

LEHRBUCH DER PHYSIK

FÜR DIE ERWEITERTE OBERSCHULE

ELFTES SCHULJAHR

LEHRBUCH DER PHYSIK

FÜR DIE ERWEITERTE OBERSCHULE

ELFTES SCHULJAHR

Elektrizitätslehre – Mechanik

Mit 295 Abbildungen

Gekürzte Ausgabe 1954/55



VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN

1963

Bearbeitet von
Dr. Otto Joachimi,
Oskar Mader, Georg Sprockhoff

Vom Ministerium für Volksbildung der Deutschen Demokratischen
Republik als Lehrbuch für die erweiterte Oberschule bestätigt.

Zeichnungen von Kurt Dornbusch

Redaktionsschluß: 10. 12. 1962

Best.-Nr. 02 946-1
3,70 DM · Lizenz-Nr. 203 · 1000/62 (DN)
Satz: VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig (III/18/203)
Druck: VEB Druckhaus „Maxim Gorki“, Altenburg (D IV/1/8)

Inhaltsverzeichnis

ELEKTRIZITÄTSLEHRE

I. Die elektromagnetische Induktion	5
§ 1. Grundversuche zur elektromagnetischen Induktion	5
§ 2. Weiterführende Induktionsversuche — Die Ursache der Induktion.	10
§ 3. Energieumwandlung bei Induktionserscheinungen — Der Spannungstoß	16
§ 4. Das Induktionsgesetz	20
§ 5. Induktionserscheinungen an eisenerfüllten Spulen	23
§ 6. Wirbelströme	27
§ 7. Die Selbstinduktion	31
II. Die elektrische Energieversorgung	40
§ 8. Allgemeines über Generatoren	40
§ 9. Technische Gleichstromgeneratoren und -motoren	46
§ 10. Wechselstromgeneratoren und -motoren	58
§ 11. Der Dreiphasenstrom-Generator	64
§ 12. Der Dreiphasenstrom-Motor	72
§ 13. Die Übertragung elektrischer Energie	75
III. Der Wechselstromkreis	83
§ 14. Die Frequenz des Wechselstromes	83
§ 15. Die Messung der Spannung und der Stromstärke im Wechselstromkreis	88
§ 16. Der Widerstand im Wechselstromkreis	92
§ 17. Phasenverschiebung durch einen induktiven und durch einen kapazitiven Widerstand	97
§ 18. Das Ohmsche Gesetz für den Wechselstromkreis — Die Kompensation der Phasenverschiebung	104
§ 19. Leistung und Arbeit im Wechselstromkreis	106
IV. Elektrische Leitung in Gasen	112
§ 20. Unselbständige Leitung in Gasen — Der Ionisationsstrom	112
§ 21. Die selbständige elektrische Leitung in Gasen — Der Lichtbogen	115
§ 22. Technische Anwendungen des elektrischen Lichtbogens — Der Quecksilberdampfgleichrichter	118
§ 23. Selbständige Leitung in gasverdünnten Räumen — Die Glimmentladung	123
§ 24. Die Kathodenstrahlen — Die spezifische Ladung der Elektronen — Die Kanalstrahlen	128

<i>V. Die Elektronenemission</i>	135
§ 25. Der glühelektrische Effekt — Die Zweielektrodenröhre	135
§ 26. Die Dreielektrodenröhre	141
§ 27. Die Dreielektrodenröhre als Verstärker	145
§ 28. Die Braunsche Röhre — Der Kathodenstrahloszillograph	147
§ 29. Die Photoemission	152
MECHANIK	
<i>VI. Erweiterung und Vertiefung der Grundbegriffe der Mechanik</i>	159
§ 30. Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung	159
§ 31. Kraft, Arbeit und Leistung	164
§ 32. Der Impuls	168
§ 33. Der Stoß	175
<i>VII. Die Drehbewegung</i>	182
§ 34. Die gleichförmige Kreisbewegung	182
§ 35. Trägheitswirkungen an beschleunigt bewegten Körpern	189
§ 36. Dynamik der Drehbewegung	199
§ 37. Der Kreisel	206
<i>VIII. Schwingungen</i>	212
§ 38. Die harmonische Schwingung	212
§ 39. Das Schwerependel	216
<i>IX. Die Gravitation</i>	220
§ 40. Die Keplerschen Gesetze — Das Gravitationsgesetz	220
§ 41. Gravitationswirkungen auf der Erde	227
<i>Namen- und Sachverzeichnis</i>	230
<i>Quellenverzeichnis der Abbildungen</i>	236

ELEKTRIZITÄTSLEHRE

I. Die elektromagnetische Induktion

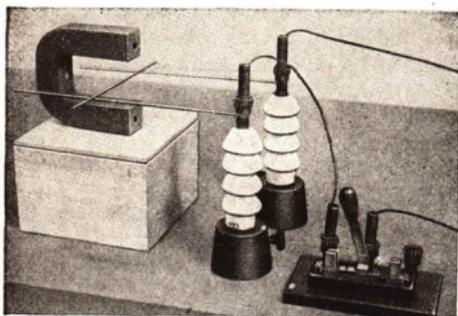
§ 1. Grundversuche zur elektromagnetischen Induktion

1. Die Umwandelbarkeit mechanischer in elektrische Energie. Im 10. Schuljahr erkannten wir, daß auf einen stromdurchflossenen Draht in einem magnetischen Feld Kräfte einwirken. Der Zusammenhang der Krafrichtung mit den Richtungen des Stromes und der magnetischen Feldlinien ist durch die *UVW-Regel für Leiterbewegung* gegeben. Schon von früher her sind uns die **Elektromotoren** bekannt. Das sind hochentwickelte Maschinen, mit deren Hilfe elektrische Energie in nutzbare mechanische Arbeit umgewandelt wird. Den Dampfmaschinen und den Verbrennungskraftmaschinen sind sie insofern überlegen, als sie unmittelbar eine Drehbewegung erzeugen, die in technischer Hinsicht vielseitiger verwendbar ist als eine hin und her gleitende, geradlinige Bewegung. Außerdem erfordern sie nur eine verhältnismäßig einfache Wartung und zeichnen sich durch eine schnelle Betriebsbereitschaft aus.

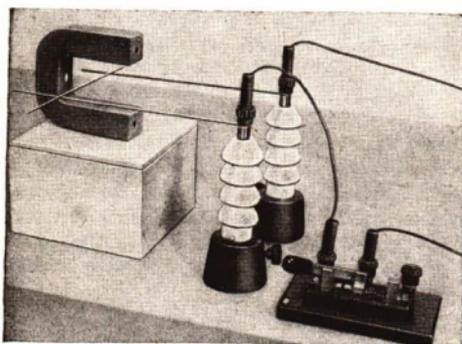
Als Gegenstück zu den Motoren sind uns aber auch Maschinen bekanntgeworden, bei denen durch Bewegungen eines bestimmten Leitersystems eine Spannung hervorgerufen und dadurch ein Strom erzeugt wird. Es handelt sich um die als **Generatoren** bezeichneten Maschinen. Ihre Wirkung beruht auf der Tatsache, daß mechanische Energie in elektrische Energie umwandelbar ist.

2. Der Schaukelversuch. Besonders sinnfällig wird die gegenseitige Umwandelbarkeit elektrischer in mechanische Energie bzw. mechanischer in elektrische Energie durch den *Schaukelversuch* und seine Umkehrung veranschaulicht, den wir bereits in der Grundschule kennengelernt haben (vgl. LB 8, § 27, 1 und § 28, 1). Wir führen ihn noch einmal in einer veränderten Form durch.

In zwei Fußklemmen werden zwei Stricknadeln so eingeklemmt, daß sie im homogenen Feldbereich eines liegenden Hufeisenmagneten ein waagerechtes Schienenpaar bilden (Abb. 6/1). Quer über diese beiden Stricknadeln legt man eine dritte Stricknadel so, daß sie auf den beiden ersten leicht beweglich ruht. Legt man an die Fußklemmen und damit an das erstgenannte Nadelpaar eine Gleichspannung, so rollt die aufgelegte Nadel auf den beiden anderen entlang. Ob sie dabei tiefer in den Bereich zwischen den beiden Magnetpolen hinein oder aus ihm heraus rollt, richtet sich nach der Stromrichtung und nach der Lage der Magnetpole. Bei der in Abb. 6/1 wiedergegebenen Versuchsanordnung durchfließt der Strom die rollende Nadel von hinten nach vorn; der Nordpol liegt unten;



a) Stromkreis geöffnet



b) Stromkreis geschlossen

Abb. 6/1. Versuchsanordnung zum Nachweis der Kraft, die auf einen stromdurchflossenen Leiter in einem magnetischen Feld einwirkt

die Nadel rollt tiefer in den Zwischenraum zwischen den beiden Magnetpolen hinein. Dies deckt sich mit der uns schon in 10. Schuljahr bekanntgewordenen *UVW-Regel für Leiterbewegung*.

Wir lassen nunmehr den Versuch im umgekehrten Sinne ablaufen und ersetzen dazu die Spannungsquelle durch ein empfindliches Meßgerät, am besten durch ein Spiegelgalvanometer mit hoher Spannungsempfindlichkeit (Abb. 6/2). Die bewegliche Nadel liegt zunächst still auf dem Nadelpaar; es fließt kein Strom in der Leitung.

Wir ergreifen nunmehr die bewegliche Nadel mit der Hand und verschieben sie längs des Nadelpaares, wobei wir sie gegen die Parallelnadeln drücken. Sobald die Bewegung einsetzt, zeigt das Galvanometer einen Ausschlag. Es ist dies ein Zeichen dafür, daß durch die Bewegung der Quernadel zwischen ihren beiden Enden eine Spannung hervorgerufen worden ist.

Der Ausschlag geht auf Null zurück, sobald die Bewegung der Nadel unterbrochen wird.

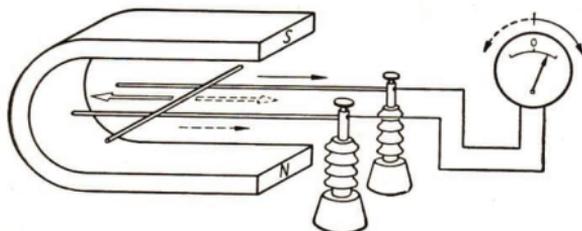
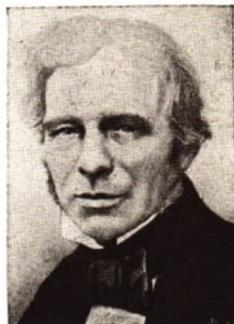


Abb. 6/2
Versuchsanordnung zur Erregung einer Spannung durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld

Man bezeichnet die auf diese Weise hervorgerufene Spannung als *induzierte Spannung* oder *Induktionsspannung* und den dabei auftretenden Strom als *induzierten Strom* oder *Induktionsstrom*. Man erkennt, daß das Auftreten der Spannung bzw. des Stromes und die Bewegung eines Leiters in einem Magnetfeld aufs

engste zusammengehören. Aus diesem Grunde spricht man von einer **elektromagnetischen Induktion**¹.

Kehrt man die Richtung der Bewegung um oder vertauscht man die Magnetpole untereinander, so fließt der induzierte Strom in der entgegengesetzten Richtung. Bewegt man den Leiter im Magnetfeld hin und her, so vollführt der Zeiger des Galvanometers eine sich periodisch wiederholende Schwingung. Es entsteht dabei eine Wechselfspannung bzw. ein Wechselstrom. Allen Versuchen ist gemeinsam, daß die Feldlinien des Magnetfeldes von dem bewegten Leiter geschnitten werden.



Michael Faraday (1791-1867)

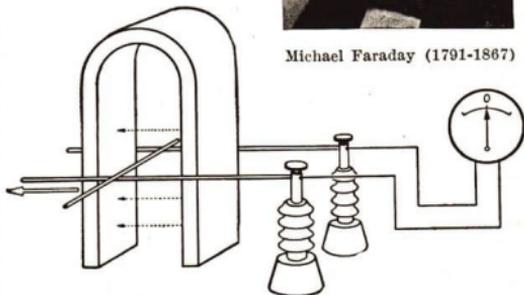


Abb. 7/1. Bewegung eines Leiters parallel zu den Feldlinien eines Magnetfeldes

Zum Schluß stellen wir den Hufeisenmagneten aufrecht zwischen die beiden parallelen Nadeln, so daß er die bewegliche Nadel von oben her umfaßt. Bewegt man jetzt die Nadel hin und her, so fällt ihre Bewegungsrichtung in die Richtung der Feldlinien (Abb. 7/1). Ein Zeigerausschlag ist in diesem Falle am Galvanometer nicht zu beobachten. Es wird keine Spannung induziert.

Soll in einem bewegten Leiter eine Induktionsspannung bzw. ein Induktionsstrom entstehen, so muß sich der Leiter quer zur Feldrichtung bewegen.

3. Durchführung von Induktionsversuchen bei Verwendung von Spulen. Schon in der Grundschule wurde ein Versuch ausgeführt, bei dem eine Spule über einen Stabmagneten geschoben wurde (vgl. LB 8, § 28, 2). Wir stellen fest, daß in der Spule eine Spannung induziert wird, wenn man die Spule dem Magneten nähert oder sie von ihm entfernt. Man kann den Versuch aber auch so durchführen, daß man die Spule fest an ihrem Orte läßt und dafür den Magneten statt ihrer bewegt. Sobald man den Magneten in die Spule einführt oder aus ihr herauszieht, ist ein Zeigerausschlag zu beobachten; es wird eine Spannung induziert (Abb. 8/1). Wieder schlägt der Zeiger nur so lange aus, wie die Bewegung des Magneten andauert. Wir ersehen daraus, daß es unwichtig ist, welcher Teil der Versuchsanordnung bewegt wird. Es kommt allein darauf an, daß sich der Leiter und das Magnetfeld relativ zueinander bewegen.

¹ inducere (lat.) = hineinführen. Die Induktion wurde von dem berühmten englischen Physiker Michael Faraday (1791-1867) entdeckt. Er erkannte, daß die Induktionserscheinungen aufs engste mit den elektrischen und magnetischen Feldern zusammenhängen, und schuf dadurch letzten Endes die Grundlagen für die Entwicklung der modernen Elektrotechnik.

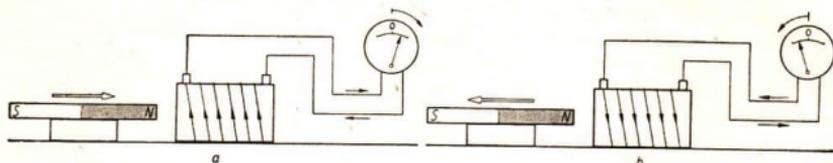


Abb. 8/1. Hervorrufen einer Induktionsspannung durch Annähern eines Magnetpoles an eine Spule (a) und durch Entfernen eines Magnetpoles von einer Spule (b)

Statt eines Stabmagneten kann man auch einen Hufeisenmagneten verwenden, über dessen einen Schenkel man die Spule schiebt. Man kann die bisher gewonnenen Erkenntnisse zu folgender Aussage zusammenfassen:

Bewegt sich ein Leiter relativ zu einem Magnetfeld, so daß er dabei die Feldlinien schneidet, so entsteht zwischen den Enden des Leiters infolge elektromagnetischer Induktion eine Spannung. Sie kann durch Verwenden einer Spule erheblich gesteigert werden. Ist der Leiter zu einem Stromkreis geschlossen, so entsteht ein Induktionsstrom.

4. UVW-Regel für Induktion. Wir sahen, daß der Zeigerausschlag eines Galvanometers seine Richtung wechselt, wenn die Bewegungsrichtung des Leiters geändert wird oder die Magnetpole untereinander vertauscht werden. Die Untersuchung und Beschreibung von Induktionsvorgängen wird erleichtert, wenn wir die für die Induktionserscheinungen geltenden Zusammenhänge durch eine ähnliche Regel wiedergeben, wie sie uns als UVW-Regel für Leiterbewegung bekannt ist.

Um eine Grundlage für den Vergleich beider Regeln zu schaffen, untersuchen wir zuvor, in welcher Richtung der Zeiger ausschlägt, wenn das Galvanometer von einem Batteriestrom bekannter Richtung durchflossen wird. Damit dabei das Galvanometer nicht gefährdet wird, muß man den Versuch bei sehr niedriger Spannung ausführen und einen sehr großen Schutzwiderstand vorschalten (Abb. 8/2 a). Wir wollen annehmen, daß der Zeiger nach rechts ausschlägt, wenn

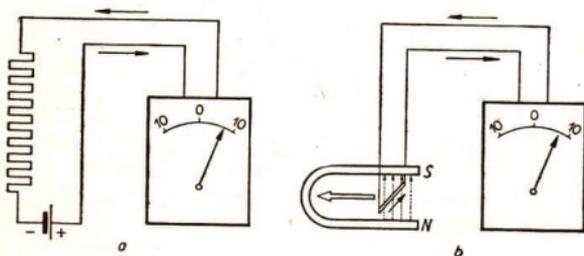


Abb. 8/2. Vergleich der Zeigerausschläge bei einem Batteriestrom (a) und bei einem Induktionsstrom (b). Beide Ströme sind bei der im Bilde wiedergegebenen Versuchsanordnung so gerichtet, daß sie Zeigerausschläge nach der gleichen Richtung bewirken.

der Strom von links nach rechts durch das Meßgerät fließt. In Abb. 8/2 b ist die Erzeugung eines Induktionsstromes wiedergegeben, der einen Zeigerausschlag nach der gleichen Richtung hervorbringt.

Will man für Induktionserscheinungen eine ähnliche Regel aufstellen wie für die Leiterbewegung, so muß man beachten, daß diesmal die Bewegung als Ursache dem Daumen zuzuordnen ist. Der Zeigefinger zeigt in die Richtung der vermittelnden magnetischen Feldlinien, dem Mittelfinger wird wieder die Wirkung zugeordnet; er zeigt jetzt den Strom an. Man erhält so die *UVW-Regel für Induktion* (Abb. 9/1):

Spreizt man die ersten drei Finger der rechten Hand senkrecht zueinander und hält

den Daumen in die Richtung der Bewegung — Ursache,
den Zeigefinger in die Richtung der Feldlinien — Vermittlung,
so gibt der Mittelfinger die Richtung des Stromes — Wirkung an.

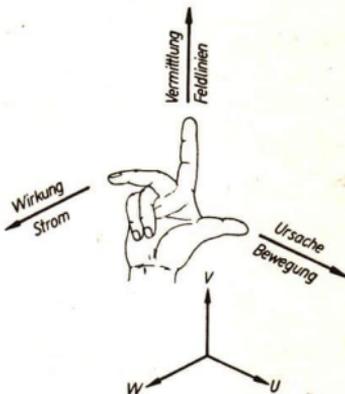


Abb. 9/1. UVW-Regel für Induktion

Auch die im 2. Abschnitt angegebenen Versuche lassen sich aus der UVW-Regel für Induktion erklären. So zeigt Abb. 9/2a den Verlauf des Stromes, der beim Annähern einer Spule an den einen Pol eines Hufeisenmagneten in der Spule induziert wird. Abb. 9/2b gibt dasselbe auch für das Entfernen der Spule vom

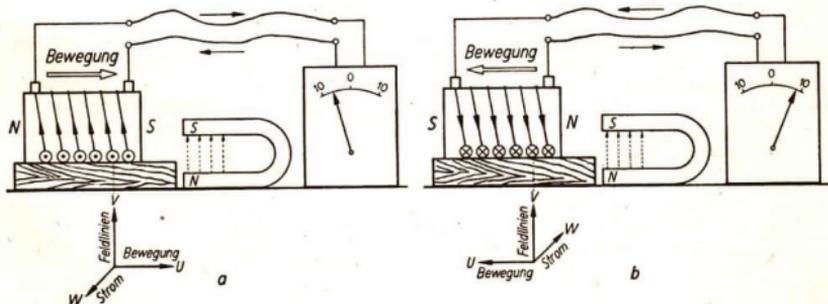


Abb. 9/2. Induktionswirkung auf eine bewegte Spule (schematische Darstellung)

- a) Annähern an den Südpol eines Hufeisenmagneten
 b) Entfernen vom Südpol eines Hufeisenmagneten

Die darunter gezeichneten UVW-Pfeile beziehen sich auf die Drahtquerschnitte, mit denen sie durch punktierte Ordnungslinien verbunden sind.

Magneten wieder. Aus der Richtung, in der die Induktionsspule vom Strom durchflossen wird, folgt unter Bezugnahme auf die uns schon bekannte *Rechte-Hand-Regel*:

Nähert man eine Spule einem Pol eines permanenten Magneten, so wird das dem Pol zugewandte Ende der Spule gleichnamig magnetisch. Beim Entfernen vom Pol wird es ungleichnamig magnetisch.

Vergleicht man die UVW-Regel für Induktion mit der UVW-Regel für Leiterbewegung, so erkennt man, daß der induzierte Strom entgegengesetzt dem Strom gerichtet ist, der an dem Leiter eine Bewegung in gleicher Richtung verursacht (Abb. 10/1).

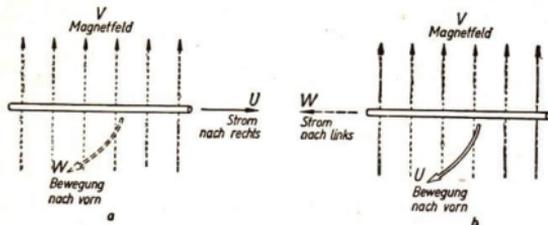


Abb. 10/1. Vergleich der Stromrichtungen bei einer durch den elektrischen Strom verursachten Leiterbewegung (a) und bei einer Induktion (b). Die Bewegungen erfolgen in beiden Fällen von hinten nach vorn. Die Ströme sind einander entgegengesetzt gerichtet. In beiden Teilbildern sind die Ursachenpfeile ausgezogen, die Vermittlungspfeile punktiert und die Wirkungspfeile gestrichelt gezeichnet.

5. Fragen und Aufgaben:

- Ein schaukelförmiger Leiter wird durch einen hindurchfließenden Strom in Bewegung versetzt. In einem zweiten Versuch wird in demselben Leiter durch eine Bewegung ein Strom induziert. Welche Richtungen haben die Bewegungen zueinander, wenn der induzierte Strom
 - in derselben Richtung,
 - in entgegengesetzter Richtung fließen soll wie der die Bewegung auslösende Strom?
- Abb. 10/2 stellt den Schnitt durch einen schaukelförmigen Leiter beim Hineinbewegen in das Innenfeld eines Hufeisenmagneten dar. Wie fließt der Strom, der diese Bewegung verursacht? Kennzeichnen Sie die Stromrichtung durch Anbringen einer Strommarke in dem kleinen Kreis!
- Vor dem Nordpol eines Stabmagneten wird eine Spule vorbeibewegt (Abb. 10/3). Welche Richtung hat der induzierte Strom kurz vor und kurz nach dem Vorbeibewegen der Spule am Magnetpol? Kennzeichnen Sie die Stromrichtung durch Anbringen von Strompfeilen! Wie sind die an den Spulenden entstehenden Pole verteilt?

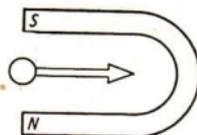


Abb. 10/2. Hineinbewegen eines Leiters in das Innenfeld eines Hufeisenmagneten infolge eines durch den Leiter fließenden Stromes

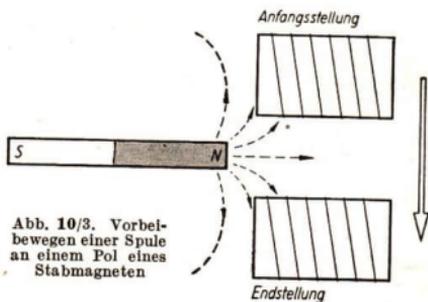


Abb. 10/3. Vorbeibewegen einer Spule an einem Pol eines Stabmagneten

§ 2. Weiterführende Induktionsversuche — Die Ursache der Induktion

1. Hervorrufen einer Induktion mit Hilfe eines Elektromagneten. Der in § 1, 3 beschriebene Versuch läßt sich dahin abändern, daß man statt des permanenten Magneten einen Elektromagneten verwendet. Wir stellen einen solchen aus Aufbauteilen zusammen und nähern ihm eine zweite Spule als Induktionsspule

(Abb. 11/1). Es ergeben sich dieselben Induktionserscheinungen, als wenn man einen permanenten Magneten verwendet. Nähert man die Induktionsspule dem Südpol des Elektromagneten, so entsteht am zugewandten Ende der Induktionsspule ebenfalls ein Südpol, am abgewendeten Ende ein Nordpol. Daraus folgt, daß der beim Annähern der Spule induzierte Strom die Induktionsspule in entgegengesetzter Richtung umfließt wie der Erregerstrom den Elektromagneten (vgl. Abbildung. 11/1).

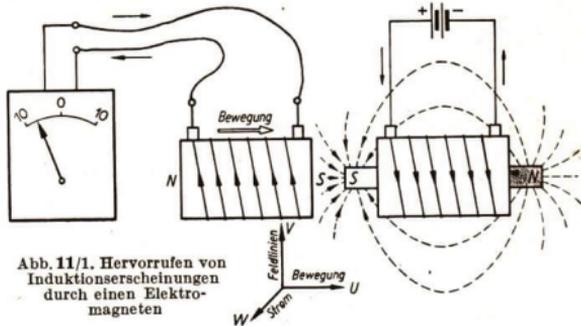


Abb. 11/1. Hervorrufen von Induktionserscheinungen durch einen Elektromagneten

Beim Entfernen der Induktionsspule entsteht an dem dem Elektromagneten zugewendeten Ende ein

Nordpol, am abgewendeten Ende ein Südpol. Der beim Entfernen der Induktionsspule induzierte Strom fließt demnach in derselben Richtung wie der Erregerstrom.

Die Induktionswirkung ist um so kräftiger, je stärker der Magnet erregt wird. Diese Tatsache läßt die Frage entstehen, ob zum Hervorrufen einer Induktion überhaupt eine Bewegung des Leiters oder des Magneten erforderlich ist oder ob man nicht dieselbe Wirkung durch Ändern der magnetischen Feldstärke erreichen kann. Wir werden uns im nächsten Abschnitt mit diesem Problem befassen.

2. Induktionswirkung beim Ein- und Ausschalten eines Stromes. Um die soeben gestellte Frage zu beantworten, ändern wir die in Abb. 11/1 wiedergegebene Versuchsanordnung etwas ab. Wir legen in den Stromkreis des Elektromagneten noch einen Schalter und einen Schiebewiderstand, so daß wir durch Ein- und Ausschalten und durch Verändern des Widerstandes die Stromstärke und damit die Feldstärke ändern können. Wir stellen die Induktionsspule dicht neben die Magnetspule und stecken einen Eisenkern hinein, der so lang ist, daß er durch beide Spulen hindurchreicht. Am Schiebewiderstand stellen wir zunächst den größten Widerstandswert ein und schließen den Strom in der Magnetspule.

Im gleichen Augenblick können wir an dem an die Induktionsspule angeschlossenen Galvanometer einen Ausschlag beobachten, der aber alsbald wieder auf Null zurückgeht (Abb. 11/2). Der Ausschlag erfolgt nach derselben Richtung wie beim Annähern der Induktionsspule an die Magnetspule. Der gleiche Effekt

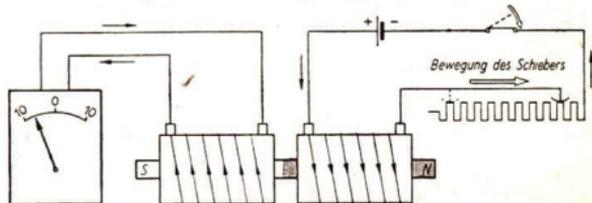


Abb. 11/2. Hervorrufen einer Induktion durch Einschalten bzw. Verstärken des primären Stromes

tritt ein, wenn der Widerstand durch Verschieben des Gleitkontaktes verringert wird. Vergrößert man den Widerstand oder schaltet man den Strom ganz aus, so erfolgt ein Ausschlag nach der anderen Seite; es wird in diesem Falle ein Strom in entgegengesetzter Richtung induziert.

Die Vorgänge sind nur so lange zu beobachten, wie die Stromstärke im Stromkreise des Magneten geändert wird. Sobald der Strom konstant ist, hört die Induktionserscheinung auf.

Bei gleichbleibendem Strom läßt sich eine Schwächung des Magnetfeldes auch dadurch erreichen, daß man den Eisenkern aus den Spulen herauszieht. Es tritt dieselbe Induktionserscheinung auf wie beim Ausschalten des Erregerstroms bzw. beim Entfernen der Induktionsspule. Der beim Hineinschieben des Eisenkerns zu beobachtende Induktionsstrom hat die gleiche Richtung wie der beim Einschalten des Erregerstroms entstehende.

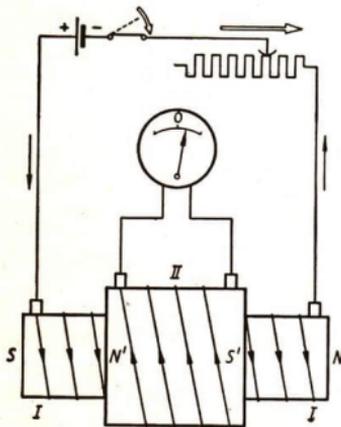


Abb. 12/1. Die Induktionsspule umfaßt die Magnetspule

Noch stärkere Induktionswirkungen lassen sich erreichen, wenn man die Induktionsspule um die Magnetspule herumwickelt, wie es Abb. 12/1 schematisch darstellt. Die in dieser Abbildung angegebene Versuchsanordnung erinnert sehr stark an den uns schon von der Grundschule her bekannten Transformator. Wie bei diesem bezeichnen wir wieder die Erregerspule als die *primäre Spule*, die Induktionsspule als die *sekundäre Spule* und sprechen von einem primären und einem sekundären Stromkreis.

Spulen, die nach der Art der Abb. 11/1, 11/2, 12/1 miteinander verbunden sind, bezeichnet man als induktiv gekoppelte Spulen. Auf Grund der vorangehenden Versuche können wir folgenden Erfahrungssatz aufstellen:

Bei zwei induktiv gekoppelten Spulen wird in der einen Spule eine Spannung induziert, wenn man in der anderen Spule einen Strom ein- oder ausschaltet bzw. ihn verstärkt oder schwächt. Der entstehende Induktionsstrom fließt beim Einschalten des Erregerstroms zu dessen Richtung entgegengesetzt, beim Ausschalten in der gleichen Richtung.

Der soeben ausgesprochene Erfahrungssatz gilt auch für einen geraden Leiter, denn jeden geraden Leiter kann man als eine gestreckte Spule auffassen. Wird in ihm ein Strom ein- oder ausgeschaltet, so wird in einem in der Nähe befindlichen parallelen Leiter eine Spannung bzw. ein Strom induziert. Wieder ist der beim Einschalten entstehende Induktionsstrom dem primären Strom entgegengesetzt, beim Ausschalten ihm gleichgerichtet. Diese zwischen zwei parallelen Drähten zu beobachtenden Induktionswirkungen treten mitunter bei Telefonleitungen auf und können dort zu Störungen führen.

3. Auslösen einer Induktionswirkung durch Ändern der Feldstärke. Die im vorangehenden Abschnitt beschriebenen Induktionsversuche scheinen sich in einem wesentlichen Punkt von den Versuchen des § 1 zu unterscheiden; denn bei ihnen

wird die Induktionswirkung nicht durch die Bewegung eines Leiters verursacht. Dieser bleibt gänzlich in Ruhe, dagegen ändert sich die Stärke des Stromes im primären Stromkreis. Im äußeren Ablauf der Versuche bestehen somit Unterschiede, doch sind die beobachteten Vorgänge bei näherem Zusehen in beiden Fällen auf den gleichen Anlaß zurückzuführen.

Am sichersten erkennen wir das Gemeinsame beider Versuchsreihen, wenn wir von den durch die Abb. 11/2 und 12/1 wiedergegebenen Versuchen ausgehen. Das von der Magnetspule erzeugte Feld durchsetzt auch die Induktionsspule. Beim Ein- und Ausschalten des Stromes oder beim Verstellen des Widerstandes wird das Feld geändert, was mit dem Auftreten einer Induktionsspannung verbunden ist.

Um den gleichen Vorgang handelt es sich bei der Bewegung eines Leiters. Schiebt man die Induktionsspule, wie es bei dem durch Abb. 8/1 wiedergegebenen Versuch geschah, auf den Pol eines Magneten, so wird die Spule, die vorher feldfrei war, ganz vom Feld des Magneten durchsetzt. Nicht anders ist es beim schaukelförmigen Leiter. Man kann diesen zusammen mit den zum Meßgerät hingeführenden Verbindungsdrähten als eine einzige Drahtwindung auffassen, wie es durch Abb. 13/1 schematisch veranschaulicht wird.

Man erkennt, daß in den erwähnten Beispielen der Anlaß zum Auftreten einer Induktionsspannung bzw. eines Induktionsstromes eine Änderung der Feldstärke des Magnetfeldes ist, das die Induktionsspule durchsetzt. Man kann das im § 1,3 ausgesprochene Beobachtungsergebnis zu folgendem Satz erweitern:

In einem Leiterkreis wird eine Spannung bzw. ein Strom induziert, wenn sich die Feldstärke des Magnetfeldes ändert, das den Leiterkreis durchsetzt.

Wir können umgekehrt die Änderung der Stärke des Magnetfeldes auch durch eine Bewegung verursacht denken, indem wir annehmen, daß die Feldlinien nacheinander in Bewegung geraten und sich auf einen immer größeren Bereich ausdehnen. Es handelt sich dann nicht mehr um einen bewegten Leiter, sondern um bewegte Feldlinien (Abb. 14/1). Durchdringen diese bei der Ausbreitung eine vorher noch außerhalb des Feldbereiches liegende Leiterschleife, so ändert sich die Feldstärke in dem von der Leiterschleife umfaßten Bereich; es wird in der Leiterschleife eine Spannung induziert.

4. Erklärung der Induktion durch Kraftwirkung auf bewegte Elektronen. Im vorigen Abschnitt haben wir erkannt, daß Induktionswirkungen immer durch Ändern der Feldstärke eines Magnetfeldes hervorgerufen werden. Die eigentliche Ursache für das Auftreten von Induktionsströmen ist damit aber immer noch nicht aufgedeckt. Sie wird ersichtlich, wenn wir an die atomistische Struktur der Elektrizität denken.

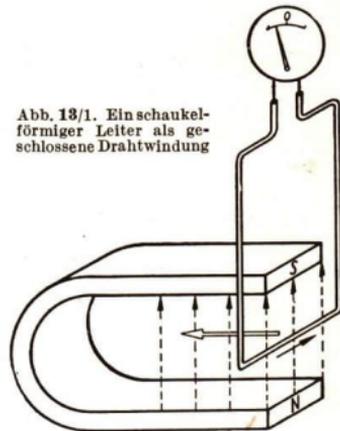


Abb. 13/1. Einschaukel-förmiger Leiter als geschlossene Drahtwindung

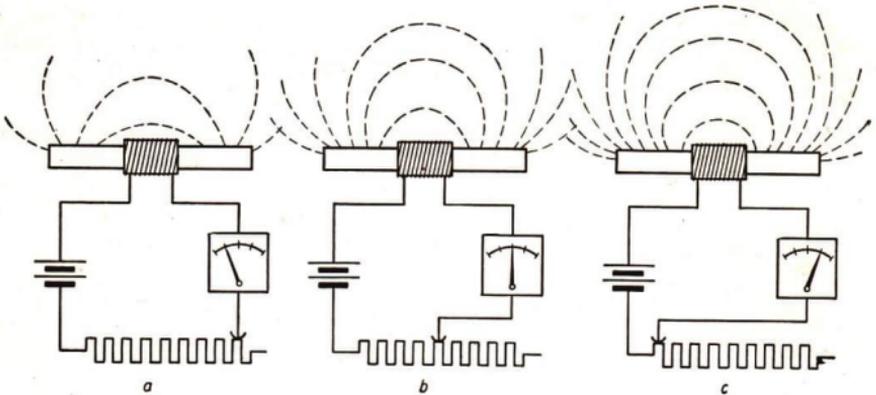


Abb. 14/1. Modellartige Veranschaulichung der Ausbreitung des Magnetfeldes einer Spule beim allmählichen Anwachsen der Stromstärke

Wir wissen, daß jeder elektrische Strom gleichbedeutend mit der Bewegung einer elektrischen Ladung, mithin mit der Bewegung von Elektronen ist. Es sind die im Leiter enthaltenen freien Elektronen, die sich durch die Lücken des Atomgitters bzw. Ionengitters des Leiters hindurchbewegen. Man nennt Ströme dieser Art, mit denen wir es bisher ausschließlich zu tun gehabt haben, *Leistungsströme*. Nicht minder aber handelt es sich um einen Strom, wenn sich die Ladung nicht selbst frei bewegt, sondern von beweglichen Elektrizitätsträgern transportiert wird. Einen solchen Strom nennt man einen *Konvektionsstrom*.

Wir können das Verständnis dafür durch eine der Mechanik entlehnte Modellvorstellung unterstützen. Ein treffendes Beispiel für Leistungsströme sind nämlich die Strömungsvorgänge in einer Gas- bzw. Wasserleitung. Aber auch dann, wenn das Wasser nicht in einem Rohr von einem Ort zum anderen fließt, sondern durch Wasserwagen transportiert wird, kann man im übertragenen Sinne von einem Strom sprechen. Es handelt sich dann um einen Konvektionsstrom.

Abb. 15/1 stellt grobschematisch zwei Leiterstücke in einem Magnetfeld dar. Leiterstück *a* befindet sich in Ruhe und ist spannungsfrei. Leiterstück *b* wird quer zu seiner Längsrichtung senkrecht zu den Feldlinien bewegt. Die im Bild von dem als Beispiel gewählten Elektron *E* nach unten weisende gestrichelte Linie bedeutet die Strombahn des Konvektionsstromes dieses Elektrons. Wir wissen, daß auf jeden stromdurchflossenen Leiter in einem magnetischen Feld Kräfte einwirken, die eine durch die UVW-Regel für Leiterbewegung bestimmte Bewegung des Leiters hervorrufen. Diese Kräfte greifen aber auch bei Konvektionsströmen an den Ladungsträgern an und bewirken hier eine seitliche Verschiebung der Elektronen senkrecht zur Richtung des Konvektionsstromes. Dabei ist zu beachten, daß die Elektronen negative Elektrizitätsteilchen sind. Ihre Verschiebung erfolgt demnach in der entgegengesetzten Richtung, wie sie durch die UVW-Regel für Leiterbewegung bei Bezugnahme auf die technische Stromrichtung angegeben wird.

Sämtliche freien Elektronen geraten nach einer Seite hin in Bewegung, und zwar im Bild nach rechts, während das Gitter in Ruhe bleibt. Am rechten Ende

des Leiters entsteht demnach ein Elektronenüberfluß, am linken Ende ein Elektronenmangel. Mithin erscheint das rechte Ende negativ geladen, das linke positiv. Zwischen den Enden des Leiters tritt infolgedessen eine Spannung auf, die man als *Induktionsspannung* bezeichnet. Abb. 15/1 veranschaulicht schematisch

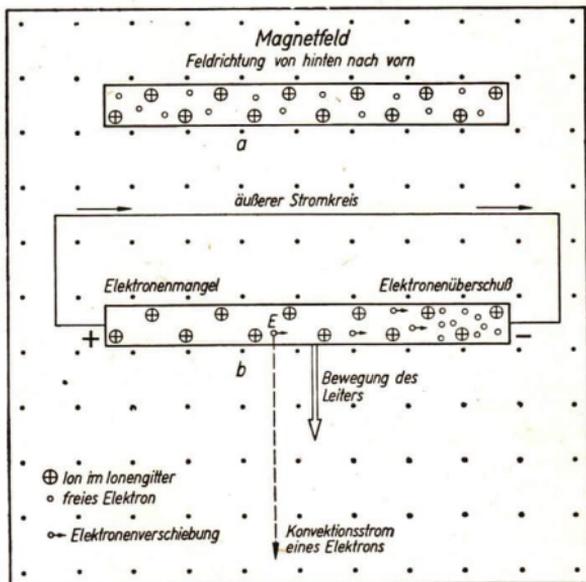


Abb. 15/1. Modelldarstellung des Entstehens einer Induktionsspannung in einem senkrecht zu einem Magnetfeld bewegten Leiterstück.

- a) Unbewegliches Leiterstück
 b) bewegliches Leiterstück
 Die freien Elektronen verschieben sich auf Grund der UVW-Regel für Leiterbewegung.

tisch diese Zusammenhänge. Verbindet man die Enden des Leiters durch einen Draht, so fließt in diesem ein Elektronenstrom vom negativen zum positiven Ende des Leiterstückes. Die technische Stromrichtung ist dieser Richtung entgegengesetzt.

Diese Überlegungen veranschaulichen den Mechanismus der Elektronenbewegung beim Zustandekommen einer Induktion. Sie lassen erkennen, daß eigentlich schon die UVW-Regel für Leiterbewegung genügt, wenn man das Zustandekommen einer Induktion erklären will. Zur Erleichterung des Verständnisses der Induktionserscheinungen wurde aber eine besondere Regel aufgestellt, die wir als UVW-Regel für Induktion in § 1, 4 bereits kennengelernt haben.

5. Fragen und Aufgaben:

- Zeichnen Sie entsprechend Abb. 11/1 das Schaltbild einer Versuchsanordnung, bei der der Nordpol des Elektromagneten der Induktionsspule zugewendet ist!
 Kennzeichnen Sie die Richtung des
 a) bei der Annäherung,
 b) bei der Entfernung
 der Induktionsspule entstehenden Stromes durch Strompfeile!

2. Entwerfen Sie entsprechend Abb. 11/2 das Schaltbild einer Versuchsanordnung zum Erzeugen eines induzierten Stromes durch Schließen und Öffnen eines primären Stromkreises!
3. Lösen Sie dieselbe Aufgabe in Anlehnung an Abb. 12/1!
4. In einem kreisförmigen Leiter wird ein Strom ein- und ausgeschaltet. Welche Richtung hat der in einem dicht daneben liegenden zweiten Leiterkreis entstehende Induktionsstrom im Augenblick des Ein- und des Ausschaltens? Veranschaulichen Sie die Zusammenhänge an einer einfachen Skizze, die aus zwei sich überkreuzenden, seitlich etwas gegeneinander verschobenen Kreisen besteht! Der eine Kreis stellt den primären, der andere den sekundären Stromkreis dar.

§ 3. Energieumwandlung bei Induktionserscheinungen – Der Spannungsstoß

1. Die Lenzsche Regel. Im vorangehenden Paragraphen haben wir erkannt, daß die Vorbedingung für das Auftreten eines Induktionsstromes in einer Leiterschleife die gleichzeitig erfolgende Änderung eines Magnetfeldes ist. Für die Richtung des Induktionsstromes wurden zwei Regeln aufgestellt, die dasselbe bedeuten, zweckmäßigerweise aber auseinandergehalten werden, je nachdem, ob der äußere Anlaß zur Induktion eine Leiterbewegung oder eine Änderung des primären Stromes ist. Es handelt sich um die in § 1, 4 gewonnene UVW-Regel für Induktion und um den in § 2, 3 ausgesprochenen Erfahrungssatz. Bemerkte sei hier, daß auch in solchen Regeln physikalische Gesetze zum Ausdruck kommen.

Beide Regeln ergeben sich gemeinsam aus dem Energiegesetz und lassen sich durch eine noch einfachere Regel ersetzen. Man muß bedenken, daß der durch den Induktionsvorgang hervorgerufene Induktionsstrom die Äußerung einer Energie ist, die nur durch Aufwand einer anderen Energie gewonnen werden kann. Die Quelle der im Strom enthaltenen Energie ist das erregende Magnetfeld. Dieses

muß notwendigerweise durch das Auftreten eines Induktionsstromes geschwächt werden. Nach dem Energiegesetz ist auch gar nichts anderes zu erwarten; denn die Energie des Gesamtsystems kann nicht zunehmen, ohne daß Energie verbraucht wird. Damit deckt sich die schon mehrfach erwähnte Tatsache, daß beim Annähern einer Spule an einen Magneten an dem Spulenende, das dem Magneten zugewendet ist, ein gleichnamiger Magnetpol entsteht. Zum Überwinden des durch die Abstoßung zwischen diesen beiden Spulen hervorgerufenen Widerstandes ist mechanische Energie aufzuwenden, die ihr Äquivalent in dem Auftreten der Spannung hat, die durch die Bewegung verursacht wird.

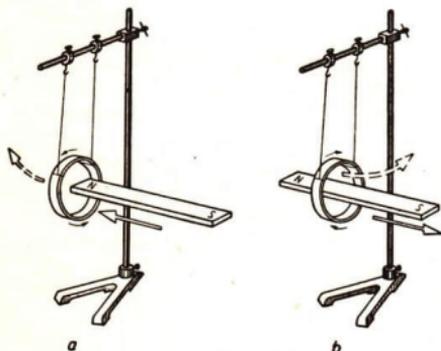


Abb. 16/1. Verhalten eines hängenden Leichtmetallringes gegenüber einem Magneten

- a) beim Einführen
- b) beim Herausziehen des Magneten

Durch einen Versuch wird dies noch einmal bestätigt. Man hängt einen kleinen Leichtmetallring an zwei dünnen Fäden auf und stößt in rascher Bewegung einen Magnetstab in ihn hinein. Der Ring weicht dabei etwas zurück (Abb. 16/1a).

Umgekehrt folgt er der Bewegung beim Herausziehen des Magnetstabes aus dem Metallring (Abb. 16/1 b). Daß es sich dabei um Induktionswirkungen handelt, erkennt man, wenn man statt des Magnetstabes einen kleinen Holzstab verwendet, bei dem die beobachteten Erscheinungen ausbleiben. Diese stehen durchaus in Übereinstimmung mit dem Energiegesetz. Das Entfernen des Magneten kommt einer Schwächung des Feldes gleich. Sie wird durch das mit dem induzierten Strom verbundene Feld so lange kompensiert, bis der Induktionsvorgang abgeklungen ist.

Ganz ähnlich liegen die Verhältnisse beim Ein- und Ausschalten eines primären Stromes. Auch in diesem Falle ist der beim Einschalten induzierte Strom dem primären Strom entgegengesetzt gerichtet und schwächt das induzierende Feld. Beim Ausschalten des primären Stromes ist er diesem gleichgerichtet und verstärkt es.

Für alle Induktionserscheinungen gilt eine ganz allgemeingültige, von *Heinrich Friedrich Emil Lenz*¹ gefundene Regel:

Der Induktionsstrom ist stets so gerichtet, daß er der Änderung des Feldes, die ihn hervorruft, entgegenwirkt.

2. **Der Begriff des Spannungsstoßes.** Wir haben erkannt, daß es für das Zustandekommen einer Induktion belanglos ist, ob die Feldänderung durch eine Bewegung hervorgerufen wird oder nicht. Da bei einer solchen Änderung in jedem Falle eine Spannung induziert wird, liegt der Gedanke nahe, die Spannung als Maß für die Induktion zu wählen. Doch genügt die Angabe der Spannung allein hierfür noch nicht. Man muß nämlich bedenken, daß die induzierte Spannung nur während der Zeit besteht, in der sich die Feldänderung vollzieht. Man bildet daher das Produkt aus der Spannung U und der Zeitspanne Δt , in der die Induktion abläuft, und wählt das Produkt $U \cdot \Delta t$ als Maß für die Induktionswirkung.

Im 10. Schuljahr haben wir das Produkt aus der Stromstärke I und der Zeitspanne Δt kennengelernt und es als Maß für die Ladungsmenge verwendet. Wir bezeichneten das Produkt $I \cdot \Delta t$ als **Stromstoß**. In ähnlicher Weise wählen wir für das Produkt $U \cdot \Delta t$ aus Spannung und Zeitspanne den Namen **Spannungsstoß**.

Zum Messen von Spannungsstößen verwendet man, wie bei Stromstößen, *ballistische Galvanometer*. Das sind, wie wir wissen, Drehspulgeräte, bei denen die Eigenschwingungsdauer groß gegenüber der Dauer des Stromstoßes ist. Bei genügend großem innerem Widerstand kann man bekanntlich jedes Galvanometer statt mit einer Ampere-Skala mit einer Volt-Skala versehen. Mithin kann man ballistische Amperemeter auch zum Messen von Spannungsstößen verwenden. Die Einheit des Spannungsstoßes ist entsprechend seiner Definition die



Heinrich Friedrich Emil Lenz
(1804—1865)

¹ Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804—1865), hervorragender russischer Physiker, Professor der Physik an der Universität in Petersburg (dem heutigen Leningrad), fand 1834 das nach ihm benannte Gesetz über die Richtung des Induktionsstromes, entdeckte 1835 die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes.

Voltsekunde (Vs). Für unsere Zwecke genügt es vielfach, Spannungsstöße der Größe nach miteinander zu vergleichen, ohne sie wirklich zu messen.

3. Die quantitative Abhängigkeit des Spannungsstoßes. Die bisher angeführten Versuche haben die Induktionsvorgänge nur rein qualitativ geklärt. Es ist aber wichtig, zu untersuchen, wie der Spannungsstoß

abhängt, die die Induktion beeinflussen. Diesem Zweck dient die durch Abb. 18/1 wiedergegebene Versuchsanordnung. Als Feldspule benutzt man eine Spule mit vielen Windungen, etwa eine Kastenspule mit 500 Windungen. In ihren Innenraum führt man eine kleine, schmale Rähmchenspule als Induktionsspule ein, die an ein ballistisches Galvanometer

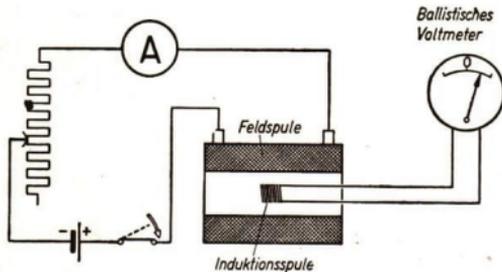


Abb. 18/1. Versuchsanordnung zum Nachweis der Abhängigkeit des Spannungsstoßes von der Feldstärke des Erregerfeldes

erregt man die Feldspule mit verschiedenen Stromstärken und beobachtet die beim Ein- und Ausschalten entstehenden Galvanometerausschläge, so erkennt man, daß die induzierten Spannungsstöße der Stärke des Erregerstromes, mithin dem Betrag H der magnetischen Feldstärke \mathfrak{H} , proportional sind. Es ist

$$U \cdot \Delta t \sim H.$$

Man hält dann die Feldstärke konstant und wechselt die kleine Spule gegen andere Induktionsspulen von gleicher Windungsfläche, aber verschiedener Windungszahl aus. Sodann nimmt man einen Austausch der Rähmchenspule gegen Spulen von gleicher Windungszahl, aber verschiedener Windungsfläche vor. Es ergibt sich, daß die Spannungsstöße auch der Windungszahl w und der Windungsfläche F proportional sind. Es ist

$$U \cdot \Delta t \sim w \quad \text{und} \quad U \cdot \Delta t \sim F.$$

Die drei Abhängigkeiten lassen sich zu einem Ausdruck vereinigen. Man erhält

$$U \cdot \Delta t \sim w \cdot F \cdot H.$$

Der in einer Spule induzierte Spannungsstoß ist proportional der Feldstärke, dem Querschnitt der Induktionsspule und ihrer Windungszahl.

In der beigefügten Tabelle sind die Meßergebnisse zu den oben genannten Versuchen zusammengestellt, die mit folgenden Spulen ermittelt wurden:

Kastenspule:	Windungszahl 500 Wdg., Spulenlänge 0,07 m;
drei Rähmchenspulen:	Windungsfläche 6 cm ² , Windungszahl 24 Wdg., 48 Wdg., 72 Wdg.;
drei Rähmchenspulen:	Windungszahl 24 Wdg., Windungsfläche 4 cm ² , 5 cm ² , 6 cm ² .

Die Spannungsstöße sind lediglich in Skalenteilen (Skt) angegeben.

Abhängigkeit des Spannungsstoßes von der Feldstärke, der Windungsfläche und der Windungszahl

Feldspule		Induktionsspule			Abgeleitete Größen
Stromstärke (I) A	Feldstärke (H) A/m	Windungsfläche (F) cm ²	Windungszahl (w)	Spannungsstoß (U · Δt) Skt	
1. Abhängigkeit des Spannungsstoßes von der Feldstärke					$\frac{U \cdot \Delta t}{H}$
3	21400	6	72	24	0,00112
4	28600	6	72	32	0,00112
5	35700	6	72	39	0,00109
2. Abhängigkeit des Spannungsstoßes von der Windungszahl					$\frac{U \cdot \Delta t}{w}$
5	35700	6	72	39	0,542
5	35700	6	48	26	0,542
5	35700	6	24	13	0,542
3. Abhängigkeit des Spannungsstoßes von der Windungsfläche					$\frac{U \cdot \Delta t}{F}$
5	35700	6	24	13	2,17
5	35700	5	24	11	2,20
5	35700	4	24	8	2,00

4. Fragen und Aufgaben:

1. Ein Drehspulgerät ist als ballistisches Galvanometer mit einer in As geteilten Skala versehen. Einem Lichtzeigerausschlag von 25 cm entsprechen $1,5 \cdot 10^{-8}$ As.

Wie groß ist der Stromstoß, der einen Ausschlag von 9 cm hervorruft? Das Gerät hat einen inneren Widerstand von 50Ω . Es ist an eine Induktionsspule mit einem Widerstand von 14Ω angeschlossen. Wie groß ist der Spannungsstoß, der einen Ausschlag von 1 cm hervorruft? Wie groß ist ein Spannungsstoß bei einem Ausschlag von 13 cm?

2. Geben Sie die Dimension des Quotienten $\frac{U \cdot \Delta t}{H}$ an!
3. Von welchen Größen ist die magnetische Feldstärke abhängig? Welche experimentellen Möglichkeiten zur Änderung der Feldstärke bestehen auf Grund dieser Abhängigkeit bei dem im 3. Abschnitt beschriebenen Versuch?
4. Prüfen Sie an Hand der durch die Abb. 6/2, 9/2, 11/1, 11/2, 12/1, 13/1, 14/1 wiedergegebenen Versuchsanordnungen die Gültigkeit der Lenzschen Regel!

§ 4. Das Induktionsgesetz

1. Die Induktionsgleichung. Die Versuche des vorigen Paragraphen haben ergeben, daß die Größe eines Spannungsstoßes dem Betrag H der Feldstärke des erregenden Magnetfeldes, der Windungsfläche F und der Windungszahl w der Induktionsspule proportional ist:

$$U \cdot \Delta t \sim w \cdot F \cdot H.$$

Diese funktionelle Beziehung steht noch in einem gewissen Widerspruch zu der uns bekannten Tatsache, daß Induktionserscheinungen durch eine Änderung des Magnetfeldes ausgelöst werden. In dem Produkt $w \cdot F \cdot H$ tritt aber nur der Absolutwert H der Feldstärke \mathfrak{H} auf. Der genannte Widerspruch löst sich sofort, wenn man bedenkt, daß sich bei unseren Versuchen die Feldstärke um ihren Gesamtwert geändert hat. Sie wuchs beim Einschalten des Stromes von 0 auf H und sank beim Ausschalten von H auf 0. Das Formelzeichen H bedeutet hier demnach nicht die Feldstärke selbst, sondern die Änderung der Feldstärke. Man ersetzt es zweckmäßiger durch $H_2 - H_1$ oder durch ΔH . Das Ergebnis ist dann:

Der Spannungsstoß ist der Änderung der Feldstärke sowie der Windungsfläche und der Windungszahl der Induktionsspule proportional:

$$U \cdot \Delta t \sim w \cdot F \cdot \Delta H.$$

Will man den Proportionalitätsausdruck durch eine Gleichung wiedergeben, so muß man einen Proportionalitätsfaktor einführen. Man wählt hierfür das Formelzeichen μ_0 und erhält die *Induktionsgleichung*

$$U \cdot \Delta t = \mu_0 \cdot w \cdot F \cdot \Delta H. \quad (1. \text{ Form})$$

Die Versuche zur Ableitung dieser Gleichung wurden an einer eisenfreien Spule durchgeführt. Die Spule war ganz von Luft umgeben. Dementsprechend bezieht sich der Faktor μ_0 zunächst auf eine luftgefüllte Spule. Er gilt aber auch mit großer Annäherung für eine Spule, die frei von jeder Substanz ist, mithin auch für eine Spule im Vakuum. Man bezeichnet den Faktor μ_0 als die **Induktionskonstante**.

2. Die Induktionskonstante. Löst man die soeben aufgestellte Gleichung nach μ_0 auf, so erhält man

$$\mu_0 = \frac{U \cdot \Delta t}{w \cdot F \cdot \Delta H}.$$

Drückt man die Dimensionen der einzelnen Faktoren durch deren Maßeinheiten aus, so erhält man

$$[\mu_0] = \left[\frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2 \cdot \text{A/m}} \right] = \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right].$$

Man ersieht daraus, daß die Induktionskonstante eine dimensionierte Größe ist. Sie wird in **Voltsekunden je Amperemeter** (Vs/Am) gemessen.

Man hat unter Anwendung sehr genauer wissenschaftlicher Meßverfahren für die Induktionskonstante den Wert

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$$

ermittelt. Dieser Wert gilt streng genommen nur für das Vakuum, mit großer Annäherung aber auch für alle Induktionsvorgänge, die sich in Luft abspielen. Soweit es sich um Induktionsvorgänge in eisenerfüllten Spulen handelt, tritt an Stelle von μ_0 ein größerer Wert. Näheres darüber bringt § 5, 1.

3. Der magnetische Kraftfluß. Die im 1. Abschnitt abgeleitete Induktionsgleichung läßt sich durch die Einführung eines neuen Begriffes auf eine einfachere Form bringen und gleichzeitig noch allgemeingültiger gestalten. In der Induktionsgleichung steht auf der rechten Seite das Produkt

$$\mu_0 \cdot w \cdot F \cdot \Delta H.$$

Man hat für das Produkt

$$\mu_0 \cdot w \cdot F \cdot H$$

in der Elektrizitätslehre den Begriff **magnetischer Kraftfluß** geprägt. Als Formelzeichen dient Φ (sprich phi — griechischer Großbuchstabe). Man definiert:

Der magnetische Kraftfluß einer Spule ist gleich dem Produkt aus der Induktionskonstanten, der Windungszahl und der Windungsfläche der Spule sowie der sie durchsetzenden Feldstärke.

$$\Phi = \mu_0 \cdot w \cdot F \cdot H.$$

Der magnetische Kraftfluß einer einzelnen Windung ist

$$\Phi_0 = \mu_0 \cdot F \cdot H.$$

4. Das Induktionsgesetz. Wenn wir den Begriff des Kraftflusses in die Induktionsgleichung einführen, so müssen wir bedenken, daß in der Gleichung nur die Änderung der Feldstärke ΔH auftritt. Dementsprechend ist in die Induktionsgleichung die Änderung des Kraftflusses $\Delta \Phi$ einzusetzen. Dadurch wird der Inhalt der Gleichung gegenüber ihrer ersten Form wesentlich verallgemeinert; denn der Kraftfluß hängt außer von der Feldstärke auch von der Windungszahl sowie von der Windungsfläche ab. Eine Änderung des Kraftflusses braucht somit keineswegs ausschließlich durch eine Änderung der Feldstärke hervorgerufen zu werden. Eine Kraftflußänderung kann auch durch eine Änderung der anderen beiden Größen bedingt sein. Mathematisch drückt man dies dadurch aus, daß man

$$\Delta \Phi = \Delta(\mu_0 \cdot w \cdot F \cdot H)$$

setzt. Da μ_0 konstant ist, kann man hierfür auch schreiben:

$$\Delta \Phi = \mu_0 \cdot \Delta(w \cdot F \cdot H).$$

Unter Berücksichtigung dieser Festsetzung nimmt die Induktionsgleichung die einfache Form an:

$$U \cdot \Delta t = \Delta \Phi.$$

Doch auch diese Gleichung befriedigt noch nicht in jeder Hinsicht; denn das magnetische Feld, mit dem sich die Induktionsspule umgibt, wirkt der Feldänderung des induzierenden Stromkreises entgegen. Man drückt dies mathematisch dadurch aus, daß man vor die rechte Seite der Gleichung ein Minuszeichen setzt, und erhält so die *allgemeine Induktionsgleichung*:

$$U \cdot \Delta t = - \Delta \Phi. \quad (2. \text{ Form})$$

Diese Gleichung ist die mathematische Formulierung des Induktionsgesetzes:

Der in einer Drahtwindung durch Induktion hervorgerufene Spannungsstoß ist entgegengesetzt gleich der Änderung des Kraftflusses, der die Windung durchsetzt.

Handelt es sich um eine Spule mit mehreren Windungen, so ist die Windungszahl in den Kraftfluß als Faktor mit einzubeziehen.

Der Induktionsstrom ist so gerichtet, daß er der Änderung des Kraftflusses entgegenwirkt.

Der Kraftfluß wird wie der Spannungsstoß in Voltsekunden (Vs) gemessen.

Löst man die zuletzt angegebene Gleichung nach U auf, so erhält man

$$U = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Im Grenzfall, das heißt für $\Delta t \rightarrow 0$, geht der Differenzenquotient $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ in den Differentialquotienten $\frac{d\Phi}{dt}$ über, und man erhält:

$$U = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3. \text{ Form})$$

Die rechte Seite der Gleichung erinnert in ihrer Form an den mathematischen Ausdruck für die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers (vgl. LB 9, § 12, 2). Man überträgt deshalb den Begriff der Geschwindigkeit auch auf die Induktionserscheinungen und versteht darunter den Quotienten aus der Kraftflußänderung und der Zeitspanne, in der sie sich vollzieht. Das *Induktionsgesetz* nimmt dann folgende Form an:

Die durch eine Induktion erzeugte Spannung ist der Geschwindigkeit proportional, mit der sich der Kraftfluß ändert.

Man erkennt: Je rascher sich der Induktionsvorgang vollzieht, eine desto höhere Spannung wird erzeugt.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Warum steht auf der einen Seite der Induktionsgleichung ein Minuszeichen?
2. Die Feldlinien eines Magnetfeldes seien von links nach rechts gerichtet. Sie durchsetzen dabei eine senkrechte Leiterschleife, die zu den Feldlinien senkrecht steht. Die Leiterschleife wird um ihre waagerechte Mittellinie so weit gedreht, bis ihre Ebene in die Richtung der Feldlinien fällt. Wie ändert sich dabei der Kraftfluß?
3. Berechnen Sie die Induktionskonstante aus der in § 4, 1 angegebenen Induktionsgleichung (1. Form) unter Verwertung der in der Tabelle auf Seite 19 wiedergegebenen Meßergebnisse! Spannungsempfindlichkeit des ballistischen Galvanometers $4,9 \cdot 10^{-5}$ Vs je Skalenteil.
4. Welche Form nimmt die Induktionsgleichung an, wenn die Windungszahl nicht in den Kraftfluß mit eingerechnet wird, sondern wenn man statt dessen den Kraftfluß einer einzelnen Windung verwendet und die Windungszahl besonders in die Gleichung einführt?
5. Durch Entfernen eines Stabmagneten aus dem Inneren einer Induktionsspule wird ein Spannungsstoß erzeugt. Wie muß man den Versuch durchführen, wenn man eine möglichst hohe Spannung erzielen will?

§ 5. Induktionserscheinungen an eisenerfüllten Spulen

1. **Einfluß der Permeabilität auf die Induktion.** Bereits im 10. Schuljahr haben wir die *Permeabilität* μ kennengelernt (vgl. LB 10, § 52, 4). Sie gibt an, in welchem Verhältnis sich die Feldstärke einer Spule ändert, wenn die Spule statt mit Luft mit Eisen oder mit einem anderen Stoff ausgefüllt wird. Der Unterschied der Feldstärken einer in Luft und einer im Vakuum befindlichen Spule ist so gering, daß man ihn vernachlässigen kann. Es hat sich erwiesen, daß die Größe μ die Größe μ_0 , die wir im § 4 kennengelernt haben, als konstanten Faktor enthält. Sondern wir ihn ab, so tritt ein Faktor auf, den wir als μ_{rel} bezeichnen. Er heißt die relative Permeabilität und gibt den Einfluß des Stoffes auf die Permeabilität an.

Die Permeabilität ist auf die Induktion von großem Einfluß, wie wir aus dem im folgenden beschriebenen Versuch ersehen werden. Wir benutzen dazu eine Kastenspule mit 1500 Windungen und legen sie in einen Stromkreis, in dem sich außer einem Schalter noch ein Schiebewiderstand und ein Amperemeter befinden. In die Spule führen wir einen Eisenkern. Auf diesen schieben wir dicht neben die Feldspule eine kleine Induktionsspule, an die wir ein ballistisches Galvanometer anschließen (Abb. 23/1). Beim Ein- und Ausschalten beobachten wir erheblich größere Ausschläge, als wenn wir eine eisenfreie Feldspule verwenden. Gelingt es, was bei dem beschriebenen einfachen Versuch nicht zutrifft, die Streuung des Magnetfeldes ganz zu vermeiden, so ist die Größe

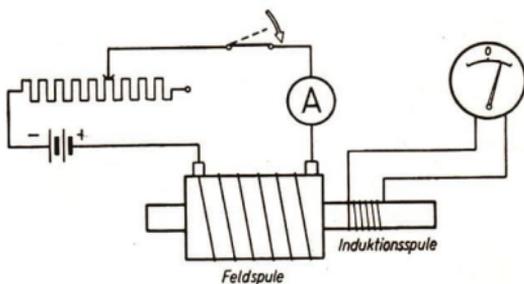


Abb. 23/1. Einfluß eines Eisenkerns auf die in einer Spule induzierten Spannungsstöße

des induzierten Spannungsstoßes in einer mit Eisen erfüllten Spule bis zu 5000mal so groß wie in einer eisenfreien Spule. Dies ist dadurch zu erklären, daß im Eisen die Feldlinien sehr viel dichter liegen als in der luftgefüllten Spule, so daß die Feldstärke und damit der magnetische Kraftfluß auf etwa das Fünftausendfache anwachsen. Mathematisch drückt man dies dadurch aus, daß man in die für den magnetischen Kraftfluß geltende Gleichung noch den vom Stoff abhängigen Faktor μ_{rel} einfügt. Es gilt dann für den magnetischen Kraftfluß in einer eisenerfüllten Spule die Gleichung

$$\Phi_{Fe} = \mu_{rel} \cdot \mu_0 \cdot w \cdot F \cdot H$$

oder kurz

$$\Phi_{Fe} = \mu_{rel} \cdot \Phi_{vak}.$$

So wird es verständlich, daß man in der Technik zum Erzielen einer möglichst kräftigen Induktionswirkung Spulen verwendet, die mit einem Eisenkern versehen sind.

2. Allgemeines über den Transformator. Eine besonders wichtige technische Vorrichtung der soeben angedeuteten Art ist der **Transformator** (technische Kurzbezeichnung: Trafo). Er wird in der Elektrotechnik außerordentlich häufig verwendet und dient zum Herauf- bzw. Heruntersetzen von Spannungen. Man bezeichnet einen Transformator in der Technik deshalb als einen *Umspanner*. Als solchen haben wir den Transformator bereits in der Grundschule kennengelernt.

Umspanner dienen ausschließlich dem Zweck, bei Wechselströmen, und zwar beim Einphasen- wie beim Dreiphasenwechselstrom, die Spannung herauf- oder

herabzusetzen. Wir wissen, daß alle Transformatoren einen Eisenkern besitzen, der durch ein Querjoch in sich geschlossen ist. Auf dem Eisenkern sitzen die primäre und die sekundäre Spule. Nach der Bauart unterscheidet man *Kerntransformatoren* und *Manteltransformatoren* (Abb. 24/1). Die Spulen brauchen keineswegs getrennt voneinander auf verschiedenen Schenkeln des Kernes zu liegen, insbesondere dann nicht, wenn die zu erreichende Höchstspannung nicht allzu hoch ist. Die Spulen können als *Zylinder-*

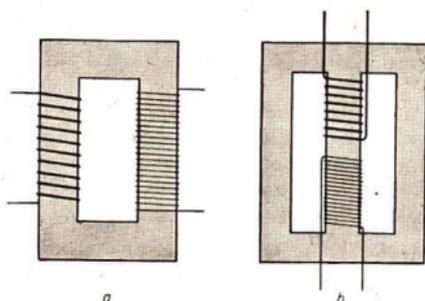


Abb. 24/1. Bauplan eines technischen Transformators
a) Kerntransformator, b) Manteltransformator

spulen den Kern gemeinsam umfassen oder als *Scheibenspulen* nebeneinander angeordnet sein (Abb. 24/2). Der Kerntransformator hat gegenüber dem Manteltransformator den Vorteil, daß zu seinem Bau weniger Eisen gebraucht wird

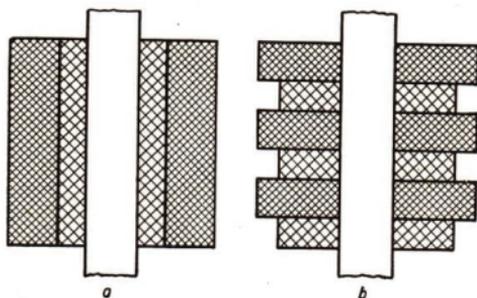


Abb. 24/2. Transformatorwicklungen
a) Zylinderspulen, b) Scheibenspulen

und die Spulen leichter zugänglich sind. Dagegen ist der Kupferverbrauch beim Kerntransformator etwas größer als beim Manteltransformator.

