

DR.-ING. WALTER SCHULZE

G R U N D L A G E N D E R

Perspektive



FACHBUCHVERLAG GMBH LEIPZIG

DR.-ING. WALTER SCHULZE

G R U N D L A G E N D E R

Perspektive



FACHBUCHVERLAG GMBH LEIPZIG 1952

Alle Rechte vorbehalten
Copyright 1952 Fachbuchverlag GmbH, Leipzig
Satz und Druck: Druckhaus Einheit Leipzig III/18/211
Veröffentlicht unter der Lizenznummer 114-210/49/52 des Amtes für
Literatur und Verlagswesen der Deutschen Demokratischen Republik

Vorwort

Die perspektivische Zeichnung, sachgemäß und sorgfältig ausgeführt, bildet einen wichtigen Teil einer gewissenhaften Planung beim Bauen. Sie wird ganz unerlässlich bei den großen, mannigfaltigen Bauvorhaben unseres Fünfjahrplanes.

Die notwendige Sicherheit in der Anfertigung, Beurteilung und Auswertung solcher Zeichnungen bei unseren jungen Technikern und Ingenieuren des Bauwesens zu fördern, ist der Zweck dieses Buches.

Es vermittelt den Studierenden der Ingenieurschulen für Bauwesen die grundlegenden Kenntnisse der Perspektive einschließlich der Schattenlehre. Die für die Praxis wichtigen Konstruktionsgrundlagen sind daher in kurzer, elementarer Form behandelt. Spezialverfahren, die durch besondere oder ungünstige Lage bedingt werden, sind dabei beiseite gelassen worden, weil sie erfahrungsgemäß bei dem Anfänger leicht zu Verwirrungen führen und seine Freude am selbständigen Zeichnen hemmen. Beweise und Erklärungen aus der Darstellenden Geometrie wurden nur soweit aufgenommen, als sie nicht vorausgesetzt werden können, aber zum Verständnis notwendig sind. Zur klaren Übersicht wurden als Beispiele einfache geometrische Formen oder Baukörper gewählt.

Ich hoffe, daß diese Zusammenstellung eine willkommene Ergänzung zu den wenigen Unterrichtsstunden bietet, die auf der Ingenieurschule der Unterweisung in der Perspektive zur Verfügung stehen. Gleichzeitig soll damit dem Lehrenden das lästige Diktieren oder dem Lernenden das hemmende Mitschreiben erspart werden, so daß der erzielte Zeitgewinn der Vertiefung des Lehrstoffes durch Übung an praktischen Aufgaben dienen kann.

Für die Mitarbeit bei der Zusammenstellung und Anfertigung der Zeichnungen bin ich dem Studierenden an der Ingenieurschule für Bauwesen in Brandenburg a. d. Havel, Herrn Johannes Rother, zu bestem Dank verpflichtet. Jeden Ratschlag zur Verbesserung dieses Buches nehme ich gern entgegen; wissen doch wir Lehrenden am besten, daß wir nicht aufhören dürfen, selbst zu lernen.

Dr.-Ing. Schulze

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort.....	3
A. Perspektive	
1. Ziel der Perspektive.....	7
2. Grundlagen der Perspektive	7
3. Fluchtpunkt	8
4. Fluchtpunktkonstruktion	11
5. Bildebene.....	11
6. Horizont	12
7. Wahl des Standpunktes	13
8. Schnittverfahren und Wegverfahren	19
9. Kellergrundrißkonstruktion	19
10. Hilfskonstruktionen bei weitliegenden Fluchtpunkten.....	20
a) Perspektivlineal.....	20
b) Konstruktion nach Wegverfahren und Verhältnisteilung	22
c) Verkürzung mit Hilfe der Sehstrahlen.....	23
11. Vorteilhafte Behandlung großer Entwürfe	23
a) Meßpunktverfahren.....	24
b) Teilpunktverfahren	26
12. Zentralperspektive.....	27
a) Distanzpunktverfahren.....	29
b) Unerreichbare Meßpunkte	29
c) Schräge Flächen oder Körper	29
13. Auswertung der Perspektive (Entzerrung)	30
14. Fluchtpunktbestimmung bei nichthorizontalen Geraden	32
15. Die Ebene und ihre Fluchtspur.....	36
16. Krumme Linien in der Perspektive	37
17. Der Kreis	38
18. Die Kugel	42
19. Gewölbe	46
20. Perspektivische Spiegelung	47
21. Andere Bildebenen	49
22. Netzhautbildkonstruktion	49
B. Schatten in der Perspektive	
1. Übertragungsverfahren	51
2. Konstruktion des Schattens in die bereits fertiggestellte Perspektive ..	54
3. Beispiele	58
4. Künstliche Beleuchtung	62
Literatur	64

A. Perspektive

1. Ziel der Perspektive

Die Perspektive soll ein möglichst naturgetreues plastisches Bild dreidimensionaler Körper oder Räume auf der Zeichenebene vermitteln, und zwar unter den gleichen Sehbedingungen unseres Auges, nämlich in der von vorn nach hinten fortschreitenden Verkürzung, Größenabnahme, Änderung von Beleuchtung und Farbe. Hieraus ergibt sich die Bedeutung der perspektivischen Darstellung für den Architekten um die Wirkung seines Entwurfes zu prüfen und für den Laien, der aus Grund- und Aufriß der Bauzeichnung nur eine unklare Vorstellung des Geplanten erhalten würde.

2. Grundlagen der Perspektive

Das Grundsätzliche über die perspektivische Darstellung ist leicht erfaßt. Wir betrachten unser Zimmer. Dort steht der Schrank. Jeden Punkt dieses Schrankes erblickt unser Auge in der Richtung der geraden Linie. Diese gerade Linie, die Punkt und Auge miteinander verbindet, heißt „Sehstrahl“. Wir nehmen eine Glasscheibe, betrachten den Schrank durch diese Scheibe und folgen den Umrissen des Schrankes

darauf mit einem geeigneten Stift. Schon ist die perspektivische Darstellung des Schrankes entstanden. Auf genauso anspruchlose Weise kann auf der Fensterscheibe die perspektivische Zeichnung des gegenüberliegenden Hauses entstehen.

Das heißt, das Bild jedes beliebigen Punktes des darzustellenden Gegenstandes finden wir dort, wo der Sehstrahl die Fensterscheibe durchdringt. Das ist im wesentlichen die Grundlage der Perspektive. Alles weitere sind nur zeichentechnische Regeln. Zur Veranschaulichung des Gesagten dient Abbildung 1. Die gezeichneten Sehstrahlen durchdringen in e' , b' , f' , c' die

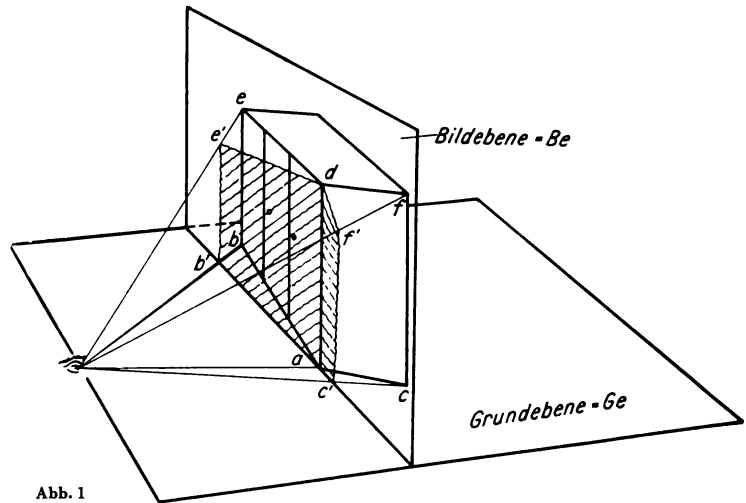


Abb. 1

Bildebene (Glasscheibe); dort liegen die Bilder der Punkte e, b, f, c . Die Glastafel geht durch die Kante $a-d$ hindurch; diese zeigt sich daher in wahrer Größe als „Maßvertikale“.

Die wesentlichsten Begriffe bringt uns Abbildung 2:

- Ge = Grundebene
- Be = Bildebene (stets senkrecht zur Ge gewählt)
- A = Auge
- Sp = Grundrißprojektion des Auges (Standpunkt)
- Hs = Hauptstrahl (senkrecht zur Bildebene)
- H = Hauptpunkt
- Ho = Augenhöhe über Ge - Horizont
- $A-H$ = Distanz
- abc = Sehstrahlen
- Gs = Grundrißprojektion der Sehstrahlen

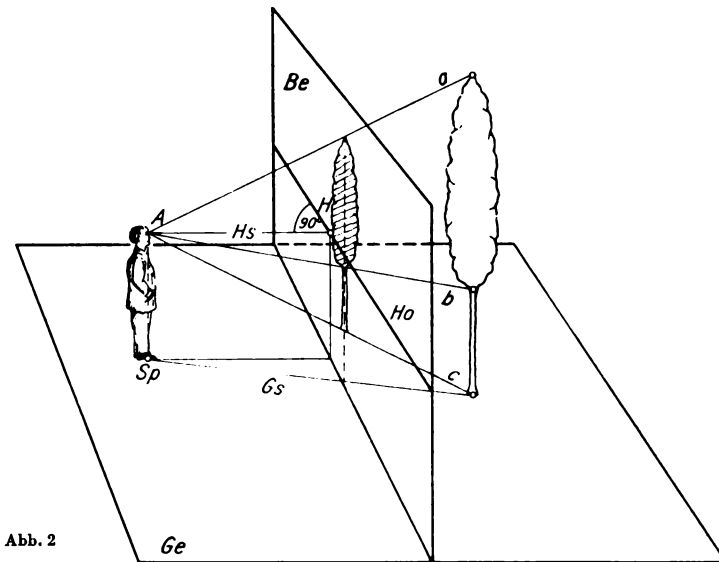


Abb. 2

3. Fluchtpunkt

Betrachten wir Abbildung 3. Es scheint, als liefen die parallelen Linien in einem Punkt zusammen. F ist der Fluchtpunkt der Geraden; genau formuliert: F ist das Bild des unendlich fernen Punktes F , der auf einer Geraden $A-F$ liegt. F ist der Fluchtpunkt aller Linien, die parallel zu $A-F$ im Raume liegen, ganz gleich, in welcher Höhe, ganz gleich, ob hinter oder vor der angenommenen Bildebene.

Deutlich erkennen wir diese Behauptungen auf Abbildung 4. $A-F$ wird parallel gl , wenn die Punkte I und II dem Unendlichen zugehen. Daraus entsteht der Satz: „Die unendlich fernen Punkte aller parallelen Linien

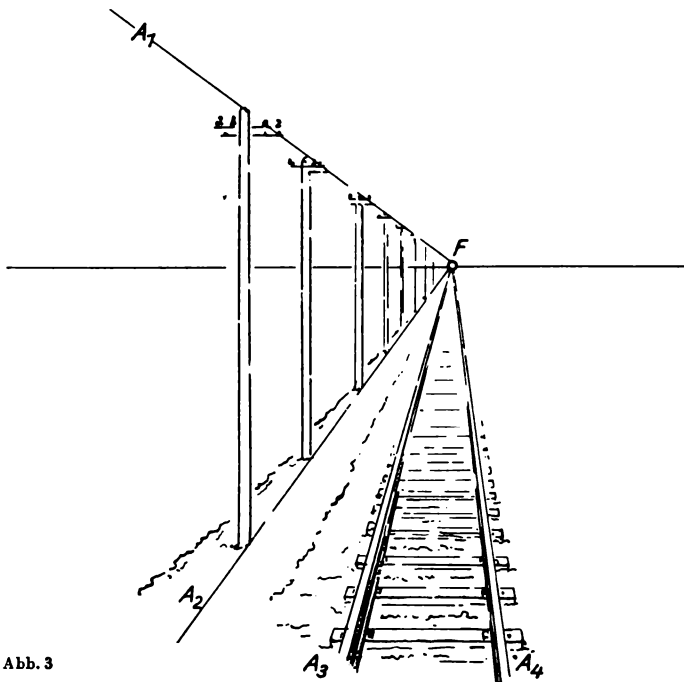


Abb. 3

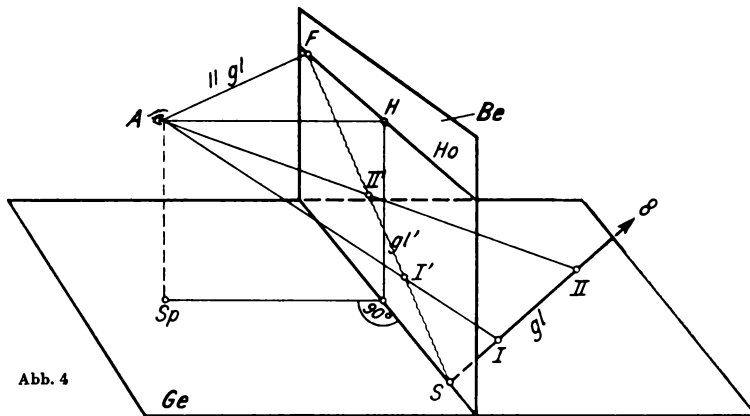


Abb. 4

im Raum bilden sich ab im Durchstoßpunkt (F) des durch den Augenpunkt gelegten – zu diesen Linien parallelen – Sehstrahles durch die Bildebene.“ Das Bild der Geraden gl entsteht dann, indem man ihren Spurpunkt S mit ihrem Fluchtpunkt F verbindet.

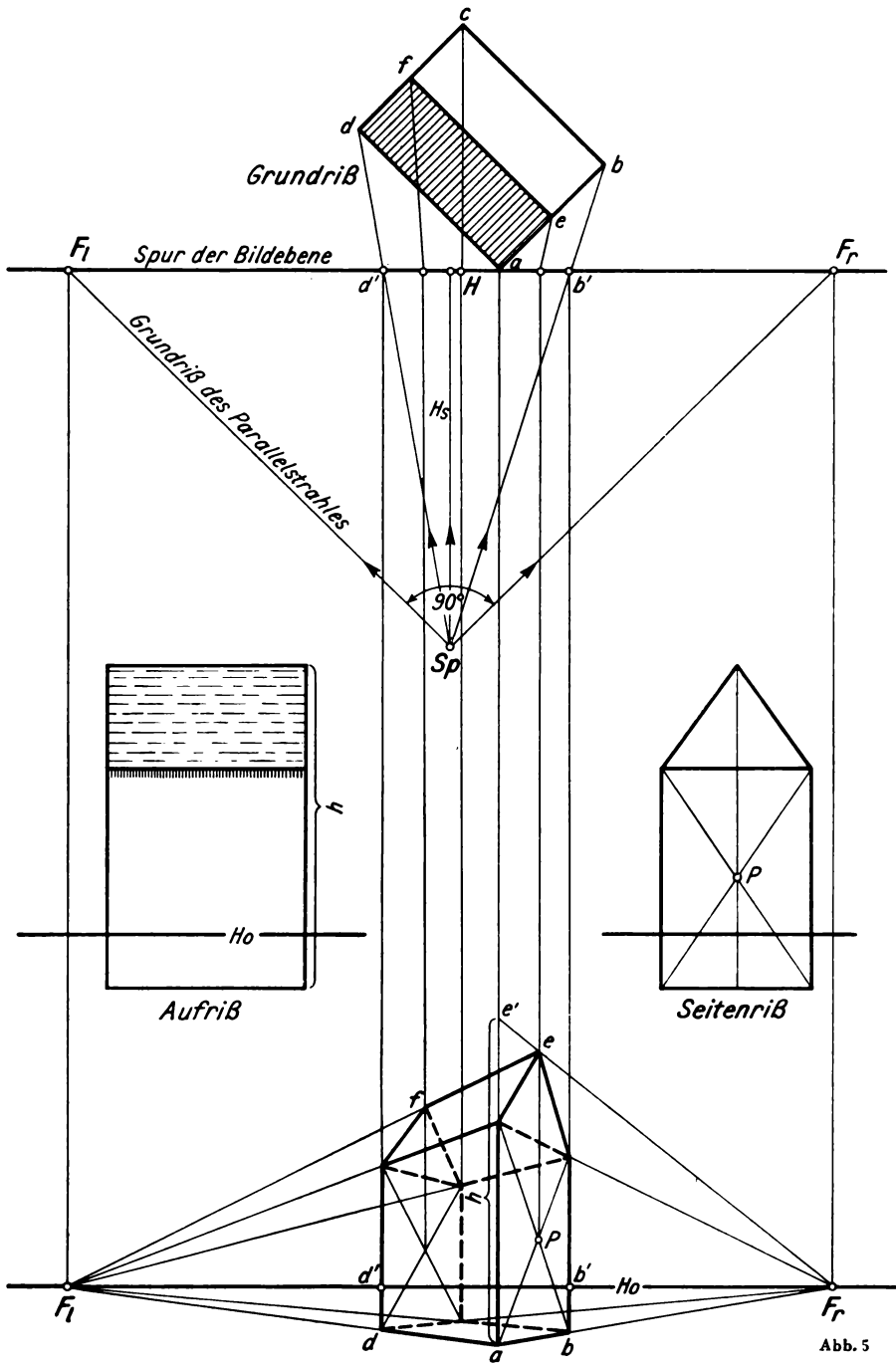


Abb. 5

Der Hauptpunkt bildet den Fluchtpunkt aller Geraden, die senkrecht zur Bildebene stehen. Laufen Gerade parallel zur Bildebene (Körperkanten), so haben sie keinen Fluchtpunkt; ihr Parallelstrahl schneidet die Bildebene nicht. Diese Geraden bleiben untereinander parallel.

4. Fluchtpunktkonstruktion

Es soll der in Abbildung 5 im Grund-, Auf- und Seitenriß gezeichnete Turm perspektivisch dargestellt werden. Wir wählen im Lageplan (Grundriß) unseren Standpunkt (Näheres darüber siehe „Wahl des Standpunktes“); dann legen wir den Schnitt der Bildebene mit der Grundebene (Spur der Bildebene) durch die Kante a und gewinnen somit eine Maßvertikale. Sehstrahlen vom Auge (Sp) parallel zu $a-d$ und $a-b$ durchdringen die Bildebene in den Fluchtpunkten F links und F rechts. Wir zeichnen nun unseren Bildhorizont und übertragen sämtliche auf der Bildebene gefundenen Punkte. Die Fluchtpunkte sowie evtl. der Standpunkt werden zur Zeichen-erleichterung durch Markierungs-nadeln, um die sich die Schiene drehen kann, gekennzeichnet. Die Begrenzung der sichtbaren Gebäudeflächen findet man, indem man in a die wahren Höhen aus Auf- und Seitenriß anträgt und mit den Fluchtpunkten verbindet. Die heruntergeloteten Punkte b' und d' usw. geben die Breitenausdehnung an. Die wahre Höhe e kann ebenfalls in der Maßvertikalen a angetragen werden. Der Schnittpunkt der Linie $e'-F$, mit dem Projektionsstrahl aus dem Grundriß stellt Punkt e in der Perspektive dar. Aus dem Seitenriß ergibt sich eine Kontrollmöglichkeit durch Konstruktion des Punktes P , dessen Auffinden in der perspektivischen Darstellung ebenso möglich ist. f findet man durch den Schnittpunkt der Linie $e-F$ mit dem Grundrißprojektionsstrahl.

5. Bildebene

Die Bildebene, auch Bildtafel genannt, legt man möglichst so, daß sie mit den Flächen des Gegenstandes oder Bauwerkes verschiedene Winkel bildet. Abbildung 6 zeigt in seiner Gegenüberstellung die langweilige Wirkung der symmetrischen Darstellung. Konstruktiv ist es vorteilhaft, 30°- und 60°-Winkel zu verwenden. Günstig ist es fernerhin, wenn man die Bildtafel so legt, daß eine Maßvertikale entsteht. Die Entfernung der Bildebene vom Gegenstand wirkt sich nur auf den Maßstab der einander ähnlichen Perspektiven aus, auf die Bildwirkung bleibt sie jedoch ohne Einfluß, wie Abbildung 7 zeigt. Dabei ist jedoch zu beachten, daß die Bildebene nicht zu weit hinter dem Gebäude, vom Standpunkt aus gesehen, angeordnet werden darf. Obgleich man hierbei ein vergrößertes Bild erhalten würde, entstünden bei Zeichnungen mit viel Feinheiten leicht Ungenauigkeiten, die im Gesamtbild oft stören. Ich empfehle daher, die Bildebene durch

eine der vorderen Hauptgebäudekanten (Maßvertikalen) zu legen. Ist ein größeres Bild erwünscht, so ist der Lageplan oder die verkleinert gezeichnete Perspektive zu vergrößern.

