

GREVE



**Vierstellige
logarithmische
und
trigonometrische
Tafeln**



AUSGABE A

VIERSTELLIGE
LOGARITHMISCHE UND
TRIGONOMETRISCHE TAFELN

NEBST

ZAHLREICHEN HILFSMITTELN FÜR DAS NUMERISCHE RECHNEN

HERAUSGEGEBEN

VON

Prof. WALTHER GREVE

OBERSTUDIENRAT

AN DER GEESTERMÜNDER OBERSCHULE FÜR JUNGEN ZU WESERMÜNDE

AUSGABE A

SEKUNDEN-AUSGABE

OHNE TABELLEN AUS DEN GEBIETEN DER NATURWISSENSCHAFT

1945

HERAUSGEGEBEN IM AUFTRAGE DER ABTEILUNG
FÜR VOLKSBILDUNG BEI DER PROVINZIAL-VERWALTUNG

| Tafel | Inhalt |
|-------|--|
| I | Die Logarithmen von 1 bis 999. Die natürlichen Logarithmen. Verwandlungen. |
| II | Die Logarithmen der Winkelfunktionen. Schaubild. Verwandlungen der Minuten und Sekunden. |
| III | Die Zahlenwerte der Winkelfunktionen. Schaubilder. Der Einheitskreis. Reduktionen. Sonderwerte. |
| IV | Kreis- und Winkelmessung. Sehnenlängen, Bogenlängen, Bogenhöhen. Berechnung des Winkels aus dem Bogenmaß. Verbindungen von π nebst deren Logarithmen. |
| V | Hilftabellen und Zeichennetze zur Abkürzung des Zahlenrechnens: Die Quadrate bis 999^2 . Schaubilder inverser Funktionen. Kuben, Quadrat- und Kubikwurzeln, reziproke Werte von 1 bis 100 Netze zur Lösung quadratischer und kubischer Gleichungen. Faktorenerlegung. Primzahlen. Das kleine Einshocheins. Potenzen von 2, 3, 5 und e. Wichtige Wurzelwerte. Fakultäten und deren Logarithmen. Binomialkoeffizienten. Multiplikationstafel für alle zweiziffrigen Zahlen. (Beilage am Ende des Buches.) |
| VI | Sparkasse und Rentenbank: Tabelle zur schnellen logarithmischen Berechnung der einfachen Zinsen eines Sparkassenbuches. Sterblichkeitstafel. Potenzen des Verzinsungsfaktors. Die siebenstelligen Logarithmen des Verzinsungsfaktors. Nomogramme für Zinseszins- und Rentenrechnung. Deutsche Münz- und Währungstafel. Geschichtliche Münz- und Geldwerte. |
| VII | Verschiedenes: Astronomie. Sonne, Planeten, Erde, Monde, Fixsterne nebst Örtern. Immerwährende Ephemeriden der Sonne. Verwandlungen. Schaubilder zu Sonnendeklination und Zeitgleichung. Geographische Längen und Breiten wichtiger Orte. Geschichte der Mathematik. Maße und Gewichte. Anhang zum Herausnehmen. |

TAFEL I.

A.

DIE VIERSTELLIGEN MANTISSEN DER DEKADISCHEN LOGARITHMEN

ALLER ZAHLEN VON 1 BIS 999.

B, C, D.

DIE NATÜRLICHEN LOGARITHMEN.

A.

1 bis 99

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | — | 0000 | 3010 | 4771 | 6021 | 6990 | 7782 | 8451 | 9031 | 9542 |
| 1 | 0000 | 0414 | 0792 | 1139 | 1461 | 1761 | 2041 | 2304 | 2553 | 2788 |
| 2 | 3010 | 3222 | 3424 | 3617 | 3802 | 3979 | 4150 | 4314 | 4472 | 4624 |
| 3 | 4771 | 4914 | 5051 | 5185 | 5315 | 5441 | 5563 | 5682 | 5798 | 5911 |
| 4 | 6021 | 6128 | 6232 | 6335 | 6435 | 6532 | 6628 | 6721 | 6812 | 6902 |
| 5 | 6990 | 7076 | 7160 | 7243 | 7324 | 7404 | 7482 | 7559 | 7634 | 7709 |
| 6 | 7782 | 7853 | 7924 | 7993 | 8062 | 8129 | 8195 | 8261 | 8325 | 8388 |
| 7 | 8451 | 8513 | 8573 | 8633 | 8692 | 8751 | 8808 | 8865 | 8921 | 8976 |
| 8 | 9031 | 9085 | 9138 | 9191 | 9243 | 9294 | 9345 | 9395 | 9445 | 9494 |
| 9 | 9542 | 9590 | 9638 | 9685 | 9731 | 9777 | 9823 | 9868 | 9912 | 9956 |
| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 |
| 17 | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | 2430 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 |
| 18 | 2553 | 2577 | 2601 | 2625 | 2648 | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 |
| 19 | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2878 | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 |
| 20 | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 |
| 21 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3365 | 3385 | 3404 |
| 22 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 |
| 23 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 |
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 |
| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

P. P.

| | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|
| 1 | 4.3 | 4.2 | 4.1 | 4.0 | 3.9 | 3.8 | 3.7 | 3.6 | 3.5 | 1 |
| 2 | 8.6 | 8.4 | 8.2 | 8.0 | 7.8 | 7.6 | 7.4 | 7.2 | 7.0 | 2 |
| 3 | 12.9 | 12.6 | 12.3 | 12.0 | 11.7 | 11.4 | 11.1 | 10.8 | 10.5 | 3 |
| 4 | 17.2 | 16.8 | 16.4 | 16.0 | 15.6 | 15.2 | 14.8 | 14.4 | 14.0 | 4 |
| 5 | 21.5 | 21.0 | 20.5 | 20.0 | 19.5 | 19.0 | 18.5 | 18.0 | 17.5 | 5 |
| 6 | 25.8 | 25.2 | 24.6 | 24.0 | 23.4 | 22.8 | 22.2 | 21.6 | 21.0 | 6 |
| 7 | 30.1 | 29.4 | 28.7 | 28.0 | 27.3 | 26.6 | 25.9 | 25.2 | 24.5 | 7 |
| 8 | 34.4 | 33.6 | 32.8 | 32.0 | 31.2 | 30.4 | 29.6 | 28.8 | 28.0 | 8 |
| 9 | 38.7 | 37.8 | 36.9 | 36.0 | 35.1 | 34.2 | 33.3 | 32.4 | 31.5 | 9 |
| | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | |
| 1 | 3.4 | 3.3 | 3.2 | 3.1 | 3.0 | 2.9 | 2.8 | 2.7 | 2.6 | 1 |
| 2 | 6.8 | 6.6 | 6.4 | 6.2 | 6.0 | 5.8 | 5.6 | 5.4 | 5.2 | 2 |
| 3 | 10.2 | 9.9 | 9.6 | 9.3 | 9.0 | 8.7 | 8.4 | 8.1 | 7.8 | 3 |
| 4 | 13.6 | 13.2 | 12.8 | 12.4 | 12.0 | 11.6 | 11.2 | 10.8 | 10.4 | 4 |
| 5 | 17.0 | 16.5 | 16.0 | 15.5 | 15.0 | 14.5 | 14.0 | 13.5 | 13.0 | 5 |
| 6 | 20.4 | 19.8 | 19.2 | 18.6 | 18.0 | 17.4 | 16.8 | 16.2 | 15.6 | 6 |
| 7 | 23.8 | 23.1 | 22.4 | 21.7 | 21.0 | 20.3 | 19.6 | 18.9 | 18.2 | 7 |
| 8 | 27.2 | 26.4 | 25.6 | 24.8 | 24.0 | 23.2 | 22.4 | 21.6 | 20.8 | 8 |
| 9 | 30.6 | 29.7 | 28.8 | 27.9 | 27.0 | 26.1 | 25.2 | 24.3 | 23.4 | 9 |

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 |
| 26 | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 |
| 27 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 |
| 28 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 |
| 29 | 4624 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 |
| 30 | 4771 | 4786 | 4800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 |
| 31 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4969 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 |
| 32 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 |
| 33 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 |
| 34 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 |
| 35 | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 |
| 36 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 |
| 37 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 |
| 39 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 |

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

P. P.

| | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|---|
| 1 | 2.5 | 2.4 | 2.3 | 2.2 | 2.1 | 2.0 | 1.9 | 1.8 | 1 |
| 2 | 5.0 | 4.8 | 4.6 | 4.4 | 4.2 | 4.0 | 3.8 | 3.6 | 2 |
| 3 | 7.5 | 7.2 | 6.9 | 6.6 | 6.3 | 6.0 | 5.7 | 5.4 | 3 |
| 4 | 10.0 | 9.6 | 9.2 | 8.8 | 8.4 | 8.0 | 7.6 | 7.2 | 4 |
| 5 | 12.5 | 12.0 | 11.5 | 11.0 | 10.5 | 10.0 | 9.5 | 9.0 | 5 |
| 6 | 15.0 | 14.4 | 13.8 | 13.2 | 12.6 | 12.0 | 11.4 | 10.8 | 6 |
| 7 | 17.5 | 16.8 | 16.1 | 15.4 | 14.7 | 14.0 | 13.3 | 12.6 | 7 |
| 8 | 20.0 | 19.2 | 18.4 | 17.6 | 16.8 | 16.0 | 15.2 | 14.4 | 8 |
| 9 | 22.5 | 21.6 | 20.7 | 19.8 | 18.9 | 18.0 | 17.1 | 16.2 | 9 |

| | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | |
|---|------|------|------|------|------|------|-----|-----|---|
| 1 | 1.7 | 1.6 | 1.5 | 1.4 | 1.3 | 1.2 | 1.1 | 1.0 | 1 |
| 2 | 3.4 | 3.2 | 3.0 | 2.8 | 2.6 | 2.4 | 2.2 | 2.0 | 2 |
| 3 | 5.1 | 4.8 | 4.5 | 4.2 | 3.9 | 3.6 | 3.3 | 3.0 | 3 |
| 4 | 6.8 | 6.4 | 6.0 | 5.6 | 5.2 | 4.8 | 4.4 | 4.0 | 4 |
| 5 | 8.5 | 8.0 | 7.5 | 7.0 | 6.5 | 6.0 | 5.5 | 5.0 | 5 |
| 6 | 10.2 | 9.6 | 9.0 | 8.4 | 7.8 | 7.2 | 6.6 | 6.0 | 6 |
| 7 | 11.9 | 11.2 | 10.5 | 9.8 | 9.1 | 8.4 | 7.7 | 7.0 | 7 |
| 8 | 13.6 | 12.8 | 12.0 | 11.2 | 10.4 | 9.6 | 8.8 | 8.0 | 8 |
| 9 | 15.3 | 14.4 | 13.5 | 12.6 | 11.7 | 10.8 | 9.9 | 9.0 | 9 |

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6134 | 6325 |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 |
| 45 | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 |
| 46 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 |
| 47 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 |
| 48 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 6893 |
| 49 | 6902 | 6911 | 6920 | 6928 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 6981 |
| 50 | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 |
| 51 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 |
| 52 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7218 | 7226 | 7235 |
| 53 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 |
| 54 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 |
| 55 | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7451 | 7459 | 7466 | 7474 |
| 56 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7528 | 7536 | 7543 | 7551 |
| 57 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7604 | 7612 | 7619 | 7627 |
| 58 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7679 | 7686 | 7694 | 7701 |
| 59 | 7709 | 7716 | 7723 | 7731 | 7738 | 7745 | 7752 | 7760 | 7767 | 7774 |
| 60 | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7825 | 7832 | 7839 | 7846 |
| 61 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7896 | 7903 | 7910 | 7917 |
| 62 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7966 | 7973 | 7980 | 7987 |
| 63 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8021 | 8028 | 8035 | 8041 | 8048 | 8055 |
| 64 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8102 | 8109 | 8116 | 8122 |
| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| P. P. | | | | | | | | | | |
| | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | | |
| 1 | 1.1 | 1.0 | 0.9 | 0.8 | 0.7 | 0.6 | 0.5 | 0.4 | | 1 |
| 2 | 2.2 | 2.0 | 1.8 | 1.6 | 1.4 | 1.2 | 1.0 | 0.8 | | 2 |
| 3 | 3.3 | 3.0 | 2.7 | 2.4 | 2.1 | 1.8 | 1.5 | 1.2 | | 3 |
| 4 | 4.4 | 4.0 | 3.6 | 3.2 | 2.8 | 2.4 | 2.0 | 1.6 | | 4 |
| 5 | 5.5 | 5.0 | 4.5 | 4.0 | 3.5 | 3.0 | 2.5 | 2.0 | | 5 |
| 6 | 6.6 | 6.0 | 5.4 | 4.8 | 4.2 | 3.6 | 3.0 | 2.4 | | 6 |
| 7 | 7.7 | 7.0 | 6.3 | 5.6 | 4.9 | 4.2 | 3.5 | 2.8 | | 7 |
| 8 | 8.8 | 8.0 | 7.2 | 6.4 | 5.6 | 4.8 | 4.0 | 3.2 | | 8 |
| 9 | 9.9 | 9.0 | 8.1 | 7.2 | 6.3 | 5.4 | 4.5 | 3.6 | | 9 |

999

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 65 | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8169 | 8176 | 8182 | 8189 |
| 66 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8222 | 8228 | 8235 | 8241 | 8248 | 8254 |
| 67 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8299 | 8306 | 8312 | 8319 |
| 68 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8363 | 8370 | 8376 | 8382 |
| 69 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8426 | 8432 | 8439 | 8445 |
| 70 | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8488 | 8494 | 8500 | 8506 |
| 71 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 8537 | 8543 | 8549 | 8555 | 8561 | 8567 |
| 72 | 8573 | 8579 | 8585 | 8591 | 8597 | 8603 | 8609 | 8615 | 8621 | 8627 |
| 73 | 8633 | 8639 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8669 | 8675 | 8681 | 8686 |
| 74 | 8692 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8727 | 8733 | 8739 | 8745 |
| 75 | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 8774 | 8779 | 8785 | 8791 | 8797 | 8802 |
| 76 | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8842 | 8848 | 8854 | 8859 |
| 77 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8899 | 8904 | 8910 | 8915 |
| 78 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8954 | 8960 | 8965 | 8971 |
| 79 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9009 | 9015 | 9020 | 9025 |
| 80 | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9063 | 9069 | 9074 | 9079 |
| 81 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9117 | 9122 | 9128 | 9133 |
| 82 | 9138 | 9143 | 9149 | 9154 | 9159 | 9165 | 9170 | 9175 | 9180 | 9186 |
| 83 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9222 | 9227 | 9232 | 9238 |
| 84 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9274 | 9279 | 9284 | 9289 |
| 85 | 9294 | 9299 | 9304 | 9309 | 9315 | 9320 | 9325 | 9330 | 9335 | 9340 |
| 86 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9375 | 9380 | 9385 | 9390 |
| 87 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9425 | 9430 | 9435 | 9440 |
| 88 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9474 | 9479 | 9484 | 9489 |
| 89 | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9523 | 9528 | 9533 | 9538 |
| 90 | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9571 | 9576 | 9581 | 9586 |
| 91 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9619 | 9624 | 9628 | 9633 |
| 92 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9666 | 9671 | 9675 | 9680 |
| 93 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9713 | 9717 | 9722 | 9727 |
| 94 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9759 | 9763 | 9768 | 9773 |
| 95 | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9805 | 9809 | 9814 | 9818 |
| 96 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9850 | 9854 | 9859 | 9863 |
| 97 | 9868 | 9872 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 9908 |
| 98 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9939 | 9943 | 9948 | 9952 |
| 99 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9974 | 9978 | 9983 | 9987 | 9991 | 9996 |
| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

B. Tafel zur Verwandlung der dekadischen Logarithmen in natürliche.

| Ziffer des dek. Log. | Zugehöriger Wert des natürlichen Logarithmus für die | | | | | Ziffer des dek. Log. |
|----------------------|--|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------------|
| | Charakteristik | 1. Dezimale | 2. Dezimale | 3. Dezimale | 4. Dezimale | |
| 1 | 2,30 259 | 0,23 026 | 0,02 303 | 0,00 230 | 0,00 023 | 1 |
| 2 | 4,60 517 | 0,46 052 | 0,04 605 | 0,00 461 | 0,00 046 | 2 |
| 3 | 6,90 776 | 0,69 078 | 0,06 908 | 0,00 691 | 0,00 069 | 3 |
| 4 | 9,21 034 | 0,92 103 | 0,09 210 | 0,00 921 | 0,00 092 | 4 |
| 5 | 11,51 293 | 1,15 129 | 0,11 513 | 0,01 151 | 0,00 115 | 5 |
| 6 | 13,81 551 | 1,38 155 | 0,13 816 | 0,01 382 | 0,00 138 | 6 |
| 7 | 16,11 810 | 1,61 181 | 0,16 118 | 0,01 612 | 0,00 161 | 7 |
| 8 | 18,42 068 | 1,84 207 | 0,18 421 | 0,01 842 | 0,00 184 | 8 |
| 9 | 20,72 327 | 2,07 233 | 0,20 723 | 0,02 072 | 0,00 207 | 9 |

C. Tafel zur Verwandlung der natürlichen Logarithmen in dekadische.

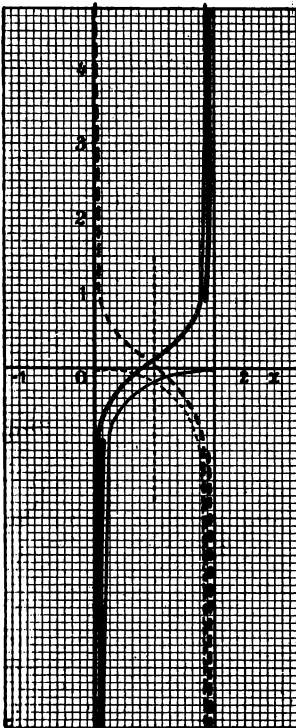
| Ziffer des nat. Log. | Zugehöriger Wert des dekadischen Logarithmus für die | | | | | Ziffer des nat. Log. |
|----------------------|--|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------------|
| | Charakteristik | 1. Dezimale | 2. Dezimale | 3. Dezimale | 4. Dezimale | |
| 1 | 0,43 429 | 0,04 343 | 0,00 434 | 0,00 043 | 0,00 004 | 1 |
| 2 | 0,86 859 | 0,08 686 | 0,00 869 | 0,00 087 | 0,00 009 | 2 |
| 3 | 1,30 288 | 0,13 029 | 0,01 303 | 0,00 130 | 0,00 013 | 3 |
| 4 | 1,73 718 | 0,17 372 | 0,01 737 | 0,00 174 | 0,00 017 | 4 |
| 5 | 2,17 147 | 0,21 715 | 0,02 171 | 0,00 217 | 0,00 022 | 5 |
| 6 | 2,60 577 | 0,26 058 | 0,02 606 | 0,00 261 | 0,00 026 | 6 |
| 7 | 3,04 006 | 0,30 401 | 0,03 040 | 0,00 304 | 0,00 030 | 7 |
| 8 | 3,47 436 | 0,34 744 | 0,03 474 | 0,00 347 | 0,00 035 | 8 |
| 9 | 3,90 865 | 0,39 087 | 0,03 909 | 0,00 391 | 0,00 039 | 9 |

D. Die natürlichen Logarithmen der Zahlen 0 bis 99.

| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----|--------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | — ∞ | 0,0000 | 6931 | 1,0986 | 3863 | 6094 | 7918 | 9459 | *0794 | *1972 |
| 1 | 2,3026 | 3979 | 4849 | 5649 | 6391 | 7081 | 7726 | 8332 | 8904 | 9444 |
| 2 | 9957 | *0445 | *0910 | *1355 | *1781 | *2189 | *2581 | *2958 | *3322 | *3673 |
| 3 | 3,4012 | 4340 | 4657 | 4965 | 5264 | 5553 | 5835 | 6109 | 6376 | 6636 |
| 4 | 6889 | 7136 | 7377 | 7612 | 7842 | 8067 | 8286 | 8501 | 8712 | 8918 |
| 5 | 9120 | 9318 | 9512 | 9703 | 9890 | *0073 | *0254 | *0431 | *0604 | *0775 |
| 6 | 4,0943 | 1109 | 1271 | 1431 | 1589 | 1744 | 1897 | 2047 | 2195 | 2341 |
| 7 | 2485 | 2627 | 2767 | 2905 | 3041 | 3175 | 3307 | 3438 | 3567 | 3694 |
| 8 | 3820 | 3944 | 4067 | 4188 | 4308 | 4427 | 4543 | 4659 | 4773 | 4886 |
| 9 | 4998 | 5109 | 5218 | 5326 | 5433 | 5539 | 5643 | 5747 | 5850 | 5951 |
| N. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Die
Logarithmen
der
Winkelfunktionen.

Alle Werte der Tafel 2 sind
durch (-10) zu ergänzen.



| | | |
|----|-----------------|-----------------|
| 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| 0° | 45° | 90° |

— log sin
- - - log cos
· · · log tg
· · · log ctg

TAFEL II.

DIE
VIERSTELLIGEN
LOGARITHMEN
DER
WINKELFUNKTIONEN

in wechselnden,
ihrem Wachstum angepaßten Intervallen.

- a) Verwandlung der Dezimalgrade in Minuten
und Sekunden . S. 8
- b) Verwandlung der Minuten und Sekunden
in Dezimalgrade . S. 8
- c) Die Logarithmen des Sinus und Kosinus
S. 8 bis 31
- d) Die Logarithmen des Tangens und Ko-
tangens S. 32 bis 48

a) Verwandlung der Dezimalgrade in Minuten und Sekunden.

| | 1° | 2° | 3° | 4° | 5° | 6° | 7° | 8° | 9° |
|------|------|--------|--------|--------|-----|--------|--------|--------|--------|
| 0, | 6' | 12' | 18' | 24' | 30' | 36' | 42' | 48' | 54' |
| 0,0 | 36" | 1' 12" | 1' 48" | 2' 24" | 3' | 3' 36" | 4' 12" | 4' 48" | 5' 24" |
| 0,00 | 3,6" | 7,2" | 10,8" | 14,4" | 18" | 21,6" | 25,2" | 28,8" | 32,4" |

b) Verwandlung der Minuten und Sekunden in Dezimalgrade.

| p | 10p'' | (10p+1)'' | (10p+2)'' | (10p+3)'' | (10p+4)'' | (10p+5)'' | (10p+6)'' | (10p+7)'' | (10p+8)'' | (10p+9)'' |
|---|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 0,0000 | 0167 | 0333 | 0500 | 0667 | 0833 | 1000 | 1167 | 1333 | 1500 |
| 1 | 1667 | 1833 | 2000 | 2167 | 2333 | 2500 | 2667 | 2833 | 3000 | 3167 |
| 2 | 3333 | 3500 | 3667 | 3833 | 4000 | 4167 | 4333 | 4500 | 4667 | 4833 |
| 3 | 5000 | 5167 | 5333 | 5500 | 5667 | 5833 | 6000 | 6167 | 6333 | 6500 |
| 4 | 6667 | 6833 | 7000 | 7167 | 7333 | 7500 | 7667 | 7833 | 8000 | 8167 |
| 5 | 8333 | 8500 | 8667 | 8833 | 9000 | 9167 | 9333 | 9500 | 9667 | 9833 |
| q | 10q'' | (10q+1)'' | (10q+2)'' | (10q+3)'' | (10q+4)'' | (10q+5)'' | (10q+6)'' | (10q+7)'' | (10q+8)'' | (10q+9)'' |
| 0 | 0,0000 | 0003 | 0006 | 0008 | 0011 | 0014 | 0017 | 0019 | 0022 | 0025 |
| 1 | 0028 | 0031 | 0033 | 0036 | 0039 | 0042 | 0044 | 0047 | 0050 | 0053 |
| 2 | 0056 | 0058 | 0061 | 0064 | 0067 | 0069 | 0072 | 0075 | 0078 | 0081 |
| 3 | 0083 | 0086 | 0089 | 0092 | 0094 | 0097 | 0100 | 0103 | 0106 | 0108 |
| 4 | 0111 | 0114 | 0117 | 0119 | 0122 | 0125 | 0128 | 0131 | 0133 | 0136 |
| 5 | 0139 | 0142 | 0144 | 0147 | 0150 | 0153 | 0156 | 0158 | 0161 | 0164 |

c) Die Logarithmen des Sinus und Kosinus.

log sin 0° 0' 0'' bis 59''.

± 0.0001 aeq. 1/1000''.

| p | 10p'' | (10p+1)'' | (10p+2)'' | (10p+3)'' | (10p+4)'' | (10p+5)'' | (10p+6)'' | (10p+7)'' | (10p+8)'' | (10p+9)'' | ↑ |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---|
| 0 | — ∞ | 4,6856 | 9866 | *1627 | *2876 | †3845 | *4637 | *5307 | *5887 | *6398 | 5 |
| 1 | 5,6856 | 7270 | 7648 | 7995 | 8317 | 8617 | 8897 | 9160 | 9408 | 9643 | 4 |
| 2 | 5,9866 | *0078 | *0280 | *0473 | *0658 | *0835 | *1005 | *1169 | *1327 | *1480 | 3 |
| 3 | 6,1627 | 1769 | 1907 | 2041 | 2171 | 2296 | 2419 | 2538 | 2654 | 2766 | 2 |
| 4 | 6,2876 | 2984 | 3088 | 3190 | 3290 | †3388 | 3483 | 3577 | 3668 | 3758 | 1 |
| 5 | 6,3845 | 3931 | 4016 | 4099 | 4180 | 4259 | 4338 | 4414 | 4490 | 4564 | 0 |
| ↓ | 10(n+1)'' | (10n+9)'' | (10n+8)'' | (10n+7)'' | (10n+6)'' | (10n+5)'' | (10n+4)'' | (10n+3)'' | (10n+2)'' | (10n+1)'' | n |

± 0.0001 aeq. 1/1000''.

log cos 89° 59' 1'' bis 90°.

| log sin 0° 1' bis 3'. | | | | | | | | | |
|-----------------------|--------|--------|--------|------|------|--------|--------|--------|------|
| ↙ | 1' | 2' | 3' | ↗ | ↙ | 1' | 2' | 3' | ↗ |
| 0'' | 6,4637 | 6,7648 | 6,9408 | 60'' | 30'' | 6,6398 | 6,8617 | 7,0078 | 30'' |
| 1'' | 6,4709 | 6,7684 | 6,9433 | 59'' | 31'' | 6,6446 | 6,8646 | 7,0099 | 29'' |
| 2'' | 6,4780 | 6,7719 | 6,9456 | 58'' | 32'' | 6,6494 | 6,8674 | 7,0119 | 28'' |
| 3'' | 6,4849 | 6,7755 | 6,9480 | 57'' | 33'' | 6,6541 | 6,8703 | 7,0140 | 27'' |
| 4'' | 6,4918 | 6,7790 | 6,9504 | 56'' | 34'' | 6,6587 | 6,8731 | 7,0160 | 26'' |
| 5'' | 6,4985 | 6,7825 | 6,9527 | 55'' | 35'' | 6,6633 | 6,8759 | 7,0180 | 25'' |
| 6'' | 6,5051 | 6,7859 | 6,9551 | 54'' | 36'' | 6,6678 | 6,8787 | 7,0200 | 24'' |
| 7'' | 6,5116 | 6,7894 | 6,9574 | 53'' | 37'' | 6,6723 | 6,8815 | 7,0220 | 23'' |
| 8'' | 6,5181 | 6,7928 | 6,9597 | 52'' | 38'' | 6,6768 | 6,8842 | 7,0240 | 22'' |
| 9'' | 6,5244 | 6,7962 | 6,9620 | 51'' | 39'' | 6,6812 | 6,8870 | 7,0260 | 21'' |
| 10'' | 6,5307 | 6,7995 | 6,9643 | 50'' | 40'' | 6,6856 | 6,8897 | 7,0280 | 20'' |
| 11'' | 6,5368 | 6,8028 | 6,9666 | 49'' | 41'' | 6,6899 | 6,8924 | 7,0300 | 19'' |
| 12'' | 6,5429 | 6,8061 | 6,9689 | 48'' | 42'' | 6,6942 | 6,8951 | 7,0319 | 18'' |
| 13'' | 6,5489 | 6,8094 | 6,9711 | 47'' | 43'' | 6,6984 | 6,8978 | 7,0339 | 17'' |
| 14'' | 6,5548 | 6,8127 | 6,9734 | 46'' | 44'' | 6,7026 | 6,9004 | 7,0358 | 16'' |
| 15'' | 6,5606 | 6,8159 | 6,9756 | 45'' | 45'' | 6,7068 | 6,9031 | 7,0378 | 15'' |
| 16'' | 6,5664 | 6,8191 | 6,9778 | 44'' | 46'' | 6,7109 | 6,9057 | 7,0397 | 14'' |
| 17'' | 6,5721 | 6,8223 | 6,9800 | 43'' | 47'' | 6,7150 | 6,9083 | 7,0416 | 13'' |
| 18'' | 6,5777 | 6,8255 | 6,9822 | 42'' | 48'' | 6,7190 | 6,9109 | 7,0435 | 12'' |
| 19'' | 6,5832 | 6,8286 | 6,9844 | 41'' | 49'' | 6,7230 | 6,9135 | 7,0454 | 11'' |
| 20'' | 6,5887 | 6,8317 | 6,9866 | 40'' | 50'' | 6,7270 | 6,9160 | 7,0473 | 10'' |
| 21'' | 6,5941 | 6,8348 | 6,9888 | 39'' | 51'' | 6,7309 | 6,9186 | 7,0492 | 9'' |
| 22'' | 6,5994 | 6,8379 | 6,9909 | 38'' | 52'' | 6,7348 | 6,9211 | 7,0511 | 8'' |
| 23'' | 6,6047 | 6,8409 | 6,9931 | 37'' | 53'' | 6,7387 | 6,9236 | 7,0529 | 7'' |
| 24'' | 6,6099 | 6,8439 | 6,9952 | 36'' | 54'' | 6,7425 | 6,9261 | 7,0548 | 6'' |
| 25'' | 6,6150 | 6,8469 | 6,9973 | 35'' | 55'' | 6,7463 | 6,9286 | 7,0566 | 5'' |
| 26'' | 6,6201 | 6,8499 | 6,9994 | 34'' | 56'' | 6,7500 | 6,9311 | 7,0585 | 4'' |
| 27'' | 6,6251 | 6,8529 | 7,0015 | 33'' | 57'' | 6,7538 | 6,9335 | 7,0603 | 3'' |
| 28'' | 6,6301 | 6,8558 | 7,0036 | 32'' | 58'' | 6,7575 | 6,9360 | 7,0622 | 2'' |
| 29'' | 6,6350 | 6,8588 | 7,0057 | 31'' | 59'' | 6,7611 | 6,9384 | 7,0640 | 1'' |
| 30'' | 6,6398 | 6,8617 | 7,0078 | 30'' | 60'' | 6,7648 | 6,9408 | 7,0658 | 0'' |
| ↘ | 58' | 57' | 56' | ↙ | ↘ | 58' | 57' | 56' | ↙ |

log cos 89° 56' bis 58'.

| log sin 0° 4' bis 6'. | | | | | | | | | |
|------------------------------|--------|--------|--------|------|------|--------|--------|--------|------|
| ↗ | 4' | 5' | 6' | ▲ | ↖ | 4' | 5' | 6' | ▲ |
| 0'' | 7,0658 | 7,1627 | 7,2419 | 60'' | 30'' | 7,1169 | 7,2041 | 7,2766 | 30'' |
| 1'' | 7,0676 | 7,1641 | 7,2431 | 59'' | 31'' | 7,1185 | 7,2054 | 7,2778 | 29'' |
| 2'' | 7,0694 | 7,1656 | 7,2443 | 58'' | 32'' | 7,1201 | 7,2067 | 7,2789 | 28'' |
| 3'' | 7,0712 | 7,1670 | 7,2455 | 57'' | 33'' | 7,1217 | 7,2080 | 7,2800 | 27'' |
| 4'' | 7,0730 | 7,1684 | 7,2467 | 56'' | 34'' | 7,1233 | 7,2093 | 7,2811 | 26'' |
| 5'' | 7,0747 | 7,1699 | 7,2479 | 55'' | 35'' | 7,1249 | 7,2106 | 7,2822 | 25'' |
| 6'' | 7,0765 | 7,1713 | 7,2491 | 54'' | 36'' | 7,1265 | 7,2119 | 7,2833 | 24'' |
| 7'' | 7,0783 | 7,1727 | 7,2502 | 53'' | 37'' | 7,1281 | 7,2132 | 7,2844 | 23'' |
| 8'' | 7,0800 | 7,1741 | 7,2514 | 52'' | 38'' | 7,1296 | 7,2145 | 7,2855 | 22'' |
| 9'' | 7,0818 | 7,1755 | 7,2526 | 51'' | 39'' | 7,1312 | 7,2158 | 7,2865 | 21'' |
| 10'' | 7,0835 | 7,1769 | 7,2538 | 50'' | 40'' | 7,1327 | 7,2171 | 7,2876 | 20'' |
| 11'' | 7,0852 | 7,1783 | 7,2549 | 49'' | 41'' | 7,1343 | 7,2183 | 7,2887 | 19'' |
| 12'' | 7,0870 | 7,1797 | 7,2561 | 48'' | 42'' | 7,1358 | 7,2196 | 7,2898 | 18'' |
| 13'' | 7,0887 | 7,1811 | 7,2573 | 47'' | 43'' | 7,1374 | 7,2209 | 7,2909 | 17'' |
| 14'' | 7,0904 | 7,1825 | 7,2584 | 46'' | 44'' | 7,1389 | 7,2221 | 7,2920 | 16'' |
| 15'' | 7,0921 | 7,1839 | 7,2596 | 45'' | 45'' | 7,1404 | 7,2234 | 7,2930 | 15'' |
| 16'' | 7,0938 | 7,1853 | 7,2608 | 44'' | 46'' | 7,1419 | 7,2247 | 7,2941 | 14'' |
| 17'' | 7,0955 | 7,1866 | 7,2619 | 43'' | 47'' | 7,1435 | 7,2259 | 7,2952 | 13'' |
| 18'' | 7,0972 | 7,1880 | 7,2631 | 42'' | 48'' | 7,1450 | 7,2272 | 7,2962 | 12'' |
| 19'' | 7,0989 | 7,1894 | 7,2642 | 41'' | 49'' | 7,1465 | 7,2284 | 7,2973 | 11'' |
| 20'' | 7,1005 | 7,1907 | 7,2654 | 40'' | 50'' | 7,1480 | 7,2296 | 7,2984 | 10'' |
| 21'' | 7,1022 | 7,1921 | 7,2665 | 39'' | 51'' | 7,1495 | 7,2309 | 7,2994 | 9'' |
| 22'' | 7,1039 | 7,1934 | 7,2676 | 38'' | 52'' | 7,1510 | 7,2321 | 7,3005 | 8'' |
| 23'' | 7,1055 | 7,1948 | 7,2688 | 37'' | 53'' | 7,1524 | 7,2333 | 7,3015 | 7'' |
| 24'' | 7,1072 | 7,1961 | 7,2699 | 36'' | 54'' | 7,1539 | 7,2346 | 7,3026 | 6'' |
| 25'' | 7,1088 | 7,1975 | 7,2710 | 35'' | 55'' | 7,1554 | 7,2358 | 7,3036 | 5'' |
| 26'' | 7,1105 | 7,1988 | 7,2722 | 34'' | 56'' | 7,1569 | 7,2370 | 7,3047 | 4'' |
| 27'' | 7,1121 | 7,2001 | 7,2733 | 33'' | 57'' | 7,1583 | 7,2382 | 7,3057 | 3'' |
| 28'' | 7,1137 | 7,2014 | 7,2744 | 32'' | 58'' | 7,1598 | 7,2395 | 7,3068 | 2'' |
| 29'' | 7,1153 | 7,2028 | 7,2755 | 31'' | 59'' | 7,1612 | 7,2407 | 7,3078 | 1'' |
| 30'' | 7,1169 | 7,2041 | 7,2766 | 30'' | 60'' | 7,1627 | 7,2419 | 7,3088 | 0'' |
| ▼ | 55' | 54' | 53' | ↘ | ▼ | 55' | 54' | 53' | ↘ |

log cos 89° 53' bis 55'.

log sin 0° 7' bis 9'.

| ↙ | 7' | 8' | 9' | ↗ | ↙ | 7' | 8' | 9' | ↗ |
|------|--------|--------|--------|------|------|--------|--------|--------|------|
| 0'' | 7,3088 | 7,3668 | 7,4180 | 60'' | 30'' | 7,3388 | 7,3931 | 7,4414 | 30'' |
| 1'' | 7,3099 | 7,3677 | 7,4188 | 59'' | 31'' | 7,3398 | 7,3940 | 7,4422 | 29'' |
| 2'' | 7,3109 | 7,3686 | 7,4196 | 58'' | 32'' | 7,3407 | 7,3948 | 7,4430 | 28'' |
| 3'' | 7,3119 | 7,3695 | 7,4204 | 57'' | 33'' | 7,3417 | 7,3957 | 7,4437 | 27'' |
| 4'' | 7,3129 | 7,3704 | 7,4212 | 56'' | 34'' | 7,3426 | 7,3965 | 7,4445 | 26'' |
| 5'' | 7,3140 | 7,3713 | 7,4220 | 55'' | 35'' | 7,3436 | 7,3974 | 7,4452 | 25'' |
| 6'' | 7,3150 | 7,3722 | 7,4228 | 54'' | 36'' | 7,3445 | 7,3982 | 7,4460 | 24'' |
| 7'' | 7,3160 | 7,3731 | 7,4236 | 53'' | 37'' | 7,3455 | 7,3991 | 7,4468 | 23'' |
| 8'' | 7,3170 | 7,3740 | 7,4244 | 52'' | 38'' | 7,3464 | 7,3999 | 7,4475 | 22'' |
| 9'' | 7,3180 | 7,3749 | 7,4251 | 51'' | 39'' | 7,3474 | 7,4007 | 7,4483 | 21'' |
| 10'' | 7,3190 | 7,3758 | 7,4259 | 50'' | 40'' | 7,3483 | 7,4016 | 7,4490 | 20'' |
| 11'' | 7,3201 | 7,3767 | 7,4267 | 49'' | 41'' | 7,3493 | 7,4024 | 7,4498 | 19'' |
| 12'' | 7,3211 | 7,3775 | 7,4275 | 48'' | 42'' | 7,3502 | 7,4032 | 7,4505 | 18'' |
| 13'' | 7,3221 | 7,3784 | 7,4283 | 47'' | 43'' | 7,3512 | 7,4041 | 7,4512 | 17'' |
| 14'' | 7,3231 | 7,3793 | 7,4291 | 46'' | 44'' | 7,3521 | 7,4049 | 7,4520 | 16'' |
| 15'' | 7,3241 | 7,3802 | 7,4299 | 45'' | 45'' | 7,3530 | 7,4057 | 7,4527 | 15'' |
| 16'' | 7,3251 | 7,3811 | 7,4306 | 44'' | 46'' | 7,3540 | 7,4066 | 7,4535 | 14'' |
| 17'' | 7,3261 | 7,3819 | 7,4314 | 43'' | 47'' | 7,3549 | 7,4074 | 7,4542 | 13'' |
| 18'' | 7,3270 | 7,3828 | 7,4322 | 42'' | 48'' | 7,3558 | 7,4082 | 7,4550 | 12'' |
| 19'' | 7,3280 | 7,3837 | 7,4330 | 41'' | 49'' | 7,3567 | 7,4090 | 7,4557 | 11'' |
| 20'' | 7,3290 | 7,3845 | 7,4338 | 40'' | 50'' | 7,3577 | 7,4099 | 7,4564 | 10'' |
| 21'' | 7,3300 | 7,3854 | 7,4345 | 39'' | 51'' | 7,3586 | 7,4107 | 7,4572 | 9'' |
| 22'' | 7,3310 | 7,3863 | 7,4353 | 38'' | 52'' | 7,3595 | 7,4115 | 7,4579 | 8'' |
| 23'' | 7,3320 | 7,3871 | 7,4361 | 37'' | 53'' | 7,3604 | 7,4123 | 7,4586 | 7'' |
| 24'' | 7,3330 | 7,3880 | 7,4369 | 36'' | 54'' | 7,3614 | 7,4131 | 7,4594 | 6'' |
| 25'' | 7,3339 | 7,3889 | 7,4376 | 35'' | 55'' | 7,3623 | 7,4139 | 7,4601 | 5'' |
| 26'' | 7,3349 | 7,3897 | 7,4384 | 34'' | 56'' | 7,3632 | 7,4147 | 7,4608 | 4'' |
| 27'' | 7,3359 | 7,3906 | 7,4392 | 33'' | 57'' | 7,3641 | 7,4155 | 7,4615 | 3'' |
| 28'' | 7,3369 | 7,3914 | 7,4399 | 32'' | 58'' | 7,3650 | 7,4164 | 7,4623 | 2'' |
| 29'' | 7,3378 | 7,3923 | 7,4407 | 31'' | 59'' | 7,3659 | 7,4172 | 7,4630 | 1'' |
| 30'' | 7,3388 | 7,3931 | 7,4414 | 30'' | 60'' | 7,3668 | 7,4180 | 7,4637 | 0'' |
| ↘ | 52' | 51' | 50' | ↘ | ↘ | 52' | 51' | 50' | ↘ |

†0,0001 aeq. $\frac{1}{10''}$.

log cos 89° 50' bis 52'.

| log sin 0° 10' bis 15'. | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|---------|------|---------|-------|------|------|------|------|------|------|----|
| ∠ | log sin | D. | ▲ | P. P. | | | | | | | |
| 10° 0'' | 7,4637 | 72 | 0'' 50' | '' | 72 | 71 | 69 | 67 | 66 | 65 | '' |
| 10'' | 7,4709 | 71 | 50'' | 1 | 7.2 | 7.1 | 6.9 | 6.7 | 6.6 | 6.5 | 1 |
| 20'' | 7,4780 | 69 | 40'' | 2 | 14.4 | 14.2 | 13.8 | 13.4 | 13.2 | 13.0 | 2 |
| 30'' | 7,4849 | 69 | 30'' | 3 | 21.6 | 21.3 | 20.7 | 20.1 | 19.8 | 19.5 | 3 |
| 40'' | 7,4918 | 67 | 20'' | 4 | 28.8 | 28.4 | 27.6 | 26.8 | 26.4 | 26.0 | 4 |
| 50'' | 7,4985 | 66 | 10'' | 5 | 36.0 | 35.5 | 34.5 | 33.5 | 33.0 | 32.5 | 5 |
| 11° 0'' | 7,5051 | 65 | 0'' 49' | 6 | 43.2 | 42.6 | 41.4 | 40.2 | 39.6 | 39.0 | 6 |
| 10'' | 7,5116 | 65 | 50'' | 7 | 50.4 | 49.7 | 48.3 | 46.9 | 46.2 | 45.5 | 7 |
| 20'' | 7,5181 | 63 | 40'' | 8 | 57.6 | 56.8 | 55.2 | 53.6 | 52.8 | 52.0 | 8 |
| 30'' | 7,5244 | 63 | 30'' | 9 | 64.8 | 63.9 | 62.1 | 60.3 | 59.4 | 58.5 | 9 |
| 40'' | 7,5307 | 61 | 20'' | '' | 63 | 61 | 60 | 59 | 58 | 57 | '' |
| 50'' | 7,5368 | 61 | 10'' | 1 | 6.3 | 6.1 | 6.0 | 5.9 | 5.8 | 5.7 | 1 |
| 12° 0'' | 7,5429 | 60 | 0'' 48' | 2 | 12.6 | 12.2 | 12.0 | 11.8 | 11.6 | 11.4 | 2 |
| 10'' | 7,5489 | 59 | 50'' | 3 | 18.9 | 18.3 | 18.0 | 17.7 | 17.4 | 17.1 | 3 |
| 20'' | 7,5548 | 58 | 40'' | 4 | 25.2 | 24.4 | 24.0 | 23.6 | 23.2 | 22.8 | 4 |
| 30'' | 7,5606 | 58 | 30'' | 5 | 31.5 | 30.5 | 30.0 | 29.5 | 29.0 | 28.5 | 5 |
| 40'' | 7,5664 | 57 | 20'' | 6 | 37.8 | 36.6 | 36.0 | 35.4 | 34.8 | 34.2 | 6 |
| 50'' | 7,5721 | 56 | 10'' | 7 | 44.1 | 42.7 | 42.0 | 41.3 | 40.6 | 39.9 | 7 |
| 13° 0'' | 7,5777 | 55 | 0'' 47' | 8 | 50.4 | 48.8 | 48.0 | 47.2 | 46.4 | 45.6 | 8 |
| 10'' | 7,5832 | 55 | 50'' | 9 | 56.7 | 54.9 | 54.0 | 53.1 | 52.2 | 51.3 | 9 |
| 20'' | 7,5887 | 54 | 40'' | '' | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | '' |
| 30'' | 7,5941 | 53 | 30'' | 1 | 5.6 | 5.5 | 5.4 | 5.3 | 5.2 | 5.1 | 1 |
| 40'' | 7,5994 | 53 | 20'' | 2 | 11.2 | 11.0 | 10.8 | 10.6 | 10.4 | 10.2 | 2 |
| 50'' | 7,6047 | 52 | 10'' | 3 | 16.8 | 16.5 | 16.2 | 15.9 | 15.6 | 15.3 | 3 |
| 14° 0'' | 7,6099 | 51 | 0'' 46' | 4 | 22.4 | 22.0 | 21.6 | 21.2 | 20.8 | 20.4 | 4 |
| 10'' | 7,6150 | 51 | 50'' | 5 | 28.0 | 27.5 | 27.0 | 26.5 | 26.0 | 25.5 | 5 |
| 20'' | 7,6201 | 50 | 40'' | 6 | 33.6 | 33.0 | 32.4 | 31.8 | 31.2 | 30.6 | 6 |
| 30'' | 7,6251† | 50 | 30'' | 7 | 39.2 | 38.5 | 37.8 | 37.1 | 36.4 | 35.7 | 7 |
| 40'' | 7,6301 | 49 | 20'' | 8 | 44.8 | 44.0 | 43.2 | 42.4 | 41.6 | 40.8 | 8 |
| 50'' | 7,6350 | 48 | 10'' | 9 | 50.4 | 49.5 | 48.6 | 47.7 | 46.8 | 45.9 | 9 |
| 15° 0'' | 7,6398 | 48 | 0'' 45' | '' | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | '' |
| 1 | 5.6 | 5.5 | 5.4 | 5.3 | 5.2 | 5.1 | 1 | | | | |
| 2 | 11.2 | 11.0 | 10.8 | 10.6 | 10.4 | 10.2 | 2 | | | | |
| 3 | 16.8 | 16.5 | 16.2 | 15.9 | 15.6 | 15.3 | 3 | | | | |
| 4 | 22.4 | 22.0 | 21.6 | 21.2 | 20.8 | 20.4 | 4 | | | | |
| 5 | 28.0 | 27.5 | 27.0 | 26.5 | 26.0 | 25.5 | 5 | | | | |
| 6 | 33.6 | 33.0 | 32.4 | 31.8 | 31.2 | 30.6 | 6 | | | | |
| 7 | 39.2 | 38.5 | 37.8 | 37.1 | 36.4 | 35.7 | 7 | | | | |
| 8 | 44.8 | 44.0 | 43.2 | 42.4 | 41.6 | 40.8 | 8 | | | | |
| 9 | 50.4 | 49.5 | 48.6 | 47.7 | 46.8 | 45.9 | 9 | | | | |
| ▼ | log cos | D. | ∠ | P. P. | | | | | | | |

† 0.0001 aeq. 1/8''.

log cos 89° 45' bis 50'.

| log sin 0° 15' bis 20'. | | | | | | | ∠ | log sin | D. | 人 | |
|-------------------------|------|------|------|------|------|----|--------------------------|---------|----|---------|--|
| P. P. | | | | | | | | | | | |
| '' | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | '' | 15' 0'' | 7,6398 | 48 | 0'' 45' | |
| 1 | 5.0 | 4.9 | 4.8 | 4.7 | 4.6 | 1 | 10'' | 7,6446 | 48 | 50'' | |
| 2 | 10.0 | 9.8 | 9.6 | 9.4 | 9.2 | 2 | 20'' | 7,6494 | 47 | 40'' | |
| 3 | 15.0 | 14.7 | 14.4 | 14.1 | 13.8 | 3 | 30'' | 7,6541 | 46 | 30'' | |
| | | | | | | | 40'' | 7,6587 | 46 | 20'' | |
| 4 | 20.0 | 19.6 | 19.2 | 18.8 | 18.4 | 4 | 50'' | 7,6633 | 45 | 10'' | |
| 5 | 25.0 | 24.5 | 24.0 | 23.5 | 23.0 | 5 | 16' 0'' | 7,6678 | 45 | 0'' 44' | |
| 6 | 30.0 | 29.4 | 28.8 | 28.2 | 27.6 | 6 | 10'' | 7,6723 | 45 | 50'' | |
| | | | | | | | 20'' | 7,6768 | 44 | 40'' | |
| 7 | 35.0 | 34.3 | 33.6 | 32.9 | 32.2 | 7 | 30'' | 7,6812 | 44 | 30'' | |
| 8 | 40.0 | 39.2 | 38.4 | 37.6 | 36.8 | 8 | 40'' | 7,6856 | 43 | 20'' | |
| 9 | 45.0 | 44.1 | 43.2 | 42.3 | 41.4 | 9 | 50'' | 7,6899 | 43 | 10'' | |
| '' | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | '' | 17' 0'' | 7,6942 | 43 | 0'' 43' | |
| 1 | 4.5 | 4.4 | 4.3 | 4.2 | 4.1 | 1 | 10'' | 7,6984 | 42 | 50'' | |
| 2 | 9.0 | 8.8 | 8.6 | 8.4 | 8.2 | 2 | 20'' | 7,7026 | 42 | 40'' | |
| 3 | 13.5 | 13.2 | 12.9 | 12.6 | 12.3 | 3 | 30'' | 7,7068 | 41 | 30'' | |
| | | | | | | | 40'' | 7,7109 | 41 | 20'' | |
| 4 | 18.0 | 17.6 | 17.2 | 16.8 | 16.4 | 4 | 50'' | 7,7150 | 41 | 10'' | |
| 5 | 22.5 | 22.0 | 21.5 | 21.0 | 20.5 | 5 | 18' 0'' | 7,7190 | 40 | 0'' 42' | |
| 6 | 27.0 | 26.4 | 25.8 | 25.2 | 24.6 | 6 | 10'' | 7,7230 | 40 | 50'' | |
| | | | | | | | 20'' | 7,7270 | 39 | 40'' | |
| 7 | 31.5 | 30.8 | 30.1 | 29.4 | 28.7 | 7 | 30'' | 7,7309 | 39 | 30'' | |
| 8 | 36.0 | 35.2 | 34.4 | 33.6 | 32.8 | 8 | 40'' | 7,7348 | 39 | 20'' | |
| 9 | 40.5 | 39.6 | 38.7 | 37.8 | 36.9 | 9 | 50'' | 7,7387 | 39 | 10'' | |
| '' | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | '' | 19' 0'' | 7,7425 | 38 | 0'' 41' | |
| 1 | 4.0 | 3.9 | 3.8 | 3.7 | 3.6 | 1 | 10'' | 7,7463 | 38 | 50'' | |
| 2 | 8.0 | 7.8 | 7.6 | 7.4 | 7.2 | 2 | 20'' | 7,7500 | 37 | 40'' | |
| 3 | 12.0 | 11.7 | 11.4 | 11.1 | 10.8 | 3 | 30'' | 7,7538 | 38 | 30'' | |
| | | | | | | | 40'' | 7,7575 | 37 | 20'' | |
| 4 | 16.0 | 15.6 | 15.2 | 14.8 | 14.4 | 4 | 50'' | 7,7611 | 36 | 10'' | |
| 5 | 20.0 | 19.5 | 19.0 | 18.5 | 18.0 | 5 | 20' 0'' | 7,7648 | 37 | 0'' 40' | |
| 6 | 24.0 | 23.4 | 22.8 | 22.2 | 21.6 | 6 | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| 7 | 28.0 | 27.3 | 26.6 | 25.9 | 25.2 | 7 | | | | | |
| 8 | 32.0 | 31.2 | 30.4 | 29.6 | 28.8 | 8 | | | | | |
| 9 | 36.0 | 35.1 | 34.2 | 33.3 | 32.4 | 9 | | | | | |
| P. P. | | | | | | | ∠ | log cos | D. | ∠ | |
| | | | | | | | log cos 89° 40' bis 45'. | | | | |

| log sin 0° 20' bis 30'. | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|---------|----|---------|-------|------|------|------|---------|---------|--------|---------|---------|
| ↖ | log sin | D. | ↗ | P. P. | | | | ↘ | log sin | D. | ↙ | |
| 20° 0'' | 7,7648 | | 0'' 40' | | | | | 25° 0'' | 7,8617 | | 0'' 35' | |
| 10'' | 7,7684 | 36 | 50'' | 1 | 3.6 | 3.5 | 3.4 | 3.3 | 10'' | 7,8645 | 28 | 50'' |
| 20'' | 7,7719 | 35 | 40'' | 2 | 7.2 | 7.0 | 6.8 | 6.6 | 20'' | 7,8674 | 29 | 40'' |
| 30'' | 7,7755 | 36 | 30'' | 3 | 10.8 | 10.5 | 10.2 | 9.9 | 30'' | 7,8703 | 29 | 30'' |
| 40'' | 7,7790 | 35 | 20'' | 4 | 14.4 | 14.0 | 13.6 | 13.2 | 40'' | 7,8731 | 28 | 20'' |
| 50'' | 7,7825 | 35 | 10'' | 5 | 18.0 | 17.5 | 17.0 | 16.5 | 50'' | 7,8759 | 28 | 10'' |
| 21° 0'' | 7,7859 | 34 | 0'' 39' | 6 | 21.6 | 21.0 | 20.4 | 19.8 | 26° 0'' | 7,8787 | 28 | 0'' 34' |
| 10'' | 7,7894 | 35 | 50'' | 7 | 25.2 | 24.5 | 23.8 | 23.1 | 10'' | 7,8815 | 28 | 50'' |
| 20'' | 7,7928 | 34 | 40'' | 8 | 28.8 | 28.0 | 27.2 | 26.4 | 20'' | 7,8842 | 27 | 40'' |
| 30'' | 7,7962 | 34 | 30'' | 9 | 32.4 | 31.5 | 30.6 | 29.7 | 30'' | 7,8870 | 28 | 30'' |
| 40'' | 7,7995 | 33 | 20'' | | | | | | 40'' | 7,8897 | 27 | 20'' |
| 50'' | 7,8028 | 33 | 10'' | | 32 | 31 | 30 | | 50'' | 7,8924 | 27 | 10'' |
| 22° 0'' | 7,8061 | 33 | 0'' 38' | 1 | 3.2 | 3.1 | 3.0 | | 27° 0'' | 7,8951 | 27 | 0'' 33' |
| 10'' | 7,8094 | 33 | 50'' | 2 | 6.4 | 6.2 | 6.0 | | 10'' | 7,8978 | 27 | 50'' |
| 20'' | 7,8127 | 32 | 40'' | 3 | 9.6 | 9.3 | 9.0 | | 20'' | 7,9004 | 26 | 40'' |
| 30'' | 7,8159 | 32 | 30'' | 4 | 12.8 | 12.4 | 12.0 | | 30'' | 7,9031 | 27 | 30'' |
| 40'' | 7,8191 | 32 | 20'' | 5 | 16.0 | 15.5 | 15.0 | | 40'' | 7,9057 | 26 | 20'' |
| 50'' | 7,8223 | 32 | 10'' | 6 | 19.2 | 18.6 | 18.0 | | 50'' | 7,9083 | 26 | 10'' |
| 23° 0'' | 7,8255 | 31 | 0'' 37' | 7 | 22.4 | 21.7 | 21.0 | | 28° 0'' | 7,9109 | 26 | 0'' 32' |
| 10'' | 7,8286 | 31 | 50'' | 8 | 25.6 | 24.8 | 24.0 | | 10'' | 7,9135 | 26 | 50'' |
| 20'' | 7,8317 | 31 | 40'' | 9 | 28.8 | 27.9 | 27.0 | | 20'' | 7,9160 | 25 | 40'' |
| 30'' | 7,8348 | 31 | 30'' | | | | | | 30'' | 7,9186 | 26 | 30'' |
| 40'' | 7,8379 | 30 | 20'' | | 29 | 28 | 27 | | 40'' | 7,9211 | 25 | 20'' |
| 50'' | 7,8409 | 30 | 10'' | 1 | 2.9 | 2.8 | 2.7 | | 50'' | 7,9236 | 25 | 10'' |
| 24° 0'' | 7,8439 | 30 | 0'' 36' | 2 | 5.8 | 5.6 | 5.4 | | 29° 0'' | 7,9261 | 25 | 0'' 31' |
| 10'' | 7,8469 | 30 | 50'' | 3 | 8.7 | 8.4 | 8.1 | | 10'' | 7,9286 | 25 | 50'' |
| 20'' | 7,8499 | 30 | 40'' | 4 | 11.6 | 11.2 | 10.8 | | 20'' | 7,9311 | 25 | 40'' |
| 30'' | 7,8529 | 30 | 30'' | 5 | 14.5 | 14.0 | 13.5 | | 30'' | 7,9335 | 24 | 30'' |
| 40'' | 7,8558 | 29 | 20'' | 6 | 17.4 | 16.8 | 16.2 | | 40'' | 7,9360 | 25 | 20'' |
| 50'' | 7,8588 | 30 | 10'' | 7 | 20.3 | 19.6 | 18.9 | | 50'' | 7,9384 | 24 | 10'' |
| 25° 0'' | 7,8617 | 29 | 0'' 35' | 8 | 23.2 | 22.4 | 21.6 | | 30° 0'' | 7,9408 | 24 | 0'' 30' |
| | | | | 9 | 26.1 | 25.2 | 24.3 | | | | | |
| ↙ | log cos | D. | ↖ | P. P. | | | | ↘ | log cos | D. | ↙ | |
| log cos 89° 30' bis 40'. | | | | | | | | | | | | |

| log sin 0° 30' bis 40'. | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|---------|----|---------|---------|--------|------|------|---------|--------|----|---------|
| ↘ | log sin | D. | ↑ | P. P. | | | ↘ | log sin | D. | ↑ | |
| 30° 0'' | 7,9408 | 24 | 0'' 30' | '' | 26 | 25 | 24 | 35° 0'' | 8,0078 | 20 | 0'' 25' |
| 10'' | 7,9432 | 24 | 50'' | 1 | 2.6 | 2.5 | 2.4 | 10'' | 8,0098 | 21 | 50'' |
| 20'' | 7,9456 | 24 | 40'' | 2 | 5.2 | 5.0 | 4.8 | 20'' | 8,0119 | 20 | 40'' |
| 30'' | 7,9480 | 24 | 30'' | 3 | 7.8 | 7.5 | 7.2 | 30'' | 8,0139 | 21 | 30'' |
| 40'' | 7,9504 | 23 | 20'' | 4 | 10.4 | 10.0 | 9.6 | 40'' | 8,0160 | 20 | 20'' |
| 50'' | 7,9527 | 24 | 10'' | 5 | 13.0 | 12.5 | 12.0 | 50'' | 8,0180 | 20 | 10'' |
| 31° 0'' | 7,9551 | 23 | 0'' 29' | 6 | 15.6 | 15.0 | 14.4 | 36° 0'' | 8,0200 | 20 | 0'' 24' |
| 10'' | 7,9574 | 23 | 50'' | 7 | 18.2 | 17.5 | 16.8 | 10'' | 8,0220 | 20 | 50'' |
| 20'' | 7,9597 | 23 | 40'' | 8 | 20.8 | 20.0 | 19.2 | 20'' | 8,0240 | 20 | 40'' |
| 30'' | 7,9620 | 23 | 30'' | 9 | 23.4 | 22.5 | 21.6 | 30'' | 8,0260 | 20 | 30'' |
| 40'' | 7,9643 | 23 | 20'' | '' | 23 | 22 | 21 | 40'' | 8,0280 | 20 | 20'' |
| 50'' | 7,9666 | 23 | 10'' | 1 | 2.3 | 2.2 | 2.1 | 50'' | 8,0300 | 20 | 10'' |
| 32° 0'' | 7,9689 | 22 | 0'' 28' | 2 | 4.6 | 4.4 | 4.2 | 37° 0'' | 8,0319 | 20 | 0'' 23' |
| 10'' | 7,9711 | 23 | 50'' | 3 | 6.9 | 6.6 | 6.3 | 10'' | 8,0339 | 19 | 50'' |
| 20'' | 7,9734 | 22 | 40'' | 4 | 9.2 | 8.8 | 8.4 | 20'' | 8,0358 | 19 | 40'' |
| 30'' | 7,9756 | 22 | 30'' | 5 | 11.5 | 11.0 | 10.5 | 30'' | 8,0377 | 20 | 30'' |
| 40'' | 7,9778 | 22 | 20'' | 6 | 13.8 | 13.2 | 12.6 | 40'' | 8,0397 | 19 | 20'' |
| 50'' | 7,9800 | 22 | 10'' | 7 | 16.1 | 15.4 | 14.7 | 50'' | 8,0416 | 19 | 10'' |
| 33° 0'' | 7,9822 | 22 | 0'' 27' | 8 | 18.4 | 17.6 | 16.8 | 38° 0'' | 8,0435 | 19 | 0'' 22' |
| 10'' | 7,9844 | 22 | 50'' | 9 | 20.7 | 19.8 | 18.9 | 10'' | 8,0454 | 19 | 50'' |
| 20'' | 7,9866 | 22 | 40'' | '' | 20 | 19 | 18 | 20'' | 8,0473 | 19 | 40'' |
| 30'' | 7,9888 | 21 | 30'' | 1 | 2.0 | 1.9 | 1.8 | 30'' | 8,0492 | 19 | 30'' |
| 40'' | 7,9909 | 22 | 20'' | 2 | 4.0 | 3.8 | 3.6 | 40'' | 8,0511 | 18 | 20'' |
| 50'' | 7,9931 | 21 | 10'' | 3 | 6.0 | 5.7 | 5.4 | 50'' | 8,0529 | 19 | 10'' |
| 34° 0'' | 7,9952 | 21 | 0'' 26' | 4 | 8.0 | 7.6 | 7.2 | 39° 0'' | 8,0548 | 18 | 0'' 21' |
| 10'' | 7,9973 | 21 | 50'' | 5 | 10.0 | 9.5 | 9.0 | 10'' | 8,0566 | 19 | 50'' |
| 20'' | 7,9994 | 21 | 40'' | 6 | 12.0 | 11.4 | 10.8 | 20'' | 8,0585 | 18 | 40'' |
| 30'' | 8,0015 | 21 | 30'' | 7 | 14.0 | 13.3 | 12.6 | 30'' | 8,0603 | 18 | 30'' |
| 40'' | 8,0036 | 21 | 20'' | 8 | 16.0 | 15.2 | 14.4 | 40'' | 8,0621 | 19 | 20'' |
| 50'' | 8,0057 | 21 | 10'' | 9 | 18.0 | 17.1 | 16.2 | 50'' | 8,0640 | 18 | 10'' |
| 35° 0'' | 8,0078 | 21 | 0'' 25' | 40° 0'' | 8,0658 | | | 40° 0'' | 8,0658 | 18 | 0'' 20' |
| ↙ | log cos | D. | ↘ | P. P. | | | ↙ | log cos | D. | ↘ | |

† 0 0001 a ≈ q. 1/2''.

log cos 89° 20' bis 30'.

| log sin 0° 40' bis 50'. | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---------|----|--------|-------|------|------|---------|---------|----|--------|
| ↖ | log sin | D. | ↗ | P. P. | | | ↖ | log sin | D. | ↗ |
| 40° 0'' | 8,0658 | 18 | 0° 20' | | | | 45° 0'' | 8,1169 | 16 | 0° 15' |
| 10'' | 8,0676 | 18 | 50'' | | | | 10'' | 8,1185 | 16 | 50'' |
| 20'' | 8,0694 | 18 | 40'' | | | | 20'' | 8,1201 | 16 | 40'' |
| 30'' | 8,0712 | 18 | 30'' | | | | 30'' | 8,1217 | 16 | 30'' |
| 40'' | 8,0730 | 18 | 20'' | | | | 40'' | 8,1233 | 16 | 20'' |
| 50'' | 8,0747 | 17 | 10'' | | | | 50'' | 8,1249 | 16 | 10'' |
| 41° 0'' | 8,0765 | 18 | 0° 19' | | | | 46° 0'' | 8,1265 | 16 | 0° 14' |
| 10'' | 8,0783 | 17 | 50'' | 1 | 1.8 | 1.7 | 10'' | 8,1280 | 15 | 50'' |
| 20'' | 8,0800 | 17 | 40'' | 2 | 3.6 | 3.4 | 20'' | 8,1296 | 16 | 40'' |
| 30'' | 8,0818 | 18 | 30'' | 3 | 5.4 | 5.1 | 30'' | 8,1312 | 16 | 30'' |
| 40'' | 8,0835 | 17 | 20'' | 4 | 7.2 | 6.8 | 40'' | 8,1327 | 15 | 20'' |
| 50'' | 8,0852 | 17 | 10'' | 5 | 9.0 | 8.5 | 50'' | 8,1343 | 16 | 10'' |
| 42° 0'' | 8,0870 | 18 | 0° 18' | 6 | 10.8 | 10.2 | 47° 0'' | 8,1358 | 15 | 0° 13' |
| 10'' | 8,0887 | 17 | 50'' | 7 | 12.6 | 11.9 | 10'' | 8,1373 | 15 | 50'' |
| 20'' | 8,0904 | 17 | 40'' | 8 | 14.4 | 13.6 | 20'' | 8,1389 | 16 | 40'' |
| 30'' | 8,0921 | 17 | 30'' | 9 | 16.2 | 15.3 | 30'' | 8,1404 | 15 | 30'' |
| 40'' | 8,0938 | 17 | 20'' | | | | 40'' | 8,1419 | 15 | 20'' |
| 50'' | 8,0955 | 17 | 10'' | | | | 50'' | 8,1434 | 15 | 10'' |
| 43° 0'' | 8,0972 | 17 | 0° 17' | | | | 48° 0'' | 8,1450 | 16 | 0° 12' |
| 10'' | 8,0989 | 17 | 50'' | 1 | 1.6 | 1.5 | 10'' | 8,1465 | 16 | 50'' |
| 20'' | 8,1005 | 16 | 40'' | 2 | 3.2 | 3.0 | 20'' | 8,1480 | 15 | 40'' |
| 30'' | 8,1022 | 17 | 30'' | 3 | 4.8 | 4.5 | 30'' | 8,1495 | 15 | 30'' |
| 40'' | 8,1039 | 17 | 20'' | 4 | 6.4 | 6.0 | 40'' | 8,1509 | 14 | 20'' |
| 50'' | 8,1055 | 16 | 10'' | 5 | 8.0 | 7.5 | 50'' | 8,1524 | 15 | 10'' |
| 44° 0'' | 8,1072 | 17 | 0° 16' | 6 | 9.6 | 9.0 | 49° 0'' | 8,1539 | 15 | 0° 11' |
| 10'' | 8,1088 | 16 | 50'' | 7 | 11.2 | 10.5 | 10'' | 8,1554 | 15 | 50'' |
| 20'' | 8,1104 | 16 | 40'' | 8 | 12.8 | 12.0 | 20'' | 8,1569 | 15 | 40'' |
| 30'' | 8,1121 | 17 | 30'' | 9 | 14.4 | 13.5 | 30'' | 8,1583 | 14 | 30'' |
| 40'' | 8,1137 | 16 | 20'' | | | | 40'' | 8,1598 | 15 | 20'' |
| 50'' | 8,1153 | 16 | 10'' | | | | 50'' | 8,1612 | 14 | 10'' |
| 45° 0'' | 8,1169 | 16 | 0° 15' | | | | 50° 0'' | 8,1627 | 15 | 0° 10' |
| ↙ | log cos | D. | ↘ | P. P. | | | ↙ | log cos | D. | ↘ |
| log cos 89° 10' bis 20'. | | | | | | | | | | |

| log sin 0° 50' bis 60'. | | | | | | | | |
|-------------------------|---------|----|---------|-------|---------|---------|----|--------|
| ∠ | log sin | D. | ↑ | P. P. | ∠ | log sin | D. | ↑ |
| 50° 0'' | 8,1627 | | 0'' 10' | | 55° 0'' | 8,2041 | | 0'' 5' |
| 10'' | 8,1641 | 14 | 50'' | | 10'' | 8,2054 | 13 | 50'' |
| 20'' | 8,1656 | 15 | 40'' | | 20'' | 8,2067 | 13 | 40'' |
| 30'' | 8,1670 | 14 | 30'' | | 30'' | 8,2080 | 13 | 30'' |
| 40'' | 8,1684 | 14 | 20'' | | 40'' | 8,2093 | 13 | 20'' |
| 50'' | 8,1699 | 15 | 10'' | | 50'' | 8,2106 | 13 | 10'' |
| 51° 0'' | 8,1713 | 14 | 0'' 9' | | 56° 0'' | 8,2119 | 13 | 0'' 4' |
| 10'' | 8,1727 | 14 | 50'' | | 10'' | 8,2132 | 13 | 50'' |
| 20'' | 8,1741 | 14 | 40'' | | 20'' | 8,2145 | 13 | 40'' |
| 30'' | 8,1755 | 14 | 30'' | | 30'' | 8,2158 | 13 | 30'' |
| 40'' | 8,1769 | 14 | 20'' | | 40'' | 8,2170 | 12 | 20'' |
| 50'' | 8,1783 | 14 | 10'' | | 50'' | 8,2183 | 13 | 10'' |
| 52° 0'' | 8,1797 | 14 | 0'' 8' | | 57° 0'' | 8,2196 | 13 | 0'' 3' |
| 10'' | 8,1811 | 14 | 50'' | | 10'' | 8,2208 | 12 | 50'' |
| 20'' | 8,1825 | 14 | 40'' | | 20'' | 8,2221 | 13 | 40'' |
| 30'' | 8,1839 | 14 | 30'' | | 30'' | 8,2234 | 13 | 30'' |
| 40'' | 8,1852 | 13 | 20'' | | 40'' | 8,2246 | 12 | 20'' |
| 50'' | 8,1866 | 14 | 10'' | | 50'' | 8,2259 | 13 | 10'' |
| 53° 0'' | 8,1880 | 14 | 0'' 7' | | 58° 0'' | 8,2271 | 12 | 0'' 2' |
| 10'' | 8,1893 | 13 | 50'' | | 10'' | 8,2284 | 13 | 50'' |
| 20'' | 8,1907 | 14 | 40'' | | 20'' | 8,2296 | 12 | 40'' |
| 30'' | 8,1921 | 14 | 30'' | | 30'' | 8,2309 | 13 | 30'' |
| 40'' | 8,1934 | 13 | 20'' | | 40'' | 8,2321 | 12 | 20'' |
| 50'' | 8,1948 | 14 | 10'' | | 50'' | 8,2333 | 12 | 10'' |
| 54° 0'' | 8,1961 | 13 | 0'' 6' | | 59° 0'' | 8,2346 | 13 | 0'' 1' |
| 10'' | 8,1974 | 13 | 50'' | | 10'' | 8,2358 | 12 | 50'' |
| 20'' | 8,1988 | 14 | 40'' | | 20'' | 8,2370 | 12 | 40'' |
| 30'' | 8,2001 | 13 | 30'' | | 30'' | 8,2382 | 12 | 30'' |
| 40'' | 8,2014 | 13 | 20'' | | 40'' | 8,2394 | 12 | 20'' |
| 50'' | 8,2028 | 14 | 10'' | | 50'' | 8,2406 | 12 | 10'' |
| 55° 0'' | 8,2041 | 13 | 0'' 5' | | 60° 0'' | 8,2419 | 13 | 0'' 0' |
| ∠ | log cos | D. | ∠ | P. P. | ∠ | log cos | D. | ∠ |
| log cos 89° 0' bis 10'. | | | | | | | | |

| | | |
|---|------|------|
| | 14 | 13 |
| 1 | 1.4 | 1.3 |
| 2 | 2.8 | 2.6 |
| 3 | 4.2 | 3.9 |
| 4 | 5.6 | 5.2 |
| 5 | 7.0 | 6.5 |
| 6 | 8.4 | 7.8 |
| 7 | 9.8 | 9.1 |
| 8 | 11.2 | 10.4 |
| 9 | 12.6 | 11.7 |

| | |
|---|------|
| | 12 |
| 1 | 1.2 |
| 2 | 2.4 |
| 3 | 3.6 |
| 4 | 4.8 |
| 5 | 6.0 |
| 6 | 7.2 |
| 7 | 8.4 |
| 8 | 9.6 |
| 9 | 10.8 |

| log sin 1° 0' bis 30'. | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---------|----|-----|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| ↖ | log sin | D. | ↗ | P. P. | | | | | | | |
| 0' | 8,2419 | | 60' | | 71 | 69 | 67 | 66 | 64 | 63 | |
| 1' | 8,2490 | 71 | 59' | | | | | | | | |
| 2' | 8,2561 | 71 | 58' | 6'' | 7.1 | 6.9 | 6.7 | 6.6 | 6.4 | 6.3 | 6'' |
| 3' | 8,2630 | 69 | 57' | 7'' | 8.3 | 8.1 | 7.8 | 7.7 | 7.5 | 7.4 | 7'' |
| 4' | 8,2699 | 69 | 56' | 8'' | 9.5 | 9.2 | 8.9 | 8.8 | 8.5 | 8.4 | 8'' |
| 5' | 8,2766 | 67 | 55' | 9'' | 10.7 | 10.4 | 10.1 | 9.9 | 9.6 | 9.5 | 9'' |
| 6' | 8,2832 | 66 | 54' | 10'' | 11.8 | 11.5 | 11.2 | 11.0 | 10.7 | 10.5 | 10'' |
| 7' | 8,2898 | 66 | 53' | 20'' | 23.7 | 23.0 | 22.3 | 22.0 | 21.3 | 21.0 | 20'' |
| 8' | 8,2962 | 64 | 52' | 30'' | 35.5 | 34.5 | 33.5 | 33.0 | 32.0 | 31.5 | 30'' |
| 9' | 8,3025 | 63 | 51' | 40'' | 47.3 | 46.0 | 44.7 | 44.0 | 42.7 | 42.0 | 40'' |
| 10' | 8,3088 | 63 | 50' | 50'' | 59.2 | 57.5 | 55.8 | 55.0 | 53.3 | 52.5 | 50'' |
| 11' | 8,3150 | 62 | 49' | | 62 | 60 | 59 | 57 | 56 | 55 | |
| 12' | 8,3210† | 60 | 48' | 6'' | 6.2 | 6.0 | 5.9 | 5.7 | 5.6 | 5.5 | 6'' |
| 13' | 8,3270 | 59 | 47' | 7'' | 7.2 | 7.0 | 6.9 | 6.7 | 6.5 | 6.4 | 7'' |
| 14' | 8,3329 | 59 | 46' | 8'' | 8.3 | 8.0 | 7.9 | 7.6 | 7.5 | 7.3 | 8'' |
| 15' | 8,3388 | 57 | 45' | 9'' | 9.3 | 9.0 | 8.9 | 8.6 | 8.4 | 8.3 | 9'' |
| 16' | 8,3445 | 57 | 44' | 10'' | 10.3 | 10.0 | 9.8 | 9.5 | 9.3 | 9.2 | 10'' |
| 17' | 8,3502 | 56 | 43' | 20'' | 20.7 | 20.0 | 19.7 | 19.0 | 18.7 | 18.3 | 20'' |
| 18' | 8,3558 | 55 | 42' | 30'' | 31.0 | 30.0 | 29.5 | 28.5 | 28.0 | 27.5 | 30'' |
| 19' | 8,3613 | 55 | 41' | 40'' | 41.3 | 40.0 | 39.3 | 38.0 | 37.3 | 36.7 | 40'' |
| 20' | 8,3668 | 54 | 40' | 50'' | 51.7 | 50.0 | 49.2 | 47.5 | 46.7 | 45.8 | 50'' |
| 21' | 8,3722 | 53 | 39' | | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | |
| 22' | 8,3775 | 53 | 38' | 6'' | 5.4 | 5.3 | 5.2 | 5.1 | 5.0 | 4.9 | 6'' |
| 23' | 8,3828 | 52 | 37' | 7'' | 6.3 | 6.2 | 6.1 | 6.0 | 5.8 | 5.7 | 7'' |
| 24' | 8,3880 | 51 | 36' | 8'' | 7.2 | 7.1 | 6.9 | 6.8 | 6.7 | 6.5 | 8'' |
| 25' | 8,3931 | 51 | 35' | 9'' | 8.1 | 8.0 | 7.8 | 7.7 | 7.5 | 7.4 | 9'' |
| 26' | 8,3982 | 50 | 34' | 10'' | 9.0 | 8.8 | 8.7 | 8.5 | 8.3 | 8.2 | 10'' |
| 27' | 8,4032 | 50 | 33' | 20'' | 18.0 | 17.7 | 17.3 | 17.0 | 16.7 | 16.3 | 20'' |
| 28' | 8,4082 | 49 | 32' | 30'' | 27.0 | 26.5 | 26.0 | 25.5 | 25.0 | 24.5 | 30'' |
| 29' | 8,4131 | 48 | 31' | 40'' | 36.0 | 35.3 | 34.7 | 34.0 | 33.3 | 32.7 | 40'' |
| 30' | 8,4179 | 48 | 30' | 50'' | 45.0 | 44.2 | 43.3 | 42.5 | 41.7 | 40.8 | 50'' |
| ↙ | log cos | D. | ↘ | P. P. | | | | | | | |
| † 0.0001 aeq. 1''. | | | | | | | | | | | |
| log cos 88° 30' bis 60'. | | | | | | | | | | | |

| log sin 1° 30' bis 60'. | | | | | | | ∠ | log sin | D. | 人 |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|--------|---------|-----|-----|
| P. P. | | | | | | | | | | |
| | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | | 30' | 8,4179 | 48 | 30' |
| 6'' | 4.8 | 4.7 | 4.6 | 4.5 | 4.4 | 6'' | 31' | 8,4227 | 48 | 29' |
| 7'' | 5.6 | 5.5 | 5.4 | 5.3 | 5.1 | 7'' | 32' | 8,4275 | 47 | 28' |
| 8'' | 6.4 | 6.3 | 6.1 | 6.0 | 5.9 | 8'' | 33' | 8,4322 | 46 | 27' |
| 9'' | 7.2 | 7.1 | 6.9 | 6.8 | 6.6 | 9'' | 34' | 8,4368 | 46 | 26' |
| 10'' | 8.0 | 7.8 | 7.7 | 7.5 | 7.3 | 10'' | 35' | 8,4414 | 45 | 25' |
| 20'' | 16.0 | 15.7 | 15.3 | 15.0 | 14.7 | 20'' | 36' | 8,4459 | 45 | 24' |
| 30'' | 24.0 | 23.5 | 23.0 | 22.5 | 22.0 | 30'' | 37' | 8,4504 | 45 | 23' |
| 40'' | 32.0 | 31.3 | 30.7 | 30.0 | 29.3 | 40'' | 38' | 8,4549 | 44 | 22' |
| 50'' | 40.0 | 39.2 | 38.3 | 37.5 | 36.7 | 50'' | 39' | 8,4593 | 44 | 21' |
| | 43 | 42 | 41 | 40 | | | 40' | 8,4637 | 43 | 20' |
| 6'' | 4.3 | 4.2 | 4.1 | 4.0 | 6'' | 41' | 8,4680 | 43 | 19' | |
| 7'' | 5.0 | 4.9 | 4.8 | 4.7 | 7'' | 42' | 8,4723 | 42 | 18' | |
| 8'' | 5.7 | 5.6 | 5.5 | 5.3 | 8'' | 43' | 8,4765 | 42 | 17' | |
| 9'' | 6.5 | 6.3 | 6.2 | 6.0 | 9'' | 44' | 8,4807 | 41 | 16' | |
| 10'' | 7.2 | 7.0 | 6.8 | 6.7 | 10'' | 45' | 8,4848 | 42 | 15' | |
| 20'' | 14.3 | 14.0 | 13.7 | 13.3 | 20'' | 46' | 8,4890 | 40 | 14' | |
| 30'' | 21.5 | 21.0 | 20.5 | 20.0 | 30'' | 47' | 8,4930 | 41 | 13' | |
| 40'' | 28.7 | 28.0 | 27.3 | 26.7 | 40'' | 48' | 8,4971 | 40 | 12' | |
| 50'' | 35.8 | 35.0 | 34.2 | 33.3 | 50'' | 49' | 8,5011 | 40 | 11' | |
| | 39 | 38 | 37 | 36 | | 50' | 8,5050 | 39 | 10' | |
| 6'' | 3.9 | 3.8 | 3.7 | 3.6 | 6'' | 51' | 8,5090 | 40 | 9' | |
| 7'' | 4.6 | 4.4 | 4.3 | 4.2 | 7'' | 52' | 8,5129 | 39 | 8' | |
| 8'' | 5.2 | 5.1 | 4.9 | 4.8 | 8'' | 53' | 8,5167 | 38 | 8' | |
| 9'' | 5.9 | 5.7 | 5.6 | 5.4 | 9'' | 54' | 8,5206 | 38 | 7' | |
| 10'' | 6.5 | 6.3 | 6.2 | 6.0 | 10'' | 55' | 8,5243 | 37 | 6' | |
| 20'' | 13.0 | 12.7 | 12.3 | 12.0 | 20'' | 56' | 8,5281 | 37 | 5' | |
| 30'' | 19.5 | 19.0 | 18.5 | 18.0 | 30'' | 57' | 8,5318 | 38 | 4' | |
| 40'' | 26.0 | 25.3 | 24.7 | 24.0 | 40'' | 58' | 8,5355 | 37 | 3' | |
| 50'' | 32.5 | 31.7 | 30.8 | 30.0 | 50'' | 59' | 8,5392 | 37 | 2' | |
| | | | | | | 60' | 8,5428 | 36 | 1' | |
| | | | | | | | | 36 | 0' | |
| P. P. | | | | | | | ∠ | log cos | D. | ∠ |

log cos 88° 0' bis 30'.

