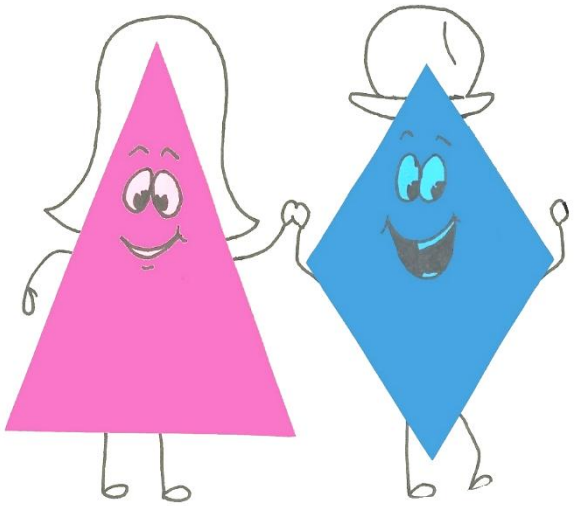
Mathe macht Spaß - ist doch LOGO

**Knobelaufgaben mit der Post für alle Grundschüler,
die Freude an Mathematik haben.**



Mit Frau Dreieck und Herrn Raute rechnen und knobeln!

Beachte bitte folgende Hinweise: Für eine vollständige Lösung genügt es nicht, nur das Ergebnis anzugeben. Schreibe einen Antwortsatz, führe wenn möglich eine Probe und erkläre wie du die Lösung gefunden hast oder zeichne zur Begründung deine Lösung. Auf der Rückseite sind einige Hinweise für die Lösungsdarstellung angegeben.

Du kannst auch einsenden, wenn du nicht alle Aufgaben gelöst hast.

Schicke deine Lösungen bis spätestens **…** (Einwurf in den Briefkasten) an folgende Adresse:

MATHE LOGO
c/o Dr. Norman Bitterlich
Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Du darfst auch eher einsenden! Wenn du sogar schon bis … einsendest, schicken wir dir weitere Aufgaben zu.

Nach Einsendeschluss erhältst du eine Teilnahmeurkunde für diese Runde und die Aufgaben der nächsten Runde.

Bitte vergiss nicht, auf deiner Einsendung deinen Vor- und Familiennamen sowie den Namen und den Ort deiner Schule anzugeben!

Viel Spaß beim Rechnen und Tüfteln wünscht dir das LOGO-Team.

Teil A: Im Freibad

Familie Geometrie – das sind Frau Dreieck, Herr Raute, Kreisa und Quadrato – waren an den heißen Tagen im vergangenen Sommer sechs Tage hintereinander im Freibad. Den Dienstag verbrachten sie zusammen im Freibad. Von Mittwoch bis Freitag waren Kreisa und Quadrato allein dort. Am Samstag begleitete Herr Raute die beiden. Schließlich war am Sonntag noch einmal die gesamte Familie im Freibad.

Aufgabe 1. Am ersten Tag las Herr Raute aufmerksam die Liste der Eintrittspreise. Er erfuhr, dass die Tageskarten auch auf mehrere Personen aufgeteilt werden konnten. Außerdem zählte eine Familienkarte für einen Tag für zwei Erwachsene und zwei Kinder.

Aufgabe 1a. Wie viel würde der Eintritt für Familie Geometrie insgesamt kosten, wenn sie für jeden der sechs Tage Tageskarten kaufen?

Aufgabe 1b. Wie viel könnte Herr Raute insgesamt sparen, wenn er die Angebote von 5er-Karten und Familienkarte geschickt nutzt?

Eintrittspreise

Tageskarte Kind	3 €
5er-Karte Kind	13 €
Tageskarte Erwachsener	4 €
5er-Karte Erwachsene	18 €
Familienkarte	9 €

Lösungshinweise zu Aufgabe 1a – Antwortsatz: Für den Eintritt an allen 6 Tagen muss Herr Raute insgesamt 56 € bezahlen, wenn er immer Tageskarten wählt.

Begründung: Wir verwenden die zwei ersten Buchstaben der Wochentage als Abkürzung.