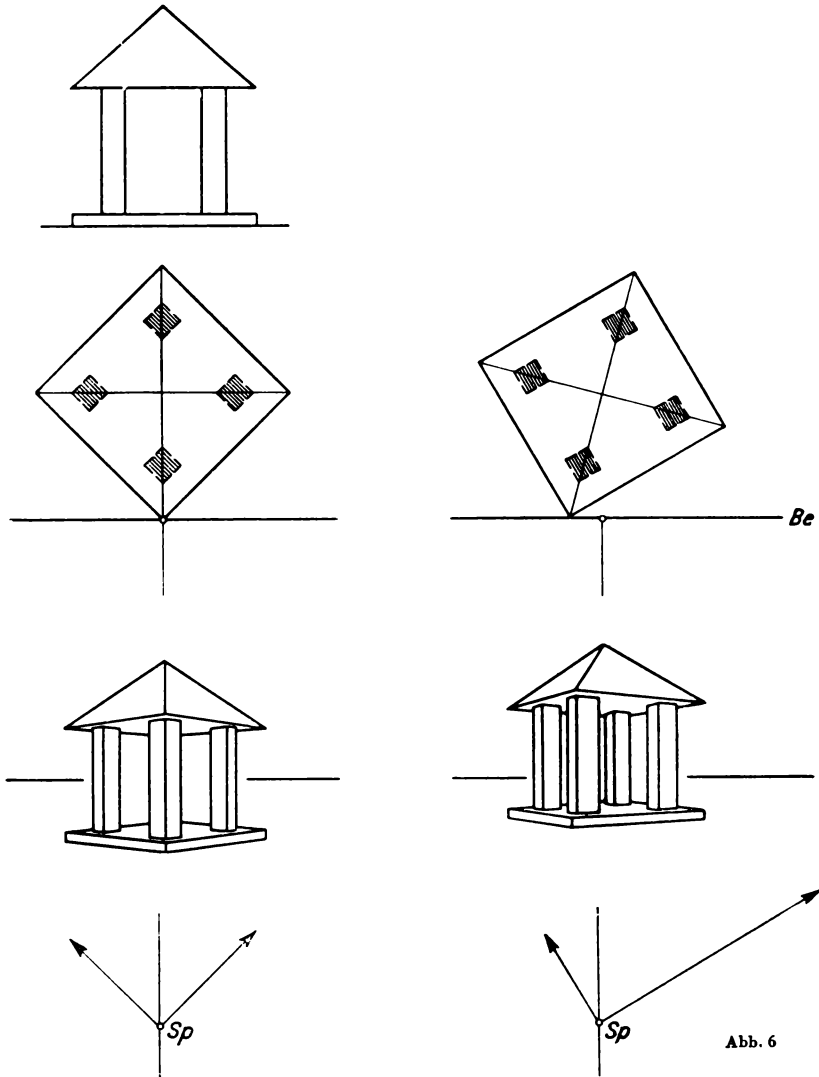


Abb. 6

6. Horizont

Abbildung 6 links beweist uns gleichzeitig, daß die Horizontlage des Baukörpers nie in der Mitte anzunehmen ist. Um einen wirklichkeitsnahen Eindruck zu erzielen, legt man ihn in Augenhöhe - ungefähr 1,60 m - also

meist unterhalb der Mitte. Bei Innenraumperspektiven beeinflusst die Horisonthöhe ganz wesentlich den Raumeindruck. Imposant und größer erscheinen Räume mit niedrigem Horizont. Abbildung 8.

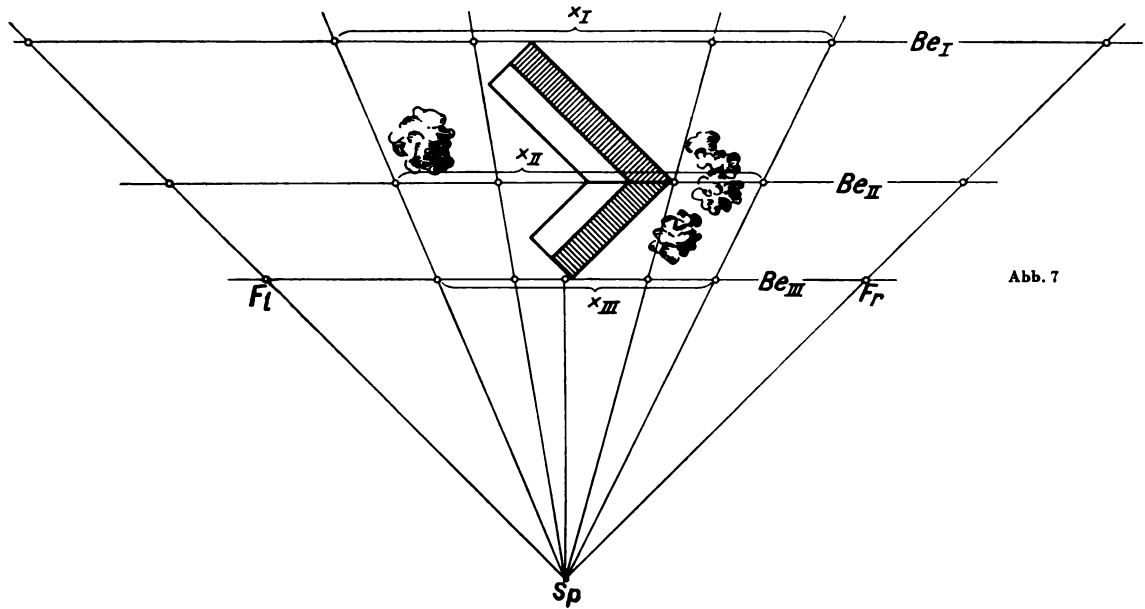
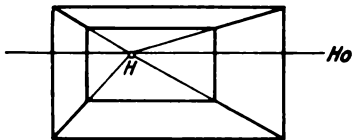


Abb. 7

Ein Bild von oben (Vogelschau) erhält man durch Hochlegen des Horizontes, wie Abbildung 9 zeigt. Hier ist zum Vergleich ein Würfel in vier verschiedenen Höhenlagen gezeichnet. Vogel-



perspektiven wählt man, wenn man eine Gesamtübersicht über eine größere Gruppe von Gebäuden haben will. Man nimmt den Horizont so hoch an, daß er über dem Gebäude liegt und man über die vorderen hinweg die dahinterliegenden sehen kann. Fällt der Horizont mit der Grundlinie zusammen, so spricht man von der Froschperspektive.

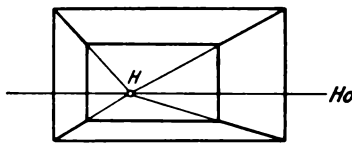


Abb. 8

7. Wahl des Standpunktes

An den Bildrändern entstehen oft Verzerrungen, die darauf zurückzuführen sind, daß der Standpunkt zu nahe am Gegenstand gewählt wurde. Der Sehwinkel des menschlichen

Auges liegt bei ungefähr 50° . Wählen wir unseren Standpunkt etwa $1\frac{1}{2}$ mal der größten Ausdehnung vom Objekt entfernt, so dürfte ein Sehwinkel von 40°

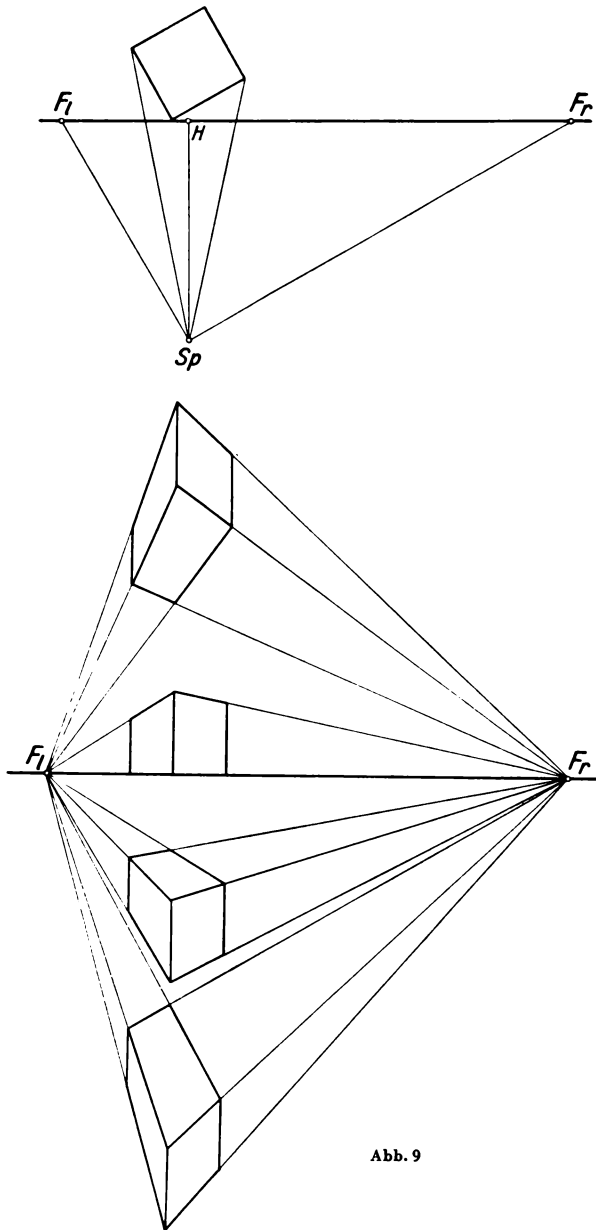


Abb. 9

erreicht sein. Natürlich darf die Darstellung ihre Tiefenwirkung nicht verlieren; es empfiehlt sich daher, das Dreifache der größten Breitenausdehnung nicht zu überschreiten. Bei Perspektiven von Innenräumen ist es stets ratsam, einen theoretischen Standpunkt außerhalb des Raumes anzunehmen. Man vermeidet dadurch, daß die dem Auge sehr nahe liegenden Wände zu stark verzerrt werden und die typische Rauntiefenvortäuschung einer Fotografie entsteht (vergleiche Abbildung 10). Vermeidung der Symmetrie wird auch besonders bei Innenräumen reizvollere Darstellungen ergeben; deshalb den Hauptpunkt nie genau in die Mitte des Bildes legen. Bei Außenperspektiven hingegen ist stets ein Standpunkt im Lageplan zu wählen, von dem später nach der Ausführung des Entwurfs ein Betrachten bzw. Fotografieren möglich ist. Hierdurch hat der Architekt Gelegenheit, frühzeitig ein wirklichkeitsnahes Bild seines Entwurfs entstehen zu lassen.

Der Sehstrahl, der senkrecht zur Bildebene liegt, wird bei Außenperspektiven nahezu auf die Mitte des Objektes gerichtet. Er soll aber nie direkt auf eine wesentliche Gebäudekante zulaufen, da diese sonst in der Perspektive als durchgehende Senkrechte (Gesimsvorsprünge und dergleichen

treten nicht hervor) erscheint. Vergleiche Abbildung 6! Gleichzeitig entstehen oft bei quadratischen Fenstern durch eine falsche Wahl des Standpunktes (liegt zu nahe am Objekt – falsche Lage der Bildebene) Zerrbilder, wie Abbildung 11 zeigt. Es wird sich daher immer bezahlt machen, wenn wir uns bei der Konstruktion größerer perspektivischer Bilder

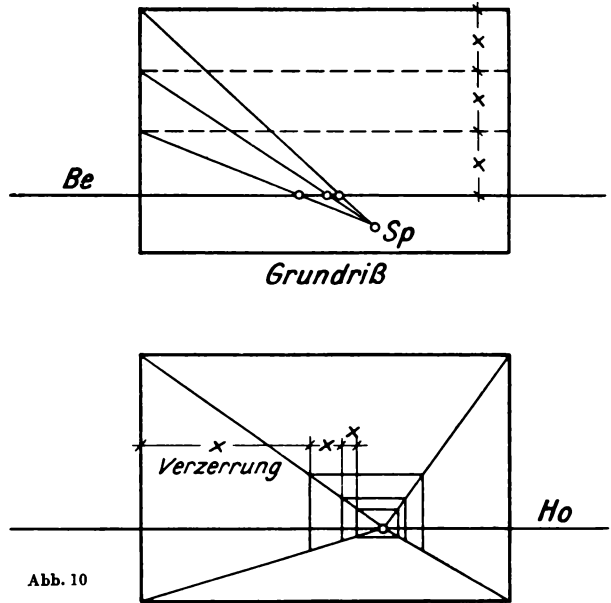


Abb. 10

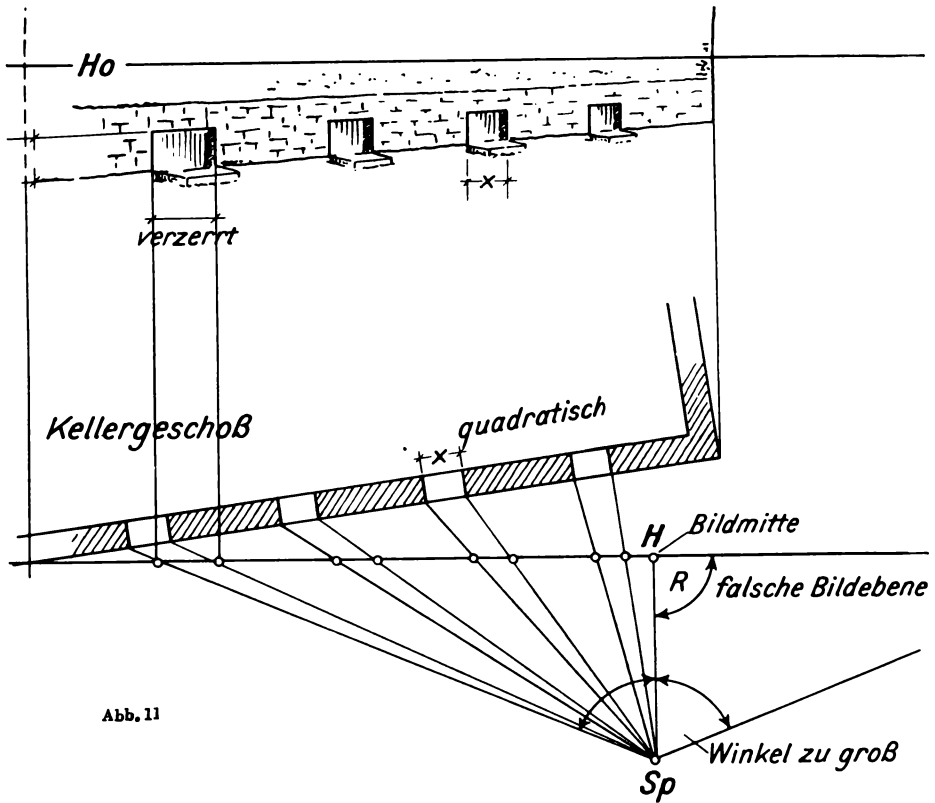


Abb. 11

erst einmal 3 ... 5 kleine Zeichnungen ungefähr in Postkartenformat mit verschiedenen Standpunkten in den Hauptformen konstruieren, um hieraus dann die beste als Grundlage für die endgültige große Zeichnung auszuwählen. Ein Rezept für die Wahl des Standpunktes, das immer zutrifft,

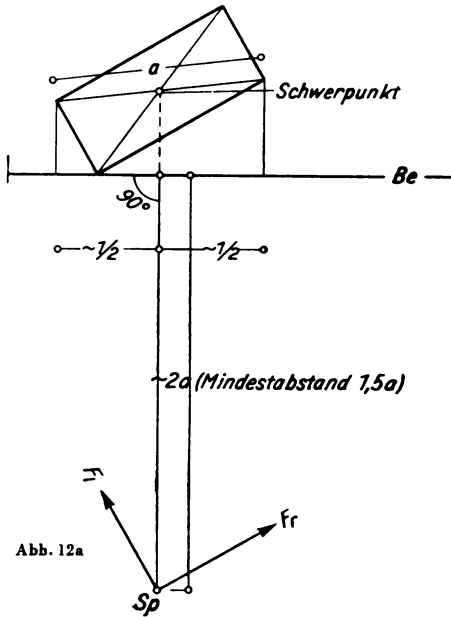


Abb. 12a

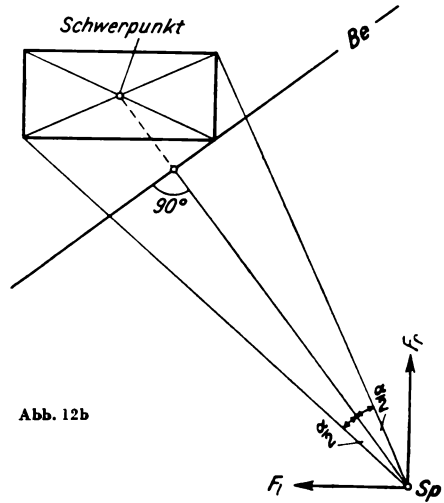


Abb. 12b

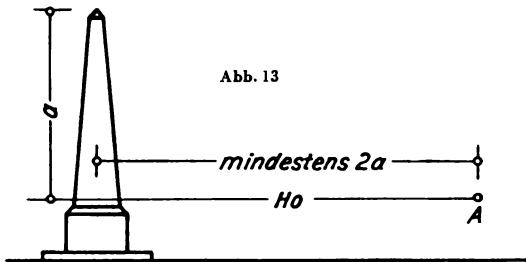


Abb. 13

gibt es nicht, hier muß das Gefühl entscheiden.

Zur Konstruktion seien noch folgende Richtlinien gegeben:

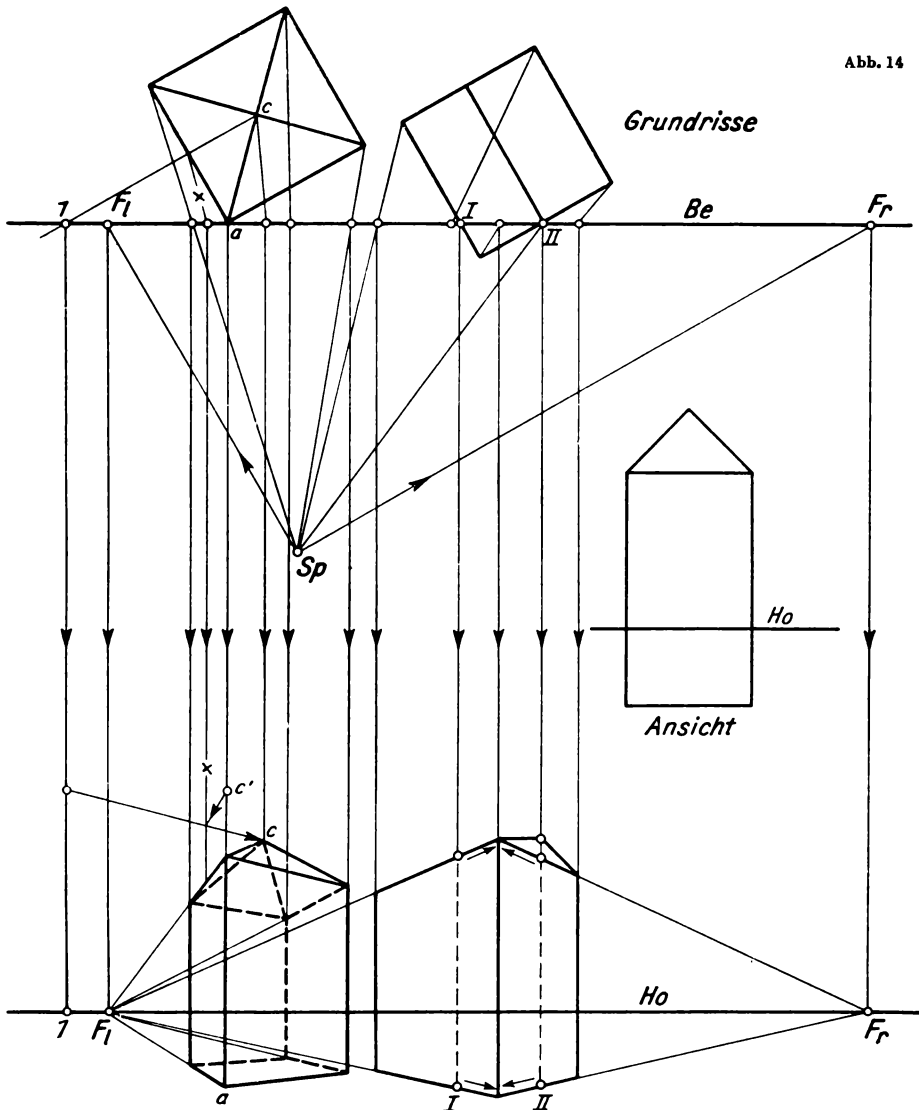
1. Aufsuchen eines günstigen Standpunktes, Abbildung 12a.

Wie bereits erwähnt, legt man den Gegenstand unter 30° bzw. 60° (günstige Lage auch zum Zeichnen, da Dreiecke

verwendet werden können) zur Bildebene, fällt von den beiden äußeren Ecken auf die Bildebene Lote, halbiert den erhaltenen Abstand und errichtet hier die Senkrechte, auf welcher man mit dem gewünschten Abstand (ungefähr 2a) den Standpunkt festlegt. Der Hauptsehstrahl geht so etwa durch den Schwerpunkt.

