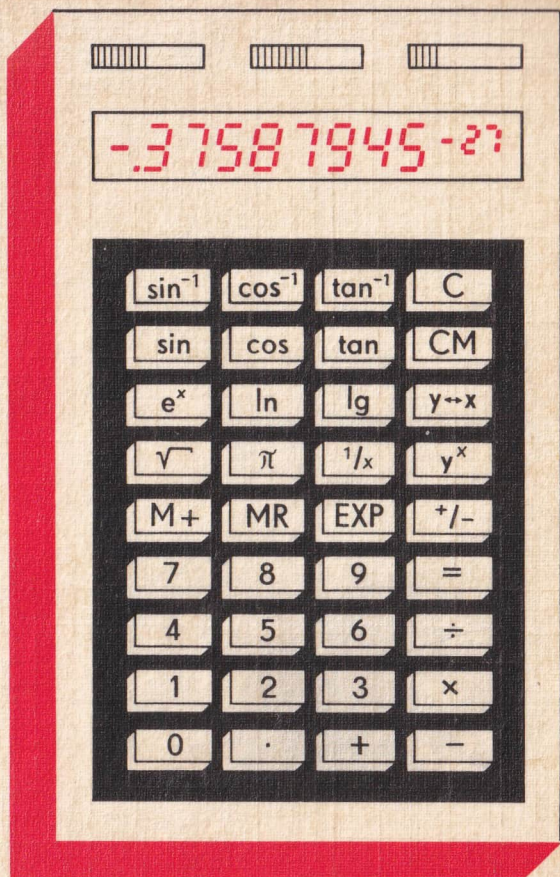




Kreul

**Was kann
mein elektronischer
Taschenrechner?**

Was kann mein elektronischer Taschenrechner ?

von Dr.-Ing. Hans Kreul

Mit 10 Bildern

5. Auflage



VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG

© VEB Fachbuchverlag Leipzig 1982

5. Auflage

Lizenznummer 114-210/128/82

LSV 1002

Verlagslektor: Helga Fago

Gestaltung: Renate Schiwiek, Leipzig

Printed in GDR

Satz: VEB Messedruck, BT Borsdorf IIII-18-328

Druck und buchbinderische Verarbeitung:

BS Rudi Arndt, Berlin 4770

Redaktionsschluß: 15. 1. 1982

Bestellnummer: 546 350 0

DDR 4,80 M

Vorwort

Seit der Entwicklung der ersten programmgesteuerten Rechenautomaten in den vierziger Jahren unseres Jahrhunderts, die auf der Grundlage von Relaischaltungen mit Hilfe eines eingegebenen Programms erstmalig in der Lage waren, komplizierte mathematische Berechnungen völlig selbständig auszuführen, hat der Bau von hochleistungsfähigen Rechanlagen einen ungeheuren Aufschwung erhalten.

Die in den ersten Rechenautomaten als Schaltelemente verwendeten Relais wurden sehr bald durch Elektronenröhren und später durch Transistoren ersetzt, womit Rechanlagen mit wesentlich verbesserten Leistungsparametern und gleichzeitig wesentlich verringerter Störanfälligkeit entstanden. Während man sich anfangs auf den Bau von großen EDV-Anlagen mit möglichst hoher Rechengeschwindigkeit und großer Speicherkapazität für die Lösung komplizierter technischer und ökonomischer Probleme konzentrierte, begann man mit dem Einsatz von Transistoren auch elektronische Tischrechner herzustellen, die im Vergleich zu den bis dahin verwendeten elektromechanischen Tischrechnern wesentlich schneller rechnen können und vor allem den Vorteil haben, daß sie völlig lautlos arbeiten.

Der Übergang zu Mikroschaltkreisen, in denen auf kleinstem Raum Schaltungen untergebracht werden können, für die Hunderte von Transistoren erforderlich gewesen wären, versetzte die Rechanlagenkonstrukteure in die Lage, Kleinstrechner zu bauen, die das gleiche, ja noch mehr zu leisten imstande sind als ein elektronischer Tischrechner, die man aber bequem in einer Westentasche unterbringen kann. So entstanden in den letzten Jahren die unterschiedlichsten Typen von elektronischen Taschenrechnern, angefangen bei den einfachsten, die „nur“ die vier Grundrechenarten „beherrschen“, über solche mit Speichermöglichkeiten bis zu Rechnern, die die Funktionswerte komplizierter

mathematischer Funktionen in Bruchteilen von Sekunden ermitteln können. Der derzeitige Höchststand kann in den programmierbaren elektronischen Taschenrechnern gesehen werden, an die sogar externe Geräte, wie Drucker, Magnetbandspeichergeräte usw., angeschlossen werden können.

Die Vielfalt der bereits heute auf dem Weltmarkt vorhandenen Typen von elektronischen Taschenrechnern macht es demjenigen, der einen solchen Rechner erwerben will, sehr schwer, den für seine Anwendungszwecke geeigneten Typ herauszufinden. Im vorliegenden Büchlein soll daher versucht werden, eine Klassifikation der vorhandenen Rechner in einige Grundtypen vorzunehmen und für diese Grundtypen die Grenzen ihrer Einsatzmöglichkeiten zu zeigen. Wir wollen damit den Leser, der einen Taschenrechner zu kaufen beabsichtigt, insofern in seiner Entscheidung unterstützen, daß er zu der Überzeugung gelangt, daß nicht der teuerste Rechner für ihn der geeignetste ist, sondern derjenige, der seinen speziellen Aufgaben am besten genügt. Der Leser soll darüber hinaus Hinweise erhalten, wie er seinen Rechner optimal nutzen kann.

Einzelheiten über das „technische Innenleben“ eines elektronischen Taschenrechners werden wir nur in einem solchen Umfang darlegen, wie er erforderlich ist, um den folgenden Stoff des Buches verstehen zu können. Wir betrachten den Taschenrechner als ein Handwerkszeug, mit dem man sicher arbeiten können muß, ohne daß man sich Gedanken darüber zu machen braucht, wie es in seinem Innern aussieht und was darin vorgeht. Im Gegenteil: der Leser soll erkennen, daß die Handhabung eines elektronischen Taschenrechners ohne große Schwierigkeiten erlernbar ist und daß uns mit diesen Rechnern ein sehr praktisches Hilfsmittel in die Hand gegeben ist, mit dem man vielfältige mathematische und ökonomische Aufgaben schnell und sicher lösen kann, wenn man sich nur eingehend mit den Eigenschaften und den Möglichkeiten seines Rechners vertraut gemacht hat.

Andererseits soll aber auch nicht verschwiegen werden, daß man sowohl einen einfachen als auch einen komplizierten Taschenrechner erst dann in vollem Umfange optimal ausnutzen kann, wenn man gediegene Grundkenntnisse zumindestens auf dem Gebiet der elementaren Mathematik besitzt und diese sinnvoll anzuwenden versteht. Es soll aber

auch dringend davor gewarnt werden, sich – nachdem man einen elektronischen Taschenrechner erworben hat – nur noch bei allen anfallenden Rechnungen auf *ihn* zu verlassen und seine eigenen Fähigkeiten und Fertigkeiten im Zahlenrechnen total verkümmern zu lassen. Man denke stets daran, daß auch das teuerste und funktionssicherste Gerät irgendwann einmal versagen kann. In diesem Fall muß man dann natürlich noch in der Lage sein, solche Aufgaben wie z. B. $0,0001762:0,074386$ sowohl ziffernmäßig als auch mit der richtigen Stellenzahl nach dem Komma mit Bleistift und Papier in einer angemessenen Zeit richtig zu lösen. Es läßt sich heute leider bereits feststellen, daß die Fähigkeiten der Menschen, einfache Zahlenrechnungen richtig durchzuführen, immer mehr verkümmern und daß diese Tendenz seit dem Auftreten der elektronischen Taschenrechner eher zu- als abnimmt. Dies ist eine sehr bedenkliche Entwicklung, vor der eindringlich gewarnt werden muß!

Auf programmierbare elektronische Taschenrechner soll in diesem Buch nicht eingegangen werden, da derartige Geräte nur von sehr wenigen Menschen sinnvoll genutzt werden können. Derjenige, der einen solchen Rechner einsetzen will, muß über umfangreiche mathematische und rechentechnische Kenntnisse verfügen, die im Rahmen dieser Einführung in das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern nicht bereitgestellt werden können.

Dem Leser sei empfohlen, *alle* Abschnitte über das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern durcharbeiten, auch wenn er sich nur für einen bestimmten Rechnertyp interessieren sollte. Er wird in jedem der einzelnen Abschnitte Wissenswertes über die Funktions- und Arbeitsweise der elektronischen Taschenrechner finden, was ihm auch für die Anwendung *seines* Rechners sicher nützlich sein wird. Außerdem sollte jeder möglichst viele der in den Beispielen gelösten Aufgaben mit seinem Taschenrechner nachrechnen. Dies verhilft ihm zu einer sicheren Beherrschung seines Rechengerätes.

Man darf sich dabei nicht stören lassen, daß die im Buch angegebenen Ergebnisse nicht immer bis zur letzten Stelle mit den selbst ermittelten Resultaten übereinstimmen. Dies kann seine Ursache darin haben, daß die verschiedenen Taschenrechner-Modelle unterschiedliche Zahlenbereiche und unterschiedliche Rechengenauigkeiten besitzen. – Es wird

auch nicht in jedem Fall möglich sein, den in diesem Buch angegebenen Lösungsweg für eine Aufgabe in allen Einzelheiten am eigenen Rechner nachzuvollziehen. Auch dadurch lasse man sich nicht entmutigen. Die Rechenlogik der verschiedenen Modelle ist derart unterschiedlich, daß man ein für *jeden* Rechner zutreffendes „Rezept“ zur Lösung einer Aufgabe nicht angeben kann. Der Leser versuche in solchen Fällen, den im Buch eingeschlagenen Lösungsweg auf seinen Rechner zuzuschneiden. Je besser und je schneller ihm das gelingt, um so mehr wird er wichtige Erkenntnisse für die eigene Arbeit mit seinem Taschenrechner gewinnen.

Dem VEB Fachbuchverlag Leipzig sei an dieser Stelle für die Anregung gedankt, ein Buch über die Anwendung elektronischer Taschenrechner zu schreiben, sowie für die gute Zusammenarbeit während der Manuskriptbearbeitung und der Drucklegung. Mein besonderer Dank gilt auch den Herren Dr. H. LEHMANN, Leipzig, Dr. W. SCHWARZ, Dresden, Dipl.-Phys. N. DENKMANN, Leipzig, und J. PORTNER, Pritzwalk, von denen ich wertvolle Anregungen für die Gestaltung dieses Buches erhielt.

Es soll die Hoffnung zum Ausdruck gebracht werden, daß der Leser Nutzen aus diesem Buch ziehen kann, daß es ihn in die Lage versetzen möge, seinen elektronischen Taschenrechner besser und umfassender zu verwenden, als ihm das bisher möglich war. An den Leser sei gleichzeitig die Bitte gerichtet, Kritiken, Hinweise auf Druckfehler sowie Verbesserungsvorschläge an den Autor oder an den Verlag zu richten.

Hans Kreul

Inhaltsverzeichnis

1.	Vom Abakus zum elektronischen Taschenrechner	9
2.	Der Aufbau elektronischer Taschenrechner	15
2.1.	Abgrenzung	15
2.2.	Klassifizierung der elektronischen Taschenrechner ...	15
2.3.	Grundaufbau elektronischer Taschenrechner	18
2.3.1.	Hauptteile eines elektronischen Taschenrechners	18
2.3.2.	Tastenfeld	19
2.3.3.	Register	23
2.3.4.	Zahlenanzeige	26
2.3.5.	Speicher	27
2.3.6.	Stromversorgung	31
2.3.7.	Erhöhter Bedienkomfort bei einigen Taschenrechner- Modellen	32
2.3.8.	Verhalten bei Störungen im Rechenbetrieb	37
3.	Zur Rechengenauigkeit elektronischer Taschenrechner.	38
3.1.	Zahlendarstellung und Zahlenbereiche	38
3.2.	Kann man sich auf die Ergebnisse seines Taschen- rechners verlassen?	44
3.3.	Testbeispiele zur Feststellung wichtiger Eigenschaften eines Taschenrechners	47
3.3.1.	Feststellen der logischen Grundstruktur eines Rechners	47
3.3.2.	Feststellen der Rechengenauigkeit eines Rechners	48
3.3.3.	Feststellen der Funktionssicherheit der Speicheroperationen	51
3.3.4.	Abschließende Bemerkung	52
4.	Das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern	53
4.1.	Vorbemerkungen	53
4.2.	Elektronische Taschenrechner mit den vier Grund- rechenarten ohne Speicher	54
4.3.	Elektronische Taschenrechner mit den vier Grund- rechenarten mit einem einfachen Speicher	63
4.4.	Elektronische Taschenrechner mit einfachen Funktionen und einem Speicher	71
4.5.	Elektronische Taschenrechner mit komplizierteren Funktionen sowie einem oder mehreren Speichern ...	83

4.6.	Elektronische Taschenrechner mit Umgekehrter Polnischer Notation.....	96
4.6.1.	Die Umgekehrte Polnische Notation	96
4.6.2.	Registeroperationen bei Rechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation.....	100
4.6.3.	Beispiele für das Rechnen mit elektronischen Taschen- rechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation	108
4.7.	Programmierbare elektronische Taschenrechner	115
5.	Schlußbemerkungen	118
	Anhang 1: Gebräuchliche Bezeichnungen auf elektronischen Taschenrechnern	120
	Anhang 2: Einige wichtige Formeln	122
	Anhang 3: Zusammenstellung einiger Näherungs- formeln mit Angabe von Fehlerschranken .	126
	Anhang 4: Wichtige Konstanten.....	127
	Sachwortverzeichnis	129

1. Vom Abakus zum elektronischen Taschenrechner

So wie in der materiellen Produktion seit Menschengedenken die Bestrebungen dahin gehen, dem Menschen die schweren körperlichen Arbeiten abzunehmen und sie von Geräten, Maschinen und sogar Maschinensystemen ausführen zu lassen, sie zu mechanisieren und weitestgehend zu automatisieren, so gibt es auch im Bereich der geistigen Arbeit Bemühungen, Hilfsmittel zu schaffen, durch die der Mensch von immer wiederkehrenden, eintönigen Routine-tätigkeiten entlastet werden kann. Zu diesen immer wiederkehrenden, eintönigen Routinearbeiten, zu deren Bewältigung im Grunde genommen keine besonderen geistigen Fähigkeiten vorausgesetzt werden müssen, die aber andererseits täglich in einer ungeheuren Vielzahl und Vielfalt auftreten, gehören alle Zahlenrechnungen, die in allen Bereichen des täglichen Lebens, in der Industrie und Wirtschaft, im Handel und im Bankwesen usw. ausgeführt werden müssen. Es ist daher nicht verwunderlich, daß von dem Augenblick

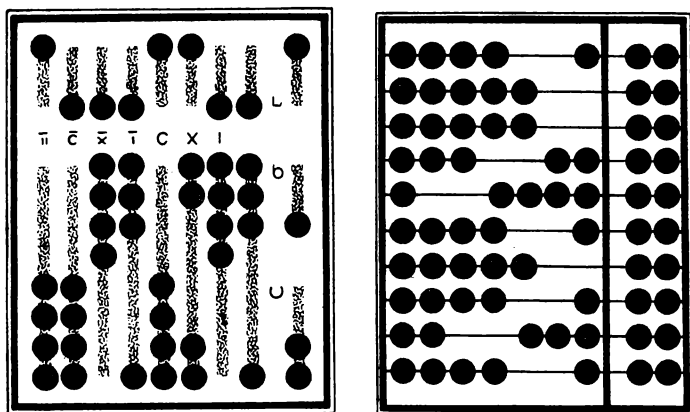


Bild 1. Rechenbrett und römischer Handabakus

an, an dem man zu rechnen begann, auch Geräte und Maschinen entwickelt wurden, die diese Rechenarbeiten unterstützen sollten.

Eines der ersten dieser Geräte ist der altrömische *Abakus*, bei dem Kugeln bzw. kreisförmige Scheiben, der jeweiligen Rechenaufgabe entsprechend, in übersichtlicher Form angeordnet und ausgezählt wurden. Ein *Zehnerübertrag* konnte hier noch nicht berücksichtigt werden und mußte „im Kopf“ ausgeführt werden.

Nach dem Vorbild dieses altrömischen Abakus sind die „*Rechenbretter*“ aufgebaut, wie sie heute noch als *Kinderspielzeug* benutzt werden und wie sie auch noch als Rechenhilfsmittel in einigen Ländern Osteuropas und Asiens Verwendung finden.

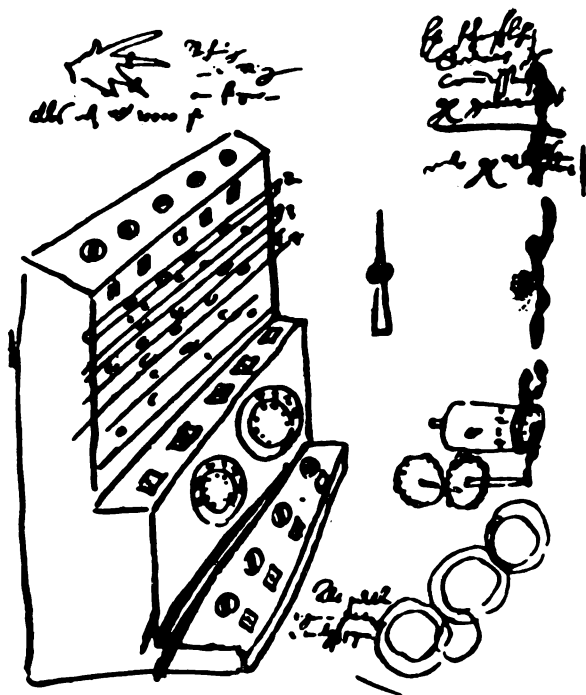


Bild 2. Konstruktionszeichnung von SCHICKARD, nach der die erste Rechenmaschine mit Zehnerübertragung nachgebaut wurde

Die erste Rechenmaschine, bei der ein *automatischer Zehnerübertrag* erfolgte, wurde auf Anregung KEPLERS von dem Tübinger Mathematiker und Astronomen Wilhelm SCHICKARD 1623 entworfen. Inwieweit mit dieser Maschine tatsächlich gerechnet worden ist, läßt sich heute nicht mehr einwandfrei feststellen. Auf Grund der Konstruktionszeichnungen SCHICKARDS wurde die Maschine jedoch später nachgebaut, und an diesem Modell konnte die Funktionsfähigkeit der SCHICKARDSchen Rechenmaschine nachgewiesen werden.

Etwa 20 Jahre danach baute der junge französische Mathematiker BLAISE PASCAL (1623 bis 1662) einen *Zweispieziesrechner*, d.h. eine Rechenmaschine für Addition und Subtraktion, mit *Zehnerübertragung*. Dieser Rechner kann im Mathematisch-Physikalischen Salon des Dresdener Zwingers besichtigt werden.

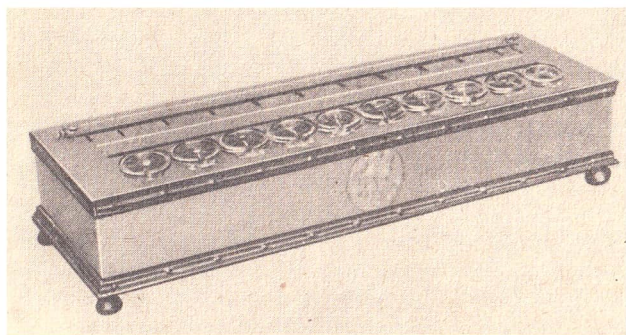


Bild 3. Rechenmaschine von PASCAL

Einen ersten, allerdings nicht voll funktionsfähigen Rechner für alle vier Grundrechenoperationen (*Vierspeziesrechner*) führte der deutsche Mathematiker GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646 bis 1716) im Jahre 1673 an der Royal Society in London vor.

Auf den Grundprinzipien von PASCAL und LEIBNIZ aufbauend, wurden dann in der Folgezeit die unterschiedlichsten Typen von Rechenmaschinen für die vier Grundrechenarten entwickelt, wobei anfangs die Bedienung meist durch *Handkurbeln* erfolgte, während später *Elektromotoren* für den

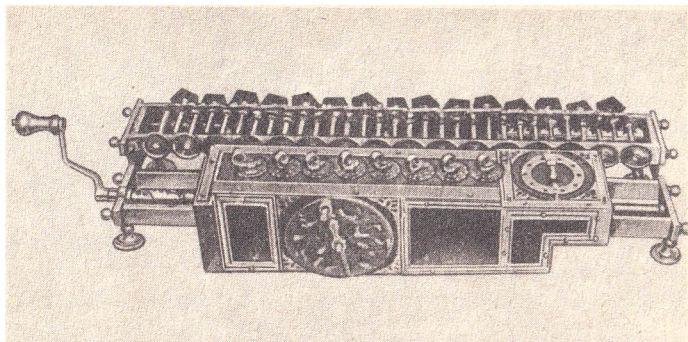


Bild 4. Rechenmaschine von LEIBNIZ

Antrieb der Maschinen sorgten. Das Arbeitsprinzip fast aller dieser Modelle beruhte darauf, daß die Addition zweier Zahlen durch entsprechende Umdrehungen von ineinandergreifenden Zahnrädern oder ähnlicher beweglicher Bauteile „nachgebildet“ wurde und daß das Ergebnis der Rechnung in einer Ergebnisanzeige abgelesen werden konnte. Durch die Verwendung mechanischer Bauteile waren diese Maschinen natürlich einem relativ großen Verschleiß unterworfen und damit ziemlich störanfällig. Außerdem verursachten sie bei ihrer Betätigung eine recht große Lärmbelästigung für die mit ihnen arbeitenden Menschen.

Seit etwa 20 Jahren werden nunmehr die mechanischen Bauteile mehr und mehr durch *elektronische Schaltungen* ersetzt. Dadurch entwickeln die modernen Tischrechner eine weitaus größere Rechengeschwindigkeit als die bisherigen Typen, sie sind wesentlich weniger störanfällig und arbeiten vor allem völlig geräuschlos.

Obwohl vor allem die neueren Rechnertypen als **vollautomatische Tischrechner** bezeichnet werden, kann von einer automatisierten Abarbeitung umfangreicherer Berechnungen keine Rede sein. Alle diese Tischrechenmaschinen führen lediglich die jeweils eingegebenen Rechenoperationen selbstständig aus. Der Fortgang der Rechnung selbst muß ständig durch einen Menschen durch die Eingabe der neuen Zahlenwerte und der auszuführenden Rechenoperationen vorangetrieben und überwacht werden. Von einer vollen Automatisierung des Rechenablaufes kann erst dann gesprochen

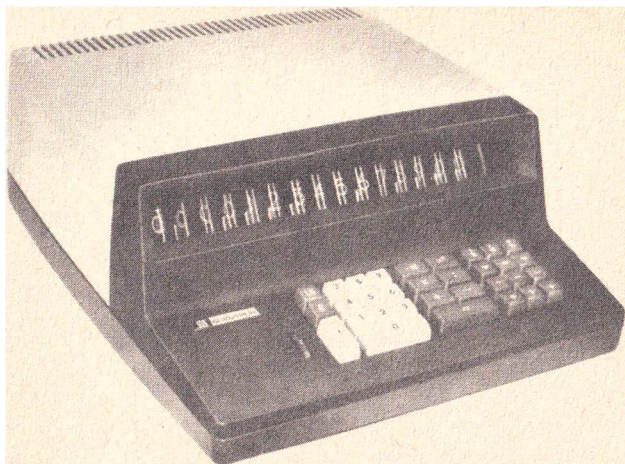


Bild 5. Elektronischer Tischrechner

werden, wenn auch diese Arbeitsgänge voll von der Maschine übernommen werden, wie dies bei den modernen EDV-Anlagen der Fall ist.

Nicht unerwähnt bleiben sollen auch die *analogen Rechengeräte*, die für spezielle mathematische und technische Aufgabenstellungen entwickelt worden sind. So sei beispielsweise auf die verschiedenen Arten von *Integrimetern* hingewiesen, mit deren Hilfe bestimmte Integrale ermittelt werden können, sowie auf die *Harmonischen Analysatoren*, die bei der FOURIER-Analyse periodischer Funktionen verwendet werden. Als bekanntestes Beispiel sei der *Rechenstab* angeführt, der viele Jahrzehnte hindurch zum unentbehrlichen Handwerkszeug vieler Ingenieure gehörte.

Mit dem Aufkommen der *Mikroschaltkreise* konnten die äußeren Ausmaße der elektronischen Tischrechner so weit verkleinert werden, daß man sie bequem in jeder Handtasche unterbringen kann. Hinzu kommt, daß die Stromversorgung dieser Minirechner durch kleine Trockenbatterien bzw. durch Nickel-Kadmium-Zellen erfolgen kann, so daß sie sehr universell auch auf Reisen eingesetzt werden können. Sie erfreuen sich daher großer Beliebtheit und verdrängen den

Rechenstab mehr und mehr. Ihre Bedienung ist leicht erlernbar, sie haben den großen Vorteil, daß jede Rechenaufgabe in Bruchteilen von Sekunden gelöst wird und daß dabei das Ergebnis unmittelbar zahlenmäßig mit der richtigen Kommastellung abgelesen werden kann, was bei der Benutzung des Rechenstabes immer zusätzliche Überlegungen erforderte. Die Rechengenauigkeit der Taschenrechner übertrifft bei weitem die eines Rechenstabes, ja es ist sogar so, daß ein Taschenrechner in vielen Fällen mehr Stellen des Ergebnisses liefert, als benötigt werden.

2. Der Aufbau elektronischer Taschenrechner

2.1. Abgrenzung

Obwohl jedermann zu wissen glaubt, was ein elektronischer Taschenrechner ist, ist es sehr schwierig, eine genaue Abgrenzung der Taschenrechner von der Vielfalt der übrigen Rechnertypen vorzunehmen. In diesem Buch sollen unter Taschenrechnern solche *elektronischen Rechner* verstanden werden, die sich durch folgende Eigenschaften auszeichnen:

- sie werden zur Unterstützung des Zahlenrechnens bei wissenschaftlichen, technischen, ökonomischen und anderen Aufgaben eingesetzt,
- sie können infolge ihrer Kleinheit und ihres geringen Gewichtes jederzeit bei sich geführt werden,
- sie lassen sich auch unabhängig von einem elektrischen Netzanschluß betreiben,
- ihre Handhabung ist leicht zu erlernen und
- sie gehören zur „Konsumelektronik“.

2.2. Klassifizierung der elektronischen Taschenrechner

Von den Herstellern werden die elektronischen Taschenrechner in den unterschiedlichsten Ausführungen, mit verschiedenartigem Leistungsvermögen und auch spezialisiert für einzelne Anwendungszwecke angeboten. So gibt es beispielsweise *Rechner für den Schul- und Hausgebrauch*, *Rechner für den Techniker*, *Rechner für den Statistiker*, *wissenschaftliche Rechner* u.a.m.

Der Grundaufbau ist aber in allen diesen Fällen auf einen der folgenden Grundtypen zurückführbar:

- gewöhnliche Taschenrechner für die vier Grundrechenarten ohne Speicher

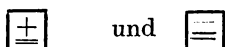
- gewöhnliche Taschenrechner für die vier Grundrechenarten und einige einfache Funktionen mit Speicher
- Taschenrechner mit Speicher und zahlreichen mathematischen und sonstigen Funktionen
- Taschenrechner mit „Umgekehrter Polnischer Notation“
- programmierbare Taschenrechner.

Die hier vorgeschlagene *Klassifizierung* der elektronischen Taschenrechner ist *abhängig vom jeweiligen Leistungsumfang*, den der einzelne Rechnertyp dem Benutzer zu bieten vermag. Nach ihr wird auch im wesentlichen die weitere Stoffgliederung in diesem Buch vorgenommen werden.

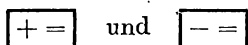
Innerhalb dieser durch die Leistungsfähigkeit (und damit auch durch den Preis) der jeweiligen Grundtypen charakterisierten Gruppen läßt sich eine weitere Untergliederung vornehmen, die durch die *logische Grundstruktur* der Rechner, d. h. durch die Art und Weise der Eingabe und der Verarbeitung der einzelnen Aufgaben, gekennzeichnet ist. Hier lassen sich unterscheiden:

- Taschenrechner mit arithmetischer Logik
- Taschenrechner mit algebraischer Logik
- Taschenrechner mit algebraischer Logik und Hierarchie
- Taschenrechner mit algebraischer Logik und Klammern
- Taschenrechner mit Umgekehrter Polnischer Notation.