- Kreisa und Quadrato waren 6 Tage hintereinander im Freibad. Sie benötigten dafür (2 · 6 =) 12 Tageskarten für Kinder. 12 Tageskarten kosten (12 · 3 =) 36 €.
- Frau Dreieck war nur Di. und So. im Freibad, also 2 Tage. Die 2 Tageskarten für Erwachsene kosten zusammen (2 · 4 =) 8 €.
- Herr Raute war Di., Sa. und So. im Freibad, also 3 Tage. Die 3 Tageskarten für Erwachsene kosten (3 · 4 =) 12 €.
- Insgesamt muss Herr Raute (36 + 8 + 12 =) 56 € bezahlen.

Antwortsatz zu Aufgabe 1b: Herr Raute könnte 12 € oder 13 € sparen.

Herleitung: In Aufgabe 1a haben wir bereits festgestellt, dass insgesamt 12 Tageskarten für Kinder und 5 Tageskarten für Erwachsenen erforderlich waren.

Variante 1:

- Statt 12 Tageskarten für Kinder könnte Herr Raute auch zwei 5er-Karten und zusätzlich 2 Tageskarten für Kinder kaufen. Diese kosten zusammen (2 · 13 + 2 · 3 =) **32 €.**
- Statt 5 Tageskarten für Erwachsene könnte Herr Raute auch eine 5er-Karte für Erwachsene kaufen, die **18 €** kostet.
- Für diese Variante müsste er insgesamt (32 + 18 =) 50 € bezahlen. Damit würde er (56 – 50 =) 6 € sparen.

Variante 2:

- Da Di. die ganze Familie im Freibad war, könnte Herr Raute dafür eine Familienkarten kaufen, die **9 €** kostet.

- Diese Familienkarte umfasst bereits 2 Tageskarten für Erwachsene. Also müsste Herr Raute noch (5 – 2 =) 3 Tageskarte für Erwachsene kaufen, die zusammen (3 · 4 =) **12 €** kosten.
- Diese Familienkarte umfasst auch bereits 2 Tageskarten für Kinder. Also müsste Herr Raute noch (12 – 2 =) 10 Tageskarten für Kinder kaufen. Nimmt er dafür zwei 5er-Karten, sind dafür (2 · 13 =) **26 €** erforderlich.
- Für diese Variante müsste er insgesamt (9 + 12 + 26 =) 47 € bezahlen. Damit würde er (56 – 47 =) 9 € sparen.

Variante 3:
- Da Di. und So. jeweils die ganze Familie im Freibad war, könnte Herr Raute zwei Familienkarten kaufen, die zusammen (2 · 9 =) **18 €** kosten.
- Diese zwei Familienkarten umfassen bereits 4 Tageskarten für Erwachsene. Also müsste Herr Raute noch (5 – 4 =) 1 Tageskarte für Erwachsene kaufen. Dafür sind **4 €** erforderlich.
- Diese zwei Familienkarten umfassen auch bereits 4 Tageskarten für Kinder. Also müsste Herr Raute noch (12 – 4 =) 8 Tageskarten für Kinder kaufen (eine 5er-Karte und drei Tageskarten). Dafür sind (13 + 3 · 3 =) **22 €** erforderlich.
- Für diese Variante müsste er insgesamt (18 + 4 + 22 =) 44 € bezahlen. Damit würde er (56 – 44 =) 12 € sparen.

Variante 4:
- Herr Raute könnte für Di., Sa. und So. drei Familienkarten für (3 · 9 =) **27 €** kaufen.
- Da drei Familienkarten bereits 6 Tageskarten für Erwachsene umfassen, entstehen keine weiteren Kosten für Erwachsene. Allerdings verfällt ein Eintrittspreis für Erwachsene.
- Die drei Familienkarten umfassen auch bereits 6 Tageskarten für Kinder, so dass Herr Raute noch (12 – 6 =) 6 Tageskarten für Kinder kaufen müsste (eine 5er-Karte und eine Tageskarte). Dafür sind (13 + 3 =) **16 €** erforderlich.
- Für diese Variante müsste er insgesamt (27 + 16 =) 43 € bezahlen. Damit würde er (56 – 43 =) 13 € sparen.