2. Gegebener Standpunkt im Lageplan, Abbildung 12b.

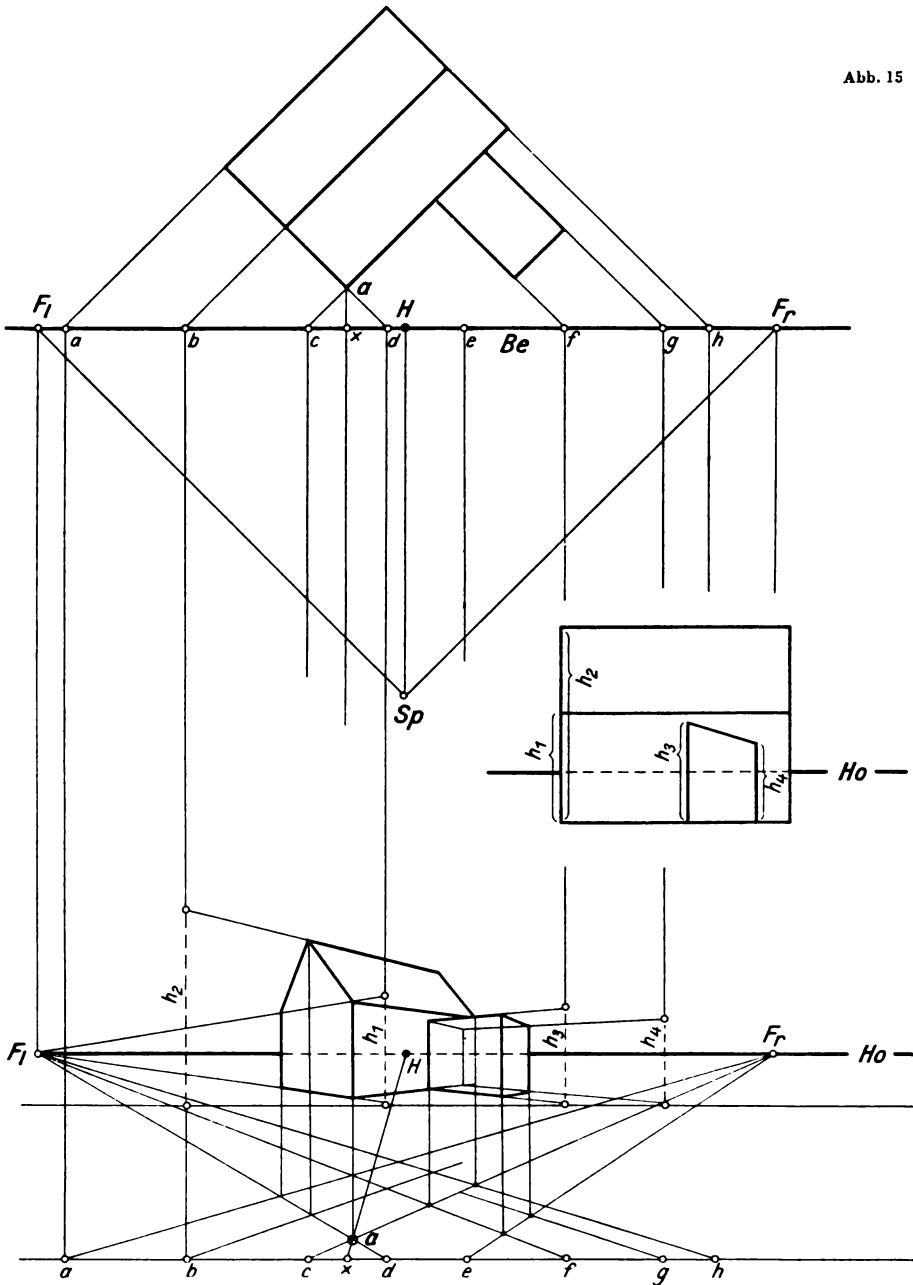
In diesem Falle muß die Richtung der Bildebene bestimmt werden. Wir zeichnen die äußersten Sehstrahlen von den Ecken des Gegenstandes zum



Standpunkt, halbieren den Schwinkel (darf nicht größer als 50° sein) und erhalten damit den Hauptsehstrahl. Zu diesem senkrecht wird durch eine Gebäudekante (Maßvertikale) die Bildebene errichtet.

Auch hier ist darauf zu achten, daß der Hauptsehstrahl etwa durch den Schwerpunkt geht.

Sofern der darzustellende Gegenstand höher ist als breit, muß sich der Abstand nach der Höhe richten. Man kann ihn dann aber noch etwas näher



rücken, etwa bis auf das Doppelte der Höhe über dem Horizont. Abbildung 13. Das entspricht einem Augenaufschlagwinkel von etwa 27° . Ragen

hohe und namentlich spitze Türme aus Gebäudegruppen auf, so kann man bis zu einem Augenaufschlagwinkel von 40° herangehen.

8. Schnittverfahren und Wegverfahren

Abbildung 14 veranschaulicht zwei Objekte, bei denen die Bildebene verschieden angeordnet ist. Beim rechten Grundriß entstehen die beiden Maßvertikalen I und II . Die Fluchtlinien nach den beiden Punkten F_l und F_r verlängert man über I und II , bis sie sich schneiden. Durch dieses sogenannte Schnittverfahren erhält man die perspektivische Höhe der vorderen Kante.

Zum Auffinden des Punktes c im linken Grundriß dient das Wegverfahren. In a – Maßvertikale – wird die wahre Höhe c angetragen. Wir fluchten nach F_l und kommen auf die Hilfsvertikale x . Von hier wird nach F_r gefluchtet und dadurch Punkt c in der Perspektive gefunden. Verfolgen wir den Weg einmal im Grundriß: wahre Höhe c gleich perspektivische Höhe c in der Maßvertikalen a – perspektivische Höhe c parallel F_l – S_p nach der Hilfsvertikalen x gebracht – von hier parallel F_r – S_p nach der Turmspitze. Kontrollmöglichkeit: Im Lageplan von c eine Parallele zu S_p – F_r bis zur Bildebene – Punkt l auf den Horizont übernehmen und darauf die wahre Höhe errichten – der Fluchtstrahl von hier nach F_r geht durch die Turmspitze. (Näheres darüber im nächsten Absatz).

9. Kellergrundrißkonstruktion

Wir verlängern nach Abbildung 15 die Grundrißrichtungen bis zur Bildebene und übernehmen die gefundenen Punkte $a \dots h$ in die Perspektivkonstruktion. Hier setzen wir die Geraden in Perspektive, d. h., wir verbinden die Punkte $a \dots h$ mit ihren Fluchtpunkten und erhalten auf diese Weise den perspektivischen Grundriß des Gebäudes. Bei niedriger Hori-zonthöhe verwischen die Schnittpunkte, die Ecken würden ungenau zu bestimmen sein. Deshalb ist es vorteilhaft – wie das Bild zeigt – den Grundriß zu versenken. Wir sprechen dann vom „Kellergrundriß“. Natürlich ist es ebenso möglich, den Grundriß über den Horizont hinauszuhoben. Die Lage ist völlig beliebig.

Ist einer der Fluchtpunkte F_l oder F_r schlecht zu bestimmen, so benutzt man einen anderen Fluchtpunkt, z. B. den Hauptpunkt. Wir lernten bereits kennen, daß der Hauptpunkt der Fluchtpunkt aller Geraden ist, die senkrecht zur Bildebene stehen. So nehmen wir also unsere Eckpunkte – siehe Punkt a – senkrecht auf die Bildebene und verbinden in der Perspektive Punkt x mit H . Dadurch ist der Eckschnittpunkt a ebenfalls im Grundriß bestimmt.

Zur Höhenbestimmung trägt man in den entsprechenden Spurpunkten die wahren Höhen $h_1 \dots h_4$ an. Ihre Fluchtrichtungen schneiden die Vertikalen

aus dem Kellergrundriß und bestimmen die perspektivischen Höhen. Maßvertikalen und Sehstrahlen gelangen dadurch nicht zur Anwendung.

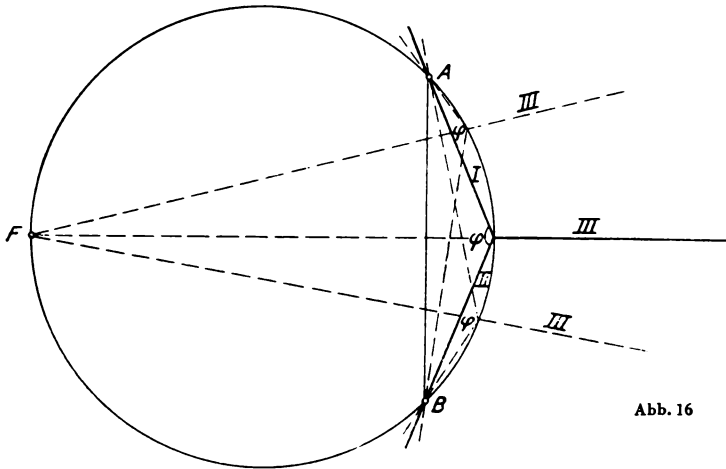


Abb. 16

10. Hilfskonstruktionen bei weitliegenden Fluchtpunkten

Namentlich bei größeren Konstruktionen bereitet es Schwierigkeiten, mit den außerhalb des Zeichenblattes liegenden Fluchtpunkten zu arbeiten. Daher seien hier einige gebräuchliche Hilfskonstruktionen erwähnt.

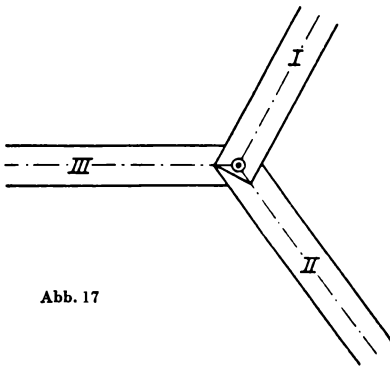


Abb. 17

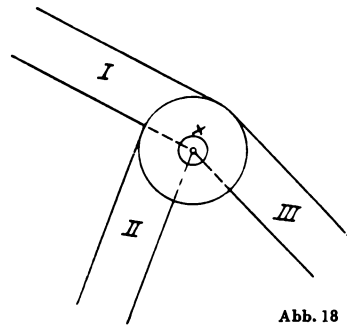


Abb. 18

a) Perspektivlinal

Es besteht, wie Abbildung 17 und 18 zeigen, aus den Schenkeln I, II, und III. Der Grundgedanke der Anwendung wird uns in Abbildung 16 veranschaulicht. Wir legen zwei Punkte - A und B - mit Stiften fest. Die Schenkel I und II unseres Lineals gleiten an diesen Stiften entlang. Der einzustellende Winkel φ bleibt bei diesem Gleitvorgang konstant und beschreibt mit seiner Spitze einen Kreisbogen um die Sehne A-B. Der ausgestreckte

a) Meßpunktverfahren

Abbildung 22. Wir drehen $a-d$ im Grundriß auf die Bildebene, so ist $a-d'$ gleich $a-d$. Die Punkte x' , e' und b' werden auf die gleiche Art festgelegt. Nun suchen wir zu diesen neuen Richtungen die Fluchtpunkte. Deshalb

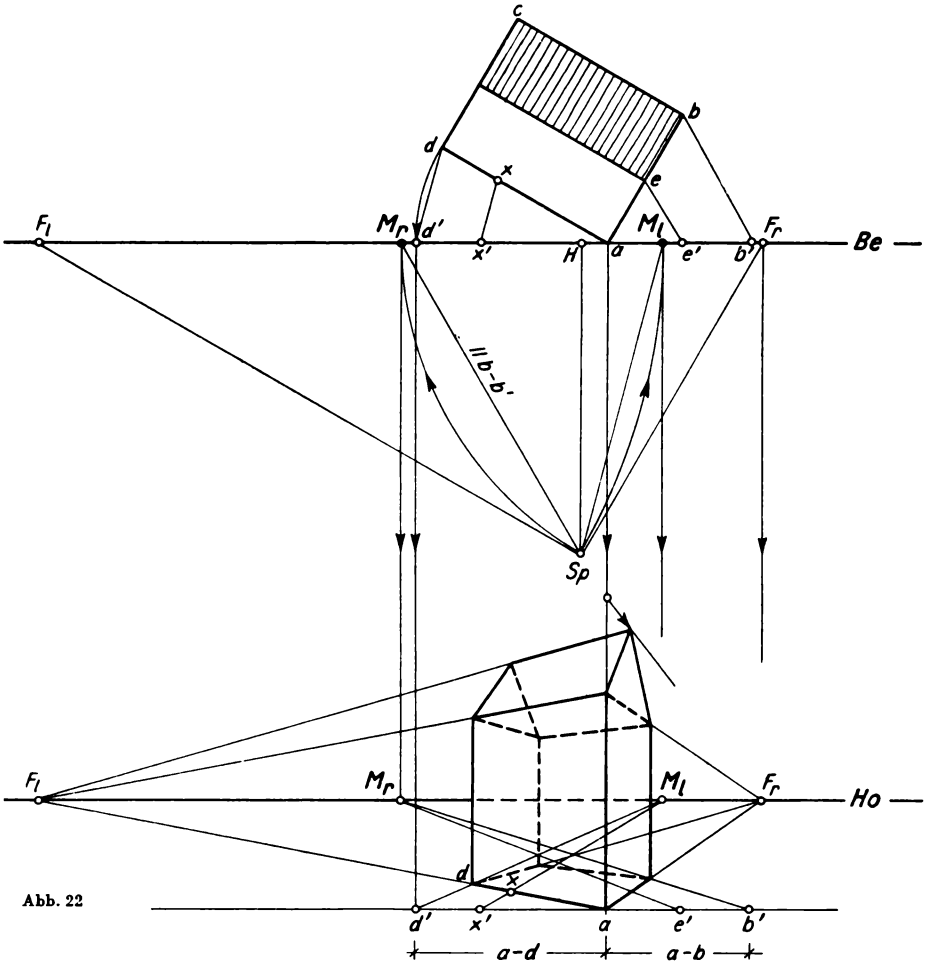


Abb. 22

wird auch F_l-Sp und F_r-Sp nach der Bildebene gebracht. Es sind jetzt zwei gleichschenklige, ähnliche Dreieckpaare entstanden, und zwar F_l, Sp, M_l ungefähr a, d, d' sowie F_r, Sp, M_r ungefähr a, b, b' . Mithin muß M_r-Sp parallel zu $b-b'$ sein und M_l-Sp parallel zu $d-d'$. So sind also in M_l und M_r die neuen Fluchtpunkte für die Linien $d-d'$, $x-x'$ usw. gefunden. Meßlinien ($d-d'$, $x-x'$ usw.) und Meßpunkte (M_r, M_l) sind die Bezeichnungen für diese neuen Konstruktionsteile.

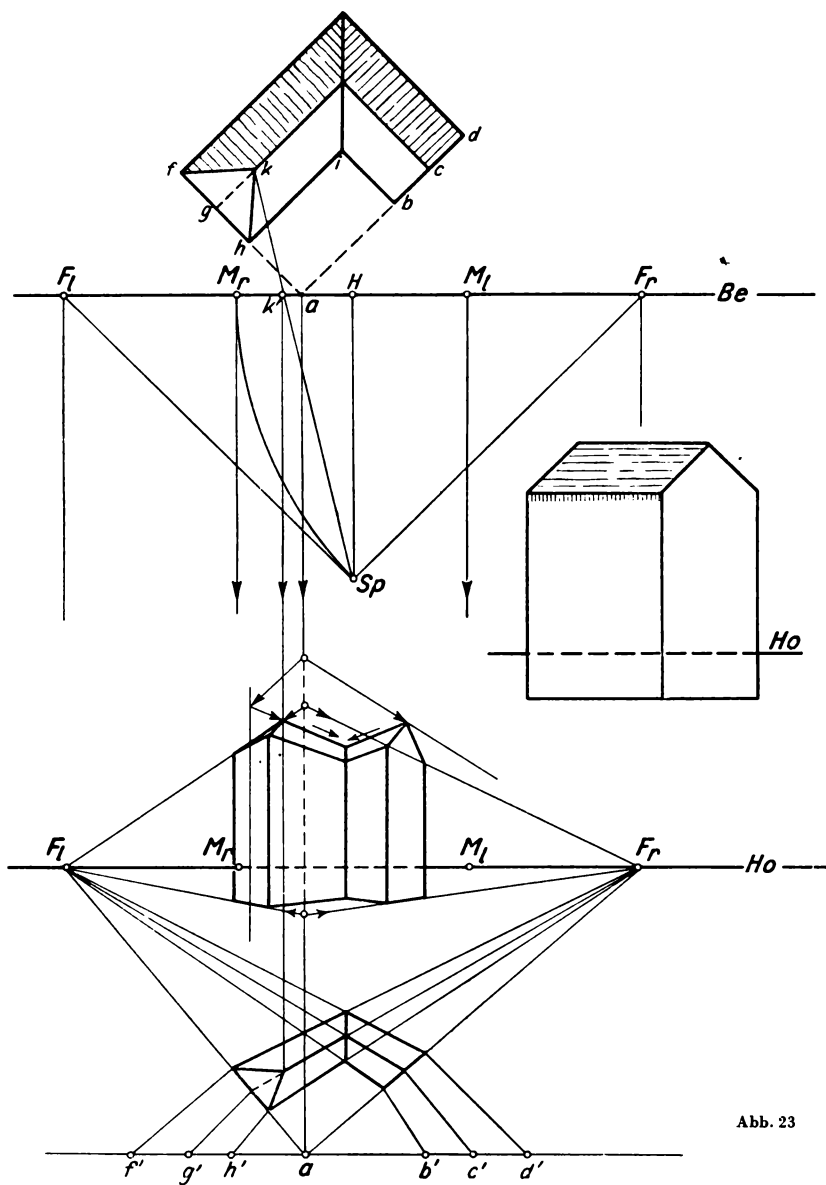


Abb. 23

In der Perspektivzeichnung ergibt sich dadurch ein erleichtertes Verfahren. Wir legen auf einer in der Bildebene liegenden Grundlinie a fest und tragen nach links die wahre Länge $a-d$ (d') an und nach rechts die wahre Länge $a-b$ (b'). Die Kreuzung der Strahlen $a-F_l$ mit $d'-M_l$ ergibt den Punkt d . Die weitere Konstruktion entnehmen wir Abbildung 22.

12. Zentralperspektive

Liegt die Bildebene parallel zu einer Wandfläche (z. B. Anblick einer Gebäudegruppe oder eines Innenraumes direkt von vorn), so erhalten wir nur

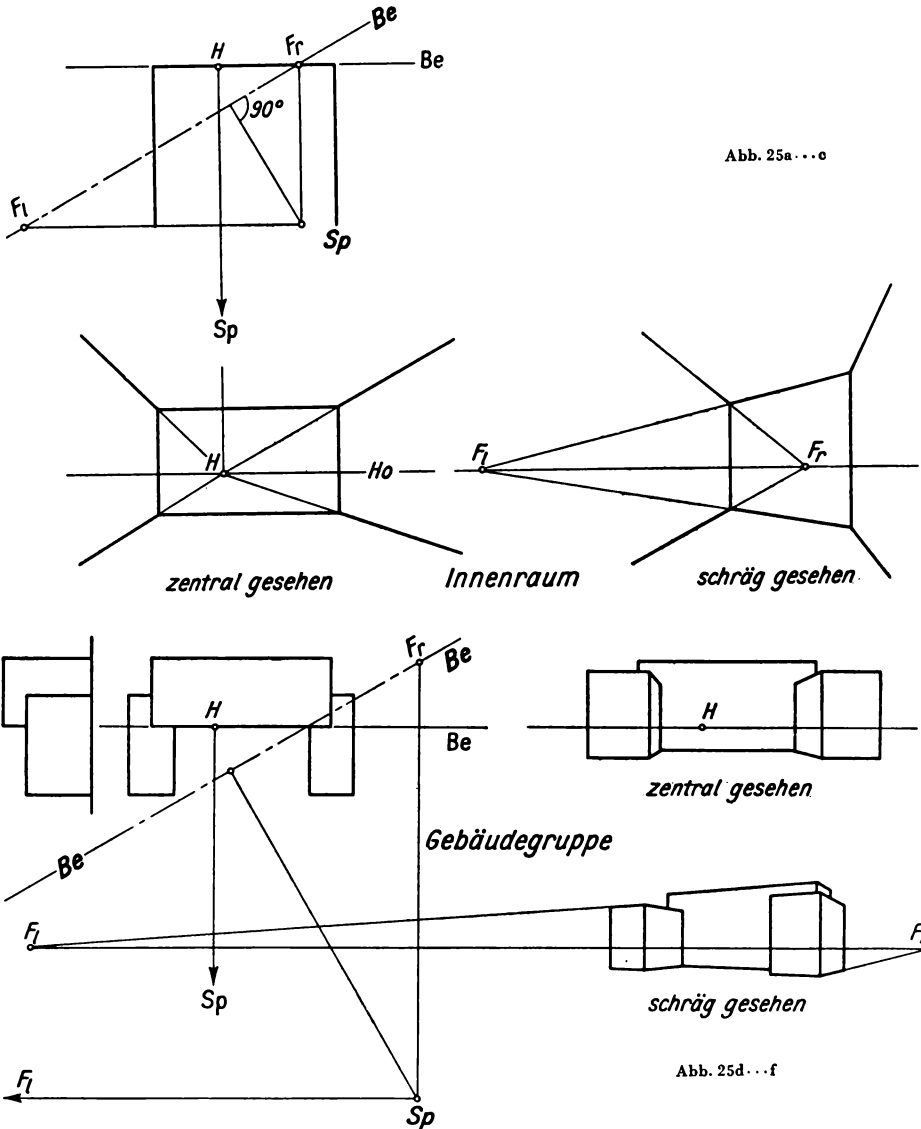
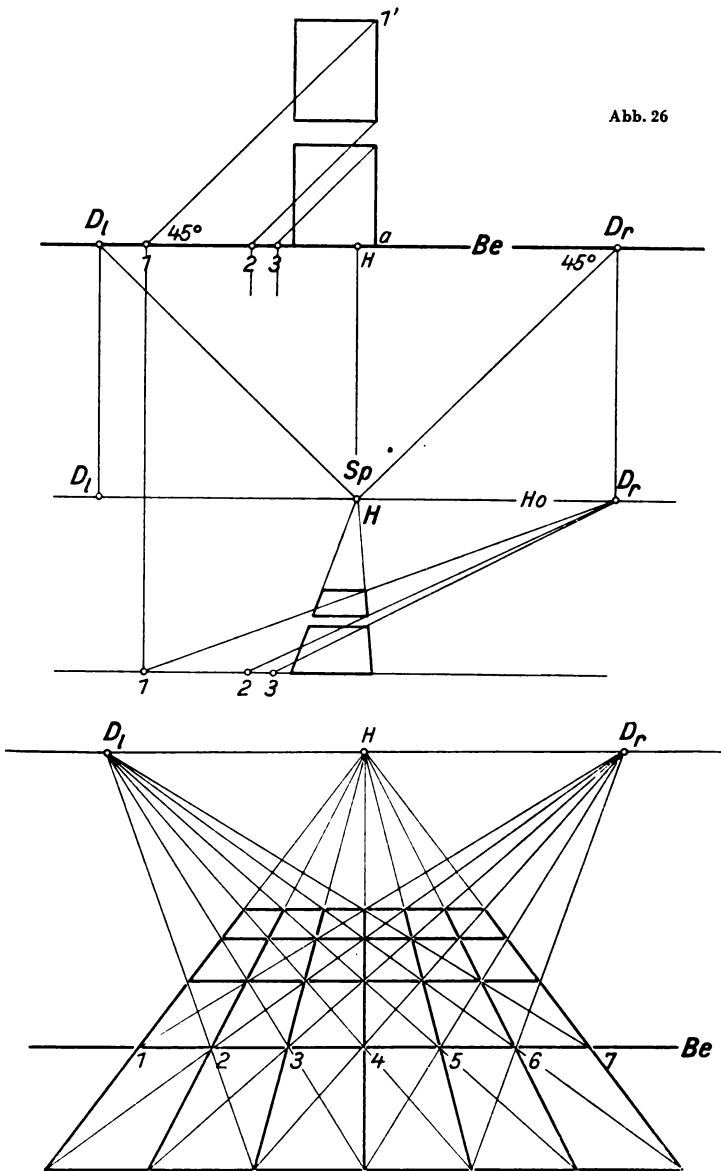


Abb. 25a...c

Abb. 25d...f

einen Fluchtpunkt, Hauptpunkt genannt, der senkrecht zur Bildebene verlaufenden Geraden und sprechen, da dieser zentral liegt, von der Zentral- oder Parallelperspektive.