Rein äußerlich sind die *Taschenrechner mit arithmetischer Logik* daran zu erkennen, daß eine Ergebnistaste $\boxed{=}$ fehlt. Die Ergebnistaste ist hier stets mit der Plustaste (und zuweilen auch mit der Minustaste) gekoppelt:



oder auch



Bei diesen Rechnern ist stets *zuerst die zu verarbeitende Zahl und danach die vorzunehmende Rechenoperation* „einzutasten“. So müßte beispielsweise die Subtraktionsaufgabe

$$5 - 3$$

wie folgt eingegeben werden:

$$\boxed{5} \quad \boxed{+} \quad \boxed{=} \quad \boxed{3} \quad \boxed{-} \quad \boxed{=},$$

worauf in der Zahlenanzeige das Ergebnis 2 erscheinen würde. *Taschenrechner mit algebraischer Logik* sind daran erkennbar, daß sie eine separate Ergebnistaste $\boxed{=}$ besitzen. Charakteristisch für die Rechner mit algebraischer Logik ist, daß die Aufgaben in der gleichen Weise eingegeben werden, wie man sie auch mündlich formulieren würde. So spricht man beispielsweise die Aufgabe $5 - 3$ in der Form „Fünf minus drei ist gleich“, und in dieser Weise wird sie auch eingegeben:

$$\boxed{5} \quad \boxed{-} \quad \boxed{3} \quad \boxed{=};$$

in der Zahlenanzeige ist dann das Ergebnis 2 ablesbar.

Bei *Rechnern mit algebraischer Logik und Hierarchie* wird die „Punktrechnung“ (Multiplikation und Division) vorrangig vor der „Strichrechnung“ (Addition und Subtraktion) ausgeführt. So würde die Tastenfolge

$$\boxed{2} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{3} \quad \boxed{+} \quad \boxed{4} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{5}$$

bei einem Rechner mit algebraischer Logik und Hierarchie gedeutet als

$$(2 \cdot 3) + (4 \cdot 5) = 26,$$

während sie bei einem Rechner mit einfacher algebraischer Logik in der Reihenfolge der Eingabe abgearbeitet wird:

$$(2 \cdot 3 + 4) \cdot 5 = 50.$$

Bei *Rechnern mit algebraischer Logik und mit Klammertasten* kann die Rangfolge der Rechenoperationen mit Hilfe der Klammertasten entsprechend der Aufgabenstellung vorgenommen werden. Es gibt Taschenrechner, die nur ein einfaches Klammerpaar gestatten, aber es gibt auch Rechner-typen, bei denen auch mehrfache Klammerpaare gesetzt werden dürfen.

Auf elektronische *Taschenrechner mit Umgekehrter Polnischer Notation* wird im Abschnitt 4.6. ausführlich eingegangen werden. Diese Rechner sind äußerlich daran zu erkennen, daß sie *keine Ergebnistasten* haben, sondern daß bei ihnen

eine zusätzliche Taste $\boxed{\uparrow}$ oder $\boxed{\text{ENTER} \uparrow}$ oder $\boxed{\text{ENTER}}$ vorhanden ist. Manchmal tritt auch eine Taste $\boxed{\downarrow}$ auf. (Vgl. hierzu den Anhang 1.)

2.3. Grundaufbau elektronischer Taschenrechner

2.3.1. Hauptteile eines elektronischen Taschenrechners

Die typische äußere Erscheinungsform eines elektronischen Taschenrechners ist im Bild 6 dargestellt.

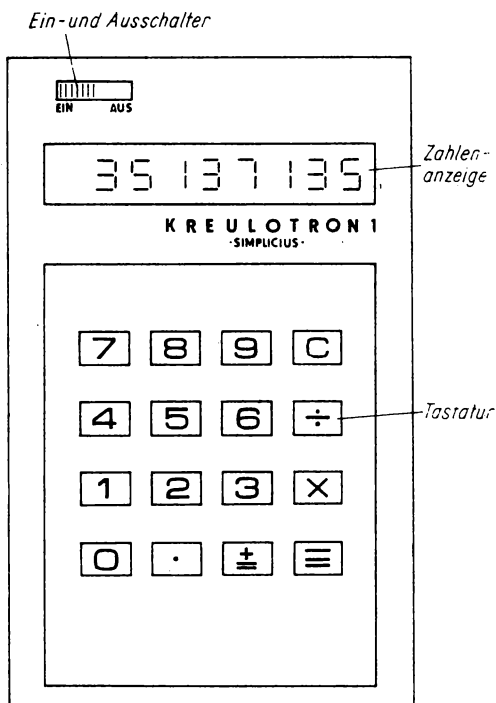


Bild 6. Elektronischer Taschenrechner mit vier Grundrechenarten ohne Speicher

Man erkennt folgende Hauptbestandteile:

- das Gehäuse,
- das Tastenfeld,
- die Zahlenanzeige und
- den Ein- und Ausschalter.

Von außen nicht zu erkennen sind diejenigen Bestandteile, die die Funktionsfähigkeit des Rechners erst gewährleisten.

Dazu gehören

- die gesamten Rechenschaltungen,
- die Register,
- die Speicher und die
- Stromversorgung.

2.3.2. Tastenfeld

Das Tastenfeld eines elektronischen Taschenrechners kann aus mehreren Tastengruppen bestehen. Stets vorhanden müssen

- die Eingabetasten und
 - die Operationstasten
- sein.

Die **Eingabetasten** dienen zur *Eingabe der Ziffern 0 bis 9 und des Dezimalpunktes*. (Bei fast allen modernen Rechnertypen ist das bei uns gebräuchliche Dezimalkomma durch einen Dezimalpunkt ersetzt.)

Bei leistungsfähigeren Rechnern zählt man zu den Eingabetasten auch *Tasten für den Vorzeichenwechsel*

+/- oder CHS (change sign)

sowie *Tasten für die Exponenteneingabe*

EXP oder EE oder EEX oder EX

hinzu.

Durch die **Operationstasten** werden die *vier Grundrechenarten*

+ - × ÷

ausgelöst. Hinzu kommt die *Ergebnistaste* [=], die die Operationen im allgemeinen abschließt.

Schließlich besitzt jeder Rechner eine *Löschtaste*, durch die bei Irrtümern die bisherigen Rechnungen wieder gelöscht werden können. Sie sind meist durch [C] gekennzeichnet (clear).

Bei diesen Löschtaeten treten zwei Varianten auf. Bei einigen Rechnertypen wird durch einen einmaligen Druck auf die Löschtaste die gesamte vorangegangene Rechnung ausgelöscht. Bei einer Anzahl von Rechnern wird dagegen bei einem einmaligen Druck auf die Löschtaste nur der zuletzt eingegebene Zahlenwert bzw. die zuletzt veranlaßte Rechenoperation gelöscht. Will man bei diesen Rechnertypen eine Gesamtlöschung der Rechnung vornehmen, so muß die Löschtaste zweimal gedrückt werden.

Der Leser informiere sich an Hand der Gebrauchsanweisung zu seinem Rechner genau darüber, welche dieser beiden Varianten bei ihm vorliegt!

Bei komplizierteren Rechnern treten zu diesen beiden Tastengruppen noch

- Funktionstasten,
- Speichertasten sowie
- Tasten für die Organisation des Rechenablaufes hinzu.

Die **Funktionstasten** gestatten, bestimmte *mathematische und andere Funktionswerte* für eingegebene Argumente unmittelbar zu berechnen. Diese Berechnung geschieht auf Grund fest verdrahteter Rechenschaltungen und braucht demnach vom Benutzer nicht in allen Einzelschritten durchgeführt zu werden. Ein Tastendruck auf die Taste [ln] beispielsweise genügt, um den natürlichen Logarithmus des vorher eingegebenen Zahlenwertes zu erhalten.

Es ist das Bestreben vieler Taschenrechner-Hersteller, möglichst viele Funktionen auf einem Taschenrechner unterzubringen. Dem sind aber natürliche Grenzen gesetzt, da die Tasten nicht zu nahe beieinander liegen und auch nicht zu klein sein dürfen. Daher besitzen einzelne Rechnertypen sogenannte *Doppelbelegungen* der einzelnen Tasten, ja es treten sogar bei einigen Rechnern *Dreifachbelegungen* der

Tasten auf (im Bild 10 ist ein Rechner mit Doppelbelegung der Tasten dargestellt), durch die natürlich die Universalität der betreffenden Rechner stark wächst. Andererseits nimmt aber gleichzeitig die Gefahr zu, daß man durch falsche Bedienungshandgriffe zu unrichtigen Ergebnissen kommt. Einen derartigen Rechner sollte man sich daher nur dann anschaffen, wenn man ständig mit ihm arbeiten wird, ihn dabei voll ausnutzen muß und ihn dadurch virtuos beherrschen lernt.

Bei Doppelbelegungen von Tasten ist die eine Funktionsart stets auf der Taste selbst, die zweite unmittelbar unter (bzw. über) der Taste eingeprägt, wobei für die zweite Funktionsart meist eine andere Farbe verwendet wird. Um die verschiedenen Funktionsarten der einzelnen Tasten auslösen zu können, ist (meist in der linken oberen Ecke des Taschenrechners) eine zusätzliche *Funktionstaste* (s. S. 109)

F oder 2nd

vorhanden. Will man die Funktionsart auslösen, die unmittelbar auf der Taste steht, so braucht die Taste nur gedrückt zu werden. Will man dagegen die darunter (bzw. darüber) stehende Funktionsart auslösen, so muß *zuerst die Funktionstaste* F *und danach die entsprechende Taste* gedrückt werden.

Steht also beispielsweise in der Zahlenanzeige des im Bild 10 dargestellten Rechners bereits die Zahl 6 und drückt man nun nur die Taste 0, so erscheint in der Zahlenanzeige die Zahl 60. – Drückt man dagegen bei der gleichen Ausgangssituation zuerst die Taste F und danach die Taste 0, so erhält man in der Zahlenanzeige den Wert $6! = 720$.

Bei Rechnern mit Dreifachbelegungen der Tasten ist die erste Funktionsart unmittelbar auf der Taste eingeprägt, während die beiden anderen Funktionsarten in unterschiedlichen Farben ober- und unterhalb der Taste zu finden sind. Zur Auslösung der unmittelbar auf der Taste untergebrachten Funktionsart genügt ein Tastendruck. Zur Auslösung der zweiten Funktionsart ist wie oben vorher die Taste F bzw. 2nd zu drücken, während zur Auslösung der dritten

Funktionsart vorher die Taste

$\boxed{G}$ oder $\boxed{3^{\text{rd}}}$

bedient werden muß.

Abschließend sei noch auf einige *Besonderheiten* hingewiesen, die mit den Funktionstasten zusammenhängen.

1. Durch einen Druck auf eine beliebige Funktionstaste wird stets der entsprechende Funktionswert derjenigen Zahl berechnet, die gerade in der Zahlenanzeige steht. Befindet sich also beispielsweise die Zahl 3 in der Zahlenanzeige und drückt man nun die Taste $\boxed{\sqrt{}}$, so erhält man den Wert $\sqrt{3} = 1,732\,050\,8$.

Daraus folgt, daß man bei der Berechnung von Funktionswerten im Gegensatz zu den vier Grundrechenarten eine Aufgabe nicht in der Weise eintasten darf, wie man sie spricht, also in dem obigen Beispiel erst die Wurzeltaste und dann die Zahl 3 (denn man spricht: „Quadratwurzel aus 3“), sondern:

Es ist stets zuerst das Argument der Funktion einzutasten und dann erst die gewünschte Funktion.

2. Auf vielen Taschenrechnern findet man Funktionsbezeichnungen wie $\sin^{-1}$, $\tan^{-1}$ usw. Diese Bezeichnungen sind mathematisch nicht vollkommen korrekt. Gemeint sind hier die *Umkehrfunktionen* der Funktionen Sinus und Tangens, also die Funktionen $\arcsin x$, $\arctan x$ usw. und nicht etwa die Kehrwerte $\frac{1}{\sin x}$, $\frac{1}{\tan x}$ usw.

Man verwendet diese nicht ganz einwandfreien Schreibweisen, weil sie platzsparender sind als die mathematisch korrekten Bezeichnungen.

Bei einigen Rechnermodellen ist für die Berechnung der Umkehrfunktionen eine gesonderte Taste

$\boxed{\text{arc}}$

vorhanden. Will man bei diesen Rechnern beispielsweise den Zahlenwert von $\text{arcosh } 2,35$ ermitteln, so ist die Tastenfolge

$\boxed{2}$ $\boxed{}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{arc}}$ $\boxed{\cosh}$

zu drücken, während die Tastenfolge

0 . 5 arc sin

den Zahlenwert von $\arcsin 0,5$ liefern würde.

3. Fast alle Rechner, die Funktionstasten für die *trigonometrischen Funktionen* enthalten, sind in der Lage, die Funktionswerte sowohl für *Winkel im Gradmaß* als auch für *Winkel im Bogenmaß* anzugeben. Dazu ist meist ein Umschalter vorhanden, mit dem man das zu verwendende Winkelmaß einstellen kann. [Manche Rechner besitzen sogar eine Einstellung für Neugrad (Gon)].

Ist eine derartige Umschaltmöglichkeit nicht vorhanden, so orientiere man sich in der Gebrauchsanweisung des Rechners, welches Winkelmaß bei der Berechnung der trigonometrischen Funktionswerte zugrunde gelegt wird. Für die *Umrechnung von Grad- in Bogenmaß und umgekehrt* verwende man dann die Formeln

$$\alpha_{\text{Grad}} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha_{\text{Bogen}}$$

bzw.

$$\alpha_{\text{Bogen}} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha_{\text{Grad}} \quad (1)$$

2.3.3. Register

Unabhängig von der logischen Grundstruktur hat jeder Rechner mindestens zwei *Register*, die wir mit X und Y bezeichnen wollen. Diese Rechenregister haben zwei Aufgaben zu erfüllen:

Sie haben die Zahlen aufzunehmen, die als Operanden für eine Rechnung verwendet werden sollen.

Im Zusammenwirken der beiden Register werden die Operanden so miteinander verknüpft, wie dies durch einen entsprechenden Tastendruck vom Benutzer des Rechners ausgelöst wurde.

Man unterscheidet das

Eingabe- bzw. Anzeigeregister X und das
Rechenregister Y.

In das **Eingaberegister X** gelangen zunächst alle Zahlen, die über die Tastatur in den Rechner eingegeben werden einschließlich ihrer Vorzeichen. Gleichzeitig erscheinen diese Zahlen auch in der **Zahlenanzeige** des Rechners.

Wird eine Operationstaste gedrückt, so wird der Inhalt des Eingaberegisters X *in das Rechenregister Y übertragen*, so daß zu diesem Zeitpunkt in beiden Registern der gleiche Zahlenwert vorhanden ist. Es kann nun der zweite Operand über die Tastatur in das Eingaberegister eingegeben werden. Durch Drücken der Ergebnistaste bzw. einer weiteren Operationstaste wird nun die vorhin eingegebene Rechenoperation ausgeführt, und das Ergebnis der Rechnung wird im Eingaberegister X gespeichert und erscheint gleichzeitig in der Zahlenanzeige.

Am Beispiel der Aufgabe

$$(23 + 17):5$$

soll dieser Vorgang noch einmal ausführlich erläutert werden.

1. Schritt: Eingabe des ersten Operanden 23

2	3					L	E	E	R	Y-Register
								2	3	X-Register und Anzeige

Die Zahl 23 wird im Eingaberegister X gespeichert und erscheint außerdem in der Zahlenanzeige.

2. Schritt: Eingabe der ersten Rechenoperation +

+								2	3	Y-Register
								2	3	X-Register und Anzeige

Die vorzunehmende Rechenoperation (Addition) wird vorbereitet. Die Zahl 23 wird aus dem Eingaberegister X in das Rechenregister Y übertragen, ohne im Register X und in der Anzeige gelöscht zu werden.

3. Schritt: Eingabe des zweiten Operanden 17

1	7							2	3	Y-Register
								1	7	X-Register und Anzeige

Die bis jetzt im Eingaberegister X stehende Zahl 23 wird erneut in das Rechenregister Y übertragen und im Eingaberegister X durch die eingegebene Zahl 17 ersetzt. Der Operand 17 erscheint auch in der Zahlenanzeige.

4. Schritt: Eingabe der zweiten Rechenoperation $\div$



						1	7
						4	0

Y-Register

X-Register
und Anzeige

Die im zweiten Schritt vorbereitete Addition wird ausgeführt. Das Ergebnis 40 erscheint im Register X und in der Anzeige. Die Zahl 17, die sich bis dahin im Register X befand, wurde vor der Ausführung der Addition in das Register Y übertragen. Die bisher im Register Y stehende Zahl 23 geht verloren.

5. Schritt: Eingabe des dritten Operanden 5



						4	0
							5

Y-Register

X-Register
und Anzeige

Bei der Eingabe einer neuen Zahl wird der bisherige Inhalt 40 des X-Registers in das Y-Register übertragen. Die dort bis jetzt befindliche Zahl 17 wird dabei gelöscht und geht für die weitere Rechnung verloren. -- Im X-Register und in der Anzeige erscheint die neu eingegebene Zahl 5.

6. Schritt: Abschluß der Rechnung durch Eingabe des Ergebniszeichens =



							5
							8

Y-Register

X-Register
und Anzeige

Der Inhalt 5 des X-Registers wird in das Y-Register übertragen. Die bis dahin im Y-Register befindliche Zahl 40 wird gelöscht und geht damit für die weitere Rechnung verloren.

Die im 4. und 5. Schritt vorbereitete Rechenoperation $40:5$ wird ausgeführt, und das Ergebnis 8 erscheint nunmehr im X-Register und in der Zahlenanzeige.

7. Schritt: Das Ergebnis der Rechnung sollte notiert und entsprechend der Gesamtaufgabenstellung ausgewertet werden.

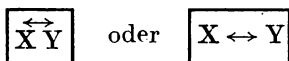
Außerdem ist dringend zu empfehlen, nach dem Abschluß einer Rechnung die Löschtaste **C** des Rechners mehrfach zu betätigen, damit keine unerwünschten Rückstände aus vorher durchgeführten Rechnungen in die nächste Aufgabe übernommen werden können.

Da der hier geschilderte Ablauf eines Rechenvorgangs für das Verständnis der Arbeitsweise eines elektronischen Taschenrechners von großer Bedeutung ist, sollen die wichtigsten Punkte noch einmal zusammengefaßt und zum Teil erweitert werden:

Bei der Durchführung einer Rechenoperation, an der zwei Operanden beteiligt sind (vier Grundrechenarten, y^x usw.) steht der *erste Operand* stets im *Y-Register*, während der *zweite Operand* im *X-Register* steht und in der *Zahlenanzeige* erkennbar ist. Nach Ausführung der Rechenoperation wird der bisherige Inhalt des X-Registers in das Y-Register übertragen, und im X-Register und in der Anzeige erscheint das Ergebnis der Rechnung.

Bei der Berechnung einer *Funktion eines einzigen Arguments* (z.B. $\sin x$, $\ln x$ usw.) wird der *Funktionswert der Zahl* ermittelt, die sich im *X-Register* befindet und in der Anzeige erkennbar ist. Der Funktionswert wird wiederum in das X-Register übertragen und ist in der *Zahlenanzeige* ablesbar. Der Inhalt des Y-Registers bleibt in diesen Fällen unverändert bestehen.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß einige Rechner-typen eine Taste



besitzen.

Bei der Betätigung dieser Tasten für den *Registeraustausch* geht der Inhalt des X-Registers in das Y-Register und gleichzeitig der Inhalt des Y-Registers in das X-Register über.

2.3.4. Zahlenanzeige

Die *Zahlenanzeige* hat die Aufgabe, den Benutzer eines Rechners ständig darüber zu informieren, welcher Zahlenwert sich augenblicklich als Operand bzw. als Ergebnis einer Rechnung im X-Register befindet. Sie ist bei allen Rechnern in Form einer *Leuchtziffernanzeige* ausgeführt.

Diese Leuchtziffernanzeigen bestehen häufig aus *Leuchtdioden* (engl. LED, Light Emitting Diode) und treten als meist *Sieben-Segment-Anzeigen* oder aber als *Mosaikanzeigen* auf. Bei den Sieben-Segment-Anzeigen wird jede Ziffer als Kombination von sieben möglichen Leuchtbalken dargestellt, wohingegen die Mosaikschrift jede Ziffer aus maximal $5 \cdot 7 = 35$ Leuchtpunkten zusammensetzt. Die *Leuchtdioden* besitzen eine relativ hohe Lebensdauer (etwa 100 000 Betriebsstunden) und sind unempfindlich gegen Erschütterungen. Sie leuchten in der Regel rot, haben jedoch häufig den Nachteil, daß sie bei starkem Außenlicht schlecht lesbar sind.

Aus diesem Grunde werden auch *Fluoreszenz-Anzeigeröhren* verwendet. Diese Anzeigen leuchten grün und können relativ groß hergestellt werden. Sie sind damit jederzeit gut lesbar, haben aber den großen Nachteil, daß sie sehr stoßempfindlich sind und daß ihre Lebensdauer im Durchschnitt 10 000 Betriebsstunden nicht überschreitet. Außerdem haben sie etwa den doppelten Stromverbrauch wie die Leuchtdioden-Anzeigen.

Um den Stromverbrauch herabzusetzen, besitzen manche Rechner eine sogenannte *Sparautomatik*: die Anzeige erlischt nach einigen Sekunden völlig, bzw. es bleibt nur die letzte Stelle der Anzeige sichtbar.

Einige *Formen der Zahlendarstellung*, wie sie bei Taschenrechnern gebräuchlich sind, zeigt Bild 7.

2.3.5. Speicher

Bei umfangreicheren Aufgaben treten stets *Zwischenergebnisse* auf, die auf einem Blatt Papier festgehalten und bei Bedarf stets wieder neu in den Rechner eingegeben werden müssen, sofern dieser keinen Speicher besitzt.

Speicher dienen dazu, derartige Zwischenergebnisse oder immer wieder benötigte Konstanten durch einen Tastendruck beliebig aufzubewahren, zu speichern. Mit Hilfe einer zweiten Taste können diese gespeicherten Zahlenwerte jederzeit wieder aufgerufen werden.

Einfache Rechner haben in der Regel keinen oder nur einen Speicher, während kompliziertere Modelle auch mehrere Speicher besitzen können.

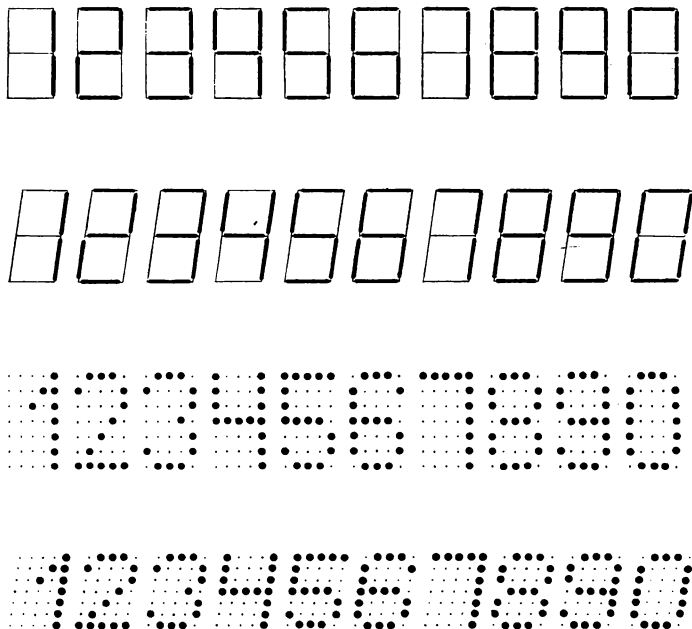


Bild 7. Verschiedene Arten der Zahlendarstellung in der
Zahlenanzeige elektronischer Taschenrechner

Man unterscheidet

- einfache Speicher
- rechnende Speicher und
- adressierbare Speicher.

Einfache Speicher sind erkennbar an der Taste

M (memory).

Bei ihnen wird durch Tastendruck auf die Taste M der Inhalt des Eingaberegisters X in den Speicher übertragen. Sollte sich im Speicher bereits ein anderer Zahlenwert befinden, so wird dieser alte Wert beim Neueinspeichern „überschrieben“ und geht für die weitere Rechnung verloren.

Der *Abruf des Speicherinhaltes* geschieht mit Hilfe der Taste

MR (memory recall) oder

RM (recall memory).

Wird diese Taste gedrückt, so wird der *Speicherinhalt in das Eingaberegister X übertragen, bleibt aber außerdem weiterhin im Speicher erhalten*. Das bedeutet, daß eine einmal gespeicherte Zahl so lange *beliebig oft* aufgerufen und für weitere Rechnungen verwendet werden kann, solange sie nicht durch einen neuen Zahlenwert überschrieben worden ist.

Rechnende Speicher sind erkennbar an den Tasten

$M +$ · $M -$ $M \times$ $M \div$,

wobei entweder nur die erste oder die erste und die zweite oder bei teuren Rechnern alle vier Tasten vorhanden sein können. Die Wirkungsweise der rechnenden Speicher unterscheidet sich von der einfachen: Wird die Taste $M +$ gedrückt, so wird *der Inhalt des Eingaberegisters X zum bisherigen Speicherinhalt addiert*, bei der zweiten Taste wird der Registerinhalt von X vom Speicherinhalt *subtrahiert*, bei den letzten beiden Tasten wird der bisherige Speicherinhalt mit dem Inhalt des Eingaberegisters X *multipliziert* bzw. *dividiert*.

Ist also beispielsweise der Inhalt des Speichers der Wert 30, während im Eingaberegister X die Zahl 5 steht, so ändert sich der Speicherinhalt nach dem Druck auf die Taste $M +$ auf 35 ($= 30 + 5$). Hätte man dagegen die $M -$ -Taste gedrückt, so wäre der neue Speicherinhalt 25. Bei Verwendung der Taste $M \times$ hätte man 150 ($= 30 \cdot 5$) erhalten und beim Drücken der Taste $M \div$ den Wert 6 ($= 30 : 5$).

Einige Rechner besitzen auch eine besonders für statistische Berechnungen (Ermittlung der Streuung) wichtige Taste

$M + X^2$

Beim Drücken dieser Taste wäre unter den gleichen Anfangsbedingungen wie im letzten Beispiel der Wert 55 ($= 30 + 5^2$) eingespeichert worden.

Da durch alle fünf Tasten in ein und denselben Speicher eingespeichert wird, erfolgt der *Speicheraufruf* wie bei den einfachen Speichern mit Hilfe der Taste **MR**. Auch hier wird der Speicherinhalt in das Eingaberegister X übertragen, bleibt aber gleichzeitig im Speicher erhalten.

Zum Löschen des Speicherinhaltes ist eine Speicher-Lösch-Taste

CM (clear memory)

vorhanden.

Ähnlich wie beim Register-Austausch gibt es auch für die Speicher die Möglichkeit, den Inhalt des Speichers mit dem Inhalt des Eingaberegisters X auszutauschen. Man benutzt dazu die Taste für den *Speicher-Register-Austausch*

M ↔ X

Rechner mit hohem Bedienungskomfort besitzen nicht nur einen, sondern mehrere Speicher. Es gibt Rechner, die drei, fünf, ja sogar zehn verschiedene Speicher haben.

Damit jeder dieser Speicher gesondert aufgerufen werden kann, um in ihn neue Werte einzuspeichern bzw. um aus ihm den augenblicklichen Speicherinhalt abzurufen, werden diese Speicher von 0 bis N (N Anzahl der vorhandenen Speicher) durchgehend numeriert. Man sagt, der Speicher erhält eine *Adresse*, und spricht daher von *adressierbaren Speichern*.

Um *eine im Eingaberegister X befindliche Zahl im Speicher mit der Adresse n abspeichern* zu können, ist auf Rechnern mit mehreren adressierbaren Speichern die Tastenfolge

STO **n** ($n = 0, 1, 2, \dots, N$)

zu betätigen. (Die Bezeichnung STO kommt von store (engl.) Speicher.)

Soll *aus dem Speicher mit der Adresse n die dort befindliche Zahl in das Eingaberegister X übertragen* werden, so ist die Tastenfolge

RCL **n** ($n = 0, 1, 2, \dots, N$)

zu drücken. (Die Bezeichnung RCL ist die Abkürzung für recall (engl.) Wiederaufruf.)

Schließlich kann der *Inhalt des Speichers mit der Adresse n* durch die Tastenfolge

$$\boxed{\text{CL}} \quad \boxed{n} \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N)$$

gelöscht werden. (CL ist die Abkürzung für clear (engl.) sauber.)

Als wesentlicher Hinweis für die Benutzung von Rechnern mit mehreren adressierbaren Speichern soll bereits hier erwähnt werden, daß während des gesamten Ablaufs einer komplizierteren Berechnung *ständig der Überblick darüber* bestehen muß, *welche der verwendeten Größen in welchem Speicher* untergebracht worden ist. Geht dieser Überblick verloren, so kann kein richtiges Ergebnis mehr garantiert werden.