| log sin 2°. | | | | | | | | | | | | |
|--------------------|---------|----|-----|-------|------|------|------|------|---------|--------|--------------|-----|
| ☆ | log sin | D. | 人 | P. P. | | | | ☆ | log sin | D. | 人 | |
| 0' | 8,5428 | | 60' | | 36 | 35 | 34 | 33 | 30' | 8,6397 | | 30' |
| 1' | 8,5464 | 36 | 59' | | | | | | 31' | 8,6426 | 29 | 29' |
| 2' | 8,5500 | 36 | 58' | 6'' | 3.6 | 3.5 | 3.4 | 3.3 | 32' | 8,6454 | 28 | 28' |
| 3' | 8,5535 | 35 | 57' | 7'' | 4.2 | 4.1 | 4.0 | 3.9 | 33' | 8,6483 | 29 | 27' |
| 4' | 8,5571 | 36 | 56' | 8'' | 4.8 | 4.7 | 4.5 | 4.4 | 34' | 8,6511 | 28 | 26' |
| 5' | 8,5605 | 34 | 55' | 9'' | 5.4 | 5.3 | 5.1 | 5.0 | 35' | 8,6539 | 28 | 25' |
| 6' | 8,5640 | 35 | 54' | 10'' | 6.0 | 5.8 | 5.7 | 5.5 | 36' | 8,6567 | 28 | 24' |
| 7' | 8,5674 | 34 | 53' | 20'' | 12.0 | 11.7 | 11.3 | 11.0 | 37' | 8,6595 | 28 | 23' |
| 8' | 8,5708 | 34 | 52' | 30'' | 18.0 | 17.5 | 17.0 | 16.5 | 38' | 8,6622 | 27 | 22' |
| 9' | 8,5742 | 34 | 51' | 40'' | 24.0 | 23.3 | 22.7 | 22.0 | 39' | 8,6650 | 28 | 21' |
| 10' | 8,5776 | 34 | 50' | 50'' | 30.0 | 29.2 | 28.3 | 27.5 | 40' | 8,6677 | 27 | 20' |
| 11' | 8,5809 | 33 | 49' | | 32 | 31 | 30 | 29 | 41' | 8,6704 | 27 | 19' |
| 12' | 8,5842 | 33 | 48' | 6'' | 3.2 | 3.1 | 3.0 | 2.9 | 42' | 8,6731 | 27 | 18' |
| 13' | 8,5875 | 33 | 47' | 7'' | 3.7 | 3.6 | 3.5 | 3.4 | 43' | 8,6758 | 27 | 17' |
| 14' | 8,5907 | 32 | 46' | 8'' | 4.3 | 4.1 | 4.0 | 3.9 | 44' | 8,6784 | 26 | 16' |
| 15' | 8,5939 | 32 | 45' | 9'' | 4.8 | 4.7 | 4.5 | 4.4 | 45' | 8,6810 | 26 | 15' |
| 16' | 8,5972 | 33 | 44' | 10'' | 5.3 | 5.2 | 5.0 | 4.8 | 46' | 8,6837 | 27 | 14' |
| 17' | 8,6003 | 31 | 43' | 20'' | 10.7 | 10.3 | 10.0 | 9.7 | 47' | 8,6863 | 26 | 13' |
| 18' | 8,6035 | 32 | 42' | 30'' | 16.0 | 15.5 | 15.0 | 14.5 | 48' | 8,6889 | 26 | 12' |
| 19' | 8,6068 | 31 | 41' | 40'' | 21.3 | 20.7 | 20.0 | 19.3 | 49' | 8,6914 | 25 | 11' |
| 20' | 8,6097 | 31 | 40' | 50'' | 26.7 | 25.8 | 25.0 | 24.2 | 50' | 8,6940 | 26 | 10' |
| 21' | 8,6128 | 31 | 39' | | 28 | 27 | 26 | 25 | 51' | 8,6965 | 25 | 9' |
| 22' | 8,6159 | 31 | 38' | 6'' | 2.8 | 2.7 | 2.6 | 2.5 | 52' | 8,6991 | 26 | 8' |
| 23' | 8,6189 | 30 | 37' | 7'' | 3.3 | 3.2 | 3.0 | 2.9 | 53' | 8,7016 | 25 | 7' |
| 24' | 8,6220 | 31 | 36' | 8'' | 3.7 | 3.6 | 3.5 | 3.3 | 54' | 8,7041 | 25 | 6' |
| 25' | 8,6250† | 30 | 35' | 9'' | 4.2 | 4.1 | 3.9 | 3.8 | 55' | 8,7066 | 25 | 5' |
| 26' | 8,6279 | 29 | 34' | 10'' | 4.7 | 4.5 | 4.3 | 4.2 | 56' | 8,7090 | 24 | 4' |
| 27' | 8,6309 | 30 | 33' | 20'' | 9.3 | 9.0 | 8.7 | 8.3 | 57' | 8,7115 | 25 | 3' |
| 28' | 8,6339 | 30 | 32' | 30'' | 14.0 | 13.5 | 13.0 | 12.5 | 58' | 8,7140 | 25 | 2' |
| 29' | 8,6368 | 29 | 31' | 40'' | 18.7 | 18.0 | 17.3 | 16.7 | 59' | 8,7164 | 24 | 1' |
| 30' | 8,6397 | 29 | 30' | 50'' | 23.3 | 22.5 | 21.7 | 20.8 | 60' | 8,7188 | 24 | 0' |
| ▽ | log cos | D. | ☆ | P. P. | | | | ▽ | log cos | D. | ☆ | |
| † 0.0001 aeq. 2''. | | | | | | | | | | | log cos 87°. | |

log sin 3°.

| ↖ | log sin | D. | ↗ | P. P. | | | | ↖ | log sin | D. | ↗ |
|-----|---------|----|-----|-------|------|------|------|-----|---------|----|-----|
| 0' | 8,7188 | 24 | 60' | | 24 | 23 | 22 | 30' | 8,7857 | 20 | 30' |
| 1' | 8,7212 | 24 | 59' | 6'' | 2.4 | 2.3 | 2.2 | 31' | 8,7877 | 21 | 29' |
| 2' | 8,7236 | 24 | 58' | 7'' | 2.8 | 2.7 | 2.6 | 32' | 8,7898 | 20 | 28' |
| 3' | 8,7260 | 24 | 57' | 8'' | 3.2 | 3.1 | 2.9 | 33' | 8,7918 | 20 | 27' |
| 4' | 8,7283 | 23 | 56' | 9'' | 3.6 | 3.5 | 3.3 | 34' | 8,7939 | 21 | 26' |
| 5' | 8,7307 | 24 | 55' | 10'' | 4.0 | 3.8 | 3.7 | 35' | 8,7959 | 20 | 25' |
| 6' | 8,7330 | 23 | 54' | 20'' | 8.0 | 7.7 | 7.3 | 36' | 8,7979† | 20 | 24' |
| 7' | 8,7354 | 24 | 53' | 30'' | 12.0 | 11.5 | 11.0 | 37' | 8,7999 | 20 | 23' |
| 8' | 8,7377 | 23 | 52' | 40'' | 16.0 | 15.3 | 14.7 | 38' | 8,8019 | 20 | 22' |
| 9' | 8,7400 | 23 | 51' | 50'' | 20.0 | 19.2 | 18.3 | 39' | 8,8039 | 20 | 21' |
| 10' | 8,7423 | 23 | 50' | | | | | 40' | 8,8059 | 20 | 20' |
| 11' | 8,7445 | 22 | 49' | | 21 | 20 | | 41' | 8,8078 | 19 | 19' |
| 12' | 8,7468 | 23 | 48' | 6'' | 2.1 | 2.0 | | 42' | 8,8098 | 20 | 18' |
| 13' | 8,7491 | 23 | 47' | 7'' | 2.5 | 2.3 | | 43' | 8,8117 | 19 | 17' |
| 14' | 8,7513 | 22 | 46' | 8'' | 2.8 | 2.7 | | 44' | 8,8137 | 20 | 16' |
| 15' | 8,7535 | 22 | 45' | 9'' | 3.2 | 3.0 | | 45' | 8,8156 | 19 | 15' |
| 16' | 8,7557 | 22 | 44' | 10'' | 3.5 | 3.3 | | 46' | 8,8175 | 19 | 14' |
| 17' | 8,7580 | 23 | 43' | 20'' | 7.0 | 6.7 | | 47' | 8,8194 | 19 | 13' |
| 18' | 8,7602 | 22 | 42' | 30'' | 10.5 | 10.0 | | 48' | 8,8213 | 19 | 12' |
| 19' | 8,7623 | 21 | 41' | 40'' | 14.0 | 13.3 | | 49' | 8,8232 | 19 | 11' |
| 20' | 8,7645 | 22 | 40' | 50'' | 17.5 | 16.7 | | 50' | 8,8251 | 19 | 10' |
| 21' | 8,7667 | 22 | 39' | | 19 | 18 | | 51' | 8,8270 | 19 | 9' |
| 22' | 8,7688 | 21 | 38' | 6'' | 1.9 | 1.8 | | 52' | 8,8289 | 19 | 8' |
| 23' | 8,7710 | 22 | 37' | 7'' | 2.2 | 2.1 | | 53' | 8,8307 | 18 | 7' |
| 24' | 8,7731 | 21 | 36' | 8'' | 2.5 | 2.4 | | 54' | 8,8326 | 19 | 6' |
| 25' | 8,7752 | 21 | 35' | 9'' | 2.9 | 2.7 | | 55' | 8,8345 | 19 | 5' |
| 26' | 8,7773 | 21 | 34' | 10'' | 3.2 | 3.0 | | 56' | 8,8363 | 18 | 4' |
| 27' | 8,7794 | 21 | 33' | 20'' | 6.3 | 6.0 | | 57' | 8,8381 | 18 | 3' |
| 28' | 8,7815 | 21 | 32' | 30'' | 9.5 | 9.0 | | 58' | 8,8400 | 19 | 2' |
| 29' | 8,7836 | 21 | 31' | 40'' | 12.7 | 12.0 | | 59' | 8,8418 | 18 | 1' |
| 30' | 8,7857 | 21 | 30' | 50'' | 15.8 | 15.0 | | 60' | 8,8436 | 18 | 0' |
| ↙ | log cos | D. | ↘ | P. P. | | | | ↙ | log cos | D. | ↘ |

† 0 0001 aeq. 3''.

log cos 86°.

| log sin 4°. | | | | | | | | | | | |
|--------------------|---------|----|-----|-------|------|------|------|-----|---------|----|-----|
| ∠ | log sin | D. | 人 | P. P. | | | | ∠ | log sin | D. | 人 |
| 0' | 8,8436 | 18 | 60' | " | 18 | 17. | 16 | 30' | 8,8946 | | 30' |
| 1' | 8,8454 | 18 | 59' | | | | | 31' | 8,8962 | 16 | 29' |
| 2' | 8,8472 | 18 | 58' | 6 | 1.8 | 1.7 | 1.6 | 32' | 8,8978 | 16 | 28' |
| 3' | 8,8490 | 18 | 57' | 7 | 2.1 | 2.0 | 1.9 | 33' | 8,8994 | 16 | 27' |
| 4' | 8,8508 | 18 | 56' | 8 | 2.4 | 2.3 | 2.1 | 34' | 8,9010 | 16 | 26' |
| 5' | 8,8525 | 17 | 55' | 9 | 2.7 | 2.6 | 2.4 | 35' | 8,9026 | 16 | 25' |
| 6' | 8,8543 | 18 | 54' | 10 | 3.0 | 2.8 | 2.7 | 36' | 8,9042 | 16 | 24' |
| 7' | 8,8560 | 17 | 53' | 20 | 6.0 | 5.7 | 5.3 | 37' | 8,9057 | 15 | 23' |
| 8' | 8,8578 | 18 | 52' | 30 | 9.0 | 8.5 | 8.0 | 38' | 8,9073 | 16 | 22' |
| 9' | 8,8595 | 17 | 51' | 40 | 12.0 | 11.3 | 10.7 | 39' | 8,9089 | 16 | 21' |
| 10' | 8,8613 | 18 | 50' | 50 | 15.0 | 14.2 | 13.3 | 40' | 8,9104 | 15 | 20' |
| 11' | 8,8630 | 17 | 49' | " | 15 | 14 | 13 | 41' | 8,9119 | 15 | 19' |
| 12' | 8,8647 | 17 | 48' | 6 | 1.5 | 1.4 | 1.3 | 42' | 8,9135 | 16 | 18' |
| 13' | 8,8665 | 18 | 47' | 7 | 1.8 | 1.6 | 1.5 | 43' | 8,9150 | 15 | 17' |
| 14' | 8,8682 | 17 | 46' | 8 | 2.0 | 1.9 | 1.7 | 44' | 8,9166 | 16 | 16' |
| 15' | 8,8699 | 17 | 45' | 9 | 2.3 | 2.1 | 2.0 | 45' | 8,9181 | 15 | 15' |
| 16' | 8,8716 | 17 | 44' | 10 | 2.5 | 2.3 | 2.2 | 46' | 8,9196 | 15 | 14' |
| 17' | 8,8733 | 17 | 43' | 20 | 5.0 | 4.7 | 4.3 | 47' | 8,9211 | 15 | 13' |
| 18' | 8,8749 | 16 | 42' | 30 | 7.5 | 7.0 | 6.5 | 48' | 8,9226 | 15 | 12' |
| 19' | 8,8766 | 17 | 41' | 40 | 10.0 | 9.3 | 8.7 | 49' | 8,9241 | 15 | 11' |
| 20' | 8,8783 | 16 | 40' | 50 | 12.5 | 11.7 | 10.8 | 50' | 8,9256 | 15 | 10' |
| 21' | 8,8799 | 17 | 39' | " | 12 | 11 | 10 | 51' | 8,9271 | 15 | 9' |
| 22' | 8,8816 | 17 | 38' | | | | | 52' | 8,9286 | 15 | 8' |
| 23' | 8,8833 | 16 | 37' | 6 | 1.2 | 1.1 | 1.0 | 53' | 8,9301 | 14 | 7' |
| 24' | 8,8849 | 16 | 36' | 7 | 1.4 | 1.3 | 1.2 | 54' | 8,9315 | 15 | 6' |
| 25' | 8,8865 | 17 | 35' | 8 | 1.6 | 1.5 | 1.3 | 55' | 8,9330 | 15 | 5' |
| 26' | 8,8882 | 16 | 34' | 9 | 1.8 | 1.7 | 1.5 | 56' | 8,9345 | 14 | 4' |
| 27' | 8,8898 | 16 | 33' | 10 | 2.0 | 1.8 | 1.7 | 57' | 8,9359 | 15 | 3' |
| 28' | 8,8914 | 16 | 32' | 20 | 4.0 | 3.7 | 3.3 | 58' | 8,9374 | 15 | 2' |
| 29' | 8,8930 | 16 | 31' | 30 | 6.0 | 5.5 | 5.0 | 59' | 8,9388 | 14 | 1' |
| 30' | 8,8946 | 16 | 30' | 40 | 8.0 | 7.3 | 6.7 | 60' | 8,9403 | 15 | 0' |
| | | | | 50 | 10.0 | 9.2 | 8.3 | | | | |
| ∠ | log cos | D. | ∠ | P. P. | | | | ∠ | log cos | D. | ∠ |

log cos 85°.

log sin 5° und 6°.

| ↙ | log sin 5° | D. | D. | log sin 6° | ↗ | ↙ | log sin 5° | D. | D. | log sin 6° | ↗ |
|-----|-------------|----|----|-------------|-----|-----|-------------|----|----|-------------|-----|
| 0' | 8,9403 | 14 | 12 | 9,0192 | 60' | 30' | 8,9816 | 13 | 11 | 9,0539 | 30' |
| 1' | 8,9417 | 15 | 12 | 9,0204 | 59' | 31' | 8,9829 | 13 | 11 | 9,0550 | 29' |
| 2' | 8,9432 | 14 | 12 | 9,0216 | 58' | 32' | 8,9842 | 13 | 11 | 9,0561 | 28' |
| 3' | 8,9446 | 14 | 12 | 9,0228 | 57' | 33' | 8,9855 | 13 | 11 | 9,0572 | 27' |
| 4' | 8,9460 | 15 | 12 | 9,0240 | 56' | 34' | 8,9868 | 13 | 11 | 9,0583 | 26' |
| 5' | 8,9475 | 14 | 12 | 9,0252 | 55' | 35' | 8,9881 | 13 | 11 | 9,0594 | 25' |
| 6' | 8,9489 | 14 | 12 | 9,0264 | 54' | 36' | 8,9894 | 13 | 11 | 9,0605 | 24' |
| 7' | 8,9503 | 14 | 11 | 9,0276 | 53' | 37' | 8,9907 | 12 | 10 | 9,0616 | 23' |
| 8' | 8,9517 | 14 | 12 | 9,0287 | 52' | 38' | 8,9919 | 13 | 11 | 9,0626 | 22' |
| 9' | 8,9531 | 14 | 12 | 9,0299 | 51' | 39' | 8,9932 | 13 | 11 | 9,0637 | 21' |
| 10' | 8,9545 | 14 | 12 | 9,0311 | 50' | 40' | 8,9945 | 13 | 11 | 9,0648 | 20' |
| 11' | 8,9559 | 14 | 11 | 9,0323 | 49' | 41' | 8,9958 | 12 | 11 | 9,0659 | 19' |
| 12' | 8,9573 | 14 | 12 | 9,0334 | 48' | 42' | 8,9970 | 13 | 10 | 9,0670 | 18' |
| 13' | 8,9587 | 14 | 11 | 9,0346 | 47' | 43' | 8,9983 | 13 | 11 | 9,0680 | 17' |
| 14' | 8,9601 | 13 | 12 | 9,0357 | 46' | 44' | 8,9996 | 12 | 11 | 9,0691 | 16' |
| 15' | 8,9614 | 14 | 11 | 9,0369 | 45' | 45' | 9,0008 | 13 | 10 | 9,0702 | 15' |
| 16' | 8,9628 | 14 | 12 | 9,0380 | 44' | 46' | 9,0021 | 12 | 11 | 9,0712 | 14' |
| 17' | 8,9642 | 13 | 11 | 9,0392 | 43' | 47' | 9,0033 | 13 | 11 | 9,0723 | 13' |
| 18' | 8,9655 | 14 | 12 | 9,0403 | 42' | 48' | 9,0046 | 12 | 10 | 9,0734 | 12' |
| 19' | 8,9669 | 13 | 11 | 9,0415 | 41' | 49' | 9,0058 | 12 | 11 | 9,0744 | 11' |
| 20' | 8,9682 | 14 | 12 | 9,0426 | 40' | 50' | 9,0070 | 13 | 10 | 9,0755 | 10' |
| 21' | 8,9696 | 13 | 11 | 9,0438 | 39' | 51' | 9,0083 | 12 | 11 | 9,0765 | 9' |
| 22' | 8,9709 | 14 | 11 | 9,0449 | 38' | 52' | 9,0095 | 12 | 10 | 9,0776 | 8' |
| 23' | 8,9723 | 13 | 12 | 9,0460 | 37' | 53' | 9,0107 | 13 | 11 | 9,0786 | 7' |
| 24' | 8,9736 | 14 | 11 | 9,0472 | 36' | 54' | 9,0120 | 12 | 10 | 9,0797 | 6' |
| 25' | 8,9750 | 13 | 11 | 9,0483 | 35' | 55' | 9,0132 | 12 | 11 | 9,0807 | 5' |
| 26' | 8,9763 | 13 | 11 | 9,0494 | 34' | 56' | 9,0144 | 12 | 10 | 9,0818 | 4' |
| 27' | 8,9776 | 13 | 11 | 9,0505 | 33' | 57' | 9,0156 | 12 | 10 | 9,0828 | 3' |
| 28' | 8,9789 | 14 | 11 | 9,0516 | 32' | 58' | 9,0168 | 12 | 11 | 9,0838 | 2' |
| 29' | 8,9803 | 13 | 12 | 9,0527 | 31' | 59' | 9,0180 | 12 | 10 | 9,0849 | 1' |
| 30' | 8,9816 | | | 9,0539 | 30' | 60' | 9,0192 | | | 9,0859 | 0' |
| ↘ | log cos 84° | D. | D. | log cos 83° | ↘ | ↘ | log cos 84° | D. | D. | log cos 83° | ↘ |

† 0.0001 aeq. 5''.

log cos 83° und 84°.

| log sin 7°. | | | | | | | | |
|--------------------|---------|----|-----|-------|----------|---------|----|-----|
| \angle | log sin | D. | 人 | P. P. | \angle | log sin | D. | 人 |
| 0' | 9,0859 | 10 | 60' | | 30' | 9,1157 | 10 | 30' |
| 1' | 9,0869 | 10 | 59' | | 31' | 9,1167 | 9 | 29' |
| 2' | 9,0879 | 11 | 58' | | 32' | 9,1176 | 10 | 28' |
| 3' | 9,0890 | 10 | 57' | | 33' | 9,1186 | 9 | 27' |
| 4' | 9,0900 | 10 | 56' | | 34' | 9,1195 | 10 | 26' |
| 5' | 9,0910 | 10 | 55' | | 35' | 9,1205 | 9 | 25' |
| 6' | 9,0920 | 10 | 54' | | 36' | 9,1214 | 10 | 24' |
| 7' | 9,0930 | 10 | 53' | | 37' | 9,1224 | 9 | 23' |
| 8' | 9,0940 | 11 | 52' | | 38' | 9,1233 | 9 | 22' |
| 9' | 9,0951 | 10 | 51' | | 39' | 9,1242 | 10 | 21' |
| 10' | 9,0961 | 10 | 50' | | 40' | 9,1252 | 9 | 20' |
| 11' | 9,0971 | 10 | 49' | | 41' | 9,1261 | 10 | 19' |
| 12' | 9,0981 | 10 | 48' | | 42' | 9,1271 | 9 | 18' |
| 13' | 9,0991 | 10 | 47' | | 43' | 9,1280 | 9 | 17' |
| 14' | 9,1001 | 10 | 46' | | 44' | 9,1289 | 10 | 16' |
| 15' | 9,1011 | 9 | 45' | | 45' | 9,1299 | 9 | 15' |
| 16' | 9,1020 | 10 | 44' | | 46' | 9,1308 | 9 | 14' |
| 17' | 9,1030 | 10 | 43' | | 47' | 9,1317 | 9 | 13' |
| 18' | 9,1040 | 10 | 42' | | 48' | 9,1326 | 10 | 12' |
| 19' | 9,1050 | 10 | 41' | | 49' | 9,1336 | 9 | 11' |
| 20' | 9,1060 | 10 | 40' | | 50' | 9,1345 | 9 | 10' |
| 21' | 9,1070 | 10 | 39' | | 51' | 9,1354 | 9 | 9' |
| 22' | 9,1080 | 9 | 38' | | 52' | 9,1363 | 9 | 8' |
| 23' | 9,1089 | 10 | 37' | | 53' | 9,1372 | 9 | 7' |
| 24' | 9,1099 | 10 | 36' | | 54' | 9,1381 | 9 | 6' |
| 25' | 9,1109 | 9 | 35' | | 55' | 9,1390 | 9 | 5' |
| 26' | 9,1118 | 10 | 34' | | 56' | 9,1399 | 10 | 4' |
| 27' | 9,1128 | 10 | 33' | | 57' | 9,1409 | 9 | 3' |
| 28' | 9,1138 | 9 | 32' | | 58' | 9,1418 | 9 | 2' |
| 29' | 9,1147 | 10 | 31' | | 59' | 9,1427 | 9 | 1' |
| 30' | 9,1157 | 10 | 30' | | 60' | 9,1436 | 9 | 0' |

| | | |
|----|-----|-----|
| " | 10 | 9 |
| 6 | 1.0 | 0.9 |
| 7 | 1.2 | 1.1 |
| 8 | 1.3 | 1.2 |
| 9 | 1.5 | 1.4 |
| 10 | 1.7 | 1.5 |
| 20 | 3.3 | 3.0 |
| 30 | 5.0 | 4.5 |
| 40 | 6.7 | 6.0 |
| 50 | 8.3 | 7.5 |
| " | 8 | 7 |
| 6 | 0.8 | 0.7 |
| 7 | 0.9 | 0.8 |
| 8 | 1.1 | 0.9 |
| 9 | 1.2 | 1.1 |
| 10 | 1.3 | 1.2 |
| 20 | 2.7 | 2.3 |
| 30 | 4.0 | 3.5 |
| 40 | 5.3 | 4.7 |
| 50 | 6.7 | 5.8 |

| ∇ | log cos | D. | \angle | P. P. | ∇ | log cos | D. | \angle |
|----------|---------|----|----------|-------|----------|---------|----|----------|
| | | | | | | | | |

log cos 82°.

| log sin 8° und 9°. | | | | | | | | | | | |
|---------------------------|-------------|----|----|-------------|-----|-----|-------------|----|----|-------------|-----|
| ∠ | log sin 8° | D. | D. | log sin 9° | ∠ | ∠ | log sin 8° | D. | D. | log sin 9° | ∠ |
| 0' | 9,1436 | 9 | 8 | 9,1943 | 60' | 30' | 9,1697 | 8 | 8 | 9,2176 | 30' |
| 1' | 9,1445 | 8 | 8 | 9,1951 | 59' | 31' | 9,1705 | 9 | 7 | 9,2184 | 29' |
| 2' | 9,1453 | 9 | 8 | 9,1959 | 58' | 32' | 9,1714 | 8 | 8 | 9,2191 | 28' |
| 3' | 9,1462 | 9 | 8 | 9,1967 | 57' | 33' | 9,1722 | 9 | 7 | 9,2199 | 27' |
| 4' | 9,1471 | 9 | 8 | 9,1975 | 56' | 34' | 9,1731 | 8 | 8 | 9,2206 | 26' |
| 5' | 9,1480 | 9 | 8 | 9,1983 | 55' | 35' | 9,1739 | 8 | 7 | 9,2214 | 25' |
| 6' | 9,1489 | 9 | 8 | 9,1991 | 54' | 36' | 9,1747 | 9 | 8 | 9,2221 | 24' |
| 7' | 9,1498 | 9 | 8 | 9,1999 | 53' | 37' | 9,1756 | 8 | 7 | 9,2229 | 23' |
| 8' | 9,1507 | 9 | 8 | 9,2007 | 52' | 38' | 9,1764 | 8 | 7 | 9,2236 | 22' |
| 9' | 9,1516 | 9 | 7 | 9,2015 | 51' | 39' | 9,1772 | 9 | 8 | 9,2243 | 21' |
| 10' | 9,1525 | 8 | 8 | 9,2022 | 50' | 40' | 9,1781 | 8 | 7 | 9,2251 | 20' |
| 11' | 9,1533 | 9 | 8 | 9,2030 | 49' | 41' | 9,1789 | 8 | 8 | 9,2258 | 19' |
| 12' | 9,1542 | 9 | 8 | 9,2038 | 48' | 42' | 9,1797 | 9 | 7 | 9,2266 | 18' |
| 13' | 9,1551 | 9 | 8 | 9,2046 | 47' | 43' | 9,1806 | 8 | 7 | 9,2273 | 17' |
| 14' | 9,1560 | 8 | 7 | 9,2054 | 46' | 44' | 9,1814 | 8 | 8 | 9,2280 | 16' |
| 15' | 9,1568 | 9 | 8 | 9,2061 | 45' | 45' | 9,1822 | 8 | 7 | 9,2288 | 15' |
| 16' | 9,1577 | 9 | 8 | 9,2069 | 44' | 46' | 9,1830 | 8 | 8 | 9,2295 | 14' |
| 17' | 9,1586 | 8 | 8 | 9,2077 | 43' | 47' | 9,1838 | 9 | 7 | 9,2303 | 13' |
| 18' | 9,1594 | 9 | 7 | 9,2085 | 42' | 48' | 9,1847 | 8 | 7 | 9,2310 | 12' |
| 19' | 9,1603 | 9 | 8 | 9,2092 | 41' | 49' | 9,1855 | 8 | 7 | 9,2317 | 11' |
| 20' | 9,1612 | 8 | 8 | 9,2100 | 40' | 50' | 9,1863 | 8 | 8 | 9,2324 | 10' |
| 21' | 9,1620 | 9 | 7 | 9,2108 | 39' | 51' | 9,1871 | 8 | 7 | 9,2332 | 9' |
| 22' | 9,1629 | 8 | 8 | 9,2115 | 38' | 52' | 9,1879 | 8 | 7 | 9,2339 | 8' |
| 23' | 9,1637 | 9 | 8 | 9,2123 | 37' | 53' | 9,1887 | 8 | 7 | 9,2346 | 7' |
| 24' | 9,1646 | 9 | 7 | 9,2131 | 36' | 54' | 9,1895 | 8 | 8 | 9,2353 | 6' |
| 25' | 9,1655 | 8 | 8 | 9,2138 | 35' | 55' | 9,1903 | 8 | 7 | 9,2361 | 5' |
| 26' | 9,1663 | 9 | 7 | 9,2146 | 34' | 56' | 9,1911 | 8 | 7 | 9,2368 | 4' |
| 27' | 9,1672 | 8 | 8 | 9,2153 | 33' | 57' | 9,1919 | 8 | 7 | 9,2375 | 3' |
| 28' | 9,1680 | 9 | 8 | 9,2161 | 32' | 58' | 9,1927 | 8 | 8 | 9,2382 | 2' |
| 29' | 9,1689 | 8 | 7 | 9,2169 | 31' | 59' | 9,1935 | 8 | 7 | 9,2390 | 1' |
| 30' | 9,1697 | 8 | 7 | 9,2176 | 30' | 60' | 9,1943 | 8 | 7 | 9,2397 | 0' |
| ∠ | log cos 81° | D. | D. | log cos 80° | ∠ | ∠ | log cos 81° | D. | D. | log cos 80° | ∠ |

log cos 80° und 81°.

| log sin 10° bis 15°. | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|---------|----|--------|-------|------|------|------|------|------|------|----------------------|------|------|------|--|
| ↖ | log sin | D. | ↑ | P. P. | | | | | | | | | | | |
| 10° 0' | 9,2397 | | 0' 80° | | | | | | | | | | | | |
| 10' | 9,2468 | 71 | 50' | | | | | | | | | | | | |
| 20' | 9,2538 | 70 | 40' | | 71 | 70 | 68 | 66 | 64 | 63 | 61 | 60 | 59 | | |
| 30' | 9,2606 | 68 | 30' | 10'' | 1.2 | 1.2 | 1.1 | 1.1 | 1.1 | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 10'' | |
| 40' | 9,2674 | 68 | 20' | 20'' | 2.4 | 2.3 | 2.3 | 2.2 | 2.1 | 2.1 | 2.0 | 2.0 | 2.0 | 20'' | |
| 50' | 9,2740 | 66 | 10' | 30'' | 3.6 | 3.5 | 3.4 | 3.3 | 3.2 | 3.2 | 3.1 | 3.0 | 3.0 | 30'' | |
| 11° 0' | 9,2806 | 66 | 0' 79° | 40'' | 4.7 | 4.7 | 4.5 | 4.4 | 4.3 | 4.2 | 4.1 | 4.0 | 3.9 | 40'' | |
| 10' | 9,2870 | 64 | 50' | 50'' | 5.9 | 5.8 | 5.7 | 5.5 | 5.3 | 5.3 | 5.1 | 5.0 | 4.9 | 50'' | |
| 20' | 9,2934 | 64 | 40' | 1' | 7.1 | 7.0 | 6.8 | 6.6 | 6.4 | 6.3 | 6.1 | 6.0 | 5.9 | 1' | |
| 30' | 9,2997 | 63 | 30' | 2' | 14.2 | 14.0 | 13.6 | 13.2 | 12.8 | 12.6 | 12.2 | 12.0 | 11.8 | 2' | |
| 40' | 9,3058 | 61 | 20' | 3' | 21.3 | 21.0 | 20.4 | 19.8 | 19.2 | 18.9 | 18.3 | 18.0 | 17.7 | 3' | |
| 50' | 9,3119 | 61 | 10' | 4' | 28.4 | 28.0 | 27.2 | 26.4 | 25.6 | 25.2 | 24.4 | 24.0 | 23.6 | 4' | |
| 12° 0' | 9,3179 | 60 | 0' 78° | 5' | 35.5 | 35.0 | 34.0 | 33.0 | 32.0 | 31.5 | 30.5 | 30.0 | 29.5 | 5' | |
| 10' | 9,3238 | 59 | 50' | 6' | 42.6 | 42.0 | 40.8 | 39.6 | 38.4 | 37.8 | 36.6 | 36.0 | 35.4 | 6' | |
| 20' | 9,3296 | 58 | 40' | 7' | 49.7 | 49.0 | 47.6 | 46.2 | 44.8 | 44.1 | 42.7 | 42.0 | 41.3 | 7' | |
| 30' | 9,3353 | 57 | 30' | 8' | 56.8 | 56.0 | 54.4 | 52.8 | 51.2 | 50.4 | 48.8 | 48.0 | 47.2 | 8' | |
| 40' | 9,3410 | 57 | 20' | 9' | 63.9 | 63.0 | 61.2 | 59.4 | 57.6 | 56.7 | 54.9 | 54.0 | 53.1 | 9' | |
| 50' | 9,3466 | 56 | 10' | | 58 | 57 | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | | |
| 13° 0' | 9,3521 | 55 | 0' 77° | 10'' | 1.0 | 1.0 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 0.8 | 10'' | |
| 10' | 9,3575 | 54 | 50' | 20'' | 1.9 | 1.9 | 1.9 | 1.8 | 1.8 | 1.8 | 1.7 | 1.7 | 1.7 | 20'' | |
| 20' | 9,3629 | 54 | 40' | 30'' | 2.9 | 2.9 | 2.8 | 2.8 | 2.7 | 2.7 | 2.6 | 2.6 | 2.5 | 30'' | |
| 30' | 9,3682 | 53 | 30' | 40'' | 3.9 | 3.8 | 3.7 | 3.7 | 3.6 | 3.5 | 3.5 | 3.4 | 3.3 | 40'' | |
| 40' | 9,3734 | 52 | 20' | 50'' | 4.8 | 4.8 | 4.7 | 4.6 | 4.5 | 4.4 | 4.3 | 4.3 | 4.2 | 50'' | |
| 50' | 9,3786 | 51 | 10' | 1' | 5.8 | 5.7 | 5.6 | 5.5 | 5.4 | 5.3 | 5.2 | 5.1 | 5.0 | 1' | |
| 14° 0' | 9,3837 | 50 | 0' 76° | 2' | 11.6 | 11.4 | 11.2 | 11.0 | 10.8 | 10.6 | 10.4 | 10.2 | 10.0 | 2' | |
| 10' | 9,3887 | 50 | 50' | 3' | 17.4 | 17.1 | 16.8 | 16.5 | 16.2 | 15.9 | 15.6 | 15.3 | 15.0 | 3' | |
| 20' | 9,3937 | 49 | 40' | 4' | 23.2 | 22.8 | 22.4 | 22.0 | 21.6 | 21.2 | 20.8 | 20.4 | 20.0 | 4' | |
| 30' | 9,3986 | 49 | 30' | 5' | 29.0 | 28.5 | 28.0 | 27.5 | 27.0 | 26.5 | 26.0 | 25.5 | 25.0 | 5' | |
| 40' | 9,4035 | 48 | 20' | 6' | 34.8 | 34.2 | 33.6 | 33.0 | 32.4 | 31.8 | 31.2 | 30.6 | 30.0 | 6' | |
| 50' | 9,4083 | 47 | 10' | 7' | 40.6 | 39.9 | 39.2 | 38.5 | 37.8 | 37.1 | 36.4 | 35.7 | 35.0 | 7' | |
| 15° 0' | 9,4130 | 47 | 0' 75° | 8' | 46.4 | 45.6 | 44.8 | 44.0 | 43.2 | 42.4 | 41.6 | 40.8 | 40.0 | 8' | |
| | | | | 9' | 52.2 | 51.3 | 50.4 | 49.5 | 48.6 | 47.7 | 46.8 | 45.9 | 45.0 | 9' | |
| ↙ | log cos | D. | ↘ | P. P. | | | | | | | | | | | |
| † 0.0001 aeq. 10''. | | | | | | | | | | | log cos 75° bis 80°. | | | | |

| log sin 15° bis 20°. | | | | | | | | | | ↖ | log sin | D. | ↑ |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------|---------|----|--------|
| P. P. | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | 15° 0' | 9,4130 | | 0' 75° |
| | | | | | | | | | | 10' | 9,4177 | 47 | 50' |
| | | | | | | | | | | 20' | 9,4223 | 46 | 40' |
| 10'' | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0.7 | 0.7 | 10'' | 30' | 9,4269 | 46 | 30' |
| 20'' | 1.7 | 1.6 | 1.6 | 1.6 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.4 | 20'' | 40' | 9,4314 | 45 | 20' |
| 30'' | 2.5 | 2.5 | 2.4 | 2.4 | 2.3 | 2.3 | 2.2 | 2.2 | 30'' | 50' | 9,4359 | 45 | 10' |
| 40'' | 3.3 | 3.3 | 3.2 | 3.1 | 3.1 | 3.0 | 2.9 | 2.9 | 40'' | | | | |
| 50'' | 4.2 | 4.1 | 4.0 | 3.9 | 3.8 | 3.8 | 3.7 | 3.6 | 50'' | 16° 0' | 9,4403 | 44 | 0' 74° |
| 1' | 5.0 | 4.9 | 4.8 | 4.7 | 4.6 | 4.5 | 4.4 | 4.3 | 1' | 10' | 9,4447 | 44 | 50' |
| 2' | 10.0 | 9.8 | 9.6 | 9.4 | 9.2 | 9.0 | 8.8 | 8.6 | 2' | 20' | 9,4491 | 42 | 40' |
| 3' | 15.0 | 14.7 | 14.4 | 14.1 | 13.8 | 13.5 | 13.2 | 12.9 | 3' | 30' | 9,4533 | 43 | 30' |
| 4' | 20.0 | 19.6 | 19.2 | 18.8 | 18.4 | 18.0 | 17.6 | 17.2 | 4' | 40' | 9,4576 | 42 | 20' |
| 5' | 25.0 | 24.5 | 24.0 | 23.5 | 23.0 | 22.5 | 22.0 | 21.5 | 5' | 50' | 9,4618 | 41 | 10' |
| 6' | 30.0 | 29.4 | 28.8 | 28.2 | 27.6 | 27.0 | 26.4 | 25.8 | 6' | | | | |
| 7' | 35.0 | 34.3 | 33.6 | 32.9 | 32.2 | 31.5 | 30.8 | 30.1 | 7' | 17° 0' | 9,4659 | 41 | 0' 73° |
| 8' | 40.0 | 39.2 | 38.4 | 37.6 | 36.8 | 36.0 | 35.2 | 34.4 | 8' | 10' | 9,4700 | 41 | 50' |
| 9' | 45.0 | 44.1 | 43.2 | 42.3 | 41.4 | 40.5 | 39.6 | 38.7 | 9' | 20' | 9,4741 | 41 | 40' |
| | | | | | | | | | | 30' | 9,4781 | 40 | 30' |
| | | | | | | | | | | 40' | 9,4821 | 40 | 20' |
| | | | | | | | | | | 50' | 9,4861 | 40 | 10' |
| 10'' | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 10'' | 18° 0' | 9,4900 | 39 | 0' 72° |
| 20'' | 1.4 | 1.4 | 1.3 | 1.3 | 1.3 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 20'' | 10' | 9,4939 | 39 | 50' |
| 30'' | 2.1 | 2.1 | 2.0 | 2.0 | 1.9 | 1.9 | 1.8 | 1.8 | 30'' | 20' | 9,4977 | 38 | 40' |
| 40'' | 2.8 | 2.7 | 2.7 | 2.6 | 2.5 | 2.5 | 2.4 | 2.3 | 40'' | 30' | 9,5015 | 37 | 30' |
| 50'' | 3.5 | 3.4 | 3.3 | 3.3 | 3.2 | 3.1 | 3.0 | 2.9 | 50'' | 40' | 9,5052 | 38 | 20' |
| 1' | 4.2 | 4.1 | 4.0 | 3.9 | 3.8 | 3.7 | 3.6 | 3.5 | 1' | 50' | 9,5090 | 38 | 10' |
| 2' | 8.4 | 8.2 | 8.0 | 7.8 | 7.6 | 7.4 | 7.2 | 7.0 | 2' | | | | |
| 3' | 12.6 | 12.3 | 12.0 | 11.7 | 11.4 | 11.1 | 10.8 | 10.5 | 3' | 19° 0' | 9,5126 | 36 | 0' 71° |
| 4' | 16.8 | 16.4 | 16.0 | 15.6 | 15.2 | 14.8 | 14.4 | 14.0 | 4' | 10' | 9,5163 | 37 | 50' |
| 5' | 21.0 | 20.5 | 20.0 | 19.5 | 19.0 | 18.5 | 18.0 | 17.5 | 5' | 20' | 9,5199 | 36 | 40' |
| 6' | 25.2 | 24.6 | 24.0 | 23.4 | 22.8 | 22.2 | 21.6 | 21.0 | 6' | 30' | 9,5235 | 36 | 30' |
| 7' | 29.4 | 28.7 | 28.0 | 27.3 | 26.6 | 25.9 | 25.2 | 24.5 | 7' | 40' | 9,5270 | 35 | 20' |
| 8' | 33.6 | 32.8 | 32.0 | 31.2 | 30.4 | 29.6 | 28.8 | 28.0 | 8' | 50' | 9,5306 | 36 | 10' |
| 9' | 37.8 | 36.9 | 36.0 | 35.1 | 34.2 | 33.3 | 32.4 | 31.5 | 9' | | | | |
| | | | | | | | | | | 20° 0' | 9,5341 | 35 | 0' 70° |
| P. P. | | | | | | | | | | ↙ | log cos | D. | ↘ |

log cos 70° bis 75°.

| log sin 20° bis 30°. | | | | | | | | | | | |
|----------------------|---------|----|--------|-------|--|--|--|--------|---------|----|--------|
| ↙ | log sin | D. | ↗ | P. P. | | | | ↙ | log sin | D. | ↗ |
| 20° 0' | 9,5341 | | 0' 70° | | | | | 25° 0' | 9,6259 | | 0' 65° |
| 10' | 9,5375 | 34 | 50' | | | | | 10' | 9,6286 | 27 | 50' |
| 20' | 9,5409 | 34 | 40' | | | | | 20' | 9,6313 | 27 | 40' |
| 30' | 9,5443 | 34 | 30' | | | | | 30' | 9,6340 | 27 | 30' |
| 40' | 9,5477 | 34 | 20' | | | | | 40' | 9,6366 | 26 | 20' |
| 50' | 9,5510 | 33 | 10' | | | | | 50' | 9,6392 | 26 | 10' |
| | | 33 | | | | | | | | 26 | |
| 21° 0' | 9,5543 | | 0' 69° | | | | | 26° 0' | 9,6418 | | 0' 64° |
| 10' | 9,5576 | 33 | 50' | | | | | 10' | 9,6444 | 26 | 50' |
| 20' | 9,5609 | 32 | 40' | | | | | 20' | 9,6470 | 25 | 40' |
| 30' | 9,5641 | 32 | 30' | | | | | 30' | 9,6495 | 26 | 30' |
| 40' | 9,5673 | 31 | 20' | | | | | 40' | 9,6521 | 25 | 20' |
| 50' | 9,5704 | 32 | 10' | | | | | 50' | 9,6546 | 24 | 10' |
| | | 31 | | | | | | | | 24 | |
| 22° 0' | 9,5736 | | 0' 68° | | | | | 27° 0' | 9,6570 | | 0' 63° |
| 10' | 9,5767 | 31 | 50' | | | | | 10' | 9,6595 | 25 | 50' |
| 20' | 9,5798 | 30 | 40' | | | | | 20' | 9,6620 | 24 | 40' |
| 30' | 9,5828 | 31 | 30' | | | | | 30' | 9,6644 | 24 | 30' |
| 40' | 9,5859 | 30 | 20' | | | | | 40' | 9,6668 | 24 | 20' |
| 50' | 9,5889 | 30 | 10' | | | | | 50' | 9,6692 | 24 | 10' |
| | | 30 | | | | | | | | 24 | |
| 23° 0' | 9,5919 | | 0' 67° | | | | | 28° 0' | 9,6716 | | 0' 62° |
| 10' | 9,5948 | 30 | 50' | | | | | 10' | 9,6740 | 23 | 50' |
| 20' | 9,5978 | 29 | 40' | | | | | 20' | 9,6763 | 24 | 40' |
| 30' | 9,6007 | 29 | 30' | | | | | 30' | 9,6787 | 23 | 30' |
| 40' | 9,6036 | 29 | 20' | | | | | 40' | 9,6810 | 23 | 20' |
| 50' | 9,6065 | 28 | 10' | | | | | 50' | 9,6833 | 23 | 10' |
| | | 28 | | | | | | | | 23 | |
| 24° 0' | 9,6093 | | 0' 66° | | | | | 29° 0' | 9,6856 | | 0' 61° |
| 10' | 9,6121 | 28 | 50' | | | | | 10' | 9,6878 | 22 | 50' |
| 20' | 9,6149 | 28 | 40' | | | | | 20' | 9,6901 | 23 | 40' |
| 30' | 9,6177 | 28 | 30' | | | | | 30' | 9,6923 | 22 | 30' |
| 40' | 9,6205 | 27 | 20' | | | | | 40' | 9,6946 | 23 | 20' |
| 50' | 9,6232 | 27 | 10' | | | | | 50' | 9,6968 | 22 | 10' |
| | | 27 | | | | | | | | 22 | |
| 25° 0' | 9,6259 | | 0' 65° | | | | | 30° 0' | 9,6990 | | 0' 60° |
| | | | | | | | | | | | |
| ↘ | log cos | D. | ↙ | P. P. | | | | ↘ | log cos | D. | ↙ |
| | | | | | | | | | | | |

†0.0001 aeq. 20''.

log cos 60° bis 70°.

| log sin 30° bis 40°. | | | | | | | | | | | |
|----------------------|---------|----|--------|-------|------|------|------|--------|---------|----|--------|
| ↙ | log sin | D. | ↑ | P. P. | | | | ↘ | log sin | D. | ↑ |
| | | | | 26 | 25 | 24 | 23 | | | | |
| 30° 0' | 9,6990 | 22 | 0' 60" | | | | | 35° 0' | 9,7586 | 18 | 0' 55" |
| 10' | 9,7012 | 21 | 50' | 1/2' | 1.3 | 1.3 | 1.2 | 10' | 9,7604 | 18 | 50' |
| 20' | 9,7033 | 22 | 40' | 1' | 2.6 | 2.5 | 2.4 | 20' | 9,7622 | 18 | 40' |
| 30' | 9,7055 | 21 | 30' | 2' | 5.2 | 5.0 | 4.8 | 30' | 9,7640 | 17 | 30' |
| 40' | 9,7076 | 21 | 20' | 3' | 7.8 | 7.5 | 7.2 | 40' | 9,7657 | 18 | 20' |
| 50' | 9,7097 | 21 | 10' | 4' | 10.4 | 10.0 | 9.6 | 50' | 9,7675 | 17 | 10' |
| 31° 0' | 9,7118 | 21 | 0' 59" | 5' | 13.0 | 12.5 | 12.0 | 36° 0' | 9,7692 | 18 | 0' 54" |
| 10' | 9,7139 | 21 | 50' | 6' | 15.6 | 15.0 | 14.4 | 10' | 9,7710 | 17 | 50' |
| 20' | 9,7160 | 21 | 40' | 7' | 18.2 | 17.5 | 16.8 | 20' | 9,7727 | 17 | 40' |
| 30' | 9,7181 | 20 | 30' | 8' | 20.8 | 20.0 | 19.2 | 30' | 9,7744 | 17 | 30' |
| 40' | 9,7201 | 21 | 20' | 9' | 23.4 | 22.5 | 21.6 | 40' | 9,7761 | 17 | 20' |
| 50' | 9,7222 | 20 | 10' | | 22 | 21 | 20 | 50' | 9,7778 | 17 | 10' |
| 32° 0' | 9,7242 | 20 | 0' 58" | 1/2' | 1.1 | 1.1 | 1.0 | 37° 0' | 9,7795 | 16 | 0' 53" |
| 10' | 9,7262 | 20 | 50' | 1' | 2.2 | 2.1 | 2.0 | 10' | 9,7811 | 17 | 50' |
| 20' | 9,7282 | 20 | 40' | 2' | 4.4 | 4.2 | 4.0 | 20' | 9,7828 | 16 | 40' |
| 30' | 9,7302 | 20 | 30' | 3' | 6.6 | 6.3 | 6.0 | 30' | 9,7844 | 17 | 30' |
| 40' | 9,7322 | 20 | 20' | 4' | 8.8 | 8.4 | 8.0 | 40' | 9,7861 | 16 | 20' |
| 50' | 9,7342 | 19 | 10' | 5' | 11.0 | 10.5 | 10.0 | 50' | 9,7877 | 16 | 10' |
| 33° 0' | 9,7361 | 19 | 0' 57" | 6' | 13.2 | 12.6 | 12.0 | 38° 0' | 9,7893 | 17 | 0' 52" |
| 10' | 9,7380 | 20 | 50' | 7' | 15.4 | 14.7 | 14.0 | 10' | 9,7910 | 16 | 50' |
| 20' | 9,7400 | 20 | 40' | 8' | 17.6 | 16.8 | 16.0 | 20' | 9,7926 | 15 | 40' |
| 30' | 9,7419 | 19 | 30' | 9' | 19.8 | 18.9 | 18.0 | 30' | 9,7941 | 16 | 30' |
| 40' | 9,7438 | 19 | 20' | | 18 | 17 | 16 | 40' | 9,7957 | 16 | 20' |
| 50' | 9,7457 | 19 | 10' | 1/2' | 0.9 | 0.9 | 0.8 | 50' | 9,7973 | 16 | 10' |
| 34° 0' | 9,7476 | 18 | 0' 56" | 1' | 1.8 | 1.7 | 1.6 | 39° 0' | 9,7989 | 15 | 0' 51" |
| 10' | 9,7494 | 19 | 50' | 2' | 3.6 | 3.4 | 3.2 | 10' | 9,8004 | 16 | 50' |
| 20' | 9,7513 | 19 | 40' | 3' | 5.4 | 5.1 | 4.8 | 20' | 9,8020 | 15 | 40' |
| 30' | 9,7531 | 18 | 30' | 4' | 7.2 | 6.8 | 6.4 | 30' | 9,8035 | 15 | 30' |
| 40' | 9,7550 | 18 | 20' | 5' | 9.0 | 8.5 | 8.0 | 40' | 9,8050 | 16 | 20' |
| 50' | 9,7568 | 18 | 10' | 6' | 10.8 | 10.2 | 9.6 | 50' | 9,8066 | 15 | 10' |
| 35° 0' | 9,7586 | 18 | 0' 55" | 7' | 12.6 | 11.9 | 11.2 | 40° 0' | 9,8081 | 15 | 0' 50" |
| | | | | 8' | 14.4 | 13.6 | 12.8 | | | | |
| | | | | 9' | 16.2 | 15.3 | 14.4 | | | | |
| ↓ | log cos | D. | ↘ | P. P. | | | | ↓ | log cos | D. | ↘ |

† 0.0001 aeq. 30''.

log cos 50° bis 60°.

log sin 40° bis 65°.

| ° | log sin | D. | 人 | P. P. | | | | | | | | | | | |
|-----|----------|----|-----|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|------|--|
| | | | | | 88 | 86 | 83 | 80 | 77 | 74 | 72 | 70 | | | |
| 40° | 9,8081 | 88 | 50° | | | | | | | | | | | | |
| 41° | 9,8169 | 86 | 49° | 1/2' | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 0.6 | 1/2' | |
| 42° | 9,8255 | 83 | 48° | 6' | 8.8 | 8.6 | 8.3 | 8.0 | 7.7 | 7.4 | 7.2 | 7.0 | 6' | | |
| 43° | 9,8338 | 80 | 47° | 7' | 10.3 | 10.0 | 9.7 | 9.3 | 9.0 | 8.6 | 8.4 | 8.2 | 7' | | |
| 44° | 9,8418 | 77 | 46° | 8' | 11.7 | 11.5 | 11.1 | 10.7 | 10.3 | 9.9 | 9.6 | 9.3 | 8' | | |
| | | | | 9' | 13.2 | 12.9 | 12.5 | 12.0 | 11.6 | 11.1 | 10.8 | 10.5 | 9' | | |
| 45° | 9,8495 | 74 | 45° | 10' | 14.7 | 14.3 | 13.8 | 13.3 | 12.8 | 12.3 | 12.0 | 11.7 | 10' | | |
| 46° | 9,8569 | 72 | 44° | 20' | 29.3 | 28.7 | 27.7 | 26.7 | 25.7 | 24.7 | 24.0 | 23.3 | 20' | | |
| 47° | 9,8641 | 70 | 43° | 30' | 44.0 | 43.0 | 41.5 | 40.0 | 38.5 | 37.0 | 36.0 | 35.0 | 30' | | |
| 48° | 9,8711 | 67 | 42° | 40' | 58.7 | 57.3 | 55.3 | 53.3 | 51.3 | 49.3 | 48.0 | 46.7 | 40' | | |
| 49° | 9,8778 | 65 | 41° | 50' | 73.3 | 71.7 | 69.2 | 66.7 | 64.2 | 61.7 | 60.0 | 58.3 | 50' | | |
| 50° | 9,8843 | 62 | 40° | | 67 | 65 | 62 | 60 | 58 | 57 | 54 | 52 | | | |
| 51° | 9,8905 † | 60 | 39° | 6' | 6.7 | 6.5 | 6.2 | 6.0 | 5.8 | 5.7 | 5.4 | 5.2 | 6' | | |
| 52° | 9,8965 | 58 | 38° | 7' | 7.8 | 7.6 | 7.2 | 7.0 | 6.8 | 6.7 | 6.3 | 6.1 | 7' | | |
| 53° | 9,9023 | 57 | 37° | 8' | 8.9 | 8.7 | 8.3 | 8.0 | 7.7 | 7.6 | 7.2 | 6.9 | 8' | | |
| 54° | 9,9080 | 54 | 36° | 9' | 10.1 | 9.8 | 9.3 | 9.0 | 8.7 | 8.6 | 8.1 | 7.8 | 9' | | |
| 55° | 9,9134 | 52 | 35° | 10' | 11.2 | 10.8 | 10.3 | 10.0 | 9.7 | 9.5 | 9.0 | 8.7 | 10' | | |
| | | | | 20' | 22.3 | 21.7 | 20.7 | 20.0 | 19.3 | 19.0 | 18.0 | 17.3 | 20' | | |
| 56° | 9,9186 | 50 | 34° | 30' | 33.5 | 32.5 | 31.0 | 30.0 | 29.0 | 28.5 | 27.0 | 26.0 | 30' | | |
| 57° | 9,9236 | 48 | 33° | 40' | 44.7 | 43.3 | 41.3 | 40.0 | 38.7 | 38.0 | 36.0 | 34.7 | 40' | | |
| 58° | 9,9284 | 47 | 32° | 50' | 55.8 | 54.2 | 51.7 | 50.0 | 48.3 | 47.5 | 45.0 | 43.3 | 50' | | |
| 59° | 9,9331 | 44 | 31° | | 50 | 48 | 47 | 44 | 43 | 41 | 40 | 38 | | | |
| 60° | 9,9375 | 43 | 30° | 6' | 5.0 | 4.8 | 4.7 | 4.4 | 4.3 | 4.1 | 4.0 | 3.8 | 6' | | |
| | | | | 7' | 5.8 | 5.6 | 5.5 | 5.1 | 5.0 | 4.8 | 4.7 | 4.4 | 7' | | |
| 61° | 9,9418 | 41 | 29° | 8' | 6.7 | 6.4 | 6.3 | 5.9 | 5.7 | 5.5 | 5.3 | 5.1 | 8' | | |
| 62° | 9,9459 | 40 | 28° | 9' | 7.5 | 7.2 | 7.1 | 6.6 | 6.5 | 6.2 | 6.0 | 5.7 | 9' | | |
| 63° | 9,9499 | 38 | 27° | 10' | 8.3 | 8.0 | 7.8 | 7.3 | 7.2 | 6.8 | 6.7 | 6.3 | 10' | | |
| 64° | 9,9537 | 36 | 26° | 20' | 16.7 | 16.0 | 15.7 | 14.7 | 14.3 | 13.7 | 13.3 | 12.7 | 20' | | |
| | | | | 30' | 25.0 | 24.0 | 23.5 | 22.0 | 21.5 | 20.5 | 20.0 | 19.0 | 30' | | |
| 65° | 9,9573 | | 25° | 40' | 33.3 | 32.0 | 31.3 | 29.3 | 28.7 | 27.3 | 26.7 | 25.3 | 40' | | |
| | | | | 50' | 41.7 | 40.0 | 39.2 | 36.7 | 35.8 | 34.2 | 33.3 | 31.7 | 50' | | |
| ☼ | log cos | D. | ☆ | P. P. | | | | | | | | | | | |

† 0.0001 aeq. 1'.

log cos 25° bis 50°.

| log sin 65° bis 90°. | | | | | | | | | | * 0.0001 aeq. 10'. | | | |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|--------------------|---------|----|-----|
| P. P. | | | | | | | | | | ☉ | log sin | D. | ▲ |
| | 36 | 34 | 33 | 32 | 30 | 28 | 27 | 25 | | 65° | 9,9573 | 34 | 25° |
| 6' | 3.6 | 3.4 | 3.3 | 3.2 | 3.0 | 2.8 | 2.7 | 2.5 | 6' | 66° | 9,9607 | 33 | 24° |
| 7' | 4.2 | 4.0 | 3.9 | 3.7 | 3.5 | 3.3 | 3.2 | 2.9 | 7' | 67° | 9,9640 | 32 | 23° |
| 8' | 4.8 | 4.5 | 4.4 | 4.3 | 4.0 | 3.7 | 3.6 | 3.3 | 8' | 68° | 9,9672 | 30 | 22° |
| 9' | 5.4 | 5.1 | 5.0 | 4.8 | 4.5 | 4.2 | 4.1 | 3.8 | 9' | 69° | 9,9702 | 28 | 21° |
| 10' | 6.0 | 5.7 | 5.5 | 5.3 | 5.0 | 4.7 | 4.5 | 4.2 | 10' | 70° | 9,9730 | 27 | 20° |
| 20' | 12.0 | 11.3 | 11.0 | 10.7 | 10.0 | 9.3 | 9.0 | 8.3 | 20' | 71° | 9,9757 | 25 | 19° |
| 30' | 18.0 | 17.0 | 16.5 | 16.0 | 15.0 | 14.0 | 13.5 | 12.5 | 30' | 72° | 9,9782 | 24 | 18° |
| 40' | 24.0 | 22.7 | 22.0 | 21.3 | 20.0 | 18.7 | 18.0 | 16.7 | 40' | 73° | 9,9806 | 22 | 17° |
| 50' | 30.0 | 28.3 | 27.5 | 26.7 | 25.0 | 23.3 | 22.5 | 20.8 | 50' | 74° | 9,9828 | 21 | 16° |
| | 24 | 22 | 21 | 20 | 18 | 17 | 15 | 12 | | 75° | 9,9849 | 20 | 15° |
| 6' | 2.4 | 2.2 | 2.1 | 2.0 | 1.8 | 1.7 | 1.5 | 1.2 | 6' | 76° | 9,9869 | 18 | 14° |
| 7' | 2.8 | 2.6 | 2.5 | 2.3 | 2.1 | 2.0 | 1.8 | 1.4 | 7' | 77° | 9,9887 | 17 | 13° |
| 8' | 3.2 | 2.9 | 2.8 | 2.7 | 2.4 | 2.3 | 2.0 | 1.6 | 8' | 78° | 9,9904 | 15 | 12° |
| 9' | 3.6 | 3.3 | 3.2 | 3.0 | 2.7 | 2.6 | 2.3 | 1.8 | 9' | 79° | 9,9919 | 15 | 11° |
| 10' | 4.0 | 3.7 | 3.5 | 3.3 | 3.0 | 2.8 | 2.5 | 2.0 | 10' | 80° | 9,9934 | 12 | 10° |
| 20' | 8.0 | 7.3 | 7.0 | 6.7 | 6.0 | 5.7 | 5.0 | 4.0 | 20' | 81° | 9,9946 | 12 | 9° |
| 30' | 12.0 | 11.0 | 10.5 | 10.0 | 9.0 | 8.5 | 7.5 | 6.0 | 30' | 82° | 9,9958 | 10 | 8° |
| 40' | 16.0 | 14.7 | 14.0 | 13.3 | 12.0 | 11.3 | 10.0 | 8.0 | 40' | 83° | 9,9968 | 8 | 7° |
| 50' | 20.0 | 18.3 | 17.5 | 16.7 | 15.0 | 14.2 | 12.5 | 10.0 | 50' | 84° | 9,9976 | 7 | 6° |
| | 10 | 8 | 7 | 6 | 5 | 3 | 2 | 1 | | 85° | 9,9983* | 6 | 5° |
| 6' | 1.0 | 0.8 | 0.7 | 0.6 | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | 6' | 86° | 9,9989 | 5 | 4° |
| 7' | 1.2 | 0.9 | 0.8 | 0.7 | 0.6 | 0.4 | 0.2 | 0.1 | 7' | 87° | 9,9994 | 3 | 3° |
| 8' | 1.3 | 1.1 | 0.9 | 0.8 | 0.7 | 0.4 | 0.3 | 0.1 | 8' | 88° | 9,9997† | 2 | 2° |
| 9' | 1.5 | 1.2 | 1.1 | 0.9 | 0.8 | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 9' | 89° | 9,9999 | 1 | 1° |
| 10' | 1.7 | 1.3 | 1.2 | 1.0 | 0.8 | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 10' | 90° | 10,0000 | | 0° |
| 20' | 3.3 | 2.7 | 2.3 | 2.0 | 1.7 | 1.0 | 0.7 | 0.3 | 20' | | | | |
| 30' | 5.0 | 4.0 | 3.5 | 3.0 | 2.5 | 1.5 | 1.0 | 0.5 | 30' | | | | |
| 40' | 6.7 | 5.3 | 4.7 | 4.0 | 3.3 | 2.0 | 1.3 | 0.7 | 40' | | | | |
| 50' | 8.3 | 6.7 | 5.8 | 5.0 | 4.2 | 2.5 | 1.7 | 0.8 | 50' | | | | |
| P. P. | | | | | | | | | | ☽ | log cos | D. | ☾ |

† 0.0001 aeq. 30'.

log cos 0° bis 25°.

d) Die Logarithmen des Tangens und Cotangens.

log tang und ctg 0°.

Das Wachstum des log tang hält mit dem des log sin zwischen 0° und 1° innerhalb der 4 Dezimalen nach dem Komma gleichen Schritt; erst in der 5. Dezimale macht sich das schnellere Wachstum des log tang durch ein Voreilen um eine mit dem Winkel wachsende Größe p bemerkbar.

Ebenso haben log ctg und log cos gleicher Winkel zwischen 89° und 90° gleiche Werte innerhalb der 4 Dezimalen nach dem Komma; die stärkere Abnahme des log ctg zeigt sich erst in der 5. Dezimale, indem der log ctg den zugehörigen log cos um die oben erwähnte Größe p übertrifft.

Dementsprechend bleibt das Wachstum des log tang von 89° bis 90° nur um p hinter dem Wachstum der DE. log cos und die Abnahme des log ctg von 0° bis 1° nur um p hinter der Abnahme der DE. log sin zurück.