Da man mit ihr eine sehr gute Raumwirkung erzielt, erstreckt sich ihre Anwendung hauptsächlich auf die Darstellung von Innenräumen und

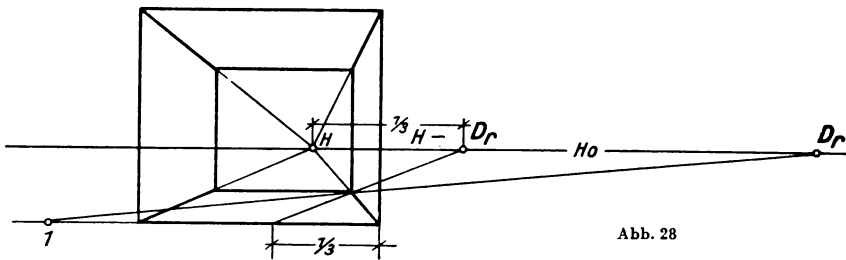


U-förmigen Gebäudegruppen. Abbildung 25a... f veranschaulicht das Gesagte durch eine Gegenüberstellung der Parallel- und Schrägstellung.

Die Konstruktion der Zentralperspektive ist sehr einfach. Vorteilhaft ist es, die Bildebene in eine wesentliche Wandfläche zu legen.

a) Distanzpunktverfahren

Der Distanzpunkt ist nichts weiter als unser bekannter Meßpunkt, also der Fluchtpunkt der Meßlinien. Seine Bezeichnung ergibt sich nach Abbildung 26 aus folgender Erkenntnis: Die Meßlinien müssen alle unter 45° verlaufen, um $a-l'$ gleich $a-l$ zu erhalten. Somit wird auch der Strahl D_r-Sp unter 45° von Be abgeleitet. D_r-H wird dadurch gleich D_t-H gleich der „Distanz“ $Sp-H$. Der Fluchtpunkt aller senkrecht zur Bildebene verlaufenden Geraden ist der Hauptpunkt. Die weitere Konstruktion ergibt sich aus dem Meßpunktverfahren.



Bei dieser Gelegenheit sei auf die Darstellung quadratischer Fußbodenplatten, Abbildung 27, hingewiesen, deren Seiten zur Bildebene parallel und senkrecht sind. Nachdem man die Bildebene in gleiche Teile (Breitenabstände) $1 \dots 7$ zerlegt hat, ziehen wir durch diese Punkte die Hilfsgerade nach D_t und D_r . Da sie in Wahrheit mit der Bildebene einen Winkel von 45° bilden, liefern sie die Diagonalen der gewünschten Tafelung. Ihr Schnittpunkt mit den zum Horizont laufenden Senkrechten ergibt die Tiefenbegrenzung der Platten.

b) Unerreichbare Meßpunkte

Fällt in einer Frontalstellung der Distanzpunkt einmal weit nach außen, so ist es möglich, mit $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ seiner wahren Entfernung zu arbeiten. Dabei müssen aber auch, wie Abbildung 28 veranschaulicht, die anderen Maßpunkte entsprechend verlegt werden.

c) Schräge Flächen oder Körper

In Räumen mit überwiegend rechtwinkligem Grundriß, die in Zentralperspektive dargestellt werden sollen, finden wir oft schräggestehende Möbel, Einbauten, abgeschrägte Ecken oder dergleichen. Abbildung 29 stellt einen einfachen, parallel zur Bildebene liegenden Raum dar, in dem schräg ein Schreibtisch steht. Die vier Kanten des Schreibtisches finden wir nach

dem Distanzverfahren. Verbinden wir die zusammengehörigen Punktpaare des Gegenstandes und verlängern diese Linien bis zum Horizont, so werden wir feststellen, daß sie in je einem Punkt, ihrem Fluchtpunkt, zusammenlaufen. Da wir den Fluchtpunkt stets als Schnittpunkt der Bildebene mit einer Geraden parallel zum Gegenstand durch den Standpunkt finden, können wir den Schreibtisch fertigzeichnen, wenn wir drei Fußpunkte (zwei

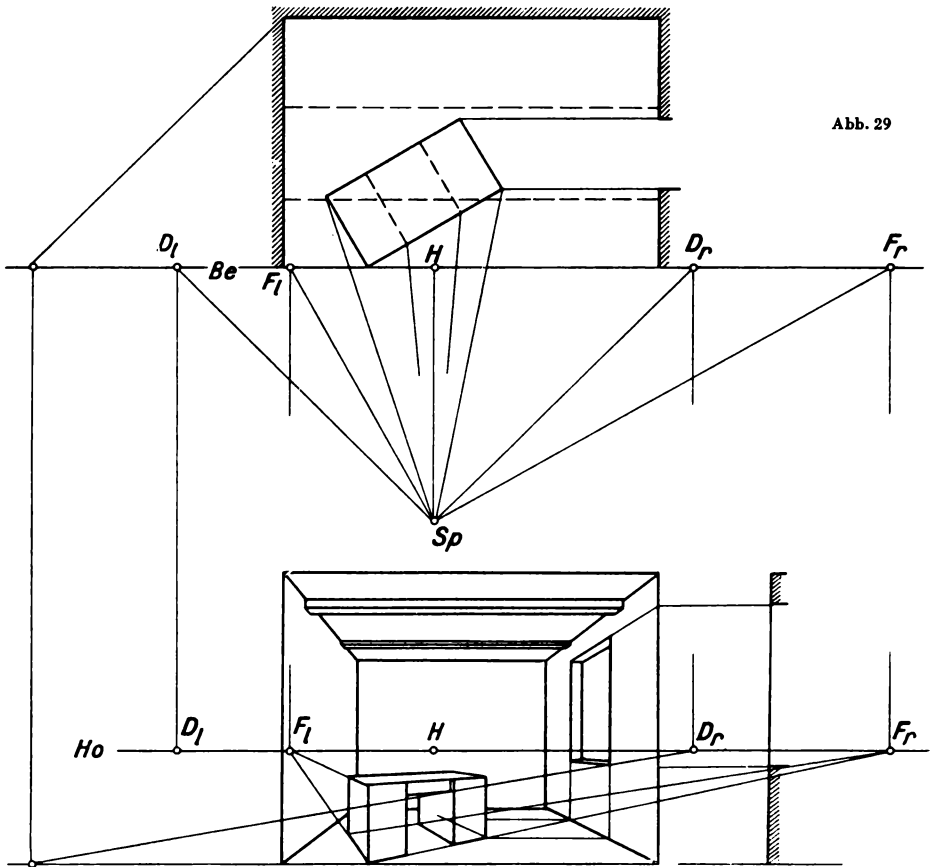


Abb. 29

sind in ihrer Tiefenlage durch das Fenster gegeben, und einer liegt in der Bildebene) und die Höhe konstruiert haben. Bei schrägen Flächen im Raum ist entsprechend zu verfahren.

13. Auswertung der Perspektive (Entzerrung)

Die bisherigen Konstruktionen hatten stets das Ziel, aus geometrischen Zeichnungen Perspektiven anzufertigen. Es wird sich aber manchmal als notwendig erweisen, aus einer perspektivischen Zeichnung wahre Maße zu

entnehmen; d. h. also praktisch, daß wir die bisherigen Erkenntnisse rückläufig anwenden müssen. Die in den Abbildungen 30 ... 32 gezeigten Verfahren gewinnen besondere Bedeutung, wenn uns die Aufgabe zufällt, Lichtbilder zu entzerren.

Wenden wir uns Abbildung 30 zu. Eine Fotografie liegt vor uns. Der Hauptpunkt befindet sich, sofern es sich nicht um einen Bildausschnitt handelt, auf der Mittellinie und auf dem Horizont. Die Horizontale ist durch die leicht konstruierbaren Fluchtpunkte schnell gefunden. Unser Standpunkt muß sich auf dem Hauptsehstrahl, also auf der Mittellinie befinden. Da der

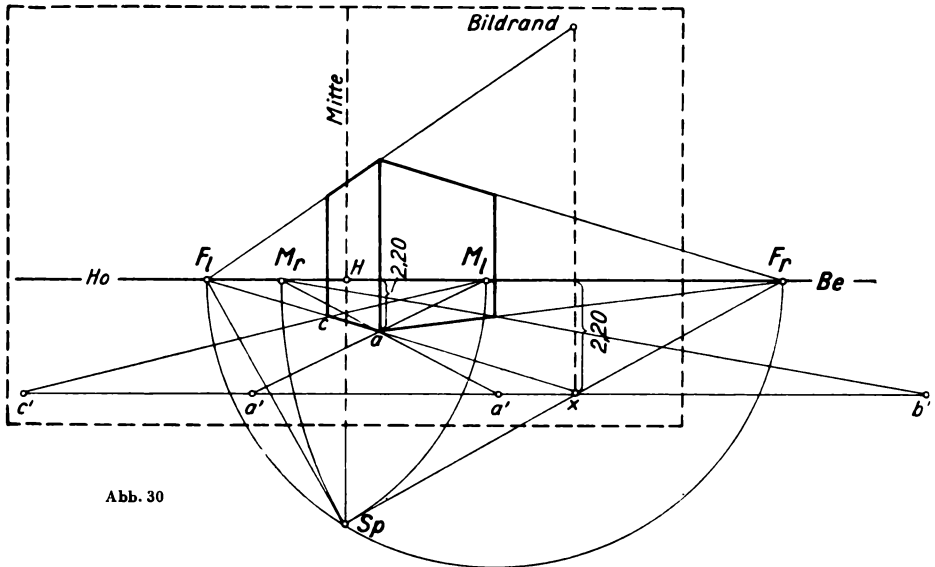


Abb. 30

Fluchtstrahlenwinkel F_l, Sp, F_r 90° beträgt, liegt der Standpunkt beim Schnitt der Mittellinie mit dem Thaleskreis über $F_r-F_l^*$. Der Horizont wird gleichzeitig als Spur der Bildebene betrachtet und dazu in beliebigem Abstand eine Grundlinie gelegt. Die Meßpunkte festzulegen, ist nach dem bisher Gelehrten möglich. So lassen sich auch die Meßstrahlen konstruieren, die auf der Grundlinie die Strecken $c'-a'$ und $a'-b'$ begrenzen. Richten wir dann noch in dem durch den Fluchtstrahl gegebenen Punkt x die Höhe auf, so haben wir die Verhältnisse der drei Dimensionen des Objektes festgestellt. Jetzt allerdings erweist es sich als notwendig, daß dem Bild ein Maß entnommen werden kann. Dieses läßt sich natürlich nur bestimmen, wenn in der Perspektive selbst ein Maß gegeben ist. Soweit Geschoßhöhen, Türgrößen oder dergleichen nicht ausreichen, muß ein Maßstab an einer ausgezeichneten Kante mitfotografiert sein, um mit dessen Hilfe dann die

* Thaleskreis benannt nach dem griechischen Mathematiker Thales von Milet. Der Winkel zwischen den beiden Katheten im Halbkreis beträgt stets 90° .

wahren Größen aller Dimensionen zu ermitteln. In unserem Fall sei angenommen, daß der Horizont 2,20 m über a liegt. Da diese Strecke auf der aufgezeichneten Höhe in x 22 mm beträgt, sind die Strecken $c'-a'$, $a'-b'$ und die Höhe im Maßstab 1:100 gezeichnet. Die absoluten Längen lassen sich damit abgreifen.

Bei Bildausschnitten ist das Auffinden des Standpunktes manchmal mit Schwierigkeiten verbunden.

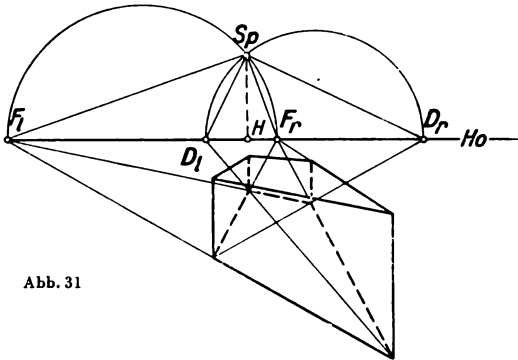


Abb. 31

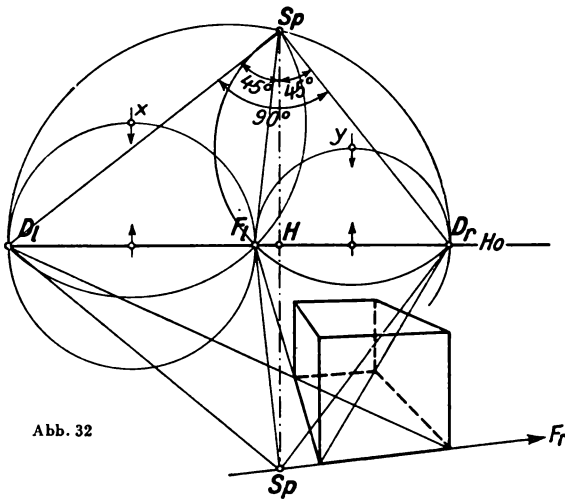


Abb. 32

Abbildung 31 zeigt, wie man mit zwei Fluchtpunkten und zwei Diagonalpunkten Sp ermittelt. Da der Standpunkt sowohl auf der Peripherie des Thaleskreises über den beiden Fluchtpunkten als auch über den beiden Distanzpunkten liegen muß, finden wir ihn im Schnittpunkt der beiden Halbkreisbögen.

Sind zwei Diagonalpunkte und ein Fluchtpunkt (der andere liegt außerhalb des Zeichenblatts) oder zwei Fluchtpunkte und ein Diagonalpunkt gegeben, so werden wir die Konstruktion aus Abbildung 32 anwenden. Wir schlagen über D_l, F_l und über F_l, D_r Halbkreisbögen, loten vom Mittelpunkt der Kreisbögen auf die Peripherie und erhalten die Punkte x und y . Nun zeichnen wir um x mit $x-D_l$ einen Kreisbogen, der durch F_l geht und den Thaleskreis über D_l, D_r

in Sp schneidet. Als Probe zeigt sich, daß der Bogen um y mit $y-D_r$ ebenfalls den Standpunkt Sp ergibt.

14. Fluchtpunktbestimmung bei nichthorizontalen Geraden

In dem Absatz „Fluchtpunkt“ stellten wir fest, daß der Fluchtpunkt einer geraden Linie im Durchstoßpunkt des parallelen Sehstrahls durch die Bildebene liegt. Auch bei nicht horizontalen Geraden muß diese Behauptung

zutreffen. In Abbildung 33 haben wir zunächst den Fluchtpunkt F_a der Linie a nach der bekannten Art festgelegt. a ist gleichzeitig die Grundrißprojektion von b . Daher liegt F_b senkrecht über F_a . Nun gilt es, die Höhe

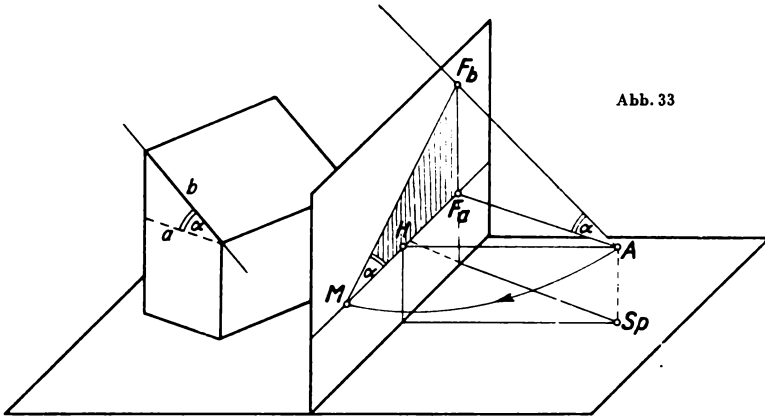


Abb. 33

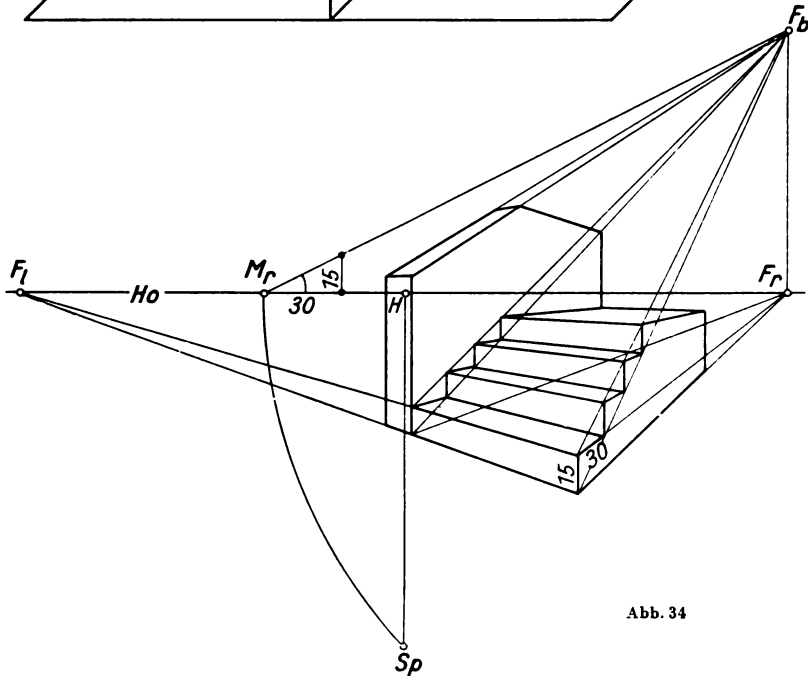


Abb. 34

zu ermitteln. Dazu hilft der Steigungswinkel α . Klappen wir F_a-A in die Bildebene, so müssen wir auf den Meßpunkt kommen. Hier kann die wahre Größe angetragen werden, und damit ist F_b eindeutig bestimmt. Eine fallende Linie würde ihren Fluchtpunkt entsprechend unterhalb des Horizontes haben.

Wie die praktische Anwendung des Gesagten aussieht, zeigt Abbildung 34. Das Steigungsverhältnis gibt uns den Winkel in M_r . F_b ist somit senkrecht über F_r gefunden, und das Weitere ist nur eine Anwendung der bekannten Konstruktionen.

Ein kleines Kontrollsystem baut sich auf der Ermittlung von Fluchtpunkten nichthorizontaler Geraden auf: eine Kontrolle mit Hilfe der

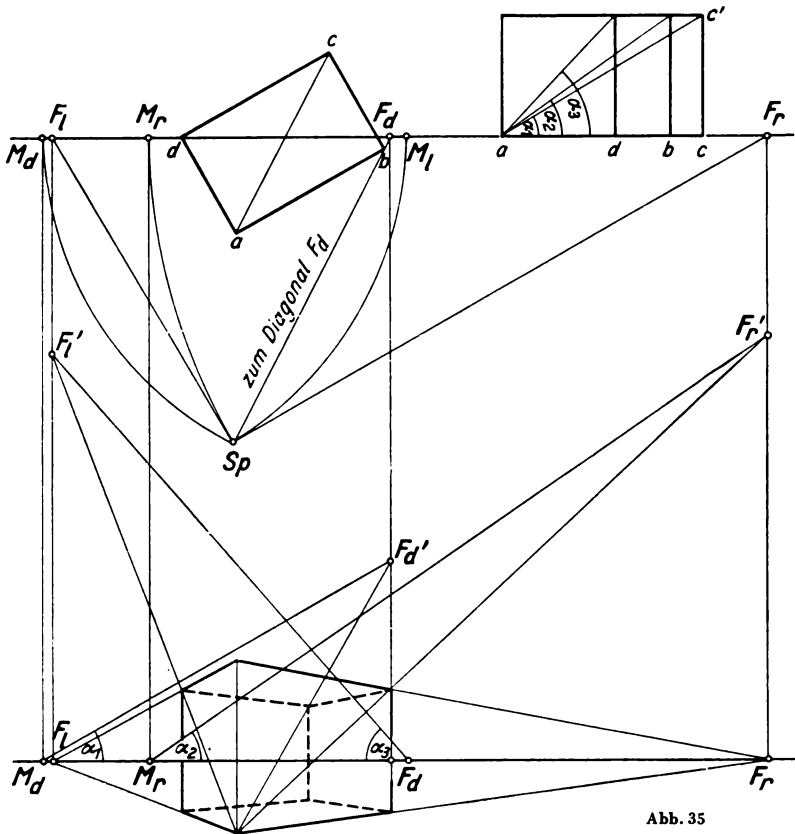


Abb. 35

Flächen und Raumdiagonalen. Wie Abbildung 35 veranschaulicht, suchen wir die Fluchtpunkte der Diagonalen auf und überprüfen damit die Perspektive, z. B. durch die Raumdiagonale $a-c'$. Deren Grundrißspur ist $a-c$ und der Fluchtpunkt von $a-c$ F_a , der Meßpunkt M_a . Tragen wir in M_a den Steigungswinkel α der Raumdiagonalen an, so erhalten wir im Schnittpunkt senkrecht über F_a den Fluchtpunkt. Das Bild zeigt, daß die Verlängerung der Raumdiagonale genau durch den Fluchtpunkt geht.