Auf Grund des Induktionsgesetzes wird uns auch die Wirkungsweise des Transformators verständlich. Es gilt vor allem, etwas Näheres über das Verhältnis der primären zur sekundären Spannung zu erfahren.

Der magnetische Kraftfluß durchsetzt im Transformator

die Primärspule wie die Sekundärspule in gleicher Weise. Beide Kreise unterscheiden sich in ihren Windungszahlen w_1 und w_2 . Dagegen stimmen sie in den Meßwerten der Zeitänderung Δt , der Windungsfläche F und in der Feldstärkeänderung ΔH überein. Da der Kraftfluß beim Transformator nahezu geschlossen im Eisenkern verläuft, ist bei ihm die Windungsfläche mit dem Querschnitt des Eisenkernes gleichbedeutend und mithin für sämtliche Spulen von gleichem Wert.

Es gilt für den Primärkreis eines eisengeschlossenen Transformators die Gleichung

$$U_1 \cdot \Delta t = \mu_{rel} \cdot \mu_0 \cdot w_1 \cdot F \cdot \Delta H,$$

für den Sekundärkreis die Gleichung

$$U_2 \cdot \Delta t = \mu_{rel} \cdot \mu_0 \cdot w_2 \cdot F \cdot \Delta H.$$

Dividiert man die zweite durch die erste Gleichung, so erhält man:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{w_2}{w_1}.$$

Beim Umspannen eines Wechselstromes verhält sich die sekundäre zur primären Klemmenspannung wie die Windungszahl der Sekundärspule zu der der Primärspule.

Praktisch bleibt die Sekundärspannung immer etwas unterhalb des berechneten Spannungswertes, da infolge der unvermeidlichen Wärmeentwicklung und infolge der nicht ganz zu beseitigenden magnetischen Streuung etwas Energie für die technische Nutzung verlorengeht.

Der magnetische Kraftfluß, der die primäre und die sekundäre Spule durchsetzt, vermittelt im Transformator die Energieübertragung von einem Stromkreis zum anderen. Aus dem Energiegesetz folgt, daß die aus dem sekundären Stromkreis entnommene Leistung nicht größer sein kann als die dem primären Stromkreis zugeführte. Im Idealfalle, das heißt bei einem verlustlos arbeitenden Transformator, sind die Leistungen beider Stromkreise einander gleich. Es ist

$$N = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2.$$

Doch ist dieser Idealfall ein Grenzfall, der technisch nicht erreichbar ist. In Wirklichkeit bleibt die Leistung im sekundären Kreise infolge der soeben erwähnten unvermeidbaren Energieverluste immer etwas hinter der Leistung des primären Kreises zurück. Ein gut konstruierter Transformator hat aber einen Wirkungsgrad von etwa 90 . . . 98%.

3. Technische Transformatoren. Der Transformator ist eines der wichtigsten Grundelemente aller Anlagen zur *elektrischen Energieübertragung*, worüber wir in § 13 Näheres erfahren werden. Doch werden Transformatoren außerdem noch zu vielen anderen technisch wichtigen Zwecken verwendet. Oft kommt es darauf an, Ströme von großer Stärke bei niedriger Spannung zu erzeugen, was man durch einen dementsprechend konstruierten Transformator erreichen kann. Dies ist zum Beispiel beim *elektrischen Schweißen* der Fall. Man bringt die Schweißstelle zwischen die beiden Elektroden des Schweißgerätes, die leicht gegeneinandergedrückt werden und der Schweißstelle einen Starkstrom bei niedriger Spannung zuführen (Abb. 25/1).

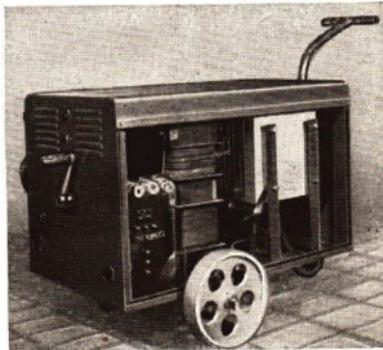


Abb. 25/1. Schweißtransformator, hergestellt im VEB Transformatorenwerk Reichenbach

In wenigen Sekunden wird dadurch die Schweißstelle bis auf die Schweißtemperatur erwärmt. Durch Zusammendrücken werden die Schweißstücke miteinander verbunden. Besonders handlich hat sich für viele Zwecke die *Schweißzange* erwiesen (Abb. 26/1).

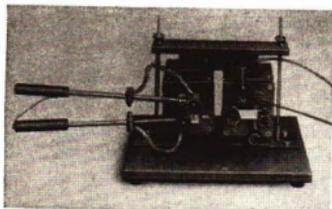


Abb. 26/1. Schweißzange, angeschlossen an einen aus Aufbautteilen zusammengestellten Transformator

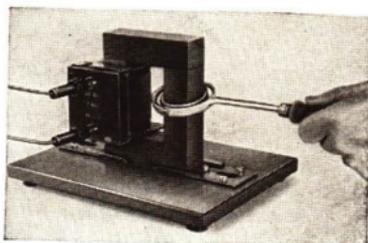


Abb. 26/2. Aus Aufbautteilen zusammengesetztes Modell eines Induktionsofens

Von großer technischer Bedeutung ist der *elektrische Induktionsofen*. Mit ihm werden Edelmetalllegierungen höchster Qualität erzeugt, bei denen es auf das Innehalten eines bestimmten Mischungsverhältnisses ganz besonders ankommt. Ein Induktionsofen ist im Grunde genommen nichts anderes als ein großer Transformator, bei dem die sekundäre Spule nur aus einer einzigen Windung besteht (Abb. 26/2). Sie wird von den zu schmelzenden Metallenselbst gebildet, die in einen feuerfesten ringförmigen Behälter gebracht werden. Die induzierte Spannung ist nur niedrig; um so größer ist aber wegen des geringen Widerstandes die Stromstärke. Unter dem Einfluß der frei werdenden Stromwärme schmilzt das Metall.

Auch bei modernen *elektrischen Kesselheizungen*, die in chemischen Werken vielfach benutzt werden, wird eine ähnliche Anlage als Heizvorrichtung verwendet. Man setzt die Spannung des aus dem Netz entnommenen Stromes durch Umspannen stark herab, wobei seine Stärke entsprechend ansteigt. Der Strom durchfließt dann eine einzige in den Kessel eingebaute Windung und erwärmt diese.

Neben den Transformatoren für große Leistungen werden auch solche für sehr geringe Leistungen hergestellt. Als Beispiel seien die *Klingeltransformatoren* genannt, die in vielen Wohnungen und Werkräumen anzutreffen sind (Abb. 26/3). *Kleinstransformatoren* sind die Transformatoren für den Betrieb elektrischer Modelleisenbahnen. Nach den bestehenden Vorschriften darf dabei die Sekundärspannung 24 V nicht überschreiten.

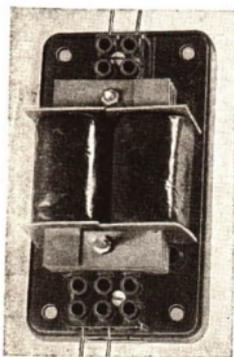


Abb. 26/3. Klingeltransformator
Das Schutzgehäuse ist abgenommen.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Warum wird die Induktionswirkung zwischen zwei coaxialen Zylinder-
spulen verstärkt, wenn man in die innere Spule einen Eisenkern einschiebt?

2. In einer luftgefüllten Spule mit einer Windungsfläche von 9 cm^2 betrage der Kraftfluß $0,25 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}$. Wie ändert er sich, wenn man in die Spule einen geschlossenen Eisenkern mit der Permeabilität $\mu_{\text{rel}} = 3000$ einführt?
3. Ein Transformator besteht aus einer Primärspule mit 660 Windungen und einer Sekundärspule mit 60 Windungen. Er wird an eine Spannungsquelle von 220 V angeschlossen. Wie groß ist der errechnete Wert der Sekundärspannung? Der Wirkungsgrad des Transformators beträgt 92% . Welche Sekundärspannung wird in Wirklichkeit erreicht?
4. Ein Transformator ist für eine Primärspannung von 220 V und für eine Leistungsaufnahme von 60 W gebaut. Er hat eine Primärspule von 330 Windungen. Es kann ihm eine Sekundärspannung von 18 V entnommen werden. Wieviel Windungen muß die Sekundärspule haben, wenn der Transformator verlustlos arbeitet? Mit wieviel Windungen muß die Sekundärspule versehen werden, wenn der Transformator einen Wirkungsgrad von 90% besitzt? Wie groß ist der erreichbare Maximalwert der Stromstärke?
5. Die in besonderen Fällen zur Heilbehandlung verwendeten Elektrisierapparate gleichen in ihrem Bau kleinen Transformatoren. Sie besitzen wie diese eine primäre und eine sekundäre Spule und sind entweder mit einem herausziehbaren Eisenkern ausgerüstet, oder sie sind so konstruiert, daß die sekundäre und die primäre Spule in ihrer Längsrichtung gegeneinander verschiebbar sind. Welchen Zweck erfüllt diese Anordnung?
6. Aus welchem Grunde sind die großen Transformatoren der Kraftwerke und Umspannwerke mit Öl gefüllt und mit Kühlrippen versehen?

§ 6. Wirbelströme

1. **Der Begriff des Wirbelstromes.** Die einfachste Form eines elektrischen Leiters ist der Leitungsdraht, mag er gerade oder gekrümmt sein. Elektrische Ströme können aber auch in flächenhaften Gebilden auftreten, etwa in Kupferscheiben, in Eisenblechplatten und dergleichen. Ein Versuch mit dem *Waltenhofenschen Pendel* veranschaulicht uns dies (Abb. 27/1).

Wir stellen aus Aufbauteilen einen Elektromagneten zusammen und versehen ihn mit zwei ebenflächigen Polschuhen. Darüber ordnen wir ein Pendel an, bei dem eine Metallscheibe von der Gestalt eines Kreissektors an einer starren Pendelstange hängt und zwischen den Polschuhen des Magneten schwingt. Solange der Magnet stromlos ist, wird die Bewegung des Pendels durch ihn in keiner Weise behindert. Fließt aber durch den Magneten ein Strom, so wird die schwingende Metallscheibe beim Eintritt in das Magnetfeld stark gebremst. Sie senkt sich dann ganz langsam und erreicht ihre Ruhelage in einer aperiodischen Bewegung. Ähnliches kann man beobachten, wenn man die Scheibe mit der Hand durch das

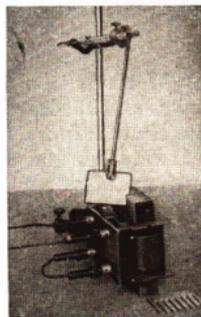


Abb. 27/1. Waltenhofensches Pendel

Die zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagneten schwingende Metallscheibe wird stark gebremst, wenn durch den Elektromagneten ein Strom fließt.

vom elektrischen Strom erregte Magnetfeld hindurchbewegt. Man empfindet dann deutlich einen sehr starken Widerstand, als ob man die Scheibe bei der Bewegung durch eine zähflüssige Masse, beispielsweise Sirup, hindurchzieht.

Die Ursachen hierfür sind elektrische Ströme, die in der Pendelscheibe induziert werden. Abb. 28/1 veranschaulicht uns die Zusammenhänge schematisch.

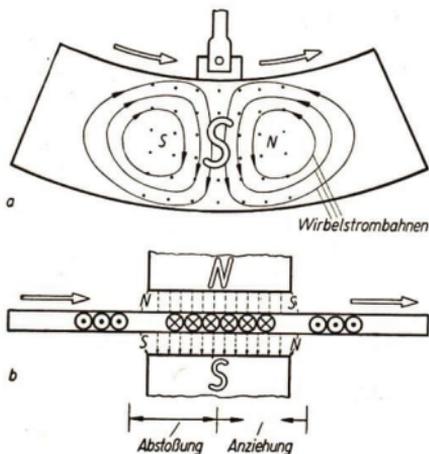


Abb. 28/1. Schematische Darstellung des Entstehens von Wirbelströmen in einer durch ein Magnetfeld bewegten Metallscheibe

- a) Aufsicht der Versuchsanordnung,
b) Grundriß

Die magnetischen Feldlinien durchsetzen die Zeichenebene von hinten nach vorn. Der im Grundriß durch den Buchstaben S gekennzeichnete Südpol liegt vor der Zeichenebene

der Metallscheibe Magnetpole aus. Wie man sich durch Anwendung der Rechten-Hand-Regel leicht überzeugen kann, entstehen an der Scheibe kurz vor dem Eintritt in den Bereich des Magnetfeldes Pole von gleicher Art wie die beiden benachbarten Magnetpole. In dem Teil der Pendelscheibe, der das Magnetfeld bereits passiert hat, bilden sich zwei zu den benachbarten Magnetpolen ungleichnamige Magnetpole aus. Es treten infolgedessen Kräfte auf, die die Bewegung des Pendels stark bremsen.

Auf das Auftreten von Wirbelströmen ist auch folgende Erscheinung zurückzuführen, die bereits 1825 von dem französischen Physiker *Dominique Arago*¹ beobachtet wurde. Eine horizontal angeordnete Kupferscheibe wird durch einen Motor oder eine Schwungmaschine in Umdrehungen versetzt. Über der Scheibe befindet sich, von ihr durch eine Glasscheibe getrennt, eine waagerechte Magnet-

Die Pendelscheibe ist in dem Augenblick wiedergegeben, in dem sie von links nach rechts durch das Feld des Magneten hindurch schwingt. Der Nordpol des Magneten befindet sich hinter der Scheibe, der Südpol davor, dem Beschauer zugewendet. In dem von den Feldlinien durchsetzten Teil der Scheibe werden Ströme induziert, die nach der UVW-Regel für Induktion im mittleren Teil der Pendelscheibe von oben nach unten fließen. Die Ströme teilen sich unten, biegen seitlich aus und vereinigen sich im oberen Teil der Scheibe wieder. Es entstehen auf diese Weise geschlossene Ströme, ohne daß sie an eine bestimmte Strombahn gebunden sind. Wegen der äußeren Ähnlichkeit mit Wasserwirbeln bezeichnet man solche Ströme als **Wirbelströme**.

Die einzelnen Strombahnen sind mit stromdurchflossenen Drahtwindungen zu vergleichen. Wie bei einer stromdurchflossenen Spule bilden sich an den Seitenflächen

¹ Dominique François Arago (1786–1853), ein bedeutender französischer Physiker und Astronom, Professor in Paris, bekannt durch seine Arbeiten über die Polarisation und die Doppelbrechung

nadel, die sich um eine vertikale Achse drehen kann (Abb. 29/1). Sobald die Kupferscheibe gedreht wird, beginnt auch die Magnetnadel im gleichen Sinne zu rotieren. Ihre Drehung ist eine Folge der durch die Magnetnadel in der Kupferscheibe induzierten Wirbelströme und der zwischen ihnen und den Magnetpolen auftretenden Kraftwirkungen.

2. Technische Anwendungen von Wirbelströmen. Obwohl Wirbelströme an keine festen Strombahnen gebunden sind, werden sie in der Technik zu manchen Zwecken ausgenutzt. Ein bekanntes Beispiel der Verwendung von Wirbelströmen sind die *Wirbelstrombremsen*, mit denen Motoren und andere drehbare Maschinenteile bisweilen ausgerüstet werden. Eine Wirbelstrombremse besteht aus einer kreisförmigen Metallscheibe, die mit der Motorachse verbunden ist. Die Scheibe wird von den Polen eines kräftigen Elektromagneten umfaßt, zwischen denen sie unbehindert hindurchläuft. Wenn man den Elektromagneten erregt, so wird die Scheibe und damit der Motor durch die in der Scheibe auftretenden Wirbelströme gebremst.

In jedem Elektrizitätszähler befindet sich eine durch ein kleines Fenster sichtbare Metallscheibe, die in waagerechter Lage zwischen den Polen zweier permanenter Magnete hindurchläuft, wenn der Zähler in Tätigkeit ist (Abb. 29/2). Die dadurch in der Scheibe hervorgerufenen Wirbelströme dämpfen die Bewegung, so daß sich die Scheibe mit konstanter Geschwindigkeit dreht, solange der Strom konstant fließt. Viele andere elektrische Meßgeräte sind ebenfalls mit *Wirbelstromdämpfern* ausgestattet.

Nach dem Prinzip der Aragoscheibe hat man *Wirbelstromtachometer*¹ konstruiert. Bei ihnen wird ein Hufeisenmagnet um eine symmetrisch zum Feld

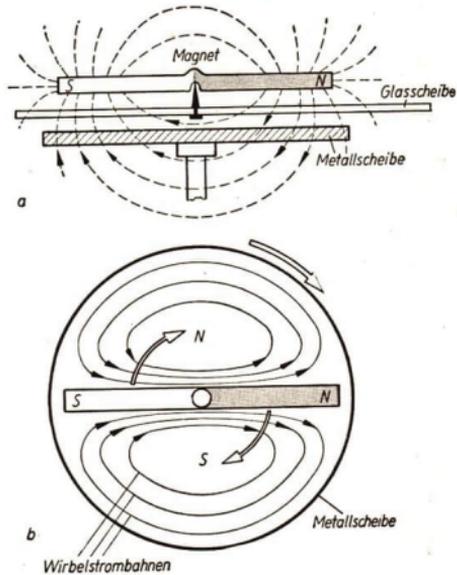


Abb. 29/1. Aragoscheibe

a) Achsenschnitt, b) Ansicht (schematisch)

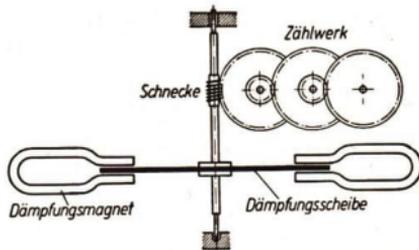
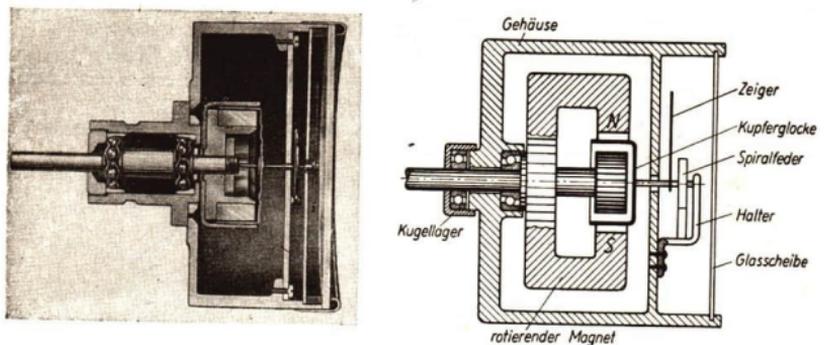


Abb. 29/2. Dämpfungsscheibe eines Elektrizitätszählers (schematisch)

¹ táchos (griech.) = Geschwindigkeit; Tachometer = Geschwindigkeitsmesser

verlaufende Achse in schnelle Umdrehung versetzt. Zwischen den Schenkeln des Magneten befindet sich ein Eisenzylinder, der sich ebenfalls mitdreht. In den



a) Ansicht

b) Achsschnitt durch das Tachometer (schematisch)

Abb. 30/1. Wirbelstromtachometer

Spalt zwischen dem Zylinder und den beiden Magnetpolen ragt eine kleine Kupferglocke hinein, die unabhängig vom Magneten um eine Achse drehbar ist (Abb. 30/1).

Sobald sich der Magnet dreht, entstehen in der Kupferglocke Wirbelströme, unter deren Einfluß sich die Glocke zu drehen beginnt. Die Drehung kann aber nur so weit erfolgen, bis eine Spiralfeder, mit der die Glocke verbunden ist, gespannt ist. Der Winkel, um den sich die Glocke dreht, ist an einem Zeiger ablesbar und ist ein Maß für die Geschwindigkeit, mit der sich der Magnet dreht.

3. Die Vermeidung von Wirbelströmen. Wirbelströme entstehen in allen rotierenden Teilen elektrischer Maschinen, insbesondere in den Eisenteilen der Generatoren und Motoren. Sie erzeugen wie alle Ströme Wärme und verbrauchen dabei Energie, wodurch der Wirkungsgrad der Maschinen erheblich gesenkt wird. Dasselbe trifft für die Transformatoren zu; denn wir haben bereits erkannt, daß die Induktion von Strömen an Stelle einer mechanischen Bewegung auch durch die Bewegung von Feldlinien verursacht werden kann. Man ist deshalb beim Bau elektrischer Maschinen stets darauf bedacht, störende Wirbelströme nach Möglichkeit zu verhindern. Wie man dies erreichen kann, zeigt uns folgender Versuch:

Wir benutzen das Waltenhofensche Pendel, verwenden aber statt der massiven Scheibe eine kammartig geschlitzte Scheibe. In Abb. 27/1 ist sie, neben dem Gerät liegend, zu sehen. Während die massive Scheibe durch das Magnetfeld stark gebremst wird, schwingt die kammartige Scheibe kaum behindert hindurch. Die Luftspalte zwischen den einzelnen Zinken des Kammes unterbrechen die Strombahnen der Wirbelströme und verhindern dadurch deren Zustandekommen. Aus diesem Grund werden die Eisenkörper, der Ständer und der Läufer, bei Generatoren und Motoren nicht massiv gebaut. Man setzt sie aus ganz dünnen

Eisenblechen zusammen, die durch Lacküberzüge gegeneinander isoliert sind (Abb. 31/1). Man nennt solche Bleche *Dynamobleche*. Durch diese Bauart der Maschinen kann man Wirbelströme mit Erfolg weitgehend unterbinden. Ebenso werden die Eisenkerne und Eisenjoche der Transformatoren aus Blechscheiben zusammengefügt (Abb. 31/2). Die Eisenkerne leistungsfähiger Funkeninduktoren sind aus dem gleichen Grund stets aus Drähten gebündelt.

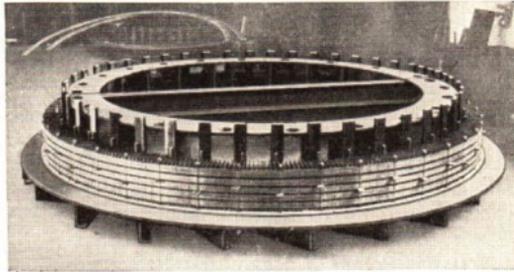


Abb. 31/1. Aufbaueines großen Generatorgehäuses aus Dynamoblechen

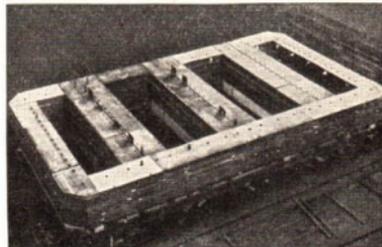


Abb. 31/2. Aus Blechstreifen zusammengesetzter Transformator Kern

4. Fragen und Aufgaben:

1. Die Dämpfungsscheibe eines Elektrizitätszählers rotiert um eine senkrechte Achse und wird von zwei permanenten Magneten umfaßt, deren Nordpole sich über der Scheibe befinden. Erläutern Sie nach der UVW-Regel für Induktion das Auftreten von Wirbelströmen und begründen Sie die Wirkung der Dämpfung!
2. Ein Metallstreifen wird in seiner Längsrichtung zwischen zwei Magnetpolen hindurchbewegt. Erklären Sie das Zustandekommen der dabei auftretenden Wirbelströme!
3. Wie ist das Auftreten von Wirbelströmen in einem Transformator zu erklären, der mit massiven Eisenkernen ausgestattet ist?
4. Warum entstehen in einem Transformator mit geblättern Kernen keine Wirbelströme?

§ 7. Die Selbstinduktion

1. Vorversuch zur Selbstinduktion. An die Drahtenden der Magnetwicklung einer elektrischen Klingel schließen wir zwei Leitungsdrähte an, die wir in zwei blanken Metallteilen enden lassen (Abb. 31/3). Diese ergreifen wir mit beiden Händen und lassen an die Klingel eine Spannung von 4 V legen. Wir verspüren in den Fingern deutlich

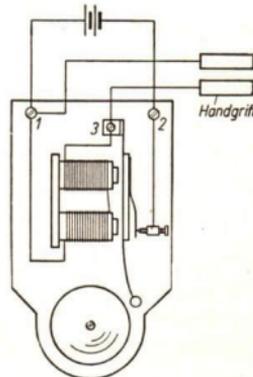


Abb. 31/3. Schaltbild einer elektrischen Klingel
1 und 2 Anschlußklemmen der Klingel; 3 Anschlußklemme des Ankers
An die Klemmen 1 und 3 werden zwei mit Handgriffen versehene Leitungsdrähte angeschlossen.

ein starkes, fast schmerzhaftes Kribbeln, zumal wenn wir sie vorher etwas befeuchtet haben. Wir folgern daraus, daß zwischen den Enden der Magnetwicklung eine hohe Spannung entstanden ist, die diese Wirkung auf unsere Nerven ausübt. Wir können diese Spannung auch objektiv nachweisen, indem wir die Anschlußstellen der Magnetwicklung mit den Prüfspitzen eines Polsuchers berühren. Dieses Gerät spricht nicht auf eine Niederspannung an. Wenn die kleine Neonröhre des Polsuchers trotzdem hell aufleuchtet, so geht daraus deutlich hervor, daß in der Magnetwicklung eine Spannung induziert wird, die weit höher ist als die Betriebsspannung der Klingel.

2. Grundlegende Versuche zur Selbstinduktion. Wir stecken zwei hintereinandergeschaltete Kastenspulen mit je 1500 Windungen auf einen U-förmigen Eisenkern und überbrücken ihn durch ein Joch. Die Spulen schließen wir über einen Spannungsteiler an eine Gleichspannungsquelle an und legen in den Strom-

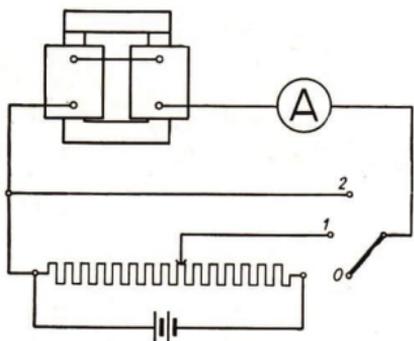


Abb. 32/1. Versuchsanordnung zum Nachweis der beim Ein- und Ausschalten auftretenden Selbstinduktion mittels eines Amperemeters. Beim Einschalten des Stromes steigt die Stromstärke nur allmählich auf ihren Höchstwert, beim Ausschalten des Stromes und gleichzeitigen Kurzschließen der Spule ist noch kurze Zeit hindurch ein schnell absinkender Strom zu beobachten.

kreis ein Amperemeter und einen Umschalter (Abb. 32/1). Durch den Umschalter kann man den Strom einschalten (Stellung 1); man kann aber auch über einen Nebenschluß einen über die Spulen und das Amperemeter geschlossenen Leiterkreis herstellen, der keine Spannungsquelle enthält (Stellung 2). Beim Einschalten ist deutlich zu beobachten, daß das Amperemeter nicht gleich den vollen Ausschlag anzeigt; der Zeiger rückt im Laufe von ein bis zwei Sekunden langsam auf die Höchststellung vor. Umgekehrt geht der Ausschlag beim Umschalten auf Stellung 2 nicht ruckartig auf Null zurück, sondern sinkt allmählich ab. Nimmt man das Joch, das den U-Kern überbrückt, fort, so sind diese Erscheinungen nicht mehr zu beobachten.

Aus dem Versuch geht hervor, daß von den Spulen Induktionswirkungen ausgehen. Sie wirken beim Einschalten dem Strom entgegen; beim Ausschalten lassen sie ihn noch kurze Zeit weiterfließen, sie verstärken ihn somit.

Wir ändern den Versuch ab und nehmen das Amperemeter aus der Versuchsanordnung heraus. In den Nebenschluß legen wir parallel zu den Spulen eine Glimmlampe, deren Zündspannung höher ist als die Spannung der Batterie

(Abb. 33/1). Schaltet man den Strom ein, so bleibt die Glimmlampe dunkel; öffnet man dagegen den Strom, so leuchtet die Glimmlampe nach dem Abschalten der Batterie kurzzeitig hell auf. Auch dieser Versuch beweist, daß von der Spule eine induzierende Wirkung auf ihre eigenen Windungen ausgeübt wird.

3. Das Zustandekommen der Selbstinduktion. Das Charakteristische an den in den vorangehenden Abschnitten beschriebenen Versuchen ist, daß es sich bei ihnen nur um einen Stromkreis handelt. Im Gegensatz dazu hatten wir es bisher bei allen Induktionserscheinungen mit zwei Stromkreisen zu tun, von denen der eine den anderen beeinflusste. Wir unterschieden einen primären und einen sekundären Stromkreis. Hier ist diese Gegenüberstellung nicht möglich, da nur ein Stromkreis vorhanden ist. Trotzdem hat sich im Prinzip nichts geändert. Die Änderung des Kraftflusses beim Ein- und Ausschalten des Stromkreises wirkt auf die Windungen der Feldspule selbst induzierend ein. Man spricht daher von **Selbstinduktion**.

Die beim Einschalten des Stromes zu beobachtende Schwächung ist nach der Lenzschen Regel dadurch zu erklären, daß der im Augenblick des Einschaltens induzierte Strom dem primären Strom entgegengesetzt gerichtet ist. Die nach dem Ausschalten noch kurze Zeit zu beobachtende Fortdauer des Stromflusses hat ihre Ursache darin, daß der beim Ausschalten entstehende Induktionsstrom dem primären Strom gleichgerichtet ist.

Die Selbstinduktion ist mithin nur eine Abart der allgemeinen Induktion; es gelten die gleichen Gesetze wie bei dieser. Sinngemäß läßt sich auch die Induktionsgleichung auf die Selbstinduktion übertragen. Die Ursache aller Selbstinduktionserscheinungen liegt in einer Änderung des Kraftflusses, die ihrerseits durch eine Änderung der Stromstärke bedingt ist. Um dem Rechnung zu tragen, ändert man die Induktionsgleichung (3. Form)

$$U = - \frac{d\Phi}{dt}$$

dahin ab, daß man statt der Kraftflußänderung $d\Phi$ die Änderung der Stromstärke dI einführt. Denn der Kraftfluß ist der magnetischen Feldstärke und diese wieder der Stromstärke proportional (vgl. § 4, 3). Es ist dann

$$U \sim - \frac{dI}{dt}$$

Das Auftreten des Minuszeichens ist wie bei der allgemeinen Induktion dadurch begründet, daß der induzierte Strom der Änderung des Erregerstroms entgegenwirkt.

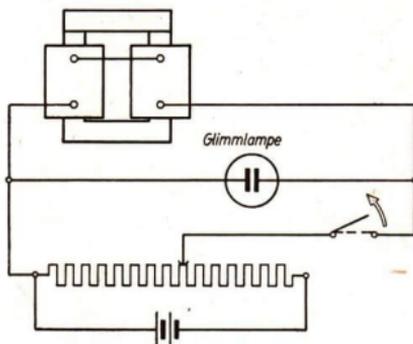


Abb. 33/1. Versuchsanordnung zum Nachweis der Selbstinduktion beim Ausschalten eines Stromes. Die parallel zur Spule liegende Glimmlampe hat eine Zündspannung von mindestens 40 V. Sie leuchtet beim Ausschalten des Stromes für kurze Zeit hell auf.

4. Die Induktivität und ihre Einheit. Man kann den soeben gewonnenen Funktionsausdruck durch Einfügen eines Proportionalitätsfaktors in die Form einer Gleichung überführen. Man nennt den hierbei verwendeten Proportionalitätsfaktor den **Selbstinduktionskoeffizienten** (Formelzeichen L) und erhält

$$U = -L \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Der Selbstinduktionskoeffizient ist keine allgemeine Naturkonstante; er hat im Gegenteil für jede Spule einen charakteristischen Wert und ist in bestimmter Weise von der Beschaffenheit der Spule abhängig. Man bezeichnet ihn auch als die **Induktivität** der Spule. Die Induktivität L ist eine dimensionierte Größe. Ihre Dimension kann man aus der soeben geformten Gleichung entnehmen, wenn man diese nach L auflöst. Für den Absolutwert von L ergibt sich

$$|L| = \left| \frac{U}{\frac{dI}{dt}} \right| = \left| \frac{U \cdot dt}{dI} \right|.$$

Setzt man für U , I , t als Dimensionszeichen die Einheiten Volt, Ampere, Sekunde ein, so ergibt sich für L die Dimension

$$[L] = \left[\frac{V \cdot s}{A} \right].$$

Gleichzeitig ersieht man aus diesem Ausdruck die für die Induktivität zu verwendende Maßeinheit. Man hat festgesetzt:

Die Induktivität einer Spule hat den Wert 1, wenn in der Spule durch die Änderung der Stromstärke um 1 A je Sekunde eine Spannung von 1 V induziert wird.

Als **Einheit der Induktivität** ergibt sich demnach die **Voltsekunde je Ampere** (Vs/A). Dieser Einheit hat man den Namen **Henry**¹ (H) gegeben.

Ein Henry ist die Induktivität eines Leiters, in dem durch die Änderung der Stromstärke um 1 Ampere je Sekunde die Gegenspannung 1 V induziert wird.

Bei vielen Einrichtungen, beispielsweise bei Rundfunkempfängern, ist es erforderlich, die Induktivität einzelner Leitersysteme veränderlich zu gestalten. Man baut zu diesem Zweck Vorrichtungen, die man als **Variometer** bezeichnet. Sie bestehen aus zwei hintereinander geschalteten und gegeneinander verstellbaren Spulen, die sich gegenseitig induktiv beeinflussen (Abb. 34/1).

5. Der Energieumsatz bei Selbstinduktionsvorgängen. Eine besondere Bedeutung kommt der Selbstinduktion zu, wenn wir sie vom Standpunkt des Energieumsatzes aus betrachten. Wir wissen,

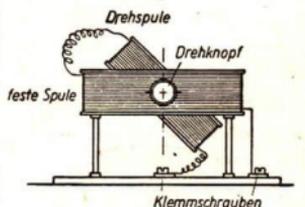


Abb. 34/1. Variometer (schematisch)

¹ Joseph Henry (1797–1878), ein bedeutender amerikanischer Physiker. Er war ursprünglich Uhrmacher, später wurde er Lehrer, 1826 Professor der Mathematik und 1832 Professor der Physik in Washington. Er arbeitete vor allem auf dem Gebiet der elektromagnetischen Induktion.

daß jeder stromdurchflossene Leiter, mag er gerade sein oder die Form einer Spule haben, von einem magnetischen Feld umgeben ist. Das Feld entsteht in demselben Augenblick, in dem wir den Strom einschalten. Es vergeht aber eine, wenn auch sehr kurze Zeitspanne, bis das Feld die größte Stärke erreicht hat, die es bei der gegebenen Stromstärke haben kann, und bis es die dieser Stromstärke entsprechende größte Ausdehnung besitzt. Da im Magnetfeld Energie räumlich verteilt ist, wird bei seinem Aufbau eine bestimmte Energiemenge verbraucht. Diese wird dem elektrischen Strom entnommen, bis die maximale Feldstärke und Ausdehnung erreicht ist. Erst nach dem Eintritt dieses Zustandes hat der elektrische Strom seine volle Stärke. Ein weiterer Aufwand an Energie zum Erhalten des Magnetfeldes ist dann nicht mehr erforderlich. Aus diesen Zusammenhängen heraus sind die von uns beobachteten Erscheinungen zu erklären, bei denen ein elektrischer Strom beim Einschalten anfangs hinter der vollen Stärke zurückbleibt und erst allmählich auf den Höchstwert anwächst.

Hört der Strom auf zu fließen, so bricht das ihm zugehörige magnetische Feld zusammen. Die in diesem aufgespeicherte potentielle Energie wird frei und setzt sich in Stromenergie um. Dies ist die Ursache für das Entstehen eines Stromes durch Selbstinduktion in der Richtung des ursprünglichen Stromes. Es ist verständlich, daß dieser Strom nur so lange fließen kann, bis die Energie des Magnetfeldes verbraucht ist.

Das Ein- und Ausschalten eines Stromes ist, wie wir sahen, jedesmal mit Energieumwandlungen verbunden. Dabei tritt eine Eigenschaft der magnetischen Energie zutage, die mit der Trägheit einer Masse vergleichbar ist. Da sich beim Einschalten eines Stromes ein Teil der Stromenergie in Feldenergie umwandelt, setzt das entstehende Magnetfeld dem anwachsenden Strom einen Widerstand entgegen, so wie auch beim Übergang einer Masse aus der Ruhe in die Bewegung ein Trägheitswiderstand überwunden werden muß. Umgekehrt wandelt sich beim Schwächerwerden eines Stromes magnetische Feldenergie in Stromenergie um. Dieser Umstand ist mit dem Beharrungsvermögen einer Masse beim Übergang von der Bewegung in die Ruhe zu vergleichen. Man spricht deshalb geradezu von der *Trägheit eines Magnetfeldes*.

Selbstverständlich müssen wir uns dessen bewußt bleiben, daß es sich bei diesen Darlegungen nur um Modellvorstellungen handelt, die aber zur Veranschaulichung der Zusammenhänge wesentlich beitragen.

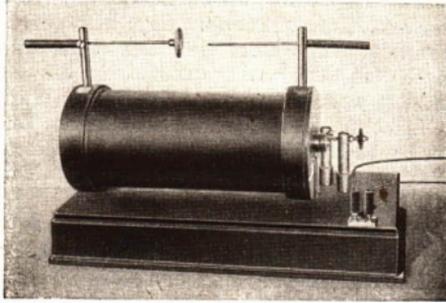
6. Der Funkeninduktor. Als Hochspannungsquelle zum Betreiben von Röntgenröhren und anderen eine hohe Gleichspannung erfordernden Geräten wurde früher fast ausschließlich der **Funkeninduktor** benutzt. Nach dem Schaffen anderer, zweckmäßigerer Hochspannungsquellen ist der Funkeninduktor vielfach entbehrlich geworden und in seiner Bedeutung stark zurückgegangen. Trotzdem wird er auch heute noch technisch hier und da verwendet.

Seine Wirkungsweise beruht auf der Ausnutzung der Induktion und insbesondere der Selbstinduktion.

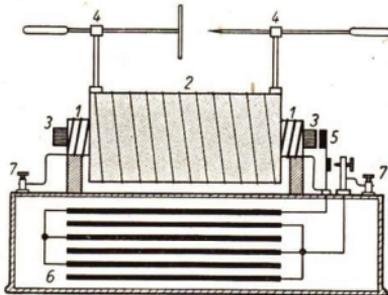
Der auffallendste Teil des Funkeninduktors ist ein großer *Spulenkörper*. Er enthält zwei um einen Eisenkern gewickelte Zylinderspulen als primäre und als sekundäre Spule. Die primäre Spule umwindet unmittelbar den Eisenkern und besteht aus verhältnismäßig wenigen Windungen eines dicken Drahtes. Sie ist von der aus vielen Windungen sehr dünnen Drahtes bestehenden sekundären

Spule umgeben. Die primäre Spule wird über einen *selbstwirkenden Unterbrecher* und einen Schalter an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen.

Bei Induktoren geringer Leistungsaufnahme ist als Unterbrecher meist ein *Wagnerscher Hammer* vorgesehen (Abb. 36/1). Bei großen Induktoren verwendet



a) Ansicht



b) Schaltbild (schematisch)

Abb. 36/1. Funkeninduktor

- | | |
|-----------------|----------------------|
| 1 Primärspule | 4 Metallelektroden |
| 2 Sekundärspule | 5 Unterbrecher |
| 3 Eisenkern | 6 Plattenkondensator |
| | 7 Anschlussklemmen |

man vorwiegend *elektrolytische Unterbrecher*, die von *Arthur Wehnelt*¹ erfunden wurden. Bei ihnen tauchen zwei Bleielektroden in 33%ige Schwefelsäure; sie sind durch eine Porzellanwand voneinander getrennt, die einige kleine Löcher aufweist (Abb. 36/2). Durch diese erfährt die Strombahn eine Einschnürung. Es kommt örtlich zu einer starken Wärmeentwicklung; das Wasser verdampft, der Strom wird dadurch kurzzeitig unterbrochen, worauf er sich kurz danach wieder

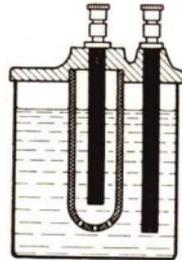


Abb. 36/2. Schnitt durch einen Simon-Unterbrecher, eine Abart des Wehnelt-Unterbrechers (schematisch). An den Löchern des Porzellanzyllinders kommt es zu kurzzeitigen Stromunterbrechungen.

schließt. Schließen und Unterbrechen des Stromes wiederholen sich in stetem Wechsel. Die in Abb. 36/2 wiedergegebene Form eines elektrolytischen Unterbrechers wurde in Anlehnung an den *Wehnelt-Unterbrecher* von *Hermann Theodor Simon* geschaffen.

Bei jedem Öffnen und Schließen des primären Stromes wird in der sekundären Spule in jeweils wechselnder Richtung eine Spannung induziert. Die Spannungsschübe sind aber in beiden Richtungen nicht gleich stark. Denn infolge der Selbst-

¹ Arthur Wehnelt (1871–1944), ein bedeutender deutscher Physiker der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts, von 1906 bis 1936 Professor in Berlin, besonders bekannt durch seine Arbeiten zur Entwicklung der Glühkathodenröhren.

Induktion erreicht der primäre Strom beim Schließen nur allmählich seine volle Stärke und fließt beim Öffnen aus demselben Grunde noch kurze Zeit weiter, wobei er rasch auf Null absinkt. Um einen lichtbogenartigen Öffnungsfunken zu vermeiden, schaltet man parallel zum Unterbrecher einen *Plattenkondensator*, in den die bei der Unterbrechung frei werdenden Ladungen abfließen¹. Der Kondensator ist in dem kastenförmigen Unterbau des Induktors untergebracht (vgl. Abb. 36/1b).

So wird erreicht, daß die Induktionswirkung beim Öffnen des primären Stromkreises weit stärker ist als beim Schließen (Abb. 37/1).

Die Sekundärspule des Funkeninduktors ist mit zwei Metallelektroden verbunden, von denen die eine in einer *Spitze*, die andere in einer senkrecht dazu gestellten *Platte* endet. Die Elektroden sind mit isolierenden Handgriffen versehen. Ihr gegenseitiger Abstand ist verstellbar.

Ist die Spannung genügend hoch, so kommt es zwischen der Spitze und der Platte zu einer Funkenentladung. Sie erfolgt stets von der Spitze zur Platte hin, und zwar nur dann, wenn der positive Pol der Sekundärspule mit der Spitze verbunden ist.² Infolge dieser unsymmetrischen Wirkung der Funkenstrecke wird der durch die entgegengesetzt gerichtete Spannung bedingte Strom unterdrückt. Aus dem an sich in der Sekundärspule fließenden unsymmetrischen Wechselstrom wird so ein zerhackter Gleichstrom. Der Funkeninduktor hat demnach eine Gleichrichterwirkung und wird aus diesem Grunde als Quelle für hohe Gleichspannungen verwendet.

7. Das elektromagnetische Feld. Verfolgen wir die im 5. Abschnitt dargelegten Zusammenhänge weiter, so ergibt sich daraus für uns eine Vertiefung des Feldbegriffes. Wir haben elektrische und magnetische Felder zu unterscheiden gelernt. Diese Gegenüberstellung der beiden Feldarten als zwei voneinander unabhängig bestehende Erscheinungsformen der Energie ist aber wissenschaftlich nur zulässig, solange es sich um unveränderliche, konstante Felder handelt.

In der Natur wie in der Technik sind konstante elektrische wie magnetische Felder nur selten verwirklicht; doch trägt ihre gesonderte Betrachtung wesentlich zur Förderung des Verständnisses bei. Beispiele eines konstanten elektrischen und eines konstanten magnetischen Feldes sind das Feld eines Plattenkondensators, den man nach Aufladen von der Spannungsquelle abgeschaltet hat, und das Feld eines permanenten Magneten. Für das Magnetfeld einer Spule gelten unsere Betrachtungen nur unter der Bedingung, daß der erregende Strom mit konstanter Stärke fließt. Schon die Zeitpunkte des Ein- und Ausschaltens

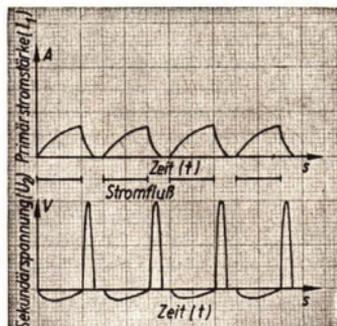


Abb. 37/1. Graphische Darstellung des primären Stromes und der sekundären Spannung in einem Funkeninduktor. Die Öffnungsspannung ist ungleich höher als die beim Schließen induzierte Spannung.

¹ Mit der oben gegebenen Erklärung sind noch nicht alle Zusammenhänge erschöpft. Es spielen dabei elektrische Schwingungen eine wichtige Rolle, über die wir im 12. Schuljahr Näheres erfahren werden.

müssen ausgenommen werden, ebenso jede Stromschwankung während des Betriebes.

Wie wir wissen, entsteht ein Strom nur dann, wenn ein elektrisches Feld zusammenbricht, wobei die an den Enden der Feldlinien bestehenden Ladungen zu fließen beginnen. Wir erinnern uns hierbei der Tatsache, daß die Feldlinien eines konstanten elektrischen Feldes stets in elektrischen Ladungen enden, während die Feldlinien eines magnetischen Feldes in sich geschlossen sind. Entsteht ein Strom, so ruft er seinerseits ein Magnetfeld hervor, das den Leiter umgibt. Jede Stromänderung wirkt sich in einer Änderung des Magnetfeldes und damit in einer Änderung des magnetischen Kraftflusses aus. Hierdurch wird wieder eine Induktionswirkung auf einen im Magnetfeld befindlichen Leiter ausgeübt und somit durch die Änderung des Kraftflusses eine Änderung der Stromstärke verursacht.

Veränderliche elektrische und magnetische Felder sind demnach miteinander verknüpft. Sie beeinflussen sich gegenseitig und bedingen einander. Daher ist es richtig, nicht mehr von einem elektrischen und einem magnetischen Feld, sondern von einem **elektromagnetischen Feld** zu sprechen.

Das Kennzeichen eines elektromagnetischen Feldes ist seine dauernde Veränderung, das fortwährend miteinander abwechselnde Entstehen und Vergehen der beiden Feldkomponenten. Es kommt dabei zu einer sich dauernd wiederholenden Umwandlung von Stromenergie in Energie des Magnetfeldes und umgekehrt. Sie hört erst dann auf, wenn die im Felde gespeicherte Energie durch den Verbrauch infolge von Wärmewirkungen, mechanischen Wirkungen und chemischen Wirkungen des Stromes erschöpft ist.

Zu erwähnen ist, daß die Form der elektrischen Feldlinien im elektromagnetischen Feld eine andere ist als in einem konstanten elektrischen Feld.

Bringt man in ein sich änderndes Magnetfeld eine Drahtschleife, so wird in dieser eine Spannung induziert, die einen Strom hervorruft, wenn die Drahtschleife geschlossen ist (Abb. 38/1). Der Strom wird verursacht durch den Zusammenbruch



Abb. 38/1. Schematische Darstellung eines magnetischen Feldes und einer in ihm befindlichen Leiterschleife

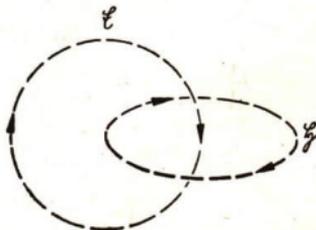


Abb. 38/2. Schematische Darstellung elektrischer und magnetischer Feldlinien in einem elektromagnetischen Feld. Die elektrischen und die magnetischen Feldlinien liegen in senkrecht zueinander stehenden Ebenen und umfassen einander.

eines elektrischen Feldes, dessen Feldlinien in Richtung der Drahtschleife liegen, mithin kreisförmig verlaufen. Dieses elektrische Feld besteht aber auch unabhängig von dem Vorhandensein der Drahtschleife. Wir erkennen daraus, daß die elektrischen Feldlinien im elektromagnetischen Feld ebenfalls in sich geschlossen sind und die magnetischen Feldlinien kreisförmig umfassen (Abb. 38/2). Daß die magnetischen Feldlinien ihrerseits den Stromleiter und damit die elektrischen Feldlinien umfassen, ist uns bereits bekannt.

8. Fragen und Aufgaben:

1. Erläutern Sie den im 1. Abschnitt beschriebenen Vorversuch und geben Sie die Ursache für die auftretende hohe Spannung an!
2. Warum leuchtet bei dem im 2. Abschnitt beschriebenen Versuch die Glimmlampe, die parallel zur Spule geschaltet ist, nicht beim Einschalten des Stromes, sondern erst bei seinem Ausschalten auf?
3. Welche Bedeutung hat das Minuszeichen auf der rechten Seite der Gleichung für die Selbstinduktion, die im 3. Abschnitt erörtert wurde?
4. Beweisen Sie, daß die Einheit der Induktivität eigentlich V je A/s ist, daß sie aber mit der Einheit Vs/A identisch ist!
5. Was berechtigt uns, den Begriff der Trägheit auch auf ein Magnetfeld zu übertragen und von der Trägheit eines Magnetfeldes zu sprechen?
6. Welchen Einfluß hat die Selbstinduktion auf die Wirkungsweise des Funkeninduktors?

II. Die elektrische Energieversorgung

§ 8. Allgemeines über Generatoren

1. Die physikalischen Grundlagen der Generatoren. Der Ausgangspunkt für die gesamte Energieversorgung ist der Bau von *Generatoren*. Man versteht darunter Maschinen, mit deren Hilfe man mechanische Arbeit in elektrische Energie umwandeln kann. Die physikalische Grundlage der Generatoren ist die elektromagnetische Induktion. Aus diesem Grund enthalten alle Generatoren einen Feldmagneten und ein Leitersystem. Einer dieser beiden Maschinenteile wird maschinell bewegt, wodurch man erreicht, daß die Feldlinien des Magnetfeldes vom Leiter geschnitten werden. Im Leiter wird eine Spannung erzeugt, die man an seinen Enden entnehmen kann.

Wir haben erkannt, daß die Höhe der induzierten Spannung von der Durchschnittsgeschwindigkeit abhängt, mit der sich der Kraftfluß ändert. Es ist

$$U = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Es erhebt sich die Frage, wie die Kraftflußänderung maschinell am zweckmäßigsten bewerkstelligt wird. Nach § 4, 3 ist

$$\Phi = \mu_0 \cdot w \cdot F \cdot H.$$

Es ist leicht einzusehen, daß ein fortwährender Wechsel der Windungszahl und der Feldstärke technisch auf Schwierigkeiten stoßen würde. Verhältnismäßig leicht aber läßt sich eine Änderung der Windungsfläche herbeiführen. Der Wert F der Windungsfläche, den die Induktionsgleichung enthält, bezieht sich stets auf die Ebene, die senkrecht von den Feldlinien durchsetzt wird. Man braucht demnach nicht die geometrische Form der Fläche zu ändern, wenn man die Größe der von den Feldlinien durchsetzten Fläche ändern will. Es genügt, ihr eine andere Stellung im Magnetfeld zu geben. Es tritt dann an Stelle des ursprünglichen Wertes F der Wert der Projektion auf die Ebene, die senkrecht zu den Feldlinien steht. Wie diese Veränderung im einzelnen vorgenommen wird, werden wir im nächsten Abschnitt kennenlernen.

2. Die Induktion einer Spannung in einer drehbaren Leiterschleife. Wir gehen von einem homogenen magnetischen Feld aus, in dem sich eine rechteckige *Leiterschleife* befindet. Diese ist um eine senkrecht zu den Feldlinien verlaufende Achse drehbar. In der Nähe der Achse ist die Leiterschleife unterbrochen und über

zwei Schleifkontakte durch Leitungsdrähte mit einem Voltmeter verbunden (Abb. 41/1).

Dreht man die Leiterschleife um ihre Achse, so zeigt das Voltmeter eine Wechselspannung an. Am Zustandekommen dieser Spannung sind ausschließlich die parallel zur Achse liegenden Längsseiten der Leiterschleife beteiligt, da nur sie bei einer Umdrehung die Feldlinien schneiden. Nach der UVW-Regel für Induktion wird im oberen Teil des Drahtrechtecks ein von vorn nach hinten fließender Strom induziert, im unteren Teil des Rechtecks ein entgegengesetzt fließender. In dem Augenblick, in dem die Drahtschleife die zu den Feldlinien senkrechte Lage durchläuft, wechseln die Ströme in beiden Leiterteilen ihre Richtung. Dies wiederholt sich nach je einer halben Umdrehung. Im Außenleiter fließt demnach ein Wechselstrom. Wir untersuchen im nächsten Abschnitt, nach welchen Gesetzmäßigkeiten sich der Wechsel vollzieht.

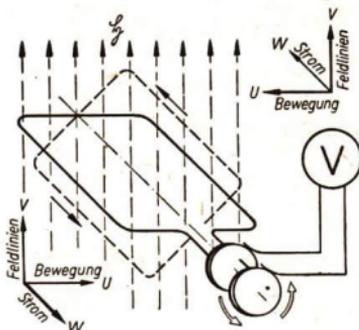


Abb. 41/1. Rotierende Leiterschleife in einem Magnetfeld. Die Leiterschleife hat die Form eines Rechtecks. Die magnetischen Feldlinien sind von unten nach oben gerichtet. Die UVW-Pfeile beziehen sich auf die Längsseiten des Rechtecks, neben die sie gezeichnet sind.

3. Der sinusförmige Wechselstrom. Wir wählen als Ausgangslage der Drahtschleife, mithin als ihre Nulllage, die senkrecht zu den Feldlinien durch die Achse verlaufende Ebene. Die Drahtschleife möge sich im positiven Drehungssinn, das heißt entgegengesetzt dem Uhrzeiger, drehen; der Drehwinkel α wird ebenfalls von der Ausgangslage aus gerechnet. Ist l die Länge der Leiterschleife, r der Abstand der Längsseite von der Achse, x die veränderliche Projektion von r auf die Ausgangsebene, so ist der Anfangswert der Windungsfläche

$$F_0 = l \cdot 2 \cdot r$$

und ihre Projektion auf die Ausgangsebene

$$F = l \cdot 2 \cdot x.$$

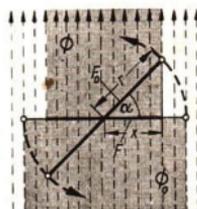
Zwischen F_0 und F besteht, wie Abb. 41/2 erkennen läßt, der mathematische Zusammenhang

$$\frac{F}{F_0} = \cos \alpha$$

oder

$$F = F_0 \cdot \cos \alpha.$$

Es kommt hier aber nicht darauf an, welchen Augenblickswert die Windungsfläche und damit der sie durchsetzende magnetische Kraftfluß hat, sondern mit welcher Geschwindigkeit er sich ändert. Deshalb formt man die Kraftflußgleichung noch etwas um, indem man die Fläche F geometrisch durch die Länge ihrer Seiten



a) Aufriß



b) Grundriß

Abb. 41/2. Schematische Darstellung eines rotierenden Leiterrechtecks

ausdrückt (vgl. Abb. 41/2). Da es sich um eine einzelne Leiterschleife handelt, ist in der Kraftflußgleichung w gleich 1 zu setzen; es ist

$$\Phi = \mu_0 \cdot H \cdot F = \mu_0 \cdot H \cdot l \cdot 2 \cdot x.$$

Von allen auf der rechten Seite der Gleichung stehenden Größen ist aber allein x veränderlich. Mithin ist

$$d\Phi = \mu_0 \cdot H \cdot 2 \cdot l \cdot dx$$

und

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \cdot H \cdot 2 \cdot l \cdot \frac{dx}{dt}.$$

$\frac{dx}{dt}$ ist gleich der Geschwindigkeit, mit der sich die Längsseite des Leiterrechtecks senkrecht zu den Feldlinien verschiebt. Wir ersetzen $\frac{dx}{dt}$ durch das Formelzeichen u_x und untersuchen den Zusammenhang zwischen der Verschiebungsgeschwindigkeit u_x und der Bahngeschwindigkeit v , mit der sich die

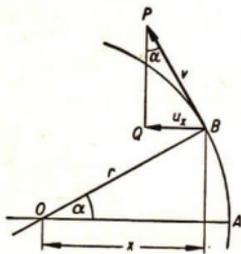


Abb. 42/1. Die Beträge der tangentialen und der auf die Ausgangsebene projizierten Geschwindigkeit einer im Magnetfeld rotierenden Leiterschleife

Längsseite des Leiterrechtecks um die Achse herum bewegt. Der Vektor der Bahngeschwindigkeit (Betrag v) ist zur Kreisbahn tangential gerichtet. Der Vektor der Verschiebungsgeschwindigkeit (Betrag u_x) läuft senkrecht zu den Feldlinien und ist die Projektion der Bahngeschwindigkeit auf diese Richtung (Abb. 42/1). Da die Schenkel der Winkel BPQ und AOB paarweis aufeinander senkrecht stehen, sind beide Winkel einander gleich, und es ist aus $\triangle BPQ$ zu entnehmen, daß

$$\frac{u_x}{v} = \sin \alpha, \quad \text{mithin} \quad u_x = v \cdot \sin \alpha$$

ist. Setzt man diesen Wert in die Spannungsgleichung ein, so erhält man

$$U = -\mu_0 \cdot H \cdot 2 \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha.$$

In diesem Ausdruck ist die sich periodisch ändernde Winkelfunktion $\sin \alpha$ enthalten. In der Leiterschleife wird demnach eine Spannung induziert, die zwischen zwei gleich großen positiven und negativen Spannungswerten periodisch hin- und herschwankt. Sie erreicht für die Winkelwerte 90° bzw. 270° ihre Höchstwerte; bei den Winkelwerten 0° und 180° sinkt sie auf Null ab. Bezeichnet man die Beträge der erreichten Höchstwerte der Spannung mit U_{max} , so ist

$$U_{max} = -\mu_0 \cdot H \cdot 2 \cdot l \cdot v.$$

Setzt man diesen Wert von U_{max} in die soeben gewonnene Spannungsgleichung ein und verwendet als Formelzeichen für die Augenblickswerte der Wechselspannung und der Wechselstromstärke die Buchstaben u und i , so erhält man

$$u = U_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Für die Stromstärke ergibt sich entsprechend die Gleichung

$$i = I_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Die bei der Drehung einer Leiterschleife im homogenen Magnetfeld induzierte Spannung und Stromstärke sind dem Sinus des Drehwinkels proportional. Das

bedeutet, daß der zeitliche Verlauf der Spannung und der Stromstärke sinusförmig ist (Abb. 43/1).

Dreht man in einem homogenen Magnetfeld eine Leiterschleife mit konstanter Geschwindigkeit um eine senkrecht zu den Feldlinien liegende Achse, so wird im Leiter ein sinusförmiger Wechselstrom induziert.

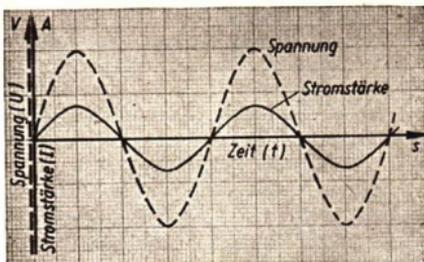


Abb. 43/1. Diagramm der Spannung und der Stromstärke eines sinusförmigen Wechselstromes. Die Schwellwerte der Spannung und der Stromstärke sind beliebig gewählt.

Die Abb. 43/2 zeigt das Oszillogramm eines sinusförmigen Wechselstromes. An den vorangegangenen Überlegungen ändert sich nichts, wenn man statt der einzelnen Windung eine Spule im Magnetfeld rotieren läßt.

Experimentell läßt sich die Erzeugung eines Wechselstromes mit Hilfe des dem RFT-Aufbaugerätesatzes für Elektrotechnik beigegebenen *Doppel-T-Ankers* zeigen. Man stellt aus zwei Spulen einen Elektromagneten zusammen, den man mit zwei Polschuhen versieht. Zwischen diesen wird der Doppel-T-Anker um eine waagerechte Achse drehbar gelagert. Die beiden Enden seiner

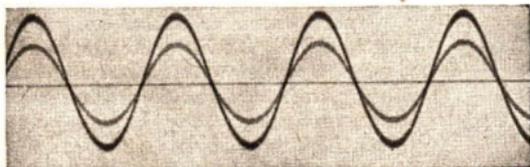


Abb. 43/2. Oszillogramm eines sinusförmigen Wechselstromes. Aufnahme der Stromkurve mit Hilfe eines Oszillographen

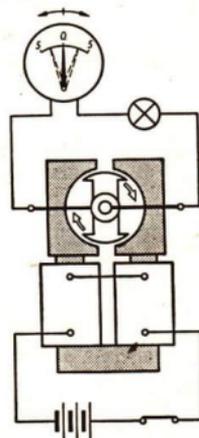


Abb. 43/3. Schema einer Versuchsanordnung zum Erzeugen von Wechselstrom mit Hilfe von RFT-Aufbautellen

Wicklung sind mit zwei Schleifringen verbunden, an die über zwei Schleifkontakte ein Drehspulamperemeter mit Nullpunktsmittellage und, mit ihm in Reihe liegend, eine kleine Glühlampe angeschlossen werden (Abb. 43/3). Der Elektromagnet wird durch eine niedrige Gleichspannung erregt.

Versetzt man den Anker mit Hilfe eines Riemetriebes in langsame Umdrehung, so wird in ihm eine Wechselspannung induziert. Man erkennt dies daran, daß der Zeiger des Meßgerätes symmetrisch um die Nulllage hin- und herschwankt. Dreht man den Anker schneller, wobei man den Magneten gleichzeitig etwas stärker erregt, so vermag der Zeiger den schnellen Stromwechseln nicht mehr zu folgen und verbleibt in der Nullstellung in Ruhe. Dagegen leuchtet die kleine Glühlampe auf. Sie läßt an dem schnellen Flackern deutlich die eintretenden Stromwechsel erkennen.

4. Der Kommutator. Die im 2. Abschnitt beschriebene Einrichtung ist zunächst nur für die Erzeugung eines Wechselstromes geeignet. *Faraday* selbst hat im Jahre 1835 eine ähnliche Vorrichtung geschaffen. Da man aber bis dahin nur Gleichstromquellen in Form galvanischer Elemente kannte und da die Vorteile, die der Wechselstrom in technischer Hinsicht bietet, noch nicht bekannt waren, blieb das ganze Trachten der Physiker und Techniker damals auf die Erzeugung von Gleichstrom gerichtet.

Die von uns beschriebene Vorrichtung läßt sich ohne große Schwierigkeiten zu einer solchen zum Erzeugen von Gleichstrom weiterentwickeln. Es muß nur dafür gesorgt werden, daß nach jeder halben Umdrehung der Anschluß des

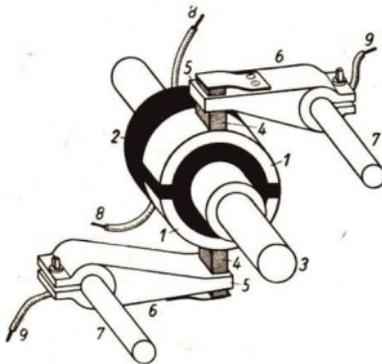


Abb. 44/1. Kommutator und Stromabnehmer einer Gleichstrommaschine. Die vordere isolierende Schutzscheibe des Kommutators ist zur Erhöhung der Übersicht fortgelassen.

1-1 Kommutatorsegmente, 2 Isolierwalze, 3 Achse, 4-4 Kohlebürsten, 5-5 Führungskästen, 6-6 Bürstenhalter, 7-7 Bürstenträger, 8-8 Anschlüsse der Ankerwicklung, 9-9 Zuleitung zu den Maschinenklemmen

Außenleiters gewechselt wird. Man erreicht dies, indem man die beiden *Schleifringe*, an die die Drahtschleife angeschlossen ist, durch einen **Kommutator** ersetzt, den wir schon von der Grundschule her kennen. Der Kommutator ist ein Schleifring, der in zwei gegeneinander isolierte Halbringe zerlegt ist. An die beiden Halbringe sind die Enden der Drahtwindung angelötet (Abb. 44/1).

Von außen her werden die Kommutatorhälften, die man auch *Kommutatorsegmente* nennt, von zwei Stromabnehmern berührt. Man bezeichnet diese in der Technik im allgemeinen als *Bürsten*. Sie bestehen aus zwei kleinen federnd gegen den Kommutator gedrückten *Kohleblöcken*, seltener aus reinem Metall. Die Kohlebürsten werden von *Führungskästen* umfaßt, die ihrerseits wieder von besonderen *Bürstenhaltern* getragen werden.

Die Bürsten sind so angeordnet, daß die Fugen zwischen den Kommutatorsegmenten in demselben Augenblick unter ihnen hinwegleiten, in dem die Windung senkrecht zu den Feldlinien steht. Durch diese Anordnung wird erreicht,

daß der Anschluß des Außenleiters an die Kommutatorsegmente gerade zu dem Zeitpunkt gewechselt wird, in dem der Strom in der Drahtschleife seine Richtung ändert.

Der Strom sinkt zwar dabei auf Null ab, fließt aber in der zweiten Hälfte des Umlaufs im Außenleiter wieder in der gleichen Richtung wie in der ersten Hälfte. So ergibt sich das durch Abb. 44/2 dargestellte Strom-

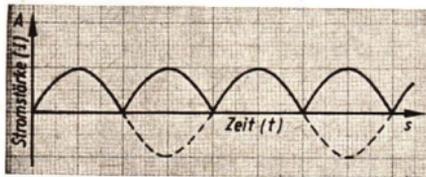


Abb. 44/2. Diagramm eines pulsierenden Gleichstromes

bild. Man nennt einen solchen Strom einen *pulsierenden Gleichstrom*. Auch hier kann man wieder die Einzelwindung durch eine rotierende Spule ersetzt denken,

Die experimentelle Bestätigung des vorangehend Mitgeteilten erfolgt durch eine geringfügige Änderung des im 3. Abschnitt angegebenen Versuchs. Man verschiebt die Schleifkontakte so, daß sie die beiden Halbringe des Kommutators berühren, mit denen der Trommelanker des RFT-Aufbaugerätes ebenfalls ausgestattet ist. Versetzt man den Anker unter gleichzeitiger Erregung des Feldmagneten in Umdrehung, so leuchtet die angeschlossene kleine Glühlampe. Das Amperemeter zeigt einen Gleichstrom an.

5. Das dynamoelektrische Prinzip. Nach der Angabe von *Faraday* wurde bereits 1835 die erste *Induktionsmaschine* gebaut, bei der ein Dauermagnet als Feldträger verwendet wurde. Da die Magnetfelder derartiger Maschinen sehr schwach waren, war auch die erzielte Leistung sehr gering. Eine wesentliche konstruktive Verbesserung für den Bau von Generatoren bedeutet der Ersatz des permanenten Magneten durch einen Elektromagneten. Die Bemühungen, solche Generatoren zu bauen, gehen bis in die Mitte des 19. Jahrhunderts zurück.

Da andere Stromquellen nicht zur Verfügung standen, war man zur Erregung des Feldmagneten zunächst auf galvanische Elemente angewiesen. Eine entscheidende Wendung trat ein, als *Werner von Siemens*¹ 1867 fand, daß der von der Maschine erzeugte Strom selbst zur Speisung des Feldmagneten benutzt werden kann. Er ging von der Tatsache aus, daß jeder Eisenkörper, sobald er erst einmal magnetisch geworden ist, auch nach dem Entmagnetisieren etwas Magnetismus behält. Man bezeichnet diesen verbleibenden Magnetismus als *Restmagnetismus* oder *remanenten Magnetismus*.

Siemens erkannte, daß der remanente Magnetismus zum Erzeugen eines zunächst sehr schwachen Stromes genügt. Dieser Strom umfließt den Feldmagneten der Maschine und verstärkt dadurch das Magnetfeld. Die Feldverstärkung führt ihrerseits wieder zu einer Erhöhung der induzierten Spannung und dadurch zu einem Stärkerwerden des Stromes. Der Feldmagnet muß dabei so geschaltet sein, daß ihn der durch den remanenten Magnetismus erzeugte Strom in derselben Richtung umfließt wie der Betriebsstrom. Ist dies der Fall, so verstärken sich der induzierte Strom und die Feldstärke gegenseitig, bis der Feldmagnet gesättigt ist. Der Höchstwert der induzierten Spannung ist damit erreicht.