Der Wert von p ergibt sich aus folgenden Tabellen:

| | | | | | |
|---|---|-----|--------------|---------------------------|---|
| Der log tang übertrifft den log sin | } | bei | { | 0° 23' 20'' um p = 0,0000 | 1 |
| | | | 0° 32' 59'' | 2 | |
| | | | 0° 40' 22'' | 3 | |
| Der log ctg bleibt zurück hinter der DE. log sin | | | 0° 46' 39'' | 4 | |
| | | | 0° 52' 10'' | 5 | |
| | | | 0° 57' 9'' | 6 | |
| Der log ctg übertrifft den log cos | } | bei | { | 89° 2' 51'' um p = 0,0000 | 6 |
| | | | 89° 7' 50'' | 5 | |
| | | | 89° 13' 21'' | 4 | |
| Der log tang bleibt zurück hinter der DE. log cos | | | 89° 19' 48'' | 3 | |
| | | | 89° 27' 1'' | 2 | |
| | | | 89° 36' 40'' | 1 | |

Unter Berücksichtigung dieser Tabellen berechnet man mit bestimmbarer Genauigkeit aus S. 8 bis 17:

$$\begin{array}{ll}
 \log \text{ tang } 0^\circ \text{ bis } 1^\circ \text{ als} & \log \text{ sin } 0^\circ \text{ bis } 1^\circ + p. \\
 \log \text{ ctg } 89^\circ \text{ bis } 90^\circ \text{ als} & \log \text{ cos } 89^\circ \text{ bis } 90^\circ + p. \\
 \log \text{ ctg } 0^\circ \text{ bis } 1^\circ \text{ als DE. log sin } & 0^\circ \text{ bis } 1^\circ - p. \\
 \log \text{ tang } 89^\circ \text{ bis } 90^\circ \text{ als DE. log cos } & 89^\circ \text{ bis } 90^\circ - p.
 \end{array}$$

log tang und ctg 89°.

| log tang und ctg 1° 0' bis 30'. | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------|----------|---------|----------|-----|
| P. P. | | | | | | | | | ∠ | log tang | D. | log ctg | ∠ |
| | 72 | 71 | 69 | 67 | 66 | 64 | 63 | | 0' | 8,2419 | 72 | 11,7581 | 60' |
| 6'' | 7.2 | 7.1 | 6.9 | 6.7 | 6.6 | 6.4 | 6.3 | 6'' | 1' | 8,2491 | 71 | 11,7509 | 59' |
| 7'' | 8.4 | 8.3 | 8.1 | 7.8 | 7.7 | 7.5 | 7.4 | 7'' | 2' | 8,2562 | 69 | 11,7438 | 58' |
| 8'' | 9.6 | 9.5 | 9.2 | 8.9 | 8.8 | 8.5 | 8.4 | 8'' | 3' | 8,2631 | 69 | 11,7369 | 57' |
| 9'' | 10.8 | 10.7 | 10.4 | 10.1 | 9.9 | 9.6 | 9.5 | 9'' | 4' | 8,2700 | 69 | 11,7300 | 56' |
| 10'' | 12.0 | 11.8 | 11.5 | 11.2 | 11.0 | 10.7 | 10.5 | 10'' | 5' | 8,2767 | 67 | 11,7233 | 55' |
| 20'' | 24.0 | 23.7 | 23.0 | 22.3 | 22.0 | 21.3 | 21.0 | 20'' | 6' | 8,2833 | 66 | 11,7167 | 54' |
| 30'' | 36.0 | 35.5 | 34.5 | 33.5 | 33.0 | 32.0 | 31.5 | 30'' | 7' | 8,2899 | 66 | 11,7101 | 53' |
| 40'' | 48.0 | 47.3 | 46.0 | 44.7 | 44.0 | 42.7 | 42.0 | 40'' | 8' | 8,2963 | 64 | 11,7037 | 52' |
| 50'' | 60.0 | 59.2 | 57.5 | 55.8 | 55.0 | 53.3 | 52.5 | 50'' | 9' | 8,3026 | 63 | 11,6974 | 51' |
| | 61 | 60 | 59 | 57 | 56 | 55 | | 10' | 8,3089 | 63 | 11,6911 | 50' | |
| 6'' | 6.1 | 6.0 | 5.9 | 5.7 | 5.6 | 5.5 | 5.5 | 6'' | 11' | 8,3150 | 61 | 11,6850 | 49' |
| 7'' | 7.1 | 7.0 | 6.9 | 6.7 | 6.5 | 6.4 | 6.4 | 7'' | 12' | 8,3211† | 61 | †11,6789 | 48' |
| 8'' | 8.1 | 8.0 | 7.9 | 7.6 | 7.5 | 7.3 | 7.3 | 8'' | 13' | 8,3271 | 60 | 11,6729 | 47' |
| 9'' | 9.2 | 9.0 | 8.9 | 8.6 | 8.4 | 8.3 | 8.3 | 9'' | 14' | 8,3330 | 59 | 11,6670 | 46' |
| 10'' | 10.2 | 10.0 | 9.8 | 9.5 | 9.3 | 9.2 | 9.2 | 10'' | 15' | 8,3389 | 59 | 11,6611 | 45' |
| 20'' | 20.3 | 20.0 | 19.7 | 19.0 | 18.7 | 18.3 | 18.3 | 20'' | 16' | 8,3446 | 57 | 11,6554 | 44' |
| 30'' | 30.5 | 30.0 | 29.5 | 28.5 | 28.0 | 27.5 | 27.5 | 30'' | 17' | 8,3503 | 56 | 11,6497 | 43' |
| 40'' | 40.7 | 40.0 | 39.3 | 38.0 | 37.3 | 36.7 | 36.7 | 40'' | 18' | 8,3559 | 55 | 11,6441 | 42' |
| 50'' | 50.8 | 50.0 | 49.2 | 47.5 | 46.7 | 45.8 | 45.8 | 50'' | 19' | 8,3614 | 55 | 11,6386 | 41' |
| | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | | 20' | 8,3669 | 55 | 11,6331 | 40' | |
| 6'' | 5.4 | 5.3 | 5.2 | 5.1 | 5.0 | 4.9 | 4.9 | 6'' | 21' | 8,3723 | 54 | 11,6277 | 39' |
| 7'' | 6.3 | 6.2 | 6.1 | 6.0 | 5.8 | 5.7 | 5.7 | 7'' | 22' | 8,3776 | 53 | 11,6224 | 38' |
| 8'' | 7.2 | 7.1 | 6.9 | 6.8 | 6.7 | 6.5 | 6.5 | 8'' | 23' | 8,3829 | 53 | 11,6171 | 37' |
| 9'' | 8.1 | 8.0 | 7.8 | 7.7 | 7.5 | 7.4 | 7.4 | 9'' | 24' | 8,3881 | 52 | 11,6119 | 36' |
| 10'' | 9.0 | 8.8 | 8.7 | 8.5 | 8.3 | 8.2 | 8.2 | 10'' | 25' | 8,3932 | 51 | 11,6068 | 35' |
| 20'' | 18.0 | 17.7 | 17.3 | 17.0 | 16.7 | 16.3 | 16.3 | 20'' | 26' | 8,3983 | 51 | 11,6017 | 34' |
| 30'' | 27.0 | 26.5 | 26.0 | 25.5 | 25.0 | 24.5 | 24.5 | 30'' | 27' | 8,4033 | 50 | 11,5967 | 33' |
| 40'' | 36.0 | 35.3 | 34.7 | 34.0 | 33.3 | 32.7 | 32.7 | 40'' | 28' | 8,4083 | 50 | 11,5917 | 32' |
| 50'' | 45.0 | 44.2 | 43.3 | 42.5 | 41.7 | 40.8 | 40.8 | 50'' | 29' | 8,4132 | 49 | 11,5868 | 31' |
| | | | | | | | | 30' | 8,4181 | 49 | 11,5819 | 30' | |
| P. P. | | | | | | | | | ∠ | log ctg | D. | log tang | ∠ |

† 0.0001 aeq. 1''.

log tang und ctg 88° 30' bis 60'.

| log tang und ctg 1° 30' bis 60'. | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|----------|----|----------|-----|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ | P. P. | | | | | | | | |
| 30' | 8,4181 | | 11,5819 | 30' | | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 |
| 31' | 8,4229 | 48 | 11,5771 | 29' | | | | | | | | | |
| 32' | 8,4276 | 47 | 11,5724 | 28' | 6'' | 4.8 | 4.7 | 4.6 | 4.5 | 4.4 | 4.3 | 4.2 | 4.1 |
| 33' | 8,4323 | 47 | 11,5677 | 27' | 7'' | 5.6 | 5.5 | 5.4 | 5.3 | 5.1 | 5.0 | 4.9 | 4.8 |
| 34' | 8,4370 | 47 | 11,5630 | 26' | 8'' | 6.4 | 6.3 | 6.1 | 6.0 | 5.9 | 5.7 | 5.6 | 5.5 |
| 35' | 8,4416 | 46 | 11,5584 | 25' | 9'' | 7.2 | 7.1 | 6.9 | 6.8 | 6.6 | 6.5 | 6.3 | 6.2 |
| 36' | 8,4461 | 45 | 11,5539 | 24' | 10'' | 8.0 | 7.8 | 7.7 | 7.5 | 7.3 | 7.2 | 7.0 | 6.8 |
| 37' | 8,4506 | 45 | 11,5494 | 23' | 20'' | 16.0 | 15.7 | 15.3 | 15.0 | 14.7 | 14.3 | 14.0 | 13.7 |
| 38' | 8,4551 | 45 | 11,5449 | 22' | 30'' | 24.0 | 23.5 | 23.0 | 22.5 | 22.0 | 21.5 | 21.0 | 20.5 |
| 39' | 8,4595 | 44 | 11,5405 | 21' | 40'' | 32.0 | 31.3 | 30.7 | 30.0 | 29.3 | 28.7 | 28.0 | 27.3 |
| 40' | 8,4638 | 43 | 11,5362 | 20' | 50'' | 40.0 | 39.2 | 38.3 | 37.5 | 36.7 | 35.8 | 35.0 | 34.2 |
| 41' | 8,4682 | 44 | 11,5318 | 19' | | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | |
| 42' | 8,4725 | 43 | 11,5275 | 18' | 6'' | 4.0 | 3.9 | 3.8 | 3.7 | 3.6 | 3.5 | 3.4 | 6'' |
| 43' | 8,4767 | 42 | 11,5233 | 17' | 7'' | 4.7 | 4.6 | 4.4 | 4.3 | 4.2 | 4.1 | 4.0 | 7'' |
| 44' | 8,4809 | 42 | 11,5191 | 16' | 8'' | 5.3 | 5.2 | 5.1 | 4.9 | 4.8 | 4.7 | 4.5 | 8'' |
| 45' | 8,4851 | 42 | 11,5149 | 15' | 9'' | 6.0 | 5.9 | 5.7 | 5.6 | 5.4 | 5.3 | 5.1 | 9'' |
| 46' | 8,4892 | 41 | 11,5108 | 14' | 10'' | 6.7 | 6.5 | 6.3 | 6.2 | 6.0 | 5.8 | 5.7 | 10'' |
| 47' | 8,4933 | 41 | 11,5067 | 13' | 20'' | 13.3 | 13.0 | 12.7 | 12.3 | 12.0 | 11.7 | 11.3 | 20'' |
| 48' | 8,4973 | 40 | 11,5027 | 12' | 30'' | 20.0 | 19.5 | 19.0 | 18.5 | 18.0 | 17.5 | 17.0 | 30'' |
| 49' | 8,5013 | 40 | 11,4987 | 11' | 40'' | 26.7 | 26.0 | 25.3 | 24.7 | 24.0 | 23.3 | 22.7 | 40'' |
| 50' | 8,5053 | 40 | 11,4947 | 10' | 50'' | 33.3 | 32.5 | 31.7 | 30.8 | 30.0 | 29.2 | 28.3 | 50'' |
| 51' | 8,5092 | 39 | 11,4908 | 9 | | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | |
| 52' | 8,5131 | 39 | 11,4869 | 8' | | | | | | | | | |
| 53' | 8,5170 | 39 | 11,4830 | 7' | 6'' | 3.3 | 3.2 | 3.1 | 3.0 | 2.9 | 2.8 | 2.7 | 6'' |
| 54' | 8,5208 | 38 | 11,4792 | 6' | 7'' | 3.9 | 3.7 | 3.6 | 3.5 | 3.4 | 3.3 | 3.2 | 7'' |
| 55' | 8,5246 | 38 | 11,4754 | 5' | 8'' | 4.4 | 4.3 | 4.1 | 4.0 | 3.9 | 3.7 | 3.6 | 8'' |
| 56' | 8,5283 | 37 | 11,4717 | 4' | 9'' | 5.0 | 4.8 | 4.7 | 4.5 | 4.4 | 4.2 | 4.1 | 9'' |
| 57' | 8,5321 | 38 | 11,4679 | 3' | 10'' | 5.5 | 5.3 | 5.2 | 5.0 | 4.8 | 4.7 | 4.5 | 10'' |
| 58' | 8,5358 | 37 | 11,4642 | 2' | 20'' | 11.0 | 10.7 | 10.3 | 10.0 | 9.7 | 9.3 | 9.0 | 20'' |
| 59' | 8,5394 | 36 | 11,4606 | 1' | 30'' | 16.5 | 16.0 | 15.5 | 15.0 | 14.5 | 14.0 | 13.5 | 30'' |
| 60' | 8,5431 | 37 | 11,4569 | 0' | 40'' | 22.0 | 21.3 | 20.7 | 20.0 | 19.3 | 18.7 | 18.0 | 40'' |
| | | | | 0' | 50'' | 27.5 | 26.7 | 25.8 | 25.0 | 24.2 | 23.3 | 22.5 | 50'' |
| ↘ | log ctg | D. | log tang | ↖ | P. P. | | | | | | | | |
| log tang und ctg 88° 0' bis 30'. | | | | | | | | | | | | | |

log tang und ctg 2°.

| ↙ | log tang | D. | log ctg | ↗ | P. P. | | ↙ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
|-----|----------|----|---------|-----|-------|------|-----|----------|----|---------|-----|
| 0' | 8,5431 | | 11,4569 | 60' | | 26 | 30' | 8,6401 | | 11,3599 | 30' |
| 1' | 8,5467 | 36 | 11,4533 | 59' | | | 31' | 8,6430 | 29 | 11,3570 | 29' |
| 2' | 8,5503 | 36 | 11,4497 | 58' | 6'' | 2.6 | 32' | 8,6459 | 29 | 11,3541 | 28' |
| 3' | 8,5538 | 35 | 11,4462 | 57' | 7'' | 3.0 | 33' | 8,6487 | 28 | 11,3513 | 27' |
| 4' | 8,5573 | 35 | 11,4427 | 56' | 8'' | 3.5 | 34' | 8,6515 | 28 | 11,3485 | 26' |
| 5' | 8,5608 | 35 | 11,4392 | 55' | 9'' | 3.9 | 35' | 8,6544 | 29 | 11,3456 | 25' |
| 6' | 8,5643 | 35 | 11,4357 | 54' | 10'' | 4.3 | | | 27 | | |
| 7' | 8,5677 | 34 | 11,4323 | 53' | 20'' | 8.7 | 36' | 8,6571 | 28 | 11,3429 | 24' |
| 8' | 8,5711 | 34 | 11,4289 | 52' | 30'' | 13.0 | 37' | 8,6599 | 28 | 11,3401 | 23' |
| 9' | 8,5745 | 34 | 11,4255 | 51' | 40'' | 17.3 | 38' | 8,6627 | 28 | 11,3373 | 22' |
| 10' | 8,5779 | 34 | 11,4221 | 50' | 50'' | 21.7 | 39' | 8,6654 | 27 | 11,3346 | 21' |
| | | 33 | | | | | 40' | 8,6682 | 28 | 11,3318 | 20' |
| 11' | 8,5812 | 33 | 11,4188 | 49' | | | | | 27 | | |
| 12' | 8,5845 | 33 | 11,4155 | 48' | 6'' | 2.5 | 41' | 8,6709 | 27 | 11,3291 | 19' |
| 13' | 8,5878 | 33 | 11,4122 | 47' | 7'' | 2.9 | 42' | 8,6736 | 27 | 11,3264 | 18' |
| 14' | 8,5911 | 33 | 11,4089 | 46' | 8'' | 3.3 | 43' | 8,6762 | 26 | 11,3238 | 17' |
| 15' | 8,5943 | 32 | 11,4057 | 45' | 9'' | 3.8 | 44' | 8,6789 | 27 | 11,3211 | 16' |
| 16' | 8,5975 | 32 | 11,4025 | 44' | 10'' | 4.2 | 45' | 8,6815 | 26 | 11,3185 | 15' |
| 17' | 8,6007 | 32 | 11,3993 | 43' | 20'' | 8.3 | 46' | 8,6842 | 27 | 11,3158 | 14' |
| 18' | 8,6038 | 31 | 11,3962 | 42' | 30'' | 12.5 | 47' | 8,6868 | 26 | 11,3132 | 13' |
| 19' | 8,6070 | 32 | 11,3930 | 41' | 40'' | 16.7 | 48' | 8,6894 | 26 | 11,3106 | 12' |
| 20' | 8,6101 | 31 | 11,3899 | 40' | 50'' | 20.8 | 49' | 8,6920 | 26 | 11,3080 | 11' |
| | | 31 | | | | | 50' | 8,6945 | 25 | 11,3055 | 10' |
| 21' | 8,6132 | 31 | 11,3868 | 39' | | | | | 26 | | |
| 22' | 8,6163 | 31 | 11,3837 | 38' | | | 24 | 51' | 25 | 11,3029 | 9' |
| 23' | 8,6193 | 30 | 11,3807 | 37' | 6'' | 2.4 | 52' | 8,6996 | 25 | 11,3004 | 8' |
| 24' | 8,6223 | 30 | 11,3777 | 36' | 7'' | 2.8 | 53' | 8,7021 | 25 | 11,2979 | 7' |
| 25' | 8,6254 | 31 | 11,3746 | 35' | 8'' | 3.2 | 54' | 8,7046 | 25 | 11,2954 | 6' |
| | | 29 | | | 9'' | 3.6 | 55' | 8,7071 | 25 | 11,2929 | 5' |
| 26' | 8,6283 | 30 | 11,3717 | 34' | 10'' | 4.0 | 56' | 8,7096 | 25 | 11,2904 | 4' |
| 27' | 8,6313 | 30 | 11,3687 | 33' | 20'' | 8.0 | 57' | 8,7121 | 25 | 11,2879 | 3' |
| 28' | 8,6343 | 30 | 11,3657 | 32' | 30'' | 12.0 | 58' | 8,7145 | 24 | 11,2855 | 2' |
| 29' | 8,6372 | 29 | 11,3628 | 31' | 40'' | 16.0 | 59' | 8,7170 | 25 | 11,2830 | 1' |
| 30' | 8,6401 | 29 | 11,3599 | 30' | 50'' | 20.0 | 60' | 8,7194 | 24 | 11,2806 | 0' |

† 0.0001 aeq. 2''.

log tang und ctg 87°.

| log tang und ctg 3°. | | | | | | | | | |
|----------------------|----------|----|----------|-----|-----|----------|----|-----------|-----|
| ↙ | log tang | D. | log ctg | ↗ | ↙ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
| 0' | 8,7194 | | 11,2806 | 60' | 30' | 8,7865 | | 11,2135 | 30' |
| 1' | 8,7218 | 24 | 11,2782 | 59' | 31' | 8,7886 | 21 | 11,2114 | 29' |
| 2' | 8,7242 | 24 | 11,2758 | 58' | 32' | 8,7906 | 20 | 11,2094 | 28' |
| 3' | 8,7266 | 24 | 11,2734 | 57' | 33' | 8,7927 | 21 | 11,2073 | 27' |
| 4' | 8,7290 | 24 | 11,2710 | 56' | 34' | 8,7947 | 20 | 11,2053 | 26' |
| 5' | 8,7313 | 23 | 11,2687 | 55' | 35' | 8,7967 | 20 | 11,2033 | 25' |
| | | 24 | | | | | 21 | | |
| 6' | 8,7337 | | 11,2663 | 54' | 36' | 8,7988 | | 11,2012 | 24' |
| 7' | 8,7360 | 23 | 11,2640 | 53' | 37' | 8,8008† | 20 | † 11,1992 | 23' |
| 8' | 8,7383 | 23 | 11,2617 | 52' | 38' | 8,8028 | 20 | 11,1972 | 22' |
| 9' | 8,7406 | 23 | 11,2594 | 51' | 39' | 8,8048 | 20 | 11,1952 | 21' |
| 10' | 8,7429 | 23 | 11,2571 | 50' | 40' | 8,8067 | 19 | 11,1933 | 20' |
| | | 23 | | | | | 20 | | |
| 11' | 8,7452 | | 11,2548 | 49' | 41' | 8,8087 | | 11,1913 | 19' |
| 12' | 8,7475 | 23 | 11,2525 | 48' | 42' | 8,8107 | 20 | 11,1893 | 18' |
| 13' | 8,7497 | 22 | 11,2503 | 47' | 43' | 8,8126 | 19 | 11,1874 | 17' |
| 14' | 8,7520 | 23 | 11,2480 | 46' | 44' | 8,8146 | 20 | 11,1854 | 16' |
| 15' | 8,7542 | 22 | 11,2458 | 45' | 45' | 8,8165 | 19 | 11,1835 | 15' |
| | | 23 | | | | | 20 | | |
| 16' | 8,7565 | | 11,2435 | 44' | 46' | 8,8185 | | 11,1815 | 14' |
| 17' | 8,7587 | 22 | 11,2413 | 43' | 47' | 8,8204 | 19 | 11,1796 | 13' |
| 18' | 8,7609 | 22 | 11,2391 | 42' | 48' | 8,8223 | 19 | 11,1777 | 12' |
| 19' | 8,7631 | 22 | 11,2369 | 41' | 49' | 8,8242 | 19 | 11,1758 | 11' |
| 20' | 8,7652 | 21 | 11,2348 | 40' | 50' | 8,8261 | 19 | 11,1739 | 10' |
| | | 22 | | | | | 19 | | |
| 21' | 8,7674 | | 11,2326 | 39' | 51' | 8,8280 | | 11,1720 | 9' |
| 22' | 8,7696 | 22 | 11,2304 | 38' | 52' | 8,8299 | 19 | 11,1701 | 8' |
| 23' | 8,7717 | 21 | 11,2283 | 37' | 53' | 8,8317 | 18 | 11,1683 | 7' |
| 24' | 8,7739 | 22 | 11,2261 | 36' | 54' | 8,8336 | 19 | 11,1664 | 6' |
| 25' | 8,7760 | 21 | 11,2240 | 35' | 55' | 8,8355 | 19 | 11,1645 | 5' |
| | | 21 | | | | | 18 | | |
| 26' | 8,7781 | | 11,2219 | 34' | 56' | 8,8373 | | 11,1627 | 4' |
| 27' | 8,7802 | 21 | 11,2198 | 33' | 57' | 8,8392 | 19 | 11,1608 | 3' |
| 28' | 8,7823 | 21 | 11,2177 | 32' | 58' | 8,8410 | 18 | 11,1590 | 2' |
| 29' | 8,7844 | 21 | 11,2156 | 31' | 59' | 8,8428 | 18 | 11,1572 | 1' |
| 30' | 8,7865 | 21 | 11,2135 | 30' | 60' | 8,8446 | 18 | 11,1554 | 0' |
| | | 21 | | | | | | | |
| ↘ | log ctg | D. | log tang | ↙ | ↘ | log ctg | D. | log tang | ↙ |

† 0.0001 aeq. 3".

log tang und ctg 86°.

log tang und ctg 4° 0' bis 30'.

| P. P. | | | | ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
|-------|------|------|------|-----|----------|----|----------|-----|
| | 24 | 23 | 22 | 0' | 8,8446 | 19 | 11,1554 | 60' |
| 6'' | 2.4 | 2.3 | 2.2 | 1' | 8,8465 | 18 | 11,1535 | 59' |
| 7'' | 2.8 | 2.7 | 2.6 | 2' | 8,8483 | 18 | 11,1517 | 58' |
| 8'' | 3.2 | 3.1 | 2.9 | 3' | 8,8501 | 17 | 11,1499 | 57' |
| 9'' | 3.6 | 3.5 | 3.3 | 4' | 8,8518 | 18 | 11,1482 | 56' |
| 10'' | 4.0 | 3.8 | 3.7 | 5' | 8,8536 | 18 | 11,1464 | 55' |
| 20'' | 8.0 | 7.7 | 7.3 | 6' | 8,8554 | 18 | 11,1446 | 54' |
| 30'' | 12.0 | 11.5 | 11.0 | 7' | 8,8572 | 17 | 11,1428 | 53' |
| 40'' | 16.0 | 15.3 | 14.7 | 8' | 8,8589 | 18 | 11,1411 | 52' |
| 50'' | 20.0 | 19.2 | 18.3 | 9' | 8,8607 | 17 | 11,1393 | 51' |
| | 21 | 20 | 19 | 10' | 8,8624 | 18 | 11,1376 | 50' |
| 6'' | 2.1 | 2.0 | 1.9 | 11' | 8,8642 | 17 | 11,1358 | 49' |
| 7'' | 2.5 | 2.3 | 2.2 | 12' | 8,8659 | 17 | 11,1341 | 48, |
| 8'' | 2.8 | 2.7 | 2.5 | 13' | 8,8676 | 18 | 11,1324 | 47' |
| 9'' | 3.2 | 3.0 | 2.9 | 14' | 8,8694 | 17 | 11,1306 | 46' |
| 10'' | 3.5 | 3.3 | 3.2 | 15' | 8,8711 | 17 | 11,1289 | 45' |
| 20'' | 7.0 | 6.7 | 6.3 | 16' | 8,8728 | 17 | 11,1272 | 44' |
| 30'' | 10.5 | 10.0 | 9.5 | 17' | 8,8745 | 17 | 11,1255 | 43' |
| 40'' | 14.0 | 13.3 | 12.7 | 18' | 8,8762 | 16 | 11,1238 | 42' |
| 50'' | 17.5 | 16.7 | 15.8 | 19' | 8,8778 | 17 | 11,1222 | 41' |
| | 18 | 17 | 16 | 20' | 8,8795 | 17 | 11,1205 | 40' |
| 6'' | 1.8 | 1.7 | 1.6 | 21' | 8,8812 | 17 | 11,1188 | 39' |
| 7'' | 2.1 | 2.0 | 1.9 | 22' | 8,8829 | 16 | 11,1171 | 38' |
| 8'' | 2.4 | 2.3 | 2.1 | 23' | 8,8845 | 17 | 11,1155 | 37' |
| 9'' | 2.7 | 2.6 | 2.4 | 24' | 8,8862 | 16 | 11,1138 | 36' |
| 10'' | 3.0 | 2.8 | 2.7 | 25' | 8,8878 | 17 | 11,1122 | 35' |
| 20'' | 6.0 | 5.7 | 5.3 | 26' | 8,8895 | 16 | 11,1105 | 34' |
| 30'' | 9.0 | 8.5 | 8.0 | 27' | 8,8911 | 16 | 11,1089 | 33' |
| 40'' | 12.0 | 11.3 | 10.7 | 28' | 8,8927 | 17 | 11,1073 | 32' |
| 50'' | 15.0 | 14.2 | 13.3 | 29' | 8,8944 | 16 | 11,1056 | 31' |
| | | | | 30' | 8,8960 | 16 | 11,1040 | 30' |
| P. P. | | | | ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ |

log tang und ctg 85° 30' bis 60'.

| log tang und ctg 4° 30' bis 60'. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------|------|----------|-----|--|--|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|------|------|------|-----|------|------|------|------|--|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|------|------|------|
| ∠ | log tang | D. | log ctg | 人 | P. P. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 30' | 8,8960 | 16 | 11,1040 | 30' | <table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>16</th><th>15</th><th>14</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>6''</td><td>1.6</td><td>1.5</td><td>1.4</td></tr> <tr><td>7''</td><td>1.9</td><td>1.8</td><td>1.6</td></tr> <tr><td>8''</td><td>2.1</td><td>2.0</td><td>1.9</td></tr> <tr><td>9''</td><td>2.4</td><td>2.3</td><td>2.1</td></tr> <tr><td>10''</td><td>2.7</td><td>2.5</td><td>2.3</td></tr> <tr><td>20''</td><td>5.3</td><td>5.0</td><td>4.7</td></tr> <tr><td>30''</td><td>8.0</td><td>7.5</td><td>7.0</td></tr> <tr><td>40''</td><td>10.7</td><td>10.0</td><td>9.3</td></tr> <tr><td>50''</td><td>13.3</td><td>12.5</td><td>11.7</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr><th></th><th>13</th><th>12</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>6''</td><td>1.3</td><td>1.2</td></tr> <tr><td>7''</td><td>1.5</td><td>1.4</td></tr> <tr><td>8''</td><td>1.7</td><td>1.6</td></tr> <tr><td>9''</td><td>2.0</td><td>1.8</td></tr> <tr><td>10''</td><td>2.2</td><td>2.0</td></tr> <tr><td>20''</td><td>4.3</td><td>4.0</td></tr> <tr><td>30''</td><td>6.5</td><td>6.0</td></tr> <tr><td>40''</td><td>8.7</td><td>8.0</td></tr> <tr><td>50''</td><td>10.8</td><td>10.0</td></tr> </tbody> </table> | | 16 | 15 | 14 | 6'' | 1.6 | 1.5 | 1.4 | 7'' | 1.9 | 1.8 | 1.6 | 8'' | 2.1 | 2.0 | 1.9 | 9'' | 2.4 | 2.3 | 2.1 | 10'' | 2.7 | 2.5 | 2.3 | 20'' | 5.3 | 5.0 | 4.7 | 30'' | 8.0 | 7.5 | 7.0 | 40'' | 10.7 | 10.0 | 9.3 | 50'' | 13.3 | 12.5 | 11.7 | | 13 | 12 | 6'' | 1.3 | 1.2 | 7'' | 1.5 | 1.4 | 8'' | 1.7 | 1.6 | 9'' | 2.0 | 1.8 | 10'' | 2.2 | 2.0 | 20'' | 4.3 | 4.0 | 30'' | 6.5 | 6.0 | 40'' | 8.7 | 8.0 | 50'' | 10.8 | 10.0 |
| | 16 | 15 | 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6'' | 1.6 | 1.5 | 1.4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7'' | 1.9 | 1.8 | 1.6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8'' | 2.1 | 2.0 | 1.9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9'' | 2.4 | 2.3 | 2.1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10'' | 2.7 | 2.5 | 2.3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20'' | 5.3 | 5.0 | 4.7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 30'' | 8.0 | 7.5 | 7.0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 40'' | 10.7 | 10.0 | 9.3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 50'' | 13.3 | 12.5 | 11.7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 13 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6'' | 1.3 | 1.2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7'' | 1.5 | 1.4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8'' | 1.7 | 1.6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9'' | 2.0 | 1.8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10'' | 2.2 | 2.0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20'' | 4.3 | 4.0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 30'' | 6.5 | 6.0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 40'' | 8.7 | 8.0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 50'' | 10.8 | 10.0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 31' | 8,8976 | 16 | 11,1024 | 29 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 32' | 8,8992 | 16 | 11,1008 | 28' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 33' | 8,9008 | 16 | 11,0992 | 27' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 34' | 8,9024 | 16 | 11,0976 | 26' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 35' | 8,9040 | 16 | 11,0960 | 25' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 36' | 8,9056 | 16 | 11,0944 | 24' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 37' | 8,9071 | 15 | 11,0929 | 23' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 38' | 8,9087 | 16 | 11,0913 | 22' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 39' | 8,9103 | 16 | 11,0897 | 21' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 40' | 8,9118 | 15 | 11,0882 | 20' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 41' | 8,9134 | 16 | 11,0866 | 19' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 42' | 8,9150 | 16 | 11,0850 | 18' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 43' | 8,9165 | 15 | 11,0835 | 17' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 44' | 8,9180 | 15 | 11,0820 | 16' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 45' | 8,9196 | 16 | 11,0804 | 15' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 46' | 8,9211 | 15 | 11,0789 | 14' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 47' | 8,9226 | 15 | 11,0774 | 13' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 48' | 8,9241 | 15 | 11,0759 | 12' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 49' | 8,9256 | 15 | 11,0744 | 11' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 50' | 8,9272 | 16 | 11,0728 | 10' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 51' | 8,9287 | 15 | 11,0713 | 9' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 52' | 8,9302 | 15 | 11,0698 | 8' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 53' | 8,9316 | 14 | 11,0684 | 7' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 54' | 8,9331 | 15 | 11,0669 | 6' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 55' | 8,9346 | 15 | 11,0654 | 5' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 56' | 8,9361 | 15 | 11,0639 | 4' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 57' | 8,9376 | 15 | 11,0624 | 3' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 58' | 8,9390 | 14 | 11,0610 | 2' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 59' | 8,9405 | 15 | 11,0595 | 1' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 60' | 8,9420 | 15 | 11,0580 | 0' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ∠ | log ctg | D. | log tang | ∠ | P. P. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

log tang und ctg 85° 0' bis 90° 0'.

log tang und ctg 5°.

| ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ | ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
|-----|----------|----|----------|-----|-----|----------|----|----------|-----|
| 0' | 8,9420 | | 11,0580 | 60' | 30' | 8,9836 | | 11,0164 | 30' |
| 1' | 8,9434 | 14 | 11,0566 | 59' | 31' | 8,9849 | 13 | 11,0151 | 29' |
| 2' | 8,9449 | 15 | 11,0551 | 58' | 32' | 8,9862 | 13 | 11,0138 | 28' |
| 3' | 8,9463 | 14 | 11,0537 | 57' | 33' | 8,9875 | 13 | 11,0125 | 27' |
| 4' | 8,9477 | 14 | 11,0523 | 56' | 34' | 8,9888 | 13 | 11,0112 | 26' |
| 5' | 8,9492 | 15 | 11,0508 | 55' | 35' | 8,9901 | 13 | 11,0099 | 25' |
| 6' | 8,9506 | 14 | 11,0494 | 54' | 36' | 8,9915 | 14 | 11,0085 | 24' |
| 7' | 8,9520 | 14 | 11,0480 | 53' | 37' | 8,9928 | 13 | 11,0072 | 23' |
| 8' | 8,9534 | 14 | 11,0466 | 52' | 38' | 8,9940 | 12 | 11,0060 | 22' |
| 9' | 8,9549 | 15 | 11,0451 | 51' | 39' | 8,9953 | 13 | 11,0047 | 21' |
| 10' | 8,9563 | 14 | 11,0437 | 50' | 40' | 8,9966 | 13 | 11,0034 | 20' |
| 11' | 8,9577 | 14 | 11,0423 | 49' | 41' | 8,9979 | 13 | 11,0021 | 19' |
| 12' | 8,9591 | 14 | 11,0409 | 48' | 42' | 8,9992 | 13 | 11,0008 | 18' |
| 13' | 8,9605 | 14 | 11,0395 | 47' | 43' | 9,0005 | 13 | 10,9995 | 17' |
| 14' | 8,9619 | 14 | 11,0381 | 46' | 44' | 9,0017 | 12 | 10,9983 | 16' |
| 15' | 8,9633 | 14 | 11,0367 | 45' | 45' | 9,0030 | 13 | 10,9970 | 15' |
| 16' | 8,9646 | 13 | 11,0354 | 44' | 46' | 9,0043 | 13 | 10,9957 | 14' |
| 17' | 8,9660 | 14 | 11,0340 | 43' | 47' | 9,0055 | 12 | 10,9945 | 13' |
| 18' | 8,9674 | 14 | 11,0326 | 42' | 48' | 9,0068 | 13 | 10,9932 | 12' |
| 19' | 8,9688 | 14 | 11,0312 | 41' | 49' | 9,0080 | 12 | 10,9920 | 11' |
| 20' | 8,9701 | 13 | 11,0299 | 40' | 50' | 9,0093 | 13 | 10,9907 | 10' |
| 21' | 8,9715 | 14 | 11,0285 | 39' | 51' | 9,0105 | 12 | 10,9895 | 9' |
| 22' | 8,9729 | 14 | 11,0271 | 38' | 52' | 9,0118 | 13 | 10,9882 | 8' |
| 23' | 8,9742 | 13 | 11,0258 | 37' | 53' | 9,0130 | 12 | 10,9870 | 7' |
| 24' | 8,9756 | 14 | 11,0244 | 36' | 54' | 9,0143 | 13 | 10,9857 | 6' |
| 25' | 8,9769 | 13 | 11,0231 | 35' | 55' | 9,0155 | 12 | 10,9845 | 5' |
| 26' | 8,9782 | 13 | 11,0218 | 34' | 56' | 9,0167 | 12 | 10,9833 | 4' |
| 27' | 8,9796 | 14 | 11,0204 | 33' | 57' | 9,0180 | 13 | 10,9820 | 3' |
| 28' | 8,9809 | 13 | 11,0191 | 32' | 58' | 9,0192 | 12 | 10,9808 | 2' |
| 29' | 8,9823 | 14 | 11,0177 | 31' | 59' | 9,0204 | 12 | 10,9796 | 1' |
| 30' | 8,9836 | 13 | 11,0164 | 30' | 60' | 9,0216 | 12 | 10,9784 | 0' |
| ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ | ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ |

log tang und ctg 84°.

| log tang und ctg 6°. | | | | | | | | | | | |
|----------------------|----------|----|----------|-----|-------|------|-----|----------|----|---------|-----|
| ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ | P. P. | | ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
| 0' | 9,0216 | | 10,9784 | 60' | | 13 | 30' | 9,0567 | | 10,9433 | 30' |
| 1' | 9,0228 | 12 | 10,9772 | 59' | | | 31' | 9,0578 | 11 | 10,9422 | 29' |
| 2' | 9,0240 | 12 | 10,9760 | 58' | 6'' | 1.3 | 32' | 9,0589 | 11 | 10,9411 | 28' |
| 3' | 9,0253 | 13 | 10,9747 | 57' | 7'' | 1.5 | 33' | 9,0600 | 11 | 10,9400 | 27' |
| 4' | 9,0265† | 12 | †10,9735 | 56' | 8'' | 1.7 | 34' | 9,0611 | 11 | 10,9389 | 26' |
| 5' | 9,0277 | 12 | 10,9723 | 55' | 9'' | 2.0 | 35' | 9,0622 | 11 | 10,9378 | 25' |
| | | 12 | | | 10'' | 2.2 | | | 11 | | |
| 6' | 9,0289 | | 10,9711 | 54' | 20'' | 4.3 | 36' | 9,0633 | | 10,9367 | 24' |
| 7' | 9,0300 | 11 | 10,9700 | 53' | 30'' | 6.5 | 37' | 9,0645 | 12 | 10,9355 | 23' |
| 8' | 9,0312 | 12 | 10,9688 | 52' | 40'' | 8.7 | 38' | 9,0656 | 11 | 10,9344 | 22' |
| 9' | 9,0324 | 12 | 10,9676 | 51' | 50'' | 10.8 | 39' | 9,0667 | 11 | 10,9333 | 21' |
| 10' | 9,0336 | 12 | 10,9664 | 50' | | | 40' | 9,0678 | 11 | 10,9322 | 20' |
| | | 12 | | | | 12 | | | 10 | | |
| 11' | 9,0348 | | 10,9652 | 49' | | | 41' | 9,0688 | | 10,9312 | 19' |
| 12' | 9,0360 | 12 | 10,9640 | 48' | | | 42' | 9,0699 | 11 | 10,9301 | 18' |
| 13' | 9,0371 | 11 | 10,9629 | 47' | 6'' | 1.2 | 43' | 9,0710 | 11 | 10,9290 | 17' |
| 14' | 9,0383 | 12 | 10,9617 | 46' | 7'' | 1.4 | 44' | 9,0721 | 11 | 10,9279 | 16' |
| 15' | 9,0395 | 12 | 10,9605 | 45' | 8'' | 1.6 | 45' | 9,0732 | 11 | 10,9268 | 15' |
| | | 12 | | | 9'' | 1.8 | | | 11 | | |
| 16' | 9,0407 | | 10,9593 | 44' | 10'' | 2.0 | 46' | 9,0743 | | 10,9257 | 14' |
| 17' | 9,0418 | 11 | 10,9582 | 43' | 20'' | 4.0 | 47' | 9,0754 | 11 | 10,9246 | 13' |
| 18' | 9,0430 | 12 | 10,9570 | 42' | 30'' | 6.0 | 48' | 9,0764 | 10 | 10,9236 | 12' |
| 19' | 9,0441 | 11 | 10,9559 | 41' | 40'' | 8.0 | 49' | 9,0775 | 11 | 10,9225 | 11' |
| 20' | 9,0453 | 12 | 10,9547 | 40' | 50'' | 10.0 | 50' | 9,0786 | 11 | 10,9214 | 10' |
| | | 11 | | | | | | | 10 | | |
| 21' | 9,0464 | | 10,9536 | 39' | | 11 | 51' | 9,0796 | | 10,9204 | 9' |
| 22' | 9,0476 | 12 | 10,9524 | 38' | | | 52' | 9,0807 | 11 | 10,9193 | 8' |
| 23' | 9,0487 | 11 | 10,9513 | 37' | 6'' | 1.1 | 53' | 9,0818 | 11 | 10,9182 | 7' |
| 24' | 9,0499 | 12 | 10,9501 | 36' | 7'' | 1.3 | 54' | 9,0828 | 10 | 10,9172 | 6' |
| 25' | 9,0510 | 11 | 10,9490 | 35' | 8'' | 1.5 | 55' | 9,0839 | 11 | 10,9161 | 5' |
| | | 11 | | | 9'' | 1.7 | | | 10 | | |
| 26' | 9,0521 | | 10,9479 | 34' | 10'' | 1.8 | 56' | 9,0849 | | 10,9151 | 4' |
| 27' | 9,0533 | 12 | 10,9467 | 33' | 20'' | 3.7 | 57' | 9,0860 | 11 | 10,9140 | 3' |
| 28' | 9,0544 | 11 | 10,9456 | 32' | 30'' | 5.5 | 58' | 9,0871 | 11 | 10,9129 | 2' |
| 29' | 9,0555 | 11 | 10,9445 | 31' | 40'' | 7.3 | 59' | 9,0881 | 10 | 10,9119 | 1' |
| 30' | 9,0567 | 12 | 10,9433 | 30' | 50'' | 9.2 | 60' | 9,0891 | 10 | 10,9109 | 0' |

| ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ | P. P. | | ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ |
|---|---------|----|----------|---|-------|--|---|---------|----|----------|---|
| ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ | P. P. | | ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ |

† 0.0001 aeq 5''.

log tang und ctg 83°.

| log tang und ctg 7°. | | | | | | | | | | | |
|----------------------|----------|----|----------|-----|-------|-----|----------|--------|----------|---------|-----|
| ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ | P. P. | ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ | |
| 0' | 9,0891 | | 10,9109 | 60' | | 30' | 9,1194 | | 10,8806 | 30' | |
| 1' | 9,0902 | 11 | 10,9098 | 59' | | 31' | 9,1204 | 10 | 10,8796 | 29' | |
| 2' | 9,0912 | 10 | 10,9088 | 58' | | 32' | 9,1214 | 10 | 10,8786 | 28' | |
| 3' | 9,0923 | 11 | 10,9077 | 57' | | 33' | 9,1223 | 9 | 10,8777 | 27' | |
| 4' | 9,0933 | 10 | 10,9067 | 56' | | 34' | 9,1233 | 10 | 10,8767 | 26' | |
| 5' | 9,0943 | 10 | 10,9057 | 55' | | 35' | 9,1243 | 10 | 10,8757 | 25' | |
| 6' | 9,0954 | 11 | 10,9046 | 54' | 6'' | 1.0 | 36' | 9,1252 | 9 | 10,8748 | 24' |
| 7' | 9,0964 | 10 | 10,9036 | 53' | 7'' | 1.2 | 36' | 9,1252 | 10 | 10,8748 | 24' |
| 8' | 9,0974 | 10 | 10,9026 | 52' | 8'' | 1.3 | 37' | 9,1262 | 10 | 10,8738 | 23' |
| 9' | 9,0984 | 10 | 10,9016 | 51' | 9'' | 1.5 | 37' | 9,1262 | 10 | 10,8738 | 23' |
| 10' | 9,0995 | 11 | 10,9005 | 50' | 10'' | 1.7 | 38' | 9,1272 | 9 | 10,8728 | 22' |
| 11' | 9,1005 | 10 | 10,8995 | 49' | 20'' | 3.3 | 39' | 9,1281 | 9 | 10,8719 | 21' |
| 12' | 9,1015 | 10 | 10,8985 | 48' | 30'' | 5.0 | 40' | 9,1291 | 10 | 10,8709 | 20' |
| 13' | 9,1025 | 10 | 10,8975 | 47' | 40'' | 6.7 | 41' | 9,1300 | 9 | 10,8700 | 19' |
| 14' | 9,1035 | 10 | 10,8965 | 46' | 50'' | 8.3 | 42' | 9,1310 | 10 | 10,8690 | 18' |
| 15' | 9,1045 | 10 | 10,8955 | 45' | | | 43' | 9,1319 | 9 | 10,8681 | 17' |
| 16' | 9,1055 | 11 | 10,8945 | 44' | | | 44' | 9,1329 | 10 | 10,8671 | 16' |
| 17' | 9,1066 | 10 | 10,8934 | 43' | | | 45' | 9,1338 | 9 | 10,8662 | 15' |
| 18' | 9,1076 | 10 | 10,8924 | 42' | | 9 | 46' | 9,1348 | 10 | 10,8652 | 14' |
| 19' | 9,1086 | 10 | 10,8914 | 41' | | | 47' | 9,1357 | 9 | 10,8643 | 13' |
| 20' | 9,1096 | 10 | 10,8904 | 40' | 6'' | 0.9 | 48' | 9,1367 | 10 | 10,8633 | 12' |
| 21' | 9,1106 | 10 | 10,8894 | 39' | 7'' | 1.1 | 49' | 9,1376 | 9 | 10,8624 | 11' |
| 22' | 9,1116 | 10 | 10,8884 | 38' | 8'' | 1.2 | 50' | 9,1385 | 9 | 10,8615 | 10' |
| 23' | 9,1125 | 9 | 10,8875 | 37' | 9'' | 1.4 | 51' | 9,1395 | 10 | 10,8605 | 9' |
| 24' | 9,1135 | 10 | 10,8865 | 36' | 10'' | 1.5 | 52' | 9,1404 | 9 | 10,8596 | 8' |
| 25' | 9,1145 | 10 | 10,8855 | 35' | 20'' | 3.0 | 53' | 9,1413 | 9 | 10,8587 | 7' |
| 26' | 9,1155 | 10 | 10,8845 | 34' | 30'' | 4.5 | 54' | 9,1423 | 10 | 10,8577 | 6' |
| 27' | 9,1165 | 10 | 10,8835 | 33' | 40'' | 6.0 | 55' | 9,1432 | 9 | 10,8568 | 5' |
| 28' | 9,1175 | 10 | 10,8825 | 32' | 50'' | 7.5 | 56' | 9,1441 | 9 | 10,8559 | 4' |
| 29' | 9,1185 | 10 | 10,8815 | 31' | | | 57' | 9,1450 | 9 | 10,8550 | 3' |
| 30' | 9,1194 | 9 | 10,8806 | 30' | | | 58' | 9,1460 | 10 | 10,8540 | 2' |
| | | | | | | | 59' | 9,1469 | 9 | 10,8531 | 1' |
| | | | | | | | 60' | 9,1478 | 9 | 10,8522 | 0' |
| ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ | P. P. | ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ | |

log tang und ctg 82°.

| log tang und ctg 8°. | | | | | | | | | | | |
|----------------------|----------|----|----------|-----|-------|-----|-----|----------|----|----------|-----|
| ☆ | log tang | D. | log ctg | ▲ | P. P. | | ☆ | log tang | D. | log ctg | ▲ |
| 0' | 9,1478 | | 10,8522 | 60' | | | 30' | 9,1745 | | 10,8255 | 30' |
| 1' | 9,1487 | 9 | 10,8513 | 59' | | | 31' | 9,1754 | 9 | 10,8246 | 29' |
| 2' | 9,1496 | 9 | 10,8504 | 58' | | | 32' | 9,1762 | 8 | 10,8238 | 28' |
| 3' | 9,1505 | 9 | 10,8495 | 57' | | | 33' | 9,1771 | 9 | 10,8229 | 27' |
| 4' | 9,1515 | 10 | 10,8485 | 56' | | 10 | 34' | 9,1779 | 8 | 10,8221 | 26' |
| 5' | 9,1524 | 9 | 10,8476 | 55' | | | 35' | 9,1788 | 9 | 10,8212 | 25' |
| 6' | 9,1533 | 9 | 10,8467 | 54' | 6'' | 1.0 | 36' | 9,1797 | 9 | 10,8203 | 24' |
| 7' | 9,1542 | 9 | 10,8458 | 53' | 7'' | 1.2 | 37' | 9,1805 | 8 | 10,8195 | 23' |
| 8' | 9,1551 | 9 | 10,8449 | 52' | 8'' | 1.3 | 38' | 9,1814 | 9 | 10,8186 | 22' |
| 9' | 9,1560 | 9 | 10,8440 | 51' | 9'' | 1.5 | 39' | 9,1822 | 8 | 10,8178 | 21' |
| 10' | 9,1569 | 9 | 10,8431 | 50' | 10'' | 1.7 | 40' | 9,1831 | 9 | 10,8169 | 20' |
| 11' | 9,1578 | 9 | 10,8422 | 49' | 20'' | 3.3 | 41' | 9,1839 | 8 | 10,8161 | 19' |
| 12' | 9,1587 | 9 | 10,8413 | 48' | 30'' | 5.0 | 42' | 9,1848 | 9 | 10,8152 | 18' |
| 13' | 9,1596 | 9 | 10,8404 | 47' | 40'' | 6.7 | 43' | 9,1856 | 8 | 10,8144 | 17' |
| 14' | 9,1605 | 9 | 10,8395 | 46' | 50'' | 8.3 | 44' | 9,1864 | 8 | 10,8136 | 16' |
| 15' | 9,1613 | 8 | 10,8387 | 45' | | | 45' | 9,1873 | 9 | 10,8127 | 15' |
| 16' | 9,1622 | 9 | 10,8378 | 44' | | | 46' | 9,1881 | 8 | 10,8119 | 14' |
| 17' | 9,1631 | 9 | 10,8369 | 43' | | | 47' | 9,1890 | 9 | 10,8110 | 13' |
| 18' | 9,1640 | 9 | 10,8360 | 42' | | 9 | 48' | 9,1898 | 8 | 10,8102 | 12' |
| 19' | 9,1649 | 9 | 10,8351 | 41' | 6'' | 0.9 | 49' | 9,1906 | 8 | 10,8094 | 11' |
| 20' | 9,1658 | 9 | 10,8342 | 40' | 7'' | 1.1 | 50' | 9,1915 | 9 | 10,8085 | 10' |
| 21' | 9,1667 | 9 | 10,8333 | 39' | 8'' | 1.2 | 51' | 9,1923 | 8 | 10,8077 | 9' |
| 22' | 9,1675 | 8 | 10,8325 | 38' | 9'' | 1.4 | 52' | 9,1931 | 8 | 10,8069 | 8' |
| 23' | 9,1684 | 9 | 10,8316 | 37' | 10'' | 1.5 | 53' | 9,1940 | 9 | 10,8060 | 7' |
| 24' | 9,1693 | 9 | 10,8307 | 36' | 20'' | 3.0 | 54' | 9,1948 | 8 | 10,8052 | 6' |
| 25' | 9,1702 | 9 | 10,8298 | 35' | 30'' | 4.5 | 55' | 9,1956 | 8 | 10,8044 | 5' |
| 26' | 9,1710 | 8 | 10,8290 | 34' | 40'' | 6.0 | 56' | 9,1964 | 8 | 10,8036 | 4' |
| 27' | 9,1719 | 9 | 10,8281 | 33' | 50'' | 7.5 | 57' | 9,1973 | 9 | 10,8027 | 3' |
| 28' | 9,1728 | 9 | 10,8272 | 32' | | | 58' | 9,1981 | 8 | 10,8019 | 2' |
| 29' | 9,1736 | 8 | 10,8264 | 31' | | | 59' | 9,1989 | 8 | 10,8011 | 1' |
| 30' | 9,1745 | 9 | 10,8255 | 30' | | | 60' | 9,1997 | 8 | 10,8003 | 0' |
| ▼ | log ctg | D. | log tang | ☆ | P. P. | | ▼ | log ctg | D. | log tang | ☆ |

log tang und ctg 81°.

| log tang und ctg 9°. | | | | | | | | | | |
|----------------------|----------|----|----------|-----|----------|-----|----------|----|----------|-----|
| ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ | P. P. | ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
| 0' | 9,1997 | 8 | 10,8003 | 60' | | 30' | 9,2236 | 8 | 10,7764 | 30' |
| 1' | 9,2005 | 8 | 10,7995 | 59' | | 31' | 9,2244 | 8 | 10,7756 | 29' |
| 2' | 9,2013 | 9 | 10,7987 | 58' | | 32' | 9,2252 | 7 | 10,7748 | 28' |
| 3' | 9,2022 | 8 | 10,7978 | 57' | | 33' | 9,2259 | 8 | 10,7741 | 27' |
| 4' | 9,2030 | 8 | 10,7970 | 56' | 8 | 34' | 9,2267 | 8 | 10,7733 | 26' |
| 5' | 9,2038 | 8 | 10,7962 | 55' | | 35' | 9,2275 | 7 | 10,7725 | 25' |
| 6' | 9,2046 | 8 | 10,7954 | 54' | 6'' 0.8 | 36' | 9,2282 | 8 | 10,7718 | 24' |
| 7' | 9,2054 | 8 | 10,7946 | 53' | 7'' 0.9 | 37' | 9,2290 | 8 | 10,7710 | 23' |
| 8' | 9,2062 | 8 | 10,7938 | 52' | 8'' 1.1 | 38' | 9,2298 | 8 | 10,7702 | 22' |
| 9' | 9,2070 | 8 | 10,7930 | 51' | 9'' 1.2 | 39' | 9,2305 | 8 | 10,7695 | 21' |
| 10' | 9,2078 | 8 | 10,7922 | 50' | 10'' 1.3 | 40' | 9,2313 | 8 | 10,7687 | 20' |
| 11' | 9,2086 | 8 | 10,7914 | 49' | 20'' 2.7 | 41' | 9,2321 | 7 | 10,7679 | 19' |
| 12' | 9,2094 | 8 | 10,7906 | 48' | 30'' 4.0 | 42' | 9,2328 | 8 | 10,7672 | 18' |
| 13' | 9,2102 | 8 | 10,7898 | 47' | 40'' 5.3 | 43' | 9,2336 | 7 | 10,7664 | 17' |
| 14' | 9,2110 | 8 | 10,7890 | 46' | 50'' 6.7 | 44' | 9,2343 | 8 | 10,7657 | 16' |
| 15' | 9,2118 | 8 | 10,7882 | 45' | | 45' | 9,2351 | 8 | 10,7649 | 15' |
| 16' | 9,2126 | 8 | 10,7874 | 44' | | 46' | 9,2359 | 7 | 10,7641 | 14' |
| 17' | 9,2134 | 8 | 10,7866 | 43' | | 47' | 9,2366 | 8 | 10,7634 | 13' |
| 18' | 9,2142 | 8 | 10,7858 | 42' | 7 | 48' | 9,2374 | 7 | 10,7626 | 12' |
| 19' | 9,2150 | 8 | 10,7850 | 41' | | 49' | 9,2381 | 8 | 10,7619 | 11' |
| 20' | 9,2158 | 8 | 10,7842 | 40' | 6'' 0.7 | 50' | 9,2389 | 7 | 10,7611 | 10' |
| 21' | 9,2166 | 8 | 10,7834 | 39' | 7'' 0.8 | 51' | 9,2396 | 8 | 10,7604 | 9' |
| 22' | 9,2174 | 7 | 10,7826 | 38' | 8'' 0.9 | 52' | 9,2404 | 7 | 10,7596 | 8' |
| 23' | 9,2181 | 8 | 10,7819 | 37' | 9'' 1.1 | 53' | 9,2411 | 8 | 10,7589 | 7' |
| 24' | 9,2189 | 8 | 10,7811 | 36' | 10'' 1.2 | 54' | 9,2419 | 7 | 10,7581 | 6' |
| 25' | 9,2197 | 8 | 10,7803 | 35' | 20'' 2.3 | 55' | 9,2426 | 8 | 10,7574 | 5' |
| 26' | 9,2205 | 8 | 10,7795 | 34' | 30'' 3.5 | 56' | 9,2434 | 7 | 10,7566 | 4' |
| 27' | 9,2213 | 8 | 10,7787 | 33' | 40'' 4.7 | 57' | 9,2441 | 7 | 10,7559 | 3' |
| 28' | 9,2221 | 7 | 10,7779 | 32' | 50'' 5.8 | 58' | 9,2448 | 8 | 10,7552 | 2' |
| 29' | 9,2228 | 8 | 10,7772 | 31' | | 59' | 9,2456 | 7 | 10,7544 | 1' |
| 30' | 9,2236 | 8 | 10,7764 | 30' | | 60' | 9,2463 | 7 | 10,7537 | 0' |
| ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ | P. P. | ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ |

log tang und ctg 80°.

| log tang und ctg 10° bis 15°. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|----------|----|----------|--------|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|--|--|--|--|
| ☆ | log tang | D. | log ctg | ▲ | P. P. | | | | | | | | | | | | | |
| 10° 0' | 9,2463 | | 10,7537 | 0' 80° | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 73 | | | | 73 | 71 | 70 | 69 | 68 | 67 | 66 | 65 | | | | | |
| 10° 10' | 9,2536 | | 10,7464 | 50' | 10'' | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.1 | 1.1 | 1.1 | 1.1 | | | | | |
| 20' | 9,2609 | 73 | 10,7391 | 40' | 20'' | 2.4 | 2.4 | 2.3 | 2.3 | 2.3 | 2.2 | 2.2 | 2.2 | | | | | |
| 30' | 9,2680 | 71 | 10,7320 | 30' | 30'' | 3.7 | 3.6 | 3.5 | 3.5 | 3.4 | 3.4 | 3.3 | 3.3 | | | | | |
| 40' | 9,2750 | 70 | 10,7250 | 20' | 40'' | 4.9 | 4.7 | 4.7 | 4.6 | 4.5 | 4.5 | 4.4 | 4.3 | | | | | |
| 50' | 9,2819 | 69 | 10,7181 | 10' | 50'' | 6.1 | 5.9 | 5.8 | 5.8 | 5.7 | 5.6 | 5.5 | 5.4 | | | | | |
| 11° 0' | 9,2887 | | 10,7113 | 0' 79° | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 66 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10° 10' | 9,2953 | | 10,7047 | 50' | 1' | 7.3 | 7.1 | 7.0 | 6.9 | 6.8 | 6.7 | 6.6 | 6.5 | | | | | |
| 20' | 9,3020 | 67 | 10,6980 | 40' | 2' | 14.6 | 14.2 | 14.0 | 13.8 | 13.6 | 13.4 | 13.2 | 13.0 | | | | | |
| 30' | 9,3085 | 65 | 10,6915 | 30' | 3' | 21.9 | 21.3 | 21.0 | 20.7 | 20.4 | 20.1 | 19.8 | 19.5 | | | | | |
| 40' | 9,3149 | 64 | 10,6851 | 20' | 4' | 29.2 | 28.4 | 28.0 | 27.6 | 27.2 | 26.8 | 26.4 | 26.0 | | | | | |
| 50' | 9,3212 | 63 | 10,6788 | 10' | 5' | 36.5 | 35.5 | 35.0 | 34.5 | 34.0 | 33.5 | 33.0 | 32.5 | | | | | |
| 12° 0' | 9,3275 | | 10,6725 | 0' 78° | 6' | 43.8 | 42.6 | 42.0 | 41.4 | 40.8 | 40.2 | 39.6 | 39.0 | | | | | |
| | | 61 | | | 7' | 51.1 | 49.7 | 49.0 | 48.3 | 47.6 | 46.9 | 46.2 | 45.5 | | | | | |
| 10° 10' | 9,3336 | | 10,6664 | 50' | 8' | 58.4 | 56.8 | 56.0 | 55.2 | 54.4 | 53.6 | 52.8 | 52.0 | | | | | |
| 20' | 9,3397† | 61 | 10,6603 | 40' | 9' | 65.7 | 63.9 | 63.0 | 62.1 | 61.2 | 60.3 | 59.4 | 58.5 | | | | | |
| 30' | 9,3458 | 61 | 10,6542 | 30' | | | | | | | | | | | | | | |
| 40' | 9,3517 | 59 | 10,6483 | 20' | | | | | | | | | | | | | | |
| 50' | 9,3576 | 59 | 10,6424 | 10' | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 58 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13° 0' | 9,3634 | | 10,6366 | 0' 77° | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 57 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10° 10' | 9,3691 | | 10,6309 | 50' | 10'' | 1.1 | 1.1 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 0.9 | 0.9 | | | | | |
| 20' | 9,3748 | 57 | 10,6252 | 40' | 20'' | 2.1 | 2.1 | 2.0 | 2.0 | 1.9 | 1.9 | 1.9 | 1.8 | | | | | |
| 30' | 9,3804 | 56 | 10,6196 | 30' | 30'' | 3.2 | 3.2 | 3.1 | 3.0 | 2.9 | 2.9 | 2.8 | 2.8 | | | | | |
| 40' | 9,3859 | 55 | 10,6141 | 20' | 40'' | 4.3 | 4.2 | 4.1 | 3.9 | 3.9 | 3.8 | 3.7 | 3.7 | | | | | |
| 50' | 9,3914 | 55 | 10,6086 | 10' | 50'' | 5.3 | 5.3 | 5.1 | 4.9 | 4.8 | 4.8 | 4.7 | 4.6 | | | | | |
| 14° 0' | 9,3968 | | 10,6032 | 0' 76° | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 54 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10° 10' | 9,4021 | | 10,5979 | 50' | 1' | 6.4 | 6.3 | 6.1 | 5.9 | 5.8 | 5.7 | 5.6 | 5.5 | | | | | |
| 20' | 9,4074 | 53 | 10,5926 | 40' | 2' | 12.8 | 12.6 | 12.2 | 11.8 | 11.6 | 11.4 | 11.2 | 11.0 | | | | | |
| 30' | 9,4127 | 53 | 10,5873 | 30' | 3' | 19.2 | 18.9 | 18.3 | 17.7 | 17.4 | 17.1 | 16.8 | 16.5 | | | | | |
| 40' | 9,4178 | 51 | 10,5822 | 20' | 4' | 25.6 | 25.2 | 24.4 | 23.6 | 23.2 | 22.8 | 22.4 | 22.0 | | | | | |
| 50' | 9,4230 | 52 | 10,5770 | 10' | 5' | 32.0 | 31.5 | 30.5 | 29.5 | 29.0 | 28.5 | 28.0 | 27.5 | | | | | |
| 15° 0' | 9,4281 | | 10,5719 | 0' 75° | 6' | 38.4 | 37.8 | 36.6 | 35.4 | 34.8 | 34.2 | 33.6 | 33.0 | | | | | |
| | | 51 | | | 7' | 44.8 | 44.1 | 42.7 | 41.3 | 40.6 | 39.9 | 39.2 | 38.5 | | | | | |
| | | 51 | | | 8' | 51.2 | 50.4 | 48.8 | 47.2 | 46.4 | 45.6 | 44.8 | 44.0 | | | | | |
| | | 51 | | | 9' | 57.6 | 56.7 | 54.9 | 53.1 | 52.2 | 51.3 | 50.4 | 49.5 | | | | | |
| ▼ | log ctg | D. | log tang | ☆ | P. P. | | | | | | | | | | | | | |
| † 0.0001 aeq. 10''. | | | | | log tang und ctg 75° bis 80°. | | | | | | | | | | | | | |

| log tang und ctg 20° bis 30°. | | | | | | | | | |
|-------------------------------|----------|----|----------|--------|--------|----------|----|----------|--------|
| ↘ | log tang | D. | log ctg | ↗ | ↘ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
| 20° 0' | 9,5611 | | 10,4389 | 0' 70° | 25° 0' | 9,6687 | | 10,3313 | 0' 65° |
| 10' | 9,5650 | 39 | 10,4350 | 50' | 10' | 9,6720 | 33 | 10,3280 | 50' |
| 20' | 9,5689 | 39 | 10,4311 | 40' | 20' | 9,6752 | 32 | 10,3248 | 40' |
| 30' | 9,5727 | 38 | 10,4273 | 30' | 30' | 9,6785 | 33 | 10,3215 | 30' |
| 40' | 9,5766 | 39 | 10,4234 | 20' | 40' | 9,6817 | 32 | 10,3183 | 20' |
| 50' | 9,5804 | 38 | 10,4196 | 10' | 50' | 9,6850 | 33 | 10,3150 | 10' |
| 21° 0' | 9,5842 | 38 | 10,4158 | 0' 69° | 26° 0' | 9,6882 | 32 | 10,3118 | 0' 64° |
| 10' | 9,5879 | 37 | 10,4121 | 50' | 10' | 9,6914 | 32 | 10,3086 | 50' |
| 20' | 9,5917 | 38 | 10,4083 | 40' | 20' | 9,6946 | 32 | 10,3054 | 40' |
| 30' | 9,5954 | 37 | 10,4046 | 30' | 30' | 9,6977 | 31 | 10,3023 | 30' |
| 40' | 9,5991 | 37 | 10,4009 | 20' | 40' | 9,7009 | 32 | 10,2991 | 20' |
| 50' | 9,6028 | 37 | 10,3972 | 10' | 50' | 9,7040 | 31 | 10,2960 | 10' |
| 22° 0' | 9,6064 | 36 | 10,3936 | 0' 68° | 27° 0' | 9,7072 | 32 | 10,2928 | 0' 63° |
| 10' | 9,6100 | 36 | 10,3900 | 50' | 10' | 9,7103 | 31 | 10,2897 | 50' |
| 20' | 9,6136 | 36 | 10,3864 | 40' | 20' | 9,7134 | 31 | 10,2866 | 40' |
| 30' | 9,6172 | 36 | 10,3828 | 30' | 30' | 9,7165 | 31 | 10,2835 | 30' |
| 40' | 9,6208 | 36 | 10,3792 | 20' | 40' | 9,7196 | 31 | 10,2804 | 20' |
| 50' | 9,6243 | 35 | 10,3757 | 10' | 50' | 9,7226 | 30 | 10,2774 | 10' |
| 23° 0' | 9,6279 | 36 | 10,3721 | 0' 67° | 28° 0' | 9,7257 | 31 | 10,2743 | 0' 62° |
| 10' | 9,6314 | 35 | 10,3686 | 50' | 10' | 9,7287 | 30 | 10,2713 | 50' |
| 20' | 9,6348 | 34 | 10,3652 | 40' | 20' | 9,7317 | 30 | 10,2683 | 40' |
| 30' | 9,6383 | 35 | 10,3617 | 30' | 30' | 9,7348 | 31 | 10,2652 | 30' |
| 40' | 9,6417 | 34 | 10,3583 | 20' | 40' | 9,7378 | 30 | 10,2622 | 20' |
| 50' | 9,6452 | 35 | 10,3548 | 10' | 50' | 9,7408 | 30 | 10,2592 | 10' |
| 24° 0' | 9,6486 | 34 | 10,3514 | 0' 66° | 29° 0' | 9,7438 | 30 | 10,2562 | 0' 61° |
| 10' | 9,6520 | 34 | 10,3480 | 50' | 10' | 9,7467 | 29 | 10,2533 | 50' |
| 20' | 9,6553 | 33 | 10,3447 | 40' | 20' | 9,7497 | 30 | 10,2503 | 40' |
| 30' | 9,6587 | 34 | 10,3413 | 30' | 30' | 9,7526 | 29 | 10,2474 | 30' |
| 40' | 9,6620 | 33 | 10,3380 | 20' | 40' | 9,7556 | 30 | 10,2444 | 20' |
| 50' | 9,6654 | 34 | 10,3346 | 10' | 50' | 9,7585 | 29 | 10,2415 | 10' |
| 25° 0' | 9,6687 | 33 | 10,3313 | 0' 65° | 30° 0' | 9,7614 | 29 | 10,2386 | 0' 60° |
| ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ | ↙ | log ctg | D. | log tang | ↘ |

±0.0001 aeq. 20''.

log tang und ctg 60° bis 70°.

log tang und ctg 30° bis 35°.

| P. P. | | | | | | | | ↙ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
|-------|--|--|--|--|--|--|--|--------|----------|----|-----------|--------|
| | | | | | | | | 30° 0' | 9,7614 | | 10,2386 | 0' 60° |
| | | | | | | | | 10' | 9,7644 | 30 | 10,2356 | 50' |
| | | | | | | | | 20' | 9,7673 | 29 | 10,2327 | 40' |
| | | | | | | | | 30' | 9,7701 | 28 | 10,2299 | 30' |
| | | | | | | | | 40' | 9,7730 | 29 | 10,2270 | 20' |
| | | | | | | | | 50' | 9,7759 | 29 | 10,2241 | 10' |
| | | | | | | | | 31° 0' | 9,7788 | 29 | 10,2212 | 0' 59° |
| | | | | | | | | 10' | 9,7816 | 28 | 19,2184 | 50' |
| | | | | | | | | 20' | 9,7845 | 29 | 10,2155 | 40' |
| | | | | | | | | 30' | 9,7873 | 28 | 10,2127 | 30' |
| | | | | | | | | 40' | 9,7902 | 29 | 10,2098 | 20' |
| | | | | | | | | 50' | 9,7930 | 28 | 10,2070 | 10' |
| | | | | | | | | 32° 0' | 9,7958 | 28 | 10,2042 | 0' 58° |
| | | | | | | | | 10' | 9,7986 | 28 | 10,2014 | 50' |
| | | | | | | | | 20' | 9,8014 | 28 | 10,1986 | 40' |
| | | | | | | | | 30' | 9,8042 | 28 | 10,1958 | 30' |
| | | | | | | | | 40' | 9,8070 | 28 | 10,1930 | 20' |
| | | | | | | | | 50' | 9,8097 | 27 | 10,1903 | 10' |
| | | | | | | | | 33° 0' | 9,8125 | 28 | 10,1875 | 0' 57° |
| | | | | | | | | 10' | 9,8153 | 27 | 10,1847 | 50' |
| | | | | | | | | 20' | 9,8180 | 28 | 10,1820 | 40' |
| | | | | | | | | 30' | 9,8208 | 28 | 10,1792 | 30' |
| | | | | | | | | 40' | 9,8235 | 27 | 10,1765 | 20' |
| | | | | | | | | 50' | 9,8263 | 28 | 10,1737 | 10' |
| | | | | | | | | 34° 0' | 9,8290 | 27 | 10,1710 | 0' 56° |
| | | | | | | | | 10' | 9,8317 | 27 | 10,1683 | 50' |
| | | | | | | | | 20' | 9,8344 | 27 | 10,1656 | 40' |
| | | | | | | | | 30' | 9,8371 | 27 | 10,1629 | 30' |
| | | | | | | | | 40' | 9,8398 | 27 | 10,1602 | 20' |
| | | | | | | | | 50' | 9,8425 | 27 | 10,1575 | 10' |
| | | | | | | | | 35° 0' | 9,8452 | 27 | 10,1548 | 0' 55° |
| P. P. | | | | | | | | ↘ | log ctg | D. | 'log tang | ↙ |

log tang und ctg 55° bis 60°.

log tang und ctg 35° bis 45°.

| ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ | P. P. | ↖ | log tang | D. | log ctg | ↗ |
|--------|----------|----|---------|--------|----------|--------|----------|----|---------|--------|
| 35° 0' | 9,8452 | | 10,1548 | 0' 55° | 27 | 40° 0' | 9,9238 | | 10,0762 | 0' 50° |
| 10' | 9,8479 | 27 | 10,1521 | 50' | | 10' | 9,9264 | 26 | 10,0736 | 50' |
| 20' | 9,8506 | 27 | 10,1494 | 40' | 1/2' 1.4 | 20' | 9,9289 | 25 | 10,0711 | 40' |
| 30' | 9,8533 | 27 | 10,1467 | 30' | 1' 2.7 | 30' | 9,9315 | 26 | 10,0685 | 30' |
| 40' | 9,8559 | 26 | 10,1441 | 20' | 2' 5.4 | 40' | 9,9341 | 26 | 10,0659 | 20' |
| 50' | 9,8586 | 27 | 10,1414 | 10' | 3' 8.1 | 50' | 9,9366 | 25 | 10,0634 | 10' |
| 36° 0' | 9,8613 | | 10,1387 | 0' 54° | 4' 10.8 | 41° 0' | 9,9392 | | 10,0608 | 0' 49° |
| 10' | 9,8639 | 26 | 10,1361 | 50' | 5' 13.5 | 10' | 9,9417 | 25 | 10,0583 | 50' |
| 20' | 9,8666 | 27 | 10,1334 | 40' | 6' 16.2 | 20' | 9,9443 | 26 | 10,0557 | 40' |
| 30' | 9,8692 | 26 | 10,1308 | 30' | 7' 18.9 | 30' | 9,9468 | 25 | 10,0532 | 30' |
| 40' | 9,8718 | 27 | 10,1282 | 20' | 8' 21.6 | 40' | 9,9494 | 26 | 10,0506 | 20' |
| 50' | 9,8745 | 26 | 10,1255 | 10' | 9' 24.3 | 50' | 9,9519 | 25 | 10,0481 | 10' |
| 37° 0' | 9,8771 | | 10,1229 | 0' 53° | | 42° 0' | 9,9544 | | 10,0456 | 0' 48° |
| 10' | 9,8797 | 26 | 10,1203 | 50' | 1/2' 1.3 | 10' | 9,9570 | 26 | 10,0430 | 50' |
| 20' | 9,8824 | 27 | 10,1176 | 40' | 1' 2.6 | 20' | 9,9595 | 25 | 10,0405 | 40' |
| 30' | 9,8850 | 26 | 10,1150 | 30' | 2' 5.2 | 30' | 9,9621 | 26 | 10,0379 | 30' |
| 40' | 9,8876 | 26 | 10,1124 | 20' | 3' 7.8 | 40' | 9,9646 | 25 | 10,0354 | 20' |
| 50' | 9,8902 | 26 | 10,1098 | 10' | 4' 10.4 | 50' | 9,9671 | 25 | 10,0329 | 10' |
| 38° 0' | 9,8928 | | 10,1072 | 0' 52° | 5' 13.0 | 43° 0' | 9,9697 | | 10,0303 | 0' 47° |
| 10' | 9,8954 | 26 | 10,1046 | 50' | 6' 15.6 | 10' | 9,9722 | 26 | 10,0278 | 50' |
| 20' | 9,8980 | 26 | 10,1020 | 40' | 7' 18.2 | 20' | 9,9747 | 25 | 10,0253 | 40' |
| 30' | 9,9006 | 26 | 10,0994 | 30' | 8' 20.8 | 30' | 9,9772 | 25 | 10,0228 | 30' |
| 40' | 9,9032 | 26 | 10,0968 | 20' | 9' 23.4 | 40' | 9,9798 | 26 | 10,0202 | 20' |
| 50' | 9,9058 | 26 | 10,0942 | 10' | | 50' | 9,9823 | 25 | 10,0177 | 10' |
| 39° 0' | 9,9084 | | 10,0916 | 0' 51° | | 44° 0' | 9,9848 | | 10,0152 | 0' 46° |
| 10' | 9,9110 | 26 | 10,0890 | 50' | 1/2' 1.3 | 10' | 9,9874 | 26 | 10,0126 | 50' |
| 20' | 9,9135 | 25 | 10,0865 | 40' | 1' 2.5 | 20' | 9,9899 | 25 | 10,0101 | 40' |
| 30' | 9,9161 | 26 | 10,0839 | 30' | 2' 5.0 | 30' | 9,9924 | 25 | 10,0076 | 30' |
| 40' | 9,9187 | 26 | 10,0813 | 20' | 3' 7.5 | 40' | 9,9949 | 25 | 10,0051 | 20' |
| 50' | 9,9212 | 25 | 10,0788 | 10' | 4' 10.0 | 50' | 9,9975 | 26 | 10,0025 | 10' |
| 40° 0' | 9,9238 | | 10,0762 | 0' 50° | 5' 12.5 | 45° 0' | 10,0000 | | 10,0000 | 0' 45° |
| | | | | | 6' 15.0 | | | | | |
| | | | | | 7' 17.5 | | | | | |
| | | | | | 8' 20.0 | | | | | |
| | | | | | 9' 22.5 | | | | | |

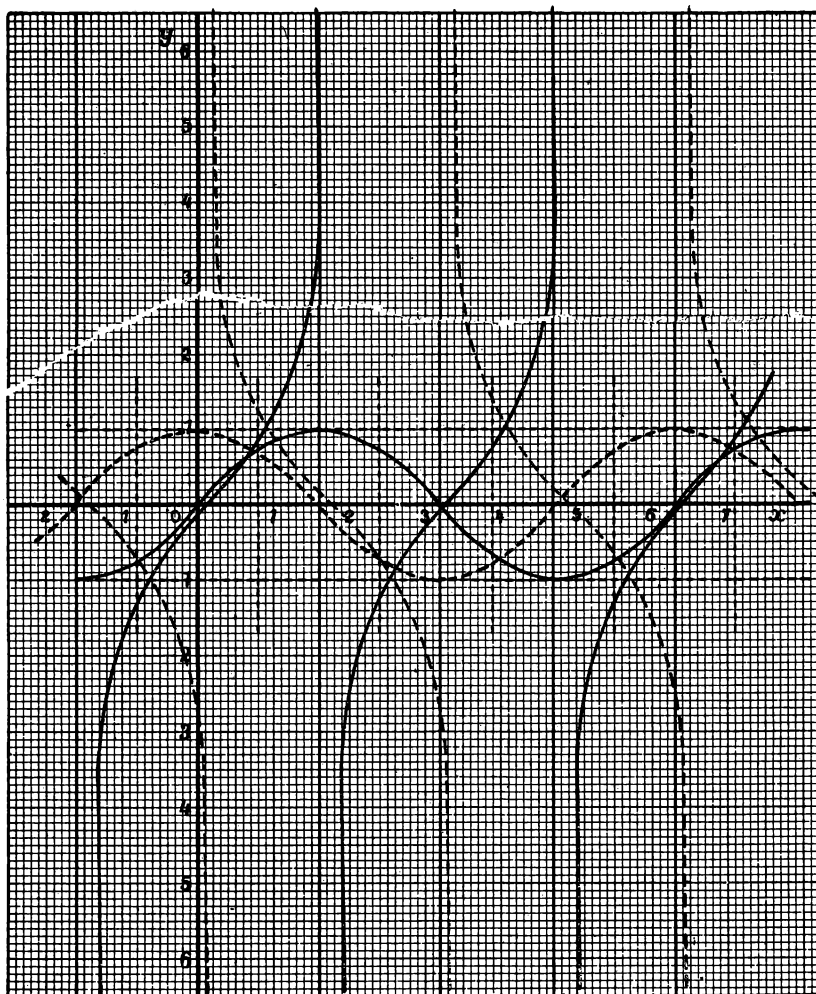
log tang und ctg 45° bis 55°.