Variante 5:
- Herr Raute könnte vier Familienkarten für (4 · 9 =) **36 €** kaufen.
- Da vier Familienkarten bereits 8 Tageskarten für Erwachsene umfassen, entstehen keine weiteren Kosten für Erwachsene. Allerdings verfallen einige Eintrittspreise für Erwachsene.
- Die vier Familienkarten umfassen auch bereits 8 Tageskarten für Kinder, so dass Herr Raute noch (12 – 8 =) 4 Tageskarten für Kinder kaufen müsste. Dafür sind (4 · 3 =) **12 €** erforderlich (eine 5er-Karte für Kinder ist teurer).
- Für diese Variante müsste er insgesamt (36 + 12 =) 48 € bezahlen. Damit würde er (56 – 48 =) 8 € sparen.

Variante 6:
- Herr Raute könnte fünf Familienkarten für (5 · 9 =) **45 €** kaufen.
- Da fünf Familienkarten bereits 10 Tageskarten für Erwachsene umfassen, entstehen keine weiteren Kosten für Erwachsene. Allerdings verfallen einige Eintrittspreise für Erwachsene.
- Die fünf Familienkarten umfassen auch bereits 10 Tageskarten für Kinder, so dass Herr Raute noch (12 – 10 =) 2 Tageskarten für Kinder kaufen müsste. Dafür sind (2 · 3 =) **6 €** erforderlich.

- Für diese Variante müsste er insgesamt (45+ 6 =) 51 € bezahlen. Damit würde er (56 – 51 =) 5 € sparen.

Variante 7:

- Würde Herr Raute jeden Tag eine Familienkarte für insgesamt (6 · 9 =) 54 € kaufen, würde er (56 – 54 =) 2 € sparen.

Bemerkung zur Bewertung: Für die richtige Berechnung des Gesamtpreises mit Tageskarten wird ein Punkt vergeben. Für eine der angegebenen Varianten mit Einsparung wird ein weiterer Punkt vergeben. Nur für die Varianten 3 oder 4 wird der dritte Punkt vergeben.

****

Aufgabe 2. Kreisa trainierte täglich. Am Dienstag schwamm sie einige Bahnen im Schwimmerbecken. Am Mittwoch schaffte sie noch drei Bahnen mehr als am Dienstag. Am Donnerstag war sie bereits nach 5 Bahnen erschöpft und gab auf. Am Freitag dagegen schwamm sie ausdauernd und erreichte doppelt so viele Bahnen wie am Dienstag. Zum Abschluss ihres Trainings musste sie am Samstag noch einmal 4 Bahnen mehr als am Mittwoch schwimmen, um insgesamt 50 Bahnen zu absolvieren.

Wie viele Bahnen schwamm Kreisa am Dienstag? Erkläre, wie du deine Lösung gefunden hast. Prüfe dein Ergebnis mit einer Probe!

Lösungshinweise zu Aufgabe 2 – Antwortsatz: Kreisa schwamm am Dienstag 7 Bahnen.

Herleitung: Ein solche Aufgabe kannst du durch systematisches Probieren lösen. Trage dafür in einer Tabelle ein, wie viele Bahnen Kreisa jeden Tag schwamm, wenn du für die Anzahl der Bahnen am Dienstag einen Wert errätst. Prüfe in jedem dieser Versuche, ob sich dabei insgesamt 50 Bahnen für die Woche ergeben.

Di.	Mi.=Di.+3	Do.	Fr.=2· Di.	Sa.=Mi.+4	gesamt	Vergleich
2	2 + 3 = 5	5	2 · 2 = 4	5 + 4 = 9	2 + 5 + 5 + 4 + 9 = 25	25 < 50
3	3 + 3 = 6	5	2 · 3 = 6	6 + 4 = 10	3 + 6 + 5 + 6 + 10 = 30	30 < 50
4	4 + 3 = 7	5	2 · 4 = 8	7 + 4 = 11	4 + 7 + 5 + 8 + 11 = 35	35 < 50
5	5 + 3 = 8	5	2 · 5 = 10	8 + 4 = 12	5 + 8 + 5 + 10 + 12 = 40	40 < 50
6	6 + 3 = 9	5	2 · 6 = 12	9 + 4 = 13	6 + 9 + 5 + 12 + 13 = 45	45 < 50
7	**7 + 3 = 10**	**5**	**2 · 7 = 14**	**10 + 4 = 14**	**7 + 10 + 5 + 14 + 14 = 50**	**50 = 50**
8	8 + 3 = 11	5	2 · 8 = 16	11 + 4 = 15	8 + 11 + 5 + 16 + 15 = 55	55 > 50