Auch bei der Konstruktion der Eckausbildung reich profilierter Gesimse oder bei Walmdächern (Gratsparren) wird die Raumdiagonale oft gute

15. Die Ebene und ihre Fluchtspur

Die Fluchtpunkte aller in einer Ebene liegenden Geraden befinden sich auf der Fluchtspur (Schnittgerade einer beliebigen Ebene mit unserer Bildebene) der betreffenden Ebene. So wie wir den Fluchtpunkt einer Geraden bestimmten, finden wir auch die Fluchtspur der Ebene, indem wir eine Parallelebene durch das Auge legen und diese mit der Bildebene schneiden.

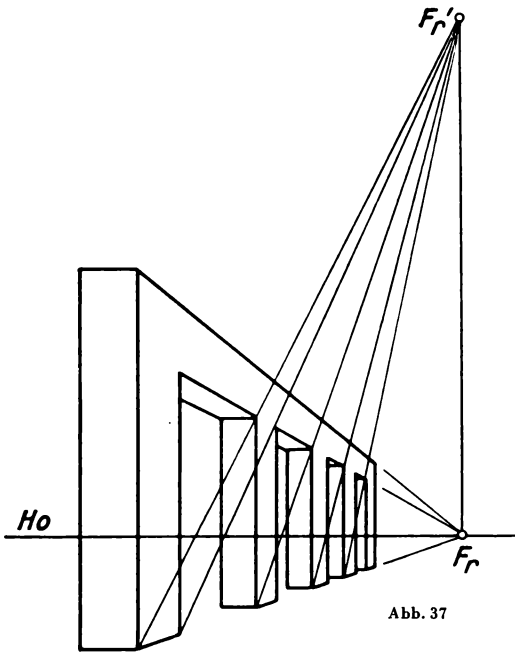


Abb. 37

Abbildung 38. Der Horizont ist die Fluchtspur der horizontalen Ebene.

Abbildung 39 und 40. Die Fluchtspur vertikaler Ebenen ist eine Vertikale durch den Fluchtpunkt bzw. Hauptpunkt der in ihr liegenden Horizontalen.

Abbildung 41. Die Fluchtspur einer zur Bildtafel senkrechten, jedoch zur Grundebene geneigten Ebene geht durch den Hauptpunkt und hat den gleichen Neigungswinkel wie die Ebene.

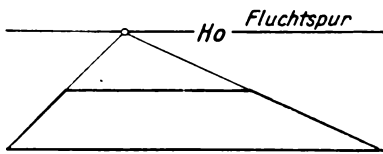


Abb. 38

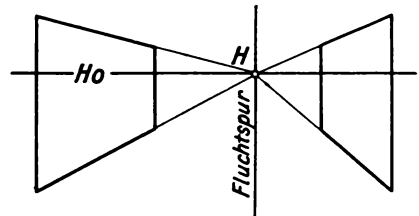


Abb. 39

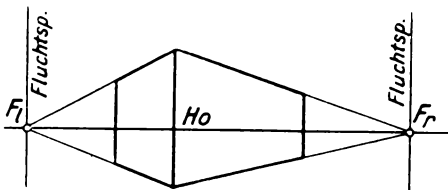


Abb. 40

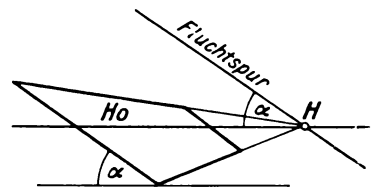


Abb. 41

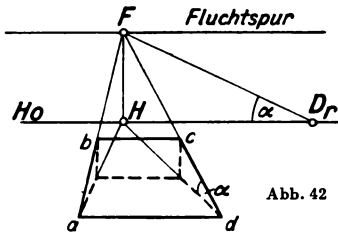


Abb. 42

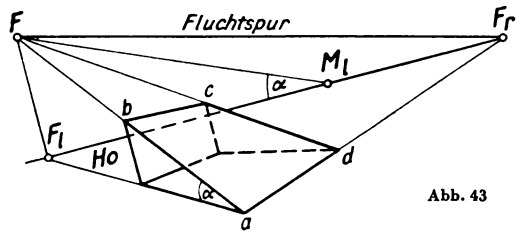


Abb. 43

Abbildung 42. Die Fluchtpur einer zur Bildebene und Grundebene unter einem Winkel α geneigten Ebene, deren Höhenlinien jedoch parallel zur Bildebene verlaufen, ist eine Parallele zum Horizont. Sie ist endgültig festgelegt, wenn man den Fluchtpunkt der ansteigenden Geraden $a-b$ oder $c-d$ bestimmt.

Abbildung 43. Die Fluchtpur einer allseitig geneigten Ebene ist bestimmt, wenn man die Fluchtpunkte zweier in ihr liegender Geraden ermittelt. Flächen, die zur Bildebene parallel sind, besitzen keine Fluchtpur, da eine Parallelebene durch das Auge die Bildtafel nicht schneidet.

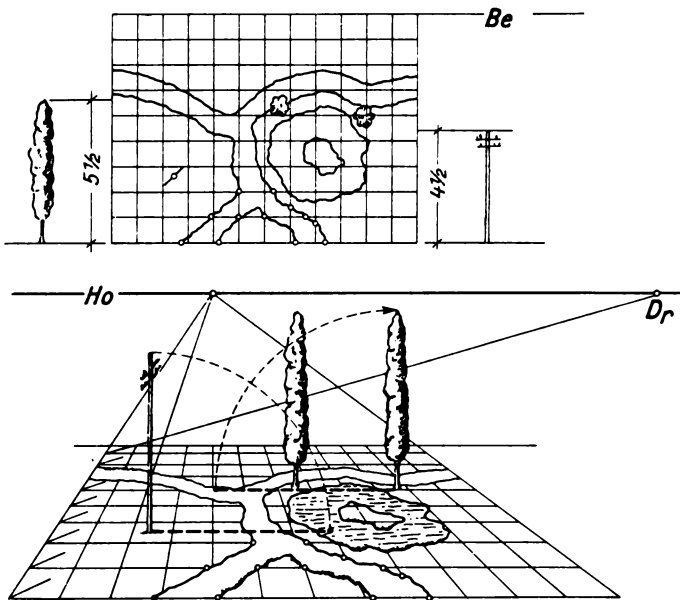
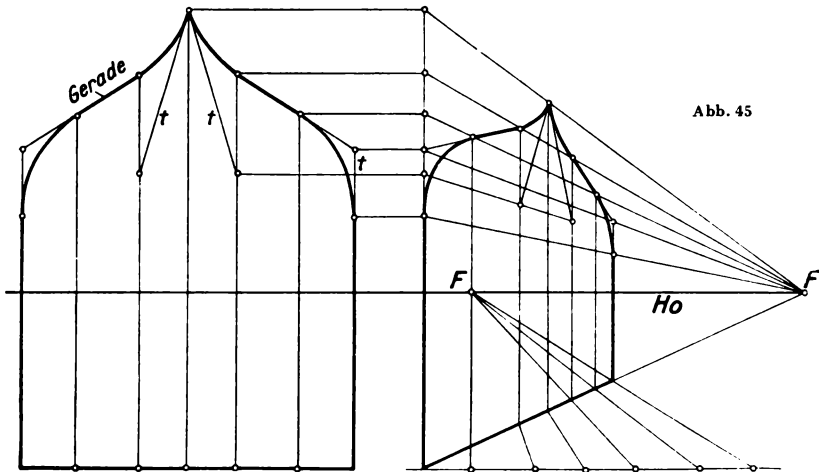


Abb. 44

16. Krumme Linien in der Perspektive

Um eine Landschaft, wie Abbildung 44 zeigt, in Perspektive zu setzen, bedient man sich des „Raster- oder Netzverfahrens“. Das über den Grundriß gelegte quadratische Netz läßt sich mit Haupt- und Distanzpunkt leicht

perspektivisch zeichnen, Abbildung 27. In dieses Netz werden dann einzelne Punkte des Grundrisses nach Augenmaß eingetragen. Da sich bei gleicher Tiefe Höhen und Breiten im gleichen Verhältnis verkürzen, kann man die Seitenlängen des Quadratnetzes zur Höhenbestimmung benutzen. $5\frac{1}{2}$ Längen ist der Baum. Diese $5\frac{1}{2}$ vom Standpunkt frontal angezeichnet und aufgerichtet, ergeben die perspektivische Höhe. Sehr vorteilhaft ist dieses Rasterverfahren für die perspektivische Darstellung von Buchstaben. Auch städtebauliche Aufgaben, als Gesamtbild von oben gesehen, lassen sich



besonders bei nicht rechtwinklig zueinanderstehenden Gebäudegruppen, Straßenfluchten oder dergleichen einfach lösen. Abbildung 45 führt uns noch die Perspektive einer Kurve vor Augen, die sich aus Kreisbogenstücken zusammensetzt. Die hierfür konstruierten Tangenten sind mit t bezeichnet.

17. Der Kreis

Die Abbildungen 46...48 bringen eine allgemeine Erläuterung über die Form des Kreises, wie sie sich bei verschiedener Lage unserem Auge darbieten. Der Kreis liegt in der Grundebene. Sämtliche Sehstrahlen vom Auge zum Kreis bilden einen schiefen Kreiskegel. Die Bildebene Be durchdringt diesen Kegel. Somit müssen alle Kreisbilder Kegelschnitte* darstellen. In Abbildung 46 sehen wir zunächst drei Ebenen, die bekannten Grund- und Bildebenen und als dritte eine durch das Auge parallel zu Be gelegte Verschwindungsebene Ve . Alle Punkte hinter und in Ve erfaßt unser Auge

* Kegelschnitte sind Kurven, die entstehen, wenn ein Kreiskegel durch eine Ebene geschnitten wird, die nicht durch seine Spitze geht. Die Kurven heißen Ellipse, Parabel und Hyperbel.

nicht; ihre Sehstrahlen durchdringen ja die Bildebene nicht. Bei Abbildung 46 liegt der Kreis auf der Grundebene vor der Verschwindungsebene; alle Punkte müssen daher sichtbar sein. Der Kegelschnitt zeigt Ellipsenform.

Abbildung 47. Der Kreis auf der Grundebene berührt die Verschwindungsebene. Der durch die Bildebene hervorgehobene Kegelschnitt wird eine Parabel.

In Abbildung 48 erhalten wir eine Hyperbel.

Die Konstruktion zweier Quadrate um den in Abbildung 49 dargestellten Kreis ermöglicht auf einfache Art dessen perspektivische Darstellung. Vorteilhaft verwendet man ein frontal gelegtes Quadrat, dessen Fluchtlinien nach dem Hauptpunkt gehen, und ein um 45° gedrehtes Quadrat, das sich nach den Distanzpunkten ausrichtet. Auf diese Weise wurden acht Kreispunkte festgelegt. Legen wir diese Quadratkonstruktion auch unseren weiteren Ausführungen zugrunde und stellen noch einen Seitenriß auf, so ist es möglich, einen Zylinder darzustellen. Abbildung 50 veranschaulicht zunächst einmal, wie im Abstand h zwei übereinander liegende Kreise konstruiert werden, der Grundkreis durch Quadrate, der Deckkreis durch

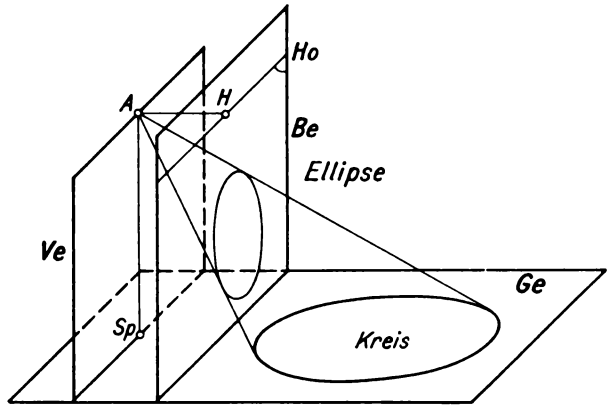


Abb. 46

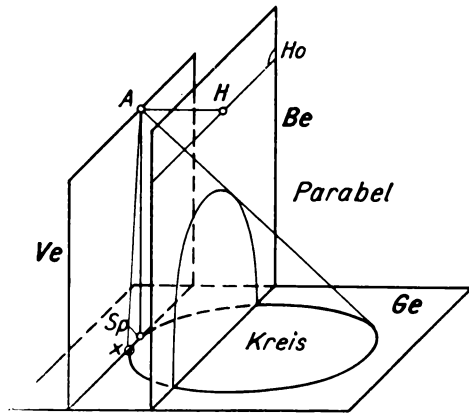


Abb. 47

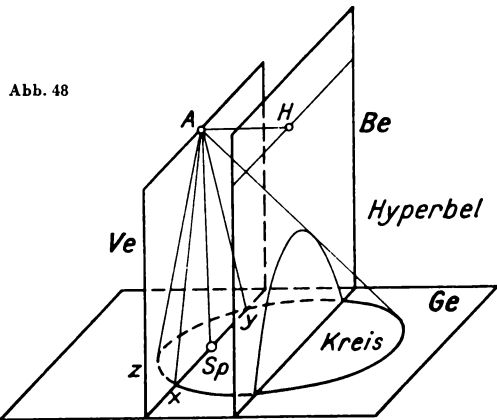
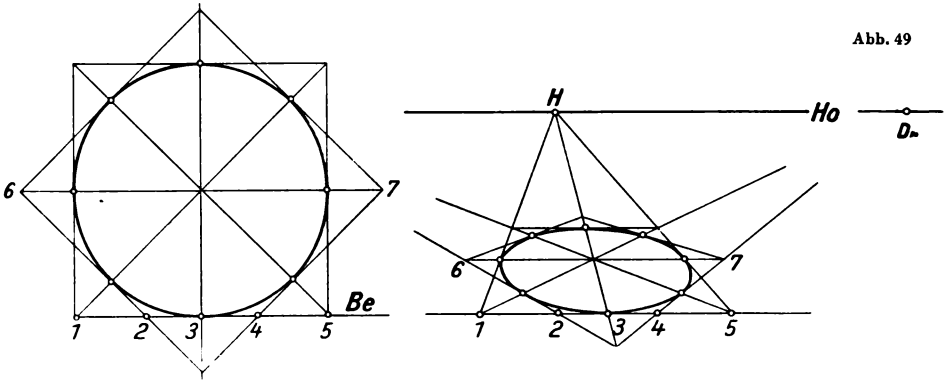
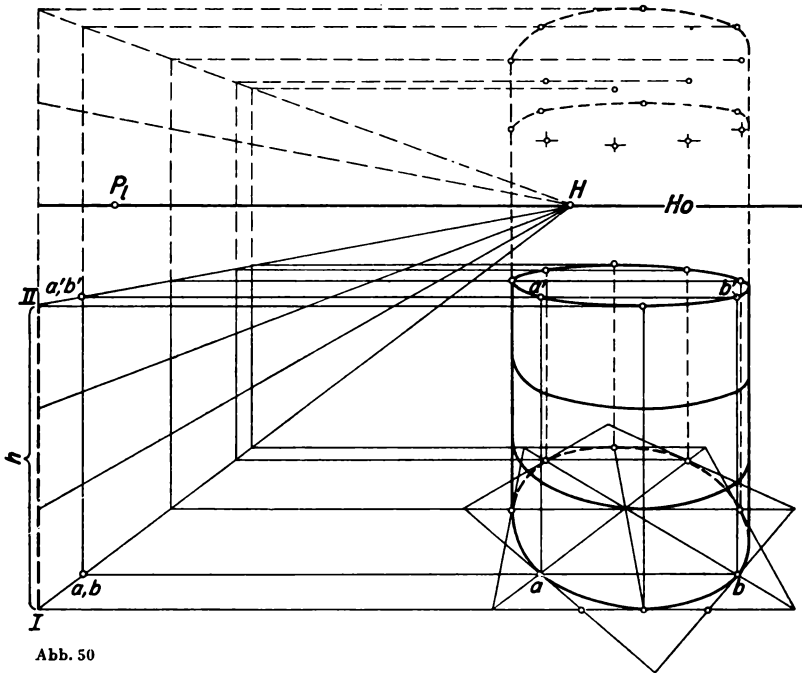


Abb. 48



den links herausgezogenen Seitenriß. Man errichtet die Maßvertikale h und verbindet I und II mit dem Fluchtpunkt H . Die gesuchten Höhen lassen sich parallel vom Seitenriß übernehmen.



Will man die vertikalen Tangenten der runden Säule genau zeichnen, so braucht man nur die Sehstrahl tangenden an den Kreis zu legen und die Tangentialpunkte in die Perspektive zu übertragen. Abbildung 51 zeigt, wie man durch Tangenten Kreisbögen bestimmen kann. Man zerlege hierzu das perspektivische Quadrat $a b c d$ durch vom Diagonal-

schnittpunkt gezogenen Mittellinien in vier kleine Quadrate. Zieht man jetzt durch den beliebigen Punkt g der Diagonale $e f$ oben links eine Gerade zur Quadratecke a und eine zweite Gerade zum Fluchtpunkt, so geben diese Geraden die Punkte h und i einer Bogentangente.

Auch die Abbildung 52 zeigt, wie mit Hilfe der Quadrate ein Halbkreis k_1 dargestellt wurde. Die Aufgabe lautet, einen Parallelkreis k_2 dazu zu errichten. Der Abstand a von k_2 ist gegeben. Zum Auffinden einiger Punkte des gesuchten Halbkreises benutzt man Schnittebenen, die auf der Grundebene und auch auf der Kreisfläche senkrecht stehen. Durch

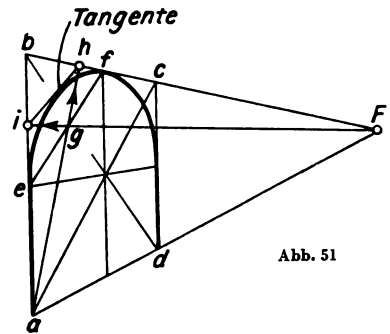


Abb. 51

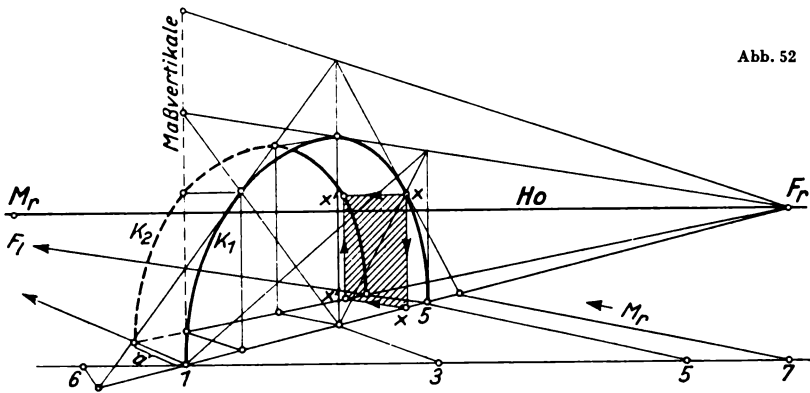


Abb. 52

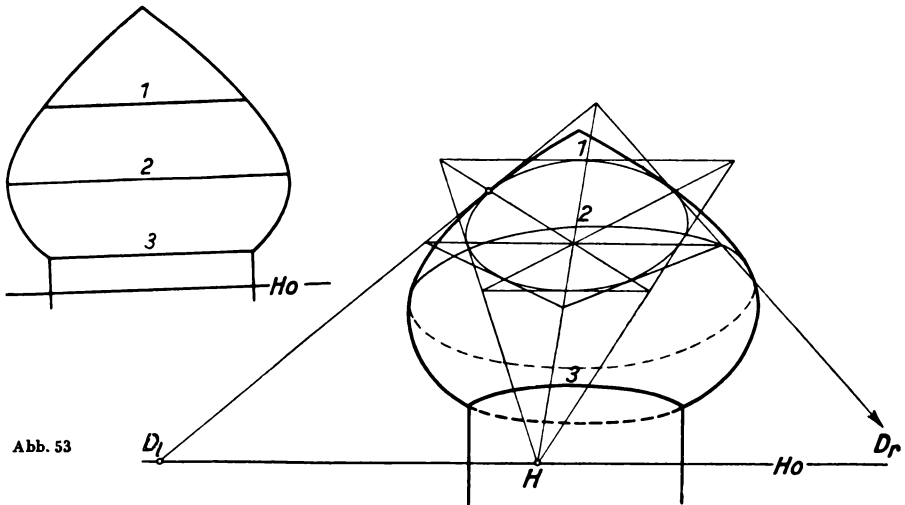


Abb. 53

Pfeile ist in der Abbildung die Konstruktion der schraffierten Schnittfläche angedeutet. Um eine Drehfläche nach Abbildung 53 perspektivisch darzustellen, legt man einige Horizontalschnitte. Diese Kreise - hier 1...3 - in die Perspektive zu setzen, ist nach den Erkenntnissen aus den vorangegangenen Zeichnungen möglich. Die Umhüllungskurve an diese Schnittkreise ergibt den gesuchten Umriß.

