Lösungsheft Mathematik zum Lehrbuch Klasse 7

Nur für Lehrer

Volk und Wissen
Volkseigener Verlag Berlin
1985

Vorbemerkungen

Das Lösungsheft enthält Lösungen von Schüleraufträgen und der Aufgaben des Lehrbuches "Mathematik, Klasse 7" (Titel-Nr.: 00 07 16 - Ausgabe 1985). Dabei wurden Konstruktionsaufgaben nicht und Beweisaufgaben nicht in jedem Fall berücksichtigt. Aus dem Kapitel "Darstellende Geometrie" wurde erstmalig eine eng begrenzte Anzahl von Lösungen aufgenommen. Im Falle von Aufgaben, bei denen die Schüler Zahlen angeben sollen, die repräsentativ für eine größere Anzahl möglicher Lösungen stehen, wurden Vorschläge unterbreitet.

Nicht lösbare Aufgaben treten im Lehrbuch hin und wieder mit voller Absicht auf. Im Lösungsheft wurde in den betreffenden Fällen "nicht lösbar" oder abgekürzt "n. l." vermerkt.

In den eckigen Klammern sind die Anzeigen des Taschenrechners SR 1 angegeben bzw. in einigen Fällen die vollständigen Ziffernfolgen aus den Tabellen des Tafelwerkes.

Lösungsheft

Mathematik

Zum Lehrbuch MATHEMATIK, Klasse 7
(Titel-Nr. 00 07 16; Ausgabe 1985)

Nur für Lehrer

Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin
1985

An der Ausarbeitung der Lösungen waren Siegrid Bellack, Walter Blaurock, Dr. Horst Bruchhold, Dr. sc. Günter Fanghänel, Dr. sc. Lothar Flade, Prof. Dr. sc. Manfred Gimpel, Elke Goldberg, Dr. sc. Hartmut Knopf, Hella Reichenbach, Dr. Winfried Schietrumpf, Jürgen Vortheil, Prof. Dr. sc. Werner Walsch beteiligt.

Zeichnungen: Birgit Werwigk

Ausgabe 1985

(C) Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin 1985
1. Auflage
Lizenz-Nr. 203/1000/85 (E 00 22 01-1)
LSV 0645
Redaktion: Annemarie Mai, Karlheinz Martin
Printed in the German Democratic Republic
Gesamtherstellung: Grafischer Großbetrieb Völkerfreundschaft Dresden
Redaktionsschluß: 1. März 1985
Bestell-Nr. 709 144 8
00240

A. Elektronischer Taschenrechner; Anwendung von Verhältnisgleichungen

Lerneinheit A 1: Eingeben und Ablesen von Zahlen bei einem elektronischen Taschenrechner

o 2 b) 99 999 999 o 3 b) 0,000 000 1

Lerneinheit A 2: Addieren und Subtrahieren mit dem Taschenrechner

o 5 a) 0,772 b) 1,213
c) 34,02 - 0,97 = 33,05

o 6 a) 513 c) 507 e) 0,773 8
b) 7 353 d) 381 378 f) 0,707

1. a) 9 372 b) 8 041 c) 47,17 d) 73,34
e) 394,01 f) 282,01 g) 10,45 h) 12
i) $1{,}1 \cdot 10^8$ k) 10,706 196 (genau: 10,706 195 7)

2. a) 2 453 b) 4 435 c) 24,64 d) 0,006
e) 73,17 f) 0,316 5 g) n. l. h) 9,091

3. a) 300,02 - 203,38 = 96,64
b) 0,041 7 + 2,008 7 = 2,050 4

4. a) 15,584; 4,605; 2,788
b) 15,05; 0,75; 2,73

Lerneinheit A 3: Multiplizieren mit dem Taschenrechner

o 9 a) 1 773 b) 123 456 c) 0,717
d) 0,111 111 e) 35 137 135 f) 444 444

1. a) 235 872 b) 88,638 6 c) 41,180 3 d) 0,011 6
e) 130,623 3 f) $2{,}648\,6 \cdot 10^8$ g) $6{,}857\,2 \cdot 10^8$ h) 142,531 2

2. a) 35,058 003 (genau: 35,058 003 2)
b) 24,072 602 (genau: 24,072 601 8)
c) 506,986 58 (genau: 506,986 576)
d) 2 958,661 1 (genau: 2 958,661 09)
e) 41,485 297 (genau: 41,485 297 04)
f) 181,260 01 (genau: 181,260 014 82)

3. a) 108 b) 1 107 c) 11 106 d) 111 105 e) 1 111 104 f) 11 111 103

4. a) 1,111 111 1 b) 2,222 222 2 c) 3,333 333 3
   d) 4,444 444 4 e) 5,555 555 6 (genau: 5,555 555 55)

5. 65,754; 48,613; 2,697 6

6. 0,036 · 0,14 = 0,005 04

7. a) $1{,}494 \cdot 10^8$ km, also ≈ 150 Millionen Kilometer
   b) $9{,}460\,8 \cdot 10^{12}$ km, also ≈ $9{,}5 \cdot 10^{12}$ km

Lerneinheit A 4: Dividieren mit dem Taschenrechner

o 12 a) 513 b) 315 c) 0,707
d) 12 345 e) 0,101 01 f) 0,222 22

o 13 a) 1,333 333 3; 1; 0,8; $6{,}666\,6 \cdot 10^{-1}$;
$5{,}714\,2 \cdot 10^{-1}$; 0,5; $4{,}444\,4 \cdot 10^{-1}$

b) 5; 3,75; 3; 2,5; 2,142 857 1; 1,875; 1,666 666 7

c) 2,333 333 3; 1,75; 1,4; 1,166 666 7; 1; 0,875;
$7{,}777\,7 \cdot 10^{-1}$

d) 5,75; 3,285 714 3; 1,210 526 3; 0,92; $8{,}518\,5 \cdot 10^{-1}$;
0,718 75; $7{,}419\,3 \cdot 10^{-1}$

1. a) 0,6 b) 0,05 c) 9,06 d) 0,7
   e) 0,11 f) 0,02 g) 35,826 087 h) $5{,}136\,1 \cdot 10^{-1}$

2. 23,651 163; 1,151 162 8; $8{,}139\,5 \cdot 10^{-2}$

3. 0,08 M

4. teilbar durch 3: b); c); d); e); g); h); k)
   " " 6: c); e); k)
   " " 9: d); e); g); h); k)

5. teilbar durch 7: b); d)
   " " 13: b); c); d)

6.* 757; 1 319
(851 = 37 · 23; 1 591 = 37 · 43)
Die Entscheidung, ob es sich um eine Primzahl oder eine zusammengesetzte Zahl handelt, hängt davon ab, ob die Zahl mehr als zwei Teiler hat. Bei der Suche nach Teilern kann man die Primzahltafel auf Seite 18 des Tafelwerks hinzuziehen und die zu untersuchende Zahl der Reihe nach durch 3, 5, 7, 11, ... dividieren. Für die zu untersuchenden Zahlen findet man:
757 und 1 319 sind Primzahlen.
Bei 851 führen die Divisionen
851 : 3; 851 : 7; 851 : 11; ...; 851 : 19 jeweils auf gebrochene Zahlen, während in dem Schritt 851 : 23 = 37 deutlich wird, daß 851 eine zusammengesetzte Zahl ist.
Entsprechend erhält man mit 1 591 = 37 · 43 den Nachweis dafür, daß auch 1 591 eine zusammengesetzte Zahl ist.

Lerneinheit A 5: Aufgaben, bei denen die gleiche Operation mehrmals auszuführen ist

o 16 a) 7 353 b) 7 353 c) 7 353

o 17 kleinstmöglicher Wert: 87,995 m
größtmöglicher Wert: 88,305 m

o 18 a) 74,45 b) 3 653,473 8
Es gilt das Kommutativgesetz der Addition bzw. Multiplikation.

1. a) 209,79 b) 2,197 c) 298,93 d) 2,257

2. a) 4,81 b) 0,24 c) 0,4 d) 0,3

3. a) 10 659 b) 0,094 276 c) 0,109 998
   d) $8{,}333\,3 \cdot 10^{-3}$ e) 1 f) 7,619 047 6

Lerneinheit A 6: Aufgaben, bei denen verschiedene Operationen auszuführen sind

o 19 a) 3 571 b) 1 773 c) 0,705 d) 0,37

o 20 a) 1 378 b) 13 c) 0,18

1. a) 15,6 b) 0 c) 14,79 d) 29,8 e) 0 f) 6,71

2. a) 68,947 2 b) 15,765 12 c) 739,271 d) 3,515 6

3. a) 1 378 b) 74,55 c) 5,138 7 d) 1 078 e) 88,725
   f) 5,394 2 g) 1 699,4 h) 2 991 i) 8,538

4. a) 12,693 6 b) 422,1 c) 609 d) 535,47
   e) 16,938 9 f) 543 g) 360,99 h) 551,75

5. a) Thomas: 10,01 M; Kerstin: 9,47 M
   b) Thomas: 8,71 M; Kerstin: 6,47 M
   c) Thomas: 4,99 M; Kerstin: 0,53 M (bezogen auf a))
   6,29 M; 3,53 M (bezogen auf b))

6. a) 19 b) 282 c) 872 960 d) 39,666 667 e) 238,304 35
   f) 654 593,33 g) 4,549 422 h) $1{,}65 \cdot 10^{-11}$

Lerneinheit A 7: Umformen und Lösen von Verhältnisgleichungen

o 21 $a = \frac{c \cdot b}{d}$ $b = \frac{a \cdot d}{c}$ $c = \frac{a \cdot d}{b}$ $d = \frac{c \cdot b}{a}$

o 22 Die Schüler haben in Klasse 6 gelernt, daß man Verhältnisgleichungen wie Gleichungen der Form $a \cdot x = b$ bzw. $\frac{a}{x} = b$ löst. Weitere Möglichkeiten sind auch noch nicht behandelt worden. Demnach lösen die Schüler

$\frac{x}{3} = \frac{7}{6}$ nach dem Typ $a \cdot x = b$ folgendermaßen:

$\frac{1}{3} \cdot x = \frac{7}{6} \quad | : \frac{1}{3}$

$x = \frac{7}{6} : \frac{1}{3}$

$x = \frac{7 \cdot 3}{6 \cdot 1}$

$x = \frac{7}{2}$

$\frac{2}{x} = \frac{4}{7}$ nach dem Typ $\frac{a}{x} = b$ folgendermaßen:

$\frac{2}{x} = \frac{4}{7} \quad | \cdot x$

$2 = \frac{4}{7} \cdot x \quad | : \frac{4}{7}$

$x = 2 : \frac{4}{7}$

$x = \frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 4} = \frac{7}{2}$

Im Falle der Aufgabe b) $\frac{x}{0{,}180} = \frac{2{,}39}{0{,}61}$ ergibt sich folgender Rechenweg:

$\frac{x}{0{,}180} = \frac{2{,}39}{0{,}61} \quad | \cdot 0{,}180$

$x = \frac{2{,}39 \cdot 0{,}180}{0{,}61}$

Ergebnisse:

a) $x = \frac{7}{2}$; $x = \frac{4}{3}$; $x = \frac{7}{2}$; $x = 18$

b) $x = 0{,}705\,245\,9$; $x = 0{,}111\,111$; $x = 12\,345{,}6$

c) für 20 km - 1 Stunde 20 Minuten
" 35 km - 2 Stunden 20 Minuten
" 1 km - 4 Minuten

---

in 2 Stunden - 30 km
" 1,5 Stunden - 22,5 km
" 30 Minuten - 7,5 km
" 10 Minuten - 2,5 km

o 23 a) 5 Stunden [5.04] b) 3 Hektar

1. 1,32 M 2. 1,04 M 3. a) 2,16 M b) 125 kWh

4. a) 36,96 M b) 93,75 m^3 Stadtgas

5. 35,3 sm [35.28] 6. 30 Stufen

7. a)

Fahrzeuge	2	3	5	7	9	10	12	15	20
Fahrten	240	160	96	69*)	54*)	48	40	32	24

b)

Fahrten	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30
Fahrzeuge	96	80	69*)	60	54*)	48	40	32	24	16

*) Bei der letzten Fahrt sind die Fahrzeuge nicht voll beladen.

Lerneinheit A 8: Aufgaben zur Übung und Wiederholung

1. a) 723,937 5 b) $4{,}047\,9 \cdot 10^{-4}$ c) 180,700 48

2. 54 l [53.623 188] 3. 572 km

4. a) Calbe - Stumsdorf: 38,7 km
   Schönebeck - Niemberg: 59,9 km
   Köthen - Leipzig: 73,4 km

   b) D 441: 66 Minuten (1 Stunde 6 Minuten) bzw.
   106 Minuten (1 Stunde 46 Minuten)
   D 631: 69 Minuten (1 Stunde 9 Minuten)
   D 631 endet in Halle.
   P 3331: 111 Minuten (1 Stunde 51 Minuten) bzw.
   178 Minuten (2 Stunden 58 Minuten)

   c)

Zug-Nr.	Durchschnittsgeschwindigkeit in $\frac{km}{h}$					
	Gesamtstrecke		Magdeburg/Köthen		Köthen/Halle	
D 441	70	[69.962264]	81	[81.405405]	80	[79.555556]
D 631	-		81		80	
P 3331	42	[41.898305]	49	[48.580645]	52	[52.390244]

Zug-Nr.	Durchschnittsgeschwindigkeit in $\frac{km}{h}$			
	Gesamtstrecke		Halle/Leipzig	
D 441	70	[69.962264]	71	[70.5]
D 631	-		-	
P 3331	42	[41.898305]	50	[50.133333]

d)

		Magdeburg/Leipzig		Magdeburg/Halle	
		Personenzug	Schnellzug	Personenzug	Schnellzug
2. Klasse		9,90 M [9.888]	12,90 M	6,90 M [6.88]	9,90 M
1. Klasse		entfällt	20,40 M [20.3376]	entfällt	16,00 M [15.976]
Ferienrückfahrkarte	1. Klasse	entfällt	31,20 M	entfällt	25,40 M [25.333333]
	2. Klasse	12,20 M	18,20 M	9,20 M	15,20 M
Schülerfahrkarte		2,50 M	5,50 M	1,80 M	4,80 M

		Calbe / Halle		Köthen / Leipzig	
		Personenzug	Schnellzug	Personenzug	Schnellzug
2. Klasse		4,70 M [4.672]	entfällt	5,90 M [5.872]	8,90 M
1. Klasse		entfällt	entfällt	entfällt	14,60 M [14.5144]
Ferienrückfahrkarte	1. Klasse	entfällt	entfällt	entfällt	23,50 M [23.466667]
	2. Klasse	6,30 M [6.2666667]	entfällt	7,90 M	13,90 M
Schülerfahrkarte		1,20 M	entfällt	1,50 M	4,50 M

5. a) 368 km b) etwa 30 l [27.968]
   c) 45,90 M; 75,34 M (45,90 M + 29,44 M)
   d) ca. 7 Stunden (7 Stunden 8 Minuten)

6. 260 Minuten oder 4 Stunden und 20 Minuten

7. a) 522,9 km (sinnvoll: 523 km)
   b) - 3·41,90M + 3·5 M + 21 M + 2,50 M = 164,20 M (eine Fahrt)
      Preis für Hin- und Rückfahrt: 328,40 M
      - 3·28 M + 3·5 M + 14 M + 2,50 M = 115,50 M (eine Fahrt)
      Preis für Hin- und Rückfahrt: 231,00 M
      (Dabei wurde beachtet, daß Fahrpreise auf Zehntel Mark gerundet werden.)

8. a) $\varrho = 2{,}2 \frac{g}{cm^3}$ [2.1666667]
   b) größtmöglicher Wert: $2{,}26 \frac{g}{cm^3}$ [2.2571429]
      kleinstmöglicher Wert: $2{,}08 \frac{g}{cm^3}$ [2.0810811]

Lerneinheit A 9: Der Prozentbegriff

o 24 a) 30 Personen b) 15 Frauen c) 6 Lehrlinge d) 100 %

o 25 a) 200 M; 100 M; 300 M; 40 M; 400 M; 4 M
   b) 2 M; 20 M; 6 M; 7,50 M; 0,75 M; 49 M; 650 M; 0,05 M
   c) auf 300 %

o 26 a) 150 km b) 800 ha
   c) 60 weibliche Teilnehmer d) 6 000 Sitzplätze

1. a) 10 % b) 50 % c) 1 % d) 100 %

2. a) 40 kg b) 120 kg c) 80 kg d) 240 kg

3. 140 M

4. a) 900 l b) 800 m c) 480 ha
   d) 48 M e) 20 kg f) 250 M

5. a) 50 % b) 25 % c) 10 % d) 25 % e) 75 % f) 75 %
   g) 50 % h) 20 % i) 50 %

7. a) 1 cm b) 1 cm^2 c) 1 l d) 1 kg

8. a) 10 % b) 50 % c) 1 % d) 25 %

10. mehr als 25 % bei (a), (c), (d), (e)
    weniger als 75 % bei (a), (b), (e), (f)

Lerneinheit A 10: Berechnungen mit beliebigen Prozentsätzen

o 27 a) ..., je größer p ...
   b) ... W um so kleiner, ...
   c) ... p um so kleiner, je größer G ... bzw.
      ... p um so größer, je kleiner G ...