TAFEL III.

DIE VIERSTELLIGEN NATÜRLICHEN ZAHLENWERTE DER WINKELFUNKTIONEN VON 10 ZU 10 MINUTEN

| | |
|---|--------------|
| a) Die Schaubilder der Winkelfunktionen | S. 50 |
| b) Reduktion der Winkel auf spitze Winkel α . | S. 51 |
| c) Funktionswerte gebräuchlichster Winkel | S. 51 |
| d) Der Einheitskreis. | S. 51 |
| e) Die Vorzeichen in den 4 Quadranten. | S. 51 |
| f) $\operatorname{ctg} 0^\circ$ bis 7° bzw. $\operatorname{tg} 83^\circ$ bis 90° von Minute zu Minute | S. 52 u. 53 |
| g) Haupttabelle | S. 54 bis 62 |

a) Die Schaubilder der Winkelfunktionen.



| | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------|-----------------|-----------------|------------------|-------------|------------------|------------------|------------------|-------------|------------------|
| $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{6}$ | 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | π | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | 2π | $\frac{9\pi}{4}$ |
| 90° | 45° | 0° | 45° | 90° | 135° | 180° | 225° | 270° | 315° | 360° | 405° |

| | | | | |
|---|-----|--|-----|---------|
| — | sin | | tg | — |
| — | cos | | ctg | - - - - |

b) Reduktion der Winkel auf spitze α
Vorzeichen nach e.

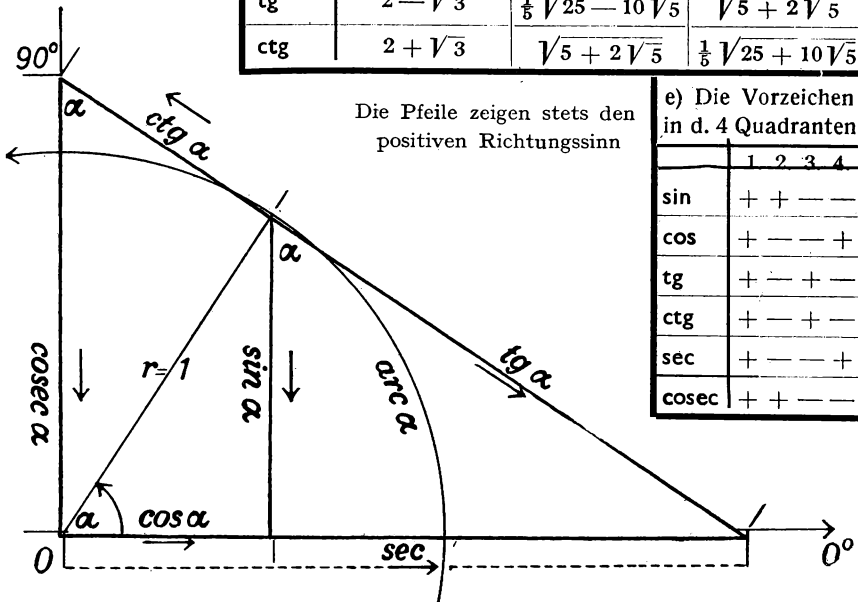
$$f\left(\begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix} R \pm \alpha\right) = f(\alpha)$$

$$f\left(\begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} R \pm \alpha\right) = \text{cof}(\alpha)$$

$$f(4nR + \alpha) = f(\alpha)$$

$$f(-\alpha) = f(4R - \alpha)$$

d) Der Einheitskreis
1. Quadrant



Die Pfeile zeigen stets den positiven Richtungssinn

e) Die Vorzeichen in d. 4 Quadranten

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|---|---|---|---|
| sin | + | + | - | - |
| cos | + | - | - | + |
| tg | + | - | + | - |
| ctg | + | - | + | - |
| sec | + | - | - | + |
| cosec | + | + | - | - |

c) Funktionswerte gebräuchlichster Winkel

| | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
|-------|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------|
| sin | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | 1 |
| cos | 1 | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| tg | 0 | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | ∞ |
| ctg | ∞ | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | 0 |
| sec | 1 | $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | $\sqrt{2}$ | 2 | ∞ |
| cosec | ∞ | 2 | $\sqrt{2}$ | $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | 1 |

| | 15° | 18° | 36° |
|-----|--------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| sin | $\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$ | $\frac{1}{4}(\sqrt{5}-1)$ | $\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ |
| cos | $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$ | $\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$ | $\frac{1}{4}(\sqrt{5}+1)$ |
| tg | $2-\sqrt{3}$ | $\frac{1}{5}\sqrt{25-10\sqrt{5}}$ | $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$ |
| ctg | $2+\sqrt{3}$ | $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$ | $\frac{1}{5}\sqrt{25+10\sqrt{5}}$ |

| f) ctg 0° bis 7°. | | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| | 0° | 1° | 2° | 3° | 4° | 5° | 6° | 人 |
| 0' | + ∞ | 57,29 | 28,64 | 19,08 | 14,30 | 11,43 | 9,514 | 60' |
| 1' | 3438 | 56,35 | 28,40 | 18,98 | 14,24 | 11,39 | 9,488 | 59' |
| 2' | 1719 | 55,44 | 28,17 | 18,87 | 14,18 | 11,35 | 9,461 | 58' |
| 3' | 1146 | 54,56 | 27,94 | 18,77 | 14,12 | 11,32 | 9,435 | 57' |
| 4' | 859,4 | 53,71 | 27,71 | 18,67 | 14,07 | 11,28 | 9,409 | 56' |
| 5' | 687,5 | 52,88 | 27,49 | 18,56 | 14,01 | 11,24 | 9,383 | 55' |
| 6' | 573,0 | 52,08 | 27,27 | 18,46 | 13,95 | 11,20 | 9,357 | 54' |
| 7' | 491,1 | 51,30 | 27,06 | 18,37 | 13,89 | 11,17 | 9,332 | 53' |
| 8' | 429,7 | 50,55 | 26,84 | 18,27 | 13,84 | 11,13 | 9,306 | 52' |
| 9' | 382,0 | 49,82 | 26,64 | 18,17 | 13,78 | 11,10 | 9,281 | 51' |
| 10' | 343,8 | 49,10 | 26,43 | 18,07 | 13,73 | 11,06 | 9,255 | 50' |
| 11' | 312,5 | 48,41 | 26,23 | 17,98 | 13,67 | 11,02 | 9,230 | 49' |
| 12' | 286,5 | 47,74 | 26,03 | 17,89 | 13,62 | 10,99 | 9,205 | 48' |
| 13' | 264,4 | 47,09 | 25,83 | 17,79 | 13,56 | 10,95 | 9,180 | 47' |
| 14' | 245,6 | 46,45 | 25,64 | 17,70 | 13,51 | 10,92 | 9,155 | 46' |
| 15' | 229,2 | 45,83 | 25,45 | 17,61 | 13,46 | 10,88 | 9,131 | 45' |
| 16' | 214,9 | 45,23 | 25,26 | 17,52 | 13,40 | 10,85 | 9,106 | 44' |
| 17' | 202,2 | 44,64 | 25,08 | 17,43 | 13,35 | 10,81 | 9,082 | 43' |
| 18' | 191,0 | 44,07 | 24,90 | 17,34 | 13,30 | 10,78 | 9,058 | 42' |
| 19' | 180,9 | 43,51 | 24,72 | 17,26 | 13,25 | 10,75 | 9,034 | 41' |
| 20' | 171,9 | 42,96 | 24,54 | 17,17 | 13,20 | 10,71 | 9,010 | 40' |
| 21' | 163,7 | 42,43 | 24,37 | 17,08 | 13,15 | 10,68 | 8,986 | 39' |
| 22' | 156,3 | 41,92 | 24,20 | 17,00 | 13,10 | 10,64 | 8,962 | 38' |
| 23' | 149,5 | 41,41 | 24,03 | 16,92 | 13,05 | 10,61 | 8,939 | 37' |
| 24' | 143,2 | 40,92 | 23,86 | 16,83 | 13,00 | 10,58 | 8,915 | 36' |
| 25' | 137,5 | 40,44 | 23,69 | 16,75 | 12,95 | 10,55 | 8,892 | 35' |
| 26' | 132,2 | 39,97 | 23,53 | 16,67 | 12,90 | 10,51 | 8,869 | 34' |
| 27' | 127,3 | 39,51 | 23,37 | 16,59 | 12,85 | 10,48 | 8,845 | 33' |
| 28' | 122,8 | 39,06 | 23,21 | 16,51 | 12,80 | 10,45 | 8,822 | 32' |
| 29' | 118,5 | 38,62 | 23,06 | 16,43 | 12,75 | 10,42 | 8,800 | 31' |
| 30' | 114,6 | 38,19 | 22,90 | 16,35 | 12,71 | 10,39 | 8,777 | 30' |
| ▼ | 89° | 88° | 87° | 86° | 85° | 84° | 83° | |

| | 0° | 1° | 2° | 3° | 4° | 5° | 6° | ↑ |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| 30' | 114,6 | 38,19 | 22,90 | 16,35 | 12,71 | 10,39 | 8,777 | 30' |
| 31' | 110,9 | 37,77 | 22,75 | 16,27 | 12,66 | 10,35 | 8,754 | 29' |
| 32' | 107,4 | 37,36 | 22,60 | 16,20 | 12,61 | 10,32 | 8,732 | 28' |
| 33' | 104,2 | 36,96 | 22,45 | 16,12 | 12,57 | 10,29 | 8,709 | 27' |
| 34' | 101,1 | 36,56 | 22,31 | 16,04 | 12,52 | 10,26 | 8,687 | 26' |
| 35' | 98,22 | 36,18 | 22,16 | 15,97 | 12,47 | 10,23 | 8,665 | 25' |
| 36' | 95,49 | 35,80 | 22,02 | 15,89 | 12,43 | 10,20 | 8,643 | 24' |
| 37' | 92,91 | 35,43 | 21,88 | 15,82 | 12,38 | 10,17 | 8,621 | 23' |
| 38' | 90,46 | 35,07 | 21,74 | 15,75 | 12,34 | 10,14 | 8,599 | 22' |
| 39' | 88,14 | 34,72 | 21,61 | 15,68 | 12,29 | 10,11 | 8,577 | 21' |
| 40' | 85,94 | 34,37 | 21,47 | 15,60 | 12,25 | 10,08 | 8,556 | 20' |
| 41' | 83,84 | 34,03 | 21,34 | 15,53 | 12,21 | 10,05 | 8,534 | 19' |
| 42' | 81,85 | 33,69 | 21,20 | 15,46 | 12,16 | 10,02 | 8,513 | 18' |
| 43' | 79,94 | 33,37 | 21,07 | 15,39 | 12,12 | 9,989 | 8,491 | 17' |
| 44' | 78,13 | 33,05 | 20,95 | 15,33 | 12,08 | 9,960 | 8,470 | 16' |
| 45' | 76,39 | 32,73 | 20,82 | 15,26 | 12,03 | 9,931 | 8,449 | 15' |
| 46' | 74,73 | 32,42 | 20,69 | 15,19 | 11,99 | 9,902 | 8,428 | 14' |
| 47' | 73,14 | 32,12 | 20,57 | 15,12 | 11,95 | 9,873 | 8,407 | 13' |
| 48' | 71,62 | 31,82 | 20,45 | 15,06 | 11,91 | 9,845 | 8,386 | 12' |
| 49' | 70,15 | 31,53 | 20,33 | 14,99 | 11,87 | 9,816 | 8,365 | 11' |
| 50' | 68,75 | 31,24 | 20,21 | 14,92 | 11,83 | 9,788 | 8,345 | 10' |
| 51' | 67,40 | 30,96 | 20,09 | 14,86 | 11,79 | 9,760 | 8,325 | 9' |
| 52' | 66,11 | 30,68 | 19,97 | 14,80 | 11,74 | 9,732 | 8,304 | 8' |
| 53' | 64,86 | 30,41 | 19,85 | 14,73 | 11,70 | 9,704 | 8,284 | 7' |
| 54' | 63,66 | 30,14 | 19,74 | 14,67 | 11,66 | 9,677 | 8,264 | 6' |
| 55' | 62,50 | 29,88 | 19,63 | 14,61 | 11,62 | 9,649 | 8,243 | 5' |
| 56' | 61,38 | 29,62 | 19,52 | 14,54 | 11,59 | 9,622 | 8,223 | 4' |
| 57' | 60,31 | 29,37 | 19,41 | 14,48 | 11,55 | 9,595 | 8,204 | 3' |
| 58' | 59,27 | 29,12 | 19,30 | 14,42 | 11,51 | 9,568 | 8,184 | 2' |
| 59' | 58,26 | 28,88 | 19,19 | 14,36 | 11,47 | 9,541 | 8,164 | 1' |
| 60' | 57,29 | 28,64 | 19,08 | 14,30 | 11,43 | 9,514 | 8,144 | 0' |
| ↕ | 89° | 88° | 87° | 86° | 85° | 84° | 83° | |

tg 83° bis 90°.

g) 0 Grad bis 5 Grad.

| | sin | D | tg | D | ctg | D | cos | D | ↑ |
|-------|----------------------|------------------|----------------------|------------------|-------|------------------|--------|---|--------|
| 0° 0' | 0,000000 | | 0,000000 | | + ∞ | | 1,0000 | | 0° 90° |
| 10' | 0,002909 | 2909 | 0,002909 | 2909 | 343,8 | | 1,0000 | 0 | 50' |
| 20' | 0,005818 | 2909 | 0,005818 | 2909 | 171,9 | | 1,0000 | 0 | 40' |
| 30' | 0,008727 | 2909 | 0,008727 | 2909 | 114,6 | vgl. S. 24 u. 25 | 1,0000 | 0 | 30' |
| 40' | 0,01163 ₅ | 290 ₈ | 0,01163 ₆ | 290 ₉ | 85,94 | | 0,9999 | 1 | 20' |
| 50' | 0,01454 | 290 | 0,01455 | 291 | 68,75 | | 0,9999 | 0 | 10' |
| 1° 0' | 0,01745 | 291 | 0,01746 | 291 | 57,29 | | 0,9998 | 1 | 0° 89° |
| 10' | 0,02036 | 291 | 0,02037 | 291 | 49,10 | | 0,9998 | 0 | 50' |
| 20' | 0,02327 | 291 | 0,02328 | 291 | 42,96 | | 0,9997 | 1 | 40' |
| 30' | 0,02618 | 291 | 0,02619 | 291 | 38,19 | | 0,9997 | 0 | 30' |
| 40' | 0,02908 | 290 | 0,02910 | 291 | 34,37 | | 0,9996 | 1 | 20' |
| 50' | 0,03199 | 291 | 0,03201 | 291 | 31,24 | | 0,9995 | 1 | 10' |
| 2° 0' | 0,03490 | 291 | 0,03492 | 291 | 28,64 | | 0,9994 | 1 | 0° 88° |
| 10' | 0,03781 | 291 | 0,03783 | 291 | 26,43 | | 0,9993 | 1 | 50' |
| 20' | 0,04071 | 290 | 0,04075 | 292 | 24,54 | | 0,9992 | 1 | 40' |
| 30' | 0,04362 | 291 | 0,04366 | 291 | 22,90 | | 0,9990 | 2 | 30' |
| 40' | 0,04653 | 291 | 0,04658 | 292 | 21,47 | | 0,9989 | 1 | 20' |
| 50' | 0,04943 | 290 | 0,04949 | 291 | 20,21 | | 0,9988 | 1 | 10' |
| 3° 0' | 0,05234 | 291 | 0,05241 | 292 | 19,08 | | 0,9986 | 2 | 0° 87° |
| 10' | 0,05524 | 290 | 0,05533 | 292 | 18,08 | | 0,9985 | 1 | 50' |
| 20' | 0,05814 | 290 | 0,05824 | 291 | 17,17 | | 0,9983 | 2 | 40' |
| 30' | 0,06105 | 291 | 0,06116 | 292 | 16,35 | | 0,9981 | 2 | 30' |
| 40' | 0,06395 | 290 | 0,06408 | 292 | 15,60 | | 0,9980 | 1 | 20' |
| 50' | 0,06685 | 290 | 0,06700 | 292 | 14,92 | | 0,9978 | 2 | 10' |
| 4° 0' | 0,06976 | 291 | 0,06993 | 293 | 14,30 | | 0,9976 | 2 | 0° 86° |
| 10' | 0,07266 | 290 | 0,07285 | 292 | 13,73 | | 0,9974 | 2 | 50' |
| 20' | 0,07556 | 290 | 0,07578 | 293 | 13,20 | | 0,9971 | 3 | 40' |
| 30' | 0,07846 | 290 | 0,07870 | 292 | 12,71 | | 0,9969 | 2 | 30' |
| 40' | 0,08136 | 290 | 0,08163 | 293 | 12,25 | | 0,9967 | 2 | 20' |
| 50' | 0,08426 | 290 | 0,08456 | 293 | 11,83 | | 0,9964 | 3 | 10' |
| 5° 0' | 0,08716 | 290 | 0,08749 | 293 | 11,43 | | 0,9962 | 2 | 0° 85° |
| ↙ | cos | D | ctg | D | tg | D | sin | D | |

85 Grad bis 90 Grad.

5 Grad bis 10 Grad.

| | sin | D | tg | D | ctg | D | cos | D | 人 |
|--------|---------------------|-----------------|---------------------|-----------------|--------------------|------------------|--------|---|--------|
| 5° 0' | 0,08716 | | 0,08749 | | 11,43 | | 0,9962 | | 0° 85° |
| 10' | 0,09005 | 290 | 0,09042 | 293 | 10,06 | | 0,9959 | 3 | 50' |
| 20' | 0,09295 | 290 | 0,09335 | 293 | 10,71 | | 0,9957 | 2 | 40' |
| 30' | 0,09585 | 290 | 0,09629 | 294 | 10,39 | | 0,9954 | 3 | 30' |
| 40' | 0,09874 | 289 | 0,09923 | 294 | 10,07 ₈ | | 0,9951 | 3 | 20' |
| 50' | 0,1016 ₄ | 29 ₀ | 0,1021 ₆ | 29 ₃ | 9,788 | | 0,9948 | 3 | 10' |
| 6° 0' | 0,1045 | 29 | 0,1051 | 29 | 9,514 | vgl. S. 24 u. 25 | 0,9945 | 3 | 0° 84° |
| 10' | 0,1074 | 29 | 0,1080 | 29 | 9,255 | | 0,9942 | 3 | 50' |
| 20' | 0,1103 | 29 | 0,1110 | 30 | 9,010 | | 0,9939 | 3 | 40' |
| 30' | 0,1132 | 29 | 0,1139 | 29 | 8,777 | | 0,9936 | 3 | 30' |
| 40' | 0,1161 | 29 | 0,1169 | 30 | 8,556 | | 0,9932 | 4 | 20' |
| 50' | 0,1190 | 29 | 0,1198 | 29 | 8,345 | | 0,9929 | 3 | 10' |
| 7° 0' | 0,1219 | 29 | 0,1228 | 30 | 8,144 | | 0,9925 | 4 | 0° 83° |
| 10' | 0,1248 | 29 | 0,1257 | 29 | 7,953 | 191 | 0,9922 | 3 | 50' |
| 20' | 0,1276 | 28 | 0,1287 | 30 | 7,770 | 183 | 0,9918 | 4 | 40' |
| 30' | 0,1305 | 29 | 0,1317 | 30 | 7,596 | 174 | 0,9914 | 4 | 30' |
| 40' | 0,1334 | 29 | 0,1346 | 29 | 7,429 | 167 | 0,9911 | 3 | 20' |
| 50' | 0,1363 | 29 | 0,1376 | 30 | 7,269 | 160 | 0,9907 | 4 | 10' |
| 8° 0' | 0,1392 | 29 | 0,1405 | 29 | 7,115 | 154 | 0,9903 | 4 | 0° 82° |
| 10' | 0,1421 | 29 | 0,1435 | 30 | 6,968 | 147 | 0,9899 | 4 | 50' |
| 20' | 0,1449 | 28 | 0,1465 | 30 | 6,827 | 141 | 0,9894 | 5 | 40' |
| 30' | 0,1478 | 29 | 0,1495 | 30 | 6,691 | 136 | 0,9890 | 4 | 30' |
| 40' | 0,1507 | 29 | 0,1524 | 29 | 6,561 | 130 | 0,9886 | 4 | 20' |
| 50' | 0,1536 | 29 | 0,1554 | 30 | 6,435 | 126 | 0,9881 | 5 | 10' |
| 9° 0' | 0,1564 | 28 | 0,1584 | 30 | 6,314 | 121 | 0,9877 | 4 | 0° 81° |
| 10' | 0,1593 | 29 | 0,1614 | 30 | 6,197 | 117 | 0,9872 | 5 | 50' |
| 20' | 0,1622 | 29 | 0,1644 | 30 | 6,084 | 113 | 0,9868 | 4 | 40' |
| 30' | 0,1650 | 28 | 0,1673 | 29 | 5,976 | 108 | 0,9863 | 5 | 30' |
| 40' | 0,1679 | 29 | 0,1703 | 30 | 5,871 | 105 | 0,9858 | 5 | 20' |
| 50' | 0,1708 | 29 | 0,1733 | 30 | 5,769 | 101 | 0,9853 | 5 | 10' |
| 10° 0' | 0,1736 | 28 | 0,1763 | 30 | 5,671 | 98 | 0,9848 | 5 | 0° 80° |
| ↕ | cos | D | ctg | D | tg | D | sin | D | |

80 Grad bis 85 Grad.

10 Grad bis 15 Grad.

| | sin | D | tg | D | ctg | D | cos | D | ▲ |
|---------|--------|----|--------|----|-------|----|--------|---|--------|
| 10° 0' | 0,1736 | 29 | 0,1763 | 30 | 5,671 | 95 | 0,9848 | 5 | 0' 80° |
| 10° 10' | 0,1765 | 29 | 0,1793 | 30 | 5,576 | 91 | 0,9843 | 5 | 50' |
| 20° | 0,1794 | 28 | 0,1823 | 30 | 5,485 | 89 | 0,9838 | 5 | 40' |
| 30° | 0,1822 | 29 | 0,1853 | 30 | 5,396 | 85 | 0,9833 | 6 | 30° |
| 40° | 0,1851 | 29 | 0,1883 | 31 | 5,309 | 83 | 0,9827 | 5 | 20' |
| 50° | 0,1880 | 28 | 0,1914 | 30 | 5,226 | 81 | 0,9822 | 6 | 10' |
| 11° 0' | 0,1908 | 29 | 0,1944 | 30 | 5,145 | 79 | 0,9816 | 5 | 0' 79° |
| 10° 10' | 0,1937 | 28 | 0,1974 | 30 | 5,066 | 77 | 0,9811 | 6 | 50' |
| 20° | 0,1965 | 29 | 0,2004 | 31 | 4,989 | 74 | 0,9805 | 6 | 40' |
| 30° | 0,1994 | 28 | 0,2035 | 30 | 4,915 | 72 | 0,9799 | 6 | 30° |
| 40° | 0,2022 | 29 | 0,2065 | 30 | 4,843 | 70 | 0,9793 | 6 | 20' |
| 50° | 0,2051 | 28 | 0,2095 | 31 | 4,773 | 68 | 0,9787 | 6 | 10' |
| 12° 0' | 0,2079 | 29 | 0,2126 | 30 | 4,705 | 67 | 0,9781 | 6 | 0' 78° |
| 10° 10' | 0,2108 | 28 | 0,2156 | 30 | 4,638 | 64 | 0,9775 | 6 | 50' |
| 20° | 0,2136 | 28 | 0,2186 | 31 | 4,574 | 63 | 0,9769 | 6 | 40' |
| 30° | 0,2164 | 29 | 0,2217 | 30 | 4,511 | 62 | 0,9763 | 6 | 30° |
| 40° | 0,2193 | 28 | 0,2247 | 31 | 4,449 | 59 | 0,9757 | 7 | 20' |
| 50° | 0,2221 | 29 | 0,2278 | 31 | 4,390 | 59 | 0,9750 | 6 | 10' |
| 13° 0' | 0,2250 | 28 | 0,2309 | 30 | 4,331 | 56 | 0,9744 | 7 | 0' 77° |
| 10° 10' | 0,2278 | 28 | 0,2339 | 31 | 4,275 | 56 | 0,9737 | 7 | 50' |
| 20° | 0,2306 | 28 | 0,2370 | 31 | 4,219 | 54 | 0,9730 | 6 | 40' |
| 30° | 0,2334 | 29 | 0,2401 | 31 | 4,165 | 52 | 0,9724 | 7 | 30° |
| 40° | 0,2363 | 28 | 0,2432 | 30 | 4,113 | 52 | 0,9717 | 7 | 20' |
| 50° | 0,2391 | 28 | 0,2462 | 31 | 4,061 | 50 | 0,9710 | 7 | 10' |
| 14° 0' | 0,2419 | 28 | 0,2493 | 31 | 4,011 | 49 | 0,9703 | 7 | 0' 76° |
| 10° 10' | 0,2447 | 29 | 0,2524 | 31 | 3,962 | 48 | 0,9696 | 7 | 50' |
| 20° | 0,2476 | 28 | 0,2555 | 31 | 3,914 | 47 | 0,9689 | 8 | 40' |
| 30° | 0,2504 | 28 | 0,2586 | 31 | 3,867 | 46 | 0,9681 | 7 | 30° |
| 40° | 0,2532 | 28 | 0,2617 | 31 | 3,821 | 45 | 0,9674 | 7 | 20' |
| 50° | 0,2560 | 28 | 0,2648 | 31 | 3,776 | 44 | 0,9667 | 8 | 10' |
| 15° 0' | 0,2588 | 28 | 0,2679 | 31 | 3,732 | 44 | 0,9659 | 8 | 0' 75° |
| ▼ | cos | D | ctg | D | tg | D | sin | D | |

75 Grad bis 80 Grad.

15 Grad bis 20 Grad.

| | sin | D | tg | D | ctg | D | cos | D | ↑ |
|--------|--------|----|--------|----|-------|----|--------|----|--------|
| 15° 0' | 0,2588 | | 0,2679 | | 3,732 | | 0,9659 | | 0° 75° |
| 10' | 0,2616 | 28 | 0,2711 | 32 | 3,689 | 43 | 0,9652 | 7 | 50' |
| 20' | 0,2644 | 28 | 0,2742 | 31 | 3,647 | 42 | 0,9644 | 8 | 40' |
| 30' | 0,2672 | 28 | 0,2773 | 31 | 3,606 | 41 | 0,9636 | 8 | 30' |
| 40' | 0,2700 | 28 | 0,2805 | 32 | 3,566 | 40 | 0,9628 | 8 | 20' |
| 50' | 0,2728 | 28 | 0,2836 | 31 | 3,526 | 40 | 0,9621 | 7 | 10' |
| 16° 0' | 0,2756 | 28 | 0,2867 | 31 | 3,487 | 39 | 0,9613 | 8 | 0° 74° |
| 10' | 0,2784 | 28 | 0,2899 | 32 | 3,450 | 37 | 0,9605 | 8 | 50' |
| 20' | 0,2812 | 28 | 0,2931 | 32 | 3,412 | 38 | 0,9596 | 9 | 40' |
| 30' | 0,2840 | 28 | 0,2962 | 31 | 3,376 | 36 | 0,9588 | 8 | 30' |
| 40' | 0,2868 | 28 | 0,2994 | 32 | 3,340 | 36 | 0,9580 | 8 | 20' |
| 50' | 0,2896 | 28 | 0,3026 | 32 | 3,305 | 35 | 0,9572 | 8 | 10' |
| 17° 0' | 0,2924 | 28 | 0,3057 | 31 | 3,271 | 34 | 0,9563 | 9 | 0° 73° |
| 10' | 0,2952 | 28 | 0,3089 | 32 | 3,237 | 34 | 0,9555 | 8 | 50' |
| 20' | 0,2979 | 27 | 0,3121 | 32 | 3,204 | 33 | 0,9546 | 9 | 40' |
| 30' | 0,3007 | 28 | 0,3153 | 32 | 3,172 | 32 | 0,9537 | 9 | 30' |
| 40' | 0,3035 | 28 | 0,3185 | 32 | 3,140 | 32 | 0,9528 | 9 | 20' |
| 50' | 0,3062 | 27 | 0,3217 | 32 | 3,108 | 32 | 0,9520 | 8 | 10' |
| 18° 0' | 0,3090 | 28 | 0,3249 | 32 | 3,078 | 30 | 0,9511 | 9 | 0° 72° |
| 10' | 0,3118 | 28 | 0,3281 | 32 | 3,047 | 31 | 0,9502 | 9 | 50' |
| 20' | 0,3145 | 27 | 0,3314 | 33 | 3,018 | 29 | 0,9492 | 10 | 40' |
| 30' | 0,3173 | 28 | 0,3346 | 32 | 2,989 | 29 | 0,9483 | 9 | 30' |
| 40' | 0,3201 | 28 | 0,3378 | 32 | 2,960 | 29 | 0,9474 | 9 | 20' |
| 50' | 0,3228 | 27 | 0,3411 | 33 | 2,932 | 28 | 0,9465 | 9 | 10' |
| 19° 0' | 0,3256 | 28 | 0,3443 | 32 | 2,904 | 28 | 0,9455 | 10 | 0° 71° |
| 10' | 0,3283 | 27 | 0,3476 | 33 | 2,877 | 27 | 0,9446 | 9 | 50' |
| 20' | 0,3311 | 28 | 0,3508 | 32 | 2,850 | 27 | 0,9436 | 10 | 40' |
| 30' | 0,3338 | 27 | 0,3541 | 33 | 2,824 | 26 | 0,9426 | 10 | 30' |
| 40' | 0,3365 | 27 | 0,3574 | 33 | 2,798 | 26 | 0,9417 | 9 | 20' |
| 50' | 0,3393 | 28 | 0,3607 | 33 | 2,773 | 25 | 0,9407 | 10 | 10' |
| 20° 0' | 0,3420 | 27 | 0,3640 | 33 | 2,747 | 26 | 0,9397 | 10 | 0° 70° |
| ↕ | cos | D | ctg | D | tg | D | sin | D | |

70 Grad bis 75 Grad.

20 Grad bis 25 Grad.

| | | sin | | D | | tg | | D | | ctg | | D | | cos | | D | | ↑ | |
|-----|-----|--------|----|---|--|--------|----|---|--|-------|----|---|--|--------|----|---|--|---|--------|
| 20° | 0' | 0,3420 | | | | 0,3640 | | | | 2,747 | | | | 0,9397 | | | | | 0' 70° |
| | 10' | 0,3448 | 28 | | | 0,3673 | 33 | | | 2,723 | 24 | | | 0,9387 | 10 | | | | 50' |
| | 20' | 0,3475 | 27 | | | 0,3706 | 33 | | | 2,699 | 24 | | | 0,9377 | 10 | | | | 40' |
| | 30' | 0,3502 | 27 | | | 0,3739 | 33 | | | 2,675 | 24 | | | 0,9367 | 10 | | | | 30' |
| | 40' | 0,3529 | 27 | | | 0,3772 | 33 | | | 2,651 | 24 | | | 0,9356 | 11 | | | | 20' |
| | 50' | 0,3557 | 28 | | | 0,3805 | 33 | | | 2,628 | 23 | | | 0,9346 | 10 | | | | 10' |
| 21° | 0' | 0,3584 | 27 | | | 0,3839 | 34 | | | 2,605 | 23 | | | 0,9336 | 10 | | | | 0' 69° |
| | 10' | 0,3611 | 27 | | | 0,3872 | 33 | | | 2,583 | 22 | | | 0,9325 | 11 | | | | 50' |
| | 20' | 0,3638 | 27 | | | 0,3906 | 34 | | | 2,560 | 23 | | | 0,9315 | 10 | | | | 40' |
| | 30' | 0,3665 | 27 | | | 0,3939 | 33 | | | 2,539 | 21 | | | 0,9304 | 11 | | | | 30' |
| | 40' | 0,3692 | 27 | | | 0,3973 | 34 | | | 2,517 | 22 | | | 0,9293 | 11 | | | | 20' |
| | 50' | 0,3719 | 27 | | | 0,4006 | 33 | | | 2,496 | 21 | | | 0,9283 | 10 | | | | 10' |
| 22° | 0' | 0,3746 | 27 | | | 0,4040 | 34 | | | 2,475 | 21 | | | 0,9272 | 11 | | | | 0' 68° |
| | 10' | 0,3773 | 27 | | | 0,4074 | 34 | | | 2,455 | 20 | | | 0,9261 | 11 | | | | 50' |
| | 20' | 0,3800 | 27 | | | 0,4108 | 34 | | | 2,434 | 21 | | | 0,9250 | 11 | | | | 40' |
| | 30' | 0,3827 | 27 | | | 0,4142 | 34 | | | 2,414 | 20 | | | 0,9239 | 11 | | | | 30' |
| | 40' | 0,3854 | 27 | | | 0,4176 | 34 | | | 2,394 | 20 | | | 0,9228 | 11 | | | | 20' |
| | 50' | 0,3881 | 27 | | | 0,4210 | 34 | | | 2,375 | 19 | | | 0,9216 | 12 | | | | 10' |
| 23° | 0' | 0,3907 | 26 | | | 0,4245 | 35 | | | 2,356 | 19 | | | 0,9205 | 11 | | | | 0' 67° |
| | 10' | 0,3934 | 27 | | | 0,4279 | 34 | | | 2,337 | 19 | | | 0,9194 | 11 | | | | 50' |
| | 20' | 0,3961 | 27 | | | 0,4314 | 35 | | | 2,318 | 19 | | | 0,9182 | 12 | | | | 40' |
| | 30' | 0,3987 | 26 | | | 0,4348 | 34 | | | 2,300 | 18 | | | 0,9171 | 11 | | | | 30' |
| | 40' | 0,4014 | 27 | | | 0,4383 | 35 | | | 2,282 | 18 | | | 0,9159 | 12 | | | | 20' |
| | 50' | 0,4041 | 27 | | | 0,4417 | 34 | | | 2,264 | 18 | | | 0,9147 | 12 | | | | 10' |
| 24° | 0' | 0,4067 | 26 | | | 0,4452 | 35 | | | 2,246 | 18 | | | 0,9135 | 12 | | | | 0' 66° |
| | 10' | 0,4094 | 27 | | | 0,4487 | 35 | | | 2,229 | 17 | | | 0,9124 | 11 | | | | 50' |
| | 20' | 0,4120 | 26 | | | 0,4522 | 35 | | | 2,211 | 18 | | | 0,9112 | 12 | | | | 40' |
| | 30' | 0,4147 | 27 | | | 0,4557 | 35 | | | 2,194 | 17 | | | 0,9100 | 12 | | | | 30' |
| | 40' | 0,4173 | 26 | | | 0,4592 | 35 | | | 2,177 | 17 | | | 0,9088 | 12 | | | | 20' |
| | 50' | 0,4200 | 27 | | | 0,4628 | 36 | | | 2,161 | 16 | | | 0,9075 | 13 | | | | 10' |
| 25° | 0' | 0,4226 | 26 | | | 0,4663 | 35 | | | 2,145 | 16 | | | 0,9063 | 12 | | | | 0' 65° |
| | | cos | D | | | ctg | D | | | tg | D | | | sin | D | | | | |

65 Grad bis 70 Grad.

25 Grad bis 30 Grad.

| | | sin | D | tg | D | ctg | D | cos | D | ▲ |
|-----|-----|--------|----|--------|----|-------|----|--------|----|--------|
| 25° | 0' | 0,4226 | | 0,4663 | | 2,145 | | 0,9063 | | 0' 65° |
| | 10' | 0,4253 | 27 | 0,4699 | 36 | 2,128 | 17 | 0,9051 | 12 | 50' |
| | 20' | 0,4279 | 26 | 0,4734 | 35 | 2,112 | 16 | 0,9038 | 13 | 40' |
| | 30' | 0,4305 | 26 | 0,4770 | 36 | 2,097 | 15 | 0,9026 | 12 | 30' |
| | 40' | 0,4331 | 26 | 0,4806 | 36 | 2,081 | 16 | 0,9013 | 13 | 20' |
| | 50' | 0,4358 | 27 | 0,4841 | 35 | 2,066 | 15 | 0,9001 | 12 | 10' |
| 26° | 0' | 0,4384 | 26 | 0,4877 | 36 | 2,050 | 16 | 0,8988 | 13 | 0' 64° |
| | 10' | 0,4410 | 26 | 0,4913 | 36 | 2,035 | 15 | 0,8975 | 13 | 50' |
| | 20' | 0,4436 | 26 | 0,4950 | 37 | 2,020 | 15 | 0,8962 | 13 | 40' |
| | 30' | 0,4462 | 26 | 0,4986 | 36 | 2,006 | 14 | 0,8949 | 13 | 30' |
| | 40' | 0,4488 | 26 | 0,5022 | 36 | 1,991 | 15 | 0,8936 | 13 | 20' |
| | 50' | 0,4514 | 26 | 0,5059 | 37 | 1,977 | 14 | 0,8923 | 13 | 10' |
| 27° | 0' | 0,4540 | 26 | 0,5095 | 36 | 1,963 | 14 | 0,8910 | 13 | 0' 63° |
| | 10' | 0,4566 | 26 | 0,5132 | 37 | 1,949 | 14 | 0,8897 | 13 | 50' |
| | 20' | 0,4592 | 26 | 0,5169 | 37 | 1,935 | 14 | 0,8884 | 13 | 40' |
| | 30' | 0,4617 | 25 | 0,5206 | 37 | 1,921 | 14 | 0,8870 | 14 | 30' |
| | 40' | 0,4643 | 26 | 0,5243 | 37 | 1,907 | 14 | 0,8857 | 13 | 20' |
| | 50' | 0,4669 | 26 | 0,5280 | 37 | 1,894 | 13 | 0,8843 | 14 | 10' |
| 28° | 0' | 0,4695 | 26 | 0,5317 | 37 | 1,881 | 13 | 0,8829 | 14 | 0' 62° |
| | 10' | 0,4720 | 25 | 0,5354 | 37 | 1,868 | 13 | 0,8816 | 13 | 50' |
| | 20' | 0,4746 | 26 | 0,5392 | 38 | 1,855 | 13 | 0,8802 | 14 | 40' |
| | 30' | 0,4772 | 26 | 0,5430 | 38 | 1,842 | 13 | 0,8788 | 14 | 30' |
| | 40' | 0,4797 | 25 | 0,5467 | 37 | 1,829 | 13 | 0,8774 | 14 | 20' |
| | 50' | 0,4823 | 26 | 0,5505 | 38 | 1,816 | 13 | 0,8760 | 14 | 10' |
| 29° | 0' | 0,4848 | 25 | 0,5543 | 38 | 1,804 | 12 | 0,8746 | 14 | 0' 61° |
| | 10' | 0,4874 | 26 | 0,5581 | 38 | 1,792 | 12 | 0,8732 | 14 | 50' |
| | 20' | 0,4899 | 25 | 0,5619 | 38 | 1,780 | 12 | 0,8718 | 14 | 40' |
| | 30' | 0,4924 | 25 | 0,5658 | 39 | 1,767 | 13 | 0,8704 | 14 | 30' |
| | 40' | 0,4950 | 26 | 0,5696 | 38 | 1,756 | 11 | 0,8689 | 15 | 20' |
| | 50' | 0,4975 | 25 | 0,5735 | 39 | 1,744 | 12 | 0,8675 | 14 | 10' |
| 30° | 0' | 0,5000 | 25 | 0,5774 | 39 | 1,732 | 12 | 0,8660 | 15 | 0' 60° |
| | | cos | D | ctg | D | tg | D | sin | D | |

60 Grad bis 65 Grad.

30 Grad bis 35 Grad.

| | sin | D | tg | D | ctg | D | cos | D | 人 |
|--------|--------|----|--------|----|-------|----|--------|----|--------|
| 30° 0' | 0,5000 | 25 | 0,5774 | 38 | 1,732 | 12 | 0,8660 | 14 | 0° 60° |
| 10' | 0,5025 | 25 | 0,5812 | 39 | 1,720 | 11 | 0,8646 | 15 | 50' |
| 20' | 0,5050 | 25 | 0,5851 | 39 | 1,709 | 11 | 0,8631 | 15 | 40' |
| 30' | 0,5075 | 25 | 0,5890 | 40 | 1,698 | 12 | 0,8616 | 15 | 30' |
| 40' | 0,5100 | 25 | 0,5930 | 39 | 1,686 | 11 | 0,8601 | 14 | 20' |
| 50' | 0,5125 | 25 | 0,5969 | 40 | 1,675 | 11 | 0,8587 | 15 | 10' |
| 31° 0' | 0,5150 | 25 | 0,6009 | 39 | 1,664 | 11 | 0,8572 | 15 | 0° 59° |
| 10' | 0,5175 | 25 | 0,6048 | 40 | 1,653 | 10 | 0,8557 | 15 | 50' |
| 20' | 0,5200 | 25 | 0,6088 | 40 | 1,643 | 11 | 0,8542 | 16 | 40' |
| 30' | 0,5225 | 25 | 0,6128 | 40 | 1,632 | 11 | 0,8526 | 15 | 30' |
| 40' | 0,5250 | 25 | 0,6168 | 40 | 1,621 | 10 | 0,8511 | 15 | 20' |
| 50' | 0,5275 | 24 | 0,6208 | 41 | 1,611 | 11 | 0,8496 | 16 | 10' |
| 32° 0' | 0,5299 | 25 | 0,6249 | 40 | 1,600 | 10 | 0,8480 | 15 | 0° 58° |
| 10' | 0,5324 | 24 | 0,6289 | 41 | 1,590 | 10 | 0,8465 | 15 | 50' |
| 20' | 0,5348 | 25 | 0,6330 | 41 | 1,580 | 10 | 0,8450 | 16 | 40' |
| 30' | 0,5373 | 25 | 0,6371 | 41 | 1,570 | 10 | 0,8434 | 16 | 30' |
| 40' | 0,5398 | 24 | 0,6412 | 41 | 1,560 | 10 | 0,8418 | 15 | 20' |
| 50' | 0,5422 | 24 | 0,6453 | 41 | 1,550 | 10 | 0,8403 | 16 | 10' |
| 33° 0' | 0,5446 | 25 | 0,6494 | 42 | 1,540 | 10 | 0,8387 | 16 | 0° 57° |
| 10' | 0,5471 | 24 | 0,6536 | 41 | 1,530 | 10 | 0,8371 | 16 | 50' |
| 20' | 0,5495 | 24 | 0,6577 | 42 | 1,520 | 9 | 0,8355 | 16 | 40' |
| 30' | 0,5519 | 25 | 0,6619 | 42 | 1,511 | 10 | 0,8339 | 16 | 30' |
| 40' | 0,5544 | 24 | 0,6661 | 42 | 1,501 | 9 | 0,8323 | 16 | 20' |
| 50' | 0,5568 | 24 | 0,6703 | 42 | 1,492 | 9 | 0,8307 | 17 | 10' |
| 34° 0' | 0,5592 | 24 | 0,6745 | 42 | 1,483 | 9 | 0,8290 | 16 | 0° 56° |
| 10' | 0,5616 | 24 | 0,6787 | 43 | 1,473 | 9 | 0,8274 | 16 | 50' |
| 20' | 0,5640 | 24 | 0,6830 | 43 | 1,464 | 9 | 0,8258 | 17 | 40' |
| 30' | 0,5664 | 24 | 0,6873 | 43 | 1,455 | 9 | 0,8241 | 16 | 30' |
| 40' | 0,5688 | 24 | 0,6916 | 43 | 1,446 | 9 | 0,8225 | 17 | 20' |
| 50' | 0,5712 | 24 | 0,6959 | 43 | 1,437 | 9 | 0,8208 | 16 | 10' |
| 35° 0' | 0,5736 | 24 | 0,7002 | 43 | 1,428 | 9 | 0,8192 | 16 | 0° 55° |
| ☿ | cos | D | ctg | D | tg | D | sin | D | |

55 Grad bis 60 Grad.

35 Grad bis 40 Grad.

| | sin | D | tg | D | ctg | D | cos | D | ▲ |
|--------|--------|----|--------|----|-------|---|--------|----|--------|
| 35° 0' | 0,5736 | | 0,7002 | | 1,428 | | 0,8192 | | 0' 55° |
| 10' | 0,5760 | 24 | 0,7046 | 44 | 1,419 | 9 | 0,8175 | 17 | 50' |
| 20' | 0,5783 | 23 | 0,7089 | 45 | 1,411 | 8 | 0,8158 | 17 | 40' |
| 30' | 0,5807 | 24 | 0,7133 | 44 | 1,402 | 9 | 0,8141 | 17 | 30' |
| 40' | 0,5831 | 24 | 0,7177 | 44 | 1,393 | 9 | 0,8124 | 17 | 20' |
| 50' | 0,5854 | 23 | 0,7221 | 44 | 1,385 | 8 | 0,8107 | 17 | 10' |
| 36° 0' | 0,5878 | 24 | 0,7265 | 44 | 1,376 | 9 | 0,8090 | 17 | 0' 54° |
| 10' | 0,5901 | 23 | 0,7310 | 45 | 1,368 | 8 | 0,8073 | 17 | 50' |
| 20' | 0,5925 | 24 | 0,7355 | 45 | 1,360 | 8 | 0,8056 | 17 | 40' |
| 30' | 0,5948 | 23 | 0,7400 | 45 | 1,351 | 9 | 0,8039 | 17 | 30' |
| 40' | 0,5972 | 24 | 0,7445 | 45 | 1,343 | 8 | 0,8021 | 18 | 20' |
| 50' | 0,5995 | 23 | 0,7490 | 45 | 1,335 | 8 | 0,8004 | 17 | 10' |
| 37° 0' | 0,6018 | 23 | 0,7536 | 46 | 1,327 | 8 | 0,7986 | 18 | 0' 53° |
| 10' | 0,6041 | 23 | 0,7581 | 45 | 1,319 | 8 | 0,7969 | 17 | 50' |
| 20' | 0,6065 | 24 | 0,7627 | 46 | 1,311 | 8 | 0,7951 | 18 | 40' |
| 30' | 0,6088 | 23 | 0,7673 | 46 | 1,303 | 8 | 0,7934 | 17 | 30' |
| 40' | 0,6111 | 23 | 0,7720 | 47 | 1,295 | 8 | 0,7916 | 18 | 20' |
| 50' | 0,6134 | 23 | 0,7766 | 46 | 1,288 | 7 | 0,7898 | 18 | 10' |
| 38° 0' | 0,6157 | 23 | 0,7813 | 47 | 1,280 | 8 | 0,7880 | 18 | 0' 52° |
| 10' | 0,6180 | 23 | 0,7860 | 47 | 1,272 | 8 | 0,7862 | 18 | 50' |
| 20' | 0,6202 | 22 | 0,7907 | 47 | 1,265 | 7 | 0,7844 | 18 | 40' |
| 30' | 0,6225 | 23 | 0,7954 | 47 | 1,257 | 8 | 0,7826 | 18 | 30' |
| 40' | 0,6248 | 23 | 0,8002 | 48 | 1,250 | 7 | 0,7808 | 18 | 20' |
| 50' | 0,6271 | 23 | 0,8050 | 48 | 1,242 | 8 | 0,7790 | 18 | 10' |
| 39° 0' | 0,6293 | 22 | 0,8098 | 48 | 1,235 | 7 | 0,7771 | 19 | 0' 51° |
| 10' | 0,6316 | 23 | 0,8146 | 48 | 1,228 | 7 | 0,7753 | 18 | 50' |
| 20' | 0,6338 | 22 | 0,8195 | 49 | 1,220 | 8 | 0,7735 | 18 | 40' |
| 30' | 0,6361 | 23 | 0,8243 | 48 | 1,213 | 7 | 0,7716 | 19 | 30' |
| 40' | 0,6383 | 22 | 0,8292 | 49 | 1,206 | 7 | 0,7698 | 18 | 20' |
| 50' | 0,6406 | 23 | 0,8342 | 50 | 1,199 | 7 | 0,7679 | 19 | 10' |
| 40° 0' | 0,6428 | 22 | 0,8391 | 49 | 1,192 | 7 | 0,7660 | 19 | 0' 50° |
| ▼ | cos | D | ctg | D | tg | D | sin | D | |

50 Grad bis 55 Grad.

40 Grad bis 45 Grad.

| | sin | D | tg | D | ctg | D | cos | D | 人 |
|--------|--------|----|--------|----|-------|---|--------|----|--------|
| 40° 0' | 0,6428 | 22 | 0,8391 | 50 | 1,192 | 7 | 0,7660 | 18 | 0' 50° |
| 10' | 0,6450 | 22 | 0,8441 | 50 | 1,185 | 7 | 0,7642 | 19 | 50' |
| 20' | 0,6472 | 22 | 0,8491 | 50 | 1,178 | 7 | 0,7623 | 19 | 40' |
| 30' | 0,6494 | 23 | 0,8541 | 50 | 1,171 | 7 | 0,7604 | 19 | 30' |
| 40' | 0,6517 | 22 | 0,8591 | 51 | 1,164 | 7 | 0,7585 | 19 | 20' |
| 50' | 0,6539 | 22 | 0,8642 | 51 | 1,157 | 7 | 0,7566 | 19 | 10' |
| 41° 0' | 0,6561 | 22 | 0,8693 | 51 | 1,150 | 6 | 0,7547 | 19 | 0' 49° |
| 10' | 0,6583 | 21 | 0,8744 | 52 | 1,144 | 7 | 0,7528 | 19 | 50' |
| 20' | 0,6604 | 22 | 0,8796 | 51 | 1,137 | 7 | 0,7509 | 19 | 40' |
| 30' | 0,6626 | 22 | 0,8847 | 52 | 1,130 | 6 | 0,7490 | 20 | 30' |
| 40' | 0,6648 | 22 | 0,8899 | 53 | 1,124 | 7 | 0,7470 | 19 | 20' |
| 50' | 0,6670 | 21 | 0,8952 | 52 | 1,117 | 6 | 0,7451 | 20 | 10' |
| 42° 0' | 0,6691 | 22 | 0,9004 | 53 | 1,111 | 7 | 0,7431 | 19 | 0' 48° |
| 10' | 0,6713 | 21 | 0,9057 | 53 | 1,104 | 6 | 0,7412 | 20 | 50' |
| 20' | 0,6734 | 22 | 0,9110 | 53 | 1,098 | 7 | 0,7392 | 19 | 40' |
| 30' | 0,6756 | 21 | 0,9163 | 54 | 1,091 | 6 | 0,7373 | 20 | 30' |
| 40' | 0,6777 | 22 | 0,9217 | 54 | 1,085 | 6 | 0,7353 | 20 | 20' |
| 50' | 0,6799 | 21 | 0,9271 | 54 | 1,079 | 7 | 0,7333 | 20 | 10' |
| 43° 0' | 0,6820 | 21 | 0,9325 | 55 | 1,072 | 6 | 0,7313 | 19 | 0' 47° |
| 10' | 0,6841 | 21 | 0,9380 | 55 | 1,066 | 6 | 0,7294 | 20 | 50' |
| 20' | 0,6862 | 22 | 0,9435 | 55 | 1,060 | 6 | 0,7274 | 20 | 40' |
| 30' | 0,6884 | 21 | 0,9490 | 55 | 1,054 | 6 | 0,7254 | 20 | 30' |
| 40' | 0,6905 | 21 | 0,9545 | 56 | 1,048 | 6 | 0,7234 | 20 | 20' |
| 50' | 0,6926 | 21 | 0,9601 | 56 | 1,042 | 6 | 0,7214 | 21 | 10' |
| 44° 0' | 0,6947 | 20 | 0,9657 | 56 | 1,036 | 6 | 0,7193 | 20 | 0' 46° |
| 10' | 0,6967 | 21 | 0,9713 | 57 | 1,030 | 6 | 0,7173 | 20 | 50' |
| 20' | 0,6988 | 21 | 0,9770 | 57 | 1,024 | 6 | 0,7153 | 20 | 40' |
| 30' | 0,7009 | 21 | 0,9827 | 57 | 1,018 | 6 | 0,7133 | 21 | 30' |
| 40' | 0,7030 | 20 | 0,9884 | 58 | 1,012 | 6 | 0,7112 | 20 | 20' |
| 50' | 0,7050 | 21 | 0,9942 | 58 | 1,006 | 6 | 0,7092 | 21 | 10' |
| 45° 0' | 0,7071 | | 1,0000 | | 1,000 | | 0,7071 | | 0' 45° |
| ↕ | cos | D | ctg | D | tg | D | sin | D | |

45 Grad bis 50 Grad.

TAFEL IV.

KREIS- UND WINKELMESSUNG

- a) Sehnenlängen, Bogenlängen und Bogenhöhen im Einheitskreise
für alle Zentriwinkel von Grad zu Grad S. 64
- b) Tabelle zur Bestimmung der Bogenlängen im Einheitskreise auf
9 Dezimalen für Grade, Minuten und Sekunden S. 67
- c) Tabelle zur Berechnung eines Winkels im Einheitskreise aus
seinem Bogenmaße . S. 68
- d) Funktionen von π und ihre Logarithmen S. 68
-

a) Sehnenlängen, Bogenlängen, Bogenhöhen im Einheitskreise

für alle Zentriwinkel von Grad zu Grad.

| Zentriwinkel | Sehnenlänge | Bogenlänge | Bogenhöhe | Zentriwinkel | Sehnenlänge | Bogenlänge | Bogenhöhe |
|--------------|-------------|------------|-----------|--------------|-------------|------------|-----------|
| 1° | 0,0175 | 0,0175 | 0,0000 | 31° | 0,5345 | 0,5411 | 0,0364 |
| 2° | 0,0349 | 0,0349 | 0,0002 | 32° | 0,5513 | 0,5585 | 0,0387 |
| 3° | 0,0524 | 0,0524 | 0,0003 | 33° | 0,5680 | 0,5760 | 0,0412 |
| 4° | 0,0698 | 0,0698 | 0,0006 | 34° | 0,5847 | 0,5934 | 0,0437 |
| 5° | 0,0872 | 0,0873 | 0,0010 | 35° | 0,6014 | 0,6109 | 0,0463 |
| 6° | 0,1047 | 0,1047 | 0,0014 | 36° | 0,6180 | 0,6283 | 0,0489 |
| 7° | 0,1221 | 0,1222 | 0,0019 | 37° | 0,6346 | 0,6458 | 0,0517 |
| 8° | 0,1395 | 0,1396 | 0,0024 | 38° | 0,6511 | 0,6632 | 0,0545 |
| 9° | 0,1569 | 0,1571 | 0,0031 | 39° | 0,6676 | 0,6807 | 0,0574 |
| 10° | 0,1743 | 0,1745 | 0,0038 | 40° | 0,6840 | 0,6981 | 0,0603 |
| 11° | 0,1917 | 0,1920 | 0,0046 | 41° | 0,7004 | 0,7156 | 0,0633 |
| 12° | 0,2091 | 0,2094 | 0,0055 | 42° | 0,7167 | 0,7330 | 0,0664 |
| 13° | 0,2264 | 0,2269 | 0,0064 | 43° | 0,7330 | 0,7505 | 0,0696 |
| 14° | 0,2437 | 0,2443 | 0,0075 | 44° | 0,7492 | 0,7679 | 0,0728 |
| 15° | 0,2611 | 0,2618 | 0,0086 | 45° | 0,7654 | 0,7854 | 0,0761 |
| 16° | 0,2783 | 0,2793 | 0,0097 | 46° | 0,7815 | 0,8029 | 0,0795 |
| 17° | 0,2956 | 0,2967 | 0,0110 | 47° | 0,7975 | 0,8203 | 0,0829 |
| 18° | 0,3129 | 0,3142 | 0,0123 | 48° | 0,8135 | 0,8378 | 0,0865 |
| 19° | 0,3301 | 0,3316 | 0,0137 | 49° | 0,8294 | 0,8552 | 0,0900 |
| 20° | 0,3473 | 0,3491 | 0,0152 | 50° | 0,8452 | 0,8727 | 0,0937 |
| 21° | 0,3645 | 0,3665 | 0,0167 | 51° | 0,8610 | 0,8901 | 0,0974 |
| 22° | 0,3816 | 0,3840 | 0,0184 | 52° | 0,8767 | 0,9076 | 0,1012 |
| 23° | 0,3987 | 0,4014 | 0,0201 | 53° | 0,8924 | 0,9250 | 0,1051 |
| 24° | 0,4158 | 0,4189 | 0,0219 | 54° | 0,9080 | 0,9425 | 0,1090 |
| 25° | 0,4329 | 0,4363 | 0,0237 | 55° | 0,9235 | 0,9599 | 0,1130 |
| 26° | 0,4499 | 0,4538 | 0,0256 | 56° | 0,9389 | 0,9774 | 0,1171 |
| 27° | 0,4669 | 0,4712 | 0,0276 | 57° | 0,9543 | 0,9948 | 0,1212 |
| 28° | 0,4838 | 0,4887 | 0,0297 | 58° | 0,9696 | 1,0123 | 0,1254 |
| 29° | 0,5008 | 0,5061 | 0,0319 | 59° | 0,9848 | 1,0297 | 0,1296 |
| 30° | 0,5176 | 0,5236 | 0,0341 | 60° | 1,0000 | 1,0472 | 0,1340 |

| Zentri- winkel | Sehnen- länge | Bogenlänge | Bogenhöhe | Zentri- winkel | Sehnen- länge | Bogenlänge | Bogenhöhe |
|-------------------|------------------|------------|-----------|-------------------|------------------|------------|-----------|
| 61° | 1,0151 | 1,0647 | 0,1384 | 96° | 1,4863 | 1,6755 | 0,3309 |
| 62° | 1,0301 | 1,0821 | 0,1428 | 97° | 1,4979 | 1,6930 | 0,3374 |
| 63° | 1,0450 | 1,0996 | 0,1474 | 98° | 1,5094 | 1,7104 | 0,3439 |
| 64° | 1,0598 | 1,1170 | 0,1520 | 99° | 1,5208 | 1,7279 | 0,3506 |
| 65° | 1,0746 | 1,1345 | 0,1566 | 100° | 1,5321 | 1,7453 | 0,3572 |
| 66° | 1,0893 | 1,1519 | 0,1613 | 101° | 1,5432 | 1,7628 | 0,3639 |
| 67° | 1,1039 | 1,1694 | 0,1661 | 102° | 1,5543 | 1,7802 | 0,3707 |
| 68° | 1,1184 | 1,1868 | 0,1710 | 103° | 1,5652 | 1,7977 | 0,3775 |
| 69° | 1,1328 | 1,2043 | 0,1759 | 104° | 1,5760 | 1,8151 | 0,3843 |
| 70° | 1,1472 | 1,2217 | 0,1808 | 105° | 1,5867 | 1,8326 | 0,3912 |
| 71° | 1,1614 | 1,2392 | 0,1859 | 106° | 1,5973 | 1,8500 | 0,3982 |
| 72° | 1,1756 | 1,2566 | 0,1910 | 107° | 1,6077 | 1,8675 | 0,4052 |
| 73° | 1,1896 | 1,2741 | 0,1961 | 108° | 1,6180 | 1,8850 | 0,4122 |
| 74° | 1,2036 | 1,2915 | 0,2014 | 109° | 1,6282 | 1,9024 | 0,4193 |
| 75° | 1,2175 | 1,3090 | 0,2066 | 110° | 1,6383 | 1,9199 | 0,4264 |
| 76° | 1,2313 | 1,3265 | 0,2120 | 111° | 1,6483 | 1,9373 | 0,4336 |
| 77° | 1,2450 | 1,3439 | 0,2174 | 112° | 1,6581 | 1,9548 | 0,4408 |
| 78° | 1,2586 | 1,3614 | 0,2229 | 113° | 1,6678 | 1,9722 | 0,4481 |
| 79° | 1,2722 | 1,3788 | 0,2284 | 114° | 1,6773 | 1,9897 | 0,4554 |
| 80° | 1,2856 | 1,3963 | 0,2340 | 115° | 1,6868 | 2,0071 | 0,4627 |
| 81° | 1,2989 | 1,4137 | 0,2396 | 116° | 1,6961 | 2,0246 | 0,4701 |
| 82° | 1,3121 | 1,4312 | 0,2453 | 117° | 1,7053 | 2,0420 | 0,4775 |
| 83° | 1,3252 | 1,4486 | 0,2510 | 118° | 1,7143 | 2,0595 | 0,4850 |
| 84° | 1,3383 | 1,4661 | 0,2569 | 119° | 1,7233 | 2,0769 | 0,4925 |
| 85° | 1,3512 | 1,4835 | 0,2627 | 120° | 1,7321 | 2,0944 | 0,5000 |
| 86° | 1,3640 | 1,5010 | 0,2686 | 121° | 1,7407 | 2,1118 | 0,5076 |
| 87° | 1,3767 | 1,5184 | 0,2746 | 122° | 1,7492 | 2,1293 | 0,5152 |
| 88° | 1,3893 | 1,5359 | 0,2807 | 123° | 1,7576 | 2,1468 | 0,5228 |
| 89° | 1,4018 | 1,5533 | 0,2867 | 124° | 1,7659 | 2,1642 | 0,5305 |
| 90° | 1,4142 | 1,5708 | 0,2929 | 125° | 1,7740 | 2,1817 | 0,5383 |
| 91° | 1,4265 | 1,5882 | 0,2991 | 126° | 1,7820 | 2,1991 | 0,5460 |
| 92° | 1,4387 | 1,6057 | 0,3053 | 127° | 1,7899 | 2,2166 | 0,5538 |
| 93° | 1,4507 | 1,6232 | 0,3116 | 128° | 1,7976 | 2,2340 | 0,5616 |
| 94° | 1,4627 | 1,6406 | 0,3180 | 129° | 1,8052 | 2,2515 | 0,5695 |
| 95° | 1,4746 | 1,6581 | 0,3244 | 130° | 1,8126 | 2,2689 | 0,5774 |

| Zentri- winkel | Sehnen- länge | Bogenlänge | Bogenhöhe | Zentri- winkel | Sehnen- länge | Bogenlänge | Bogenhöhe |
|-------------------|------------------|------------|-----------|-------------------|------------------|------------|-----------|
| 131° | 1,8199 | 2,2864 | 0,5853 | 156° | 1,9563 | 2,7227 | 0,7921 |
| 132° | 1,8271 | 2,3038 | 0,5933 | 157° | 1,9598 | 2,7402 | 0,8006 |
| 133° | 1,8341 | 2,3213 | 0,6013 | 158° | 1,9633 | 2,7576 | 0,8092 |
| 134° | 1,8410 | 2,3387 | 0,6093 | 159° | 1,9665 | 2,7751 | 0,8178 |
| 135° | 1,8478 | 2,3562 | 0,6173 | 160° | 1,9696 | 2,7925 | 0,8264 |
| 136° | 1,8544 | 2,3736 | 0,6254 | 161° | 1,9726 | 2,8100 | 0,8350 |
| 137° | 1,8608 | 2,3911 | 0,6335 | 162° | 1,9754 | 2,8274 | 0,8436 |
| 138° | 1,8672 | 2,4086 | 0,6416 | 163° | 1,9780 | 2,8449 | 0,8522 |
| 139° | 1,8733 | 2,4260 | 0,6498 | 164° | 1,9805 | 2,8623 | 0,8608 |
| 140° | 1,8794 | 2,4435 | 0,6580 | 165° | 1,9829 | 2,8798 | 0,8695 |
| 141° | 1,8853 | 2,4609 | 0,6662 | 166° | 1,9851 | 2,8972 | 0,8781 |
| 142° | 1,8910 | 2,4784 | 0,6744 | 167° | 1,9871 | 2,9147 | 0,8868 |
| 143° | 1,8966 | 2,4958 | 0,6827 | 168° | 1,9890 | 2,9322 | 0,8955 |
| 144° | 1,9021 | 2,5133 | 0,6910 | 169° | 1,9908 | 2,9496 | 0,9042 |
| 145° | 1,9074 | 2,5307 | 0,6993 | 170° | 1,9924 | 2,9671 | 0,9128 |
| 146° | 1,9126 | 2,5482 | 0,7076 | 171° | 1,9938 | 2,9845 | 0,9215 |
| 147° | 1,9176 | 2,5656 | 0,7160 | 172° | 1,9951 | 3,0020 | 0,9302 |
| 148° | 1,9225 | 2,5831 | 0,7244 | 173° | 1,9963 | 3,0194 | 0,9390 |
| 149° | 1,9273 | 2,6005 | 0,7328 | 174° | 1,9973 | 3,0369 | 0,9477 |
| 150° | 1,9319 | 2,6180 | 0,7412 | 175° | 1,9981 | 3,0543 | 0,9564 |
| 151° | 1,9363 | 2,6354 | 0,7496 | 176° | 1,9988 | 3,0718 | 0,9651 |
| 152° | 1,9406 | 2,6529 | 0,7581 | 177° | 1,9993 | 3,0892 | 0,9738 |
| 153° | 1,9447 | 2,6704 | 0,7666 | 178° | 1,9997 | 3,1067 | 0,9825 |
| 154° | 1,9487 | 2,6878 | 0,7750 | 179° | 1,9999 | 3,1241 | 0,9913 |
| 155° | 1,9526 | 2,7053 | 0,7836 | 180° | 2,0000 | 3,1416 | 1,0000 |

Für überstumpfe Winkel liefert obige Tabelle Sehnenlänge (chorda), Bogenlänge (arcus) und Bogenhöhe (sagitta) im Einheitskreise auf Grund folgender Beziehungen:

$$\text{chorda } (180 + \alpha) = \text{chorda } (180 - \alpha)$$

$$\text{arcus } (180 + \alpha) = \text{arcus } 180 + \text{arcus } \alpha$$

$$\text{sagitta } (180 + \alpha) = \text{sagitta } (180 - \alpha)$$

Für Bruchteile eines Grades sind Sehnenlänge und Bogenlänge innerhalb der 4 Dezimalen nach dem Komma einander gleich zu setzen (vgl. die Werte auf S: 65!); die Bogenhöhe solcher Winkel im Einheitskreise ist gleich 0,0000.

| Zentriwinkel | Bogenlänge | Zentriwinkel | Bogenlänge | Zentriwinkel | Bogenlänge | Zentriwinkel | Bogenlänge |
|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|
| 1' | 0,0003 | 16' | 0,0047 | 31' | 0,0090 | 46' | 0,0134 |
| 2' | 0,0006 | 17' | 0,0049 | 32' | 0,0093 | 47' | 0,0137 |
| 3' | 0,0009 | 18' | 0,0052 | 33' | 0,0096 | 48' | 0,0140 |
| 4' | 0,0012 | 19' | 0,0055 | 34' | 0,0099 | 49' | 0,0143 |
| 5' | 0,0015 | 20' | 0,0058 | 35' | 0,0102 | 50' | 0,0145 |
| 6' | 0,0017 | 21' | 0,0061 | 36' | 0,0105 | 51' | 0,0148 |
| 7' | 0,0020 | 22' | 0,0064 | 37' | 0,0108 | 52' | 0,0151 |
| 8' | 0,0023 | 23' | 0,0067 | 38' | 0,0111 | 53' | 0,0154 |
| 9' | 0,0026 | 24' | 0,0070 | 39' | 0,0113 | 54' | 0,0157 |
| 10' | 0,0029 | 25' | 0,0073 | 40' | 0,0116 | 55' | 0,0160 |
| 11' | 0,0032 | 26' | 0,0076 | 41' | 0,0119 | 56' | 0,0163 |
| 12' | 0,0035 | 27' | 0,0079 | 42' | 0,0122 | 57' | 0,0166 |
| 13' | 0,0038 | 28' | 0,0081 | 43' | 0,0125 | 58' | 0,0169 |
| 14' | 0,0041 | 29' | 0,0084 | 44' | 0,0128 | 59' | 0,0172 |
| 15' | 0,0044 | 30' | 0,0087 | 45' | 0,0131 | 60' | 0,0175 |

**b) Tabelle zur Bestimmung
der Bogenlängen im Einheitskreise auf 9 Dezimalen**

für Grade, Minuten und Sekunden

| Zentriwinkel | Bogenlänge | Zentriwinkel | Bogenlänge | Zentriwinkel | Bogenlänge |
|--------------|---------------|--------------|---------------|--------------|---------------|
| 10° | 0,174 532 925 | 6' | 0,001 745 329 | 6'' | 0,000 029 089 |
| 20° | 0,349 065 850 | 7' | 0,002 036 217 | 7'' | 0,000 033 937 |
| 30° | 0,523 598 776 | 8' | 0,002 327 106 | 8'' | 0,000 038 785 |
| 40° | 0,698 131 701 | 9' | 0,002 617 994 | 9'' | 0,000 043 633 |
| 50° | 0,872 664 626 | 10' | 0,002 908 882 | 10'' | 0,000 048 481 |
| 60° | 1,047 197 551 | 20' | 0,005 817 764 | 20'' | 0,000 096 963 |
| 70° | 1,221 730 476 | 30' | 0,008 726 646 | 30'' | 0,000 145 444 |
| 80° | 1,396 263 402 | 40' | 0,011 635 528 | 40'' | 0,000 193 925 |
| 90° | 1,570 796 327 | 50' | 0,014 544 410 | 50'' | 0,000 242 407 |

c) Tabelle zur Berechnung eines Winkels aus seinem Bogenmaß.

| Bogen | Winkel |
|-------|-------------|
| 1 | 57,29 578° |
| 2 | 114,59 156° |
| 3 | 171,88 734° |
| 4 | 229,18 312° |
| 5 | 286,47 890° |
| 6 | 343,77 468° |
| 7 | 401,07 046° |
| 8 | 458,36 624° |
| 9 | 515,66 202° |

Zur Umrechnung der Dezimalen in Minuten u. Sekunden, vgl. Tafel II a S. 8.