Dieses gegenseitige Aufschaukeln der Stromstärke und der Feldstärke bezeichnet man als das **dynamoelektrische Prinzip**. *Werner von Siemens* schuf durch die Entdeckung dieser Zusammenhänge die Grundlage für den Bau der modernen elektrischen Generatoren. Maschinen, die nach diesem Prinzip arbeiten, nennt man *selbsterregende Maschinen* oder *Dynamomaschinen*. Es liegt auf der Hand, daß nach diesem Prinzip nur Gleichstromgeneratoren gebaut werden können. Mit der Zeit ist aber eine Begriffsverlagerung eingetreten. Man wendet heute die Bezeichnung *Dynamomaschinen* ganz allgemein auf alle Generatoren, auch auf Wechselstromgeneratoren, an. Wir werden für diese der Eindeutigkeit halber trotzdem das Wort *Generator* bevorzugen.

¹ *Werner von Siemens* (1816–1892), ursprünglich Artillerieoffizier, wendete sich sehr bald der damals gerade entstehenden Elektrotechnik zu. Er trug durch seine Erfindungen wesentlich zur raschen Entwicklung der modernen Elektrotechnik und des Telegraphenwesens bei.

6. Fragen und Aufgaben:

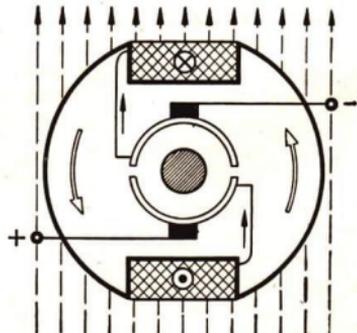
1. Aus welchem Grunde ist die Drehung einer Drahtschleife bzw. einer Spule in einem magnetischen Feld die geeignetste Art der mechanischen Spannungserzeugung?
2. Welche Vorteile bietet bei einer Induktionsmaschine der Ersatz einer Windung durch eine Spule? Was ändert sich dadurch in der Gleichung für $\Delta\Phi$?
3. Was versteht man ganz allgemein unter einem Wechselstrom, was insbesondere unter einem sinusförmigen Wechselstrom?
4. Inwiefern ist der durch das Diagramm Abb. 44/2 veranschaulichte Strom ein Gleichstrom?
5. Erläutern Sie das dynamoelektrische Prinzip!
6. Erklären Sie den ursprünglichen Sinn der Bezeichnung Dynamomaschine!
7. Kann man den Kurbelinduktor als eine Dynamomaschine bezeichnen?
8. Untersuchen Sie die Konstruktion eines Fahrraddynamos! Trifft für diesen die Bezeichnung Dynamo zu?

§ 9. Technische Gleichstromgeneratoren und -motoren

1. Die wichtigsten Ankertypen. Wir waren im § 8, 2 bei der Erläuterung der Grundlagen eines Generators der Einfachheit halber von der Drehung einer einzelnen Drahtwindung in einem Magnetfeld ausgegangen. In Wirklichkeit ist bei allen Generatoren, auch bei den einfachsten, die Drahtwindung durch eine drehbare Spule ersetzt. Der Innenraum der Spule ist durch einen Eisenkörper ausgefüllt. Man nennt den drehbaren Teil der Maschine den *Anker*.



a) Ansicht



b) schematisches Schnittbild

Abb. 46/1. Doppel-T-Anker

Die älteste technisch verwendete Ankerform ist der im Jahre 1857 von *Werner von Siemens* erfundene, von uns schon mehrfach erwähnte *Doppel-T-Anker* (Abb. 46/1). Er besteht aus einer zylindrischen Eisenwalze, in deren Mantelfläche zwei einander gegenüberliegende Längsnuten eingefräst sind, und ist mit einer

Drahtspule umwickelt. Unmittelbar neben dem Anker liegt auf der gleichen Achse der Kommutator. Der Eisenkörper gibt der um ihn gewickelten Spule den erforderlichen Halt, vergrößert bei der Umdrehung die Trägheit der Spule und macht sie unempfindlich gegen mechanische Einflüsse. Vor allem aber wird der die Spule durchsetzende Kraftfluß durch den Eisenkörper des Ankers erheblich verstärkt, die Induktionswirkung nimmt dadurch beträchtlich zu (Abb. 47/1).

Heute wird der Doppel-T-Anker an Maschinen kaum noch verwendet, höchstens bei sehr kleinen Maschinen, etwa bei den Motoren der Modelleisenbahnen und dgl. An Stelle des Doppel-T-Ankers ist sowohl bei Gleichstromgeneratoren wie bei Gleichstrommotoren längst der **Trommelanker** getreten, der von dem deutschen Ingenieur *Friedrich von Hefner-Alteneck*¹ 1872 erfunden wurde.

Der Trommelanker besitzt nicht wie der Doppel-T-Anker nur eine, sondern mehrere Wicklungen. Meist liegen sie, paarweise zusammengehörig, in zwei einander gegenüberliegenden Längsnuten einer stählernen Walze. Wir beschränken uns hier auf den 4teiligen bzw. 6teiligen Trommelanker; doch hat man auch Trommelanker gebaut, die mit 24, ja mit 36 Wicklungen versehen sind.

Der zweiteilige Kommutator ist erklärlicherweise für solche Maschinen nicht mehr verwendbar. Der Zahl der Wicklungen entspricht die Zahl der Segmente. Eine solche mit vielen Segmentpaaren ausgestattete Stromabnehmerwalze heißt **Kollektor**.

Die Wicklungen sind so geschaltet, daß immer je zwei Wicklungen an ein gemeinsames Segmentpaar angeschlossen sind. Abb. 47/2 gibt

Abb. 47/2. Querschnitt durch einen 4teiligen Trommelanker (schematisch). Jede Wicklung ist nur durch eine einzige Windung dargestellt. Die Stromrichtungen in den von vorn nach hinten und den von hinten nach vorn verlaufenden Windungsteilen sind in der bekannten Weise durch ein Kreuz bzw. durch einen Punkt gekennzeichnet.

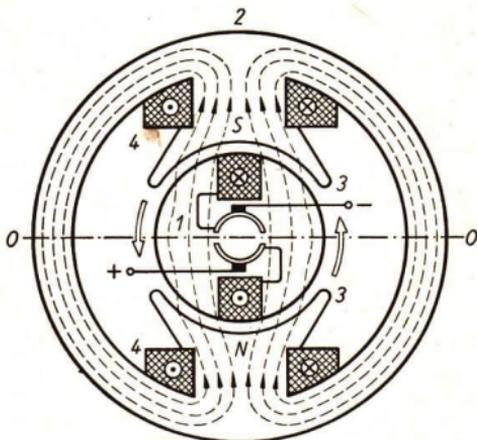
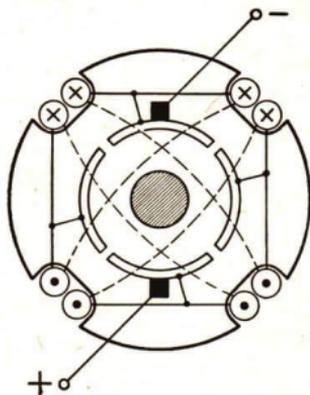


Abb. 47/1

Doppel-T-Anker im Feld des Feldmagneten, (schematisch)
0-0 Neutrale Zone, 1 Anker, 2 Magnetgestell, 3-3 Magnetpole, 4-4 Erregerwicklungen



¹ Friedrich von Hefner-Alteneck (1845–1904), ein erfolgreicher deutscher Ingenieur, Schöpfer zahlreicher Verbesserungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik. Nach ihm ist auch die von ihm eingeführte, früher gebräuchliche Einheit der Lichtstärke, die Hefnerkerze, benannt.

schematisch den Querschnitt durch einen 4teiligen Trommelanker, Abb. 48/1 einen 6teiligen Trommelanker wieder. Der Kollektor liegt auf der dem Beschauer zugewendeten Seite. Die gestrichelt gezeichneten Leiterteile befinden sich auf der hinteren Stirnfläche des Ankers.

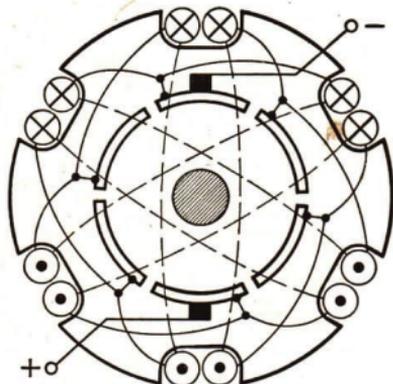


Abb. 48/1. Querschnitt durch einen 6teiligen Trommelanker (schematisch)

Durch die in Abb. 47/2 wieder-gegebene Schaltung wird erreicht, daß

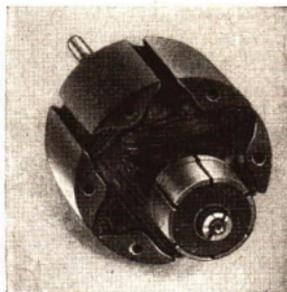


Abb. 48/2. Modell eines Trommelankers der Aufbaureihe des volkseigenen RFT-Funkwerkes Zittau

alle Windungen der Gesamtwicklung an der Stromerzeugung beteiligt sind. Sämtliche induzierten Ströme überlagern sich; sie fließen demselben Segmentpaar zu und werden diesem durch die Bürsten entnommen. Die Abb. 48/2 zeigt das Modell eines 6teiligen Trommelankers aus der RFT-Aufbaureihe elektro-physikalischer Geräte.

Dadurch, daß der Anker mit mehreren Wicklungen ausgerüstet ist, wird die Stromform verbessert. Abb. 44/2 zeigt einen mit Hilfe eines Doppel-T-Ankers

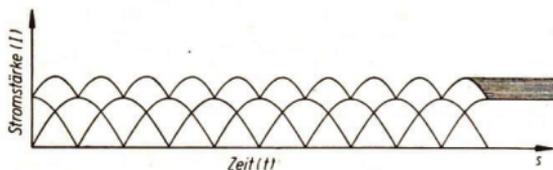


Abb. 48/3. Diagramm eines in einem 4teiligen Anker erzeugten Gleichstromes. Der Schwingungsbereich des Gesamtstromes ist auf der rechten Seite des Bildes durch einen Streifen gekennzeichnet.

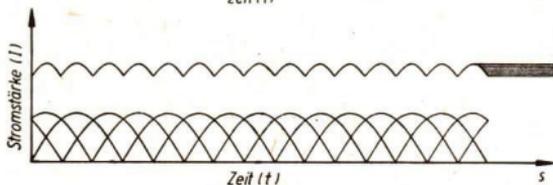


Abb. 48/4. Diagramm eines in einem 6teiligen Anker erzeugten Gleichstromes. Der Schwingungsbereich ist wesentlich schmaler als beim 4teiligen Anker.

erzeugten stark pulsierenden Gleichstrom. Wesentlich ruhiger fließt schon ein Strom, den eine Maschine mit 4teiligem Anker liefert (Abb. 48/3). Noch besser wird der Strom bei einer noch weitergehenden Unterteilung des Ankers *geglättet* (Abb. 48/4).

Unter dem Einfluß der starken Magnetfelder des Feldmagneten entstehen in den umlaufenden Eisenteilen des Ankers leicht Wirbelströme, die zu einer Erwärmung der Maschine und damit zu Energieverlusten führen. Man unterdrückt die Wirbelströme dadurch, daß man den Anker aus dünnen Eisenblechen zusammenfügt, die gegeneinander isoliert sind (vgl. § 6, 3). Man nennt solche Anker *Paketanker* (Abb. 49/1).



Abb. 49/1. Montage eines großen Trommelankers

2. Gleichstromgeneratoren und -motoren. Bisher haben wir nur von elektrischen Maschinen im Sinne von Generatoren gesprochen. Eine einfache Überlegung lehrt uns aber, daß in der grundsätzlichen Anordnung

zwischen Generatoren und Motoren kein Unterschied besteht, wobei wir uns zunächst auf Gleichstrommaschinen beschränken. Beim Generator wie beim Motor unterscheidet man den feststehenden **Feldmagneten** und den drehbaren **Anker**, zu dem stets ein Kollektor gehört.

Bei beiden Maschinenarten sind zwei Stromkreise durch ein magnetisches Feld miteinander verknüpft. Beim Generator wird einer der beiden Stromkreise vom Erregerstrom, der andere vom induzierten Strom durchflossen. Der Maschine wird von außen mechanische Energie zugeführt. Es wird in ihr mechanische Arbeit in elektrische Energie umgewandelt. Beim Elektromotor wird durch beide Kreise von außen her ein elektrischer Strom geleitet. Der Anker wird ebenfalls zu einem Magneten. Es treten im Motor zwischen dem Anker und dem Feldmagneten Kräfte auf, die den Anker in Umdrehung versetzen; es wird dabei elektrische Energie in mechanische Energie umgesetzt.

Wir können diese durch rein gedankliche Überlegung erkannten Zusammenhänge durch einen Versuch bestätigen und benutzen dazu wieder das schon in § 8, 3 und 8, 4 erwähnte, aus RFT-Aufbauteilen zusammengestellte Maschinenmodell. Den Doppel-T-Anker ersetzen wir durch den Trommelanker. Das Modell läuft als Motor, wenn man eine Gleichspannung von 6 V an die Klemmen legt. Wir trennen nunmehr die Spannungsquelle vom Modell und verbinden die Klemmen mit einem 4-V-Lämpchen. Versetzt man jetzt den Anker mit Hilfe eines doppelten Riemmentriebes in schnelle Umdrehung, und zwar entgegengesetzt zu der beim Motor beobachteten Drehrichtung, so leuchtet die Lampe (Abb. 50/1). Dies ist ein Beweis dafür, daß jetzt durch die Maschine eine Spannung erzeugt wird. Das Modell wirkt in diesem Fall als Generator.

Schaltet man bei beiden Versuchsanordnungen in die Außenleitung ein Galvanometer ein, so erkennt man, daß die in der Außenleitung fließenden Ströme die gleiche Richtung haben, wenn die Anker sich in entgegengesetzten Richtungen drehen.

Eine Anwendung der UVW-Regeln für Induktion und für Leiterbewegung auf die Abb. 41/1 als einfachstes Modellbild eines Generators wie eines Motors bestätigt diese Erfahrung. Abb. 50/2 gibt die Zusammenhänge noch einmal stark schematisiert wieder. Gleichzeitig

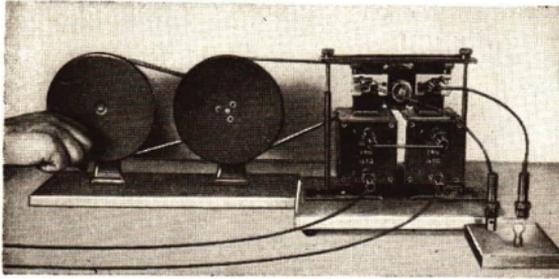


Abb. 50/1. Modell eines aus Aufbautteilen zusammengesetzten Gleichstromgenerators

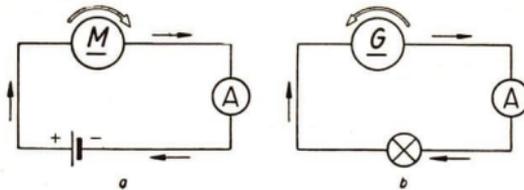


Abb. 50/2. Schematische Gegenüberstellung eines Gleichstrommotors (a) und eines Gleichstromgenerators (b). Beide Maschinen werden vom Strom in der gleichen Richtung durchflossen. Die Anker drehen sich in entgegengesetzter Richtung.

vermittelt sie uns die Schaltkurzzeichen der Motoren und Generatoren (siehe dazu auch Abb. 50/3).

Mögen sich auch Generatoren und Motoren ihrer verschiedenen Zweckbestimmung entsprechend in vielen technischen Einzelheiten unterscheiden, so kann man doch zusammenfassend sagen:

Gleichstromgeneratoren und -motoren stimmen in ihrem grundsätzlichen Bauplan überein. In den Generatoren wird mechanische Energie in elektrische Energie, in den Motoren elektrische Energie in mechanische umgesetzt. Bei gleicher Bauart und bei entgegengesetztem Ankerumlauf fließen durch beide Maschinenarten gleichgerichtete Ströme.

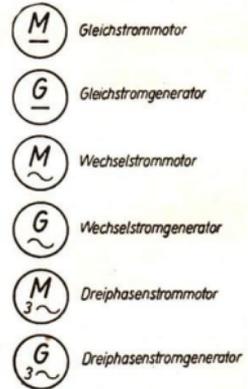


Abb. 50/3. Schaltkurzzeichen von Motoren und Generatoren

Als Beispiel für die Unterschiede in der konstruktiven Ausführung bei Motoren und Generatoren zeigt Abb. 51/1 Trommelanker von Gleichstrommotoren, Abb. 51/2 den Anker eines Gleichstromgenerators. Während der Motoranker die typische Trommelankerform aufweist, gleicht der Generatoranker mehr einem großen Rade. Der Radkranz ist mit Wicklungen besetzt, die in Nuten eingelassen sind. Die Wicklungen sind aus einzelnen *Wicklungsstäben* zusammengesetzt und heißen deshalb *Stabwicklungen*. Unter einem Wicklungsstab versteht man einen aus mehreren stabförmigen Leitern zusammengesetzten Leiterteil, der nach außen durch Isoliermittel isoliert ist und gerade in eine Quernut des Ständers hineinpaßt (Abb. 51/3). Im Gegensatz zu Abb. 47/2

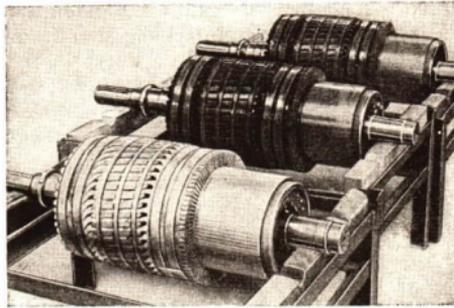


Abb. 51/1. Trommelanker von Gleichstrommotoren. Rechts ist der Kommutator sichtbar.

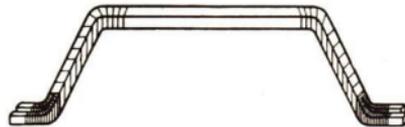
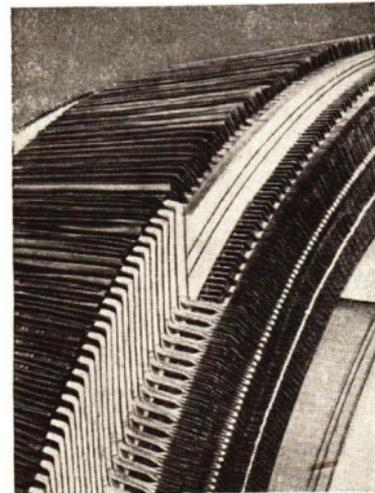


Abb. 51/3. Einzelner Wicklungsstab

Abb. 51/2. Anker eines Gleichstromgenerators. Als Wicklungen sind Stabwicklungen verwendet. Sie liegen zu je zwei übereinander in einer Nut. Der Anker befindet sich noch in der Montage. Es ist erst ein Teil der Wicklungsstäbe eingesetzt.

3. Mehrpolige Maschinen – Wendepole. Bei allen bisher betrachteten Maschinen hatte der Feldmagnet zwei Pole. Durch Vermehrung der Polpaare kann man die Leistung der Maschine wesentlich steigern. Die Pole sind im Innern des Gehäuses, das gleichzeitig als Magnetgestell dient, zentralsymmetrisch angeordnet. Da der magnetische Kraftfluß des Feldmagneten durch die Vermehrung der Polpaare in mehrere magnetische Kreise zerlegt wird, muß der Zahl der Polpaare

entsprechend auch die Zahl der Bürstenpaare vermehrt werden. Abb. 52/1 zeigt in schematischer Vereinfachung den Schnitt durch eine 4polige Maschine. Abb. 52/2 gibt einen 4poligen Motor wieder, der in seine Einzelteile zerlegt ist.

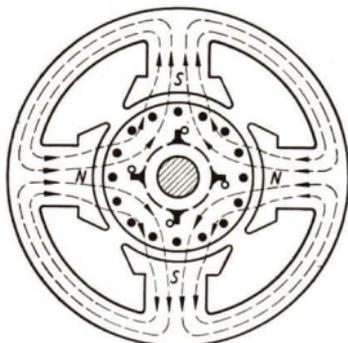


Abb. 52/1. Stark schematisierter Schnitt durch eine 4polige Maschine. Den zwei Polpaaren entsprechen zwei Bürstenpaare. Der Anker ist mit acht Paaren von Wicklungsstäben ausgelegt und dementsprechend mit einem Steiligen Kollektor ausgestattet.

Große Maschinen haben sogar 10 bis 20 Polpaare (Abb. 53/1). Die Zahl der Pole ist immer eine gerade Zahl.

Zu beachten ist, daß auch der Anker zu einem Magneten wird, sobald ihn der Strom durchfließt. Das *Hauptfeld* und das *Ankerfeld* überlagern sich und wirken aufeinander ein. Dies ist bei den bisher abgebildeten Zeichnungen zur Erleichterung des Verständnisses noch nicht berücksichtigt worden, soll aber jetzt ergänzend nachgeholt werden. Wir gehen von einem 2poligen Motor aus und beziehen uns auf Abb. 47/1. Sie enthält nur den Kraftfluß des Feldmagneten. Er wird in Abb. 53/2 noch einmal vereinfacht wiedergegeben.

In Abb. 53/2a ist nur das Feld des Feldmagneten, in Abb. 53/2b nur das Feld des Ankers dargestellt. Es wird in der Technik als *Ankerquerfeld* bezeichnet. Beide Felder überlagern sich zu einem resultierenden Feld (Abb. 53/2c). Das Feld des Feldmagneten

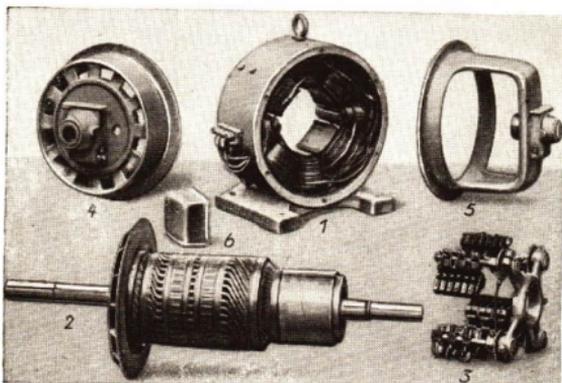


Abb. 52/2. Ein in seine Einzelteile zerlegter 4poliger Gleichstrommotor

1 Magnetgestell, 2 Trommelanker (in der Mitte Trommel mit Wicklungen, rechts Kollektor, links Flügelrad zur Entlüftung), 3 Bürstengestell mit vier Bürstengruppen, 4 hinteres Lagerschild mit Öffnungen für die Kühlluft, 5 vorderes Lagerschild mit Bügel zur Aufnahme des Bürstengestells, 6 Abdeckhaube der seitlich am Gehäuse (1) befindlichen Anschlußklemmen

wird dadurch deformiert. Man bezeichnet diese Erscheinung als *Ankerrückwirkung*. Durch diese wird die neutrale Zone gegenüber ihrer ursprünglichen Lage verstellt. Es kommt an den Bürsten zu einer Funkenbildung, wodurch die Bürsten und die Kommutatorsegmente gefährdet werden. Man begegnet diesem Mißstande dadurch, daß man in den Lücken zwischen den Magnetpolen zwei schmale *Hilfspole* anbringt (Abb. 53/2d). Durch diese Hilfspole wird die Ankerrückwirkung, wie im Bild angedeutet, ausgeglichen.

Auf diese Weise wird die neutrale Zone zurückgedreht oder, wie man sagt, gewendet. Die Hilfspole heißen deshalb in der Technik *Wendepole*. Sie sind mit den Polen des Feldmagneten in Reihe geschaltet und werden bei Generatoren wie bei Motoren verwendet. Ist die Maschine mehrpolig, so muß sie genauso viele Wendepole

wie Magnetpole enthalten. Abb. 52/2 (Teil I) läßt deutlich die zwischen den vier Feldpolen vorhandenen vier Wendepole erkennen.

4. Schaltarten für Gleichstromgeneratoren und -motoren. Bei Gleichstromgeneratoren wie bei Gleichstrommotoren kann man die Wicklungen des Ankers und des Feldmagneten hintereinander und parallel zueinander schalten. Man unterscheidet die *Reihenschlußmaschinen*, auch *Hauptschlußmaschinen* genannt, von den *Nebenschlußmaschinen*. Bei Generatoren

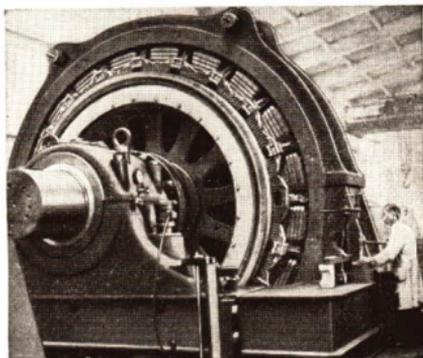


Abb. 53/1 Großer Gleichstrommotor auf dem Prüfstand

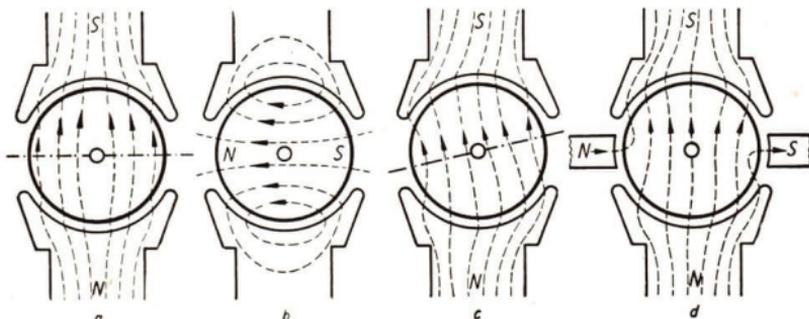
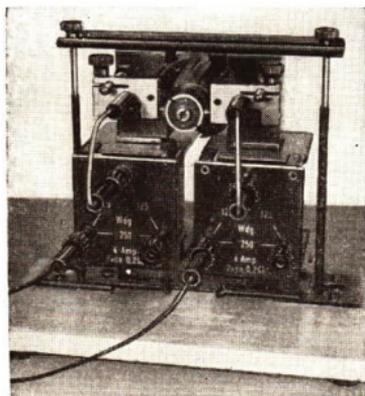


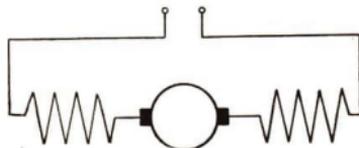
Abb. 53/2. Ankerückwirkung (schematisch dargestellt)
a) Feld des Feldmagneten allein, b) Ankerquerfeld allein, c) Überlagerung von a) und b), d) Wirkung der Wendepole



a) Modellbild

wird die Reihenschlußerregung nur selten verwendet. Wir werden uns hier auf die Motoren beschränken.

Abb. 53/3 zeigt ein aus RFT-Aufbauten zusammengesetztes Modell eines Reihenschlußmotors. Da die Stromaufnahme des Ankers bei zunehmender



b) Schaltbild des Motormodells

Abb. 53.3. Reihenschlußmotor

Belastung der Maschine steigt und der gleiche Strom auch durch die Wicklungen des Feldmagneten fließt, hat der Reihenschlußmotor die Eigenschaft, daß sich seine Drehzahl mit der Belastung ändert. Ist er stark belastet, so läuft er mit geringer Drehzahl. Diese nimmt umgekehrt zu, wenn die Belastung sinkt. Reihenschlußmotoren werden vorzugsweise bei stark schwankenden Belastungen verwendet, insbesondere dort, wo sie unter starker Belastung anfahren müssen. Sie haben ein verhältnismäßig großes Anzugsmoment. So sind zum Beispiel die elektrischen Straßenbahnen, die meist mit Gleichstrom betrieben werden, durchweg mit Reihenschlußmotoren ausgerüstet. Auch Kräne haben vorwiegend Reihenschlußmotoren als Antriebsmaschinen. Als Beispiel für einen Reihenschluß-Gleichstrommotor wird hier der Anlaßmotor eines Kraftwagens wiedergegeben (Abb. 54/1).

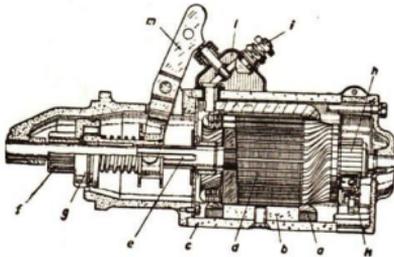
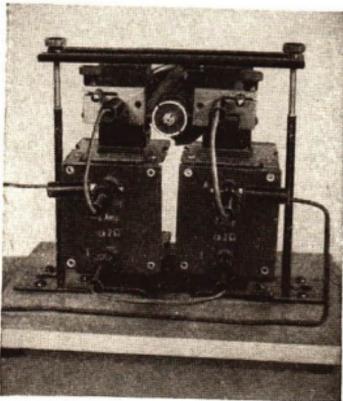


Abb. 54/1. Längsschnitt durch den Anlaßmotor eines Kraftwagens (schematisch)

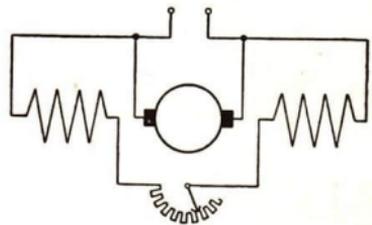
- | | |
|--------------------|-------------------|
| a) Erregerwicklung | g) Freilauf |
| b) Polschuh | h) Kommutator |
| c) Polgehäuse | i) Anschlußklemme |
| d) Anker | k) Bürste |
| e) Ankerwelle | l) Anlaßschalter |
| f) Ritzel | m) Einspurhebel |

Nachteilig wirkt sich beim Reihenschlußmotor aus, daß bei schwacher Belastung die Drehzahl immer mehr zunimmt. Es besteht dann die Möglichkeit, daß der Motor bei zu geringer Belastung durchgeht, wie man in der Technik sagt. Aus diesem Grunde dürfen Reihenschlußmotoren niemals leer laufen, sondern müssen stets unter Belastung gefahren werden.

Anders ist es bei den Nebenschlußmotoren. Bei ihnen liegt die Erregerwicklung parallel zum Anker (Abb. 54/2). Sie steht immer unter der gleichen Spannung und wird somit immer von einem Strom gleicher Stärke durchflossen. Nebenschlußmotoren laufen aus diesem Grund mit fast konstanter Drehzahl. Man kann diese dadurch beeinflussen, daß man in den Erregerkreis noch einen Regelwiderstand einschaltet, durch den man das Feld verstärken oder schwächen kann.



a) Modellbild



b) Schaltbild des Motormodells

Abb. 54/2. Nebenschlußmotor



Abb. 55/1. Elektrisches Hebezeug. Der Motor ist im Gehäuse der Laufkatze untergebracht.

Nebenschlußmotoren verwendet man überall dort, wo es auf das Innehalten einer möglichst konstanten Drehzahl ankommt und wo eine Regelung der Drehzahl erforderlich ist. Diese Umstände treffen für die überwiegende Anzahl der Fälle zu, in denen in der Technik Gleichstrommotoren eingesetzt werden. Als Beispiele zeigen Abb. 55/1 ein elektrisches Hebezeug, Abb. 55/2 eine von einem Elektromotor getriebene Drehbank.

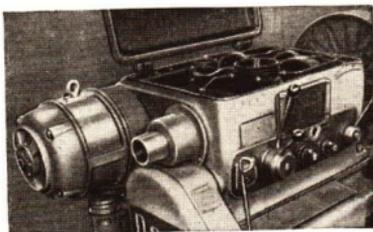


Abb. 55/2. Elektrisch getriebene Drehbank

Eine dritte Schaltart für Motoren ist die *Verbund-* oder *Doppelschlußschaltung* (Abb. 55/3). Bei ihr ist ein Teil der Erregerwicklung zum Anker parallel geschaltet, der andere Teil ist mit dem Anker in Reihe geschaltet. In dem Erregerkreis liegt wieder ein Regelwiderstand zur Regelung der Drehzahl. Ein in Doppelschaltung

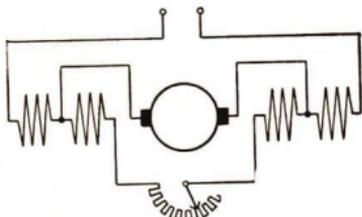


Abb. 55/3
Schaltbild eines Doppelschlußmotors

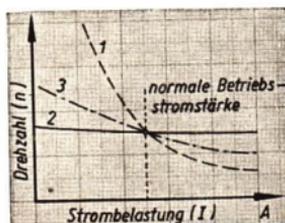


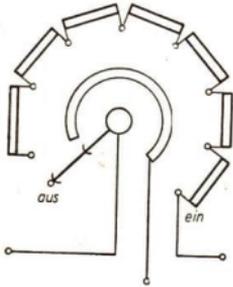
Abb. 55/4. Drehzahl-Belastungs-Diagramm für die einzelnen Motorschaltarten
1 Reihenschlußmotor, 2 Nebenschlußmotor,
3 Doppelschlußmotor

gebauter Motor steht in seinem Verhalten zwischen dem Reihenschlußmotor und dem Nebenschlußmotor. Er vereinigt in weitgehendem Maße die Eigenschaften beider Schaltarten. Siehe dazu das Diagramm Abb. 55/4!

5. Anlassen, Umschalten und Bremsen eines Gleichstrommotors. Wir wissen, daß zwischen einem Generator und einem Motor kein grundsätzlicher konstruktiver Unterschied besteht. In jedem Motor wird somit während des Betriebes eine elektrische Spannung induziert, die zur Netzspannung entgegengesetzt gerichtet ist. Es ist am laufenden Motor nur die Spannungsdifferenz zwischen der

Netzspannung und der Gegenspannung wirksam. Der durch den laufenden Motor fließende Strom ist somit wie durch einen Widerstand geschwächt.

Legt man an einen stillstehenden Motor plötzlich die volle Netzspannung, so ist die Gegenspannung zunächst nicht vorhanden. Der Einschaltstrom ist infolgedessen weit stärker als der Betriebsstrom nach Erreichen der vollen Drehzahl.



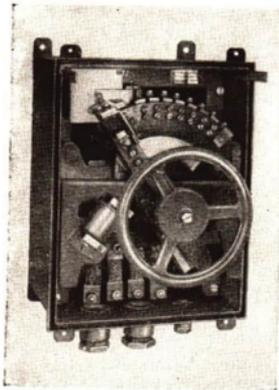
Da die Motorwicklungen nur für den Betriebsstrom dimensioniert sind, könnte der Motor im Augenblick des Einschaltens durch Überstrom gefährdet sein. Zur Verhinderung dieses Mißstandes legt man in den Stromkreis einen Widerstand, der mit zunehmender Drehzahl durch Drehen eines Griffes schrittweise ausgeschaltet wird (Abb. 56/1). In demselben Maße, wie die Drehzahl zunimmt, steigt die Gegenspannung des

Abb. 56/1. Schaltbild eines als Anlasser benutzten Drehwiderstandes. An die kreisförmige Gleitschiene wird bei Nebenschlußmotoren die parallel zum Anker liegende Feldwicklung angeschlossen. Bei Reihen-schlußmotoren bleibt sie unbenutzt.

Motors. Man bezeichnet diese allmähliche Steigerung der Drehzahl als das *Anlassen des Motors* und den dazu benutzten Drehwiderstand als den *Anlasser*.

Abb. 56/2a zeigt die technische Ausführung eines Anlassers, Abb. 56/2b sein Schaltzeichen. Der Anlasser darf nicht als Dauerwiderstand im Stromkreis verbleiben; er muß nach Beendigung des

Anlassens ausgeschaltet sein. In elektrische Straßenbahnen ist meist ein *Walzenanlasser* eingebaut, der durch Abb. 57/1 schematisch wiedergegeben wird. Durch das Drehen der *Schaltwalze* wird der Strom zunächst eingeschaltet. Dann werden beim Weiterdrehen die einzelnen Teile des Anlasserwiderstandes überbrückt und dadurch ausgeschaltet. Auf diese Weise wird der Widerstand des Stromkreises vermindert und dem Absinken der Stärke des Fahrstromes angeglich.



a) technische Ausführung



b) Schaltzeichen. Die zunehmende Strichbreite des äußeren Kreisbogens deutet das Stärkerwerden des Stromes an.

Abb. 56/2. Anlasser für einen Gleichstrommotor

Will man den Drehsinne eines Motors ändern, so braucht man nur die Stromanschlüsse an den Ankerklemmen zu vertauschen. Nach der UVW-Regel für Leiterbewegung ändert dann der Anker seine Drehrichtung. Kehrt man auch die Stromrichtung in der Feldwicklung um, so wird die durch die erste Anschluß-

änderung bewirkte Stromumkehr wieder aufgehoben. Abb. 57/2 veranschaulicht die Umkehr der Drehrichtung am Schaltbild eines Nebenschlußmotors. Die Anschlüsse am *Klembrett* des Motors bei *Rechtslauf* und bei *Linkslauf* sind daneben gezeichnet.

Es kann der Fall eintreten, daß man einen laufenden Motor schnell zum Stillstand bringen muß, eine Möglichkeit, mit der man insbesondere im Straßenbahnbetrieb und bei der Verwendung elektrisch betriebener Kräne rechnen muß. Das Bremsen eines Motors läßt sich dadurch elektrisch bewerkstelligen, daß man vom Motorbetrieb zum Generatorbetrieb übergeht. Bei der elektrischen Straßenbahn wird durch Weiterdrehen der Schaltwalze der Anker vom Netz abgetrennt und über einen Widerstand mit einem Teil der Feldwicklung zu einem Stromkreis geschlossen. Der übrige Teil der Feldwicklung verbleibt unter der Netzspannung und wird durch dieselbe Schaltbewegung unmittelbar mit dem Fahrdrabt und der Rückleitung verbunden. Nach dem Umschalten läuft somit der Anker als Generator weiter; er erzeugt einen starken Strom, der dem Fahrstrom entgegengesetzt gerichtet ist. Es wird mithin durch diesen Strom die gegenteilige mechanische Wirkung hervorgerufen wie durch den Fahrstrom. Der Wagen wird gebremst.

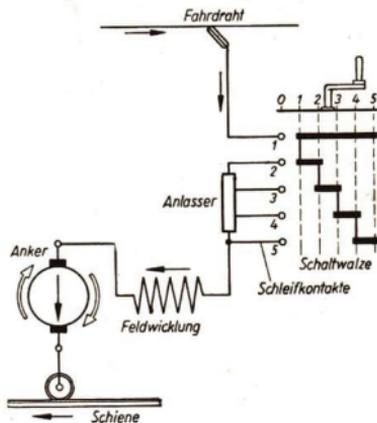
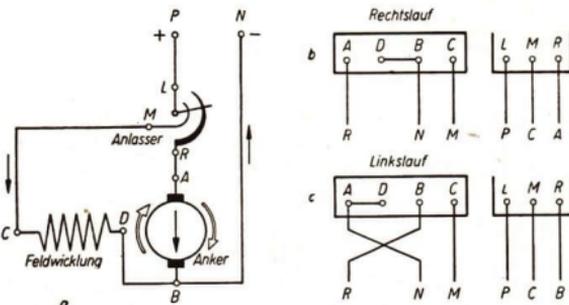


Abb. 57/1. Stark vereinfachte Darstellung des Walzenanlassers einer elektrischen Straßenbahn (schematisch). Der Motor ist, stark schematisiert, nur durch das Schaltbild des Ankers und einer Feldspule wiedergegeben. Die die Kontaktstreifen tragende Schaltwalze ist der Einfachheit halber ebenförmig dargestellt.

Abb. 57/2. Rechtslauf und Linkslauf eines Nebenschlußmotors

- Schaltbild des auf Rechtslauf geschalteten Motors,
- Anschlüsse am Klembrett beim Rechtslauf,
- Anschlüsse am Klembrett beim Linkslauf

Neben b) und c) die dazugehörigen Anschlüsse am Anlasser. Die Windungen der Wendepole sind der Einfachheit halber fortgelassen. Die im Bild enthaltenen Buchstabenbezeichnungen sind genormt.



Ein anderes elektrisches Bremsverfahren ist das *Gegenstromverfahren*. Man kehrt unter Vorschalten eines Widerstandes den Strom im Anker um, so daß auf den Anker ein Drehmoment im entgegengesetzten Sinne wirkt.

6. Fragen und Aufgaben:

1. Welcher Zusammenhang besteht bei Gleichstrommaschinen zwischen der Anzahl der Pole des Feldmagneten und der Anzahl der Bürsten?
2. Fertigen Sie eine schematische Schnittzeichnung einer sechspoligen Maschine an!
3. Welche Bedeutung hat der Eisenkern des Ankers einer elektrischen Maschine für deren Betrieb?
4. Verfolgen Sie in Abb. 47/2 den Stromfluß und erläutern Sie ihn! Drehen Sie die Ankerlage in Abb. 47/2 um 90° und prüfen Sie den Stromfluß von neuem nach!
5. Fertigen Sie in ähnlicher Weise wie Abb. 47/2 eine schematische Schnittzeichnung durch einen achtteiligen Anker an! Die Querleitungen auf der Vorderseite, die gleichzeitig die Verbindung zum Kollektor bilden, überbrücken dabei immer je eine benachbarte Nute.
6. Erläutern Sie die Vorteile und Nachteile eines Reihenschlußmotors und eines Nebenschlußmotors und geben Sie Anwendungsbeispiele für beide Motorarten an!
7. Ändern Sie in Abb. 57/2 die Linienführung der Verbindungen zwischen den Maschinenteilen so, daß die Abbildung eine linksdrehende Maschine wiedergibt!
8. Zeichnen Sie stark vereinfachte Schaltbilder
 - a) eines Reihenschlußmotors,
 - b) eines Nebenschlußmotors,
 - c) eines Doppelschlußmotors
 für Rechts- und Linkslauf nach Art der Abb. 57/2!
 Die Wicklungen der Wendepole sind nicht mit aufzunehmen.
9. Auf welche Weise kann man einen laufenden Motor schnell bremsen?
10. Erläutern Sie die Bremswirkung beim Übergang eines Motors zum Generatorbetrieb!

§ 10. Wechselstromgeneratoren und -motoren

1. Allgemeines über technische Wechselstromgeneratoren. Wir haben im § 8, 2 erkannt, daß das Erzeugen des Wechselstromes die Vorstufe jeder maschinell erfolgenden Stromerzeugung ist. Trotzdem ist die Konstruktion von Gleichstromgeneratoren zuerst betrieben worden, da man die technischen Vorzüge des Wechselstromes erst verhältnismäßig spät erkannte.

Wechselstromgeneratoren bestehen wie Gleichstromgeneratoren aus einem Feldmagneten mit einer geraden Anzahl von Polen und einem Leitersystem, in dem der Strom induziert wird. Man kann bei einer Wechselstrommaschine genauso wie bei einer Gleichstrommaschine das Leitersystem als Anker rotieren lassen, wobei es von den außen liegenden feststehenden Magnetpolen umfaßt wird. Solche Maschinen heißen *Außenpolmaschinen* (Abb. 59/1a). Es ist aber, wie wir sehen werden, betriebstechnisch günstiger, den Wechselstrom in dem feststehen-

den Maschinenteil zu erzeugen. Man setzt nämlich die Schleifkontakte wegen der Funkenbildung nicht gern hohen Spannungen aus. Aus diesem Grunde werden Wechselstrommaschinen heute in der Regel nur als *Innenpolmaschinen* gebaut (Abb. 59/1b). Bei ihnen ist das Leitersystem in dem außen liegenden Teil der Maschine, dem *Ständer*, untergebracht. Der mehrpolige Feldmagnet dagegen läuft um. Er wird in der Technik das *Polrad* oder der *Läufer* der Maschine genannt.

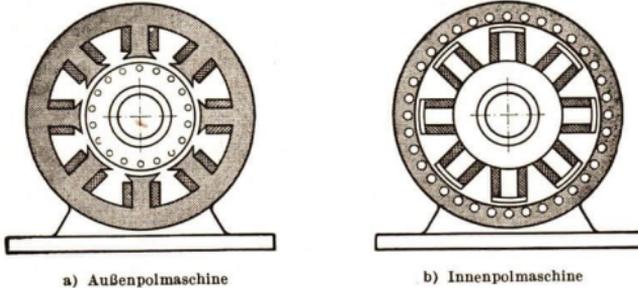


Abb. 59/1. Schnitt durch eine Wechselstrommaschine (schematisch)

Auch die in § 8,3 erwähnte Versuchsanordnung ist als das Modell eines Wechselstromgenerators anzusehen. Ihrer Bauart nach ist es eine Außenpolmaschine, da der Wechselstrom aus dem Anker entnommen wird, der sich zwischen den feststehenden Magnetpolen dreht.

2. Die Schaltung der Innenpolmaschinen. Abb. 59/2 gibt den Schnitt durch einen als Innenpolmaschine gebauten zwölfpoligen Wechselstromgenerator schematisch wieder. Die am Ständer liegenden Wicklungen sind hintereinander-

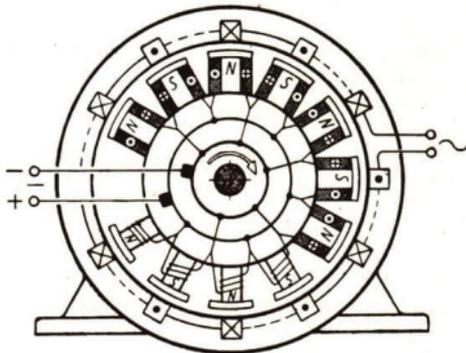


Abb. 59/2. Schnitt durch einen zwölfpoligen Wechselstromgenerator (stark schematisiert). Sämtliche Ständerwicklungen sind durch einen einzigen, aus Wicklungsstäben zusammengesetzten Wicklungsstrang dargestellt. Dasselbe gilt für die Abb. 60/1, 66/1, 66/2, 66/3, 67/1.

der geschaltet, so daß sich die Spannungen addieren. Jedesmal, wenn ein Magnetpol an einer Wicklung vorbeigeleitet, wird in dieser eine Spannung erzeugt. Rückt der Pol um die Breite einer Wicklungsgruppe weiter, so wechselt der induzierte Strom seine Richtung. Einzelheiten über die Wicklungsführung sind aus

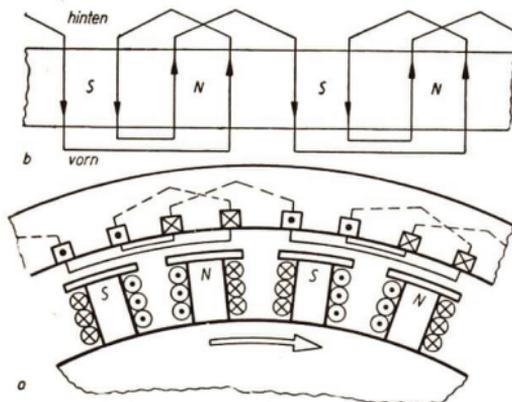


Abb. 60/1 zu ersehen. Der Stromkreis der Ständerwicklungen ist an einer Stelle unterbrochen und mit zwei Klemmen verbunden, an denen der Wechselstrom abgenommen wird.

Abb. 60/1. Wicklungsführung an einem 24-poligen Wechselstromgenerator (Ausschnitt — stark schematisiert)

a) Seitenansicht, b) Blick auf die einzelnen Windungen von oben

Die Polwicklungen des Läufers sind sämtlich an zwei Schleifringe angeschlossen, über die den Wicklungen Gleichstrom zugeführt wird. Die Magnetpole werden vom Strom abwechselnd in entgegengesetztem Sinn umflossen, so daß am Polrad Nord- und Südpole einander abwechseln. Der für die Speisung der Polwindungen erforderliche Gleichstrom wird in einem kleinen Gleichstromgenerator erzeugt, der als *Erregermaschine* mit dem Wechselstromgenerator auf derselben Welle

gekuppelt ist. Man spricht bei einem so geschalteten Wechselstromgenerator von der *Eigenerrregung* der großen Maschine und hat sie von der *Selbsterregung* des kleinen Gleichstromgenerators zu unterscheiden, auf den allein die Bezeichnung *Dynamomaschine* zutrifft.

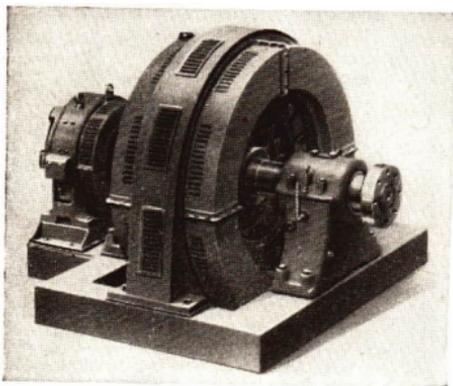


Abb. 60/2. Technischer Wechselstromgenerator, hergestellt im VEB Sachsenwerk Niederselitz

Mit dem Polrad der Maschine läuft das Magnetfeld im Kreise um. Zur Unterdrückung von Wirbelströmen werden der Läufer und der Ständer aus gegeneinander isolierten Blechpaketen zusammengefügt.

Abb. 60/2 zeigt einen großen technischen Wechselstromgenerator.

Die sekundliche Wechselzahl des Stromes darf nicht willkürlich gewählt werden. Da der Ablauf vieler technischer Vorgänge von der Wechselzahl abhängig ist, muß die Wechselzahl genau festliegen und innegehalten werden. Sie ist in der Technik ganz allgemein auf 100 Wechsel je Sekunde genormt. Der Strom fließt somit in der Sekunde fünfzigmal hin und her. Man sagt, er hat eine *Frequenz* von 50 Hz (vgl. dazu LB 10, § 1, 2d).

3. Wechselstrom-Kollektormotoren. Es liegt nahe, zu versuchen, ob sich Gleichstrommotoren auch mit Wechselstrom betreiben lassen. Tatsächlich ist dies unter gewissen Umständen möglich, nämlich dann, wennes sich um kleine Motoren handelt. So läßt sich das in § 9, 2 erwähnte Modell eines mit einem Trommelanker versehenen Gleichstrommotors auch mit Wechselstrom in Betrieb setzen. Zweckmäßigerweise wählt man dann aber für den Feldmagneten zur Herabsetzung der Selbstinduktion Spulen mit geringer Windungszahl (250 Wdg.) und zur Unterdrückung der Wirbelströme einen geblättern Eisenkern.

Daß sich zum Speisen von Gleichstrommotoren auch Wechselstrom verwenden läßt, ist zunächst überraschend, da man annehmen könnte, daß bei jedem Stromwechsel auch eine Umkehr der Drehrichtung eintritt. Doch wäre dies ein Trugschluß; denn wir haben schon in § 9, 5 erfahren, daß sich die Drehrichtung ändert, wenn der Strom nur im Anker seine Richtung wechselt. Geschieht dies auch gleichzeitig in den Feldwicklungen, so bleiben die Kraftwirkungen zwischen dem Anker und den Magnetpolen die gleichen. Der Motor behält dann seine Drehrichtung. Der gleiche Vorgang spielt sich in Gleichstrommotoren ab, wenn man sie mit Wechselstrom speist. Ihr Lauf wird dadurch nicht beeinflusst. Heute sind die meisten Kleinmotoren in elektrisch betriebenen Haushaltgeräten, in kleinen landwirtschaftlichen Maschinen, in tragbaren Werkzeugmaschinen und ähnlichen *Allstrom-* oder *Universalmotoren*, die von Gleichstrom und von Wechselstrom gespeist werden können. Als Beispiele seien genannt: die elektrische Nähmaschine, der Staubsauger (Abb. 61/1), die Milchzentrifuge, der Ventilator, die Handbohrmaschine (Abb. 61/2).

Abb. 61/1. Staubsauger

1 Hintere Verschlusskappe mit Stromanschluß, 2 Motor mit Gebläse, 3 Gehäuse, 4 Staubbeutel, 5 vordere Verschlusskappe

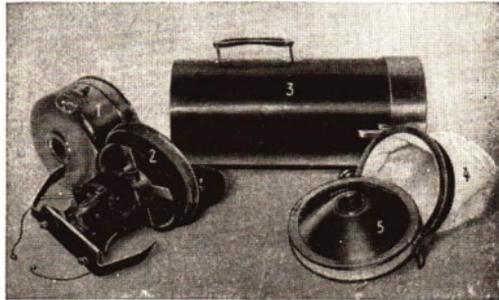
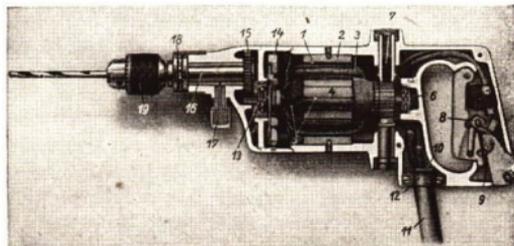


Abb. 61/2. Schnittmodell einer elektrischen Handbohrmaschine

1 Universalmotor für Gleich- und Wechselstrom, 2 Feldmagnet, 3 Magnetwicklung, 4 Anker, 5 Ankerwicklung, 6 Kommutator, 7 Kohlebürsten, 8 Schalter, 9 Druckknopf zum Festhalten des Schaltgriffs, 10 u. 11 Anschlußleitung, 12 Klemmschelle, 13 Querlager, 14 Ventilatorflügel, 15 Zahnradübersetzung, 16 Bohrwelle, 17 Fettbüchse, 18 Gegendrucklager, 19 Bohrfutter



Nachteilig wirkt sich das Auftreten von Wirbelströmen in den Eisenteilen eines Motors aus, da der Wechselstrom die Ausbildung von Wirbelströmen begünstigt. Deshalb werden bei Universalmotoren sowohl der Anker wie das Magnetgestell aus isolierten Blechen zusammengesetzt.

Es werden auch *Kollektormotoren* für Wechselstrom gebaut, die große Leistungen abgeben können. Sie werden in Wechselstromanlagen *vorzugsweise dort verwendet, wo es auf eine weitgehende Regelung der Drehzahl und auf die Möglichkeit eines schnellen Übergangs vom Vorwärts- auf den Rückwärtsgang ankommt*. So sind die *Lokomotiven* elektrischer Eisenbahnen vorwiegend mit großen Kollektormotoren ausgestattet.



Es handelt sich dabei stets um Reihenschluß-Kollektormotoren. Zur Herabsetzung der Wirbelstrombildung hat man bei den Bahnversorgungsnetzen allgemein die Frequenz des Stromes auf $16\frac{2}{3}$ Hz herabgesetzt.

Abb. 62/1. Elektrische Vollbahn-Lokomotive, gebaut im VEB LEW, Hennigsdorf

Die *Elektrifizierung der Eisenbahnen* bietet gegenüber dem Dampfbetrieb große Vorteile. Sie liegen in der Zentralisierung der Energieerzeugung und der damit verbundenen günstigeren Ausnutzung der Brennstoffe. Außerdem sind die elektrischen Lokomotiven leistungsfähiger als Dampflokomotiven (Abb. 62/1). Sie entwickeln eine größere Anzugskraft und erteilen den Zügen folgedessen eine große Anfahrbeschleunigung. Außerdem sind sie jederzeit betriebsbereit. Wegen der offensichtlichen Vorteile des elektrischen Betriebes gegenüber dem Dampfbetrieb wird jetzt die Elektrifizierung der Eisenbahnen in Mitteleuropa durchgeführt. Sie werden vom Kraftwerk Muldenstein aus mit elektrischer Energie versorgt. Die erste Strecke, auf der die Umstellung vom Dampfbetrieb auf den elektrischen Betrieb vorgenommen wurde, war die Strecke Halle—Köthen—Magdeburg.

4. Der Wechselstrom-Synchronmotor. Eine unmittelbare Umkehrung des Innenpol-Wechselstromgenerators ist der *Wechselstrom-Synchronmotor*¹. Er besteht aus einem Gehäuse, das an seiner Innenseite einen Kranz zentralsymmetrisch angeordneter Spulenpaare trägt. Diese sind an das Wechselstromnetz angeschlossen; sie werden so vom Strom umflossen, daß sich in abwechselnder Folge Nord- und Südpole bilden. Sie unterliegen einer periodisch erfolgenden Umpolung. Im Gegensatz zum Ständer besitzt der Läufer konstante Pole. Er muß daher an eine zusätzliche Gleichstromquelle angeschlossen sein. Zwischen den Polen des Gehäuses und denen des Läufers treten magnetische Kräfte auf, doch läuft der

¹ synchronos (griech.) = gleichzeitig

Motor infolge der Trägheit des Läufers nicht von allein an. Man muß den Läufer durch einen besonderen Anlaßmotor anwerfen. Wenn der Läufer aber die Drehzahl erreicht hat, bei der das Vorbeigleiten der Läuferpole an den Ständerpolen

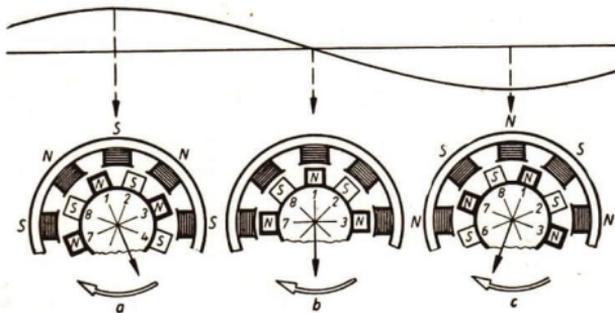


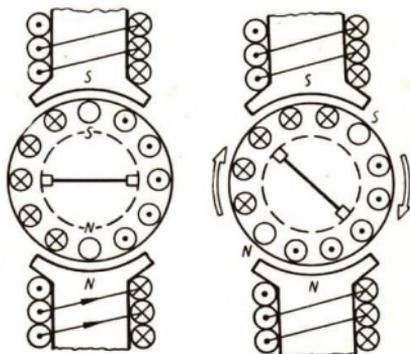
Abb. 63/1

Modellbild zur Erklärung der Wirkungsweise eines Wechselstrom-Synchronmotors (stark vereinfacht)

mit einem Polwechsel zusammenfällt, so wird der Läufer von den weiterspringenden Polen mitgenommen (Abb. 63/1).

Die Notwendigkeit eines besonderen *Anwurfmotors* wirkt sich zwar für den Betrieb erschwerend aus; doch haben Synchronmotoren den Vorzug, daß sie, einmal angeworfen, mit ganz konstanter Drehzahl laufen. Kleine Synchronmotoren sind mit einem permanent magnetischen Polrad in der Gestalt eines magnetischen Zahnrades ausgestattet; bei ihnen genügt ein Anwerfen mit der Hand. Man baut sie häufig in elektrische Uhren, in größere Grammophone und ähnliche Vorrichtungen ein, bei denen es auf die Innehaltung einer konstanten Drehzahl ankommt.

5. Der Repulsionsmotor. Eine Sonderkonstruktion des Kollektormotors ist der *Repulsionsmotor*¹. Er wurde 1887 von dem amerikanischen Physiker *Elähu Thomson* erfunden. Um ihn zu erklären, gehen wir von einem zweipoligen, mit einem Trommelanker versehenen Motor aus. An das Netz sei nur die Feldwicklung angeschlossen. Die in der neutralen Zone liegenden Bürsten sollen durch einen Leiter kurzgeschlossen sein (Abb. 63/2a). Wir können einen solchen Motor mit einem Manteltransformator vergleichen, auf dessen Mittelsteg sich zwei Primärspulen und eine in sich kurzgeschlossene Sekundärspule befinden. Diese ist von den Primärspulen durch



a) Totpunktstellung

b) Arbeitsstellung

Abb. 63/2
Schnitt durch einen Repulsionsmotor (schematisch)

¹ repulsus (lat.) = Rückstoß

je einen Luftspalt getrennt (Abb. 64/1). Wie bei einem Transformator wird in den Ankerwicklungen ein Strom induziert. Das Ankerfeld ist nach der Lenzschen Regel dem Feld des Feldmagneten entgegengesetzt gerichtet. Zwischen beiden Feldern treten magnetische Kräfte auf. Zu einer Umdrehung des Ankers kommt es aber nicht, da sich die Maschine in Totpunktstellung befindet. Verstellt man das Bürstenpaar um 45° gegen die neutrale Zone, so verschieben sich dadurch auch die Pole des Ankers, und der Anker gerät unter dem Einfluß der Kräfte in Umdrehung (Abb. 63/2b).

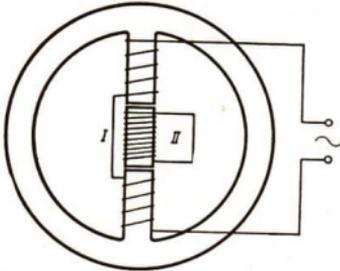


Abb. 64/1. Schematisches Bild eines Manteltransformators zum Vergleich mit Abb. 63/2

Ein Vorteil des Repulsionsmotors ist es, daß man nur die Magnetwicklungen an das Netz anzuschließen braucht. Der Repulsionsmotor ist deshalb auch für hohe Spannungen verwendbar. Die Drehzahlregelung erfolgt mechanisch durch Verstellen der Bürsten.

6. Fragen und Aufgaben:

1. Aus welchem Grunde werden Wechselstromgeneratoren vorzugsweise als Innenpolmaschinen gebaut?
2. Warum ist es vorteilhaft, bei einer Innenpolmaschine die Wicklungen des Ständers nicht parallel, sondern hintereinander zu schalten?
3. Prüfen Sie an Hand der UVW-Regel für Induktion die in Abb. 60/1 angegebenen Strommarken nach! Wie ist Abb. 60/1 b zu zeichnen, wenn sich die Magnetpole um eine Wicklungsbreite weitergedreht haben? Beachten Sie dabei, daß die UVW-Regel für Induktion für einen Leiter gilt, der in einem ruhenden Magnetfeld bewegt wird. Hier bewegt sich dagegen das Feld, während der Leiter ruht.
4. Zeichnen Sie nach Art der Abb. 59/2 das Schnittbild eines
 - a) sechspoligen,
 - b) achtpoligen Wechselstromgenerators!
5. Warum wird die Drehrichtung in einem Kollektormotor durch das Speisen des Motors mit Wechselstrom nicht geändert?
6. Setzen Sie die Bildreihe 63/1 um zwei weitere Teilbilder fort!
7. Welcher Unterschied besteht zwischen der Eigenregung und der Selbst-erregung eines elektrischen Generators?
8. Geben Sie eine Zusammenstellung der am Schulort für die Betrachtung technischer Einzelheiten in Frage kommenden Wechselstrommaschinen!

§ 11. Der Dreiphasenstrom-Generator

1. Vorversuch zur Phasenverschiebung von Wechselströmen. Bei allen bisher betrachteten Stromerzeugern handelt es sich um Maschinen, bei denen der Ständer nur mit einem Leitersystem ausgestattet war, in dem der Strom erregt wurde. Eserhebt sich die Frage, was sich ergibt, wenn man die Maschinen mit mehreren getrennten Leitersystemen versieht.

Zur Klärung dieser Frage führen wir einen einfachen Versuch durch. Wir ordnen zentralsymmetrisch im Kreise drei Kastenspulen an, deren Kerne auf einer aus

Eisen bestehenden Grundplatte befestigt werden. Jede Spule wird mit je einem Galvanometer verbunden, bei dem der Nullpunkt in der Mitte der Skala liegt (Abb. 65/1).

Über den Spulen wird ein Magnetstab in gleichmäßige langsame Umdrehungen versetzt. Wir beobachten dabei wechselnde Ausschläge an den drei Galvanometern. Es werden in allen Spulen Wechselspannungen und damit Wechselströme induziert. Man sieht deutlich, daß die Zeiger der Galvanometer zwar im gleichen Takte schwingen, daß aber der Taktbeginn von einer zur anderen Spule verschoben ist. Bei dem in Abb. 65/1 festgehaltenen Augenblick zeigt das im Stromkreis I liegende Galvanometer gerade den Höchstausschlag an. Im Stromkreis II ist dies erst der Fall, wenn sich der Magnet um 120° weitergedreht hat. Stromkreis III folgt wieder nach einer Weiterdrehung um 120° . Nach Vollendung eines Umlaufs beginnt das Zeigerspiel von neuem.

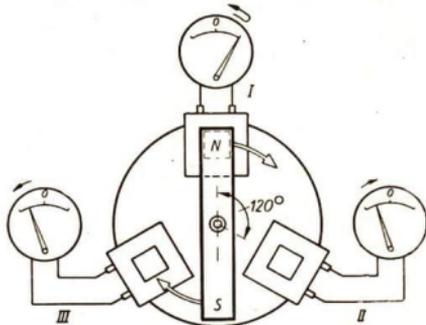


Abb. 65/1. Versuchsanordnung zur Erzeugung dreier in ihrer Phase um 120° gegeneinander verschobener Wechselströme (halbschematische Grundrißzeichnung)

Man erkennt daraus, daß in jeder Leitung Wechselströme gleicher Periode fließen. Die Länge der Periode ist bestimmt durch einen Magnetumlauf. Der Beginn der Periode ist aber bei den drei Strömen verschieden. Man spricht von einer *Phasenverschiebung* der Ströme untereinander.

Es besteht offensichtlich ein gesetzmäßiger Zusammenhang zwischen dem Ablauf der Periode und dem Drehwinkel des Magneten. Man ordnet einer vollen Periode den Winkel 360° zu und mißt die Phasenverschiebung ebenfalls durch einen Winkel. Er hat im vorliegenden Fall die Größe von 120° oder, im Bogenmaß angegeben, den Wert $\frac{2}{3}\pi$.

Durch unsere Vorrichtung werden drei Wechselströme erzeugt, die in ihrer Phase um $\frac{2}{3}\pi$ gegeneinander verschoben sind.

2. Generatoren für phasenverschobene Ströme. Phasenverschobene Ströme haben sich, wie wir sehen werden, in der Technik als äußerst wichtig erwiesen. Wir werden deswegen zunächst Generatoren kennenlernen, mit deren Hilfe man solche Ströme maschinell erzeugen kann. Dabei knüpfen wir an die uns bekannten Wechselstromgeneratoren an und stützen uns, von unserem Vorversuch ausgehend, auf eine ganz einfache Modellvorstellung.

Wir stellen uns eine Maschine vor, bei der der Strom in drei zentralsymmetrisch am Ständer angebrachten Wicklungen induziert wird. Abb. 66/1 gibt diese Maschine schematisch in starker Vereinfachung wieder. Die Wicklungen sind durch drei einzelne Wicklungsstäbe veranschaulicht, die wie die Spulen des Vorversuchs um je 120° gegeneinander versetzt sind. Sämtliche hintereinander geschaltete Wicklungsstäbe bilden einen *Wicklungsstrang*. Als Läufer ist ein einfacher Stabmagnet gewählt. Bei einer Umdrehung des Magneten entstehen wie beim Vorversuch in jedem einzelnen Wicklungsstab zwischen den Anfangspunkten

U, V, W und den Endpunkten X, Y, Z Spannungen, die in ihrer Phase um 120° gegeneinander verschoben sind.

Die Wirkung einer solchen Vorrichtung wird erheblich gesteigert, wenn man sämtliche Wicklungsstäbe zu einem Wicklungsstrang ergänzt, der um den ganzen

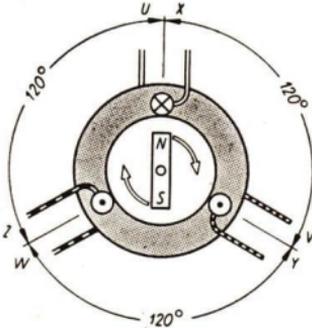


Abb. 66/1. Schnitt durch ein einfaches aus dem Vorversuch entwickeltes Generatormodell. Die drei Wicklungen des Ständers sind um je 120° gegeneinander versetzt. Jede Wicklung wird durch einen einzelnen Wicklungsstab dargestellt. Die zu ihnen gehörigen Leiter sind verschieden signiert. Die Strommarken entsprechen der im Bild wiedergegebenen Läuferstellung.

U, V, W Wicklungsanfänge,
 X, Y, Z Wicklungsenden.

Diese Kennbuchstaben sind genormt.

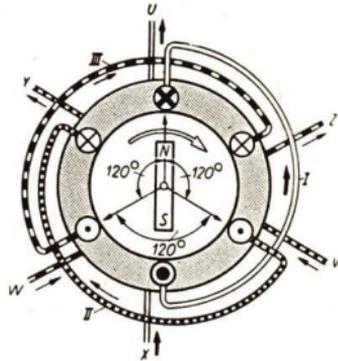


Abb. 66/2. Schnitt durch ein aus Abb. 66/1 entwickeltes Generatormodell, dessen Ständer mit drei Wicklungspaaren ausgestattet ist. Es gelten die für die Abb. 66/1 gemachten Bemerkungen.