Nur wenn Kreisa am Dienstag 7 Bahnen schwamm, trainierte sie entsprechend der Angaben insgesamt 50 Bahnen. In der Tabelle lesen wir die Probe ab:

Di.:	7	Bahnen
Mi. drei Bahnen mehr als am Di.:	7 + 3 = 10	Bahnen
Do.:	5	Bahnen
Fr. doppelt so viele Bahnen wie am Di.:	2 · 7 = 14	Bahnen
Sa. vier Bahnen mehr als am Mi.:	10 + 4 = 14	Bahnen
Gesamt	7 + 10 + 5 + 14 + 14 = 50	Bahnen

Lösungsvariante – Rechnen mit Variablen: Wenn du für die unbekannte Anzahl der Bahnen am Dienstag die Variable X verwendest, kannst du die Aussagen zu jedem anderen Tag auch so schreiben:

Di.:	X
Mi. drei Bahnen mehr als am Di.:	X + 3
Do.:	5
Fr. doppelt so viele Bahnen wie am Di.:	2 · X
Sa. vier Bahnen mehr als am Mi.:	(X + 3) + 4 = X + 7
Gesamt	X + (X + 3) + 5 + 2 · X + (X + 7) = 50

Aus der Gleichung in der letzten Zeile finden wir: 5 · X + 15 = 50
Diese Gleichung gilt nur für X = 7.

Zur Probe müssen wir wie in der Lösung durch Probieren die Anzahl der Bahnen für jeden Tag berechnen und deren Summe 50 prüfen.

****

Aufgabe 3. Im Freibad gab es ein 1-m-Brett, ein 3-m-Brett und einen 5-m-Turm, um ins Springerbecken zu springen. Quadrato wollte mehrmals hintereinander springen. Herr Raute schlug vor, für alle Sprünge die Höhensumme zu bilden, also die Sprunghöhen zu addieren.

Aufgabe 3a. Quadrato behauptete nach seinem 4. Sprung, dass seine Höhensumme 12 Meter betrug. Von welchen Höhen könnte er gesprungen sein? Gib alle Möglichkeiten an! Ordne beim Aufschreiben bei jeder der gefundenen Möglichkeit die Höhen nach ihrer Größe.

Aufgabe 3b. An einem anderen Tag erzählte Quadrato, dass er mit 5 Sprüngen eine Höhensumme von 16 Metern erreichte. Kann es sein? Prüfe Quadratos Aussage – was stellst du fest?

Lösungshinweise zu Aufgabe 3a – Antwortsatz: Quadrato kann von folgenden Höhen gesprungen sein:

(1) 1 m – 1 m – 5 m – 5 m oder
(2) 1 m – 3 m – 3 m – 5 m oder
(3) 3 m – 3 m – 3 m – 3 m

Herleitung (in dieser Aufgabe nicht erforderlich):

- Ist Quadrato viermal oder dreimal vom 5-m-Turm gesprungen, dann wäre seine Höhensumme mindestens (3 · 5 =) 15 m, also höher als 12 m.
- Ist Quadrato genau zweimal vom 5-m-Turm gesprungen, beträgt seine Höhensumme nach diesen beiden Sprüngen bereits (2 · 5 =) 10 m. Also fehlen für die anderen zwei Sprünge noch (12 – 10 =) 2 m. Das ist nur mit 2 Sprüngen vom 1-m-Brett möglich (Lösung 1).
- Ist Quadrato genau einmal vom 5-m-Turm gesprungen, fehlen für die anderen drei Sprünge noch (12 – 5 =) 7 m. Das ist nur mit 2 Sprüngen vom 3-m-Brett und einem Sprung vom 1-m-Brett möglich (Lösung 2).
- Ist Quadrato nicht vom 5-m-Turm gesprungen, könnte er viermal vom 3-m-Brett, (4 · 3 =) 12 m gesprungen sein (Lösung 3).
- Ist Quadrato nicht vom 5-m-Turm gesprungen, aber mindestens einmal vom 1-m-Brett, dann ist seine Höhensumme höchstens (1 + 3 · 3 =) 10 m, also niedriger als 12 m.