Der zum radiusgleichen Bogen gehörende Winkel beträgt $57^{\circ} 17' 45''$, d. i.:

$$\text{in Grad: } \frac{360}{2\pi} = \frac{180}{\pi} = 57,295\,779\,5^{\circ}$$

$$\text{in Minuten: } \frac{360 \cdot 60}{2\pi} = \frac{10\,800}{\pi} = 3\,437,746\,77'$$

$$\text{in Sekunden: } \frac{360 \cdot 60^2}{2\pi} = \frac{648\,000}{\pi} = 206\,264,806''$$

Die zugehörigen reziproken Werte bedeuten Bogenlängen im Einheitskreise, u. zw.:

$$\text{arc } 1^{\circ} = \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180} = 0,017\,453\,293$$

$$\text{arc } 1' = \frac{2\pi}{360 \cdot 60} = \frac{\pi}{10\,800} = 0,000\,290\,888$$

$$\text{arc } 1'' = \frac{2\pi}{360 \cdot 60^2} = \frac{\pi}{648\,000} = 0,000\,004\,848$$

d) Funktionen von π und ihre Logarithmen.

$$\pi = 3,14159\,26535\,89793\,23846\,26433\,83279\,50288\,41971\,69399 \dots$$

| $f(\pi)$ | = p | log p | $\frac{1}{p}$ | log $\frac{1}{p}$ | $f(\pi)$ | = p | log p | $\frac{1}{p}$ | log $\frac{1}{p}$ |
|-------------------|---------|----------|---------------|-------------------|----------------------------|--------|----------|---------------|-------------------|
| π | 3,1416 | 0,4971 | 0,3183 | 0,5029-1 | $\sqrt{\pi}$ | 1,7725 | 0,2486 | 0,5642 | 0,7514-1 |
| 2π | 6,2832 | 0,7982 | 0,1592 | 0,2018-1 | $\sqrt{2\pi}$ | 2,5066 | 0,3991 | 0,3989 | 0,6009-1 |
| 4π | 12,5664 | 1,0992 | 0,0796 | 0,9008-2 | $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ | 1,2533 | 0,0981 | 0,7979 | 0,9019-1 |
| $\frac{\pi}{2}$ | 1,5708 | 0,1961 | 0,6366 | 0,8039-1 | $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$ | 1,0233 | 0,0100 | 0,9772 | 0,9900-1 |
| $\frac{\pi}{3}$ | 1,0472 | 0,0200 | 0,9549 | 0,9800-1 | $\pi\sqrt{2}$ | 4,4429 | 0,6477 | 0,2251 | 0,3523-1 |
| $\frac{\pi}{4}$ | 0,7854 | 0,8951-1 | 1,2732 | 0,1049 | $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ | 2,2214 | 0,3466 | 0,4502 | 0,6534-1 |
| $\frac{\pi}{6}$ | 0,5236 | 0,7190-1 | 1,9099 | 0,2810 | $\pi\sqrt{\pi}$ | 5,5683 | 0,7457 | 0,1796 | 0,2543-1 |
| $\frac{\pi}{12}$ | 0,2618 | 0,4180-1 | 3,8197 | 0,5820 | $\sqrt[3]{\pi}$ | 1,4646 | 0,1657 | 0,6828 | 0,8343-1 |
| $\frac{4}{3}\pi$ | 4,1888 | 0,6221 | 0,2387 | 0,3779-1 | $\sqrt[3]{2\pi}$ | 1,8453 | 0,2661 | 0,5419 | 0,7339-1 |
| π^2 | 9,8696 | 0,9943 | 0,1013 | 0,0057-1 | $\sqrt[3]{\frac{\pi}{2}}$ | 1,1624 | 0,0654 | 0,8603 | 0,9346-1 |
| $2\pi^2$ | 19,7392 | 1,2953 | 0,0507 | 0,7047-2 | $\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}}$ | 0,9226 | 0,9650-1 | 1,1084 | 0,0350 |
| $3\pi^2$ | 29,6088 | 1,4714 | 0,0338 | 0,5286-2 | $\sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}$ | 0,8060 | 0,9063-1 | 1,2407 | 0,0937 |
| $4\pi^2$ | 39,4784 | 1,5964 | 0,0253 | 0,4036-2 | $\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}}$ | 1,6120 | 0,2074 | 0,6204 | 0,7926-1 |
| $\frac{\pi^2}{4}$ | 2,4674 | 0,3922 | 0,4053 | 0,6078-1 | $\sqrt[3]{\pi^2}$ | 2,1450 | 0,3314 | 0,4662 | 0,6686-1 |
| π^3 | 31,0063 | 1,4914 | 0,0324 | 0,5086-2 | $\frac{2}{\pi}\sqrt{\pi}$ | 4,6012 | 0,6629 | 0,2173 | 0,3371-1 |

TAFEL V.

HILFSTABELLEN UND ZEICHENNETZE

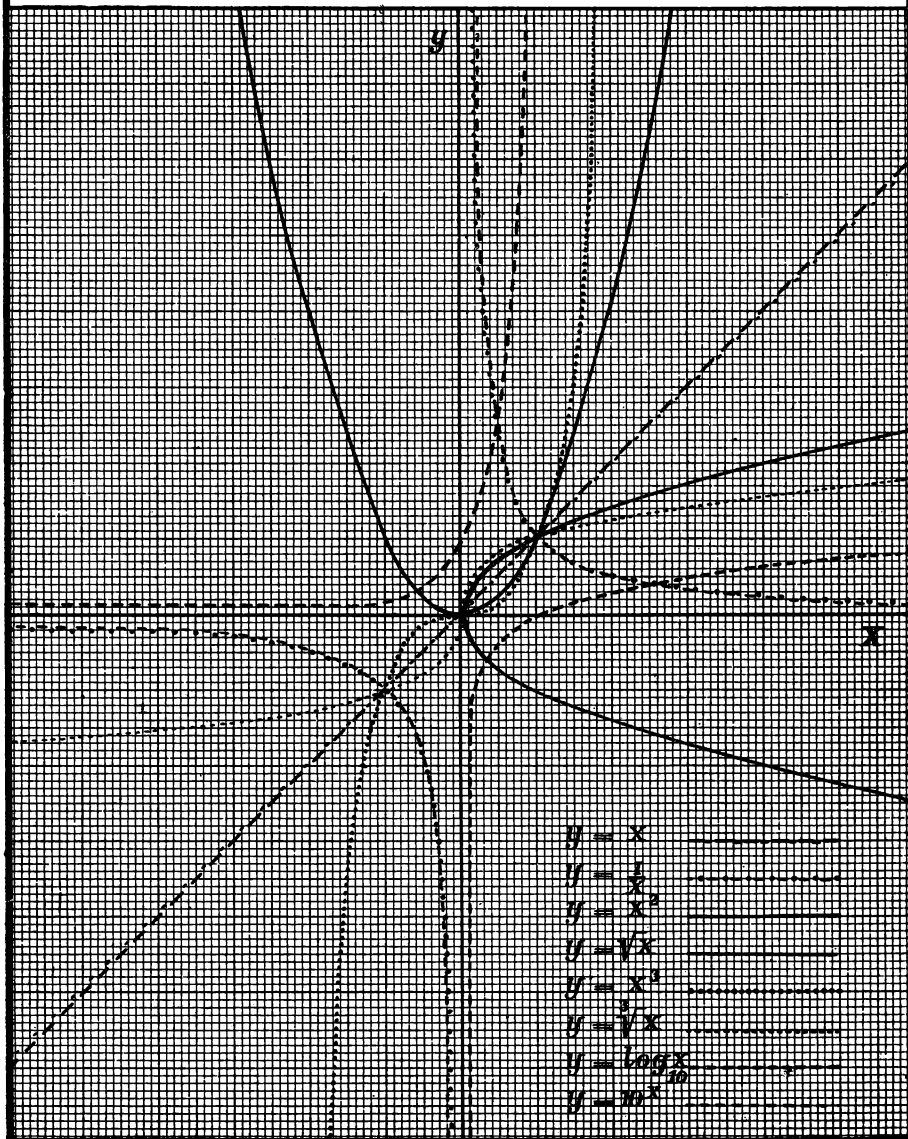
ZUR ABKÜRZUNG DES ZAHLENRECHNENS

| | |
|---|----------------|
| a) Die Quadrate aller dreistelligen Zahlen | S. 70 |
| b) Schaubilder inverser Funktionen | S. 71 |
| c) Quadrate und Kuben, Quadratwurzeln und Kubikwurzeln und reziproke Werte aller Zahlen von 1 bis 100 | S. 72 |
| d) Netz zur Lösung quadratischer Gleichungen durch Zeichnung | S. 76 |
| e) Netz zur Lösung kubischer Gleichungen durch Zeichnung | S. 77 |
| f) Faktorenerlegung im ersten Tausend | S. 78 |
| g) Primzahlen im ersten Tausend | S. 78 |
| h) Das kleine Eins hoch Eins | S. 78 |
| i) Potenzen von 2, 3 und 5 | S. 79 |
| k) Potenzen von e | S. 79 |
| l) Wichtige Wurzelwerte | S. 79 |
| m) Fakultäten nebst Logarithmen. | S. 80 |
| n) Binomialkoeffizienten bis zur 15. Potenz | S. 80 |
| o) Multiplikationstabelle für alle zweistelligen Zahlen ohne Berücksichtigung der Quadrate | . Beilage 1 |
| p) Der logarithmische Rechenstab | . Anhang S. 15 |

| Zehner u. Einer d. Basen | 0 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | Zehner u. Einer d. Qua- drate |
|--------------------------------|----|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| 1 | | 10 2 | 40 4 | 90 6 | 160 8 | 251 0 | 361 2 | 491 4 | 641 6 | 811 8 | 01 |
| 2 | | 10 4 | 40 8 | 91 2 | 161 6 | 252 0 | 362 4 | 492 8 | 642 2 | 812 6 | 04 |
| 3 | | 10 6 | 41 2 | 91 8 | 162 4 | 253 0 | 363 6 | 494 2 | 644 8 | 815 4 | 09 |
| 4 | | 10 8 | 41 6 | 92 4 | 163 2 | 254 0 | 364 8 | 495 6 | 646 4 | 817 2 | 16 |
| 5 | | 11 0 | 42 0 | 93 0 | 164 0 | 255 0 | 366 0 | 497 0 | 648 0 | 819 0 | 25 |
| 6 | | 11 2 | 42 4 | 93 6 | 164 8 | 256 0 | 367 2 | 498 4 | 649 6 | 820 8 | 36 |
| 7 | | 11 4 | 42 8 | 94 2 | 165 6 | 257 0 | 368 4 | 499 8 | 651 2 | 822 6 | 49 |
| 8 | | 11 6 | 43 2 | 94 8 | 166 4 | 258 0 | 369 6 | 501 2 | 652 8 | 824 4 | 64 |
| 9 | | 11 8 | 43 6 | 95 4 | 167 2 | 259 0 | 370 8 | 502 6 | 654 4 | 826 2 | 81 |
| 11 | 1 | 12 3 | 44 5 | 96 7 | 168 9 | 261 1 | 373 3 | 505 5 | 657 7 | 829 9 | 21 |
| 12 | 1 | 12 5 | 44 9 | 97 3 | 169 7 | 262 1 | 374 5 | 506 9 | 659 3 | 831 7 | 44 |
| 13 | 1 | 12 7 | 45 3 | 97 9 | 170 5 | 263 1 | 375 7 | 508 3 | 660 9 | 833 5 | 69 |
| 14 | 1 | 12 9 | 45 7 | 98 5 | 171 3 | 264 1 | 376 9 | 509 7 | 662 5 | 835 3 | 96 |
| 15 | 2 | 13 2 | 46 2 | 99 2 | 172 2 | 265 2 | 378 2 | 511 2 | 664 2 | 837 2 | 25 |
| 16 | 2 | 13 4 | 46 6 | 99 8 | 173 0 | 266 2 | 379 4 | 512 6 | 665 8 | 839 0 | 56 |
| 17 | 2 | 13 6 | 47 0 | 100 4 | 173 8 | 267 2 | 380 6 | 514 0 | 667 4 | 840 8 | 89 |
| 18 | 3 | 13 9 | 47 5 | 101 1 | 174 7 | 268 3 | 381 9 | 515 5 | 669 1 | 842 7 | 24 |
| 19 | 3 | 14 1 | 47 9 | 101 7 | 175 5 | 269 3 | 383 1 | 516 9 | 670 7 | 844 5 | 61 |
| 21 | 4 | 14 6 | 48 8 | 103 0 | 177 2 | 271 4 | 385 6 | 519 8 | 674 0 | 848 2 | 41 |
| 22 | 4 | 14 8 | 49 2 | 103 6 | 178 0 | 272 4 | 386 8 | 521 2 | 675 6 | 850 0 | 84 |
| 23 | 5 | 15 1 | 49 7 | 104 3 | 178 9 | 273 5 | 388 1 | 522 7 | 677 3 | 851 9 | 29 |
| 24 | 5 | 15 3 | 50 1 | 104 9 | 179 7 | 274 5 | 389 3 | 524 1 | 678 9 | 853 7 | 76 |
| 25 | 6 | 15 6 | 50 6 | 105 6 | 180 6 | 275 6 | 390 6 | 525 6 | 680 6 | 855 6 | 25 |
| 26 | 6 | 15 8 | 51 0 | 106 2 | 181 4 | 276 6 | 391 8 | 527 0 | 682 2 | 857 4 | 76 |
| 27 | 7 | 16 1 | 51 5 | 106 9 | 182 3 | 277 7 | 393 1 | 528 5 | 683 9 | 859 3 | 29 |
| 28 | 7 | 16 3 | 51 9 | 107 5 | 183 1 | 278 7 | 394 3 | 529 9 | 685 5 | 861 1 | 84 |
| 29 | 8 | 16 6 | 52 4 | 108 2 | 184 0 | 279 8 | 395 6 | 531 4 | 687 2 | 863 0 | 41 |
| 31 | 9 | 17 1 | 53 3 | 109 5 | 185 7 | 281 9 | 398 1 | 534 3 | 690 5 | 866 7 | 61 |
| 32 | 10 | 17 4 | 53 8 | 110 2 | 186 6 | 283 0 | 399 4 | 535 8 | 692 2 | 868 6 | 24 |
| 33 | 10 | 17 6 | 54 2 | 110 8 | 187 4 | 284 0 | 400 6 | 537 2 | 693 8 | 870 4 | 89 |
| 34 | 11 | 17 9 | 54 7 | 111 5 | 188 3 | 285 1 | 401 9 | 538 7 | 695 5 | 872 3 | 56 |
| 35 | 12 | 18 2 | 55 2 | 112 2 | 189 2 | 286 2 | 403 2 | 540 2 | 697 2 | 874 2 | 25 |
| 36 | 12 | 18 4 | 55 6 | 112 8 | 190 0 | 287 2 | 404 4 | 541 6 | 698 8 | 876 0 | 96 |
| 37 | 13 | 18 7 | 56 1 | 113 5 | 190 9 | 288 3 | 405 7 | 543 1 | 700 5 | 877 9 | 69 |
| 38 | 14 | 19 0 | 56 6 | 114 2 | 191 8 | 289 4 | 407 0 | 544 6 | 702 2 | 879 8 | 44 |
| 39 | 15 | 19 3 | 57 1 | 114 9 | 192 7 | 290 5 | 408 3 | 546 1 | 703 9 | 881 7 | 21 |
| 41 | 16 | 19 8 | 58 0 | 116 2 | 194 4 | 292 6 | 410 8 | 549 0 | 707 2 | 885 4 | 81 |
| 42 | 17 | 20 1 | 58 5 | 116 9 | 195 3 | 293 7 | 412 1 | 550 5 | 708 9 | 887 3 | 64 |
| 43 | 18 | 20 4 | 59 0 | 117 6 | 196 2 | 294 8 | 413 4 | 552 0 | 710 6 | 889 2 | 49 |
| 44 | 19 | 20 7 | 59 5 | 118 3 | 197 1 | 295 9 | 414 7 | 553 5 | 712 3 | 891 1 | 36 |
| 45 | 20 | 21 0 | 60 0 | 119 0 | 198 0 | 297 0 | 416 0 | 555 0 | 714 0 | 893 0 | 25 |
| 46 | 21 | 21 3 | 60 5 | 119 7 | 198 9 | 298 1 | 417 3 | 556 5 | 715 7 | 894 9 | 16 |
| 47 | 22 | 21 6 | 61 0 | 120 4 | 199 8 | 299 2 | 418 6 | 558 0 | 717 4 | 896 8 | 09 |
| 48 | 23 | 21 9 | 61 5 | 121 1 | 200 7 | 300 3 | 419 9 | 559 5 | 719 1 | 898 7 | 04 |
| 49 | 24 | 22 2 | 62 0 | 121 8 | 201 6 | 301 4 | 421 2 | 561 0 | 720 8 | 900 6 | 01 |

| Zehner u. Einer d. Basen | 0 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | Zehner u. Einer d. Qua- drate |
|--------------------------------|----|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| 51 | 26 | 22 8 | 63 0 | 123 2 | 203 4 | 303 6 | 423 8 | 564 0 | 724 2 | 904 4 | 01 |
| 52 | 27 | 23 1 | 63 5 | 123 9 | 204 3 | 304 7 | 425 1 | 565 5 | 725 9 | 906 3 | 04 |
| 53 | 28 | 23 4 | 64 0 | 124 6 | 205 2 | 305 8 | 426 4 | 567 0 | 727 6 | 908 2 | 09 |
| 54 | 29 | 23 7 | 64 5 | 125 3 | 206 1 | 306 9 | 427 7 | 568 5 | 729 3 | 910 1 | 16 |
| 55 | 30 | 24 0 | 65 0 | 126 0 | 207 0 | 308 0 | 429 0 | 570 0 | 731 0 | 912 0 | 25 |
| 56 | 31 | 24 3 | 65 5 | 126 7 | 207 9 | 309 1 | 430 3 | 571 5 | 732 7 | 913 9 | 36 |
| 57 | 32 | 24 6 | 66 0 | 127 4 | 208 8 | 310 2 | 431 6 | 573 0 | 734 4 | 915 8 | 49 |
| 58 | 33 | 24 9 | 66 5 | 128 1 | 209 7 | 311 3 | 432 9 | 574 5 | 736 1 | 917 7 | 64 |
| 59 | 34 | 25 2 | 67 0 | 128 8 | 210 6 | 312 4 | 434 2 | 576 0 | 737 8 | 919 6 | 81 |
| 61 | 37 | 25 9 | 68 1 | 130 3 | 212 5 | 314 7 | 436 9 | 579 1 | 741 3 | 923 5 | 21 |
| 62 | 38 | 26 2 | 68 6 | 131 0 | 213 4 | 315 8 | 438 2 | 580 6 | 743 0 | 925 4 | 44 |
| 63 | 39 | 26 5 | 69 1 | 131 7 | 214 3 | 316 9 | 439 5 | 582 1 | 744 7 | 927 3 | 69 |
| 64 | 40 | 26 8 | 69 6 | 132 4 | 215 2 | 318 0 | 440 8 | 583 6 | 746 4 | 929 2 | 96 |
| 65 | 42 | 27 2 | 70 2 | 133 2 | 216 2 | 319 2 | 442 2 | 585 2 | 748 2 | 931 2 | 25 |
| 66 | 43 | 27 5 | 70 7 | 133 9 | 217 1 | 320 3 | 443 5 | 586 7 | 749 9 | 933 1 | 56 |
| 67 | 44 | 27 8 | 71 2 | 134 6 | 218 0 | 321 4 | 444 8 | 588 2 | 751 6 | 935 0 | 89 |
| 68 | 46 | 28 2 | 71 8 | 135 4 | 219 0 | 322 6 | 446 2 | 589 8 | 753 4 | 937 0 | 24 |
| 69 | 47 | 28 5 | 72 3 | 136 1 | 219 9 | 323 7 | 447 5 | 591 3 | 755 1 | 938 9 | 61 |
| 71 | 50 | 29 2 | 73 4 | 137 6 | 221 8 | 326 0 | 450 2 | 594 4 | 758 6 | 942 8 | 41 |
| 72 | 51 | 29 5 | 73 9 | 138 3 | 222 7 | 327 1 | 451 5 | 595 9 | 760 3 | 944 7 | 84 |
| 73 | 53 | 29 9 | 74 5 | 139 1 | 223 7 | 328 3 | 452 9 | 597 5 | 762 1 | 946 7 | 29 |
| 74 | 54 | 30 2 | 75 0 | 139 8 | 224 6 | 329 4 | 454 2 | 599 0 | 763 8 | 948 6 | 76 |
| 75 | 56 | 30 6 | 75 6 | 140 6 | 225 6 | 330 6 | 455 6 | 600 6 | 765 6 | 950 6 | 25 |
| 76 | 57 | 30 9 | 76 1 | 141 3 | 226 5 | 331 7 | 456 9 | 602 1 | 767 3 | 952 5 | 76 |
| 77 | 59 | 31 3 | 76 7 | 142 1 | 227 5 | 332 9 | 458 3 | 603 7 | 769 1 | 954 5 | 29 |
| 78 | 60 | 31 6 | 77 2 | 142 8 | 228 4 | 334 0 | 459 6 | 605 2 | 770 8 | 956 4 | 84 |
| 79 | 62 | 32 0 | 77 8 | 143 6 | 229 4 | 335 2 | 461 0 | 606 8 | 772 6 | 958 4 | 41 |
| 81 | 65 | 32 7 | 78 9 | 145 1 | 231 3 | 337 5 | 463 7 | 609 9 | 776 1 | 962 3 | 61 |
| 82 | 67 | 33 1 | 79 5 | 145 9 | 232 3 | 338 7 | 465 1 | 611 5 | 777 9 | 964 3 | 24 |
| 83 | 68 | 33 4 | 80 0 | 146 6 | 233 2 | 339 8 | 466 4 | 613 0 | 779 6 | 966 2 | 89 |
| 84 | 70 | 33 8 | 80 6 | 147 4 | 234 2 | 341 0 | 467 8 | 614 6 | 781 4 | 968 2 | 56 |
| 85 | 72 | 34 2 | 81 2 | 148 2 | 235 2 | 342 2 | 469 2 | 616 2 | 783 2 | 970 2 | 25 |
| 86 | 73 | 34 5 | 81 7 | 148 9 | 236 1 | 343 3 | 470 5 | 617 7 | 784 9 | 972 1 | 96 |
| 87 | 75 | 34 9 | 82 3 | 149 7 | 237 1 | 344 5 | 471 9 | 619 3 | 786 7 | 974 1 | 69 |
| 88 | 77 | 35 3 | 82 9 | 150 5 | 238 1 | 345 7 | 473 3 | 620 9 | 788 5 | 976 1 | 44 |
| 89 | 79 | 35 7 | 83 5 | 151 3 | 239 1 | 346 9 | 474 7 | 622 5 | 790 3 | 978 1 | 21 |
| 91 | 82 | 36 4 | 84 6 | 152 8 | 241 0 | 349 2 | 477 4 | 625 6 | 793 8 | 982 0 | 81 |
| 92 | 84 | 36 8 | 85 2 | 153 6 | 242 0 | 350 4 | 478 8 | 627 2 | 795 6 | 984 0 | 64 |
| 93 | 86 | 37 2 | 85 8 | 154 4 | 243 0 | 351 6 | 480 2 | 628 8 | 797 4 | 986 0 | 49 |
| 94 | 88 | 37 6 | 86 4 | 155 2 | 244 0 | 352 8 | 481 6 | 630 4 | 799 2 | 988 0 | 36 |
| 95 | 90 | 38 0 | 87 0 | 156 0 | 245 0 | 354 0 | 483 0 | 632 0 | 801 0 | 990 0 | 25 |
| 96 | 92 | 38 4 | 87 6 | 156 8 | 246 0 | 355 2 | 484 4 | 633 6 | 802 8 | 992 0 | 16 |
| 97 | 94 | 38 8 | 88 2 | 157 6 | 247 0 | 356 4 | 485 8 | 635 2 | 804 6 | 994 0 | 09 |
| 98 | 96 | 39 2 | 88 8 | 158 4 | 248 0 | 357 6 | 487 2 | 636 8 | 806 4 | 996 0 | 04 |
| 99 | 98 | 39 6 | 89 4 | 159 2 | 249 0 | 358 8 | 488 6 | 638 4 | 808 2 | 998 0 | 01 |

b) Schaubilder inverser Funktionen.

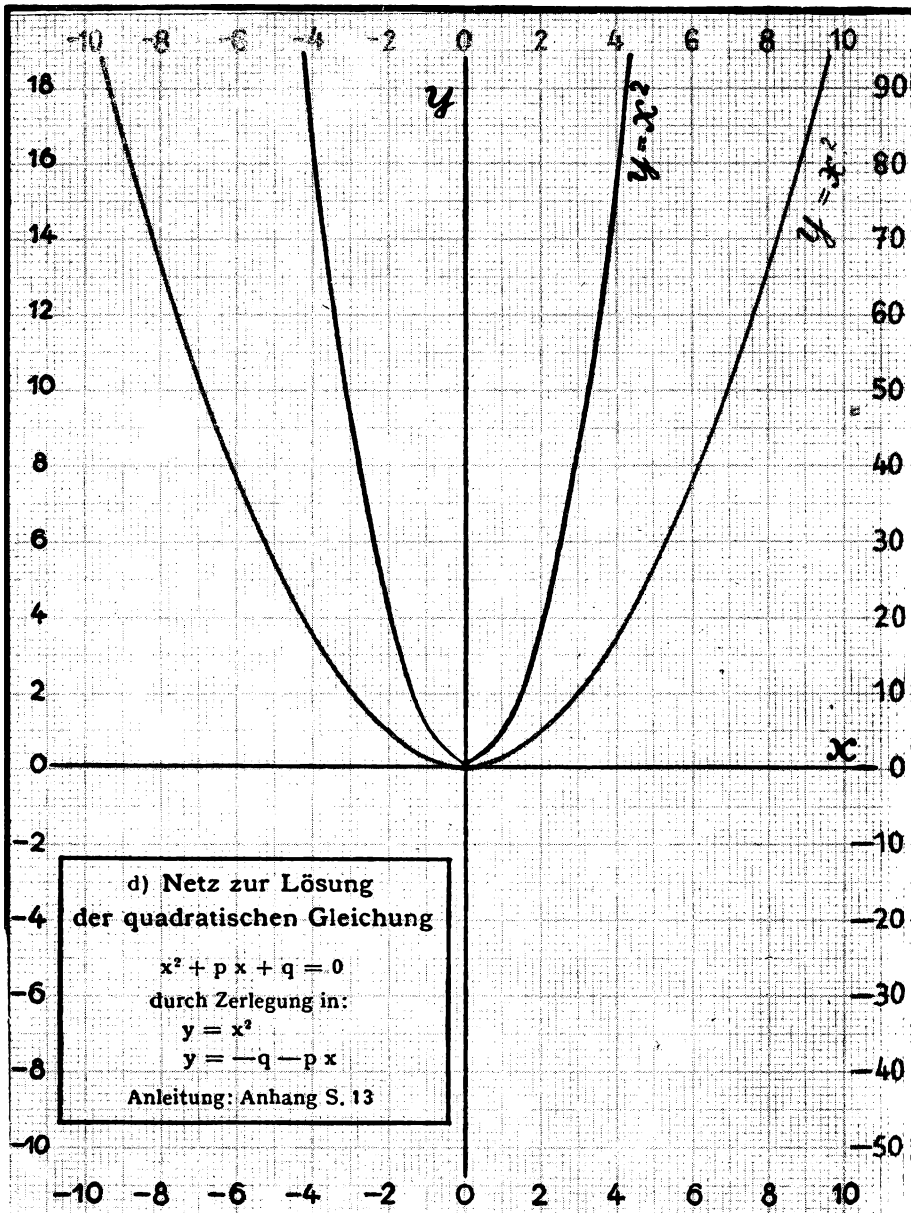


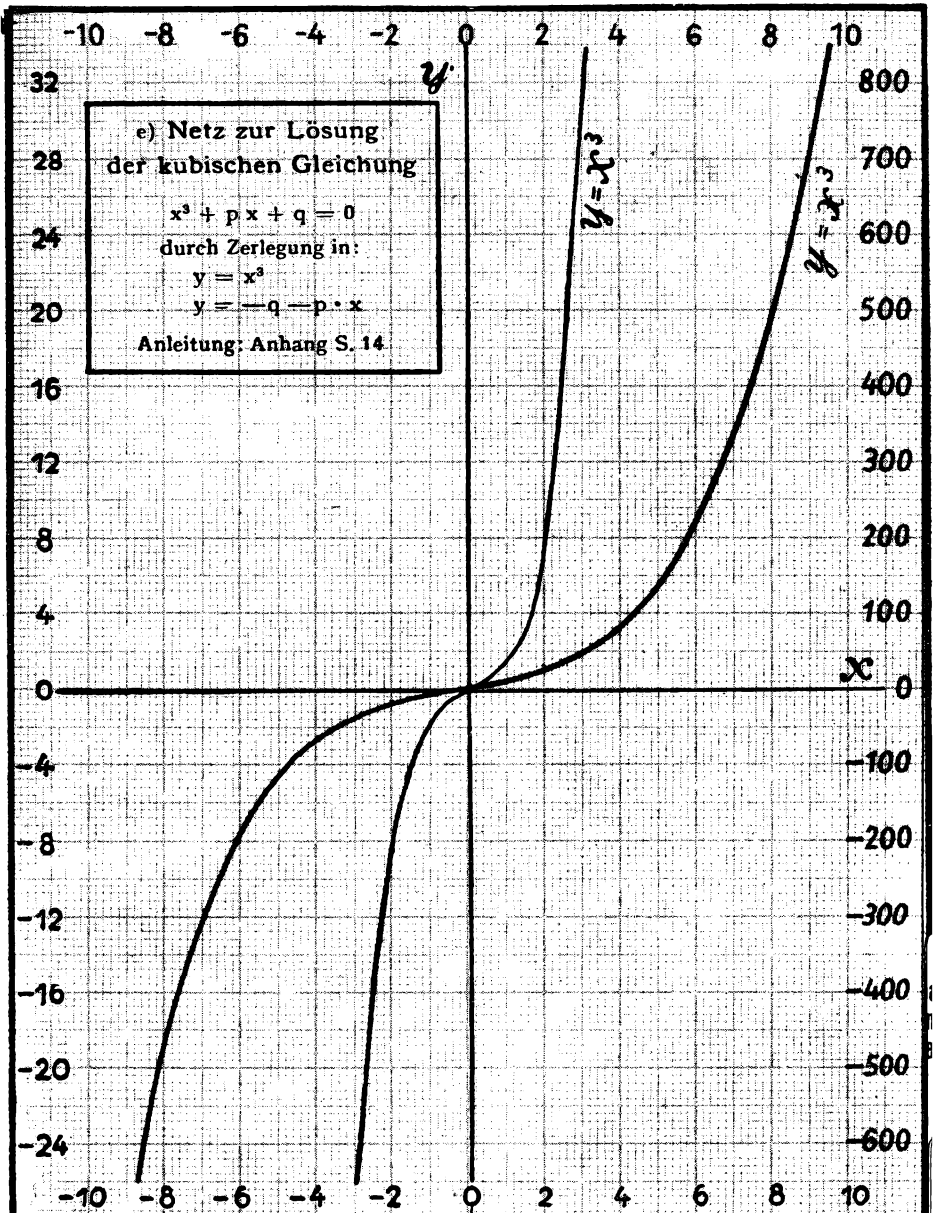
c) Quadrate und Kuben
Quadratwurzeln und Kubikwurzeln und reziproke Werte
 aller Zahlen von 1 bis 100.

| n | n² | n³ | \sqrt{n} | $\sqrt[3]{n}$ | $\frac{1}{n}$ | n |
|-----------|----------------------|----------------------|------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------|
| 1 | 1 | 1 | 1,0000 | 1,0000 | 1,00000 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 1,4142 | 1,2599 | 0,50000 | 2 |
| 3 | 9 | 27 | 1,7321 | 1,4422 | 0,33333 | 3 |
| 4 | 16 | 64 | 2,0000 | 1,5874 | 0,25000 | 4 |
| 5 | 25 | 125 | 2,2361 | 1,7100 | 0,20000 | 5 |
| 6 | 36 | 216 | 2,4495 | 1,8171 | 0,16667 | 6 |
| 7 | 49 | 343 | 2,6458 | 1,9129 | 0,14286 | 7 |
| 8 | 64 | 512 | 2,8284 | 2,0000 | 0,12500 | 8 |
| 9 | 81 | 729 | 3,0000 | 2,0801 | 0,11111 | 9 |
| 10 | 100 | 1 000 | 3,1623 | 2,1544 | 0,10000 | 10 |
| 11 | 121 | 1 331 | 3,3166 | 2,2240 | 0,09091 | 11 |
| 12 | 144 | 1 728 | 3,4641 | 2,2894 | 0,08333 | 12 |
| 13 | 169 | 2 197 | 3,6056 | 2,3513 | 0,07692 | 13 |
| 14 | 196 | 2 744 | 3,7417 | 2,4101 | 0,07143 | 14 |
| 15 | 225 | 3 375 | 3,8730 | 2,4662 | 0,06667 | 15 |
| 16 | 256 | 4 096 | 4,0000 | 2,5198 | 0,06250 | 16 |
| 17 | 289 | 4 913 | 4,1231 | 2,5713 | 0,05882 | 17 |
| 18 | 324 | 5 832 | 4,2426 | 2,6207 | 0,05556 | 18 |
| 19 | 361 | 6 859 | 4,3589 | 2,6684 | 0,05263 | 19 |
| 20 | 400 | 8 000 | 4,4721 | 2,7144 | 0,05000 | 20 |
| 21 | 441 | 9 261 | 4,5826 | 2,7589 | 0,04762 | 21 |
| 22 | 484 | 10 648 | 4,6904 | 2,8020 | 0,04545 | 22 |
| 23 | 529 | 12 167 | 4,7958 | 2,8439 | 0,04348 | 23 |
| 24 | 576 | 13 824 | 4,8990 | 2,8845 | 0,04167 | 24 |
| 25 | 625 | 15 625 | 5,0000 | 2,9240 | 0,04000 | 25 |
| 26 | 676 | 17 576 | 5,0990 | 2,9625 | 0,03846 | 26 |
| 27 | 729 | 19 683 | 5,1962 | 3,0000 | 0,03704 | 27 |
| 28 | 784 | 21 952 | 5,2915 | 3,0366 | 0,03571 | 28 |
| 29 | 841 | 24 389 | 5,3852 | 3,0723 | 0,03448 | 29 |
| 30 | 900 | 27 000 | 5,4772 | 3,1072 | 0,03333 | 30 |

| n | n^2 | n^3 | \sqrt{n} | $\sqrt[3]{n}$ | $\frac{1}{n}$ | n |
|-----|-------|---------|------------|---------------|---------------|-----|
| 31 | 961 | 29 791 | 5,5678 | 3,1414 | 0,03226 | 31 |
| 32 | 1 024 | 32 768 | 5,6569 | 3,1748 | 0,03125 | 32 |
| 33 | 1 089 | 35 937 | 5,7446 | 3,2075 | 0,03030 | 33 |
| 34 | 1 156 | 39 304 | 5,8310 | 3,2396 | 0,02941 | 34 |
| 35 | 1 225 | 42 875 | 5,9161 | 3,2711 | 0,02857 | 35 |
| 36 | 1 296 | 46 656 | 6,0000 | 3,3019 | 0,02778 | 36 |
| 37 | 1 369 | 50 653 | 6,0828 | 3,3322 | 0,02703 | 37 |
| 38 | 1 444 | 54 872 | 6,1644 | 3,3620 | 0,02632 | 38 |
| 39 | 1 521 | 59 319 | 6,2450 | 3,3912 | 0,02564 | 39 |
| 40 | 1 600 | 64 000 | 6,3246 | 3,4200 | 0,02500 | 40 |
| 41 | 1 681 | 68 921 | 6,4031 | 3,4482 | 0,02439 | 41 |
| 42 | 1 764 | 74 088 | 6,4807 | 3,4760 | 0,02381 | 42 |
| 43 | 1 849 | 79 507 | 6,5574 | 3,5034 | 0,02326 | 43 |
| 44 | 1 936 | 85 184 | 6,6332 | 3,5303 | 0,02273 | 44 |
| 45 | 2 025 | 91 125 | 6,7082 | 3,5569 | 0,02222 | 45 |
| 46 | 2 116 | 97 336 | 6,7823 | 3,5830 | 0,02174 | 46 |
| 47 | 2 209 | 103 823 | 6,8557 | 3,6088 | 0,02128 | 47 |
| 48 | 2 304 | 110 592 | 6,9282 | 3,6342 | 0,02083 | 48 |
| 49 | 2 401 | 117 649 | 7,0000 | 3,6593 | 0,02041 | 49 |
| 50 | 2 500 | 125 000 | 7,0711 | 3,6840 | 0,02000 | 50 |
| 51 | 2 601 | 132 651 | 7,1414 | 3,7084 | 0,01961 | 51 |
| 52 | 2 704 | 140 608 | 7,2111 | 3,7325 | 0,01923 | 52 |
| 53 | 2 809 | 148 877 | 7,2801 | 3,7563 | 0,01887 | 53 |
| 54 | 2 916 | 157 464 | 7,3485 | 3,7798 | 0,01852 | 54 |
| 55 | 3 025 | 166 375 | 7,4162 | 3,8030 | 0,01818 | 55 |
| 56 | 3 136 | 175 616 | 7,4833 | 3,8259 | 0,01786 | 56 |
| 57 | 3 249 | 185 193 | 7,5498 | 3,8485 | 0,01754 | 57 |
| 58 | 3 364 | 195 112 | 7,6158 | 3,8709 | 0,01724 | 58 |
| 59 | 3 481 | 205 379 | 7,6811 | 3,8930 | 0,01695 | 59 |
| 60 | 3 600 | 216 000 | 7,7460 | 3,9149 | 0,01667 | 60 |
| 61 | 3 721 | 226 981 | 7,8102 | 3,9365 | 0,01639 | 61 |
| 62 | 3 844 | 238 328 | 7,8740 | 3,9579 | 0,01613 | 62 |
| 63 | 3 969 | 250 047 | 7,9373 | 3,9791 | 0,01587 | 63 |
| 64 | 4 096 | 262 144 | 8,0000 | 4,0000 | 0,01563 | 64 |
| 65 | 4 225 | 274 625 | 8,0623 | 4,0207 | 0,01538 | 65 |

| n | n^2 | n^3 | \sqrt{n} | $\sqrt[3]{n}$ | $\frac{1}{n}$ | n |
|-----|--------|-----------|------------|---------------|---------------|-----|
| 66 | 4 356 | 287 496 | 8,1240 | 4,0412 | 0,01515 | 66 |
| 67 | 4 489 | 300 763 | 8,1854 | 4,0615 | 0,01493 | 67 |
| 68 | 4 624 | 314 432 | 8,2462 | 4,0817 | 0,01471 | 68 |
| 69 | 4 761 | 328 509 | 8,3066 | 4,1016 | 0,01449 | 69 |
| 70 | 4 900 | 343 000 | 8,3666 | 4,1213 | 0,01429 | 70 |
| 71 | 5 041 | 357 911 | 8,4261 | 4,1408 | 0,01408 | 71 |
| 72 | 5 184 | 373 248 | 8,4853 | 4,1602 | 0,01389 | 72 |
| 73 | 5 329 | 389 017 | 8,5440 | 4,1793 | 0,01370 | 73 |
| 74 | 5 476 | 405 224 | 8,6023 | 4,1983 | 0,01351 | 74 |
| 75 | 5 625 | 421 875 | 8,6603 | 4,2172 | 0,01333 | 75 |
| 76 | 5 776 | 438 976 | 8,7178 | 4,2358 | 0,01316 | 76 |
| 77 | 5 929 | 456 533 | 8,7750 | 4,2543 | 0,01299 | 77 |
| 78 | 6 084 | 474 552 | 8,8318 | 4,2727 | 0,01282 | 78 |
| 79 | 6 241 | 493 039 | 8,8882 | 4,2908 | 0,01266 | 79 |
| 80 | 6 400 | 512 000 | 8,9443 | 4,3089 | 0,01250 | 80 |
| 81 | 6 561 | 531 441 | 9,0000 | 4,3267 | 0,01235 | 81 |
| 82 | 6 724 | 551 368 | 9,0554 | 4,3445 | 0,01220 | 82 |
| 83 | 6 889 | 571 787 | 9,1104 | 4,3621 | 0,01205 | 83 |
| 84 | 7 056 | 592 704 | 9,1652 | 4,3795 | 0,01190 | 84 |
| 85 | 7 225 | 614 125 | 9,2195 | 4,3968 | 0,01176 | 85 |
| 86 | 7 396 | 636 056 | 9,2736 | 4,4140 | 0,01163 | 86 |
| 87 | 7 569 | 658 503 | 9,3274 | 4,4310 | 0,01149 | 87 |
| 88 | 7 744 | 681 472 | 9,3808 | 4,4480 | 0,01136 | 88 |
| 89 | 7 921 | 704 969 | 9,4340 | 4,4647 | 0,01124 | 89 |
| 90 | 8 100 | 729 000 | 9,4868 | 4,4814 | 0,01111 | 90 |
| 91 | 8 281 | 753 571 | 9,5394 | 4,4979 | 0,01099 | 91 |
| 92 | 8 464 | 778 688 | 9,5917 | 4,5144 | 0,01087 | 92 |
| 93 | 8 649 | 804 357 | 9,6437 | 4,5307 | 0,01075 | 93 |
| 94 | 8 836 | 830 584 | 9,6954 | 4,5468 | 0,01064 | 94 |
| 95 | 9 025 | 857 375 | 9,7468 | 4,5629 | 0,01053 | 95 |
| 96 | 9 216 | 884 736 | 9,7980 | 4,5789 | 0,01042 | 96 |
| 97 | 9 409 | 912 673 | 9,8489 | 4,5947 | 0,01031 | 97 |
| 98 | 9 604 | 941 192 | 9,8995 | 4,6104 | 0,01020 | 98 |
| 99 | 9 801 | 970 299 | 9,9499 | 4,6261 | 0,01010 | 99 |
| 100 | 10 000 | 1 000 000 | 10,0000 | 4,6416 | 0,01000 | 100 |





f) Faktorenzerlegung

aller nicht durch 2, 3, 5, 11 teilbaren ganzen Zahlen im ersten Tausend.

| | | | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|------|---------------------|------|---------------------|-------|---------------------|
| 49 | 7 ² | 2 99 | 13 · 23 | 4 69 | 7 · 67 | 6 11 | 13 · 47 | 7 63 | 7 · 109 | 9 01 | 17 · 53 |
| 91 | 7 · 13 | | | 81 | 13 · 37 | 23 | 7 · 89 | 67 | 13 · 59 | 17 | 7 · 131 |
| | | 3 01 | 7 · 43 | 93 | 17 · 29 | 29 | 17 · 37 | 79 | 19 · 41 | 23 | 13 · 71 |
| 119 | 7 · 17 | 23 | 17 · 19 | 97 | 7 · 71 | 37 | 7 ² · 13 | 91 | 7 · 113 | 31 | 7 ² · 19 |
| 33 | 7 · 19 | 29 | 7 · 47 | | | 67 | 23 · 29 | 93 | 13 · 61 | 43 | 23 · 41 |
| 61 | 7 · 23 | 43 | 7 ³ | 5 11 | 7 · 73 | 79 | 7 · 97 | 99 | 17 · 47 | 49 | 13 · 73 |
| 69 | 13 ² | 61 | 19 ² | 27 | 17 · 31 | 89 | 13 · 53 | | | 59 | 7 · 137 |
| | | 71 | 7 · 53 | 29 | 23 ² | 97 | 17 · 41 | 8 17 | 19 · 43 | 61 | 31 ² |
| 203 | 7 · 29 | 77 | 13 · 29 | 33 | 13 · 41 | | | 33 | 7 ² · 17 | 73 | 7 · 139 |
| 17 | 7 · 31 | 91 | 17 · 23 | 51 | 19 · 29 | 7 03 | 19 · 37 | 41 | 29 ² | 89 | 23 · 43 |
| 21 | 13 · 17 | | | 53 | 7 · 79 | 07 | 7 · 101 | 51 | 23 · 37 | | |
| 47 | 13 · 19 | 4 03 | 13 · 31 | 59 | 13 · 43 | 13 | 23 · 31 | 71 | 13 · 67 | 10 03 | 17 · 59 |
| 59 | 7 · 37 | 13 | 7 · 59 | 81 | 7 · 83 | 21 | 7 · 103 | 89 | 7 · 127 | 07 | 19 · 53 |
| 87 | 7 · 41 | 27 | 7 · 61 | 89 | 19 · 31 | 31 | 17 · 43 | 93 | 19 · 47 | 27 | 13 · 79 |
| 89 | 17 ² | 37 | 19 · 23 | | | 49 | 7 · 107 | 99 | 29 · 31 | 37 | 17 · 61 |

g) Die Primzahlen im ersten Tausend.

| | | | | | | | | | | | |
|----|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|--------|
| 1 | 47 | 109 | 193 | 271 | 3 59 | 4 43 | 5 41 | 6 19 | 7 19 | 8 21 | 9 11 |
| 2 | 53 | 13 | 97 | 77 | 67 | 49 | 47 | 31 | 27 | 23 | 19 |
| 3 | 59 | 27 | 99 | 81 | 73 | 57 | 57 | 41 | 33 | 27 | 29 |
| 5 | 61 | 31 | | 83 | 79 | 61 | 63 | 43 | 39 | 29 | 37 |
| 7 | 67 | 37 | 2 11 | 93 | 83 | 63 | 69 | 47 | 43 | 39 | 41 |
| 11 | 71 | 39 | 23 | | 89 | 67 | 71 | 53 | 51 | 53 | 47 |
| 13 | 73 | 49 | 27 | 3 07 | 97 | 79 | 77 | 59 | 57 | 57 | 53 |
| 17 | 79 | 51 | 29 | 11 | | 87 | 87 | 61 | 61 | 59 | 67 |
| 19 | 83 | 57 | 33 | 13 | 4 01 | 91 | 93 | 73 | 69 | 63 | 71 |
| 23 | 89 | 63 | 39 | 17 | 09 | 99 | 99 | 77 | 73 | 77 | 77 |
| 29 | 97 | 67 | 41 | 31 | 19 | | | 83 | 87 | 81 | 83 |
| 31 | | 73 | 51 | 37 | 21 | 5 03 | 6 01 | 91 | 97 | 83 | 91 |
| 37 | 1 01 | 79 | 57 | 47 | 31 | 09 | 07 | | | 87 | 97 |
| 41 | 03 | 81 | 63 | 49 | 33 | 21 | 13 | 7 01 | 8 09 | | 1. sa. |
| 43 | 07 | 91 | 69 | 53 | 39 | 23 | 17 | 09 | 11 | 9 07 | 169 |

h) Das kleine Einshocheins. (aⁿ)

| a \ n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|---|----|-----|-------|--------|---------|-----------|------------|-------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 |
| 3 | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 | 2 187 | 6 561 | 19 683 |
| 4 | 4 | 16 | 64 | 256 | 1 024 | 4 096 | 16 384 | 65 536 | 262 144 |
| 5 | 5 | 25 | 125 | 625 | 3 125 | 15 625 | 78 125 | 390 625 | 1 953 125 |
| 6 | 6 | 36 | 216 | 1 296 | 7 776 | 46 656 | 279 936 | 1 679 616 | 10 077 696 |
| 7 | 7 | 49 | 343 | 2 401 | 16 807 | 117 649 | 823 543 | 5 764 801 | 40 353 607 |
| 8 | 8 | 64 | 512 | 4 096 | 32 768 | 262 144 | 2 097 152 | 16 777 216 | 134 217 728 |
| 9 | 9 | 81 | 729 | 6 561 | 59 049 | 531 441 | 4 782 969 | 43 046 721 | 387 420 489 |

i) Höhere Potenzen von 2, 3 und 5.

| n | 2^n | 3^n | 5^n |
|----|---------------|---------------------|-----------------------------|
| 10 | 1 024 | 59 049 | 9 765 625 |
| 15 | 32 768 | 14 348 907 | 30 517 578 125 |
| 20 | 1 048 576 | 3 486 784 401 | 95 367 431 640 625 |
| 25 | 33 554 432 | 847 288 609 443 | 298 023 223 876 953 125 |
| 30 | 1 073 741 824 | 205 891 132 094 649 | 931 322 574 615 478 515 625 |

k) Die Potenzen e^n für zweiziffrige n von 0 bis 5,9.

| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,0 | 1,000 | 1,010 | 1,020 | 1,030 | 1,041 | 1,051 | 1,062 | 1,073 | 1,083 | 1,094 |
| 0,1 | 1,105 | 1,116 | 1,127 | 1,139 | 1,150 | 1,162 | 1,174 | 1,185 | 1,197 | 1,209 |
| 0,2 | 1,221 | 1,234 | 1,246 | 1,259 | 1,271 | 1,284 | 1,297 | 1,310 | 1,323 | 1,336 |
| 0,3 | 1,350 | 1,363 | 1,377 | 1,391 | 1,405 | 1,419 | 1,433 | 1,448 | 1,462 | 1,477 |
| 0,4 | 1,492 | 1,507 | 1,522 | 1,537 | 1,553 | 1,568 | 1,584 | 1,600 | 1,616 | 1,632 |
| 0,5 | 1,649 | 1,665 | 1,682 | 1,699 | 1,716 | 1,733 | 1,751 | 1,768 | 1,786 | 1,804 |
| 0,6 | 1,822 | 1,840 | 1,859 | 1,878 | 1,896 | 1,916 | 1,935 | 1,954 | 1,974 | 1,994 |
| 0,7 | 2,014 | 2,034 | 2,054 | 2,075 | 2,096 | 2,117 | 2,138 | 2,160 | 2,181 | 2,203 |
| 0,8 | 2,226 | 2,248 | 2,270 | 2,293 | 2,316 | 2,340 | 2,363 | 2,387 | 2,411 | 2,435 |
| 0,9 | 2,460 | 2,484 | 2,509 | 2,534 | 2,560 | 2,586 | 2,612 | 2,638 | 2,664 | 2,691 |
| 1, | 2,718 | 3,004 | 3,320 | 3,669 | 4,055 | 4,482 | 4,953 | 5,474 | 6,050 | 6,686 |
| 2, | 7,389 | 8,166 | 9,025 | 9,974 | 11,02 | 12,18 | 13,46 | 14,88 | 16,44 | 18,17 |
| 3, | 20,09 | 22,20 | 24,53 | 27,11 | 29,96 | 33,12 | 36,60 | 40,45 | 44,70 | 49,40 |
| 4, | 54,60 | 60,34 | 66,69 | 73,70 | 81,45 | 90,02 | 99,48 | 109,9 | 121,5 | 134,3 |
| 5, | 148,4 | 164,0 | 181,3 | 200,3 | 221,4 | 244,7 | 270,4 | 298,9 | 330,3 | 365,0 |

l) Wichtige Wurzelwerte.

| | | | | | |
|-----------------------|--------|--------------------------------|--------|-------------|---------------|
| $1: \sqrt{2}$ | 0,7071 | $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ | 1,8478 | $\sqrt{2}$ | 1,41421 35624 |
| $1: \sqrt{3}$ | 0,5774 | $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ | 0,7654 | $\sqrt{3}$ | 1,73205 08076 |
| $1: \sqrt{5}$ | 0,4472 | $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ | 1,9319 | $\sqrt{5}$ | 2,23606 79775 |
| $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ | 0,8165 | $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ | 0,5176 | $\sqrt{6}$ | 2,44948 97428 |
| $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ | 1,2248 | $\sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{5}}$ | 3,0777 | $\sqrt{7}$ | 2,64575 13111 |
| $1: \sqrt[3]{2}$ | 0,7937 | $\sqrt{5 - 2 \cdot \sqrt{5}}$ | 0,7265 | $\sqrt{10}$ | 3,16227 76602 |
| $1: \sqrt[3]{3}$ | 0,6934 | $\sqrt{10 + 2 \cdot \sqrt{5}}$ | 3,8042 | $\sqrt{11}$ | 3,31662 47904 |
| $1: \sqrt[3]{5}$ | 0,5848 | $\sqrt{10 - 2 \cdot \sqrt{5}}$ | 2,3511 | $\sqrt{13}$ | 3,60555 12755 |

m) Fakultäten nebst Logarithmen.

| n | $\prod_1^n (n) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$ | $\log n!$ | $\log \prod_1^{2n-1} (n)$ | $\log \prod_1^{2n} (n)$ | n |
|----|--|-----------|---------------------------|-------------------------|----|
| 1 | 1 | 0,0000 | 0,0000 | 0,3010 | 1 |
| 2 | 2 | 0,3010 | 0,4771 | 0,9031 | 2 |
| 3 | 6 | 0,7782 | 1,1761 | 1,6812 | 3 |
| 4 | 24 | 1,3802 | 2,0212 | 2,5843 | 4 |
| 5 | 120 | 2,0792 | 2,9754 | 3,5843 | 5 |
| 6 | 720 | 2,8573 | 4,0168 | 4,6635 | 6 |
| 7 | 5 040 | 3,7024 | 5,1308 | 5,8096 | 7 |
| 8 | 40 320 | 4,6055 | 6,3069 | 7,0138 | 8 |
| 9 | 362 880 | 5,5598 | 7,5373 | 8,2690 | 9 |
| 10 | 3 628 800 | 6,5598 | 8,8161 | 9,5701 | 10 |
| 11 | 39 916 800 | 7,6012 | 10,1383 | 10,9125 | 11 |
| 12 | 479 001 600 | 8,6803 | 11,5000 | 12,2927 | 12 |
| 13 | 6 227 020 800 | 9,7943 | 12,8979 | 13,7077 | 13 |
| 14 | 87 178 291 200 | 10,9404 | 14,3293 | 15,1548 | 14 |
| 15 | 1 307 674 368 000 | 12,1165 | 15,7917 | 16,6319 | 15 |
| 16 | 20 922 789 888 000 | 13,3206 | 17,2831 | 18,1371 | 16 |
| 17 | 355 687 428 096 000 | 14,5511 | 18,8016 | 19,6686 | 17 |
| 18 | 6 402 373 705 728 000 | 15,8063 | 20,3457 | 21,2249 | 18 |
| 19 | 121 645 100 408 832 000 | 17,0851 | 21,9139 | 22,8047 | 19 |
| 20 | 2 432 902 008 176 640 000 | 18,3861 | 23,5049 | 24,4067 | 20 |
| 21 | 51 090 942 171 709 440 000 | 19,7083 | 25,1177 | 26,0300 | 21 |
| 22 | 1 124 000 727 777 607 680 000 | 21,0508 | 26,7512 | 27,6734 | 22 |
| 23 | 25 852 016 738 884 976 640 000 | 22,4125 | 28,4044 | 29,3362 | 23 |
| 24 | 620 448 401 733 239 439 360 000 | 23,7927 | 30,0765 | 31,0174 | 24 |
| 25 | 15 511 210 043 330 985 984 000 000 | 25,1906 | 31,7667 | 32,7164 | 25 |

n) Binomialkoeffizienten bis zur 15. Potenz.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|----|---|----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|----|----|
| 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 5 | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | | | | | | | | | | |
| 6 | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 | | | | | | | | | |
| 7 | 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 | | | | | | | | |
| 8 | 1 | 8 | 28 | 56 | 70 | 56 | 28 | 8 | 1 | | | | | | | |
| 9 | 1 | 9 | 36 | 84 | 126 | 126 | 84 | 36 | 9 | 1 | | | | | | |
| 10 | 1 | 10 | 45 | 120 | 210 | 252 | 210 | 120 | 45 | 10 | 1 | | | | | |
| 11 | 1 | 11 | 55 | 165 | 330 | 462 | 462 | 330 | 165 | 55 | 11 | 1 | | | | |
| 12 | 1 | 12 | 66 | 220 | 495 | 792 | 924 | 792 | 495 | 220 | 66 | 12 | 1 | | | |
| 13 | 1 | 13 | 78 | 286 | 715 | 1287 | 1716 | 1716 | 1287 | 715 | 286 | 78 | 13 | 1 | | |
| 14 | 1 | 14 | 91 | 364 | 1001 | 2002 | 3003 | 3432 | 3003 | 2002 | 1001 | 364 | 91 | 14 | 1 | |
| 15 | 1 | 15 | 105 | 455 | 1365 | 3003 | 5005 | 6435 | 6435 | 5005 | 3003 | 1365 | 455 | 105 | 15 | 1 |

TAFEL VI.

SPARKASSE UND RENTENBANK

- | | |
|---|-------|
| a) Tabelle zur schnellen logarithmischen Berechnung der einfachen Zinsen eines Sparkassenbuches für die gebräuchlichsten Zinsfüße | S. 82 |
| b) Sterblichkeitstafel | S. 84 |
| c) Die Potenzen des Verzinsungsfaktors für 16 verschiedene Zinsfüße | S. 86 |
| d) Nomogramme zur Zinseszinsrechnung | |
| α) numerisch. β) logarithmisch | S. 88 |
| e) Die siebenstelligen Logarithmen des Verzinsungsfaktors für die gebräuchlichsten Zinsfüße . | S. 90 |
| f) Nomogramme zur Rentenrechnung | |
| α) für $R:r < 18$, n bis 10, p bis 12. | S. 90 |
| β) für $R:r$ zwischen 10 und 40, n zwischen 10 und 30, p bis 12 | S. 91 |
| g) Deutsche Münz- und Währungstafeln der Gegenwart | S. 92 |
| h) Geschichtliche Münzen und Geldwerte | S. 92 |

a) Tabelle zur schnellen logarithmischen Berechnung

$$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{100 \cdot 365} = K \cdot t \cdot f, \text{ wo } f = \frac{p}{100 \cdot 365}$$

| p % | log f. | log t. | | | | | |
|-------|----------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|
| | | Dat. | Januar | Februar | März | April | Mai |
| 1/2 | 0,1367—5 | | | | | | |
| 1 | 0,4377—5 | 1 | 2,5611 | 2,5224 | 2,4843 | 2,4378 | 2,3874 |
| 1 1/2 | 0,6138—5 | 2 | 2,5599 | 2,5211 | 2,4829 | 2,4362 | 2,3856 |
| 2 | 0,7387—5 | 3 | 2,5587 | 2,5198 | 2,4814 | 2,4346 | 2,3838 |
| 2 1/4 | 0,7899—5 | 4 | 2,5575 | 2,5185 | 2,4800 | 2,4330 | 2,3820 |
| 2 1/2 | 0,8356—5 | 5 | 2,5563 | 2,5172 | 2,4786 | 2,4314 | 2,3802 |
| 2 3/4 | 0,8770—5 | | | | | | |
| 3 | 0,9148—5 | 6 | 2,5551 | 2,5159 | 2,4771 | 2,4298 | 2,3784 |
| 3 1/4 | 0,9496—5 | 7 | 2,5539 | 2,5145 | 2,4757 | 2,4281 | 2,3766 |
| 3 1/3 | 0,9606—5 | 8 | 2,5527 | 2,5132 | 2,4742 | 2,4265 | 2,3747 |
| 3 1/2 | 0,9818—5 | 9 | 2,5514 | 2,5119 | 2,4728 | 2,4249 | 2,3729 |
| 3 2/3 | 0,0020—4 | 10 | 2,5502 | 2,5105 | 2,4713 | 2,4232 | 2,3711 |
| 3 3/4 | 0,0117—4 | | | | | | |
| 4 | 0,0398—4 | 11 | 2,5490 | 2,5092 | 2,4698 | 2,4216 | 2,3692 |
| 4 1/4 | 0,0661—4 | 12 | 2,5478 | 2,5079 | 2,4683 | 2,4200 | 2,3674 |
| 4 1/3 | 0,0745—4 | 13 | 2,5465 | 2,5065 | 2,4669 | 2,4183 | 2,3655 |
| 4 1/2 | 0,0909—4 | 14 | 2,5453 | 2,5051 | 2,4654 | 2,4166 | 2,3636 |
| 4 2/3 | 0,1067—4 | 15 | 2,5441 | 2,5038 | 2,4639 | 2,4150 | 2,3617 |
| 4 3/4 | 0,1144—4 | | | | | | |
| 5 | 0,1367—4 | 16 | 2,5428 | 2,5024 | 2,4624 | 2,4133 | 2,3598 |
| 5 1/4 | 0,1579—4 | 17 | 2,5416 | 2,5011 | 2,4609 | 2,4116 | 2,3579 |
| 5 1/3 | 0,1647—4 | 18 | 2,5403 | 2,4997 | 2,4594 | 2,4099 | 2,3560 |
| 5 1/2 | 0,1781—4 | 19 | 2,5391 | 2,4983 | 2,4579 | 2,4082 | 2,3541 |
| 5 2/3 | 0,1910—4 | 20 | 2,5378 | 2,4969 | 2,4564 | 2,4065 | 2,3522 |
| 5 3/4 | 0,1974—4 | | | | | | |
| 6 | 0,2159—4 | 21 | 2,5366 | 2,4955 | 2,4548 | 2,4048 | 2,3502 |
| 6 1/4 | 0,2336—4 | 22 | 2,5353 | 2,4942 | 2,4533 | 2,4031 | 2,3483 |
| 6 1/3 | 0,2506—4 | 23 | 2,5340 | 2,4928 | 2,4518 | 2,4014 | 2,3464 |
| 6 1/2 | 0,2670—4 | 24 | 2,5328 | 2,4914 | 2,4502 | 2,3997 | 2,3444 |
| 6 2/3 | 0,2828—4 | 25 | 2,5315 | 2,4900 | 2,4487 | 2,3979 | 2,3424 |
| 6 3/4 | 0,2828—4 | | | | | | |
| 7 | 0,3128—4 | 26 | 2,5302 | 2,4886 | 2,4472 | 2,3962 | 2,3404 |
| 7 1/4 | 0,3276—4 | 27 | 2,5289 | 2,4871 | 2,4456 | 2,3945 | 2,3385 |
| 7 1/3 | 0,3408—4 | 28 | 2,5276 | 2,4857 | 2,4440 | 2,3927 | 2,3365 |
| 7 1/2 | 0,3671—4 | 29 | 2,5263 | — | 2,4425 | 2,3909 | 2,3345 |
| 8 | 0,3919—4 | 30 | 2,5250 | — | 2,4409 | 2,3892 | 2,3324 |
| 8 1/2 | 0,4154—4 | 31 | 2,5237 | — | 2,4393 | — | 2,3304 |

der einfachen Zinsen eines Sparkassenbuches.

Das Jahr wird zu 365 Tagen gerechnet.

t = Anzahl der Tage vom Einzahlungsdatum (ausschl.) bis Jahresschluß.

| log t. | | | | | | | |
|--------|--------|--------|-----------|---------|----------|----------|------|
| Juní | Juli | August | September | Oktober | November | Dezember | Dat. |
| 2,3284 | 2,2625 | 2,1818 | 2,0828 | 1,9590 | 1,7782 | 1,4771 | 1 |
| 2,3263 | 2,2601 | 2,1790 | 2,0792 | 1,9542 | 1,7709 | 1,4624 | 2 |
| 2,3243 | 2,2577 | 2,1761 | 2,0755 | 1,9494 | 1,7634 | 1,4472 | 3 |
| 2,3222 | 2,2553 | 2,1732 | 2,0719 | 1,9445 | 1,7559 | 1,4314 | 4 |
| 2,3201 | 2,2529 | 2,1703 | 2,0682 | 1,9395 | 1,7482 | 1,4150 | 5 |
| 2,3181 | 2,2504 | 2,1673 | 2,0645 | 1,9345 | 1,7404 | 1,3979 | 6 |
| 2,3160 | 2,2480 | 2,1644 | 2,0607 | 1,9294 | 1,7324 | 1,3802 | 7 |
| 2,3139 | 2,2455 | 2,1614 | 2,0569 | 1,9243 | 1,7243 | 1,3617 | 8 |
| 2,3118 | 2,2430 | 2,1584 | 2,0531 | 1,9191 | 1,7160 | 1,3424 | 9 |
| 2,3096 | 2,2405 | 2,1553 | 2,0492 | 1,9138 | 1,7076 | 1,3222 | 10 |
| 2,3075 | 2,2380 | 2,1523 | 2,0453 | 1,9085 | 1,6990 | 1,3010 | 11 |
| 2,3054 | 2,2355 | 2,1492 | 2,0414 | 1,9031 | 1,6902 | 1,2788 | 12 |
| 2,3032 | 2,2330 | 2,1461 | 2,0374 | 1,8976 | 1,6812 | 1,2553 | 13 |
| 2,3010 | 2,2304 | 2,1430 | 2,0334 | 1,8921 | 1,6721 | 1,2304 | 14 |
| 2,2989 | 2,2279 | 2,1399 | 2,0294 | 1,8865 | 1,6628 | 1,2041 | 15 |
| 2,2967 | 2,2253 | 2,1367 | 2,0253 | 1,8808 | 1,6532 | 1,1761 | 16 |
| 2,2945 | 2,2227 | 2,1335 | 2,0212 | 1,8751 | 1,6435 | 1,1461 | 17 |
| 2,2923 | 2,2201 | 2,1303 | 2,0170 | 1,8692 | 1,6335 | 1,1139 | 18 |
| 2,2900 | 2,2175 | 2,1271 | 2,0128 | 1,8633 | 1,6232 | 1,0792 | 19 |
| 2,2878 | 2,2148 | 2,1239 | 2,0086 | 1,8573 | 1,6128 | 1,0414 | 20 |
| 2,2856 | 2,2122 | 2,1206 | 2,0043 | 1,8513 | 1,6021 | 1,0000 | 21 |
| 2,2833 | 2,2095 | 2,1173 | 2,0000 | 1,8451 | 1,5911 | 0,9542 | 22 |
| 2,2810 | 2,2068 | 2,1139 | 1,9956 | 1,8388 | 1,5798 | 0,9031 | 23 |
| 2,2788 | 2,2041 | 2,1106 | 1,9912 | 1,8325 | 1,5682 | 0,8451 | 24 |
| 2,2765 | 2,2014 | 2,1072 | 1,9868 | 1,8261 | 1,5563 | 0,7782 | 25 |
| 2,2742 | 2,1987 | 2,1038 | 1,9823 | 1,8195 | 1,5441 | 0,6990 | 26 |
| 2,2718 | 2,1959 | 2,1004 | 1,9777 | 1,8129 | 1,5315 | 0,6021 | 27 |
| 2,2695 | 2,1931 | 2,0969 | 1,9731 | 1,8062 | 1,5185 | 0,4771 | 28 |
| 2,2672 | 2,1903 | 2,0934 | 1,9685 | 1,7993 | 1,5051 | 0,3010 | 29 |
| 2,2648 | 2,1875 | 2,0899 | 1,9638 | 1,7924 | 1,4914 | 0,0000 | 30 |
| — | 2,1847 | 2,0864 | — | 1,7853 | — | — ∞ | 31 |

b) Sterblichkeitstafel

für ärztlich untersuchte Männer und Frauen nach dem statistischen Material der deutschen Lebensversicherungsgesellschaften von 1927 beim Zinssatz 4%.