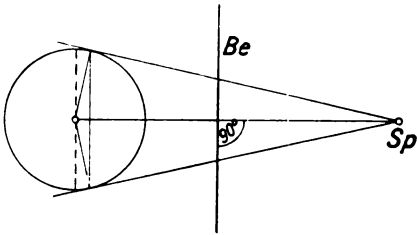


Abb. 54a

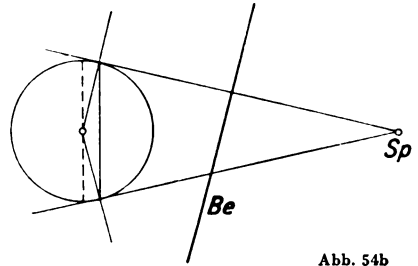


Abb. 54b

18. Die Kugel

Es ist durchaus möglich, mit Hilfe einiger Parallelkreise die Kugel perspektivisch darzustellen, man bevorzugt jedoch meist andere Lösungen.

Dabei gilt es einige Überlegungen vorzuschicken. Unsere Wahrnehmung sagt uns: eine Kugel muß stets als Kreis zu sehen sein. Abbildung 54 belehrt uns eines Besseren. Es entsteht aus den tangierenden Sehstrahlen und einer Ebene, die durch die Tangentenpunkte geht, ein gerader Kegel. Die Bildebene führt einen Kegelschnitt herbei. Dieser kann nur ein Kreis sein, wenn der Kugelmittelpunkt im Hauptsehstrahl liegt, wie Abbildung 54a zeigt. Somit ist nur unter dieser Voraussetzung die Kugelperspektive ein Kreis. Der Kugelschnitt in wahrer Größe hingegen ist stets ein Kreis. Es ist daher nur erforderlich, das Bild dieses Kreises darzustellen. In der Regel ergibt dieses Bild eine

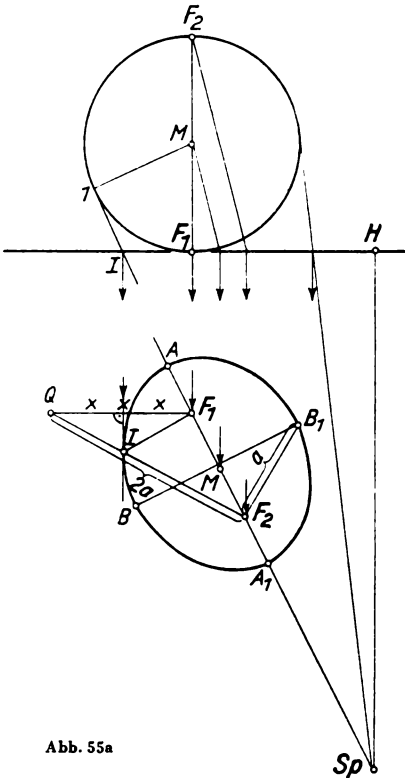


Abb. 55a

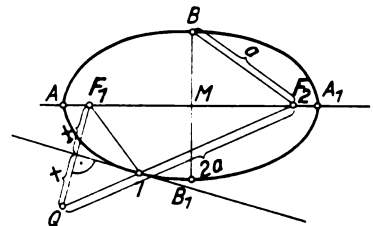


Abb. 55b

Ellipse. Die in Abbildung 55 veranschaulichte Perspektive setzt einen Satz aus der darstellenden Geometrie als bekannt voraus: der der Bildtafel nächste und entfernteste Punkt der Kugel ergibt in der perspektivischen Darstellung die Brennpunkte der Ellipse. In diesem Fall sind es die Punkte F_1 und F_2 . Dieser Satz, der von Dandelin für die Geometrie 1822 aufgestellt wurde, läßt sich aus Abbildung 56 für die Perspektive leicht übertragen. Wir den-

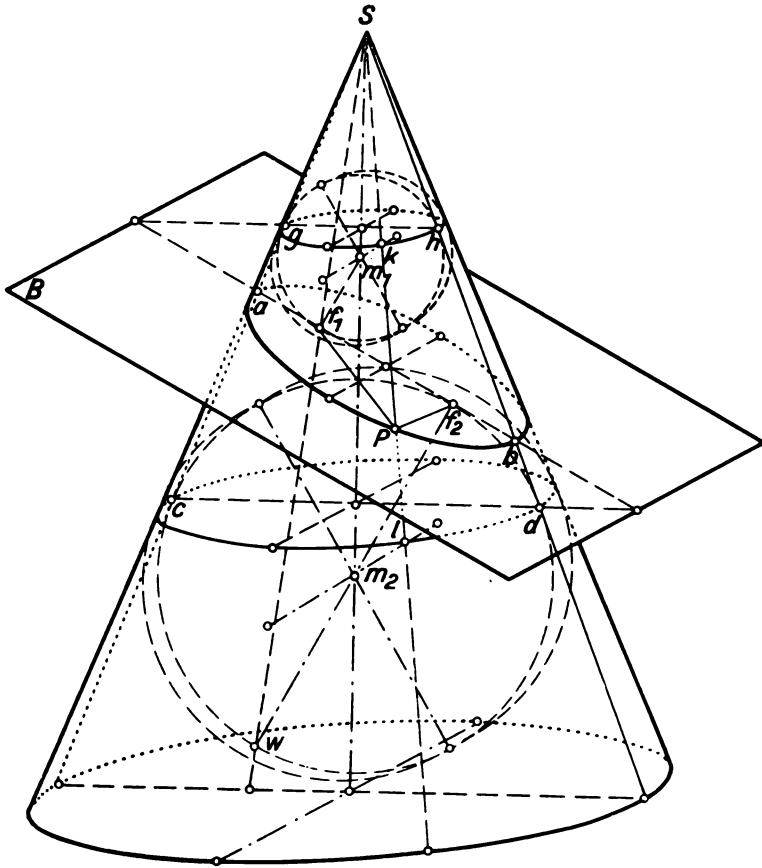


Abb. 56

ken uns die Spitze s als das Auge, die Kugel m_2 als die gegebene Kugel und die gegebene Schnittebene B als Bildfläche. Die Sehstrahlen, die nach dem Umfang der Kugel m_2 gehen, bilden dann die Mantellinien des Kegels, und das Bild der Kugel ist im Umriß dargestellt durch die Ellipse $a p b$, die die Berührungspunkte f_1 und f_2 zu Brennpunkten hat. Der Kugelradius $m_2 f_2$ steht senkrecht auf der Bildebene. Ziehen wir noch den Sehstrahl $s f_1$ bis zum Schnitt w mit der Kugel m_2 , so ist der Radius $m_2 w$ parallel $m_1 f_1$, d. h., $m_2 w$ ist die Verlängerung vom Radius $f_2 m_2$.

Es ist stets falsch, Ellipsen durch eine große Anzahl einzelner Punkte zu konstruieren, da deren zeichnerische Ermittlung nicht nur mehr Arbeit erfordert, sondern auch viele Ungenauigkeiten mit sich bringt.

In Abbildung 58 folgt die Konstruktion eines Zylinders, der durch eine Halbkugel abgeschlossen wird. Die Hauptachse der Ellipse durch F_1 und F_2 flieht zum Hauptpunkt. Durch die Bestimmung von F_1 und F_2 ist die Lage des Achsenkreuzes gegeben. In Punkt I ist eine Tangente bestimmt und damit die Konstruktion der Ellipse nach den Erläuterungen in Abbildung 55 möglich.

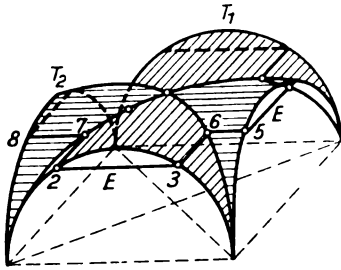


Abb. 59

19. Gewölbe

Ein Durchdringungsbeispiel krummer Flächen sehen wir in Abbildung 59 und 60. Hier handelt es sich um ein römisches Kreuzgewölbe. Bei dieser rechtwinkligen Durchdringung der beiden gleichgroßen Halbtönen entstehen

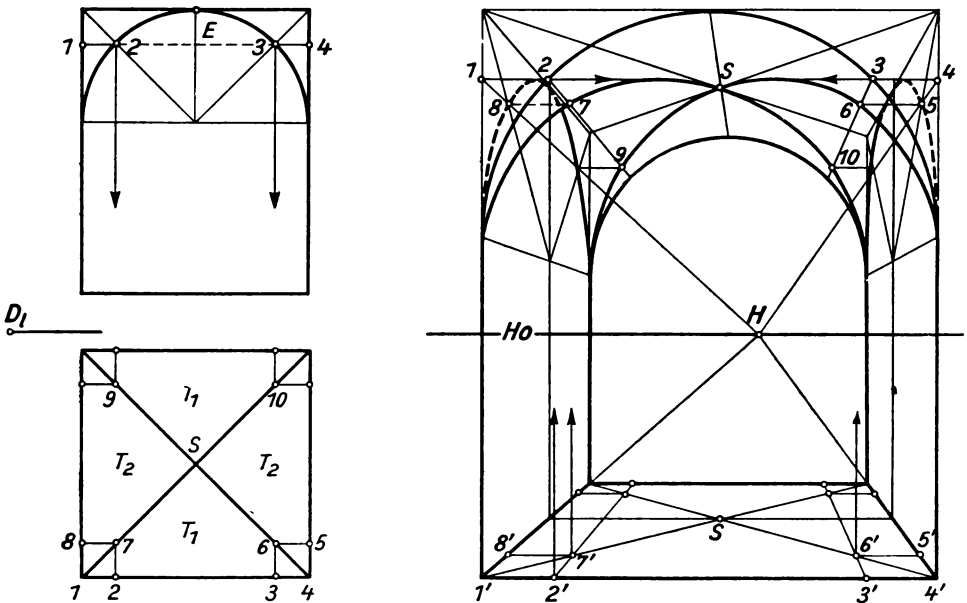


Abb. 60

2 ellipsenförmige Durchdringungskurven. Die Grundrißspuren der Ellipsen sind die Diagonalen. In der Perspektive zeichnet man zunächst den Grundriß und konstruiert die Randbögen der Halbtöne. Als nächstes wird ein Horizontalschnitt E gelegt, der die Mantellinien schneidet. Die Punkte 2,

3, 5 und 8 können aus dem Grundriß auf die Bögen übernommen oder durch die Maßvertikale angetragen werden. Der Schnitt der horizontalen Mantellinien von Punkt 3 und 5 ergibt Punkt 6; so wird auch 7, 9 und 10 festgelegt. Haben wir Punkt S noch bestimmt, so lassen sich die Durchdringungskurven zeichnen. Diese Kurven erreichen die gleiche Höhe über ihrem Scheitel S wie die seitlichen Wandbögen. Die weiteren konstruktiven Einzelheiten lassen sich aus den beiden Abbildungen entnehmen.

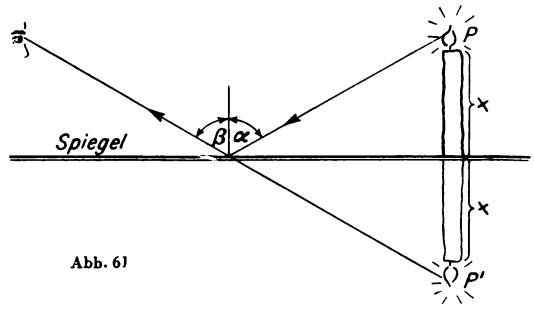


Abb. 61

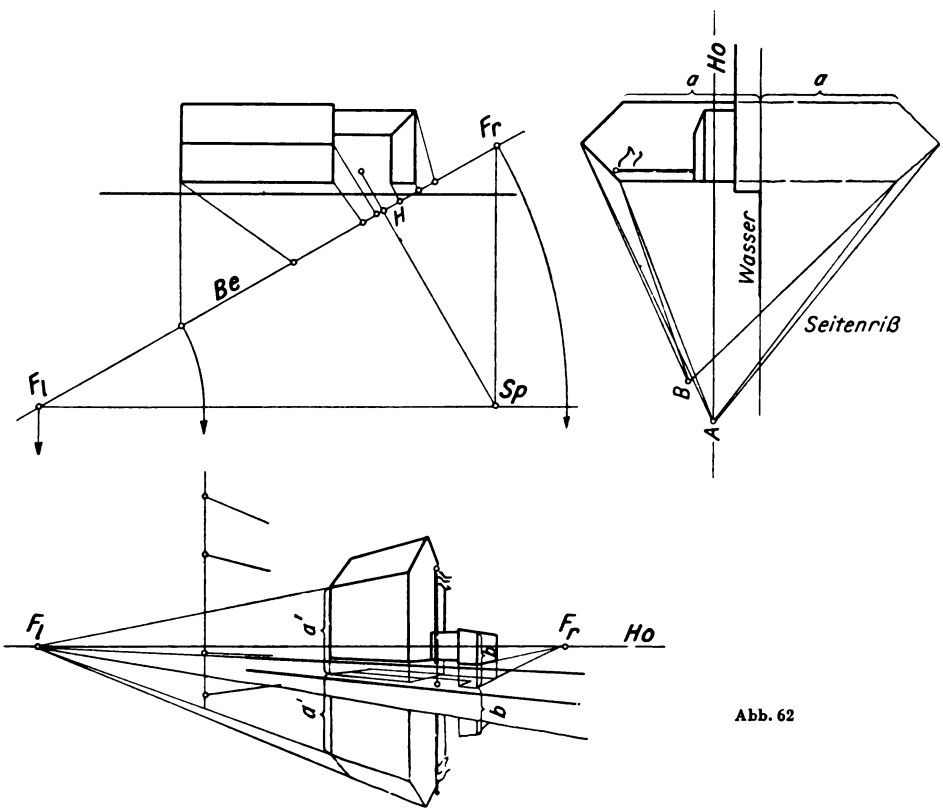
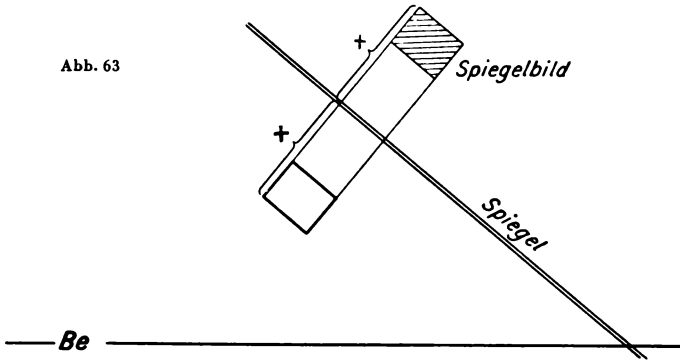


Abb. 62

20. Perspektivische Spiegelung

Aus den Reflexionsgesetzen ist uns bekannt, daß der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel sein muß. Auf Abbildung 61 übertragen, bedeutet das,

daß Winkel α gleich Winkel β ist, demzufolge auch die beiden x -Strecken gleich sein müssen. Die Spiegelebene wird somit zur Symmetrieachse. Die Anwendung dieser Erkenntnis zeigt Abbildung 62. Wir befassen uns mit einer Wasserspiegelung. Die Entstehung der Konstruktion müssen wir



uns folgendermaßen vorstellen: Die Wasserfläche wird bis unter das Objekt ausgedehnt, und wir denken uns das Gebäude direkt auf der Wasserebene stehend. Den Grundriß, den wir von dem Gebäude auf der verlängerten

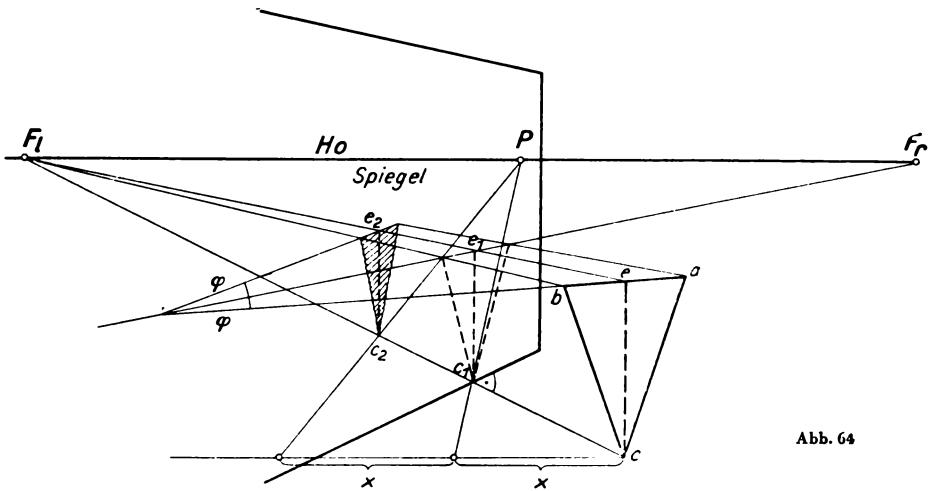


Abb. 64

Wasserfläche erhalten, konstruieren wir in der Perspektive. Es ist praktisch ein in „bestimmter“ Höhenlage dargestellter Kellergrundriß. Die entsprechenden Kantenhöhen sind nun nach Abbildung 62 anzutragen und zu verbinden. Da horizontale Geraden gleiche Fluchtpunkte haben, läßt sich die Konstruktion der Spiegelung leicht durchführen.

Der Seitenriß des gleichen Bildes zeigt, wie bei verändertem Standpunkt das eigentliche Naturbild und das Spiegelbild sichtbar werden. Befindet sich das Auge genau an der Wasseroberfläche, müssen beide Bilder gleich erscheinen. Im Punkt B ist die Dachfläche nur noch im Naturbild sichtbar, während in A beide Dachflächen zu sehen sind.

Bei Gebirgen in sehr großer Entfernung wird als Symmetrieachse der Horizont gewählt; das trifft auch für die Sonne zu.

Eine weitere interessante Spiegelbildkonstruktion bringen Abbildung 63 und Abbildung 64. In beiden Fällen sind ebene Spiegel in einem Raum senkrecht zur Grundebene aufgestellt. Die beiden gebräuchlichsten Wege zur Spiegelbilddarstellung sind hier gezeigt. In Abbildung 63 ist ein Spiegelbild einfach in seinem Grundriß festgelegt. Es gilt also jetzt nur, beide Grundrisse – Objekt und Spiegelbild – in die Perspektive zu setzen. Abbildung 64 wählt eine praktischere Darstellung. Das Dreieck abc ist in einem großen Wandspiegel sichtbar. Zunächst wurden die Fluchtstrahlen von den Dreieckspunkten abc und dem Punkt e nach dem Fluchtpunkt F_l gezogen. Um den Fußpunkt c festzulegen, stellt man die perspektivische Verkürzung der Strecke $c-c_1$ fest. Dies erfolgte im Beispiel mit Hilfe der beiden x -Abstände auf der Parallelen zu H_0 und des dadurch bedingten Teilungspunktes P . Die Gerade $a-b$ im Spiegelbild zu zeichnen, ermöglicht die angegebene Winkelkonstruktion. Die Gerade von F_r durch e_1 ist als Horizontale gleichzeitig Symmetrieachse.

21. Andere Bildebenen

Für besondere Zwecke kann die Bildebene auch waagrecht angenommen werden. Wir erhalten dann die Perspektive zentral von oben und umgekehrt die Deckenperspektive.

Bei der ersteren ist die waagerechte Bildebene nach unten gerichtet, und man sieht den Gegenstand gleich einer fotografischen Aufnahme vom Luftballon aus. Ein Bild von oben erhalten wir bei der Deckenperspektive. Hier sieht man von unten hindurch zum Gegenstand hinauf. Bei Deckengemälden in der Renaissance und im Barock ist die Deckenperspektive häufig verwendet worden.

Beide sind Zentralperspektiven und werden genau so konstruiert wie diese. Nur laufen hier die Höhen zum Fluchtpunkt, und die Längen und Breiten sind parallel zur waagerechten Bildebene.

Der Vollständigkeit halber sei auch die Theaterperspektive erwähnt, bei der die Bildebene aus mehreren in verschiedenen Ebenen liegenden Stücken besteht: aus dem Hintergrund und den Kulissen.