Läufer herumführt (Abb. 66/2). Am Ablauf des Induktionsvorganges und an der Phasenverschiebung wird dadurch nichts geändert. Zur Erleichterung des Verständnisses sind die drei Wicklungsstränge wie in Abb. 66/1 verschieden signiert.

Selbstverständlich kann der Läufer durch ein mit Gleichstrom gespeistes Polrad ersetzt werden. Dementsprechend ist die Zahl der am Ständer angebrachten Wicklungen zu vermehren. So zeigt Abb. 66/3 den stark vereinfachten Schnitt durch einen sechspoligen Generator für drei phasenverschobene Wechselströme. Man sieht, daß die Zahl der am Ständer angebrachten Wicklungen dreimal so

groß ist wie die Zahl der Magnetpole am Läufer. Die Wicklungsstäbe des Ständers sind zu drei voneinander getrennten Leitersystemen verbunden. In jedem dieser Systeme wird ein Wechselstrom induziert. Die Führung der Wicklungsstränge des in Abb. 66/3 dargestellten sechspoligen Generators gibt Abb. 67/1 schematisch wieder.

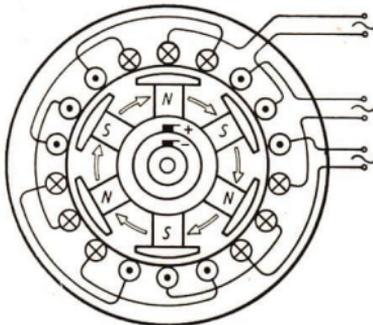


Abb. 66/3. Stark vereinfachter Schnitt durch einen sechspoligen Generator für drei Wechselströme. Die Wicklungen der Magnetpole sind der Einfachheit halber fortgelassen. Jede Wicklung des Ständers wird durch einen einzelnen Wicklungsstab dargestellt.

In ähnlicher Weise lassen sich Generatoren für drei phasenverschobene Wechselströme mit einer noch höheren Polzahl konstruieren. Eine Periode entspricht dann erklärlicherweise nicht mehr einem vollen Läuferumlauf; trotzdem ordnen wir ihr in der graphischen Darstellung unverändert den Winkel von 360° zu. Die Phasenverschiebung zwischen den drei Wechselströmen beträgt bei gleichmäßiger Verteilung der Wicklungsstäbe, wie sie in Abb. 67/1 angegeben ist, nach wie vor 120° . Man bezeichnet den die Phasenverschiebung kennzeichnenden Winkel als *Phasenwinkel* (Formelzeichen φ). Hier ist

$$\varphi = 120^\circ.$$

3. Der Dreiphasenstrom. Um zu ergründen, welchen Vorteil es bietet, phasenverschobene Wechselströme zu erzeugen, führen wir einen Versuch durch. Wir verwenden dazu das schon in § 8, 3 angegebene, aus RFT-Aufbauteilen zusammengestellte Maschinenmodell, ersetzen aber den Doppel-T-Anker durch einen Spezialanker für *phasenverschobene Wechselströme* (Abb. 67/2). Dieser ist mit drei Wicklungen versehen, die um 120° gegeneinander versetzt sind und bei denen beide Enden mit je einem Schleifring verbunden sind. An jedes Schleifringpaar ist über zwei Schleifkontakte ein Stromkreis angeschlossen. Jeder Stromkreis enthält ein

Drehspulamperemeter mit Nullpunktstellung und eine kleine Glühlampe (Abb. 67/3).

Abb. 67/3. Drei mit phasenverschobenen Wechselströmen gespeiste Stromkreise. Jeder Stromkreis enthält eine Glühlampe und ein Galvanometer. Die eingefügte graphische Darstellung der drei Wechselströme läßt die Phasenverschiebung der drei Ströme erkennen. Die Signatur der einzelnen Kurven entspricht der Signatur der Leiter in Abb. 66/1 und 66/2. Die Darstellung des Generators beschränkt sich auf die stark schematisierte Wiedergabe der sechs Schleifringe des Spezialankers.

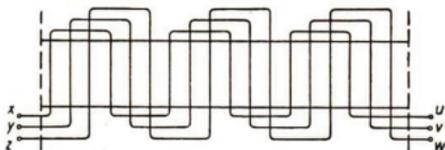


Abb. 67/1. Vereinfachtes Schaltbild der Wicklungsstränge des in Abb. 66/3 dargestellten sechspoligen Generators

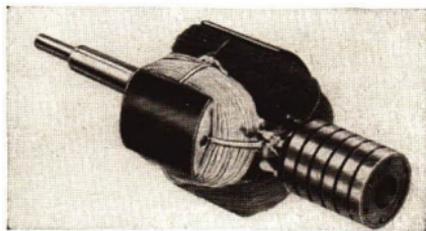
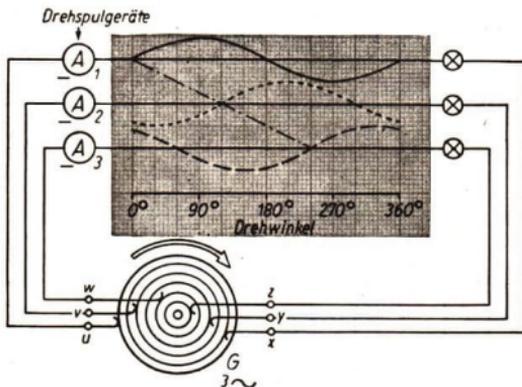


Abb. 67/2
Spezialanker für drei phasenverschobene Wechselströme



Versetzt man den Anker bei geringer Erregung des Feldmagneten in langsame Umdrehung, so schwingen die Zeiger der Meßgeräte um den Nullpunkt nach beiden Seiten rhythmisch hin und her, wobei zwischen den Schwingungen, deutlich wahrnehmbar, eine Phasenverschiebung zu beobachten ist. Es ist dies ein Ausdruck für die Phasenverschiebung der drei Wechselströme, die auch durch das in der Abb. 67/3 eingefügte Diagramm wiedergegeben wird.

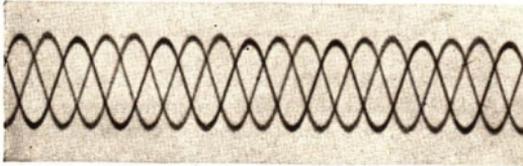


Abb. 68/1. Ein mit einem Dreifach-Schleifenoszillographen aufgenommenes Oszillogramm der Phasenverschiebung dreier Wechselströme

Noch überzeugender wird die Phasenverschiebung der Wechselströme nachgewiesen, wenn man statt der drei Meßgeräte die drei Meßschleifen eines Dreifach-Schleifenoszillographen in die Stromkreise legt (vgl. dazu LB 10, § 51, 4). Die durch die Lichtzeiger der Meßschleifen aufgezeichneten Kurven gleichen gänzlich den durch das Diagramm wiedergegebenen Kurven (Abb. 68/1).

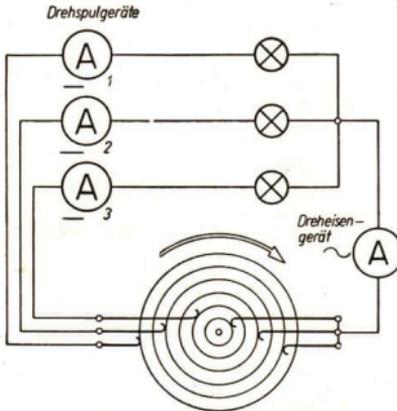


Abb. 68/2. Verkettung dreier phasenverschobener Wechselströme durch Zusammenfassen der Rückleitungen (vgl. dazu Abb. 67/3)

Dreht sich der Anker schneller, so beginnen die Lampen zu leuchten. Betrachtet man sie in einem Drehspiegel, so sieht man, daß die Lampen nicht mehr gleichzeitig brennen, sondern in einer bestimmten Reihenfolge abwechselnd nacheinander aufleuchten und dunkler werden.

Solange jeder Strom unabhängig vom anderen fließt, ist noch nicht ersichtlich, worin der Vorteil der drei phasenverschobenen Wechselströme besteht. Dies tritt erst zutage, wenn man die Ströme miteinander verkettet. Wir vereinigen in der durch die Abb. 67/3 wiedergegebenen Anordnung drei Leiter

gleicher Art, etwa die drei Rückleitungen, miteinander und legen in die gemeinsame Rückleitung ein Dreheisengerät (Abb. 68/2). Obwohl wir

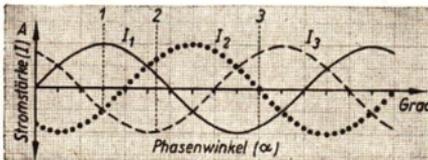


Abb. 68/3. Stromdiagramm eines Dreiphasenwechselstromes

den Anker drehen, zeigt dieses Meßgerät keinen Strom an. Mithin ist die Rückleitung stromlos. Trotzdem brennen die Lampen weiter. Um dieses überraschende Ergebnis zu erklären, fassen wir die Einzeldiagramme der Stromstärken zu einem gemeinsamen Diagramm zusammen (Abb. 68/3).

Legt man durch dieses Diagramm an beliebigen Stellen der Abszissenachse Schnitte senkrecht zu der Achse, so erkennt man, daß die Summe der Stromstärken immer gleich Null ist.

Beispiel:

$$\text{Schnitt 1: } i_1 + i_2 + i_3 = 1,0 - 0,5 - 0,5 = 0$$

$$\text{Schnitt 2: } i_1 + i_2 + i_3 = 0,3 + 0,6 - 0,9 = 0$$

$$\text{Schnitt 3: } i_1 + i_2 + i_3 = -0,85 + 0 + 0,85 = 0$$

Da die Stromstärke im gemeinsamen Rückleiter gleich Null ist, kann man diesen Leiter fortlassen. Dadurch verringert sich die Zahl der an sich erforderlichen Leiter von sechs auf drei.

Den auf die dargelegte Weise durch die Verkettung der phasenverschobenen Ströme erzeugten Strom nennt man einen **Dreiphasenstrom**.

Ein Dreiphasenstrom entsteht durch die Verkettung dreier Wechselströme von gleicher Frequenz, zwischen denen ein Phasenunterschied von je 120° besteht.

In der Technik bezeichnet man häufig die Ströme selbst, durch deren Verkettung der Dreiphasenstrom entsteht, als die drei Phasen des Stromes und die zu ihrer Übertragung dienenden

Leiter als die *Phasenleiter*. Sie haben die genormten Kennbuchstaben *R, S, T* und die Kennfarben *Gelb, Laubgrün, Violett*. Den gemeinsamen Rückleiter nennt man den *Nullleiter* oder die *Mittelpfase*. Den Verknüpfungspunkt bezeichnet man als den *Sternpunkt*; er trägt die Buchstaben *Mp* (Mittelpfase). Abb. 69/1 gibt noch einmal die Stromverkettung bei einem als stark schematisierte Innenpolmaschine dargestellten Generator für drei getrennte Phasen wieder.

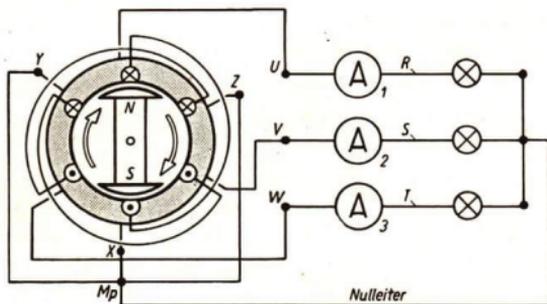


Abb. 69/1. Stromverkettung bei einem als Innenpolmaschine gebauten Dreiphasenstrom-Generator

4. Die mathematische Ableitung der Phasenbedingung. Daß die Gesamtstromstärke beim Verketteten der Ströme gleich Null wird, kann man mathematisch beweisen. Nach § 8, 3 ist die Stromstärke eines sinusförmigen Wechselstromes bestimmt durch die Gleichung

$$i = I_{\text{maz}} \cdot \sin \alpha.$$

Bei einer Phasenverschiebung um je 120° gelten für die drei Wechselströme die Gleichungen

$$i_1 = I_{\text{maz}} \cdot \sin \alpha,$$

$$i_2 = I_{\text{maz}} \cdot \sin (\alpha + 120^\circ),$$

$$i_3 = I_{\text{maz}} \cdot \sin (\alpha + 240^\circ).$$

Mithin ist

$$i_1 + i_2 + i_3 = \Sigma i = I_{\max} \cdot [\sin \alpha + \sin(\alpha + 120^\circ) + \sin(\alpha + 240^\circ)].$$

Unter Anwendung der goniometrischen Additionstheoreme auf die beiden letzten Klammernglieder erhält man

$$\Sigma i = [\sin \alpha + \sin \alpha \cdot \cos 120^\circ + \cos \alpha \cdot \sin 120^\circ + \sin \alpha \cdot \cos 240^\circ + \cos \alpha \cdot \sin 240^\circ] \cdot I_{\max}.$$

Es ist aber

$$\begin{aligned} \sin 120^\circ &= \sin 60^\circ, \\ \cos 120^\circ &= -\cos 60^\circ, \\ \sin 240^\circ &= -\sin 60^\circ, \\ \cos 240^\circ &= -\cos 60^\circ. \end{aligned}$$

Folglich ergibt sich

$$\begin{aligned} \Sigma i &= [\sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cos 60^\circ + \cos \alpha \cdot \sin 60^\circ - \sin \alpha \cdot \cos 60^\circ - \cos \alpha \cdot \sin 60^\circ] \cdot I_{\max} \\ &= [\sin \alpha - 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos 60^\circ] \cdot I_{\max}. \end{aligned}$$

$\cos 60^\circ$ hat bekanntlich den Wert $\frac{1}{2}$. Mithin ist

$$\Sigma i = [\sin \alpha - 2 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{2}] \cdot I_{\max} = [\sin \alpha - \sin \alpha] \cdot I_{\max} = 0 \cdot I_{\max} = 0.$$

Diese Ableitung gilt nur dann, wenn die Einzelströme gleiche Frequenz und gleiche Maximalstärke besitzen.

5. Stern- und Dreieckschaltung. Der Dreiphasenstrom ist heute aus Gründen, die wir noch kennenlernen werden, die in der Energieversorgung ganz allgemein bevorzugte Stromart. Die großen Generatoren der *Überlandkraftwerke erzeugen heute ausschließlich Dreiphasenstrom* (Abb. 70/1).

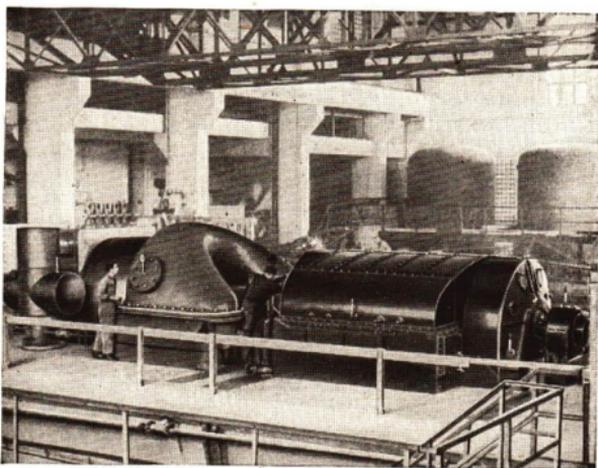


Abb. 70/1. Dreiphasenstrom-Generator im Kraftwerk Elbe bei Vockerode

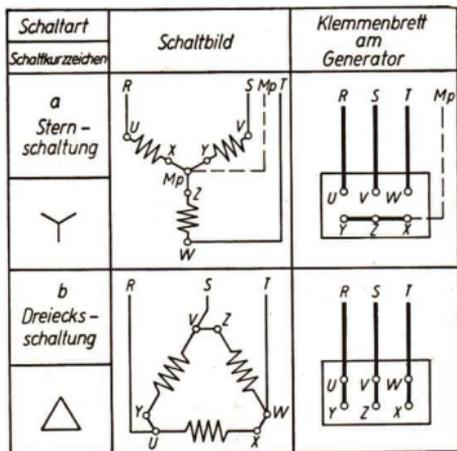
Die Verkettung der drei Phasen erfolgt in den Generatoren so, daß die drei Phasenleiter an die Außenklemmen *U, V, W* der Ständerwicklungen angeschlossen werden, und zwar *R* an *U*, *S* an *V*, *T* an *W*. Die Innenklemmen *X, Y, Z* der Ständerwicklungen sind untereinander verbunden. Man bezeichnet diese Schalt-

art als **Sternschaltung**. Sie wird durch das in Abb. 71/1a wiedergegebene Schaltbild dargestellt.

Daneben besteht noch eine zweite Möglichkeit der Verkettung. Die Ständerwicklungen können auch im **Kreis** hintereinandergeschaltet werden, wobei die Klemmen U mit Y , V mit Z , W mit X verbunden werden. Die Phasenleiter R, S, T sind ebenfalls an die Verbindungsstellen angeschlossen. Wegen der Ähnlichkeit des Schaltbildes mit einem Dreieck bezeichnet man diese Schaltart als **Dreieckschaltung** (Abb. 71/1b). Bei der Dreieckschaltung entfällt die Mittelphase.

Bei Generatoren wird ganz allgemein die Sternschaltung bevorzugt. An den Verbraucherstellen werden beide Schaltarten verwendet.

Abb. 71/1. Schaltbilder der Stern- und der Dreieckschaltung. Im Bild sind auch die Schaltkurzzeichen für Stern- und Dreieckschaltung und die an der Maschine befindlichen Klemmbretter wiedergegeben.



6. Fragen und Aufgaben:

1. Was versteht man unter einem Dreiphasenwechselstrom?
2. Zeichnen Sie die Abb. 67/1 in vergrößertem Maßstabe, schneiden Sie sie längs der gestrichelten Begrenzungslinien aus und kleben Sie sie längs dieser Linien zu einer Zylinderfläche zusammen! Es entsteht das Modell des Ständers eines Dreiphasenstrom-Generators.
3. Zeichnen Sie das in Abb. 68/3 wiedergegebene Diagramm in vergrößertem Maßstab! ($30^\circ \triangleq 1 \text{ cm}$, $I_{\max} \triangleq 2 \text{ cm}$)
Prüfen Sie an verschiedenen Stellen die Verkettungsbedingung nach!
4. Fertigen Sie nach Art von Abb. 66/1 und 66/2 ein einfaches Schaltbild eines Dreiphasenwechselstrom-Generators an und vervollständigen Sie dabei die Abbildung
 - a) zu einer Sternschaltung,
 - b) zu einer Dreieckschaltung!
5. Wie würde sich das Diagramm der Abb. 68/3 ändern, wenn man irrtümlicherweise die Wicklung II in entgegengesetztem Sinne angeschlossen hätte, nämlich Klemme Y an Phase S , Klemme V an den Sternpunkt Mp ?
6. Zeichnen Sie drei parallele Geraden, die die drei Phasenleiter R, S, T eines Dreiphasenstromes darstellen sollen! Vervollständigen Sie die Zeichnung zu einem Schaltbild dreier Glühlampen
 - a) in Sternschaltung,
 - b) in Dreieckschaltung!

§ 12. Der Dreiphasenstrom-Motor

1. **Das Drehfeld.** Wir kehren den in § 11, 1 beschriebenen Versuch um und leiten jetzt den im Kreise gleichmäßig aufgestellten drei Wechselströme zu, deren Phasen um je 120° gegeneinander verschoben sind. Wir entnehmen den Strom dem in § 11, 3 beschriebenen Modellgenerator für Dreiphasenstrom. So-

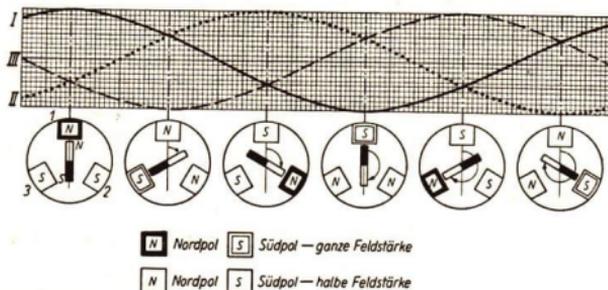


Abb. 72/1. Schematische Darstellung eines Drehfeldes in sechs Einzelbildern. Die im Kreise angeordneten drei Spulen werden von einem Dreiphasenstrom durchflossen. Die einzelnen Bilder beziehen sich auf die Scheitelpunkte der darüber befindlichen Stromkurven.

bald die Spulen vom Strom durchflossen werden, beginnt der Magnet sich zu drehen. Die Ursache dafür liegt in folgenden Zusammenhängen:

Jede Spule erregt unabhängig von den anderen ein Wechselfeld. Abb. 72/1 enthält noch einmal die drei Stromkurven und gibt darunter in schematischer Darstellung die Verteilung der Magnetpole der drei Spulen an. Man erkennt, daß die Pole im Kreise herumwandern. Die drei Wechselfelder überlagern sich zu einem Gesamtfeld, das sich im Sinne des Uhrzeigers dreht. Der drehbare Magnetstab stellt sich dabei in die Richtung der Feldlinien des resultierenden Feldes ein und dreht sich mit. Man bezeichnet ein solches Feld als ein **Drehfeld**.

Ein Drehfeld ist ein magnetisches Feld, dessen Feldlinien sich ständig im gleichen Sinne drehen.

Es entsteht, wenn sich die Magnetfelder dreier in ihrer Phase um je 120° gegeneinander verschobener Wechselströme überlagern.

Aus diesem Grunde wird die Verkettung dreier solcher Ströme auch häufig **Drehstrom** genannt. Man kann bei dem Versuch die drei Spulen in Sternschaltung oder in Dreieckschaltung miteinander verbinden. Will man die Umlaufrichtung des Magnetens ändern, so braucht man nur die Anschlüsse zweier Spulen miteinander zu vertauschen.

Modellmäßig kann man ein Drehfeld durch einen Hufeisenmagneten wiedergeben, der an einem verdrehten Faden über einer Magnetnadel frei aufgehängt ist. Läßt man den Magneten los, so beginnt er sich zu drehen. Die darunter befindliche Nadel dreht sich mit.

2. **Der Drehstrom-Kurzschlußmotor.** Man nutzt das Drehfeld zur Konstruktion von *Dreiphasenstrom-Motoren* aus. An dem Ständer solcher Motoren sind drei voneinander getrennte Spulensysteme angebracht, von denen jedes aus gleich viel Spulen besteht. Die die Spulen bildenden Wicklungsstränge sind je nach den betrieblichen Bedingungen in Sternschaltung oder in Dreieckschaltung miteinander verbunden. *Die entstehenden Wechselfelder überlagern sich zu einem Drehfeld.*

Am Läufer eines Drehstrommotors befinden sich ebenfalls drei voneinander getrennte Wicklungssysteme, die jedes für sich nach Art eines Trommelankers gewickelt sind. Ihre Enden sind auf beiden Seiten des Läufers in Sternschaltung verbunden und damit kurzgeschlossen. Man nennt daher solche Läufer *Kurzschlußläufer*.

Schaltet man den durch die Ständerwicklungen fließenden Strom ein, so wird durch das Drehfeld in jeder Wicklung des Läufers ein Strom induziert. Infolgedessen umgibt sich auch der Läufer mit einem Magnetfeld, das von dem Feld des Ständers mitgeführt wird. Auf diese Weise gerät der Läufer in Umdrehung; er läuft ohne Stromzufuhr. Gerade in diesem Umstand liegt der große Vorzug der Drehstrommotoren. Dies ist einer der wichtigsten Gründe dafür, daß der Dreiphasenstrom gegenüber dem Einphasenwechselstrom allgemein bevorzugt wird.

Auch im Läufer eines Drehstrommotors entstehen beim Einschalten des Netzstromes sehr starke Ströme. Aus diesem Grunde werden auch bei diesen Motoren die Läufer mit Anlassern ausgestattet. Man löst dazu den einen Sternpunkt der Läuferwicklung auf und legt die Enden der Wicklungen an drei Schleifringe. Die dazugehörigen Bürsten verbindet man mit einem dreiteiligen Anlasser, der den zweiten Stern-

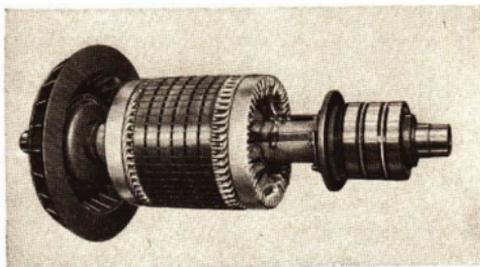


Abb. 73/1. Kurzschlußläufer aus dem VEB Sachsenwerk Niedersiedlitz

punkt enthält. Mit zunehmender Drehzahl wird der Anlasser allmählich ausgeschaltet; die Läuferwicklungen werden dadurch kurzgeschlossen. Abb. 73/1

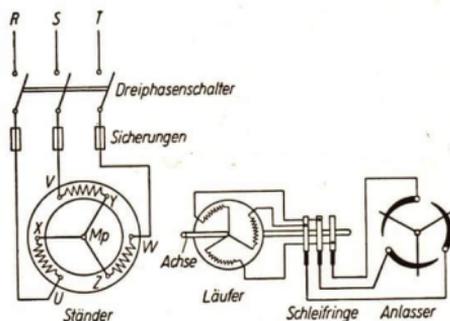
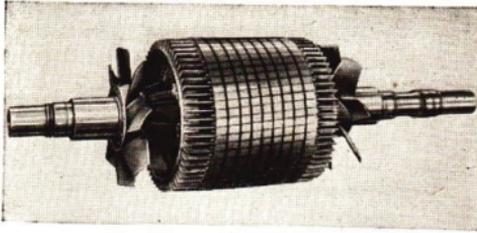


Abb. 73/2. Vereinfachtes Schaltbild eines Drehstrom-Schleifringmotors. Der Deutlichkeit halber ist der Läufer mitsamt der Achse aus dem Ständer herausgenommen und gegen die Achse noch einmal um 90° gedreht.

zeigt die Ansicht eines solchen Läufers. Abb. 73/2 zeigt das stark vereinfachte Schaltbild eines *Drehstrom-Schleifringmotors*.

Eine besonders einfache Form des Kurzschlußankers ist der *Käfigläufer*. Er besteht aus zylindrisch angeordneten Kupferstäben, die von einem Stahlgerüst



getragen werden und an ihren Enden durch starke Ringe kurzgeschlossen sind (Abbildung 74/1). Käfigläufer nehmen wegen ihrer Bauart sehr

Abb. 74/1. Käfigläufer aus dem VEB Sachsenwerk Niedersiedlitz

starke Ströme auf und bedürfen keines Anlassers. Einen für große Leistungen bestimmten Drehstrommotor zeigt Abb. 74/2.

3. Asynchronmotoren und Synchronmotoren. Die bisher erwähnten Drehstrommotoren sind sämtlich *Asynchronmotoren*. Ihre Drehzahl bleibt hinter der Frequenz des Drehstromes etwas zurück. Dies muß notwendigerweise so sein; denn

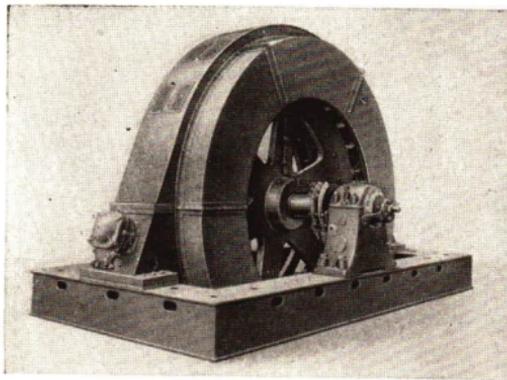


Abb. 74/2. Großer Drehstromdoppelmotor, hergestellt im VEB Sachsenwerk Niedersiedlitz

im Läufer wird ein Strom nur dann induziert, wenn die Läuferwindungen von den Feldlinien des Drehfeldes geschnitten werden. Dies ist aber nur dann möglich, wenn der Läufer etwas langsamer umläuft als das Drehfeld, wenn mithin zwischen der Frequenz des Drehstromes und der Umdrehungszahl des Läufers ein Unterschied besteht. Man bezeichnet diesen Unterschied als den *Schlupf* des Motors. Er ist um so größer, je stärker der Motor belastet wird.

In vielen Fällen kommt es darauf an, die Drehzahl konstant zu halten. Man baut zu diesem Zweck auch *Drehstrom-Synchronmotoren*, bei denen den Läuferwicklungen Gleichstrom aus einer Gleichstromhilfsmaschine zugeführt werden muß. Auf die Bauart dieser Motoren kann hier nicht näher eingegangen werden.

4. Die Wartung von Elektromotoren. Die stürmische Aufwärtsentwicklung, die die Technik in diesem Jahrhundert genommen hat und durch die die Leistungen unserer Aktivisten in den letzten Jahren zu einer erstaunlichen Steigerung der Produktion geführt haben, ist nicht zuletzt auf die umfassende Verwendung von Elektromotoren zurückzuführen. Diese sind zu unentbehrlichen Helfern unserer Werktätigen in allen Betrieben geworden. Die Werktätigen wissen, daß diese so wichtigen Maschinen ihre Arbeit nur dann verrichten können, wenn sie in jeder Hinsicht sorgfältig gepflegt und gewartet werden und wenn man mit ihnen vorsichtig umgeht. Einige der hierbei besonders zu beachtenden Grundregeln werden im folgenden angegeben. Sie gelten für Gleichstrommotoren, für Wechselstrom-

motoren und für Drehstrommotoren in gleicher Weise und sind auch bei kleinen Motoren zu beachten:

1. Elektromotoren sind sorgsam vor Schmutz und Staub zu bewahren. Sie dürfen nicht an irgendeiner unzugänglichen, schmutzigen Stelle der Werkstatt aufgestellt werden. Man stelle sie im Gegenteil an einer möglichst leicht zu erreichenden Stelle auf, damit ihre Wartung jederzeit gründlich und schnell vorgenommen werden kann.
2. Elektromotoren dürfen nicht mit Kisten, Brettern, Stroh u. ä. zugedeckt werden. Abgesehen von mechanischen Beschädigungen wird dadurch ihre Belüftung behindert. Sie können sich infolgedessen unter Umständen zu stark erwärmen.
3. Elektromotoren dürfen niemals der Feuchtigkeit ausgesetzt sein. Unter keinen Umständen dürfen sie mit Wasser in Berührung kommen. Dadurch könnten sehr leicht Kurzschlüsse im Motor und als Folge davon schwere Beschädigungen der Motorwicklungen verursacht werden.
4. Anlasser, Schalter, Sicherungen müssen an einer übersichtlichen, leicht zugänglichen Stelle angebracht werden. Sie dürfen nicht verdeckt werden.
5. Das Motorgehäuse muß stets geerdet sein, damit Menschen beim Berühren des Gehäuses nicht durch sogenannte vagabundierende Ströme gefährdet werden.
6. Unter keinen Umständen darf man die Achse eines umlaufenden Motors berühren, wenn man sich nicht einem schweren Unfall aussetzen will.
7. Aus dem gleichen Grund darf bei laufendem Motor niemals ein Treibriemen aufgelegt oder vom Motor entfernt werden.
8. Schutzvorrichtungen dürfen vom Motor niemals entfernt werden. Wer gegen die Unfallvorschriften verstößt, gefährdet sich und andere Werktätige und schädigt den ganzen Betrieb sowie unser Volksvermögen.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Folge tritt ein, wenn eine Phasenwicklung, etwa die dritte, in entgegengesetzter Richtung an die Anschlußklemmen angeschlossen wird? Zeichnen Sie das dazugehörige Diagramm des Stromes, der dann durch die Verkettung der drei Wechselströme entsteht!
2. Entwickeln Sie nach Art der Abb. 72/1 in sechs Einzelbildern das Schema eines Drehfeldes und ergänzen Sie jede Spule zu einem Paar gegenüberliegender Spulen, so daß jedes Paar in derselben Phase liegt und dem Beobachter entgegengesetzte Magnetpole zeigt!
3. Erklären Sie die Wirkungsweise eines Kurzschlußläufers und eines Käfigläufers!
4. Warum muß die Drehzahl bei einem Kurzschlußmotor kleiner sein als die Frequenz des Dreiphasenstromes?
5. Beurteilen Sie Elektromotoren in Ihnen zugänglichen Betrieben Ihres Schulortes bezüglich der Beachtung der im 4. Abschnitt gegebenen Regeln!

§ 13. Die Übertragung elektrischer Energie

1. **Das Problem der Energieübertragung.** Mit der Erzeugung elektrischer Energie ist die Energieübertragung an entfernt liegende Verbraucher eng verbunden. Es ist der große Vorteil der elektrischen Energie, daß man sie zentral erzeugen und

verhältnismäßig leicht über weite Landgebiete verteilen kann. Es macht keine technischen Schwierigkeiten, selbst entlegene Dörfer an das elektrische Netz anzuschließen. Welch ungeheure Schwierigkeiten würde dagegen etwa die Versorgung solcher Orte mit Wärmeenergie in Form von Dampf bereiten! Dazu kommt noch, daß keine andere Energieform so vielseitig verwendbar und technisch so einfach zu handhaben ist wie die elektrische Energie. Daher ist es begreiflich, daß sich die Technik in immer stärkerem Maße der elektrischen Energie als Mittel zur Arbeitsverrichtung bedient.

Die Vorzüge der Elektrizität werden aber erst dann wirksam, wenn es gelingt, die bei der Verteilung der Energie unvermeidbaren Energieverluste niedrig zu halten. Energieverluste werden insbesondere bedingt durch die in jeder Stromleitung erzeugte Joulesche Wärme und den dadurch ausgelösten Spannungsabfall. Es hat sich gezeigt, daß es ungünstig ist, auf weite Entfernungen Ströme von großer Stärke fortzuleiten. Man muß dann den Leiterquerschnitt so groß wählen, daß die technische Ausführung solcher Leitungen sehr große, um nicht zu sagen unüberwindbare Schwierigkeiten bereiten würde.

Weit günstiger liegen die Verhältnisse, wenn man zur Übertragung hochgespannte Ströme verwendet und sich statt dessen mit niedrigen Stromstärken begnügt. Aus diesem Grunde baut man die Großgeneratoren, die in den Kraftwerken laufen, so, daß sie die Ströme schon mit Spannungen von 6000 V abgeben. Doch sind auch Maschinen für 10000 V in Betrieb. Die übertragene Leistung wird bestimmt durch die Gleichung

$$N = U \cdot I.$$

Überträgt man beispielsweise eine Leistung von 20000 kW bei der von der Maschine erzeugten Spannung von 6000 V, so müßte nach dieser Gleichung im Leiter ein Strom mit einer Stärke von rund 3300 A fließen. Es sind nämlich $20000 \text{ kW} \approx 6000 \text{ V} \cdot 3300 \text{ A}$. Überträgt man dagegen dieselbe Leistung bei einer Spannung von 200000 V, so sinkt die Stromstärke auf

$$\frac{20000000 \text{ W}}{200000 \text{ V}} = 100 \text{ A}$$

ab. Dementsprechend wird auch in der Leitung eine geringere Joulesche Wärme erzeugt.

Heute übertragen alle Großkraftwerke die von ihnen abgegebene Leistung mit einer Spannung von mindestens 200 kV; in der Sowjetunion ist man bereits zu Spannungen von rund 400 kV übergegangen.

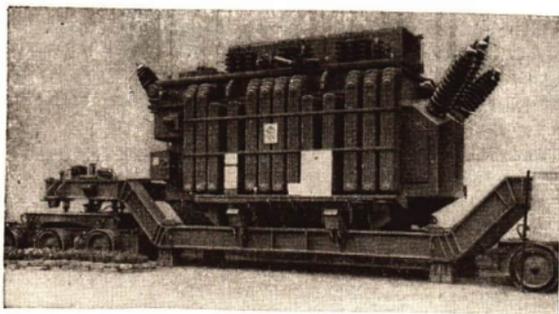


Abb. 76/1. Großtransformator. Wanderttransformator für Drehstrom aus dem VEB Transformatoren- und Röntgenwerk Dresden. Leistungsaufnahme: 12000 kW, Primärspannung: 120 kV, Sekundärspannung (regelbar): 12,35 kV; 24,50 kV; 36,75 kV.

2. Die Technik der Energieverteilung. Zum Umwandeln der Maschinenspannung auf eine Spannung von rund 200 000 V werden die in den Generatoren erzeugten Ströme großen Transformatoren zugeleitet (Abb. 76/1). Diese sind durchweg als Kerntransformatoren für Dreiphasenstrom gebaut. Sie bestehen aus drei durch Querjoche verbundenen Kernen aus gebündelten Stahlblechen¹, von denen je einer eine oder mehrere primäre und sekundäre Spulen trägt. Zur Ableitung der entstehenden Wärme werden die Transformatoren durch Öl, Wasser oder durch Luft gekühlt.

Die von den Kraftwerken erzeugte elektrische Energie kann nicht den Verbrauchern unmittelbar zugeleitet werden. Sie wird durch die *Hochspannungsleitungen* (Abb. 77/1) den *Hauptspannwerken* zugeführt. Die

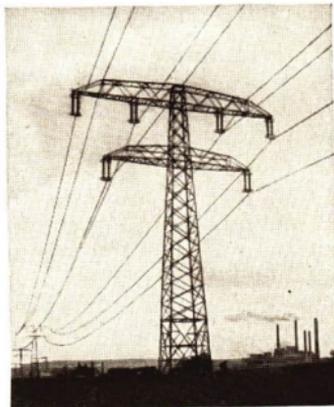


Abb. 77/1. Hochspannungsleitung für 200 000 V. Die beiden vierten Leiter dienen als Blitzschutz

Gittermasten, an denen die Leitungen hängen, tragen zur besseren Auslastung zwei *Dreileiter-Systeme* für Dreiphasenstrom. In den

Hauptspannwerken (Abb. 77/2), die meist als Freiluftanlagen gebaut sind, wird die hohe Spannung durch große Umspanner auf *Mittelspannung* (30 000 V) herabgesetzt. In den an die Hauptspannwerke angeschlossenen *Gruppen-*

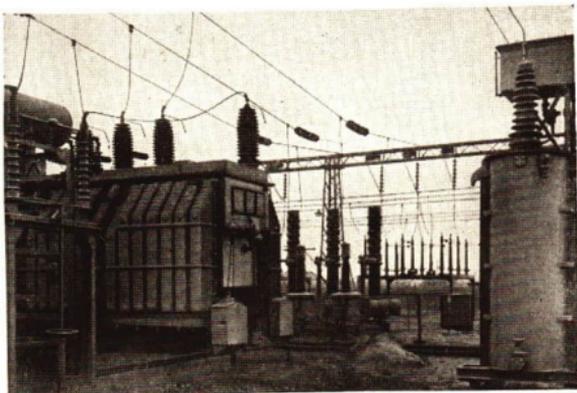
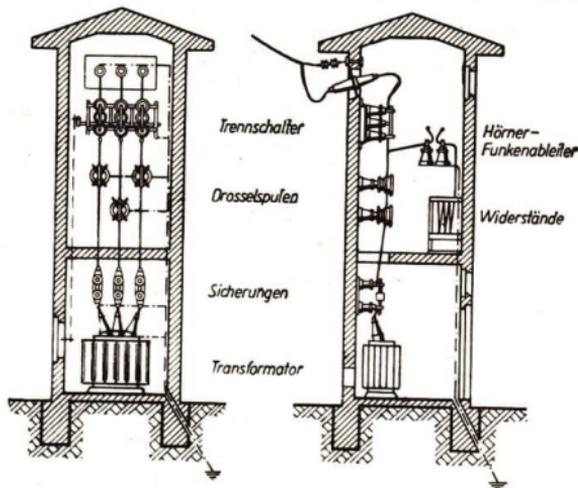


Abb. 77/2. Teilansicht eines Hauptspannwerkes, Freiluftanlage

umspannwerken erfährt die Spannung eine weitere Herabsetzung auf 6 000 V. Diese wird in den örtlichen *Umspannstationen* auf die übliche Gebrauchsspannung von 220 V bzw. 380 V gebracht, die man als *Niederspannung* bezeichnet. In Großstädten befinden sich die Umspannstationen in besonderen

¹ Vgl. § 6, 31



Gebäuden, oder sie sind unterirdisch angelegt. In Dörfern und kleinen Städten sind die erforderlichen Transformatoren durchweg in kleinen turmartigen Gebäuden, den *Transformatorhäuschen*, untergebracht (Abb. 78/1).

Abb. 78/1. Schnitt durch ein Transformatorhäuschen in einem Dreiphasenstrom-Transformator. Darunter die vereinfachten Schaltzeichen

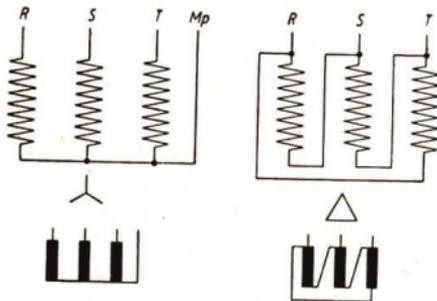
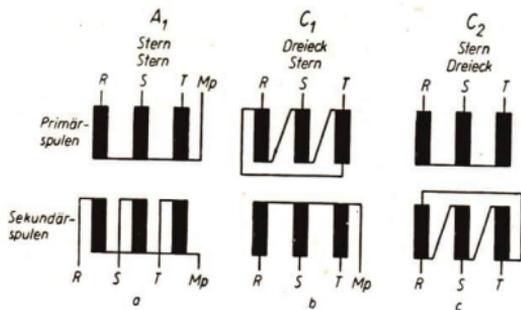


Abb. 78/2. Schaltung einer Spulengruppe in einem Dreiphasenstrom-Transformator. Darunter die vereinfachten Schaltzeichen



Die Primärspulen der in den Umspannstationen verwendeten Transformatoren sind in Sternschaltung oder in Dreieckschaltung miteinander verbunden (Abb. 78/2). Bei den sekundären Spulen wird meist die Sternschaltung bevorzugt, da sie es ermöglicht, einen Nulleiter anzuschließen. Dies ist insbesondere bei den Verteilungsumspannern in den Städten, Dörfern und Industriewerkenerforderlich. Die Schaltung erfolgt nach den in der technischen Klassifikation mit A_1 und C_1 bezeichneten Schaltgruppen (Abb. 78/3a und b). Nur bei

Abb. 78/3. Schaltungsbeispiele für einen Dreiphasenstrom-Umspanner

den in großen Kraftwerken aufgestellten Hauptumspannern, die nicht zur Verteilung dienen, wird auch auf der Sekundärseite die Dreieckschaltung angewandt

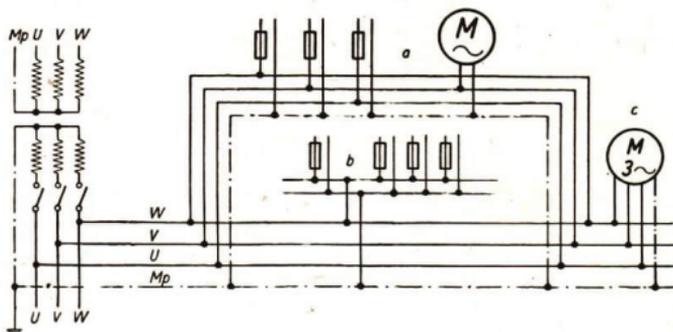


Abb. 79/1. Schema eines an eine Umspannstation angeschlossenen Versorgungsnetzes. Im oberen Teil des Bildes ist eine Ringverteilung dargestellt. Sie hat den Vorteil, daß nicht das ganze örtliche Netz stromlos wird, wenn die Leitung an irgendeiner Stelle unterbrochen wird.

a) Ringverteilung, b) Blockverteilung, c) Einzelverteilung

(Gruppe C_2 — Abb. 78/3c). Abb. 79/1 zeigt einen Ausschnitt aus dem Leitungsplan eines Ortsnetzes und gibt Beispiele für verschiedene Verteilungsmöglichkeiten.

3. Die Umformung des Stromes. Nicht alle Arbeiten lassen sich mit Wechselstrom bzw. mit Drehstrom verrichten. Für manche Zwecke ist Gleichstrom unbedingt erforderlich. Dies trifft für alle elektrochemischen Prozesse zu, für die Elektrometallurgie, insbesondere für die Aluminiumgewinnung, ferner für den Betrieb von Gleichstrommotoren zu besonderen Verwendungszwecken. So wird zum Beispiel im Straßenbahnbetrieb, aber auch bei den elektrischen Grubenbahnen ganz allgemein Gleichstrom bevorzugt, da sich Gleichstrommotoren schnell und leicht vom Vorwärts- auf den Rückwärtsgang umschalten lassen und die Leitungsverlegung bei Gleichstromanlagen einfacher ist als bei Drehstromanlagen.

Aus wirtschaftlichen Gründen können für die Erzeugung von Gleichstrom keine besonderen örtlichen Kraftwerke errichtet werden. Ihr Bau würde das Prinzip der zentralen Energieversorgung durchbrechen. Man verfährt vielmehr so, daß man dort, wo Gleichstrom gebraucht wird, besondere *Umformer* aufstellt. Das sind *Maschinenaggregate*, bei denen ein mit Drehstrom gespeister Motor einen auf die gleiche Achse gekuppelten Gleichstromgenerator antreibt (Abb. 80/1).

In besonderen Fällen werden auch *Einankerumformer* verwendet. Bei ihnen ist der Anker mit zwei Wicklungen versehen, nämlich mit einer Wicklung für Drehstrom als Kurzschlußanker und mit einer Wicklung für Gleichstrom als Trommelanker. Er trägt auf der einen Stirnseite drei Schleifringe, auf der anderen Seite einen Kollektor. Über die Schleifringe wird er an den Anlasser angeschlossen. Aus dem Kollektor wird der Gleichstrom entnommen. Solche Umformer benutzt man beispielsweise vielfach beim Lichtbogenschweißen, sofern man nicht einen Umspanner vorzieht.

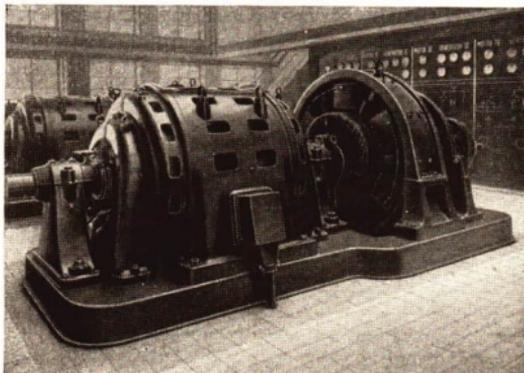


Abb.80/1. Umformer zum Umformen von Drehstrom in Gleichstrom. Ein Gleichstromgenerator (links) wird von einem Drehstrommotor getrieben.

4. Die Bedeutung der elektrischen Energieversorgung für unsere Volkswirtschaft. Schon vielfach wurde auf die hohe technische Bedeutung der elektrischen Energie hingewiesen. Ganz besonders hoch ist der Anteil, den die elektrische Energieversorgung am Aufbau der Wirtschaft in unserer Deutschen Demokratischen Republik hat. Die elektrische Energieversorgung bildet das Rückgrat für jede industrielle und landwirtschaftliche Produktionssteigerung. Denn die elektrischen Maschinen haben einen weit höheren Wirkungsgrad als andere Maschinen und werden darum immer zahlreicher in unseren Produktionsstätten verwendet. Da die Kraftwerke an zentraler Stelle errichtet werden, bedeutet die Erzeugung elektrischer Energie eine erhebliche Entlastung unseres Transportwesens. Auch die weitgehende Einführung von Neuerer Methoden in der Bearbeitung der Rohstoffe, insbesondere in der Metallverarbeitung, wird vielfach erst durch die Verwendung elektrischer Antriebsmaschinen möglich gemacht. Nur wenn jede Drehbank ihren besonderen Antriebsmotor erhält, ist zum Beispiel eine wirtschaftliche Zerspannung durchführbar. Man geht deshalb in einem immer steigenden Maße zum *Einzelantrieb* über, statt den früher vielfach verwendeten *Gruppenantrieb* durch Riemenübertragung zu wählen. Mögen auch bei der Anlage des Einzelantriebs größere Mittel aufzuwenden sein, so wird dadurch doch die Arbeitsproduktivität und vor allem die Sicherheit der an den Maschinen arbeitenden Menschen wesentlich erhöht.

Von besonderer Wichtigkeit ist die Durchführung der *Elektrifizierung unserer Dörfer*, die seit 1945 mit großer Energie betrieben wird. Groß sind die seitdem erzielten Erfolge. Von 1945 bis 1953 wurden allein 95 330 Neubauernhöfe an das elektrische Versorgungsnetz angeschlossen. Nächste der Hilfe, die unsere werktätigen Bauern durch die MTS erhalten, wird ihre Arbeit durch die immer mehr zunehmende Versorgung der Landbezirke mit elektrischer Energie wesentlich erleichtert und planvoller gestaltet. Aus der Fülle der Anwendungsmöglichkeiten elektrischer Maschinen und Geräte in landwirtschaftlichen Betrieben sei hier nur auf die folgenden hingewiesen: Elektromotoren der verschiedensten Art zum Betreiben von Dreschmaschinen, Häckselmaschinen, Höhenförderern, Pumpen, elektrische Melkanlagen, elektrische Milchzentrifugen und Buttermaschinen, nicht zuletzt die elektrische Beleuchtung im Haus, in der Scheune, in den

Ställen, auf dem Hof und vieles andere mehr. Die Eigenart der Arbeit in den landwirtschaftlichen Betrieben bringt es mit sich, daß die meisten der verwendeten Elektromotoren ortsveränderlich und, wenigstens in ihren kleineren Ausführungen, von Menschenhand leicht bewegbar sein müssen. Kleinere und mittlere Motoren für landwirtschaftliche Zwecke werden deshalb als *tragbare Motoren*, als *Rollmotoren* oder als *Rutschmotoren* gebaut, schwere Motoren werden selbstverständlich auf besondere Wagen montiert (Abb. 81/1, 81/2).

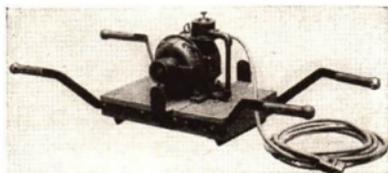


Abb. 81/1. Ortsveränderlicher, von zwei Personen tragbarer Elektromotor (Motortrage)



Abb. 81/2. Schwerer landwirtschaftlicher Elektromotor auf einem Motorwagen

Aus den genannten Gründen ist in der Deutschen Demokratischen Republik eine erhebliche Steigerung der Erzeugung elektrischer Energie und der Produktion elektrischer Maschinen vorgesehen. Es sind auf diesem Gebiete schon bedeutende Erfolge erzielt worden. So wurden im Jahre 1954 76 große Turbogeneratoren für Kraftwerke geliefert. Große Kraftwerke werden gebaut, bestehende Kraftwerke werden vergrößert. So entsteht bei Vockerode an der Elbe ein Kraftwerk, das eine Leistungsabgabe von 280 000 kW haben und eines der größten Kraftwerke in der Deutschen Demokratischen Republik sein wird (Abb. 81/3). Das gleiche gilt für die Großkraftwerke Trattendorf bei Spremberg an der Spree, deren Leistung nach Fertigstellung 450 000 kW betragen wird.



Abb. 81/3
Blick auf das Kraftwerk
Elbe bei Vockerode

5. Fragen und Aufgaben:

1. Warum ist es vorteilhafter, elektrische Ströme bei hoher Spannung zu übertragen als mit großer Stromstärke?
2. Zeichnen Sie das Schaltbild eines Dreiphasenwechselstrom-Transformators, dessen Primärspulen in Dreieckschaltung und dessen Sekundärspulen in Sternschaltung verbunden sind!
3. Welche Vorteile bietet die Ringverteilung in einem Stromnetz gegenüber der Blockverteilung?
4. Erläutern Sie die durch Abb. 78/1 wiedergegebenen Risse eines Transformatorhäuschens!
5. Wie arbeitet ein Einankerumformer?
6. Welchen Nachteil hat für den elektrischen Betrieb von Werkzeugmaschinen der Gruppenantrieb mittels Riemenübertragung? Welche Vorteile bietet demgegenüber der Einzelantrieb?
7. Stellen Sie fest, woher Ihr Schulort und seine Umgebung mit Energie versorgt werden!

III. Der Wechselstromkreis

§ 14. Die Frequenz des Wechselstromes

1. Grundbegriffe. Das charakteristische Merkmal einer Wechselspannungsquelle besteht darin, daß sich die Polarität periodisch ändert. Dabei erreicht die Spannung jeweils zwei Höchstwerte von gleichem absolutem Betrag. Die Änderung der Polarität der Spannungsquelle hat zur Folge, daß die Richtung und die Stärke des Elektronenstromes im äußeren Stromkreis ebenfalls periodisch wechseln. Da es sich somit beim Wechselstromkreis um einen periodischen Vorgang handelt, verwendet man zur Beschreibung der Zusammenhänge die gleichen Begriffe wie in der Schwingungslehre.

Wie uns bereits aus § 8, 3 bekannt ist, kann man jeden sinusförmigen Wechselstrom durch die Gleichung

$$i = I_{max} \cdot \sin \alpha$$

wiedergeben. Einen vollständigen Hin- und Hergang des Stromes bezeichnet man als die *Periode*. Ihr ist im Kreis der Winkel 2π zugeordnet.

Die Anzahl der Perioden in einer Sekunde nennt man die *Frequenz* des Stromes (Formelzeichen f). Ihre Maßeinheit ist das **Hertz** (Hz).

Wie bereits aus der Wellenlehre bekannt, ist die Frequenz der reziproke Wert der *Schwingungsdauer*

$$f = \frac{1}{T}.$$

Ihre Dimension ist somit $[t^{-1}]$. Größere Einheiten für die Frequenz sind das **Kilohertz** (kHz) und das **Megahertz** (MHz):

$$\begin{aligned} 1 \text{ kHz} &= 10^3 \text{ Hz,} \\ 1 \text{ MHz} &= 10^6 \text{ Hz.} \end{aligned}$$

Bei dem zweipoligen Modell eines Wechselstromgenerators, das aus RFT-Aufbauteilen zusammenstellbar ist und in § 8, 3 erwähnt wurde, führt der Doppel-T-Anker in der Zeit T eine Umdrehung im homogenen Magnetfeld der Magnetpole aus. Der Drehwinkel α durchläuft dabei die Werte von 0° bis 360° . Dem entsprechen im Bogenmaß die Werte 0 bis 2π . Bezeichnet man den im Bogenmaß gemessenen Winkel α mit $\hat{\alpha}$, so gilt die Proportion

$$\hat{\alpha} : 2 \cdot \pi = t : T.$$

Hieraus folgt

$$\hat{\alpha} = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t$$

oder

$$\hat{\alpha} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t.$$

Das Produkt $2 \cdot \pi \cdot f$ hat die Dimension einer Frequenz und ist die Anzahl der Perioden in $2 \cdot \pi$ Sekunden; man nennt es die *Kreisfrequenz* (Formelzeichen ω):

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Bei technischen Wechselströmen mit der Frequenz 50 Hz ist die Kreisfrequenz

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} \approx 314 \text{ s}^{-1}$$

2. Die Frequenzbereiche — Frequenzmessung. Infolge der ständigen Weiterentwicklung der Technik werden heute Frequenzen bis zu 10^9 Hz verwendet. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, die gesamten Frequenzen in drei *Frequenzbereiche* zu gliedern. Der *Niederfrequenzbereich* umfaßt Wechselströme mit Frequenzen bis zu 10^3 Hz. Daran schließt sich der *Mittelfrequenzbereich* bis zu 10^4 Hz an. Der dritte Bereich, der *Hochfrequenzbereich*, umfaßt die Wechselströme mit Frequenzen bis zu 10^9 Hz.

a) Niederfrequente Wechselströme. Wechselströme mit Frequenzen von nur wenigen Hertz kann man unter Umständen schon am Hinundherschwanken des Zeigers eines in den Stromkreis geschalteten Drehspulgerätes oder am Flackern kleiner im Stromkreis liegender Glühlampen erkennen (vgl. dazu Versuchsbeschreibung in § 8, 3). Doch

sind dieser Art der Sichtbarmachung eines Wechselstromes infolge der Trägheit des Auges bzw. des Zeigers des Meßgerätes Grenzen gesetzt.

Zur Veranschaulichung niederer Frequenzen verwendet man zweckmäßigerweise den uns bereits bekannten *Schleifenoszillographen* (Abb. 84/1, vgl. auch LB 10, § 51, 4). Da bei ihm die Masse des schwingenden Systems sehr gering ist und somit nur eine geringe Trägheit hat, ist der Schleifenoszillograph auch noch für Untersuchungen im Mittelfrequenzbereich geeignet.

Auch *Glimmlampen* sind zum Nachweis des Wechselstromes geeignet, da sie nahezu trägheitslos arbeiten und die Stromrichtung erkennen lassen. Bewegt man beispielsweise einen an das Wechselstromnetz angeschlossenen

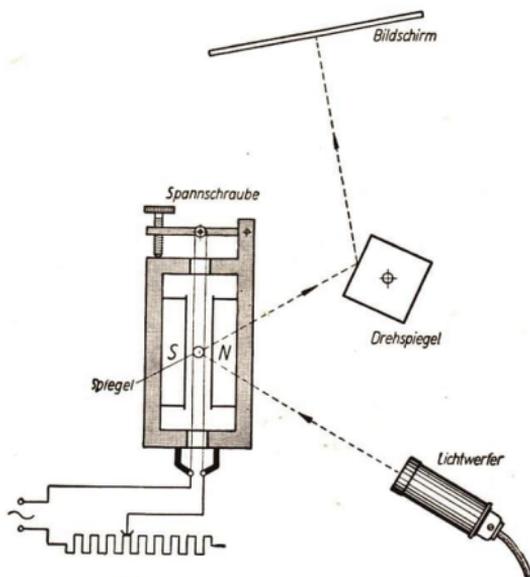


Abb. 84/1. Verwendung eines Schleifenoszillographen zum Nachweis von Wechselströmen

und senkrecht gehaltenen *Polsucher* schnell hin und her oder betrachtet ihn in einem Drehspiegel, so sieht man ein gezacktes Lichtband (vgl. LB 8, § 11, 4). Die leuchtenden Felder sind abwechselnd nach oben und nach unten gerichtet. Statt

des Polsuchers kann man auch eine *Signallampe* (Abb. 85/1) in einem Drehspiegel betrachten. Die Signallampe ist ebenfalls eine Glimmlampe, die mit einer kleinen Kreisscheibe und einem darüberliegenden Ring als Elektroden ausgestattet ist. Legt man an beide Elektroden eine Wechselspannung, so überzieht sich jeweils die mit



Abb. 85/1. Signallampe

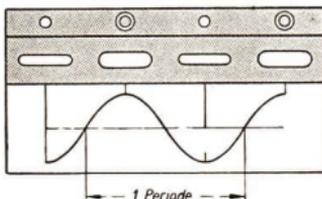


Abb. 85/2. Lichtband einer Signallampe. Die Zeichnung wurde auf Grund von Beobachtungen angefertigt. Die oberste Bildreihe gibt die Lichterscheinung in Momentbildern wieder, von denen jedes das Glimmlicht für den darunter abgebildeten Lichtstreifen ohne dazwischengeschalteten Drehspiegel zeigt.

dem negativen Pol verbundene Elektrode mit einer Glimmhaut. Man sieht beim Betrachten der Glimmlampe im Drehspiegel ein Lichtband nach Art von Abb. 85/2.

Zum Messen niederer Frequenzen im Bereich des technischen Wechselstromes dient der *Zungenfrequenzmesser* (Abb. 85/3). Er enthält einen langgestreckten Elektromagneten, der vom Wechselstrom umflossen wird und infolgedessen ein magnetisches Wechselfeld erzeugt. Über dem Elektromagneten ist eine Reihe von Stahlzungen angebracht, deren Eigenfrequenzen gegeneinander abgestuft



Abb. 85/3. Zungenfrequenzmesser. Schematische Wiedergabe seines Meßwerkes

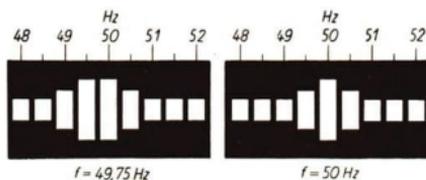


Abb. 85/4. Skalenbild eines Zungenfrequenzmessers

sind. Stimmt die Frequenz des Stromes mit der Frequenz einer Zunge überein, so gerät diese infolge Resonanz in Schwingung und zeigt auf einer in Hz geteilten Skala die Frequenz an. Schwingen mehrere Zungen gleichzeitig, so kann man aus dem Verhältnis der Schwingungsweiten auf Zwischenwerte schließen (Abb. 85/4, vgl. auch LB 10, § 3, 3).

b) *Mittelfrequente Wechselströme*. Da die Schwingungen des Mittelfrequenzbereiches fast alle im Hörbereich liegen, bezeichnet man sie auch als *tonfrequente*

Schwingungen. Sie spielen in der Nachrichten- und in der Rundfunktechnik eine wichtige Rolle.

Man kann sie mit Hilfe eines Lautsprechers nachweisen. Die Frequenzmessung erfolgt durch Messen der Tonhöhe, da die Frequenz des Tones mit der des Wechselstromes übereinstimmt.

Die Schwingungen mittelfrequenter Wechselströme lassen sich auch mit Hilfe von *Glimmlichtströhren* nachweisen. Dazu verwendet man den von *Gehrke* angegebenen *Glimmlicht-Oszillographen* (Abb. 86/1). Er besteht aus einer Glasröhre,

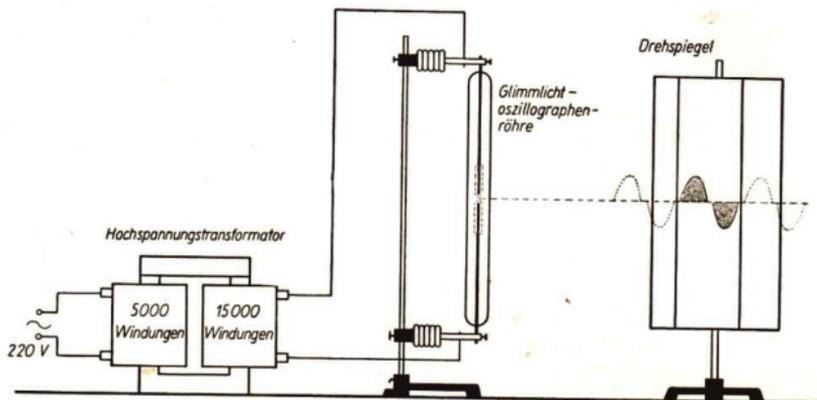


Abb. 86/1. Glimmlicht-Oszillograph

die reinen Stickstoff von sehr niedrigem Druck enthält. In der Röhre befinden sich zwei lange stabförmige Elektroden, deren Enden nur etwa 1 mm voneinander entfernt sind. Legt man an die Elektroden eine Wechselspannung, so überzieht sich jeweils die mit dem negativen Pol verbundene Elektrode mit Glimmlicht. Zur Bestimmung der Frequenz betrachtet man das Glimmlicht der Glimmröhre und das Glimmlicht einer daruntergestellten Glimmlampe, die an eine Wechselspannung mit einer Frequenz von 50 Hz angeschlossen ist, im rotierenden Spiegel. Durch Vergleich der Breite der Periodenstreifen kann man näherungsweise die Frequenz ermitteln. Es ist zweckmäßig, den Drehspiegel mit Hilfe eines Motors in Drehung zu setzen, damit man eine konstante Drehzahl erhält.

Auf die Verwendbarkeit des Schwingungsspiegel-Oszillographen als Anzeigergerät für mittelfrequente Schwingungen wurde schon im Abschnitt 2a hingewiesen.

In ähnlicher Weise läßt sich als Schwingungsanzeiger für mittelfrequente Schwingungen auch der Kathodenstrahloszillograph verwenden, über den wir in § 28 Näheres erfahren werden.

Durch Vergleich mit einer Wechselstromkurve bekannter Frequenz läßt sich auch bei diesem Gerät die Frequenz des zu untersuchenden Wechselstromes ermitteln. Darüber hinaus zeigt das Kurvenbild, ob der Wechselstrom sinusförmig

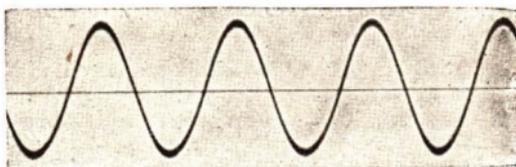
ist oder ob auf Grund irgendwelcher Ursachen Abweichungen von der Sinusform auftreten (Abbildung 87/1).

c) Hochfrequente

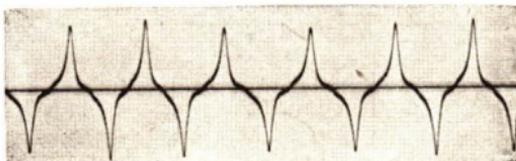
Wechselströme. Die Erzeugung hochfrequenter Wechselströme mittels eines Wechselstromgenerators bedeutete anfänglich ein schwieriges technisches Problem, da man die Umdrehungszahl der Maschine nicht unbegrenzt steigern und die Polzahl nicht beliebig heraufsetzen kann. Man hat später Generatoren

konstruiert, bei denen durch besondere innerhalb oder außerhalb der Maschine befindliche Anordnungen die Frequenz vervielfacht werden kann.

Eine weitere Möglichkeit zur Erzeugung hochfrequenter Wechselströme ergibt sich aus der 1862 von *Wilhelm Feddersen*¹ entdeckten Tatsache, daß jede elek-



a) sinusförmiger Wechselstrom



b) nicht sinusförmiger Wechselstrom

Abb. 87/1. Oszillogramme von Wechselströmen



Abb. 87/2. Oszillatorische Funkenentladung eines Kondensators

trische *Funkenentladung* einen oszillatorischen Charakter hat. Abb. 87/2 zeigt die photographische Wiedergabe einer solchen Entladung, die durch einen sehr schnell rotierenden Spiegel auseinanderggezogen worden ist.

Das wichtigste Gerät zur Erzeugung hochfrequenter Wechselströme ist heute der *Röhrengenerator*. Seinen Aufbau und seine Wirkungsweise werden wir erst im 12. Schuljahr kennenlernen. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß mit dem Röhrengenerator Wechselströme mit Frequenzen bis zu $4 \cdot 10^9$ Hz erreicht werden können.

Auf den Gebieten der Nachrichtenübermittlung hat die Verwendung hochfrequenter Wechselströme zu wesentlichen Fortschritten geführt. Durch sie ist erst die Vielfachtelegraphie und die Vielfachtelephonie auf einem Leitungsdraht

¹ Berend Wilhelm Feddersen (1832–1918), ein in der Stadt Schleswig geborener deutscher Physiker, der seit 1858 in Leipzig lebte. Seine Versuche bilden die Grundlage für die Entwicklung der Lehre von den elektrischen Schwingungen.

möglich geworden. Auch der Rundfunk und das Fernsehen beruhen auf der Anwendung hochfrequenter Wechselströme.

Der Nachweis hoher Frequenzen erfolgt mit Hilfe des Kathodenstrahloszillographen. Er ist dafür besonders geeignet, da er nahezu trägheitslos arbeitet. Auf Einzelheiten zum Kathodenstrahloszillographen wird erst in § 28 eingegangen.

3. Fragen und Aufgaben:

1. Zeichnen Sie das Spannung-Zeit-Diagramm eines Wechselstromes für $U_{max} = 300 \text{ V}$ im Bereiche von 0 bis $\frac{1}{2}\pi$ und erläutern Sie an ihm die Grundbegriffe des Wechselstromes!
2. Was versteht man unter der Kreisfrequenz?
3. Ermitteln Sie die Kreisfrequenz, wenn die Wechselstromfrequenz $f = 16\frac{2}{3} \text{ Hz}$ beträgt!
4. Geben Sie die drei Frequenzbereiche für Wechselströme an!
5. Auf welche Weise kann man in den drei Frequenzbereichen die Schwingungen des Wechselstromes nachweisen?
6. Wie kann man die Frequenzen niederfrequenter und mittelfrequenter Ströme messen?