Die international vereinbarten Abkürzungen:

x Lebensalter

l_x Anzahl der Lebenden im Alter x

$D_x = l_x \cdot q^x =$ diskontierte l_x

$N_x = \sum D_x = D_x + D_{x+1} + \dots + D_{100}$

q Verzinsungsfaktor = 1,04

d_x Anzahl der Sterbenden = $l_x - l_{x+1}$

$C_x = d_x \cdot q^{x+1} =$ disk. d_x (entbehrlich)

$M_x = \sum C_x = C_x + C_{x+1} + \dots + C_{100}$

| x | l_x | D_x | $\log D_x$ | N_x | $\log N_x$ | d_x | M_x | $\log M_x$ |
|-----|---------|---------------------|------------|---------|------------|-------|--------------------|------------|
| 20 | 100 000 | 45 639 | 4,65 93 | 935 157 | 5,97 09 | 327 | 9671, ₁ | 3,98 55 |
| 21 | 99 673 | 43 740 | 4,64 09 | 889 518 | 5,94 92 | 326 | 9527, ₆ | 3,97 90 |
| 22 | 99 347 | 41 920 | 4,62 24 | 845 778 | 5,92 73 | 326 | 9390, ₁ | 3,97 27 |
| 23 | 99 021 | 40 176 | 4,60 40 | 803 858 | 5,90 52 | 326 | 9257, ₉ | 3,96 65 |
| 24 | 98 695 | 38 503 | 4,58 55 | 763 683 | 5,88 29 | 327 | 9130, ₈ | 3,96 05 |
| 25 | 98 369 | 36 900 | 4,56 70 | 725 180 | 5,86 04 | 329 | 9008, ₂ | 3,95 46 |
| 26 | 98 040 | 35 362 | 4,54 85 | 688 280 | 5,83 78 | 330 | 8889, ₇ | 3,94 89 |
| 27 | 97 710 | 33 887 | 4,53 00 | 652 918 | 5,81 49 | 333 | 8775, ₁ | 3,94 33 |
| 28 | 97 377 | 32 473 | 4,51 15 | 619 031 | 5,79 17 | 338 | 8664, ₀ | 3,93 77 |
| 29 | 97 039 | 31 116 | 4,49 30 | 586 558 | 5,76 83 | 346 | 8555, ₇ | 3,93 23 |
| 30 | 96 693 | 29 812 | 4,47 44 | 555 442 | 5,74 46 | 357 | 8449, ₁ | 3,92 68 |
| 31 | 96 336 | 28 560 | 4,44 57 | 525 630 | 5,72 07 | 373 | 8343, ₄ | 3,92 13 |
| 32 | 95 964 | 27 355 | 4,43 70 | 497 070 | 5,69 64 | 394 | 8237, ₁ | 3,91 58 |
| 33 | 95 570 | 26 195 | 4,41 82 | 469 715 | 5,67 18 | 420 | 8129, ₂ | 3,91 00 |
| 34 | 95 150 | 25 077 | 4,39 93 | 443 520 | 5,64 69 | 452 | 8018, ₆ | 3,90 41 |
| 35 | 94 698 | 23 998 | 4,38 02 | 418 443 | 5,62 16 | 490 | 7904, ₁ | 3,89 79 |
| 36 | 94 209 | 22 956 | 4,36 09 | 394 445 | 5,59 60 | 530 | 7784, ₈ | 3,89 12 |
| 37 | 93 679 | 21 949 | 4,34 14 | 371 489 | 5,56 99 | 571 | 7660, ₇ | 3,88 43 |
| 38 | 93 108 | 20 976 | 4,32 17 | 349 540 | 5,54 35 | 613 | 7532, ₀ | 3,87 69 |
| 39 | 92 495 | 20 036 | 4,30 18 | 328 564 | 5,51 66 | 655 | 7399, ₈ | 3,86 92 |
| 40 | 91 840 | 19 129 | 4,28 17 | 308 528 | 5,48 93 | 697 | 7262, ₉ | 3,86 11 |
| 41 | 91 143 | 18 254 | 4,26 14 | 289 398 | 5,46 15 | 738 | 7123, ₃ | 3,85 27 |
| 42 | 90 405 | 17 410 | 4,24 08 | 271 144 | 5,43 32 | 781 | 6981, ₁ | 3,84 39 |
| 43 | 89 624 | 16 596 | 4,22 00 | 253 735 | 5,40 44 | 827 | 6836, ₅ | 3,83 48 |
| 44 | 88 797 | 15 810 | 4,19 89 | 237 139 | 5,37 50 | 877 | 6689, ₂ | 3,82 54 |
| 45 | 87 919 | 15 052 | 4,17 76 | 221 329 | 5,34 50 | 933 | 6539, ₀ | 3,81 55 |
| 46 | 86 987 | 14 319 | 4,15 59 | 206 278 | 5,31 45 | 994 | 6385, ₄ | 3,80 52 |
| 47 | 85 992 | 13 611 | 4,13 39 | 191 958 | 5,28 32 | 1061 | 6228, ₁ | 3,79 44 |
| 48 | 84 931 | 12 926 | 4,11 15 | 178 347 | 5,25 13 | 1132 | 6066, ₆ | 3,78 29 |
| 49 | 83 799 | 12 263 | 4,08 86 | 165 421 | 5,21 86 | 1206 | 5900, ₉ | 3,77 08 |
| 50 | 82 593 | 11 622 | 4,06 53 | 153 158 | 5,18 51 | 1282 | 5731, ₂ | 3,75 82 |
| 51 | 81 311 | 11 002 | 4,04 14 | 141 536 | 5,15 09 | 1360 | 5557, ₈ | 3,74 49 |
| 52 | 79 951 | 10 401 | 4,01 71 | 130 535 | 5,11 57 | 1442 | 5380, ₈ | 3,73 08 |
| 53 | 78 509 | 9 820, ₉ | 3,99 22 | 120 133 | 5,07 97 | 1527 | 5200, ₄ | 3,71 60 |
| 54 | 76 982 | 9 259, ₅ | 3,96 66 | 110 312 | 5,04 26 | 1616 | 5016, ₇ | 3,70 04 |
| 55 | 75 366 | 8 716, ₆ | 3,94 03 | 101 053 | 5,00 45 | 1709 | 4829, ₈ | 3,68 39 |

| x | l_x | D_x | $\log D_x$ | N_x | $\log N_x$ | d_x | M_x | $\log M_x$ |
|-----|--------|--------------------|------------|---------------------|------------|-------|--------------------|------------|
| 56 | 73 658 | 8191, ₃ | 3,91 34 | 92 336 | 4,96 54 | 1805 | 4639, ₉ | 3,66 65 |
| 57 | 71 852 | 7683, ₂ | 3,88 55 | 84 145 | 4,92 50 | 1905 | 4446, ₈ | 3,64 80 |
| 58 | 69 947 | 7191, ₈ | 3,85 68 | 76 462 | 4,88 34 | 2006 | 4251, ₀ | 3,62 85 |
| 59 | 67 941 | 6716, ₉ | 3,82 72 | 69 270 | 4,84 05 | 2109 | 4052, ₆ | 3,60 77 |
| 60 | 65 832 | 6258, ₁ | 3,79 64 | 62 553 | 4,79 62 | 2214 | 3852, ₂ | 3,58 57 |
| 61 | 63 619 | 5815, ₀ | 3,76 45 | 56 295 | 4,75 05 | 2318 | 3649, ₈ | 3,56 23 |
| 62 | 61 300 | 5387, ₆ | 3,73 14 | 50 480 | 4,70 31 | 2418 | 3446, ₁ | 3,53 73 |
| 63 | 58 882 | 4976, ₀ | 3,69 69 | 45 093 | 4,65 41 | 2508 | 3241, ₇ | 3,51 08 |
| 64 | 56 374 | 4580, ₉ | 3,66 09 | 40 116 | 4,60 33 | 2585 | 3037, ₉ | 3,48 26 |
| 65 | 53 789 | 4202, ₇ | 3,62 35 | 35 536 | 4,55 07 | 2648 | 2835, ₉ | 3,45 27 |
| 66 | 51 142 | 3842, ₂ | 3,58 46 | 31 333 | 4,49 60 | 2700 | 2637, ₀ | 3,42 11 |
| 67 | 48 442 | 3499, ₄ | 3,54 40 | 27 491 | 4,43 92 | 2746 | 2442, ₀ | 3,38 77 |
| 68 | 45 696 | 3174, ₀ | 3,50 16 | 23 991 | 4,38 01 | 2790 | 2251, ₈ | 3,35 24 |
| 69 | 42 906 | 2865, ₆ | 3,45 72 | 20 817 | 4,31 84 | 2832 | 2065, ₀ | 3,31 49 |
| 70 | 40 074 | 2573, ₅ | 3,41 05 | 17 952 | 4,25 41 | 2869 | 1883, ₁ | 3,27 49 |
| 71 | 37 205 | 2297, ₄ | 3,36 02 | 15 378 | 4,18 69 | 2890 | 1705, ₉ | 3,23 20 |
| 72 | 34 315 | 2037, ₄ | 3,30 91 | 13 081 | 4,11 66 | 2885 | 1534, ₃ | 3,18 59 |
| 73 | 31 430 | 1794, ₄ | 3,25 39 | 11 043 | 4,04 31 | 2849 | 1369, ₆ | 3,13 66 |
| 74 | 28 582 | 1569, ₀ | 3,19 56 | 9 249, ₁ | 3,96 61 | 2790 | 1213, ₃ | 3,08 39 |
| 75 | 25 791 | 1361, ₄ | 3,13 40 | 7 680, ₁ | 3,88 54 | 2711 | 1066, ₀ | 3,02 77 |
| 76 | 23 081 | 1171, ₄ | 3,06 87 | 6 318, ₇ | 3,80 06 | 2612 | 928, ₄ | 2,96 77 |
| 77 | 20 468 | 998, ₉ | 2,99 95 | 5 147, ₃ | 3,71 16 | 2496 | 800, ₉ | 2,90 36 |
| 78 | 17 973 | 843, ₄ | 2,92 60 | 4 148, ₁ | 3,61 79 | 2361 | 683, ₈ | 2,83 49 |
| 79 | 15 611 | 704, ₄ | 2,84 78 | 3 305, ₀ | 3,51 92 | 2210 | 577, ₃ | 2,76 14 |
| 80 | 13 402 | 581, ₄ | 2,76 45 | 2 600, ₇ | 3,41 51 | 2044 | 481, ₄ | 2,68 25 |
| 81 | 11 358 | 473, ₈ | 2,67 56 | 2 019, ₂ | 3,30 52 | 1867 | 396, ₁ | 2,59 78 |
| 82 | 9 491 | 380, ₇ | 2,58 06 | 1 545, ₅ | 3,18 91 | 1680 | 321, ₃ | 2,50 68 |
| 83 | 7 811 | 301, ₃ | 2,47 90 | 1 164, ₈ | 3,06 62 | 1486 | 256, ₅ | 2,40 90 |
| 84 | 6 326 | 234, ₆ | 2,37 03 | 863, ₅ | 2,93 63 | 1292 | 201, ₄ | 2,30 40 |
| 85 | 5 034 | 179, ₅ | 2,25 41 | 628, ₉ | 2,91 85 | 1102 | 155, ₃ | 2,19 12 |
| 86 | 3 932 | 134, ₈ | 2,12 97 | 449, ₄ | 2,65 26 | 922 | 117, ₅ | 2,07 01 |
| 87 | 3 010 | 99, ₂ | 1,99 66 | 314, ₆ | 2,49 77 | 755 | 87, ₁ | 1,94 01 |
| 88 | 2 254 | 71, ₅ | 1,85 40 | 215, ₄ | 2,33 32 | 605 | 63, ₂ | 1,80 05 |
| 89 | 1 649 | 50, ₃ | 1,70 13 | 143, ₉ | 2,15 81 | 473 | 44, ₇ | 1,65 06 |
| 90 | 1 177 | 34, ₅ | 1,53 77 | 93, ₆ | 1,97 15 | 359 | 30, ₉ | 1,48 98 |
| 91 | 817 | 23, ₀ | 1,36 23 | 59, ₂ | 1,77 20 | 266 | 20, ₈ | 1,31 71 |
| 92 | 551 | 14, ₉ | 1,17 44 | 36, ₁ | 1,55 78 | 192 | 13, ₆ | 1,13 20 |
| 93 | 359 | 9, ₄ | 0,97 10 | 21, ₂ | 1,32 60 | 135 | 8, ₅ | 0,93 14 |
| 94 | 224 | 5, ₆ | 0,74 85 | 11, ₈ | 1,07 30 | 92 | 5, ₁ | 0,71 17 |
| 95 | 132 | 3, ₂ | 0,50 29 | 6, ₃ | 0,79 43 | 59 | 2, ₉ | 0,46 90 |
| 96 | 73 | 1, ₇ | 0,22 92 | 3, ₀ | 0,48 34 | 36 | 1, ₈ | 0,19 81 |
| 97 | 37 | 0, ₈ | 0,91 89-1 | 1, ₃ | 0,12 99 | 21 | 0, ₈ | 0,89 09-1 |
| 98 | 17 | 0, ₄ | 0,55 43-1 | 0, ₅ | 0,71 51-1 | 10 | 0, ₃ | 0,52 95-1 |
| 99 | 6 | 0, ₁ | 0,11 00-1 | 0, ₂ | 0,20 55-1 | 5 | 0, ₁ | 0,08 86-1 |
| 100 | 2 | 0, ₀ | 0,50 12-2 | 0, ₀ | 0,50 12-2 | 2 | 0, ₀ | 0,48 41-2 |

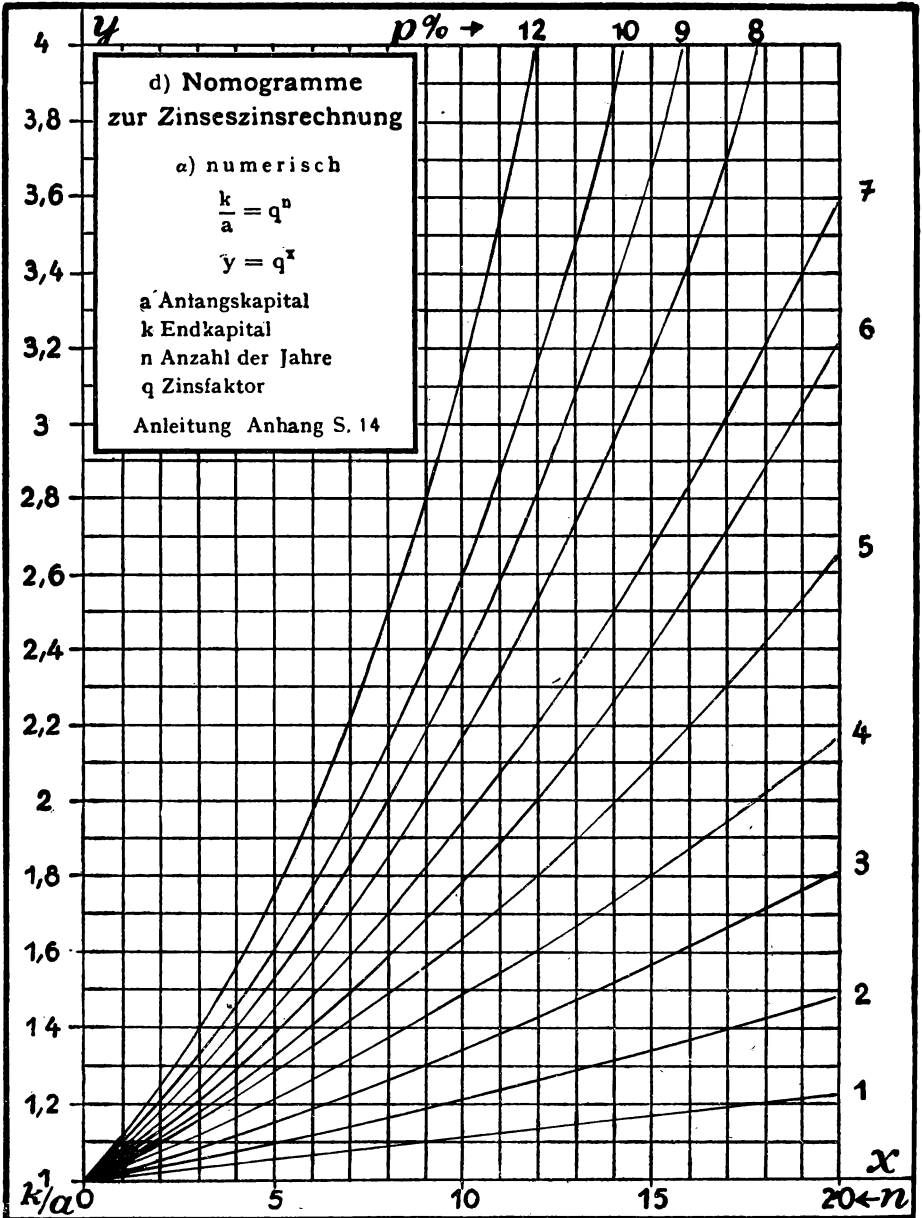
c) Die Potenzen des Verzinsungsfaktors

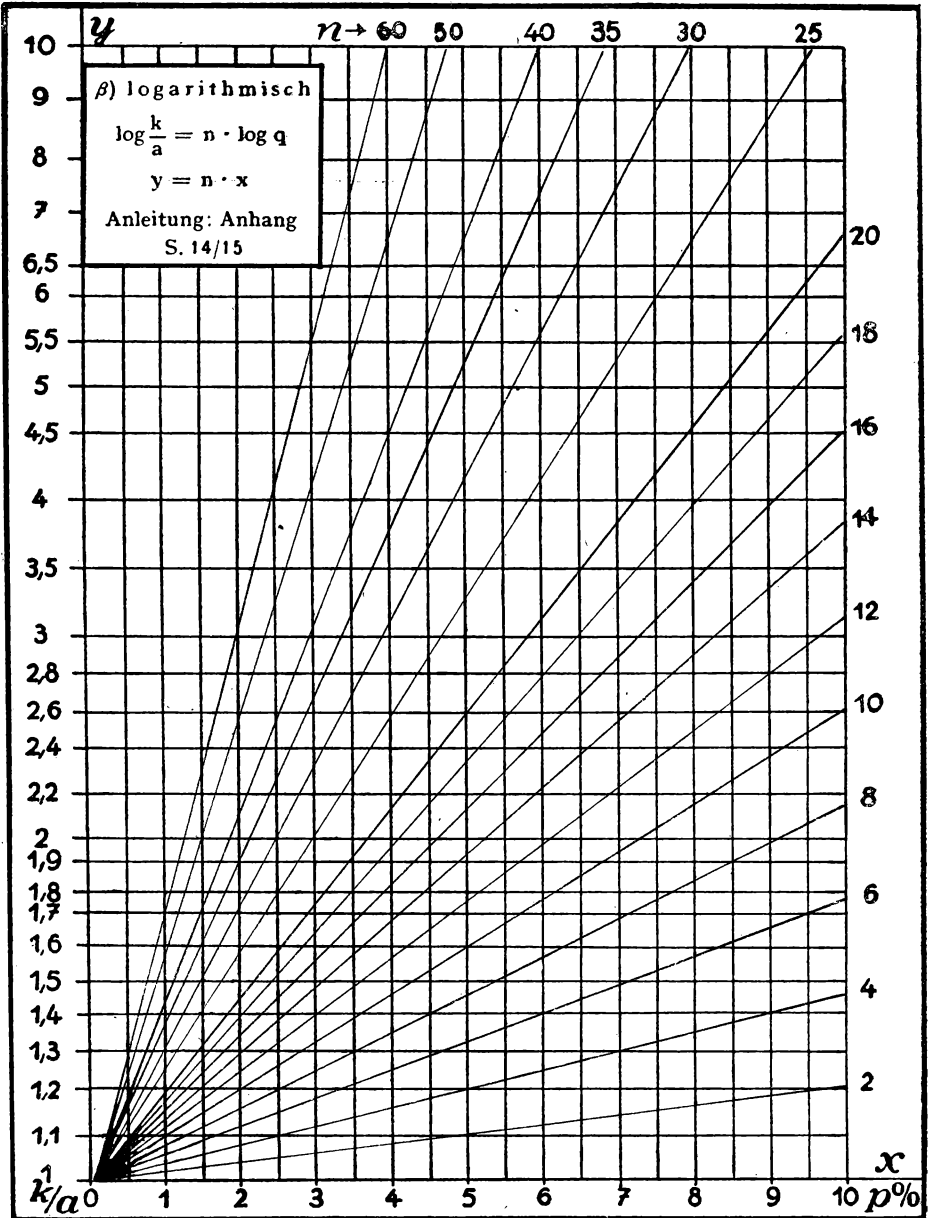
für 16 verschiedene Zinsfüße.

| n | $\frac{1}{2}\%$ | 1% | $1\frac{1}{2}\%$ | 2% | $2\frac{1}{2}\%$ | 3% | $3\frac{1}{2}\%$ | 4% |
|-----|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1 | 1,005 | 1,01 | 1,015 | 1,02 | 1,025 | 1,03 | 1,035 | 1,04 |
| 2 | 1,010 ₀₈ | 1,020 ₁₀ | 1,030 ₂₃ | 1,040 ₄₀ | 1,050 ₆₃ | 1,060 ₉₀ | 1,071 ₂₃ | 1,081 ₆₀ |
| 3 | 1,015 ₀₈ | 1,030 ₃₀ | 1,045 ₆₆ | 1,061 ₂₁ | 1,076 ₆₉ | 1,092 ₇₃ | 1,108 ₇ | 1,124 ₉ |
| 4 | 1,020 ₁₆ | 1,040 ₆₀ | 1,061 ₃₆ | 1,082 ₄₃ | 1,103 ₈ | 1,125 ₅ | 1,147 ₅ | 1,169 ₉ |
| 5 | 1,025 ₂₅ | 1,051 ₀₁ | 1,077 ₂₈ | 1,104 ₁ | 1,131 ₄ | 1,159 ₃ | 1,187 ₇ | 1,216 ₇ |
| 6 | 1,030 ₃₈ | 1,061 ₅₂ | 1,093 ₄₄ | 1,126 ₂ | 1,159 ₇ | 1,194 ₁ | 1,229 ₃ | 1,265 ₃ |
| 7 | 1,035 ₅₃ | 1,072 ₁₄ | 1,109 ₈ | 1,148 ₇ | 1,188 ₇ | 1,229 ₉ | 1,272 ₃ | 1,315 ₉ |
| 8 | 1,040 ₇₁ | 1,082 ₆₆ | 1,126 ₅ | 1,171 ₇ | 1,218 ₄ | 1,266 ₈ | 1,316 ₈ | 1,368 ₆ |
| 9 | 1,045 ₉₁ | 1,093 ₆₉ | 1,143 ₄ | 1,195 ₁ | 1,248 ₉ | 1,304 ₈ | 1,362 ₉ | 1,423 ₃ |
| 10 | 1,051 ₁₄ | 1,104 ₆ | 1,160 ₅ | 1,219 ₀ | 1,280 ₁ | 1,343 ₉ | 1,410 ₆ | 1,480 ₂ |
| 11 | 1,056 ₄₀ | 1,115 ₇ | 1,177 ₉ | 1,243 ₄ | 1,312 ₁ | 1,384 ₂ | 1,460 ₀ | 1,539 ₅ |
| 12 | 1,061 ₆₈ | 1,126 ₈ | 1,195 ₆ | 1,268 ₂ | 1,344 ₉ | 1,425 ₈ | 1,511 ₁ | 1,601 ₀ |
| 13 | 1,066 ₉₈ | 1,138 ₁ | 1,213 ₆ | 1,293 ₆ | 1,378 ₅ | 1,468 ₅ | 1,564 ₀ | 1,665 ₁ |
| 14 | 1,072 ₃₂ | 1,149 ₅ | 1,231 ₈ | 1,319 ₅ | 1,413 ₀ | 1,512 ₆ | 1,618 ₇ | 1,731 ₇ |
| 15 | 1,077 ₆₈ | 1,161 ₀ | 1,250 ₂ | 1,345 ₉ | 1,448 ₃ | 1,558 ₀ | 1,675 ₃ | 1,800 ₉ |
| 16 | 1,083 ₀₇ | 1,172 ₆ | 1,269 ₀ | 1,372 ₈ | 1,484 ₅ | 1,604 ₇ | 1,734 ₀ | 1,873 ₀ |
| 17 | 1,088 ₄₉ | 1,184 ₃ | 1,288 ₀ | 1,400 ₂ | 1,521 ₆ | 1,652 ₅ | 1,794 ₇ | 1,947 ₆ |
| 18 | 1,093 ₉₃ | 1,190 ₁ | 1,307 ₃ | 1,428 ₂ | 1,559 ₇ | 1,702 ₄ | 1,857 ₅ | 2,026 |
| 19 | 1,099 ₄₀ | 1,208 ₁ | 1,327 ₀ | 1,456 ₉ | 1,598 ₇ | 1,753 ₅ | 1,922 ₅ | 2,107 |
| 20 | 1,104 ₉ | 1,220 ₂ | 1,346 ₉ | 1,485 ₉ | 1,638 ₈ | 1,806 ₁ | 1,989 ₈ | 2,191 |
| 21 | 1,110 ₄ | 1,232 ₄ | 1,367 ₁ | 1,515 ₇ | 1,679 ₆ | 1,860 ₃ | 2,059 | 2,279 |
| 22 | 1,116 ₀ | 1,244 ₇ | 1,387 ₆ | 1,546 ₀ | 1,721 ₆ | 1,916 ₁ | 2,132 | 2,370 |
| 23 | 1,121 ₆ | 1,257 ₂ | 1,408 ₄ | 1,576 ₉ | 1,764 ₈ | 1,973 ₆ | 2,206 | 2,465 |
| 24 | 1,127 ₂ | 1,269 ₇ | 1,429 ₅ | 1,608 ₄ | 1,808 ₇ | 2,033 | 2,283 | 2,563 |
| 25 | 1,132 ₈ | 1,282 ₄ | 1,450 ₉ | 1,640 ₆ | 1,853 ₉ | 2,094 | 2,363 | 2,666 |
| 30 | 1,161 ₄ | 1,347 ₈ | 1,563 ₁ | 1,811 ₄ | 2,098 | 2,427 | 2,807 | 3,243 |
| 35 | 1,190 ₇ | 1,416 ₆ | 1,683 ₀ | 1,999 ₉ | 2,373 | 2,814 | 3,334 | 3,946 |
| 40 | 1,220 ₈ | 1,488 ₉ | 1,814 ₀ | 2,208 | 2,685 | 3,262 | 3,959 | 4,801 |
| 45 | 1,251 ₆ | 1,564 ₃ | 1,954 ₂ | 2,438 | 3,038 | 3,782 | 4,702 | 5,841 |
| 50 | 1,283 ₂ | 1,644 ₆ | 2,105 | 2,692 | 3,437 | 4,384 | 5,585 | 7,107 |
| 55 | 1,315 ₆ | 1,728 ₅ | 2,268 | 2,972 | 3,889 | 5,082 | 6,633 | 8,646 |
| 60 | 1,348 ₉ | 1,816 ₇ | 2,443 | 3,281 | 4,400 | 5,892 | 7,878 | 10,52 ₉ |
| 65 | 1,382 ₉ | 1,909 ₄ | 2,632 | 3,623 | 4,978 | 6,830 | 9,357 | 12,80 |
| 70 | 1,417 ₈ | 2,007 | 2,835 | 4,000 | 5,632 | 7,918 | 11,11 | 15,57 |
| 75 | 1,453 ₆ | 2,109 | 3,055 | 4,416 | 6,372 | 9,179 | 13,20 | 18,95 |
| 80 | 1,490 ₃ | 2,217 | 3,291 | 4,875 | 7,210 | 10,64 ₁ | 15,68 | 23,05 |
| 85 | 1,528 ₀ | 2,330 | 3,545 | 5,383 | 8,157 | 12,34 | 18,62 | 28,04 |
| 90 | 1,566 ₆ | 2,449 | 3,819 | 5,943 | 9,229 | 14,30 | 22,11 | 34,12 |
| 95 | 1,606 ₁ | 2,574 | 4,114 | 6,562 | 10,44 ₂ | 16,58 | 26,26 | 41,51 |
| 100 | 1,646 ₇ | 2,705 | 4,432 | 7,245 | 11,81 | 19,22 | 31,19 | 50,50 |

$$q^n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n, \text{ wo } \begin{cases} n \text{ die Anzahl der Zeiteinheiten (Jahre, Quartale,} \\ \text{Monate), in denen Zinszuschlag erfolgt.} \\ p \text{ der auf diese Einheit bezogene Zinsfuß.} \end{cases}$$

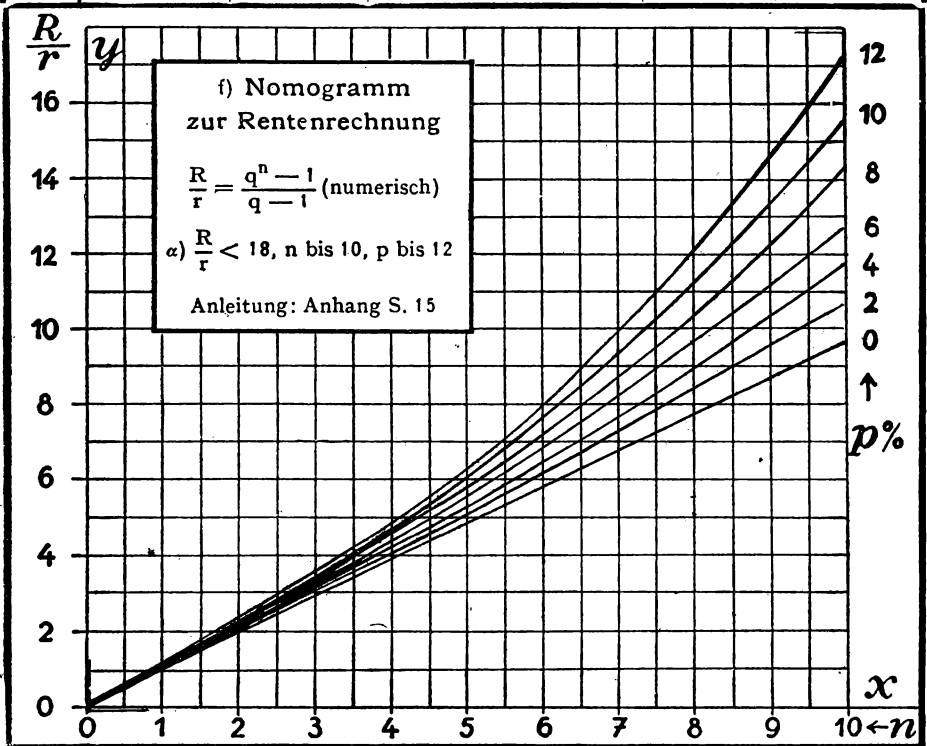
| $4\frac{1}{2}\%$ | 5% | $5\frac{1}{2}\%$ | 6% | $6\frac{1}{2}\%$ | 7% | $7\frac{1}{2}\%$ | 8% | n |
|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----|
| 1,045 | 1,05 | 1,055 | 1,06 | 1,065 | 1,07 | 1,075 | 1,08 | 1 |
| 1,092 ₀₈ | 1,102 ₅ | 1,113 ₀ | 1,123 ₈ | 1,134 ₂ | 1,144 ₉ | 1,155 ₆ | 1,166 ₄ | 2 |
| 1,141 ₂ | 1,157 ₆ | 1,174 ₂ | 1,191 ₀ | 1,207 ₉ | 1,225 ₀ | 1,242 ₂ | 1,259 ₇ | 3 |
| 1,192 ₅ | 1,215 ₅ | 1,238 ₈ | 1,262 ₅ | 1,286 ₅ | 1,310 ₈ | 1,335 ₅ | 1,360 ₅ | 4 |
| 1,246 ₂ | 1,276 ₃ | 1,307 ₀ | 1,338 ₂ | 1,370 ₁ | 1,402 ₆ | 1,435 ₆ | 1,469 ₈ | 5 |
| 1,302 ₃ | 1,340 ₁ | 1,378 ₈ | 1,418 ₅ | 1,459 ₁ | 1,500 ₀ | 1,543 ₃ | 1,586 ₉ | 6 |
| 1,360 ₉ | 1,407 ₁ | 1,454 ₇ | 1,503 ₅ | 1,554 ₀ | 1,605 ₈ | 1,659 ₀ | 1,713 ₈ | 7 |
| 1,422 ₁ | 1,477 ₅ | 1,534 ₇ | 1,593 ₈ | 1,655 ₀ | 1,718 ₂ | 1,783 ₅ | 1,850 ₉ | 8 |
| 1,486 ₁ | 1,551 ₃ | 1,619 ₁ | 1,689 ₅ | 1,762 ₆ | 1,838 ₅ | 1,917 ₂ | 1,999 ₀ | 9 |
| 1,553 ₀ | 1,628 ₉ | 1,708 ₁ | 1,790 ₈ | 1,877 ₁ | 1,967 ₂ | 2,061 ₀ | 2,159 ₀ | 10 |
| 1,622 ₉ | 1,710 ₈ | 1,802 ₁ | 1,898 ₃ | 1,999 ₂ | 2,105 ₀ | 2,216 ₀ | 2,332 ₀ | 11 |
| 1,695 ₉ | 1,795 ₉ | 1,901 ₂ | 2,012 ₀ | 2,129 ₂ | 2,252 ₀ | 2,382 ₀ | 2,518 ₀ | 12 |
| 1,772 ₂ | 1,885 ₆ | 2,006 ₀ | 2,133 ₀ | 2,267 ₀ | 2,410 ₀ | 2,560 ₀ | 2,720 ₀ | 13 |
| 1,851 ₉ | 1,979 ₉ | 2,116 ₀ | 2,261 ₀ | 2,415 ₀ | 2,579 ₀ | 2,752 ₀ | 2,937 ₀ | 14 |
| 1,935 ₃ | 2,079 ₀ | 2,232 ₀ | 2,397 ₀ | 2,572 ₀ | 2,759 ₀ | 2,959 ₀ | 3,172 ₀ | 15 |
| 2,022 ₀ | 2,183 ₀ | 2,355 ₀ | 2,540 ₀ | 2,739 ₀ | 2,952 ₀ | 3,181 ₀ | 3,426 ₀ | 16 |
| 2,113 ₀ | 2,292 ₀ | 2,485 ₀ | 2,693 ₀ | 2,917 ₀ | 3,159 ₀ | 3,419 ₀ | 3,700 ₀ | 17 |
| 2,208 ₀ | 2,407 ₀ | 2,621 ₀ | 2,854 ₀ | 3,107 ₀ | 3,380 ₀ | 3,676 ₀ | 3,996 ₀ | 18 |
| 2,308 ₀ | 2,527 ₀ | 2,766 ₀ | 3,026 ₀ | 3,309 ₀ | 3,617 ₀ | 3,951 ₀ | 4,316 ₀ | 19 |
| 2,412 ₀ | 2,653 ₀ | 2,918 ₀ | 3,207 ₀ | 3,524 ₀ | 3,870 ₀ | 4,248 ₀ | 4,661 ₀ | 20 |
| 2,520 ₀ | 2,786 ₀ | 3,078 ₀ | 3,400 ₀ | 3,753 ₀ | 4,141 ₀ | 4,566 ₀ | 5,034 ₀ | 21 |
| 2,634 ₀ | 2,925 ₀ | 3,248 ₀ | 3,604 ₀ | 3,997 ₀ | 4,430 ₀ | 4,909 ₀ | 5,437 ₀ | 22 |
| 2,752 ₀ | 3,072 ₀ | 3,426 ₀ | 3,820 ₀ | 4,256 ₀ | 4,741 ₀ | 5,277 ₀ | 5,871 ₀ | 23 |
| 2,876 ₀ | 3,225 ₀ | 3,615 ₀ | 4,049 ₀ | 4,533 ₀ | 5,072 ₀ | 5,673 ₀ | 6,341 ₀ | 24 |
| 3,005 ₀ | 3,386 ₀ | 3,813 ₀ | 4,292 ₀ | 4,828 ₀ | 5,427 ₀ | 6,098 ₀ | 6,848 ₀ | 25 |
| 3,745 ₀ | 4,322 ₀ | 4,984 ₀ | 5,743 ₀ | 6,614 ₀ | 7,612 ₀ | 8,755 ₀ | 10,06 ₃ | 30 |
| 4,667 ₀ | 5,516 ₀ | 6,514 ₀ | 7,686 ₀ | 9,062 ₀ | 10,67 ₇ | 12,57 ₀ | 14,79 ₀ | 35 |
| 5,816 ₀ | 7,040 ₀ | 8,513 ₀ | 10,28 ₆ | 12,42 ₀ | 14,97 ₀ | 18,04 ₀ | 21,72 ₀ | 40 |
| 7,248 ₀ | 8,985 ₀ | 11,13 ₀ | 13,76 ₀ | 17,01 ₀ | 21,00 ₀ | 25,90 ₀ | 31,92 ₀ | 45 |
| 9,033 ₀ | 11,47 ₀ | 14,54 ₀ | 18,42 ₀ | 23,31 ₀ | 29,46 ₀ | 37,19 ₀ | 46,90 ₀ | 50 |
| 11,26 ₀ | 14,64 ₀ | 19,01 ₀ | 24,65 ₀ | 31,93 ₀ | 41,32 ₀ | 53,39 ₀ | 68,91 ₀ | 55 |
| 14,03 ₀ | 18,68 ₀ | 24,84 ₀ | 32,99 ₀ | 43,75 ₀ | 57,95 ₀ | 76,65 ₀ | 101,3 ₀ | 60 |
| 17,48 ₀ | 23,84 ₀ | 32,46 ₀ | 44,14 ₀ | 59,94 ₀ | 81,27 ₀ | 110,0 ₀ | 148,8 ₀ | 65 |
| 21,78 ₀ | 30,43 ₀ | 42,43 ₀ | 59,08 ₀ | 82,12 ₀ | 114,0 ₀ | 158,0 ₀ | 218,6 ₀ | 70 |
| 27,15 ₀ | 38,83 ₀ | 55,45 ₀ | 79,06 ₀ | 112,5 ₀ | 159,9 ₀ | 226,8 ₀ | 321,2 ₀ | 75 |
| 33,83 ₀ | 49,56 ₀ | 72,48 ₀ | 105,8 ₀ | 154,2 ₀ | 224,2 ₀ | 325,6 ₀ | 472,0 ₀ | 80 |
| 42,16 ₀ | 63,25 ₀ | 94,72 ₀ | 141,6 ₀ | 211,2 ₀ | 314,5 ₀ | 467,4 ₀ | 693,5 ₀ | 85 |
| 52,54 ₀ | 80,73 ₀ | 123,8 ₀ | 189,5 ₀ | 289,4 ₀ | 441,1 ₀ | 671,1 ₀ | 1019 ₀ | 90 |
| 65,47 ₀ | 103,0 ₀ | 161,8 ₀ | 253,5 ₀ | 396,5 ₀ | 618,7 ₀ | 963,4 ₀ | 1497 ₀ | 95 |
| 81,59 ₀ | 131,5 ₀ | 211,5 ₀ | 339,3 ₀ | 543,2 ₀ | 867,7 ₀ | 1383 ₀ | 2200 ₀ | 100 |

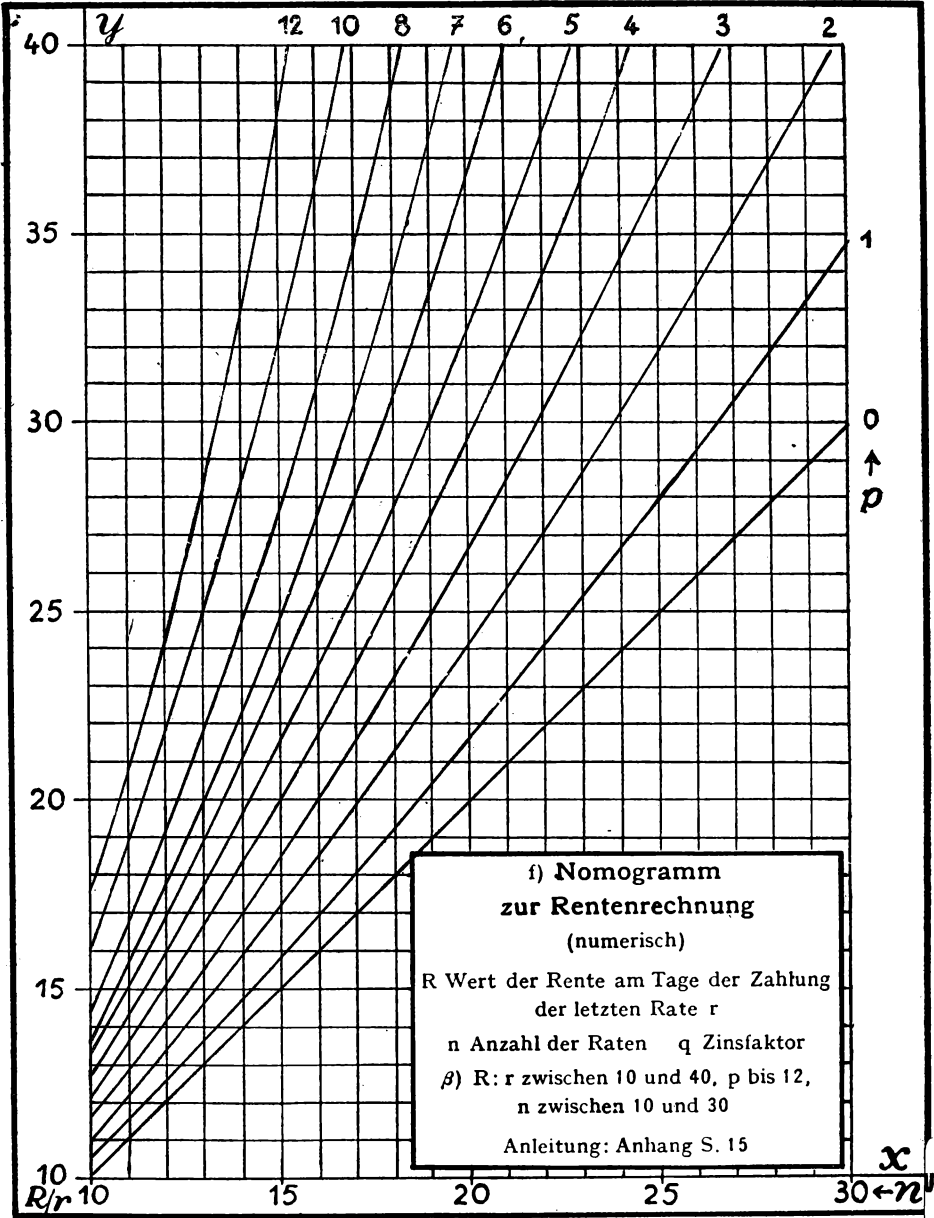




e) Die nebenstehenden Logarithmen des Verzinsungsfaktors für die gebräuchlichsten Zinsfüße.

| "/n | 0 | 1/4 | 1/3 | 1/2 | 2/3 | 3/4 |
|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0 | 0,0000 000 | 0,0010 844 | 0,0014 452 | 0,0021 661 | 0,0028 857 | 0,0032 451 |
| 1 | 0,0043 214 | 0,0053 950 | 0,0057 523 | 0,0064 660 | 0,0071 786 | 0,0075 344 |
| 2 | 0,0086 002 | 0,0096 633 | 0,0100 171 | 0,0107 239 | 0,0114 295 | 0,0117 818 |
| 3 | 0,0128 372 | 0,0138 901 | 0,0142 404 | 0,0149 403 | 0,0156 391 | 0,0159 881 |
| 4 | 0,0170 333 | 0,0180 761 | 0,0184 231 | 0,0191 163 | 0,0198 084 | 0,0201 540 |
| 5 | 0,0211 893 | 0,0222 221 | 0,0225 658 | 0,0232 525 | 0,0239 380 | 0,0242 804 |
| 6 | 0,0253 059 | 0,0263 289 | 0,0266 694 | 0,0273 496 | 0,0280 287 | 0,0283 679 |
| 7 | 0,0293 838 | 0,0303 973 | 0,0307 346 | 0,0314 085 | 0,0320 813 | 0,0324 173 |
| 8 | 0,0334 238 | 0,0344 279 | 0,0347 621 | 0,0354 297 | 0,0360 963 | 0,0364 293 |
| 9 | 0,0374 265 | 0,0384 214 | 0,0387 526 | 0,0394 141 | 0,0400 746 | 0,0404 045 |





g) Deutsche Münz- und Währungstafel.

| Land und Münze | Metal | Rauhgewicht in g | Feingehalt in ‰ | Feingewicht in g | Nennwert in RM | Wert in ‰ Gold | Wert in ‰ Silber | Bemerkungen |
|----------------------------|-------|--------------------------------|-----------------|--|----------------|----------------|------------------|---|
| Deutsches Reich | | | | | | | | |
| 1 Doppelkrone | G. | 7,96495 | 900 | 7,16846 | 20,00 | 20,00 | 200,00 | Die Reichsbank kauft 1 kg G. zu 2784 RM und prägt daraus 279 Kron. (nicht im Umlauf). |
| 1 Krone | G. | 3,98248 | 900 | 3,58423 | 10,00 | 10,00 | 100,00 | |
| 5 Reichsmark | S. | 13 ³ / ₈ | 900 | 12,5 | 5,00 | 0,50 | 5,00 | } Rel. 1 : 6,975 |
| 2 Reichsmark | S. | 8 | 625 | 5 | 2,00 | 0,20 | 2,00 | |
| 1 Reichsmark | N. | 4,8 | 1000 | 4,8 | 1,00 | — | — | |
| 50 Reichspfennig | N. | 3,5 | 1000 | 3,5 | 0,50 | — | — | } Anfang 1936 kostet: 1 g G. 2,784 RM 1 g S. 3,563 Rpf |
| 10 Reichspfennig | Br. | 4 | 915 | } 85 ⁰ / ₁₀₀ Aluminium | 0,10 | — | — | |
| 5 Reichspfennig | Br. | 2 ¹ / ₂ | K | | | | | |
| 2 Reichspfennig | K. | 3 ¹ / ₂ | 950 | } 40 ⁰ / ₁₀₀ Zinn | 0,02 | — | — | |
| 1 Reichspfennig | K. | 2 | K | | | | | |

h) Geschichtliche Münzen und Geldwerte.

| | | | |
|---|-------------------|---|--------------------|
| Ägina. S. W. | RM | Byanz. | RM |
| 1 Silbertalent (37,2kg) = 6 Minen (6,2 kg) | 6522 | 1 Pfund fein Gold = 327,6 g | 913,60 |
| 1 Silberstater (12,4 g) = 2 Drachmen = 4 Triobolon = 12 Obolen | 2,17 | 1 Solidus (G) = ¹ / ₂ Pfund = 3 Triens | 12,69 |
| Attika. S. W. | | 1 Miliarens (S) = ¹ / ₁₀₀₀ Pfund | 0,91 |
| 1 euböisches Talent (26,25 kg S) = 60 Minen à 100 Drachmen | 4710 | 1 Denar um 300 n. Chr. | 0,02 ₅ |
| 1 Goldstater | 36 | 1 Denar um 600 n. Chr. | 0,00 ₂₅ |
| 1 phokäischer <i>στάνηρ</i> (16,5 g) sog. Kyzikener | 46 | Frankreich um 800 n. Chr. | |
| 1 χαλκοῦς | 0,01 ₅ | 1 Pfund S. (370) g = 20 Solidi à 12 Deniers | 66,60 |
| Babylonien und Medien. | | Deutschland. | Jahr |
| 1 babylon. Talent = 70 eub. Minen | 5820 | Die Kölner Mark G. od. S = 233,9 g | 1900 |
| 1 Goldtalent = 3000 Dareikos | 68100 | Der Pfennig (0,5—1 g S.) = Denar | 1100 |
| 1 Stater Dareikos (8,4 g) | 22,69 | Brakteaten = Schüsselpfennige | 1200 |
| 1 Silberstater (11 g) | 2 | 240 und mehr auf 1 Köln. Mark S. | |
| 1 medische Siglos (Sekl d. Juden) | 0,97 | 1 Prager Groschen (Silberschill.) = 12 Pfennigen (Denaren) je 0,94 g S. | 1300 |
| Rom. Vor 270 v. Ch. (K. W.): | | 1 G.-Gulden = 15 Batzen (S.) | 1450 |
| 1 As = 2 Semis = 4 Quadrans = 6 Sestans = 11 Uncia | 0,48 | je 4 Kreuzer (ca. 10 RM) | |
| Später (S. W.): | | Der Joachimstaler Silbergulden (erster Taler) = 4,77 RM | 1520 |
| 1 Denar $\frac{v}{A}$ = 2 Quinar (V) = 4 Sesterzien (HS) = 10 reduzierten Assen | 0,82 | 1 Dukaten = 3,4 g G. = 9,60 RM . | 1559 |
| 16 v. Chr. (G. W.): | | 1 Friedrichsdor = 5 Tal. = 16,93 RM | 1750 |
| 1 Caesar aurens = 25 Denare = 100 Sesterzien | 21,75 | 1 Taler (Reichstaler, Guldentaler, Taler Kurant): | |
| | | = 24 Silbergroschen zu 12 Pf. (Karl V.) | |
| | | = 24 Gutegroschen zu 12 Pf. (Hannover) | |
| | | = 30 Silbergroschen zu 22 Pf. (Preußen) | |
| | | = 30 Neugroschen zu 10 Pf. (Sachsen) | |
| | | = 45 Mariengroschen zu 8 Pf. | |
| | | = 72 Grote zu 5 Pf. = 60 Stüber | |

TAFEL VII.**VERSCHIEDENES**

| | |
|--|--------|
| A. Astronomie | S. 94 |
| a) Die Sonne | S. 94 |
| b) Die Planeten | S. 94 |
| c) Die Erde | S. 94 |
| d) Mond | S. 95 |
| e) Trabanten anderer Planeten | S. 95 |
| f) Die hellsten Fixsterne und ihre Örter | S. 95 |
| g) Immerwährende Ephemeriden der Sonne | S. 96 |
| h) Bemerkungen zu Tafel g | S. 98 |
| i) Verwandlung der Zeiten | S. 98 |
| k) Schaubilder der Sonnendeklination und der Zeitgleichung | S. 99 |
| l) Geographische Längen und Breiten wichtiger Orte | S. 99 |
| B. Tafeln zur Geschichte der Mathematik | S. 100 |
| C. Maße und Gewichte | S. 102 |

A) Astronomische Tabellen.

a) Die Sonne ☉

(E bedeutet den entsprechenden Wert der Erde)

| | | |
|------------------------------------|--|---|
| Durchmesser: 1390678 km = 109 E | Entfernung: 149,5 Mill. km ± 2,5 Mill. km | Eigenbewegung: 20,6 km/sec zum Apex: α 275°, δ 35° |
| Oberfläche: 11885 E | scheinb. Größe: $32' \pm 32''$ | Fleckenperiode: $11\frac{1}{8}$ Jahr |
| Volumen: 1295700 E | Parallaxe: 8,80'' | Max.d.Fl.: 1928,7.Min.1935,8 |
| Masse: 333432 E | Abplattung: 0. | Temp. d. Oberfl.: ca. 5900° C |
| Dichte: 0,25E(aufWasser1,4) | Rotation: 25 bis 27 d | Leuchtkraft: ca 100000 Lux |
| Schwerk.(a.d.Oberfl.): 27,5 E | Neig.d.Achsez.Ekliptik: 83°3' | Solarconst.: 1,9 cal/cm ² /min |

b) Die Planeten.

| Name und Zeichen | Mittl. Entfern. | | Umlauf | | | Bahn | | Rotation | |
|------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------------------|-------|--------------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|
| | von der Sonne in E | in 10 ⁶ km | Dauer (siderisch) i. mittl. Tag | in J. | mittl. Geschw. i. km/sec | num. Ex- zentriz. | Neigung zur Ekliptik | Dauer in d und h | Schiefe d. Achse |
| Merkur ☿ | 0,3871 | 58 | 87,969 | 0,24 | 49,1 | 0,2056 | 7° 0' 11'' | 88d ? | ? |
| Venus ♀ | 0,7233 | 108 | 224,701 | 0,62 | 35,9 | 0,0068 | 3° 23' 37'' | 225d ? | ? |
| Erde ♁ | 1,0000 | 150 | 365,256 | 1,00 | 30,6 | 0,0167 | 0° 0' 0'' | 23h 56m 4s | 23° 27' |
| Mars ♂ | 1,5237 | 228 | 686,980 | 1,88 | 24,8 | 0,0933 | 1° 51' 1'' | 24h 37m 23s | 24° 52' |
| Jupiter ♃ | 5,2026 | 778 | 4332,59 | 12 | 13,3 | 0,0484 | 1° 18' 31'' | 9h 55m | 3° 6' |
| Saturn ♄ | 9,5547 | 1428 | 10759,23 | 29½ | 9,9 | 0,0558 | 2° 29' 33'' | 10h 14m | 27° 0' |
| Uranus ♅ | 19,2181 | 2873 | 30688,45 | 84 | 7,0 | 0,0463 | 0° 46' 21'' | 11h ? | ? |
| Neptun ♆ | 30,1096 | 4501 | 60181,3 | 164¾ | 5,6 | 0,0090 | 1° 46' 45'' | ? | ? |

| | Äquatordurchmesser | | Vo- lumen in E | Dichte bez. auf Wasser | Masse | | Schwere anf Äquator in E | Ab- plat- tung | Be- schleunig. gegen d. ☉ i. mm/sec | Albe- do | |
|---|--------------------|--------------------------|----------------------|------------------------------|------------------|--------------------|-----------------------------------|----------------------|--|-------------|------|
| | wahrer in km | scheinb. in E Max. | | | bezogen auf E | in Teilen der ☉ | | | | | |
| ♀ | 4700 | 0,37 | 13'' | 0,05 | 5,8 | 0,06 | 6000000 | 0,41 | 0 | 39,394 | 0,07 |
| ♁ | 12300 | 0,97 | 58'' | 0,84 | 4,9 | 0,82 | 408000 | 0,88 | 0 | 11,284 | 0,59 |
| ♂ | 12756 | 1 | — | 1 | 5,6 | 1,00 | 333432 | 1 | 1:293 | 5,904 | 0,45 |
| ♃ | 6900 | 0,54 | 26'' | 0,15 | 4,0 | 0,11 | 3093500 | 0,37 | 1:200 | 2,544 | 0,15 |
| ♃ | 142000 | 11,14 | 51'' | 1357,4 | 1,3 | 318,36 | 1047 | 2,53 | 1:17 | 0,216 | 0,56 |
| ♄ | 120000 | 9,4 | 21'' | 738,3 | 0,7 | 95,22 | 3502 | 1,06 | 1:10 | 0,063 | 0,63 |
| ♅ | 50700 | 4,0 | 5'' | 101,9 | 1,3 | 14,58 | 22869 | 0,92 | ? | 0,009 | 0,63 |
| ♆ | 54400 | 4,3 | 3'' | 81,9 | 1,1 | 17,26 | 19314 | 0,95 | ? | 0,005 | 0,73 |

c) Die Erde ♁

| | |
|---|--|
| <p>Äquatorradius: 6 378 388 m ± 53 m (Clarke) Polradius: 6 356 909 m ± 108 m (Hayford) Mittl. Radius: 6 370 260 m Oberfläche: 510 Mill. km² Volumen: 1,082730 Bill. km³ Gewicht: 5980 Trillionen t</p> | <p>Präzess. d. Äquinoktien: 50,259'' i. trop. Jahr Zeitäquivalent d. Präzession: 20 m 23,5 s Periode der Präzession: 25700 J. (platon. J.) ϵ Schiefe der Ekliptik 1930,0: 23° 26' 54,21'' Abnahme von ϵ im Jahr: 0,46845'' Aberrationskonstante (jährliche): 20,4''</p> |
|---|--|

d) Der Mond (

| | | | |
|---------------------------------|---|--|-----------------------------------|
| Mittl. Entf. v. Erdmittelpunkt: | 60,267 Erdrad. = 384 394 km | Mittl. Uml.-Geschw. 1,023 km/sec | Volumen = 0,0203 E |
| Max. Entf. | 407 138 km | Exzentrizität = 0,054 901 | Masse = 0,0123 E |
| Min. Entf. | 356 670 km | Rotation 27 ^d 7 ^h 43 ^m 11,55 ^s | Dichte = 0,615 E = 3,38 |
| Mittl. Parallaxe | 57' 2,7" | Abplattung 0 | Schwerkr(Oberfl.) = 165,30 cm/sec |
| Sid. Umlauf | 27 ^d 7 ^h 43 ^m 11,55 ^s | Neig. d. Achseg. Bahn: 83° 20' ± 9' | Beschl. g. d. Erde = 2,7 mm/sec |
| Trop. Uml. | 27 ^d 7 ^h 43 ^m 4,78 ^s | „ d. B.g. Ekliptik: 5° 8' 43" ± 8,7" | Leuchtkr.: 1NK/2 m, O: 465 000 |
| Synod. Uml. | 29 ^d 12 ^h 44 ^m 2,68 ^s | Durchmesser: 0,272 957 Erdäq.- | Albedo: 0,13 |
| | | Durchm. = 3476 km = 31' 6" | Temperat.: +100° bis -200°C. |

e) Einige Trabanten der anderen Planeten.

| Trabant | Durchm. in ca. km | Sid. Umlaufzeit in d | halbe gr. Achse in Rad. d. Pl. | Exzentrizität | Neigung d. Bahn | Trabant | Durchm. in ca. km | Sid. Umlaufzeit in d | halbe gr. Achse in Rad. d. Pl. | Exzentrizität | Neigung d. Bahn |
|---------------|-------------------|----------------------|--------------------------------|---------------|-----------------|-------------|-------------------|----------------------|--------------------------------|---------------|-----------------|
| ♃ (2) Phobos | 10 | 0,319 | 2,77 | 0,022 | 27° 29' | ♃ (9) 1. Jo | 4000 | 1,769 | 5,91 | 0,000 | 2° 20' |
| Deimos | 10 | 1,262 | 6,95 | 0,003 | 27° 24' | 2. Europa | 3300 | 3,551 | 9,40 | 0,000 | 2° 8' |
| ♃ (10) Titan | 4400 | 15,945 | 20,22 | 0,029 | 27° 40' | 3. Ganymed | 5700 | 7,155 | 14,99 | 0,001 | 1° 39' |
| ♃ (4) Titania | 1000 r. | 8,706 | 17,63 | 0,001 | 98° 2' | 4. Callisto | 5400 | 16,689 | 26,36 | 0,007 | 2° 0' |
| ♃ (1) Triton | 3600 r. | 5,877 | 13,33 | 0,007 | 142° 40' | 9. — | 25 745 rückl. | 330 | 0,25 | | 158° |

f) Die hellsten Fixsterne und ihre Örter.

| Stern | Sternbild | Größe | Parallaxe | Radialgeschw. | Rektaszension | | | | Deklination | | jährliche Änder. | |
|------------|----------------|---------|-----------|---------------|--------------------|----|---------------|-------|--------------------|------|------------------|------|
| | | | | | 1939, ₀ | | jährl. Änder. | | 1939, ₀ | | | |
| Sirius | α gr. Hund | —1,58 | 0,37 | km | h | m | s | s | ° | ' | S | 0,03 |
| Canopus | α Schiff Argo | —0,86 | 0,01 | + 8 | 6 | 42 | 28 | + 2,6 | S 16 | 37,9 | S | 0,03 |
| Toliman | α Centaur | 0,06 | 0,75 | + 21 | 6 | 22 | 36 | + 1,3 | S 52 | 39,7 | S | 0,03 |
| Wega | α Leyer | 0,06 | 0,75 | — 22 | 14 | 35 | 27 | + 4,1 | S 60 | 35,2 | S | 0,25 |
| Capella | α Fuhrmann | 0,21 | 0,08 | — 14 | 18 | 34 | 52 | + 2,0 | N 38 | 43,5 | N | 0,06 |
| | | | | + 30 | 5 | 12 | 11 | + 4,4 | N 45 | 56,3 | N | 0,06 |
| Arktur | α Stiertreiber | 0,24 | 0,07 | — 4 | 14 | 12 | 53 | + 2,7 | N 19 | 30,0 | S | 0,31 |
| Rigel | β Orion | 0,34 | 0,02 | + 23 | 5 | 11 | 36 | + 2,9 | S 8 | 16,2 | N | 0,07 |
| Prokyon | α kl. Hund | 0,48 | 0,33 | — 4 | 7 | 36 | 7 | + 3,1 | N 5 | 23,0 | S | 0,15 |
| Ackernar | α Eridanus | 0,60 | 0,05 | ? | 1 | 35 | 27 | + 2,2 | S 57 | 32,8 | N | 0,31 |
| Agena | β Centaur | 0,86 | 0,04 | ? | 13 | 59 | 30 | + 4,2 | S 60 | 4,8 | S | 0,29 |
| Atair | α Adler | 0,89 | 0,23 | — 33 | 19 | 47 | 18 | + 2,9 | N 8 | 41,0 | N | 0,16 |
| Beteigeuze | α Orion | 0,9-1,4 | 0,03 | + 21 | 5 | 51 | 52 | + 3,2 | N 7 | 23,8 | N | 0,01 |
| Akrux | α Kreuz | 1,05 | 0,05 | + 7 | 12 | 23 | 11 | + 3,3 | S 62 | 42,7 | S | 0,33 |
| Aldebaran | α Stier | 1,06 | 0,11 | + 56 | 4 | 32 | 25 | + 3,4 | N 16 | 23,3 | N | 0,12 |
| Spica | α Jungfrau | 1,21 | 0,01 | + 2 | 13 | 21 | 59 | + 3,2 | S 10 | 50,6 | S | 0,31 |
| Pollux | β Zwillinge | 1,21 | 0,06 | + 4 | 7 | 41 | 2 | + 3,7 | N 28 | 10,5 | S | 0,14 |
| Antares | α Scorpion | 1,22 | 0,03 | (— 3) | 16 | 25 | 40 | + 3,7 | S 26 | 17,9 | S | 0,13 |
| Fomalhaut | α Fische | 1,29 | 0,14 | + 7 | 22 | 54 | 17 | + 3,3 | S 29 | 56,8 | N | 0,32 |
| Deneb | α Schwan | 1,33 | 0,00 | (— 4) | 20 | 39 | 21 | + 2,0 | N 45 | 3,7 | N | 0,21 |
| Regulus | α Löwe | 1,34 | 0,03 | — 9 | 10 | 5 | 7 | + 3,2 | N 12 | 16,0 | S | 0,29 |

Bem. 1) + Radialgeschw. bed. „von der Erde weg“.

„ 2) Parallaxe 1" = 1 Sternweite = 3,26 Lichtjahre = 31 Bill. km.

g) Die Ephemeriden der Sonne.

D=Datum. α =Rektaszension der mittleren Sonne. δ =Deklination der wahren Sonne. ζ =Zeitgleichung.
 d_{δ}^d und d_{δ}^h =tägliche und stündliche Änderung von δ . Die Tafel gilt für mittleren Greenwicher Mittag 1930.

| D | α | δ | d_{δ}^d | d_{δ}^h | ζ | D | α | δ | d_{δ}^d | d_{δ}^h | ζ |
|---------------------|----------|----------|----------------|----------------|---------|--------------------|----------|-----------|----------------|----------------|---------|
| | h m | ° | ' | " | m | | h m | ° | ' | " | m |
| I | 1 | 18 41,7 | S 23 2,7 | - 5,0 0,2 | + 3,5 | IV | 11 | 1 15,9 | N 8 9,0 | +22,0 0,9 | +1,2 |
| | 3 | 49,5 | 22 52,3 | 5,9 0,2 | 4,4 | | 13 | 23,8 | 52,9 | 21,7 0,9 | 0,7 |
| | 5 | 57,4 | 40,0 | 6,8 0,3 | 5,3 | | 15 | 31,7 | 9 36,2 | 21,4 0,9 | +0,1 |
| | 7 | 19 5,3 | 26,0 | 7,7 0,3 | 6,2 | | 17 | 39,6 | 10 18,9 | 21,1 0,9 | -0,3 |
| | 9 | 13,2 | 10,1 | 8,5 0,4 | 7,1 | | 19 | 47,5 | 11 0,9 | 20,8 0,9 | 0,8 |
| | 11 | 21,1 | 21 52,6 | 9,4 0,4 | 7,9 | | 21 | 55,3 | 42,2 | 20,4 0,8 | 1,2 |
| | 13 | 29,0 | 33,3 | 10,2 0,4 | 8,7 | | 23 | 2 3,2 | 12 22,8 | 19,9 0,8 | 1,6 |
| | 15 | 36,9 | 12,4 | 11,1 0,5 | 9,4 | | 25 | 11,1 | 13 2,5 | 19,5 0,8 | 2,0 |
| | 17 | 44,7 | 20 49,9 | 11,9 0,5 | 10,1 | | 27 | 19,0 | 41,4 | 19,1 0,8 | 2,4 |
| | 19 | 52,6 | 25,7 | 12,6 0,5 | 10,7 | | 29 | 26,9 | 14 19,4 | 18,6 0,8 | 2,7 |
| II | 21 | 20 0,5 | 0,1 | 13,4 0,8 | 11,3 | V | 1 | 34,8 | 56,4 | 18,1 0,8 | 2,9 |
| | 23 | 8,4 | 19 32,9 | 14,1 0,6 | 11,9 | | 3 | 42,7 | 15 32,4 | 17,7 0,7 | 3,2 |
| | 25 | 16,3 | 4,3 | 14,8 0,6 | 12,4 | | 5 | 50,5 | 16 7,5 | 17,1 0,7 | 3,4 |
| | 27 | 24,2 | 18 34,3 | 15,5 0,6 | 12,8 | | 7 | 58,4 | 41,4 | 16,5 0,7 | 3,5 |
| | 29 | 32,0 | 2,9 | 16,2 0,7 | 13,2 | | 9 | 3 6,3 | 17 14,2 | 16,0 0,7 | 3,7 |
| | 31 | 39,9 | 17 30,2 | 16,8 0,7 | 13,5 | | 11 | 14,2 | 45,9 | 15,4 0,6 | 3,8 |
| | 2 | 47,8 | 16 56,3 | 17,4 0,7 | 13,8 | | 13 | 22,1 | 18 16,3 | 14,8 0,6 | 3,8 |
| | 4 | 55,7 | 21,3 | 18,0 0,8 | 14,1 | | 15 | 30,0 | 45,6 | 14,1 0,6 | 3,8 |
| | 6 | 21 3,6 | 15 45,0 | 18,5 0,8 | 14,2 | | 17 | 37,8 | 19 13,6 | 13,5 0,6 | 3,8 |
| | 8 | 11,5 | 7,7 | 19,0 0,8 | 14,3 | | 19 | 45,7 | 40,3 | 12,8 0,5 | 3,7 |
| III | 10 | 19,4 | 14 29,4 | 19,5 0,8 | 14,4 | 21 | 53,6 | 20 5,6 | 12,2 0,5 | 3,6 | |
| | 12 | 27,2 | 13 50,2 | 20,0 0,8 | 14,4 | 23 | 4 1,5 | 29,6 | 11,5 0,5 | 3,5 | |
| | 14 | 35,7 | 10,0 | 20,4 0,9 | 14,3 | 25 | 9,4 | 52,2 | 10,8 0,4 | 3,3 | |
| | 16 | 43,0 | 12 29,0 | 20,8 0,9 | 14,2 | 27 | 17,3 | 21 13,1 | 10,0 0,4 | 3,1 | |
| | 18 | 50,9 | 11 47,2 | 21,2 0,9 | 14,1 | 29 | 25,2 | 33,1 | 9,3 0,4 | 2,9 | |
| | 20 | 58,8 | 4,6 | 21,6 0,9 | 13,9 | 31 | 33,0 | 51,3 | 8,5 0,4 | 2,6 | |
| | 22 | 22 6,7 | 10 21,3 | 21,9 0,9 | 13,7 | VI | 2 | 40,9 | 22 8,0 | 7,7 0,3 | 2,3 |
| | 24 | 14,6 | 9 37,4 | 22,2 0,9 | 13,4 | | 4 | 48,8 | 23,1 | 7,0 0,3 | 2,0 |
| | 26 | 22,4 | 8 52,9 | 22,5 0,9 | 13,1 | | 6 | 56,7 | 36,6 | 6,2 0,3 | 1,6 |
| | 28 | 30,3 | 7,9 | 22,7 0,9 | 12,8 | | 8 | 5 4,6 | 48,6 | 5,4 0,2 | 1,3 |
| 5 | 50,0 | 6 13,3 | 23,2 1,0 | 11,7 | 10 | | 12,5 | 59,0 | 4,6 0,2 | 0,9 | |
| 16 | 23 9,8 | 4 16,7 | 23,5 1,0 | 10,5 | 12 | | 20,4 | 23 7,8 | 3,7 0,2 | 0,5 | |
| 15 | 29,5 | 2 18,7 | 23,6 1,0 | 9,2 | 14 | | 28,2 | 14,9 | 2,9 0,1 | -0,1 | |
| 20 | 49,2 | S 0 20,3 | -23,8 1,0 | 7,7 | 16 | | 36,1 | 20,4 | 2,1 0,1 | +0,3 | |
| 8,5 ^b 21 | 52,6 | 0 0,0 | +23,6 1,0 | 7,5 | 18 | | 44,0 | 24,2 | 1,4 0,1 | 0,8 | |
| 25 | 0 8,9 | N 1 38,1 | 23,6 1,0 | 6,2 | 20 | | 51,9 | 26,4 | 0,5 0,0 | 1,2 | |
| 30 | 28,6 | 3 35,5 | 23,3 1,0 | 4,7 | 21 | 55,8 | 26,9 | + 0,1 0,0 | 1,4 | | |
| IV | 4 | 48,3 | 5 31,3 | 22,8 0,9 | 3,2 | 4 ^b 22 | 58,5 | 27,0 | - 0,2 0,0 | 1,6 | |
| | 9 | 1 8,0 | 7 24,5 | 22,3 0,9 | 1,7 | 13 ^b 22 | 59,8 | 27,0 | 0,5 0,0 | 1,6 | |
| | 11 | 15,9 | N 8 9,0 | +22,0 0,9 | + 1,2 | 23 | 6 3,7 | N 23 26,7 | - 0,8 0,0 | +1,9 | |

| D | α | δ | a_{δ}^d | a_{δ}^h | ζ | D | α | δ | a_{δ}^d | a_{δ}^h | " |
|---------|----------|-----------|----------------|----------------|---------|--------|----------|----------|----------------|----------------|-------|
| | h m | ° | | | m | | h m | ° | | | " |
| VI 23 | 6 3,7 | N 23 26,7 | 0,0 | 0,0 | + 1,9 | X 4 | 12 49,8 | S 4 10,4 | +23,1 | 1,0 | 11,1 |
| 24 | 7,7 | 25,9 | 1,2 | 0,1 | 2,1 | 9 | 13 9,6 | 6 5,6 | 22,6 | 0,9 | 12,5 |
| 26 | 15,6 | 23,1 | 2,0 | 0,1 | 2,5 | 14 | 29,2 | 7 58,7 | 22,4 | 0,9 | 13,8 |
| 28 | 23,6 | 18,7 | 2,8 | 0,1 | 3,1 | 16 | 37,1 | 8 43,3 | 22,1 | 0,9 | 14,3 |
| 30 | 31,3 | 12,7 | 3,6 | 0,2 | 3,8 | 18 | 45,0 | 9 27,4 | 21,8 | 0,8 | 14,7 |
| VII 2 | 39,2 | 5,0 | 4,4 | 0,2 | 3,7 | 20 | 52,9 | 10 10,9 | 21,6 | 0,9 | 15,2 |
| 4 | 47,1 | 22 55,7 | 5,2 | 0,2 | 4,1 | 22 | 14 0,8 | 53,9 | 21,2 | 0,9 | 15,4 |
| 6 | 55,0 | 44,9 | 6,1 | 0,3 | 4,5 | 24 | 8,7 | 11 36,1 | 20,9 | 0,9 | 15,7 |
| 8 | 2,9 | 32,4 | 6,8 | 0,3 | 4,8 | 26 | 16,4 | 12 17,7 | 20,6 | 0,9 | 15,9 |
| 10 | 10,8 | 18,4 | 7,6 | 0,3 | 5,1 | 28 | 24,4 | 58,5 | 20,1 | 0,8 | 16,1 |
| 12 | 18,6 | 2,8 | 8,3 | 0,3 | 5,4 | 30 | 32,3 | 13 38,5 | 19,7 | 0,8 | 16,2 |
| 14 | 26,5 | 21 45,8 | 9,1 | 0,4 | 5,6 | XI 1 | 40,2 | 14 17,6 | 19,3 | 0,8 | 16,3 |
| 16 | 34,4 | 27,2 | 9,8 | 0,4 | 5,8 | 3 | 48,1 | 55,8 | 18,8 | 0,8 | 16,4 |
| 18 | 42,3 | 7,2 | 10,5 | 0,4 | 6,0 | 5 | 56,0 | 15 33,1 | 18,2 | 0,8 | 16,3 |
| 20 | 50,2 | 20 45,8 | 11,3 | 0,5 | 6,1 | 7 | 15 3,9 | 16 9,3 | 17,7 | 0,7 | 16,3 |
| 22 | 58,1 | 22,9 | 11,9 | 0,5 | 6,3 | 9 | 11,7 | 44,4 | 17,1 | 0,7 | 16,1 |
| 24 | 8 5,9 | 19 58,7 | 12,6 | 0,6 | 6,3 | 11 | 19,8 | 17 18,4 | 16,6 | 0,7 | 16,0 |
| 26 | 13,8 | 33,1 | 13,2 | 0,6 | 6,4 | 13 | 27,5 | 51,2 | 15,9 | 0,7 | 15,7 |
| 28 | 21,7 | 6,3 | 13,9 | 0,6 | 6,4 | 15 | 35,4 | 18 22,8 | 15,8 | 0,7 | 15,4 |
| 30 | 29,6 | 18 38,2 | 14,6 | 0,6 | 6,3 | 17 | 43,3 | 53,1 | 14,6 | 0,6 | 15,1 |
| VIII 1 | 37,5 | 8,8 | 15,1 | 0,6 | 6,2 | 19 | 51,2 | 19 22,0 | 14,0 | 0,6 | 14,6 |
| 3 | 45,4 | 17 38,2 | 15,7 | 0,7 | 6,1 | 21 | 59,1 | 49,6 | 13,2 | 0,5 | 14,2 |
| 5 | 53,3 | 6,6 | 16,2 | 0,7 | 5,9 | 23 | 16 6,9 | 20 15,7 | 12,5 | 0,5 | 13,7 |
| 7 | 1,1 | 16 33,9 | 16,8 | 0,7 | 5,7 | 25 | 14,8 | 40,3 | 11,7 | 0,5 | 13,1 |
| 9 | 9,0 | 0,0 | 17,3 | 0,7 | 5,4 | 27 | 22,7 | 21 3,4 | 10,9 | 0,5 | 12,5 |
| 11 | 16,9 | 15 25,2 | 17,8 | 0,7 | 5,2 | 29 | 30,6 | 24,8 | 10,2 | 0,4 | 11,8 |
| 13 | 24,8 | 14 49,3 | 18,3 | 0,8 | 4,8 | XII 1 | 38,5 | 44,7 | 9,3 | 0,4 | 11,1 |
| 15 | 32,7 | 12,6 | 18,7 | 0,8 | 4,5 | 3 | 46,4 | 22 2,9 | 8,4 | 0,3 | 10,3 |
| 17 | 40,6 | 13 34,8 | 19,2 | 0,8 | 4,1 | 5 | 54,3 | 19,4 | 7,6 | 0,3 | 9,5 |
| 19 | 48,5 | 12 56,2 | 19,6 | 0,8 | 3,6 | 7 | 17 2,1 | 34,1 | 6,7 | 0,3 | 8,7 |
| 21 | 56,3 | 16,8 | 20,0 | 0,8 | 3,2 | 9 | 10,0 | 47,1 | 5,6 | 0,2 | 7,8 |
| 23 | 10 4,2 | 11 36,6 | 20,3 | 0,8 | 2,7 | 11 | 17,9 | 58,3 | 5,0 | 0,2 | 6,9 |
| 25 | 12,1 | 10 55,7 | 20,7 | 0,9 | 2,2 | 13 | 25,8 | 23 7,7 | 4,0 | 0,2 | 6,0 |
| 27 | 20,0 | 14,1 | 21,1 | 0,9 | 1,6 | 15 | 33,7 | 15,3 | 3,1 | 0,1 | 5,0 |
| 29 | 27,9 | 9 31,8 | 21,3 | 0,9 | 1,0 | 17 | 41,6 | 21,0 | 2,1 | 0,1 | 4,1 |
| 31 | 35,8 | 8 49,0 | 21,7 | 0,9 | + 0,4 | 19 | 49,5 | 24,8 | 1,2 | 0,1 | 3,1 |
| IX 2 | 43,7 | 5,5 | 21,9 | 0,9 | - 0,2 | 20 | 53,4 | 26,0 | 0,8 | 0,0 | 2,6 |
| 7 | 3,4 | 6 14,8 | 22,4 | 0,9 | 1,8 | 21 | 57,3 | 26,8 | + 0,2 | 0,0 | 2,1 |
| 12 | 23,1 | 4 21,5 | 22,9 | 1,0 | 3,6 | 14h 22 | 18 1,6 | 27,0 | - 0,2 | 0,0 | 1,5 |
| 17 | 42,8 | 2 26,3 | 23,2 | 1,0 | 5,3 | 23 | 5,3 | 26,8 | 0,6 | 0,0 | 1,1 |
| 22 | 2,5 | N 0 29,8 | -23,4 | 1,0 | 7,1 | 24 | 9,2 | 26,2 | 1,2 | 0,1 | 0,6 |
| 18,4h23 | 7,5 | S 0 0,0 | +23,4 | 1,0 | 7,5 | 25 | 13,1 | 25,0 | 1,6 | 0,1 | - 0,9 |
| 24 | 10,4 | S 0 17,0 | 23,4 | 1,0 | 7,8 | 27 | 21,0 | 21,3 | 2,6 | 0,1 | + 0,9 |
| 29 | 30,1 | 2 13,9 | 23,1 | 1,0 | 9,5 | 29 | 28,9 | 15,7 | 3,5 | 0,1 | 1,9 |
| X 4 | 49,8 | S 4 10,4 | +23,1 | 1,0 | -11,1 | 31 | 36,8 | S 23 8,3 | - 4,4 | 0,2 | + 2,9 |

h) Bemerkungen zu Tafel g.

Das gegebene Zahlenmaterial ist für jeden Ort, jedes Jahr und jede Tageszeit verwendbar.

- 1) Einpassung des Ortes (Länge λ°): Die Sonne durchläuft einen Längengrad in 4 m. Danach ergibt sich die Längszeit $1 = \pm \lambda^\circ \cdot 4m$ (+ östl. — westl.).
- 2) Korrektur des Jahres: Das bürgerliche Jahr übertrifft das tropische um 5,81280 h. Man benutzt daher die Jahreskonstante j , indem man zugleich bei Schaltjahren das Datum im Januar und Februar um 1 Tag vermindert.

| Jahr | 1939 | 1940 * | 1941 | 1942 | 1943 | 1944 * | 1945 | 1946 | 1947 | 1948 * |
|------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|
| jh | - 4,3 | + 13,9 | + 8,1 | + 2,2 | - 3,6 | + 14,6 | + 8,8 | + 3,0 | - 2,8 | + 15,4 |

- 3) Korrektur der Tageszeit: Die Zahlen von g beziehen sich auf mittl. Mittag (12 h), dem Ausgangspunkt des Stundenwinkels τ . Man rechnet τ mittels Tafel 12 (Seite 34) in Zeit $\pm t$ um (+ Nachm. — Vorm.).

Nach Feststellung der Gesamtkorrektur $k = 1 + j + t$ (Vorzeichen!) in h oder d wird interpoliert: a wächst linear um 9,9s je h oder um 3 m 57s je d . δ und ζ lassen sich mit Hilfe der gegebenen Wachstumsänderungen hinreichend genau interpolieren.

Wichtige Beziehungen:

Mitteuropäische Zeit = Mittl. Greenwicher Zeit (Weltzeit) + 1 h.

Mittl. Ortszeit = Mitteleuropäische Zeit - $(15 - \lambda^\circ) \cdot 4m$ = Weltzeit + $\lambda^\circ \cdot 4m$
= Wahre Ortszeit + Zeitgleichung.

Sternzeit = Stundenwinkel d. Frühlingspunkt. = Stundenw. + Rektaszension jed. Sternes.

Sternzeit im mittl. Mittag = Rektaszension der mittleren Sonne.

Astronomische Dämmerung bei $h = -18^\circ$, bürgerliche Dämmerung bei $h = -6^\circ 35'$.

i) Verwandlung der Zeiten. (Zeit als Dauer.)

a) Mittl. Zeit (M. Z.) in Sternzeit (St. Z.) und umgekehrt.

1 mittl. Tag = (366,242201 : 365,242201 =) 1,00274 Sterntage = 1 Sterntag + 3 m 56,555 s St. Z.
1 Sterntag = (365,242201 : 366,242201 =) 0,99727 mittl. Tage = 1 mittl. Tag - 3 m 55,909 s M. Z.