Lösungsvariante: Wir finden das Ergebnis auch, wenn wir alle Möglichkeiten von 4 Sprüngen ausprobieren.

1-m-Brett	3-m-Turm	5-m-Turm	Höhensumme
4	0	0	$4 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 5 = 4$
3	1	0	$3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 5 = 6$
3	0	1	$3 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 5 = 8$
2	2	0	$2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 0 \cdot 5 = 8$
2	1	1	$2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 5 = 10$
2	**0**	**2**	$\mathbf{2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 12}$
1	3	0	$1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 0 \cdot 5 = 10$
1	**2**	**1**	$\mathbf{1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 5 = 12}$
1	1	2	$1 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 14$
1	0	3	$1 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 16$
0	**4**	**0**	$\mathbf{0 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 0 \cdot 5 = 12}$
0	3	1	$0 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 5 = 14$
0	2	2	$0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 16$
0	1	3	$0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 18$
0	0	4	$0 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 20$

Lösungshinweise zu Aufgabe 3b – Antwortsatz: Quadratos Aussage ist falsch – er kann nicht mit 5 Sprüngen die Höhensumme von 16 m gesprungen sein.

Begründung: Jede mögliche Sprunghöhe ist eine ungerade Zahl. Werden 5 ungerade Zahlen addiert, entsteht wieder eine ungerade Zahl. Da aber 16 eine gerade Zahl ist, kann die Aussage von Quadrato nicht wahr sein.

Bemerkung zur Bewertung: Für die Lösung zu Aufgabe 3a genügt die Angabe der drei Möglichkeiten. Eine Herleitung wird nicht erwartet. Wer die Aufgabe 3b durch Probieren beantwortet, müsste eigentlich wie die Tabelle zu Aufgabe 3a alle Möglichkeiten ausprobieren. Wenn aber nur einige Beispiele angegeben werden, wird dies dennoch bereits als vollständig gelöst bewertet.

****

Aufgabe 4. Am Sonntag fand ein Schwimmwettkampf statt. Kreisa und ihre drei Freundinnen Einsa, Zweia und Dreia bestritten das Finale. Der Ausgang des Rennens war sehr knapp.

> Frau Dreieck meinte: „Kreisa war schneller als Dreia.“
> Quadrato jubelte: „Kreisa schlug vor Zweia an.“
> Herr Raute sagte: „Dreia konnte Zweia nicht überholen.“
> Dann kam Kreisa und sagte enttäuscht: „Schade, für den Sieg hat es heute nicht gereicht.“

Kannst du aus diesen Angaben ermitteln, welchen Platz Kreisa belegt? Wer von den vier Mädchen hat gewonnen? Begründe dein Ergebnis.

Lösungshinweise zu Aufgabe 4 – Antwortsatz: Kreisa wurde Zweite und Einsa gewann.

Begründung: Wenn ein Mädchen vor einem anderen Mädchen ins Ziel kam, schreiben wir dafür das Zeichen „<“. Dann können wir die ersten 3 Aussagen so schreiben:

„Kreisa war schneller als Dreia.“	Kreisa < Dreia
„Kreisa schlug vor Zweia an.“	Kreisa < Zweia
„Dreia konnte Zweia nicht überholen.“	Zweia < Dreia

Diese Aussagen können wir in einer Zeile zusammenfassen

Kreisa < Zweia < Dreia

Da Zweia und Dreia nach Kreisa ins Ziel kamen, wurde Kreisa bei 4 Finalistinnen mindestens Zweite. Weil aber Kreisa nicht gewonnen hat, kann nur Einsa die Siegerin gewesen sein.

Einsa < Kreisa < Zweia < Dreia.

Lösungsvariante: Wir untersuchen für alle Platzierungen von Kreisa, ob die Aussagen richtig sind:

- *Variante 1:* Kreisa erreichte den 1. Platz. Das ist aber nicht möglich, weil Kreisa selbst sagte, dass sie nicht gewinnen konnte.
- *Variante 2:* Kreisa erreichte den 3. Platz. Das ist aber nicht möglich, weil Kreisa schneller als Zweia und Dreia war.
- *Variante 3:* Kreisa erreichte den 4. Platz: Das ist aber nicht möglich, weil Kreisa schneller als Zweia und war.