1. a) 15 M b) 84 M c) 630 M

2. a) 7 % b) 11 % c) 140 %

3. a) 600 M b) 300 km c) 600 t d) 200 t

4. a) 4 % b) 2 % c) 7 % d) 44 % e) 125 % f) $33\frac{1}{3}$ %

5. a) 105 b) 300 c) 24,3 d) 2 %

6. a) 35 M b) 140 M c) 350 M d) 700 M

7. a) 44 % b) 22 % c) 11 % d) 8,8 %

8. a) 1 200 M b) 600 M c) 400 M d) 200 M

9. Ja, falls Frau B. doppelt soviel verdient wie Herr A.

10. Die schraffierten Flächen sind gleich groß.

11.* Für den Fall, daß beide den gleichen Gewerkschaftsbeitrag zahlen, hat Fräulein Z. recht.

12. Nein, die Höhe der Ausgaben hängt vom jeweiligen Einkommen ab, das aber nicht bekannt ist. Für den Fall, daß das Einkommen des Herrn S. um soviel geringer ist, daß 8 % davon weniger sind als 6 % des Einkommens des Herrn R., gibt Herr S. weniger Geld für Benzin aus.

13. Der Direktor hat recht, denn die Angaben beziehen sich auf denselben Grundwert, und man kann deshalb die Prozentsätze addieren: 15 % + 35 % = 50 %.

14.* Elke hat die Prozentsätze addiert. Das ist falsch, denn der Prozentsatz in der gesamten Schülergruppe kann nicht höher sein als in jeder Teilgruppe.
Kurt hat das arithmetische Mittel gebildet und hat nur unter der Voraussetzung richtig gerechnet, daß die Anzahl der beteiligten Schüler beider Schulen gleich ist.

15.

	Schraffierter Anteil der Fläche in Prozent bei		
	F_1	F_2	F
(a)	20 %	60 %	40 %
(b)	20 %	60 %	30 %
(c)	20 %	60 %	50 %

Nur wenn die Teilfläche F_1 gleich der Teilfläche F_2 ist, entspricht der Prozentsatz des Anteils der schraffierten Gesamtfläche dem arithmetischen Mittel der Prozentsätze der schraffierten Anteile der Einzelflächen.

Lerneinheit A 12: Die Verwendung des Taschenrechners für Prozentberechnungen

o 28 19,825; 3,25 [x] 610 [%] [=]

1. a) 2 604,8 b) 325,875 c) 13,44 d) 20,3
   e) 6 f) 0,225 g) 281,05 h) 478,72

2. (Angaben auf höchstens zwei Stellen nach dem Komma gerundet)
   a) 66,1 % [66.097561] b) 4,47 % [4.4736842]
   c) 97,25 % [97.252747] d) 2 %
   e) 14 % f) 50 %
   g) 0,13 % [0.13052] h) 114,73 % [114.72868]

3. (Angaben auf höchstens zwei Stellen nach dem Komma gerundet)
   a) 316,67 [316.66667] b) 50
   c) 1 932,20 [1932.2034] d) 116,09 [116.08696]
   e) 48 f) 4,85 [4.8507463]

4. (Angaben auf höchstens zwei Stellen nach dem Komma gerundet)
   a) 62,59 [62.590799] b) 45,79 [45.789474]
   c) 3,03 [3.0280374] d) 8,00 [8.0028]
   e) 76,28 [76.27907] f) 1 138,46 [1138.4615]
   g) 68,11 [68.108]

5. a), b) 122,4 c), d) 45,9 e), f) 102
   Die Ergebnisse sind jeweils gleich, weil aus $W = \frac{p \cdot G}{100}$ folgt, daß ein Vertauschen der Zahlen für p und G am Wert W nichts ändert.

Lerneinheit A 13: Abschätzungen und Überschlagsrechnungen

o 29 Es wurde gerechnet 69 [+] 172,5 [%] [=] statt richtig
172,5 [+] 69 [%] [=] . G = 250 M

o 30 19,78 kg. Der Schüler hat 86 % anstelle von 8,6 % berechnet.

o 31 26,1 % [26.060606]
Der Näherungswert ist richtig bestimmt.

1. a) ≈ 17 kg c) ≈ 210 M e) ≈ 12 000 km
   b) ≈ 3 m d) ≈ 0,3 l f) ≈ 450 t

2. a) ≈ 10 % c) ≈ 75 % e) ≈ 30 %
   b) ≈ 50 % d) ≈ 90 % f) ≈ 25 %

3. a) $\approx$ 600 t c) $\approx$ 700 m^2 e) $\approx$ 200 m^3
   b) $\approx$ 500 l d) $\approx$ 150 M f) $\approx$ 25 km

4. a) $\approx$ 400 M b) wahr c) $\approx$ 25 %
   d) brauchbar, besser aber: $\approx$ 40 % e) wahr f) brauchbar, besser aber: $\approx$ 130 m^3

Lerneinheit A 14: Lösen weiterer Anwendungsaufgaben

1. die FDJ-Grundorganisation der Wilhelm-Pieck-Schule mit 68,1 % [68.115942] (Thälmann-Oberschule: 65,6 %)

2. 0,85 t Zink; 1,6 t Kupfer

3.* a) $\approx$ 523 kg Bronze [523.25581]
   b) $\approx$ 560 kg Bronze [562.5] ; höchstens 562,5 kg Bronze

4. 71 % [71.005685] 5. 6,83 % [6.8289385]

6. 1,07 % [1.0693069] 7.* 75 ha Wald

8. a) auf 175,7 % [175.68643] b) um 24,2 % [24.23469]

9. um 24,2 % (zweiter Monat: 9 200 Exemplare; dritter Monat: 9 936 Exemplare)

10. im Wein 10 ml Alkohol pro Glas
    im Bier 10 ml " " "
    im Wodka 8 ml " " "

Lerneinheit A 15: Graphische Darstellungen

1. Kohlenhydrate: 53 % entsprechen rund 191°
   Eiweiß: 6 % " " 22°
   Fett: 1 % " " 4°
   Wasser: 39 % " " 140°

2. SU: 24,6 % [24.551379]
   USA: 46,0 % [46.032255]
   DDR: 58,3 % [58.333333]
   BRD: 55,9 % [55.870445]
   Ungarn: 74,2 % [74.193548]
   Japan: 16,1 % [16.129032]

3. a) 1960: auf 143 % [143.20988]
      1970: " 147 % [146.50206]
      1980: " 180 % [180.24691]

   b) 1961: 113 % [113.16872]
      1968: 172 % [171.60494]

4. a)

	1970	1980
Fleisch- und Wurstwaren	um 20,2 % gestiegen [20.181818]	um 62,7 % gestiegen [62.727273]
Roggenmehl	um 19,0 % gesunken [19.038076]	um 36,7 % gesunken [36.673347]

Lerneinheit A 16: Berechnung von Zinsen

1. a) 29,25 M b) 262,80 M c) 12,83 M [12.825] d) 571,50 M

2. 147,88 M [147.875] 3. 5 682,38 M [5682.3797]

4. 1 950 M

Aufgaben zur Übung, Vertiefung und Wiederholung

1.* a) nein, denn 1,987 5 $\neq$ 2,15
   b) 7,56 % [7.5581395]
   c) nein, denn 0,984 375 $\neq$ 1,05
   Die Abweichung beträgt 6,25 %.

2. a) 3,5 cm b) nein, denn 5 cm · 2 cm $\neq$ 3,5 cm · 3,5 cm
   c) um 22,5 % größer

3.* a) 14,3 mm [14.26] b) 2 167 Platten [2167.8322]

4. um 23,1 % [23.0775]

5. a) zu 51,4 % [51.428571] b) zu 39,8 % [39.815668]
   c) um 25 %
   d) nein, sondern nur zu 49,8 % [49.769585] , da der August einen Tag mehr hat als der Juni

6.* um 189 % [189.0625]

7.* 0,63 kg [0.63157]

8. Klaus hat den Auftrag falsch verstanden. Es sollen 25 % der Gruppe, also 6 Pioniere, Ordnungsdienst leisten.

B. Rationale Zahlen

Lerneinheit B 1: Rückblick auf die natürlichen und die gebrochenen Zahlen

o 1 a) z. B. 1 : 2; 12 : 5
20 - 22; 1 - 2
b) z. B. $\frac{2}{6}$ - 1; $\frac{3}{4}$ - 1,2; 7,3 - 7 $\frac{5}{8}$

O 2 Kommutativgesetz der Addition und der Multiplikation;
Assoziativgesetz der Addition und der Multiplikation;
Distributivgesetz

o 3 a) 36,8 °C b) 4 °C - 7 °C ist in Q_+ nicht lösbar.

1. a) 5,6 b) 24 c) n. l. d) 1,4
e) $\frac{1}{2}$ f) n. l. g) 0,25 h) $\frac{1}{2}$
i) n. l. k) $\frac{14}{15}$ l) n. l. m) 0,09
n) 1 o) $\frac{1}{4}$ p) $\frac{1}{4}$ q) 1
r) 0 s) $\frac{2}{27}$ t) $\frac{1}{7}$ u) 0,79
v) 0,1 w) 0,3 x) 0,1 y) 2

2. a) x = 4 b) n. l. c) x = 13 d) n. l.
e) x = 0 f) x = $\frac{1}{3}$ g) x = 4 h) x = $\frac{4}{3}$ = 1 $\frac{1}{3}$

3. Die beiden Brüche bei a), c) und d) gehören jeweils zu ein und derselben gebrochenen Zahl, da sie denselben Punkt des Zahlenstrahls bezeichnen.

Lerneinheit B 2: Rationale Zahlen

o 5 a) - 3 b) - 1,5 c) $-\frac{1}{2}$

o 8 $P_1(1;1)$; $P_2(2;-1)$; $P_3(0;-2)$; $P_4(-1,5;-1)$; $P_5(-1,5;1)$

1. z.B. bei Temperaturangaben, Angaben von Meerestiefen, Kontostand (Überziehen des Kontos)

2. a) wahr b) falsch c) falsch d) wahr
e) wahr f) wahr g) falsch h) wahr

4.

a	b	c	d	e	f	g
- 2	2	2,6	3,4	- 3,6	- 4,4	- 0,8

5. a) z.B. 2; 1,6; 12,5 b) z.B. - 5,1; - 8; - 100
c) z.B. $-\frac{1}{2}$; - 0,3; 25

6. a) z.B. 1,4; 1; - 6 b) z.B. - 1; 0; 0,3
c) z.B. - 7,3; - 12; - 50

8. P_1 (1;2); P_2 (2; - 1,6); P_3 (- 3; 1,4); P_4 (- 2,2; - 2,8);
P_5 (3;1); P_6 (0; - 3); P_7 (- 2; 0)

10. a) 1 °C; - 3 °C; - 5 °C; - 7 °C b) 6 °C; 2 °C; 0 °C; - 2 °C
c) -1 °C; -5 °C; -7 °C; -9 °C d) 8 °C; 4 °C; 2 °C; 0 °C

Lerneinheit B 3: Zueinander entgegengesetzte Zahlen - ganze Zahlen

o 9 z.B. 3 und - 3; 8 und - 8; 2,4 und - 2,4;
0,5 und - 0,5; 2,7 und - 2,7; 10 und - 10
Die Zahlen jedes Zahlenpaares unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen.

o 10 z.B. 4 und -4; 100 und - 100; 18 und - 18; 0 und 0

1. a) -4; -0,7; 2; $-\frac{3}{4}$; 0; 1,5; 2 b) -2; -0,3; 4; $-\frac{1}{3}$; 0; 1,25; 3

2. a) x = 40 b) x = 24,7 c) x =-2,5

3.

a	3	-2,1	1,5	0	$-\frac{1}{2}$
- a	-3	2,1	-1,5	0	$\frac{1}{2}$
-(-a)	3	-2,1	1,5	0	$-\frac{1}{2}$

4. a) z.B. - 4,1 b) 0,7 c) 0

5. a) wahr b) wahr c) wahr d) wahr e) falsch

6. -3 und -1; 1 und 3; -1 und 1; 98 und 100; -100 und -98

Lerneinheit B 4: Der absolute Betrag einer rationalen Zahl

o 11 a) x = 4 oder x = -4 (zwei Lösungen) b) x = 0 (genau eine Lösung) c) n. l. (keine Lösung)

1. a) 13 und - 13 b) 2,3 und - 2,3 d) $\frac{3}{4}$ und $-\frac{3}{4}$ d) 6,5 und -6,5

2.

x	3	-2	2	-1,7	0	- 1	7 oder - 7
- x	-3	2	-2	1,7	0	1	-7 oder 7
|x|	3	2	2	1,7	0	1	7
-|x|	-3	-2	-2	-1,7	0	- 1	-7

3. a) x = 2 oder x = -2 b) a = 0,5 oder a = -0,5
c) x = 0 d) z = 0,5 oder z = - 0,5 e) x = 1 oder x = -1
f) u = 2 oder u = -2 g) n. l. h) a = 1,7 oder a = -1,7

Lerneinheit B 5: Ordnung der rationalen Zahlen

o 12 Michael: 5 Pluspunkte Sabine: 1 Pluspunkt
Kirsten: 2 Minuspunkte Jens: 7 Minuspunkte
Michael ist Sieger, und Jens belegt den letzten Platz.

o 14 a) $x < 7$ b) $y > -4$ c) $-4 < z < 7$

o 15 a) z.B. $-\frac{3}{4}$; 0; 0,9 b) z.B. -0,99; -0,5; -0,01
c) z.B. -0,8; -0,46; -0,49 d) z.B. -0,599; -0,501; -0,5784
e) z.B. -0,1342; -0,1348; -0,13479 f) Es gibt keine solche Zahl.

1. a) $0 < 3$ b) $0 > -5$ c) $-\frac{3}{4} > -2$ d) $2 > -1$
e) $-3 > -12$ f) $-1,8 > -1,9$ g) $-0,5 = -\frac{1}{2}$ h) $-0,9 < -0,89$
i) $-12 = -12$ k) $-2 < 1$ l) $-1,8 < 1,8$ m) $-\frac{4}{6} = -\frac{10}{15}$

2. 1., 2., 4., 6. Tag

3. a) -9; -3; 0; 1; 2; 17
b) -1,9; -1,8; -0,9; 0; 2,3
c) -9; -4,6; $-\frac{8}{7}$; 0; $\frac{3}{2}$

4. a) -2; -1; 0; 1; 2
b) 0
c) keine ganze Zahl

5. a) $98 < 99$ b) z.B. $-269 > -279$ c) z.B. $-78,7 < -78,5$ d) n.l.

6. Die Aussagen bei b), h), i), k), l), m) sind falsch.

7. a) $L = \{99; 100; 101; 102\}$ b) $L = \{-7; -6; -5; -4\}$
c) $L = \{-3\}$ d) $L = \emptyset$ e) $L = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$
f) $L = \{-1; 0; 1\}$ g) $L = \{-1; 0; 1\}$ h) $L = \emptyset$

8.* a) für alle negativen rationalen Zahlen x, d.h. $x < 0$
b) für keine rationale Zahl x
c) für alle negativen rationalen Zahlen x und Null, d.h. $x \leq 0$
d) für keine rationale Zahl x
e) für alle negativen rationalen Zahlen x und Null, d.h. $x \leq 0$
f) für alle positiven rationalen Zahlen x, d.h. $x > 0$
g) für alle positiven rationalen Zahlen x und Null, d.h. $x \geq 0$
h) für x = 0

9. a) 230 b) - 329 c) 0,1 d) - 329

10. a) 4 b) 0 c) - 5 d) 4 e) - 2

11. a) $-7 < -3$ b) $-5 > -6$ c) $-1 > -2$ d) $-3,5 > -7,5$
$|-7| > |-3|$ $|-5| < |-6|$ $|-1| < |-2|$ $|-3,5| < |-7,5|$

12. a) nein b) nein
(Rationale Zahlen liegen überall dicht.)

