise definiert:

$$A \cdot B = C, \text{ wobei } c_{ik} = a_i^T \cdot b_k = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk} \text{ und } i = 1, \dots, m, \\ k = 1, \dots, n.$$

In diesem Zusammenhang soll den Schülern erläutert werden, daß mit den früher verfügbaren Rechenhilfsmitteln (beispielsweise mit der logarithmischen Rechnung) die Bildung der Skalarprodukte wegen des dauernden Wechsels von Multiplikation und Addition sehr mühsam und zeitraubend war und somit der Nutzung der Matrizenrechnung Grenzen gesetzt waren. Den Schülern ist bewußtzumachen, daß die Matrizenrechnung mit der Entwicklung elektronischer Rechenanlagen eine zunehmende praktische Bedeutung gewinnt.

Damit lernen sie ein weiteres Beispiel dafür kennen, wie mathematische Erkenntnisse durch technische Mittel nutzbar gemacht und in der sozialistischen Gesellschaft zum Wohle des Menschen eingesetzt werden.

Beim Überprüfen der Rechengesetze für die Matrizenmultiplikation ist von den Schülern die Multiplikation auf Kommutativität zu untersuchen. Die Einsicht der Schüler in die Notwendigkeit der Beweisführung mathematischer Aussagen kann dabei vertieft werden. Der Sonderfall der vertauschbaren Matrizen und der Begriff "Nullteiler" sollten an einfachen Zahlenbeispielen erläutert werden.

Durch vielfältige Anwendungsaufgaben aus dem Gebiet der Materialverflechtungen kann das Aufstellen der "Verflechtungsmatrix" aus einem vorgegebenen Graphen und die Substitution zweier linearer Transformationen geübt werden.

Zur übersichtlichen Darstellung der Multiplikation von Matrizen wird das Falksche Schema eingeführt, das die Rechenkontrolle in der Form der Spaltensummen- und der Zeilensummenprobe ermöglicht. Auf die Notwendigkeit der Kontrolle der Rechnungen und der schnellen Lokalisation von möglichen Fehlern in diesem Schema sollte ausdrücklich hingewiesen werden.

Die Frage nach der Lösung eines linearen Gleichungssystems mit n Gleichungen und n Variablen führt bei variabler rechter Seite auf den Begriff "Inversion einer quadratischen Matrix". Mit Hilfe des Begriffs "inverse Matrix" wird der Begriff "reguläre Matrix" definiert. Die Gruppeneigenschaft der Menge der regulären Matrizen ist nicht zu behandeln.

Die Einführung des verketteten Algorithmus (nach Gauß-Banachiewicz) kann über den Gaußschen Algorithmus erfolgen. Die Berechnung der inversen Matrix und die Lösung von Matrizengleichungen werden mit dem verketteten Algorithmus durchgeführt, wobei zur numerischen Bearbeitung zweckmäßig Schemata¹⁾ benutzt werden können.

Tableau des verketteten Algorithmus

A	A
B	L
C	L
X^T	-1

Tableau zur Berechnung der inversen Matrix

A	E
B	Q
C	L
$(A^{-1})^T$	$-E$

Tableau zur Lösung von Matrizengleichungen

A	P
B	L
C	L
X^T	$-E$

In diesem Lehrgang sollen nur eindeutig lösbare Gleichungssysteme behandelt werden.

2.1. Der Vektorraum der Matrizen gleichen Typs

Addition von Matrizen und Beweis der Gültigkeit des Kommutativ- und des Assoziativgesetzes für die Addition von Matrizen

Subtraktion zweier Matrizen, Einführen der Begriffe "entgegengesetzte Matrix" und "Nullmatrix"

Multiplikation einer Matrix mit einer reellen Zahl

Beweis, daß die Matrizen gleichen Typs einen Vektorraum bilden

Einführung spezieller Matrizen

Transponieren von Matrizen

Einfache Anwendungsaufgaben aus ökonomischen Sachverhalten,

(z. B. Herstellung von verschiedenen Produkten unterschiedlicher Qualität in einzelnen Betriebsabteilungen)

¹⁾ Literaturhinweis: Ausgewählte Kapitel der Mathematik für Ingenieur- und Fachschulen, 3. Auflage, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1969.
Dietrich, G. u. H. Stahl: Matrizen und Determinanten und ihre Anwendung in Technik und Ökonomie. 3. Auflage, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1970.