2.3.6. Stromversorgung

Ein wesentlicher Vorteil der elektronischen Taschenrechner besteht u.a. darin, daß sie *unabhängig vom elektrischen Stromnetz* betrieben werden können. Taschenrechner müssen daher mit einer Stromquelle ausgerüstet sein, die wenig Platz einnimmt, leicht ist und schließlich eine ausreichend lange Betriebszeit des Rechners garantiert.

Hierfür eignen sich besonders *Trockenbatterien* (Mignon-Zellen mit einer Spannung von 1,5 Volt), die je nach dem Taschenrechner-Modell in Gruppen von 2, 3 oder 4 Batterien gut untergebracht werden können. Diese Trockenbatterien sind überall erhältlich und eignen sich daher besonders gut für die Stromversorgung eines Taschenrechners.

Einige Taschenrechner-Modelle verwenden zur Stromversorgung *aufladbare Nickel-Kadmium-Zellen*.

Schließlich ist bei fast allen Taschenrechnern neben dem netzunabhängigen Batterie-Betrieb auch ein *unmittelbarer Anschluß an das elektrische Netz* möglich. Man braucht dazu nur ein entsprechendes *Netzanschlußgerät*. Der Netzbetrieb des Taschenrechners sollte stets dann bevorzugt werden, wenn man am Schreibtisch arbeitet, denn der Netzanschluß ist die billigste Betriebsweise eines Taschenrechners.

Bei Batteriebetrieb sollte man in regelmäßigen Abständen überprüfen, ob die Batteriespannung noch hoch genug ist.

Bei zu geringer Spannung können nämlich die Rechenergebnisse verfälscht werden.

Als Testrechnung empfiehlt sich die Multiplikationsaufgabe

$$1,2345679 \cdot 7,2$$

bei der bei ordnungsgemäß geladenen Batterien das Ergebnis

$$8,888\ 888\ 8$$

erscheinen muß.

(Die Zahl 8,888 888 8 eignet sich insofern besonders zur Überprüfung der Batteriespannung, als bei ihr alle verfügbaren Segmente der Zahlenanzeige angesprochen werden und demzufolge bei Störungen in der Stromversorgung zuerst Fehlanzeigen auftreten würden.)

2.3.7. Erhöhter Bedienkomfort bei einigen Taschenrechner-Modellen

In diesem Abschnitt sollen einige Besonderheiten angeführt werden, die die Arbeit mit einem Taschenrechner weiter erleichtern und rationalisieren können, wenn die entsprechenden Bedienungstasten vorhanden sind.

Bei wissenschaftlichen Berechnungen gibt es *konstante Werte*, die immer wieder verwendet werden müssen. Dazu gehören Zahlen wie $\pi = 3,14159\dots$, $e = 2,718281828\dots$, $g = 9,806\dots \text{m/s}^2$ usw. (vgl. Anhang 4). Bei umfangreichen Rechnungen, in denen derartige Zahlenwerte mehrfach auftreten, müßte man diese mehrstelligen Zahlen jedes Mal wieder neu in den Rechner eintasten, bzw. man könnte sie in einem Speicher unterbringen, womit dieser Speicher aber für anderweitige Zwischenergebnisse der Rechnung blockiert wäre. Aus diesem Grunde besitzen viele Rechner sogenannte *Konstantentasten*, mit deren Hilfe die jeweiligen Zahlenwerte mit einem einzigen Tastendruck sofort in das Eingaberegister X übertragen werden können. Konstantentasten für die Zahl π sind auf sehr vielen Rechner-Modellen vorhanden, während die Konstantentasten für andere wichtige Zahlenwerte meist nur auf Rechnern zu finden sind, die für bestimmte Spezialzwecke entwickelt worden sind. Fast alle Rechnertypen, auch die einfachsten, enthalten eine

der folgenden Tasten:



oder



oder



(change sign),

durch die der *Vorzeichenwechsel* bei der im Eingaberegister X befindlichen Zahl veranlaßt wird. Bei Rechnern, die mit Gleitkommazahlen arbeiten, kann mit dieser Taste auch das Vorzeichen des Exponenten festgelegt werden.

Mit Hilfe der *Prozenttaste*



wird unmittelbar der hundertste Teil der im Eingaberegister X befindlichen Zahl ermittelt. Wird ein anderer Prozentsatz als 1 % benötigt, beispielsweise $p\%$, so braucht der erhaltene Wert anschließend nur noch mit dem entsprechenden Prozentsatz p multipliziert zu werden.

Potenzen mit ganzzahligen positiven Exponenten lassen sich durch mehrmaliges Multiplizieren, *Potenzen* mit ganzzahligen negativen Exponenten durch wiederholtes Dividieren mit jedem Taschenrechner berechnen. Für *Potenzen mit beliebigen* (also auch gebrochenen) *Exponenten* steht bei zahlreichen wissenschaftlichen Rechnern die Taste



zur Verfügung. Hier wird mit Hilfe einer fest verdrahteten Schaltung der Potenzwert y^x über die Beziehung

$$y^x = e^{x \cdot \ln y}$$

gewonnen. Da hierbei sowohl der Logarithmus der Grundzahl gebildet werden muß als auch anschließend noch ein Wert der Exponentialfunktion, kann es ohne weiteres vorkommen, daß statt des genauen Wertes 8 für die Potenz 2^3 der Wert 7,9999999 ausgegeben wird. Derartige *Rundungsfehler* lassen sich bei komplizierteren Funktionen, wie das hier der Fall ist, kaum vollständig vermeiden.

Mit Hilfe der Taste  lassen sich natürlich auch *Wurzeln* berechnen, wenn man beachtet, daß

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

ist, wobei der Exponent $1/n$ gegebenenfalls mit Hilfe der *Kehrwerttaste* ermittelt werden muß.

Im allgemeinen rechnet jeder Taschenrechner alle Aufgaben

im Bereich derjenigen Stellenzahl aus, die ihm zur Verfügung steht. So liefert ein sechsstelliger Rechner bei der Multiplikationsaufgabe $3,17 \cdot 8,21$ das stellen- und ziffernmäßig richtige Ergebnis 26,0257. In vielen Fällen würde aber eine *Genauigkeit des Ergebnisses* auf zwei Stellen nach dem Komma vollkommen ausreichen. Daher besitzen zahlreiche Rechner eine *Stellenzahlautomatik*, mit deren Hilfe von vornherein festgelegt werden kann, auf wieviel Stellen nach dem Komma das Ergebnis genau berechnet und ausgegeben werden soll. Diese Stellenzahlautomatik ist häufig in Form eines zusätzlichen Schalters am Rechner angebracht, an dem vorprogrammierte Stellenzahlen nach dem Komma eingestellt werden können. Ein derartiger Schalter ist in der rechten oberen Ecke des Rechners zu erkennen, der im Bild 8 dargestellt ist. Mit ihm können z.B. zwei- und vier-

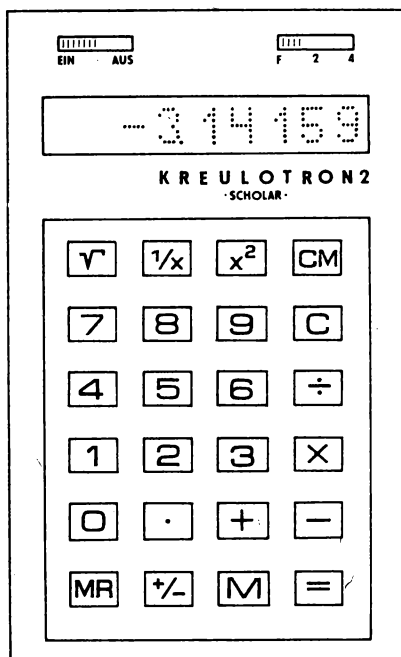


Bild 8. Elektronischer Taschenrechner mit einem einfachen Speicher und mit einfachen Funktionen

stellige Ergebnisse nach dem Komma eingestellt werden. Steht der Schalter in der Stellung F, so wird die gesamte zur Verfügung stehende Stellenzahl des Rechners ausgenutzt.

Andere Rechnertypen gestatten es, die Stellenzahl nach dem Komma völlig frei zu wählen. Bei ihnen ist dann eine Taste

FIX

vorhanden, die stets gemeinsam mit einer Zifferntaste entsprechend der gewünschten Stellenzahl gedrückt werden muß. Will man beispielsweise das Ergebnis einer *Rechnung auf n Stellen hinter dem Komma genau* haben, so ist die Tastenfolge

FIX **n**

zu drücken.

Es gibt sehr viele Aufgabenarten, bei denen sogenannte *Serienrechnungen* durchgeführt werden müssen. Man versteht darunter solche Rechnungen, bei denen variable Größen entweder immer wieder mit der gleichen Zahl multipliziert oder durch die gleiche Zahl dividiert werden müssen, bei denen zu variablen Größen immer wieder der gleiche Wert hinzuzufügen ist, also Aufgaben der Art

$$x + k, \quad x - k, \quad x \cdot k \quad \text{oder} \quad x : k,$$

wobei sich x ständig ändern kann, während k konstant bleibt. Sind derartige Aufgabentypen in unmittelbarer Aufeinanderfolge zu bearbeiten, so bedeutet dies, daß der Wert k bei jeder Rechnung neu eingetastet werden muß. Um diese ständig wiederkehrende Arbeit zu vermeiden, besitzen viele Rechner eine sogenannte *Konstantenautomatik*, die in Form einer *Konstantentaste* **K** oder eines *Konstantenschalters* ausgeführt ist. Bei einigen modernen Rechnern werden die Konstanten sogar automatisch gebildet.

Da die Art der Konstantenbehandlung beim Vorhandensein einer Konstantenautomatik bei den einzelnen Rechner-Modellen ganz unterschiedlich gehandhabt wird (manche Rechner betrachten den ersten Operanden als konstant, andere den zweiten, bei einigen Rechnern bezieht sich die Konstantenbehandlung nur auf eine Rechenoperation, bei

anderen auf sämtliche Operationen usw.), wird empfohlen, die Gebrauchsanleitung des jeweils vorhandenen Rechner-typs genauestens zu studieren, um die Möglichkeiten, die die Konstantenautomatik bietet, *voll ausnutzen* zu können.

Eine abschließende Bemerkung muß noch zu den *Funktions-tasten* gemacht werden, mit deren Hilfe die *Funktionswerte mathematischer Funktionen* berechnet werden können. Der *Definitionsbereich* einiger mathematischer Funktionen ist begrenzt. So ist der Logarithmus nur für positive Argumente erklärt, Wurzeln dürfen nur für Radikanden x mit $x \geq 0$ gezogen werden usw. Bei vielen Rechnern werden diese Einschränkungen des Definitionsbereiches berücksichtigt, und es entstehen dann *Fehlermeldungen* durch den Rechner, wenn unerlaubte Argumente verwendet werden. Es gibt jedoch auch Rechner-Modelle, die Funktionswerte auch dann ermitteln, wenn Argumente eingesetzt werden, die außerhalb des Definitionsbereiches liegen. Auf diese Weise entstehen falsche Ergebnisse (beispielsweise $\sqrt{-2} = -1,414$), die den Wert einer umfangreicheren Rechnung zwangsläufig in Frage stellen. — Es wird daher dringend empfohlen, sich beim Erwerb eines neuen Rechners in der Gebrauchsanleitung oder durch *Testrechnungen* davon zu überzeugen, ob diese Funktionen ordnungsgemäß berechnet werden. Folgende Tests sind angebracht:

Zum *Test der Wurzeltaste*: Die Wurzel aus einer negativen Zahl muß zu einer Fehlermeldung führen.

Zum *Test der verschiedenen Logarithmusfunktionen* $\ln x$, $\lg x$ und $\text{ld } x$: Der Logarithmus von Null sowie die Logarithmen von negativen Zahlen müssen zu Fehlermeldungen führen.

Zum *Test der Taste* $\boxed{Y^X}$: Die Anwendung der Funktion Y^X muß für negatives Y zu einer Fehlermeldung führen, wenn X keine ganze Zahl ist.
(Im allgemeinen wird sogar eine Fehlermeldung ausgegeben, wenn X ganzzahlig ist, da die Funktion Y^X , wie bereits beschrieben, mit Hilfe der Logarithmus- und der Exponentialfunktion berechnet wird.)

Zum *Test der Taste* $\boxed{1/x}$: Für $x = 0$ muß „Zahlenüberlauf“ gemeldet werden.

2.3.8. Verhalten bei Störungen im Rechenbetrieb

Elektronische Taschenrechner sind Geräte, die sich – pflegliche Behandlung vorausgesetzt – durch eine sehr *hohe Betriebssicherheit* auszeichnen. Sollte dennoch ein Mangel oder ein Fehler an einem Rechner auftreten, so sollte man **keinesfalls** versuchen, ihn durch eigenhändige Eingriffe selbst beheben zu wollen.

Nicht ordnungsgemäß arbeitende Taschenrechner gehören zur Reparatur in die Hand eines Fachmannes!

3. Zur Rechengenauigkeit elektronischer Taschenrechner

3.1. Zahlendarstellung und Zahlenbereiche

Bei elektronischen Taschenrechnern werden zwei unterschiedliche *Arten der Zahlendarstellung* verwendet:

- die Festkommadarstellung und
- die Gleitkommadarstellung.

Unabhängig davon, welche dieser beiden Darstellungsarten bei einem bestimmten Rechner verwendet wird, gilt grundsätzlich für die *Eingabe von Zahlenwerten*:

Alle Zahlen werden ziffernweise einschließlich des Dezimalpunktes genau so eingetastet, wie man sie auch schreiben würde.

Die ziffernweise Eingabe einer Zahl wird dann abgeschlossen, wenn eine Operationstaste, eine Funktionstaste, die Ergebnistaste oder bei Rechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation die Taste **ENTER** gedrückt wird.

Die Umwandlung einer auf diese Weise eingegebenen Zahl in die vom Rechner benötigte *interne Zahlendarstellung* wird vom Rechner automatisch durchgeführt.

Bei der **Festkommadarstellung einer Zahl** wird der Dezimalpunkt an der Stelle gesetzt, an der er entsprechend der Aufgabenstellung bzw. entsprechend dem Ergebnis einer Rechnung stehen muß. So sind die Zahlen

25,123 3,14159 0,00127 – 0,000001

Beispiele für Zahlen in Festkommadarstellung.

Es hat sich eingebürgert, daß bei der Festkommadarstellung von Zahlen, die betragsmäßig kleiner als 1 sind, die *Null vor dem Dezimalpunkt weggelassen* werden darf. Aus diesem Grunde dürfen die beiden letzten Zahlen auch in der Form

.00127 –.000001

eingegeben werden, und sie erscheinen auch in dieser Weise in der Ergebnisanzeige des Rechners.

Jeder Rechner, der mit Zahlen in der Festkommadarstellung arbeitet, besitzt *eine für ihn charakteristische Stellenzahl*, die bei der Eingabe und im Verlauf von Rechnungen nicht überschritten werden darf. So gibt es „sechsstellige“, „achtstellige“ und „zehnstellige“ Rechner.

Will man daher in einen sechsstelligen Rechner die Zahl 12345678 eingeben oder entsteht diese Zahl im Lauf einer Rechnung als Ergebnis, so kann dieses Ergebnis nicht im Rechenregister des Rechners untergebracht werden. Es entsteht ein *Überlauf*, der bei einigen Rechnern durch ein *Sonderzeichen* wie z. B. $\neg$ oder] u. a. m., bei anderen durch einen *Punkt hinter jeder Ziffer* der in der *Zahlenanzeige* sichtbaren Zahl kenntlich gemacht wird.

In ähnlicher Weise liefert ein sechsstellig arbeitender Rechner bei der Multiplikationsaufgabe $0,0001 \cdot 0,0001$ das Ergebnis 0, weil für das richtige Ergebnis 0,00000001 im Rechenregister nicht ausreichend Platz zur Verfügung steht. Mit derartigen unliebsamen Erscheinungen muß man beim Rechnen mit Taschenrechnern, die mit einer begrenzten Stellenzahl und mit Festkommadarstellung arbeiten, immer rechnen. Einfache *Überschlagsrechnungen* und in der Folge davon ein anderer Rechenweg können dazu beitragen, daß derartige Pannen vermieden werden.

Zahlenbereich bei Rechnern mit Festkommadarstellung

Art der Zahlendarstellung	Zahlenbereich (Absolutwerte)	
	von	bis
sechsstellig, mit Null vor dem Komma	0,00001	999 999
sechsstellig, ohne Null vor dem Komma	,000001	999 999
achtstellig, mit Null vor dem Komma	0,0000001	99 999 999 (2)
achtstellig, ohne Null vor dem Komma	,00000001	99 999 999
zehnstellig, mit Null vor dem Komma	0,000000001	9 999 999 999
zehnstellig, ohne Null vor dem Komma	,0000000001	9 999 999 999

Da die hier angegebenen Zahlenbereiche für viele wissenschaftliche Berechnungen nicht ausreichen, andererseits aber die Stellenzahl eines Taschenrechners nicht beliebig weit erhöht werden kann (der Stellenzahl sind durch die Ausmaße des Rechners Grenzen gesetzt), verwenden komfortablere Rechner neben der Festkommadarstellung von Zahlen auch noch die *Gleitkommadarstellung*. Bei der **Gleitkommadarstellung einer Zahl** z wird diese in der Form

$$\boxed{z = m \cdot 10^e} \quad (3)$$

dargestellt, wobei

m die Mantisse und

e den Exponenten

der Gleitkommadarstellung von z bedeuten.

Für die *Mantisse* stehen in den Taschenrechnern meist acht oder zehn Stellen zur Verfügung, während der *Exponent* stets zweistellig sein darf. Hinzu treten in beiden Fällen noch die Vorzeichen, die weggelassen werden dürfen, sofern es sich um positive Vorzeichen handelt, die jedoch mit angegeben werden müssen, sofern sie negativ sind.

In der Zahlenanzeige des Rechners erscheinen Mantisse und Exponent *unmittelbar nebeneinander* (bei einigen Rechnern wird der Exponent durch eine etwas verkleinerte Zahlenform von der Mantisse abgehoben), so daß die in der Zahlenanzeige als

$$- 1.2345678 \ 06$$

erscheinende Zahl als

$$- 1,2345678 \cdot 10^6 = - 1234567,8,$$

die in der Zahlenanzeige als

$$1.2345678 - 06$$

erscheinende Zahl dagegen als

$$1,2345678 \cdot 10^{-6} = 0,0000012345678$$

gedeutet werden muß.

Die Gleitkommazahlen werden vom Rechner stets *normiert* ausgegeben, wobei die „Normierung“ bei einigen Rechnern

so vorgenommen wird, daß der Dezimalpunkt wie in den obigen beiden Beispielen hinter der ersten Stelle der Mantisse steht, während bei anderen Rechnern der Dezimalpunkt unmittelbar vor der ersten von Null verschiedenen Ziffer der Mantisse untergebracht wird. Gleitkommazahlen können wie gewöhnliche Zahlen ziffernweise in den Rechner eingegeben werden, wenn sie innerhalb des erlaubten Zahlenbereichs für Festkommazahlen liegen, der ja abhängig ist von der Stellenzahl des Rechners. Sie werden dann für die weitere Bearbeitung innerhalb des Rechners automatisch in Gleitkommazahlen umgewandelt.

Tastet man also beispielsweise die Zahl $-21,075$ ziffernweise ein:

— 2 1 . 0 7 5,

so wird sie danach innerhalb des Rechners (bei 8stelliger Mantisse und Dezimalpunkt hinter der ersten Mantissenstelle) in der Form

$-2.1075000\ 01$

weiterverarbeitet und erscheint auch so in der Zahlenanzeige.

Gleitkommazahlen, die den zulässigen Zahlenbereich der Festkommazahlen eines Rechners über- bzw. unterschreiten, müssen dagegen von vornherein als Gleitkommazahlen eingegeben werden, denn für eine „normale“ Zahleneingabe reicht ja die zur Verfügung stehende Stellenzahl des Rechners nicht aus. Dabei muß *zuerst die Mantisse* ziffernweise eingetastet werden *und danach der Exponent*, wobei vor dem Exponenten die Taste

EE bzw. EX bzw. EEX bzw. EXP

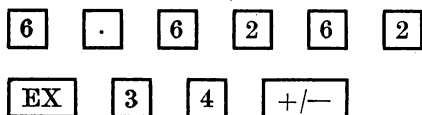
gedrückt werden muß.

Zur Eingabe des Zahlenwertes der BOLTZMANN-Konstanten $k = 1,38066 \cdot 10^{-23}$ J/K müßte demnach die Tastenfolge

1 . 3 8 0 6 6
EX 2 3 +/-

betätigt werden, während zur Eingabe des Zahlenwertes des PLANCKschen Wirkungsquantums $h = 6,6262 \cdot 10^{-34}$ Js die

Tastenfolge



gedrückt werden muß.

Bei den folgenden Beispielen seien einige in der Zahlenanzeige eines Rechners erscheinende Gleitkommazahlen der „normalen Schreibweise“ dieser Zahlen gegenübergestellt:

- a) achtstellige Mantisse, Dezimalpunkt hinter der ersten Stelle der Mantisse:

Gleitkommadarstellung	„normale“ Zahlendarstellung
— 1.0000000 — 02	— 0,01
1.0002003 05	100 020,03
4.5634200 00	4,563 42

- b) achtstellige Mantisse, Dezimalpunkt vor der Mantisse:

Gleitkommadarstellung	„normale“ Zahlendarstellung
— .10000000 — 02	— 0,001
.10002003 05	10 002,003
— .31415906 01	— 3,141 5906

- c) zehnstellige Mantisse, Dezimalpunkt hinter der ersten Stelle der Mantisse:

Gleitkommadarstellung	„normale“ Zahlendarstellung
1.234567890 03	1 234,567 89
— 1.234567890 — 04	— 0,000 123 456 789
1.000000000 — 98	10^{-98}

- d) zehnstellige Mantisse, Dezimalpunkt vor Mantisse:

Gleitkommadarstellung	„normale“ Zahlendarstellung
.1000000000 — 04	0,00001
— .9876543210 06	— 987 654,321
.0000000000 00	0

Es ist einleuchtend, daß der mit Hilfe von Gleitkommazahlen verfügbare Zahlenbereich wesentlich umfangreicher sein muß als der Zahlenbereich, der bei Festkommazahlen zur Verfügung steht.

Zahlenbereich bei Rechnern mit Gleitkommadarstellung

Art der Zahlendarstellung	Zahlenbereich (Absolutwerte)	
	von	bis
Dezimalpunkt vor der sechsstelligen Mantisse	10^{-100}	$,999\,999 \cdot 10^{99}$
Dezimalpunkt hinter der ersten Stelle der sechsstelligen Mantisse	10^{-99}	$9,999\,99 \cdot 10^{99}$
Dezimalpunkt vor der achttstelligen Mantisse	10^{-100}	$,999\,999\,99 \cdot 10^{99}$ (4)
Dezimalpunkt hinter der ersten Stelle der achttstelligen Mantisse	10^{-99}	$9,999\,999\,9 \cdot 10^{99}$
Dezimalpunkt vor der zehnstelligen Mantisse	10^{-100}	$,999\,999\,999\,9 \cdot 10^{99}$
Dezimalpunkt hinter der ersten Stelle der zehnstelligen Mantisse	10^{-99}	$9,999\,999\,999 \cdot 10^{99}$

Zu beachten ist dabei jedoch, daß trotz des sehr großen zur Verfügung stehenden Zahlenbereichs auch bei der Gleitkommadarstellung *von jeder Zahl nur 8 bzw. 10 Stellen der Mantisse erfaßt* werden können und daß jede über diese Stellenzahl hinausgehende Ziffer einer Zahl automatisch verloren geht. Bei einigen Rechnertypen wird dabei nach den üblichen Rundungsregeln gerundet (*Rundungsautomatik*), während andere Rechnertypen von der 9. bzw. der 11. Stelle an einfach *die folgenden Ziffern abschneiden*, ohne dabei zu runden.

So würden beispielsweise von der Zahl

1,732056306782149365

in der Zahlenanzeige bei einem Rechner mit zehnstelliger Mantisse und dem Komma vor der Mantisse nur die Ziffern

.1732056306 01

erscheinen, wenn der Rechner keine Rundungsautomatik besitzt. Ist eine Rundungsautomatik vorhanden, so würde die Zahl

.1732056307 01

sichtbar werden.

Das unter der Festkommadarstellung von Zahlen angeführte und dort bei einem sechsstelligen Rechner zu einem falschen Ergebnis führende Beispiel

$$0,0001 \cdot 0,0001$$

wird bei einem Rechner mit Gleitkommadarstellung richtig gelöst. Er würde das Ergebnis

$$.1000000000 - 07$$

ausgeben.

3.2. Kann man sich auf die Ergebnisse seines Taschenrechners verlassen?

Alle modernen Taschenrechner sind so konstruiert, daß die Ergebnisse, die aus den vier Grundrechenarten hervorgehen, so genau ermittelt werden, daß eine Abweichung vom wahren Wert der Rechnung höchstens in der letzten Stelle der Zahlenanzeige auftreten kann. Dies wurde dadurch erreicht, daß im Innern des Rechners meist mit mehr Stellen gearbeitet wird, als durch die Zahlenanzeige nach außen ausgewiesen wird.

Daraus folgt, daß Rechnungen, bei denen nur die vier Grundrechenarten verwendet wurden, ohne Bedenken mit einem Taschenrechner ausgeführt werden können, sofern nicht Zahlen verwendet werden, die sich in ihrer Größenordnung wesentlich voneinander unterscheiden.

Anders liegen die Dinge, wenn *Funktionstasten zur Berechnung der Werte mathematischer Funktionen* benutzt werden. Diese Funktionswerte berechnet der Rechner mit Hilfe fest verdrahteter Schaltungen selbst, und zwar werden meist Rechenverfahren angewandt, denen *Reihenentwicklungen oder Iterationsverfahren* zugrunde liegen. Hier können *Rundungsfehler* auftreten, die sich in der letzten, ja sogar in der vorletzten Stelle des Anzeigebereiches bemerkbar machen. Diese Rundungsfehler würden sich nur mit einem wesentlich erhöhten technischen Aufwand bei der Konstruktion des Taschenrechners vermeiden lassen. – Man sollte sie jedoch auch keinesfalls überbewerten, denn vor dem Einsatz elektronischer Rechner mußte man die Funktionswerte mathematischer Funktionen aus Tabellen entnehmen, die meist vier-, manchmal fünf- und in seltenen Fällen sieben-

stellig waren. Ein Taschenrechner mit achtstelliger Mantissee liefert demnach mindestens ebenso genaue Funktionswerte wie eine siebenstellige Logarithmentafel.

Besondere Vorsicht muß man bei der Benutzung elektronischer Taschenrechner walten lassen, wenn man mit Zahlen zu rechnen hat, die sich in ihrer Größenordnung wesentlich voneinander unterscheiden.

Zwei Beispiele sollen dies illustrieren:

1. Es ist

$$1234567890 + 0,00987654321 = 1234567890,00987654321.$$

Selbst ein sehr genauer Taschenrechner mit Gleitkommazahlen (10stellige Mantissee) liefert bei dieser Addition als Ergebnis nur den ersten Summanden 1234567890, weil in seinen Registern nur diese 10 Ziffern Platz finden.

2. Addiert man bei einem achtstelligen Taschenrechner mit Gleitkommadarstellung ausgehend von der Zahl 99999991 fortlaufend eine 2 hinzu, so erhält man der Reihe nach folgende Ergebnisse:

9.999999 3 07
9.999999 5 07
9.999999 7 07
9.999999 9 07
1.000000 0 08 \

und von dieser Stelle an erscheint dann immer wieder das gleiche Ergebnis

1.000000 0 08,

gleichgültig, wie oft man den Summanden 2 noch hinzufügen mag. Dies liegt daran, daß beim Übergang von 99999999 zum nächsten Wert 100000001 die zur Verfügung stehenden acht Ziffern der Mantissee überschritten werden. Der Rechner ist nicht in der Lage, die neunte Stelle unterzubringen; er schneidet daher die letzte Stelle ab, und trotz weiterer Versuche, das Ergebnis wiederum um 2 zu erhöhen, bleibt in der Ergebnisanzeige der konstante Wert 1.000000 0 08 bestehen.

Anmerkung: Die Gleitkommadarstellung wurde in beiden Beispielen bewußt vorausgesetzt, weil ja bei Rechnern, die nur mit Festkommazahlen arbeiten, ohnehin ein „Überlauf“ eingetreten wäre. Bei Rechnern mit Gleitkommadarstellung entfällt dieser Überlauf wegen des wesentlich erweiterten Zahlenbereichs. Trotzdem muß mit derartigen unliebsamen Erscheinungen beim Rechnen mit Zahlen von wesentlich voneinander verschiedenen Größenordnungen gerechnet werden.