Lerneinheit B 6: Addieren rationaler Zahlen

o 17 a) -1; 0; -5; -2; -3; -3; -4; 6
b) 0 c) die rationale Zahl selbst, denn x+0 = 0+x = x

1. a) -1 b) 0 c) -5 d) -2 e) 5
f) 0 g) -27 h) 7 i) -5 k) -3
l) 2 m) 0 n) -17 o) -3 p) -24

2. a) z.B. -3 + 7; 6,5 + (-12,5); 0,5 + (-0,5); -1 + (-6)
b) z.B. 12 + (-2); 1,5 + (-5,5); 3,2 + (-14,2); 0,05 + (0,05)

3. a) 7 b) 3 c) 0 d) 2 e) 6 f) 7 g) 0 h) 0

4. a) 7 b) m c) 7 d) r e) - 6 + n f) 0

5. a) 5; 4; 3; 2; 1; 0; -1 b) 4; 3; 2; 1; 0; -1; -2
c) 0; -1; -2; -3; -4; -5; -6 d) 1; 0; -1; -2; -3; -4; -5

Lerneinheit B 7: Regeln für die Addition rationaler Zahlen

o 18 a) Kann die Summe

a + b für	positiv sein?	negativ sein?	Null sein?
$a > 0$, $b > 0$	ja	nein	nein
$a < 0$, $b < 0$	nein	ja	nein
$a > 0$, $b < 0$	ja	ja	ja
$a < 0$, $b > 0$	ja	ja	ja

b) -5; 5; 5; -9; 9; 9; -4; 4; 4; -6; 6; 6

1. a) -13 b) -11 c) 0 d) -16 e) -3 f) 1 g) 0
h) -1 i) 3,75 k) $-\frac{3}{4}$ l) $-\frac{11}{15}$ m) $\frac{3}{28}$ n) $\frac{1}{7}$ o) -1 p) 1

2. Aussagen b) und c) sind falsch.

3. a) -5 b) -16 c) 50 d) -27 e) -1
f) -0,4 g) -1,3 h) -0,75 i) -28 k) -2

4. a) > 0 b) < 0 c) < 0 d) < 0
   e) > 0 f) < 0 g) > 0 h) > 0

5. a) $x = -15$ b) $y = -301$ c) $a = -3$
   d) $x = -6$ e) $x = -10$ f) $x = -1$

6.

a	3	1,2	1,9	-7	-9,3
b	7	-2	0	-1,5	10
a+b	+10	-0,8	1,9	-8,5	0,7
a+b < a	falsch	wahr	falsch	wahr	falsch
a+b > a	wahr	falsch	falsch	falsch	wahr

7. a) x b) t c) -2 + s

8. a) z.B. $z = -1; -2{,}6; -5{,}5$ b) z.B. $z = -0{,}1; -3; -20$

9.* a) $x+y < x$, richtig, nämlich dann, wenn $x > 0$ und $y < 0$ oder $x < 0$ ($x,y \in Q$) und $y < x$ oder $x = 0$ und $y < 0$

   b) $x+y \geq x$, falsch, da unter den bei a) genannten Bedingungen ($x,y \in Q$) nicht zutreffend

   c) $x+y < x$, falsch, da $x,y \geq 0$ Bedingung ist ($x,y \in Q_+$)

   d) $x+y \geq x$, richtig, da stets gilt $x \geq 0$, $y \geq 0$ ($x,y \in Q_+$)

10. a) 5; 2; 0; 3 b) -6; -3,5; -8
    c) -5; 0; -1,75 d) 0; -3,25; $-\frac{3}{4}$

11. a) $n = -5$ b) $x = 4; -4$ c) $y = 3$ d) $z = 0$
    e) gilt für alle x, deren Betrag kleiner als 3 ist: $|x| < 3$
    f) gilt für alle x, die größer als -3 und kleiner als 3 sind: $-3 < x < 3$

12. a) 11; 8; 5; 2; -1; -4; -7
    b) 50; 40; 31; 23; 16; 10; 5; 1; -2
    c) -0,47; -0,57; -0,67; -0,77; -0,87; -0,97; -1,07
    d) 11; 10; 8; 5; 1; -4; -10; -17; -25
    e) 11; 9; 7; 5; 3; 1; -1; -3
    f) 4; 1; 3; 0; 2; -1; 1; -2; 0; -3

13. a) z.B. $a = -2{,}5$, $a = 1$
    b) ~~n.l.~~ -3 c) n.l.

Lerneinheit B 8: Eigenschaften der Addition rationaler Zahlen

1. a) -17,1 b) 2 c) 13 d) -3,5 e) 0 f) -10
   g) 17 h) -8 i) -31

2. a) c - 1 b) a + b c) 3 d) -3,7 - r

3. a) falsch b) richtig c) richtig d) richtig e) richtig
   f) falsch

4.* a) $x < -3$ b) $x > 4$ c) $x \geq 6$

5.* a) $x > 0$ b) $x < 0$ c) $x \geq 0$

Lerneinheit B 9: Subtraktion rationaler Zahlen

o 21 a) 42 = 15+27 b) 82 = 63+19 c) 8,7 ≠ 5,8+3,9 d) 2,9≠1,1+1,7

o 22 a) -4 b) -10 c) 9 d) 3

o 23 a) -4; -10; 9; 3 b) gleiche Ergebnisse (z.B. bei a) gilt: 5 - 9 = 5 + (-9))

1. a) -2 b) -3 c) -20 d) 1 e) -4 f) 4 g) -2

2. a) -23,28 b) -22,7 c) 0,24 d) 0,26 e) 0,7 f) 3
   g) 3 h) -0,2 i) $-\frac{1}{6}$ k) $-\frac{1}{8}$ l) $-\frac{5}{7}$

3. a) x = 2; x = -2 b) x = 1; x = -1
   c) x = 4; x = -4 d) x = -1; x = 1

4. a) 3 + (-5) = -2 b) 9 + 8 = 17 c) 8 + 3 = 11
   d) -7 + (-9) = -16 e) -9 + 3 = -6 f) -3 + 4 = 1

5. a) 4 - 2 = 2 b) 5 - 4 = 1 c) -4 - (-3) = -1
   oder: -2 - (-4) = 2 oder: -4 - (-5) = 1 oder: 3 - 4 = -1
   d) -3 - (-5) = 2 e) 12 - 4 = 8 f) -5 - (-5) = 0
   oder: 5 - 3 = 2 oder: -4 - (-12) = 8 oder: 5 - 5 = 0

6. a) -86 - (-43) < 1 b) 82,5 - |-82,5| = 0 c) -348 - 348 < 0
   d) $-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} > -2$ e) |-1,5| -2,9 < 10 f) |-1,5| -2,9 < 7

7. a) -7 b) -16 c) -45 d) -42 e) 3,6 f) 18,4
   g) $\frac{3}{4}$ h) $\frac{1}{4}$ i) $\frac{1}{3}$

8. a) z.B. z = 1; 4; 3,2 b) z.B. $x = -1; -0{,}02; -3\frac{1}{2}$
   c) z.B. t = 0,4; 1,9; $\frac{1}{2}$ d) z.B. $m = -\frac{1}{10}; -0{,}2; -3$
   e) z.B. x = -1; 4; -3,5 f) n.l.

9. a) $x + y = 0$ $(x,y \in Q)$ wahr
   b) $x + y = 0$ $(x,y \in Q_+)$ falsch

10. a) $t + 3 = u$ b) $1 + x = y$ c) $-2 = x$
    d) $-2\frac{1}{2} = t$ e) t f) $x = 8$

11. a) z.B. $x = 10$; $y = 5$ oder $x = -0{,}5$; $y = -5{,}5$
    b) z.B. $x = 6{,}1$ $y = 9{,}1$ oder $x = 0{,}04$; $y = 3{,}04$
    c) z.B. $x = \frac{1}{2}$; $y = 0$ oder $x = -12$; $y = 0$
    d) z.B. $x = -2$; $y = 2$ oder $x = 6\frac{1}{3}$; $y = -6\frac{1}{3}$

12. a) $-4{,}6$; 0; $|-0{,}5|$; $\frac{7}{9}$; $\frac{9}{7}$; 2; $4{,}1$

    b) -1; $-\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{6}$; 0; $\frac{1}{8}$; $\left|\frac{1}{3}\right|$; $0{,}9$; 1

    c)* $-2{,}3\overline{4}$; $-2{,}\overline{34}$; $-2{,}34$; $3{,}6$; $3{,}66$

13. a) richtig b) $-3 - (-2) = -1$ c) richtig d) richtig

Lerneinheit B 10: Multiplikation rationaler Zahlen

o 24 a) $\frac{15}{28}$ b) $\frac{2}{3}$ c) 0,85 d) 0 e) 1 f) 0

o 25 a) 8; 15; -6; -12; $-\frac{3}{5}$

b) $4 \cdot 2$; $5 \cdot 3$

o 26 Wäre $-2 \cdot (-3) = -6$, dann hätte die Gleichung $-2 \cdot x = -6$ zwei Lösungen, denn auch $-2 \cdot 3 = -6$; also $x_1 = -3$, $x_2 = 3$. Daraus würde folgen, daß $-6 : (-2)$ zwei Lösungen hätte, nämlich $-6 : (-2) = -3$ und $-6 : (-2) = 3$.
Da aber die Division eindeutig ausführbar sein muß, kann man nicht festlegen, daß das Produkt $-2 \cdot (-3)$ gleich -6 ist.

1. a) -30 b) -27 c) -0,5 d) -7 e) 0 f) $-\frac{1}{8}$ g) -1 h) -0,25

2. a) $x = 16$ b) $x = -12$ c) $x = -8$ d) $x = -13$
   e) $x = 0$ f) $x = 9$ g) $x = 0{,}1$ h) $x = -\frac{1}{2}$

3. a) -42 b) 72 c) 4 d) 121 e) 0,14 f) $-\frac{1}{6}$
   g) 0 h) $\frac{1}{8}$ i) 2 k) $\frac{1}{14}$ l) 0,25 m)* -0,125

4. a) 3; -3 b) 3; -3 c) $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$ d) 0 e) -5

5. a) z.B. $x = -2{,}1$; -3; $-4{,}5$ b) z.B. $x = -1{,}2$; -2; $-1{,}52$
   c) z.B. $x = -1$; $-0{,}2$; $1{,}25$ d) z.B. $x = -0{,}75$; $\frac{1}{2}$; $1{,}9$
   e) z.B. $x = -2\frac{1}{3}$; 104; - 1 000

Lerneinheit B 11: Eigenschaften der Multiplikation rationaler Zahlen

o 28 a) 30 b) 1 c) 0 d) -700 e) $-1\frac{1}{2}$ f) 0

o 29 a) "+" b) "-" c) "-" d) ohne Vorzeichen, da die Lösung "0" ist

Ist die Anzahl negativer Faktoren eines Produktes ungerade (bzw. gerade) und kein Faktor Null, so hat das Produkt das Vorzeichen "-" (bzw. "+").

o 30

a	2	0	$-\frac{1}{4}$	0,5	0,3	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{4}$
-a	-2	0	$\frac{1}{4}$	-0,5	-0,3	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$
-1·a	-2	0	$\frac{1}{4}$	-0,5	-0,3	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$

1. a) 7 200 b) - 6 300 c) 13 d) - 1

2. a) n ist eine gerade natürliche Zahl ($n = 0$).
   b) n ist eine ungerade natürliche Zahl.

3. a) 32; 17 b) -6; 0 c) 26; 8
   Die Ergebnisse sind verschieden.

4. $-2 \cdot (-1) \cdot 0 \cdot 1 \cdot 2 = 0$; $-4 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 0 \cdot 1 = 0$;
   $-4 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) = 24$

5. a) $2x + 2y$ b) $-3x + 6$ c) $3t - 2at$ d) $8m + 8 + 4n$
   e) $10 + 5a - 8b$

6. a) $7(a + b)$ b) $6(b - f)$ c) $x(a + b)$ d) $a(6 + b)$
   e) $a(6-b)$ f) $9(a + 2b)$ g) $6(a+1)$ h) $-x(3+5) = x(-3-5) = -8x$

7. a) $12x + 3$ b) a c) $-3b$ d) $-8c$ e) $7x - 3$ f) $2x - 3$
   g) - 10 h) x i) $-2x - 3$ k) $3 + 3y$ l) $3x + 4y$

8.* a) $7 - 3x$ b) $-x - 3$ c) $1 + 4x$ d) $-3 - 6x$ e) $-2x + 6$
   f) $3x - 5$ g) $-4x - 6 - 2b$ h) $10x + 6$

9. a) $x = -5$ b) $x = -2$

Lerneinheit B 12: Division rationaler Zahlen

o 31 Jede Rechenoperation soll ein eindeutig bestimmtes Ergebnis haben. Z. B. ist die Rechenoperation $-8{,}5 : 0$ nicht ausführbar, weil es keine rationale Zahl x gibt, für die $x \cdot 0 = -8{,}5$ gilt. Also ist die Division durch Null auch im Bereich der rationalen Zahlen nicht ausführbar.

1. a) -5 b) -0,5 c) 5 d) 0,7 e) 0 f) n.l.

2. a) und c) sind wahr.

3. a) x = -4 b) x = -15 c) x = -144 d) x = 0 e) x = -4 f) x = -4

4. a) z.B. 39 :(6-3) = -13 b) z.B. -500 : (-10) = 50
c) z.B. 2 000 : (-0,02) = -100 000 d) z.B. 3 : (-6) = $-\frac{1}{2}$
e) z.B. 30 : (-0,3) = 100 f) z.B. -200 : 50 = -4

5. a) -6 b) 4 c) 1 d) 2 e) -1 f) -7

6. a) x b) -a c) 0 d) -1,8 e) -2a f) a

7. z.B. -9 : 3 = -3; $\frac{3}{2}$: $(-\frac{1}{2})$ = -3; - 1 002 : 334 = -3

8. a) -6; 4; -2; 0; -1 b) $-\frac{14}{3}$ oder $-4\frac{2}{3}$; $\frac{14}{3}$ oder $4\frac{2}{3}$; $\frac{7}{7}$ oder $2\frac{1}{3}$; 0; $\frac{7}{9}$

9. a) $\frac{-3}{4}$ b) $\frac{5}{-8}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{-t}{2}$ e) -2 b f) 2

10. a) für x = 0 b) für x = -1 c) für x = 2 d) für x = 0
e) für x = 2

11. a) -52 b) 5 c) 21 d) $-\frac{1}{3}$ e) -0,5 f) -74 g) -1 h) -30 i) 21

12. -1 °C

13. a) $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{9}$; $-\frac{3}{8}$; n.l.; $-\frac{1}{6}$ b) 0; $-\frac{1}{2}$; 4; -1; n.l.

14.* a) z.B. $-3x = 24$, wenn $x = -8$

$\frac{x-2}{2} = \frac{1}{2}$, wenn $x = 3$

$-\frac{x}{3} = \frac{1}{3}$, wenn $x = -1$

$\frac{x+1}{3} = \frac{7}{18}$, wenn $x = \frac{1}{6}$

b) z.B. $-3x = -24$, wenn $x = 8$

$\frac{x-2}{2} = -\frac{1}{2}$, wenn $x = -3$

$-\frac{x}{3} = -\frac{1}{3}$, wenn $x = 1$

$\frac{x+1}{3} = -\frac{7}{18}$, wenn $x = -\frac{1}{6}$

c) $-3x = 0$, wenn $x = 0$

$\frac{x-2}{2} = 0$, wenn $x = 2$

$-\frac{x}{3} = 0$, wenn $x = 0$

$\frac{x+1}{3} = 0$, wenn $x = -1$

Lerneinheit B 13: Übersicht über die Zahlenbereiche

o 33 a) Addition, Multiplikation
b) Addition, Multiplikation, Division (Divisor ungleich Null)
c) Addition, Subtraktion, Multiplikation
d) Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division (Divisor ungleich Null)

2. a) wahr b) falsch c) wahr d) wahr e) falsch
f) wahr g) wahr h) wahr i) falsch k) wahr

3. a) wahr b) falsch c) wahr d) wahr

4. a) $\frac{7}{1}$ b) $\frac{-125}{1\,000} = \frac{-1}{8}$ c) $-6\frac{2}{10} = \frac{-62}{10} = \frac{-31}{5}$ d) $\frac{-2}{3}$

5.* 1. Fall: $a \geq 0$, $b > 0$

$\frac{|a|}{|b|} = \frac{a}{b}$; $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{a}{b}$, wegen $\frac{a}{b} \geq 0$

2. Fall: $a < 0$, $b < 0$

$\frac{|a|}{|b|} = \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$; $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{a}{b}$, wegen $\frac{a}{b} > 0$

3. Fall: $a > 0$, $b < 0$

$\frac{|a|}{|b|} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$; $\left|\frac{a}{b}\right| = -\frac{a}{b}$, wegen $\frac{a}{b} < 0$

4. Fall: $a < 0$, $b > 0$

$\frac{|a|}{|b|} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$; $\left|\frac{a}{b}\right| = -\frac{a}{b}$, wegen $\frac{a}{b} < 0$

Also gilt für alle rationalen Zahlen a, b : $\frac{|a|}{|b|} = \left|\frac{a}{b}\right|$.

Lerneinheit B 14: Übungen mit dem Taschenrechner

1. a) - 36,51 b) - 10 559,4 c) - 133,9
d) - 629,58 e) 217,230 09 f) - 242

2. a) - 941,48 b) - 13 171 c) - 0,999 9 d) 0,185 1
e) 2,5 f) - 19 665,6 g) 12,819 444 h) - 0,424 41

3. a) - 8 789 b) 213 c) - 297,861
d) - 84,364 e) 0 f) - 4,433 126 4
Die Aufgaben b) und e) lassen sich schneller im Kopf lösen.

4.