Die Tafelgrößen (innerhalb der roten Linien) sind Minutenwerte, die bei der Verwandlung in St. Z. zu addieren, bei der Verwandlung in M. Z. zu subtrahieren sind.

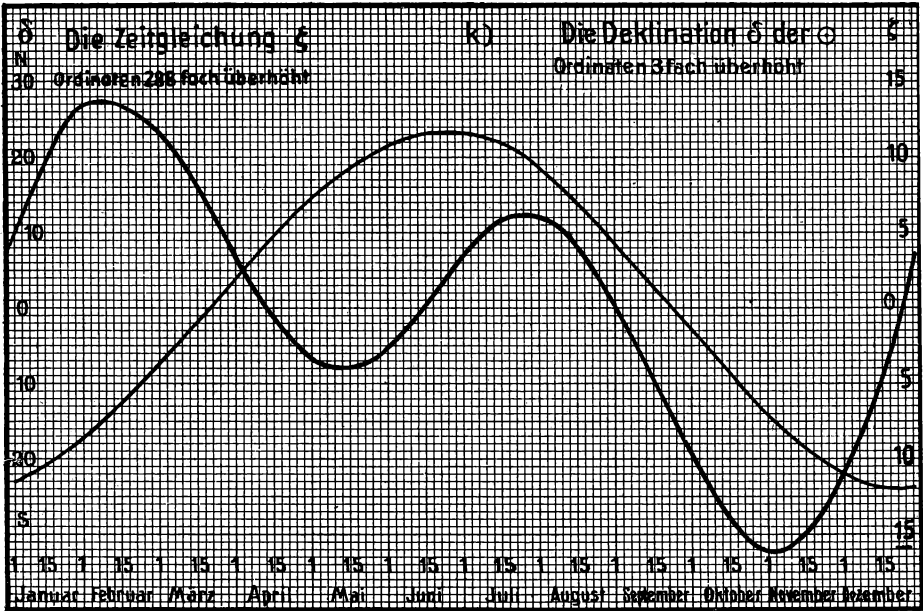
| p | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| p^h | 1,6 | 3,3 | 4,9 | 6,5 | 8,2 | 9,9 | 11,5 | 13,1 | 14,8 |
| p^m | 0,3 | 0,6 | 0,8 | 1,1 | 1,4 | 1,7 | 1,9 | 2,2 | 2,5 |

β) Dezimaltage in Stunden und Minuten.

| d | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|------|------|------|------|------|--------|--------|--------|-------|
| | h m | h m | h m | h m | h m | h m | h m | h m | h m |
| 0, | 2 24 | 4 48 | 7 12 | 9 36 | 12 | 14 24 | 16 48 | 19 12 | 21 36 |
| 0,0 | 14,4 | 28,8 | 43,2 | 57,6 | 1 12 | 1 26,4 | 1 40,8 | 1 55,2 | 2 9,6 |
| 0,00 | 1,4 | 2,9 | 4,3 | 5,8 | 7,2 | 8,6 | 10,1 | 11,5 | 13,0 |
| 0,000 | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,6 | 0,7 | 0,9 | 1,0 | 1,2 | 1,3 |

γ) Stunden und Minuten in Dezimaltage.

| p = | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|----------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 10 p^h | 0,41 667 | 83 333 | — | — | — | — | — | — | — |
| p^h | 04 167 | 08 333 | 12 500 | 16 667 | 20 833 | 25 000 | 29 167 | 33 333 | 37 500 |
| 10 p^h | 00 694 | 01 389 | 02 083 | 02 778 | 03 472 | — | — | — | — |
| p^h | 00 069 | 00 139 | 00 208 | 00 278 | 00 347 | 00 417 | 00 486 | 00 556 | 00 625 |

1) Geographische Länge λ und Breite φ wichtiger Orte.

| Ort | λ | φ | Ort | λ | φ |
|-----------------|-----------|-----------|----------------------|-----------|-----------|
| Aden | 44 59 O | 12 47 N | Konstantinopel | 28 58 O | 41 2 N |
| Archangelsk | 40 31 O | 64 32 N | Lissabon | 9 10 W | 38 42 N |
| Athen (Piräus) | 23 38 O | 37 56 N | London (Greenwich) | 0 0 | 51 28,6 N |
| Azoren (Horta) | 28 38 W | 38 32 N | Marseille | 5 24 O | 43 18 N |
| Batavia | 106 58 O | 6 6 S | Moskau | 37 33 O | 55 47 N |
| Berlin (Nauen) | 12 54,5 O | 52 39,0 N | New York | 74 1 W | 40 42 N |
| Bombay | 72 51 O | 18 57 N | Odessa | 30 45 O | 46 29 N |
| Calcutta | 88 20 O | 22 33 N | Oslo | 10 46 O | 59 54 N |
| Dar-es-Salam | 39 18 O | 6 49 S | Paris (Eiffelturm) | 2 17,7 O | 48 51,5 N |
| Frankfurt a. M. | 8 42 O | 50 7 N | Leningrad | 30 18 O | 59 56 N |
| Franzisko | 122 24 W | 37 47 N | Port Said | 32 19 O | 31 16 N |
| Friedrichshafen | 9 29 O | 47 39 N | Reykjavik | 22 0 W | 64 9 N |
| Gibraltar | 5 21 W | 36 7 N | Rio de Janeiro | 43 10 W | 22 54 S |
| Hamburg (Hafen) | 9 58,5 O | 53 32 N | Rom | 12 29 O | 41 54 N |
| Havana | 82 21 W | 23 9 N | Spitzbergen(Nordkap) | 20 0 O | 80 33 N |
| Hongkong | 114 10 O | 22 18 N | Sydney | 151 12 O | 33 52 S |
| Honolulu | 157 52 W | 21 18 N | Tokio | 139 45 O | 35 40 N |
| Kap Horn | 67 16 W | 56 0 S | Tomsk | 85 0 O | 56 29 N |
| Kapstadt | 18 25 O | 33 55 S | Valparaiso | 71 39 W | 33 1 S |
| Königsberg | 20 30 O | 54 43 N | Wien | 16 20 O | 48 13 N |

B. Tafeln zur Geschichte der Mathematik.

| Das Altertum. | | | |
|--------------------------|------------|----------------|--|
| Die Ägypter. | | | Feldmeßkunde; Pyramidenbau. |
| Ahmes | | 1700 v. Chr. | Brüche. Textgleichungen; Arithmetische und geometrische Reihen; Trigonometrie. |
| Die Babylonier. | | 2000 v. Chr. | Sexagesimalsystem; Zahlenkunst; Astronomische Berechnungen. |
| Die Griechen. | | | Die eigentlichen Schöpfer des mathematischen Lehrgebäudes. |
| Thales | Milet | 624—546 | Umfangswinkel im Halbkreise; Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck; Scheitelwinkel. |
| Pythagoras | Samos | 580—501 | Zahlenphilosophie; Seiten im rechtwinkligen Dreieck; d. math. Beweis; Kosmos. |
| Die Pythagoräer | | | Proportionen; die reg. Körper; das Irrationale. |
| Hippokrates | Chios | um 440 | Lunulae Hippocratis; Das Delische Problem. |
| Euklid | Alexandria | 365—310 | D. Elemente d. Geometrie (13 Bücher); Die Daten; Porismen; Axiomatik u. Systematik. |
| Archimedes | Syrakus | 287—212 | Prakt. Rechnen; d. kub. Gleichung; $\pi = 22:7$; Quadratur d. Parabel u. Ellipse; Spirale; Kugel |
| Apollonius | Pergä | 265—170 | Kegelschnitte; Harm. Strahlen; Berührungsprobl. |
| Eratosthenes | Alexandria | 276—194 | Sieb der Primzahlen; Meridianmessung. |
| Hipparch | Alexandria | um 150 | Sphärische Trigonometrie; Astronomie; Geographische Länge und Breite. |
| Hypsikles | Alexandria | um 180 | Einteilung des Kreises in 360° . |
| Heron | Alexandria | um 100 v. Chr. | Begründer der Goniometrie; Dreiecksinhalt. |
| Menelaos | Alexandria | um 100 n. Chr. | Transversalen-Sätze. |
| Ptolemäus | Alexandria | um 140 | „Almagest“ (13 Bücher); Astron. Trigonometrie; Sehnen tafel; Minuten, Sekunden; $\pi = 3\frac{1}{20}$. |
| Diophantus | Alexandria | 250—380 | Unbestimmte Gleichungen. |
| Pappus | Alexandria | um 300 | Doppelverh.; Involution; vollst. Vierseit; Ähnlichkeitslehre am Kreise; Rotationskörper. ohne math. Erfindungsgabe, nur Übers. gr. Bücher. |
| Die Römer. | | | |
| Das Mittelalter. | | | |
| Die Inder. | | | Dezimalsystem; Null; Vorliebe für große Zahlen. |
| Aryabhatta | | um 500 | Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln. |
| Bhaskara | | um 1150 | Sinustafel; Grenzwert $a:0$. |
| Die Chinesen. | | | Binomialkoeffizienten; Unbest. Gleichungen. |
| Die Araber. | | | Erhalter des griechischen und indischen Erbes; Ziffernschrift; Zahlenmystik. |
| Moh. ibn Musa Alcharizmi | | um 820 | Lehrbuch der Algebra; Algorithmus; $\pi = \sqrt{10}$. |
| Nasir Eddin Tusi Persien | | 1201—74 | vollständige ebene u. sphärische Trigonometrie. |
| Die Klosterschulen | | | Abacisten (Rechenbrett); Algorithmiker (Rechenvorgang); Rechenrätsel. |
| Leonardo da Vinci | Pisa | 1180—1250 | Liber Abaci; Practica geometriae. |
| Regimontanus | Wien | 1436—76 | Schöpfer der mod. Trigonometrie; trig. Tafeln. |
| „Unbekannt“ | | 1482 | Bamberger Rechenbücher (erste deutsche). |

Die Neuzeit.

| | | | |
|----------------|------------|-----------|---|
| Albr. Dürer | Nürnberg | 1471—1528 | Maler; Perspektive; Körpernetze; Epizykloide. |
| Michael Stifel | Jena | 1486—1567 | Binomialzahlen; Primzahlen; der Logarithmus; Magische Quadrate; „deutsche Arithmetika“. |
| Adam Riese | Erfurt | 1492—1559 | Berühmte Rechenbücher (200 Jahre i. Gebrauch). |
| Cardano | Pavia | 1501—1576 | Kubische Gleichungen; Wahrscheinlichkeitsrech. |
| Gerh. Mercator | Duisburg | 1512—1594 | Geograph; Zylinderprojektion. |
| Viëta | Paris | 1540—1603 | Wurzelsätze; algebraische Geometrie; Buchstabenrech.; Dezimalbrüche; Kosinussatz. |
| Lord Neper | Schottland | 1550—1617 | 1. Log.-Tafel (1614); die sphär. Analogien. |
| Jost Bürgi | Schweiz | 1552—1632 | Logarithmen; Dezimalbrüche; abgek. Multiplik. |
| Henry Briggs | Oxford | 1556—1630 | Die dekad. Logarithmen. |
| Joh. Kepler | Prag | 1571—1630 | Kubaturen; Krümmungskreis; Extremrechnung. |
| Guldin | Wien | 1577—1643 | Rotationskörper und -flächen. |
| Gunter | London | 1581—1626 | Der logarithmische Rechenstab. |
| Cavalieri | Bologna | 1591—1647 | Volumen der Körper; Flächen von Figuren. |
| Descartes | Holland | 1596—1650 | Koordinatengeometrie: Potenz; xyz; i. |
| Fermat | Toulouse | 1601—1665 | Zahlentheorie; Analytische Geometrie; Tangentenprobleme; Quadraturen. |
| Pascal | Paris | 1623—1662 | Kombinatorik; Wahrsch.-Rech.; Kegelschnitte. |
| Nik. Mercator | Holstein | 1620—1687 | Die logarithm. Reihe; Quadratur der Hyperbel. |
| Newton | Cambridge | 1643—1727 | Inf.-Rechnung. (Fluxionen); binomische Reihe; mathematische Physik u. Astronomie. |
| Leibniz | Hannover | 1646—1716 | Inf.-Rech. (Differential); Transzendenz; $\frac{\pi}{4}$ -Reihe; math. Symbolik: (, ; , Index). |
| Jak. Bernoulli | Basel | 1654—1705 | Kombinatorik; Schluß von n auf n+1; Integral. |
| Joh. Bernoulli | Basel | 1667—1748 | Diff.-Gleich.; Exponentialgleich.; Zykloide. |
| de Moivre | London | 1667—1754 | Theorie der komplexen Zahlen; reziproke Gleich. |
| Taylor | London | 1685—1731 | Dje Taylorsche Reihe. |
| Maclaurin | Edinburgh | 1698—1746 | Macl. Reihe; bin. Lehrs. für bel. rat. Exp. |
| Euler | Petersburg | 1707—1783 | Zahlentheorie; e^x -Reihe; E.'Formeln; Bzueh. d. Dreiecksgrößen; alle Gebiete; blind. |
| d'Alembert | Paris | 1717—1783 | Transzendenz von e und π . Grenzbegriff. |
| Lagrange | Paris | 1736—1813 | Zahlentheorie; Restglieder; Analyt. Mechanik. |
| Mongo | Paris | 1746—1818 | Darstellende Geometrie; Zweitafelsystem. |
| Mollweide | Leipzig | 1774—1825 | Trigonometrische Formeln: $a : b \pm c$. |
| Gauss | Göttingen | 1777—1855 | Fundamentalsatz der Algebra; komplexe Z.; Geodäsie; alle Gebiete d. Math. |
| Cauchy | Paris | 1789—1857 | Reihenlehre; Konvergenzkriterium. |
| Steiner | Berlin | 1796—1863 | Projektive Geometrie (Poncelet, v. Staudt). |
| Weierstrass | Berlin | 1815—1897 | Höhere Analysis; Schärfe der Kriterien. |
| Felix Klein | Göttingen | 1849—1925 | Geometrische Durchdringung d. Schularithmetik; höhere Mathematik; Enzyklopädie. |

C. Maße und Gewichte.

a) Das internationale metrische Maßsystem.

| | |
|--------------------------------------|---|
| 1 Myriameter (Mm) = 10 km = 10000 m. | 1 Dezimeter (dm) = 10 cm = 0,1 m. |
| 1 Kilometer (km) = 10 Hm = 1000 m. | 1 Zentimeter (cm) = 10 mm = 0,01 m. |
| 1 Hektometer (Hm) = 10 Dm = 100 m. | 1 Millimeter (mm) = 10 ³ μ = 0,001 m. |
| 1 Dekameter (Dm) = 10 m = 10 m. | 1 Mikron (μ) = 10 ³ $\mu\mu$ = 0,000001 m. |
| -2 Meter (m) = 10 dm = 1 m. | 1 Millimikron ($\mu\mu$) = 0,000000001 m. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> Kilometer km ² =qkm | <input type="checkbox"/> Hektar Hm ² =ha | <input type="checkbox"/> Ar Dm ² =a | <input type="checkbox"/> Quadratmeter m ² =qm |
| 1 km ² = 10 ² ha = 10 ⁴ a = 10 ⁶ m ² . | | | |
| | 1 ha = 10 ² a = 10 ⁴ m ² . | | |
| | | 1 a = 10 ² m ² . | |

| | | | |
|--|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> Meter m ² =qm | <input type="checkbox"/> Decimeter dm ² =qdm | <input type="checkbox"/> Centim. cm ² =qcm | <input type="checkbox"/> Millimeter mm ² =qmm |
| 1 m ² = 10 ² dm ² = 10 ⁴ cm ² = 10 ⁶ mm ² . | | | |
| | 1 dm ² = 10 ² cm ² = 10 ⁴ mm ² . | | |
| | | 1 cm ² = 10 ² mm ² . | |

| | | | |
|--|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> Kubikm. m ³ =cbm | <input type="checkbox"/> Kubikdecim. dm ³ =cdm | <input type="checkbox"/> K.-Centim. cm ³ =ccm | <input type="checkbox"/> K.-Millim. mm ³ =cmm |
| 1 m ³ = 10 ³ dm ³ = 10 ⁶ cm ³ = 10 ⁹ mm ³ . | | | |
| | 1 dm ³ = 10 ³ cm ³ = 10 ⁶ mm ³ . | | |
| | | 1 cm ³ = 10 ³ mm ³ . | |
| 1 Hektoliter (hl) = 10 ² Liter (l) = 10 ² dm ³ . | | | |

| | | | |
|--|--|-------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> Tonne t | <input type="checkbox"/> Kilogramm kg | <input type="checkbox"/> Gramm g | <input type="checkbox"/> Milligramm mg |
| 1 t = 10 ³ kg = 10 ⁶ g = 10 ⁹ mg. | | | |
| | 1 kg = 10 ³ g = 10 ⁶ mg. | | |
| | | 1 g = 10 ³ mg. | |
| | 1 Doppelzentner (dz) = 10 ² kg. | | |

b) Nicht metrische Maße und Gewichte.

| | |
|---|---|
| 1 geogr. Meile (4' d. Äquat.) = 7420,44 m. | 1 Morgen (neue Rechnung) = 25 a. |
| 1 Seemeile (1' d. Meridians) = 1852 m. | 1 Scheffel (neue Rechnung) = 50 l. |
| 1 deutsche Landmeile = 7500 m. | 1 Stückfaß=6 Oxhoft=12 Faß = 1200 l. |
| 1 British mile = 1760 yards | 1 Zentner = 100 Pfund = 50 kg. |
| 1 lieu de poste = 3898 m. | 1 Karat (in England 205 mg) = 200 mg. |
| 1 russische Meile = 7 Werst = 7467,5 m. | 1 Brutto-Register-Tonne = 2,83 m ³ . |
| 1 preußische Elle=25 $\frac{1}{2}$ Zoll = 0,666825 m. | 1 acre = 4840 <input type="checkbox"/> yards = 40,5 a. |
| 1 preuß. Fuß(1')=12Zoll(1'') = 0,31385 m. | 1 cubic foot = 0,01 B ^o .R.T. = 28,3 dm ³ . |
| 1 yard = 3 feet = 0,914399 m. | 1 gallon = 4 quarts = 8 pints = 4,54 l. |
| 1 foot = 12 inches = 0,3048 m. | 1 hundredweight (cwt) = 112 lbs = 50,8 kg. |
| 1 Sternweite = 3 $\frac{1}{4}$ Lichtjahre = 30 \cdot 10 ¹² km. | 1 pound Avoirdupois (lbs) = 453,6 g. |
| 1 Lichtjahr = 9,5 \cdot 10 ¹² km. | 1 Pud = 40 Funt (Rußl.) = 16,38 kg. |

c) Zählmaße.

| | |
|----------------------------------|--------------------------------|
| 1 Gros = 12 Dutzend = 144 Stück. | 1 Ballen = 10 Ries = 100 Buch. |
| 1 Schock = 4 Mandel = 60 Stück. | 1 Buch = 10 Hefte = 100 Bogen. |

d) Zeitmaße.

Abkürzungen: M = Monat; d = Tag; h = Stunde; m = Minute; s = Sekunde; t = Terz.

| |
|---|
| 1 bürgerlicher Tag = 24 h = 1440 m = 86400 s je 60 t. |
| 1 Sterntag in mittlerer Sonnenzeit = 23 h 56 m 4,09 s = 0,9972696 Sonnentage. |
| 1 Sonnentag in Sternzeit = 24 h 3 m 56,56 s = 1,0027379 Sterntage. |
| 1 siderischer Monat = 27 d 7 h 43 m 11,5 s. |
| 1 synodischer Monat = 29 d 12 h 44 m 2,7 s. |
| 1 bürgerl. Jahr = 12 M = 365 d = 8760 h = 525600 m = 31536000 s. |
| 1 tropisches Jahr = 365 d 5 h 48 m 46 s = 365,24220 d = 31556926 s. |
| 1 siderisches Jahr = 365 d 6 h 9 m 9,54 s = 365,25636 d = 31558149,54 s. |

ANHANG

ZUR

VIERSTELLIGEN LOGARITHMENTAFEL

VON

WALTHER GREVE,

ENTHALTEND

ERLÄUTERUNGEN UND BEISPIELE
ZUM GEBRAUCHE DER TAFELN, DER ZEICHENNETZE UND
DES RECHENSTABES, SOWIE DIE FORMELN
DER SCHULMATHEMATIK

1945

HERAUSGEGEBEN IM AUFTRAGE DER ABTEILUNG
FÜR VOLKSBILDUNG BEI DER PROVINZIAL-VERWALTUNG

Inhaltsverzeichnis zum Anhang.

| | Seite |
|--|-------|
| Erläuterungen zu Tafel I | 3 |
| 1. Der Begriff des Logarithmus | 3 |
| 2. Der Logarithmus als Funktion | 3 |
| 3. Die dekadischen Logarithmen. | 4 |
| a) Das Aufsuchen der Charakteristik | 4 |
| b) Das Aufsuchen der Mantissen | 4 |
| c) Das Aufsuchen der Numeri | 5 |
| d) Die dekadische Ergänzung | 5 |
| e) Die logarithmische Genauigkeit | 6 |
| f) Das Rechnen mit den Logarithmen | 6 |
| 4. Die natürlichen Logarithmen | 7 |
| Erläuterungen zu Tafel II | 8 |
| Erläuterungen zu Tafel III | 11 |
| Erläuterungen zu Tafel IV | 12 |
| Erläuterungen zu Tafel V | 13 |
| Die Tabelle der Quadrate | 13 |
| Graphische Lösung von Gleichungen | 13 |
| Erläuterungen zu Tafel VI | 14 |
| Wert eines Sparkassenbuches am Jahresende | 14 |
| Nomogramme der Zinseszins- und Rentenrechnung | 14 |
| Anweisungen zum logarithmischen Rechenstab durch „Sprechende Bilder“ | 15 |
| Die Formeln der Schulmathematik | 18 |
| Das Dreieck (Figur) | 40 |

Erläuterungen zu Tafel I.

1. Der Begriff des Logarithmus.

Logarithmus heißt Verhältniszahl. Der Logarithmus einer Zahl a (Logarithmand, Numerus) zur Basis (Grundzahl) b (in Zeichen $\log a$) ist die Zahl, welche angibt, wie oft die Basis b als Faktor gesetzt werden muß, damit sich der Numerus a ergibt.

Die Gesamtheit der Logarithmen aller Zahlen zu einer Basis ist ein logarithmisches System. Nur zwei Logarithmensysteme sind berechnet und in Gebrauch: das System der natürlichen Logarithmen mit der Basis $e = 2,7\ 1828\ 1828\ 459\dots$ und das System der dekadischen Logarithmen mit der Basis 10.

Jeder Logarithmus besteht aus zwei Teilen: der Charakteristik (Kennziffer), d. i. der ganzen Zahl vor dem Komma, und der Mantisse (Zugabe), dem nachfolgenden Dezimalbruch. Der Dezimalbruch hat unendlich viele Stellen, da die Logarithmen (bis auf die der ganzzahligen Potenzen von 10) irrationale Größen, also im Dezimalsystem nicht restlos ausdrückbar sind; er wird je nach der gewünschten Genauigkeit auf 10, 7, 5 oder 4 Stellen beschränkt. Man unterscheidet dementsprechend 10-, 7-, 5- und 4stellige Logarithmen. Die vorliegenden Tabellen enthalten, wie der Titel sagt, vorwiegend 4stellige Logarithmen.

2. Der Logarithmus als Funktion.

Der Logarithmus ist eine ein-eindeutige Beziehung zwischen zwei Veränderlichen (dem Numerus und dem Logarithmus; die Basis ist dabei konstant). Eine der Veränderlichen kann willkürlich bewertet werden (unabhängige Veränderliche); dann ist die Änderung der anderen dadurch bestimmt (abhängige Veränderliche). Eine derartige Beziehung heißt Funktion.

Wie jede Funktion ist auch der Logarithmus in dreifacher Weise darstellbar:

1. durch einen Rechenausdruck (Formel): $\log y = x$ oder $b^x = y$ (Exponentialfunktion). Diese Darstellung ist gebräuchlich für allgemeine Ableitungen in der Analysis.
2. durch eine Kurve (vgl. Figur der Beilage!). Man gewinnt dieselbe, indem man die Ebene durch zwei zueinander senkrechte Geraden (Abszisse = x -Achse, Ordinate = y -Achse) in vier Quadranten zerlegt und jedem Punkte der Ebene durch die Länge seiner Lote auf diese Achsen ein Wertepaar x , y (Koordinaten) zuweist. Die Gesamtheit der Wertepaare x , y , welche der Funktion genügen, ergibt die ihr zugehörige Kurve. Diese graphische Darstellung gewährt den klarsten Einblick in das Wesen der Funktion. Die Figurenbeilage veranschaulicht die logarithmische und die Exponentialfunktion, beide für die Basen e und 10.
3. durch eine Tabelle, in der das jedem y zugehörige x und damit wegen der Ein-eindeutigkeit das zu jedem x gehörige y berechnet ist. Eine solche Tabelle ist die Logarithmentafel. Sie dient den Zwecken des praktischen Rechnens.

3. Die dekadischen Logarithmen.

Die erste Tafel dekadischer Logarithmen wurde 1624 von dem Engländer Briggs herausgegeben und 1628 von dem Holländer Vlacq abgeschlossen. Gleichzeitig erfand der Schweizer Burgi die dekadischen Logarithmen. Dieselben heißen auch Zehnerlogarithmen, gemeine oder Briggsche Logarithmen und werden dargestellt durch die Zeichen $\overset{1a}{\log}$ oder \log vulg a oder kurz $\log a$.

a) Das Aufsuchen der Charakteristik.

Alle ganzzahligen Potenzen von 10 haben rationale ganzzahlige dekadische Logarithmen, z. B.:

$$\begin{array}{l|l} \log 1000 = 3, \text{ denn } 10^3 = 1000 & \log 1 = 0, \text{ denn } 10^0 = 1 \\ \log 100 = 2, \text{ denn } 10^2 = 100 & \log 0,1 = -1, \text{ denn } 10^{-1} = \frac{1}{10} \\ \log 10 = 1, \text{ denn } 10^1 = 10 & \log 0,01 = -2, \text{ denn } 10^{-2} = \frac{1}{100}. \end{array}$$

Folglich liegen die dekadischen Logarithmen aller Zahlen

| | | | | |
|----------|----------|------------|--------|-------------------------------------|
| von 9999 | bis 1000 | zwischen 4 | und 3, | erhalten also die Charakteristik 3, |
| „ 999 | „ 100 | 3 | „ 2, | „ |
| „ 99 | „ 10 | 2 | „ 1, | „ |
| „ 9 | „ 1 | 1 | „ 0, | „ |
| „ 0,9 | „ 0,1 | 0 | „ -1, | „ |
| „ 0,09 | „ 0,01 | 0 | „ -2, | „ |
| | | | | 0,.... -1 |
| | | | | 0,.... -2. |

Daraus ergibt sich als Grenzwert: $\log 0 = -\infty$.

Mechanische Regel: Die Charakteristik des Logarithmus einer Zahl, die größer als 1 ist, ist um 1 geringer als die Anzahl der Stellen dieser Zahl vor dem Komma.

Die Charakteristik des Logarithmus einer Zahl, die kleiner als 1 ist, ist gleich der negativen Anzahl der Nullen, welche der eigentlichen Ziffernfolge vorausgehen (die Null vor dem Komma ist mitgerechnet).

Negative Zahlen haben keine reellen Logarithmen.

b) Das Aufsuchen der Mantissen.

Da das System der dekadischen Logarithmen auf derselben Grundzahl 10 aufgebaut ist, wie das Dezimalsystem, so haben diese Logarithmen für alle Zahlen von gleicher Ziffernfolge dieselbe Mantisse und unterscheiden sich nur durch ihre Charakteristik, z. B.:

$$\begin{array}{l|l} \log 123 = 2,0899 & \log 12300 = 4,0899 \\ \log 1,23 = 0,0899 & \log 0,0123 = 0,0899 - 2. \end{array}$$

Die 4stellige Logarithmentafel enthält deswegen innerhalb der roten Linien (welche stets das Gegebene vom Gesuchten scheidet) nur die Mantissen der Logarithmen aller dreiziffrigen Zahlen direkt; die Mantissen zu vierziffrigen Zahlen müssen durch Interpolieren gefunden werden. Es werden zu diesem Zwecke zwischen je zwei Nachbarwerten, z. B. $\log 123 = 2,0899$ und $\log 124 = 2,0934$ neun Zwischenwerte gleichmäßig eingeschaltet, nämlich $\log 123,1$, $\log 123,2$, $\log 123,3$ usw. bis $\log 123,9$. Diese ergeben sich nach den Gesetzen der Regeldetri bzw. der Proportionslehre durch Hinzufügung von $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ usw. bis $\frac{9}{10}$ der Differenz d der Nachbarwerte (Tafeldifferenz), die im vorliegenden Falle $\frac{3,5}{10000}$ beträgt. Die hinzuzufügenden Werte sind darnach $\frac{3,5}{10000}$ oder 0,0003_{.5}, $\frac{7,0}{10000}$ oder 0,0007, $\frac{10,5}{10000}$ oder 0,0010_{.5} bis $\frac{31,5}{10000}$ oder 0,0031_{.5}. Zur Abkürzung des Verfahrens sind diese Werte unter Weg-

lassung des Nenners (d. h. als Zehntausendstel) in den Proportionaltafelchen (gekennzeichnet durch P. P., d. h. partes proportionales) unter der jedesmaligen Tafeldifferenz angegeben. Unter Berücksichtigung derselben ergibt sich z. B.: $\log 123,9 = 2,0899$

NB. Man beachte, daß die 5. Dezimale stets durch einen Punkt abgetrennt und durch kleineren Druck gekennzeichnet ist!

Soll der Logarithmus einer 5 ziffrigen Zahl gesucht werden, so ist noch eine zweite Benutzung der P. P. gestattet, z. B.:

$$\begin{array}{r} 31,5 \\ + 3,2 \\ \hline = 2,0933,7 \end{array}$$

Die 5. Dezimale ist freilich ungenau, daher nur zu ev. Erhöhung des Endergebnisses zu verwenden.

Es ist empfehlenswert, sich den Prozeß des Interpolierens geometrisch klar zu machen. Dabei ergibt sich, daß die durch Interpolieren gewonnenen Zwischenwerte auf der geraden Verbindungslinie der durch die Nachbarwerte der Tafel dargestellten Punkte liegen. Die wahren Kurvenpunkte liegen aber stets über den durch Interpolieren gewonnenen. Die Abweichung ist indessen zu vernachlässigen, wenn das Intervall sehr klein genommen wird. Demgemäß liegen die in der Tafel angegebenen Logarithmen so nahe zusammen, daß die Abweichung auf die 4. Dezimale keinen Einfluß hat.

c) Das Aufsuchen der Numeri.

Beispiel: $\text{num } \log 1,4053 = ?$

Man suche aus dem Zahlenmaterial innerhalb der roten Linien die nächst niedere Mantissee 4048, notiere die Ziffernfolge 254 (links und oben bzw. unten außerhalb der roten Linien) des zugehörigen Numerus, berechne die Tafeldifferenz 17 der Nachbarwerte, zwischen denen die gegebene Mantissee liegt, und den Abstand 5 der gegebenen Mantissee von der nächst niederen in der Tafel; suche sodann in dem Proportionaltafelchen, das mit der oben gefundenen Tafeldifferenz 17 überdruckt ist, den zuletzt erhaltenen Abstand 5 bzw. den nächst gelegenen Wert 5.1, notiere die zugehörige Numerusziffer 3 (rechts bzw. links vom roten Strich) an die bereits erhaltene Ziffernfolge 254. Die Stellung des Kommas in der nunmehr abgeschlossenen Ziffernfolge 2543 ergibt sich durch die gleiche Überlegung wie unter 3 a) als 25,43. Also ist $\text{num } \log 1,4053 = 25,43$.

Sollte etwa eine 5. Stelle der Mantissee gegeben sein, die im Laufe der Rechnung durch Nichterhöhung der 4. Dezimale entstanden sein kann (vgl. 3b!), so ist zweimalige Benutzung der P. P. gestattet; z. B.: $\text{num } \log 1,4052,6 = ?$

$$\begin{array}{r} \text{Ausf.: num } \log 1,4048 = 25,4 \\ \quad 1. \text{ Rest } \quad 4,6 = 2 \\ \quad 2. \text{ Rest } \quad 1,2 = 7 \\ \hline \text{num } \log 1,4052,6 = 25,42,7 \end{array}$$

Bei zweimaliger Benutzung der P. P. erhält man die 5. Numerusziffer aus dem 10fachen des zweiten Restes. Diese Ziffer ist durch kleinere Schrift als ungenau zu kennzeichnen.

d) Die dekadische Ergänzung.

Es ist bisweilen wünschenswert, den Logarithmus des reziproken Wertes einer Zahl ohne Zusatzrechnung anzugeben. Dazu befähigt die folgende Überlegung:

$$\log \frac{1}{a} = \log 1 - \log a \quad (\text{vgl. Formel S. 17}) = 0 - \log a \\ = (10 - \log a) - 10.$$

Man hat also nur den betreffenden $\log a$ von 10 zu subtrahieren, d. h. seine Ergänzung zu 10 zu suchen und (-10) hinzuzufügen. Dieser Prozeß bietet dem Kopfrechnen beim Aufschlagen der Logarithmen keine Schwierigkeit. Man nennt jenen Ausdruck die dekadische Ergänzung und schreibt:

$$D \log a = \log \frac{1}{a} = (10 - \log a) - 10.$$

Beispiele: $D \log 5678 = (10 - 3,7542) - 10 = 6,2458 - 10$
 $D \log 5,678 = (10 - 0,7542) - 10 = 9,2458 - 10$
 $D \log 0,5678 = (10 - [0,7542 - 2]) - 10 = 10,2458 - 10$
 $D \log 0,005678 = (10 - [0,7542 - 3]) - 10 = 12,2458 - 10.$

e) Die logarithmische Genauigkeit.

Beim Rechnen mit Logarithmen unterscheidet man, wie bei jedem Zahlenrechnen, zwei Arten der Genauigkeit: die absolute und die relative Genauigkeit. Die absolute Genauigkeit wächst mit der Anzahl der errechneten Ziffern. Sie läßt sich beim praktischen Rechnen ohne Logarithmentafel beliebig steigern, ist dagegen bei Benutzung einer Tafel durch die Stellenzahl der Tafel beschränkt. Die vorliegende Tafel gibt die Mantissen auf 4 Dezimalen, was für die meisten Fälle der Praxis als ausreichend angesehen werden kann. Es wäre daher fehlerhaft, bei Verwendung dieser Tafel 5 oder gar 6 Stellen zu berechnen und die letzten Ziffern als absolut einwandfrei betrachten zu wollen.

Während nun die absolute Genauigkeit der Tafel von vornherein festgelegt ist, sind die aus der Tafel gewonnenen Werte von Fall zu Fall auf ihre relative Genauigkeit hin zu prüfen. Alle Mantissen sind in einer vierstelligen Logarithmentafel auf 4 Dezimalen abgerundet. Die 5. Dezimale ist, wenn sie kleiner als 5 ist, vernachlässigt, wenn sie 5 übersteigt, was evtl. aus der 6. Stelle ersichtlich ist, zur Erhöhung der 4. Dezimale um die Einheit verwendet. Jeder Logarithmus der Tafel ist daher nur innerhalb der 4 Dezimalen genau; sein wahrer Wert kann im ungünstigsten Falle um 5 Einheiten der 5. Dezimale, also um 5 Hunderttausendstel nach beiden Seiten schwanken. Werden mehrere Logarithmen in einer Rechnung verwendet, so erhöht sich das Bereich der Schwankungen entsprechend. Nennen wir den jedesmaligen größtmöglichen Ausschlag nach einer Seite δ , so ist bei Addition oder Subtraktion von n Logarithmen $\delta = 0,00005 \cdot n$, beim Multiplizieren eines Logarithmus mit der Zahl n $\delta = 0,00005 \cdot n$, beim Dividieren eines Logarithmus durch n $\delta = \frac{1}{n} \cdot 0,00005$. Der Wert von δ ist danach für den Schlußlogarithmus in Hunderttausendsteln zu bestimmen, worauf beim Aufschlagen des numerischen Endergebnisses die numerische Bedeutung von δ aus der zugehörigen Proportionaltafel ersichtlich wird.

Abschließend sei bemerkt, daß es durchaus zulässig ist, grundsätzlich auf Hunderttausendstel und fünfte Ziffern zu verzichten, wenn man unter Beibehaltung der Schwankung $\delta = 0,5$ ($= 0,0000,5$) für Tafelwerte die Schwankung aller durch Interpolieren gewonnenen Werte mit $\delta = 1,0$ ($= 0,0001,0$) in Rechnung setzt und im übrigen sinngemäß verfährt. Dabei empfiehlt es sich, den Fehlerrest nicht aufgehender Divisionen (z. B. bei Wurzelausdrücken) nach oben abgerundet in den Betrag der Schwankungen einzubeziehen.

f) Das Rechnen mit den Logarithmen.

Betrachtung der logarithmischen Gesetze (vgl. S. 17!) ergibt die sinngemäße Anordnung einer logarithmischen Rechnung. Jede derartige Rechnung hat der Anfänger mit einem Ansatz einzuleiten, in dem die logarithmische Entwicklung des zu

berechnenden Rechenausdrucks gegeben wird. Darauf ist in peinlichster Ordnung ein Schema für die ganze Rechnung zu entwerfen, in welches dann nur noch die Zahlenwerte einzutragen sind. Es empfiehlt sich, zunächst alle Charakteristiken nebst Komma sorgfältig untereinander zu notieren, so daß das Aufsuchen der Mantissen ohne Ablenkung der Aufmerksamkeit geschehen kann. Eine logarithmische Rechnung ist um so eleganter, je weniger sie unterbrochen wird. Dazu ist aber ein Doppelpes erforderlich, nämlich Voraussetzung der Logarithmen, welche nicht direkt zur Addition benutzbar sind, weil sie zu große Anforderungen an das Kopfrechnen stellen, und Verwendung der dekadischen Ergänzung.

Ein Beispiel wird am besten den Gang einer logarithmischen Rechnung veranschaulichen:

$$p = \frac{3,1270,4 \sqrt[3]{0,04811^2} \sqrt[5]{216500}}{19^{\frac{3}{4}} \cdot 0,6557^5 \cdot \sqrt{0,1738}} = a^{0,4} \sqrt[3]{b^2} \sqrt[5]{c}$$

$$\log p = 0,4 \cdot \log a + \frac{1}{3} (2 \log b + \frac{1}{5} \log c) + DE \frac{3}{4} \log d + DE 5 \log e + DE \frac{1}{2} \log f.$$

| Vorbereitung | Hauptrechnung | δ in 10000stel |
|---|--|-----------------------|
| $\log a = 0,4951 \pm 1,0$ | $2 \cdot \log b = 0,3644 - 3$ | 2,0 |
| $\log b = 0,6822 - 2 \pm 1,0$ | $\frac{1}{5} \cdot \log c = 1,0671$ | 0,2 |
| $\log c = 5,3355 \pm 1,0$ | $\log R_3 = 1,4315 - 3$ | 2,2 |
| $\log d = 1,2956 \pm 1,0$ | $\frac{1}{3} \cdot \log R_3 = 0,4772 - 1$ | 1,1 |
| $3 \cdot \log d = 3,8868 \pm 3,0$ | $0,4 \cdot \log a = 0,1980$ | 0,4 |
| $\frac{3}{5} \cdot \log d = 0,9717 \pm 0,8$ | $DE \frac{3}{4} \cdot \log d = 9,0283 - 10$ | 0,8 |
| $\log e = 0,8167 - 1 \pm 1,0$ | $DE 5 \cdot \log e = 10,9165 - 10$ | 5,0 |
| $5 \cdot \log e = 0,0835 - 1 \pm 5,0$ | $DE \cdot \frac{1}{2} \log f = 10,3800 - 10$ | 0,5 |
| $\log f = 0,2400 - 1 \pm 1,0$ | $\log p = 0,0000$ | 7,8 |
| $\frac{1}{2} \cdot \log f = 0,6200 - 1 \pm 0,5$ | $p = 1,0000$ | 2 |

Mithin ist $p = 1$. Die Fehlergrenze liegt bei 0,0002. Also ist:

$$0,9998 < p < 1,0002$$

Die äußerste Schwankung beträgt $\delta = 9$ Hunderttausendstel.

Der wahre Wert von p liegt also sicher zwischen 1,00009 und 0,99991.

Nur die praktische Erfahrung lehrt Geschick und Sicherheit im logarithmischen Rechnen, sowie mancherlei kleine Erleichterungen und Vereinfachungen bei der Aufstellung des Schemas.

Beim Dividieren eines Logarithmus mit negativer Charakteristik ist durch geeignetes Addieren vor dem Komma und Subtrahieren hinter der Mantisse dafür zu sorgen, daß die negative Charakteristik teilbar wird. Kommt eine Zahl in der n . Potenz vor, so kann man, um den Gang der Rechnung nicht zu unterbrechen, zunächst ihren einfachen Logarithmus schreiben, darunter setzt man sodann dessen $(n - 1)$ faches.

Kommen Summen und Differenzen in dem zu berechnenden Ausdruck vor, so lohnt es sich, einige Zeit auf Verwandlung derselben in Produkte und Quotienten zu verwenden, da wiederholtes Zurückgehen von den Logarithmen zu den Numeri recht lästig ist. (Jede Summe und Differenz ist natürlich zunächst für sich zu berechnen!)

4. Die natürlichen Logarithmen.

Die natürlichen Logarithmen sind von Lord Napier 1614 erfunden. Nach ihm heißen sie auch Neperische Logarithmen. Da sie zur Quadratur der gleichseitigen

Hyperbel benutzt werden, nennt man sie auch hyperbolische Logarithmen. Die Grundzahl dieser Logarithmen ist die Zahl $e = 2,71828\ 1828\ 459\ \dots$, die den Wert der unendlichen Reihe $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$ darstellt. Man schreibt den $\log_e a$ auch als $\log \text{ nat } a$ oder kurz als $\ln a$ oder $l a$. Tafel I D gibt die natürlichen Logarithmen der Zahlen von 0 bis 99 mit der Charakteristik. Die Sternchen bedeuten, daß an der betr. Stelle bereits die Charakteristik der nächsten Zeilen gelten soll. Ein Wiederkehren der Mantissen bei gleicher Ziffernfolge der Numeri findet hier natürlich nicht statt.

Da die natürlichen Logarithmen in der elementaren Mathematik sehr selten zum praktischen Rechnen gebraucht werden, ist auf weitere Ausdehnung dieser Tafel verzichtet worden. Das konnte um so eher geschehen, als die Möglichkeit besteht, jeden natürlichen Logarithmus in einen dekadischen zu verwandeln und umgekehrt. Dies geschieht nach der Formel: $\log_\beta z = \frac{1}{\log_b \beta} \cdot \log_b z$, wobei $\frac{1}{\log_b \beta}$ der Modul des Systems β in bezug auf das System b ist. Der Modul des dekadischen Systems in bezug auf das natürliche ist aber $0,43429\dots$, der des natürlichen in bezug auf dekadische der dazugehörige reziproke Wert $2,30259\dots$. Zur schnelleren Umrechnung der Systeme bedient man sich der Tafeln I B und C, was folgende Beispiele erläutern sollen:

| zu IB | | zu IC | |
|---------------------------|----------------------------------|-------------------------------|---------------------|
| Geg.: $\log_e e = 0,4343$ | | Geg.: $\log_{10} 10 = 2,3026$ | |
| Ges.: $\log_{10} e = ?$ | | Ges.: $\log_e 10 = ?$ | |
| Für die | erhält man | Für die | erhält man |
| Charakteristik 0 | 0,0000 ₀ | Charakteristik 2 | 0,8685 ₉ |
| 1. Dezimale 4 | 0,92 ⁰ 0 ₃ | 1. Dezimale 3 | 0,1302 ₉ |
| 2. „ 3 | 0,0690 ₃ | 2. „ 0 | 0,0000 ₀ |
| 3. „ 4 | 0,0092 ₁ | 3. „ 2 | 0,0008 ₇ |
| 4. „ 3 | 0,0006 ₉ | 4. „ 6 | 0,0002 ₆ |
| $\log_e e = 1,0000$ | | $\log_{10} 10 = 1,0000$ | |

Erläuterungen zu Tafel II.

In den trigonometrischen Tabellen dieses Buches sind die Winkel stets in Minuten und Sekunden gegeben.

Zur schnellen Verwandlung etwa in Dezimalteilen des Grades gegebener Winkel dient die Tabelle IIa.

Beispiele:

| | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| $0,675^\circ = ?$ | $25,0847^\circ = ?$ | $83,4608^\circ = ?$ |
| $0,6^\circ = 0\ 36'$ | $25,08^\circ = 25^\circ\ 4'\ 48''$ | $84,4^\circ = 83^\circ\ 24'$ |
| $0,07^\circ = 4'\ 12''$ | $0,004^\circ = 14,4''$ | $0,06^\circ = 3'\ 46''$ |
| $0,005^\circ = 18''$ | $0,0007^\circ = 2,52''$ | $0,0008^\circ = 2,88''$ |
| $0,675^\circ = 0^\circ\ 40'\ 30''$ | $25,0847^\circ = 25^\circ\ 5'\ 5''$ | $83,4608^\circ = 83^\circ\ 27'\ 39''$ |

Tabelle II b dient umgekehrt zur Verwandlung von Minuten und Sekunden in Dezimalbruchteile eines Grades.

Beispiele:

| | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|---|
| $0^{\circ} 40' 30'' = ?$ | $25^{\circ} 5' 5'' = ?$ | $83^{\circ} 27' 39'' = ?$ |
| $0^{\circ} = 0^{\circ}$ | $25^{\circ} = 25^{\circ}$ | $83^{\circ} = 83^{\circ}$ |
| $40' = 0,6667^{\circ}$ | $5' = 0,0833$ | $27' = 0,4500$ |
| $30'' = 0,0083^{\circ}$ | $5'' = 0,0014$ | $39'' = 0,0108$ |
| $0^{\circ} 40' 30'' = 0,675^{\circ}$ | $25^{\circ} 5' 5'' = 25,0847^{\circ}$ | $83^{\circ} 27' 39'' = 83,4608^{\circ}$ |

Die Tafel II c. u. d. bringen die Logarithmen der trigonometrischen Funktionen. Wegen des verschiedenartigen Charakters und Verlaufs des sin und cos einerseits, sowie des tg und ctg andererseits (vgl. die graphischen Darstellungen!) sind diese Funktionen in zwei getrennten Tafeln behandelt.

Alle gegebenen Werte sind von den gesuchten durch rote Linien getrennt. Sämtliche Logarithmen der Seiten 8 bis 48 sind der Gleichförmigkeit wegen auf — 10 bezogen; es ist also jeder Wert durch — 10 zu ergänzen.

Die Logarithmen des sin der ersten 59 Sekunden sind nebeneinander angeordnet, alle weiteren Werte untereinander. Die Sternchen auf Seite 8 bedeuten, daß an der betr. Stelle bereits die Charakteristik der folgenden Zeile gelten soll. Für die ersten 10 Minuten sind die log sin von Sekunde zu Sekunde gegeben, weil ein Interpolieren wegen des raschen Wachstums der Funktion an dieser Stelle ungenaue Werte liefern würde. Von log sin $0^{\circ} 10'$ bis log sin 1° schreitet die Tafel um je 10 Sekunden fort. Striche über der 4. Dezimale deuten an, daß dieselbe erhöht wurde. Die Tafeldifferenzen sind in Zehntausendstel unter D gegeben; in den P. P. findet man ohne Rechnung die 9 dazwischen liegenden Sekundenwerte. Von 1° bis 10° beträgt das Tafelintervall eine Minute, von da bis 40° zehn Minuten, von da bis 90° einen Grad. Das langsame Wachstum des log sin gestattet trotz der zuletzt großen Intervalle ein im Bereiche von 4 Dezimalen genaues Interpolieren.

Die wechselnden Tafelintervalle bringen es mit sich, daß die P. P. in den verschiedenen Teilen der Tafel sehr verschiedenes Aussehen zeigen. Das ist aber schon dadurch geboten, daß es nicht möglich ist, die Winkelwerte überall mit der gleichen absoluten Genauigkeit zu bestimmen. Während nämlich z. B. im Bereich von 0° bis 1° aus dem log sin der zugehörige Winkel bis auf Bruchteile einer Sekunde innerhalb der 4. Dezimale bestimmt werden könnte, lassen sich bei log sin 12° die Winkel nur auf 10 Sekunden genau und bei 50° nur auf die Minute berechnen. Der Grund dafür liegt in dem verschiedenartigen Wachstum der Funktion, über das die graphische Darstellung besser als die Tabelle Auskunft gibt. Um nun beim Aufschlagen der Werte vor unbesonnenem Zuviel an Genauigkeit zu warnen, sind bisweilen Genauigkeitsvermerke in Rotdruck eingestreut. So bedeutet „† 0,0001 aeq. $10''''$ “: an der durch † gekennzeichneten Stelle der Tafel entspricht die Einheit der 4. Dezimale 10 Sekunden des Winkels. Da nun der wahre Wert der Funktion um 5 Einheiten der 5. Dezimale nach beiden Seiten schwankt, hat der gefundene Winkelwert ein Schwankungsbereich von 10 Sekunden, weswegen es sich empfiehlt, die Werte auf 10 Sekunden und ganze Vielfache derselben abzurunden, sofern man nicht wünscht, nach den unter I 3e angegebenen Methoden der relativen Genauigkeit zu arbeiten und das Intervall der Schwankung genau festzulegen.

Da $\sin \alpha = \cos (90^{\circ} - \alpha)$ ist, liefern alle Sinuswerte, mithin auch die log sin die Kosinuswerte bzw. log cos des zugehörigen Komplementwinkels. Zum Aufschlagen des Kosinus hat man daher die Tabelle rückwärts und die Seiten von unten nach oben in der Pfeilrichtung zu lesen. Selbstverständlich sind die aus den P. P. gewonnenen Werte abzuziehen.

Beispiele:

| |
|--|
| $\log \sin 0^\circ 0' 23'' = 6,0473 - 10$ |
| $\log \sin 0^\circ 12' 37'' = ?$ |
| $\log \sin 0^\circ 12' 30'' = 7,5606 - 10$ |
| $7'' = 40.6$ |
| $\log \sin 0^\circ 12' 37'' = 7,5647 - 10$ |
| $\log \sin 1^\circ 14' 22'' = ?$ |
| $\log \sin 1^\circ 14' = 8,3329 - 10$ |
| $20'' = 19.7$ |
| $2'' = 1.97$ |
| $\log \sin 1^\circ 14' 22'' = 8,3351 - 10$ |
| $\log \sin 15^\circ 7' 52'' = ?$ |
| $\log \sin 15^\circ 0' = 9,4130 - 10$ |
| $7' = 32.9$ |
| $50'' = 3.9$ |
| $\log \sin 15^\circ 7' 52'' = 9,4167 - 10$ |
| $\log \sin 78^\circ 45' 10'' = ?$ |
| $\log \sin 78^\circ = 9,9904 - 10$ |
| $45' = 11.3$ |
| $\log \sin 78^\circ 45' = 9,9915 - 10$ |

| |
|---|
| $\log \cos 89^\circ 59' 55'' = 5,3845 - 10$ |
| $\log \cos 89^\circ 16' 43'' = ?$ |
| $\log \cos 89^\circ 16' 40'' = 8,1005 - 10$ |
| $3'' = 4.8$ |
| $\log \cos 89^\circ 16' 43'' = 8,1000 - 10$ |
| $\log \cos 83^\circ 14' 15'' = ?$ |
| $\log \cos 83^\circ 14' = 9,0712 - 10$ |
| $10'' = 1.7$ |
| $5'' = 0.8$ |
| $\log \cos 83^\circ 14' 15'' = 9,0709 - 10$ |
| $\log \cos 52^\circ 16' 33'' = ?$ |
| $\log \cos 52^\circ 10' = 9,7877 - 10$ |
| $6\frac{1}{2}'' = 10.4$ |
| $\log \cos 52^\circ 16\frac{1}{2}'' = 9,7867 - 10.$ |

Bemerkung: Bei den drei letzten Beispielen ist es unmöglich, die Sekunden völlig zu berücksichtigen. Dazu müßte noch eine 5. Dezimale herangezogen werden. Innerhalb 4 Dezimalen ist z. B. $\log \sin 78^\circ 45' 20'' = \log \sin 78^\circ 44' 40''$ o. dgl.

| |
|--|
| $5,5307 - 10 = \log \sin \omega$ |
| $\omega = 0^\circ 0' 7''$ |
| $7,7264 - 10 = \log \sin \omega$ |
| $7,7230 - 10 = \log \sin 0^\circ 18' 10''$ |
| $+ 34 = 8\frac{1}{2}''$ |
| $\omega = 0^\circ 18' 18\frac{1}{2}''$ |
| $8,9468 - 10 = \log \sin \omega$ |
| $8,9460 - 10 = \log \sin 5^\circ 4'$ |
| $+ 8 = 32''$ |
| $\omega = 5^\circ 4' 32''$ |
| genauer: zwischen $30''$ und $34''$ |
| $9,6220 - 10 = \log \sin \omega$ |
| $9,6205 - 10 = \log \sin 24^\circ 40'$ |
| $+ 15 = 5' 30''$ |
| $\omega = 24^\circ 45' 30''$ |
| genauer: zwischen $20''$ und $40''$ |

| |
|---|
| $6,1480 - 10 = \log \cos \omega$ |
| $\omega = 89^\circ 59' 31''$ |
| $8,0175 - 10 = \log \cos \omega$ |
| $8,0180 - 10 = \log \cos 89^\circ 24' 10''$ |
| $- 5 = 2\frac{1}{2}''$ |
| $\omega = 89^\circ 24' 12\frac{1}{2}''$ |
| $8,3172 - 10 = \log \cos \omega$ |
| $8,3210 - 10 = \log \cos 88^\circ 48'$ |
| $- 38 = 38''$ |
| $\omega = 88^\circ 48' 38''$ |
| $9,9741 - 10 = \log \cos \omega$ |
| $9,9757 - 10 = \log \cos 19^\circ$ |
| $- 16 = 36'$ |
| $\omega = 19^\circ 36'$ |
| genauer: zwischen $34'$ und $38'$. |

Der grundverschiedene Verlauf des tang macht für den log tang eine andere Anordnung erforderlich.

Die graphische Darstellung zeigt, daß der tang für kleine Winkel mit dem sin zusammenläuft. Tatsächlich liegt freilich der tang stets über dem sin, doch macht sich die Abweichung der Logarithmen zwischen 0° und 1° innerhalb der

4 Dezimalen nach dem Komma noch nicht bemerkbar. Deswegen kann $\log \operatorname{tang}$ für 0° bis 1° unbedenklich direkt als $\log \sin$ aufgeschlagen werden. Um Ansprüchen an äußerste Genauigkeit gerecht zu werden, ist auf S. 32 die Abweichung der beiden Werte in der 5. Dezimale angegeben. Dem gleichen Zwecke dient die Andeutung der etwaigen Erhöhung des $\log \sin$ zwischen 0° und 1° in der 4. Dezimale durch feinen Strich. Man beachte jedenfalls die durch Druck hervorgehobene Anweisung S. 32 unten!

Da $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tang} \alpha}$, also $\log \operatorname{ctg} \alpha = \text{DE} \log \operatorname{tang} \alpha$ ist, haben tang und ctg , sowie ihre Logarithmen an der gleichen Stelle stets die gleiche Tafeldifferenz, wiewohl bei wachsendem Winkel der tang zunimmt und der ctg abnimmt. Daher wurden beide Funktionen für gleiche Winkel an gleicher Stelle gegeben. Da aber fernerhin $\operatorname{tang} \alpha = \operatorname{ctg} (90 - \alpha)$, konnte diese Tabelle bei 45° abschließen. Im übrigen entspricht die Anordnung Tafel IIc.

Beispiele:

| | |
|--|---|
| $\log \operatorname{tang} 0^\circ 12' 37'' = \log \sin 0^\circ 12' 37''$ $\qquad\qquad\qquad = \qquad\qquad\qquad 7,5647 - 10$ | $\log \operatorname{ctg} 89^\circ 59' 28'' = \log \cos 89^\circ 59' 28''$ $\qquad\qquad\qquad = \qquad\qquad\qquad 6,1907 - 10$ |
| $\log \operatorname{tang} 0^\circ 57' 43'' = \log \sin 0^\circ 57' 43'' + p$ $\log \sin 0^\circ 57' 40'' = 8,2246 - 10$ $\quad + 3'' = \qquad\qquad\qquad 3.9$ $\quad + p = \qquad\qquad\qquad 0.6$ | $\log \operatorname{ctg} 89^\circ 14' 27'' = \log \cos 89^\circ 14' 27'' + p$ $\log \cos 89^\circ 14' 20'' = 8,1233 - 10$ $\quad - 7'' = \qquad\qquad\qquad 11.2$ $\quad + p = \qquad\qquad\qquad 0.4$ |
| $\log \operatorname{tang} 0^\circ 57' 43'' = 8,2251 - 10$ | $\log \operatorname{ctg} 89^\circ 14' 27'' = 8,1222 - 10$ |
| $\log \operatorname{tang} 89^\circ 7' 24'' =$ $\qquad\qquad\qquad \text{DE} \log \cos 89^\circ 7' 24'' - p$ $\log \cos 89^\circ 7' 20'' = 8,1852 - 10$ $\quad - 4'' = \qquad\qquad\qquad 5.2$ $\quad - p = \qquad\qquad\qquad 0.5$ | $\log \operatorname{ctg} 0^\circ 25' 32'' =$ $\qquad\qquad\qquad \text{DE} \log \sin 0^\circ 25' 32'' - p$ $\log \sin 0^\circ 25' 30'' = 7,8703 - 10$ $\quad + 2'' = \qquad\qquad\qquad 5.6$ $\quad - p = \qquad\qquad\qquad 0.1$ |
| $\text{DE} \log \operatorname{tang} 89^\circ 7' 24'' = 8,1847 - 10$ $\log \operatorname{tang} 89^\circ 7' 24'' = 11,8153 - 10$ | $\text{DE} \log \operatorname{ctg} 0^\circ 25' 32'' = 7,8708 - 10$ $\log \operatorname{ctg} 0^\circ 25' 32'' = 12,1292 - 10$ |

Erläuterungen zu Tafel III.

Bei Einführung der trigonometrischen Funktionen empfiehlt sich die ausschließliche Benutzung der Tafel III, welche unter Vermeidung der Logarithmen die natürlichen Zahlenwerte der trigonometrischen Funktionen enthält.

Die Tafel ist so eingerichtet, daß die zu jeder einzelnen Minute gehörigen Werte gefunden werden können. Bei dem gleichmäßigen Fortschreiten von 10 zu 10 Minuten findet man die 9 Zwischenwerte jedes Intervalles, wenn man 1, 2, . . . 9 Zehntel der Tafeldifferenz bei wachsender Funktion (\sin und tang) addiert, bei fallender Funktion (\cos und ctg) abzieht. Da keine Proportionaltafelchen beigegeben sind, ist diese Rechnung im Kopfe vorzunehmen. Es besteht aber auch die Möglichkeit, das der Ausgabe B beigefügte lose Kartonblatt mit Proportionaltafelchen beim Buchhändler zu bestellen.

Beispiele:

| |
|--|
| $\sin 12^\circ 32' = ?$ |
| $\sin 12^\circ 30' = 0,2164$ |
| $+ 2' = 2 \cdot 2_{.9} = 5_{.8}$ |
| $\sin 12^\circ 32' = 0,2170$ |
| $\text{tang } 49^\circ 47' = ?$ |
| $\text{tang } 49^\circ 40' = 1,1778$ |
| $+ 7' = 7 \cdot 6_{.9} = 48_{.3}$ |
| $\text{tang } 49^\circ 47' = 1,1826$ |
| $0,9777 = \sin \omega$ |
| $0,9775 = \sin 77^\circ 50'$ |
| $+ \quad 2 = \frac{10 \cdot 2}{6} = 3\frac{1}{3}'$ |
| $\omega = 77^\circ 53'$ |
| $0,007806 = \text{tang } \omega$ |
| $0,005818 = \text{tang } 0^\circ 20'$ |
| $1988 = \frac{10 \cdot 1988}{2909} = 6,8'$ |
| $\omega = 0^\circ 27'$ |

| |
|---------------------------------------|
| $\cos 19^\circ 13' = ?$ |
| $\cos 19^\circ 10' = 0,9446$ |
| $- 3' = 3 \cdot 1_{.0} = 3$ |
| $\cos 19^\circ 13' = 0,9443$ |
| $\text{ctg } 79^\circ 51' = ?$ |
| $\text{ctg } 79^\circ 50' = 0,1793$ |
| $- 1' = 1 \cdot 3_{.0} = 3$ |
| $\text{ctg } 79^\circ 51' = 0,1790$ |
| $0,1530 = \cos \omega$ |
| $0,1536 = \cos 81^\circ 10'$ |
| $6 = \frac{10 \cdot 6}{29} = 2'$ |
| $\omega = 81^\circ 12'$ |
| $2,2222 = \text{ctg } \omega$ |
| $2,2286 = \text{ctg } 24^\circ 10'$ |
| $64 = \frac{10 \cdot 64}{173} = 3,7'$ |
| $\omega = 24^\circ 14'$ |

Erläuterungen zu Tafel IV.

Sollen Sehnenlängen (chorda), Bogenlängen (arcus) und Bogenhöhen (sagitta = Pfeil) eines Zentriwinkels berechnet werden, so bedient man sich der Tabelle IV a. Diese gestattet die betr. Werte auf 4 Dezimalen zu bestimmen, eine Genauigkeit, bei der Sekunden nicht mehr berücksichtigt werden können.

Die Bogenlängen zusammengesetzter Winkel erhält man nach der Formel $\text{arcus}(\alpha + \beta + \gamma) = \text{arcus } \alpha + \text{arcus } \beta + \text{arcus } \gamma$ durch Addition der Einzelwerte. Die entsprechenden Werte der Sehnenlängen und Bogenhöhen erhält man durch Interpolieren.

Alle Werte in der Tafel beziehen sich auf den Kreis vom Radius 1. Wünscht man die einem Radius r zugehörigen Werte zu finden, so hat man die Tafelwerte mit r zu multiplizieren.

Beispiele:

| |
|--|
| $\text{arcus } 137^\circ 24' = ?$ |
| $\text{arcus } 137^\circ = 2,3911$ |
| $\text{arcus } 24' = 0,0070$ |
| $\text{arcus } 137^\circ 24' = 2,3981$ |
| $\text{arcus } 215^\circ 50' = ?$ |
| $\text{arcus } 180^\circ = 3,1416$ |
| $\text{arcus } 35^\circ = 0,6109$ |
| $\text{arcus } 50' = 0,0145$ |
| $\text{arcus } 215^\circ 50' = 3,7670$ |

| |
|--|
| $\text{sag. } 312^\circ 16' = \text{sag. } 47^\circ 44'$ |
| $\text{sag. } 47^\circ = 0,0829$ |
| $\text{sag. } 44' = \frac{36 \cdot 44}{60} = 26_{.4}$ |
| $\text{sag. } 312^\circ 16' = 0,0855_{.4}$ |
| $\text{chorda } 250^\circ 45' = \text{chorda } (180 - 70^\circ 45')$ |
| $\text{chorda } 109^\circ 15' = ?$ |
| $\text{chorda } 109^\circ = 1,6282$ |
| $\text{chorda } 15' = \frac{101 \cdot 15}{60} = 25$ |
| $\text{chorda } 250^\circ 45' = 1,6307$ |

Sollen die Bogenlängen genauer, also auch für Sekunden bestimmt werden, so benutzt man Tafel IVb.

Beispiel:

$$\text{arcus } 52^{\circ} 14' 36'' = ?$$

$$\text{arc. } 50^{\circ} = 0,872664626$$

$$\text{arc. } 2^{\circ} = 0,034906585$$

$$\text{arc. } 10' = 0,002908882$$

$$\text{arc. } 4' = 0,001163553$$

$$\text{arc. } 30'' = 0,000145444$$

$$\text{arc. } 6'' = 0,000029089$$

$$\text{arcus } 52^{\circ} 14' 36'' = 0,911818179$$

Soll umgekehrt der zu einem Bogenwert gehörige Winkel gesucht

werden, so benutzt man Tafel IVc.

Beispiel:

$$0,911818179 = \text{arcus } \omega$$

$$0,9 = 51,566202$$

$$0,01 = 0,572958$$

$$0,001 = 0,057296$$

$$0,0008 = 0,045837$$

$$0,00001 = 0,000573$$

$$0,000008 = 0,000458$$

$$0,0000001 = 0,000006$$

$$0,00000007 = 0,000004$$

$$0,000000009 = 0,000001$$

$$\omega = 52,243335$$

$$\omega = 52^{\circ} 14' 36''$$

Erläuterungen zu Tafel V.

Die Tafel Va der Quadrate von 1^2 bis 999^2 konnte auf zwei benachbarte Seiten zusammengedrängt werden, indem eine neue Anordnung gewählt wurde, die Abtrennung der periodisch wiederkehrenden Zehner und Einer gestattete. Diese beiden Ziffern am Ende jeder Zeile wurden durch Rotdruck hervorgehoben, damit sie nicht übersehen werden.

Netz Vd (Seite 76) gestattet die rasche graphische Näherungslösung jeder quadratischen Gleichung mit reellen Wurzeln.

Man bringt zu diesem Zwecke die gegebene Gleichung auf die Normalform $x^2 + px + q = 0$, setzt $x^2 = y$ und erhält den linearen Gleichungsrest $y = -q - px$. Dabei stellt $y = x^2$ die Einheitsparabel dar, $y = -q - px$ eine Gerade mit dem y-Achsenabschnitt $(-q)$ und dem Richtungsfaktor $(-p)$. Die Parabel ist schwarz eingezeichnet, zu ihr gehören die schwarzen Koordinaten. Die Gerade ergibt sich durch Anlegen eines Lineals durch die beiden Kernpunkte $P_1(0, -q)$ und $P_2(1, -q - p)$. Achtung auf die Vorzeichen! Die Abszissen x_1 und x_2 der beiden Schnittpunkte S_1 und S_2 von Parabel und Gerade sind die gesuchten Wurzeln der quadratischen Gleichung.

Besondere Fälle: Liegt P_2 zu nahe bei P_1 , so werden Gerade und Schnittpunkte ungenau. Man wählt dann den zweiten Kernpunkt etwa als $P_2(2, -q - 2p)$ oder dgl. — Ist p ein Bruch, etwa gleich $\frac{m}{n}$, so wird $P_2(n, -q - m)$. — Liegt nur ein Schnittpunkt S_1 mit der Abszisse x_1 im Netz, so wird x_2 nach Vieta durch Division $(x^2 + px + q) : (x - x_1) = x - x_2$ gefunden. — Liegen beide Schnittpunkte außerhalb des Zeichenblattes, so wählt man unter Verkürzung der y-Achse etwa im Verhältnis 1 : 5 die rote Parabel und die roten Koordinaten bei sinnmäßiger Abänderung des Verfahrens. — Läuft die Gerade offenkundig an der Parabel vorbei, so gibt es keine reellen Wurzeln.

Netz Ve (S. 77) gestattet rasche Näherungslösung einer kubischen Gleichung.

Man bringt zu diesem Zwecke die kubische Gleichung auf die Normalform $x^3 + px + q = 0$ (Anhang S. 24), setzt $x^3 = y$ und erhält den linearen Gleichungsrest $y = -q - px$. Dabei stellt $y = x^3$ die kubische Einheitsparabel, $y = -q - px$ die Schnittgerade dar. Alles Weitere ist genau wie bei Vd, nur erhält man drei Schnittpunkte, also drei Wurzeln. Oft erhält man nur einen Schnittpunkt; dann sind zwei Wurzeln konjugiert komplex.

$$(x^3 + px + q) : (x - x_1) = (x - x_2) \cdot (x - x_3)$$

Fällt auch der eine Schnittpunkt außerhalb des Netzes, so verkürzt man die y-Achse i. V. 1 : 25 und benutzt die rote Parabel und die roten Koordinaten.

Erläuterungen zu Tafel VI.

Zur schnellen Berechnung der Zinsen eines Sparkassenbuches dienen in den Bankgeschäften umfangreiche Zinstabellen. Tabelle VIa ermöglicht das gleiche auf logarithmischem Wege. Man hat zu diesem Zwecke nur den Logarithmus des Kapitals aufzusuchen, alles übrige findet sich S. 88 und 89. Man beachte die Bemerkungen der Überschrift! Jahr und Monate sind kalendergemäß gerechnet.

Beispiel: Jemand zahlt am 7. Januar 225 \mathcal{M} an eine Sparkasse und hebt davon am 19. August 75 \mathcal{M} ab. Wieviel Zinsen zu $3\frac{3}{8}\%$ kann er am Jahreschluß fordern?

| | |
|-------------------------|---------------------------------------|
| log K = 2,3522 | log K' = 1,8751 |
| log f = 9,9606 — 5 | log f = 0,9606 — 5 |
| log t = 2,5539 | log t' = 2,1271 |
| log Z = 0,8667 | log Z' = 0,9628 — 1 |
| Z = 7,35, \mathcal{M} | Z' = 0,91 $\frac{1}{8}$ \mathcal{M} |

Er hat $Z - Z' = 6,44 \mathcal{M}$ Zinsen zu verlangen.

Die Nomogramme der Zinseszinsrechnung (Tafel VI d S. 88/89) gestatten alle Arten von Zinseszinsaufgaben sozusagen im Augenblick zu lösen.

Im Koordinatensystem sind auf der x-Achse die n, auf der y-Achse die Verhältniswerte $\frac{k}{a}$ abgetragen worden. Darnach wurde das Netz der Exponentialkurvenschar $y = q^x$ für $p = 1$ bis 12 eingezeichnet. Nun hat jeder Punkt des Netzes drei Koordinaten $\frac{k}{a}$, p, n, deren zwei stets die dritte bestimmen.

Sind a und k gegeben, so berechne man $k : a$; ein Blick auf das Nomogramm liefert nun das fehlende p oder n. Ist aber a oder k gegeben, so zeigt der Schnittpunkt der p-Kurve mit der n-Ordinate sofort den Verhältniswert $k : a$ auf der y-Achse, und eine winzige Schlußrechnung bestimmt die gesuchte Größe.

Reichen die Zahlen des Nomogramms a nicht für eine Aufgabe aus, so benutzt man das logarithmische Nomogramm β (n bis 60 Jahre, $\frac{k}{a}$ bis 10).

Durch Logarithmieren verwandelt sich die Zinseszinsformel in $\log_a^k y = n \cdot \log_a q$, d. h. $y = n \cdot x$. Das bedeutet geometrisch die Schar aller Geraden, die sich im Nullpunkt schneiden. Mit Rücksicht auf das Tafelformat ist als Einheit der x-Achse 240 cm, als Einheit der y-Achse 15 cm gewählt worden. In diesen Einheiten werden auf der x-Achse die $\log q$ für $p = 0$ bis 10, auf der y-Achse die $\log \frac{k}{a}$ für $\frac{k}{a} = 1$ bis 10 eingetragen. Die Teilung auf der x-Achse (vgl. Tafel VI e S. 90) weicht kaum von einer linearen Skala ab. Die Teilung auf der y-Achse zeigt deutlich Logarithmenskalencharakter. In diesem System werden die Exponentialkurven $y = q^x$ zu Geraden, zu der roten Geradenschar $y = nx$, deren Parameter der Steigungsfaktor n ist.

Nun hat jeder Punkt des Netzes seine drei Koordinaten $\frac{k}{a}$, p , n , deren jede durch die beiden anderen bestimmt ist. Die Lösung verläuft genau wie bei VI d a.

Die Nomogramme der Rentenrechnung (Tafel VI f S. 90/91) bieten noch größere Vorteile als die der Zinseszinsrechnung, da die rechnerische Behandlung zeitraubend und in Einzelfällen (wenn der Zinsfuß gesucht wird) unmöglich ist. Das nomographische Verfahren liefert aber immer und in Sekundenschnelle ein Ergebnis von annehmbarer Genauigkeit.

$$\text{Die Rentenformel } \frac{R}{r} = \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

stellt für veränderliche n und $\frac{R}{r}$ ebenfalls eine Exponentialgleichung dar. Trägt man die n etwa von 0 bis 10 auf der x-Achse, die $R : r$ von 0 bis 20 auf der y-Achse ab, so läßt sich für jedes Wertepaar n , $\frac{R}{r}$ der Tripelwert q bzw. p berechnen und die Kurvenschar für $p = 0$ bis 12 darstellen. Das ist S. 90 geschehen, und damit erhielt jeder Netzpunkt seine drei Werte $\frac{R}{r}$, p , n , deren je zwei den dritten bestimmen.

Überschreitet die Rentenaufgabe den bescheidenen Umfang des Nomogramms S. 90, so tritt das Nomogramm S. 91 in Wirkung.

Der logarithmische Rechenstab.

Die Bestandteile: 1. Der Stab mit den Skalen A u. D, 2. die Zunge (Schieber) mit den Skalen B u. C, 3. der Läufer mit dem Fadenstrich.