Glücklicherweise treten solche Fälle, in denen die Stellenzahl eines Rechners nicht ausreicht, um gesicherte Ergebnisse zu

erhalten, relativ selten auf. Jeder Nutzer eines elektronischen Rechners muß sich aber stets darüber im klaren sein, daß man seinen Rechner — auch wenn er über den umfangreichen Zahlenbereich bei der Gleitkommadarstellung verfügt — *nicht gedankenlos und schematisch verwenden darf, sondern daß man alle Rechnungen stets kritisch verfolgen muß*, vor allem dann, wenn in einer Aufgabe gleichzeitig sehr große und sehr kleine Zahlenwerte auftreten.

Schließlich sei noch davor gewarnt, die Rechenergebnisse seines vielleicht zehnstelligen Zahlenrechners in jedem Fall im vollen Umfang zu verwenden.

Man sollte sich bei jeder Aufgabe gründlich überlegen, bis zu welcher Stelle hinter dem Komma das Ergebnis sinnvoll ist.

Wenn jemand beispielsweise den Inhalt eines Gefäßes mit $250,378\,4602\text{ cm}^3$ angibt, nur weil sein Rechner diese zehn Ziffern ausgegeben hat, so hat er damit höchstens bewiesen, daß er in der Lage ist, mathematische Formeln richtig anzuwenden und seinen Taschenrechner ordnungsgemäß zu bedienen (sofern der ermittelte Zahlenwert richtig berechnet wurde). Er ist aber absolut nicht in der Lage, das von ihm ermittelte *Ergebnis kritisch einzuschätzen*. Doch gerade das ist mindestens ebenso wichtig wie die formale Handhabung mathematischer Gesetzmäßigkeiten und die sachgemäße Benutzung von Rechenhilfsmitteln.

Besonders die letzte Bemerkung sollte für jeden Anlaß sein, sich stets an den folgenden *Grundsatz* zu erinnern:

Auch das modernste und teuerste Rechenhilfsmittel enthebt den Menschen nicht von seiner Pflicht, sich stets seines Verstandes zu bedienen. Die Rechenhilfsmittel erleichtern ihm zwar das reine Zahlenrechnen und nehmen ihm damit einen großen Teil der zeitraubenden und unproduktiven Tätigkeit des Summierens, Multiplizierens usw. ab.

Die dadurch gewonnene Zeit sollte man stets dazu nutzen, die durchgeführten Rechnungen kritisch zu beleuchten und zu kontrollieren und nach anderen, besseren Lösungswegen zu suchen.

3.3. Testbeispiele zur Feststellung wichtiger Eigenschaften eines Taschenrechners

Wenn man einen Taschenrechner erstmalig in der Hand hält, kann man aus seinem Äußeren kaum erkennen, ob es sich beispielsweise um einen Rechner mit algebraischer Logik oder um einen Rechner mit algebraischer Logik und Hierarchie handelt, mit welcher Genauigkeit der Rechner bestimmte Funktionen ermittelt usw. Mit den folgenden Testbeispielen sollen Anregungen dafür gegeben werden, wie man wichtige Eigenschaften des Rechners mit relativ geringem Aufwand feststellen kann. Dabei werden zunächst einige Beispiele dafür gegeben, wie man die logische Grundstruktur eines Rechners ermitteln kann, und danach einige Testrechnungen angeführt, die über die Güte der vom Rechner durchgeführten Rechenoperationen Auskunft geben.

3.3.1. Feststellen der logischen Grundstruktur eines Rechners

Die Einordnung eines elektronischen Taschenrechners in eine der im Abschnitt 2.2. genannten Klassen ist vielfach schon vom äußeren Erscheinungsbild des Rechners her möglich.

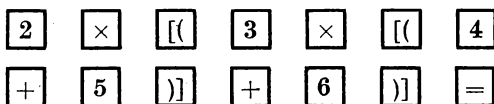
Rechner mit arithmetischer Logik besitzen die *kombinierte Additions/Ergebnistaste* $\boxed{+}$ bzw. $\boxed{+=}$, zuweilen auch eine *kombinierte Subtraktions/Ergebnistaste* $\boxed{=}$ bzw. $\boxed{-=}$.

Sind auf einem Rechner *Klammertasten* $\boxed{[($ und $\boxed{)]}$ vorhanden, so handelt es sich um einen *Rechner mit algebraischer Logik und Klammern*. Es erhebt sich nur die Frage, wie viele Klammerpaare bei ihm ineinandergeschachtelt werden dürfen. Dazu kann man sich eine Testreihe wie folgt aufbauen: Die Tastenfolge

$$\boxed{2} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{[(} \quad \boxed{3} \quad \boxed{+} \quad \boxed{4} \quad \boxed{)]} \quad \boxed{=}$$

muß das Ergebnis 14 liefern. Damit läßt sich die ordnungsgemäße Ausführung von Rechenoperationen mit *einem*

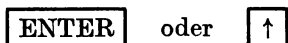
Klammerpaar überprüfen. Liefert die Tastenfolge



das Ergebnis 66, so dürfen auch *zwei* Klammern ineinandergeschachtelt werden.

Eine Erweiterung dieser Testserie auf drei und mehr Klammerpaare ist ohne Schwierigkeiten möglich.

Rechner mit Umgekehrter Polnischer Notation sind an der statt einer Ergebnistaste vorhandenen Taste



erkennbar.

Lediglich die *Rechnertypen mit algebraischer Logik mit bzw. ohne Hierarchie* sind äußerlich nicht voneinander zu unterscheiden. Hier liefert folgende einfache Testrechnung Gewißheit, ob es sich um einen Rechner mit Hierarchie handelt oder nicht:

Die Tastenfolge



liefert bei einem Rechner mit algebraischer Logik mit Hierarchie das Ergebnis 42, denn er rechnet *zuerst die beiden Produkte* $3 \cdot 4 = 12$ und $5 \cdot 6 = 30$ aus und addiert danach die beiden Zwischenergebnisse.

Handelt es sich um einen Rechner mit algebraischer Logik ohne Hierarchie, so muß bei der gleichen Tastenfolge das Ergebnis 102 angezeigt werden, denn er arbeitet die Aufgabe *von links nach rechts in der Reihenfolge des Eintastens* ab: Zunächst wird das Produkt $3 \cdot 4 = 12$ berechnet, dazu wird 5 addiert und das Zwischenergebnis 17 wird schließlich mit 6 multipliziert.

3.3.2. Feststellen der Rechengenauigkeit eines Rechners

Wie bereits an anderer Stelle festgestellt wurde, führen die elektronischen Taschenrechner die *vier Grundrechenarten im Bereich der zur Verfügung stehenden Ziffernzahl im allg.*

genau aus. Einfache Testaufgaben, um diese Behauptung nachprüfen zu können, kann jedermann selbst leicht aufstellen.

Wichtiger ist die Beantwortung der Frage, mit welcher Genauigkeit die Funktionswerte ermittelt werden, für die auf dem jeweiligen Rechner Funktionstasten vorgesehen sind. Auch hierfür sollen einige Testbeispiele als Anregung angegeben werden.

Zum Test der Kehrwerttaste gibt es zwei Möglichkeiten:

- a) Man berechne für eine beliebige mehrstellige Zahl x einmal den Kehrwert mit Hilfe der Kehrwerttaste und zum andern dadurch, daß man die Division $1:x$ ausführt. Beide Ergebnisse müssen übereinstimmen bzw. dürfen nur unerheblich voneinander abweichen. (Unerheblich abweichen heißt, daß eine Übereinstimmung der Ziffernfolge beider Ergebnisse mindestens bis in die vorletzte Stelle der Anzeige vorliegen muß.)
- b) Man nehme eine beliebige mehrstellige Zahl x und drücke zweimal nacheinander die Kehrwerttaste. Es muß die Ausgangszahl x wieder erscheinen.

Das unter b) angewandte Prinzip läßt sich wie folgt verallgemeinern:

Besitzt ein Taschenrechner neben der Taste für eine beliebige Funktion f auch eine Taste für die zugehörige Umkehrfunktion f^{-1} (Bei Doppelbelegung der Tasten ist darauf zu achten, daß gegebenenfalls die Funktionstaste **F** gedrückt werden muß!), dann muß man stets zum Ausgangswert x zurückkehren, wenn man nacheinander die Tasten für die Funktion f und für die Funktion f^{-1} betätigt. Die gleiche Erscheinung muß natürlich auch auftreten, wenn man zuerst die Funktion f^{-1} und danach die Funktion f berechnet.

Treten bei diesen Tests nur *geringfügige Abweichungen* in der letzten Stelle der Zahlenanzeige auf, so kann die Rechengenauigkeit des Taschenrechners als gut bezeichnet werden.

Verstehen wir also unter dem Symbol **ZAHL** die Eingabe eines beliebigen mehrstelligen Ausgangswertes x , so muß

nach den im folgenden angegebenen Tastenfolgen dieser Zahlenwert x wieder in der Ergebnisanzeige entstehen:

ZAHL **sin** **sin⁻¹** oder **ZAHL** **sin⁻¹** **sin**

ZAHL **cos** **cos⁻¹** oder **ZAHL** **cos⁻¹** **cos**

ZAHL **tan** **tan⁻¹** oder **ZAHL** **tan⁻¹** **tan**

ZAHL **ln** **e^x** oder **ZAHL** **e^x** **ln**

ZAHL **√** **x²** oder **ZAHL** **x²** **√**

Besitzt der Rechner keine Quadrattaste, so können die in der letzten Zeile angegebenen Testrechnungen, wie folgt durchgeführt werden:

ZAHL **√** **×** **=** oder

ZAHL **×** **=** **√**

Dabei wird vorausgesetzt, daß der Rechner eine Konstantenautomatik besitzt. Ist diese nicht vorhanden, so ist die Tastenfolge

ZAHL **√** **×** **ZAHL** **√** **=**

bzw.

ZAHL **×** **ZAHL** **=** **√**

zu drücken.

Unter der Voraussetzung, daß der Rechner eine Taste für *Potenzen mit beliebigen Exponenten* besitzt, lassen sich auch in ähnlicher Weise die Funktionen lg und ld überprüfen.

Für den Test des *dekadischen Logarithmus*:

ZAHL **lg** **M** **1** **0** **Y^x**

MR **=** oder

1 **0** **Y^x** **ZAHL** **=** **lg**

sowie für den *Zweierlogarithmus*:

ZAHL **lb** **M** **2** **Y^x** **MR** **=**

oder

2 **Y^x** **ZAHL** **=** **lb**

Auf dem trigonometrischen Satz des PYTHAGORAS $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ beruht die folgende weitere Testmöglichkeit für die *trigonometrischen Funktionen*:

ZAHL **sin** **×** **=** **M** **ZAHL** **cos**
× **+** **MR** **=**

Das Ergebnis dieser Testfolge muß die Zahl 1 sein.

3.3.3. Feststellen der Funktionssicherheit der Speicheroperationen

Im folgenden sollen die beiden Symbole **ZAHL₁** und **ZAHL₂** die Eingabe zweier beliebiger mehrstelliger Zahlen x_1 und x_2 in den Rechner charakterisieren.

Erscheint nach der Tastenfolge

ZAHL₁ **M** **CM** **ZAHL₂** **M** **C** **MR**

der Zahlenwert x_2 in der Zahlenanzeige, so ist dies ein Zeichen dafür, daß die drei *Speicheroperationen* **M** (Speichern), **CM** (Speicher löschen) und **MR** (Speicheraufruf) ordnungsgemäß arbeiten. (Der Leser sollte bei allen hier angegebenen Tastenfolgen genauestens verfolgen; welche Rechenoperationen bzw. anderen Aufgaben vom Rechner zu lösen sind.)

Erhält man nach der Tastenfolge

CM **ZAHL₁** **M** **ZAHL₂** **M** **C** **MR**

den Zahlenwert x_2 , dann besitzt der vorliegende Rechner einen *einfachen Speicher*. Entsteht dagegen als Ergebnis die Summe $x_1 + x_2$, so handelt es sich um einen *addierenden*

Speicher, für den jedoch im allgemeinen das Speichersymbol $\boxed{M +}$ verwendet wird.

Benutzt man im letzten Beispiel an den Stellen, an denen die Taste $\boxed{M}$ betätigt wird, jeweils die Taste $\boxed{M +}$, so muß als Ergebnis der Wert $x_1 + x_2$ entstehen. Erhielte man nur x_1 , dann wäre der addierende Speicher nicht in Ordnung.

Entsprechend müßte man die Werte $x_1 \cdot x_2$ bzw. x_1/x_2 erhalten, wenn man anstelle von $\boxed{M}$ jeweils die Tasten $\boxed{M \times}$ bzw. $\boxed{M \div}$ drücken würde.

Leser, die Rechner mit mehreren adressierbaren Speichern besitzen, sollten sich selbständig überlegen, wie die hier angeführten Beispiele auf ihr Gerät zugeschnitten werden müßten.

3.3.4. Abschließende Bemerkung

Im Abschnitt 3.3. wurden zahlreiche Hinweise dafür gegeben, wie bestimmte Funktionsgruppen eines elektronischen Taschenrechners auf ihre ordnungsgemäße Arbeitsweise hin überprüft werden können. Diese Anregungen erheben keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit. Sie werden sich auch nicht unmittelbar auf jeden Rechnertyp anwenden lassen. In diesem Fall sollte der Leser versuchen, eine seinem Rechner entsprechende ähnliche Testvariante selbst zu entwickeln. Die eingehende Beschäftigung mit den Grundeigenschaften und den Grundoperationen, die er auszuführen in der Lage ist, ist nämlich die beste Möglichkeit, sich eingehend mit seinem Rechner vertraut zu machen, ihn optimal nutzen zu lernen.

Schließlich dürften die hier gegebenen Hinweise demjenigen von großem Nutzen sein, der beabsichtigt, einen neuen Taschenrechner zu erwerben.

4. Das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern

4.1. Vorbemerkungen

In den folgenden Abschnitten soll versucht werden, Anleitungen dafür zu geben, wie bestimmte Aufgaben mit Hilfe elektronischer Taschenrechner schnell und sicher gelöst werden können und wie man dabei die den Rechnern innewohnenden Fähigkeiten möglichst umfassend nutzen kann. Diese Anleitungen werden entsprechend der im Abschnitt 2.2. vorgenommenen Klassifizierung der elektronischen Taschenrechner auf die dort genannten Grundtypen zugeschnitten. Die Vielzahl und Vielfalt der auf dem Markt befindlichen Taschenrechner-Modelle bringt es aber zwangsläufig mit sich, daß die hier vorgeschlagenen Lösungswege so allgemein wie möglich gehalten werden müssen. Wir werden sie daher möglichst *unabhängig von bestimmten, handelsüblichen Rechnermodellen* formulieren. Das hat aber zur Folge, daß die hier angegebenen Schritte zur Lösung einer Aufgabe nicht in jedem Fall ohne weiteres an jedem Rechner nachvollzogen werden können.

Dem Leser sei aber geraten, sich eingehend mit dem für seinen Rechner zutreffenden Abschnitt zu beschäftigen und möglichst viele der dort angeführten Beispiele selbständig nachzurechnen.

Nur durch ständiges Üben kann man die Routine erwerben, die erforderlich ist, wenn man seinen Taschenrechner optimal nutzen möchte.

Schließlich sei noch vermerkt, daß sich die im folgenden gegebenen Hinweise auch ohne weiteres nutzen lassen, wenn man mit einem nicht-programmierbaren elektronischen Tischrechner arbeitet.

Die Beispiele sind so ausgewählt, daß aus ihnen hervorgeht, welche Aufgabenarten mit den einzelnen Rechnertypen vorteilhaft bearbeitet werden können und wo die Grenzen

des jeweiligen Leistungsvermögens liegen. Dabei wird kein besonderer Wert auf möglichst vielstellige und komplizierte Zahlenrechnungen gelegt. Das Hauptanliegen der Beispiele besteht darin, *Verständnis für den Ablauf der einzelnen Rechnungen* zu wecken, damit der Leser die hierbei gewonnenen Erkenntnisse bei der Benutzung seines Taschenrechners verwerten kann.

4.2. Elektronische Taschenrechner mit den vier Grundrechenarten ohne Speicher

Die einfachsten und billigsten Rechner sind auf jeden Fall in der Lage, die *vier Grundrechenarten* auszuführen. Sie besitzen aber *keine Speicher*. Ihre Ergebnisanzeige ist meist sechsstellig, und die Zahlen werden als *Festkommazahlen* dargestellt. Fast alle diese Rechner arbeiten auf der Basis einer *arithmetischen Logik*, und sie eignen sich vor allem für Schüler (etwa bis zur 8. Klasse) und für solche Berufe, in denen ständig addiert, subtrahiert und multipliziert werden muß, also beispielsweise für Kassierer, Verkäufer, Kellner usw. Ein solcher Rechner ist im Bild 6 (s. S. 18) dargestellt.

Beispiel 1:

Es sollen mehrere Additionen und Subtraktionen nacheinander ausgeführt werden, z. B.

$$2,465 + 0,0247 - 176,23 + 204,12 - 53,246$$

Lösung:

Bei Rechnern mit arithmetischer Logik sind zuerst die Operanden und danach die durchzuführenden Rechenoperationen einzugeben, falls es sich um Rechenoperationen der ersten Stufe handelt. Damit ergibt sich folgender Rechenablauf:

Eingabe	Zahlenanzeige
2.465	2.465
+ =	2.465
0.0247	0.0247
+ =	2.4897
176.23	176.23
- =	- 173.740

Eingabe	Zahlenanzeige
204.12	204.12
+ =	30.380
53.246	53.246
- =	- 22.866

Das Ergebnis der Aufgabe ist also - 22,866.

Man beachte, daß die vierte Stelle nach dem Komma durch die nur sechsstellige Arbeitsweise des Rechners verlorengegangen ist.

Beispiel 2:

Aufgaben vom Typ

$$a \cdot (b + c)$$

berechnet man am vorteilhaftesten, indem man *zuerst den Klammerausdruck* ausrechnet und danach multipliziert.

Zahlenbeispiel: $2,315 \cdot (7,175 - 6,293)$

Lösung:

Eingabe	Zahlenanzeige
7.175	7.175
+ =	7.175
6.293	6.293
- =	0.882
×	0.882
2.315	2.315
+ =	2.04183

Beispiel 3:

Sind mehrere Produkte zu addieren, so müssen die Einzelprodukte für sich berechnet werden. Die sich ergebenden Zwischenergebnisse müssen auf einem Zettel notiert werden, damit sie am Ende aufsummiert werden können. - Bei derartigen Aufgaben treten bereits die ersten Unzulänglichkeiten der einfachsten Taschenrechner ohne Speicher auf.

Zahlenbeispiel:

$$7,98 \cdot 2,01 + 3,568 \cdot 8,46 - 0,013 \cdot 2,146 \cdot 45,169 = ?$$

Lösung:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
7.98	7.98	
×	7.98	
2.01	2.01	
+=	16.0398	Erstes Zwischenergebnis; muß notiert werden
3.568	3.568	
×	3.568	
8.46	8.46	
+=	30.1853	Zweites Zwischenergebnis; notieren! Siehe Anmerkung 1
0.013	.013	
×	.013	
2.146	2.146	
×	.027898	
45.169	45.169	
—=	— 1.26013	Drittes Zwischenergebnis; siehe Anmerkung 2
30.1853	30.1853	Zweites Zwischenergebnis
+=	28.9252	
16.0398	16.0398	
+=	44.9650	

Ergebnis: 44,9650

Anmerkung 1: Das zweite Ergebnis müßte eigentlich fünf Stellen nach dem Komma haben. Da in der Ergebnisanzeige nur sechs Ziffern Platz finden, wird hier gerundet. (Rundungsautomatik soll vorhanden sein.)

Anmerkung 2: Auch hier wird vom Rechner automatisch gerundet. Es ist nicht erforderlich, das dritte Zwischenergebnis zu notieren, wenn man beachtet, daß Summanden in beliebiger Reihenfolge addiert werden dürfen. Aus diesem Grunde wurde das dritte Zwischenergebnis gleich mit — = ausgegeben, um dazu die beiden anderen Zwischenwerte addieren zu können.

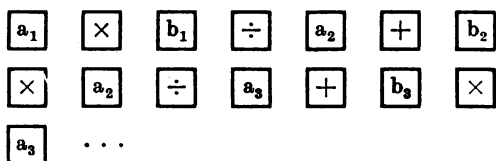
Anmerkung 3: Ausdrücke, bei denen mehrere Produkte addiert bzw. subtrahiert werden müssen, lassen sich auch ohne Notieren der Zwischenergebnisse mit Rechnern ohne Speicher berechnen, wenn man sich eines Rechenweges bedient, der am Beispiel des

skalaren Produkts

$$s = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 + \dots$$

erläutert werden soll.

Um s zu berechnen, kann man die Tastenfolge



drücken. Der Leser vergewissere sich selbst, daß diese Tastenfolge das gewünschte Ergebnis liefert.

Im gegebenen Beispiel müßte also wie folgt gerechnet werden:

$$7.98 \times 2.01 \div 3.568 + 8.46 \times 3.568 \div 0.013 \\ \div 2.146 - 45.169 \times 0.013 \times 2.146 = 44.9650.$$

Beispiel 4:

Bei der Berechnung von Brüchen, bei denen der Zähler und der Nenner aus mehreren Ausdrücken zusammengesetzt ist, empfiehlt es sich, *zuerst den Nenner* und dann erst den Zähler zu berechnen, da man dann den Zähler sofort für die Division verwenden kann, ohne ihn erst als Zwischenergebnis aufschreiben zu müssen.

Zahlenbeispiel:
$$\frac{23,45 + 127,13 \cdot 0,326 \cdot 5,302}{12,43 \cdot 0,825 - 176,24 \cdot 0,231}$$

Lösung:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
12.43	12.43	
$\times$	12.43	
0.825	0.825	
$+=$	10.2548	1. Zwischenergebnis; notieren!
176.24	176.24	
$\times$	176.24	
0.231	0.231	
$-=$	-40.7114	Da dieses Zwischenergebnis mit $\boxed{-=}$ ausgegeben wurde, kann sofort weiter- gerechnet werden:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
10.2548	10.2548	1. Zwischenergebnis vom Zettel.
+ =	— 30.4566	Nenner; notieren!
127.13	127.13	
×	127.13	
0.326	0.326	
×	41.4444	
5.302	5.302	
+ =	219.738	
23.45	23.45	
+ =	243.188	Zähler; braucht nicht als Zwischenergebnis notiert zu werden. Man kann sofort weiterrechnen:
÷	243.188	
30.4566	30.4566	Nenner ohne Vorzeichen
— =	— 7.98474	Das Ergebnis der Division wurde mit — = ausgegeben, da der Nenner ohne Vorzeichen für die Division verwendet wurde.

Ergebnis: — 7,98474

Beispiel 5:

Beim Zahlenlotto sind aus 90 Zahlen 5 Stück auszuwählen. Die Anzahl der Möglichkeiten, voneinander verschiedene Tipscheine auszufüllen, beträgt

$$\binom{90}{5} = \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

Wie groß ist diese Zahl?

Lösung:

Bei Brüchen, in deren Zähler und Nenner nur Produkte auftreten, ist es ratsam, *wechselweise zu dividieren und zu multiplizieren* und nicht den Zähler und den Nenner jeweils für sich zu berechnen. Man erspart es sich dadurch, Zwischenergebnisse notieren zu müssen.

Da bei dieser Aufgabe sehr große Zahlen entstehen, wollen wir zusätzlich voraussetzen, daß der benutzte Rechner eine zehnstellige Ziffernanzeige hat.

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
90	90	Auf diese Division könnte man selbstverständlich verzichten!
÷	90	
1	1	
×	90	
89	89	
÷	8010	
2	2	
×	4005	
88	88	
÷	352440	
3	3	Hier würde ein sechsstelliger Rechner bereits überlaufen!
×	117480	
87	87	
÷	10220760	
4	4	
×	2555190	
86	86	
÷	219746340	
5	5	
+ =	43949268	

Ergebnis: Man kann 43 949 268 unterschiedliche Tipscheine ausfüllen.

Beispiel 6:

Drei Widerstände von $R_1 = 24 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$ und $R_3 = 32 \Omega$ sind parallel geschaltet. Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

Lösung:

Der Gesamtwiderstand errechnet sich aus der Formel

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Die zugehörige Zahlenrechnung kann wie folgt aufgebaut werden:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
1	1	Erster Summand; notieren!
÷	1	
24	24	
+ =	.041666	

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
1	1	
÷	1	
12	12	
+ =	.083333	Zweiter Summand; notie- ren!
1	1	
÷	1	
32	32	
+ =	.03125	Dritter Summand; nicht notieren, sondern die beiden anderen Summanden sofort addieren!
.041666	.041666	1. Summand
+ =	.072916	
.083333	.083333	2. Summand
+ =	.156249	Rechte Seite der Gleichung; notieren!
1	1	
÷	1	
.156249	.156249	Rechte Seite der Gleichung
+ =	6.40004	

Ergebnis: Der Gesamtwiderstand beträgt 6,4 Ω.

Besitzt der Rechner eine Konstantenautomatik für die Division, so hätte man das Aufschreiben der rechten Seite der Gleichung einsparen können. Die weitere Rechnung hätte dann von der fünft-letzten Zeile an folgenden Verlauf genommen:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	
+ =	.156249	
÷	.156249	Die erste Division durch .156249 wird vorbereitet.
÷	1	Die erste Division wird durchgeführt und die zweite vorbereitet.
+ =	6.40004	Die zweite Division durch .156249 wurde durchge- führt.

Wendet man das kompliziertere Rechenverfahren aus Beispiel 3, Anmerkung 3, sinngemäß auf diese Aufgabe an, so braucht man auch hier keine Zwischenergebnisse zu notieren. Es müßte wie folgt gerechnet werden:

$$1 \div 24 \times 12 + 1 \div 12 \times 32 + 1 \div 32 = 0.15625$$

$$1 \div 0.15625 = 6.4$$

oder

$$1 \div 24 \times 12 + 1 \div 12 \times 32 + 1 \div 32 = \div \div 1$$

$$= 6.4$$

Beispiel 7:

Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 2,45 m, die eine Kathete 1,78 m lang. Wie lang ist die zweite Kathete?

Lösung:

Nach dem Satz des PYTHAGORAS erhält man die zweite Kathete aus

$$b = \sqrt{c^2 - a^2},$$

wobei im vorliegenden Beispiel $c = 2,45$ m und $a = 1,78$ m zu setzen ist.

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
2.45	2.45	Erstes Zwischenergebnis! notieren!
×	2.45	
+ =	6.0025	
1.78	1.78	Zweites Zwischenergebnis; es braucht nicht notiert zu werden, wenn man es nega- tiv ausgibt und sofort mit dem ersten Zwischenergeb- nis zusammenfaßt:
×	1.78	
- =	- 3.1684	
6.0025	6.0025	Erstes Zwischenergebnis.
+ =	2.8341	Damit ist der Radikand berechnet.

Da der Rechner über keine Wurzeltaste verfügt, muß $\sqrt{2,8341}$ mit Hilfe einer Tabelle ermittelt werden. Man erhält

$$c = \sqrt{2,8341} \text{ m} = 1,6835 \text{ m.}$$

Ergebnis: Die gesuchte Kathete ist 1,68 m lang. (Das Tabellen-
ergebnis wurde sinnvoll gerundet.)

Beispiel 8:

Wie groß ist die dritte Seite eines schiefwinkligen Dreiecks, wenn die beiden anderen Seiten 12,74 m und 24,36 m lang sind und einen Winkel von $64,5^\circ$ einschließen?

Lösung:

Es ist der Cosinussatz

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma}$$

mit $a = 12,74$ m, $b = 24,36$ m und $\gamma = 64,5^\circ$ anzuwenden. Der Cosinus des Winkels γ muß aus der Tabelle entnommen werden: $\cos 64,5^\circ = 0,43051$. Nun kann wie folgt gerechnet werden:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
12.74	12.74	
×	12.74	
+=	162.308	Erster Summand des Radikanden; notieren!
24.36	24.36	
×	24.36	
+=	593.410	Zweiter Summand des Radikanden; notieren!
2	2.	
×	2.	
12.74	12.74	
×	25.48	
24.36	24.36	
×	620.692	
0.43051	.43051	
—=	- 267.214	An dieser Stelle kann sofort weitergerechnet werden:
162.308	162.308	1. Summand
+=	- 104.906	
593.410	593.410	2. Summand
+=	488.504	Radikand.

Mit Hilfe einer Zahlentabelle erhält man schließlich

$$c = \sqrt{488,504} \text{ m} = 22,1021 \text{ m.}$$

Ergebnis: Die gesuchte Dreiecksseite ist 22,10 m lang.

Aus den Beispielen 3, 4, 6, 7 und 8 ist deutlich der Nachteil zu erkennen, den Taschenrechner ohne Speicher und ohne Funktionstasten haben: Schon relativ einfach zusammengesetzte Aufgaben lassen sich nicht ohne Notizzettel lösen. Treten gar noch Wurzeln, trigonometrische oder andere Funktionen auf, so kommt man nicht ohne Tabellenwerke aus.