	Überschlag		Ergebnis (Taschenrechner)
a)	300 − 700 + 1 000	= 600	565
b)	: 220 − 30 − 280	= −90	− 89,301
c)	: −280 · $\frac{1}{4}$ · (−2)	= 140	120,312 4
d)	: 1 000 : (−200)	= −5	− 4,639 648 2
e)	: −270 − (−600)	= 330	327
f)	: $-\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$	= −1,5	− 1,489 795 9

5. a) −4,32 b) 1,839 240 2 c) 39,312 d) −1,475 694 4

Lerneinheit B 15: Fehler und Schranken für Fehler

o 34 a)

12 420	12 420 − 12 423	= −3
5 450	5 450 − 5 448	= 2
2 040	2 040 − 2 035	= 5
900	900 − 899	= 1
7 850	7 850 − 7 850	= 0
7 850	7 850 − 7 845	= 5
7 860	7 860 − 7 855	= 5
12 400	12 400 − 12 423	= −23
5 400	5 400 − 5 448	= −48
2 000	2 000 − 2 035	= −35
900	900 − 899	= 1
7 900	7 900 − 7 850	= 50
7 800	7 800 − 7 845	= −45
7 900	7 900 − 7 855	= 45

o 35 Oliver: 500 Schüler − 536 Schüler = −36 Schüler
Felix: 600 Schüler − 536 Schüler = 64 Schüler
Michael: 555 Schüler − 536 Schüler = 19 Schüler (beste Schätzung)

o 36 $F = (100\,000 \pm 3\,000)\ N$ bedeutet, daß die Zugkraft mindestens 97 000 N und höchstens 103 000 N beträgt.

$100\,000\ N - 3\,000\ N \leqq F \leqq 100\,000\ N + 3\,000\ N$

$97\,000\ N \leqq F \leqq 103\,000\ N$

o 37

	absoluter Fehler $a - x$	relativer Fehler $\left\|\frac{a-x}{x}\right\|$	
Torsten	101	0,034 8	[0.0348396]
Claudia	−31	0,10	[9.9678-02]
Gunnar	55	0,080	[8.0291-02]

Torsten hat am besten geschätzt, weil der relative Fehler seiner Schätzung am kleinsten ist.

o 38

Münze	a (in mm)	x (in mm)	a − x (in mm)	$\left\|\frac{a-x}{x}\right\|$		$\left\|\frac{a-x}{x}\right\| \cdot 100\ \%$
5,00 M	33	29	4	0,1	[1.3793-01]	10 %
2,00 M	31	27	4	0,1	[1.4814-01]	10 %
1,00 M	28	25	3	0,1	[0.12]	10 %
0,50 M	25	23	2	0,09	[8.6956-02]	9 %
0,20 M	20	22	−2	0,09	[9.0909-02]	9 %

1. a) $0{,}3 - \frac{1}{3} = -0{,}0\overline{3}$ b) $0{,}33 - \frac{1}{3} = -0{,}00\overline{3}$ c) $0{,}34 - \frac{1}{3} = 0{,}00\overline{6}$

2. $9{,}6 - 0{,}4 \leqq x \leqq 9{,}6 + 0{,}4$
a) ja b) nein c) ja d) nein

3. a) $3{,}415 \leqq x < 3{,}425$ b) $-13{,}215 < x \leqq -13{,}205$
c) $-0{,}735 < x \leqq -0{,}725$
Da die Werte durch Runden entstanden sind, ist jeweils auf einer Seite der Gleichung das Gleichheitszeichen wegzulassen.

4. a) $-474{,}5 < x \leqq -473{,}5$ d) $14{,}5 \leqq x < 15{,}5$
b) $2{,}725 \leqq x < 2{,}735$ e) $14{,}95 \leqq x < 15{,}05$
c) $-15{,}825 < x \leqq -15{,}815$ f) $14{,}995 \leqq x < 15{,}005$
Vergleiche Bemerkung zur Lösung der Aufgabe 3!

5. Gesamtzuschauerzahl: 89 500
durchschnittliche Zuschauerzahl: 11 200 [11187.5]

6. a) 0,01 [1.0416-02] b) 0,02 [2.0833-02]
0,001 [1.0416-03] 0,03 [0.025]
0,004 [4.1666-03] 0,002 [2.0833-03]

7.

	a (in m)	x (in m)	a − x (in m)	$\left\|\frac{a-x}{x}\right\|$	
Jan	30	32	− 2	0,06	[0.0625]
Gunnar	40	42	− 2	0,05	[4.7619-02]

Gunnar hat genauer geschätzt.

8. relativer Fehler bei Andreas: 0,18 [1.7857-01]
relativer Fehler bei Stefan: 0,16 [1.5748-01]

Stefan hat genauer gearbeitet.

9. 0,19 % [0.1871491]

10.* a) 0,59 cm [0.5899] c) 7,1 km [7.14]
b) 1,9 cm [1.8564] d) 0,000 3 mm [0.00034]

11. a) 1,22 b) 7,22 c) 222 d) 12,4 e) 0,068 5

12. a) $1\,024\text{ g} \leqq x \leqq 1\,056\text{ g}$ b) $1\,015\text{ g} \leqq m \leqq 1\,065\text{ g}$

13. a) 0,365 % [3.6452-01] b) 0,366 % [3.6584-01]
c) 0,035 % [3.4829-02] d) 2,8 % [2.7552674]
e) 19 % [18.6991187]

14. SR 1: 2 201 400 000 [2.2014 09]
schriftlich: 2 201 410 942
absoluter Fehler: - 10 942

15.

$a - x$	0,5 g	0,5 g	0,5 g
$\left\|\frac{a-x}{x}\right\|$	0,05	0,5	5
$\left\|\frac{a-x}{x}\right\| \cdot 100$	5 %	50 %	500 %

16. Holger: genaues Resultat
Andreas: Er hat nur mit je einer zuverlässigen Ziffer gerechnet. Deshalb müßte das Ergebnis 0,2 lauten. Sein Resultat ist das ungenaueste.
Stefan: Er hat mit jeweils zwei zuverlässigen Ziffern gerechnet. Das Ergebnis müßte 0,22 lauten.

Komplexe Übungen

1. a) 70 b) 7 c) 7 d) -1
e) -5 f) 1 g) 3 h) -4
i) 46 k) 5 l) $2\frac{1}{3}$ m) 12

2. a) $x = -6$ b) $x = -4$ c) $x = 0{,}8$ d) $x = 6$
e) $x = 2$ f) $x = -\frac{1}{4}$ g) $x = 2$ oder $x = -2$ h) $x = 1$ oder $x = -1$
i) $x = 0$ k) $x = 4$ oder $x = -4$ l) $x = 3$ oder $x = -3$
m) $x = \frac{1}{3}$ n) $x = 12$ o) n.l. p) $x = 0$ q) $x = 3$ oder $x = -3$

3. a) Überschlag: z.B. 6 000 000 000 b) Ü.: z.B. -4
c) Ü.: z.B. 10 d) Ü.: z.B. -93 e) Ü.: z.B. 4 000

4. a) falsch b) falsch c) wahr d) falsch

5. a) $-51 + 72 = 21$ b) $-56 - (+1) = -57$

6. a) $3a - \frac{a}{4}$ b) $2a - (-2)$ c) $4b + (-6)$ d) $\frac{a + (-3)}{a - (-3)}$

7. a) das Vierfache einer Zahl, vermindert um den vierten Teil dieser Zahl
b) das Dreifache einer Zahl, vermindert um -4
c) der Quotient aus der Summe und der Differenz zweier voneinander verschiedener rationaler Zahlen

8. $m\,[3 + (-7)] = 12$
$m = -3$

9. $\frac{1}{a}\,[-5 - (-9)] = -2$ Ingo hat sich -2 gemerkt.
$a = -2$

10. a) Subtrahiere ich vom Doppelten einer Zahl 2, dann erhalte ich -2. Wie heißt die Zahl?
(Die Zahl heißt 0.)
b) Dividiere ich eine gedachte Zahl durch 2, erhalte ich -18. Welche Zahl ist es?
(Die Zahl ist -36.)
c) Wie heißt die Zahl, die vermindert um 2, multipliziert mit -3 die rationale Zahl -39 ergibt?
(Es ist die Zahl 15.)

11. a) A'(2;-1); B'(5;-1); C'(4;-4)
b) A'(-2;-1); B'(-5;-1); C'(-4;-4)

12. EFGH $\cong$ VWXY; ABCD $\cong$ NOPQ
Rechtecke: EFGH; IKLM; RSTU; VWXY
Trapeze: ABCD; NOPQ

13. Zahnpasta: $50\text{ g} - 4\text{ g} \leqq m \leqq 50\text{ g} + 4\text{ g}$; $46\text{ g} \leqq m \leqq 54\text{ g}$
Florena-Creme: $60\text{ g} - 2{,}5\text{ g} \leqq m \leqq 60\text{ g} + 2{,}5\text{ g}$; $57{,}5\text{ g} \leqq m \leqq 62{,}5\text{ g}$
Waschpulver: $900\text{ g} - 40\text{ g} \leqq m \leqq 900\text{ g} + 40\text{ g}$; $860\text{ g} \leqq m \leqq 940\text{ g}$

14. a) Berlin, Warschau, Prag, Moskau
b) Temperaturunterschied: 11 °C

15. 19 870 m Höhenunterschied

16.

Genauer Wert	Näherungswert	Absoluter Fehler	Relativer Fehler	Prozentualer Fehler
4,25	4,2	-0,05	0,01 [1.1764-02]	1 %
27,2	27	-0,2	0,007 [7.3529-03]	0,7 %
0,38	0,50	0,12	0,32 [3.1578-01]	32 %
0,5	0,7	0,2	0,4	40 %
0	-2	-2	n.l.	n.l.

C. Gleichungen

Lerneinheit C 1: Wiederholung

o 1 a) Er benötigt noch 13 l Kraftstoff [12.804878], braucht also nicht mehr zu tanken.

b) Die zweite parallele Seite müßte 13 cm lang sein.

c) Am Arbeitseinsatz haben 24 Personen teilgenommen.

o 2 a) Gleichungen sind (1), (3), (4)
Ungleichungen sind (2), (6)
Terme sind (7), (8), (9), (10), (11)

b) Zu (5): 7|28 ist kein Term
" (12): (2 : -y+ ist kein Term, weil Klammern nicht paarweise sind, zwei Rechenzeichen aufeinander folgen, das letzte Zeichen ein Rechenzeichen ist.

c) (1) 3 a + 7 und 9 a + 8
(3) u + u und 2 u
(4) 2 + 1 und 8

o 3 a) 5 m; m ist die Masse einer Kiste.

b) h - 6; h ist die Anzahl der Stockwerke des anderen Hauses.

c) 7 - x; x ist die zweite Zahl.

d) nicht angebbar

o 4 a) $z - 0{,}5 = \frac{z}{2}$ $(z \in Q_+)$

b) $2a + 2 \cdot 4a = 50$ $(a \in Q_+)$

c) $5v + 5v + 5v = 60$ bzw. $3 \cdot 5v = 60$ $(v \in Q_+)$

o 6 $50 = 2\,(a + \frac{a}{4}) = 2a + \frac{2a}{4} = 2a + \frac{a}{2} = 2{,}5a$

$a = \frac{50}{2{,}5} = 20$

a = 20 ist auch die Lösung der Ausgangsgleichung.

1. a) 19 a b) -2,9 b c) 13 c d) 0
e) 5 - 5 e f) -0,3 f g) g - 6 i h) 5 h + 7

2. a) a + b = 180 (Fassungsvermögen des ersten Aquariums: a l
" " zweiten " : b l)

b) x + y = 180 (ein Winkel: x Grad, sein Nebenwinkel: y Grad)

c) c · d = 8 (Anzahl der Kartons: c; Masse eines Kartons: d kg)

d) ergibt keine Gleichung.

3. a) $y - \frac{y}{2} - \frac{y}{3} - \frac{y}{4} = -5$

$\frac{12y - 6y - 4y - 3y}{12} = -5$

$-\frac{y}{12} = -5$

$y = 60$

Die rationale Zahl ist 60.

b) $m + 10\,m = 7{,}3$

$11\,m = 7{,}3$

$m = 0{,}66$ [0.6636363]

Die Masse der Verpackung beträgt 0,66 kg; die Masse des Werkstücks 6,6 kg.

c) $x + 3x = 300$

$4x = 300$

$x = 75$

Die eine Klasse sammelte 225 M, die andere 75 M.

d) $a \cdot 3a = 75$

$3a^2 = 75$

$a^2 = 25$

$a = 5$

Die eine Seite ist 15 cm, die andere 5 cm lang.

4. a) $L = \{5\}$ b) $L = \emptyset$ c) $L = \{\frac{2}{3}\}$
d) $L = \emptyset$ e) $L = \{0;1;2\}$ f) $L = Q$

5. a) $L = \{4\}$ b) $L = \{4\}$ c) $L = \{-4;4\}$
d) $L = \{-4;4\}$ e) $L = \{2\}$ f) Alle negativen rationalen Zahlen bilden die Lösungsmenge.

Die Gleichungen a) und b) und c) und d) haben jeweils die gleiche Lösungsmenge.

Lerneinheit C 2: Umformungsregeln für Gleichungen

o 7 a) in den Beispielen (1) und (3)
b) " " " (1), (3) und (4)

o 8 a) 2x - 5 + 5 = 1 + 5 ist äquivalent zu 2x - 5 = 1.
b) 2x - 5 + 5 = 1 ist nicht äquivalent zu 2x - 5 = 1.

o 9 a) 3x + 2x = 10 - 2x + 2x ist äquivalent zu 3x = 10 - 2x.
b) 3x = 10 - 2x + 2x ist nicht äquivalent zu 3x = 10 - 2x.

o 11 a) $\frac{2x}{3} \cdot 3 = 4 \cdot 3$ ist äquivalent zu $\frac{2x}{3} = 4$.

b) $\frac{2x}{3} = 4 \cdot 3$ ist nicht äquivalent zu $\frac{2x}{3} = 4$.

o 12 $\frac{8}{x} \cdot x = 2 \cdot x$ $(x \neq 0)$ ist äquivalent zu $\frac{8}{x} = 2$ $(x \neq 0)$.

o 13 $2x\,(x+1) = 6x$ $(L = \{0;2\})$ ist nicht äquivalent zu
$\frac{2x\,(x+1)}{x} = \frac{6x}{x}$ $(L = \{2\})$, aber äquivalent zu
$\frac{2x\,(x+1)}{2} = \frac{6x}{2}$ $(L = \{0;2\})$.

1. a) (1), (2) und (3) sind zueinander äquivalent bezüglich des Variablengrundbereiches N und auch Q. (1), (2), (3) und (4) sind zueinander äquivalent bezüglich N.
   b) (1), (2), (3) und (4) sind zueinander äquivalent bezüglich N.
   (1) und (3) sind zueinander äquivalent bezüglich Q.
   (2) und (4) " " " " Q.
   c) (2), (3) und (4) sind zueinander äquivalent bezüglich N und auch Q.