22. Netzhautbildkonstruktion

Bei den bisher beschriebenen Konstruktionsverfahren läßt es sich oft nicht vermeiden, daß eine Verzerrung an den äußeren Bildkanten stattfindet,

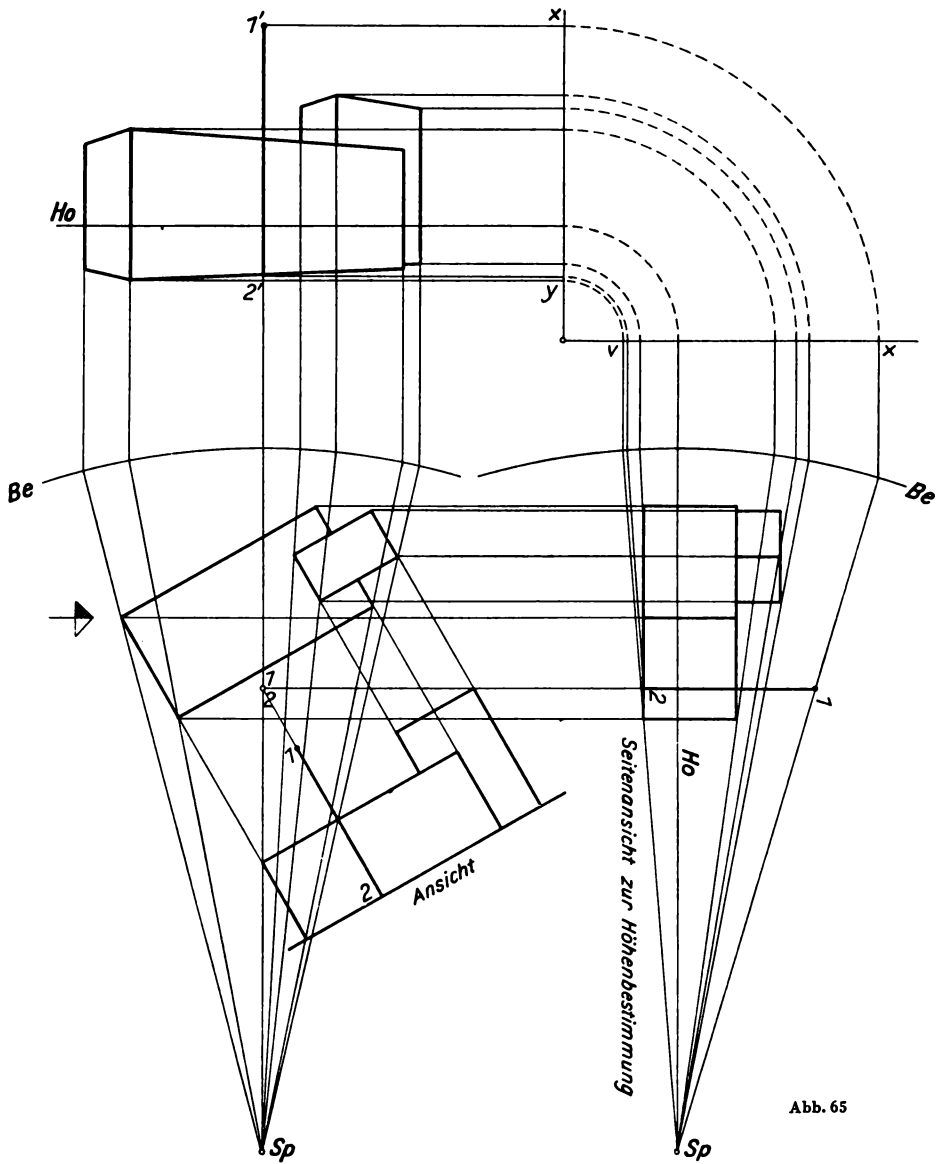


Abb. 65

besonders dann, wenn der Standpunkt zu nahe am Objekt gewählt wurde. Dies ist jedoch bei langgestreckten perspektivischen Darstellungen sehr schwer zu umgehen, da die Konstruktionspunkte (Stand- und Fluchtpunkt) sehr weit außerhalb des Zeichenbrettes liegen würden und Fluchtpunkt-schiene und große Zeichentische nicht immer zur Verfügung stehen.

Außerdem überlegte man, daß die Netzhaut des menschlichen Auges keine ebene Fläche, sondern gewölbt ist. Man hat daher die Bildebene als Teilinnenfläche einer Kugel angenommen und festgestellt, daß die Randverzerrung geringer ist. Diese sogenannte Netzhautbildkonstruktion ist mühevoller und erfordert ein sehr sauberes Arbeiten, da sie keine Fluchtpunkte kennt. Bei der Annahme des Standpunktes sind die gleichen Regeln wie bei der Fluchtpunktperspektive zu beachten. Der Standpunkt ist gleichzeitig Mittelpunkt des Kreisbogens, der die Bildebene darstellt. Diese kann ebenfalls vor, im oder hinter – je nach Größenwahl – dem abzubildenden Körper liegen.

Als Konstruktionsbeispiel dient Abbildung 65. Nach Wahl des Standpunktes und Zeichnen der Bildebene werden die einzelnen Sehstrahlen eingetragen und ergeben die Breitenabstände der Perspektive. Die Höhen werden dem Seitenriß entnommen. Selbstverständlich muß hier die Entfernung von der gekrümmten Bildebene bis zum Standpunkt die gleiche sein wie in der Grundrißprojektion. Auch hier werden die Sehstrahlen, wie z. B. bei der Stange 1, 2, durch den unteren und oberen Punkt zur kreisförmigen Bildebene gezogen, senkrecht auf eine Bezugsgerade xy projiziert, die nun umgeklappt die Höhenabstände ergibt. Alle Vertikalpunkte der Perspektive sind entsprechend zu ermitteln.

B. Schatten in der Perspektive

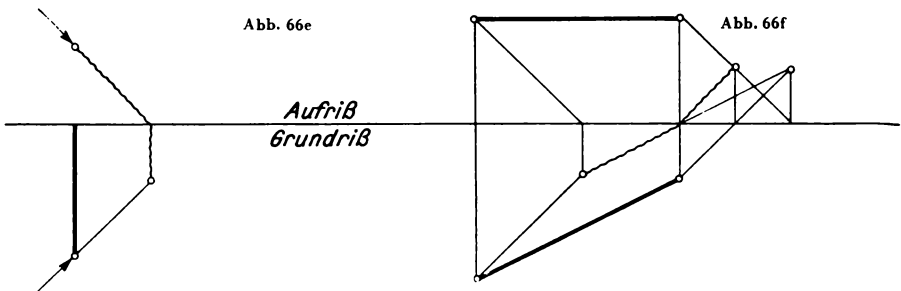
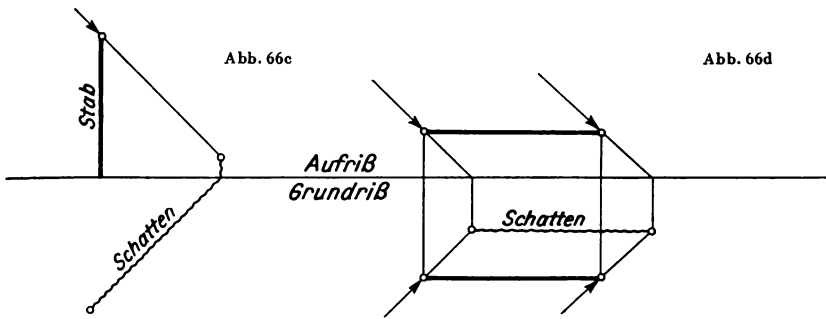
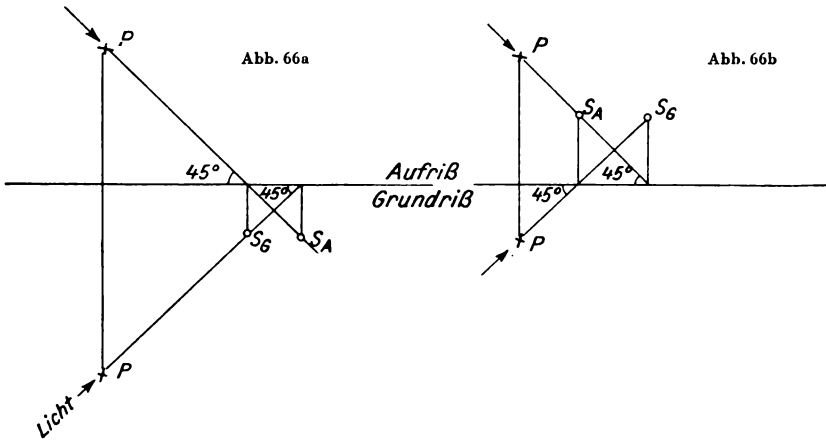
Um einer perspektivischen Darstellung lebendige, natürliche Wirkung zu verleihen, ist es notwendig, auch den Schatten zu konstruieren. Wir befassen uns in den folgenden Ausführungen nur mit dem Schatten, der durch die parallelen Sonnenstrahlen hervorgerufen wird. Zunächst wenden wir ein Konstruktionsverfahren an, bei dem im wesentlichen die bisherigen Erläuterungen zugrunde liegen.

1. Übertragungsverfahren

Bei diesem Verfahren handelt es sich darum, den Schatten des Objektes zunächst einmal im Grundriß und Seitenriß, eventuell auch Aufriß der geometrischen Darstellung zu konstruieren und danach die Perspektive anzulegen. Um die Schattenkonstruktion im Grund- und Aufriß kurz zu vergegenwärtigen, betrachten wir die Figuren in Abbildung 66a...f.

Beispiel a: Ein Punkt P ist im Grund- und Aufriß festgelegt. Er wird in beiden Ebenen von Lichtstrahlen unter 45° getroffen. Sein Schattenbild entsteht daher bei S_G im Grundriß und bei S_A in der verlängerten Aufrißebene. Im Beispiel b fällt der Schatten in S_G – verlängerte Grundrißebene – und im Aufriß bei S_A . Abbildung c zeigt einen Stab; da dieser auf der

Grundebene steht, beginnt der Schattenwurf im Standpunkt. Der Kopf wurde nach dem bisher angewendeten Punktverfahren festgelegt und danach die Schattenlinie als Verbindung der beiden Punkte gezeichnet. An



der Schnittlinie Grundriß–Aufriß erfährt der Schattenwurf einen Knick. Das Bild der Waagerechten in Abbildung d erhält man ebenfalls, indem man die beiden Endpunkte bestimmt. Auch die beiden Abbildungen e und f erklären sich nach diesem Verfahren.

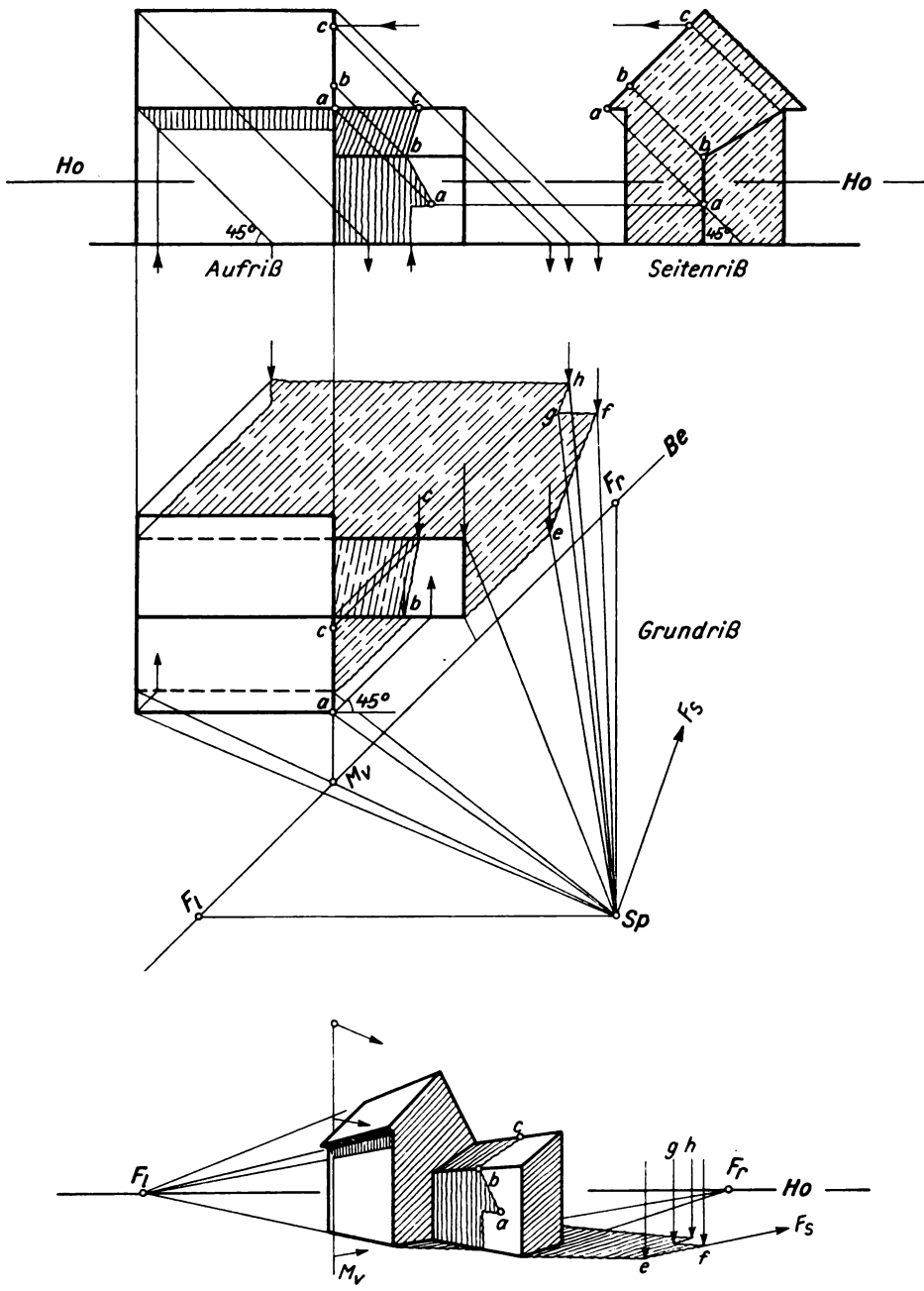


Abb. 67

Der Grundriß, Aufriß und Seitenriß Abbildung 67 ist nach den Andeutungen in Abbildung 66 angelegt worden. Der Lichteinfall wurde zur Erleichterung mit 45° im Grundriß, Aufriß und auch im Seitenriß angenommen. Das ist keineswegs der wirkliche Lichteinfallswinkel, sondern nur seine Projektion in dem jeweiligen Riß. Wie die einzelnen Schattenbegrenzungspunkte ermittelt sind, ergibt sich ohne weiteres aus den Darstellungen.

Man behandelt nun das Gebäude mit dem Schatten als einheitliches Ganzes und setzt es in Perspektive.

Einige Hinweise über in Abbildung 67 angewandte Verfahren. Die Schatten-
grenze von e bis zur Gebäudekante liegt parallel zur Bildebene, erscheint in der Perspektive parallel zum Horizont. Um die Richtung $e-f$ festzulegen, ist es notwendig, einen neuen Fluchtpunkt F_s zu bestimmen. $f-g$ liegt parallel zur Gebäudekante, strebt daher nach dem Fluchtpunkt F_l . Punkt h kann nach dem in Abbildung 15 gezeigten Verfahren gefunden werden.

2. Konstruktion des Schattens in die bereits fertiggestellte Perspektive

Auch bei diesem Absatz schicken wir einige Überlegungen voraus. Wie bereits angedeutet wurde, handelt es sich zunächst nur um den Sonnenschatten. Wir sprechen von einer Parallelbeleuchtung, denken uns also das Sonnenlicht aus Parallelstrahlen zusammengesetzt. Diese Strahlen müssen natürlich, wie auch alle anderen parallelen Geraden, einen Fluchtpunkt auf der Bildebene haben. Dieser Fluchtpunkt, wir bezeichnen ihn mit F_{so} , kann verschiedene Lagen annehmen, je nachdem, welcher Beleuchtung wir ausgesetzt sind, ob einer Beleuchtung von vorn, von der Seite oder von hinten. Zu jedem Parallelstrahl können wir die Grundrißspur konstruieren. Diese Spuren im Grundriß haben gleichfalls einen gemeinsamen Fluchtpunkt, er wird F_{so}' bezeichnet und liegt senkrecht unter F_{so} . Zur näheren Erkenntnis schlagen wir nochmals Abbildung 33 auf. Wir nehmen an, unsere mit b bezeichnete Schräge sei einer der vielen parallelen Sonnenstrahlen, dann wäre a seine Grundrißspur. Der Fluchtpunkt aller Sonnenstrahlengrundrisse, also F_{so}' , müßte dann F_a sein und der Fluchtpunkt aller Sonnenstrahlen selbst senkrecht über F_a, F_b stehen. So hätten wir es also in dem Bild mit einer Beleuchtung von vorn zu tun, d. h., daß ein Objekt, in dieser Form beleuchtet, völlig im Eigenschatten liegen und auch einen starken Schlagschatten erzeugen würde. In Abbildung 33 ist F_b gleich F_{so} , der Durchstoßpunkt des Sehstrahles zur Sonne. Der wahre Lichteinfallswinkel kann durch Drehen des Punktes A nach M festgestellt werden. In Abbildung 68 steht die Sonne im Rücken des Beschauers. F_{so}' ergibt sich wie in Abbildung 33 F_a . F_{so} liegt diesmal auf der verlängerten Bildebene senkrecht unter F_{so}' .

Zeigt sich die Sonne in seitlicher Lage zum Objekt, so erhalten wir auf der Bildebene keinen Fluchtpunkt; denn der parallele Sehstrahl Auge-Sonne schneidet die Bildebene nicht. In diesem Fall bleiben, wie bei allen Geraden,

die in einer Ebene parallel zur Bildebene liegen, die Strahlen untereinander parallel.

Am leichtesten erkennt man die Grundgesetze des Schattens, wenn man einen Stab verschiedenen Belichtungen aussetzt.

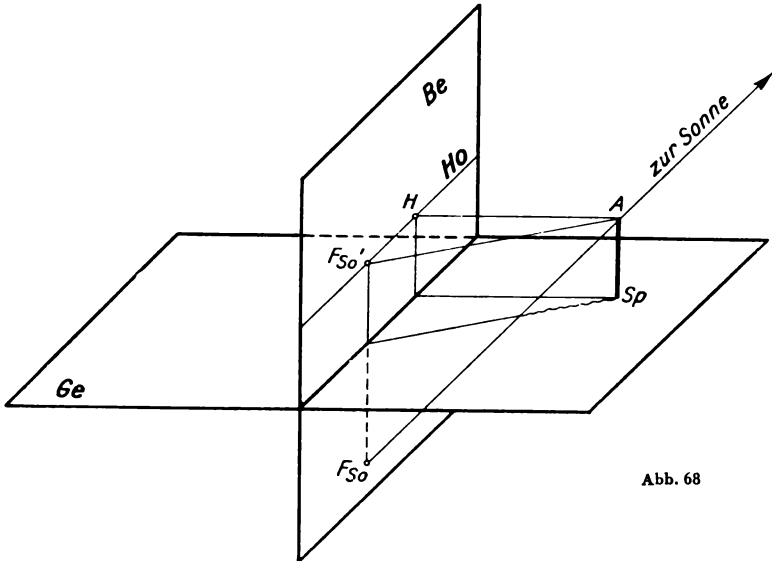


Abb. 68

Abbildung 69 zeigt einen senkrecht auf der Grundebene stehenden Stab. Er wird von vorn beleuchtet. Durch den Schnitt von Grundriß- und Raumlichtstrahl ist sein Schattenwurf bestimmt.

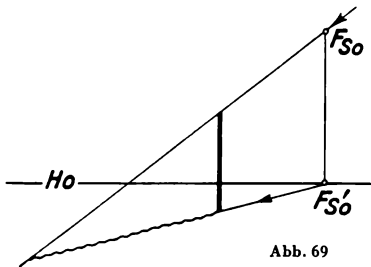


Abb. 69

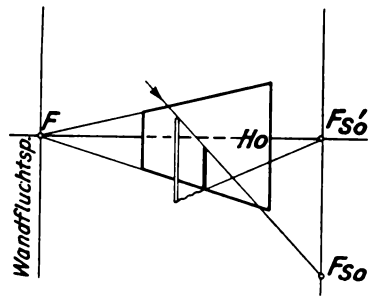


Abb. 70

Abbildung 68 zeigt den gleichen geraden Stab bei anderer Beleuchtung. Würde eine seitliche Belichtung den Stab treffen, müßte der Schatten parallel zum Horizont verlaufen.

In Abbildung 70 wird der Schatten durch eine senkrechte Ebene parallel zu ihrer Fluchtspur geknickt.

Will man bei Abbildung 71 die Schattenkonstruktion vornehmen, so fällt man von b das Lot und denkt sich $b-c$ als Stab, dessen Schatten von c nach b'

fallen müßte. Der Grundrißschatten von $a-b$ wäre $a-b'$, dieser muß von der Kante nach b geknickt werden.