4.3. Elektronische Taschenrechner mit den vier Grundrechenarten mit einem einfachen Speicher

Ohne die jeweiligen Aufgabenstellungen noch einmal anzugeben, werden die gleichen Aufgaben wie im Abschnitt 4.2. wiederholt und auf einen Rechner mit den vier Grundrechenarten zugeschnitten, der einen einfachen Speicher besitzt. Bemerkungen werden nur an den Stellen eingefügt, wo sich wesentliche Abweichungen gegenüber den ersten Rechnungen ergeben. Der Rechner soll eine algebraische Rechenlogik ohne Hierarchie haben.

Beispiel 1:

Eingabe	Zahlen- anzeige
2.465	2.465
+	2.465
.0247	.0247
—	2.4897
176.23	176.23
+	— 173.74
204.12	204.12
—	30.38
53.246	53.246
=	— 22.866

Ergebnis: — 22,866

Beispiel 2:

Eingabe	Zahlen- anzeige
7.175	7.175
—	7.175
6.293	6.293
×	0.882
2.315	2.315
=	2.04183

Ergebnis: 2,04183

Beispiel 3:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
7.98	7.98	
×	7.98	
2.01	2.01	
=	16.0398	
M	16.0398	Das erste Zwischenergebnis wird in den Speicher gebracht.
3.568	3.568	
×	3.568	
8.46	8.46	
=	30.1853	Zweites Zwischenergebnis
+	30.1853	
MR	16.0398	Rückruf des ersten Zwischenergebnisses aus dem Speicher mit anschließender Addition zum zweiten Zwischenergebnis.
=	46.2251	Nunmehr wird die Summe aus den ersten beiden Gliedern gespeichert.
M	46.2251	
0.013	0.013	
×	0.013	
2.146	2.146	
×	.027898	
45.169	45.169	
=	1.26013	
+/-	-1.26013	Durch die +/- -Taste wird der letzte Summand mit einem Minuszeichen versehen.
+	-1.26013	
MR	46.2251	Die Summe aus den ersten beiden Gliedern des Radikanden wird aus dem Speicher zurückgerufen.
=	44.9650	

Ergebnis: 44,9650

Beispiel 4:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
12.43	12.43	
×	12.43	
.825	.825	
=	10.2548	
M	10.2548	Speichern des ersten Summanden des Nenners
176.24	176.24	
×	176.24	
.231	.231	
=	+ 40.7114	Zweiter Summand des Nenners
+/-	- 40.7114	Vorzeichenumkehr
+	- 40.7114	
MR	10.2548	Aufruf des ersten Summan- den des Nenners aus dem Speicher
=	- 30.4566	
M	- 30.4566	Nunmehr wird der Nenner gespeichert.
127.13	127.13	
×	127.13	
0.326	.326	
×	41.4444	
5.302	5.302	
+	219.738	
23.45	23.45	
÷	243.188	Damit ist der Zähler be- rechnet und die Division durch den Nenner vorbe- reitet.
MR	- 30.4566	Aufruf des Nenners aus dem Speicher
=	- 7.98474	

Ergebnis: - 7,98474.

Die letzten beiden Beispiele zeigen, daß ein Speicher bei einem Taschenrechner wesentliche Vorteile besitzt. Es brauchen die einzelnen Zwischenwerte nicht jedesmal aufgeschrieben und dann ziffernweise wieder eingegeben zu werden, wenn sie benötigt werden, sondern es genügt ein

einzigster Tastendruck, um sie in das Eingaberegister zu transportieren. Damit sinkt natürlich die Anzahl der Fehlerquellen durch Eintasten falscher Ziffern wesentlich ab.

Das letzte Beispiel läßt auch schon erkennen, daß ein einziger Speicher im Grunde genommen noch sehr wenig ist. Würde nämlich an erster Stelle im Zähler statt der Zahl 23.45 ebenfalls ein Produkt stehen, so müßte man den zweiten Summanden im Zähler ebenfalls speichern. Für diesen zweiten Summanden würde dann aber nichts anderes übrig bleiben, als ihn wieder auf einen Zettel zu schreiben, denn der Speicher des Rechners ist ja bereits mit dem Nenner besetzt, der dann für die weitere Rechnung noch benötigt wird.

Beispiel 5:

Die Berechnung dieses Beispiels verläuft in gleicher Weise wie im Abschnitt 4.2., da hier weder Additionen und Subtraktionen noch Notierungen verwendet worden sind. Lediglich in der letzten Zeile müßte die kombinierte Additions-Ergebnistaste durch die einfache Ergebnistaste der Rechner mit algebraischer Logik $\boxed{=}$ ersetzt werden.

Beispiel 6:

Für diese Aufgabe reicht ein Speicher aus, wenn man die einzelnen Summanden vorteilhaft zusammenfaßt:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
1	1	
÷	1	
24	24	
=	.041666	$1/R_1$
M	.041666	$1/R_1$ wird gespeichert.
1	1	
÷	1	
12	12	
=	.083333	$1/R_2$
+	.083333	
MR	.041666	$1/R_1$ wird zurückgerufen,
=	.124999	$1/R_1 + 1/R_2$
M	.124999	$1/R_1 + 1/R_2$ wird gespeichert.

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
1	1	
$\div$	1	
32	32	
=	.03125	$1/R_3$
+	.03125	
MR	.124999	Rückruf von $1/R_1 + 1/R_2$
+	.156249	$1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$
M	.156249	Speichern der rechten Seite der Gleichung
1	1	
$\div$	1	
MR	.156249	Rückruf des letzten Speicherinhaltes
=	6.40004	R ist damit berechnet.

Beispiel 7:

Nachdem die vorangegangenen Beispiele ausführlich beschrieben worden sind, sollen für die folgenden beiden Beispiele aus 4.2. nur die erforderlichen Tastenfolgen angegeben werden. Dabei sollen die Symbole $\boxed{c}$ und $\boxed{a}$ dafür verwendet werden, daß die Zahlenwerte von c und a ziffernweise einzutasten sind.

Dem Leser wird empfohlen, zur Übung und zur Festigung des bisher erworbenen Wissens den ausführlichen Rechenablauf ähnlich wie in den vorangegangenen Beispielen nachzuvollziehen.

$\boxed{c}$ $\times$ $=$ $\boxed{M}$ $\boxed{a}$ $\times$ $=$ $\boxed{+/-}$
 $\boxed{+}$ $\boxed{MR}$ $=$

Damit ist der Radikand berechnet. Der zugehörige Wurzelwert ist einer Tabelle zu entnehmen.

Beispiel 8:

Hier stehen $\boxed{a}$, $\boxed{b}$ und $\boxed{fw}$ als Symbole für das ziffernweise Eintasten der Zahlenwerte der Größen a und b sowie des der Tabelle entnommenen Funktionswertes $\cos \gamma$.

$\boxed{a}$ $\times$ $=$ $\boxed{M}$ $\boxed{b}$ $\times$ $=$ $\boxed{+}$
 $\boxed{MR}$ $=$ $\boxed{M}$ $\boxed{2}$ $\times$ $\boxed{a}$ $\times$ $\boxed{b}$
 $\boxed{\times}$ $\boxed{fw}$ $=$ $\boxed{+/-}$ $\boxed{+}$ $\boxed{MR}$ $=$

Aus dem nun in der Zahlenanzeige stehenden Zahlenwert muß schließlich noch die Quadratwurzel gezogen werden.

Mit Hilfe eines Taschenrechners mit einem Speicher lassen sich mit einem relativ geringen Aufwand auch *Quadratwurzeln* berechnen. Man geht dabei von folgender Überlegung aus:

Zu berechnen sei $\sqrt{a}$.

Kennt man einen *Näherungswert* x_1 für $\sqrt{a}$, so weicht dieser Näherungswert um einen Korrekturbetrag k vom tatsächlichen Wert von $\sqrt{a}$ ab, es ist also

$$\sqrt{a} = x_1 + k.$$

Quadriert man diese Gleichung, so ergibt sich

$$a = x_1^2 + 2 \cdot x_1 \cdot k + k^2.$$

Berücksichtigt man, daß k schon ein kleiner Wert ist, dann ist es gerechtfertigt, das Glied k^2 zu vernachlässigen. Man erhält so

$$a \approx x_1^2 + 2 \cdot x_1 \cdot k,$$

eine Beziehung, in der sowohl a als auch x_1 bekannt sind. Aus dieser letzten Gleichung läßt sich also ein Näherungswert für das Korrekturglied k berechnen:

$$k \approx \frac{a}{2 x_1} - \frac{x_1}{2}.$$

Setzt man diesen Wert in die Ausgangsgleichung für $\sqrt{a}$ ein, so ergibt sich

$$\sqrt{a} \approx x_1 + \frac{a}{2 x_1} - \frac{x_1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(x_1 + \frac{a}{x_1} \right).$$

Dies ist ein Näherungswert für die gesuchte Wurzel aus a , der mit Sicherheit besser ist als der Ausgangswert x_1 . Wir wollen ihn mit x_2 bezeichnen:

$$\boxed{x_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(x_1 + \frac{a}{x_1} \right)} \quad (5)$$

Reicht die Genauigkeit dieses so gefundenen verbesserten Näherungswertes x_2 noch nicht aus, so geht man wie folgt vor: Man verwendet nun x_2 als neuen Ausgangswert x_1 für die Näherungsformel (5), d. h., man ersetzt in ihr x_1 durch x_2 und berechnet einen weiteren, noch besseren Näherungswert x_3 .

Dieses Verfahren setzt man so lange fort, bis die geforderten Genauigkeitsansprüche an den berechneten Näherungswert für $\sqrt{a}$ erfüllt sind.

Man nennt ein Rechenverfahren, bei dem man einen ersten Näherungswert mit Hilfe eines Algorithmus so lange verbessert, bis er die gestellten Genauigkeitsanforderungen erfüllt, ein *Iterationsverfahren*.

Beispiel 9:

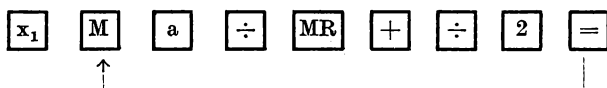
Mit Hilfe des oben angegebenen Iterationsverfahrens zur Berechnung einer Quadratwurzel soll $\sqrt{2}$ so genau berechnet werden, bis keine Verbesserung des Näherungswertes auf Grund der beschränkten Stellenzahl des Taschenrechners mehr möglich ist.

Lösung:

Wir wollen dieser Rechnung einen 8stelligen Taschenrechner zugrunde legen und die Rechnung mit dem Näherungswert $x_1 = 1$ beginnen.

Es soll zunächst die Tastenfolge angegeben werden, die erforderlich ist, um den verbesserten Näherungswert x_2 zu ermitteln, und daran anschließend soll in Form einer Tabelle die Zahlenrechnung ausführlich vorgeführt werden.

Berechnung von x_2 :



Der Rückführungspfeil soll andeuten, daß die Rechnung von der Taste **M** an wiederholt werden muß, bis die gewünschte Genauigkeit erreicht ist. Dabei kann – ohne ein Zwischenergebnis notieren zu müssen – sofort der zuletzt berechnete Wert für x_2 als neuer Anfangswert x_1 für die nächste Iteration eingespeichert werden.

Zahlenrechnung:

Eingabe	Zahlenanzeige für		
	1. Iteration	2. Iteration	3. Iteration
x_1	1		
M	1	→ 1.5	→ 1.4166666
a	2	2	2
÷	2	2	2
MR	1	1.5	1.4166666
+	2	1.3333333	1.4117647
÷	3	2.8333333	2.8284313
2	2	2	2
=	1.5	1.4166666	1.4142156
	4. Iteration	5. Iteration	Bemerkung
M	→ 1.4142156	→ 1.4142135	x_1
a	2	2	
÷	2	2	
MR	1.4142156	1.4142135	a/x_1
+	1.4142114	1.4142136	
÷	2.8284271	2.8284271	$x_1 + a/x_1$
2	2	2	
=	1.4142135	1.4142135	x_2

Da das Ergebnis der 5. Iteration mit dem der vierten übereinstimmt, kann die Rechnung abgebrochen werden. Es ist somit

$$\sqrt{2} = 1,4142135.$$

Kontrollrechnung: $1,4142135^2 = 1,9999998$.

(Der Leser führe auch diese Kontrollrechnung mit seinem Taschenrechner durch!)

Taschenrechner, die eine Taste für die Berechnung von Quadratwurzeln besitzen, führen die hier gezeigten umfangreichen Rechnungen auf Grund einer fest verdrahteten Schaltung völlig selbständig aus, nachdem die Wurzeltaste gedrückt worden ist. Sie bestimmen sogar zusätzlich noch den geeigneten Anfangswert für die Iteration und prüfen meist auch noch nach, ob der Radikand nicht negativ ist. – Und das, was hier für die Berechnung der Quadratwurzel gesagt wurde, gilt in entsprechender Weise für alle Funktionen, die mit Hilfe von Funktionstasten ermittelt werden können.

Diese Bemerkung soll dem Leser zeigen, welch umfangreiche Vorgänge sich in einem Taschenrechner abspielen, nachdem

sie lediglich durch einen einfachen Tastendruck ausgelöst worden sind. Sie lassen vielleicht ahnen, wie viele komplizierte Schaltungen in einem solchen Rechner auf kleinstem Raum zusammengedrängt sind. Und sie sollen schließlich dazu dienen, daß der Leser Hochachtung vor den Menschen empfinden möge, die derartige Präzisionsinstrumente konstruieren und entwickeln, aber auch vor denen, die sie bauen.

4.4. Elektronische Taschenrechner mit einfachen Funktionen und einem Speicher

Die *Berechnung von Funktionen*, für die auf einem Taschenrechner Funktionstasten vorgesehen sind, erfolgt dadurch, daß man die gewünschte Funktionstaste drückt, nachdem man *vorher* den zugehörigen Argumentwert im Eingaberegister X untergebracht hat. Bei komplizierteren Rechnern mit Doppelbelegung bzw. Dreifachbelegung der Tasten muß gegebenenfalls vor dem Auslösen der Funktionstaste noch die Taste **F** bzw. **G** gedrückt werden.

Bevor man jedoch einen Taschenrechner mit Funktionstasten in Betrieb nimmt, muß man sich unbedingt davon unterrichten, ob für die Berechnung der Funktionswerte *nur das X-Register* (und ein äußerlich nicht sichtbares Arbeitsregister) *oder ob sowohl das Eingaberegister X als auch das Rechenregister Y* bei der Berechnung der Funktionswerte beteiligt sind. Dies hat Konsequenzen für die Durchführung umfangreicherer Rechnungen. Rechner, die zur Ermittlung der Funktionswerte sowohl das X- als auch das Y-Register benötigen, haben den Nachteil, daß der bisherige *Inhalt des Y-Registers* durch die Berechnung des Funktionswertes *überschrieben und gelöscht* wird. Man sollte derartige Rechner meiden.

Folgende *Testrechnung* gibt Auskunft darüber, ob bei der Berechnung eines Funktionswertes das X-Register allein oder das X- und das Y-Register beteiligt sind:

1 **+** **9** **√** **=**

Bei dieser Tastenfolge laufen die folgenden Rechengvorgänge im Taschenrechner ab:

- 1** : Die Zahl 1 wird in das X-Register eingegeben.
- +** : Es wird die Rechenoperation „Addition“ vorbereitet und die Zahl 1 gleichzeitig in das Y-Register übertragen.
- 9** : Im X-Register steht nun die Zahl 9.
- $\sqrt{}$** : Die Berechnung der Quadratwurzel aus der im X-Register befindlichen Zahl wird ausgelöst. Ist an dieser Berechnung nur das X-Register und ein zusätzliches Arbeitsregister beteiligt, so bleibt die Zahl 1 im Y-Register erhalten. Ist stattdessen an dieser Berechnung das X- und das Y-Register beteiligt, so wird die Zahl 1 im Y-Register gelöscht.
- =** : Nun wird die im zweiten Schritt vorbereitete Addition endlich ausgeführt. Sie ergibt den Wert $1 + 3 = 4$, wenn an der Berechnung der Wurzel nur das X-Register beteiligt war. Wurde auch das Y-Register in Mitleidenschaft gezogen, so entsteht der Wert $0 + 3 = 3$.

Wir wollen bei allen folgenden Beispielen voraussetzen, daß bei der Berechnung von Funktionswerten das Y-Register nicht benötigt wird. – Bei den Rechnern, die diese Eigenschaft nicht besitzen, müssen an den Stellen, an denen im folgenden Funktionen berechnet werden, zusätzliche Zwischenspeicherungen vorgenommen werden.

Schon wenige Funktionstasten für einfache Funktionen, z. B. für $1/x$ und $\sqrt{x}$ sowie ein Speicher bringen wesentliche Vorteile für das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern mit sich. (Ein solcher Rechner ist im Bild 8 (s. S. 34) dargestellt.) Dies soll an einigen Beispielen gezeigt werden.

Beispiel 1:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$$

Lösung:

Mit Hilfe der Kehrwerttaste gestaltet sich die Rechnung wie folgt:

Eingabe	Zahlen- anzeige
2	2.
1/x	0.5
+	0.5
5	5.
1/x	0.2
=	0.7

Ergebnis: $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = 0,7$

Beispiel 2:

$$2 \cdot \sqrt[3]{36} + 3 \cdot \sqrt[3]{64}$$

Lösung:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
2	2.	siehe Anmerkung
×	2.	
36	36.	
√	6.	
=	12.	
M	12.	Rückruf des ersten Summanden
3	3.	
×	3.	
64	64.	
√	8.	
+	24.	
MR	12.	
=	36.	

Ergebnis: $2 \cdot \sqrt[3]{36} + 3 \cdot \sqrt[3]{64} = 36$

Anmerkung: Bei Rechnern ohne Hierarchie (wie er hier vorausgesetzt wird) muß eine Zwischenspeicherung des ersten Summanden erfolgen, da der zweite Summand ein zusammengesetzter Ausdruck ist, dessen Wert zunächst für sich berechnet werden muß. – Bei Rechnern mit Hierarchie würde dieses Zwischenspeichern entfallen. Der Leser überlege sich die Begründung für diese Behauptung selbst!

Aus diesen beiden bewußt einfach gehaltenen Beispielen geht hervor, daß die Berechnung der Funktionswerte mit in die laufende Berechnung einbezogen werden kann, ohne daß die Funktionswerte zuerst für sich ermittelt werden müssen, sofern an der Berechnung dieser Werte nur das X-Register beteiligt ist. – Wäre dies nicht der Fall, so müßte man die Funktionswerte zuerst gesondert berechnen, sie speichern oder – falls der eine zur Verfügung stehende Speicher bereits besetzt ist – sie notieren, um dann danach die endgültige Berechnung des Ausdruckes vornehmen zu können. Dies wäre wesentlich umständlicher.

Beispiel 3:

Um den Vorteil der Funktionstasten noch einmal an einem etwas umfangreicheren Beispiel deutlich werden zu lassen, soll das Beispiel 6 aus 4.2. bzw. 4.3. noch einmal vorgeführt werden. Die Rechnung wird so überschaubar, daß sie ohne Kommentar gebracht werden kann:

Lösung:

Eingabe	Zahlen- anzeige
24	24.
1/x	.041666
+	.041666
12	12.
1/x	.083333
+	.124999
32	32.
1/x	.03125
=	.156249
1/x	6.40004

Die gesamte Aufgabe läßt sich also völlig ohne Zwischenspeicherung lösen, vorausgesetzt, daß das Y-Register bei der Berechnung der Funktionswerte $1/x$ nicht in Anspruch genommen wird.

Beispiel 4:

Die Beispiele 7 und 8 aus 4.2. bzw. 4.3. können bis zum Ende mit dem Taschenrechner berechnet werden, wenn dieser eine Taste für die Berechnung der Quadratwurzel besitzt.

Es braucht dann der in 4.3., Beispiel 7 und 8, angegebenen Tastenfolge nur noch die Taste √ angefügt zu werden.

Beispiel 5:

Die Lösungen x_1 und x_2 der quadratischen Gleichung

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

berechnet man mit Hilfe der Formel

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}.$$

Für die quadratische Gleichung

$$x^2 + 2,736 \cdot x - 5,219 = 0$$

ergibt sich damit folgender Rechengang:

Lösung:

$$p = 2,736 \qquad q = -5,219$$

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
2.736	2.736	p
$\times$	2.736	
$\div$	7.48569	p^2
4	4.	
$-$	1.87142	$p^2/4$
5.219	5.219	
$+/-$	-5.219	q
$=$	7.09042	$p^2/4 - q$
$\sqrt{}$	2.66278	Wurzel = $\sqrt{p^2/4 - q}$
M	2.66278	Wurzelwert wird gespeichert.
2.736	2.736	p
$\div$	2.736	
2	2.	
$+$	1.368	
$+/-$	-1.368	$-p/2$
MR	2.66278	Wiederaufruf des Wurzelwertes
$-$	1.29478	$-p/2 + \text{Wurzel} = x_1$
$-$	-1.368	$-p/2$
$=$	-4.03078	$-p/2 - \text{Wurzel} = x_2$

Die beiden Lösungen der quadratischen Gleichung $x^2 + 2,736 \cdot x - 5,219 = 0$ sind demnach

$$x_1 = 1,29478 \text{ und } x_2 = -4,03078,$$

Der Leser führe die Probe durch und benutze dazu seinen Taschenrechner!

An den folgenden beiden Beispielen soll gezeigt werden, wie man mit Hilfe eines Taschenrechners, der keine Tasten für trigonometrische Funktionen besitzt, trotzdem diese Funktionswerte ermitteln kann.

Man verwendet dazu die *Reihenentwicklungen*

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - + \dots \quad (6)$$

und

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - + \dots \quad (7)$$

bei denen die Glieder bei kleinen x -Werten rasch so klein werden, daß die Rechnung bald abgebrochen werden kann, da die mit dem Taschenrechner erreichbare Genauigkeit erreicht ist. Es muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß bei der Anwendung dieser beiden Reihenentwicklungen der Winkel x_1 jeweils im *Bogenmaß* eingesetzt werden muß.

Damit diese beiden Reihen möglichst schnell konvergieren, sollte man sie stets nur auf Winkel anwenden, die im ersten Quadranten liegen. Winkel aus anderen Quadranten lassen sich ja ohne weiteres auf entsprechende Winkel zwischen 0° und 90° zurückführen.

Ferner sollte man für Winkel über 45° die Beziehungen

$$\sin x = \cos (90^\circ - x) \quad (8)$$

und

$$\cos x = \sin (90^\circ - x) \quad (9)$$

nutzen, durch die erreicht werden kann, daß der zu verwendende Winkel in der Reihenentwicklung so klein wie möglich wird.

Beispiel 6:

Man berechne $\sin 20^\circ$.

Lösung:

Es soll zunächst der Lösungsweg skizziert werden. Zuerst ist der Winkel 20° in Bogenmaß umzuwandeln:

$$x = \arcsin 20^\circ = 20^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}.$$

Dieser Wert wird in M gespeichert, da er für die Berechnung der einzelnen Glieder der Reihe immer wieder benötigt wird.

Für die Berechnung der Glieder der Reihe beachte man, daß nicht bei jedem Glied von vorn begonnen zu werden braucht, sondern daß man das Ergebnis des jeweils vorhergehenden Gliedes für die Berechnung des nächsten verwenden kann, wenn man wie folgt rechnet:

$$\underbrace{x \cdot x : 2 \cdot x : 3 \cdot x : 4 \cdot x : 5 \cdot x : 6 \dots}$$

1. Glied

2. Glied

3. Glied

⋮

Da der Rechner nur einen Speicher besitzt, dieser aber bereits mit dem Winkel x besetzt ist, müssen die Werte der einzelnen Glieder als Zwischenergebnisse notiert werden, damit sie später zusammengefaßt werden können.

Die Zahlenrechnung nimmt dann folgenden Verlauf:

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
20	20.	
÷	20.	
180	180.	
×	.111111	
3.14159	3.14159	
=	.349065	Bogenmaß x von 20° , gleichzeitig erstes Glied der Reihe; notieren! ·
M	.349065	
×	.349065	
÷	.121847	
2	2.	
×	.060923	
MR	.349065	
÷	.021266	
3	3.	
×	.007088	2. Glied; notieren!
MR	.349065	
÷	.002474	
4	4.	
×	.000618	
MR	.349065	
÷	.000216	
5	5.	
×	.000043	3. Glied; notieren!

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
MR	.349065	
÷	.000015	
6	6.	
×	.000002	
MR	.349065	
÷	.000001	
7	7.	
×	.000000	4. Glied.

Die folgenden Glieder werden alle kleiner, als es die sechsstellige Rechengenauigkeit des Taschenrechners zuläßt. Die Berechnung weiterer Glieder kann also unterlassen werden.

Die Zusammenfassung der ersten drei Glieder ergibt

.349065	.349065	1. Glied
—	.349065	
.007088	.007088	2. Glied
+	.341977	
.000043	.000043	3. Glied
=	.342020	

Ergebnis: $\sin 20^\circ = 0,342\ 020$

Aus einer fünfstelligen Zahlentafel entnimmt man zum Vergleich:

$$\sin 20^\circ = 0,342\ 02.$$

Beispiel 7:

Man berechne $\sin 75^\circ$.

Lösung:

Wir nutzen die Beziehung $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$ und berechnen statt des Sinus von 75° den Cosinus des kleineren Winkels 15° . Die Rechnung verläuft analog zu der im Beispiel 6, nur mit dem Unterschied, daß hier die Reihenentwicklung (7) verwendet werden muß.

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
15	15.	
÷	15.	
180	180.	
×	.083333	

Eingabe	Zahlen- anzeige	Bemerkungen
3.14159	3.14159	
=	.261799	Bogenmaß von 15° ; speichern!
M	.261799	
×	.261799	
÷	.068539	
2	2.	
×	.034269	2. Glied; notieren!
MR	.261799	
÷	.008972	
3	3.	
×	.002991	
MR	.261799	
÷	.000783	
4	4.	
×	.000196	3. Glied; notieren!
MR	.261799	
÷	.000051	
5	5.	
×	.000010	
MR	.261799	
÷	.000003	
6	6.	
×	.000000	4. Glied der Reihe; Ab- bruch der Berechnung wei- terer Glieder.
1	1.	1. Glied
—	1.	
.034269	.034269	2. Glied
+	.965731	
.000196	.000196	3. Glied
=	.965927	

Ergebnis: $\sin 75^\circ = 0,965927$.

Der fünfstellige Tabellenwert ist 0,96593.

Kommt es bei der Berechnung eines Sinus- bzw. Cosinus-Wertes nur auf eine zwei- oder dreistellige Genauigkeit an, die ja für viele Anwendungszwecke ausreicht, so genügen schon die ersten beiden Glieder der Reihenentwicklungen (6)

bzw. (7). Der Rechenaufwand ist also in diesen Fällen sehr gering.

Die Werte der Tangens- bzw. Cotangensfunktion könnte man in ähnlicher Weise mit Hilfe der entsprechenden Reihenentwicklungen berechnen. Da diese Reihen allerdings nur sehr schwach konvergieren, ist es einfacher, wenn man den Sinus und den Cosinus des Winkels berechnet und dann die Beziehungen

$$\boxed{\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}} \quad (10)$$

verwendet.

Außer den trigonometrischen Funktionen lassen sich natürlich auch die Funktionswerte der Hyperbel-, der Exponential-, der Logarithmusfunktion u.a.m. ermitteln. Entsprechende Reihenentwicklungen sind im Anhang dieses Buches zusammengestellt.

Die hier angegebenen Rechenverfahren sind alle sehr aufwendig und zeitraubend. Sie sollten daher nur dann angewendet werden, wenn aus irgendeinem Grund keine Zahlentabelle greifbar ist, die die gewünschten Funktionswerte enthält. Die Verfahren wurden hier aufgenommen, um die Möglichkeiten aufzuzeigen, wie man sich in solchen Fällen doch noch weiterhelfen kann. Gleichzeitig bieten diese Beispiele gute Möglichkeiten, sich im Gebrauch seines Taschenrechners zu üben.

Abschließend soll noch gezeigt werden, wie sich beliebige Wurzeln mit einem erträglichen Aufwand mit einem Taschenrechner berechnen lassen. Wir knüpfen dabei an das Vorgehen in 4.3. zur Berechnung der Quadratwurzel mit Hilfe eines Iterationsverfahrens an. Man erhält nach analogen Überlegungen wie in 4.3. folgende *Iterationsformel für die Berechnung von $\sqrt[n]{a}$* :

$$\boxed{x_2 = \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{a}{x_1^{n-1}} + (n-1) \cdot x_1 \right]} \quad (11)$$

wobei x_1 wiederum ein erster Näherungswert ist, aus dem sich ein besserer Näherungswert x_2 berechnen läßt.

Beispiel 8:

Es soll $\sqrt[5]{50}$ berechnet werden.