2. a) z.B. $\frac{x}{2} = 1$ b) z.B. $5x = 20$ c) z.B. $3x = 6$
   d) z.B. $9{,}2 - x = 8{,}2$

3. a) Subtraktion von 10 bzw. Addition von -10 auf beiden Seiten der Gleichung
   b) Division durch 3 bzw. Multiplikation mit $\frac{1}{3}$ auf beiden Seiten der Gleichung
   c) Multiplikation mit 5 auf beiden Seiten der Gleichung
   d) Multiplikation mit x $(x \neq 0)$ auf beiden Seiten der Gleichung
   e) Multiplikation mit 4 auf beiden Seiten der Gleichung, danach Kürzen der gemeinen Brüche
   f) Addition von 8 auf beiden Seiten der Gleichung
   g) Addition von 6x auf beiden Seiten der Gleichung
   h) Subtraktion von 5 bzw. Addition von -5 auf beiden Seiten der Gleichung

Lerneinheit C 3: Lösen von Gleichungen durch Umformungen

o 14 a) x = -6,2 b) x = 8,6 c) x = -32,2

o 15 a) $x = 1\frac{1}{3}$ o 16 x = -3

o 17 a) x = -1 b) x = 13 und x = 24

1. a) x = -1,4 b) a = -25,2 c) z = 0,3
   d) x = -3 e) c = 5,3 f) b = 28,5

2. a) x = 3 b) x = 2 c) x = -0,6
   d) a = -0,2 e) $y = -1\frac{1}{10}$ f) x = 0,5

3. a) a = 3 b) z = 1,8 c) k = -2,8
   d) y = 5 e) $b = 1\frac{1}{3}$ f) x = 2

4. a) $a = \frac{6}{7}$ b) x = 0,3 c) x = 0,4
   d) $u = -\frac{1}{2}$ e) e = -1,85 f) m = 1,6

5. a) x = 2 b) y = 2 c) x = 4
   d) z = 5 e) b = 0,2 f) m = 12

6. a) x = -10,5 b) x = 8 c) u = 2
   d) a = -0,2 e) x = 1,2 f)* $y = \frac{1}{3}$

7. a) $x = 1\frac{1}{10}$ b) a = -1,4 c) $b = 1\frac{1}{3}$
   d) m = 3 e) y = -3 f) p = -7

8. a) x = 2 b) z = -1,5 c) a = 1 d)* x = 6

9. a) a = 3 b) x = -3 c)* x = -4 d)* $x = 1\frac{3}{4}$

10. a) x = -1 b) a = -2 c) x = -2

Lerneinheit C 4: Lösungsmengen bei Gleichungen und Ungleichungen

1. a) $L = \{4,5\}$ b) $L = \emptyset$ c) $L = \{2\frac{2}{3}\}$ d) $L = \emptyset$

2. a) $L = \emptyset$ b) $L = \{0,9\}$ c) $L = \emptyset$ d) $L = \{6\}$

3. a) $L = \emptyset$ b) $L = \{0\}$ c) $L = \{1\frac{3}{7}\}$ d) $L = \emptyset$ e) $L = \mathbb{Q}$ f) $L = \mathbb{N}$

4. a) $L = \mathbb{Q}$ b) $L = \{0;1;2;3\}$ c) $L = \{\ldots;-3;-2;-1\}$

5. a) $L = \{9;-9\}$ b) $L = \emptyset$ c) $L = \{-16;-6\}$
   d) $L = \emptyset$ e) $L = \{1;-1\}$ f) $L = \{\frac{2}{3};-4\}$

6. a) $L = \{\frac{1}{12};-\frac{1}{12}\}$ b) $L = \{0{,}2;-0{,}2\}$ c) $L = \{-12;-2\}$
   d) $L = \{7;-13\}$ e) $L = \{2;-2\}$ f) $L = \{0{,}5;-1{,}5\}$

7.* a) $L = \{4;0\}$ b) $L = \{1,5\}$ c) $L = \emptyset$ d) $L = \mathbb{Q}$

Lerneinheit C 5: Lösen von Anwendungsaufgaben

o 19 Familie Müller hätte bereits seit 24 Minuten ihre Wanderung beendet, wenn Herr Friedrich wieder am Parkplatz ankommen würde. (Weil der Wanderweg 12 km lang ist, erreicht Herr Friedrich nach 2 Stunden und 24 Minuten wieder den Parkplatz.)

o 20 a) $150 + 28 + 14y = 600$

$y = 30{,}14$ [30.142857]

Sie könnten pro Tag 30,14 M für Verpflegung und kulturelle Ausgaben einplanen.

b) $150 + 42 + 21y = 600$

$y = 19{,}42$ [19.428571]

Sie müßten mit 19,42 M pro Tag auskommen. (Hier dürfen wir nicht auf 19,43 M aufrunden, da dann das Geld nicht ausreichen würde.)

1. Die gesuchte Zahl ist keine natürliche Zahl. ($x = \frac{4}{3}$)

2. $\frac{2x}{3x} + \frac{1}{3} = 1$ Die Beziehung gilt für alle $x > 0$.

3. $a + (a - 2) = 56$
Die Zahlen heißen 29 und 27.

4. $b + (b - 6) = 20$
13 Biergläser stehen im Schrank.

5. $125 = w + (w - 100)$
Das Werkzeug hätte 112,50 M gekostet.

6. Die Geschwister haben 11 Wochen gespart, wenn sie 83 M besitzen. Enthält das Sparschwein 75 M, haben sich die Geschwister nicht an ihre Vereinbarung gehalten, denn nach 8 Wochen müßten 74 M, nach 9 Wochen 77 M im Sparschwein sein.

7. $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 6$ 36 Schüler gehen in die 7 b.

8.* a) $(\frac{x}{2} - 100) + \frac{x}{3} + (\frac{x}{4} + 50) = x$
Der Großvater überwies 600 M.

b) Jeder der Enkel erhält 200 M.

9.* $2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$ Er betreute 36 Schüler.

10. Für die Zerlegung in 4 Teile gilt die Gleichung:
$100 = x + (x+10) + (x+20) + (x+30)$. Die Teilstrecken sind 40 cm, 30 cm, 20 cm und 10 cm lang.
(Zerlegung in 3 Teile: annähernd 43 cm, 33 cm, 23 cm; genau $43\frac{1}{3}$ cm, $33\frac{1}{3}$ cm und $23\frac{1}{3}$ cm. Eine Zerlegung in 5 Teile ist unter den geforderten Bedingungen nicht möglich.)

11. Die Länge der kürzeren Seite beträgt $\frac{1}{4}$ cm bei einem Flächeninhalt von 10 cm^2.
Bei einem Flächeninhalt von 8 cm^2 ist unter den gegebenen Bedingungen die Figur kein Trapez, sondern ein Dreieck (Trapezgrenzfall; die kürzere Seite a beträgt 0 cm).
$\frac{a + (a+2)}{2} \cdot 8 = 8$; $a = 0$

12. a) $a + 2\,(a+1) = 24$ Die Basis ist $7\frac{1}{3}$ cm lang.
b) Ein solches Dreieck gibt es nicht.

13. a) Die eingezäunte Fläche wird 600 m^2 groß.
(Umfang: $100 = 2b + 2\,(b+10)$; $b = 20$
Flächeninhalt: $A = b\,(b+10)$)
b) Es wird eine größere Fläche eingezäunt (625 m^2).

14. Eine Reihe wird 12 m lang.
(Beträgt z. B. die Länge einer Reihe x cm, dann ergibt sich für die Anzahl der Pflanzen je Reihe $\frac{x}{30} + 1 = \frac{164}{4}$.)

Aufgaben zur Übung, Vertiefung und Wiederholung

1. Der Radfahrer kann nach $3\frac{1}{2}$ Stunden, also etwa 15 Uhr, zurück sein.
(Beträgt z.B. die Gesamtfahrzeit des Radfahrers t Stunden, dann gilt: $5\,(\frac{t}{2} + 3{,}5) = 15 \cdot \frac{t}{2}$.)

2. Das Picknick müßte 13,7 km von A bzw. 10,3 km von B entfernt vorbereitet werden.
(Beträgt z.B. die Entfernung des Treffpunktes von A x km, dann gilt: $\frac{x}{4} = \frac{24-x}{3}$.)

3.* Die beiden Züge begegnen sich zwischen 12.20 Uhr und 12.21 Uhr.
(Beträgt z.B. die Entfernung des Treffpunktes von Riesa x km und die Fahrzeit des Personenzuges bis zur Begegnung t Stunden, dann gilt: $\frac{x}{49} = \frac{50-x}{75}$ und $t = \frac{x}{49}$, wobei sich die Geschwindigkeit des Personenzuges mit 49 $\frac{km}{h}$ und die des D-Zuges mit 75 $\frac{km}{h}$ ergab.)

4. a) Das flotte Tempo wurde 3 Stunden durchgehalten.
(Beträgt z.B. die Wanderzeit im ebenen Gelände x Stunden, dann gilt: $24 = 5x + 3\,(6-x)$.)

b) Das bergige Wegstück war 9 km lang.
(Beträgt z.B. die Länge des bergigen Weges y km, dann gilt: $6 = \frac{24-y}{5} + \frac{y}{3}$.)

5. Der Aufhängepunkt muß 6 cm von dem Stabende entfernt sein, an dem die Gewichtskraft von 20 mN angreift.
(Beträgt z.B. die Entfernung von dem Ende, an dem die Gewichtskraft angreift, x cm, dann gilt: $20 \cdot x = 2 \cdot 15\,(10-x)$.)

6.* Beide Stäbe haben eine Masse von je 41 g [41.294118].
(Beträgt z.B. die Länge des kürzeren Eisenstabes x cm, dann gilt bei $\varrho_{Fe} = 7{,}8\ \frac{g}{cm^3}$ und $\varrho_{Al} = 2{,}7\ \frac{g}{cm^3}$:
$7{,}8 \cdot 1 \cdot x = 2{,}7 \cdot 1 \cdot (x+10)$.)

7. Das Volumen jedes Werkstücks beträgt 1 000 cm^3 = 1 dm^3.
(Beträgt z.B. die Masse des leichteren Werkstücks aus Aluminium x Gramm, dann gilt bei $\varrho_{Al} = 2{,}7\ \frac{g}{cm^3}$ und $\varrho_{Fe} = 7{,}8\ \frac{g}{cm^3}$:
$\frac{x}{2{,}7} = \frac{x + 5\,100}{7{,}8}$ und $V = \frac{x}{\varrho_{Al}}$ bzw. $V = \frac{x + 5\,100}{\varrho_{Fe}}$.)

8. Das Auspumpen dauert 1 Stunde und 8 Minuten (genau: 1 Stunde und 7,5 Minuten) länger.
(Beträgt z.B. die Zeit, die das Auspumpen länger dauert, x Stunden, dann gilt: $5 \cdot 4{,}5 = 4 \cdot (4{,}5 + x)$.)

9. Es werden 2,7 kg [2.6666667] Sauerstoff benötigt.
(Beträgt z.B. die Masse des nötigen Sauerstoffs m Gramm, dann gilt: $m : 1\,000 = 32 : 12$, weil Massen und molare Massen einander proportional sind.)

10. Man benötigt 300 g Magnesium und 200 g Sauerstoff.
(Beträgt z.B. die Masse des nötigen Magnesiums x Gramm, die des nötigen Sauerstoffs y Gramm, dann gilt: $x : 500 = 48 : 80$ und $y : 500 = 32 : 80$; vgl. Aufgabe 9!)

11. Das Hotelbüro muß nicht zurückfragen. Es werden 12 Einbettzimmer und 26 Zweibettzimmer benötigt.
(Beträgt z.B. die Anzahl der Einbettzimmer x, dann gilt: $x + 2\,(38 - x) = 64$.)

12. a) Es können höchstens 2 erste Preise vergeben werden.
(Beträgt z.B. die Anzahl der ersten Preise x, dann gilt: $16{,}1\,x + 8{,}1\,(10-x) = 100$ (oder weniger als 100).)

b) 4 erste Preise wären möglich.

13. Man kann 33 $\frac{1}{3}$ % (50 %) der Masse einer bestimmten Ware weniger einkaufen.

14. Nach 60 Minuten fahren beide Linien wieder gleichzeitig von der Haltestelle ab. (Lösung mit Hilfe des kleinsten gemeinsamen Vielfachen)

15.
20	40	60	80
22	42	62	82
24	44	64	84
26	46	66	86
28	48	68	88

} 20 verschiedene zweistellige Zahlen

16. Lösungsmenge der ursprünglichen Gleichung:
a) $L = \{-3\}$ b) $L = \{0\}$ c) $L = \{-56\}$ d) $L = \{0\}$

Lösungsmenge der Gleichung mit gerundeten Koeffizienten:
a) $L = \{-5\}$ b) $L = \{0\}$ c) $L = \emptyset$ d) $L = Q$

17.* vom Taschenrechner angezeigte Lösung:
a) y = 37037037 (bei Benutzung der Taste "x^2", indem man den gefundenen Koeffizienten von y durch sein Quadrat dividiert)

b) y = -9615384,6

tatsächliche Lösung:
a) y = 37 037 034 b) y = - 9 602 194

D. Quadratzahl und Quadratwurzel

Lerneinheit D 1: Zur Wiederholung

o 1 36 m^2; 64 cm^2; 10,08 m^2; 60,45 m^2

Lerneinheit D 2: Das Quadrieren

o 3 a) 49 b) 1 c) 121 d) 400

o 4 a) 4; 4; 0,16; 0,16; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{9}{49}$; $\frac{9}{49}$; 0,04; 0,04;
0,000 1; 0,000 1; 1; 1; 0

o 6 a) z.B. a = 1; a = 0,1; a = 5
b) Für $0 < a < 1$ gilt $a^2 < a$.
Für $a = 1$ gilt $a^2 = a$.
Für $a > 1$ gilt $a^2 > a$.
c) Die Ungleichung gilt in diesem Falle stets, weil a^2 dann positiv ist.

1. a) Falsch; z.B. $0{,}5^2 < 0{,}5$.
b) Wahr; z.B. $1^2 = 1$.
c) Falsch; z.B. $-4 < 1$, aber $(-4)^2 > 1^2$.
d) Falsch; a = 0 ist auch möglich.
e) Wahr; ist a eine ungerade Zahl, dann ist auch a^2 eine ungerade Zahl.

2. auf das 16fache

3. 64; 1,44; 0,25; 2,25

4. a) x = 7 x = -7 b) x = 0,6 x = -0,6 c) x = 1 x = -1 d) x = 0

5.* auf das Zehnfache

Lerneinheit D 3: Bestimmen von a^2 durch Überschlagsrechnung; Abschätzen von a^2

1. 80; 400; 17 000; 2; 0,04; 0,7

2. a) wahr b) wahr c) $19{,}4^2 \approx 20^2$; $19{,}4^2 \approx 400$
d) $188^2 \approx 200^2$; $188^2 \approx 40\,000$ e) $(-7{,}31^2) \approx 50$
f) $0{,}214^2 \approx 0{,}2^2$; $0{,}214^2 \approx 0{,}05$

3. $196 < 14{,}3^2 < 225$; $900 < 37^2 < 1\,600$;
$0{,}003\,6 < 0{,}064^2 < 0{,}004\,9$; $40\,000 < 238^2 < 90\,000$;
$0{,}16 < 0{,}43^2 < 0{,}25$; $36 < (-6{,}42)^2 < 49$

Lerneinheit D 4: Quadrieren mit dem Taschenrechner und der Quadrattafel

o8 a) $15{,}4^2 \approx 250$ $15{,}4^2 = 237{,}16$ $237{,}16 < 250$
b) $6{,}29^2 \approx 40$ $6{,}29^2 = 39{,}564\,1$ $39{,}564\,1 < 40$
c) $0{,}417^2 \approx 2$ $0{,}417^2 = 0{,}173\,889$ $0{,}173\,889 < 2$
d) $(-28{,}53)^2 \approx 900$ $(-28{,}53)^2 = 813{,}960\,9$ $813{,}960\,9 < 900$

1. a) $204{,}3^2 \approx 40\,000$ $204{,}3^2 = 41\,738{,}49$
b) $0{,}078\,1^2 \approx 0{,}006\,4$ $0{,}078\,1^2 = 0{,}006\,099\,6$
c) $476\,000^2 \approx 250\,000\,000\,000$ $476\,000^2 = 226\,576\,000\,000$
d) $1{,}020\,3^2 \approx 1$ $1{,}020\,3^2 = 1{,}041\,012\,1$
e)* $825\,000\,000^2 \approx 640\,000\,000\,000\,000\,000$ $825\,000\,000^2 = 680\,625\,000\,000\,000\,000$
f) $(-17{,}9)^2 \approx 320$ $(-17{,}9)^2 = 320{,}41$

2. a) $3{,}64^2 \approx 16$ $3{,}64^2 = 13{,}25$
b) $(-8{,}02)^2 \approx 65$ $(-8{,}02)^2 = 64{,}32$
c) $4{,}2^2 \approx 16$ $4{,}2^2 = 17{,}64$
d) $6{,}358^2 \approx 40$ $6{,}358^2 \approx 6{,}36^2 = 40{,}45$
e) $451^2 \approx 200\,000$ $451^2 = 203\,400$
f) $(-0{,}765)^2 \approx 0{,}6$ $(-0{,}765)^2 = 0{,}585\,2$

3. a) wahr b) $71{,}2^2 = 5\,069{,}44$ c) wahr d) $0{,}213^2 = 0{,}045\,369$

4. a) 121; 1,21; 0,012 1; 12 100 b) 324; 32 400; 3,24; 0,032 4

5.* a) x = 2 x = 0 b) x = 0 x = $\frac{1}{2}$ c) x = 1

Lerneinheit D 5: Das Wurzelziehen

o 9 a = 8 m

o 10

Flächeninhalt	36 m^2	25 cm^2	81 km^2	1 m^2	400 mm^2	49 m^2
Seitenlänge	6 m	5 cm	9 km	1 m	20 mm	7 m

o 11 5; 5; 9; 9; 1; 1

1. $\sqrt{4} = 2$, denn $2^2 = 4$; $\sqrt{900} = 30$, denn $30^2 = 900$;
$\sqrt{1} = 1$, denn $1^2 = 1$; $\sqrt{144} = 12$, denn $12^2 = 144$;
$\sqrt{0} = 0$, denn $0^2 = 0$; $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$, denn $0{,}5^2 = 0{,}25$;
$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$, denn $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$; $\sqrt{\frac{81}{64}} = \frac{9}{8}$, denn $(\frac{9}{8})^2 = \frac{81}{64}$

2. a) $\sqrt{1\,600} = 40$ b) wahr c) $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$

3. a) 13 b) 20 c) 0,9 d) 0,2

4. a) wahr b) wahr c) $\sqrt{0{,}5^2} = 0{,}5$ d) $\sqrt{y^2} = |y|$

5.* a) $x = 4$ b) $x = 0$ c) $x = 16$

Lerneinheit D 6: Ausführbarkeit des Wurzelziehens

1. 5; -9; 13; -10; $\frac{9}{10}$; 200 besitzen keine rationale Quadratwurzel.