§ 15. Die Messung der Spannung und der Stromstärke im Wechselstromkreis

1. Allgemeines über Strom- und Spannungsmessungen in Wechselstromkreisen. Aus der graphischen Darstellung der Spannung und der Stromstärke eines Wechselstromes ersieht man, daß die Stromstärke und die Spannung periodisch ihre Beträge und ihre Richtung ändern (Abb. 88/1). Infolgedessen sind Drehspul-

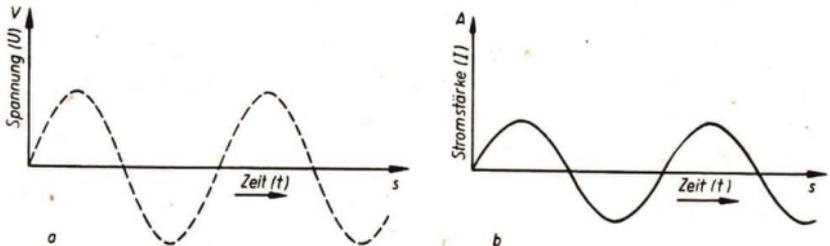


Abb. 88/1. Spannung-Zeit- (a) und Stromstärke-Zeit-Diagramm (b) eines Wechselstromes

geräte in Wechselstromkreisen nicht verwendbar, da die Zeigerausschläge mit jedem Stromwechsel ihre Richtung ändern. Da die Zeiger zu träge sind, als daß sie den sich schnell ändernden Strömen zu folgen vermögen, bleiben sie in der Nulllage stehen (vgl. § 8, 3). In Wechselstromkreisen verwendet man zum Messen der Stromstärke und der Spannung die Wärmewirkung des Stromes oder die Kraftwirkung, die zwischen zwei vom Strom durchflossenen Spulen auftritt. Beide Wirkungen sind in jedem Augenblick proportional dem Quadrat der Stromstärke und somit von der Stromrichtung unabhängig. Geräte, deren Funktion auf der Ausnutzung der Wärmewirkung beruht, sind die uns schon

von früher bekannten Hitzdraht- und Thermokreuzgeräte. Vergleiche dazu LB 10, § 34, 2 und § 59, 4!

2. Die Effektivwerte der Stromstärke und der Spannung eines Wechselstromes. Die beiden soeben genannten Geräte geben im Grunde nicht die Stromstärke unmittelbar, sondern die vom Strom entwickelte Wärmemenge an. Will man daraus die Stromstärke ermitteln, so muß man die Gleichung für die Joulesche Wärme zugrunde legen (vgl. LB 10, § 40, 3). Sie lautet

$$Q \approx 0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t$$

und besagt, daß die vom Strom beim Erzeugen von Wärme verrichtete Arbeit dem Quadrat der Stromstärke und der Zeit proportional ist. Nimmt man im folgenden den Widerstand R als konstant an und setzt abkürzend den Quotienten

$$\frac{Q}{0,24 \cdot R} = A,$$

so ist

$$A = I^2 \cdot t.$$

Hierin bedeutet A die vom Strom längs eines Widerstandes von 1Ω verrichtete Arbeit. Für den zu messenden Wechselstrom ergibt sich, bezogen auf die Dauer einer Periode,

$$A_{We} = I_{max}^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) \cdot T.$$

Den Wechselstrom denkt man sich nunmehr durch einen Gleichstrom ersetzt, der in der Zeit T die gleiche Arbeit verrichtet wie der Wechselstrom. Soll diese Bedingung erfüllt sein, so muß die Stromstärke des Gleichstromes so gewählt werden, daß ihr Quadrat der Mittelwert der Quadrate sämtlicher Werte der Stromstärke des Wechselstromes ist. Man nennt einen solchen Mittelwert den *quadratischen Mittelwert* und bezeichnet die durch ihn definierte Stromstärke als die *effektive Stromstärke* des Wechselstromes (Formelzeichen I_{eff}).

Es ergibt sich für die effektive Stromstärke die Gleichung

$$I_{eff}^2 = \frac{I_{max}^2}{2}$$

und somit

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{2}} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot I_{max}.$$

Entsprechend gilt für die effektive Spannung die Gleichung

$$U_{eff} \approx 0,707 \cdot U_{max}.$$

Mathematisch können wir diese Zusammenhänge beweisen, indem wir den quadratischen Mittelwert zweier Stromstärkenwerte bilden, deren Periodenwinkel sich um $\frac{\pi}{2}$ unterscheiden. Wir gehen von einem beliebigen Winkel $\omega \cdot t_1$ aus und setzen

$$i_1 = I_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t_1)$$

und

$$i_2 = I_{max} \cdot \sin\left(\omega \cdot t_1 + \frac{\pi}{2}\right).$$

Dann ist

$$I_{\text{eff}}^2 = \frac{i_1^2 + i_2^2}{2} = \frac{I_{\text{max}}^2}{2} \cdot \left[\sin^2(\omega \cdot t_1) + \sin^2\left(\omega \cdot t_1 + \frac{\pi}{2}\right) \right].$$

Aus der Trigonometrie ist uns bekannt, daß

$$\sin\left(\omega \cdot t_1 + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega \cdot t_1\right) = \cos(\omega \cdot t_1)$$

ist. Mithin ist

$$\sin^2(\omega \cdot t_1) + \sin^2\left(\omega \cdot t_1 + \frac{\pi}{2}\right) = \sin^2(\omega \cdot t_1) + \cos^2(\omega \cdot t_1) = 1.$$

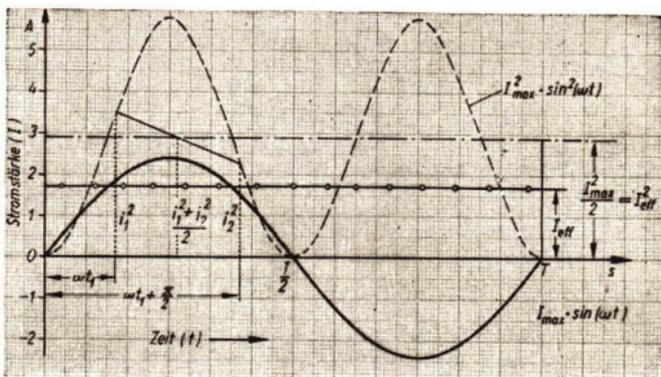


Abb. 90/1. Graphische Darstellung der Funktion $i = I_{\text{max}} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ und der Funktion $i^2 = I_{\text{max}}^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$

Als Beispiel wurde gewählt: $I_{\text{max}} = 2,4 \text{ A}$, $I_{\text{max}}^2 = 5,8 \text{ A}^2$,

$$I_{\text{eff}} = 1,7 \text{ A} \approx 0,7 \cdot I_{\text{max}}$$

Zur Veranschaulichung der vorangegangenen Ausführungen dient Abb. 90/1. Diese Abbildung zeigt die Kurvenbilder der Funktionen

$$i = I_{\text{max}} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

und

$$i^2 = I_{\text{max}}^2 \sin^2(\omega \cdot t).$$

Man erkennt rein anschaulich, daß auch die Funktion $i^2 = I_{\text{max}}^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$ eine periodische Funktion ist und die halbe Periodenlänge hat wie die Funktion $i = I_{\text{max}} \cdot \sin(\omega \cdot t)$. Ihre Kurve hat die im Abstand $\frac{I_{\text{max}}^2}{2}$ parallel zur Zeitachse verlaufende Gerade zur Achse. Die Gerade, die die Wurzel aus $\frac{I_{\text{max}}^2}{2}$ zum Abstand hat, veranschaulicht einen Gleichstrom von gleicher Stärke wie der Effektivwert des Wechselstromes.

Die effektiven Werte sind die Werte der Stromstärke und Spannung, die auf den *Anschlußschildern* sämtlicher elektrischer Geräte und Maschinen angegeben sind. So besagt beispielsweise die auf dem Leistungsschild eines Motors befindliche Angabe 220 V, 10 A, daß die Höchststromstärke $I_{max} = 10 A \cdot \sqrt{2} \approx 14,1 A$ und die Höchstspannung $U_{max} = 220 V \cdot \sqrt{2} \approx 310,2 V$ beträgt.

3. Meßgeräte für Effektivwerte der Stromstärke und der Spannung eines Wechselstromes. Zum Messen der Effektivwerte von Wechselstromstärken und Wechselspannungen sind alle Meßgeräte verwendbar, deren Zeigerausschläge der vom Strom verrichteten Arbeit proportional, mithin vom Quadrat der Stromstärke abhängig sind.

Die hierfür in Frage kommenden Meßgeräte sind: die *Hitzdrahtgeräte*, die *Thermokreuzgeräte*, die *Dreheisengeräte* und die *elektrodynamischen Meßgeräte*. Die Hitzdrahtgeräte sind uns schon vom 10. Schuljahr her bekannt (vgl. LB 10, § 34, 2). Sie werden für technische Zwecke heute nicht mehr verwendet und werden daher kaum noch hergestellt. An ihre Stelle sind heute überall die Thermokreuzgeräte getreten, die wir ebenfalls schon kennengelernt haben. Bei ihnen durchfließt der zu messende Wechselstrom ein vor ein Drehspulgerät geschaltetes Thermoelement. Dieses wirkt durch den infolge der Erwärmung verursachten Gleichstrom auf das Drehspulgerät ein und ermöglicht so indirekt eine Messung des Wechselstromes. Einzelheiten über das Thermokreuzgerät siehe LB 10, § 59, 4.

Auch die uns schon von früher her bekannten Dreheisengeräte sind zum Messen von Effektivwerten verwendbar. Denn sie enthalten im Innern einer Spule ein festes und ein mit der Zeigerachse drehbar verbundenes Weicheisenplättchen (Abb. 91/1). Fließt durch die Spule ein Strom, so werden beide Plättchen gleichartig magnetisch und stoßen einander ab. Die Größe des durch jedes Plättchen tretenden magnetischen Kraftflusses ist aber der Stromstärke, die zwischen den Plättchen wirksame abstoßende Kraft demnach dem Quadrat der Stromstärke proportional. Die Größe des Zeigerausschlags ist somit ein Maß für die effektive Stromstärke.

Ähnliche Überlegungen gelten für die elektrodynamischen Meßgeräte, die wir ebenfalls schon früher als Leistungsmesser (Dynamometer) kennengelernt haben (vgl. LB 10, § 51, 3). Da der Strom sowohl durch die Feldspule als auch durch die Drehspule fließt und sich die Stromrichtungen beim Richtungswechsel in beiden Spulen gleichzeitig umkehren, ist die Wirkung der Spulen aufeinander von der Stromrichtung unabhängig. Die Zeigerausschläge sind bei ihnen aus dem gleichen Grunde wie bei den Dreheisengeräten dem Quadrat der Stromstärke proportional und zeigen somit die effektive Stromstärke an.

4. Klassifikation der Meßgeräte. Die Meßgeräte unterscheiden sich sowohl hinsichtlich ihres Meßbereiches als auch hinsichtlich ihrer Meßgenauigkeit. Sie werden aus diesem Grunde, je nach dem Grad der Genauigkeit, gemäß den

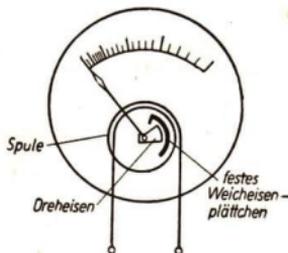


Abb. 91/1. Schnitt durch ein Dreheisengerät (schematisch)

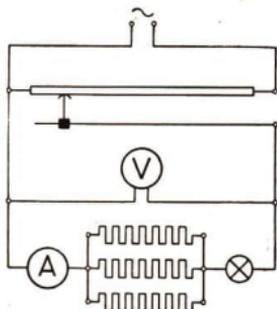
Vorschriften für Meßgeräte (VDE¹ 0410) in fünf Klassen eingeteilt, die durch die in Prozenten des Endwertes angegebenen Fehlergrenzen mit 0,2; 0,5; 1,0; 1,5 und 2,5 bezeichnet werden. So gehören beispielsweise Präzisions- und Laboratoriums-Meßgeräte zur Klasse 0,2, das heißt, der Meßfehler liegt unter 0,2% des Skalenendwertes. Tragbare Geräte für Abnahme- und Betriebsmessungen gehören zur Klasse 0,5 bzw. 1,0, Schalttafel-Meßgeräte zur Klasse 1,5 oder 2,5.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Was verstehen Sie unter den Effektivwerten der Stromstärke und der Spannung eines Wechselstromes?
2. Weshalb kann man die Skalen der Wechselstrom-Meßgeräte mit Hilfe von Gleichstrom festlegen?
3. Ein Wechselstrommotor enthält auf seinem Leistungsschild die Angaben 220 V und 8 A. Wie groß sind seine maximale zulässige Stromstärke und seine maximale zulässige Spannung?
4. Durch welche zusätzlichen Vorrichtungen kann man ein Drehspul-Meßgerät zur Messung von Wechselströmen verwendbar machen?
5. Was ist ein Thermokreuz?
6. Erläutern Sie, warum Dreheisengeräte und elektrodynamische Meßgeräte zum Messen von Effektivwerten geeignet sind!
7. Entwerfen Sie das Schaltbild eines elektrodynamischen Meßgerätes
 - a) für Strommessung,
 - b) für Spannungsmessung!

§ 16. Der Widerstand im Wechselstromkreis

1. Der Ohmsche Widerstand. An die Wechselspannungsklemmen eines RFT-Stromversorgungsgerätes schalten wir ein Dreheisenamperemeter und drei geradlinige parallele Widerstandsdrähte in Reihe. Die Spannung messen wir



mittels eines Dreheisenvoltmeters; sie wird durch ein vor die Widerstandsdrähte gelegtes Potentiometer konstant gehalten (Abb. 92/1). Nacheinander werden erst eine, dann zwei und schließlich alle drei Widerstandsdrähte, deren Widerstände etwa zu je 8Ω ermittelt worden sind, eingeschaltet. Jedesmal wird bei gleicher Spannung die Stromstärke gemessen. Die gemessenen Werte und die nach dem Ohmschen Gesetz errechneten Werte der Stromstärke werden in eine Tabelle eingetragen.

Abb. 92/1. Versuchsordnung zum Nachweis der Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes für einen Wechselstromkreis, der nur Ohmsche Widerstände enthält (Schaltbild)

¹ VDE = Kurzzeichen für „Verein Deutscher Elektrotechniker“

Aus der Tabelle ergibt sich, daß die errechneten Werte innerhalb der Fehlergrenzen mit den gemessenen Werten übereinstimmen. Die Größe des lediglich von den geometrischen Abmessungen und von der Form des Leiters abhängigen Widerstandes ist mithin davon unabhängig, ob der Widerstandsdraht von Gleichstrom oder Wechselstrom durchflossen wird. Man bezeichnet auch in einem Wechselstromkreis Widerstände der angegebenen Art als **Ohmsche Widerstände** (Formelzeichen R), da für sie im Wechselstromkreis das Ohmsche Gesetz in der gleichen Form gilt wie im Gleichstromkreis. Da der Ohmsche Widerstand die Ursache für die Erwärmung des Leiters ist, nennt man ihn auch einen **Wirkwiderstand**.

Abhängigkeit der Stromstärke eines Wechselstromes vom Ohmschen Widerstand

Spannung 3,0 V, Frequenz 50 Hz

Anzahl der parallelgeschalteten Drähte	Widerstand (R) Ω	Stromstärke (I)	
		errechnet A	gemessen A
1	8,0	0,375	0,37
2	4,0	0,750	0,76
3	2,7	1,125	1,13

Der Ohmsche Widerstand eines Leiters ist im Wechselstromkreis ebenso groß wie im Gleichstromkreis. Er ist ein Wirkwiderstand.

Der Ohmsche Widerstand eines Leiters ist im Wechselstromkreis ebenso groß wie im Gleichstromkreis. Er ist ein Wirkwiderstand.

2. Der induktive Widerstand. An Stelle der Widerstandsdrähte werden nun Spulen mit verschiedenen Windungszahlen nacheinander in den Stromkreis geschaltet (Abb. 93/1). Die Spannung wird wiederum mit Hilfe eines Spannungsteilers konstant gehalten und jedesmal nach dem Einschalten einer Spule die Stromstärke gemessen. Vorher wird unabhängig von der Versuchsanordnung unter Verwendung von Gleichstrom der Widerstand jeder Spule ermittelt und aus ihm und der angelegten

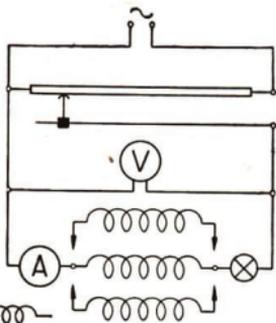


Abb. 93/1. Nachweis der Wirkung induktiver Widerstände im Wechselstromkreis (Schaltbild der Versuchsanordnung). Schaltzeichen einer durch ihre Selbstinduktion wirkenden Spule

Spannung die zu erwartende Stromstärke des Wechselstromes errechnet. Die beigelegte Tabelle gibt die gemessenen und errechneten Werte wieder.

Vergleicht man die gemessenen Werte der Stromstärke mit den errechneten, so sieht man, daß das Ohmsche Gesetz in der uns bisher bekannten Form für

Abhängigkeit der Stromstärke eines Wechselstromes vom Wechselstromwiderstand einer Spule

Spannung 10 V, Frequenz 50 Hz

Windungszahl der Spule (w)	Ohmscher Widerstand Ω	Stromstärke (I)	
		errechnet A	gemessen A
125	3,6	2,78	2,24
250	7,1	1,41	1,14
500	20,4	0,49	0,37
750	66,7	0,15	0,12
1500	125,0	0,08	0,05

eine Spule im Wechselstromkreis nicht mehr gilt. Die gemessene Stromstärke ist für alle Spulen geringer als die berechnete. Es folgt daraus, daß die Spulen dem Wechselstrom einen größeren Widerstand bieten als dem Gleichstrom. Der folgende Versuch zeigt, wie man die Ursache für dieses Verhalten untersuchen kann.

An eine Wechselspannungsquelle werden eine Glühlampe, eine Spule mit 750 Windungen und ein Amperemeter in Reihe geschaltet. Die Spannung wird so geregelt, daß die Glühlampe hell leuchtet. Die Stromstärke wird abgelesen.

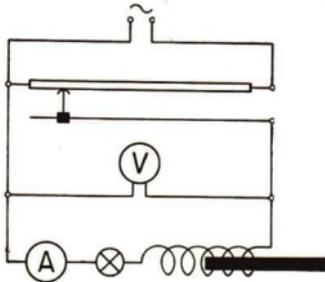


Abb. 94/1. Vergrößerung des induktiven Widerstandes einer Spule durch Einführen eines Eisenkerns (Schaltbild der Versuchsanordnung)

Führt man nun einen Eisenkern langsam in die Spule ein, so nimmt die Stromstärke und damit die Helligkeit der Glühlampe ab (Abb. 94/1). Da durch das Einführen des Eisenkerns lediglich die *Induktivität* L der Spule zunimmt, muß diese die Ursache für das Nachlassen der Lampenhelligkeit sein. Die Zunahme der Induktivität wirkt wie ein Anwachsen des Widerstandes. Man kann die Selbstinduktion der Spule noch dadurch vergrößern, daß man den Eisenkern durch einen U-Kern ersetzt und diesen allmählich durch ein Joch schließt. Man beobachtet dann, daß die Glühlampe schließlich ganz erlischt. Der Ausschlag des Meßgerätes geht fast auf Null zurück.

Führt man den Versuch mit dem Wechselstromgeneratormodell des RFT-Aufbaugerätes durch, so hat man außerdem die Möglichkeit, durch Ändern der Umdrehungszahl des Ankers auch die Frequenz zu ändern. Man schaltet zu diesem Zweck an das Generatormodell eine Spule mit 500 Windungen und eine Niedervoltlampe. Bei schnellem Drehen des Generatorankers leuchtet die Lampe. Erhöht man die Kreisfrequenz ω noch stärker, so stellt man ebenfalls eine Abnahme der Stromstärke und damit der Helligkeit der Glühlampe fest. Es folgt daraus, daß der *Wechselstromwiderstand der Spule mit der Zunahme der Kreisfrequenz wächst*.

Widerstände der eben beschriebenen Art bezeichnet man als **induktive Widerstände** (Formelzeichen R_L). Genaue Messungen haben ergeben, daß der induktive Widerstand einer Spule proportional der Kreisfrequenz ω und der Induktivität L der Spule ist. Er wird definiert durch das Produkt aus ω und L und hat die Dimension

$$[t^{-1}] \cdot \left[\frac{V \cdot t}{A} \right] = \left[\frac{V}{A} \right].$$

Der induktive Widerstand hat somit dieselbe Dimension wie der Ohmsche Widerstand und wird in Ohm gemessen.

Der induktive Widerstand eines Leiters ist gleich dem Produkt aus der Kreisfrequenz und der Selbstinduktion L , gemessen in Henry.

$$R_L = \omega \cdot L.$$

Obwohl der induktive Widerstand bei konstanter Spannung die Stromstärke ebenso herabsetzt wie der Ohmsche Widerstand, besteht zwischen beiden Wider-

standsarten ein wesentlicher Unterschied. Der induktive Widerstand bewirkt keine Erwärmung des Leiters; er verbraucht keine Energie und ist somit *kein Wirkwiderstand*. Man bezeichnet ihn daher als einen **Blindwiderstand**. Rein induktive Widerstände gibt es nicht. Jede Spule hat auch einen Ohmschen Widerstand, durch den die Erwärmung der Spule verursacht wird. Der gesamte Wechselstromwiderstand einer Spule setzt sich aus dem Ohmschen und dem induktiven Widerstand zusammen. Aus den durchgeführten Versuchen ergibt sich:

- a) Spulen bieten dem Wechselstrom einen größeren Widerstand als dem Gleichstrom.
- b) Der Wechselstromwiderstand einer Spule besteht aus zwei Teilen, dem Ohmschen Widerstand und einem durch die Selbstinduktion der Spule bedingten Widerstand, den man als den induktiven Widerstand bezeichnet. Dieser ist gleich dem Produkt aus der Kreisfrequenz des Wechselstromes und der Induktivität der Spule:

$$R_L = \omega \cdot L.$$
- c) Der induktive Widerstand ist ein Blindwiderstand.
- d) Durch entsprechende Wahl der Abmessung der Spule und durch Eisen- schluß kann man den induktiven Widerstand einer Spule so groß machen, daß er den Stromdurchfluß fast ganz verhindert, ihn drosselt. Solche Spulen bezeichnet man in der Technik als Drosselspulen.

Jede Spule, die von einem Wechselstrom durchflossen wird, wirkt wie ein Transformator. Sie ist gleichzeitig Feldspule und Induktionsspule. Als Feldspule verbraucht sie Energie, als Induktionsspule gibt sie ungenutzte Energie wieder an die Energiequelle zurück. Es wird somit, wenn man vom Ohmschen Widerstand absieht, keine Energie durch die Selbstinduktion der Spule verbraucht. Sie bewirkt lediglich eine Behinderung des Stromflusses. Soll der induktive Widerstand einer Spule gleich Null sein, so muß man die Spule *bifilar* wickeln. Sie besitzt dann keine Selbstinduktion, sondern nur einen Wirkwiderstand. So sind die *Widerstandsspulen* der meisten Stöpselrheostaten bifilar gewickelt (Abb. 95/1).

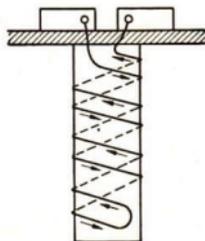


Abb. 95/1
Bifilar gewickelte Wider-
standsspule eines Stöpsel-
rheostaten

3. Der kapazitive Widerstand. Kondensatoren sind für Gleichstrom eine Stromunterbrechung. Legt man sie dagegen in einen Wechselstromkreis, so findet keine Unterbrechung des Stromflusses statt. Es hat dies seine Ursache darin, daß sich ein an eine Wechselspannungsquelle angeschlossener Kondensator in jeder Halbperiode einmal auflädt und sich in der nächsten Halbperiode wieder entlädt und die umgekehrte Polarität annimmt. Die vorher aufgespeicherte Elektrizitätsmenge gibt er beim Umpolen wieder an den Stromkreis zurück. So kommt es zwischen der Spannungsquelle und dem Kondensator zu einem dauernden Hin- undherfließen der Ladung, was einem Wechselstrom gleichkommt.

Um zu untersuchen, inwieweit der Kondensator einen Einfluß auf den Widerstand des Stromkreises ausübt, schalten wir an eine Wechselstromquelle ein

Amperemeter, eine Lampe und einen Kondensator von $1 \mu\text{F}$ in Reihe (Abb. 96/1). Man wählt eine Spannung, bei der die Lampe nur schwach leuchtet. Ersetzt man nun den Kondensator durch einen zweiten mit einer Kapazität von $2 \mu\text{F}$, so zeigt das Amperemeter eine höhere Stromstärke an, die Lampe brennt wesentlich heller. In noch höherem Maße ist dies beim Verwenden eines Kondensators mit einer Kapazität von $3 \mu\text{F}$ der Fall. Zur quantitativen Bestimmung schaltet man einen Kondensator und ein Amperemeter direkt an eine Wechselspannungsquelle von 220 V und mißt Stromstärke und Spannung. Die gemessenen Werte sind in der Tabelle zusammengestellt.

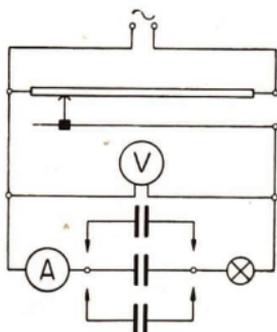


Abb. 96/1. Nachweis der Abhängigkeit der Stromstärke eines Wechselstromes vom kapazitiven Widerstand (Schaltbild der Versuchsanordnung)

Abhängigkeit der Stromstärke eines Wechselstromes vom Wechselstromwiderstand eines Kondensators
Spannung 220 V, Frequenz 50 Hz

Kapazität des Kondensators (C) μF	Stromstärke (I) A	$\frac{I}{C}$ A/ μF
1	0,07	0,070
2	0,15	0,075
3	0,21	0,070

Man bezeichnet den Wechselstromwiderstand eines Kondensators als **kapazitiven Widerstand** (Formelzeichen R_C). Er ist ebenso wie der induktive Widerstand ein **Blindwiderstand**.

Aus der Tatsache, daß die Stromstärke annähernd im gleichen Verhältnis ansteigt wie die Kapazität des Kondensators, folgt, daß sich der Widerstand, den der Kondensator einem hindurchfließenden Wechselstrom bietet, im umgekehrten Verhältnis wie die Kapazität ändert. *Der kapazitive Widerstand des Kondensators ist der Kapazität umgekehrt proportional.*

Verwendet man als Wechselstromquelle das Generatormodell, so kann man nachweisen, daß der kapazitive Widerstand wie der induktive Widerstand frequenzabhängig ist. Erhöht man die Umlaufzahl der Wechselstrommaschine und damit die Kreisfrequenz, so nimmt die Stromstärke zu. Dies hat zwar seine Ursache zum Teil darin, daß mit der Kreisfrequenz auch die induzierte Spannung ansteigt. Da die Zunahme der Stromstärke aber wesentlich stärker ist, als dies der Spannungszunahme entsprechen würde, so geht aus dem Versuch schon rein qualitativ hervor, daß eine *Zunahme der Frequenz eine Verringerung des kapazitiven Widerstandes bedeutet.*

Auf Grund sehr vieler genau durchgeführter Versuche wird die Größe des kapazitiven Widerstandes durch die Gleichung

$$R_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

wiedergegeben. In ihr ist ω die Kreisfrequenz und C die Kapazität, gemessen in Farad. Eine dimensionelle Betrachtung ergibt

$$[R_C] = [t] \cdot \left[\frac{\text{V}}{\text{A} \cdot t} \right] = \left[\frac{\text{V}}{\text{A}} \right].$$

und somit die Dimension des Ohmschen Widerstandes. Der kapazitive Widerstand wird daher in Ohm gemessen.

Die Versuchsergebnisse lassen sich in folgenden Sätzen zusammenfassen:

- a) Kondensatoren sind für den Wechselstrom keine Stromunterbrechung, sie bieten ihm nur einen Widerstand.
- b) Man bezeichnet den Wechselstromwiderstand eines Kondensators als kapazitiven Widerstand und mißt ihn in Ohm.
- c) Der kapazitive Widerstand wird mit wachsender Kapazität sowie mit zunehmender Frequenz des Wechselstromes geringer. Er ist gleich dem reziproken Wert des Produktes aus der Kreisfrequenz und der Kapazität, gemessen in Farad:

$$R_c = \frac{1}{\omega \cdot C}.$$

- d) Der kapazitive Widerstand ist ein Blindwiderstand.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Arten von Widerständen müssen in Wechselstromkreisen unterschieden werden?
2. Welcher Unterschied besteht zwischen Wirkwiderständen und Blindwiderständen?
3. Vergleichen Sie induktive und kapazitive Widerstände miteinander und stellen Sie das Gemeinsame und das Unterschiedliche heraus!
4. Durch eine Spule mit einer Induktivität von 0,1 H fließt ein 50 periodiger Wechselstrom. Wie groß ist der induktive Blindwiderstand?
5. In einem Wechselstromkreis mit veränderlicher Frequenz liegt eine Spule mit einer Induktivität von $L = 0,05$ H. Bei welcher Frequenz beträgt der induktive Blindwiderstand gerade $R_L = 50 \Omega$?
6. In einen Wechselstromkreis mit einer Frequenz von 50 Hz und einer Spannung von 220 V sind drei Blockkondensatoren von $2 \mu\text{F}$, $4 \mu\text{F}$ und $8 \mu\text{F}$ parallel geschaltet. Wie groß ist der kapazitive Blindwiderstand des Stromkreises?

§ 17. Phasenverschiebung durch einen induktiven und durch einen kapazitiven Widerstand

1. Nachweis der Phasenverschiebung durch Glimmlampen. Im § 16 haben wir den Einfluß einer Spule und eines Kondensators auf den Widerstand eines Wechselstromkreises kennengelernt. Durch den folgenden Versuch wird noch eine weitere Veränderung des Stromes durch eine in den Stromkreis geschaltete Spule nachgewiesen werden.

Wir schalten an eine Wechselspannungsquelle einen induktions- und kapazitätsfreien Ohmschen Widerstand, beispielsweise einen Widerstandsdraht, und eine Glimmlampe in Reihe. Eine zweite gleichartige Glimmlampe schließen wir unmittelbar an die zur Spannungsquelle führenden Leitungen an. Beide Glimmlampen leuchten erst dann, wenn an sie eine Spannung gelegt wird und somit ein, wenn auch schwacher, Strom durch sie hindurchfließt. Stromstärke und Spannung

haben dabei gleiche Phase. Die Glimmlampe G_u ist wie ein Voltmeter parallel zum Widerstandsdraht, die Glimmlampe G_i wie ein Amperemeter in Reihe mit ihm geschaltet. Somit veranschaulicht die Glimmlampe G_u den Spannungsverlauf, während die Glimmlampe G_i den Stromverlauf wiedergibt. Beide Glimmlampen werden so aufgestellt, daß man sie im Drehspiegel untereinanderliegend sieht (Abb. 98/1). Stellt man die Verbindung zur Spannungsquelle her und betrachtet

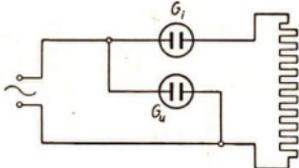


Abb. 98/1. Nachweis der Phasengleichheit beim Durchgang eines Wechselstromes durch einen Ohmschen Widerstand. G_u Glimmlampe für den Spannungsverlauf, G_i Glimmlampe für den Stromverlauf

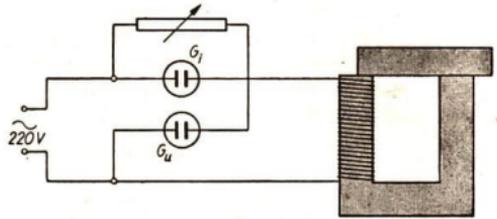


Abb. 98/2. Schaltbild der Versuchsanordnung zum Nachweis der Phasenverschiebung durch Selbstinduktion mit Hilfe von Glimmlampen

die Glimmlampen im rotierenden Drehspiegel, so kann man zwischen den beiden Lichtbändern keinen Unterschied feststellen. Spannung und Stromstärke haben ständig die gleiche Richtung und erreichen zur gleichen Zeit ihre Höchstwerte. Man sagt:

Spannung und Stromstärke sind in Phase.

Nun schaltet man an Stelle des Widerstandsdrahtes eine Spule von 1500 Windungen in den Stromkreis. Man steckt sie auf einen U-förmigen Eisenkern,

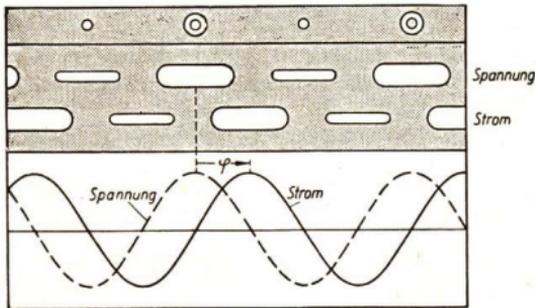


Abb. 98/3. Schematische Wiedergabe der im Drehspiegel an den Lichtbändern beobachteten Phasenverschiebung zwischen der Spannung und der Stromstärke bei induktivem Widerstand, darunter die graphischen Darstellungen der Spannung und der Stromstärke

Stromstärke und Spannung sind nicht mehr in Phase.

Es besteht zwischen ihnen eine Phasenverschiebung. Die Ursache hierfür liegt in der Selbstinduktion der Spule. Während die Spannung bereits ihren Höchstwert erreicht hat, ist die Stromstärke noch im Ansteigen begriffen. Der Versuch

dessen Schenkel man durch ein Querjoch überbrückt (Abb. 98/2). In Reihe mit der die Spannung anzeigenden Glimmlampe legt man einen Schiebewiderstand, den man so einregelt, daß die Glimmlampen annähernd gleich hell leuchten. Betrachtet man sie nunmehr in einem rotierenden Drehspiegel, so erkennt man eine Verschiebung des einen Lichtbandes gegenüber dem anderen (Abbildung 98/3).

zeigt, daß bei induktiver Belastung des Wechselstromkreises die *Stromstärke gegenüber der Spannung* in ihrer Phase *verzögert* ist (vgl. dazu die graphischen Darstellungen in Abb. 98/3).

In der gleichen Weise läßt sich auch der Einfluß eines kapazitiven Widerstandes auf die Stromphase untersuchen. Man braucht nur an Stelle der Spule einen Kondensator mit einer Kapazität von $2 \mu\text{F}$ in den Stromkreis zu legen. Der im Nebenschluß befindliche Widerstand wird wieder so geregelt, daß beide Glimmlampen annähernd gleich hell leuchten. Im rotierenden Drehspiegel beobachtet man wiederum eine Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung. *Jedoch eilt bei einem kapazitiven Widerstand die Stromstärke der Spannung voraus* (Abb. 99/1).

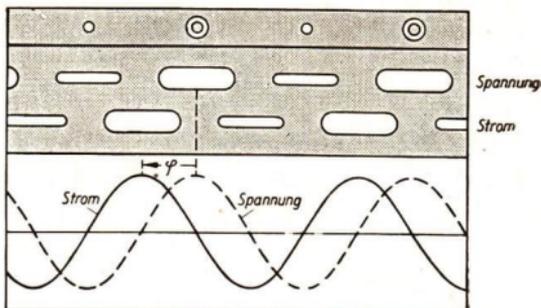
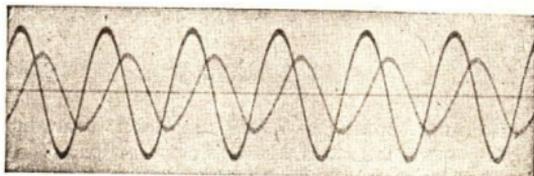


Abb. 99/1. Schematische Wiedergabe der im Drehspiegel an den Lichtbändern beobachteten Phasenverschiebung zwischen der Stromstärke und der Spannung bei kapazitivem Widerstand, darunter die graphischen Darstellungen der Spannung und der Stromstärke

2. Nachweis der Phasenverschiebung mit Hilfe des Schwingenspiegel-Oszillographen. Während man bei den Glimmlampen nur Lichtbänder sieht, aus denen keine Einzelheiten entnommen werden können, kann man mit Hilfe eines Dreifach-Schleifenoszillographen die Phasenverschiebung der Stromstärke gegenüber der Spannung in allen Einzelheiten zeigen.

Die drei Meßschleifen werden so eingestellt, daß die von den Schwingenspiegeln reflektierten Lichtbündel auf die gleiche Stelle des Schirmes fallen. Als Spannungsquelle verwendet man ein RFT-Stromversorgungsgerät mit einem daran angeschlossenen Potentiometer. Die eine Meßschleife wird unmittelbar an die Spannungsquelle angeschlossen; die von ihr erzeugte Kurve veranschaulicht den Verlauf der Spannung. Die andere Meßschleife wird im Stromkreis mit der Spule in Reihe geschaltet; die von ihr aufgezeichnete Kurve gibt den Verlauf der Stromstärke wieder. Der Lichtstrahl der dritten Meßschleife zeichnet die Nulllinie auf. Zunächst schaltet man beide Stromkreise nacheinander, dann beide gleichzeitig ein und beobachtet das vom Drehspiegel auf dem Projektionsschirm aufgezeichnete Bild (Abb. 99/2). Es zeigt sich auch bei diesem Versuch, daß die Stromstärke hinter der Spannung zurückbleibt.

Abb. 99/2. Oszillogramm der Spannung und der Stromstärke in einem Wechselstromkreis bei eingeschaltetem rein induktivem Widerstand. Die Kurve mit der großen Amplitude ist die Spannungskurve, die mit der kleinen Amplitude die Stromkurve. Dies gilt auch für die Abb. 100/1, 101/2 und 102/2.



Aus dem Oszillogramm kann man weiterhin näherungsweise den Phasenwinkel ablesen. Die Verschiebung der beiden Kurven beträgt etwa eine Viertelperiode, somit ist der Phasenwinkel mit großer Annäherung gleich $\frac{\pi}{2}$.

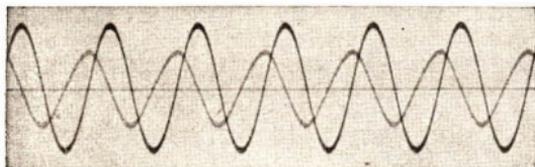


Abb. 100/1. Oszillogramm der Stromstärke und der Spannung in einem Wechselstromkreis bei eingeschaltetem Kondensator

Abb. 100/1 zeigt das Oszillogramm, das man erhält, wenn man statt der Spule einen Kondensator an die eine Meßschleife anschließt. Die Abbildung zeigt deutlich, daß die Stromstärke der Spannung vorausleitet. Man kann

weiterhin aus dem Oszillogramm entnehmen, daß die Phasenverschiebung wieder etwa $\frac{\pi}{2}$ beträgt. Zusammenfassend kann man feststellen:

Bei induktiver Belastung eines Wechselstromkreises ist die Stromstärke gegenüber der Spannung verzögert, bei kapazitiver Belastung eilt sie der Spannung voraus.

3. Zusammenfassung der Ergebnisse des 1. und 2. Abschnittes. Die Abschnitte 1 und 2 haben rein experimentell folgendes ergeben:

- a) *Hat ein Wechselstromkreis nur einen rein induktiven Widerstand R_L , so ist die Stromstärke gegenüber der Spannung in der Phase um den Betrag $\frac{\pi}{2}$ verzögert.*

Es ist

$$u = U_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

$$i = I_{max} \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Hierin ist

$$U_{max} = R_L \cdot I_{max} \quad \text{und} \quad R_L = \omega \cdot L.$$

- b) *Enthält ein Wechselstromkreis nur einen rein kapazitiven Widerstand R_C , so eilt die Stromstärke der Spannung in der Phase um den Betrag $\frac{\pi}{2}$ voraus.*

Es ist

$$u = U_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

$$i = I_{max} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Hierin ist

$$U_{max} = R_C \cdot I_{max} \quad \text{und} \quad R_C = \frac{1}{\omega \cdot C}.$$

Auf die mathematische Ableitung dieser Zusammenhänge kann hier nicht eingegangen werden, da die hierfür erforderlichen Kenntnisse der Differential- und der Integralrechnung noch nicht zur Verfügung stehen.

4. Die Größe der Phasenverschiebung bei einem Ohmschen und einem induktiven Widerstand. Ist in einen Wechselstromkreis ein induktiver Widerstand $\omega \cdot L$ mit einem Ohmschen Widerstand R in Reihe geschaltet, so hat die angelegte Wechselspannung u beide Widerstände zu überwinden. Der auf den Ohmschen Widerstand entfallende Anteil der Spannung ist dauernd mit der Stromstärke i in Phase. Der Scheitelwert dieser Teilspannung ist $R \cdot I_{max}$. Die zur Überwindung des induktiven Widerstandes erforderliche Teilspannung läuft dem Strom um $\frac{\pi}{2}$ voraus und hat den Scheitelwert $\omega \cdot L \cdot I_{max}$.

Man kann diese Zusammenhänge anschaulich darstellen, indem man ein Verfahren anwendet, das man als Zeigerdarstellung der Wechselstromgrößen bezeichnet und das mit einer vektoriellen Darstellung vergleichbar ist. Man wählt die horizontale Achse als Bezugsachse und trägt auf ihr vom Nullpunkt aus den auf die Überwindung des Ohmschen Widerstandes entfallenden Spannungsanteil als Zeiger in positiver Richtung ab. Seine Länge wird durch den Wert von $R \cdot I_{max}$ bestimmt (Abb. 101/1). Diese Spannung ist mit dem Strom in Phase. Die dagegen zum Überwinden des induktiven Widerstandes erforderliche Spannung eilt dem Strom und damit auch dem Spannungsanteil $R \cdot I_{max}$ in der Phase um $\frac{\pi}{2}$ voraus. Sie wird durch einen Zeiger von der Länge $\omega \cdot L \cdot I_{max}$ wiedergegeben, der gegen den ersten Zeiger um $\frac{\pi}{2}$ im positiven Drehungssinn gedreht ist, mit ihm demnach einen Winkel von 90° bildet. Aus dem Zeigerparallelogramm ergibt sich die Gesamtspannung als Zeiger in der Diagonaldirection. Der Betrag der Spannung folgt aus der Gleichung

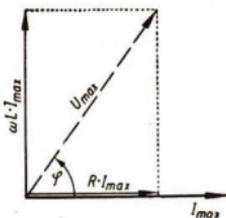


Abb. 101/1. Zeigerdarstellung der Wechselspannungen an einem Ohmschen und einem induktiven Widerstand

$$U_{max} = \sqrt{(R \cdot I_{max})^2 + (\omega \cdot L \cdot I_{max})^2}$$

oder

$$U_{max} = I_{max} \sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}.$$

Löst man die Gleichung nach I_{max} auf, so erhält man

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}}.$$

Den Wurzelausdruck $\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}$ bezeichnet man als den Scheinwiderstand (Formelzeichen R_s) im induktiv belasteten Wechselstromkreis.

Abb. 101/2 zeigt das Oszillogramm der Spannung und der Stromstärke für einen Wechsel-

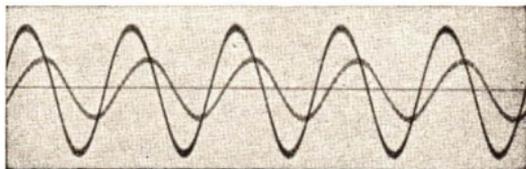


Abb. 101/2. Oszillogramm der Spannung und der Stromstärke in einem Wechselstromkreis mit einem Ohmschen und einem induktiven Widerstand

stromkreis, in dem sich sowohl ein induktiver als auch ein Ohmscher Widerstand befinden. Der Phasenwinkel beträgt etwa 45° .

Aus dem Zeigerparallelogramm kann man auch die Größe der Phasenverschiebung zwischen der resultierenden Spannung und der Stromstärke ermitteln. Der Phasenwinkel φ , um den der Strom der angelegten Spannung nachläuft, ist gegeben durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \cdot L \cdot I_{\max}}{R \cdot I_{\max}}$$

oder

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \cdot L}{R}.$$

Führt man den Phasenwinkel φ in die uns bereits von § 8, 3 her bekannten Gleichungen für die Spannung und die Stromstärke ein, so erhält man:

$$u = U_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

und

$$i = I_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi).$$

Wir haben bei den vorangehenden Überlegungen vereinfachend angenommen, daß die Spule nur einen induktiven Widerstand und der übrige Teil des Leiters nur einen Ohmschen Widerstand besitzt. Wie wir aber wissen, setzt sich auch der Widerstand der Spule aus einem induktiven und einem Ohmschen Widerstand zusammen. Rechnet man aber den Ohmschen Widerstand der Spule zum übrigen Ohmschen Widerstand des Stromkreises hinzu und setzt für die Spule nur ihren induktiven Widerstand an, so erhält man für die Spannung das oben angegebene Zeigerbild.

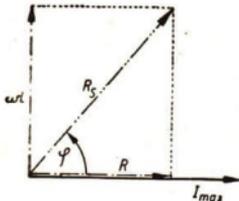


Abb. 102/1. Widerstandsdreieck für einen induktiv belasteten Stromkreis

Dividiert man die drei Spannungen durch die Stromstärke I_{\max} , so erhält man die entsprechenden Widerstände gemessen in Ohm. Dadurch geht das Spannungszeiger-Dreieck in ein Widerstandsdreieck über (Abb. 102/1). Der Scheinwiderstand des gesamten Stromkreises wird dargestellt durch die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten von den Zeigern des gesamten Ohmschen Widerstandes und des gesamten induktiven Widerstandes des Stromkreises gebildet werden.

5. Die Größe der Phasenverschiebung bei einem Ohmschen und einem kapazitiven Widerstand. Liegt in einem Wechselstromkreis außer einem Kondensator mit der Kapazität C noch ein Leiter mit dem Ohmschen Widerstand R , so

eilt die Stromstärke der Spannung in der Phase voraus. Wieder beträgt der Phasenwinkel etwa 45° (Abb. 102/2). Wie

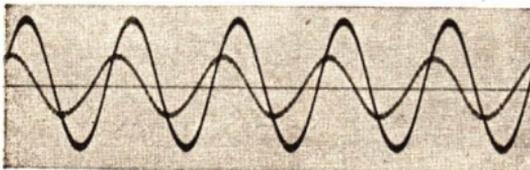


Abb. 102/2. Oszillogramm der Spannung und der Stromstärke in einem Wechselstromkreis mit einem Ohmschen und einem kapazitiven Widerstand

beim induktiven Widerstand können die Gesamtspannung und die Gesamtphasenverschiebung durch ein Zeigerdiagramm ermittelt werden (Abb. 103/1). Man muß nur berücksichtigen, daß beim kapazitiven Widerstand wegen des Zurückbleibens der Spannungsphase der Phasenwinkel im negativen Drehungssinn anzutragen ist. Aus dem Zeigerparallelogramm kann man wiederum die resultierende Spannung am resultierenden Zeiger ablesen. Es gilt die Gleichung

$$U_{max} = \sqrt{(R \cdot I_{max})^2 + \left(\frac{I_{max}}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

oder

$$U_{max} = I_{max} \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

Daraus folgt durch Umformung

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}}$$

Auch hier gibt die Wurzel $\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$ den *Scheinwiderstand* in einem kapazitiv belasteten Wechselstromkreis an.

Für den Phasenwinkel ergibt sich

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{I_{max}}{I_{max} \cdot R} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}$$

oder

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

Das negative Zeichen ist dadurch bedingt, daß beim kapazitiven Widerstand, wie wir oben festgestellt haben, der Phasenwinkel φ negativ ausfällt. Dividiert man die Spannung U_{max} durch die Stromstärke I_{max} , so erhält man einen Widerstand, der den Ohmschen und den kapazitiven Widerstand enthält. Das Spannungszeiger-Dreieck geht in das Widerstandsreieck über. Der resultierende Zeiger gibt den Scheinwiderstand an (Abb. 103/2).

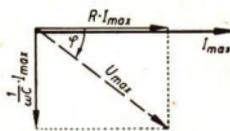


Abb. 103/1. Zeigerdarstellung der Wechselspannung an einem Ohmschen und einem kapazitiven Widerstand

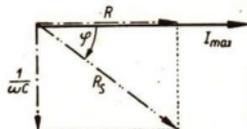


Abb. 103/2. Widerstandsreieck für einen kapazitiv belasteten Stromkreis

6. Fragen und Aufgaben:

1. Welche Ursache hat die Phasenverschiebung, wenn in einem Wechselstromkreis eine Spule eingeschaltet ist?
2. Wie kann man die durch einen induktiven Widerstand verursachte Phasenverschiebung experimentell nachweisen?
3. Leiten Sie die Größe des Scheinwiderstandes bei Ohmscher und induktiver Belastung des Wechselstromkreises unter Verwendung eines Zeigerdiagramms ab!
4. Eine Drosselspule hat einen Scheinwiderstand von 4Ω bei einer Frequenz von 50 Hz und einen Ohmschen Widerstand von $3,2 \Omega$. Sie wird an eine Spannung von 10 V mit einer Glühlampe hintereinander geschaltet, die einen Widerstand von 5Ω hat. Wie groß sind die Induktivität der Spule und der gesamte Scheinwiderstand des Wechselstromkreises?

5. Wie entsteht im Wechselstromkreis die Phasenverschiebung durch eine Kapazität?
6. Wie kann man die durch eine Kapazität hervorgerufene Phasenverschiebung experimentell nachweisen?
7. Wie läßt sich der Phasenwinkel einer durch einen Kondensator verursachten Phasenverschiebung mit Hilfe eines Zeigerdiagramms ermitteln?

§ 18. Das Ohmsche Gesetz für den Wechselstromkreis — Die Kompensation der Phasenverschiebung

1. Die Größe des Widerstandes im Wechselstromkreis. Im allgemeinen befinden sich in einem Wechselstromkreis sowohl Ohmsche als auch induktive und kapazitive Widerstände. Die angelegte Wechselspannung hat demnach drei Widerstandsarten zu überwinden und muß sich dabei in drei Anteile aufspalten. Nach den Ausführungen in § 17, 4 und 5 können die Anteile durch Zeiger veranschaulicht werden. Da die beiden zur Überwindung des induktiven und des kapazitiven Widerstandes erforderlichen Spannungsanteile gegenüber der Klemmenspannung in ihren Phasen um je $\frac{\pi}{2}$ in entgegengesetzten Richtungen verschoben sind, liegen auch ihre Zeiger in entgegengesetzten Richtungen und bilden mit der Bezugsachse rechten Winkel (Abb. 104/1). Infolgedessen ist

$$U_L - U_C = \omega \cdot L \cdot I_{max} - \frac{I_{max}}{\omega \cdot C}.$$

Aus den beiden Komponenten $\omega \cdot L \cdot I_{max} - \frac{I_{max}}{\omega \cdot C}$ und $R \cdot I_{max}$ ergibt sich als Betrag der Gesamtspannung

$$U_{max} = \sqrt{(R \cdot I_{max})^2 + \left(\omega \cdot L \cdot I_{max} - \frac{I_{max}}{\omega \cdot C}\right)^2}.$$

Durch Umformung erhält man

$$U_{max} = I_{max} \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}.$$

Dividiert man beide Seiten der Gleichung durch die Stromstärke I_{max} , so erhält man den gesamten Wechselstromwiderstand, den Scheinwiderstand R_S , in Ohm und an Stelle des Spannungsdiagramms das Widerstandsdreieck (Abb. 104/2). Es gilt die Gleichung

$$R_S = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}.$$

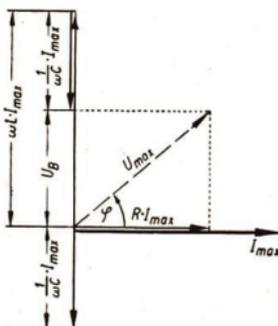


Abb. 104/1. Zeigerdarstellung der Teilspannungen zur Ermittlung der Gesamtspannung in einem beliebigen Wechselstromkreis

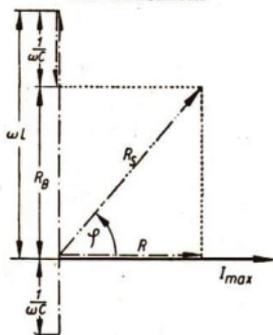


Abb. 104/2. Widerstandsdreieck für einen beliebigen Wechselstromkreis

Der Scheinwiderstand eines Wechselstromkreises setzt sich mithin aus dem Wirkwiderstand R und dem Blindwiderstand $\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}$ zusammen.

Je nach der Größe dieser Widerstandsanteile kann der Phasenwinkel Werte zwischen $+\frac{\pi}{2}$ und $-\frac{\pi}{2}$ annehmen. Die genaue Größe der Phasenverschiebung ergibt sich aus dem Spannungsdiagramm. Es gilt die Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_{\max} \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)}{R \cdot I_{\max}}$$

oder

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}.$$

2. Das Ohmsche Gesetz für den Wechselstromkreis. Aus der im vorangehenden Abschnitt angegebenen Spannungsgleichung folgt

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}}.$$

Führt man statt der Scheitelwerte die Effektivwerte ein, so hat man I_{\max} durch $I_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2}$ und U_{\max} durch $U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2}$ zu ersetzen. Man erhält so das Ohmsche Gesetz für den Wechselstromkreis:

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}}.$$

Durch Einführung des Scheinwiderstandes R_s folgt daraus

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R_s}.$$

In einem Wechselstromkreis ist die effektive Stromstärke gleich dem Quotienten aus der effektiven Spannung und dem Scheinwiderstand.

3. Die Kompensation der Phasenverschiebung. Aus der Abb. 104/1 geht hervor, daß die Größe des Phasenwinkels im wesentlichen durch die Differenz der beiden Blindwiderstände $\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}$ bestimmt wird. Sind die beiden Blindwiderstände gleich groß, so folgt daraus, daß der gesamte Blindwiderstand gleich Null ist. Das bedeutet aber, daß keine Phasenverschiebung auftritt.

Da der Blindwiderstand von der Frequenz, von der Induktivität und von der Kapazität abhängt, kann man die Frequenz berechnen, für die der Blindwiderstand gleich Null wird. Man kann damit auch die Phasenverschiebung aufheben. Beispiele für die technische Notwendigkeit dazu werden wir im nächsten Paragraphen kennenlernen. Soll die Phasenverschiebung gleich Null werden, so muß die Gleichung

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

erfüllt sein.

Daraus folgt

$$\omega^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

oder

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Da

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

ist, folgt weiter

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

oder

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Wir werden im 12. Schuljahr bei den elektrischen Schwingungen auf diese Gleichung zurückkommen.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Bestimmen Sie den Scheinwiderstand eines Wechselstromkreises durch Zeigerdarstellung!
2. Leiten Sie das Ohmsche Gesetz für den Wechselstromkreis aus dem Spannungszeiger-Diagramm ab! Stellen Sie die Wechselstromwiderstände durch Zeiger dar!
3. Ein Stromkreis, durch den bei einer Effektivspannung von 220 V ein Strom mit einer Frequenz von 50 Hz fließt, hat einen Ohmschen Widerstand von insgesamt 50 Ω . In ihm liegen eine Spule mit einer Induktivität von 0,6 H und ein Kondensator mit einer Kapazität von 4 μF . Wie groß ist der Scheinwiderstand des Stromkreises? Wie groß ist die effektive Stromstärke?
4. Unter welchen Bedingungen ist in einem Wechselstromkreis die Phasenverschiebung gleich Null?
5. Welche Wirkung hat die Aufhebung der Phasenverschiebung auf die Stromstärke des Wechselstromes?

§ 19. Leistung und Arbeit im Wechselstromkreis

1. Leistungsmessung im Wechselstromkreis. Die Leistung eines elektrischen Gleichstromes ist durch das Produkt aus der Spannung und der Stromstärke bestimmt:

$$N = U \cdot I.$$

Sie wird in Watt (W) gemessen. Die Leistung kann demnach aus der Stromstärke und der Spannung ohne Mühe berechnet werden. Daher verzichtet man bei einer Gleichstromanlage meist auf ein besonderes Meßgerät, das die Leistung des Gleichstromes anzeigt.

Anders verhält es sich, wenn man in einem Wechselstromkreis neben der Spannung und der Stromstärke auch die Leistung bestimmen will. Man muß dann außer einem Voltmeter und einem Amperemeter auch ein Wattmeter in den

Stromkreis legen (vgl. LB 10, § 51, 3). Die Abb. 107/1 gibt noch einmal die Schaltung eines Leistungsmessers wieder. Die Feldspule wird in den Stromkreis geschaltet; man bezeichnet sie aus diesem Grunde als *Stromspule*. Die Drehspule wird unter Vor-schalten eines sehr hohen Ohmschen Widerstandes unmittelbar an beide Leitungen des Netzes gelegt; sie heißt die *Spannungsspule*. Der hohe Widerstand soll bezwecken, daß der induktive Widerstand der Spule vernachlässigt werden kann und der Phasenwinkel annähernd gleich Null wird. Warum man in einem Wechselstromkreis die Leistung nicht aus der Stromstärke und der Spannung berechnen kann, sondern unmittelbar messen muß, wird im folgenden untersucht.

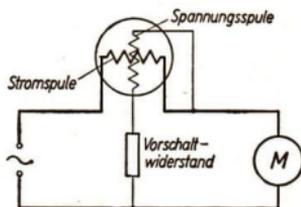


Abb. 107/1
Schaltung eines Dynamometers als
Leistungsmesser (schematisch)

2. Der Leistungsfaktor. Wir schließen an eine Wechselstromquelle eine Glühlampe an und messen die Spannung, die Stromstärke sowie die Leistung. Berechnet man die Leistung außerdem aus den gemessenen Werten der Stromstärke und der Spannung und vergleicht sie mit dem gemessenen Wert, so sieht man, daß die Leistungswerte annähernd übereinstimmen. Dabei ist zu beachten, daß die für die Messung benutzten Wechselstrommeßgeräte die effektive Spannung und die effektive Stromstärke angeben, so daß bei der Berechnung der Leistung das Produkt aus den Effektivwerten, $U_{eff} \cdot I_{eff}$, zu bilden ist.

Wir schalten nun an Stelle der Glühlampe, die im wesentlichen nur einen Ohmschen Widerstand besitzt, eine Spule mit 750 Windungen und damit einen induktiven Widerstand in den Stromkreis. Vergleicht man jetzt die gemessenen mit den errechneten Leistungswerten, so findet man keine Übereinstimmung mehr. Die gemessene Leistung ist geringer als die errechnete. Zu dem gleichen Ergebnis kommt man, wenn man in den Stromkreis einen Kondensator und somit einen kapazitiven Widerstand einschaltet.

Aus den Versuchsergebnissen folgt, daß man den errechneten Leistungswert mit einem Faktor multiplizieren muß, der kleiner als Eins ist, wenn man den gemessenen Wert erhalten will. Man hat gefunden, daß dieser Faktor allein von der Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung abhängt und daß man die errechnete Leistung mit dem Kosinus des Phasenwinkels φ multiplizieren muß, wenn man die tatsächliche Leistung erhalten will. Man bezeichnet $\cos \varphi$ als den **Leistungsfaktor**. Das Produkt aus der effektiven Spannung und der effektiven Stromstärke heißt die **Scheinleistung** (N_S), die am Wattmeter abgelesene Leistung dagegen nennt man die **Wirkleistung** (N_W). Beim Wattmeter wirken zwei durch zwei Ströme hervorgerufene Magnetfelder aufeinander, wobei der durch die Spannungsspule fließende Strom mit der Spannung in Phase ist. Besteht jedoch zwischen den beiden Strömen eine Phasenverschiebung, so wird ein Drehmoment auf die Spannungsspule nur von der Stromkomponente hervorgerufen, die mit der Spannung in Phase ist. Der Ausschlag ist somit dem Produkt $U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \varphi$, mithin der Wirkleistung proportional.

$$N_W = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \varphi = N_S \cdot \cos \varphi .$$

3. Die Bedeutung der Größe des Phasenwinkels für die Leistung.

a) $\varphi = 0$; $\cos \varphi = 1$. Spannung und Stromstärke sind in Phase. Die Leistung N_W ist in diesem Fall

$$N_W = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}.$$

Abb. 108/1 zeigt den zeitlichen Verlauf der Spannung, der Stromstärke und der Leistung. Die zwischen der Leistungskurve und der Zeitachse liegende Fläche ist ein Maß für die während einer Periode verrichtete Arbeit:

$$A = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot T.$$

b) $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$; $1 > \cos \varphi > 0$. Zwischen Spannung und Stromstärke besteht eine Phasenverschiebung, die kleiner als $\frac{\pi}{2}$ ist. Die Abb. 108/2 zeigt wieder die Kurven für die Spannung, die Stromstärke und die Leistung. Die von der Leistungskurve und der Zeitachse begrenzte Fläche liegt jetzt nicht nur oberhalb der Zeitachse, sondern zum Teil auch

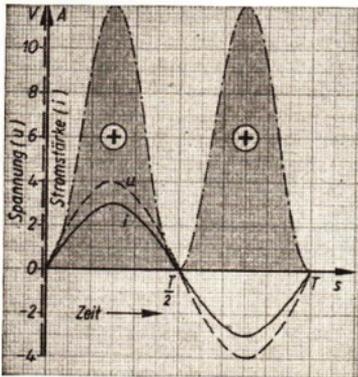


Abb. 108/1. Spannung-Zeit-, Stromstärke-Zeit- und Leistung-Zeit-Diagramm eines Wechselstromes bei dem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 1$

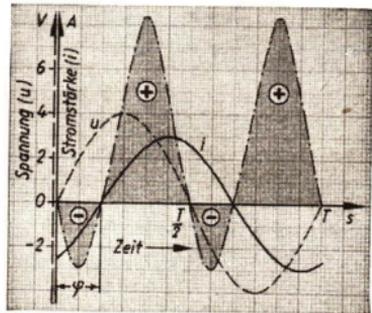
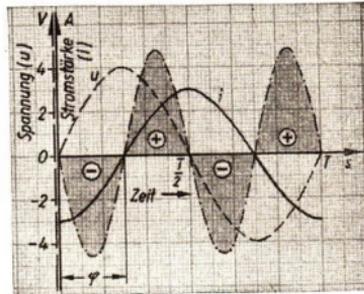


Abb. 108/2. Spannung-Zeit-, Stromstärke-Zeit- und Leistung-Zeit-Diagramm eines Wechselstromes bei einem Leistungsfaktor $1 > \cos \varphi > 0$

unterhalb. Die mit einem Pluszeichen versehene Fläche stellt die verbrauchte Arbeit und die mit dem Minuszeichen versehene Fläche die an die Maschine zurückgegebene Arbeit dar. Die wirklich nutzbare Arbeit ist die Differenz der beiden Flächen; sie ist demnach kleiner geworden als vorher.

c) $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $\cos \varphi = 0$. Die Leistung eines Stromes, bei dem die Stromphase der Spannungsphase um $\frac{\pi}{2}$ nach- oder voreilt, ist gleich Null. Abb. 109/1 zeigt, daß die zwischen der Zeitachse und der Leistungskurve liegenden Flächen gleich groß sind. Sie lassen erkennen, daß in der ersten halben Periode die Maschine an die Leitung Energie abgibt, die in der zweiten halben Periode in die Maschine zurückfließt. Es fließt zwar ein Strom, jedoch verrichtet er keine nutzbare Arbeit.

Abb. 109/1. Spannung-Zeit-, Stromstärke-Zeit- und Leistung-Zeit-Diagramm eines Wechselstromes bei dem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0$



4. Die Größe der Arbeit im Wechselstromkreis. Die vom Wechselstrom in der Zeit t verrichtete Arbeit ist

$$A = N_W \cdot t = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi \cdot t.$$

In dem Abschnitt 3 wurde bereits darauf hingewiesen, daß bei einer Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$ die Leistung eines Wechselstromes und damit auch die verrichtete Arbeit gleich Null ist. In diesem Falle würden das Voltmeter und das Amperemeter zwar bestimmte Werte anzeigen, aber die Dampfturbine, die den Generator antreibt, würde trotzdem leer laufen, weil der Generator in diesem Falle keine Arbeit verrichtet. Hieraus folgt, daß in elektrischen Gebrauchsgeräten, wie in Motoren, Heizkörpern, Lampen usw., niemals eine Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$ auftreten darf. Sie könnten sonst keine Leistung aufnehmen und demnach auch keine Arbeit verrichten.

Sehr groß ist die Phasenverschiebung bei einem unbelasteten Transformator, das heißt bei einem Transformator mit offener Sekundärspule. Da der Blindwiderstand eines solchen Transformators allein aus seinem induktiven Widerstand besteht und da dieser gegenüber dem Ohmschen Widerstand des Transformators in der Regel sehr groß ist, ist auch die Phasenverschiebung sehr groß. Sie beträgt nahezu $\frac{\pi}{2}$. Infolgedessen nimmt ein unbelasteter Transformator nur eine verschwindend geringe Leistung auf. Im Idealfall ist seine Leistungsaufnahme gleich Null.

Auch bei einem leer laufenden Motor ist die Phasenverschiebung sehr groß. Je stärker er aber belastet wird, je mehr Arbeit er mithin verrichten muß, um so kleiner wird der Phasenwinkel. Auch im Leerlauf erreicht er niemals den Wert $\frac{\pi}{2}$, da immer etwas Energie zur Überwindung der Reibung und für andere Verluste verbraucht wird. Bei voller Belastung nimmt der Leistungsfaktor etwa den Wert 0,8 ($\varphi \approx 37^\circ$) an, so daß

$$A = 0,8 \cdot U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot t$$

ist.

5. Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung. Wie uns bereits bekannt, ist in einem Wechselstromkreis die Wirkleistung N_W immer kleiner als die Scheinleistung N_S . Da sich auch Leistungen durch Zeiger darstellen lassen, kann man sie geometrisch addieren. Die Zeigerdifferenz von Scheinleistung und Wirkleistung

nennt man die **Blindleistung** N_B . Die Blindleistung läßt sich mit Hilfe des Zeigerdreiecks ermitteln (Abb. 110/1). Der Betrag der Blindleistung ergibt sich aus der Gleichung

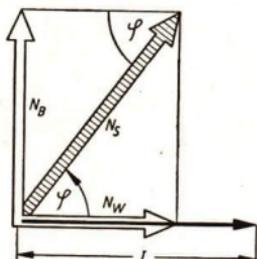


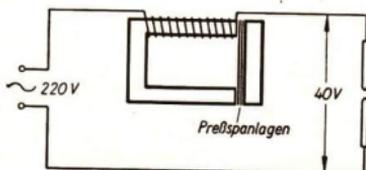
Abb. 110/1. Die graphische Ermittlung von Wirk-, Blind- und Scheinleistung

$$N_B = N_S \cdot \sin \varphi = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin \varphi .$$

Für die elektrische Energiewirtschaft bedeuten Phasenverschiebungen Leistungsverluste. Die Industrie stellt die elektrischen Maschinen und Geräte für eine bestimmte Spannung und Stromstärke her. Sie bemißt danach die erforderliche Isolation und den notwendigen Querschnitt der Drähte so, daß die Maschinen und Geräte eine bestimmte Höchstleistung bei dem Phasenwinkel $\varphi = 0$ erreichen können. Mit zunehmendem Phasenwinkel verringert sich die zu erzielende Leistung, die Maschinen und Geräte werden nicht voll ausgenutzt. Der Betrieb arbeitet infolgedessen unwirtschaftlich. Darüber hinaus erzeugen induktive und kapazitive Widerstände Blindströme, die keine Wirkleistung liefern. Sie belasten infolgedessen die Zuleitungen und Wicklungen der Generatoren unnötig. Der starke elektrische Energiebedarf unserer sich schnell entwickelnden Industrie erfordert bei der stark anwachsenden Produktion, daß Blindströme auf ein Minimum herabgesetzt werden. Man gewinnt dadurch eine größere Wirkleistung für Beleuchtung, Heizung, Maschinen und chemische Zwecke. Deshalb ist es nötig, alle elektrischen Anlagen von Zeit zu Zeit zu überprüfen, damit durch sie der Phasenwinkel nicht wesentlich vergrößert und der Leistungsfaktor möglichst nahe an Eins gehalten wird.

Enthalten Stromverbraucher hohe induktive Widerstände, wie das beispielsweise bei großen Induktionsschmelzöfen der Fall ist, so bedeutet dies eine große Phasenverschiebung. Zum Verringern der Phasenverschiebung schaltet man in den Stromkreis Kondensatoren ein, die so dimensioniert sind, daß sie die Phasenverschiebung annähernd kompensieren. Doch ist eine vollständige Kompensation nie ganz zu erreichen.

6. Die Leistungsaufnahme einer Drosselspule. In manchen Fällen ist es erforderlich, Wechselströme durch Blindwiderstände zu schwächen oder gar abzudrosseln. Zu diesem Zweck schaltet man in die Leitung Spulen mit hinreichend großer Induktivität, aber geringem Ohmschen Widerstand ein. Solche Spulen heißen **Drosselspulen**; sie sperren die Leitung für Wechselstrom, lassen aber Gleichstrom hindurch. Bei Bogenlampen, Zählern und Motoren vertreten Drosselspulen die Stelle eines Vorschaltwiderstandes. Sie haben den anderen Vorschaltwiderständen gegenüber den Vorteil, daß sie infolge der großen Phasenverschiebung fast keine Leistung verbrauchen, denn die Windungen haben nur einen ganz geringen Leitungswiderstand, und die Eisenverluste sind klein.