Wir verwenden die auf die fünfte Wurzel zugeschnittene Iterationsformel

$$x_2 = 0,2 \cdot \left(\frac{50}{x_1^4} + 4 \cdot x_1 \right)$$

und beginnen mit dem ersten Näherungswert $x_1 = 2$. ($2^5 = 32$, $3^5 = 243$).

Das Produkt $4 \cdot x_1$ spalten wir, da nur ein Speicher zur Verfügung steht, auf in die Summe $x_1 + x_1 + x_1 + x_1$. Wir vermeiden damit, daß Zwischenergebnisse notiert und später dann wieder eingegeben werden müssen. (Der Leser überzeuge sich selbst davon, daß für die Berechnung des Klammerinhaltes bei Rechnern ohne Hierarchie ein Speicher zusätzlich erforderlich wäre.)

Eingabe	Zahlenanzeige		Bemerkungen
	1. Iteration	2. Iteration	
x_1	2.	2.225	
M	2.	→ 2.225	x_1
50	50.	50.	
÷	50.	50.	
MR	2.	2.225	
÷	25.	22.4719	$50/x_1$
÷	12.5	10.0997	$50/x_1^2$
÷	6.25	4.53921	$50/x_1^3$
+	3.125	2.04009	$50/x_1^4$
MR	2.	2.225	
+	5.125	4.26509	$50/x_1^4 + x_1$
+	7.125	6.49009	$50/x_1^4 + 2 x_1$
+	9.125	8.71509	$50/x_1^4 + 3 x_1$
×	11.125	10.9401	$50/x_1^4 + 4 x_1$
0.2	.2	.2	
=	2.225	2.18802	x_2

Eingabe	Zahlenanzeige	
	3. Iteration	4. Iteration
x_1		
M	→ 2.18802	→ 2.18673
50	50.	50.
÷	50.	50.
MR	2.18802	2.18673
÷	22.8517	22.8652
÷	10.4440	10.4563
÷	4.77327	4.78172
+	2.18155	2.18670
MR	2.18802	2.18673
+	4.36957	4.37343
+	6.55759	6.56016
+	8.74561	8.74689
×	10.9336	10.9336
0.2	.2	.2
=	2.18673	2.18672

$\sqrt[5]{50} = 2,18672$ Probe: $2,18672^5 = 49,9998$

Aus den Beispielen dieses Abschnittes sollte hervorgehen, daß elektronische Taschenrechner mit einigen wenigen einfachen Funktionen und einem Speicher schon recht universell einsetzbar sind und daß sie den Rechnern ohne Funktionstasten und ohne Speicher weit überlegen sind. Sie sind die Universalrechner, die jedem empfohlen werden können, der nicht vom vorgesehenen Anwendungsgebiet her Spezialanforderungen an seinen Taschenrechner zu stellen hat.

Darüber hinaus dürften die letzten, komplizierteren Beispiele gezeigt haben, daß es bei umfangreicheren Aufgaben nicht ratsam ist, „einfach draufloszurechnen“, sondern daß es sinnvoll ist, den Ablauf der Rechnung von vornherein systematisch zu durchdenken und gegebenenfalls einen detaillierten Ablaufplan für den Lösungsweg der Aufgabe aufzustellen. Ein derartiger Ablaufplan trägt unbedingt dazu bei, Eingabe- und Rechenfehler weitestgehend zu vermeiden. Die Form eines derartigen Ablaufplans könnte etwa so aussehen, wie jeweils die Spalte „Eingabe“ in unseren Beispielen.

4.5. Elektronische Taschenrechner mit komplizierteren Funktionen sowie einem oder mehreren Speichern

In diesem Abschnitt sollen die bisherigen Betrachtungen ergänzt werden für elektronische Taschenrechner, die eine größere Anzahl von Tasten für die unterschiedlichsten mathematischen Funktionen besitzen. Ein derartiger Rechner ist im Bild 9 dargestellt.

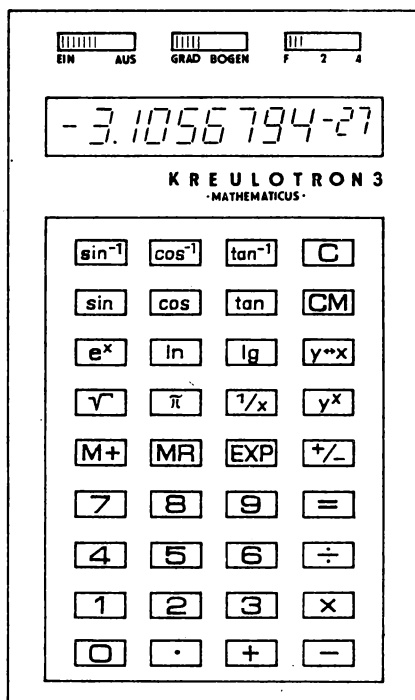


Bild 9. Elektronischer Taschenrechner mit einem rechnenden Speicher und mit komplizierteren mathematischen Funktionen

Man bezeichnet solche Rechner häufig als *wissenschaftliche Taschenrechner*, weil sie sich wegen der vielen mathematischen Funktionen, die sich mit ihnen berechnen lassen,

besonders für die Lösung technischer und wissenschaftlicher Aufgaben eignen.

Wegen dieses speziellen Einsatzgebietes werden bei den meisten dieser Rechner die Zahlen als *Gleitkommazahlen* (vgl. Abschnitt 3.1.) dargestellt. Damit ergibt sich eine wesentliche Erweiterung des zur Verfügung stehenden Zahlenbereichs. Bei einigen Rechnermodellen ist auch die *wahlweise Verwendung von Gleitkomma- und von Festkommazahlen möglich*. Außerdem gibt es gerade unter den wissenschaftlichen Taschenrechnern Modelle, die nicht nur einen, sondern mehrere Speicher besitzen.

Als Besonderheit wollen wir bei dem Rechner, den wir in diesem Abschnitt für die Berechnung der Beispiele verwenden, voraussetzen, daß er mit Gleitkommazahlen mit zehnstelliger Mantisse sowie mit einem (oder mehreren) rechnenden Speichern arbeitet.

Bei der Arbeit mit rechnenden Speichern sind einige Unterschiede zu den einfachen, nicht rechnenden Speichern zu beachten. Während bei den nicht rechnenden Speichern bei der Speicherung einer neuen Zahl automatisch der bisherige Speicherinhalt gelöscht wurde, wird bei den rechnenden Speichern die eingespeicherte Zahl zu dem bisherigen Speicherinhalt addiert (subtrahiert, multipliziert, dividiert, sofern die entsprechenden Speichertasten vorhanden sind). Daran muß man denken, wenn man bei der Verwendung eines Taschenrechners mit rechnenden Speichern eine neue Aufgabe beginnt bzw. wenn man im Laufe einer Rechnung eine Zahl als Anfangswert *neu einspeichern* will. Dann muß der bisherige Speicherinhalt durch Betätigen der Speicher-Löschtaste CM unbedingt *vorher gelöscht* werden.

Der besondere Vorteil der addierenden Speicher kommt vor allem zum Ausdruck, wenn Summen aus zusammengesetzten Ausdrücken berechnet werden müssen.

Beispiel 1:

Der Gesamtwiderstand R dreier parallel geschalteter Widerstände R_1 , R_2 und R_3 ist

$$R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$$

(Vgl. hierzu Aufgabe 6 aus 4.2. bzw. 4.3. sowie Aufgabe 3 aus 4.4.)
Wie groß ist R für $R_1 = 24 \, \Omega$, $R_2 = 12 \, \Omega$ und $R_3 = 32 \, \Omega$?

Lösung:

Es wird zunächst der Nenner berechnet und gespeichert, um dann ohne weitere Unterbrechung den Zähler durch den Nenner dividieren zu können.

Ein- gabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
CM	0.	Löschen des addierenden Speichers, damit keine Rückstände aus der zuletzt gelösten Aufgabe in die neue übertragen werden können
24	24.	
×	24.00000000 00	
12	12.	
=	288.00000000 00	
M+	288.00000000 00	$R_1 R_2$ wird gespeichert.
24	24.	
×	24.00000000 00	
32	32.	
=	768.00000000 00	
M+	768.00000000 00	$R_1 R_3$ wird im Speicher zu $R_1 R_2$ addiert.
12	12.	
×	12.00000000 00	
32	32.	
=	384.00000000 00	
M+	384.00000000 00	Im Speicher steht nun der Nenner des Bruches.
×	384.00000000 00	Bei der Berechnung des Zählers wird beachtet, daß zwei seiner Faktoren soeben multipliziert worden sind.
24	24.00000000 00	
÷	9216.000000 00	Zähler
MR	1440.000000 00	Rückruf des Nenners aus dem Speicher
=	6.400000000 00	

Ergebnis: Der Gesamtwiderstand beträgt 6,4 Ω .

Im folgenden sollen nun einige formale Beispiele gebracht werden, an denen die unterschiedlichen Verwendungsmöglichkeiten der verschiedenen Funktionstasten demonstriert werden sollen.

Beispiel 2:

Wie groß ist $\cosh 2,73$?

Lösung:

Mit einem Rechner, der eine Funktionstaste für den Hyperbolicus cosinus besitzt, erhält man unmittelbar

$$\cosh 2,73 = 7,699053135.$$

Anmerkungen:

1. Es ist zuerst das Argument 2.73 einzutasten und danach die Funktionstaste **cosh** zu drücken.
2. Bei Rechnern mit Mehrfachbelegung der Tasten ist gegebenenfalls vor der cosh-Taste die Taste **F** bzw. **G** zu drücken.
3. Bei einigen Rechnermodellen werden die hyperbolischen Funktionen durch eine Kombination einer Taste **hyp** mit der Taste der entsprechenden trigonometrischen Funktion gebildet. In diesem Fall müßte nach der Eingabe des Zahlenwertes die Tastenfolge **hyp** **cos** gedrückt werden.

Sind auf dem Rechner keine Tasten für die hyperbolischen Funktionen vorhanden, so verwende man die Beziehung

$$\cosh x = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x})$$

und rechne wie folgt:

Eingabe	Zahlenanzeige		Bemerkungen
2.73	2.73		
CM	2.73000000	00	Löschen des Speichers
M+	2.73000000	00	Speichern des Arguments
e^x	15.33288699	00	e^x
+	15.33288699	00	
MR	2.73000000	00	Rückruf des Arguments
+/-	- 2.73000000	00	Vorzeichenwechsel für e^{-x}
e^x	6.521928979	- 02	e^{-x}
÷	15.39810627	00	$e^x + e^{-x}$
2		2.	
=	7.699053135	00	

Das so berechnete Ergebnis stimmt völlig mit dem vorn angegebenen überein.

Beispiel 3:

Wie groß ist $\operatorname{arsinh} 3,66$?

Lösung:

Wenn der Rechner eine Taste $\boxed{\sinh^{-1}}$ besitzt, dann erhält man sofort

$$\operatorname{arsinh} 3,66 = 2,008771380.$$

Anmerkung:

Einige Rechnermodelle bilden die Umkehrfunktionen durch die Taste $\boxed{\operatorname{arc}}$. In diesem Fall wäre statt der Taste $\boxed{\sinh^{-1}}$ die Tastenfolge $\boxed{\operatorname{arc}} \boxed{\sinh}$ zu drücken.

Enthält der Rechner keine Tasten für die Hyperbelfunktionen und deren Umkehrungen, so berechne man $\operatorname{arsinh} 3,66$ mit Hilfe der Beziehung

$$\operatorname{arsinh} x = \ln (x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

Folgender Rechenablauf wäre zu empfehlen:

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
3.66	3.66	
CM	3.66000000 00	Löschen des Speichers
M+	3.66000000 00	Speichern von x
$\times$	3.66000000 00	
+	13.39560000 00	x^2
1	1.	
=	14.39560000 00	$x^2 + 1$
$\sqrt{}$	3.794153397 00	$\sqrt{x^2 + 1}$
+	3.794153397 00	
MR	3.66000000 00	Rückruf von x aus dem Speicher
=	7.454153397 00	$x + \sqrt{x^2 + 1}$
ln	2.008771380 00	

Der so gefundene Wert stimmt mit dem vorn ermittelten in allen Stellen überein.

Entsprechende Umrechnungsformeln für die Area-Cosinus-, die Area-Tangens- und die Area-Cotangens-Funktion entnehme man dem Anhang.

Beispiel 4:

Umrechnung von Grad- in Bogenmaß und umgekehrt.

Lösung:

Für die Umrechnung von Grad- in Bogenmaß und umgekehrt haben einige Rechnermodelle eigene Funktionstasten, die meist mit

$$\boxed{\alpha^\circ \rightarrow \text{rad}} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{\text{rad} \rightarrow \alpha^\circ}$$

beschriftet sind. Ihre Funktionsweise dürfte ohne weiteres klar sein. Sind derartige Tasten nicht vorhanden, dafür aber Tasten für trigonometrische Funktionen und für deren Umkehrungen sowie ein Schalter für die Einstellung von Bogen- bzw. von Gradmaß, so gehe man wie folgt vor:

1. Schritt: Man stelle das gegebene Winkelmaß am Schalter ein.
2. Schritt: Man drücke die Taste einer beliebigen Winkelfunktion.
3. Schritt: Man stelle den Schalter auf das gesuchte Winkelmaß um.
4. Schritt: Man drücke die Taste, die zur Umkehrfunktion zu der unter 2. gewählten trigonometrischen Funktion gehört.

Der Leser überzeuge sich selbst von der Richtigkeit dieses Vorgehens.

Zahlenbeispiel 1: 36° ist in Bogenmaß umzuwandeln.

Lösung:

Eingabe	Zahlenanzeige
Winkel- schalter auf Grad!	
36	36.
sin	5.877852514 — 01
Winkel- schalter auf rad!	
$\sin^{-1}$	6.283185303 — 01

Ergebnis: Das Bogenmaß von 36° ist 0,6283185303.

Zahlenbeispiel 2: Das Bogenmaß 1 ist in Winkelmaß umzuwandeln.

Lösung:

Eingabe	Zahlenanzeige
Winkel- schalter auf rad! 1	1.
cos	5.403023051 — 01
Winkel- schalter auf Grad! $\cos^{-1}$	57.29577957 00

Ergebnis: Zum Bogenmaß 1 gehört der Winkel $57,295\,779\,57^\circ$.

Beispiel 5:

Man berechne $0,03725^4$.

Lösung:

Besitzt der Rechner keine Taste für Potenzen mit beliebigen Exponenten, so erhält man das Ergebnis durch mehrfache Multiplikation:

Eingabe	Zahlenanzeige
0.03725	0.03725
×	3.725000000 — 02
×	1.387562500 — 03
×	5.168670312 — 05
=	1.925329691 — 06

Ergebnis: $0,03725^4 = 1,925329691 \cdot 10^{-6}$

Besitzt der Rechner eine Taste $\boxed{Y^X}$, so kommt man wesentlich schneller zum Ziel:

Eingabe	Zahlenanzeige
0.03725	0.03725
Y^X	3.725000000 — 02
4	4.
=	1.925329693 — 06

Die beiden Ergebnisse unterscheiden sich erst in der zehnten Mantissenstelle voneinander. Die Differenz ist dadurch zu erklären, daß

der Potenzwert durch die Taste $\boxed{Y^X}$ auf dem Umweg über Logarithmen ermittelt wird und sich dadurch zwangsläufig Rundungsfehler ergeben.

Beispiel 6:

Man berechne $\sqrt[7]{1,3652 \cdot 10^{-11}}$.

Lösung:

Da $\sqrt[7]{x} = x^{1/7}$ ist, kann wie folgt gerechnet werden:

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
1	1.	
$\div$	1.00000000 00	
7	7.	
=	1.428571428 - 01	
CM	1.428571428 - 01	Speicher löschen
M+	1.428571428 - 01	Speichern des Exponenten
1.3652	1.3652	
EXP	1.365200000 00	
11	1.365200000 11	
+/-	1.365200000 - 11	
Y^X	1.365200000 - 11	
MR	1.428571428 - 01	Rückruf von 1/7
=	2.804692059 - 02	

Besitzt der Rechner eine Register-Austausch-Taste $\boxed{Y \leftrightarrow X}$, so kann die Aufgabe in der Reihenfolge abgearbeitet werden, in der man sie auch spricht:

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
1.3652	1.3652	
EXP	1.365200000 00	
11	1.365200000 11	
+/-	1.365200000 - 11	Basis
CM	1.365200000 - 11	Speicher löschen
M+	1.365200000 - 11	Speichern der Basis
1	1.	
$\div$	1.000000000 00	
7	7.	
=	1.428571428 - 01	Exponent

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
Y ^X	1.428571428 — 01	Anmerkung beachten
MR	1.365200000 — 11	
Y ↔ X	1.428571428 — 01	
=	2.804692059 — 02	

Ergebnis: $\sqrt[7]{1,3652 \cdot 10^{-11}} = 0,02804692059.$

Anmerkung: Durch die Betätigung der Y^X-Taste wird der zuletzt in der Anzeige, d.h. im X-Register, befindliche Wert 1/7 in das Y-Register übertragen. Der danach eingegebene Wert $1,3652 \cdot 10^{-11}$ kommt ins X-Register und würde für die Potenzierung als Exponent betrachtet. Durch die Register-Austausch-Taste wird, so wie es sein soll, 1/7 zum Exponenten und $1,3652 \cdot 10^{-11}$ zur Basis.

Beispiel 7:

Man berechne $\left(\frac{0,00372}{0,01764}\right)^{1,147}$

Lösung:

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkung
0.00372	0.00372	Wert des Bruches
÷	3.720000000 — 03	
0.01764	0.01764	
Y ^X	2.108843537 — 01	
1.147	1.147	
=	1.677563162 — 01	

Ergebnis: $\left(\frac{0,00372}{0,01764}\right)^{1,147} = 0,167\ 756\ 316\ 2.$

Beispiel 8:

Die beiden Kräfte $F_1 = 24\text{ N}$ und $F_2 = 38\text{ N}$ greifen an einem gemeinsamen Punkt an und schließen einen Winkel von $\varphi = 48^\circ$ ein. Wie groß ist die Resultierende?

Lösung:

Nach dem Cosinussatz der Mechanik ist

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \varphi.$$

Dies ergibt folgenden Rechengang:

1. Winkeltaste auf Gradmaß einstellen

2.	Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
	24	24.	
	×	24.00000000 00	
	=	576.0000000 00	F_1^2
	CM	576.0000000 00	Speicher löschen
	M+	576.0000000 00	F_1^2 speichern.
	38	38.	
	×	38.00000000 00	
	=	1444.000000 00	F_2^2
	M+	1444.000000 00	Im Speicher ist nun $F_1^2 + F_2^2$.
	2	2.	
	×	2.000000000 00	
	24	24.	
	×	48.00000000 00	$2 \cdot F_1$
	38	38.	
	×	1824.00000 00	$2 \cdot F_1 \cdot F_2$
	48	48.	
	cos	6.691306058 -01	
	=	1220.494224 00	$2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \varphi$
	M+	1220.494224 00	Im Speicher steht jetzt F_R^2 .
	MR	3240.494224 00	F_R^2
	√	56.92533903 00	F_R

Ergebnis: Die Resultierende der beiden Kräfte ist $F_R = 56,9 \text{ N}$.

Beispiel 9:

Läßt man die Masse m_0 eines radioaktiven Stoffes zerfallen, so ist die Restmenge $m(t)$ nach der Zeit t

$$m(t) = m_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

Dabei ist $T_{1/2}$ die Halbwertszeit des Materials.

Wieviel Gramm Radium bleiben von 125 g übrig, wenn diese 2000 Jahre zerfallen? ($T_{1/2} = 1620 \text{ Jahre}$)

Lösung:

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
2	2.	
ln	6.931471813 -01	ln 2
×	6.931471813 -01	

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
2000	2000.	t
$\div$	1386.294362 00	$t \cdot \ln 2$
1620	1620.	$T_{1/2}$
$+/-$	-1620.000000 00	
$=$	-8.557372604 -01	Exponent
e^x	4.249697627 -01	e^x (x Exponent)
$\times$	4.249697627 -01	
125	125.	m_0
$=$	53.12122033 00	$m(t)$

Ergebnis: Nach 2000 Jahren sind von den 125 g Radium noch 53,1 g übrig.

Beispiel 10:

Zwischen zwei Masten, die $e = 150$ m voneinander entfernt stehen, soll eine Leitung gezogen werden. Wie lang muß das Leiterseil sein, wenn das Gewicht q des Leiterseiles 4 N/m beträgt und im tiefsten Punkt der Leitung eine Zugkraft F von 480 N auftritt? Die Formel für die Berechnung der Seillänge lautet

$$l = \frac{2 \cdot F}{q} \cdot \sinh \frac{q \cdot e}{2 \cdot F}$$

Lösung:

Um nicht zwischenspeichern zu müssen, berechnet man am besten zuerst das Argument des hyperbolischen Sinus.

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
4.	4.	q
$\div$	4.000000000 00	
2	2.	
$\times$	2.000000000 00	$q/2$
150	150.	e
$\div$	300.0000000 00	$q \cdot e/2$
480	480.	F
$=$	6.250000000 -01	$A = \frac{q \cdot e}{2 \cdot F}$
$\sinh$	6.664922640 -01	$\sinh A$
$\times$	6.664922640 -01	
2	2.	
$\times$	1.332984528 00	$2 \cdot \sinh A$
480	480.	F
$\div$	639.8325734 00	$2 \cdot F \cdot \sinh A$
4.	4.	q
$=$	159.9581433 00	l

Ergebnis: Das Leiterseil muß $l = 159,96$ m lang sein.

Treten bei der Berechnung eines komplizierteren Ausdrucks mehrere Größen auf, die immer wieder verwendet werden müssen und sind diese Größen überdies mehrstellige Zahlen, so entsteht ein relativ hoher Aufwand, um diese Zahlen immer wieder von neuem in den Rechner einzugeben. Außerdem erhöht sich natürlich auch die Gefahr, daß man sich gelegentlich „vertippt“. Für solche Aufgaben lohnen sich *Rechner mit mehreren Speichern*. Wie man mit einem solchen Rechner an die Lösung einer Aufgabe herangeht, soll im folgenden Beispiel gezeigt werden. Dabei wollen wir voraussetzen, daß der verwendete Rechner mindestens fünf nicht rechnende Speicher besitzt.

Beispiel 11:

Die Flugbahn eines Geschosses wird unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes durch die folgende Parameterdarstellung beschrieben:

$$x = v_0 \cdot k \cdot \cos \alpha \cdot (1 - e^{-t/k})$$

$$y = v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha \cdot (1 - e^{-t/k}) - k \cdot g \cdot t$$

In welcher horizontalen Entfernung x von der Abschußstelle befindet sich ein Geschloß nach $t = 12$ s Flugzeit, und welche Höhe y hat es dann erreicht, wenn es mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 750$ m/s und unter einem Abschußwinkel $\alpha = 52^\circ$ abgefeuert wurde und die Bremskonstante $k = 42$ s beträgt?

Lösung:

Die Größen v_0 , k , α und t treten in den beiden Formeln mehrfach auf. Wir speichern sie daher am Anfang der Rechnung in den Speichern mit den Nummern 1 bis 4.

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
750	750.	v_0
STO 1	750.0000000 00	v_0 wird in Speicher 1 gespeichert.
42	42.	k
STO 2	42.00000000 00	k wird in Speicher 2 gespeichert.
52	52.	α
STO 3	52.00000000 00	α wird in Speicher 3 gespeichert.
12	12.	t

Eingabe	Zahlenanzeige	Bemerkungen
STO 4	12.00000000 00	t wird in Speicher 4 gespeichert und gleich für die weitere Berechnung genutzt.
$\div$	12.00000000 00	
RCL 2	42.00000000 00	Wiederaufruf von k
=	2.857142857 -01	t/k
+/-	-2.857142857 -01	$-t/k$
e^x	7.514772933 -01	$e^{-t/k}$
+/-	-7.514772933 -01	
+	-7.514772933 -01	
1	1.	
=	2.485227070 -01	$1 - e^{-t/k} = \exp$
STO 5	2.485227070 -01	Siehe Anmerkung 1
$\times$	2.485227070 -01	
RCL 1	750.0000000 00	Rückruf von v_0
$\times$	186.3920302 00	$v_0 \cdot \exp$
RCL 2	42.00000000 00	Rückruf von k
$\times$	7828.465268 00	$v_0 \cdot k \cdot \exp$
RCL 3	52.00000000 00	Rückruf von α
cos	6.156614747 -01	$\cos \alpha$
=	4819.684471 00	$x = v_0 \cdot k \cdot \cos \alpha \cdot \exp$
RCL 1	750.0000000 00	Rückruf von v_0
$\times$	750.0000000 00	
RCL 2	42.00000000 00	Rückruf von k
$\times$	31500.00000 00	$v_0 \cdot k$
RCL 3	52.00000000 00	Rückruf von α
sin	7.880107548 -01	$\sin \alpha$
$\times$	24822.33877 00	$v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha$
RCL 5	2.485227070 -01	Rückruf von $\exp$
=	6168.914825 00	$v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha \cdot \exp$
STO 1	6168.914825 00	Siehe Anmerkung 2
RCL 2	42.00000000 00	Rückruf von k
$\times$	42.00000000 00	
9.81	9.81	g
$\times$	412.0200000 00	$k \cdot g$
RCL 4	12.00000000 00	Rückruf von t
+/-	-12.00000000 00	
+	-4944.240000 00	$-k \cdot g \cdot t$
RCL 1	6168.914825 00	Rückruf von
		$v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha \cdot \exp$
=	1224.674825 00	$y = v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha \cdot \exp$
		$-k \cdot g \cdot t$

Ergebnis: Die horizontale Entfernung des Geschosses von der Abschußstelle beträgt nach 12 s 4820 m, die augenblickliche Höhe 1225 m.

Anmerkung 1: Der Ausdruck $1 - e^{-t/k}$ wird im Speicher 5 untergebracht, da dieser Wert später noch einmal bei der Berechnung von y benötigt wird. Gleichzeitig wird der Wert für die Fortsetzung der Berechnung von x unmittelbar weiter genutzt.

Anmerkung 2: Der Ausdruck $v_0 \cdot k \cdot \sin \alpha \cdot (1 - e^{-t/k})$ wird im Speicher 1 gespeichert, obwohl sich dort bereits v_0 befindet. Da aber v_0 für die weitere Berechnung nicht mehr benötigt wird, kann es durch den neuen Wert „überschrieben“ werden.

4.6. Elektronische Taschenrechner mit Umgekehrter Polnischer Notation

4.6.1. Die Umgekehrte Polnische Notation

Wir sind es von der Mathematik her gewöhnt, das *Operationszeichen*, das zwei Zahlen miteinander verknüpfen soll, zwischen diese beiden Zahlen zu schreiben. So schreiben wir beispielsweise

$$a + b,$$

wenn wir zum Ausdruck bringen wollen, daß die beiden Zahlen a und b addiert werden sollen.

Diese Schreibweise birgt allerdings auch Nachteile in sich, an die wir uns jedoch gewöhnt haben. Sollen nämlich z. B. mehr als zwei Operanden durch unterschiedliche Rechenoperationen miteinander verknüpft werden, so zeigt es sich, daß die Formulierung der Aufgabe *nicht immer eindeutig* ist. So könnte man die Aufgabe

$$a + b \cdot c$$

so auffassen, daß man zuerst die Summe aus a und b bildet und diese dann mit c multipliziert, es wäre aber auch möglich, die Aufgabe so zu interpretieren, daß zur Zahl a das Produkt aus b und c hinzugefügt werden soll.

Um Unklarheiten in der Deutung einer Aufgabe zu verhindern, wurden daher die sogenannten *Vorrangregeln* eingeführt, die besagen, daß die *Rechenoperationen der dritten Stufe* (Potenzieren, Radizieren) *vor denen der zweiten Stufe*

(Multiplizieren und Dividieren) und diese wieder vorrangig vor denen der ersten Stufe (Addieren und Subtrahieren) auszuführen sind. Für den Fall, daß von diesen Vorrangregeln abgewichen werden soll, wurde die *Klammerschreibweise* geschaffen. Dadurch ist eindeutig festgelegt, daß in $a + b \cdot c$ zuerst das Produkt $b \cdot c$ zu berechnen ist und erst dann a hinzugefügt werden soll. Soll dagegen die Summe $a + b$ mit c multipliziert werden, so muß man schreiben $(a + b) \cdot c$.

Diese primitiven Grundkenntnisse aus der Mathematik, die jeder für selbstverständlich ansieht, bringen jedoch für das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern einige Schwierigkeiten mit sich, und zwar dadurch, daß fast in allen Fällen, in denen in einem zu berechnenden Ausdruck Klammern auftreten, Zwischenergebnisse notiert oder gespeichert werden müssen.