   $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$; $\sqrt{100} = 10$; $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$

2. a) 121; 144; 169; 196

   b) z.B. $\sqrt{3{,}61} = 1{,}9$ c) ja, z.B. $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$

Lerneinheit D 7: Nichtrationale Quadratwurzeln

1. $a = \sqrt{18}$ cm = 4,242 640 7 cm (irrationale Zahl)
   $a \approx 4{,}2$ cm

2. a) zwischen 1 und 2 b) zwischen 3 und 4
   c) zwischen 6 und 7 d) zwischen 9 und 10

3. a) wahr b) $1{,}732 < \sqrt{3}$ c) $3{,}465 > \sqrt{12}$

4. $4{,}2 < \sqrt{18} < 4{,}3$
   $4{,}24 < \sqrt{18} < 4{,}25$
   $4{,}242 < \sqrt{18} < 4{,}243$
   $4{,}242\,6 < \sqrt{18} < 4{,}242\,7$

Lerneinheit D 8: Quadratwurzeln auf der Zahlengeraden

2.* a) $x = 10$ oder $x = -10$ b) $x = 0$ oder $x = 1$ c) $x = 1$ d) $x = 16$

Lerneinheit D 9: Wurzelziehen mit dem Taschenrechner und der Quadrattafel

o 15 5,196 152 4; 9; 23,366 643; 1,920 937 3; 6,2; 0,948 683 3; 0,31; 358,329 46

1. a) 24,55 b) 4 c) 5 d) 8,485 e) 1 f) 3

2.

	a)	b)	c)	d)
Schätzwert	1,5	1,2	1,3	5,5
mit Rechner ermitteltes Ergebnis	1,778 28	1,189 21	1,316 07	5,623 41

3. Die Resultate von a) und b) nähern sich immer mehr der Zahl 1.

4. a) 2,2 b) 8,86 c) 4,58 d) 1,14 e) 58,3 f) 0,781

5. a) $x = 289$ b) $x = 81$ c) $x = 25$

6. a) 8; 80; 0,8 b) 13; 1,3; 0,13

7. 0,7; 2,213 594 4; 7; 22,135 944; 70; 221,359 44

8. a) 7,071 067 8 b) 2,236 068 c) 0,707 10
   d) 0,223 606 8 e) 11,998 842 f) 8,485 281 4

9. a) 5,461 318 5 b) 5,433 875 2 c) 1,718 342 2
   d) 8,414 273 6 e) 595,730 57 f) 70,8
   g) 70,8 h) 13,042 63 i) 1 075,929 8

10.* a) 3,162 277 6 b) 140,296 12 c) 2,406 241 9

Komplexe Übungen

1. a) 0; 1; 2 b) 0; 1; 2; ...; 24 c) keine natürliche Zahl d) 25

2. a) $x = 0$ oder $x = 1$ b) $x = 25$ c) $x = 1$

3.

	Absoluter Fehler	Prozentualer Fehler	
a)	2,56	3,3 %	[3.3057]
b)	- 2 025	4,8 %	[4.8185]
c)	- 0,020 4	7,5 %	[7.5443]
d)	- 0,223 805	2,1 %	[2.0869]

4. auf 121 % 5. um 41,4 % [41.42136]

6.* Er kann bis zu 4,1 % betragen. [4.123282]

7.* a) $3{,}4^2 < 4{,}3^2$ b) $(\frac{3}{4})^2 = 0{,}75^2$ c) $(-1{,}9)^2 > 1{,}3^2$
   d) $0{,}87^2 > 0{,}78^2$ e) $\sqrt{0{,}5} > 0{,}5$ f) $\sqrt{38} < 38^2$
   g) $(\frac{4}{5})^2 < \sqrt{\frac{4}{5}}$ h) $(\frac{3}{8})^2 < \frac{3}{8}$

8. a) z.B. $x = 8$ b) z.B. $x = 12$ c) z.B. $x = 150$

9. a) 0,000 080 4 b) 0,003 687 8 c) 0,003 130 5

10.* Das Ergebnis ist eine irrationale Zahl bei a), c), d) und e).
   Das Ergebnis von b) ist eine rationale Zahl.

E. Darstellende Geometrie

Für dieses Kapitel wird eine eng begrenzte Anzahl der Lösungen von Aufträgen bzw. Aufgaben aufgenommen.

Lerneinheit E 2: Parallelprojektion

o 2

Lage zur Bildebene	Körper	Flächen	Kanten
parallel	Quader	ABFE; DCGH	$\overline{AB}$; $\overline{DC}$; $\overline{EF}$; $\overline{HG}$; $\overline{AE}$; $\overline{BF}$; $\overline{CG}$; $\overline{DH}$
	Pyramide	keine	$\overline{MN}$; $\overline{PO}$
senkrecht	Quader	BCGF; EFGH; ADHE; ABCD	$\overline{AD}$; $\overline{BC}$; $\overline{EH}$; $\overline{FG}$
	Pyramide	MNOP	$\overline{MP}$; $\overline{NO}$

Lerneinheit E 3: Schrägbilder

6. $\overline{AB}$ = 6,0 cm; $\overline{GK}$ = 1,5 cm; $\overline{KL}$ = 4,0 cm; $\overline{AD}$ = 6,0 cm

Lerneinheit E 5: Eintafelbilder von Strecken, Geraden, ebenen Figuren und Körpern

2. (a) dreiseitiges Prisma
   (b) (schiefe) rechteckige Pyramide, die auf einer Seitenfläche liegt
   (c) (schiefe) quadratische Pyramide
   (d) zusammengesetzter Körper (aus zwei schiefen rechteckigen Pyramiden)

Lerneinheit E 6: Wahre Länge und Neigungswinkel einer Strecke (Grundaufgabe)

o 10 Rechteck

o 11 Es sind Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen.
Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen sind zueinander kongruent.

o 12 Neigungswinkel beträgt 0° bei paralleler Lage zur Bildebene.
Neigungswinkel beträgt 90° bei senkrechter Lage zur Bildebene.

1.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Länge von $\overline{AB}$ (in cm)	4,0	2,8	3,5	5,0	3,6	8,0	4,3
α	37°	0°	90°	48°	0°	35°	15°

2. $\overline{AB}$ = 4,0 cm; $\overline{CG}$ = 4,0 cm; $\overline{EH}$ = 4,8 cm; $\overline{GH}$ = 4,0 cm; $\overline{BF}$ = 1,3 cm

4. b) nicht lösbar

5. Länge: ca. 280 m; Steigung: 18°

Lerneinheit E 7: Wahre Größe und Gestalt ebener Figuren

o 13 a) gleichschenklige Dreiecke (bei einer geraden Pyramide)
b) Alle Seitenkanten einer (geraden) Pyramide sind gleich lang.

o 16 a) Im Eintafelbild sind gegeben: $\overline{S'F'}$ und die Höhe von S, also $\overline{SS'}$. Die Seite $\overline{SF'}$ (bzw. $\overline{(S)F'}$) liegt in der Seitenfläche der Pyramide und ist deren Höhe.

1. $\beta_1 = 74^\circ$; $\beta_2 = 67^\circ$

Lerneinheit E 9: Zweitafelbilder von Strecken, Geraden, ebenen Figuren und Körpern

o 17

	(a)	(b)	(c)
Lage zur Grundrißebene	geneigt	parallel	geneigt
Lage zur Aufrißebene	geneigt	geneigt	parallel
Strecke liegt von	l-h-o	l-v	l-o
nach	r-v-u	r-h	r-u

(Fortsetzung)

	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
Lage zur Grundrißebene	geneigt	parallel	senkrecht	geneigt	geneigt
Lage zur Aufrißebene	geneigt	senkrecht	parallel	geneigt	geneigt
Strecke liegt von	l-v-u	h	u	h-o	h-u
nach	r-h-o	v	o	v-u	v-o

(l - links; r - rechts; v - vorn; h - hinten; u - unten; o - oben)

Lerneinheit E 10: Lagebeziehungen im Raum

1. (a) zueinander windschief (b) zueinander windschief
   (c) zueinander parallel (d) zueinander parallel
   (e) einander schneidend (f) einander schneidend
   (g) nicht entscheidbar, ob zueinander parallel oder windschief (einander nicht schneidend)
   (h) zueinander parallel

Lerneinheit E 11: Wahre Länge einer Strecke; ebener Schnitt durch ein Prisma

o 22 Die wahre Länge einer Strecke ist sofort angebbar, wenn die Strecke parallel zur Grundrißebene oder zur Aufrißebene liegt.

o 23 bei (b), (c), (e), (f)

1. a) $\overline{AB}$ = 6,0 cm

2. $\overline{AD}$ = 4,0 cm; $\overline{BF}$ = 1,0 cm; $\overline{HI}$ = 4,1 cm; $\overline{GH}$ = 6,0 cm; $\overline{CG}$ = 1,0 cm; $\overline{EI}$ = 4,1 cm

Komplexe Übungen

1. c) α) und γ) sind lösbar, da die Kantenlänge des Würfels kleiner als die Höhe des Gesamtkörpers ist. β) ist infolgedessen nicht lösbar.

2. Länge der Seitenkanten der Pyramide: α) 5,2 cm; γ) 4,1 cm.

3. Eintafelbilder eines Rechtecks sind die Darstellungen (a), (b) und (e).

6. Keine Zweitafelbilder eines Körpers sind die Darstellungen (a) und (d).
   (b) - dreiseitiges Prisma
   (c) - Zylinder
   (e) - dreiseitige Pyramide

F. Der Kreis

Lerneinheit F 1: Definition des Kreises

o 2 c) Spiegelung an einem beliebigen Durchmesser; Drehung um M mit beliebigem Drehwinkel
   d) Bild F 2: (1); (2); (4); (5) (nur 1 Symmetrieachse); (6); (7) (nur 1 Symmetrieachse); (8) (nur 1 Symmetrieachse)
   Bild F 5: (a); (b); (d)
   Bild F 44: (a); (b), (c), (d) und (e) je 1 Symmetrieachse; (g); (h); (i)

3. a) (1), (3), (4), (5) - wahr; (2), (6) - falsch
   b) (3), (5)

4. a) $\sphericalangle$ ABM = $\sphericalangle$ MAB = 75°
   b) $\sphericalangle$ ABM = 70°; $\sphericalangle$ AMB = 40°

Lerneinheit F 2: Lagebeziehungen

o 4 (a) und (c) - unendlich viele Geraden; (b) - 2 Geraden

o 5 a) 0; 1 oder 2 gemeinsame Punkte
   b) (a) Jeder der beiden Kreise liegt außerhalb des anderen; sie berühren sich nicht.
   (b) Die beiden Kreise berühren sich von außen.
   (c) Einer von zwei Kreisen liegt innerhalb des anderen. $M_1 = M_2 = M_3$, d.h., die Kreise sind konzentrisch.
   c) Die beiden Kreise berühren sich von innen, oder die beiden Kreise schneiden sich.

2. (1) d) n.l., weil Kreise mit unterschiedlichen Radien höchstens zwei gemeinsame Punkte haben
   (2) bei b) und c); bei a) nur, falls jeder Kreis außerhalb des anderen liegt

3. 0 Punkte; 1 Punkt; 0 Punkte; 2 Punkte; 0 Punkte; 1 Punkt

Lerneinheit F 3: Tangenten

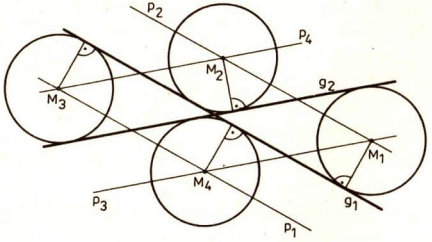
o 8 a) Die Voraussetzung (Behauptung) des ersten Teiles ist die Behauptung (Voraussetzung) des zweiten Teiles des Satzes.
   b) Durch jeden Punkt A eines Kreises um M gibt es genau einen Radius $\overline{MA}$, und durch den Punkt A einer Strecke $\overline{MA}$ geht genau eine Gerade, die senkrecht auf $\overline{MA}$ steht.

1. 150°

2. Hinweis: Die Berührungsradien schließen einen Winkel von 140° ein.

4.* a) (1) Parallelen p_1 und p_2 zu g_1 und p_3 und p_4 zu g_2 im Abstand von jeweils 1,5 cm
   (2) Die Schnittpunkte von jeweils 2 Parallelen sind die Mittelpunkte der gesuchten Kreise.

   Es gibt vier solche Kreise.



   b) (1) $g_1 \parallel g_2$ mit Abstand $d = 6$ cm
   (2) $g_1 \parallel g_2$ mit Abstand $d \neq 6$ cm

Lerneinheit F 4: Sehne, Bogen, Winkel am Kreis

o 10 $\alpha + \beta = 360^\circ$

1. a) und b)
   (1) $\triangle AMB \cong \triangle CMD$ (Drehung um M so, daß A' = C. Dann ist wegen $\overline{AB} = \overline{CD}$ auch B' = D. M wird als Drehpunkt auf sich selbst abgebildet.)
   (2) kongruent (Begründung wie bei (1))
   (3) Die Teilstrecken sind kongruent zueinander. (Da der Kreis axialsymmetrisch bezüglich jedes Durchmessers ist und die Sehne senkrecht auf der Spiegelgeraden steht, werden deren Endpunkte aufeinander abgebildet.)
   c)* ↗ Lehrbuch, Lerneinheit 5

2. a) jeweils 2 Lösungen
   b) Eine Sehne eines Kreises kann nicht länger sein als sein Durchmesser.

3. Vor.: Bild F 13 im Lehrbuch
   Beh.: $\triangle ABM \cong \triangle CDM$
   Bew.: (1) $\overline{AM} = \overline{CM}$ (Radien des großen Kreises)
   (2) $\overline{BM} = \overline{DM}$ (Radien des kleinen Kreises)
   (3) $\sphericalangle BMA = \sphericalangle CMD$ (Scheitelwinkel)

   Daraus folgt: $\triangle ABM \cong \triangle CDM$ (sws), w.z.b.w.

4. a) 180° b) 90°

Lerneinheit F 5: Das Beweisen von Sätzen

1. Vor.: A und B liegen sowohl auf k_1 um M_1 als auch auf k_2 um M_2.
   Beh.: $\triangle AM_1M_2 \cong \triangle BM_1M_2$
   Bew.: (1) $\overline{M_1A} = \overline{M_1B}$ (Radien von k_1)
   (2) $\overline{M_2A} = \overline{M_2B}$ (Radien von k_2)
   (3) $\overline{M_1M_2} = \overline{M_1M_2}$

   Daraus folgt: $\triangle AM_1M_2 \cong \triangle BM_1M_2$ (sss), w.z.b.w.

2. a) Vor.: $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind Durchmesser eines Kreises um M.
Beh.: $\triangle$ AMC $\cong$ $\triangle$ BMD
Bew.: (1) $\overline{MA} = \overline{MB}$ (Radien)
(2) $\overline{MC} = \overline{MD}$ (Radien)
(3) $\sphericalangle$ AMC = $\sphericalangle$ BMD (Scheitelwinkel)
Daraus folgt: $\triangle$ AMC $\cong$ $\triangle$ BMD (sws), w.z.b.w.
b) nein (z.B. bei Drehung des Dreiecks AMC um M mit $\alpha \neq 180^\circ$)

3.* Beweis bei Aufgabe 2 a)
a) Es folgt: $\overline{AC} = \overline{BD}$ (entsprechende Seiten in kongruenten Dreiecken), w.z.b.w.
b) Es folgt: $\sphericalangle$ MAC = $\sphericalangle$ MBD (entsprechende Winkel in kongruenten Dreiecken)
und: $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ (Umkehrung des Satzes über Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen), w.z.b.w.

4. Jede der Tangenten schließt mit $\overline{AB}$ einen Winkel von 90° ein. Nach der Umkehrung des Satzes über Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen sind die beiden Tangenten parallel zueinander.

Lerneinheit F 6: Umkreis von Dreiecken

o 12 a) unendlich viele Kreise b) 3 Kreise c) 1 Kreis

o 13 a) Die drei Mittelsenkrechten z.B. eines Dreiecks schneiden sich in genau einem Punkt. Dieser Schnittpunkt ist also schon durch zwei Mittelsenkrechte bestimmt.
b) nein, falls die drei Punkte auf einer Geraden liegen

2.* stumpfwinkliges Dreieck

3. ja (auf nachgezeichnetem Kreisbogen drei Punkte angeben, durch Konstruktion Durchmesser des Dreiecksumkreises bestimmen)

Lerneinheit F 7: Sehnenvierecke

o 15 a) Die Seiten des Vierecks sind Sehnen ein und desselben Kreises.
b) nein, da jedes Dreieck einen Umkreis besitzt, also jedes Dreieck "Sehnendreieck" ist.
c) Peripheriewinkel. Ein Viereck heißt Sehnenviereck, wenn es einen Kreis gibt, in dem alle Innenwinkel des Vierecks Peripheriewinkel sind.

1. b) nein (D kann auf $\overset{\frown}{CA}$ beliebig gewählt werden.)
c) ABCD kann, aber muß nicht ein Drachenviereck sein.