Als Beispiel hierfür zeigt Abb. 110/2 die Verwendung der Drosselspule als Vorschaltwiderstand für eine Bogenlampe

Abb. 110/2. Verwendung der Drosselspule als Vorschaltwiderstand für eine Bogenlampe

schaltwiderstand einer an ein 220-V-Wechselstromnetz angeschlossenen Bogenlampe. Diese wird in der Regel nur mit einer Spannung von 40 bis 50 V betrieben. Beim Stromdurchgang erzeugt das Magnetfeld der Spule eine Gegenspannung. Sie wird durch Preßspanlagen, die zwischen das Joch und den Anker des geschlossenen Eisenkerns gelegt werden, so geregelt, daß für die Bogenlampe nur noch die erforderliche Spannung von 40 bis 50 V wirksam wird.

Anders wirkt die Drosselspule bei ihrer Verwendung in einer *Blitzschutzanlage*. Sie wird zum Schutz elektrischer Geräte vor Blitzschäden bei der Einführung einer Freileitung oder einer Antenne in ein Gebäude vorgeschaltet (Abb. 111/1). In diesem Falle besteht die Spule aus 10 bis 15 Windungen mit einem Windungsdurchmesser von etwa 10 cm. Sie enthält keinen Eisenkern. Für den Betriebsstrom ist der Widerstand der Spule annähernd gleich Null. Doch ist ihr Blindwiderstand gegen einen in die Freileitung eingeschlagenen Blitz ungeheuer groß. Die Ursache liegt darin, daß der Blitz, wie wir später noch sehen werden, ein Wechselstrom von zwar kurzer Dauer, etwa von nur $5 \cdot 10^{-5}$ s, aber von sehr hoher Frequenz ist. Infolge der hohen Frequenz erreicht der induktive Widerstand außerordentlich hohe Werte; er wird größer als der Widerstand der Luft zwischen den beiden *Hörnern*, deren Abstand an der engsten Stelle 5 bis 10 mm beträgt. Die Überspannung gleicht sich durch einen großen Dämpfungswiderstand hindurch zur Erde aus.

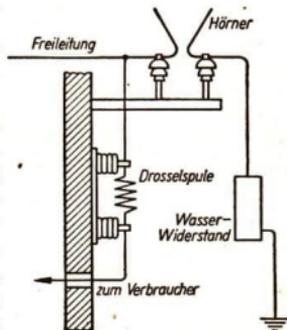


Abb. 111/1
Die Drosselspule als Blitzschutz

7. Fragen und Aufgaben:

1. Welchen Einfluß hat ein induktions- und kapazitätsfreier Widerstand auf die Leistung eines Wechselstromes?
2. Was versteht man unter dem Leistungsfaktor?
3. Welche wirtschaftliche Bedeutung kommt dem Leistungsfaktor zu?
4. Erklären Sie die Begriffe Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung! Welche mathematische Beziehung besteht zwischen den Begriffen?
5. Unter welchen Bedingungen ist die Wirkleistung eines Wechselstromes gleich Null?
6. An einer Spule wird bei einer effektiven Spannung von 220 V und einer effektiven Stromstärke von 5 A eine Wirkleistung von 500 W gemessen. Berechnen Sie den induktiven Widerstand der Spule, wenn ihr Ohmscher Widerstand 5 Ω beträgt! Wie groß ist die Induktivität L bei einer Frequenz des Wechselstromes von 50 Hz? Wie groß ist der Leistungsfaktor des Stromkreises?
7. Ein Einphasenmotor trägt folgende Angaben:
220 V, 8 A, $\cos \varphi = 0,8$.
Wie groß sind die Scheinleistung, die Wirkleistung und die Blindleistung, die der Motor aufnimmt?
8. Eine an eine Spannungsquelle von 220 V mit einer Frequenz von 50 Hz angeschlossene Spule hat einen Scheinwiderstand von $R_s = 80 \Omega$. Ihr Ohmscher Widerstand beträgt 60Ω . Mit der Spule ist eine Glühlampe in Reihe geschaltet, die einen Widerstand von 110Ω hat. Berechnen Sie die Scheinleistung und die Wirkleistung!
9. Wie ist die Wirkung der Drosselspule als Vorschaltwiderstand zu erklären?
10. Worauf beruht die Verwendung der Drosselspule als Blitzschutz?

IV. Elektrische Leitung in Gasen

§ 20. Unselbständige Leitung in Gasen — Der Ionisationsstrom

1. **Langsame Entladung eines Elektroskops durch Ionen.** Ein geladenes Elektroskop verliert im Laufe der Zeit seine Ladung. Diese Erscheinung hat als Ursache die überall in der Luft vorhandenen positiv und negativ geladenen Ionen. Sie entstehen durch radioaktive Strahlen, die von der Erdoberfläche ausgehen, wie auch durch ionisierende Strahlen, die von der Sonne und den Fixsternen zur Erde gelangen. Je nach der Art der Ladung des Elektroskops werden positive oder negative Ionen angezogen und bewirken dadurch eine Neutralisation der auf dem Elektroskop befindlichen Ladung.

2. **Elektrizitätsausgleich durch Elektrizitätsträger.** Solange die Luft und andere Gase keine Elektrizitätsträger enthalten, sind sie auch im elektrischen Feld vollständige Isolatoren. Man kann sie dadurch leitend machen, daß man irgendwelche bewegliche Elektrizitätsträger in das elektrische Feld hineinbringt. Man bezeichnet die den Gasen dadurch scheinbar verliehene Leitfähigkeit als *unselbständige Leitung*. Im folgenden sind mehrere Beispiele für die unselbständige Leitung in Gasen angegeben. Zunächst wird zur Erleichterung des Verständnisses ein Modellversuch durchgeführt.

Zwischen den beiden Platten eines *geladenen* Kondensators hängt man isoliert ein leichtes Kügelchen mit leitender Oberfläche auf (Abb. 112/1). Bringt man es mit der negativen Platte in Berührung, so nimmt es negative Ladung auf und wird von dieser Platte abgestoßen. Es wird von der positiven Platte angezogen, gibt seine negative Ladung dort ab und neutralisiert dadurch einen Teil der positiven Ladung der Kondensatorplatte. An der positiven Platte lädt sich das Kügelchen positiv auf und wird nun von der negativen Platte angezogen. Der Vorgang wiederholt sich so lange, bis der Kondensator entladen ist. Daran schließen sich folgende Versuche an:

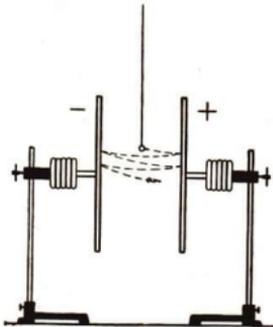


Abb. 112/1. Versuchsanordnung zum Nachweis des stufenweisen Abbaus des elektrischen Feldes eines Kondensators durch eine kleine Metallkugel

a) **Elektrizitätsausgleich durch Einbringen von Pulverteilchen.** Man legt an die horizontal gestellten Platten eines Kondensators unter Zwischenschalten eines empfindlichen Elektrometers eine hohe Gleichspannung. Da eine Entladung des Kondensators durch die Luft nicht erfolgt, zeigt das Elektrometer keinen Strom an. Man schüttelt nunmehr ein Gemisch von Mehlpulver und

Schwefelblumen in einem metallischen Gefäß hin und her, wodurch sich die beiden Gemeineteile entgegengesetzt aufladen. Bläst man sie nun zwischen den Platten des Kondensators hindurch, so wird das Elektrometer entladen (Abb. 113/1). Infolge der Anziehung im elektrischen Feld des Kondensators werden die negativ geladenen Schwefelteilchen zur positiven Platte des Kondensators und die positiv geladenen Mennigeteilchen zur negativ geladenen Platte gezogen. Sie bleiben an den Kondensatorplatten haften und kompensieren jeweils einen Teil der Ladung. Infolgedessen geht der Ausschlag des Elektrometers zurück. *Der Raum zwischen den Kondensatorplatten wird durch die elektrisch geladenen Pulverteilchen überbrückt; es fließt ein elektrischer Strom.*

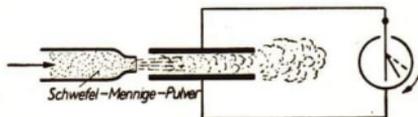


Abb. 113/1. Hindurchblasen von Pulverteilchen durch den Zwischenraum zwischen den Platten eines geladenen Kondensators

b) **Elektrizitätsausgleich durch Einbringen von Ionen aus brennenden Gasen oder glühenden Körpern.** Man hält zwischen die Platten eines geladenen Kondensators ein brennendes Streichholz oder glühende Körper, so daß die heiße Luft zwischen den Platten emporsteigt. Beim Verbrennen bilden sich Ionen, die mit der heißen Luft zwischen die Kondensatorplatten gelangen und als Elektrizitätsträger eine Entladung des Kondensators herbeiführen (Abb. 113/2).

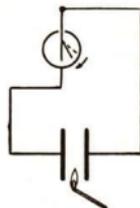


Abb. 113/2. Versuchsanordnung zum Nachweis des Abbaus des elektrischen Feldes eines Kondensators durch glühende Körper

c) **Elektrizitätsausgleich durch Bestrahlung.** Bestrahlt man den Raum zwischen den Platten eines Kondensators mit einer Quecksilberdampflampe oder einer Höhensonne, so wird der Kondensator entladen (Abb. 113/3). Röntgenstrahlen sowie radioaktive Strahlen wirken genauso. Auch andere Gase, die einer solchen Strahlung ausgesetzt werden, verhalten sich ebenso wie die Luft.



Abb. 113/3. Versuchsanordnung zum Nachweis des Ladungsausgleichs eines Kondensators durch Bestrahlung

Durch ultraviolette Strahlen, Röntgenstrahlen und radioaktive Strahlen werden aus den elektrisch neutralen Gasmolekülen Elektronen frei gemacht. Die Moleküle bleiben als positive Ionen zurück. Die freien Elektronen bleiben entweder frei, oder sie werden durch andere Moleküle gebunden, die nun als negativ geladene Teilchen in Erscheinung treten. Die so entstandenen Ionen und Elektronen verursachen den Ladungsausgleich.

Aus den Versuchen folgt:

Gase werden elektrisch leitend, wenn von außen Elektrizitätsträger hineingebracht oder in ihnen erzeugt werden.

3. Ionisationsvorgänge im elektrischen Feld – Der Ionisationsstrom. Wir erkannten aus den Versuchen 2a und 2b, daß ein Kondensator entladen wird, wenn sich Ionen zwischen seinen Platten befinden. Es entsteht ein Strom, den man als

Ionisationsstrom bezeichnet. An dem Zustandekommen des Ionisationsstromes sind alle von außen hereingebrachten Ionen und die vom Ionisator erzeugten Ionen beteiligt. Dabei kommt es vor, daß sich die Gasionen an die neutralen Moleküle anlagern. Sie haften infolge elektrischer Kräfte an den Ionen. Es entstehen größere Ionen, die als Kern ein Gasion besitzen, an das eine Anzahl neutraler Moleküle angelagert ist.

Einfache Gasionen sowie Ionen, an die Moleküle angelagert sind, haben in elektrischen Feldern verschiedene Geschwindigkeiten. Die einfachen Gasionen bewegen sich schneller als die anderen Ionen, da sie die geringere Masse haben. Am schnellsten bewegen sich in elektrischen Feldern die freien Elektronen.

Gleichzeitig mit dem Entstehen der Ionen vereinigen sich Gasionen verschiedener Ladung wieder zu neutralen Molekülen. Man spricht von einer *Rekombination*. Diese geht so rasch vor sich, daß nach einer Sekunde der größte Teil der Ionen nicht mehr vorhanden ist, wenn nicht durch den Ionisator neue Ionen erzeugt werden.

4. Stoßionisation und Übergang zur selbständigen Leitung in Gasen. Sehr genaue quantitative Versuche haben ergeben, daß die Stärke des Ionisationsstromes bei zunehmender Spannung ebenfalls ansteigt, aber bald eine bestimmte Grenze erreicht, die man als den *Sättigungsstrom* bezeichnet (vgl. dazu Abb. 114/1). Er-

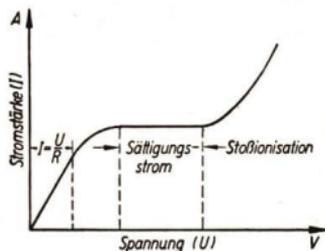


Abb. 114/1. Stromstärke-Spannung-Diagramm des Ionisationsstromes

höht man die Spannung erheblich über den zum Sättigungsstrom gehörigen Wert hinaus, so steigt auch die Stromstärke weiterhin an. Diese Zunahme des Ionisationsstromes hat folgende Ursache: Das elektrische Feld erhöht die Geschwindigkeit der von der ionisierenden Strahlung herrührenden Ionen so stark, daß die durch das Gas fliegenden Ionen die neutralen Moleküle, auf die sie treffen, beim Aufprallen in Ionen und Elektronen aufspalten. Man bezeichnet diesen Vorgang als **Stoßionisation**. Es werden somit zusätzlich sekundäre Ionen durch Stoßionisation erzeugt. Hierdurch wächst die Anzahl der Ionen so stark an, daß die Entladung zu Lichterscheinungen in Form von Lichtbüscheln und Lichtbändern führen kann. Der Übergang zur selbständigen Leitung in Gasen ist damit erreicht.

5. Fragen und Aufgaben:

1. Was versteht man unter der selbständigen, was unter der unselfständigen Leitung in Gasen?
2. Wodurch wird die Ionisation der Luft hervorgerufen?
3. Geben Sie Beispiele für die unselfständige elektrische Leitung in Gasen an!
4. Deuten Sie den Verlauf des Ionenstromes aus seiner graphischen Darstellung!
5. Beschreiben Sie die Ionisationsvorgänge im elektrischen Feld!
6. Erklären Sie die sich bei der Stoßionisation abspielenden Vorgänge!

§ 21. Die selbständige elektrische Leitung in Gasen — Der Lichtbogen

1. Die Koronaentladung. Sobald bei einem Entladevorgang Stoßionisation einsetzt, brauchen von außen her keine Elektrizitätsträger mehr in den Entladungsraum hineingebracht zu werden. Man bezeichnet daher diese Art der Entladung als **selbständige Leitung** in Gasen. Zur Untersuchung der selbständigen Leitung führen wir folgenden Versuch durch:

Man zieht die beiden mit Kugeln versehenen Pole einer Influenzmaschine oder eines Bandgenerators möglichst weit auseinander. Lädt man die Maschine auf, so beobachtet man im Dunkeln bei zunehmender Spannung, daß auf den Kugeln leuchtende Pünktchen zu sehen sind, der Raum zwischen den Kugeln aber dunkel ist. Bei nicht kugelförmigen Polen bildet sich um diese eine schwach leuchtende Hülle. Man bezeichnet diese Art der Entladung als *Koronaentladung*¹. Sie zeigt sich bei großer Luftfeuchtigkeit an Hochspannungsfreileitungen, deren Leitungsteile und Armaturen sich mit bläulichem Licht überziehen. Dabei entsteht ein sausesendes Geräusch. Bei sehr hohen Spannungen entstehen leuchtende verästelte Entladungen, sogenannte *Lichtbüschel*, die an der Anode länger als an der Kathode sind, woraus man die Polarität erkennen kann.

In der Hochspannungstechnik führt diese sich im Freien vollziehende Koronaentladung zu Energieverlusten, die beträchtliche Werte annehmen können. Sie ist abhängig von der in der Umgebung des Leiters herrschenden elektrischen Feldstärke, die ihrerseits wieder durch den Radius des Leiters bestimmt ist. Sie ist diesem umgekehrt proportional. Man kann die Energieverluste dadurch stark herabsetzen, daß man Drähte großen Durchmessers verwendet, für Spannungen von 220 kV beispielsweise Drähte mit einem Durchmesser von 42 mm (vgl. LB 10, § 48, 3). Da die Leitung im wesentlichen an der Oberfläche erfolgt, so können die Drähte hohl sein, so daß trotz des größeren Radius kein größerer Materialverbrauch und damit auch keine Gewichtserhöhung eintritt.

2. Die Spitzenentladung. Ersetzt man die Kugel des Bandgenerators durch eine Spitze, so nimmt die Koronaentladung die Gestalt eines auf der Spitze aufsitzenden Lichtbüschels an. Man beobachtet diese Entladungserscheinung ab und zu im Freien als *Spitzenentladung* an Turmspitzen, Schiffsmasten und anderen spitzen Gegenständen und nennt sie *Elmsfeuer*².

3. Der Funke. Überbrücken die Lichtbüschel den Raum zwischen den beiden Polen, so kommt es zu einer *Funkenentladung*. Die gesteigerte Stoßionisation erzeugt blendende Lichterscheinungen, die Funken, und ruft durch die plötzliche örtliche Erwärmung Lufterschütterungen hervor, die mit einem peitschenknallartigen Geräusch begleitet sind. Die zum Auslösen einer Funkenentladung erforderliche Spannung ist abhängig von der Form der Elektroden sowie vom Gasdruck. Die beigefügte Tabelle gibt eine Übersicht über zusammengehörige *Zündspannungen* und *Funkenschlagweiten* zwischen zwei Kugeln von je 1 cm Radius in Luft beim Normzustand.

¹ coróna (lat.) = Kranz, äußere Umrandung

² von Elmo = Erasmus, einem Schutzheiligen der Schiffer

Funkenschlagweiten und Zündspannungen

Schlagweite in cm	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
Spannung in kV	~ 5	11,4	17,9	23,2	28,6	~30,0	39,3	47,0	57,0	64,0	69,0

Man kann auf Grund der Tabelle Spannungsmessungen durchführen, indem man mit Hilfe verstellbarer Kugeln mit einem Radius von 1 cm die Länge der Funkenstrecke ermittelt.

4. Das Gewitter. Die häufigste Form der Gewitter sind die *Wärmegewitter*. Sie entstehen auf folgende Weise: Starke Sonneneinstrahlung erwärmt die Luft dicht über dem Erdboden ganz erheblich. Es entstehen infolgedessen starke örtlich begrenzte Aufwinde, die die warme Luft in große Höhen emporführen. In etwa 2000 m Höhe findet eine Kondensation der in der Luft enthaltenen Feuchtigkeit statt. Es bildet sich eine *Cumuluswolke*. In dieser sind die Aufwinde aber noch nicht beendet; sie tragen die Wassertröpfchen wie in einem Schlot in weit größere

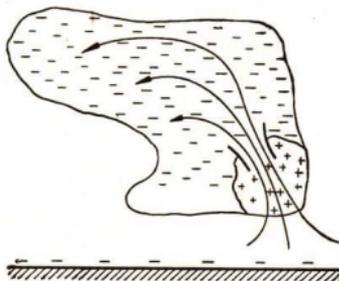


Abb. 116/1. Das Entstehen einer Gewitterwolke (stark schematisiert)

Höhen empor. Dabei werden die Wassertröpfchen zerstäubt; ihrer Oberfläche werden Teilchen entrissen, deren Durchmesser kleiner als 10^{-5} cm sind. Zugleich tritt dabei eine Trennung der in den Tröpfchen enthaltenen Ladungen ein. Es handelt sich bei den soeben erwähnten kleinen Partikelchen um leichte, negativ geladene Ionen. Sie werden in immer größere Höhen emporgetragen und entfernen sich dadurch immer mehr von dem übrigen Teil der Wolke, der aus schweren, positiv geladenen Tropfen gebildet wird (Abb. 116/1).

Mit wachsender Entfernung entsteht so zwischen den übereinanderliegenden Teilen einer Gewitterwolke eine immer mehr zunehmende Spannung, die Beträge von mehreren Millionen Volt erreichen kann. Infolge dieser hohen Spannung werden einzelne Elektronen aus den Wasser- bzw. Luftmolekülen herausgerissen und mit großer Geschwindigkeit in Bewegung gesetzt. Dabei stoßen sie mit Gas- und Gasatomen zusammen, so daß weitere Elektronen frei werden, die ebenfalls in Bewegung geraten und in gleicher Weise wirken. So wird die Luft schließlich leitfähig. Es kommt zu einer Funkenentladung in Form eines *Blitzes* und damit zu einem Spannungsausgleich. Infolge der mit dem Blitz verbundenen starken Erwärmung der Luft kommt es zu heftigen Lufterschütterungen, die wir als *Donner* wahrnehmen.

Neben den soeben beschriebenen Wärmegewittern kommt es zuweilen an der Vorderseite schnell in breiter Front vordringender Kaltluftmassen, wenn diese auf feuchte Warmluft stoßen, zu sogenannten *Frontgewittern*. Die heranströmende Kaltluft zwingt die vor ihr liegende Warmluft zum Aufsteigen. Es spielen sich dann ähnliche Vorgänge ab wie beim Entstehen eines Wärmegewitters.

5. Der elektrische Lichtbogen. Eine der technisch wichtigsten Formen einer elektrischen Entladung ist der *elektrische Lichtbogen*, eine sich zwischen den Elektroden bildende Lücke aus glühenden Gasen. Auch bei ihm handelt es sich, wie wir sehen werden, um eine selbständige Stromleitung in Gasen. Um die in einem Lichtbogen ablaufenden Vorgänge näher kennenzulernen, führen wir einen Versuch durch.

Wir klemmen zwei dünne Kohlestäbe waagrecht an zwei Fußklemmen und schließen sie an die Pole einer Gleichspannungsquelle für 30 bis 40 Volt an. Dadurch, daß wir sie mit ihren Spitzen zur Berührung bringen, wird der Stromkreis geschlossen. An der Berührungsstelle ist ein großer Übergangswiderstand vorhanden. Dieser verursacht eine beträchtliche Erwärmung, so daß die Kohlespitzen bläulich-violett zu glühen beginnen. Werden nun die Kohlestäbe auseinandergezogen, so entsteht zwischen den weißglühenden Spitzen ein helleuchtender Lichtbogen. An der positiven Kohle entsteht dabei eine Aushöhlung, es bildet sich ein *Krater*. Aus dem weißglühenden negativen Pol treten Elektronen aus, die in Richtung auf den positiven Pol stark beschleunigt werden. Auf dem Wege zur Anode erzeugen sie durch Stoßionisation neue Ionen und erhöhen dadurch die Leitfähigkeit der Luftstrecke zwischen den Kohlespitzen. Je größer die Stromstärke wird, desto mehr steigert sich auch die Stärke des Ionisationsstromes und damit die Leitfähigkeit des Lichtbogens und desto kleiner wird folglich dessen Widerstand. Man muß deshalb in den Stromkreis einen Widerstand einschalten, damit die Stromstärke den zulässigen Höchstwert nicht überschreitet und die Sicherungen nicht durchbrennen.

Die in dem Lichtbogen entstehende hohe Temperatur ist an der Stelle am größten, an der die Elektronen auf die Spitze des positiven Pols aufprallen; sie beträgt dort etwa 3000° bis 4000° C. Der durch den Aufprall der Elektronen entstehende Krater sendet ein nahezu weißes Licht aus, das etwa 95% der gesamten Strahlung ausmacht. Der Lichtbogen selbst, der aus glühender Luft und kleinen glühenden Kohleteilchen besteht, liefert nur etwa 5% der ausgesandten Strahlung. Die negative Kohlespitze muß glühen, wenn Elektronen aus ihr austreten und damit der Lichtbogen zustande kommen soll, die positive Kohlespitze dagegen glüht als Folgeerscheinung des auftretenden Lichtbogens, nämlich durch die auf sie auftreffenden Elektronen. Der Krater hat die größte Leuchtdichte.

Diese Tatsache kann man durch folgenden Versuch nachweisen. Man wählt als positive Elektrode eine Kohleplatte, als negative Elektrode ein mit einem isolierenden Handgriff versehenes Kohlestäbchen. Erzeugt man den Lichtbogen, so kann man beobachten, daß er nicht abreißt, wenn man das Kohlestäbchen auf andere kalte Stellen der Platte leitet. Holt man jedoch um, so erlischt die Flamme sofort (Abb. 117/1).

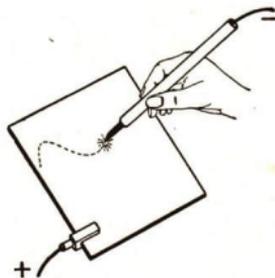


Abb. 117/1. Lichtbogen zwischen einem Kohlegriffel und einer Kohleplatte

6. Fragen und Aufgaben:

1. Erläutern Sie den Unterschied zwischen einer selbständigen und einer unselfständigen elektrischen Leitung in Gasen!

2. Erklären Sie die Koronaentladung! Geben Sie Beispiele dafür an!
3. Wie entsteht ein Wärmegewitter?
4. Erklären Sie die Entstehung des Blitzes!
5. Wie entsteht ein Lichtbogen?
6. Weshalb muß man in einen Stromkreis, der einen Lichtbogen enthält, einen Widerstand einschalten?

§ 22. Technische Anwendungen des elektrischen Lichtbogens — Der Quecksilberdampfgleichrichter

1. Die Kohlebogenlampe. Der elektrische Lichtbogen wurde von dem russischen Ingenieur *Pawel Nikolajewitsch Jablotschkow*¹ zu Beleuchtungszwecken verwendet. Er erfand die nach ihm benannten *Jablotschkowkerzen*, bei denen in Anlehnung an die Kerzenform zwei parallele Kohlestifte durch einen Isolierstoff miteinander vereinigt waren. Sehr bald ging man dazu über, die Kohlestifte einander gegenüber oder zueinander geneigt zu stellen. Bei Gleichstrom ist der Krater der positiven Kohle wegen der Höhe seiner Temperatur die Lichtquelle. Man ordnet daher die Kohlen in Gleichstromlampen senkrecht zueinander an (Abbildung 118/1a). Speist man den Lichtbogen dagegen mit Wechselstrom, so

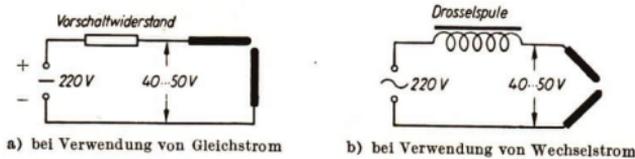


Abb. 118/1. Anordnung der Kohlestifte in einer Bogenlampe

bilden beide Kohleelektroden Krater. Man stellt die Kohlestifte in Wechselstromlampen infolgedessen meist schräg zueinander ein (Abb. 118/1b).

Durch Zusatz von Salzen des Calciums, Strontiums, Bariums und anderer Metalle erhält man *Effektkohlen*. Sie färben das Licht je nach der Art des Salzes rötlich, gelblich oder bläulich.

Heute haben die Bogenlampen ihre Bedeutung für die Straßenbeleuchtung längst verloren. Man hat sie durch hochleistungsfähige Glühlampen, Hochdruck-Quecksilberdampflampen und Leuchtstoffröhren ersetzt. Überall aber, wo man Licht von großer Lichtstärke und blendendweißer Farbe braucht, verwendet man auch heute noch die Bogenlampe, beispielsweise bei den Projektionsgeräten im Kino, bei Leuchttürmen und bei großen Scheinwerfern.

In elektrischen Schmelzöfen dient der Lichtbogen zur Verflüssigung von Metallen mit hohem Schmelzpunkt. Insbesondere wird im Elektrostahlofen die hohe Temperatur des Lichtbogens zum Schmelzen des Eisens und zum Herstellen

¹ Pawel Nikolajewitsch Jablotschkow (1847–1894), ein russischer Erfinder, wurde bekannt durch die Verwendung des Lichtbogens zur Straßenbeleuchtung. Er ließ sich die von ihm erfundene Jablotschkowkerze in Paris 1876 patentieren, wo sie auf der zwei Jahre später durchgeführten Weltausstellung zum ersten Male zur Beleuchtung des Ausstellungsgeländes verwendet wurde.

von Edelstählen ausgenutzt (Abb. 119/1). In den Aluminiumschmelzöfen werden aluminiumhaltige Mineralien mit Hilfe des Flammenbogens verflüssigt, so daß man das Aluminium durch Elektrolyse abscheiden und in großen Mengen als Metall gewinnen kann (vgl. LB 10, § 56, 5 b).

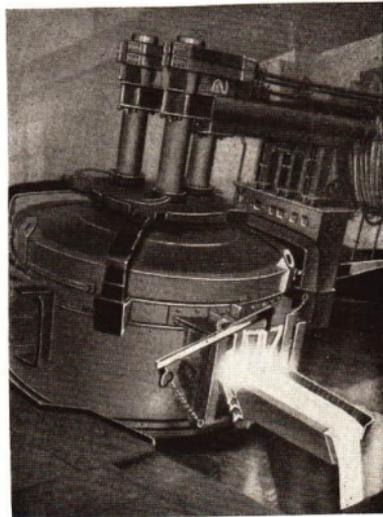


Abb. 119/1. Elektrostahlofen

In großen, mit Graphit ausgekleideten Schachtofen wird ein Gemisch aus Koks und gebranntem Kalk zwischen Kohlelektroden durch einen Lichtbogen bei einer Spannung von 120 bis 160 V und einer Leistungsaufnahme von 5 bis 6 kW erhitzt und zu Karbid zusammengesmolzen (Abb. 119/2). Karbid bildet in der chemischen Großindustrie den Ausgangsstoff für viele wichtige chemische Produktionszweige. So wird in den Chemischen Werken Buna VEB in Schkopau bei Halle aus Karbid synthetischer Kautschuk hergestellt (Abb. 120/1). Elektrische Licht-

bogenöfen bilden auch in anderen chemischen Industriezweigen die technische Grundlage der Produktion. So wird zum Beispiel Phosphor in einem durch einen Flammenbogen beheizten Schachtofen aus einem Gemisch von gemahlenem Calciumphosphat, Sand und fein zerkleinertem Koks gewonnen.

2. Die Quecksilberdampf Lampe. Untersucht man das Spektrum eines Lichtbogens mit Hilfe eines UV-Spektrographen (vgl. LB 10, § 29, 4), so kann man feststellen, daß das ausgestrahlte Licht einen großen Anteil an ultraviolettem Licht enthält. Diese ultravioletten Strahlen haben sich in der medizinischen Wissenschaft in vielen Fällen als sehr heilkräftig erwiesen. Zur praktischen Ausnutzung dieser Wirkung des Lichtbogens wurden die *Quecksilberdampf Lampen* entwickelt, deren Lichtbogen einen wesentlich größeren Anteil an ultraviolettem Licht besitzt als die einfachen Bogenlampen.

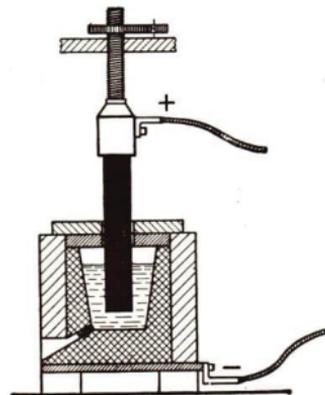
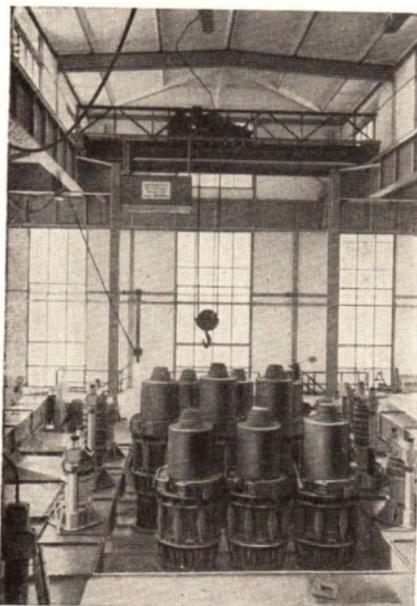
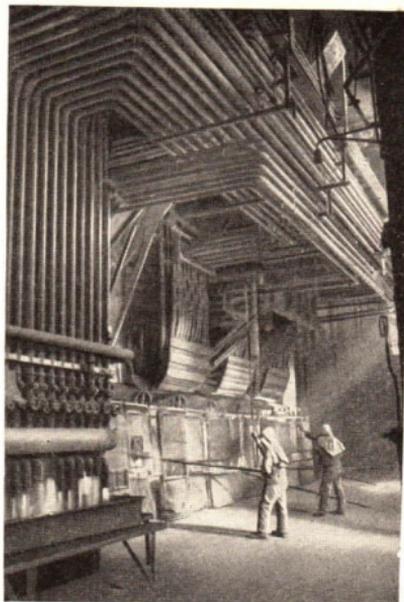


Abb. 119/2. Vertikalschnitt durch einen kleinen Karbidofen (schematisch)

In ein in zwei Kugeln endendes, luftleer gepumptes Rohr aus Quarzglas sind an beiden Enden Stahlstifte eingeschmolzen, an die die Pole einer Gleichspannungs-



a) Elektrodenköpfe oberhalb des Karbidoefen



b) Arbeitsbühne am Karbidoefen

Abb. 120/1. Karbidoefen in den Chemischen Werken Buna VEB. Der gesamte Karbidoefen erstreckt sich über mehrere Stockwerke.

quelle von 60 bis 110 V angeschlossen sind (Abb. 120/2). Die Kugeln werden so weit mit Quecksilber gefüllt, daß beim Kippen des Rohres beide Quecksilber-



Abb. 120/2. Quecksilberdampf Lampe (schematisch)

mengen miteinander in Berührung kommen und der Stromkreis geschlossen wird. Richtet man das Rohr wieder auf, so bildet sich beim Zurückfließen des Quecksilbers ein Lichtbogen, durch den ein Teil des Quecksilbers verdampft. Der so mit Quecksilberdämpfen durchsetzte Lichtbogen emittiert außerordentlich viele

ultraviolette Strahlen, die fast ungeschwächt durch das Quarzglas nach außen dringen.

Beiden modernen Quecksilberdampf Lampen, die uns als *künstliche Höhensonnen* bekannt sind, ist ein Kippen nicht erforderlich. Bei ihnen enthält die luftleer gepumpte Röhre eine Spur des Edelgases Neon. In solchen Röhren bewirkt die angelegte Spannung eine sofort einsetzende Glimmentladung. Es sind infolgedessen so viel Ionen und Elektronen in dem Röhrenraum vorhanden, daß der Quecksilberlichtbogen von selbst zündet.

3. Der Quecksilberdampfgleichrichter. Wie wir wissen, ist heute der Wechselstrom, insbesondere der Dreiphasenstrom, die vorherrschend verwendete Stromart. Trotzdem kommt man in der Elektrotechnik ohne den Gleichstrom nicht ganz aus. Es sei hier nur auf ein wichtiges Anwendungsgebiet, die gesamte elektrochemische Industrie, hingewiesen. Es ist somit erforderlich, den zentral erzeugten Wechselstrom an der Bedarfsstelle wieder in Gleichstrom umzuformen. Dies geschieht entweder maschinell mit Hilfe rotierender Umformer (vgl. § 13, 3) oder mit Hilfe von Gleichrichtern. Schon im 10. Schuljahr erfuhren wir das Wichtigste über den Trockengleichrichter. Wir werden jetzt den für den elektrischen Großbetrieb wichtigsten Gleichrichter, den *Quecksilberdampfgleichrichter*, kennenlernen. Seine Wirkung beruht auf der Tatsache, daß in einem hochevakuierten Glasgefäß zwischen einer Graphit- und einer Quecksilberelektrode nur dann ein Strom fließt, wenn die Graphitelektrode als Anode und die Quecksilberelektrode als Kathode geschaltet sind.

Der auffallendste Teil des Gleichrichters ist ein großes luftleeres Glasgehäuse, dessen großer Kolben der *Dom* genannt wird. Dieser dient der Abkühlung der Quecksilberdämpfe und ihrer Kondensation. Das kondensierte Quecksilber rinnt an den Wänden herab und fließt wieder der am Boden befindlichen aus Quecksilber gebildeten Kathode zu. Am unteren Teil des Gefäßes sind mehrere umgebogene Ansatzrohre eingeschmolzen, die die aus Graphit oder Stahl bestehenden Anoden enthalten. Außerdem befindet sich am Gefäßboden neben der großen noch eine kleine, nur zur Zündung dienende Quecksilberelektrode. Diese Elektrode dient als Hilfsanode und ist über eine Drosselspule als Anlaßwiderstand mit der einen Anode verbunden.

Abb. 121/1 zeigt das stark schematisierte Schaltbild eines Einphasenwechselstrom-Gleichrichters in *Vollwegschaltung*. Er wird über einen Umspanner an das Netz angeschlossen. Der Anfang und das Ende der Sekundärspule sind mit den Anoden verbunden. An die Kathode ist über eine Drosselspule der positive Pol der Gleichstromentnahmestelle angeschlossen, während die Ableitung der Mittelanzapfung der Sekundärspule zum negativen Pol führt. Durch Kippen der Röhre wird ein Lichtbogen zwischen den beiden Quecksilberelektroden gezündet. Dadurch erreicht die Quecksilberelektrode eine hohe Temperatur. Sie behält diese dauernd bei, da abwechselnd eine der beiden Graphitelektroden positiv und die Quecksilberelektrode ständig negativ ist. So fließt der Strom als pulsierender Gleichstrom immer von oben nach unten durch das Glasgefäß. Durch die Drosselspule wird der Strom geglättet.

Quecksilberdampfgleichrichter, bei denen dem Quecksilber etwas Kalium oder Natrium zugesetzt ist und bei denen der Raum über dem Quecksilber

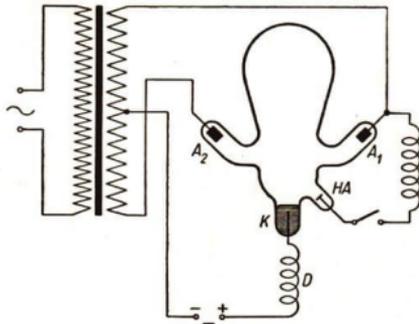


Abb. 121/1. Stark schematisiertes Schaltbild eines Quecksilberdampfgleichrichters für Einphasenwechselstrom in Vollwegschaltung

Argon- oder Neongas enthält, erfordern keine Zündvorrichtung; sie zünden von selbst.

4. Der Quecksilberdampfgleichrichter in der Elektrotechnik. In der Elektrotechnik werden Quecksilberdampfgleichrichter vor den maschinellen Umformern

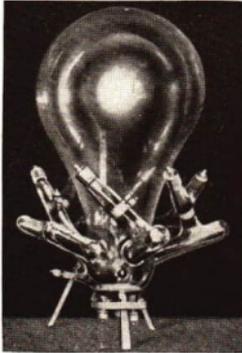


Abb. 122/1. Quecksilberdampfgleichrichter mit 6 Anoden zum Gleichrichten von Dreiphasenstrom, hergestellt im VEB Elektro-Apparate-Werke J. W. Stalin, Berlin-Treptow

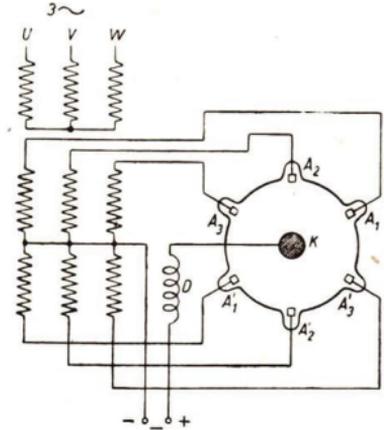


Abb. 122/2. Schaltbild eines Dreiphasenstromgleichrichters (schematisch)

bevorzugt, da sie nur einer sehr geringen Wartung bedürfen und geräuschlos sowie mit nur geringem Energieverlust arbeiten. Sie sind auch zum Gleichrichten

von Dreiphasenstrom brauchbar. Für Leistungen bis zu 300 kW verwendet man meist Gleichrichter, deren Gefäße aus quarzreichem Hartglas mit sechs Anoden und einer Kathode hergestellt sind (Abb. 122/1). Abb. 122/2 zeigt einen Schaltplan für einen Dreiphasenstromgleichrichter. Großgleichrichter bestehen aus einem zylindrischen Eisengefäß und enthalten 6, 12 bzw. 18 Anoden. Die Anoden sind ebenfalls aus Metall gebaut und von Schutzblechen umgeben, damit der direkte Zustrom von Quecksilberdämpfen verhindert wird. Die Grenzleistung der Großgleichrichter liegt etwa bei 1200 kW, wobei die Stromstärke bis zu 1500 A und die Spannung bis zu 800 V betragen kann (Abb. 122/3).

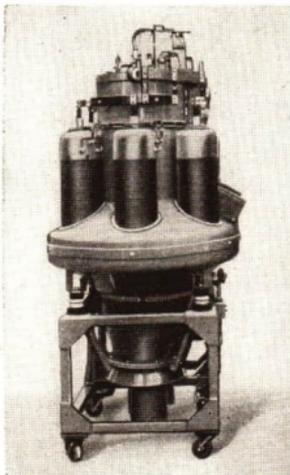


Abb. 122/3. Großgleichrichter mit Stahlgehäuse und 6 Anoden. Leistungsaufnahme 1200 kW, hergestellt im VEB Elektro-Apparate-Werke J. W. Stalin, Berlin-Treptow

5. Fragen und Aufgaben:

1. Nennen Sie Beispiele für die technische Anwendung des Lichtbogens!
2. Wie arbeitet die Quecksilberdampf Lampe?
3. Weshalb brauchen moderne künstliche Höhensonnen beim Einschalten nicht gekippt zu werden?
4. Schildern Sie den Bau und die Wirkungsweise des Quecksilberdampfgleichrichters!
5. Welche Bedeutung hat die Drosselspule beim Quecksilberdampfgleichrichter?

§ 23. Selbständige Leitung in gasverdünnten Räumen — Die Glimmentladung

1. Entladungserscheinungen bei verschieden hohem Vakuum. In ein etwa 50 cm langes, beiderseits geschlossenes Glasrohr sind an den Enden der Röhre Elektroden eingeschmolzen. In der Mitte der Röhre ist ein Ansatzstutzen zum Anschluß an eine Luftpumpe angebracht (Abb. 123/1). Legt man mittels eines Funkeninduktors eine Spannung von etwa 1000 bis 2000 V an die beiden Elektroden, so findet bei normalem Luftdruck keine Entladung statt. Die Luft wirkt als Isolator. Setzt man nun die Röhre auf eine Luftpumpe und pumpt die Luft aus der Röhre heraus, so treten im Rohr als Anzeichen einer stattfindenden Entladung *Lichterscheinungen* auf, die mit abnehmendem Druck ihre Form ändern. Die Beobachtungen sind in der Tabelle auf S. 124 zusammengestellt.

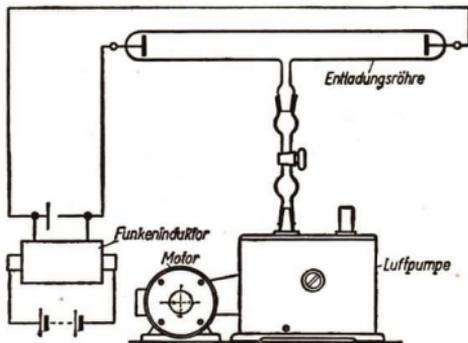
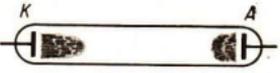
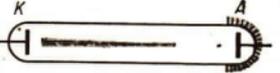


Abb. 123/1. Versuchsanordnung zum Sichtbarmachen der Entladungserscheinungen beim Evakuieren einer Entladungsröhre

Die in der Röhre stattfindende Entladung bezeichnet man zum Unterschied zur Bogenentladung als eine *Glimmentladung*. Man unterscheidet das Anodenglimmlicht und spricht von einer *positiven* und einer *negativen Säule*. Auf die positive Säule wendet man heute vielfach die Bezeichnung *Plasma*¹ an. Man versteht darunter ein hochionisiertes Gas, also ein Gemisch aus Ionen, Elektronen, nichtdissoziierten Molekülen und neutralen Atomen, das nach außen hin neutral wirkt. Ein solches Gemisch bildet sich nicht nur bei elektrischen Entladungen, sondern auch beim Erhitzen eines Gases auf sehr hohe Temperaturen.

¹ plasma (griech.) = Gestaltung, Gebilde. Im Plasmazustand befinden sich alle Gase bei genügend hohen Temperaturen. Für das Naturgeschehen ist der Plasmazustand von großer Bedeutung. Die Ionosphäre, die Atmosphäre der Sterne und die Kometenschweife sind Plasmen.

Entladungserscheinungen in einer Entladungsröhre

Druck Torr	Erscheinungsbild Abb. 124/1	Beobachtung
40...10		Violettes schmales Glimmband zwischen den beiden Elektroden, das sich schnell verbreitert.
6...2		Das Glimmband nimmt eine rötliche Farbe an und reicht bis nahe an die Kathode. An der Kathode bildet sich ein bläulicher punktförmiger Fleck, der sich zu einem die ganze Kathode überziehenden Glimmlicht ausbreitet. Zwischen dem Ende des Glimmbandes und dem Glimmlicht befindet sich ein Dunkelraum. Er wird nach seinem Entdecker als <i>Faradayscher Dunkelraum</i> bezeichnet.
0,5...0,2		Der Dunkelraum vergrößert sich. Das von der Anode ausgehende rötliche Glimmlicht schiebt sich und weist eine konvexe Krümmung zur Kathode auf. Das blaue Kathodenglimmlicht dehnt sich weiter zur Anode hin aus.
0,1		Die Schichtungen sind verschwunden. Der Faradaysche Dunkelraum reicht fast bis zur Anode. Das Kathodenglimmlicht hat sich von der Kathode weiter losgelöst und ist von ihr durch einen dunklen Zwischenraum, den <i>Hittorfschen</i> oder <i>Crookeschen Dunkelraum</i> , getrennt.
0,05		An der Kathode tritt eine dünne leuchtende Schicht auf, die Kathodenschicht. Sie ist von der Kathode durch einen schmalen dunklen Raum, den <i>Astonschen Dunkelraum</i> , getrennt.
0,02		Die Kathodenschicht hat sich ganz von der Kathode getrennt und sich zu einem schmalen, nur ganz schwach schimmernden Lichtband zusammengezogen. Die der Kathode gegenüberliegende Glaswand leuchtet grün; sie <i>fluoresziert</i> .

2. Die selbständige Leitung innerhalb der Röhre. Die beschriebenen eigenartigen Lichterscheinungen treten auf, ohne daß von außen her eine Ionisierung erfolgt. Es liegt somit eine selbständige elektrische Leitung vor. Auch hier spielt selbstverständlich die Ionisierung der eingeschlossenen stark verdünnten Luft eine wesentliche Rolle, denn ohne Ionisierung könnte bei der vorliegenden Versuchsanordnung keine Entladung einsetzen. Das Gas in der Röhre wird während des Versuches stark verdünnt. Die Weglänge, die die Moleküle zwischen ihren Zusammenstößen frei zurücklegen können, ist aus diesen Gründen größer als bei normalem Luftdruck.

In der Nähe der Kathode ist die Feldstärke besonders groß. Hier werden die in der Luft vorhandenen positiven Gasionen stark in Richtung auf die Kathode hin beschleunigt. Durch ihren Aufprall auf die Kathode lösen sie aus den Metallen Elektronen heraus, die nun in entgegengesetzter Richtung, also auf die Anode zu, stark beschleunigt werden. Sobald die Elektronen eine ausreichende Geschwindigkeit erreicht haben und auf Gasmoleküle treffen, spalten sie aus ihnen weitere Elektronen ab. Jedes auf diese Weise frei werdende Elektron wird ebenfalls im elektrischen Feld beschleunigt und wirkt weiter durch Stoßionisation, so daß schließlich fast das gesamte in der Röhre noch vorhandene Gas ionisiert wird. Durch die bei hohen Geschwindigkeiten in der Röhre erfolgenden heftigen Zusammenstöße der neutralen Moleküle mit den schnell bewegten Ionen und Elektronen werden die Moleküle und die Ionen dazu angeregt, Licht auszusenden. Einzelheiten darüber werden wir im 12. Schuljahr erfahren.

Beim Aufprall auf die Moleküle geben die Elektronen und die Ionen einen beträchtlichen Teil ihrer Energie ab und verlieren an Geschwindigkeit. Sie werden aber in den zwischen einzelnen Schichten vorhandenen dunklen Räumen erneut beschleunigt und werden dadurch in den Stand gesetzt, weitere Lichterscheinungen hervorzurufen. Die bei der Stoßionisation entstehenden positiven Ionen fliegen auf die Kathode zu und bilden dort das Kathodenglimmlicht.

3. Glimmlampen. Die Glimmlichterscheinungen, die an der Kathode bei einem Druck von etwa 15 Torr auftreten, werden in der Technik zur Herstellung von *Glimmlampen* ausgenutzt. Sie bestehen aus einem Glaskolben, in dem sich zwei voneinander isoliert angebrachte Elektroden befinden. Diese bestehen aus Eisen, das mit metallischem Barium überzogen ist, und haben je nach dem Verwendungszweck eine sehr verschiedene Form (Abb. 125/1). Der Glaskolben ist eva-



Abb. 125/1. Glimmlampe mit zwei Spiraldrahtelektroden, Leistungsverbrauch etwa 3 Watt

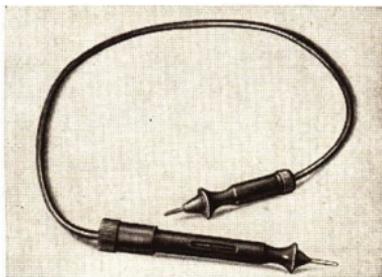


Abb. 125/2. Die Glimmlampe als Spannungsprüfer

kuiert und mit etwas Neon gefüllt. Der Abstand zwischen den Elektroden ist so gering, daß sich nach dem Zünden nur die negative Elektrode mit einer Glimmhaut überzieht. Die Lichtstärke der Glimmlampen ist nur gering. Sie genügt aber für Not- und Signalbeleuchtung. Die Glimmlampen sind mit einer Normal- oder einer Mignonfassung versehen und können an eine Spannung von 220 V angeschlossen werden. Der für den Betrieb notwendige Vorschaltwiderstand ist in den Sockeleingebaut. Den Gebrauch der Glimmlampe als *Spannungsprüfer* (Abb. 125/2)

haben wir bereits früher kennengelernt. Man verwendet Spannungsprüfer zum Feststellen eines Erdschlusses, eines Isolationsfehlers oder zum Aufsuchen des spannungführenden Leiters.

4. **Leuchtröhren.** Die Farbe der in den Entladungsröhren auftretenden Lichterscheinungen kann durch das in der Röhre verwendete Gas und durch die Glasart beeinflusst werden. Durch passende Wahl der Glassorte kann man die Röhren zu stärkster Lichtausendung bringen. Beide Möglichkeiten werden in der Technik bei der Herstellung der bekannten *Leuchtröhren* ausgenutzt. Man verwendet diese Röhren, um glänzende Farbeffekte zu erzielen, oder gibt ihnen die Form von Buchstaben, um in den Abendstunden eine wirksame Lichtreklame durchzuführen (Abb. 126/1).



Abb. 126/1. Leuchtröhrenschrift am HO-Kaufhaus am Alexanderplatz in Berlin

5. **Leuchtstoffröhren.** Eine heute viel verwendete Weiterentwicklung der Leuchtröhren sind die *Leuchtstoffröhren*. Ihre optischen Eigenschaften haben

wir bereits im 10. Schuljahr kennengelernt (vgl. LB 10, § 32, 1). Leuchtstoffröhren unterscheiden sich von den Leuchtröhren dadurch, daß vorwiegend nicht primäre, sondern sekundäre Lichterscheinungen ausgenutzt werden. Die Leuchtstoffröhren sind Niederdruckleuchtstoffröhren, die mit Quecksilberdampf gefüllt sind und einen Betriebsdruck von ungefähr 0,9 Torr haben. Infolge der Stoßionisation senden die Quecksilbermoleküle ultraviolettes Licht aus. Dieses für uns unsichtbare Licht trifft auf die auf der Innenfläche der Röhre aufgetragene Leuchtstoffschicht, die ihrerseits sichtbares Licht aussendet. Durch die verschiedenartige Zusammensetzung der Leuchtstoffschicht kann man die Farbe des ausgesandten Lichtes weitgehend beeinflussen.

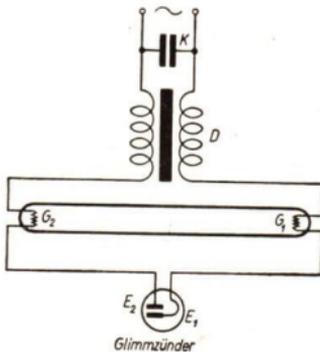


Abb. 126/2. Schaltschema einer Leuchtstoffröhre
 G_1 , G_2 Glühkathoden, K Kondensator,
 E_1 Bimetallstreifen, E_2 Kontaktstift,
 D Drosselspule

der Leuchtstofflampe fließt der Strom über die Glühkathoden G_1 und G_2 sowie den Glimmzünder, da der Raum zwischen G_1 und G_2 vorläufig als Isolator

wirkt. Die im Glimmzünder entstehende Glimmentladung erzeugt zwar nur wenig, aber doch so viel Wärme, daß sich der Bimetallstreifen zum Kontaktstift E_2 hin biegt. Die in Reihe geschalteten Heizwicklungen der Glühkathoden G_1 und G_2 beginnen zu glühen. Sobald der Kontaktschluß zwischen E_1 und E_2 hergestellt ist, erlischt die Glimmentladung. Der Bimetallstreifen kühlt sich infolgedessen ab und öffnet den Kontakt. Der Heizstrom wird dadurch unterbrochen. Hierdurch entsteht in der Drosselspule eine erhebliche Induktionsspannung. Der infolgedessen auftretende Spannungsstoß bewirkt die Zündung der Röhre. Nach der Zündung fällt die Spannung zwischen G_1 und G_2 auf den Betriebswert von 105 V, so daß der Glimmzünder nicht mehr ansprechen kann. Der parallel geschaltete Kondensator K dient dazu, Rundfunkstörungen zu vermeiden.

Leuchtstofflampen werden in immer stärkerem Maße für Beleuchtungszwecke verwendet (Abb. 127/1). Bei gleicher Lichtleistung verbrauchen sie wesentlich weniger elektrische Energie als die bisher üblichen Glühlampen (vgl. LB 10, § 32, 6).

6. Das Elektronenblitzgerät. Beim Photographieren benutzt man als Lichtquelle bei Innenaufnahmen heute vielfach

Elektronenblitzgeräte (Abb. 127/2). Sie enthalten eine Elektronenblitzröhre, die mit dem Edelgas Xenon gefüllt ist (Abb. 127/3). Elektronenblitzröhren entwickeln eine hohe Lichtstärke, die aber nur kurzzeitig wirksam ist. Das Schaltschema dieser Geräte ist aus Abb. 128/1 ersichtlich. Das Gerät wird an die Netzspannung über einen Transformator angeschlossen, der eine



Abb. 127/1. Ein mit Leuchtstofflampen beleuchteter U-Bahn-Wagen



Abb. 127/2
Elektronenblitzgerät

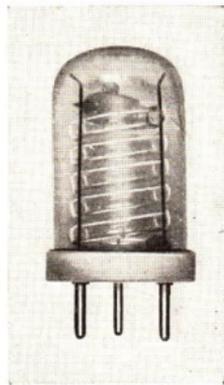


Abb. 127/3
Elektronenblitzröhre

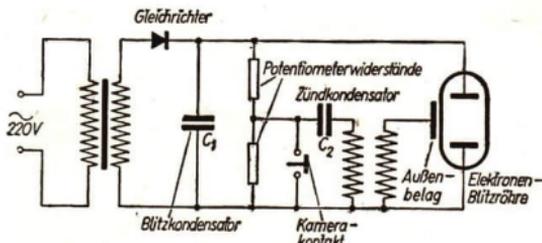


Abb. 128/1. Schaltschema eines Elektronenblitzgerätes

Betriebsspannung von etwa 500 bis 1000 V liefert. Mit dieser Spannung wird der Blitzkondensator C_1 über einen Gleichrichter aufgeladen. Parallel zu ihm ist die Elektronenblitzröhre geschaltet. Der die Zündung bewirkende Kondensator C_2 wird über ein von zwei Widerständen gebildetes Potentiometer ebenfalls

aufgeladen. Die Zündung erfolgt durch stoßartige Entladung des Kondensators C_2 über den Kamerakontakt. Der bei der Entladung des Kondensators entstehende Spannungsstoß wird über einen Transformator dem Außenbelag der Blitzröhre zugeführt und löst in ihr eine Stoßionisation aus, so daß der Stromfluß einsetzt. Dabei entlädt sich der Blitzkondensator. Die Blitzdauer liegt zwischen $5 \cdot 10^{-3}$ s und 10^{-6} s.

Die Elektronenblitzgeräte werden auch für Batteriebetrieb gebaut. Der Wechselstrom wird bei diesen Geräten mit Hilfe eines Zerhackers erzeugt. Im übrigen ist die Schaltung die gleiche.

7. Fragen und Aufgaben:

1. Beschreiben Sie die Erscheinungen, die bei der elektrischen Entladung in Luft unter vermindertem Druck eintreten!
2. Wodurch unterscheidet sich eine Glimmentladung von einer Bogenentladung?
3. Welche Arten von Glimmlampen kennen Sie?
4. Wie unterscheiden sich Leuchtröhren und Leuchtstoffröhren?
5. Welche Vorgänge spielen sich beim Zünden einer Leuchtstoffröhre ab?
6. Erläutern Sie die Wirkungsweise eines Elektronenblitzgerätes!

§ 24. Die Kathodenstrahlen — Die spezifische Ladung der Elektronen — Die Kanalstrahlen

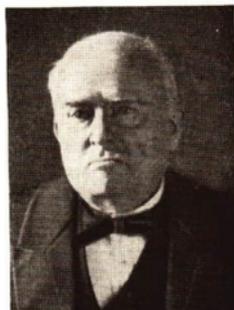
1. Die Entstehung der Kathodenstrahlen. Bei den Entladungserscheinungen in gasverdünnten Röhren, über die wir in § 23, I Näheres erfahren haben, war bei abnehmendem Druck immer deutlicher zu erkennen, daß die Kathode der Ausgangspunkt einer immer stärker hervortretenden Strahlung ist. Am offensichtlichsten wurde dies bei einer Herabsetzung des Druckes auf 0,02 Torr, wobei die der Kathode gegenüberliegende Glaswand unter dem Einfluß der Strahlung zu fluoreszieren begann.

Die in solchen fast luftleeren Entladungsröhren auf die Kathode auftreffenden stark beschleunigten positiven Ionen lösen aus dieser Elektronen heraus, die senkrecht zur Kathodenfläche austreten und infolge des elektrischen Feldes stark beschleunigt werden. Da diese Strahlung ihren Ursprung in der Kathode hat,

bezeichnet man sie als **Kathodenstrahlen**. Sie wurden 1858 von *Julius Plücker* entdeckt und 1869 von *Wilhelm Hittorf*¹ erforscht. Für die weitere Entwicklung der Atom- und Elektronentheorie sind die Kathodenstrahlen von allergrößter Bedeutung geworden.

2. Die Eigenschaften der Kathodenstrahlen. An Hand der im folgenden beschriebenen Versuche ermitteln wir die Eigenschaften der Kathodenstrahlen:

- a) Wir erregen eine Kathodenstrahlröhre, in der sich Mineralien und ein mit Leuchtfarbe beschriebener Körper befinden, durch einen Funkeninduktor. Sobald die genannten Stoffe von Kathodenstrahlen getroffen werden, leuchten sie auf; sie beginnen zu fluoreszieren.



Wilhelm Hittorf (1824-1914)

Kathodenstrahlen verursachen Fluoreszenz.

- b) Treffen Kathodenstrahlen auf Glas, so fluoresziert dieses ebenfalls. Befindet sich im Strahlengang der Kathodenstrahlen ein kreuzförmiges oder ringförmiges Blech, so entsteht auf der dahinterliegenden Glaswand ein scharf begrenzter Schatten (Abb. 129/1). Ist die Kathode konkav gewölbt, so durchlaufen die Kathodenstrahlen einen Brennpunkt (Abb. 129/2). Benutzt man zum Nachweis eine Kathodenstrahlröhre, die mit mehreren Anoden versehen ist, und verbindet nacheinander die einzelnen Anodenanschlüsse mit dem



Abb. 129/1. Kathodenstrahlrohr mit umklappbarem Aluminiumkreuz. Die Kathodenstrahlen werfen einen scharf begrenzten Schatten des Kreuzes auf die gegenüberliegende Glaswand.

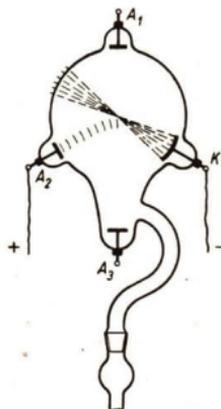


Abb. 129/2. Kathodenstrahlrohr mit konkav gewölbter Kathode *K* Kathode, *A*₁, *A*₂, *A*₃ Anoden

¹ Wilhelm Hittorf (1824-1914), ein bedeutender deutscher Physiker, wirkte von 1852 an als Professor an der Universität Münster. Durch seine Forschungen über die Kathodenstrahlen legte er den Grund zu wertvollsten Erkenntnissen.

positiven Pol der Spannungsquelle, so erkennt man, daß der Verlauf der Kathodenstrahlen davon nicht beeinflußt wird.

Kathodenstrahlen treten senkrecht aus der Kathode aus und breiten sich geradlinig aus. Ihre Strahlrichtung ist von der Lage der Anode unabhängig.

- c) Hält man einen hufeisenförmigen Magneten über ein Kathodenstrahlrohr so werden die Kathodenstrahlen senkrecht zu den Feldlinien abgelenkt (Abb. 130/1). Die Ablenkung erfolgt nach der UVW-Regel für Leiterbewegung, wenn man den Daumen entgegengesetzt zur Richtung der Kathodenstrahlen in die technische Stromrichtung hält, die von der Anode zur Kathode verläuft.

Im magnetischen Feld werden die Kathodenstrahlen wie ein elektrischer Strom abgelenkt.

- d) Befinden sich in der Kathodenstrahlröhre zwei Kondensatorplatten und legt man an diese eine Gleichspannung, so werden die Kathodenstrahlen zur positiv geladenen Platte hin abgelenkt (Abb. 130/2).

Im elektrischen Feld werden die Kathodenstrahlen zur positiven Platte hin abgelenkt.

- e) Treffen Kathodenstrahlen auf einen im Kathodenstrahlrohr angebrachten Faradayschen Becher, der mit einem Elektroskop verbunden ist, so wird dieses negativ aufgeladen (Abbildung 130/3).

Die Kathodenstrahlen haben negative Ladung.

- f) Ein im Krümmungsmittelpunkt einer Hohlspiegelkathode befindliches Platinblech gerät durch das Auftreffen der Kathodenstrahlen ins Glühen.

Kathodenstrahlen üben beim Aufprall auf einen festen Körper Warmwirkungen aus.

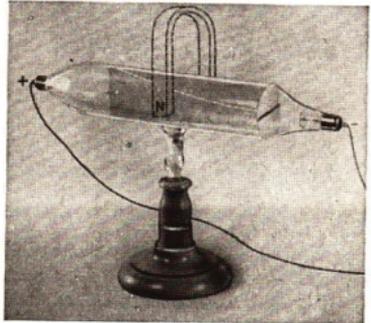


Abb. 130/1. Ablenkung der Kathodenstrahler im magnetischen Feld unter Verwendung einer Kathodenstrahlröhre mit Spalt und Leuchtschirm

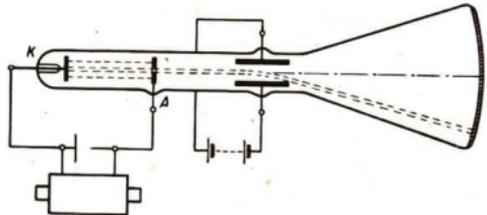


Abb. 130/2. Ablenkung der Kathodenstrahlen im elektrischen Feld

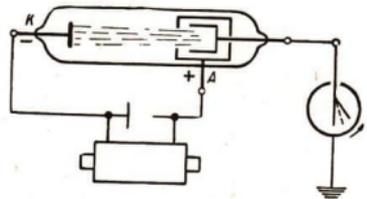


Abb. 130/3. Nachweis der negativen Ladung der Kathodenstrahlen mit Hilfe eines in der Entladungsröhre angebrachten Faradayschen Bechers

- g) Ein leicht bewegliches Rädchen, das auf der einen Seite von Kathodenstrahlen getroffen wird, gerät in Bewegung (Abb. 131/1).

Die Kathodenstrahlen üben auf ein Hindernis mechanische Wirkungen aus, da sie kinetische Energie besitzen.

- h) Hat eine Kathodenstrahlröhre ein Fenster aus einer etwa $1 \mu\text{m}$ dicken Aluminiumfolie, das nach seinem Erfinder als *Lenardsches Fenster* bezeichnet wird, so treten Kathodenstrahlen aus der Röhre aus (Abb. 131/2). Dies kann

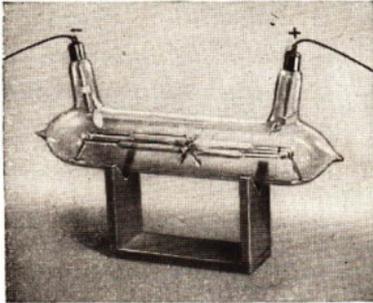


Abb. 131/1. Kathodenstrahlröhre mit Flügelrädchen

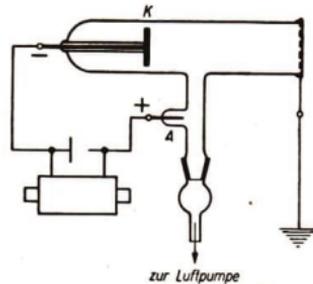


Abb. 131/2. Kathodenstrahlrohr mit Lenardschem Fenster

man mittels eines geladenen Elektroskops nachweisen. Treffen nämlich die Kathodenstrahlen auf ein positiv geladenes Elektroskop, so wird es entladen.

Kathodenstrahlen durchdringen Aluminium- und andere Metallfolien. Sie haben in der Luft nur eine kurze Reichweite.

3. Die Natur der Kathodenstrahlen — Das Elektron. Aus den Versuchsergebnissen geht hervor, daß die Kathodenstrahlen weder Licht- noch Wärmestrahlen sind, sondern aus Trägern negativer Ladung bestehen. Diese besitzen eine sehr große Geschwindigkeit und sind außerordentlich klein. Da sich auch bei noch so lang andauernder Strahlung keine Spur irgendeines substantiellen Rückstandes nachweisen ließ, folgerte man, daß die Partikelchen, aus denen die Kathodenstrahlen bestehen, keine Substanz enthalten, sondern unmittelbar mit kleinsten Ladungsteilchen identisch sind. Diese kleinsten Elektrizitätsteilchen erhielten den Namen **Elektronen**.

4. Die spezifische Ladung und die Geschwindigkeit der Elektronen. Die soeben gewonnenen Erkenntnisse sind noch dahin zu ergänzen, daß das Elektron eine Masse hat. Es ist den Physikern gelungen, die Masse, die Ladung und die Geschwindigkeit des Elektrons zu ermitteln.

Auf Einzelheiten der Rechnung kann hier nicht eingegangen werden. Es sei nur so viel mitgeteilt, daß das Verhältnis der Ladung e eines Elektrons zu seiner Masse m_0 den Ausgangspunkt der Überlegungen bildete. Man bezeichnet dieses Verhältnis $\frac{e}{m_0}$ als die *spezifische Ladung* des Elektrons und errechnet sie aus der

Ablenkung, die die Elektronen beim Durchheilen eines elektrischen und eines magnetischen Feldes erleiden

Beim Durchlaufen des zwischen zwei Kondensatorplatten befindlichen elektrischen Feldes folgen die Kathodenstrahlen den elektrischen Feldlinien. Sie beschreiben infolgedessen im Bereich des elektrischen Feldes eine parabolisch gekrümmte Bahn ähnlich wie ein schwerer Körper bei einem horizontalen Wurf.

Anders verhalten sich die Kathodenstrahlen beim Durchlaufen eines magnetischen Feldes. Sie folgen nicht den magnetischen Feldlinien, sondern werden nach der UVW-Regel für Leiterbewegung senkrecht zu ihnen abgelenkt und unter dem Einfluß dieser Wirkung kreisförmig gekrümmt.