Auf den polnischen Mathematiker LUKASIEWICZ geht nun eine neue Art der Notation mathematischer Ausdrücke zurück, die *völlig frei ist von mehrdeutigen Auslegungen*, ohne daß sie dabei solcher zusätzlicher Hilfsmittel wie Klammern usw. bedarf. Diese für die Anwendung elektronischer Rechengeräte nützliche Art der Niederschrift mathematischer Beziehungen wird „Inverse Polnische Notation“ oder „Umgekehrte Polnische Notation“ genannt.

Es soll versucht werden, die Grundidee dieser Polnischen Notation und deren Verwirklichung an einem Rechner an Hand eines Beispiels zu erläutern.

Die Berechnung des Ausdrucks

$$a \cdot b + c \cdot d$$

muß auf den Vorrang der Multiplikation vor der Addition Rücksicht nehmen und kann etwa durch folgende Schritte beschrieben werden:

Vorschrift	Vorhandene Zahlen		
Nimm a	a		
Nimm b	b	a	
Multipliziere	$a \cdot b$		
Nimm c	c	$a \cdot b$	
Nimm d	d	c	$a \cdot b$
Multipliziere	$c \cdot d$	$a \cdot b$	
Addiere	$a \cdot b + c \cdot d$		

Dabei wurde die Anordnung der vorhandenen Zahlen so orientiert, daß die neu eingegebenen Zahlen immer in die „unterste Ebene“ kommen und daß dort bereits befindliche Zahlen bei der Neueingabe einer Zahl jeweils um eine Ebene nach oben verschoben werden. Die Rechenoperationen wurden immer mit den in der untersten und der unmittelbar darüberliegenden Ebene vorhandenen Zahlen ausgeführt. Das Ergebnis kam in die unterste Ebene, und die darüber liegenden Zahlen rückten jeweils wieder um eine Stufe nach unten. (In der obigen Tabelle befindet sich die unterste Ebene in der linken, die oberste Ebene in der rechten Spalte.)

Wenn nun ein Rechner so aufgebaut ist, daß er von vornherein mehrere *Kellerspeicher* X, Y, Z, ... besitzt, zwischen denen die Verschiebung der bereits vorhandenen Zahlen bei der Neueingabe einer Zahl bzw. bei der Durchführung einer Rechenoperation in der oben beschriebenen Weise *automatisch* erfolgt, dann würde die obige Aufgabe folgende Verschiebungen innerhalb der vorhandenen „Kellerspeicher“ oder „Register“ X, Y, Z, ... auslösen:

Operation	Speicherinhalt von		
	X	Y	Z
Eingabe a	a		
Eingabe b	b	a	
×	$a \cdot b \leftarrow$		
Eingabe c	c	$a \cdot b$	
Eingabe d	d	c	$a \cdot b$
×	$d \cdot c \leftarrow$	$a \cdot b \leftarrow$	
+	$a \cdot b + c \cdot d \leftarrow$		

Die erforderlichen Anweisungen für die Durchführung der einzelnen Operationen könnte man dann wie folgt abkürzen:

$$a b \times c d \times +.$$

Dies ist die dem Ausdruck $a \cdot b + c \cdot d$ entsprechende Schreibweise in der Umgekehrten Polnischen Notation.

Eine entsprechende Schreibweise für den Ausdruck

$$(a \cdot b + c) \cdot d$$

würde lauten:

$$a b \times c + d \times ,$$

wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man verfolgt, wie diese Anweisungen in dem vorn skizzierten Rechner ablaufen würden:

Operation	Speicherinhalt von		
	X	Y	Z
Eingabe a	a	↓	
Eingabe b	b	a	
$\times$	$a \cdot b \leftarrow$	↓	
Eingabe c	c	$a \cdot b$	
$+$	$a \cdot b + c \leftarrow$	↓	
Eingabe d	d	$a \cdot b + c$	
$\times$	$(a \cdot b + c) \cdot d \leftarrow$	↓	

Bei der Umgekehrten Polnischen Notation werden also die *Operationszeichen den Zahlen nachgestellt*, und zwar beziehen sie sich stets auf die letzte bzw. die letzten beiden Zahlen, die unmittelbar davor stehen.

Der Leser kontrolliere selbst die Übereinstimmung der unterschiedlichen Schreibweisen für folgende Ausdrücke:

Mathematische Schreibweise	Schreibweise in Umgekehrter Polnischer Notation
$a \cdot b + c$	$a b \times c +$
$a + b \cdot c$	$a b c \times +$
$a \cdot (b + c)$	$a b c + \times$
$(a + b) \cdot (c - d)$	$a b + c d - \times$
$\frac{a \cdot b}{c}$	$a b \times c /$
$\frac{a \cdot d - b \cdot c}{u \cdot z - v \cdot y}$	$a d \times b c \times - u$ $z \times v y \times - /$
$\ln(x + \sqrt{y \cdot z - \sin u})$	$yz \times u \sin - \sqrt{x}$ $+ \ln$

4.6.2. Registeroperationen bei Rechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation

Der Ablauf einer Rechnung in einem Rechner mit Umgekehrter Polnischer Notation wurde bereits in 4.6.1. kurz skizziert. Wir wollen sie zusammenfassen in folgender

Merkregel:

1. Jeder Rechner mit Umgekehrter Polnischer Notation besitzt mehrere Register, die wir der Reihe nach mit X, Y, Z, T, ... bezeichnen wollen.
2. Die Eingabe einer Zahl erfolgt stets in das X-Register.
3. Bei jeder Eingabe einer neuen Zahl rücken die Zahlen, die bereits in den Registern gespeichert sind, jeweils um eine Stufe nach „oben“.
4. Wird eine Rechenoperation ausgeführt, an der nur ein Operand beteiligt ist (Speichern einer Zahl. Ermittlung von Funktionswerten usw.), so muß dieser Operand im X-Register stehen. Das Ergebnis der Operation wird im X-Register gespeichert.
5. Bei Rechenoperationen, an denen zwei Operanden beteiligt sind, werden die jeweiligen Operanden dem Y- und X-Register entnommen. Das Ergebnis wird im X-Register gespeichert. Die Zahlen aus den „höheren“ Registern rücken nach der Ausführung der Rechenoperation jeweils um eine Stufe nach „unten“.

Da das Ergebnis einer Rechenoperation sofort nach dem Betätigen der jeweiligen Operationstaste im X-Register und damit auch in der Ergebnisanzeige erscheint, benötigen Rechner mit Umgekehrter Polnischer Notation *keine Ergebnistaste* .

Bei der Umgekehrten Polnischen Notation kommt es häufig vor, daß zwei und mehr Zahlen unmittelbar nacheinander eingegeben werden müssen. Da nun aber jede Zahl ziffernweise eingetastet wird, muß eine Möglichkeit vorhanden sein, durch die dem Rechner kundgetan wird, daß die Eingabe einer Zahl abgeschlossen ist und mit der Eingabe der näch-

sten Zahl begonnen werden soll. Dies geschieht durch die Taste

ENTER bzw. **ENTER ↑** bzw. **↑**

Für die Eingabe von Zahlen in Rechner mit Umgekehrter Polnischer Notation gilt die folgende

Regel:

Die Eingabe einer Zahl gilt als abgeschlossen, wenn nach dem Eintasten der letzten Ziffer der Zahl eine der folgenden Tasten gedrückt wird:

ENTER-Taste	Operationstaste
Speichertaste	Löschtaste
Funktionstaste	Register-Austausch-Taste
Taste für den Speicher-Register-Austausch	

Die ENTER-Taste ist nur zu drücken, wenn nach der soeben eingegebenen Zahl eine weitere Zahl eingegeben werden soll bzw. wenn diese Zahl an mehreren unmittelbar aufeinanderfolgenden Operationen beteiligt ist. Die übrigen in der obigen Regel angegebenen Tasten lösen jeweils den Arbeitsgang aus, für den sie vorgesehen sind.

Die sich ergebenden Verschiebungen der Registerinhalte bei der Betätigung einzelner Tasten sollen noch einmal ausführlich an der folgenden Tastenfolge demonstriert und erläutert werden:

a	↑	b	↑	c	×	+	√
d	↑	e	↑	f	+	×	/ ln

Eingabe *a*:

<i>a</i> →		T	<i>a</i> wird im X-Register gespeichert.
		Z	
		Y	
	a	X	

ENTER:

<i>a</i> →		T	Beim Abschluß der Eingabe von <i>a</i> durch die ENTER-Taste wird <i>a</i> gleichzeitig in das Y-Register übertragen.
		Z	
	a	Y	
	a	X	

Eingabe b :

		T
		Z
	a	Y
$b \rightarrow$	b	X

b wird im X-Register gespeichert, der bisherige Wert a wird dort gelöscht.

ENTER:

		T
	a	Z
$a \rightarrow$	b	Y
$b \rightarrow$	b	X

Durch die Betätigung der ENTER-Taste werden alle Registerinhalte um eine Stufe nach oben gehoben.

Eingabe c :

		T
	a	Z
	b	Y
$c \rightarrow$	c	X

c wird im X-Register gespeichert.

Multiplikation:

		T
		Z
$a \rightarrow$	a	Y
$b \rightarrow$	$b \cdot c$	X

Die Inhalte der Register Y und X werden miteinander multipliziert, das Ergebnis in X gespeichert. Alle anderen Register rücken um eine Stufe nach unten.

Addition:

		T
		Z
		Y
$a \rightarrow$	$a + b \cdot c$	X

Inhalte von Y und X werden addiert; Ergebnis erscheint in X.

Wurzel:

		T
		Z
		Y
	$\sqrt{a + b \cdot c}$	X

Die Betätigung der Wurzeltaste ruft nur eine Veränderung innerhalb des X-Registers hervor.

Eingabe d :

$d \rightarrow$		T
		Z
	$\sqrt{a + b \cdot c}$	Y
	d	X

d wird in das X-Register aufgenommen; der bisherige Inhalt des X-Registers geht in das Y-Register über.

ENTER:

$d \rightarrow$		T
	$\sqrt{a + b \cdot c}$	Z
	d	Y
	d	X

Alle Registerinhalte werden um eine Stufe nach oben gehoben.

Eingabe e :

$e \rightarrow$		T
	$\sqrt{a + b \cdot c}$	Z
	d	Y
	e	X

e wird ins X-Register aufgenommen.

ENTER:

$e \rightarrow$	$\sqrt{a + b \cdot c}$	T
	d	Z
	e	Y
	e	X

Alle Registerinhalte werden um eine Stufe nach oben gehoben.

Eingabe f :

$f \rightarrow$	$\sqrt{a + b \cdot c}$	T
	d	Z
	e	Y
	f	X

f wird ins X-Register aufgenommen.

Addition:

$\rightarrow$	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	T
$\rightarrow$	$\sqrt{a + b \cdot c}$	Z
$\neg \rightarrow$	d	Y
$\neg \rightarrow$	e + f	X

Inhalt des Y-Registers wird zum Inhalt des X-Registers addiert; alle übrigen Registerinhalte rücken um eine Stufe nach unten. Der Inhalt des T-Registers wurde eingeklammert, da bei einigen Rechnermodellen der Inhalt des höchsten Registers erhalten bleibt, wenn eine Rechenoperation ausgelöst wird, bei anderen aber der Inhalt des oberen Registers gelöscht wird.

Multiplikation:

$\rightarrow$	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	T
$\rightarrow$	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	Z
$\neg \rightarrow$	$\sqrt{a + b \cdot c}$	Y
$\neg \rightarrow$	d · (e + f)	X

Multiplikation der im Y- und im X-Register befindlichen Werte. Das Ergebnis kommt ins X-Register. Die höheren Register rücken jeweils um eine Stufe nach unten.

Division:

$\rightarrow$	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	T
$\rightarrow$	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	Z
$\neg \rightarrow$	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	Y
$\neg \rightarrow$	$\frac{d \cdot (e + f)}{\sqrt{a + b \cdot c}}$	X

Division des Inhalts des Y-Registers durch den Inhalt des X-Registers. Das Ergebnis erscheint im X-Register. Alle übrigen Register rücken wiederum um eine Stufe nach unten.

Logarithmus:

	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	T
	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	Z
	$(\sqrt{a + b \cdot c})$	Y
	$\ln \frac{d \cdot (e + f)}{\sqrt{a + b \cdot c}}$	X

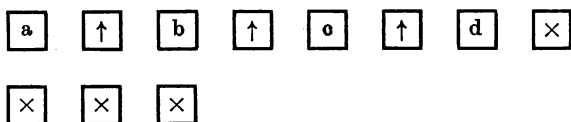
Da an der Bildung des Logarithmus nur das X-Register beteiligt ist, finden zwischen den übrigen Registern keine Verschiebungen statt.

Die hier dargestellten Verschiebungen der Register-Inhalte bei der Eingabe neuer Zahlen (Verschiebung nach oben) und bei der Durchführung von Rechenoperationen (keine Verschiebung bzw. Verschiebung nach unten) bilden die Grundlage für das Verständnis der Vorgänge, die sich in einem Rechner mit Umgekehrter Polnischer Notation abspielen. Jeder, der einen solchen Rechner besitzt, sollte sich damit ganz *eingehend vertraut machen*, da sonst ein sicheres Rechnen mit diesem Rechner nicht möglich ist. Schwierigkeiten treten dabei nur am Anfang auf. Hat man sich an die „Denkweise“ eines Rechners mit Umgekehrter Polnischer Notation gewöhnt, so wird man feststellen, daß die hier verwendete Art des Eingebens von Zahlen und des Rechnens mindestens ebenso leicht ist wie bei den Rechnern mit algebraischer bzw. arithmetischer Logik.

Bei den Erläuterungen des letzten Beispiels wurde darauf hingewiesen, daß die verschiedenen Rechnermodelle beim Zurücksetzen der Speicherinhalte ein unterschiedliches Verhalten zeigen können.

Bei einigen Modellen wird der Inhalt des obersten Registers gelöscht, wenn dieser nach der Ausführung einer Rechenoperation nach unten versetzt wird. Bei anderen dagegen bleibt dieser Inhalt erhalten. Für das Rechnen mit einem solchen Rechner ist es aber wichtig, dieses Verhalten zu kennen, da unterschiedliche Ergebnisse entstehen können, wenn im Lauf einer Rechnung alle Register besetzt worden sind.

Wir wollen dies an einem Rechner nachprüfen, der vier Register X, Y, Z und T besitzen möge und in den die Tastenfolge



eingegeben worden ist. Dabei sollen die beiden Fälle unterschieden werden:

- a) das oberste Register wird beim „Zurücksetzen“ nicht gelöscht,
- b) das oberste Register wird beim „Zurücksetzen“ gelöscht.

Ein- gabe	Fall a				Fall b			
	X	Y	Z	T	X	Y	Z	T
<i>a</i>	<i>a</i>				<i>a</i>			
ENTER	<i>a</i>	<i>a</i>			<i>a</i>	<i>a</i>		
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>			<i>b</i>	<i>a</i>		
ENTER	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>		<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>		<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	
ENTER	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
×	<i>cd</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>cd</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	0
×	<i>bcd</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>bcd</i>	<i>a</i>	0	0
×	<i>abcd</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>abcd</i>	0	0	0
×	<i>a²bcd</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	0	0	0	0

Ergebnis: Wird das oberste Register nicht gelöscht, so erscheint nach der obigen Tastenfolge in der Zahlenanzeige das Produkt a^2bcd , wird es gelöscht, dann erhält man den Wert 0.

Eine weitere Kenngröße, die für das Rechnen mit Taschenrechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation wichtig ist, ist die *Anzahl der Rechenregister* – im Englischen auch *Stacks* genannt –, die zur Verfügung stehen. Die meisten Rechnermodelle besitzen vier, manche auch nur drei Rechenregister.

Um die Anzahl der Rechenregister eines Rechners festzustellen, bediene man sich der folgenden einfachen

Testrechnung:

Man gebe nacheinander eine Anzahl von beliebigen Zahlen ein, die unter Garantie größer ist als die Anzahl der zur Verfügung stehenden Rechenregister (in unserem Fall sollen die Zahlen 1 bis 6 eingegeben werden), und führe damit die folgende Rechnung aus:

1	↑	2	↑	3	↑	4	↑
5	↑	6	+	+	+	+	+

Es ergeben sich hierbei die folgenden Registerbelegungen:

Eingabe	Rechner mit 4 Registern				Rechner mit 3 Registern		
	X	Y	Z	T	X	Y	Z
1	1				1		
ENTER	1	1			1	1	
2	2	1			2	1	
ENTER	2	2	1		2	2	1
3	3	2	1		3	2	1
ENTER	3	3	2	1	3	3	2 ⁺)
4	4	3	2	1	4	3	2
ENTER	4	4	3	2 ⁺)	4	4	3 ⁺)
5	5	4	3	2	5	4	3
ENTER	5	5	4	3 ⁺)	5	5	4 ⁺)
6	6	5	4	3	6	5	4
+	11	4	3	3	11	4	4
+	15	3	3	3	15	4	4
+	18	3	3	3	19	4	4
+	21	3	3	3	23	4	4
+	24	3	3	3	27	4	4

Ergebnis: Bei einem Rechner mit 4 Registern erhält man als Endwert 24, bei drei Registern den Wert 27. Dabei wurde vorausgesetzt, daß der oberste Speicher beim Zurücksetzen *nicht gelöscht* wird. Der Leser überlege sich selbst, wie die Rechnung verläuft, wenn der oberste Speicher beim Zurücksetzen gelöscht wird.

Aus der letzten Testrechnung wird noch eine weitere Eigenschaft der Rechner mit Umgekehrter Polnischer Notation sichtbar: Man darf bei solchen Rechnern *nicht unbegrenzt viele Zahlen unmittelbar nacheinander eingeben*. Gibt man nämlich mehr Zahlen unmittelbar nacheinander in den Rechner ein, als dieser Rechenregister besitzt, dann gehen die zuerst eingegebenen Zahlen der Reihe nach verloren; es bleiben nur die zuletzt eingegebenen n Zahlen für die weitere Rechnung erhalten, wenn der Rechner n Rechenregister besitzt. Bei einigen Rechnermodellen wird das Verlorengehen der zuerst eingegebenen Zahl angezeigt.

Die Stellen, an denen im vorangegangenen Testbeispiel die Zahlen 1, 2 und 3 verloren gingen, wurden durch das Zeichen ⁺) gekennzeichnet.

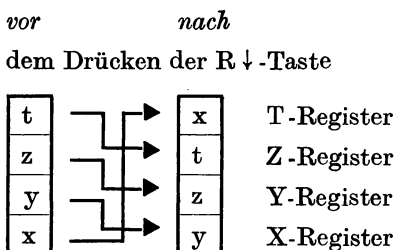
Abschließend sei noch auf die Taste



hingewiesen, durch die eine sogenannte „Ringverschiebung“ aller Registerinhalte (roll down stack) herbeigeführt werden kann. Beim Drücken dieser Taste werden *alle Registerinhalte um eine Stufe nach unten* gerückt, der *Inhalt des X-Registers* aber geht *in das oberste Register* über.

Dieser Vorgang soll durch folgende Skizze veranschaulicht werden:

REGISTERINHALT



Die R ↓-Taste wird vor allem dann mit Vorteil verwendet, wenn man sich über den augenblicklichen Inhalt der verschiedenen Rechenregister informieren will. Durch viermaliges Betätigen der R ↓-Taste wird bei einem Rechner mit vier Rechenregistern der ursprüngliche Zustand wiederhergestellt.

4.6.3. Beispiele für das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation

Das Arbeiten mit Taschenrechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation bereitet den Anfängern häufig große Schwierigkeiten, weil sich die Formulierung des Rechenweges sehr wesentlich von dem unterscheidet, was er von der Mathematik her gewöhnt ist, und weil er ständig den Überblick über die Belegung der verschiedenen Rechenregister behalten muß, um nicht zu falschen Ergebnissen zu kommen. Erfahrungsgemäß lassen diese Schwierigkeiten aber bald nach, nachdem man sich intensiv mit seinem Rechner beschäftigt hat, und es ist sogar so, daß die meisten Besitzer von Rechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation auf

„ihren Rechner“ schwören und ihn nicht mehr durch einen anderen Typ austauschen wollen. Man lasse sich also keineswegs durch anfängliche Beschwerden und Mißerfolge entmutigen, sondern man versuche, so viel wie möglich mit seinem Rechner zu arbeiten, um die erforderliche Routine in dessen Bedienung sowie das Verständnis für die ablaufenden Rechenvorgänge zu erhalten.

Vor allem für den Anfang sei jedem geraten, sich den Rechenweg zur Lösung einer Aufgabe in allen Teilschritten aufzuschreiben und dabei eine Übersicht über die Belegung der einzelnen Rechenregister hinzuzufügen. Dadurch wird das Verständnis für die Verschiebungsvorgänge zwischen den Rechenregistern stark gefördert, und man gewinnt sehr bald die nötige Sicherheit, um schnell und richtig mit seinem Rechner arbeiten zu können.

Im Bild 10 ist das typische Erscheinungsbild eines Taschenrechners mit Umgekehrter Polnischer Notation dargestellt.

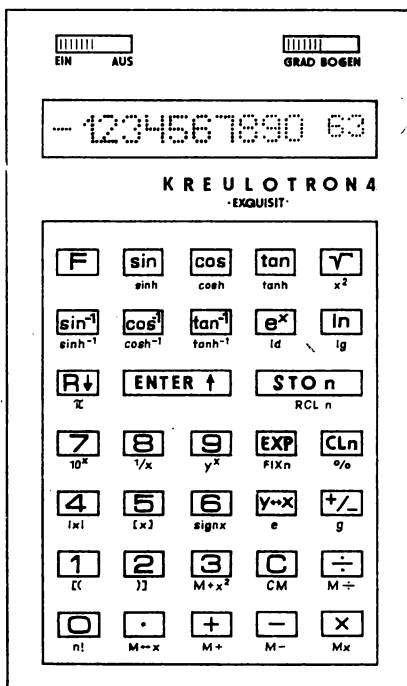


Bild 10
Elektronischer Taschen-
rechner mit Umgekehrter
Polnischer Notation,
mehreren adressierbaren
Speichern und Doppelbe-
legung der Funktions-
tasten

Bemerkenswert ist das Fehlen der Ergebnistaste [=], für die die **ENTER**-Taste auftritt, die bei keinem anderen Rechner-typ vorhanden ist.

Bei den folgenden Beispielen wird angeraten, die Verschiebungen innerhalb der einzelnen Rechenregister genauestens zu verfolgen und sich darüber klarzuwerden, warum bei der jeweils angegebenen Operation gerade eine Verschiebung der Registerinhalte nach oben oder nach unten bzw. gar keine Verschiebung eingetreten ist. Dazu greife man, solange man nicht vollständig sicher ist, immer wieder auf die beiden in 4.6.2. angegebenen Regeln zurück.

Beispiel 1:

Man berechne $\sqrt[4]{625}$.

Lösung:

Eingabe	Registerinhalte			
	X	Y	Z	T
625	625			
ENTER	625	625		
4	4	625		
1/x	.25	625		
Y ^x	5			

Ergebnis: $\sqrt[4]{625} = 5$

Beispiel 2:

Man berechne $\sqrt{3^2 + 4^2}$.

Lösung:

Eingabe	Registerinhalte			
	X	Y	Z	T
3	3			
ENTER	3	3		
×	9			
4	4	9		
ENTER	4	4	9	
×	16	9		
+	25			
√	5			

Ergebnis: $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Beispiel 3:

Die kartesischen Koordinaten des Punktes $P(6; 8)$ sind in Polarkoordinaten umzuwandeln.

Lösung:

Für die Umwandlung der kartesischen Koordinaten $x; y$ eines Punktes in Polarkoordinaten $r; \varphi$ gelten die Beziehungen

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

Eingabe	Registerinhalte			
	X	Y	Z	T
6	6			
ENTER	6	6		
$\times$	36			
8	8	36		
ENTER	8	8	36	
$\times$	64	36		
$+$	100			
$\sqrt{}$	10			
8	8	10		
ENTER	8	8	10	
6	6	8	10	
$\div$	1.33...	10		
Winkel- schalter auf Grad!				
$\tan^{-1}$	53.13	10		

Ergebnis: Die Polarkoordinaten von P sind $r = 10$ und $\varphi = 53,13^\circ$.

Es sei darauf hingewiesen, daß es Rechner gibt, bei denen die Beispiele 1 bis 3 durch vorprogrammierte Funktionstasten unmittelbar gelöst werden können.

Da es bei den folgenden Übungsaufgaben darauf ankommt, die Belegung der Rechenregister zu verfolgen, und da vorausgesetzt werden kann, daß das Eingeben und das Ablesen von Zahlenwerten keine Schwierigkeiten mehr bereiten, sollen die Belegungen der Register nun nur noch in allgemeiner Form angegeben werden. Dem Leser sei aber dringend empfohlen, die einzelnen Aufgaben mit konkreten Zahlenwerten vollständig durchzurechnen.

Beispiel 4:

Es soll die Berechnung des Gesamtwiderstandes R dreier parallel geschalteter Widerstände R_1 , R_2 und R_3 (vgl. Beispiel 6 aus 4.2., Beispiel 6 aus 4.3. und Beispiel 3 aus 4.4.) noch einmal vorgeführt werden, diesmal zugeschnitten auf Rechner mit Umgekehrter Polnischer Notation.

Lösung:

Die Berechnung soll mit Hilfe der Formel

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

erfolgen.

Eingabe	Registerinhalte			
	X	Y	Z	T
R_1	R_1			
$1/x$	$1/R_1$			
R_2	R_2	$1/R_1$		
$1/x$	$1/R_2$	$1/R_1$		
+	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$			
R_3	R_3	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$		
$1/x$	$\frac{1}{R_3}$	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$		
+	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$			
$1/x$	R			

Der Leser führe die Zahlenrechnung mit den im Beispiel 6 aus 4.2. gegebenen Werten selbst durch.

Beispiel 5:

Es soll die Oberfläche A_0 eines Kegels mit dem Grundkreisradius R und der Höhe H berechnet werden.

Lösung:

Die Oberfläche eines Kegels ist

$$A_0 = \pi \cdot r \cdot (r + \sqrt{r^2 + h^2}).$$

Da r in dieser Formel mehrfach verwendet werden muß, soll es gleich zu Beginn der Rechnung gespeichert werden, damit man den Zahlenwert nicht jedesmal neu ziffernmäßig eintasten muß.

Eingabe	Registerinhalte			Speicher
	X	Y	Z	
r	r			
M	r			r
ENTER	r	r		r
$\times$	r^2			r
h	h	r^2		r
ENTER	h	h	r^2	r
$\times$	h^2	r^2		r
$+$	$h^2 + r^2$			r
$\sqrt{}$	$\sqrt{h^2 + r^2}$			r
MR	r	$\sqrt{h^2 + r^2}$		r
$+$	$r + \sqrt{h^2 + r^2}$			r
MR	r	$r + \sqrt{h^2 + r^2}$		r
$\times$	$r(r + \sqrt{h^2 + r^2})$			r
π	π	$r \cdot (r + \sqrt{r^2 + h^2})$		r
$\times$	A_0			r

Beispiel 6:

Es ist ein Funktionswert $F(t)$ der WEIBULL-Verteilung

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\beta)^\alpha}$$

zu berechnen.

Lösung:

Eingabe	Registerinhalte			
	X	Y	Z	T
t	t			
ENTER	t	t		
β	β	t		
$\div$	t/β			
α	α	t/β		
Y^X	$(t/\beta)^\alpha$			
$+/-$	$-(t/\beta)^\alpha$			
e^x	$e^{-(t/\beta)^\alpha}$			
$+/-$	$-e^{-(t/\beta)^\alpha}$			
1	1	$-e^{-(t/\beta)^\alpha}$		
$+$	$1 - e^{-(t/\beta)^\alpha}$			
	$= F(t)$			

Beispiel 7:

Es ist e^x mit Hilfe der Reihenentwicklung

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

zu berechnen.

Lösung:

Es soll vorausgesetzt werden, daß ein Rechner mit mehreren adressierbaren Speichern zur Verfügung steht. Da x in der obigen Reihenentwicklung immer wieder auftritt, soll der zugehörige Zahlenwert von Anfang an im Speicher 1 untergebracht werden. Im Speicher 2 wollen wir das jeweils zuletzt berechnete Glied der Reihe speichern, da es vorteilhaft zur Berechnung des folgenden Gliedes genutzt werden kann (vgl. dazu auch Beispiel 6 aus 4.4.).