2. a) falsch (Die parallelen Seiten können verschieden lang sein.)
b) wahr (Sind die beiden Diagonalen des Sehnenvierecks zugleich Durchmesser des Umkreises, dann ist das Sehnenviereck ein Rechteck.)
c)* Wahr gilt für Quadrat, Rechteck und gleichschenkliges Trapez. (Die Mittelsenkrechten aller Seiten schneiden sich in genau einem Punkt.)
Falsch gilt für Drachenviereck. (Gegenbeispiele: Drachenvierecke, in denen die kongruenten Winkel keine rechten Winkel sind)
d) wahr (Beispiel: Quadrat)
e) wahr (Definition des Drachenvierecks; Axialsymmetrie des Kreises nur bezüglich seiner Durchmesser)

3.* Hinweis: Konstruktion über Teilung des Vollwinkels um M

Lerneinheit F 8: Winkel im Sehnenviereck

1. $\sphericalangle$ MBA = 50°; $\sphericalangle$ BCM = 55°; $\sphericalangle$ AMB = 80°;
$\sphericalangle$ AMD = 120°; $\sphericalangle$ DMC = 90°; $\sphericalangle$ MCD = 45°; $\sphericalangle$ BCD = 100°

2.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
α	60°	55°	kein	n.l.	106°	n.l.	95°
β	70°	125°	Sehnen-	40°	63°	82°	91°
γ	120°	125°	vier-	n.l.	74°	n.l.	85°
δ	110°	55°	eck	140°	117°	98°	89°

3.* a) wahr (Ein Sehnenviereck mit vier gleich langen Seiten ist ein Rhombus. Wegen des Satzes über die Gegenwinkel im Sehnenviereck folgt daraus, daß jeder der vier Innenwinkel 90° ist. Da außerdem die vier Seiten gleich lang sind, ist das Viereck ein Quadrat.)

b) falsch (Begründung analog zu a))

4. $\alpha = 50^\circ$ (Gegenwinkel im Sehnenviereck AC_1BD)
$\beta = 50^\circ$ (Gegenwinkel im Sehnenviereck AC_2BD)

Lerneinheit F 9: Peripheriewinkelsatz

o 18 Umkehrung: Sind zwei Peripheriewinkel eines Kreises gleich groß, so liegen sie über demselben Bogen.
Die Umkehrung ist falsch. (Gegenbeispiel: Die Peripheriewinkel liegen über verschiedenen, aber gleich langen Bögen.)

1. a) Vor.: Bild F 25 im Lehrbuch
Beh.: $\triangle A'BC \cong \triangle A''CB$
Bew.: (1) $\overline{A'B} = \overline{A''C}$ (Voraussetzung)
(2) $\overline{BC} = \overline{BC}$
(3) $\sphericalangle CA'B = \sphericalangle CA''B$ (Peripheriewinkelsatz)
Daraus folgt: $\triangle A'BC \cong \triangle A''CB$ (ssw), w.z.b.w.

b)* Die Behauptung gilt nicht, wenn z.B. A' auf $\overset{\frown}{CB}$, A'' aber auf $\overset{\frown}{BC}$ liegt.

3. $\alpha = 30^\circ$ (Peripheriewinkelsatz)
$\beta = 150^\circ$ (Satz über Gegenwinkel im Sehnenviereck)

Lerneinheit F 10: Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satz

o 19 a) $\beta = 20^\circ$ (40°; 2°; 89°) (Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck)
$\gamma = 40^\circ$ (80°; 4°; 178°) (Außenwinkelsatz für Dreiecke)

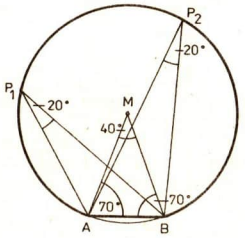
b) $\alpha = \beta$ (Peripheriewinkelsatz)
$\beta = \gamma$ (Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck)
$\alpha = 40^\circ$ (80°; 4°; 178°) (Außenwinkelsatz für Dreiecke)

1. a) $\delta = 220^\circ$; $\beta = 70^\circ$; $\alpha = 110^\circ$

b) Vor.: Bild F 18 im Lehrbuch
Beh.: $\delta = 2 \cdot \alpha$
Bew.: (1) $\delta + \gamma = 360^\circ$ (Vollwinkel)
(2) $\gamma = 2 \cdot \beta$ (Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satz)
(3) $\delta + 2 \cdot \beta = 360^\circ$
(4) $\alpha + \beta = 180^\circ$ (Satz über Gegenwinkel im Sehnenviereck)
(5) $2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta = 360^\circ$
Aus (3) und (5) folgt:
$\delta = 2 \cdot \alpha$, w.z.b.w.

2. Für a) und b) gibt es jeweils zwei Lösungen;
c) ist nicht lösbar (Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satz).

3.* Skizze als Hinweis:
Alle Punkte auf dem Bogen $\overset{\frown}{BA}$ erfüllen die Bedingung.



4. $\alpha = 120^\circ$ (zweifache Anwendung des Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satzes)

Lerneinheit F 11: Satz des Thales

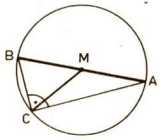
1. a) Der Scheitelpunkt des rechten Winkels des Zeichendreiecks markiert dann einen Punkt auf dem Kreis mit $\overline{AB}$ als Durchmesser, wenn dessen Schenkel durch A bzw. B gehen.

b) Liegt der Scheitelpunkt des rechten Winkels des Zeichendreiecks so auf dem Kreis, daß die Schenkel des rechten Winkels den Kreis in zwei weiteren Punkten Q und R schneiden, dann ist $\overline{QR}$ ein Durchmesser des Kreises. Der Schnittpunkt zweier so ermittelter Durchmesser ist der Mittelpunkt des Kreises.

c) Umkehrung des Thalessatzes

2. 90° (Satz des Thales)

3.* Im Dreieck ABC (vgl. Skizze) seien $\sphericalangle$ BCA der rechte Winkel und damit $\overline{AB}$ die längste Seite und $\overline{MC}$ die Seitenhalbierende von $\overline{AB}$. Nach der Umkehrung des Thalessatzes liegt C auf dem Kreis mit $\overline{AB}$ als Durchmesser, d. h., M ist Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks ABC. Daraus folgt: $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ (Radien); also ist $\overline{CM}$ halb so lang wie $\overline{AB}$.



Lerneinheit F 12: Konstruktionen

o 21 Der Punkt C eines der gesuchten Dreiecke liegt auf dem Thaleskreis über der Strecke $\overline{AB}$ (Kreis mit $\overline{AB}$ als Durchmesser).

o 22 a) nach dem Satz des Thales
b) Spiegelung an $\overline{AB}$
c) Die vier Dreiecke können durch Spiegelung an $\overline{AB}$ bzw. an der Mittelsenkrechten von $\overline{AB}$ aufeinander abgebildet werden.

3. b) Vor.: Bild F 35 im Lehrbuch
Beh.: $\overline{PA_1} = \overline{PA_2}$
Bew.: (1) $\overline{MP} = \overline{MP}$
(2) $\overline{MA_1} = \overline{MA_2}$ (Radien)
(3) $\sphericalangle PA_1M = \sphericalangle PA_2M$ (Satz des Thales)
$\triangle MA_1P \cong \triangle MA_2P$ (ssw)
Daraus folgt: $\overline{PA_1} = \overline{PA_2}$ (entsprechende Seiten in kongruenten Dreiecken), w.z.b.w.

4. b)* Der Abstand des Mittelpunktes M der Strecke $\overline{AB}$ von der Geraden g sei d. Es gibt zwei Lösungen, falls $d < \frac{\overline{AB}}{2}$; genau eine Lösung, falls $d = \frac{\overline{AB}}{2}$; keine Lösung, falls $d > \frac{\overline{AB}}{2}$.

Lerneinheit F 13: Umfang von Kreises

1. a) 31,415 927 cm; 62,831 853 mm; 13,383 185 m; 28,902 652 dm; 345,575 19 mm
b) 31,41 cm; 62,83 mm; 13,38 m; 28,90 dm; 345,6 mm
Werden die Ergebnisse sinnvoll gerundet, erhält man: 31,4 cm; 63 mm; 13,38 m; 28,9 dm; 346 mm.

2. 31,4 cm [31.415927]

3. 78,5 mm [78.539816]

4. 2,09 m [2.0943951]

5. a) 35,01 m [35.014088]
b) 7,0 cm [7.0028175]
c) 0,48 m [4.7746-01]

6. a) 6,4 mm [6.3661977]
b) 39,95 m [39.947891]
c) 23,9 m [23.873242]

7.* Die Maus könnte hindurchschlüpfen, denn der Radius beträgt vor der Verlängerung des Drahtes 6 366 197,7 m, nach der Verlängerung 6 366 197,9 m.

Zweiter Lösungsweg (vgl. Bild F 39 im Lehrbuch):

$2\pi(r + x) = 2\pi r + 1$

$2\pi r + 2\pi x = 2\pi r + 1$

$2\pi x = 1$

$x = \frac{1}{2\pi}$

$x \approx 0{,}2$ m [1.5915-01]

Lerneinheit F 14: Inhalt von Kreisflächen

o 25

r in cm	1	2	3	4	5	6
A_i in cm^2	1	8	22	43	69	104
A_a in cm^2	4	15	33	56	83	121
Näherungswert für A in cm^2	3	12	28	50	76	113

o 27

A in cm^2	3	12	28	50	76	113
r^2 in cm^2	1	4	9	16	25	36
$\frac{A}{r^2}$	3	3	3,1	3,1	3	3,1

1. a) Lösung mit Hilfe des Taschenrechners:
$84{,}95\ cm^2$ [84.948665]; $876\ mm^2$ [876.15877];
$55\,404{,}63\ m^2$ [55404.625]

Lösung mit Hilfe der Tabellen:
$84{,}95\ cm^2$; $876\ mm^2$ [876,2]; $55\,570\ m^2$

b) Lösung mit Hilfe des Taschenrechners:
$1{,}23\ m^2$ [1.2271846]; $0{,}18\ m^2$ [1.8095-01];
$9\,852{,}03\ dm^2$ [9852.0346]

Lösung mit Hilfe der Tabellen:
$1{,}23\ m^2$ [1,227]; $0{,}18\ m^2$ [0,181]; $9\,852\ dm^2$

2. $13{,}36\ m^2$ [13.364041]

3. $10{,}57\ dm^2$ [10.568318]

4. $62{,}86\ cm^2$ [62.863269]

5. a) 19 635 cm [19634.954] b) 228,8 km [228.83361]
c) 2,7 dm [2.7331856] d) 13,4 m [13.414601]
e) 40 074,2 km [40074.156] f) 7 540 mm [7539.8224]

6. a) $1\,767\,145{,}9\ cm^2$ b) $117{,}86\ m^2$ [117.85881]
c) $3\,400{,}49\ dm^2$ [3400.4913] d) $1{,}5\ m^2$ [1.4957123]
e) $159\,751\ mm^2$ f) $2{,}27\ m^2$ [2.2698007]

7. 6,94 m [6.9374675]

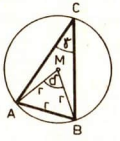
8. a) $221{,}07\ cm^2$ [221.07387] b) $30\ mm^2$ [29.625219]
c) $1{,}69\ m^2$ [1.688606] d) $253\ mm^2$ [253.0867]

9. a) $r \approx 2{,}1$ cm [2.1008453]; $d \approx 4{,}2$ cm;
$A \approx 13{,}87\ cm^2$ [13.865579]; $A_\alpha \approx 1{,}83\ cm^2$ [1.8300694]

b)* $r = 2{,}5$ cm; $A \approx 19{,}63\ cm^2$ [19.634954]
$u \approx 15{,}7$ cm [15.707963]; $\alpha \approx 229^\circ$ [229.18312]

Komplexe Übungen

1. Messen der Strecke $\overline{MA}$. A liegt auf dem Kreis, wenn $\overline{MA} = 4$ cm.

3.* 

$\alpha = 60^\circ$ (Innenwinkel im gleichseitigen Dreieck ABM; Zentriwinkel über dem Bogen $\overset{\frown}{AB}$)

$\gamma = 30^\circ$ (Peripheriewinkel über dem Bogen $\overset{\frown}{AB}$; Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satz)

4. M liegt auf der längsten Seite des Dreiecks. (Umkehrung des Thalessatzes)

5. b) $A = 400\ m^2 - 78{,}5\ m^2 = 321{,}5\ m^2 \approx 322\ m^2$ [78.539816]
Für rund $322\ m^2$ Fläche wird Grassamen benötigt.

6. a) d = 24 cm (Mindestdurchmesser; ohne Rinde)
b) Querschnitt des Baumstammes: $7{,}1\ dm^2$ [7.0685835]
Querschnitt des Balkens: $2{,}9\ dm^2$ [2.89]
Abfall: $4{,}2\ dm^2$. Das sind 59 % [59.15493]; sinnvoll gerundet: 60 %.

7.

	r	d	u	A	
a)	1,52	3,04	9,55	7,26	[7,258]
b)	39,2	78,4	246,3	4 827	
c)	4,685	9,37	29,44	68,96	
d)	4,985	9,97	31,32	78,07	

8. a) 19 622 Umdrehungen [19621.842]
b) 2,3 km [2.2933626]

9. $A \approx 11\ m^2$ [11.459156]

10. a) $A \approx 114{,}9\ cm^2$ [114.86448]
b) absoluter Fehler: $2{,}9\ cm^2$ [2.94525] $\approx 3\ cm^2$
c)* 234°

11.* $A_R = \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2 = \pi (r_1^2 - r_2^2)$

12. a) Wanddicke d: 1,05 mm

Für $\Delta a = 0{,}005$ mm ergibt sich

$1{,}045 \text{ mm} \leq d \leq 1{,}055 \text{ mm}$.

b) lichter Rohrquerschnitt A_R: 97,64 mm² [97.642663]

$$\frac{11{,}145^2 \cdot \pi}{4} \text{ mm}^2 \leq A_R \leq \frac{11{,}155^2 \cdot \pi}{4} \text{ mm}^2$$

$$97{,}555 \text{ mm}^2 \leq A_R \leq 97{,}730 \text{ mm}^2$$

[97.555111] [97.730255]

$\Delta a \approx 0{,}088 \text{ m}^2$

c) Wandquerschnitt A_W: 40,24 mm² [40.243802]

$$\frac{\pi}{4}(13{,}245^2 - 11{,}15^2)\text{mm}^2 \leq A_W \leq \frac{\pi}{4}(13{,}255^2 - 11{,}145^2)\text{mm}^2$$

$$40{,}052 \text{ mm}^2 \leq A_W \leq 40{,}435 \text{ mm}^2$$

[40.052165] [40.435439]

$\Delta a \approx 0{,}192 \text{ mm}^2$

13. a) $A \approx 6\,221 \text{ cm}^2$ [6221.1388]

b) $A \approx 7\,921 \text{ cm}^2 - 6\,221 \text{ cm}^2$; $A \approx 1\,700 \text{ cm}^2$

Der Abfall beträgt etwa 1 700 cm²; das sind 21,5 % [21.464647] der Marmorplatte.

14. $A \approx 72{,}38 \text{ cm}^2$ [72.382295]

$u \approx 30{,}2$ cm [30.159289]

Beim Verdoppeln (Verdreifachen, Halbieren) des Radius wird der Kreisflächeninhalt vervierfacht (verneunfacht, geviertelt), der Kreisumfang verdoppelt (verdreifacht, halbiert).

15. Beide Kreisflächen sind gleich groß.

16. Es können die gekennzeichneten Flächeninhalte ermittelt werden von

(a), wenn r_i und r_a bekannt;

(c), wenn Zentriwinkel, r_i und r_a bekannt;

(e), wenn Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks und r bekannt;

(f), wenn r und die Seiten des Dreiecks, die den rechten Winkel einschließen, bekannt;

(g), wenn Seitenlänge des Quadrats bekannt;

(h), wenn Seitenlänge des Quadrats und r bekannt;

(i), wenn Seitenlänge des Quadrats bekannt.

17. Der Abfall ist bei a) und bei b) jeweils gleich groß, nämlich: $a^2 - \frac{a^2}{4} \cdot \pi$.

18. a) Quadrat mit der Seitenlänge des Kreisdurchmessers

b) Der Flächeninhalt (Umfang) des Kreises beträgt 78,5 % (78,5 %) [78.539816] des Flächeninhaltes (Umfanges) des Vierecks.