Abbildung 72 stellt uns vor eine etwas schwierigere Aufgabe. Eine beliebig im Raum liegende Ebene wurde mit ihrer Fluchtspur nach dem Verfahren

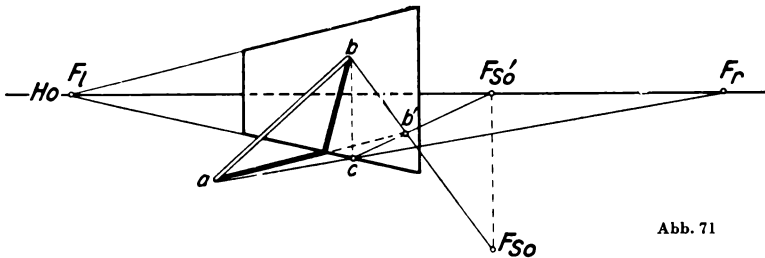


Abb. 71

von Abbildung 43 konstruiert. Nun bringen wir einen Stab so vor diese Ebene, daß sein Schatten von der schrägen Fläche geknickt werden muß. Wir legen eine Lichtebene durch den Stab und zeichnen deren Fluchtspur durch den Punkt F_{So}' . Die beiden Fluchtspuren schneiden sich im Punkt

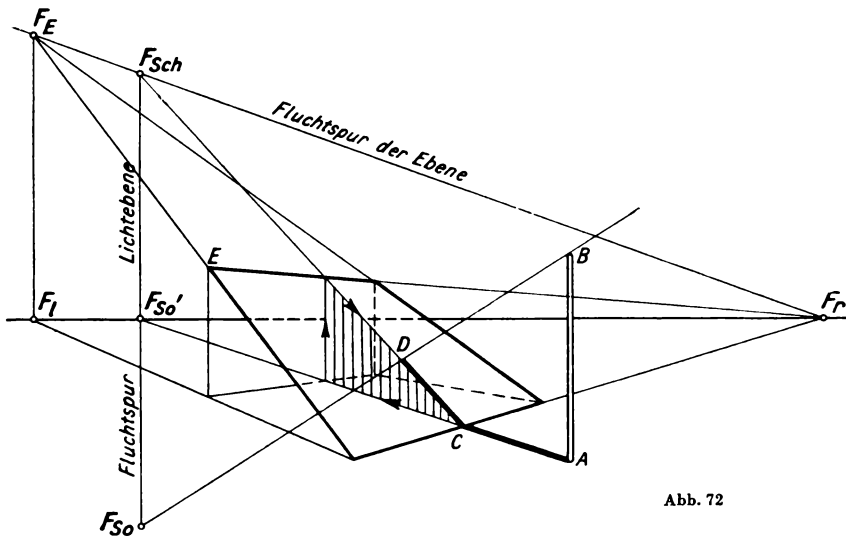


Abb. 72

F_{Sch} - Schattenfluchtspunkt - und damit ist der Schattenverlauf bestimmt. Er beginnt in A und zieht sich in Richtung F_{So}' - Grundrißspur des Lichtstrahles, zugleich schnittgerade Grundebene mit Lichtebene - bis Punkt C , von hier bestimmt der Schattenfluchtspunkt die neue Richtung bis D .

Betrachten wir nach diesen Überlegungen noch einmal Abbildung 70. Die Fluchtspur der Wand ist gegeben und auch die Spur der Lichtebene durch F_{So}' . Da beide Spuren parallel verlaufen, liegt ihr Schattenfluchtspunkt im Unendlichen. Mithin muß der Schatten an der Schnittgeraden auch in

Richtung unendlich, d. h. parallel zu den beiden Fluchtspuren, knicken. Warum liegt nun gerade der Schattenfluchtpunkt im Schnittpunkt der beiden Fluchtspuren? Das ist an Hand der Abbildung 72 leicht erklärt. Die Gerade CD liegt in der schrägen Ebene, muß also ihren Fluchtpunkt auf deren Fluchtspur haben. Andererseits liegt sie aber auch in der Lichtebene und muß demzufolge auch in ihrer Fluchtspur mit dem Fluchtpunkt liegen. F_{Sch} ist der Punkt, der diese beiden Bedingungen erfüllt.

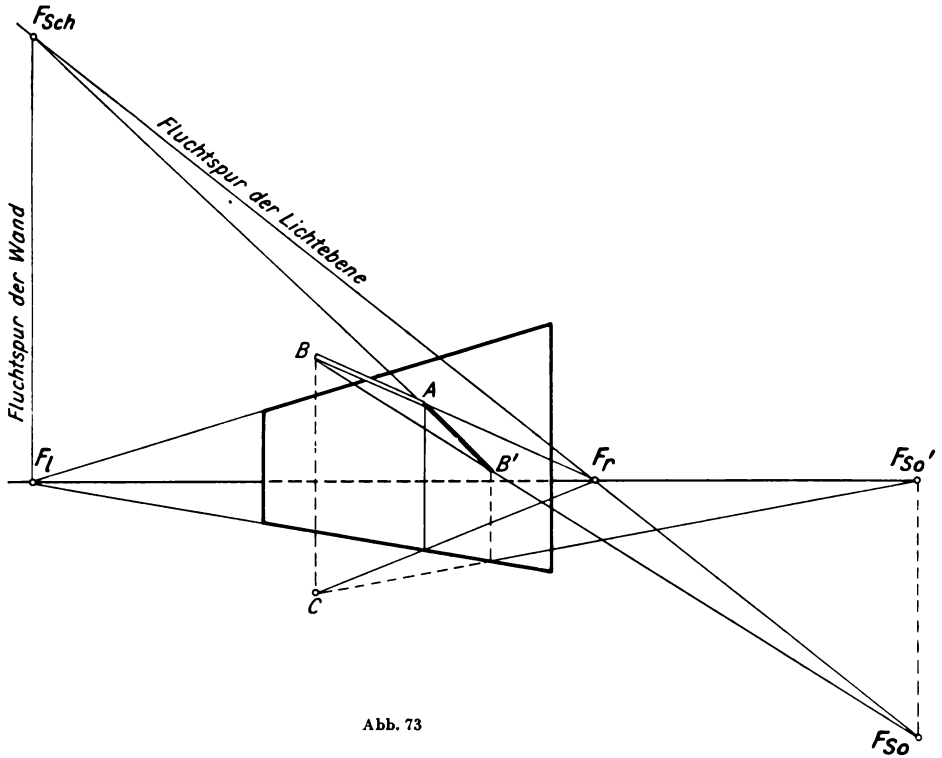


Abb. 73

Ein zweites Verfahren, das uns den Schattenwurf in Abbildung 72 konstruieren hilft, beruht auf der Feststellung, daß der Schnitt der sich schneidenden Ebenen (Lichtebene und schräge Ebene) gleich dem Schattenverlauf ist. Wie man die Schnittgerade findet, zeigen die Pfeile in der Abbildung. Eine auf der Grundebene senkrecht stehende Wand erblicken wir zunächst beim Betrachten der Abbildung 73. Ein Stab ist auf der Wand angebracht. Er muß parallel zur Grundebene, senkrecht zur Wand stehen; denn seine Verlängerung führt als Fluchtstrahl zu F_r . Zur Konstruktion seines Schattens bedienen wir uns wieder des Schattenfluchtpunktes. Oft

zeigt es sich allerdings, daß dieses Verfahren schlecht angewandt werden kann, weil F_{sch} zu weit außerhalb liegt. Die Fluchtspur der Wand ist ohne weiteres zu erkennen. Nun gilt es, die Lichtebenenspur zu ermitteln. Sie liegt diesmal schräg, bedingt durch die Horizontalstellung des Stabes, und zieht sich von F_{so} über F_r (F_r ist der Fluchtpunkt der in der Lichtebene liegenden Geraden $a-B$).

Sehr einfach ist auch ein zweiter Lösungsweg. Wir errichten einen Hilfsstab $B-C$, dann sieht man, daß das Schattenbild von B in B' liegen muß.

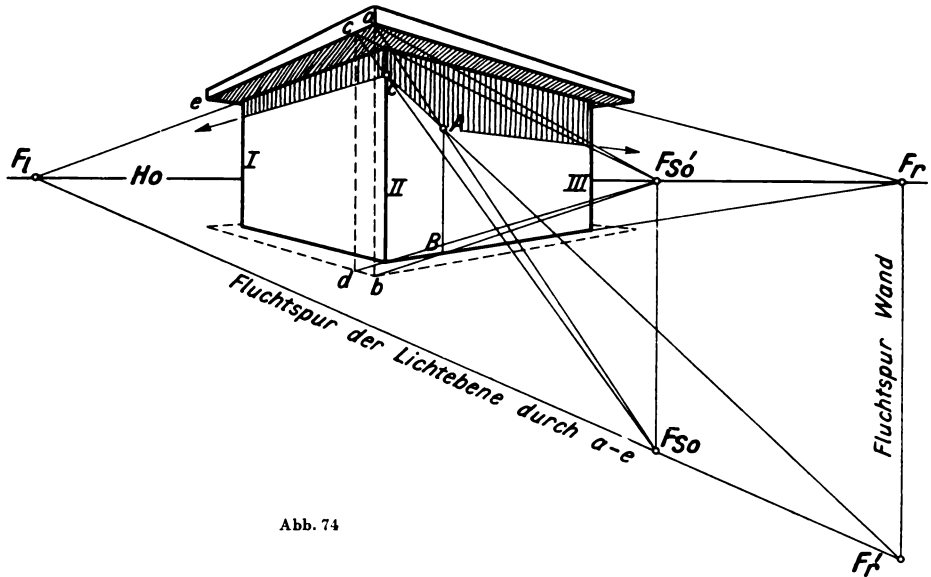


Abb. 74

3. Beispiele

Um das bisher Gesagte in der Praxis anzuwenden, betrachten wir die folgenden Abbildungen. Bei Abbildung 74 handelt es sich darum, den Schatten, den ein Dachüberstand wirft, auf den Wandflächen zu konstruieren. Wir legen zunächst in der Perspektive den Fluchtpunkt der parallelen Sonnenstrahlen F_{so} fest. Senkrecht darüber auf dem Horizont liegt F_{so}' . Der Traufpunkt a wirft seinen Schatten auf die durch Kante II und III begrenzte Wandfläche. Wir denken uns eine Hilfsvertikale von a nach b . Ihr Schatten würde bei Punkt B an die Wandfläche gelangen und dort senkrecht nach oben gebrochen werden. Damit ist ein geometrischer Ort für A gefunden. Zur genauen Bestimmung legen wir einen Lichtstrahl durch a , dieser muß in der Perspektive natürlich nach seinem Fluchtpunkt F_{so} gehen. Wir wenden uns dem Punkt C zu. Unsere Überlegung zeigt, daß einer der Traufpunkte von $a-e$ auf die Kante II seinen Schatten werfen muß. Er ist bald gefunden, wenn wir durch die Kante II von F_{so}' eine Lichtebene legen. Durch Punkt c schicken wir wieder einen Lichtstrahl nach F_{so} und

gelegt wurde. Der Kopf des Bildes veranschaulicht uns den Grundriß der Darstellung mit Standpunkt und drei Fluchtpunkten - F_l , F_r und dem Fluchtpunkt der Stockrichtung -; leider mußten einige Punkte nur mit Richtungspfeilen festgelegt werden, um die Darstellung klein und übersichtlich zu gestalten. Mit Hilfe des Sehstrahlenverfahrens und einiger Maßvertikalen, gegeben durch die günstige Lage der Bildebene, ist die Perspektive entstanden. Verfolgen wir einmal die Entstehung der Perspektive, so fallen viele Konstruktionslinien als bekannt aus unserem Bilde fort. Zu den noch

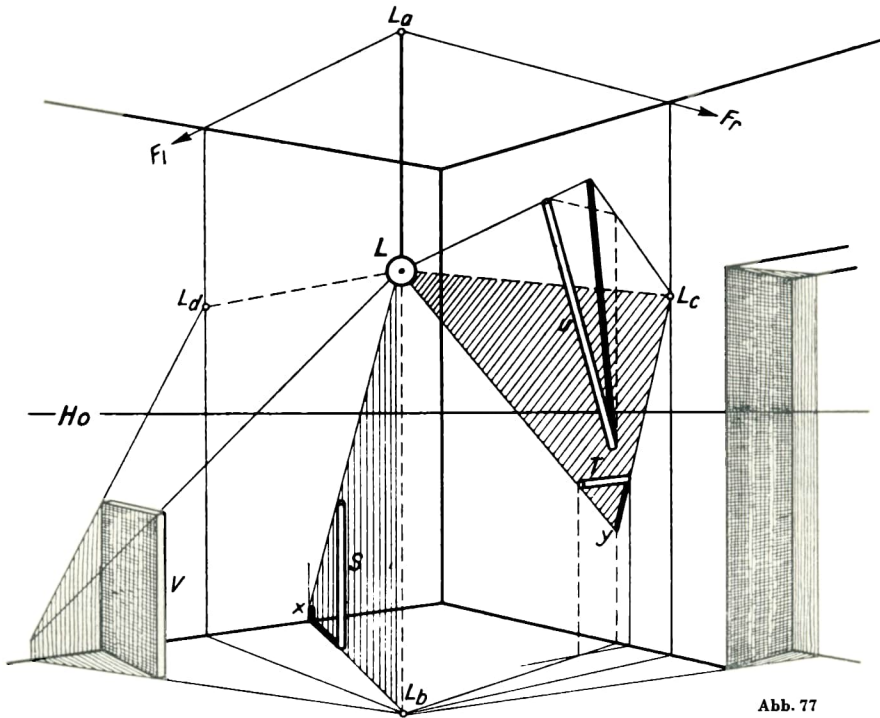


Abb. 77

bleibenden Schattenkonstruktionslinien seien noch einige Hinweise gegeben. Auf die Treppe wurde - wie eine Platte - eine Ebene gelegt, deren Fluchtspur beginnt in F_l und wird in ihrer Richtung durch F_{TrE} bestimmt. Eine zweite Ebene existiert als Lichtebene durch den Stock. Ihre Fluchtspur beginnt in F_{So} und wird durch den Fluchtpunkt des Stockes festgelegt. Diese beiden Spuren kommen im Schattenfluchtpunkt des Stockes zum Schnitt. Durch Punkt $F_{Sch Stock}$ ist eine Gerade bestimmt, die die Anfänge der Schatten auf den Stufen zeigt. Die Richtung, die der Pfeil β gibt, führt zu einem anderen Schattenpunkt, der durch die Senkrechte in F_l und die Fluchtspur der Lichtebene - Stock bedingt ist. Zur Bestimmung des Wangenschattens dient eine dritte Spur. Es ist die Flucht-

spur $F_{So}-F_r$ der Lichtebene, die durch die Wangenkante gelegt ist. Ihr Schnittpunkt mit der Senkrechten in F_l bringt den Schattenfluchtpunkt für die Richtung α . Die weiteren Konstruktionen sind dem Bild zu entnehmen.

Abbildung 76 dient zur weiteren Vertiefung der Schattenkonstruktionskenntnisse. Die einzelnen Konstruktionsverfahren lassen sich in der Abbildung erkennen.

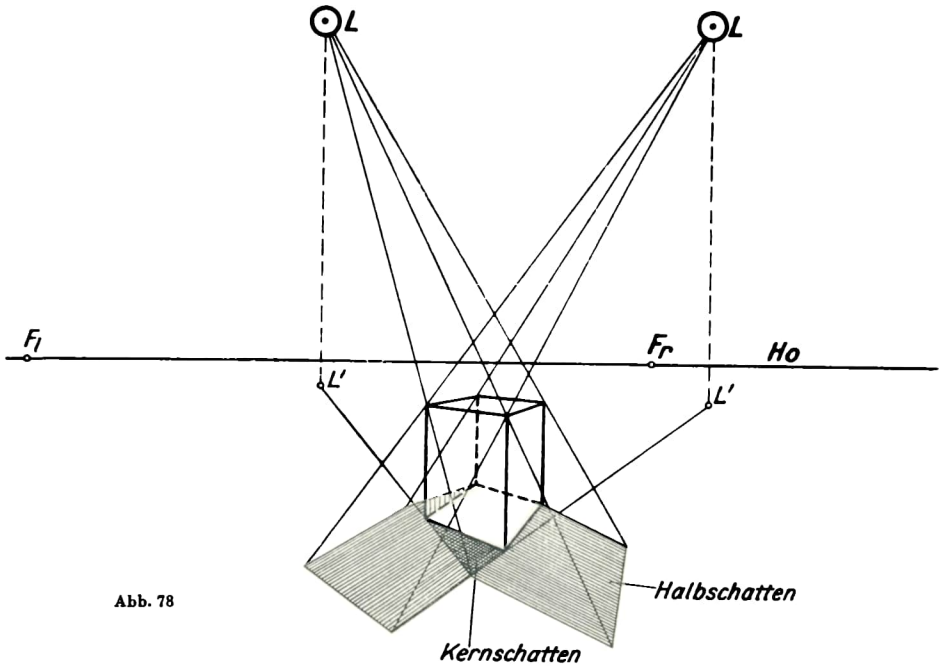


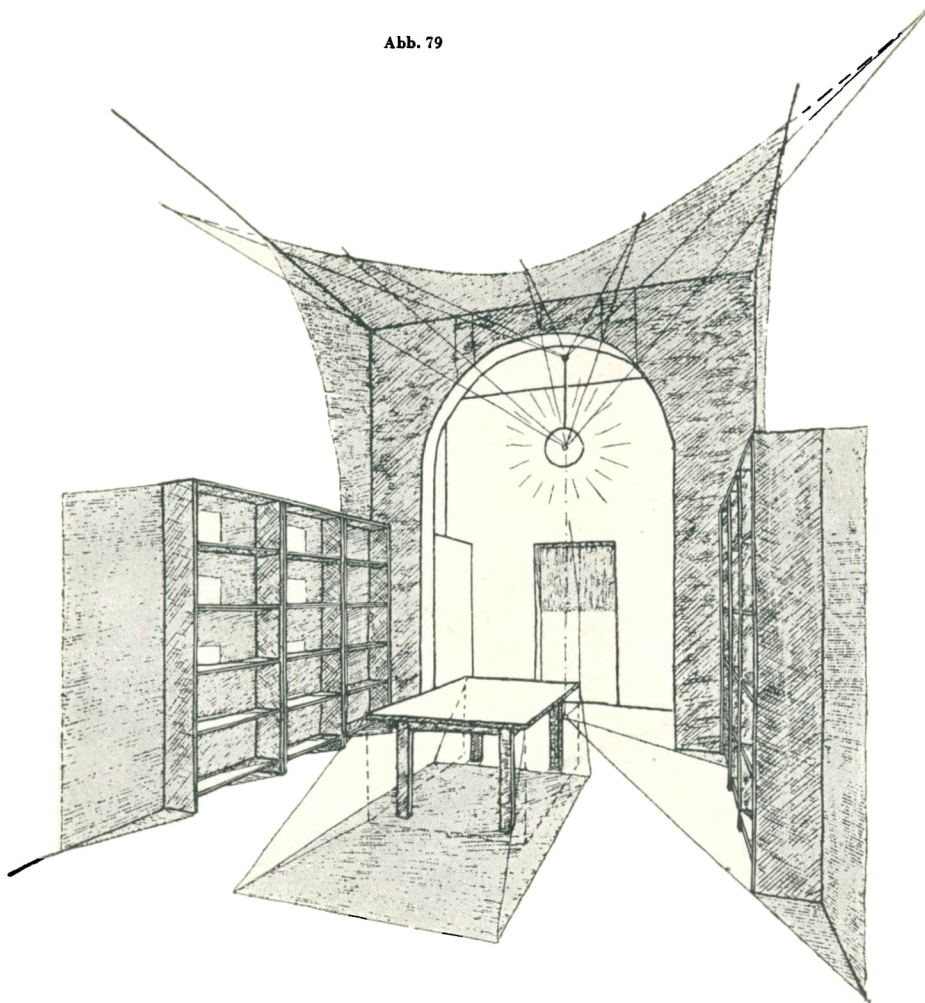
Abb. 78

4. Künstliche Beleuchtung

Bisher befaßten wir uns ausschließlich mit den Sonnenschatten. Nun betrachten wir einen Raum, der durch eine künstliche Lichtquelle erhellt wird. Abbildung 77 zeigt den Schattenwurf der einzelnen Gegenstände. Auch bei künstlicher Beleuchtung ist es notwendig, mit zwei Ebenen zu arbeiten, einmal mit der schattenauffangenden Ebene – Decke, Wand usw. – und zum anderen mit der bereits bekannten Lichtebene. Bei punktförmiger Lichtquelle erfolgt jedoch die Konstruktion der Lichtebene unter anderen Voraussetzungen. Die Raumlichtstrahlen und ihre Grundrisse sind vorhanden, aber sie haben keinen Fluchtpunkt F_{So} oder F_{So}' ; denn sie sind nicht parallel. Der Ausgangspunkt für die Strahlengrundrisse ist die senkrechte Projektion der Lichtquelle – L_a, L_b, L_c usw. Betrachten wir unser Bild. Der Schatten von Stab S wird konstruiert. Die Lichtebene durch den Stab

kennzeichnet der Raumlichtstrahl $L-x$ und sein Grundriß L_b-x . Wo die Lichtebene die schattenauffangenden Flächen schneidet, wird der Schattenwurf sichtbar. Stab T und sein Schatten wurde auf die gleiche Art ermittelt. Hier befindet sich aber der Ausgangspunkt für den Grundriß des Raumlichtstrahles in L_c . $L-L_c$ steht senkrecht zur Wand. Wie das Bild ferner

Abb. 79



zeigt, kann der Schattenendpunkt y auf zweierlei Art gefunden werden. Diese Konstruktionsmethoden sind bei den anderen Gegenständen ebenfalls angewandt worden.

Abbildung 78 zeigt uns, daß beim Vorhandensein von 2 Lichtquellen das Objekt Kernschatten und Halbschatten wirft. – Ein kleines Bildbeispiel, Abbildung 79, aus der Praxis schließt dieses Thema ab.

Literatur

Da es sich um allgemeines Wissensgut handelt, wurde auf Literaturangabe im Text verzichtet. Folgende Werke wurden benutzt:

Salkowski, E., Grundzüge der darstellenden Geometrie. Leipzig 1928.

Bernhard, M., Darstellende Geometrie. 2. Auflage. Stuttgart 1905.

Schröder, M., Perspektive. 6. Auflage. Strelitz in Mecklenburg 1920.

Müller, K. A., Einführung in die Perspektive. Berlin/Leipzig 1950.

Weiner, G., Perspektive. Leipzig 1950.

T. U. Berlin, Übungsblätter, zum Teil bearbeitet von G. Heising.

Fischer, H., Raumperspektive. München 1937.

Kleiber, M., Angewandte Perspektive. Leipzig 1912.