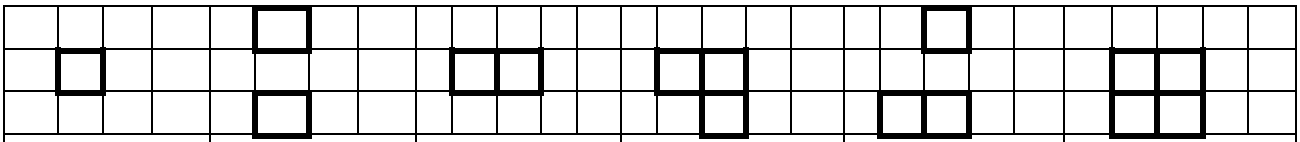
Es ist also nur möglich, dass Kreisa den 2. Platz erreichte. Da Kreisa schneller als Zweia und Dreia war, kann nur Einsa vor ihr ins Ziel gekommen sein.

****

Teil B: Figuren aus Legestäbchen

Quadrato spielt mit Legestäbchen. Er hat viele davon, alle gleichlang. Herr Raute zeichnet ihm ein Gitternetz aus aneinandergefügten Quadraten, auf dessen Kanten genau ein Legestäbchen passt. So kann Quadrato Figuren legen. Er achtet darauf, dass keine Legestäbchen übereinanderliegen und sie sich höchstens in einem Gitterpunkt berühren.

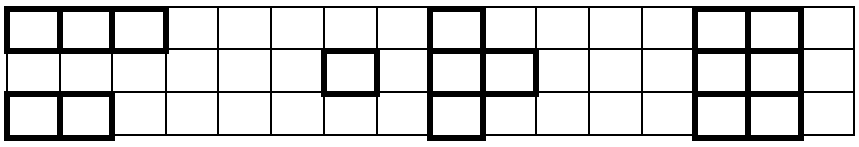
Aufgabe 1. Quadrato probiert zunächst mit wenigen Legestäbchen. Hier sind einige seiner Figuren zu sehen:



4 Stäbchen 1 Quadrat	8 Stäbchen 2 Quadrate	7 Stäbchen 2 Quadrate	10 Stäbchen 3 Quadrate	11 Stäbchen 3 Quadrate	12 Stäbchen 4 Quadrate

Wie viele gleichgroße Quadrate kann Quadrato mit 17 Stäbchen legen? Findest du drei verschiedene Möglichkeiten? Zeichne deine Ergebnisse.

Lösungshinweise zu Aufgabe 1. Quadrato findet mit 17 Legestäbchen Figuren mit 5 (linke und mittlere Figur) oder 6 (rechte Figur) gleichgroße Quadrate.



(Es genügte die Lösung durch eine Zeichnung - eine Herleitung war nicht gefordert. Figuren, die ähnlich wie diese drei Möglichkeiten aussehen, werden nicht extra als Lösung gezählt.)

****

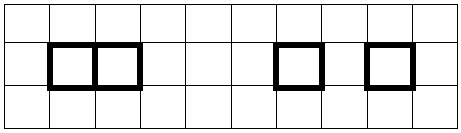
Aufgabe 2. Quadrato stellt fest, dass es mit 1, 2, 3, 5 oder 6 Legestäbchen nicht möglich ist, nur vollständige und gleichgroße Quadrate zu legen. Kreisa behauptet, dass es aber immer möglich ist, mit Legestäbchen vollständige und gleichgroße Quadrate zu legen, wenn es mehr als 6 Legestäbchen sind.

Überprüfe ihre Aussage für 7, 8 und 9 Legestäbchen. Was stellt du fest?

Überprüfe ihre Aussage für 13, 14 und 15 Legestäbchen. Gelingt es in diesen Fällen?

Erkläre, warum Kreisas Aussage auch für die Fälle mit 51, 54 und 57 Legestäbchen stimmt, ohne dass du dafür die Figuren vollständig zeichnest.