19. a) Nein, denn es wird eine Stoffbreite von 99 cm benötigt.

b) Sie sollte 3,05 m Borte kaufen, damit sie auf jeden Fall ausreicht. [3.0159289]

20. a) $b \approx 2{,}5$ cm [2.5132741]

b) $A \approx 1{,}5 \text{ cm}^2$ [1.5079645]

G. Stereometrie

Lerneinheit G 1: Prismen und Zylinder

o 4

Körperart	Nummern
Prismen	1; 5; 6; 10; 12
Zylinder	3; 8
Andere Körper	2; 4; 7; 9; 11

2. Prismen: (2); (3); (5); (8)

Zylinder: (1)

Lerneinheit G 2: Oberflächeninhalt von Prisma und Zylinder

o 5 $A_M = n \cdot a \cdot h$

n ... Anzahl der Seiten der Grund- bzw. Deckfläche;

a ... Länge der Grundseite einer Seitenfläche;

h ... Höhe des Prismas

o 6 $A_O = 2r_1 \cdot \pi \cdot h + 2r_2 \cdot \pi \cdot h + 2(r_1^2\pi - r_2^2\pi)$

$= 2\pi(r_1 h + r_2 h + r_1^2 - r_2^2)$

$= 2\pi[h(r_1 + r_2) + r_1^2 - r_2^2]$

1. a) 124,12 cm^2 b) 20 164 mm^2 = 201,64 cm^2
   c) 121,42 cm^2 d) 2 795,62 cm^2 [2795.6231]
   e) 1,11 m^2 [1.1094] f) 7 518,96 $cm^2 \approx 0{,}75\ m^2$
   g) 2,94 m^2

2. h = 3 cm

3. a) h = r = 0,398 94 dm; A_O = 2 dm^2
   b) h = d = 0,564 18 dm; A_O = 1,5 dm^2
   c) $d \cdot \pi = 1$; $d = \frac{1}{\pi}$ dm = 0,318 30 dm;
   $A_O \approx 1{,}16\ dm^2$ [1.1591549]

4. (a) 1 760 mm^2 = 17,6 cm^2 (b) 1 493 mm^2 = 14,93 cm^2
   (c) 6 016 mm^2 = 60,16 cm^2 (d) 216 mm^2 = 2,16 cm^2
   (e) 5 240 mm^2 = 52,4 cm^2

5.

	r	d	h
a)	3,4 cm	6,8 cm	7,8 cm
b)	48 mm	96 mm	34,3 cm
c)	6,3 cm	12,6 cm	32,0 cm
d)	0,425 m	0,85 m	0,25 m
e)	5 cm [4.9827875]	10 cm [9.965575]	18,4 m
f)	1,32 m [1.3248574]	2,65 m [2.6497147]	0,37 m
g)	0,54 m [0.54115]	1,08 m [1.0823033]	0,64 m [0.64114]
h)	6,3 cm [6.3078313]	12,6 cm [12.615663]	18,5 cm [18.545024]
i)	0,285 m	0,57 m	4,28 m [4.2774483]
k)	29,5 cm	59,0 cm	19,2 cm [19.152857]

	A_G	A_M	A_O
a)	36,32 cm^2 [36.316811]	166,63 cm^2 [166.63007]	239,26 cm^2 [239.26369]
b)	72,38 cm^2 [72.382295]	1 034,46 cm^2 [1034.4636]	1 179,23 cm^2 [1179.2282]
c)	124,69 cm^2 [124.68981]	1 266,69 cm^2 [1266.6902]	1 516,07 cm^2 [1516.0698]
d)	0,57 m^2 [0.56745]	0,67 m^2 [0.66758]	1,8 m^2 [1.8024888]
e)	78 cm^2	5,76 m^2 [5.760631]	5,78 m^2 [5.776231]
f)	5,51 m^2 [5.5142712]	3,08 m^2	14,11 m^2 [14.108542]
g)	0,92 m^2	2,18 m^2	4,02 m^2
h)	125 cm^2	735 cm^2	985 cm^2
i)	0,26 m^2 [0.25517]	7,66 m^2 [7.65966]	8,17 m^2
k)	2 734 cm^2 [2733.971]	3 550 cm^2 [3550.058]	9 018 cm^2

6. a) 774,21 cm^2 [774.21409] b) 16,7 m^2 [16.69568]
   c) 2 514,92 m^2 [2514.9235] d) 9 315,26 cm^2 [9315.262]

Lerneinheit G 3: Volumen von Prisma und Zylinder

o 9 5 425 cm^3; 6 125 cm^3; 8 750 cm^3; 7 350 cm^3

1.

	a	b	c = h	A_G	V
a)	4 cm	5,2 cm	3,8 cm	20,8 cm^2	79,04 cm^3
b)	512 mm	83,4 cm	0,707 m	4 270,08 cm^2	301 894,66 cm^3 ≈0,3 m^3
c)	43 mm	4,7 cm	0,503 m	20,21 cm^2	1 016,563 cm^3 ≈1 dm^3
d)	70,8 cm	312 mm	0,45 dm	2 208,96 cm^2	9 940,32 cm^3 ≈9,9 dm^3
e)	7,6 cm	8,3 cm [8.2966036]	81,2 mm	63,05 cm^2 [63.054187]	512 cm^3
f)	71,7 cm [71.725032]	115,3 cm	57,8 cm	8 269,9 cm^2 [8269.8962]	0,478 m^3
g)	5,3 cm	4,7 cm	3,5 cm [3.5086311]	24,91 cm^2	87,4 cm^3
h)	4,8 cm	3 cm [2.9583333]	50,1 cm [50.140845]	14,2 cm^2	712 cm^3

2. a) $V_{a)} = 2\ V$ b) $V_{b)} = 2\ V$ c) $V_{c)} = 4\ V$ d) $V_{d)} = 6\ V$
e) $V_{e)} = 24\ V$ f) $V_{f)} = \frac{V}{2}$ g) $V_{g)} = \frac{V}{6}$ h) $V_{h)} = \frac{V}{24}$

3.

	a	A_G	V	A_O
a)	0,43 cm	0,18 cm^2 [0.1849]	0,08 cm^3 [0.079507]	1,11 cm^2 [1.1094]
b)	3,95 cm [3.9454615]	15,57 cm^2 [15.566667]	61,418 cm^3 [61.417684]	93,4 cm^2

4. a) 182,208 cm^3 b) 64 970,048 cm^3
c) 89,305 cm^3 [89.30474] d) 202,612 cm^3
e) $V = s^3$ f) $V = 6\ s^3$

5. a) 225,992 cm^3 b) 31,087 cm^3 [31.08742]
c) 677,74 $mm^3 \approx 0{,}678\ cm^3$ d) 824,753 cm^3 [824.75294]
e) $V = 3\ g^3$ f) $V = \frac{g^3}{2}$

6.

	r oder d	A_G	h	V
a)	r = 12,50 m	490,87 m^2 [490.87385]	18,75 m	9 203,885 m^3 [9203.8847]
b)	r = 33,7 cm	3 567,88 cm^2 [3567.8754]	58,1 cm	207 293,56 cm^3 ≈0,2 m^3
c)	d = 234 mm	43 005,26 mm^2 [43005.262]	943 mm	40 553 962 mm^3 ≈40,6 dm^3
d)	r ≈ 42,6 cm [42.632727]	5 710 cm^2	0,74 m	422 540 cm^3 ≈0,4 m^3
e)	r ≈ 0,564 m [0.56418958]	1,00 m^2	1,00 m	1,00 m^3
f)	r ≈ 16,6 cm [16.641202]	870 cm^2	5 cm [4.9655172]	4 320 cm^3
g)	d = 7,6 dm	45,36 dm^2 [45.364598]	3,3 dm [3.2624559]	148 dm^3
h)	r = 0,58 m	105,68 dm^2 [105.68318]	5,9 dm [5.8855156]	622 dm^3
i)	r_1 = 6,8 cm r_2 = 4,5 cm	81,65 cm^2 [81.649993]	27,3 cm	2 229,045 cm^3 [2229.0448]
k)	d_1 = 112 mm d_2 = 100 mm	19,98 cm^2 [19.980529]	60,0 cm	1 198,832 cm^3 [1198.8317]

Komplexe Übungen

1. a) $V = 36\ cm^3$ m ≈281 g [280.8]
b) $V = 36\ cm^3$ m ≈ 97 g [97.2]

2. a) $V = 3{,}6\ cm^3$ m ≈28 g [28.296]
b) $V = 3{,}6\ cm^3$ m ≈ 32 g [32.148]

3. a) $V = 2\ 100\ cm^3$ m ≈ 18,5 kg [18.480]
b) $V \approx 3{,}5\ cm^3$ [3.4733982] m ≈27 g [27.092506]

4. $V \approx 0{,}6\ cm^3$ [0.576]; m ≈ 4,5 g [4.4928] Die Masse des gleichen Körpers aus Polystyrol wäre rund 0,6 g [0.6336] und damit um rund 86 % [85.897436] geringer.

5. $V \approx 2\,660\ m^3$ [2656.25]

6. $t \approx 418$ Minuten [417.91045]
   bzw. $t \approx 7$ Stunden [6.9651741]

7.* etwa 190 Ziegelsteine

8. $m \approx 20\ t$ [19.8]

9. $m \approx 13\ t$ [12.9285]

10. a) $V \approx 21\ m^3$ [21.20575]
    b) 11 Fuhren [10.602875]

11. 8 Gefäße [7.4705382]

12. a) $h \approx 20$ cm [19.894368] b) $h \approx 13$ cm [12.732396]

13.* $3{,}5 = r^2\pi\ (\frac{3}{4}h - \frac{2}{5}h) = r^2\pi \cdot h \cdot \frac{7}{20}$

$r^2\pi \cdot h = \frac{3{,}5 \cdot 20}{7} = 10$

$V = 10\ l$

14. a) $A_G \approx 3{,}11\ cm^2$ [3.1101767]
    b) $m \approx 16{,}664$ kg [16.664327]

15. a) $V \approx 40\ m^3$ [40.408735]
    b) 161 Tage [161.63494]

16. $A_M \approx 11\ m^2$ [10.995574]

17. $A \approx 1{,}21\ m^2$ [1.2095132]
    Es werden etwa $1\frac{1}{4}\ m^2$ Eisenblech benötigt.

18. $m \approx 71$ kg [70.685835]
    11,6 % Abfall [11.642706]

19. a) $l \approx 248$ m [247.57436]
    b) $l \approx 1\,392{,}6$ km

20. $V_1 \approx 261{,}396\ cm^3$ [261.39622]; $V_2 \approx 264{,}072\ cm^3$ [264.07239]
    a) $V_2 - V_1 \approx 2{,}7\ cm^3$ [2.67617]
    b) $\frac{V_2 - V_1}{V_1} \approx 0{,}01$ [1.0237-02]

    c) $\frac{V_2 - V_1}{V_1} \cdot 100\ \% \approx 1\ \%$ [1.0237]

21. $m \approx 15{,}1$ t [15.136099]

22. a) $V \approx 18{,}849\ dm^3$ [18.849556]
       $m \approx 147{,}027$ kg [147.02654]
    b) $V \approx 0{,}949\ dm^3$ [0.9492]
       $m \approx 7{,}404$ kg [7.40376]
    c) $V \approx 0{,}152\ dm^3$ [1.5197-01]
       $m \approx 1{,}185$ kg [1.1854014]
    d) $V \approx 0{,}016\ dm^3$ [0.0155823]
       oder $V \approx 15{,}6\ cm^3$
       $m \approx 0{,}122$ kg [1.2154-01]
       oder $m \approx 121{,}5$ g

23. $A = 1{,}3\ m^2$
    An dieser Stelle passieren rund $43{,}3\ m^3$ [43.333333] Wasser während einer Minute.

24. $p \approx 1\,400\ \frac{N}{m^2}$, d. h. $p \approx 1\,400$ Pa

25. $V = \frac{a^3}{4\pi}$

Inhalt

Seite

A. Elektronischer Taschenrechner; Anwendung von Verhältnisgleichungen

Lerneinheit A 1: Eingeben und Ablesen von Zahlen bei einem elektronischen Taschenrechner 9
Lerneinheit A 2: Addieren und Subtrahieren mit dem Taschenrechner 9
Lerneinheit A 3: Multiplizieren mit dem Taschenrechner... 9
Lerneinheit A 4: Dividieren mit dem Taschenrechner 10
Lerneinheit A 5: Aufgaben, bei denen die gleiche Operation mehrmals auszuführen ist 11
Lerneinheit A 6: Aufgaben, bei denen verschiedene Operationen auszuführen sind 11
Lerneinheit A 7: Umformen und Lösen von Verhältnisgleichungen 12
Lerneinheit A 8: Aufgaben zur Übung und Wiederholung 13
Lerneinheit A 9: Der Prozentbegriff 15
Lerneinheit A 10: Berechnungen mit beliebigen Prozentsätzen 15
Lerneinheit A 12: Die Verwendung des Taschenrechners für Prozentberechnungen 17
Lerneinheit A 13: Abschätzungen und Überschlagsrechnungen. 17
Lerneinheit A 14: Lösen weiterer Anwendungsaufgaben 18
Lerneinheit A 15: Graphische Darstellungen 18
Lerneinheit A 16: Berechnung von Zinsen 19
Aufgaben zur Übung, Vertiefung und Wiederholung 19

B. Rationale Zahlen

Lerneinheit B 1: Rückblick auf die natürlichen und die gebrochenen Zahlen 20
Lerneinheit B 2: Rationale Zahlen 20
Lerneinheit B 3: Zueinander entgegengesetzte Zahlen - ganze Zahlen 21
Lerneinheit B 4: Der absolute Betrag einer rationalen Zahl 21
Lerneinheit B 5: Ordnung der rationalen Zahlen 22

Seite

Lerneinheit B 6: Addieren rationaler Zahlen 23
Lerneinheit B 7: Regeln für die Addition rationaler Zahlen 23
Lerneinheit B 8: Eigenschaften der Addition rationaler Zahlen 25
Lerneinheit B 9: Subtraktion rationaler Zahlen 25
Lerneinheit B 10: Multiplikation rationaler Zahlen 26
Lerneinheit B 11: Eigenschaften der Multiplikation rationaler Zahlen 27
Lerneinheit B 12: Division rationaler Zahlen 27
Lerneinheit B 13: Übersicht über die Zahlenbereiche 29
Lerneinheit B 14: Übungen mit dem Taschenrechner 29
Lerneinheit B 15: Fehler und Schranken für Fehler 30
Komplexe Übungen 32

C. Gleichungen

Lerneinheit C 1: Wiederholung 34
Lerneinheit C 2: Umformungsregeln für Gleichungen 35
Lerneinheit C 3: Lösen von Gleichungen durch Umformungen 36
Lerneinheit C 4: Lösungsmengen bei Gleichungen und Ungleichungen 37
Lerneinheit C 5: Lösen von Anwendungsaufgaben 38
Aufgaben zur Übung, Vertiefung und Wiederholung 39

D. Quadratzahl und Quadratwurzel

Lerneinheit D 1: Zur Wiederholung 41
Lerneinheit D 2: Das Quadrieren 41
Lerneinheit D 3: Bestimmen von a^2 durch Überschlagsrechnung; Abschätzen von a^2..... 42
Lerneinheit D 4: Quadrieren mit dem Taschenrechner und der Quadrattafel 42
Lerneinheit D 5: Das Wurzelziehen 43
Lerneinheit D 6: Ausführbarkeit des Wurzelziehens 44
Lerneinheit D 7: Nichtrationale Quadratwurzeln 44
Lerneinheit D 8: Quadratwurzeln auf der Zahlengeraden .. 44

Seite

Lerneinheit D 9: Wurzelziehen mit dem Taschenrechner und der Quadrattafel 44
Komplexe Übungen 45

E. Darstellende Geometrie

Lerneinheit E 2: Parallelprojektion 46
Lerneinheit E 3: Schrägbilder 46
Lerneinheit E 5: Eintafelbilder von Strecken, Geraden, ebenen Figuren und Körpern 46
Lerneinheit E 6: Wahre Länge und Neigungswinkel einer Strecke (Grundaufgabe) 46
Lerneinheit E 7: Wahre Größe und Gestalt ebener Figuren 47
Lerneinheit E 9: Zweitafelbilder von Strecken, Geraden, ebenen Figuren und Körpern 47
Lerneinheit E 10: Lagebeziehungen im Raum 48
Lerneinheit E 11: Wahre Länge einer Strecke; ebener Schnitt durch ein Prisma 48
Komplexe Übungen 48

F. Der Kreis

Lerneinheit F 1: Definition des Kreises 49
Lerneinheit F 2: Lagebeziehungen 49
Lerneinheit F 3: Tangenten 50
Lerneinheit F 4: Sehne, Bogen, Winkel am Kreis 51
Lerneinheit F 5: Das Beweisen von Sätzen 51
Lerneinheit F 6: Umkreis von Dreiecken 52
Lerneinheit F 7: Sehnenvierecke 53
Lerneinheit F 8: Winkel im Sehnenviereck 53
Lerneinheit F 9: Peripheriewinkelsatz 54
Lerneinheit F 10: Zentriwinkel-Peripheriewinkel-Satz ... 54
Lerneinheit F 11: Satz des THALES 55
Lerneinheit F 12: Konstruktionen 56
Lerneinheit F 13: Umfang von Kreisen 57
Lerneinheit F 14: Inhalt von Kreisflächen 57
Komplexe Übungen 59

Seite

G. Stereometrie

Lerneinheit G 1: Prismen und Zylinder 61
Lerneinheit G 2: Oberflächeninhalt von Prisma und Zylinder 61
Lerneinheit G 3: Volumen von Prisma und Zylinder 63
Komplexe Übungen 65

Kurzwort: 002201 Loesungsh. Mathe 7