Da beide Abweichungen von der geradlinigen Bahn der Kathodenstrahlen von $\frac{e}{m_0}$ abhängen, gelang es, die Größe von $\frac{e}{m_0}$ daraus zu ermitteln. Durch viele übereinstimmende Rechnungen fand man

$$\frac{e}{m_0} = 1,76 \cdot 10^8 \text{ C/g.}$$

Wie wir bereits wissen, transportiert jedes aus Ionen bestehende Grammäquivalent eines Stoffes eine Ladung von 96489 C. Von allen Stoffen hat Wasserstoff das kleinste Grammäquivalent, mithin die größte spezifische Ladung, nämlich

$$\frac{96489}{1,008} \text{ C/g} \approx 95700 \text{ C/g.}$$

Vergleicht man diese spezifische Ladung mit dem für ein Elektron gefundenen Wert, so erkennt man, daß dieser $1,76 \cdot 10^8 : 95700 \approx 1840$ mal so groß ist wie beim Wasserstoff. Dies kann nur so erklärt werden, daß die Masse eines Elektrons den 1840ten Teil der Masse eines Wasserstoffatoms beträgt. Wie wir wissen, ist $m_H = 1,67 \cdot 10^{-24}$ g. Somit ist die *Masse eines Elektrons*

$$m_0 = 9,11 \cdot 10^{-28} \text{ g.}$$

Seine Ladung ergibt sich somit aus $\frac{e}{m_0}$ und m_0 zu

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Damit ist der Wert für die negative Elementarladung gefunden. Er stimmt mit dem aus dem Millikanschen Versuch ermittelten überein (vgl. LB 10, § 45, 2). Wir haben darin eine Bestätigung für die Richtigkeit unserer Schlußfolgerungen zu sehen.

Ein Vergleich der kinetischen Energie der Elektronen mit der von ihnen aufgenommenen elektrischen Energie liefert die Gleichung

$$\frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v^2 = e \cdot U,$$

worin v die Geschwindigkeit der Elektronen und U die beschleunigende Spannung bedeuten. Es ist

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m_0} \cdot U}.$$

Man ersieht daraus, daß die Elektronengeschwindigkeit von der Spannung abhängig ist; sie ist der Quadratwurzel aus der Spannung proportional. Je nach der angelegten Spannung hat man für die Geschwindigkeit der Elektronen Werte gefunden, die zwischen 25000 und 100000 km/s liegen, und somit bis an $\frac{1}{3}$ der Lichtgeschwindigkeit heranreichen. Neuerdings ist es gelungen, die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen durch Nachbeschleunigung bis auf mehr als 99% der Lichtgeschwindigkeit zu steigern.

5. Experimenteller Nachweis der Kanalstrahlen — Ihre Entstehung. Wie wir festgestellt haben, handelt es sich bei den Kathodenstrahlen um strömende negative Elektrizität in Form der Elektronen. Es bleibt nun zu untersuchen, ob es eine Strahlung gibt, die aus den positiv geladenen Ionen des Füllgases besteht. Zu diesem Zweck verwendet man ein luftleer gepumptes Entladungsrohr, bei dem die Kathode in der Mitte der Röhre angebracht und durchlöchert ist (Abb. 133/1). Legt man an die Elektroden eine hohe Gleichspannung, so sieht man, daß durch die Löcher der Kathode leuchtende Strahlen hindurchtreten. Sie wurden 1886 von *Eugen Goldstein*¹ entdeckt und von ihm als **Kanalstrahlen** bezeichnet. Sie sind entgegengesetzt zu den Kathodenstrahlen gerichtet.

Genauere Untersuchungen haben ergeben, daß die positiv geladenen Ionen nicht direkt von der Anode herkommen, sondern ihren Ursprung im Hittorfschen Dunkelraum haben. In ihm besteht ein sehr starker Spannungsabfall und damit eine besonders große Feldstärke. Durch sie werden nicht nur die Elektronen, sondern auch die positiven Ionen stark beschleunigt und erhalten so eine große kinetische Energie, die sie nach entgegengesetzten Richtungen beschleunigt. Die positiv geladenen Ionen fliegen zur Kathode hin. Soweit sie nicht von der Kathode aufgefangen werden, fliegen die Ionen infolge ihrer Trägheit durch die in der Kathode befindlichen Löcher hindurch und gelangen als Kanalstrahlen in den feldfreien Raum hinter der Kathode, den sie geradlinig durchlaufen. Treffen sie dabei auf neutrale Gasatome oder Moleküle, so werden diese durch Stoß zum Leuchten angeregt.

Auch die Kanalstrahlen werden in elektrischen und in magnetischen Feldern aus der geradlinigen Bahn abgelenkt, und zwar in entgegengesetzter Richtung wie die Kathodenstrahlen. Die Ablenkung ist wesentlich geringer als bei diesen. Dementsprechend hat man gefunden, daß die Partikelchen, aus denen die Kanalstrahlen bestehen, eine Masse besitzen, die ebenso groß wie die Masse der Atome und Moleküle der Stoffe ist. Es folgt daraus, daß die Kanalstrahlen positiv

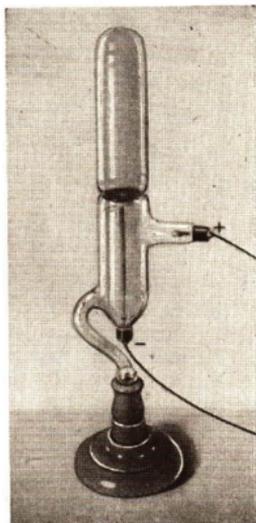


Abb. 133/1. Kanalstrahlrohr

¹ Eugen Goldstein (1850–1930), deutscher Physiker an der Berliner Sternwarte, ermöglichte durch seine Entdeckung der Kanalstrahlen weitere Erkenntnisse von grundlegender Bedeutung für die Entwicklung der Atomphysik.

geladene Ionen sind. Infolge der größeren Masse sind sie wesentlich träger als die Elektronen und erreichen nur Geschwindigkeitswerte von $\frac{1}{1000}$ bis $\frac{1}{500}$ der Lichtgeschwindigkeit.

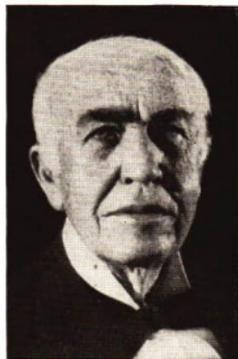
6. Fragen und Aufgaben:

1. Wie erzeugt man Kathodenstrahlen?
2. Geben Sie die Eigenschaften der Kathodenstrahlen an!
3. Wie kann man die Eigenschaften der Kathodenstrahlen nachweisen?
4. Beschreiben Sie das Kanalstrahlrohr!
5. Geben Sie die Eigenschaften der Kanalstrahlen an!
6. Woher kommen die positiv geladenen Ionen, die die Kanalstrahlen bilden?
7. Was ist ein Elektron?
8. Was versteht man unter der spezifischen Ladung eines Elektrons?
9. Welche Überlegungen haben zur Ermittlung der spezifischen Ladung geführt?

V. Die Elektronenemission

§ 25. Der glühelektrische Effekt — Die Zweielektrodenröhre

1. Die Leitung im Hochvakuum bei kalter Kathode. In § 24 wurden die Entladungsvorgänge bis zu einem Vakuum von etwa $2 \cdot 10^{-2}$ Torr bei kalter Elektrode untersucht. Damit ist jedoch die untere Grenze des Vakuums noch nicht erreicht. Unsere modernen Luftpumpen ermöglichen ein Vakuum bis zu 10^{-6} Torr und darüber hinaus. Die Röhren sind damit nahezu vollständig evakuiert. Unterschreitet das Vakuum einen Druck von $2 \cdot 10^{-2}$ Torr, so sind immer höhere Spannungen erforderlich, wenn man Kathodenstrahlen erhalten will. Sinkt der Druck bis auf 10^{-6} Torr ab, so tritt trotz weiterer Erhöhung der Feldstärke keine Entladung mehr ein. Das elektrische Feld bleibt unverändert bestehen. Daraus folgt, daß das Vakuum der beste Isolator ist, den es überhaupt gibt. Nur wenn der Krümmungsradius der Kathode außerordentlich klein und somit die Krümmung sehr groß ist und wenn die Elektroden einen sehr geringen Abstand haben, treten bei Feldstärken von über 10^8 V/m Entladungserscheinungen auf.



Thomas Alva Edison
(1847–1931)

Man kann jedoch im Hochvakuum auch ohne das Vorhandensein einer hohen Feldstärke zwischen den Elektroden einen Elektronenstrom hervorrufen. Man erreicht dies durch Erhitzen oder durch Belichten der Kathode und kommt so zur unselbständigen Leitung im Hochvakuum. Die auf diese Weise frei werdenden Elektronen nennt man *Glüh-* bzw. *Photoelektronen*.

2. Der Elektronenaustritt bei hoher Temperatur — Der Edisoneffekt. Der amerikanische Physiker *Thomas Alva Edison*¹ hat einen Versuch angegeben, der von uns wiederholt werden soll. Man wickelt einen Kupferdraht um den Glaskolben einer Kohlefadenlampe und verbindet das eine Ende mit einem Elektroskop,

¹ Thomas Alva Edison (1847–1931) aus dem Staate Ohio (USA), entwickelte sich durch Selbststudium und unermüdliche Arbeit zu einem der erfolgreichsten Erfinder der Vereinigten Staaten.

dessen Gehäuse geerdet ist (Abb. 136/1). War das Elektroskop vorher positiv aufgeladen, so geht der Ausschlag sofort zurück, wenn die Glühlampe eingeschaltet wird. Lädt man dagegen das Elektroskop negativ auf, so bleibt beim Einschalten der Ausschlag bestehen. *Edison* schloß daraus, daß aus dem Glühdraht negative Ladungen austreten, die sich auf der Glaswand sammeln. Durch sie wird

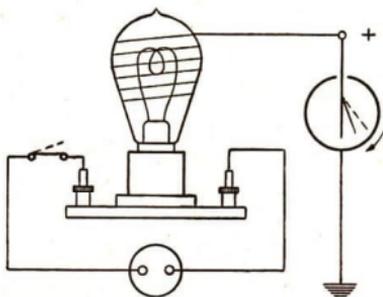


Abb. 136/1. Edisonversuch

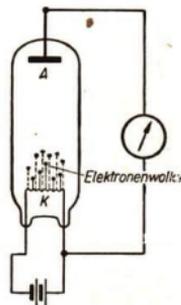


Abb. 136/2. Glühkathodenröhre mit zwei Elektroden

die positive Ladung des Elektroskops angezogen. Der Ausschlag nimmt infolgedessen ab. Bei negativer Aufladung des Elektroskops tritt jedoch eine abstoßende Wirkung ein; der Ausschlag bleibt erhalten.

In dem Bemühen, die Zusammenhänge dieser Erscheinungen aufzudecken, führte man später den in Abb. 136/2 dargestellten Versuch durch.

Man verwendet dazu ein hochevakuiertes Glasrohr, an dessen einem Ende zwei Drahtstifte eingeschmolzen sind, zwischen denen sich als Elektrode ein dünner Glühdraht *K* befindet. Das andere Ende des Rohres ist mit einer kleinen Platte *A* als Elektrode versehen. Die Elektroden *A* und *K* werden über ein Spiegelgalvanometer miteinander verbunden. Die Drahtelektrode *K* schließt man außerdem an einen Akkumulator an, so daß sie infolge des durch sie hindurchfließenden Stromes stark erhitzt wird. Ist die Elektrode *A* an den positiven Pol des Akkumulators angeschlossen, so zeigt das Galvanometer einen schwachen Strom an, der von der Elektrode *A* über das Meßinstrument zur Elektrode *K* fließt. Der Strom ist um so stärker, je höher die Temperatur der Elektrode *K* ist. Man kann daraus schließen, daß der elektrische Strom durch Elektronen verursacht wird, die aus der Elektrode *K* austreten und zur Elektrode *A* wandern.

Aus einem glühenden Metall treten Elektronen aus. Man nennt diese Erscheinung den glühelektrischen Effekt oder nach ihrem Entdecker den Edisonsseffekt.

3. Die Ablösearbeit — Die Raumladung. Die freien Elektronen eines Leiters treten nur dann aus der Oberfläche des glühenden Leiters aus, wenn sie die dazu erforderliche kinetische Energie besitzen. Dies ist bei einer genügend hohen Temperatur der Fall. Jedes Elektron muß beim Verlassen des Leiters eine bestimmte Arbeit verrichten, die man als *Ablösearbeit* bezeichnet.

Die Ablösearbeit ist für die einzelnen Metalle verschieden. Versuche haben ergeben, daß sie für *Bariumoxyd* am kleinsten ist. Deshalb überzieht man in der Praxis die als Glühkathoden verwendeten Metalle mit einer Paste aus Bariumoxyd. Die Menge und Geschwindigkeit der austretenden Elektronen hängt außerdem von der Temperatur der Glühkathode ab. Mit Bariumoxyd überzogene Elektroden emittieren Elektronen bereits bei schwacher Rotglut in erheblichem Maße. Bei anderen Metallen, wie zum Beispiel bei *Wolframdrähten*, sind höhere Temperaturen erforderlich, wenn ein Maximum der Glühemission erreicht werden soll.

Von den aus der Glühkathode ausgetretenen Elektronen gelangen nur verhältnismäßig wenige auf die gegenüberliegende Elektrode *A*, die Anode; die meisten Elektronen bleiben im Raum in der Nähe der Kathode zurück und umgeben diese wie eine Wolke. Sie bilden die *Raumladung*, die auf den weiteren Austritt der Elektronen hemmend wirkt. Der am Galvanometer gemessene Elektronenstrom ist daher nur gering, er liegt im Bereich von 10^{-8} bis 10^{-7} A.

4. Der Anodenstrom — Der Sättigungsstrom. Wir legen nun an die beiden Elektroden des Entladungsrohres eine Gleichspannung an und verbinden die Glühkathode als Kathode mit dem negativen und die andere Elektrode als Anode mit dem positiven Pol (Abbildung 137/1). Läßt man die Glühkathode wieder glühen, so zeigt ein in den Stromkreis geschaltetes Milliampereometer einen wesentlich stärkeren Strom an als bei dem im Abschnitt 2 angegebenen Versuch. Durch die positive Aufladung der Anode werden die aus der Kathode austretenden Elektronen zur Anode hin beschleunigt. Da außerhalb der Röhre der Stromkreis geschlossen ist, fließt in diesem ein Strom, den man als *Anodenstrom* bezeichnet. Es befindet sich jetzt um die Kathode keine Elektronenwolke mehr, da die Elektronen sofort abfließen. Holt man die Anschlüsse der Spannungsquelle des Anodenstromkreises um, so fließt kein Strom. Eine Elektronenröhre der beschriebenen Art bezeichnet man als *Zweielektrodenröhre* oder als *Diode*¹.

Wir untersuchen nun mit der in Abb. 137/1 dargestellten Schaltung die Abhängigkeit der Stärke des Anodenstromes von der *Heizstromstärke* der Glühkathode und von der Anodenspannung. Zu diesem Zweck schalten wir in den Heizstromkreis einen Schiebewiderstand und ein Amperemeter ein, um die Heizstromstärke ändern und kontrollieren zu können. Wir stellen die Stärke des Heizstromes I_h nacheinander auf 0,5 A; 0,6 A; 0,7 A ein und lassen die *Anodenspannung* U_A , von 0 V angefangen, um jeweils 20 V anwachsen. Die für den *Anodenstrom* I_A gemessenen Werte tragen wir in ein Stromstärke-Spannung-Diagramm

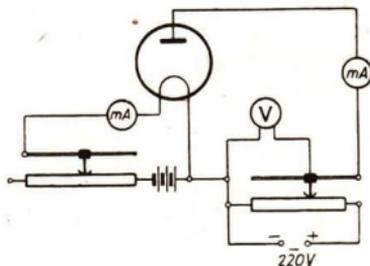


Abb. 137/1. Die Schaltung einer Diode. Mit Hilfe eines Spannungsteilers kann die Anodenspannung geändert werden.

¹ dis (griech.) = zwei; hodós (griech.) = Weg

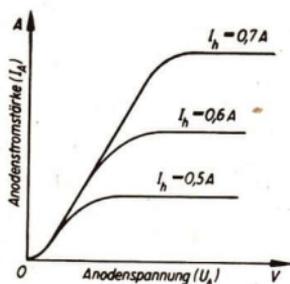


Abb. 138/1. Stromstärke-Spannung-Diagramm einer Diode zum Nachweis der Abhängigkeit des Anodenstromes von der Heizstromstärke und von der Anodenspannung

ein (Abb. 138/1). Die Kurven werden sämtlich in das gleiche Diagramm eingetragen. Man kann feststellen, daß für niedrige Spannungen die Anodenstromstärke zunächst proportional der Anodenspannung ansteigt. In diesem Bereich gilt das Ohmsche Gesetz. Mit zunehmender Anodenspannung steigt jedoch die Stromstärke des Anodenstromes nur noch wenig an. Schließlich nimmt die Stärke des Anodenstromes trotz weiterer Steigerung der Anodenspannung überhaupt nicht mehr zu. Den damit erreichten Betrag der Stromstärke nennt man den *Sättigungsstrom*.

Aus den Kurven geht hervor, daß der Sättigungsstrom um so stärker ist, je größer die Heizstromstärke und damit die Temperatur der Kathode ist. Die Temperatur der Kathode kann jedoch nicht beliebig gesteigert werden, da sonst das Material des Heizfadens zerstört wird. Die gebräuchlichsten Röhren haben *Heizspannungen* von etwa 4 bis 6 V.

Die durch die Versuche gewonnenen Kurven bezeichnet man als *Kennlinien*. Sie sind charakteristisch für jede Elektronenröhre. Die Stärke des Sättigungsstromes einer Röhre ist ein Maß für die Emission der Kathode.

Zusammenfassend können wir feststellen:

Der in einer Elektronenröhre fließende Strom heißt Anodenstrom. Seine Stärke ist abhängig von der Anodenspannung und von der Temperatur des Glühfadens. Der höchste Betrag der Anodenstromstärke ist der Sättigungsstrom. Er ist ein Maß für die Emission der Kathode.

5. Die Ventilwirkung einer Diode. Ersetzt man die an die Elektronenröhre gelegte Gleichspannung durch eine Wechselspannung, so zeigt der Zeiger eines Milliampereometers wiederum durch seinen Ausschlag einen Anodenstrom an. Der Ausschlag tritt unabhängig davon auf, ob man ein Drehspul- oder ein Dreheisengerät verwendet. Daraus geht hervor, daß im Anodenstromkreis der Strom nur in einer Richtung fließt. Dieses Ergebnis war vorauszusehen, da ja der Anodenstrom nur fließen kann, wenn die Anode am positiven Pol liegt. In der einen halben Periode des Wechselstromes, während der die Anode positiv geladen ist, fließt somit ein Strom. In der nächsten halben Periode jedoch, während der die Anode negativ geladen ist, fließt kein Strom.

Diese Tatsache kann noch durch folgenden Versuch veranschaulicht werden. Man schließt eine Zweielektrodenröhre über ein Potentiometer an eine Wechselspannungsquelle an und verwendet als Stromanzeiger zwei dicht nebeneinanderliegende Glimmlampen, von denen die eine unmittelbar im Wechselstromkreis,

die andere im Anodenstromkreis liegt (Abb. 139/1). Betrachtet man die Glimmlampen im rotierenden Drehspiegel, so erhält man das in Abb. 139/2 schematisch wiedergegebene Bild. Der Anodenstrom fließt immer nur während einer halben Periode; er ist ein pulsierender Gleichstrom. Die Zweielektrodenröhre wirkt somit als Gleichrichter und kann als *Stromventil* bezeichnet werden. Sie arbeitet nahezu trägeheitslos.

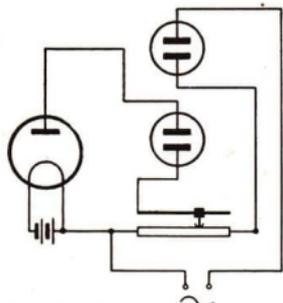


Abb. 139/1. Schaltbild zum Nachweis der Gleichrichterwirkung einer Zweielektrodenröhre mit Hilfe zweier Glimmlampen

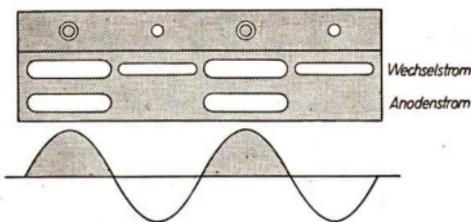


Abb. 139/2. Nachweis der Gleichrichterwirkung einer Diode mit Hilfe von Glimmlampen

Die Zweielektrodenröhre oder Diode wirkt als Gleichrichter. Wechselströme werden durch sie gleichgerichtet und in pulsierende Gleichströme umgewandelt.

6. Der technische Glühkathodengleichrichter. Wegen der großen Zuverlässigkeit, des hohen Wirkungsgrades und des geräuschlosen Arbeitens wird der *Glühkathodengleichrichter* in der Elektrotechnik weitgehend verwendet. Man benutzt ihn vorzugsweise dort, wo Wechselströme geringer Leistung gleichgerichtet werden sollen, beispielsweise in Stromversorgungsgeräten, als Netzanschlußröhre in Rundfunkgeräten und zum Laden von Akkumulatoren (Abb. 139/3). Die Ladegeräte werden für Stromstärken von 1 A, 1 bis 6 A und 6 bis 10 A gebaut. Sie besitzen eine Gleichrichterröhre, dessen Kathode meist durch eine besondere Heizwirkung zum Glühen gebracht wird, die man als *indirekte Heizung* bezeichnet. Bei ihr wird die Kathode durch einen von ihr ganz getrennten Heizfaden auf Glühtemperatur gebracht. Diese Heizart hat den Vorteil, daß der Heizfaden direkt an eine Wechselspannung angeschlossen werden kann, daß somit keine besondere Gleichspannungsquelle für die Heizung erforderlich ist. Die Heizspannung wird dem Transformator entnommen, mit dem die genannten Geräte ohnehin ausgestattet sind.

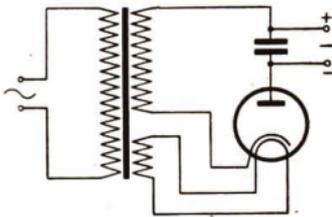


Abb. 139/3
Schaltbild eines Glühkathoden-Einweggleichrichters

Es ist erklärlich, daß mit der bisher beschriebenen Gleichrichterröhre nur eine halbe Periode des Wechselstromes ausgenutzt werden kann. Will man beide Halb-

perioden ausnutzen, so verwendet man entweder zwei Dioden (Abb. 140/1) oder eine Gleichrichterröhre, die zwei voneinander isolierte Anoden in einem Glaskolben enthält (Abb. 140/2). Man bezeichnet derartige Gleichrichterröhren als Doppelweggleichrichter. Der in den Anodenstromkreis gelegte Kondensator dient zum Glätten des entstehenden pulsierenden Gleichstromes (Abb. 140/3).

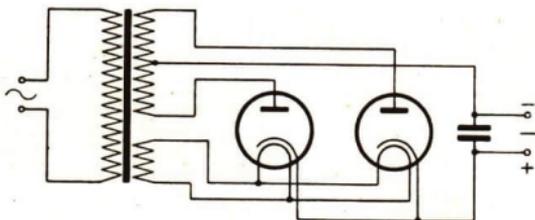


Abb. 140/1. Schaltung zweier Dioden als Gleichrichter

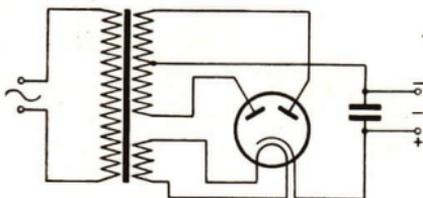
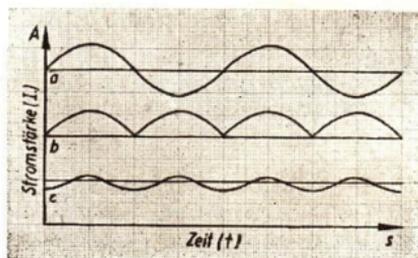


Abb. 140/2. Gleichrichterröhre mit zwei Anoden

Abb. 140/3. Gleichrichten des Wechselstromes mit Hilfe eines Röhrengleichrichters
Stromstärke-Zeit-Diagramm
a) Wechselstrom, b) pulsierender Gleichstrom,
c) geglätteter Gleichstrom

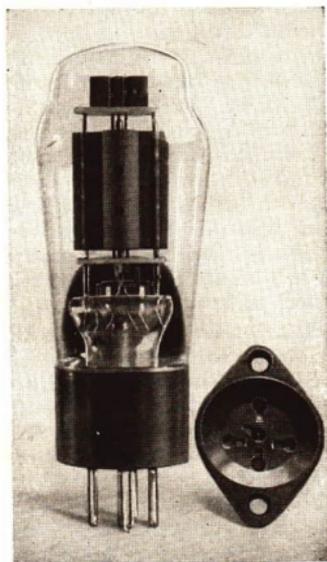


7. Fragen:

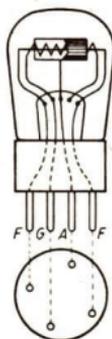
1. Wie wirken sich hohe Feldstärken im Hochvakuum bei kalter Elektrode aus?
2. Wie kann man im Hochvakuum bei niedriger Feldstärke zwischen den Elektroden eine Leitung hervorrufen?
3. Was versteht man unter dem Edison-Effekt?
4. Wie kommt die Raumladung zustande?
5. Von welchen Größen ist die Stromstärke des Anodenstromes einer Diode abhängig?
6. Inwiefern ist der Sättigungsstrom ein Maß für die Emission der Röhre?
7. Wie kann man die Diode als Gleichrichter verwenden?
8. Wie ist der Doppelweggleichrichter gebaut?
9. Nennen Sie Beispiele für die Verwendung von Glühkathodengleichrichtern!

§ 26. Die Dreielektrodenröhre

1. Der Aufbau der Dreielektrodenröhre (Triode). Die Elektronenröhre bietet die Möglichkeit, die Stärke des Anodenstromes von außen zu beeinflussen. Man baut zu diesem Zweck zwischen die Kathode und die Anode eine dritte Elektrode ein, die durchbrochen ist und deswegen den Namen *Gitter* erhalten hat. Der Gedanke dazu geht auf *Philipp Lenard* zurück, der das Gitter zum ersten Male 1898 zu Versuchszwecken verwendete.



a



b



c

Einfache *Dreielektrodenröhren*, *Trioden* genannt, haben die in Abb. 141/1 wiedergegebene Form. Der Glühfaden besteht aus einem Wolframdraht, da Wolfram einen sehr hohen Schmelzpunkt hat, nämlich 3345°C . Man kann dadurch die Kathode auf eine hohe Temperaturerhitzen, so daß sie eine große Emissionsfähigkeit erhält. Die älteren

Abb. 141/1

Einfache Dreielektrodenröhre

a) Ansicht — rechts neben der Röhre ein Röhrenhalter

b) Schnitt: FF Anschlußstifte des Heizfadens, A Anschlußstift der Anode, G Anschlußstift des Gitters

c) Schaltzeichen der Dreielektrodenröhre

Trioden werden direkt geheizt, das heißt, die Heizspannung, etwa 4 bis 6 V Gleichspannung, wird direkt an die beiden Enden der Kathode gelegt. Bei indirekt beheizten Röhren ist der Wolframdraht von einem sehr dünnen, aus keramischem Material bestehenden isolierenden Röhrcchen umgeben, das außen mit Bariumoxyd bedeckt und mit einem besonderen Anschlußstift verbunden ist (vgl. Abb. 141/1a).

Das Gitter ist eine Wendel aus Molybdändraht, die koaxial um die Kathode gelegt ist. Die Anode ist ein dünnes, meist aus Molybdän bestehendes Blech, das zylindrisch gebogen ist und das Gitter und die Glühkathode umgibt (Abb. 141/1 b).

Die Zuleitungen zu den Elektroden sind in den Sockel des luftleer gepumpten Glaskolbens eingeschmolzen. Die Sockelstifte sind so angeordnet, daß die Röhre unverwechselbar in den Röhrenhalter paßt (Abb. 141/1a). Diese Vorsichtsmaßnahme ist notwendig, da ein Verwechseln der Buchsen zu einer Zerstörung der

Röhre führen würde. Zwischen die Anode und den Glühdraht ist die Anodenbatterie so eingeschaltet, daß ihr Pluspol mit der Anode und ihr Minuspol mit dem Minuspol der Heizbatterie verbunden ist.

2. Die Steuerwirkung des Gitters. Die Wirkung des Gitters soll durch folgende Versuche erläutert werden. Wir legen an die Kathode eine Heizspannung von 4 V und zwischen die Kathode und die Anode, unter Zwischenschalten eines Milliampereometers, eine Spannung von 100 V. Schaltet man beide Stromkreise ein, so zeigt das Milliampereometer durch einen Ausschlag an, daß ein Anodenstrom fließt (Abb. 142/1).

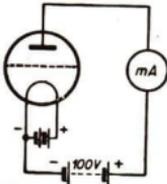


Abb. 142/1. Nachweis des Anodenstromes in einer Dreielektrodenröhre

Berührt man die Gitterzuführung mit der Hand, so zeigt das Milliampereometer einen größeren Ausschlag, der Anodenstrom ist stärker geworden. Die Ursache hierfür liegt darin, daß sich das Gitter durch das Auftreffen von Elektronen negativ aufgeladen hat. Diese negative Ladung wirkt hemmend auf die Emission der Kathode und damit auf den Anodenstrom. Leitet man aber die Ladung des Gitters durch Berühren mit der Hand ab, so wird der Elektronenstrom nicht gehemmt, der Anodenstrom wird infolgedessen stärker. Nähert man nun der Gitterzuführung einen geriebenen Glasstab, so wird das Gitter positiv aufgeladen, der Anodenstrom nimmt infolgedessen noch mehr zu.

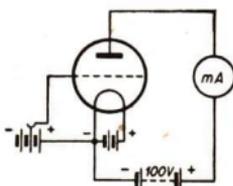


Abb. 142/2. Dreielektrodenröhre mit angelegter Gitterspannung

Nummehr legt man zwischen das Gitter und die Kathode eine Spannungsquelle, so daß zwischen dem Gitter und der Kathode eine Spannung, die *Gitterspannung*, entsteht (Abb. 142/2). Diese ruft zwischen der Kathode und dem Gitter ein elektrisches Feld hervor. Liegt an dem Gitter der positive Pol der Gitterbatterie, so wirkt das Feld beschleunigend auf die aus der Glühkathode austretenden Elektronen. Das Milliampereometer zeigt einen starken Elektronenstrom an, obwohl man doch erwarten könnte, daß die Elektronen nicht bis zur Anode gelangen, sondern bereits vom Gitter abgefangen werden. Man muß jedoch berücksichtigen, daß die Elektronen bereits bei einer Feldstärke von 200 V/m eine Geschwindigkeit von etwa 1000 km/s erreichen. Infolgedessen fliegen die meisten Elektronen auf Grund ihrer Trägheit durch die Öffnungen des Gitters hindurch zur Anode. Ein Vergrößern der positiven Gitterspannung hat ein Vergrößern des Anodenstromes zur Folge. Umgekehrt verursacht ein Verkleinern der Gitterspannung ein Geringerwerden des Anodenstromes. Daraus ergibt sich, daß man mit Hilfe der Gitterspannung den Anodenstrom beeinflussen kann. Je nach der Polarität bezeichnet man die Gitterspannung als positiv oder negativ gegenüber der Kathode. Meist arbeitet man mit negativer Gittervorspannung, da sonst Gitterströme auftreten, die ihrerseits Energie verbrauchen (vgl. § 27, 1).

In Glühkathodenröhren fließt der Strom nur in einer Richtung. Der Anodenstrom ist durch die Gitterspannung regelbar. Eine negative Gitterspannung schwächt, eine positive verstärkt den Anodenstrom.

Bei jeder Dreielektrodenröhre unterscheidet man drei Stromkreise: den Heizstromkreis, den Gitterstromkreis, den Anodenstromkreis (Abb. 143/1).

3. Kennlinie der Dreielektrodenröhre. Wie wir bereits wissen, ist die Stärke des Anodenstromes einer Elektronenröhre von der Temperatur der Kathode und von der Anodenspannung abhängig (vgl. § 25, 4). Bei der Dreielektrodenröhre kommt noch der Einfluß der Gitterspannung hinzu, den wir jetzt untersuchen werden. Jede Röhre ist für eine bestimmte Heizspannung, in der Regel 4 V, genormt, da bei dieser Spannung die größtmögliche Emission erreicht wird, ohne daß der Heizdraht überlastet wird. Wir werden aus diesem Grunde im folgenden immer eine konstante Heizspannung von 4 V verwenden. Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Anodenstromstärke I_A von der Gitterspannung U_G und der Anodenspannung U_A stellen wir die in Abb. 143/2 wiedergegebene Versuchsanordnung her. Das Milliampereometer 1 zeigt den gesamten Emissionsstrom I_E an, während die Milliampereometer 2 und 3 die Anodenstromstärke I_A bzw. die Gitterstromstärke I_G anzeigen. Dabei gilt die Gleichung

$$I_E = I_G + I_A.$$

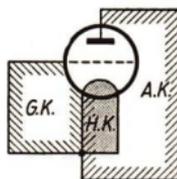


Abb. 143/1. Die drei Stromkreise einer Dreielektrodenröhre. Die drei Spannungsquellen sind der Einfachheit halber nicht gezeichnet.
H.K. Heizstromkreis, G.K. Gitterstromkreis, A.K. Anodenstromkreis

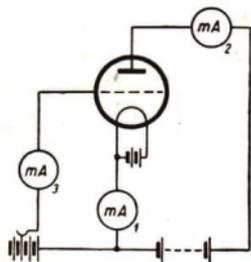


Abb. 143/2
Schaltenschema der Versuchsanordnung zum Aufstellen der Kennlinie einer Dreielektrodenröhre

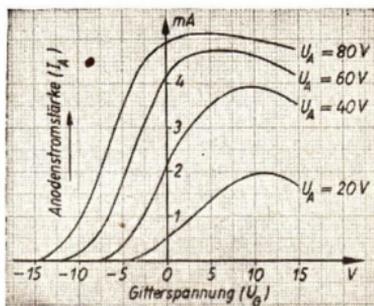


Abb. 143/3. Kennlinienschar einer Dreielektrodenröhre

Wir beschränken uns im folgenden auf die Untersuchung der Stärke des Anodenstromes I_A . Man hält zunächst die Anodenspannung konstant, beispielsweise auf 20 V, und ändert allmählich die Gitterspannung. Die Stromstärke des Anodenstromes liest man am Milliampereometer 2 ab und trägt sie in ein Diagramm ein. Man erhält so die in Abb. 143/3 für $U_A = 20$ V eingetragene Kennlinie. Erhöht man die Anodenspannung stufenweise um 20 V und führt die gleichen Messungen durch, so erhält man eine ganze Schar von Kennlinien. Sämtliche Kurven beginnen auf der U_G -Achse und sind von einer Linie zur anderen etwas nach links verschoben. Sie steigen zunächst nur schwach, dann aber steiler

an und erreichen jede für sich einen Höchstwert. Im weiteren Verlauf fallen sie dann wieder etwas ab.

Das I_A - U_A -Diagramm hat für die Beurteilung der Wirksamkeit einer Dreielektrodenröhre eine große Bedeutung. Aus diesem Grunde soll dieses Diagramm noch einmal genauer untersucht werden. In Abb. 144/1 ist eine einzelne Kennlinie herausgegriffen. Man kann bei ihr drei Abschnitte unterscheiden:

Im unteren Abschnitt ruft eine Änderung der Gitterspannung nur eine sehr geringe Änderung der Anodenstromstärke hervor. Dieser Abschnitt ist für die folgenden Betrachtungen bedeutungslos, wenn er auch in technischer Hinsicht nicht unwichtig ist.

Im mittleren Abschnitt, dem geradlinigen Teil der Kennlinie, steigt der Anodenstrom linear an. Geringe Änderungen der Gitterspannung haben beträchtliche Änderungen der Anodenstromstärke zur Folge. Dieser Abschnitt ist für den Betrieb der Röhre der wichtigste; man bezeichnet ihn als den *Arbeitsbereich* der Röhre.

Im oberen Abschnitt wird der Anodenstrom nur noch wenig oder gar nicht von der Gitterspannung beeinflusst. Die Emission des Glühfadens kann nicht weiter gesteigert werden. Man bezeichnet diesen Teil der Kurve als das *Sättigungsgebiet*.

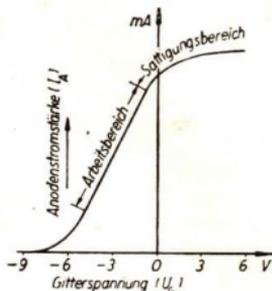


Abb. 144/1. Einzelne Kennlinie einer Dreielektrodenröhre für die Anodenstromstärke

In Abb. 144/2 ist für zwei Dreielektrodenröhren je ein Stück des linearen Teiles, also des Arbeitsgebietes der Anodenstromkennlinie, gezeichnet. Die beiden Kennlinien unterscheiden sich dadurch, daß die Kennlinie *a* eine geringere Steigung hat als die Kennlinie *b*. Ändert man bei beiden Röhren die Gitterspannung um den gleichen Betrag ΔU_G , so sind die Anodenstromänderungen ΔI_A für beide Röhren verschieden groß. Man erkennt aus dem Diagramm, daß die Änderung der Stärke des Anodenstromes um so größer ist, je steiler der lineare Teil der Kennlinie verläuft. Man bezeichnet den Quotienten aus der Anodenstromänderung und der sie verursachenden Gitterspannungsänderung als die *Steilheit* (Formelzeichen *S*) der Röhre.

$$S = \frac{\Delta I_A}{\Delta U_G}$$

Sie wird gemessen in mA/V.

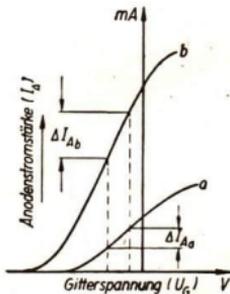


Abb. 144/2. Abhängigkeit der Anodenstromänderung bei konstanter Gitterspannungsänderung von der Steilheit der Kennlinie

Je größer die Steilheit einer Röhrenkennlinie ist, um so größer ist bei gleicher Gitterspannungsänderung die Änderung der Anodenstromstärke.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Beschreiben Sie den Aufbau der Dreielektrodenröhre und geben Sie in einer Zeichnung die drei Stromkreise an!
2. Welche Bedeutung hat das Gitter der Dreielektrodenröhre?
3. Fertigen Sie zwei Schaltbilder an, in denen im ersten das Gitter mit dem negativen Pol der Gitterbatterie, im zweiten mit dem positiven Pol der Gitterbatterie verbunden ist!
In welchem Falle tritt ein Gitterstrom auf?
Geben Sie den Stromverlauf in den einzelnen Kreisen durch eingezeichnete Pfeile der Wirklichkeit entsprechend an!
4. Welche Bedeutung haben die Kennlinien für die Beurteilung einer Dreielektrodenröhre?
5. Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Anodenstrom, dem Emissionsstrom und dem Gitterstrom?
6. Welchen Einfluß hat die Gitterspannung auf den Anodenstrom?
7. Welche Bedeutung kommt den Abschnitten einer Kennlinie zu?

§ 27. Die Dreielektrodenröhre als Verstärker

1. Die verstärkende Wirkung der Dreielektrodenröhre. Aus der Kennlinie kann man rein anschaulich entnehmen, daß im Arbeitsbereich der Röhre durch eine geringe Änderung der Gitterspannung eine große Änderung der Stärke des Anodenstromes hervorgerufen wird. Der folgende Versuch wird dies bestätigen:

Aus einem Mikrophon, einem Transformator mit dem Übersetzungsverhältnis 1 : 4, einer 4 V-Akkumulatorenbatterie und einem Lautsprecher wird ein Stromkreis gebildet. Bespricht man das Mikrophon, so ist die Sprache im Lautsprecher nur schwach zu hören.

Nunmehr legen wir die Sekundärspule des Transformators in den Gitterstromkreis einer Elektronenröhre mit möglichst steiler Kennlinie (Abb. 145/1). Die Gittervorspannung wird negativ gewählt, und zwar soll die Mitte des Arbeitsbereiches, der *Arbeitspunkt*, annähernd in der Mitte des linearen Teiles der Kennlinie liegen. Der Lautsprecher wird jetzt in den Anodenstromkreis eingeschaltet. Bespricht man nun das Mikrophon, so ist die Wiedergabe der Sprache wesentlich lautstärker als beim ersten Versuch. Daraus folgt:

Mittels einer Dreielektrodenröhre kann ein elektrischer Strom verstärkt werden.

Schaltet man in den Gitterstromkreis ein Milliampereometer ein, so stellt man fest, daß die Stärke des Gitterstromes nur äußerst klein ist. Würde ein Gitterstrom von merklicher Stärke fließen, so würde dies einen Leistungsaufwand bedeuten, so daß dadurch die Verstärkung geringer werden würde. Dadurch, daß

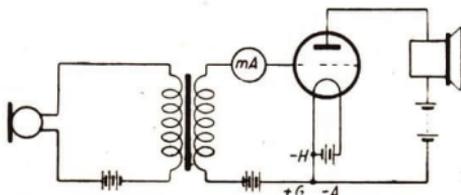


Abb. 145/1. Schaltbild einer einfachen Übertragungsanlage

man dem Gitter gegenüber der Kathode eine *negative Vorspannung* gibt, kann man den Gitterstrom fast ganz unterbinden. Es ergibt sich:

Im Gitterstromkreis einer als Verstärker geschalteten Dreielektrodenröhre fließt bei hinreichender negativer Gittervorspannung kein Strom. Die Steuerung des Anodenstromkreises erfolgt ohne Leistungsaufwand.

Führt man den gleichen Versuch mit einer Röhre durch, deren Kennlinie weniger steil verläuft, so beobachtet man eine wesentlich geringere Verstärkung.

Der Verstärkungsgrad einer Verstärkerröhre ist abhängig von der Steilheit der Kennlinie. Je steiler diese verläuft, um so größer ist die Verstärkung unter sonst gleichen Bedingungen.

Ein Vergleich der beiden Kennlinien in Abb. 146/1 läßt die Richtigkeit dieser Feststellung rein anschaulich erkennen.

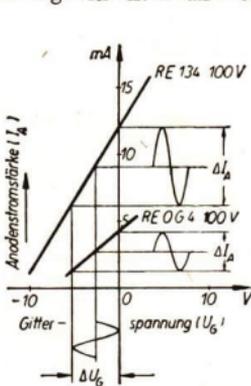


Abb. 146/1. Abhängigkeit der Verstärkung von der Steilheit der Kennlinie

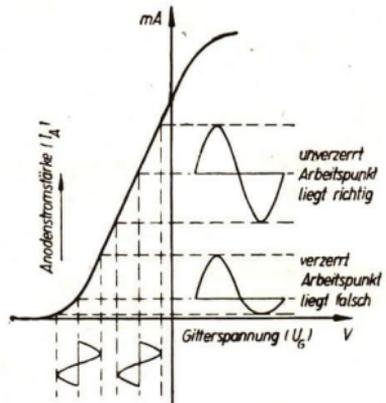


Abb. 146/2. Schematische Darstellung einer verzerrungsfreien und einer verzerrten Wiedergabe einer Sinusschwingung

2. Der Arbeitspunkt der Verstärkerröhre — Die verzerrungsfreie Verstärkung.

Es ist erforderlich, daß die Verstärkung durch eine Elektronenröhre verzerrungsfrei erfolgt; Sprache und Musik müssen klar und deutlich zu verstehen sein. Will man dies erreichen, so muß man den Arbeitspunkt der Röhre richtig wählen. Bei richtiger Wahl der Gitterspannung ist er der Mittelpunkt des geradlinigen Teiles der Kennlinie. Die Anodenspannung muß so gewählt werden, daß kein Gitterstrom fließt. Dadurch wird zum Beispiel eine die Gitterspannung steuernde schwache Sinusschwingung als verstärkte Sinusschwingung des Anodenstromes verzerrungsfrei wiedergegeben (Abb. 146/2). Liegt dagegen der Arbeitspunkt in dem unteren oder dem oberen Bogen der Kennlinie, so werden Schwankungen der Steuerspannung verzerrt wiedergegeben.

3. Die Verstärkung der Spannung — Trägheitslose Relaiswirkung.

Aus den vorangehenden Ausführungen folgt, daß die Dreielektrodenröhre die dem Gitter zugeführten Spannungsschwankungen in Schwankungen des Anodenstromes umwandelt. Die Verstärkung braucht damit aber noch nicht abgeschlossen zu sein,

man kann sie noch weiter fortsetzen. Man braucht nur die Stromschwankungen des Anodenstromes wieder in Spannungsschwankungen umzuwandeln und an die erste Verstärkerröhre eine zweite anzuschließen. Dies erfolgt über einen an die erste Röhre angepaßten Transformator. Die Primärspule liegt dabei im Anodenstromkreis der ersten Verstärkerstufe, während die Sekundärspule in den Gitterstromkreis der zweiten Verstärkerstufe geschaltet ist (Abb. 147/1). In diesem Falle wirkt die Dreielektrodenröhre als *trägheitsloses Relais*. Erst im Anodenstromkreis der letzten Verstärkerröhre, also in der Endstufe, erfolgt endgültig die Umwandlung der Spannungsschwankungen in Stromschwankungen (Abb. 147/2).

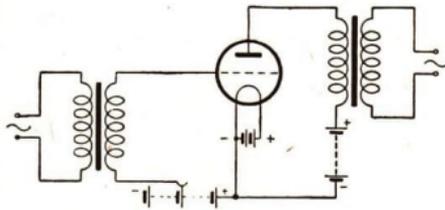


Abb. 147/1. Schaltschema einer Verstärkerröhre. Die angelegte Wechselspannung soll in eine verstärkte Spannung umgewandelt werden.

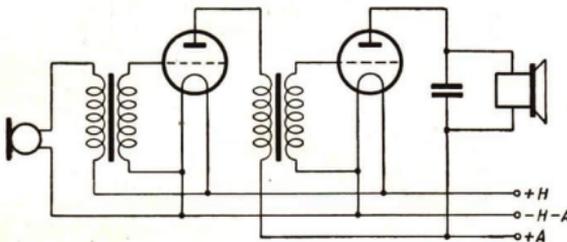


Abb. 147/2. Schaltschema einer Lautsprecheranlage

4. Fragen und Aufgaben:

1. Von welchen Einflüssen ist der Verstärkungsgrad einer Verstärkerröhre abhängig?
2. Wo muß der Arbeitspunkt einer Verstärkerröhre liegen, wenn sie verzerrungsfrei arbeiten soll?
3. Geben Sie die Schaltung einer Dreielektrodenröhre für die Verstärkung von Spannungsschwankungen ohne Verwendung eines Transformators an!
4. Zeichnen Sie den Schaltplan einer a) einstufigen, b) zweistufigen Verstärkeranlage für eine Saal-Lautsprecheranlage!

§ 28. Die Braunsche Röhre — Der Kathodenstrahloszillograph

1. Der Aufbau der Braunschen Röhre in ihrer ursprünglichen Form. Um die Ablenkung der Kathodenstrahlen durch elektrische Felder möglichst übersichtlich erkennen und auch messen zu können, hatte der deutsche Physiker *Ferdinand*

Braun¹ im Jahre 1897 der Kathodenstrahlröhre die in Abb. 148/1 dargestellte Form gegeben. Der eigentliche Entladungsvorgang geht von der kalten Kathode

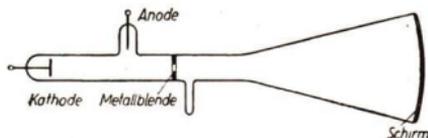


Abb. 148/1

Braunsche Röhre in ihrer ursprünglichen Form

aus und spielt sich bei einer genügend hohen Spannung in dem kleinen Raum zwischen der Kathode und der seitlich angebrachten Anode ab. Die aus der Kathode austretenden Elektronen werden durch das elektrische Feld stark beschleunigt. Sie bewegen sich an der Anode mit unveränderter Geschwindigkeit vorbei geradlinig weiter. Durch eine Metallblende, die zentral mit einem Loch von 1 mm² Querschnitt versehen ist, werden die meisten Kathodenstrahlen aufgehalten, nur ein Bündel vom Querschnitt der Blendenöffnung trifft auf den fluoreszierenden Schirm *S*, der in der Röhre an der der Kathode entgegengesetzten Seite angebracht ist. Es erzeugt auf ihm einen leuchtenden kreisförmigen Fleck. Durch magnetische Einwirkungen von außen her kann er abgelenkt werden. Handelt es sich dabei um ein magnetisches Wechselfeld, so vollführt der Leuchtfleck schnelle Schwingungen. Betrachtet man den Leuchtschirm im rotierenden Spiegel, so sieht man eine zeitlich auseinandergezogene Schwingungskurve.

2. Die Kathodenstrahloszillographenröhre. Im Laufe der Jahre ist die Braunsche Röhre wesentlich verbessert und zu einem äußerst zuverlässigen und vielseitig verwendbaren Beobachtungs-, Untersuchungs- und Meßgerät entwickelt worden. Abb. 148/2 zeigt eine moderne Oszillographenröhre. Diese enthält im wesentlichen



Abb. 148/2. Moderne Kathodenstrahloszillographenröhre

- a) die indirekt geheizte Glühkathode,
- b) die Steuerelektrode,
- c) die Elektronenlinsen,
- d) die beiden Ablenkplattenpaare,
- e) den Leuchtschirm.

a) Die Kathode. Die Kathode besteht aus einem Nickelröhrchen, in dem sich die bifilar gewickelte elektrisch isolierte Heizwendel befindet. Die Stirnseite des Röhrchens ist mit einer Emissionsschicht aus Bariumoxyd versehen. Fließt durch die Wendel der Heizstrom, so gerät die Bariumoxydschicht ins Glühen. Infolgedessen treten aus ihr Elektronen aus. Sie werden durch die Anodenspannung von einigen 1000 V stark beschleunigt und fliegen mit großer Geschwindigkeit zur Anode und zum Leuchtschirm hin (Abb. 148/3).

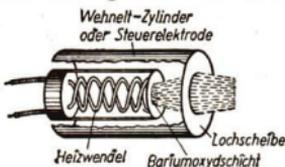


Abb. 148/3. Kathode mit Wehnelt-Zylinder

¹ Ferdinand Braun (1850–1918), ein um die Entwicklung der Hochfrequenztechnik hochverdienter deutscher Physiker, Professor der Physik in Marburg, Tübingen und Straßburg.

b) Die Steuerelektrode. Die zunächst nach allen Richtungen fliegenden Elektronen werden durch eine dicht vor der Kathode angebrachte Lochscheibe, die eine negative Vorspannung erhält, so gebündelt, daß sie einen Strahlenkreuzungspunkt durchlaufen. Man erhält auf diese Weise ein schwach divergierendes Strahlenbündel (Abb. 149/1, vgl. auch Abb. 148/3). Diese Lochscheibe bildet den Boden eines die Kathode umgebenden Metallzylinders. Dieser Zylinder wurde von Wehnelt entwickelt und wird als Wehnelt-Zylinder bezeichnet. Eine hohe negative Spannung des Wehnelt-Zylinders verringert die Elektronenemission aus der Kathode und schwächt somit den Elektronenstrom und damit auch die Helligkeit des Leuchtflecks auf dem Bildschirm. Bei geringer Vorspannung erhält man dagegen eine große Elektronenemission und somit einen hellen Leuchtfleck. Man gibt aus diesem Grunde dem Wehnelt-Zylinder auch den Namen *Steuerelektrode*. Sie erfüllt dieselbe Aufgabe wie der Kondensator eines Bildwerfers, der die von der Lichtquelle ausgehenden Strahlen sammelt und auf das Bildfeld lenkt.

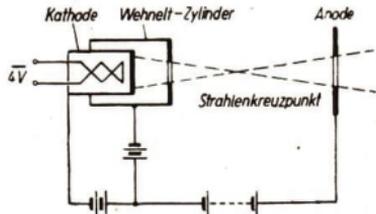


Abb. 149/1. Anordnung der Glühkathode, des Wehnelt-Zylinders und der Anode

c) Die Elektronenlinsen. Das Loch der Steuerelektrode wird elektronenoptisch auf dem Bildschirm abgebildet. Zu diesem Zweck durchlaufen die Elektronenstrahlen eine Vorrichtung, die man als *Elektronenlinse* bezeichnet. Die elektrischen Linsen bestehen aus zwei Metallrohren, deren Durchmesser meist verschieden groß sind und die in geringem Abstand übereinandergreifen. Am ersten Zylinder liegt eine negative, am zweiten Zylinder dagegen eine positive Vorspannung. Zwischen beiden Rohren besteht infolgedessen ein elektrisches Feld, durch das die ursprünglich divergenten Strahlen gesammelt und in einem Bildpunkt vereinigt werden (Abb. 149/2). Durch Ändern der Linsenspannungen kann die Größe und damit die Schärfe des Bildpunktes beeinflusst werden (Abb. 149/3).



Abb. 149/2. Sammelwirkung des elektrischen Feldes einer Elektronenlinse auf die Elektronenstrahlen

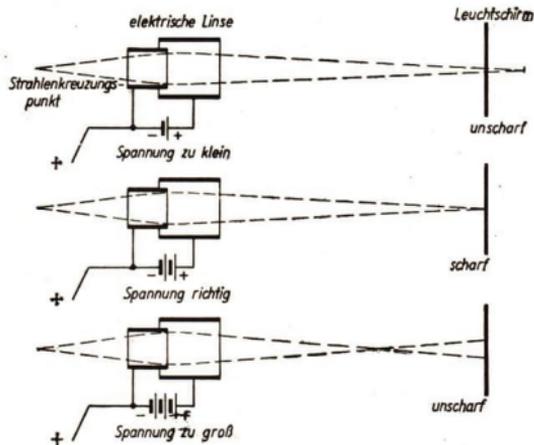


Abb. 149/3. Einfluß der an den Linsen liegenden Spannung auf die Schärfe des Leuchtfleckes

d) **Die Ablenkplattenpaare.** Die Ablenkung des Elektronenstrahles erfolgt durch zwei Plattenpaare, die *Ablenkplatten*, die sich zwischen der Elektronenlinse und dem Leuchtschirm befinden (Abb. 150/1). Die Ebenen dieser beiden Plattenpaare

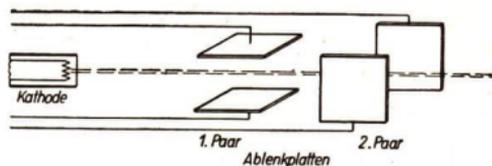


Abb. 150/1. Die Ablenkplatten des Kathodenstrahloszillographen

stehen senkrecht zueinander. Legt man an das horizontal liegende Plattenpaar eine Spannung, so wird der Elektronenstrahl durch das zwischen den beiden Platten befindliche elektrische Feld in vertikaler Richtung abgelenkt. Legt man dagegen die gleiche Spannung an das vertikal

stehende Plattenpaar, so erfolgt die Ablenkung in horizontaler Richtung. An Stelle der Ablenkplatten können auch Paare von *Ablenkspulen* verwendet werden, die auf den Kathodenstrahl durch das von ihnen erzeugte Wechselfeld einwirken.

e) **Das Leuchtschirmbild.** Liegt am horizontalen Plattenpaar eine Wechselspannung von der Frequenz 50 Hz, so schwingt der auf dem *Leuchtschirm* entstehende Lichtfleck in einer Sekunde 50 mal hin und her. Unser Auge kann dieser

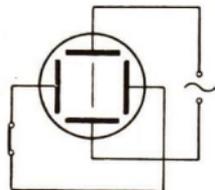


Abb. 150/2. Ablenkung des Elektronenstrahles durch eine an ein Ablenkplattenpaar gelegte Wechselspannung

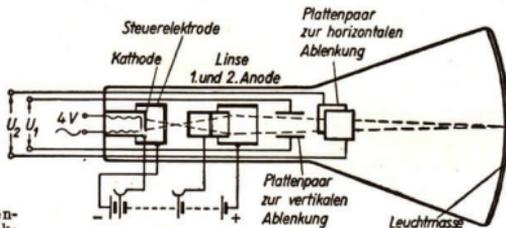


Abb. 150/3. Längsschnitt durch eine Braunsche Röhre

Bewegung so schnell nicht folgen. Es sieht infolgedessen auf dem Schirm nur eine gerade, vertikal stehende, leuchtende Linie (Abb. 150/2). Betrachtet man sie im Drehspiegel, so erscheint sie zu einer Kurve auseinandergezogen.

Abb. 150/3 zeigt noch einmal in schematischer Wiedergabe sämtliche Einzelteile der Braunschen Röhre.

3. Das Kippgerät. Eine weitgehende Verbesserung des Kathodenstrahloszillographen bildet das sogenannte *Kippgerät*, durch das der Drehspiegel ersetzt wird. Das Verständnis für die Arbeitsweise dieses Gerätes vermittelt uns der folgende Versuch. Man schließt einen Kondensator unter Vorschalten eines hochohmigen Widerstandes über einen Schalter an eine regelbare Gleichspannungsquelle an und schaltet parallel zum Kondensator eine Glimmlampe, deren Zündspannung etwas unterhalb der verwendeten Gleichspannung liegt (Abb. 150/4). Schließt man den

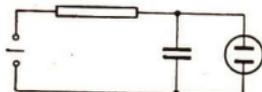


Abb. 150/4. Schaltbild der Versuchsanordnung zur Erzeugung von Kipperschwingungen mittels einer Glimmlampe

Schalter, so lädt sich der Kondensator langsam auf, bis die Zündspannung der Glimmlampe erreicht ist. Sodann zündet die Lampe und stellt unter kurzem

Aufleuchten den Stromschluß zwischen den Kondensatorplatten her. Infolgedessen entlädt sich der Kondensator, wobei die Spannung rasch unter die Löschespannung der Lampe sinkt. Damit wird das Entladen unterbrochen, das Aufladen des Kondensators setzt von neuem ein. Es entstehen auf diese Weise sich regelmäßig wiederholende Stromschwingungen, die man als *Kippschwingungen* bezeichnet.

In ähnlicher Weise erhält das horizontal ablenkende Plattenpaar eine allmählich wachsende Spannung. Dies wird mit Hilfe eines Kondensators erreicht, der über einen Hochohmwiderstand aufgeladen wird. An Stelle der Glimmlampe verwendet man eine Elektronenröhre, der man eine so hohe negative Gittervorspannung gibt, daß der Stromdurchgang gesperrt wird. Auf diese Weise wird der Leuchtfleck mit konstanter Geschwindigkeit horizontal verschoben. Hat der Kondensator eine bestimmte Spannung erreicht, so wird er plötzlich entladen, und der Vorgang beginnt von neuem; beim Entladen des Kondensators kehrt der Leuchtfleck auf seinen Ausgangspunkt zurück. Durch Verändern der Kapazität des Kondensators kann man die Frequenz der Kippschwingungen, die *Kippfrequenz*, verändern.

Legt man nun an das andere Plattenpaar die zu untersuchende Wechselspannung, so entsteht auf dem Leuchtschirm die Kurve der Wechselspannung und kann dort ausgewertet werden (Abb. 151/1). Die Kippfrequenz wird so geregelt, daß sie ein ganzzahliges Vielfaches der Frequenz des zu untersuchenden Wechselstromes beträgt. Man erhält dann ein stehendes Bild der Sinuskurve. Stimmen die Frequenzen nicht überein, so verändern die Kurven ihre Lage auf dem Bildschirm.

Alle modernen Kathodenstrahloszillographen sind mit einem Kippgerät ausgestattet (Abb. 151/2). In der Industrie und in der Wissenschaft

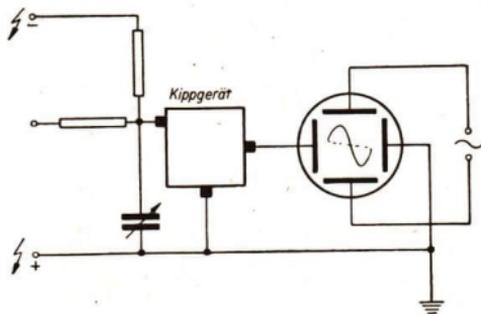


Abb. 151/1. Schaltschema eines Kathodenstrahloszillographen mit einem an den Hochspannungselektroden angeschalteten Kippgerät. Auf dem Leuchtschirm der Röhre ist eine Periode des Wechselstromes aufgezeichnet, die Rücklaufzeit ist angedeutet.

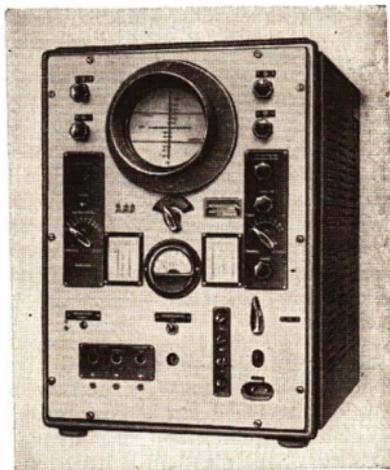


Abb. 151/2. Moderner Kathodenstrahloszillograph, hergestellt im RFT-Funkwerk Erfurt, VEB

werden vielfach Oszillographen verwendet, die mit zwei und mehr Kathodenstrahlen arbeiten. Man kann mit ihnen mehrere Wechselspannungen gleichzeitig untersuchen und miteinander vergleichen, beispielsweise bei Phasenverschiebungen.

4. Fragen und Aufgaben:

1. Welches sind die wichtigsten Teile eines modernen Kathodenstrahloszillographen? Welche Wirkungen haben sie?
2. Erläutern Sie den Gebrauch einer Kathodenstrahloszillographenröhre zum Aufzeichnen von Spannung-Zeit-Diagrammen!
3. Was versteht man unter Kippschwingungen? Welche Aufgabe haben sie?

§ 29. Die Photoemission

1. Die verschiedenen Arten der Photoemission. Bei einer Reihe von Stoffen kann man beobachten, daß in ihnen Elektronen frei werden, wenn Lichtstrahlen auf diese Stoffe fallen. Man bezeichnet diesen Vorgang als den *lichtelektrischen Effekt* oder nach seinem Entdecker als den *Hallwachseffekt*. Er besteht in der Ablösung von Elektronen aus einer relativ losen Bindung durch atomare Kräfte. Die frei werdenden Elektronen heißen *Photoelektronen*.

Bewegen sich die Photoelektronen innerhalb des vorhandenen Leiterkreises weiter, so handelt es sich um den inneren lichtelektrischen Effekt. Auf diese Weise wird durch Lichtbestrahlung der elektrische Widerstand von Halbleitern sowie von isolierenden Kristallen erheblich verkleinert, wie es bei Cadmiumsulfid- und Cadmium-Selen-Kristallzellen der Fall ist. Legt man an diese Stoffe eine elektrische Spannung, so fließt durch sie bei Belichtung ein stärkerer Strom als im unbelichteten Zustand. Überzieht man eine dünne Kupferplatte einseitig mit einer hauchdünnen Halbleiterschicht von Kupferoxydul und bestrahlt die Kupferoxydulschicht mit Licht, so erhält man eine Stromquelle, ein *Photoelement*.

Durch die Energie des auffallenden Lichtes können aber auch Photoelektronen zum Austritt aus den von ihnen getroffenen Körpern veranlaßt werden. Man spricht dann vom äußeren lichtelektrischen Effekt. Besonders wirksam erweist sich dabei die Bestrahlung mit ultraviolettem Licht, das zum Beispiel von Quecksilberdampf lampen, von brennendem Magnesium und von einem zwischen Spezialkohlen bestehenden elektrischen Lichtbogen ausgestrahlt wird. Auch die Substanz des bestrahlten Körpers ist dabei von großem Einfluß. Zu Versuchszwecken eignen sich besonders amalgamierte Zinkplatten und Cadmium. Die Elektronen kann man durch ein elektrisches Feld sammeln und mit einem Elektrometer nachweisen.

2. Der Hallwachseffekt. Die Grundlage für das Auffinden der soeben angegebenen Tatsachen bildet ein Versuch, der im folgenden beschrieben wird. Man befestigt auf einem empfindlichen Elektrometer eine frisch amalgamierte Zinkplatte und lädt sie negativ auf. Sodann bestrahlt man sie mit einer der im ersten Abschnitt genannten Lichtquellen (Abb. 152/1). Der Ausschlag des

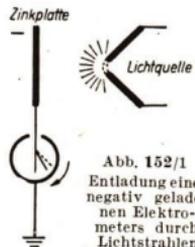


Abb. 152/1
Entladung eines negativ geladenen Elektrometers durch Lichtstrahlen

Elektrometers geht auf Null zurück. Lädt man dagegen die Zinkplatte positiv auf und bestrahlt sie wiederum, so verändert sich der Ausschlag nicht.

Hält man zwischen die Lichtquelle und die Zinkplatte eine dicke Glasplatte, so tritt auch bei negativer Ladung keine Änderung des Elektrometerausschlags ein. Durch die Glasscheibe wird das ultraviolette Licht absorbiert.

Diese Erscheinungen wurden 1888 von *Wilhelm Hallwachs*¹, der sich, durch Versuche von *Heinrich Hertz* angeregt, mit diesen Vorgängen beschäftigte, entdeckt und auch von ihm erklärt. Man bezeichnet den Vorgang deshalb als *Hallwachseffekt*. Es handelt sich dabei um den *äußeren Photoeffekt*.

Negativ geladene Körper werden durch Bestrahlung mit ultraviolettem Licht entladen.

Die gleiche Wirkung wie durch Lichtstrahlen kann auch durch Röntgenstrahlen erzielt werden. Es wurde festgestellt, daß eine isoliert aufgestellte Metallplatte, die mit dem Plättchen eines Elektroskops verbunden ist, durch Bestrahlung mit Röntgenstrahlen positiv aufgeladen wird (Abb. 153/1).

Durch die Einwirkung von Röntgenstrahlen werden in einem davon bestrahlten Körper Elektronen frei.

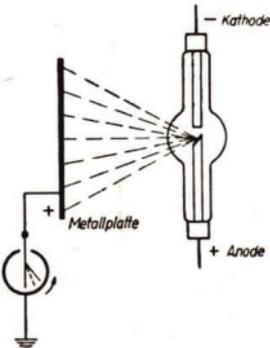


Abb. 153/1. Austritt von Photoelektronen unter der Einwirkung von Röntgenstrahlen

3. Die Alkali-Vakuum-Photozelle. Besonders leicht gelingt es, Photoelektronen aus den Alkalimetallen Natrium, Kalium, Rubidium und Cäsium frei zu machen. Man überzieht einen Teil der Innenseite eines luftleeren oder mit Edelgas gefüllten Glaskolbens mit einer dünnen Schicht eines der genannten Metalle und erhält so eine *Alkali-Photozelle*, kurz *Photozelle* genannt. Die Evakuierung ist erforderlich, da die Leichtmetalle an der Luft oxydieren. Die Alkalischiicht besitzt eine Verbindung zu einem außerhalb des Rohres befindlichen Kontakt. Dieser Schicht gegenüber befindet sich im Inneren eine Drahtschleife, die die Photoelektronen auffängt und nach außen ableitet (Abb. 153/2).

Wird die Zelle belichtet, so treten Elektronen in den umgebenden Raum aus und bilden eine freie Raumladung vor der Alkalischiicht, die infolge der Ausstrahlung positiv aufgeladen wird. Werden die Elektronen nicht abgeleitet, so verstärkt sich die Raumladung immer mehr und läßt schließlich keine Elektronen mehr aus der Alkalischiicht austreten, im Gegenteil, die ausgetretenen Elektronen werden wieder von der Alkalischiicht angezogen.

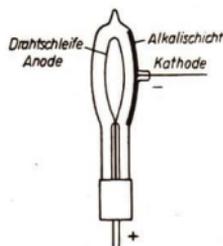


Abb. 153/2. Alkali-Vakuum-Photozelle

¹ Wilhelm Hallwachs (1859–1922), ein bedeutender deutscher Physiker, dessen Lebenswerk die Erforschung des lichtelektrischen Effektes war. Er ermöglichte dadurch die Schaffung der Photozelle, die für die Automatisierung der Produktionsvorgänge sehr wichtig wurde.

4. Der Photostrom. Verbindet man die lichtempfindliche Alkalischiicht über ein Spiegelgalvanometer und einen Sicherheitswiderstand R mit dem negativen Pol einer Batterie mit einer Spannung von 100 bis 200 V und die Drahtschleife mit dem positiven Pol der Batterie, so wandern bei Lichteinstrahlung Photoelektronen zur Anode (Abb. 154/1). Sie bilden einen Strom, den man als den *Photostrom* bezeichnet.