2.2. Multiplikation von Matrizen

Einführen der Multiplikation zweier Matrizen anhand von Beispielen aus der Ökonomie

Verkettbarkeit als notwendige Bedingung für die Ausführung der Matrizenmultiplikation

Multiplikation zweier Matrizen, Beweis der Gültigkeit des Assoziativgesetzes und der Distributivgesetze für die Matrizenmultiplikation

Einführen der Begriffe "vertauschbare Matrizen" und "Nullteiler" Falksches Schema für die Multiplikation von Matrizen mit Rechenkontrollen

Lösen von Anwendungsaufgaben zu Materialverflechtungen (z. B. Berechnen des täglichen Rohstoffbedarfs zur Fertigung von Zwischen- und Finalprodukten im Maschinenbau oder Berechnung der Lohnkosten, die bei der Herstellung eines bestimmten Produkts für den Auftraggeber anfallen)

2.3. Inversion einer quadratischen Matrix, Matrizen Gleichungen

Einführen des Begriffs "inverse Matrix" anhand von Beispielen aus der Ökonomie

Definieren der Begriffe "inverse Matrix" und "reguläre Matrix"

Wiederholen der Begriffe "zueinander äquivalente Gleichungssysteme" und "Lösung eines Gleichungssystems"

Erarbeiten des verketteten Algorithmus nach Gauß-Banachiewicz

Lösen von Übungsaufgaben zu linearen Gleichungssystemen mit n Gleichungen und n Variablen mit Hilfe des verketteten Algorithmus (Sonderfall der eindeutig lösbaren Gleichungssysteme)
Lösen von Matrizen Gleichungen mit Hilfe des verketteten Algorithmus

3. Matrizenmodelle in Ökonomie und

Elektrotechnik

6 bis 8 Stunden

=====

Die Schüler werden an leicht überschaubaren Problemen mit einigen Anwendungen der Matrizenrechnung bekanntgemacht. Dazu eignen sich besonders gut Matrizenmodelle von volkswirtschaftlichen und

betrieblichen Verflechtungen und von elektrischen Gleichstromnetzen. Auf diese Weise werden die Kenntnisse der Schüler über die Anwendung mathematischer Verfahren in der Ökonomie und der Elektrotechnik vertieft.

Die Kenntnisse der Schüler aus den obligatorischen Unterrichtsfächern Physik und Einführung in die sozialistische Produktion sind zu nutzen. Auf Anwendungen der Matrizenrechnung in weiteren Zweigen der technischen Wissenschaften sollte ein Ausblick gegeben werden.

Die Schüler sollen an einfachen Beispielen - wenn möglich unter Verwendung von Zahlenmaterial aus der wissenschaftlich-praktischen Arbeit - die Berechnung des Gesamtmaterialaufwandes, der Gesamtmaterialkosten und der Materialkosten für jede Materialposition kennenlernen. Dabei wird der verkettete Algorithmus zur Bestimmung des Lösungsvektors sowie die Multiplikation von Matrizen mit Hilfe des Falkschen Schemas angewendet.

Nach Wiederholung der Kenntnisse über verzweigte Stromkreise lernen die Schüler das "Umlaufverfahren" zur Aufstellung der Verknüpfungsmatrix kennen. Die Berechnung der Maschenumlaufströme, der Leiterströme und der Spannungsabfälle über den Widerständen erfolgt mit Hilfe des Falkschen Schemas der Matrizenmultiplikation und mit Hilfe des verketteten Algorithmus.

3.1. Volkswirtschaftliche und betriebliche Verflechtungen

Aufstellen des Graphen einer gegebenen Verflechtung

Aufstellen der zugehörigen Matrix der direkten Einsatzkoeffizienten

Lösung des Gleichungssystems durch Bildung der inversen Matrix

Berechnen des Gesamtmaterialaufwandes, der Gesamtmaterialkosten und der Materialkosten für jede Materialposition durch Anwendung der Matrizenmultiplikation

Beispiele in Kürth, H. und E. Förster: Wirtschaftsmathematik für die Berufsbildung. 3. Auflage, Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1970, Abschnitt 3.4.: Matrizenmodelle (numerische Beispiele).

3.2. Elektrische Gleichstromnetze

Wiederholen der Gesetze des verzweigten Stromkreises

Einführen des Umlaufverfahrens zur Aufstellung des Matrizenmodells

Berechnen der Vektoren der Maschenumlaufströme, der Leiterströme und der Spannungsabfälle über den Widerständen

Beispiele in Dietrich, G. und H. Stahl: Matrizen und Determinanten und ihre Anwendung in Technik und Ökonomie. 3. Auflage, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1970, Abschnitt 14.2.: Berechnung von Gleichstrom- und Wechselstromnetzen (S. 352 bis 361).

Literaturhinweise für den Lehrer

Einführende Literatur:

Ausgewählte Kapitel der Mathematik für Ingenieur- und Fachschulen. 3. Auflage, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1969.

Brehmer, S. und H. Belkner: Einführung in die analytische Geometrie und lineare Algebra. 3. Auflage, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1968.

Dietrich, G. und H. Stahl: Matrizen und Determinanten und ihre Anwendung in Technik und Ökonomie. 3. Auflage, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1970.

Vertiefende Literatur:

Belkner, H.: Matrizen. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig (in Vorbereitung).

Bliefernich, M. u. a.: Aufgaben zur Matrizenrechnung und linearen Optimierung. 2. Auflage, Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1969.

Dietrich, G. und H. Stahl: Grundzüge der Matrizenrechnung. 6. Auflage, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1970.

Körth, H. und E. Förster: Wirtschaftsmathematik für die Berufsbildung. 3. Auflage, Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1970.

Seidel, H.: Matrizenmodelle für die Planung in der metallverarbeitenden Industrie. Schriftenreihe Datenverarbeitung. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1967.

02 30 13-1
-,30