Lösungshinweise zu Aufgabe 2. Es ist möglich, nur vollständige und gleichgroße Quadrate mit 7 oder mit 8 Legestäbchen zu legen. Es genügt eine Zeichnung dieser Möglichkeiten:

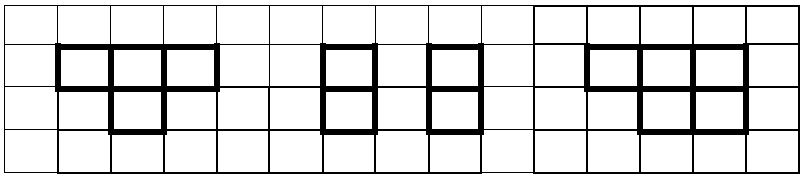


7 Legestäben 8 Legestäben

Es ist aber nicht möglich, mit 9 Legestäbchen vollständige und gleichgroße Quadrate zu legen.

- Legen wir zunächst mit 8 Legestäbchen zwei einzelne Quadrate, können wir mit den verbleibenden (9 – 8 =) 1 Legestäbchen kein weiteres Quadrat legen.
- Legen wir zunächst mit 4 Legestäbchen ein einzelnes Quadrat, können wir mit den verbleibenden (9 – 4 =) 5 Legestäbchen keine weiteren Quadrate legen, wie es bereits in der Aufgabenstellung steht.
- Legen wir keine einzelnen Quadrate, müssen wir mit 7 Legestäbchen zwei benachbarte Quadrate legen. Mit den verbleibenden (9 – 7 =) 2 Legestäbchen sind keine weiteren Quadrate möglich.

Es genügt Beispiele zu zeigen, wie es mit 13, 14 oder 15 Legestäbchen gelingt, vollständige und gleichgroße Quadrate zu legen.



13 Stäbchen 14 Stäbchen 15 Stäbchen

Wir wissen: Mit 4 Legestäbchen kann immer ein einzelnes Quadrat gelegt werden.

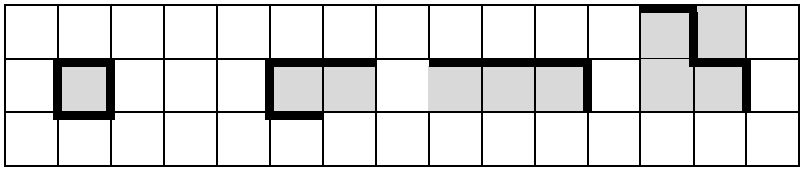
- 51 Legestäbchen: Es können mit 36 Stäbchen (36 : 4 =) 9 einzelne Quadrate gelegt werden. Es verbleiben (51 – 36 =) 15 Stäbchen. Wie eben gezeigt, sind mit 15 Stäbchen 5 Quadrate möglich.

- 54 Legestäbchen: Es können mit 40 Stäbchen (40 : 4 =) 10 einzelne Quadrate gelegt werden. Es verbleiben (54 – 40 =) 14 Stäbchen. Wie eben gezeigt, sind mit 14 Stäbchen 4 Quadrate möglich.

- 57 Legestäbchen: Es können mit 44 Stäbchen (44 : 4 =) 11 einzelne Quadrate gelegt werden. Es verbleiben (57– 44 =) 13 Stäbchen. Wie eben gezeigt, sind mit 13 Stäbchen 4 Quadrate möglich.

****

Aufgabe 3. Quadrato legt mit seinen Legestäbchen Schlangen: Das nächste Legestäbchen legt er immer an ein Ende seiner bisherigen Schlange, ohne dass dabei mehr als ein Legestäbchen auf einer Gitterlinie liegt. Nun betrachtet Quadrato rechteckige Umrandungen seiner Schlangen. Dazu zeichnet er um eine gelegte Schlange das kleinstmögliche Rechteck, bei dem alle verwendeten Legestäbchen im Innern oder auf dem Rand dieses Rechtecks liegen. Dann zählt er die Anzahl der Kästchen des gezeichneten Rechtecks. Hier einige Beispiele für Schlangen aus 4 Legestäbchen und ihre rechteckigen Umrandungen:



1 Kästchen 2 Kästchen 3 Kästchen 4 Kästchen

Wie viele Kästchen kann eine rechteckige Umrandung umfassen, wenn Quadrato eine Schlange aus 12 Legestäbchen legt? Finde möglichst viele Varianten für die rechteckigen Umrandungen!