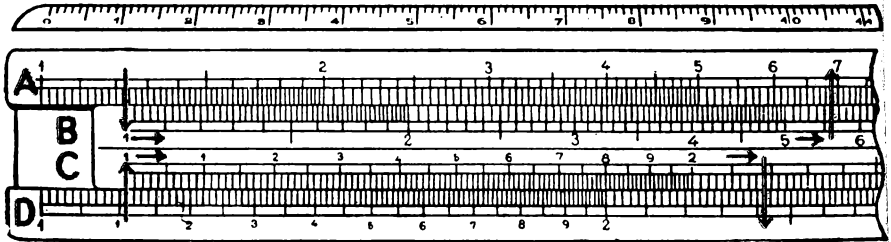
Die log. Skalen: C u. D laufen von $\log_{10} 1 = 0$ bis $\log_{10} 10 = 1$ durch 250 mm (Einheit!). Alle Zwischenwerte entstammen der Logarithmentafel und sind durch Multiplikation mit der Einheit 250 in mm verwandelt; z. B. $\log 2 = 0,3010$ wird zu 75,3 mm (an der mm-Skala abzulesen). — A u. B laufen auf der gleichen Strecke zweimal von $\log 1$ bis $\log 10$. Die Einheit ist 125 mm; z. B. $\log 3 = 0,4771$ wird zu 59,6 mm. Die „3 rechts“ entspricht 185 mm. Man unterscheidet A_l und A_r (links u. rechts), ebenso B_l u. B_r . Man beachte die Einsen am Anfang, am Ende und bei A u. B in der Mitte. 1_A , 1_E , 1_M sind durchaus gleichwertig und bei etwaigem Versagen der einen austauschbar. Ebenso bedeutet $A_r 3$ nicht etwa nur 30, sondern ebensogut 3 oder 0,3 oder 3000. Die Kennziffer ergibt sich wie beim Tafelrechnen bzw. durch Überschlag.

Das Rechnen mit dem Stabe erfolgt nach den ins Graphische übertragenen logarithmischen Regeln.

Fünf Sprechende Bilder,

bei denen rote Marken und Pfeile die Vorgänge andeuten, belehren besser als Beschreibungen. Man stelle den eigenen Stab genau nach den abgebildeten Bruchstücken ein.

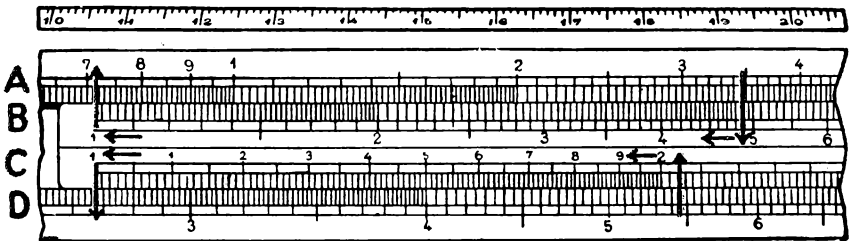
1. Die Multiplikation.



Beisp. für A u. B: $12,3 \cdot 5,6 = 69$
Anl.: Unter A 123 \downarrow B 1 stellen, \rightarrow B 56
suchen, darüber \uparrow A 69 ablesen.

Beisp. für C u. D: $0,218 \cdot 111 = 24,2$
Anl.: Über D 111 \uparrow C 1 stellen
 \rightarrow C 218 suchen, darunter \downarrow D 242

2. Die Division.



Beisp. für A u. B: $345 : 4,85 = 71$
Anl.: Unter A_r 345 \downarrow mit Hilfe des
Läufers B_l 485, \rightarrow B 1_a, \uparrow A 71.

Beisp. für C u. D: $54,4 : 20,4 = 2,67$
Anl.: Über D 544 \uparrow mit Hilfe des
Läufers C 204, \rightarrow C 1, \downarrow D 267.

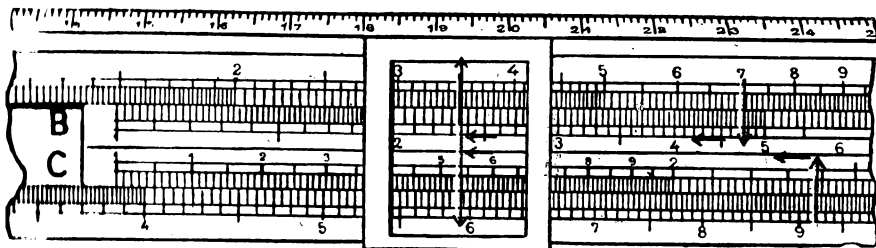
Bem.: Man rechne zur Übung die Umkehrungen der obigen 4 Beispiele und beachte die größere Genauigkeit auf C u. D.

3. Die vierte Proportionale.

Beisp. für A u. B: $47 : 70 = 233 : x$
$$x = \frac{70 \cdot 233}{47} = 347$$

Beisp. für C u. D: $242 : 915 = 156 : x$
$$x = \frac{915 \cdot 156}{242} = 590$$

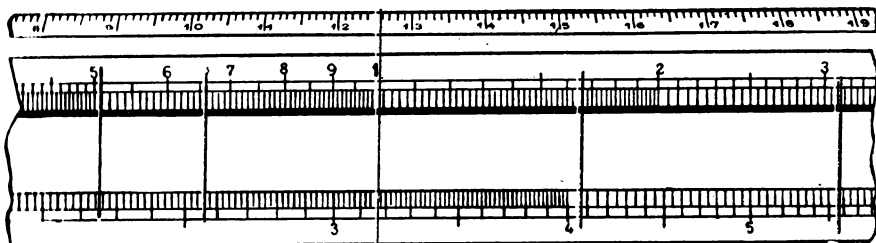
Bem.: Bei gemischter Multiplikation und Division zuerst dividieren!



Anl. Mit Hilfe des Läufers unter
 $A \downarrow B 147$ stellen, dann Läufer
 \blacktriangleright auf $B 233$, darüber $\uparrow A 347$.

Anl.: Mit Hilfe des Läufers über
 $D 915 \uparrow C 242$. Läufer $\rightarrow C 156$,
 darunter $\downarrow D 590$.

4. Quadrat und Quadratwurzel.

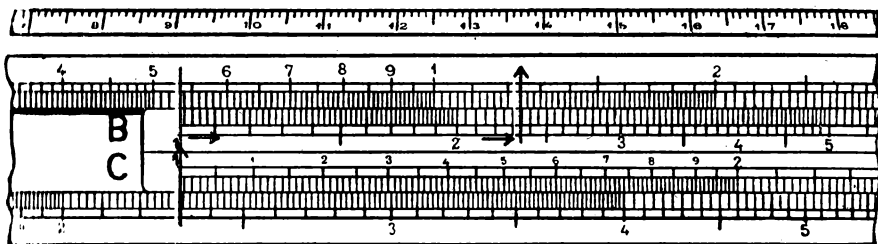


Beisp.: $22,5^2 \approx 506$; $2,56^2 \approx 6,55$; $316^2 \approx 100000$; $0,405^2 \approx 0,164$; $5,55^2 \approx 30,8$.

Anl.: Die Zunge ist entbehrlich. Man schiebt beim Quadrieren den Läufer auf die Basis in D und liest das Quadrat am Fadenstrich auf A ab.

Bem.: Beim Ziehen der Quadratwurzel geht man den gleichen Weg rückwärts. Doch ist darauf zu achten, daß der Radikand bei einer ungeraden Anzahl von Ziffern vor dem Komma, sowie (wenn er kleiner als 1 ist) bei einer ungeraden Anzahl von Nullen nach dem Komma auf A_L , andernfalls auf A_R gesucht wird.

5. Der Kubus.



Beisp.: $2,3^3 \approx 12,2$.

Anl.: Über $D 23 \uparrow C 1$ (also auch $B 1$) $\rightarrow B 23$, $\uparrow A 122$.

Bem.: Ist die Basis größer als 316, so wählt man $C 1E$.

Die Formeln der Schulmathematik.

Analysis.

Grundformeln:

$$\begin{aligned}
 (a + b) \cdot (a - b) &= a^2 - b^2 \\
 (a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2ab + b^2 \\
 (a \pm b)^3 &= a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \\
 (a + b \pm c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \pm 2ac \pm 2bc \\
 (a^2 + ab + b^2) \cdot (a - b) &= a^3 - b^3 \\
 (a^2 - ab + b^2) \cdot (a + b) &= a^3 + b^3 \\
 \text{Wenn } a : b = c : d, \text{ so ist} \\
 a \cdot d &= c \cdot d \\
 am : bm &= cn : dn \\
 (a + b) : (a - b) &= (c + d) : (c - d)
 \end{aligned}$$

Die Mittel:

Für 2 Größen a und b ist
das arithmetische Mittel:

$$\frac{a + b}{2};$$

das geometrische Mittel:

$$\sqrt{a \cdot b};$$

das harmonische Mittel:

$$\frac{2 \cdot ab}{a + b}.$$

Potenzen:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m \cdot b^m = (ab)^m$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(-a)^{2n} = a^{2n}$$

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

$$a^n = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

Wurzeln:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[m \cdot n]{a^{m+n}}$$

$$\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[m \cdot n]{a^{n-m}}$$

$$\sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b^m}} = \frac{1}{b} \sqrt[n]{a \cdot b^{n-m}}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c}} = \frac{\sqrt[n]{a}(\sqrt[n]{b} - \sqrt[n]{c})}{b - c}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[m]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b}$$

Logarithmen:

$$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$$

$$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$$

$$\log_x a^n = n \cdot \log_x a$$

$$\log_x \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log_x a$$

$$\frac{\log_x a}{\log_x b} = \log_b a$$

| Die Null: | | | $i = \sqrt{-1}$ |
|------------------|---------------|----------|----------------------|
| $a \cdot 0 = 0$ | $\sqrt[n]{a}$ | $=$ | $\sqrt[n]{0} = \sim$ |
| $a : 0 = \infty$ | $a > 1$ | ∞ | $\log_a 0 = -\infty$ |
| $0 : a = 0$ | $a = 1$ | 1 | $\log_a 1 = 0$ |
| $a^0 = 1$ | $0 < a < 1$ | 0 | vgl. S. 35. |
| | | | $i^{4n} = +1$ |
| | | | $i^{4n+1} = +i$ |
| | | | $i^{4n+2} = -1$ |
| | | | $i^{4n+3} = -i$ |

Zinseszins- und Rentenrechnung:

Zinsformel: $z = \frac{a \cdot p \cdot n}{100}$, wo z die Zinsen des Kapitals a zu p % in n Jahren.

Zinseszinsformel: $k = a \cdot q^n$, wo Zinsfaktor $q = 1 + \frac{p}{100}$ und k Endwert eines Kapitals a n Jahre nach seiner Einzahlung bei p %.

Diskontierungsformel: $a = \frac{k}{q^n}$, wo a der Wert des Kapitals k n Jahre vor seiner Fälligkeit.

Rentenformel: $R = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, wo r Betrag der Jahresrate, n Anzahl der Raten (!), R Grundwert der Rente am Zahltag der letzten Rate.

Barwert der ewigen Rente: $B = \frac{r}{q - 1} = \frac{100 r}{p}$, bezogen auf den Tag der Einzahlung des Kapitals, d. i. 1 Jahr vor der 1. Rate.

Bei Zinszuschlag in m tel Jahren ist $k = a \cdot q'^m \cdot n$, wo entweder $q' = 1 + \frac{p}{100 m}$ oder (konforme Verzinsung) $q' = \sqrt[m]{q}$

Bei Ratenzahlung $\left\{ \begin{array}{l} \text{in } m \text{ tel Jahren} \\ \text{bzw. alle } m \text{ Jahre} \end{array} \right\}$ ist $R = r \cdot \frac{q^n - 1}{\sqrt[m]{q} - 1}$ bzw. $r \cdot \frac{q^n - 1}{q^m - 1}$.

(Organische Verzinsung: $k = a \cdot e^{0,01 \cdot p \cdot n}$)

Beziehungen der Binomialkoeffizienten: n Basis, k Index. ($n > k$)

$$\begin{aligned} \binom{n}{0} &= 1 & \binom{n}{k} &= \binom{n}{n-k} \\ \binom{n}{1} &= n & \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} &= \binom{n+1}{k} \\ \binom{n}{2} &= \frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2} & \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} &= 2^n \\ \binom{n}{3} &= \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{3!} & \binom{k}{n} &= 0 \quad 0! = 1 \\ \binom{n}{k} &= \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k! (n-k)!} \\ \binom{n}{n} &= 1 & \binom{-n}{k} &= \pm \binom{n+k-1}{k}, \text{ wo } - \text{ für ungerade } k. \end{aligned}$$

Kombinatorik: Die Anzahl der Permutationen von n Elementen ist:

$$P_{(n)} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n = n!$$

Die Anzahl der Permutationen von n Elementen bei a, β, γ gleichen ist:

$$a, \beta, \gamma \quad P_{(n)} = \frac{n!}{a! \beta! \gamma!}$$

Die Anzahl der Kombinationen ohne Wiederholung von n Elementen zur Klasse k ist:

$$C_n^k = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k! (n-k)!} = \binom{n}{k}$$

Die Anzahl der Kombinationen mit Wiederholung von n Elementen zur Klasse k

$$\text{ist: } rC_n^k = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n+k-1)}{k!} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! k!} = \binom{n+k-1}{k}$$

Wichtige Beziehungen: $C_n^k = rC_{n-k+1}^k$ und $rC_n^k = rC_{n+k-1}^k$

Die Anzahl der Variationen ohne Wiederholung von n Elementen zur Klasse k ist:

$$V_n^k = k! C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Die Anzahl der Variationen mit Wiederholung von n Elementen zur Klasse k ist:

$$rV_n^k = n^k$$

Wahrscheinlichkeitslehre:

Die einfache Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses bei m möglichen und g günstigen Fällen ist:

$$w = \frac{g}{m}$$

Die entgegengesetzte Wahrscheinlichkeit (Unwahrscheinlichkeit, Eintreten eines ungünstigen Falles) ist:

$$w_e = 1 - w = \frac{m - g}{m}$$

Die vollständige Wahrscheinlichkeit (Eintreten eines von mehreren voneinander unabhängigen Ereignissen zugleich oder nacheinander) ist:

$$w_v = w_1 + w_2 + w_3 + \dots$$

Die zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit (Eintreten mehrerer voneinander unabhängiger Ereignisse zugleich oder nacheinander) ist:

$$w_z = w_1 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot \dots$$

Die beschränkte Wahrscheinlichkeit (Eintreten wenigstens eines von mehreren voneinander unabhängigen Ereignissen) ist:

$$w_b = 1 - (1 - w_1) \cdot (1 - w_2) \cdot (1 - w_3) \cdot \dots$$

Die relative Wahrscheinlichkeit (das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines bestimmten Ereignisses zur vollständigen Wahrscheinlichkeit für das Eintreten irgend eines der Ereignisse) ist:

$$w_r = \frac{w}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots}$$

Lebensversicherung:

Eintrittsalter x . Die Leistung des Versicherten heißt Prämie [einmalige EA] a_n oder laufende (m mal) mP mit beigefügtem EA etc.]. Die Leistung der Gesellschaft ist die einmalige Versicherungssumme k oder die laufende Rente r .

| Art der Versicherung | Einmalige Prämie | Jahresprämie |
|---|--|---|
| <p>1. Versicherung auf Erlebensfall</p> <p>α) k wird n Jahre nach Abschluß fällig, verfällt bei früherem Tode</p> <p>β) sofort beginnende lebenslängliche Leibrente r, vorschüssig * zahlbar</p> <p>γ) wie β, aber n Jahre Karez, vorschüssig * zahlbar</p> <p>δ) sofort beginnende Zeitrente (n Raten r) vorschüssig * zahlbar</p> | $E_x = k \cdot \frac{D_x + n}{D_x}$ $a_x = r \cdot \frac{N_x}{D_x}$ $\bar{a}_x = r \cdot \frac{N_x + n}{D_x}$ $a_{\overline{x} n} = r \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$ | $k \cdot \frac{D_x + n}{N_x - N_{x+n}}$ $r \cdot \frac{N_x + n}{N_x - N_{x+n}}$ |
| <p>2. Versicherung auf Todesfall</p> <p>α) sofort beginnende lebenslängliche Versicherung von k, beim Tode zahlbar</p> <p>β) wie α, aber n Jahre Karez</p> <p>γ) nur für n Jahre in Kraft, verfällt beim Erleben</p> | $A_x = k \cdot \frac{M_x}{D_x}$ $\bar{A}_x = k \cdot \frac{M_x + n}{D_x}$ $A_{\overline{x} n} = k \cdot \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$ | $k \cdot \frac{M_x}{N_x - N_{x+n}}$ $k \cdot \frac{M_x + n}{N_x - N_{x+n}}$ $k \cdot \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$ |
| <p>3. Gemischte Versicherung</p> <p>k beim Tode, aber spätestens n Jahren nach Abschluß beim Erleben zahlbar</p> | $\bar{A}_{\overline{x} n} = k \cdot \frac{M_x - M_{x+n} + D_x + n}{D_x}$ | $k \cdot \frac{M_x - M_{x+n} + D_x + n}{N_x - N_{x+n}}$ |

* Bemerkung. Bei nachschüssiger Versicherungen ($\alpha_x, \alpha_{\overline{x}|n}$) wird Index x im Zähler durch $x+1$ ersetzt.

Der binomische Lehrsatz:

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots + \binom{n}{2} a^2 b^{n-2} + \binom{n}{1} a b^{n-1} + b^n$$

Reihen:

Die arithmetische Reihe vom Anfangsglied a , Endglied t , Differenz d , Gliederzahl n :

$$a + [a + d] + [a + 2d] + \dots + [a + (n-1)d]$$

hat die Summe $s = (a + t) \cdot \frac{n}{2} = a \cdot n + \binom{n}{2} \cdot d$, wo $d = \frac{t - a}{n - 1}$.

Pyramidalzahlen:

$$\sum_{k=1}^n k = \binom{n+1}{2} \quad \sum_{k=1}^n 2k = n(n+1) \quad \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \binom{n}{3} \quad \sum_{k=1}^n k^3 = \binom{n+1}{2}^2 \quad \sum_{k=1}^n \binom{k+1}{2} = \binom{n+2}{3}$$

Die geometrische Reihe vom Anfangsglied a , Endglied t , Quotienten q , Gliederzahl n :

$$a + a \cdot q + a \cdot q^2 + a \cdot q^3 + \dots + a \cdot q^{n-1}$$

hat die Summe $s = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, wobei $q = \frac{s - a}{s - t} = \sqrt[n-1]{\frac{t}{a}}$.

Die fallende geometrische Reihe ($n = \infty$) hat die Summe $s = \frac{a}{1 - q}$.

Die zusammengesetzte Reihe:

$$a + (a + d) \cdot q + (a + 2d) \cdot q^2 + \dots + [a + (n-1)d] \cdot q^{n-1}$$

hat die Summe $s = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} + \frac{dnq^n}{q - 1} - dq \cdot \frac{q^n - 1}{(q - 1)^2}$.

Die harmonische Reihe $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ divergiert.

Die binomische Reihe:

$$(1 + x)^n = 1 + \binom{n}{1} x + \binom{n}{2} x^2 + \binom{n}{3} x^3 + \dots$$

konvergiert für alle $|x| < 1$.

Die Exponentialreihen:

$$\left. \begin{aligned} e^x &= 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \\ a^x &= 1 + \frac{x \cdot \ln a}{1!} + \frac{(x \cdot \ln a)^2}{2!} + \frac{(x \cdot \ln a)^3}{3!} + \dots \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{konvergieren} \\ \text{für alle } x \end{array}$$

Aus dieser Reihe folgt: $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = 2,718281828459\dots$

Logarithmische Reihen sind:

$$l(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad \text{Mercator-Reihe konvergiert für } x < 1.$$

$$lx = 2 \cdot \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right] \quad \text{konvergiert für alle positiven } x \text{ um so besser, je näher } x \text{ bei 1.}$$

Der Modulus des Briggschen Systems ist $M = \frac{1}{j_{10}} = \log_{10} e = 0,43429448\dots$

Goniometrische Reihen (für alle x konvergierend) sind:

$$\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - + \dots \quad \text{und} \quad \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - + \dots$$

Zyklometrische Reihen (für alle $|x| \leq 1$ konvergierend) sind:

$$\arcsin x = \frac{x}{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{x^7}{7} + \dots$$

$$\arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$$

$$\arctg x = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + - \dots$$

Reihen für π : 1) Leibniz:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + - \dots$$

2) Wallis:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \dots$$

$$3) \text{ Lagny: } \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \left(1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + - \dots \right)$$

Komplexe Zahlen:

Die allgemeinste Form der komplexen Zahl ist:

$$a + bi = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi),$$

wo der Modul $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ und das Argument $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$.

Der Quadrant von φ ergibt sich gemäß der Vorzeichen von a und b aus der Gaußschen Ebene.

Die Eulerschen Formeln:

$$\sin \varphi = \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i} \quad e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2} \quad e^{-i\varphi} = \cos \varphi - i \cdot \sin \varphi$$

Die Moivreschen Sätze:

$$1. (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi) (\cos \psi + i \cdot \sin \psi) = \cos (\varphi + \psi) + i \cdot \sin (\varphi + \psi)$$

$$2. (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi)^n = \cos n \varphi + i \cdot \sin n \varphi = e^{ni\varphi}$$

$$3. \sqrt[n]{\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi} = \cos \frac{\varphi}{n} + i \cdot \sin \frac{\varphi}{n} \\ = \cos \frac{k \cdot 360^\circ + \varphi}{n} + i \sin \frac{k \cdot 360^\circ + \varphi}{n},$$

wo k eine beliebige ganze Zahl bedeutet.

Die Kreisteilungsgleichung $x^n - 1 = 0$ hat die Wurzeln:

$$\sqrt[n]{1} = \cos \frac{k \cdot 360^\circ}{n} + i \cdot \sin \frac{k \cdot 360^\circ}{n},$$

wo $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$.

Algebra.

Lösung simultaner linearer Gleichungen durch Determinanten:

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{array} \right| \quad x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \\ \text{wo } a_1 b_1 \neq a_2 b_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x = \frac{c_1 b_2 - c_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \\ y = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \end{array}$$

Für die Normalform der quadratischen Gleichung $x^2 + mx + n = 0$ gelten Vietas Wurzelsätze: $x_1 + x_2 = -m$ und $x_1 \cdot x_2 = n$

Die Wurzeln sind $x_{1,2} = \frac{1}{2} (-m \pm \sqrt{D})$, wo $D = m^2 - 4n$ (Diskriminante). Dabei sind $(-\frac{m}{2})$ und $(-\frac{D}{4})$ die Koordinaten des Scheitels der zugehörigen Parabel.

Für die kubische Gleichung $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ gilt nach Vieta:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -a \quad x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = b \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -c$$

Die Substitution $x = \xi - \frac{a}{3}$ liefert die Normalform $\xi^3 + p\xi + q = 0$, wo $p = \frac{1}{3}(3b - a^2)$ und $q = \frac{1}{27}(2a^3 - 9ab + 27c)$. Dabei sind $-\frac{a}{3}$ und q Abszisse und Ordinate des Wendepunktes; p ist der Richtungskoeffizient der Wendetangente.

Die Gleichung $x^3 + px + q = 0$ wird nach Kardanos Formel bearbeitet:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}},$$

wobei die Wertepaare der Kubikwurzeln zusammengehören, deren Produkte reell und gleich $-\frac{p}{3}$ sind. Die Diskriminante ist: $D = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$.

Für $D < 0$ ergibt sich Casus irreducibilis, der durch Verwendung der goniometrischen Form der komplexen Zahl lösbar wird. Man setzt: $\frac{q}{2} = \cos \varphi \cdot \sqrt{\frac{p^3}{27}}$ und erhält:

$$\begin{array}{l} x_1 = \mp \sqrt[3]{\frac{4p}{3}} \cdot \cos \frac{\varphi}{3} \\ x_2 = \pm \sqrt[3]{\frac{4p}{3}} \cdot \sin\left(30^\circ + \frac{\varphi}{3}\right) \quad x_3 = \pm \sqrt[3]{\frac{4p}{3}} \cdot \sin\left(30^\circ - \frac{\varphi}{3}\right), \end{array}$$

wobei das obere Zeichen für positive q , das untere für negative q gilt und p absolut zu nehmen ist.

Näherungslösungen (Newton, Regula falsi):

Sind a bzw. α und β Näherungswerte einer Wurzel der Gleichung $f(x) = 0$ (bei verschiedenen Vorzeichen von a u. β), so liegt $\alpha + \delta$ dieser Wurzel noch näher, wenn

$$\delta = -\frac{f(\alpha)}{f'(\alpha)} \text{ (Newton) bzw. } \delta = \frac{(\beta - \alpha) \cdot |f(\alpha)|}{|f(\alpha)| + |f(\beta)|} \text{ (Regula falsi).}$$

Die goniometrische Gleichung $p \cdot \sin \varphi + q \cdot \cos \varphi = r$

a) algebraisch:

$$\sin \varphi + \frac{q}{p} \cdot \cos \varphi = \frac{r}{p}$$

Es sei $\frac{q}{p} = \operatorname{tg} \psi = \frac{\sin \psi}{\cos \psi}$

dann ist $\sin(\varphi + \psi) = \frac{r}{p} \cdot \cos \psi$

man erhält φ_1 und φ_2

b) graphisch:

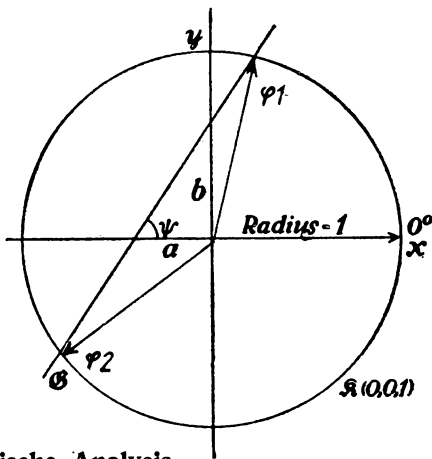
Es sei $\cos \varphi = x$, $\sin \varphi = y$

d. h. $x^2 + y^2 = 1$ (Einheitskreis)

und $p \cdot x + q \cdot y = r$ (Sekante),

wo $a = \frac{r}{p}$, $b = \frac{r}{q}$, $m = \operatorname{tg} \psi = \frac{q}{p}$

Vorzeichen! Sonderfälle!



Geometrische Analysis.

1. Rechtwinkliges Dreieck.

$$\alpha = 90^\circ \quad a^2 = b^2 + c^2$$

$$b = \sqrt{a \cdot q} \quad h = \sqrt{p \cdot q}$$

2. Gleichseitiges Dreieck.

$$h = \frac{a}{2} \sqrt{3} \quad J = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$$

3. Trapez.

$$J = h \cdot m, \text{ wo } m = \frac{a+b}{2}.$$

4. Tangentenviereck.

$$a + c = b + d.$$

5. Sehnenviereck.

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d.$$

6. Goldener Schnitt.

Der größere Abschnitt x der stetig geteilten Strecke a ist:

$$x = \frac{a}{2} (\sqrt{5} - 1) = 0,618 a.$$

7. Regelmäßige Vielecke.

Die Seiten s_n und die Inkreismradien ϱ_n als Funktionen des Umkreismradius r :

| n | s_n | ϱ_n |
|----|-------------------------------------|---|
| 3 | $r \cdot \sqrt{3}$ | $\frac{r}{2}$ |
| 4 | $r \cdot \sqrt{2}$ | $\frac{r}{2} \cdot \sqrt{2}$ |
| 5 | $\frac{r}{2} \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ | $\frac{r}{4} (\sqrt{5} + 1)$ |
| 6 | r | $\frac{r}{2} \cdot \sqrt{3}$ |
| 8 | $r \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ | $\frac{r}{2} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ |
| 10 | $\frac{r}{2} (\sqrt{5} - 1)$ | $\frac{r}{4} \cdot \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$ |
| 12 | $r \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ | $\frac{r}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ |

8. Kreis.

$$J = r^2 \pi; \quad U = 2\pi r; \quad \pi = 2^2_7 = 3,14$$

$$\operatorname{arc} \varphi = \frac{2\pi \varphi}{360}; \quad \text{Sektor} = \frac{r^2 \varphi}{360} = \frac{b \cdot r}{2}.$$

Goniometrie.

Die Funktionen von Winkelsummen und -differenzen:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \quad \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \quad \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}$$

Die Funktionen von Vielfachen eines Winkels:

| | | |
|---|---|--|
| $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$ | $\sin \alpha = 2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$ | $\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ |
| $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$ | $\cos \alpha = 1 - 2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ | $\cos 2\alpha = \begin{cases} 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha \\ 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$ |
| $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ | $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$ | $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ |
| $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$ | $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - 1}{2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$ | $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$ |

$$\sin 3\alpha = 3 \cdot \sin \alpha - 4 \cdot \sin^3 \alpha \quad \cos 3\alpha = 4 \cdot \cos^3 \alpha - 3 \cdot \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \cdot \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{3 \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$$

$$\sin n\alpha = \binom{n}{1} \cos^{n-1} \alpha \cdot \sin \alpha - \binom{n}{3} \cos^{n-3} \alpha \cdot \sin^3 \alpha + \dots$$

$$\cos n\alpha = \cos^n \alpha - \binom{n}{2} \cos^{n-2} \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \binom{n}{4} \cos^{n-4} \alpha \cdot \sin^4 \alpha - \dots$$

Summen und Differenzen gleichartiger Funktionen:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Produkte von Winkelfunktionen:

$$2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

$$2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

Ebene Trigonometrie.

$$a^2 = (b + c)^2 - 4bc \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} = (b - c)^2 + 4bc \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$a : (b + c) = \sin \frac{\alpha}{2} : \cos \frac{\beta - \gamma}{2}; \quad a : (b - c) = \cos \frac{\alpha}{2} : \sin \frac{\beta - \gamma}{2}$$

$$(a + b) : (a - b) = \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2} : \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} : \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma$$

$$a = 2r \cdot \sin \alpha = h_a \cdot \sin \alpha : \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b) \cdot (s-c)}{b \cdot c}} = \frac{a}{s} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b) \cdot (s-c)}{s \cdot (s-a)}} = \frac{\rho}{s-a} = \frac{\rho a}{s} = \frac{s-b}{\rho c} = \frac{s-c}{\rho b}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{\rho a} + \frac{1}{\rho b} + \frac{1}{\rho c}$$

$$\rho = 4r \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\gamma}{2} = s \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$$

$$\rho = \rho a + \rho b + \rho c - 4r$$

$$\rho a + \rho b = 4r \cdot \cos^2 \frac{\gamma}{2}$$

$$\rho a - \rho b = 4r \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$$

$$a^2 = \frac{4}{9} \cdot [2(t_b^2 - t_c^2) - t_a^2]$$

$$\rho \cdot \rho a = (s-b) \cdot (s-c)$$

$$\rho a \cdot \rho b = s \cdot (s-c)$$

$$\rho a \cdot \rho b \cdot \rho c = \rho \cdot s^2$$

$$w_\alpha = 2r \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma : \cos \frac{\beta - \gamma}{2}$$

$$t_a^2 = \frac{1}{4} \cdot [2(b^2 + c^2) - a^2]$$

$$J = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin \gamma = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\sin \beta \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = 2r^2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma = \frac{a \cdot b \cdot c}{4r}$$

$$= \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)} = \rho \cdot s = \rho a \cdot (s-a) = \sqrt{\rho \cdot \rho a \cdot \rho b \cdot \rho c}$$

$$= \rho^2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} = \rho a^2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = s^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$$

$$= \frac{\rho a \cdot \rho b \cdot \rho c}{\sqrt{\rho a \cdot \rho b + \rho a \cdot \rho c + \rho b \cdot \rho c}} = \frac{\rho \cdot \rho b \cdot \rho c}{\sqrt{\rho b \cdot \rho c - \rho \cdot (\rho b + \rho c)}}$$

$$= \frac{1}{3} \sqrt{(t_a + t_b + t_c) \cdot (-t_a + t_b + t_c) \cdot (t_a - t_b + t_c) \cdot (t_a + t_b - t_c)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right) \cdot \left(-\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right) \cdot \left(\frac{1}{h_a} - \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right) \cdot \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} - \frac{1}{h_c}\right)}$$

Sphärische Trigonometrie.

Sinussatz: $\sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma = \sin a : \sin b : \sin c$.

Kosinussatz: $\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha$
 $\cos \alpha = -\cos \beta \cdot \cos \gamma + \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \cos a$.

Abgeleitete Beziehungen:

$$\begin{aligned}\sin a \cdot \sin \beta &= \cos b \cdot \sin a = \sin h_a, \\ \sin a \cdot \cos \beta &= \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c \cdot \cos \alpha \\ \sin a \cdot \cos b &= \cos \beta \cdot \sin \gamma - \sin \beta \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha\end{aligned}$$

$$\sin \frac{J}{2} = \frac{\sin \frac{a}{2} \cdot \sin \frac{b}{2} \cdot \sin \gamma}{\cos \frac{c}{2}}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin(s-b) \cdot \sin(s-c)}{\sin b \cdot \sin c}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin s \cdot \sin(s-a)}{\sin b \cdot \sin c}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin(s-b) \cdot \sin(s-c)}{\sin s \cdot \sin(s-a)}$$

$$\sin^2 \frac{a}{2} = \frac{\cos \sigma \cdot \cos(\sigma - \alpha)}{\sin \beta \cdot \sin \gamma}$$

$$\cos^2 \frac{a}{2} = \frac{\cos(\sigma - \beta) \cdot \cos(\sigma - \gamma)}{\sin \beta \cdot \sin \gamma}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{a}{2} = \frac{\cos \sigma \cdot \cos(\sigma - \alpha)}{\cos(\sigma - \beta) \cdot \cos(\sigma - \gamma)}$$

Gaußsche Formeln:

$$\sin \frac{\alpha + \beta}{2} : \cos \frac{\gamma}{2} = \cos \frac{a - b}{2} : \cos \frac{c}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha - \beta}{2} : \cos \frac{\gamma}{2} = \sin \frac{a - b}{2} : \sin \frac{c}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha + \beta}{2} : \sin \frac{\gamma}{2} = \cos \frac{a + b}{2} : \cos \frac{c}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha - \beta}{2} : \sin \frac{\gamma}{2} = \sin \frac{a + b}{2} : \sin \frac{c}{2}$$

Nepersche Gleichungen:

$$\operatorname{tg} \frac{a+b}{2} : \operatorname{tg} \frac{c}{2} = \cos \frac{\alpha - \beta}{2} : \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

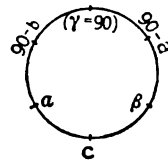
$$\operatorname{tg} \frac{a-b}{2} : \operatorname{tg} \frac{c}{2} = \sin \frac{\alpha - \beta}{2} : \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{a+\beta}{2} : \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} = \cos \frac{a-b}{2} : \cos \frac{a+b}{2}$$

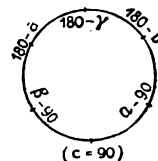
$$\operatorname{ctg} \frac{a-\beta}{2} : \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} = \sin \frac{a-b}{2} : \sin \frac{a+b}{2}$$

Sonderfälle:

1. $\gamma = 90^\circ$.



2. $c = 90^\circ$.



Nepers Regel:

Der \cos jedes Stückes ist gleich $\operatorname{ctg} \cdot \operatorname{ctg}$ der benachbarten oder $\sin \cdot \sin$ der nicht benachbarten Stücke. (Die eingeklammerten Stücke gelten nicht.)

Stereometrie.

| | | |
|-----------------|---|---|
| reg. Tetraeder: | $V = \frac{a^3}{12} \sqrt{2}$ | $\mathcal{O} = a^2 \sqrt{3}$ |
| Hexaeder: | $= a^3$ | $= 6a^2$ |
| Oktaeder: | $= \frac{a^3}{3} \sqrt{2}$ | $= 2a^2 \sqrt{3}$ |
| Dodekaeder: | $= \frac{a^3}{4} (15 + 7 \cdot \sqrt{5})$ | $= 3a^2 \sqrt{25 + 10 \sqrt{5}}$ |
| Ikosaeder: | $= \frac{5a^3}{12} (3 + \sqrt{5})$ | $= 5a^2 \sqrt{3}$ |
| ger. Pyramide: | $= \mathcal{G} \cdot \frac{h}{3}$ | P.-Stumpf: $V = (\mathcal{G} + \sqrt{\mathcal{G} \cdot g} + g) \cdot \frac{h}{3}$ |
| Zylinder: | $= r^2 \pi h$ | $\mathfrak{M} = 2r\pi h$ $\mathcal{O} = 2r\pi(r + h)$ |
| Kegel: | $= r^2 \pi \cdot \frac{h}{3}$ | $\mathfrak{M} = r\pi s$ $\mathcal{O} = r\pi(r + s)$ |
| Kegelstumpf: | $= (R^2 + Rr + r^2) \pi \cdot \frac{h}{3}$ | $\mathfrak{M} = (R + r) \cdot \pi s$ |
| Kugel | $= \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{\pi}{6} d^3$ | $\mathcal{O} = 4\pi r^2$ |
| Kugelsektor | $= \frac{2}{3} \pi r^2 h$ | Hohlkugel: $V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$ |
| Kugelsegment | $= \frac{\pi}{3} h^2 (3r - h)$ | Kalotte (Fläche) $= 2r\pi h$ |
| Kugelscheibe | $= \frac{\pi}{6} h (3 \varrho_1^2 + 3 \varrho_2^2 + h^2)$ | Zone (Fläche) $= 2r\pi h$ |
| Ellipsoid | $= \frac{4}{3} \pi abc$ | Rot.-Paraboloid $V = r^2 \pi \cdot \frac{h}{2}$ |

Allgemeine Prinzipien der Stereometrie:

- Das Volumen eines Körpers ist gleich dem Quotienten aus Gewicht und spezifischem Gewicht. $V = \frac{G}{g}$.
- Das Archimedische Prinzip: Ein Körper verliert in einer Flüssigkeit so viel an Gewicht, wie die von ihm verdrängte Flüssigkeit wiegt.
Spezifisches Gewicht = absolutes Gewicht: Gewichtsverlust.
- Die Guldinsche Regel für Rotationskörper: Ist \mathfrak{F} die Fläche der rotierenden Figur, p der Abstand ihres Schwerpunktes von der Rotationsachse, l die Länge der Erzeugenden und q der Abstand ihres Schwerpunktes, so ist
das Volumen des Rotationskörpers $V = 2\pi p \cdot \mathfrak{F}$,
die Oberfläche des Rotationskörpers $\mathcal{O} = 2\pi q \cdot l$.
- Die Simpsonsche Regel: Ist h die Höhe eines Körpers, \mathcal{G} seine untere, g seine obere Grundfläche und \mathcal{D} die mittlere Durchschnittsfläche, so ist
das Volumen des Körpers $V = \frac{h}{6} (\mathcal{G} + 4 \mathcal{D} + g)$.

Analytische Geometrie.

Koordinatentransformationen.

Parallelverschiebung um (a, b)
gegen (x, y) :

$$\begin{array}{l|l} \xi = x - a & x = \xi + a \\ \eta = y - b & y = \eta + b \end{array}$$

Drehung um a gegen (x, y) :

$$\begin{array}{l} \xi = x \cdot \cos a + y \cdot \sin a \\ \eta = -x \cdot \sin a + y \cdot \cos a \\ x = \xi \cdot \cos a - \eta \cdot \sin a \\ y = \xi \cdot \sin a + \eta \cdot \cos a \end{array}$$

Parallelverschiebung u. Drehung:

$$\begin{array}{l} \xi = (x - a) \cdot \cos a + (y - b) \cdot \sin a \\ \eta = -(x - a) \cdot \sin a + (y - b) \cdot \cos a \\ x = (\xi + a) \cdot \cos a - (\eta + b) \cdot \sin a \\ y = (\xi + a) \cdot \sin a + (\eta + b) \cdot \cos a \end{array}$$

Verwandlung rechtwinkl. Koordinaten in schiefwinklge und umgekehrt beigemleichem Koordinatenursprung.

$$\begin{array}{l} \sphericalangle(\xi x) = \alpha \quad \sphericalangle(\eta y) = \beta \\ \xi \cdot \sin(\alpha - \beta) = -x \cdot \sin \beta + y \cdot \cos \beta \\ \eta \cdot \sin(\alpha - \beta) = x \cdot \sin \alpha - y \cdot \cos \alpha \\ x = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \cos \beta \\ y = \xi \cdot \sin \alpha + \eta \cdot \sin \beta \end{array}$$

Verwandlung rechtwinkl. Koordinaten in Polarkoordinaten und umgekehrt bei gleichem Koordinatenursprung.

$$\begin{array}{l|l} r = \sqrt{x^2 + y^2} & x = r \cdot \cos \varphi \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x} & y = r \cdot \sin \varphi \end{array}$$

Der Punkt.

$$l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Länge} \\ \text{Richtung} \end{array} \right\} \text{ der Strecke } P_1(x_1, y_1) P_2(x_2, y_2)$$

$$m = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad \text{wenn } P_3(x_3, y_3) \text{ Mittelpunkt von } P_1 P_2.$$

$$x_i = \frac{m x_2 + n x_1}{m + n}, \quad y_i = \frac{m y_2 + n y_1}{m + n}, \quad \text{wenn } P_i \xrightarrow{\quad} P_1 P_2 \text{ innen i. V. } m : n \text{ teilt.}$$

$$x_a = \frac{m x_2 - n x_1}{m - n}, \quad y_a = \frac{m y_2 - n y_1}{m - n}, \quad \text{wenn } P_a \xrightarrow{\quad} P_1 P_2 \text{ außen i. V. } m : n \text{ teilt.}$$

$$x = \frac{x_1 + \kappa \cdot x_2}{1 + \kappa}, \quad y = \frac{y_1 + \kappa \cdot y_2}{1 + \kappa}, \quad \text{wo } \kappa = \frac{m}{n} \left\{ \begin{array}{l} \text{pos. } \kappa \text{ liefert } P_i \\ \text{neg. } \kappa \text{ liefert } P_a \end{array} \right.$$

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 y_1 & 1 \\ x_2 y_2 & 1 \\ x_3 y_3 & 1 \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ \text{Inhalt des Dreiecks } A(x_1, y_1) B(x_2, y_2) C(x_3, y_3) \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} x_1 \cdot u + y_1 \cdot v + 1 = 0 \\ \text{symbolisch: } P_1 = 0 \\ \text{wo } u = -\frac{1}{a}, v = -\frac{1}{b} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Gleichung des Punktes } P_1(x_1, y_1) \text{ in Linienkoordinaten.} \\ u \text{ und } v \text{ sind die veränderlichen negativ-reziproken} \\ \text{Achsenabschnitte aller durch } P_1 \text{ gehenden Geraden.} \end{array} \right.$$

$$\frac{m \cdot P_2 \pm n \cdot P_1}{m \pm n} = 0 \quad \text{Die Gleichungen der Teilpunkte } P_i (+) \text{ und } P_a (-) \text{ in Linienkoordinaten.}$$

Die Gerade.

7 Formen von Gleichungen einer Geraden:

- 1) $Ax + By + C = 0$. Jede lineare Gleichung stellt eine Gerade dar.
- 2) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Die Achsenabschnitte sind $a = -\frac{C}{A}$ und $b = -\frac{C}{B}$.
- 3) $y = m \cdot x + b$. Steigungsfaktor $m = -\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \alpha$; Richtungswinkel α .
- 4) $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$. Gerade vom Steigungsfaktor m durch $P_1(x_1, y_1)$.
- 5) $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$. Gerade durch $P_1(x_1, y_1)$ und $P_2(x_2, y_2)$.
- 6) $x \cdot \cos \lambda + y \cdot \sin \lambda - l = 0$. Hessesche Normalform, abgekürzt $\mathfrak{G} = 0$.
 l und λ sind Länge und Richtungswinkel des Lotes von O auf \mathfrak{G} .
- 6) aus 1) erhältlich durch Division mit $\pm \sqrt{A^2 + B^2}$ (+ bei neg. C , - bei pos. C).
- 7) $r \cdot \cos(\varphi - \lambda) = l$. Polargleichung.

Abstand q des Punktes $P_1(x_1, y_1)$ von der Geraden \mathfrak{G} :

$q = \pm (x_1 \cdot \cos \lambda + y_1 \cdot \sin \lambda - l) = \pm \mathfrak{G}(x_1, y_1)$. +, wenn P_1 und O auf verschiedenen Seiten von \mathfrak{G} , -, wenn P_1 und O auf gleicher Seite von \mathfrak{G} liegen.

Zwei Geraden:

$$\left. \begin{array}{l} A_1 x + B_1 y + C_1 = 0 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 = 0 \end{array} \right\} \text{schneiden sich in } x_3 = \frac{B_1 C_2 - B_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}, y_3 = \frac{A_1 C_2 - A_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = m_1 x + b_1 \\ y = m_2 x + b_2 \end{array} \right\} \text{schneiden sich unter } \sphericalangle \psi, \text{ wo } \operatorname{tg} \psi = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \left\{ \begin{array}{l} \psi = 90^\circ, \text{ wenn} \\ m_1 \cdot m_2 = -1. \end{array} \right.$$

$\mathfrak{G}_1 = 0$ und $\mathfrak{G}_2 = 0$ bestimmen das Strahlenbüschel $\mathfrak{G}_1 + \kappa \cdot \mathfrak{G}_2 = 0$.

$n \cdot \mathfrak{G}_1 \pm m \cdot \mathfrak{G}_2 = 0$ konjugiert harmonische Strahlen. ($\kappa = m : n$).

$\mathfrak{G}_1 \pm \mathfrak{G}_2 = 0$ die Winkelhalbierenden ($\kappa = \pm 1$). — für den O einschl. Winkel.

$$\left| \begin{array}{l} A_1 B_1 C_1 \\ A_2 B_2 C_2 \\ A_3 B_3 C_3 \end{array} \right| = 0 \left\{ \begin{array}{l} A_1(B_2 C_3 - B_3 C_2) + A_2(B_3 C_1 - B_1 C_3) + A_3(B_1 C_2 - B_2 C_1) = 0 \\ \text{Bedingung dafür, daß die Geraden } \mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2 \text{ und } \mathfrak{G}_3 \text{ (Form 1)} \\ \text{durch einen Punkt gehen.} \end{array} \right.$$

Drei Geraden: (Dreieck $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ $C(x_3, y_3)$)Gleichungen der Seiten: $\mathfrak{G}_1 = 0$ $\mathfrak{G}_2 = 0$ $\mathfrak{G}_3 = 0$ [gemäß 5), 1), 6)]Gleichung der Winkelhalbierenden w_a : $\mathfrak{G}_2 \pm \mathfrak{G}_3 = 0$ Gleichung der Mittellinie t_a : $\mathfrak{G}_2 \cdot \sin \beta - \mathfrak{G}_3 \cdot \sin \gamma = 0$ Gleichung der Höhe h_a : $\mathfrak{G}_2 \cdot \cos \beta - \mathfrak{G}_3 \cdot \cos \gamma = 0$ Gleichung der Mittelsenkrechten auf a : $\mathfrak{G}_2 \cdot \sin \beta - \mathfrak{G}_3 \cdot \sin \gamma + \mathfrak{G}_1 \cdot \sin(\beta - \gamma) = 0$.

Die Kegelschnitte. \mathcal{C}_2

Allgemeine Gleichung der \mathcal{C}_2 : $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix} \quad \delta_1 = \begin{vmatrix} B & C \\ A & B \end{vmatrix} \quad \delta_2 = \begin{vmatrix} D & F \\ A & D \end{vmatrix} \quad \delta_3 = \begin{vmatrix} E & F \\ C & E \end{vmatrix}$$

| | | | | | | |
|--------------|--|-------------------------------|---|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| | $\delta_1 < 0$ | $\delta_1 > 0$ | $\delta_1 = 0$ | | | |
| $\Delta < 0$ | Ellipse | Hyperbel | Parabel | | | irreduzible \mathcal{C}_2 |
| $\Delta > 0$ | imag. \mathcal{C}_2 | | | | | |
| $\Delta = 0$ | 2 imag. sich schneid. Gerade | 2 reelle sich schneid. Gerade | δ_2 od. $\delta_3 > 0$ | δ_2 od. $\delta_3 < 0$ | δ_2 od. $\delta_3 = 0$ | reduzible \mathcal{C}_2 |
| | | | 2 reelle Parallele | 2 imag. Parallele | Doppelgerade | |
| | \mathcal{C}_2 mit eigentl. Mittelpunkt | | \mathcal{C}_2 ohne eigentlichen Mittelpunkt | | | |

Transformation durch Drehung um α , wobei $\text{tg } 2\alpha = 2B : (A - C)$, und Parallelverschiebung.

Besondere Formen der Gleichungen der \mathcal{C}_2 :

Bez. auf d. Leitlinie als y-Achse: $y^2 = 2dx + x^2(\varepsilon^2 - 1) + 2d - d^2$.

Scheitelgleichung: $y^2 = 2px + x^2(\varepsilon^2 - 1) = 2px - \frac{p}{a} \cdot x^2$

Bez. auf d. urspr. Brennpunkt: $r = \frac{p}{1 - \varepsilon \cdot \cos \varphi}$

Mittelpunktsgleichung (sofern Mittelpunkt vorhanden): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Bedeutung der Konstanten:

f Brennstrahl, l Leitstrahl, ε num. Exzentrizität, e lineare Exzentrizität, 2p Parameter, d Abstand d. Brennpunkts von d. Leitlinie, q Abstand d. Mittelpunkts von d. Leitlinie, 2a Hauptachse, 2b Nebenachse.

Die Werte der Konstanten in den Spezialfällen (einzusetzen in obige Gleichungen):

| | \mathcal{C}_2 | Kreis | Ellipse | Parabel | Hyperbel | gleichs. Hyp. |
|---------------|--------------------|----------|---|----------|---|--------------------------|
| ε | f : l | 0 | < 1 | 1 | > 1 | $\sqrt{2}$ |
| e | a · ε | 0 | $\sqrt{a^2 - b^2}$ | ∞ | $\sqrt{a^2 + b^2}$ | a · $\sqrt{2}$ |
| p | d · ε | r | $b^2 : a$ | d | $b^2 : a$ | a |
| d | | ∞ | $b^2 : e$ | p | $b^2 : e$ | } $\frac{a}{2} \sqrt{2}$ |
| q | d + e | ∞ | $a^2 : e$ | ∞ | $a^2 : e$ | |
| a | e : ε | r | $\frac{\varepsilon d}{1 - \varepsilon^2}$ | ∞ | $\frac{\varepsilon d}{\varepsilon^2 - 1}$ | d $\sqrt{2}$ |
| b | $\sqrt{e \cdot d}$ | r | $\sqrt{a \cdot p}$ | ∞ | $\sqrt{-ap}$ | a · i |

Spezialgleichungen, Tangenten, Polaren, Durchmesser der \mathcal{C}_2 :

Tangente } der Kurve $y = f(x)$ { im Berührungspunkt $B(x_1, y_1)$ } : $y - y_1 = f'(x) \cdot (x - x_1)$.
 Polare } zum Pole $P(x_1, y_1)$

| \mathcal{C}_2 | Symbol | Gleichung | $f'(x)$ | Tangente | konj. Durchm. |
|-----------------|----------------------------|---|-------------------------------|---|---------------------------------------|
| Parabel | $\mathfrak{P}(o, o, p)$ | $y^2 = 2px$ | $\frac{p}{y_1}$ | $yy_1 = p(x+x_1)$ | — |
| Ellipse | $\mathfrak{E}(o, o, a, b)$ | $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ | $\mp \frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}$ | $\frac{xx_1}{a^2} \pm \frac{yy_1}{b^2} = 1$ | $m_1 \cdot m_2 = \mp \frac{b^2}{a^2}$ |
| Hyperbel | $\mathfrak{H}(o, o, a, b)$ | $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1$ | $\mp \frac{b^2 x_1}{a^2 y_1}$ | $\frac{xx_1}{a^2} \pm \frac{yy_1}{b^2} = 1$ | $m_1 \cdot m_2 = \mp \frac{b^2}{a^2}$ |
| Kreis | $\mathfrak{K}(o, o, r)$ | $x^2 + y^2 = r^2$ | $-\frac{x_1}{y_1}$ | $xx_1 + yy_2 = r^2$ | $m_1 \cdot m_2 = -1$ |
| gleichs. Hyp. | $\mathfrak{H}(o, o, a, a)$ | $x^2 - y^2 = a^2$ | $+\frac{x_1}{y_1}$ | $xx_1 - yy_1 = a^2$ | $m_1 \cdot m_2 = +1$ † |

Besonderheiten der Sonderfälle: 1. Der Kreis.

Ein Kreis

$Ax^2 + Ay^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ ist: $\mathfrak{K}\left(-\frac{D}{A}, -\frac{D}{B}, \sqrt{\frac{D^2 + E^2 - AF}{A^2}}\right)$

Die Tangenten von $P(x_1, y_1)$ an $\mathfrak{K}(o, o, r)$ { Länge $t = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - r^2}$ }
 { Richtungsfaktor $m = \frac{x_1 y_1 \pm t}{(x_1^2 - r^2)}$ }
 $\mathfrak{K}(o, o, r)$ berührt $\mathfrak{G}(m, b)$, wenn $b^2 = r^2(1 + m^2)$; $\mathfrak{K}(x_1, y_1, r)$ berührt $\mathfrak{G}(ll)$, wenn $r = \mathfrak{G}(x_1, y_1)$.
 Umkreis um ΔABC : $\mathfrak{G}_1 \cdot \mathfrak{G}_2 \cdot \sin \gamma + \mathfrak{G}_2 \cdot \mathfrak{G}_3 \cdot \sin \alpha + \mathfrak{G}_3 \cdot \mathfrak{G}_1 \cdot \sin \beta = 0$

Innenkreis d. ΔABC : $\sqrt{\mathfrak{G}_1} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + \sqrt{\mathfrak{G}_2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} + \sqrt{\mathfrak{G}_3} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} = 0$

Zwei und mehr Kreise:

$\mathfrak{K}_1(x_1, y_1, r_1)$ und $\mathfrak{K}_2(x_2, y_1, r_2)$. Potenzlinie: $\mathfrak{K}_1 - \mathfrak{K}_2 = 0$

Ähnlichkeitspunkte { $x = \frac{r_1 x_2 \pm r_2 x_1}{r_1 \pm r_2}$, $y = \frac{r_1 y_2 \pm r_2 y_1}{r_1 \pm r_2}$ }
 (+innerer, -äußerer)

Das Kreisbüschel durch \mathfrak{K}_1 und \mathfrak{K}_2 : $\mathfrak{K}_1 + \kappa \cdot \mathfrak{K}_2 = 0$
 durch $P_1(+s, a)$ und $P_2(-s, a)$: $x^2 + y^2 - 2\kappa \cdot x + s^2 = 0$

2. Parabel.

$\frac{p}{a}$ Durchmesser
 $\text{tg } \frac{p}{a}$ zur Tangente α
 $ct \cdot \cos \epsilon$ Parameterdarstellung
 $ct \cdot \sin \epsilon = \frac{gt^2}{2}$

(Wurfparabel)

Subtangente $s_t = 2x_1$

Subnormale $s_n = p$

Brennstrahl $f = x + \frac{p}{2}$

konfokale \mathfrak{P} . $F(o, o)$

$y^2 = 2px + p^2$

3. Ellipse.

$-\frac{b^2 - a^2 m}{(a^2 - b^2) \cdot m}$ ψ Schnittp.
 $\text{tg } \psi = \frac{b^2 - a^2 m}{(a^2 - b^2) \cdot m}$ konj. Durchm.
 $x = a \cdot \cos \varphi$
 $y = b \cdot \sin \varphi$

(φ exzentrische Anomalie)

Gleichg. d. \mathfrak{E} . bez.

auf konj. Durchm. ($a' b'$):

$\left(\frac{\xi}{a'}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{b'}\right)^2 = 1$

konfokale } $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - e^2} = 1$ { e fest
 \mathfrak{E} . u. \mathfrak{H} . } a veränderlich

4. Hyperbel.

$\frac{b^2 - a^2 m}{(a^2 + b^2) m}$
 $\text{tg } \psi = \frac{b^2 - a^2 m}{(a^2 + b^2) m}$

Asymptoten: $y = \pm \frac{b}{a} \cdot x$

Schnittwink.: $\text{tg } \psi = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$

Gleichg. d. \mathfrak{H} . bez.

auf d. Asymptoten:

$\xi \cdot \eta = \frac{e^2}{4}$

Ebene Kurven höheren Grades.

algebraische:

Die kubische Parabel: $y = m \cdot x^3$ Die Neilsche Kurve: $y^2 = m \cdot x^3$ Die Zissoide: $x(x^2 + y^2) = 2 \rho \cdot y^2$

oder $r = 2 \rho \cdot \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi$

Die Konchoide: $(x^2 + y^2) \cdot (x - a)^2 = b^2 x^2$

oder $r = \frac{a}{\cos \varphi} \pm b$

Die Strophoide: $(a + x) \cdot y^2 = (a - x) \cdot x^2$

oder $r \cdot \cos \varphi = a \cdot \cos 2 \varphi$

Das Blatt des Descartes: $x^3 + y^3 = 3 a x y$

oder $r = \frac{3 a \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{\sin^3 \varphi + \cos^3 \varphi}$

Die Lemniskate: $(x^2 + y^2)^2 = a^2 (x^2 - y^2)$

oder $r = a \cdot \sqrt{\cos 2 \varphi}$

transzendente:

Die Archimedische Spirale: $r = a \cdot \varphi$ Die hyperbolische Spirale: $r = a : \varphi$ Die logarithmische Spirale: $r = a \cdot e^{m \varphi}$,
wo $m > 0$.

Die Kettenlinie: $y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$

Die Zykloide: $x = r (\varphi - \sin \varphi)$

$y = r (1 - \cos \varphi)$

Die Kreisevolvente: $x = r (\cos \varphi + \varphi \cdot \sin \varphi)$

$y = r (\sin \varphi - \varphi \cdot \cos \varphi)$

Epizykloide (o. Z.) u. Hypozykloide (u. Z.):

$x = (R \pm r) \cdot \cos \frac{r \varphi}{R} \mp r \cos \left(\frac{r \varphi}{R} \pm \varphi \right)$

$y = (R \pm r) \cdot \sin \frac{r \varphi}{R} \mp r \sin \left(\frac{r \varphi}{R} \pm \varphi \right)$

Analytische Geometrie des Raumes: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ Gleichung d. Ebene (a, b, c), deren Achsenabschnitte a, b, c sind. $x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma - l = 0$ Glchg. d. Ebene $E(\alpha \beta \gamma)$, wo l Länge des Lotes von O auf E und α, β, γ dessen Richtungswinkel. $E_1 = 0, E_2 = 0$ Gerade G als Schnitt zweier Ebenen. $\left. \begin{array}{l} y = m_1 x + b_1 \\ z = m_2 x + b_2 \end{array} \right\}$ Gerade G durch deren Projektion auf (x y) = und (x z) Ebene. $\frac{x - x_1}{\cos \alpha} = \frac{y - y_1}{\cos \beta} = \frac{z - z_1}{\cos \gamma}$ Gerade G durch $P_1(x_1, y_1, z_1)$ und Richtung $\alpha \beta \gamma$. $e = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ Entfernung $P_1(x_1, y_1, z_1)$ und $P_2(x_2, y_2, z_2)$ $\cos \alpha = \frac{x_2 - x_1}{e}, \cos \beta = \frac{y_2 - y_1}{e}, \cos \gamma = \frac{z_2 - z_1}{e}$: Richtung $P_1 P_2$ $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ Beziehung zwischen $\alpha \beta \gamma$. $p = \pm (x_1 \cdot \cos \alpha + y_1 \cdot \cos \beta + z_1 \cdot \cos \gamma - l)$ Abstand $P_1(x_1, y_1, z_1)$ von $E(\alpha \beta \gamma)$.
+, wenn P_1 und 0 auf verschiedenen Seiten von E, sonst -. $\cos \psi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2) \cdot (A_2^2 + B_2^2 + C_2^2)}}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Schnittwinkel} \\ \text{der Ebenen} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0 \end{array} \right.$ $x = r \cdot \cos \varphi, \quad y = r \cdot \sin \varphi, \quad z = \frac{h}{2\pi} \cdot \varphi$ Gleichungen der Schraubenlinie.r Abstand von z Achse, φ Drehwinkel gegen x Achse, $h = 2\pi \cdot \operatorname{tg} \alpha$ Ganghöhe, α Anstieg.

Differential- und Integralrechnung.

Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow 0} a^x = 1 \quad \left| \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad \right| \quad \lim_{y \rightarrow x} \frac{x^n - y^n}{x - y} = n \cdot x^{n-1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0 \quad \left| \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x \quad \right| \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$$

Definitionen:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x) \quad \left| \quad \int f'(x) dx = f(x) + c \right.$$

$$\int_a^b f'(x) dx = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x=a}^b f'(x) \cdot \Delta x = [f(x)]_a^b = f(b) - f(a) \quad \left| \quad \frac{d \int f(x) dx}{dx} = f(x) \right.$$

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx \quad \left| \quad \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx \right.$$

Die allgemeinen Formeln:

| $\int F(x) dx$ | $y = F(x)$ | $\frac{dy}{dx} = F'(x)$ |
|---|--|---|
| $k \cdot \int f(x) dx + c$ | $k \cdot f(x)$ | $k \cdot f'(x)$ |
| $\int f(x) dx \pm \int \varphi(x) dx + c$ | $f(x) \pm \varphi(x)$ | $f'(x) \pm \varphi'(x)$ |
| $f(x) \cdot \int \varphi(x) dx - \int f'(x) \cdot [\int \varphi(x) dx] dx$ durch Partialbruchzerlegung | $f(x) \cdot \varphi(x)$ $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ | $f'(x) \cdot \varphi(x) + f(x) \cdot \varphi'(x)$ $\frac{f'(x) \cdot \varphi(x) - f(x) \cdot \varphi'(x)}{\varphi^2(x)}$ |
| $\int f(t) \cdot \psi'(t) dt$, wo $\begin{cases} t = \varphi(x) \\ x = \psi(t) \end{cases}$ | $f[\varphi(x)]$ | $f'(x) \cdot \varphi'(x)$ |

Differentiation inverser Funktionen $y = f(x)$ und $x = \varphi(y)$:

$$f'(x) \cdot \varphi'(y) = 1$$

Differentialreihen, 1) Taylor, 2) Maclaurin:

$$1) f(x+h) = f(x) + \frac{h}{1!} \cdot f'(x) + \frac{h^2}{2!} \cdot f''(x) + \frac{h^3}{3!} \cdot f'''(x) + \dots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} \cdot f^{(n-1)}(x) + R_n,$$

$$R_n = \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x + \vartheta \cdot h), \text{ wo } \vartheta \text{ ein echter Bruch. (Lagrange)}$$

$$2) f(x) = f(o) + \frac{x}{1!} \cdot f'(o) + \frac{x^2}{2!} \cdot f''(o) + \frac{x^3}{3!} \cdot f'''(o) + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} \cdot f^{(n-1)}(o) + R_n,$$

$$R_n = \frac{f^{(n)}(x + \vartheta \cdot h)}{n!} \text{ wo } \vartheta \text{ ein echter Bruch. (Lagrange)}$$

Unbestimmte Ausdrücke $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 0^0 , ∞^0 .

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$$

Im Fall 3) $\varphi(x)$, im Fall 4) $f(x)$ und $\varphi(x)$ durch die reziproke Funktion ersetzen. Im Fall 5) und 6) zuvor logarithmieren.

Differential- und Integraltafel.

| | $y = \int f(x) dx + c$ | $y = f(x)$ | $y' = f'(x)$ |
|----|--|----------------------------------|--|
| 1 | ax | a | 0 |
| 2 | $\frac{x^{m+1}}{m+1}$ (wenn $m \neq -1$) | x^m | $m \cdot x^{m-1}$ |
| 3 | $\int x$ | $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| 4 | $\int (a+x)$ | $\frac{1}{a+x}$ | $-\frac{1}{(a+x)^2}$ |
| 5 | $\int \frac{1}{a-x}$ | $\frac{1}{a-x}$ | $\frac{1}{(a-x)^2}$ |
| 6 | $\arctg x = -\arccotg x$ | $\frac{1}{1+x^2}$ | $-\frac{2x}{(1+x^2)^2}$ |
| 7 | $\frac{1}{2} \cdot \int \frac{1+x}{1-x}$ | $\frac{1}{1-x^2}$ | $+\frac{2x}{(1-x^2)^2}$ |
| 8 | $\frac{2}{3} x \cdot \sqrt{x}$ | \sqrt{x} | $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$ |
| 9 | $\int \frac{x}{2} \cdot \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \cdot \arcsin \frac{x}{a}$ | $\sqrt{a^2-x^2}$ | $-\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$ |
| 10 | $\frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \cdot \int (x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$ | $\sqrt{x^2 \pm a^2}$ | $\frac{x}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$ |
| 11 | $2 \cdot \sqrt{x}$ | $\frac{1}{\sqrt{x}}$ | $-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$ |
| 12 | $\arcsin \frac{x}{r} = -\arccos \frac{x}{r}$ | $\frac{1}{\sqrt{r^2-x^2}}$ | $-\frac{x}{(r^2-x^2) \cdot \sqrt{r^2-x^2}}$ |
| 13 | $\int (x + \sqrt{r^2+x^2})$ | $\frac{1}{\sqrt{r^2+x^2}}$ | $-\frac{x}{(r^2+x^2) \cdot \sqrt{r^2+x^2}}$ |
| 14 | $\frac{n}{n+1} \cdot \int \sqrt{x^{n+1}}$ | $\frac{n}{\sqrt{x}}$ | $-\frac{1}{n \cdot \sqrt{x^{n-1}}}$ |
| 15 | e^x | e^x | e^x |
| 16 | $\frac{a^x}{\ln a}$ | a^x | $a^x \cdot \ln a$ |
| 17 | $x \cdot (\ln x - 1)$ | $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ |
| 18 | $\frac{1}{\ln b} \cdot x \cdot (\ln x - 1)$ | $\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$ | $\frac{1}{x} \cdot \log_b e = \frac{1}{x \cdot \ln b}$ |

Formeln: Infinitesimalrechnung

| | $y = \int f(x) dx + c$ | $y = f(x)$ | $y = f(x)$ |
|----|---|----------------------------|--|
| 19 | $-\cos x$ | $\sin x$ | $\cos x$ |
| 20 | $\sin x$ | $\cos x$ | $-\sin x$ |
| 21 | $\frac{1}{2} \cdot \sin^2 x$ | $\sin x \cdot \cos x$ | $\cos 2x$ |
| 22 | $\int \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ | $\frac{1}{\sin x}$ | $-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$ |
| 23 | $\int \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$ | $\frac{1}{\cos x}$ | $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ |
| 24 | $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$ | $\sin^2 x$ | $\sin 2x$ |
| 25 | $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$ | $\cos^2 x$ | $-\sqrt{2} \cdot \sin 2x$ |
| 26 | $-\operatorname{ctg} x$ | $\frac{1}{\sin^2 x}$ | $-\frac{2 \cdot \operatorname{ctg} x}{\sin^2 x}$ |
| 27 | $\operatorname{tg} x$ | $\frac{1}{\cos^2 x}$ | $\frac{2 \cdot \operatorname{tg} x}{\cos^2 x}$ |
| 28 | $-\int \cos x$ | $\operatorname{tg} x$ | $\frac{1}{\cos^2 x}$ |
| 29 | $\int \sin x$ | $\operatorname{ctg} x$ | $-\frac{1}{\sin^2 x}$ |
| 30 | $x \cdot \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ | $\arcsin x$ | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| 31 | $x \cdot \arccos x - \sqrt{1-x^2}$ | $\arccos x$ | $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| 32 | $x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \cdot \int (1+x^2)$ | $\operatorname{arctg} x$ | $\frac{1}{1+x^2}$ |
| 33 | $x \cdot \operatorname{arccotg} x + \frac{1}{2} \cdot \int (1+x^2)$ | $\operatorname{arccotg} x$ | $-\frac{1}{1+x^2}$ |

n-te Ableitungen:

| y | x^m | e^x | a^x | $\ln x$ | $\log_b x$ | $\sin x$ | $\cos x$ |
|-----------|-----------------------------|-------|---------------|---------------------------------|---|--|--|
| $y^{(n)}$ | $\frac{m! x^{m-n}}{(m-n)!}$ | e^x | $a^x \ln a^n$ | $(-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n}$ | $(-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n \cdot \ln b}$ | $\sin \left(x + \frac{n\pi}{2} \right)$ | $\cos \left(x + \frac{n\pi}{2} \right)$ |

Differential-Geometrie.

Die Tangente an $y = f(x)$ in $P_i(x_i, y_i)$ hat die Gleichung:

$$y - y_i = f'(x_i) \cdot (x - x_i), \text{ wo } f'(x_i) = [f'(x)]_{x=x_i}$$

Die Asymptote zu $y = f(x)$ (sofern vorhanden) ist $y = mx + b$, wo

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \text{ und } b = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx]$$

Die Extreme von $y = f(x)$ liegen an der Stelle $f'(x_i) = 0$

$$f''(x_i) > 0 \text{ Minimum, } < 0 \text{ Maximum, } = 0 \text{ Wendepunkt.}$$

Der Krümmungskreis $\mathfrak{K}(\xi, \eta, \rho)$ von $y = f(x)$ an der Stelle x_i :

$$\xi = x_i - f'(x_i) \cdot \frac{1 - f''(x_i)}{f''(x_i)}; \eta = y_i + \frac{1 + f''(x_i)}{f''(x_i)}; \rho = \frac{|\sqrt{1 - f''(x_i)}|^3}{f''(x_i)}$$

Das Krümmungsmaß $k = 1 : \rho$; k hat das gleiche Zeichen wie $f''(x)$, ist also positiv, wenn die Kurve vom positiven Ende einer der Achsen aus konkav erscheint; ρ ist streng genommen absolut.

Die Krümmung der \mathfrak{C}_2 in den Scheiteln:

| \mathfrak{C}_2 | x_i | y_i | ξ | η | ρ | k |
|----------------------------|---------|---------|---------------|---------------|-----------|---------------|
| $\mathfrak{P}(o, o, p)$ | 0 | 0 | + p | 0 | p | + 1 : p |
| $\mathfrak{C}(o, o, a, b)$ | $\pm a$ | 0 | $\pm e^2 : a$ | 0 | p | $\mp a : b^2$ |
| | 0 | $\pm b$ | 0 | $\mp e^2 : b$ | $a^2 : b$ | $\mp b : a^2$ |
| $\mathfrak{S}(o, o, a, b)$ | $\pm a$ | 0 | $\pm e^2 : a$ | 0 | p | $\pm a : b^2$ |

Die Bogenlänge s des Kurvenstückes zwischen x_1 und x_2 :

$$s = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + f'^2(x)} \, dx \quad \text{Rektifikationsformel}$$

Das Flächenstück F zwischen $y = f(x)$, der x -Achse und den Ordinaten in x_1 u. x_2 (F unterhalb der x -Achse gilt negativ). 1. rechth., 2. polar.

$$1. F = \int_{x_1}^{x_2} f(x) \, dx \quad \text{Quadraturformel}$$

$$2. F = \frac{1}{2} \cdot \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f^2(\varphi) \, d\varphi \quad \text{Leibnizsche Sektorformel}$$

Das Volumen eines Körpers von der Höhe h , wenn ein Parallelquerschnitt q zur Basis in der Höhe x als Funktion von x darstellbar:

$$V = \int_0^h q(x) \, dx \quad \text{Kubaturformel}$$

Rotationskörper, entstanden durch Rotation von $y = f(x)$ um die x -Achse:

$$\text{Oberfläche } O = 2\pi \cdot \int_{x_1}^{x_2} f(x) \cdot \sqrt{1 + f'^2(x)} \, dx; \text{ Volumen } V = \pi \cdot \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) \, dx$$

Differential-Mechanik.

Die Bewegung $s = f(t)$ (Weg-Zeit-Funktion) besitzt:

die Geschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$ und die Beschleunigung $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$

der Weg ist $s = \int_{t_1}^{t_2} v dt$

Die Bewegung $x = f(t)$, $y = \varphi(t)$ mit der Bahngleichung $F(x, y) = 0$ besitzt:

die Geschwindigkeitskomponenten $v_x = \frac{dx}{dt}$ und $v_y = \frac{dy}{dt}$

d. Geschwindigk. $v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$ u. d. Bahnst. $s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$

Newtons Grundgleichungen der Dynamik:

$$K_x = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}, \quad K_y = m \cdot \frac{d^2y}{dt^2}, \quad K_z = m \cdot \frac{d^2z}{dt^2}$$

Schwerpunkt $S(u, v)$ des Kurvenstückes $y = f(x)$ von x_1 bis x_2 :

$$v = \frac{\int_{x_1}^{x_2} f(x) \cdot \sqrt{1 + f'^2(x)} dx}{\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + f'^2(x)} dx}$$

Schwerpunkt $S(u, v)$ des Flächenstückes $y = f(x)$ bis xAchse von x_1 bis x_2 :

$$u = \frac{\int_{x_1}^{x_2} x \cdot f(x) dx}{\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx}, \quad v = \frac{\frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) dx}{\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx}$$

Trägheitsmoment J einer ebenen Figur F in bezug auf eine Achse in der Ebene, von der jedes Flächenelement df den Abstand r hat: $J = \int r^2 df$.

Trägheitsmoment J eines Körpers von der Masse M in bezug auf irgendeine Achse, von der jedes Masseiteilchen dm den Abstand r hat: $J = \int r^2 dm = \Sigma mr^2$.

Harmonische Schwingungen: Anziehungszentrum 0, Elongation x , Phasenzzeit t , Feldstärke k (im Abstand 1), schwingende Masse m , Schwingungsweite a , Schwingungsdauer T , Schwingungszahl n . ($T = 1 : n$)

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x \quad \text{Bedingungsgleichung, gelöst durch:}$$

$$x = a \cdot \sin(2\pi nt) \quad \text{und} \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Die Arbeit A einer veränderlichen Kraft K auf einem krummen Wege s : $A = \int_{s_1}^{s_2} K ds$.

Das Potential V eines Massenpunktes 1 in der Entfernung r von der Masse m :

$$V = -\int_{\infty}^r \frac{\kappa \cdot m}{r^2} dr; \quad \text{wo } \kappa \text{ die Gravitationskonstante. S. 55.}$$