Eingabe	Registerinhalte			Inhalt von Speicher	
	X	Y	Z	1	2
1	1				
ENTER	1	1			
x	x	1			
STO 1	x	1		x	
STO 2	x	1		x	x
+	$1 + x$			x	x
RCL 2	x	$1 + x$		x	x
ENTER	x	x	$1 + x$	x	x
$\times$	x^2	$1 + x$		x	x
2	2	x^2	$1 + x$	x	x
$\div$	$\frac{x^2}{2}$	$1 + x$		x	x
STO 2	$\frac{x^2}{2}$	$1 + x$		x	$\frac{x^2}{2}$
+	$1 + x + \frac{x^2}{2}$			x	$\frac{x^2}{2}$
RCL 2	$\frac{x^2}{2}$	$1 + x + \frac{x^2}{2}$		x	$\frac{x^2}{2}$
ENTER	$\frac{x^2}{2}$	$\frac{x^2}{2}$	$1 + x + \frac{x^2}{2}$	x	$\frac{x^2}{2}$
RCL 1	x	$\frac{x^2}{2}$	$1 + x + \frac{x^2}{2}$	x	$\frac{x^2}{2}$
$\times$	$\frac{x^3}{2}$	$1 + x + \frac{x^2}{2}$		x	$\frac{x^2}{2}$

Eingabe	Registerinhalte			Inhalt von Speicher	
	X	Y	Z	1	2
3	3	$\frac{x^3}{2}$	$1 + x + \frac{x^2}{2}$	x	$\frac{x^2}{2}$
÷	$\frac{x^3}{3!}$	$1 + x + \frac{x^2}{2}$	x	x	$\frac{x^2}{2}$
STO 2	$\frac{x^3}{3!}$	$1 + x + \frac{x^2}{2}$		x	$\frac{x^3}{3!}$
+	$1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$			x	$\frac{x^3}{3!}$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.

Durch die Punkte soll angedeutet werden, daß die Rechnung so lange fortgesetzt werden muß, bis die geforderte Genauigkeit des Ergebnisses erreicht worden ist bzw. bis die einzelnen Glieder so klein geworden sind, daß in der gesamten Zahlenanzeige des Taschenrechners nur noch Nullen auftreten.

Für die weitere Rechnung brauchen dabei nur noch regelmäßig die letzten 8 Eingaben ständig wiederholt zu werden, wobei darauf zu achten ist, daß die 3 im viertletzten Befehl der Reihe nach durch eine 4, 5, 6, ... zu ersetzen ist.

4.7. Programmierbare elektronische Taschenrechner

Beim letzten Beispiel des Abschnittes 4.6.3. zeigte sich eine Erscheinung, die charakteristisch ist für viele Aufgaben technischer und wissenschaftlicher Natur. Es wurde darauf hingewiesen, daß die letzten acht Eingaben *ständig wiederholt* werden müssen, und zwar so lange, bis die gestellten Genauigkeitsanforderungen erfüllt sind, wobei nur bei einer einzigen Zahleneingabe der vorhergehende Wert jeweils um 1 zu erhöhen ist.

Wenn nun beispielsweise x ein relativ großer Zahlenwert ist, kann es vorkommen, daß diese acht Eingaben fünfmal oder noch öfter zu wiederholen sind. Das würde 40 oder mehr Einzeleingaben ausmachen. Und wenn darüber hinaus der Funktionswert e^x nicht nur für ein Argument x , sondern für

viele x -Werte zu ermitteln wäre, dann würde der für die notwendigen Berechnungen erforderliche Arbeitsaufwand enorm ansteigen, wobei aber *immer wieder nur ein und derselbe Arbeitsablauf, nur jeweils mit anderen Zahlen, auszuführen* wäre.

Für derartige Fälle, in denen eintönige Rechenabläufe ständig wiederholt werden müssen, jeweils nur mit anderen Eingangsparametern, sind elektronische Taschenrechner entwickelt worden, die derartige eintönige, sich ständig – nur mit neuen Eingangsparametern – wiederholende Berechnungen völlig selbständig abarbeiten können. Derartige Rechner tragen damit sehr wesentlich zur Rationalisierung und Intensivierung der geistigen Arbeit bei, denn sie entheben den Menschen von stumpfsinnigen Routinetätigkeiten. Die einzelnen Schritte, die zur Lösung eines Problems erforderlich sind, müssen dem Rechner natürlich vom Menschen vorgeschrieben werden. Man nennt die Gesamtheit der Einzelschritte, die dem Rechner einzugeben sind, damit er eine bestimmte Aufgabe selbständig lösen kann, das *Programm* für die jeweilige Aufgabenstellung. Elektronische Taschenrechner, die derartige Programme aufnehmen und verarbeiten können, werden daher *programmierbare elektronische Taschenrechner* genannt.

Das Programmieren für einen elektronischen Taschenrechner ist verhältnismäßig leicht erlernbar, wenn man die in den vorangegangenen Abschnitten behandelten Hinweise für das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern verstanden und gut verarbeitet hat. Es würde jedoch den Rahmen dieses einführenden Buches weit übersteigen, wenn wir auf die Programmierung elektronischer Taschenrechner in allen Einzelheiten eingehen wollten. Hier sei auf die meist recht ausführlichen Gebrauchsanleitungen bzw. auf weiterführende Literatur über elektronisches Rechnen verwiesen. Es sollen hier nur einige Beispiele genannt werden, für deren Lösung sich programmierbare elektronische Taschenrechner besonders eignen würden:

Programmierbare elektronische Taschenrechner einzusetzen lohnt sich immer dann, wenn ein und derselbe Algorithmus für viele unterschiedliche Eingangswerte anzuwenden ist.

Das wäre beispielsweise der Fall, wenn man, ausgehend vom letzten Beispiel des Abschnitts 4.6.3., e^x mit Hilfe der Reihenentwicklung nicht nur für ein Argument x , sondern für sehr viele Argumente berechnen müßte.

Der Einsatz eines programmierbaren elektronischen Taschenrechners lohnt sich auch bei der Lösung von Problemen, bei denen *Iterationsverfahren* angewendet werden müssen. Hier könnte man den Iterationsalgorithmus einmal programmieren, und der Rechner würde die erforderlichen Iterationsschritte selbständig durchführen, bis die für die Lösung geforderte Genauigkeit erreicht ist.

Sie können dann sinnvoll genutzt werden, wenn kompliziertere *Funktionen für sehr viele Argumentwerte* zu berechnen sind (Aufstellen von Wertetabellen usw.), oder dann, wenn im Rahmen einer umfassenderen Aufgabe immer wieder quadratische oder kubische *Gleichungen oder Gleichungssysteme* zu lösen sind. Programmiert man in einem solchen Fall den Algorithmus zur Lösung dieser Gleichungen, so braucht dann im speziellen Anwendungsbeispiel nur noch dafür gesorgt zu werden, daß der Rechner die speziellen Eingangswerte erhält. Mit einem einzigen Tastendruck kann danach die Lösung der Gleichung herbeigeführt werden.

Die Liste derartiger Beispiele ließe sich noch beliebig verlängern. Sie führen alle zu der Erkenntnis, daß es sich nicht lohnt, einen teureren programmierbaren Taschenrechner anzuschaffen, wenn man mit ihm nur gelegentlich arbeiten will und wenn er nur für die Lösung relativ einfacher, mit wenig Rechenaufwand verbundener Aufgaben eingesetzt werden soll. Ein programmierbarer elektronischer Taschenrechner wird nur dann ökonomisch genutzt, wenn er ständig im Einsatz ist und wenn mit seiner Hilfe komplizierte und langwierige Berechnungen ausgeführt werden sollen. Programmierbare elektronische Taschenrechner gehören in die Hände von Mathematikern, von wissenschaftlich arbeitenden Technikern und Ökonomen, sie sind jedoch keinesfalls geeignet als Weihnachtsgeschenk für einen 14jährigen, vielleicht mathematisch unbegabten Jungen.

5. Schlußbemerkungen

Wer dieses Buch mit Fleiß und mit Interesse bis hierher durchgearbeitet hat, der sollte zu der Erkenntnis gelangt sein, daß das Rechnen mit elektronischen Taschenrechnern kein Buch mit sieben Siegeln ist, sondern daß es jeder, der ein gewisses Maß an Ausdauer besitzt und sich konsequent bemüht, alle Möglichkeiten seines Rechners kennenzulernen und voll auszuschöpfen, ohne weiteres erlernen kann.

Wie bei allem, was man neu erlernen möchte, gilt auch hier der Grundsatz:

Übung macht den Meister.

Jedem, der einen elektronischen Taschenrechner neu erwirbt, sei geraten, zunächst einmal ein wenig mit ihm zu „spielen“, und zwar nicht gedankenlos, sondern planmäßig, um seine Eigenheiten und seine Fähigkeiten genauestens zu erforschen. Damit gewinnt man schon eine gewisse Sicherheit in der Bedienung des Gerätes.

Danach sollte man systematisch darangehen, immer komplizierter werdende Aufgaben zu lösen und dabei die dem Rechner eigenen Fähigkeiten voll auszuschöpfen. Die Beispiele dieses Buches könnten hierfür eine Wegleitung darstellen. Wenn man dann glaubt, seinen Rechner vollständig zu kennen und zu beherrschen, dann soll man ihn so oft nutzen, wie man nur kann, um ihn immer routinierter handhaben zu können. Man wird dabei immer wieder feststellen, daß der Rechner viel mehr kann, als man ihm anfangs zugekraut hatte.

Wir empfehlen jedem Leser, nicht gedankenlos an die Lösung einer umfangreicheren Aufgabe heranzugehen, sondern sie planmäßig und zielbewußt zu lösen. Die kleine Mühe, einen ausführlichen Ablaufplan für eine umfangreiche Rechnung aufzustellen, wobei der Überblick über die Registerbelegungen nicht fehlen sollte, lohnt sich immer.

Man kann sich danach voll auf den Ablauf der Rechnung konzentrieren, und es werden Eingabefehler vermieden, weil man ja nun nicht mehr nach jedem Einzelschritt überlegen muß, was danach zu tun ist.

Verlag und Autor hoffen, daß das vorliegende Buch für den Leser eine brauchbare Anleitung dafür darstellt, wie er sich möglichst schnell und einfach mit seinem elektronischen Taschenrechner vertraut machen kann und wie er vorgehen muß, um ihn für seine Zwecke so umfassend wie möglich nutzen zu können. Möge Ihnen das Rechnen mit Ihrem Taschenrechner viel Freude bereiten, und möge es dazu beitragen, daß Sie viele Aufgaben schneller und besser lösen können als bisher!

Anhang 1:

Gebräuchliche Bezeichnungen auf elektronischen Taschenrechnern

C	Gesamtlöschung	clear
CD	Anzeige-Löschung	clear display
CE	Eingabe-Löschung	
CHS	Vorzeichen-Wechsel	change sign
CL n	Löschung des Speichers Nr. n	clear n
CM	Löschung des Speichers bei Rechnern mit nur einem Speicher	clear memory
EE	Exponenten-Eingabe	enter exponent
EEX	Exponenten-Eingabe	
EXP	Exponenten-Eingabe	
ENTER	Taste für den Abschluß einer Zahleneingabe bei Rechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation	
F	Umschalttaste bei Rechnern mit Doppel- oder Dreifachbelegung der Tasten	
FIX n	Taste zur Festlegung der Stellenzahl nach dem Komma	
G	Umschalttaste bei Rechnern mit Dreifachbelegung der Tasten	
K	Konstantenautomatik	
M	einfacher Speicher	memory
M +	addierender Speicher	
M -	subtrahierender Speicher	
M ×	multiplizierender Speicher	
M ÷	dividierender Speicher	
M + x ²	Speicher zur Bildung von Quadratsummen	
MR	Speicher-Aufruf	memory recall
M ↔ X	Speicher-Register-Austausch	
rad → α°	Umrechnung von Bogen- in Gradmaß	
RCL n	Speicheraufruf bei Rechnern mit mehreren Speichern	recall
RM	Speicher-Aufruf	recall memory

R ↓	Ringverschiebung bei Rechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation	roll down
STO n	Speichertaste bei Rechnern mit mehreren Speichern	
$\sqrt[x]{Y}$	Wurzel mit beliebigem Wurzel-exponenten	
$X \leftrightarrow Y$	Register-Austausch	
Y^X	Potenzen mit beliebigem Exponenten	
↑	Taste für den Abschluß einer Zahleneingabe bei Rechnern mit Umgekehrter Polnischer Notation	
+/-	Vorzeichen-Wechsel	
$\alpha^\circ \rightarrow \text{rad}$	Umrechnung von Grad- in Bogenmaß	
2 nd	Umschalttaste bei Rechnern mit Doppel- oder Dreifachbelegung der Tasten	second function
3 rd	Umschalttaste bei Rechnern mit Dreifachbelegung der Tasten	third function
%	Prozenttaste	
	Die Bezeichnungen der Operations- und der Funktionstasten, deren Bedeutung offenkundig ist, wurden in dieser Zusammenstellung nicht mit erfaßt.	

Anhang 2:

Einige wichtige Formeln

Potenzrechnung:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad a^x : a^y = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$
$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x \quad a^x : b^x = (a : b)^x$$

Wurzelrechnung:

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y} \quad \sqrt[n]{x} : \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x : y}$$
$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}}$$

Logarithmenrechnung:

$$\log_b a = n \leftrightarrow a = b^n$$
$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$
$$\log_a (x : y) = \log_a x - \log_a y$$
$$\log_a (x^n) = n \cdot \log_a x \quad \log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$$

Beziehungen zwischen verschiedenen Logarithmensystemen:

$$\lg x = \log_{10} x \quad \text{ld } x = \log_2 x$$
$$\ln x = \log_e x \quad \text{mit } e = 2,718281828$$
$$\lg x = \frac{\ln x}{2,3025851} = 0,43429448 \cdot \ln x$$
$$\ln x = \frac{\lg x}{0,43429448} = 2,3025851 \cdot \lg x$$
$$\text{lb } x = \frac{\ln x}{0,693147} = 1,4426954 \cdot \ln x$$
$$\text{lb } x = \frac{\lg x}{0,30103} = 3,3219281 \cdot \lg x$$

Iterationsverfahren zur Ermittlung von Wurzelwerten:

$$\text{für } \sqrt[n]{a}: \quad x_2 = \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{a}{x_1^{n-1}} + (n-1) \cdot x_1 \right]$$

$$\text{für } \sqrt{a}: \quad x_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{x_1} + x_1 \right)$$

Dabei ist x_1 jeweils ein erster Näherungswert für die gesuchte Wurzel.

Reihenentwicklungen für wichtige Funktionen:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} + \dots \quad \text{für alle } x$$

$$(1+x)^n = 1 + \binom{n}{1} \cdot x + \binom{n}{2} \cdot x^2 + \binom{n}{3} \cdot x^3 + \dots$$

für alle x , wenn n ganzzahlig positiv ist, sonst für $|x| < 1$

$$\ln x = 2 \cdot \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \dots \right] \quad \text{für } x > 0$$

Trigonometrische Reihen:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \frac{x^{11}}{11!} + \dots \quad \text{für alle } x$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \dots \quad \text{für alle } x$$

$$\tan x = x + \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{2}{15} \cdot x^5 + \frac{17}{315} \cdot x^7 + \dots \quad \text{für } |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$\cot x = \frac{1}{x} - \frac{1}{3} \cdot x - \frac{1}{45} \cdot x^3 - \frac{2}{945} \cdot x^5 - \dots \quad \text{für } 0 < |x| < \pi$$

Reihen für hyperbolische Funktionen:

$$\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} + \frac{x^{11}}{11!} + \dots \quad \text{für alle } x$$

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + \frac{x^{10}}{10!} + \dots \quad \text{für alle } x$$

$$\tanh x = x - \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{2}{15} \cdot x^5 - \frac{17}{315} \cdot x^7 + \dots \quad \text{für } |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$\coth x = \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \cdot x - \frac{1}{45} \cdot x^3 + \frac{2}{945} \cdot x^5 - \dots \quad \text{für } 0 < |x| < \pi$$

Reihen für Arcus-Funktionen:

$$\arcsin x = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} + \dots$$

für $|x| < 1$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$$

für $|x| < 1$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + - \dots$$

für $|x| < 1$

$$\operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2} - \arctan x$$

für $|x| < 1$

Reihen für Area-Funktionen:

$$\operatorname{arsinh} x = x - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} + - \dots$$

für $|x| < 1$

$$\operatorname{arcosh} x = \ln(2x) - \frac{1}{2 \cdot 2 x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4 x^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 x^6} - \dots$$

für $|x| > 1$

$$\operatorname{artanh} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \dots$$

für $|x| < 1$

$$\operatorname{arcoth} x = \frac{1}{x} + \frac{1}{3 x^3} + \frac{1}{5 x^5} + \frac{1}{7 x^7} + \dots$$

für $|x| > 1$

Beziehungen zwischen den Hyperbel- und den Exponentialfunktionen:

$$\cosh x = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x}) \quad \sinh x = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x})$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$e^x = \cosh x + \sinh x \quad e^{-x} = \cosh x - \sinh x$$

Beziehungen zwischen den Area- und den logarithmischen Funktionen:

$$\operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad \text{für alle } x$$

$$\operatorname{arcosh} x = \ln(x \pm \sqrt{x^2 - 1}) \quad \text{für } x \geq 1$$

$$\operatorname{artanh} x = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+x}{1-x} \quad \text{für } |x| < 1$$

$$\operatorname{arcoth} x = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{x+1}{x-1} \quad \text{für } |x| > 1$$

Näherungsformeln:

$$(1+x)^2 \approx 1+2x \quad (1+x)^n \approx 1+nx \quad \text{für } |x| \ll 1$$

$$(a+x)^n \approx a^n \cdot \left(1 + n \cdot \frac{x}{a}\right) \quad \text{für } |x| \ll |a|$$

$$e^x \approx 1+x \quad \text{bessere Näherung: } e^x \approx 1+x+\frac{x^2}{2}$$

$$\ln x \approx x - \frac{x^2}{2} \quad \text{für } |x| \ll 1, x \neq 0$$

$$\sin x \approx x \quad \text{besser: } \sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$$

$$\sinh x \approx x \quad \text{besser: } \sinh x \approx x + \frac{x^3}{6}$$

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} \quad \text{besser: } \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

$$\cosh x \approx 1 + \frac{x^2}{2} \quad \text{besser: } \cosh x \approx 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

$$\tan x \approx x \quad \text{besser: } \tan x \approx x + \frac{x^3}{3}$$

$$\tanh x \approx x \quad \text{besser: } \tanh x \approx x - \frac{x^3}{3}$$

$$\cot x \approx \frac{1}{x} \quad \text{besser: } \cot x \approx \frac{1}{x} - \frac{x}{3} \quad x \neq 0$$

$$\coth x \approx \frac{1}{x} \quad \text{besser: } \coth x \approx \frac{1}{x} + \frac{x}{3} \quad x \neq 0$$

Achtung!

Bei allen Reihenentwicklungen und Näherungsformeln für trigonometrische Funktionen sind die Winkel im Bogenmaß einzusetzen!

Zwischen Grad- und Bogenmaß besteht die Beziehung:

$$\alpha_{\text{Bogen}} : \alpha_{\text{Grad}} = \pi : 180^\circ$$

Anhang 3:

Zusammenstellung einiger Näherungsformeln mit Angabe von Fehlerschranken

(nach BRONSTEIN/SEMENDJAJEW, Taschenbuch der Mathematik,
B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1966)

Formel	Der Fehler übersteigt nicht 0,1% im x -Intervall		Der Fehler übersteigt nicht 1% im x -Intervall		Der Fehler übersteigt nicht 10% im x -Intervall	
	von	bis	von	bis	von	bis
$\sin x \approx x$	$-4,4^\circ$	$+4,4^\circ$	$-14,0^\circ$	$+14,0^\circ$	$-45,0^\circ$	$+45,0^\circ$
$\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$	$-33,2^\circ$	$+33,2^\circ$	$-57,6^\circ$	$+57,6^\circ$	$-93,5^\circ$	$+93,5^\circ$
$\cos x \approx 1$	$-2,6^\circ$	$+2,6^\circ$	$-8,1^\circ$	$+8,1^\circ$	$-25,8^\circ$	$+25,8^\circ$
$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$	$-22,1^\circ$	$+22,1^\circ$	$-37,9^\circ$	$+37,9^\circ$	$-59,3^\circ$	$+59,3^\circ$
$\tan x \approx x$	$-3,1^\circ$	$+3,1^\circ$	$-9,8^\circ$	$+9,8^\circ$	$-29,6^\circ$	$+29,6^\circ$
$\tan x \approx x - \frac{x^3}{3}$	$-16,8^\circ$	$+16,8^\circ$	$-29,7^\circ$	$+29,7^\circ$	$-51,3^\circ$	$+51,3^\circ$
$e^x \approx 1 + x$	$-0,045$	$+0,045$	$-0,134$	$+0,148$	$-0,375$	$+0,502$
$\ln(1+x) \approx x$	$-0,002$	$+0,002$	$-0,020$	$+0,020$	$-0,176$	$+0,230$
$\sqrt{a^2 + x} \approx a + \frac{x}{2a}$	$-0,085a^2$	$+0,093a^2$	$-0,247a^2$	$+0,328a^2$	$-0,607a^2$	$+1,545a^2$
$\frac{1}{a+x} \approx \frac{1}{a} - \frac{x}{a^2}$	$-0,031a$	$+0,031a$	$-0,099a$	$+0,099a$	$-0,301a$	$+0,301a$

Anhang 4:

Wichtige Konstanten:

Mathematische Konstanten:

$$\pi = 3,141\,592\,654$$

$$e = 2,718281\,828$$

Physikalische Konstanten:

Normfallbeschleunigung

$$g = 9,806\,65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

BOLTZMANNSche Konstante

$$k = 1,380\,66 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Gaskonstante

$$R_0 = 8,3144 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$$c_0 = 2,997\,925 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

PLANCKSches Wirkungsquantum

$$h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Absolute Temperatur

$$T_0 = 0 \text{ K} = -273,15^\circ\text{C}$$

Ruhmasse des Elektrons

$$m_e = 9,109\,534 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Elektrische Elementarladung

$$e = 1,602\,189 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Quellenverzeichnis der Bilder

- Bild 1:** H. GÖTZKE, Programmgesteuerte Rechenautomaten
3. Auflage, S. 96, Bild 17
- Bild 2:** H. GÖTZKE, Programmgesteuerte Rechenautomaten,
3. Auflage, S. 97, Bild 19
- Bild 3:** H. GÖTZKE, Programmgesteuerte Rechenautomaten,
3. Auflage, S. 98, Bild 20
- Bild 4:** H. GÖTZKE, Programmgesteuerte Rechenautomaten,
3. Auflage, S. 99, Bild 21
- Bild 5:** H. GÖTZKE, Programmgesteuerte Rechenautomaten,
3. Auflage, S. 99, Bild 22

Sachwortverzeichnis

- Abakus 9, 10
Ablaufplan 82
Adresse 30
adressierbar 28, 30, 114
adressierbarer Speicher 30, 114
algebraische Logik 17, 47, 63
-- mit Hierarchie 17
--- Klammern 17
-- ohne Hierarchie 17, 63
Analogrechner 13
Anzeige 18, 26
-löschung 120
-register 23
Argument 22, 26, 117
arithmetische Logik 16, 47, 54
- Bogenmaß 23, 76, 88
-, Umrechnung in Gradmaß 23, 88
BOLTZMANN-Konstante 41
- Definitionsbereich 36
Dezimalpunkt 38
Display 120
Doppelbelegung 20
Dreifachbelegung 20
- einfacher Speicher 28, 51
Eingabe 38
-löschung 120
-register 23, 24, 71
-taste 19
Elektromotor 11
elektronische Schaltung 12
ENTER-Taste 18, 38, 48, 101
Ergebnistaste 17, 20, 38, 100
Exponent 40
- Exponenteneingabe 19
Exponentialfunktion 80
- Fehlermeldung 36
Festkommadarstellung 38, 54, 84
Fluoreszenz-Anzeigeröhre 27
FOURIER-Analyse 13
Funktion 36
-, hyperbolische 80, 86
-, logarithmische 80
-, mathematische 36, 44
-, trigonometrische 51
Funktionstaste 20, 21, 36, 38, 44, 71
- Gehäuse 19
Gleichung 75, 117
-, quadratische 75
Gleichungssystem 117
Gleitkommadarstellung 38, 40, 84
Gradmaß 23, 88
-, Umrechnung in Bogenmaß 23, 88
Grundrechenarten 11, 15, 16
- Handkurbel 11
Harmonischer Analysator 13
Hyperbelfunktion 80, 86
- Integrimeter 13
Inverse Polnische Notation 97
Iterationsverfahren 44, 69, 117
- für die n -te Wurzel 80
--- Quadratwurzel 68

kartesische Koordinaten 111
Kehrwert 33, 49, 72
Kellerspeicher 98
KEPLER 11
Klammern 47
Konstante 35
Konstanten-automatik 35, 60
 - -schalter 35
 - -taste 32
Koordinaten 111
 -, kartesische 111
 -, Polar- 111

LED 27
LEIBNIZ 11
Leucht-diode 27
 - -ziffernanzeige 26
Logarithmentafel 45
Logarithmus 50
 -, dekadischer 50
 -, natürlicher 36, 104, 122, 126
 -, Zweier- 50
 - -funktion 36, 80
Logik 17, 47, 63
 -, algebraische 17, 47, 63
 -, -, mit Hierarchie 17, 47
 -, -, - Klammern 17, 47
 -, -, ohne Hierarchie 17, 63
 -, arithmetische 16, 47, 54
logische Grundstruktur 17, 47, 63
Löschtaste 20, 84
LUKASIEWICZ 97

Mantisse 40
memory 120
 - recall 120
Mikroschaltkreis 13
Mosaikanzeige 27

Näherungswert 68
Netzanschluß 31
 - -gerät 31
Nickel-Kadmium-Zelle 13, 31
Normierung 40

Operand 26
Operation 26
Operations-taste 19, 38
 - -zeichen 96

PASCAL 11
PLANCKSches Wirkungsquantum 41, 127
Polarkoordinaten 111
Potenz 33, 50
Potenzen mit beliebigen Exponenten 33, 50, 89
Potenztaaste 33
Programm 116
programmierbarer Taschenrechner 115, 116
Prozenttaaste 33
PYTHAGORAS 51, 61
 -, trigonometrischer 51

quadratische Gleichung 75
Quadratwurzel 68
 -, Berechnung durch Iteration 68

Rechen-brett 10
 - -genauigkeit 14, 38
 - -operation 16, 96
 - -register 23, 24, 71, 106
 - -schaltung 19
 - -stab 13, 14
rechnender Speicher 28, 29, 83
Register 19, 23, 71, 100
 - -austausch 26
 - - -Taste 26, 90
Reihenentwicklung 44, 76, 114
Ringverschiebung 108
Rundungs-automatik 43, 56
 - -fehler 33

SCHICKARD 11
Serienrechnung 35
Sieben-Segment-Anzeige 27
Sonderzeichen 39
Sparautomatik 27

Speicher 19, 27, 51, 83
 -, adressierbarer 28, 114
 -, einfacher 28, 51
 -, nicht rechnender 51
 -, rechnender 28, 29, 83
 - -adresse 30
 - -aufruf 51
 - -löschtaste 30, 51, 84
 - -löschung 30, 51
 - -operation 51
 - -Register-Austausch 30
 - -taste 20, 51, 84
 Stack 106
 Stellenzahlautomatik 34
 Stromversorgung 13, 19, 31

 Taschenrechner, elektronischer
 9
 -, programmierbarer 115, 116
 -, Klassifikation der 15
 Tastatur 23
 Tastenfeld 19
 Testrechnung 36, 47, 71
 Tischrechner 12, 53
 Transistor 3
 trigonometrische Funktion 23,
 51
 trigonometrischer Pythagoras
 51
 Trockenbatterie 13, 31

 Überlauf 39, 45
 - -anzeige 39

Überschlagsrechnung 39
 Umgekehrte Polnische Notation
 17, 38, 48, 96, 97
 Umkehrfunktion 22, 49, 88

 Vierspeziesrechner 11
 vollautomatischer Tischrechner
 12
 Vorrangregel 97
 Vorzeichenwechsel 19, 33,
 64, 121

 WEIBULL-Verteilung 113
 Wertetabelle 117
 Winkel im Bogenmaß 23
 - - Gradmaß 23
 - -umrechnung 23
 wissenschaftlicher Taschenrech-
 ner 15
 Wurzel 33
 - -berechnung durch Iteration
 68, 80
 - -taste 36

 Zahlen-anzeige 19, 24
 - -bereich 38, 39, 43
 - -darstellung 27, 38
 - -lotto 58
 Zehnerübertrag 10
 -, automatischer 11
 Zweispeziesrechner 11
 Zwischenergebnis 27, 56

Dieses Buch ist geschrieben für

Schüler und Studenten,

Techniker, Ingenieure und Ökonomen,

Lehrer und Wissenschaftler,

die sich dafür interessieren,

■ was ein elektronischer Taschenrechner kann
und

■ wie man ihn vorteilhaft benutzt.

Es gibt keine Auskunft

über Einzelheiten des technischen Aufbaus
eines elektronischen Taschenrechners,

aber es gibt Antwort auf die Frage:

Welcher elektronische Taschenrechner
ist für welchen Anwendungszweck
am besten geeignet?



VEB FACHBUCHVERLAG LEIPZIG