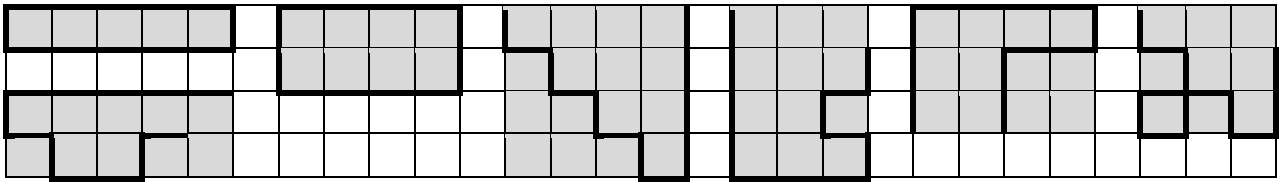
Aus wie vielen Legestäbchen kann eine Schlange bestehen, wenn ihre rechteckige Umrandung 9 Kästchen umfasst? Wie viele Legestäbchen sind es mindestens? Wie viele Legestäbchen können es höchstens sein?

Aufgabe 3 – erster Antwortsatz: Es gibt viele Möglichkeiten: Die rechteckigen Umrandungen können zwischen 5 und 36 Kästchen umfassen.

Herleitung: Wie in der Aufgabenstellung als Beispiel mit 3 Kästchen angegeben, kann eine rechteckige Umrandung festgelegt werden, wenn einige der 12 Legestäbchen waagerecht und die anderen Legestäbchen senkrecht angeordnet werden. Damit bilden die Legestäbchen die Seiten (Breite und Höhe) eines Rechtecks. In dem Beispiel in der Aufgabenstellung sehen wir eine rechteckige Umrandung mit Breite 3 und Höhe 1.

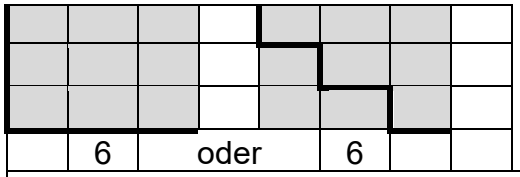
Breite (waagerecht)	1	2	3	4	5	6
Höhe (senkrecht)	11	10	9	8	7	6
Anzahl Kästchen	$1 \cdot 11 = 11$	$2 \cdot 10 = 20$	$3 \cdot 9 = 27$	$4 \cdot 8 = 32$	$5 \cdot 7 = 35$	$6 \cdot 6 = 36$

Es kann aber auch eine rechteckige Umrandung festgelegt werden, wenn einige der 12 Stäbchen waagerecht unten/oben und die anderen Stäbchen senkrecht links/rechts angeordnet werden. Dabei können die Stäbchen sogar rundherum um ein Rechteck gelegt werden. Auch im Innern der Umrandung können sich Stäbchen befinden – es gibt also viele Varianten, zum Beispiel:



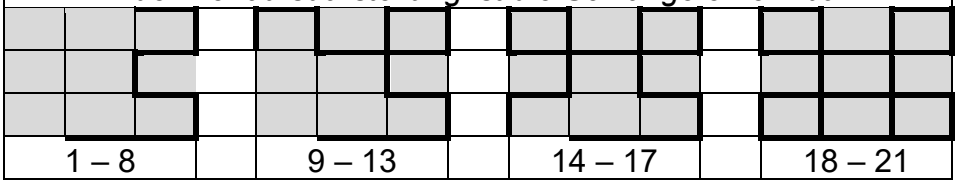
Aufgabe 3 – zweiter Antwortsatz: Für eine rechteckige Umrandung mit 9 Kästchen sind mindestens 6 Legestäbchen erforderlich und höchsten (20 oder) 21 Legestäbchen möglich.

Herleitung: Wenn eine rechteckige Umrandung 9 Kästchen umfasst, gibt es nur folgende zwei Möglichkeiten: 3x3 – Rechteck oder 1x9 – Rechteck.

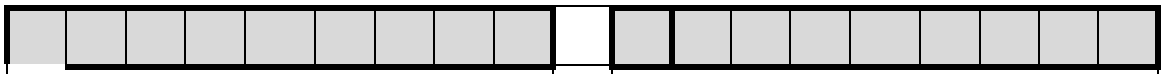


6 oder 6

In der Verlaufsdarstellung ist die Schlange erkennbar!



1 – 8 | 9 – 13 | 14 – 17 | 18 – 21



1 – 19 Legestäbchen | 20 und 21 Legestäbchen