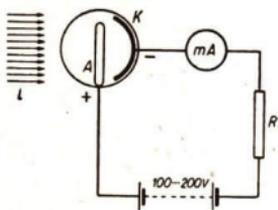
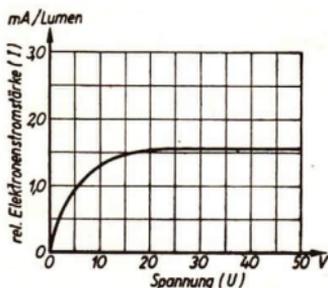
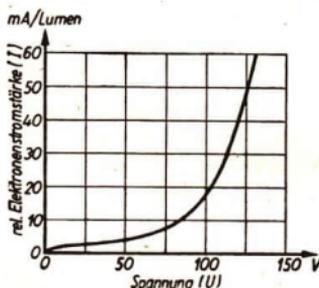


Abb. 154/1. Schaltung zum Nachweis des Elektronenstromes einer Photozelle
Daneben das Schaltzeichen einer Photozelle

Bei Hochvakuumzellen bildet sich von etwa 20 V an ein Sättigungsstrom heraus, der auch durch noch höhere Anodenspannung nicht mehr gesteigert werden kann. Gasgefüllte Zellen zeigen bis zu 20 V ein fast gleiches Verhalten. Wird jedoch die Spannung noch wesentlich gesteigert, so tritt Stoßionisation ein. Schließlich wird die Zündspannung erreicht (Abb. 154/2). Mit ihr setzt eine selbständige, nicht mehr lichtelektrisch steuerbare Ionisation innerhalb der Zelle ein. Die jetzt auf die Kathode in großer Zahl



a) Kallium-Hochvakuum-Photozelle,



b) mit Edelgas gefüllte Kaliumphotozelle

Abb. 154/2. Stromstärke-Spannung-Diagramm einer Photozelle

und mit großer Geschwindigkeit aufprallenden Ionen stellen eine Überbelastung der Zelle dar. Diese darf daher niemals ohne einen mit der Zelle in Reihe geschalteten Widerstand von 20000 bis 50000 Ω benutzt werden, da die Gefahr des Überganges der Glimmentladung in einen Lichtbogen besteht, der die Zelle zerstören würde.

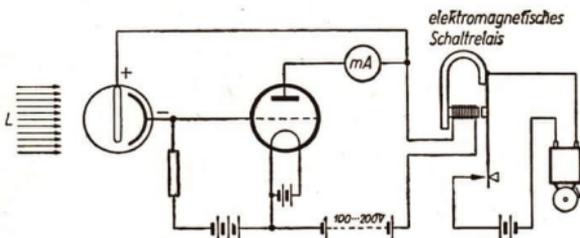
Die Photozelle spricht auch auf sehr geringe Lichtschwankungen an und arbeitet praktisch trägheitslos. Die Photoströme sind jedoch so schwach, daß sie nur mit empfindlichen Spiegelgalvanometern nachgewiesen werden können. Ihre Verwendung zur Steuerung elektrischer Geräte macht daher eine erhebliche Verstärkung erforderlich (Abb. 155/1).

5. Die Ablösearbeit der Photoelektronen. Die Photoelektronen sind je nach dem Stoff, aus dem die Kathode besteht, mit verschiedenen großen Kräften an die Atome gebunden. Sollen sie aus dem Atomverband herausgelöst werden, so ist eine be-

stimmte Arbeit zu verrichten, die man als *Ablösearbeit* bezeichnet. Bei den Alkali-zellen müssen die auftreffenden Lichtstrahlen diese Arbeit vollbringen. Dabei ist zu beachten, daß die lichtelektrische Ausbeute von der Farbe des zur Bestrahlung

Abb. 155/1. Schaltung einer Photozelle mit Verstärker-röhre.

Im Anodenstromkreis der Verstärkerröhre befindet sich ein elektromagnetisches Schaltrelais, das eine Klingel ein- und ausschalten kann. Treffen Lichtstrahlen auf die Photozelle, so fließt ein Photostrom. Dieser wird verstärkt und betätigt infolgedessen das Relais. Die Klingel wird eingeschaltet.



verwendeten Lichtes abhängig ist. Rotes Licht ist weit energieärmer als blaues Licht. Erst von einer bestimmten Farbe an ist die Energie des Lichtes ausreichend, um den lichtelektrischen Effekt auszulösen. Die Lichtenergie ist im blauen Bereich des Spektrums am größten; daher erreicht hier der Photostrom sein Maximum. Zum ultravioletten Ende des Spektrums hin nimmt die Energie wieder ab (Abb. 155/2).

Die praktische Verwendung der Alkali-photozelle erfordert ein Verkleinern der Ablösearbeit, damit auch noch unter dem Einfluß ultraroten Lichtes ein Photostrom zustande kommt. Durch Füllen der Glas-kolben mit einem Helium-Neon-Wasserstoff-Gemisch oder mit Argon wurde die Empfindlichkeit der Zellen um ein Vielfaches gegenüber den Hochvakuumzellen gesteigert. Durch Zufügen bestimmter Zusätze chemischer Elemente konnte man die Empfindlichkeitsgrenze immer weiter ins Ultrarote hinausschieben und so die Ausbeute stark vergrößern. Man schuf zusammengesetzte photoelektrische Schichten, wobei sich eine sehr dünne Schicht aus Cäsium und Cäsiumoxyd auf einer Silberunterlage besonders bewährt hat.

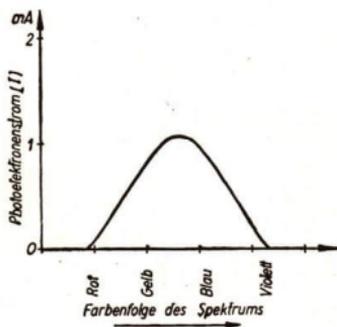


Abb. 155/2. Verteilung der lichtelektrischen Wirkung einer Alkali-photozelle im Spektrum

6. Technische Anwendungen der Photozelle. Die Photozellen haben im Laufe der letzten Jahrzehnte auf nahezu allen technischen Gebieten an Bedeutung gewonnen und zur Konstruktion von lichtelektronischen Schalt-, Meß-, Steuer- und Regelgeräten geführt, die für die Forschung und die Technik in gleicher Weise wichtig sind. Im folgenden werden einige Beispiele angeben.

a) **Lichtschrankengeräte.** Eine der ersten und einfachsten Anwendungen ist die Verwendung der Photozelle in *Raumschutzanlagen*. Ein von einer Lichtquelle kommendes paralleles Lichtbündel durchläuft ein Ultrarotfilter, so daß der sichtbare Teil des Spektrums absorbiert wird. Das das Filter verlassende ultrarote Licht legt man unter Verwendung von Spiegeln wie eine Schranke vor die zu

schützenden Objekte. Schließlich trifft es auf eine Photozelle (Abb. 156/1). Beim Unterbrechen des Lichtstrahles wird ein Relais betätigt, das beispielsweise ein Alarmzeichen auslöst und Türen sperrt. So schützt man durch Verwendung von

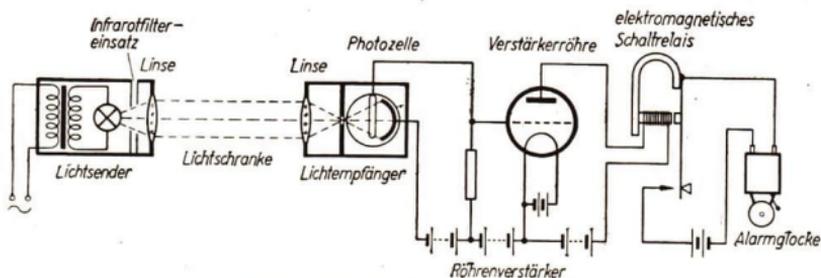


Abb. 156/1. Lichtelektronische Alarmanlage (schematisch)

Bei Belichtung der Photozelle nimmt der Anodenstrom der Verstärkerröhre so weit ab, daß das elektrische Schaltrelais nicht betätigt wird. Beim Unterbrechen der Lichtschranke erhält der Anodenstrom seine normale Stärke und löst die Alarmvorrichtung aus.

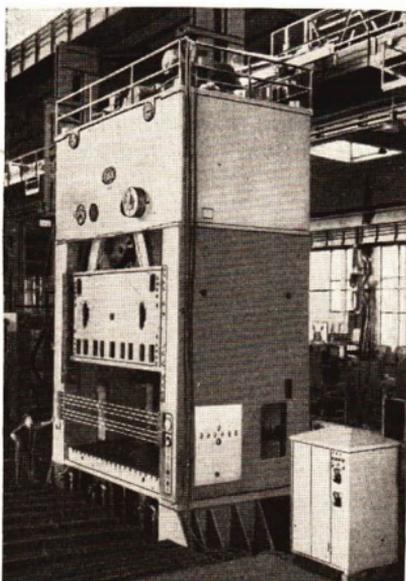


Abb. 156/2. Lichtelektronische Schutzanlage an einer Presse. Der Strahlengang wurde nachträglich eingezeichnet.

Photozellen beispielsweise Garagen und Lagerräume.

Ähnlich gebaute Vorrichtungen setzen Rolltreppen in Bewegung, öffnen Türen und verrichten ähnliche Arbeiten oder dienen zum Schutze des arbeitenden Menschen an Maschinen. So kommen zum Beispiel Pressen, Stanzen, Walzen und Hämmer durch Unterbrechen des Lichtstrahles automatisch sofort zum Stillstand (Abbildung 156/2).

In Verbindung mit Zählwerken kann man mit Hilfe einer Photozelle Gegenstände und Personen zählen, die die Lichtschranke durchschreiten, indem jede Unterbrechung des Lichtstrahles ein Weiterschalten des Zählwerks um eine Einheit bewirkt.

Leuchtet der Gegenstand, der die Steuerung auslösen soll, von sich aus oder glüht er wie beispielsweise die Blöcke und Bleche in Warmwalzwerken, so kann man das von ihm ausgestrahlte Licht zur Steuerung einer Photozelle verwenden.

Auf diese Weise kann man erreichen, daß beim Durchlauf des Materials automatisch Türen geöffnet und andere Vorgänge ausgelöst werden.

b) **Steuerung von Beleuchtungsanlagen.** Im Interesse eines sparsamen Energieverbrauchs liegt es, die Beleuchtung von Straßen, Fabrikhöfen und Arbeitsräumen so spät als möglich einzuschalten. Demgegenüber ist es für die Verkehrssicherheit und den ungestörten Ablauf der Arbeit wichtig, daß die Beleuchtung dann einsetzt, wenn die Helligkeit das erforderliche Maß unterschreitet. Zu diesem Zweck hat man *lichtelektronische Dämmerungsschalter* entwickelt, die aus einer Photozelle und einem Schaltgerät bestehen.

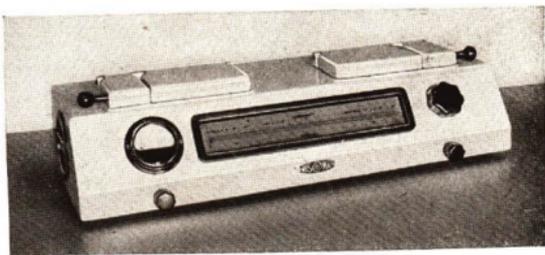
Die Photozelle wird so an der Außenwand eines Gebäudes angebracht, daß sie dem Tageslicht frei zugänglich, aber andererseits dem Einfluß benachbarter künstlicher Lichtquellen entzogen ist. Die Photozelle betätigt das im Inneren des Gebäudes befindliche Schaltgerät, sobald das Tageslicht unter eine bestimmte Helligkeitsstufe sinkt.

c) **Abtastgeräte.** Weitere Anwendungen der lichtelektronischen Relaissteuerung ermöglichen die *Überwachung* und *automatische Regelung* des Produktionsablaufs großer Maschinen in den Fertigungsprozessen verschiedener Industriezweige. So wird beispielsweise in Druckereien die Papiergeschwindigkeit bei unzulässigen Verschiebungen des Papiers verringert, ohne daß ein Abschalten der Maschine erforderlich ist. Auf diese Weise werden Produktionsausfälle und Zeitverlust vermieden.

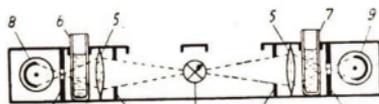
Komplizierte Werkzeugmaschinen werden mittels Schablonen gesteuert, die auf Papier gezeichnet sind und von Lichtstrahlen abgetastet werden. Die Lichtstrahlen fallen nach dem Durchgang durch die Schablonen oder nach einer daran erfolgten Reflexion auf Photozellen und erzeugen Photoströme, die nach erfolgter Verstärkung den Gang der Maschinen regeln.

d) **Meßgeräte.** Auch Messungen werden häufig lichtelektronisch vorgenommen. Aus der Fülle der Geräte sei das *elektronische Kolorimeter* herausgegriffen. Kolorimeter sind eine bestimmte Art von Photometern, bei der vorhandene Trübungen des zu untersuchenden Stoffes die Grundlage der Messung bilden. Bei den elektronischen Kolorimetern wird die Stärke des erzeugten Photostromes durch die Absorption des Lichtes beeinflusst. Dies wiederum ist abhängig von der Konzentration, der Farbe und der Trübung des zu untersuchenden Stoffes. Darüberhinaus hängt selbstverständlich die Stromstärke des Photostromes auch von der Helligkeit der Lichtquelle ab. Den letztgenannten Einfluß schaltet man dadurch aus, daß man zwei Photozellen in Gegen-einanderschaltung verwendet.

Die Abb. 157/1 zeigt ein *Visomat-Kolorimeter* in seiner äußeren Gestalt und einen



a) Ansicht



b) Querschnitt (schematisch)

Abb. 157/1. Lichtelektronisches Kolorimeter der Visomat G. m. b. H.

vereinfacht wiedergegebenen Schnitt mit eingezeichnetem Strahlengang. Die von der Lichtquelle 1 ausgehenden Strahlen werden nach dem Durchgang durch die Blenden 2 durch die Linsen 5 zu konvergenten Strahlenbündeln zusammengefaßt. Sie durchlaufen sodann die Meßküvetten 6, 7 und treffen auf die Photozellen 8, 9.

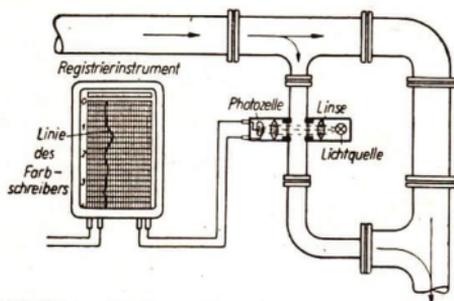


Abb. 158/1. Lichtelektronische Überwachung einer strömenden Flüssigkeit mittels eines Registrierinstrumentes

Die eine Küvette enthält destilliertes Wasser, die andere die zu untersuchende Flüssigkeit. Ist die Absorption in beiden Flüssigkeiten gleich groß, so zeigt das Meßgerät keinen Ausschlag an. Ist dagegen die Absorption der zu messenden Flüssigkeit größer als die des Wassers, so schlägt das Meßgerät aus. Man verstellt nun die Blenden so lange, bis der Zeiger wieder auf Null zurückgeht. An der Ablese skala der Blende ist dann der gesuchte Meßwert abzulesen.

Derartige Meßverfahren sind zeitsparend und sehr zuverlässig; sie sind aus diesem Grunde besonders wichtig für unsere chemisch-technischen Betriebe, in denen täglich Hunderte von Proben anfallen und durchgemessen werden müssen.

In besonderen Ausführungsformen erweisen sich die Photozellen als wertvolles Hilfsmittel für die laufende Kontrolle des Trinkwassers. Mit ihrer Hilfe werden industrielle Flüssigkeiten und Gase in bezug auf Reinheit, Farbe und Konzentration überwacht. Meist läßt man den Photostrom nach seiner Verstärkung auf ein Registriergerät einwirken, das automatisch die Meßwerte aufschreibt und beim Über- bzw. Unterschreiten bestimmter Grenzwerte Signale oder Sofortregleinrichtungen auslöst (Abb. 158/1).

7. Fragen und Aufgaben:

1. Aus welchem Grunde wird eine isoliert aufgestellte Metallplatte beim Bestrahlen mit Röntgenstrahlen positiv elektrisch?
2. Beschreiben Sie den Bau und die Wirkungsweise einer Alkali-Vakuum-Photozelle!
3. Geben Sie Beispiele für die Verwendung der Photozellen in der Praxis an!

MECHANIK UND WÄRMELEHRE

VI. Erweiterung und Vertiefung der Grundbegriffe der Mechanik

§ 30. Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung

1. Die **Geschwindigkeit**. Wie aus dem Unterricht der 9. Klasse bekannt ist, wird die *Durchschnittsgeschwindigkeit* \bar{v} einer ungleichförmigen Bewegung als der Quotient $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ aus der Weglänge Δs und der Zeitspanne Δt definiert:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Die *Augenblicksgeschwindigkeit* v wird nun als Grenzwert dieses Quotienten für eine gegen Null strebende Zeitspanne Δt definiert (vgl. LB 9, § 12, 2). Nachdem wir im mathematischen Unterricht die Grundlagen der Differentialrechnung kennengelernt haben, drücken wir die Geschwindigkeit folgendermaßen in Formelzeichen aus:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = s'(t).$$

Diesen Grenzwert, der im allgemeinen noch von der Zeit abhängig ist, gewinnt man mathematisch als *Ableitung des Weges nach der Zeit*. Er ist gleich dem *Differentialquotienten* $\frac{ds}{dt}$, der ja in jedem Zeitpunkt gleich der Ableitung des Weges nach der Zeit ist.

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Die **Geschwindigkeit eines Körpers in irgendeinem Punkte seiner Bahn** ist gleich dem Differentialquotienten des Weges nach der Zeit.

Die Geschwindigkeit ist selbst wieder eine Funktion der Zeit.

2. Die **Beschleunigung**. Als Beispiel für eine ungleichförmige Bewegung haben wir bisher nur die gleichmäßig beschleunigte Bewegung kennengelernt (vgl. LB 9, § 12). Die *Beschleunigung* ergab sich in diesem einfachen Fall als der Quotient aus der Geschwindigkeit und der dazugehörigen Zeit (vgl. LB 9, § 12, 3):

$$b = \frac{v}{t}.$$

Bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung hat die Beschleunigung für jede beliebige Zeitdifferenz den gleichen Wert.

Um die Beschleunigung bei einer beliebigen Bewegung zu ermitteln, denken wir uns folgenden Versuch ausgeführt: Wir stellen uns vor, daß wir uns auf einem auf gerader Bahn fahrenden Kraftfahrzeug befinden, das mit einem Geschwindigkeitsmesser, einem *Tachometer*, versehen ist. Das Fahrzeug fährt an. Wir wollen die Beschleunigung, die das Fahrzeug zu einem beliebig gewählten Zeitpunkt t erfährt, ermitteln. Wir lesen am Tachometer die Geschwindigkeit v ab und nach einer Zeitspanne Δt von neuem. Die Geschwindigkeit hat sich um den Wert Δv vergrößert. Bilden wir den Quotienten $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, so gibt dieser die *Durchschnittsbeschleunigung* \bar{b} in der Zeitspanne Δt an.

$$\bar{b} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Dieser Quotient gibt aber noch keinen genauen Aufschluß über die Beschleunigung des Fahrzeugs im Zeitpunkt t . Je kleiner wir jedoch die Zeitspanne Δt wählen, desto mehr nähert sich der gefundene Wert $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ dem gesuchten. Gehen wir zum Grenzwert dieses Quotienten für eine gegen Null strebende Zeitspanne Δt über, so erhalten wir den Wert b der Beschleunigung im Zeitpunkt t , die *Augenblicksbeschleunigung*

$$b = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'(t).$$

Sprechen wir schlechthin von Beschleunigung, so werden wir darunter in Zukunft stets die *Augenblicksbeschleunigung* b verstehen.

Nach der angegebenen Definition ist die Beschleunigung die *Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit* und somit gleich dem *Differentialquotienten der Geschwindigkeit nach der Zeit*:

$$b = \frac{dv}{dt}.$$

Da die Geschwindigkeit selbst gleich der ersten Ableitung des Weges nach der Zeit ist, folgt, daß die Beschleunigung gleich der *zweiten Ableitung des Weges nach der Zeit* und damit gleich dem *zweiten Differentialquotienten des Weges nach der Zeit* ist.

Die Beschleunigung ist der erste Differentialquotient der Geschwindigkeit nach der Zeit und damit der zweite Differentialquotient des Weges nach der Zeit.

$$b = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

Diese Erkenntnis verdanken wir dem großen englischen Physiker *Isaac Newton*¹. Um die Gesetze der Mechanik mathematisch exakt wiedergeben zu können, hat er unabhängig von *Gottfried Wilhelm*



Isaac Newton (1643–1727)

¹ Isaac Newton (1643–1727), ein englischer Mathematiker und Physiker von überragender Bedeutung, Professor in Cambridge. Er schuf durch seine Arbeiten die Grundlage für den wissenschaftlichen Aufbau der gesamten Mechanik.

Leibniz¹, der sich mit den gleichen mathematischen Problemen beschäftigte, eine neue Rechnungsart entwickelt, die er *Fluxionsrechnung* nannte und die auf der gleichen Gedankenführung aufbaute wie die Differentialrechnung. Er wurde so zum Mitbegründer der *Differentialrechnung*.

Ist eine Bewegung verzögert, das heißt, nimmt die Geschwindigkeit mit zunehmender Zeit ab, so ist die Geschwindigkeitsdifferenz Δv negativ. Der Differenzenquotient $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ und dessen Grenzwert haben infolgedessen ebenfalls negative Werte. In diesem Falle sprechen wir von der Verzögerung als einer *negativen Beschleunigung*. Bei der geradlinig gleichförmigen Bewegung erfährt die Geschwindigkeit keine Änderung; die Beschleunigung dieser Bewegung ist daher stets gleich Null.

3. Die Bestimmung der Geschwindigkeit und der Beschleunigung aus dem Weg-Zeit-Gesetz einer Bewegung. Bei einer Bewegung, die durch einen mathematisch einfach erfassbaren Zusammenhang des Weges mit der Zeit gegeben ist, kann man die Geschwindigkeit und die Beschleunigung aus dem *Weg-Zeit-Gesetz* mit Hilfe der Differentialrechnung ermitteln. Das einfachste Beispiel einer solchen Bewegung ist die Fallbewegung. Bei ihr ist

$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2.$$

Es folgt daraus

$$v = \frac{ds}{dt} = gt \quad \text{und}$$

$$b = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = g.$$

Die Ergebnisse dieser mathematischen Operation decken sich mit den experimentell gefundenen Zusammenhängen, die uns schon vom 9. Schuljahr her bekannt sind (vgl. LB 9, § 13). In Abb. 161/1 sind die Kurven der Weg-Zeit-Funktion,

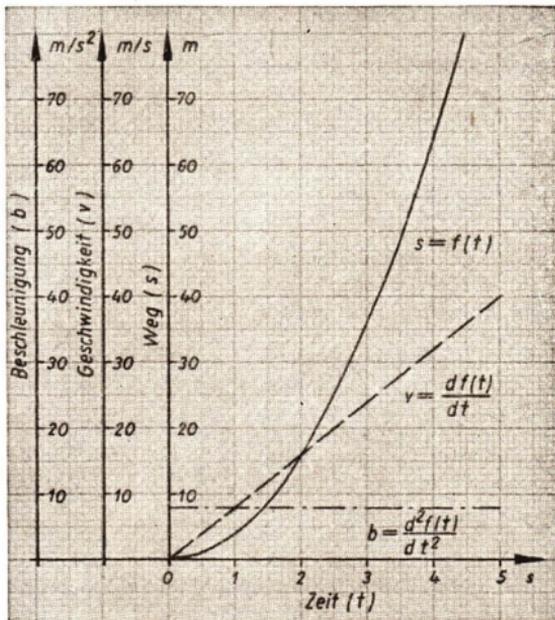


Abb. 161/1. Diagramm zur zeitlichen Abhängigkeit des Weges, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung von der Zeit für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Weg-Zeit-Gesetz: $s = 4 \cdot t^2$.

¹ Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716), ein deutscher Philosoph und Wissenschaftler, der durch seine genialen Neuschöpfungen auf mathematischem Gebiet bekannt geworden ist. Er beschäftigte sich auch mit physikalischen Fragen und schuf das Aneroidbarometer.

der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion und der Beschleunigung-Zeit-Funktion einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung zu einem Diagramm vereinigt.

Abb. 162/1 zeigt als weiteres Beispiel das Weg-Zeit-Diagramm der Bewegung eines Kraftwagens und die aus diesem abgeleiteten Diagramme der Geschwindigkeit und der Beschleunigung.

4. Die Herleitung des Weg-Zeit-Gesetzes bei gegebener Beschleunigung. Wir stellen uns nun die entgegengesetzte Aufgabe: Aus einer gegebenen Beschleunigung sind die Geschwindigkeit und der Weg eines Körpers zu ermitteln. Dieser Fall tritt in der physikalischen Praxis häufig auf, da es sehr oft möglich ist, die Kräfte zu bestimmen, die den Körper beschleunigen. Ist die Beschleunigung b gegeben, so suchen wir eine Geschwindigkeitsfunktion $v(t)$, deren erste Ableitung $v'(t)$ nach t gleich b ist.

Wir beschränken uns wieder auf das Beispiel des *freien Falls*. Die Beschleunigung ist bei dieser Bewegung konstant, nämlich gleich der Fallbeschleunigung g . Da diese senkrecht nach unten gerichtet ist, setzen wir $b = -g$. Das Minuszeichen deutet hier nicht auf eine Verzögerung hin, sondern gibt den *Richtungssinn* an.

Die Geschwindigkeit finden wir daraus durch Integration. Es ist

$$v(t) = -\int g \cdot dt = -g \cdot t + c.$$

Hierin ist c die Integrationskonstante. Sie bedeutet physikalisch die *Anfangsgeschwindigkeit* v_0 ; denn für $t = 0$ ergibt sich

$$v(0) = v_0 = -g \cdot 0 + c,$$

mithin

$$v_0 = c.$$

c kann sowohl positiv als auch negativ sein.

Die Geschwindigkeitsgleichung der Fallbewegung nimmt dadurch die Form an:

$$v = -g \cdot t + v_0.$$

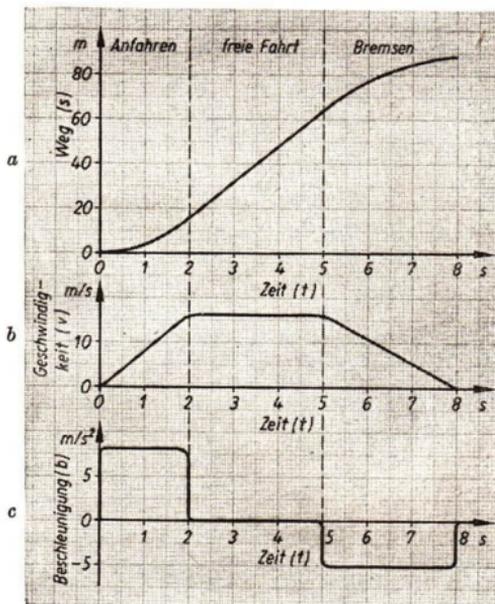


Abb. 162/1. Graphische Ermittlung des Geschwindigkeitsverlaufs und des Beschleunigungsverlaufs für einen Kraftwagen aus dem empirisch aufgestellten Weg-Zeit-Diagramm

a) Weg-Zeit-Diagramm b) Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm
c) Beschleunigung-Zeit-Diagramm

Sie gilt ganz allgemein für den freien Fall, aber auch für den senkrechten Wurf nach oben und nach unten, je nachdem, ob

$v_0 = 0$, $v_0 > 0$, $v_0 < 0$ ist.

Eine *abwärts gerichtete Geschwindigkeit* wird durch ein negatives, eine *aufwärts gerichtete Geschwindigkeit* durch ein positives Vorzeichen gekennzeichnet.

Aus der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion $v(t)$ folgt durch weitere Integration die Weg-Zeit-Funktion $s(t)$. Für die Fallbewegung ergibt sich

$$s(t) = \int (-g \cdot t + v_0) \cdot dt,$$

mithin

$$s(t) = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + k.$$

Eine ähnliche Überlegung wie bei der Bestimmung der Geschwindigkeit führt zu der Erkenntnis, daß die Integrationskonstante k die Höhe h_0 über dem Nullniveau bedeutet, in der die Bewegung beginnt. So erhält man für die Höhe über dem Nullniveau die Gleichung

$$s = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + h_0.$$

Diese Gleichung gibt ganz allgemein den Weg-Zeit-Zusammenhang für den senkrechten Wurf nach oben oder unten wieder. Gleich der Geschwindigkeit erhält ein aufwärts gerichteter Weg positives Vorzeichen.

Die Abbildungen 163/1 a bis c veranschaulichen diese Zusammenhänge in drei kombinierten Geschwindigkeit-Zeit- und Weg-Zeit-Diagrammen.

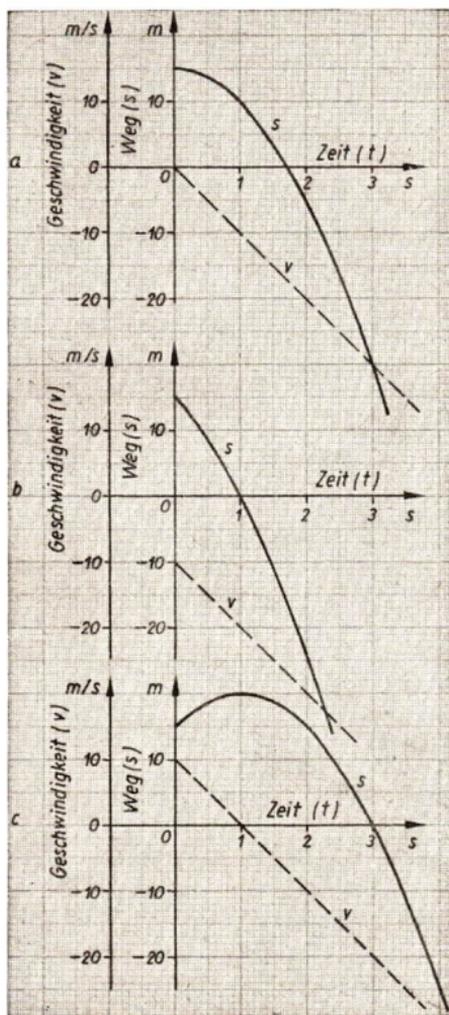


Abb. 163/1. Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm und Weg-Zeit-Diagramm der Fallbewegung. Die Geschwindigkeitsachse und die Wegachse fallen zusammen. Abwurfhöhe $h_0 = 15$ m.

- a) Freier Fall ($v_0 = 0$)
- b) Senkrechter Wurf nach unten ($v_0 = -10$ m/s)
- c) Senkrechter Wurf nach oben ($v_0 = +10$ m/s)

5. Fragen und Aufgaben:

1. Definieren Sie Geschwindigkeit und Beschleunigung einer ungleichförmigen Bewegung!
2. Wie kann man die Weg-Zeit-Gesetze des freien Falles, des senkrechten Wurfes nach oben und nach unten aus der Fallbeschleunigung ermitteln?
3. Nennen Sie Beispiele für annähernd gleichmäßig beschleunigte und gleichmäßig verzögerte Bewegungen!
4. Das empirisch gefundene Weg-Zeit-Diagramm einer Bewegung wird durch eine sich über eine volle Periode erstreckende Sinuskurve dargestellt. Ermitteln Sie auf graphische Weise das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm und das Beschleunigung-Zeit-Diagramm!

§ 31. Kraft, Arbeit und Leistung

1. Zusammenhang zwischen Kraft und Arbeit bei veränderlicher Kraft. Uns ist bereits bekannt, daß die *Arbeit* als das Produkt aus Kraft und Weg definiert ist. Es ist

$$A = P \cdot s.$$

Doch gilt diese Gleichung nur dann, wenn die Kraftrichtung mit der Richtung des Weges zusammenfällt und wenn der Betrag P der Kraft längs des ganzen Weges konstant bleibt (vgl. LB 9, § 17,1). Im folgenden werden wir untersuchen, durch welche mathematische Form sich der Zusammenhang zwischen Arbeit und Kraft wiedergeben läßt, wenn sich die Kraft längs des Weges ändert. Wir werden dabei weiterhin voraussetzen, daß die Kraftrichtung mit der Wegrichtung

zusammenfällt bzw. daß P der Betrag der in die Wegrichtung fallenden Kraftkomponente ist.

Wir denken uns den Weg s in n sehr kleine Teilstücke Δs zerlegt und nehmen längs dieser einzelnen Wegstücke die Kraft als konstant an (Abb. 164/1). Dann ist die Arbeit längs eines Wegstückchens

$$A_k = P_k \cdot (\Delta s)_k,$$

worin k irgendeine ganze Zahl zwischen 1 und dem ebenfalls ganzzahligen n bedeutet. Als Näherungswert \bar{A} für die Arbeit längs des ganzen Weges ergibt sich

$$\bar{A} = \sum_{k=1}^{k=n} P_k \cdot (\Delta s)_k.$$

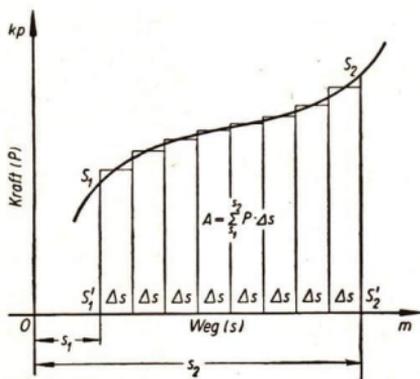


Abb. 164/1. Bestimmung der Arbeit bei sich veränderlicher Kraft durch schrittweise Annäherung

Je kleiner wir die Teilstücke Δs annehmen, desto mehr nähert sich der ermittelte Wert \bar{A} dem tatsächlichen Arbeitswert A . Man erhält A als Grenzwert dieser Summe, wenn man die Anzahl n der Teilstücke gegen ∞ , mithin ihre Größe Δs gegen 0 streben läßt. Dieser Grenzwert ist aber das bestimmte

Integral der Kraft längs des Weges, und zwar erstreckt über die Grenzen von s_1 bis s_2 . Es ist

$$A = \int_{s_1}^{s_2} P \cdot ds.$$

Ist die Arbeit A als Funktion des Weges s gegeben, so folgt aus der Definitionsgleichung des Integrals durch Differentiation, daß

$$P = \frac{dA}{ds}$$

ist. Das bedeutet:

Die Kraft ist gleich dem Differentialquotienten der Arbeit nach dem Wege.

2. Der Zusammenhang zwischen Arbeit und Leistung bei veränderlicher Arbeit. Die uns bereits bekannte Definition der *Leistung* als Quotient aus Arbeit und Zeit,

$$N = \frac{A}{t},$$

gilt nur unter der Voraussetzung, daß dieser Quotient während der ganzen Zeit, in der die Arbeit verrichtet wird, stets den gleichen Wert besitzt. Diese Voraussetzung wäre beispielsweise beim Heben eines Körpers mit konstanter Geschwindigkeit im Bereich der Erdoberfläche oder beim Überwinden von Reibungskräften an einem auf ebener Bahn gleichförmig bewegten Fahrzeug erfüllt.

Wirkt jedoch beim Verrichten einer Arbeit die Kraft in der Weise, daß der Körper mit wechselnder Geschwindigkeit bewegt wird, so wird auch die Leistung von einem Zeitpunkt zum anderen verschieden sein. Ein Beispiel ist das ungleichmäßig rasche Heben einer Last. Der Quotient $\frac{A}{t}$ aus der Gesamtarbeit A und der beim Verrichten der Arbeit verfließenden Zeit t gibt nur die *Durchschnittsleistung* \bar{N} in der Zeit t an. Wählt man, von einem zwischen 0 und t liegenden Zeitpunkt t_0 ausgehend, als Zeitablauf eine kleine Zeitspanne Δt und mißt die in dieser Zeitspanne verrichtete Arbeit ΔA , so bedeutet der Quotient

$$\bar{N} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

die Durchschnittsleistung während dieser Zeitspanne. Er ist ein Näherungswert für die *Augenblicksleistung* N im gewählten Zeitpunkt, der um so genauer wird, je kleiner man Δt wählt. Der Grenzwert dieses Quotienten für ein gegen Null strebendes Δt ist gleich dem Differentialquotienten:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

Die Augenblicksleistung ist gleich dem Differentialquotienten der Arbeit nach der Zeit.

In der Technik ist es vielfach notwendig, bei bekannter, zeitlich veränderlicher Leistung die Arbeit zu ermitteln, die innerhalb eines bestimmten, durch die Zeitpunkte t_1 und t_2 gegebenen Zeitabschnitts verrichtet wird. Man teilt zu diesem Zweck die gegebene Zeitdifferenz $t_2 - t_1$ in eine Anzahl kleiner Zeitspannen Δt ein, innerhalb deren die Leistung N als angenähert konstant angesehen werden kann, und bildet die Summe der Einzelprodukte

$$\Delta A = N \cdot \Delta t.$$

Sie ist

$$\bar{A} = \sum N \cdot \Delta t.$$

Der Grenzwert dieser Summe für gegen Null strebende Zeitspannen Δt ist das bestimmte Integral des Produktes aus der Leistung nach der Zeit, erstreckt über die Grenzen von t_1 bis t_2 :

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N \cdot dt.$$

Da die Leistung als Funktion der Zeit nicht immer in mathematisch einfacher Form angegeben werden kann, werden vielfach bei der Bestimmung der Arbeit durch Integration *graphische Methoden* oder mechanische Verfahren angewendet. In Abb. 166/1 ist die zwischen der Kurve und der Abszissenachse liegende, seit-

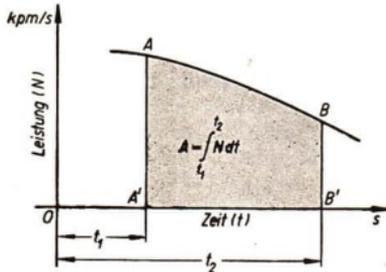
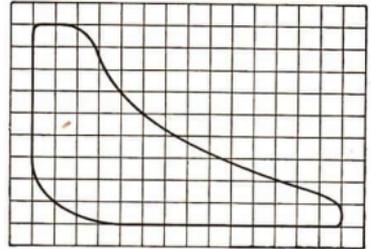


Abb. 166/1. Bestimmung einer Arbeit aus der Leistung durch Integration, ausgeführt am Leistung-Zeit-Diagramm

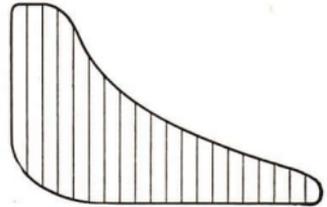
lich von den Ordinatenlinien begrenzte Fläche ein Maß für die im Zeitabschnitt $t_2 - t_1$ verrichtete Arbeit. Der Arbeitseinheit entspricht die Rechtecksfläche, deren Seiten die Maßstrecke der Zeiteinheit auf der Abszissenachse und die Maßstrecke der Leistungseinheit auf der Ordinatenachse sind.

Zur Ermittlung des Flächeninhalts kann man die Diagrammfläche mit einem quadratischen Raster überdecken und die eingeschlossenen Quadrate auszählen, wobei die am Rande liegenden angeschnittenen Flächenstücke geschätzt werden. Nach einem anderen Verfahren wird die Diagrammfläche in Streifen zerlegt, die man durch Rechtecke mit geschätzter Höhe annähert. Abb. 166/2 zeigt die Anwendung beider Verfahren bei der Auswertung des *Indikatorgramms* einer Dampfmaschine (vgl. § 51, 5).

In der Technik verwendet man zum Ausmessen von Indikatorflächen oder anderen Diagrammflächen ausschließlich mechanisch wirkende Flächenmeßgeräte, Planimeter, die es ermöglichen, nach Umfahren einer geschlossenen Kurve mit einem Fahrstift den Inhalt der eingeschlossenen Fläche abzulesen. Auf die Wirkungsweise dieser Geräte kann hier nicht näher eingegangen werden.



a) mit Hilfe kleiner Quadrate



b) mit Hilfe schmaler Rechtecke

Abb. 166/2. Ermittlung der Leistung einer Dampfmaschine aus einem Indikatorgramm durch Auszählen

3. Der Zusammenhang von Kraft, Leistung und Geschwindigkeit. Aus dem zwischen der Arbeit, der Kraft und dem Weg bestehenden, durch die Gleichung $\Delta A = P \cdot \Delta s$ wiedergegebenen Zusammenhang und aus den Bewegungsgesetzen kann man für eine beliebige Bewegung noch weitere Folgerungen ziehen, die für die Technik von großer Bedeutung sind: Dividiert man beide Seiten der angegebenen Gleichung durch die Zeitspanne Δt , in der der Weg Δs zurückgelegt worden ist, so erhält man

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = P \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Strebt Δt gegen Null, so ist $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = N$ und $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = v$. Daraus ergibt sich folgende zwischen der Kraft, der Geschwindigkeit und der Leistung bestehende Gleichung:

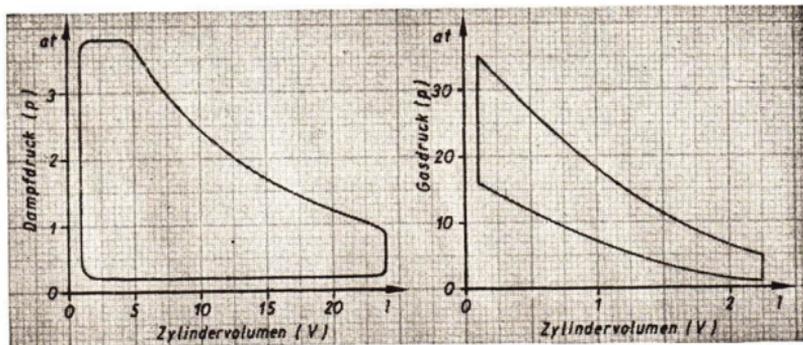
$$N = P \cdot v.$$

Die Leistung ist gleich dem Produkt aus Kraft und Geschwindigkeit.

Diese Tatsache wird im Eisenbahnwesen und in der Kraftfahrzeugtechnik häufig zu Berechnungen verwendet, da man mit ihrer Hilfe aus der Geschwindigkeit des Fahrzeuges und der am Zughaken gemessenen Kraft unmittelbar die Leistung errechnen kann.

4. Fragen und Aufgaben:

- Auf welche Weise kann man den Betrag der Arbeit ermitteln, wenn die Kraft vom zurückgelegten Weg abhängig ist und das Kraft-Weg-Gesetz
 - als mathematisch formulierte Funktion,
 - als empirisch ermittelte Kurve gegeben ist?
- Ermitteln Sie aus einem Indikatorgramm die Arbeit, die während einer Umdrehung der Kurbelwelle verrichtet wird,
 - für eine Dampfmaschine (Abb. 167/1a),
 - für einen Viertakt-Ottomotor (Abb. 167/1b)!
 Beachten Sie bei b, daß man die bei der Kompression aufgewendete Arbeit vom Betrag der gewonnenen Arbeit subtrahieren muß!
- Ein Schnellzug hat eine Geschwindigkeit von 80 km/h, die Kraft am Zughaken der Lokomotive beträgt 3400 kp. Welche Nutzleistung wird dabei zum Ziehen der Wagen aufgewendet? (Angaben in kpm/s und in kW.)



a) Dampfmaschine

b) Viertakt-Ottomotor

Abb. 167/1. Indikatorgramm

§ 32. Der Impuls

1. **Der Kraftstoß.** Wird ein ruhender, aber an sich beweglicher Körper angestoßen, so gerät er in Bewegung. Er erfährt während der Dauer des Stoßes eine Beschleunigung. Je größer die auf den Körper wirkende Kraft ist und je länger sie an ihm angreift, desto größer ist die Endgeschwindigkeit, die der Körper erreicht.

Wir können uns diesen Sachverhalt an Hand technischer Erfahrungen veranschaulichen. Beim Rangieren von Eisenbahnwagen wird mitunter ein Wagen abgestoßen. Er erhält eine um so höhere Geschwindigkeit, je größer die Kraft ist, mit der die Lokomotive anschiebt, und je länger die Beschleunigung durch das Anschieben andauert. Der Lokomotivführer muß die Schubkraft und die Schubzeit richtig bemessen, damit der Wagen nach dem Abbremsen der Lokomotive mit einer bestimmten Geschwindigkeit abgestoßen wird.

Wir sehen aus dem Vorangehenden, daß die Kraftwirkung bei einem Stoßvorgang durch den Betrag P der stoßenden Kraft und durch die beim Stoß verfließende Zeit t bestimmt wird. Bereits *Newton* erkannte, daß dabei das Produkt $P \cdot t$ aus Kraft und Zeit von entscheidender Bedeutung ist. Man bezeichnet dieses Produkt als den **Kraftstoß**¹ (Formelzeichen I):

$$I = P \cdot t.$$

Der Kraftstoß ist gleich dem Produkt aus dem Betrag P der stoßenden Kraft und der Stoßdauer t .

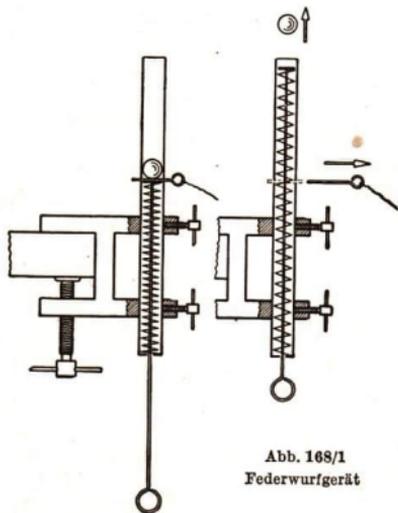


Abb. 168/1
Federwurfgerät

Diese Definition gilt aber nur unter der Voraussetzung, daß die Kraft während der ganzen Stoßdauer konstant bleibt. Das trifft aber nicht für alle Bewegungen zu, so zum Beispiel nicht bei dem Versuch, dessen Versuchsanordnung in Abb. 168/1 wiedergegeben ist. Es handelt sich um ein *Federwurfgerät*. Bei ihm treibt eine in einem Rohr befindliche gespannte Schraubenfeder eine ihr vorgelagerte Stahlkugel beim Entspannen heraus. Das Entspannen vollzieht sich innerhalb einer kurzen Zeitdauer t . Die von der Feder ausgeübte Kraft verändert sich während dieser Zeitspanne. Da aber die Federkraft nach dem *Hooke'schen Gesetz* linear abnimmt, kann man bei einer gespannten Schraubenfeder einen konstanten Durchschnittswert \bar{P} annehmen, so daß der von der Feder ausgeübte Kraftstoß die Größe $\bar{P} \cdot t$ hat.

¹ Die Bezeichnung „Stoß“ tragen in der Physik alle Produkte aus einer physikalischen Größe und einer Zeitdifferenz. Wir haben in diesem Sinne in der Elektrizitätslehre schon den Stromstoß als Produkt aus Stromstärke und Zeit und den Spannungsstoß als Produkt aus Spannung und Zeit kennengelernt.

Abb. 169/1 zeigt das Diagramm des Kraftverlaufs beim Entspannen der Feder während der Zeit t . Die Fläche des Dreiecks OAD ist ein Maß für den Kraftstoß. In diesem Diagramm ist ferner die veränderliche elastische Kraft durch eine konstante Kraft \bar{P} ersetzt, die gleich $\frac{P_0}{2}$ ist. Das Rechteck $OABC$ hat den gleichen Flächeninhalt wie die durch die Kurve des tatsächlichen Kraftverlaufs

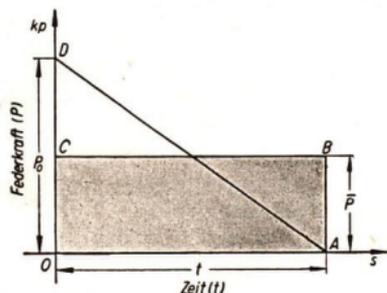


Abb. 169/1. Kraft-Zeit-Diagramm für den Kraftverlauf beim Entspannen einer Schraubenfeder

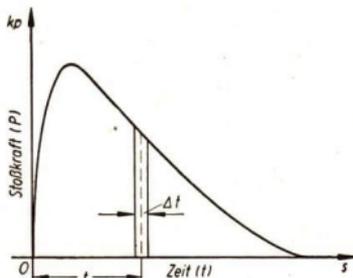


Abb. 169/2. Ermittlung des Kraftstoßes für eine veränderliche Kraft am Kraft-Zeit-Diagramm

und durch die positiven Koordinatenachsen begrenzte Fläche. Da die Stoßkraft mit dem Betrage P ein Vektor ist, während die Zeit t skalaren Charakter hat, ist der Kraftstoß ebenfalls ein Vektor. Seine Richtung stimmt mit der Kraftrichtung überein.

Im allgemeinen wird sich bei einem Stoß die Stoßkraft nicht wie bei der gespannten Feder linear ändern. Das Kraft-Zeit-Diagramm ist dann nicht mehr eine Gerade, sondern eine zur Zeitachse abfallende Kurve (Abb. 169/2). Der Kraftstoß wird in diesem Falle angegeben durch die unterhalb der Kurve liegende, von den beiden Koordinatenachsen begrenzte Fläche. Man ermittelt sie durch ein ähnliches Verfahren, wie es in § 31, 1 für die Arbeit angegeben wurde, indem man die Fläche in viele schmale Streifen von der Breite Δt teilt. Der Kraftstoß ergibt sich dann als das Integral der Kraft nach der Zeit:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot dt.$$

Ganz allgemein gilt die Feststellung:

Der Kraftstoß ist gleich dem Zeitintegral der Kraft.

2. Die Bewegungsgröße. Wird ein ruhender Körper angestoßen, so erhält er eine bestimmte Geschwindigkeit. Das Produkt aus der Masse m des Körpers und seiner Geschwindigkeit v ist von großer Bedeutung für die quantitative Untersuchung der Stoßvorgänge. Es wird die *Bewegungsgröße* des Körpers genannt. Diese Bezeichnung geht auf *Newton* zurück.

Bei der Änderung der Geschwindigkeit v um den Betrag Δv ändert sich die Bewegungsgröße $m \cdot v$ um $m \cdot \Delta v$, sofern die Masse m konstant bleibt.

Wir untersuchen nun den Zusammenhang zwischen dem Kraftstoß, der auf einen Körper übertragen wird, und der Änderung der Bewegungsgröße desselben. Nach dem 2. Newtonschen Prinzip ist $P = m \cdot b$ (vgl. LB 9, § 15,3). Somit ist auch

$$P \cdot \Delta t = m \cdot b \cdot \Delta t.$$

Die Beschleunigung, die der Körper während der Zeitspanne Δt erfährt, läßt sich nach § 30, 2 ausdrücken als der Quotient des Geschwindigkeitszuwachses Δv und der Zeitspanne Δt :

Es ist dann

$$P \cdot \Delta t = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v.$$

Das bedeutet: Der einem Körper zugeführte Kraftstoß $P \cdot \Delta t$ erhöht dessen Bewegungsgröße um $m \cdot \Delta v$. Das gleiche gilt für alle aufeinanderfolgenden Zeitspannen Δt . Es folgt daraus:

Die Zunahme der Bewegungsgröße eines Körpers ist insgesamt gleich der Summe aller dem Körper zugeführten Kraftstöße.

Wird hierbei die Geschwindigkeit von v_0 auf v gebracht, so ist

$$m \cdot (v - v_0) = \sum P \cdot \Delta t.$$

Wirkt auf einen ruhenden Körper mit der Masse m innerhalb der Zeit t eine konstante Kraft P ein und nimmt er dadurch die Geschwindigkeit v an, so ist

$$P \cdot t = m \cdot v.$$

Ändert sich dagegen die Kraft während des Stoßes, so erhält man den Kraftstoß als bestimmtes Integral der Kraft nach der Zeit:

$$\int_{t_1}^{t_2} P \cdot dt = m \cdot v.$$

Wegen der Gleichheit des Kraftstoßes und der Bewegungsgröße hinsichtlich ihrer Richtung, ihres Betrages und ihrer Dimension hat man sowohl dem Kraftstoß als auch der Bewegungsgröße die Bezeichnung **Impuls**¹ gegeben. Neuerdings wird aber diese Bezeichnung vorzugsweise auf die Bewegungsgröße beschränkt.

3. Der Satz von der Erhaltung des Impulses. Wie uns bereits bekannt, ist nach dem 3. Newtonschen Prinzip, dem Satz von Wirkung und Gegenwirkung, das Wirken einer Kraft stets verbunden mit dem Auftreten einer gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft. Man kann diesem Gesetz unter Verwendung des Impulsbegriffes noch eine andere quantitative Fassung geben. Dazu führen wir folgenden Versuch durch:

Wir setzen zwei leicht bewegliche kleine Wagen von gleicher Masse auf eine waagerechte Glasplatte. Zwischen beide bringen wir eine zusammengedrückte Schraubenfeder, deren Entspannung durch einen Faden verhindert wird (Abb. 171/1a). Brennen wir den Faden durch, so rollen die Wagen in derselben Zeit gleich weit. Die Kraft der Feder wirkt also nach beiden Seiten gleich stark.

Der Versuch lehrt uns, daß die Wagen bei gleicher Masse in gleichen Zeiten gleiche Wege zurücklegen, daß mithin ihre Anfangsgeschwindigkeiten dem Betrage nach gleich, in der Richtung aber entgegengesetzt sind.

¹ impulsus (lat.) = Anstoß

Wiederholen wir den Versuch mit zwei Wagen verschiedener Masse (Abb. 171/1b), so bewegt sich nach Entspannen der Feder der Wagen größerer Masse mit geringerer Anfangsgeschwindigkeit als der Wagen kleinerer Masse. Schließen wir aus den Wegen, welche die Wagen in der ersten Sekunde zurücklegen, auf deren Anfangsgeschwindigkeiten, so finden wir, daß diese den Massen umgekehrt proportional sind:

$$v_1 : v_2 = m_2 : m_1.$$

Daraus folgt, daß die Impulse $m \cdot v$ beider Wagen ihrem Betrage nach gleich sind. Die entgegengesetzte Richtung des Impulses des zweiten Wagens gegenüber dem ersten bringen wir durch ein Minuszeichen zum Ausdruck:

$$m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2.$$

Ähnliche Versuche lassen sich auch mit dem Federwurfgerät durchführen (Abb. 171/2). Zwei Kugeln werden gleichzeitig durch eine sich entspannende Feder fortgeschleudert und fallen dabei herab. Da die Fallzeiten beider Kugeln gleich sind, sind die von ihnen zurückgelegten horizontalen Wege den Anfangsgeschwindigkeiten der Kugeln proportional.

Wir können diesen experimentell ermittelten Sachverhalt auch deduktiv aus dem Prinzip der Gleichheit von Kraft und Gegenkraft herleiten. Bei einer zwischen zwei Körpern beobachteten Kraftwirkung sei

$$\begin{aligned} \text{die Kraft auf den einen Körper} & P_1 = m_1 \cdot b_1, \\ \text{die Gegenkraft auf den anderen Körper} & P_2 = -m_2 \cdot b_2. \end{aligned}$$

Nach dem 3. Newtonschen Prinzip ist

$$P_1 = P_2, \text{ mithin } m_1 \cdot b_1 = -m_2 \cdot b_2.$$

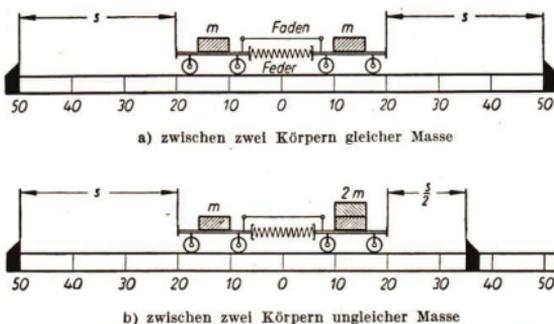


Abb. 171/1. Vergleich des Impulses beim Entspannen einer Schraubenfeder

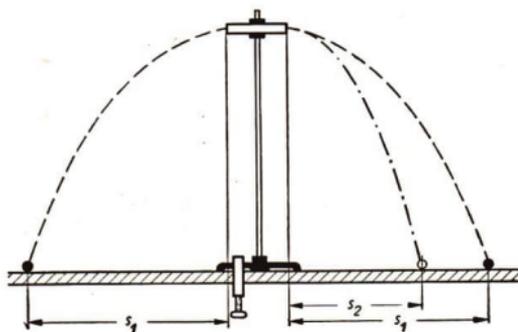


Abb. 171/2. Vergleich der Impulse zweier gleichzeitig gestoßener Kugeln mit Hilfe des Federwurfgerätes

Wegen

$$b = \frac{dv}{dt}$$

ist

$$m_1 \cdot \frac{dv_1}{dt} = -m_2 \cdot \frac{dv_2}{dt}.$$

Da die Massen konstant sind, kann man sie in das Differential mit einbeziehen:

$$\frac{d(m_1 \cdot v_1)}{dt} = -\frac{d(m_2 \cdot v_2)}{dt}.$$

Durch Integration folgt

$$m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2.$$

Die an sich auf beiden Seiten auftretenden Integrationskonstanten sind infolge der gleichen Anfangsbedingungen gleich groß und gleichen sich infolgedessen aus. Es ergibt sich

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0.$$

Die oben angegebenen Versuche bestätigen die Richtigkeit dieser Folgerungen.

In der Form $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0$ sagt die Gleichung, bezogen auf den Versuch mit den zwei Wagen, aus:

Die Summe der Bewegungsgrößen ist nach der Entspannung der Feder gleich Null. Bevor der Faden durchbrennt, ist der Impuls beider Wagen ebenfalls gleich Null; der Gesamtimpuls hat sich mithin während des Versuches nicht geändert. Die Summe der Impulse ist während des Versuchsablaufes konstant geblieben, sie hat nämlich den Wert Null behalten. Die beiden Wagen einschließlich der Schraubenfeder können während des ganzen Vorganges als ein gegen äußere Einwirkungen *abgeschlossenes System* angesehen werden. Betrachten wir nur abgeschlossene Systeme, so können wir unsere Folgerungen verallgemeinern zu dem **Satz von der Erhaltung des Impulses**:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 + m_3 \cdot v_3 + \dots = \text{const.}$$

In einem gegen die Einwirkung äußerer Kräfte abgeschlossenen System ruhender oder bewegter Körper bleibt die Summe aller Impulse unverändert.

Es ist zu beachten, daß dieser Erhaltungssatz nur für die vektorielle Summe der Impulse, nicht aber für die einzelnen Beträge gilt. Diese nehmen beispielsweise bei den Versuchen mit den Wagen zu.

Man kann die Versuche zur Bestätigung des Gesetzes von der Erhaltung des Impulses durch weitere Versuche ergänzen. Beispielsweise ziehen sich ein Magnet und ein Eisenstück wechselseitig an. Dies kann man beobachten, wenn man beide Gegenstände auf Korken legt und auf Wasser schwimmen läßt. Wenn ein Eisenbahnzug abfährt, so beschleunigt er die Schienen und die mit ihnen verbundene Erde in entgegengesetzter Richtung. Da die Masse der Erde im Vergleich zur Masse des Eisenbahnzuges sehr groß ist, wird die Bewegungsänderung der Erde unmeßbar klein. Führt man dagegen einen entsprechenden Versuch mit einer

Modelleisenbahn aus, die auf einem drehbaren Schienenkranz ruht, so erkennt man die Rückwärtsbewegung des Schienenkranzes (Abb. 173/1). Kommt der Zug zur Ruhe, so steht auch der Unterbau wieder still.

4. Der Schwerpunktsatz der Mechanik. Aus dem Impulserhaltungsgesetz lassen sich noch weitere wichtige Folgerungen ziehen. Wir nehmen an, daß zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 ein in sich abgeschlossenes physikalisches System bilden, und stellen uns vor, daß sie beide in ihrem gemeinsamen *Schwerpunkt*, dem *Massenmittelpunkt*, vereinigt seien. Sie mögen unter der Einwirkung einer *inneren*, das heißt, einer nur gegenseitig zwischen den Massen wirkenden Kraft in Bewegung geraten. Als Beispiel sei hingewiesen auf die Bewegung der einzelnen Sprengstücke beim Sprengen eines Felsblockes oder einer Eisscholle.

Wir verfolgen die Wege s_1 und s_2 , die nach dem Aufhören der Kraftwirkung von den Körpern zurückgelegt werden. Die Wege messen wir dabei vom Massenmittelpunkt aus (Abb. 173/2). Wir nehmen an, daß die Kraft nur kurzzeitig einwirkt und daß den Körpern die Anfangsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 erteilt werden. Nach dem Satz von der Erhaltung des Impulses ist, vom Vorzeichen abgesehen,

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2.$$

Mithin gilt für jede beliebige Zeit t die Gleichung

$$m_1 \cdot v_1 \cdot t = m_2 \cdot v_2 \cdot t$$

oder

$$(v_1 \cdot t) : (v_2 \cdot t) = m_2 : m_1.$$

Da v_1 und v_2 konstant sind, sind $v_1 \cdot t$ und $v_2 \cdot t$ die Wege s_1 und s_2 , die die Körper in der Zeit t zurücklegen. Die Gleichung nimmt daher die Form an:

$$s_1 : s_2 = m_2 : m_1.$$

Es folgt daraus, daß die nach Ablauf der Zeit t erreichten Entfernungen vom Ausgangspunkt im umgekehrten Verhältnis stehen wie die Massen. Der Ausgangspunkt ist, statisch betrachtet, der gemeinsame Schwerpunkt beider Körper.

Ähnliche Überlegungen kann man auch für zwei Massen, die nicht in einem Punkt vereinigt sind, und für mehrere Massen anstellen. Die Verallgemeinerung

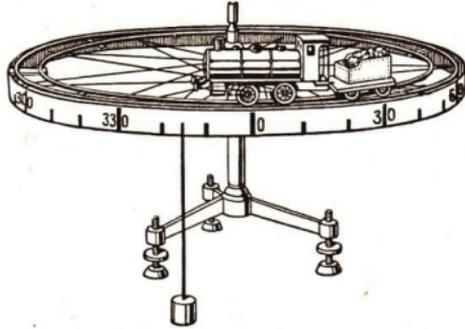


Abb. 173/1. Impulsvergleich an einer Modelleisenbahn auf einem drehbar gelagerten Schienenkranz

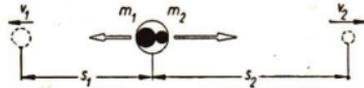


Abb. 173/2. Schematische Darstellung der Bewegung zweier ursprünglich im Massenmittelpunkt vereinigt Massen unter der Einwirkung einer inneren Kraft. Es ist $m_1 : m_2 = 3 : 2$.

führt unter Berücksichtigung der Relativität der Bewegung zum **Schwerpunktsatz der Mechanik**:

Wirken in einem in sich abgeschlossenen Körpersystem nur innere Kräfte, so wird der Schwerpunkt des Systems dadurch nicht beeinflusst. Er führt die gleiche Bewegung aus, die er auch ohne Einwirkung dieser Kräfte ausführen würde.

In diesem Satz kommt die Bedeutung des Schwerpunktes oder Massenmittelpunktes in der Dynamik zum Ausdruck.

Werfen wir zwei oder mehrere Kugeln, die durch Gummifäden oder Schraubenfedern miteinander verbunden sind, in die Luft, so beschreibt jede einzelne Kugel eine wirbelnde Bewegung auf vielfach verschlungener Bahn. Der gemeinsame Schwerpunkt aller Kugeln bewegt sich jedoch dabei auf einer *Wurfbahn*. In gleicher Weise bewegt sich der Schwerpunkt eines *Turmspringers* auf einer Wurfparabel weiter, auch wenn der Springer selbst beim Saltospringen sich mehrfach in der Luft überschlägt (Abb. 174/1).

Die beiden Kugeln, die beim Versuch mit dem Federwurfgerät in zwei entgegengesetzte Richtungen geworfen werden, erreichen auf verschiedenen Bahnen gleichzeitig den Erdboden. Ihr gemeinsamer Schwerpunkt *fällt* dabei von seiner ursprünglichen Lage aus lotrecht nach unten.

5. Erhaltungssätze der Mechanik. Die physikalischen Größen Impuls und mechanische Energie müssen begrifflich scharf getrennt werden. Während der Impuls ein Vektor in der Bewegungsrichtung ist, hat die Energie skalaren Charakter. Ebenso hat der Satz von der Erhaltung des Impulses einen anderen physikalischen Inhalt als der Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie. Beide Sätze faßt man unter der Bezeichnung *Erhaltungssätze der Mechanik* zusammen. Die Erhaltungssätze der Mechanik ermöglichen es vielfach, mechanische Vorgänge zu untersuchen, ohne daß man die an den Vorgängen beteiligten Kräfte selbst kennt. Als Anwendungsbeispiele werden wir im nächsten Paragraphen die *Stoßvorgänge* kennenlernen.

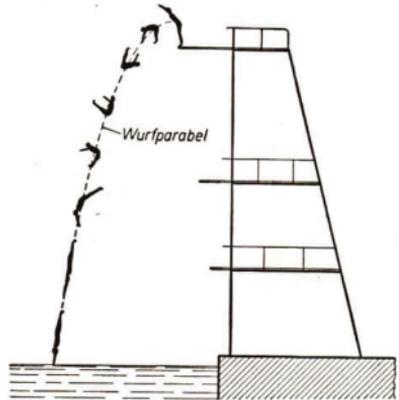


Abb. 174/1. Schematische Wiedergabe eines Saltosprunges. Der Schwerpunkt des Springers beschreibt unbeeinflusst durch die Wirbelbewegung eine Wurfparabel.

6. Versuche, Fragen und Aufgaben:

1. Erklären Sie die Begriffe Kraftstoß und Bewegungsgröße!
2. Tauchen Sie einen an einer Federwaage hängenden Körper in ein mit Wasser gefülltes Becherglas, das auf einer Tafelwaage steht!
Beobachten Sie das Verhalten der beiden Waagen und erklären Sie es!

3. Es wurde der Vorschlag gemacht, die Segel eines Bootes bei unerwartet eintretender Windstille durch mitgeführte Preßluft anzublasen. Warum bleibt dieses Vorhaben ohne Erfolg?
4. Ein Spazierstock wird wirbelnd durch die Luft geworfen. Was kann man über die Bewegung seines Schwerpunktes aussagen? (Vom Widerstand des Mittels wird dabei abgesehen.)
5. Zwischen zwei auf einer glatten waagerechten Bahn ruhenden leichtbeweglichen Wagen, von denen der erste eine 1,5mal so große Masse hat wie der zweite, wirkt kurzzeitig eine abstoßende Kraft. Der erste Wagen rollt unter dem Einfluß dieser Kraft in einer Sekunde 1,2 m weit. Wie weit gelangt der zweite Wagen in der gleichen Zeit?
6. Leiten Sie den Satz von der Erhaltung des Impulses aus dem dritten Newtonschen Prinzip her!
7. Erklären Sie den Unterschied zwischen Impuls und mechanischer Energie!

§ 33. Der Stoß

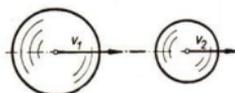
1. Der Stoßvorgang. Zu den Vorgängen, die wir unter Anwendung der Sätze von der Erhaltung des Impulses und von der Erhaltung der mechanischen Energie untersuchen werden, gehört der Stoß. Wir beschränken uns auf den *zentralen Stoß* zweier Kugeln. Bei ihm fällt die Bewegungsrichtung des stoßenden Körpers in die Verbindungsgerade der Kugelmittelpunkte. Von der Mathematik her kennen wir für diese Gerade den Namen *Zentrale* oder *Mittelpunktsgerade*. Beim *schiefen Stoß* dagegen bildet die Bewegungsrichtung des stoßenden Körpers mit der Mittelpunktsgeraden einen von 0° bzw. 180° verschiedenen Winkel.

Wir betrachten zwei Kugeln mit den Massen m_1 und m_2 , die sich mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 auf einer geraden waagerechten Bahn bewegen. Erfolgt die Bewegung aufeinander zu, dann haben v_1 und v_2 und mithin auch die Bewegungsgrößen $m_1 \cdot v_1$ und $m_2 \cdot v_2$ entgegengesetzte Richtung. Bewegt sich dagegen die eine Kugel hinter der anderen her, dann muß $v_1 > v_2$ sein, wenn ein Zusammenstoß erfolgen soll (Abb. 175/1).

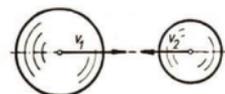
Beim Fehlen äußerer Einwirkungen, zum Beispiel der Wirkung der Schwerkraft, bilden beide Kugeln ein in sich abgeschlossenes System. Es gilt für sie der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße. Wir bezeichnen die Geschwindigkeiten nach dem Stoß mit u_1 und u_2 . Es ist dann

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2.$$

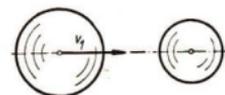
Diese Gleichung reicht zur Bestimmung von u_1 und u_2 noch nicht aus, doch können wir noch weitere Aussagen über den Vorgang machen. Dieser hängt nämlich stark von der materiellen Beschaffenheit der Kugeln ab.



a) beide Kugeln in gleicher Richtung bewegt



b) die Kugeln in entgegengesetzter Richtung bewegt



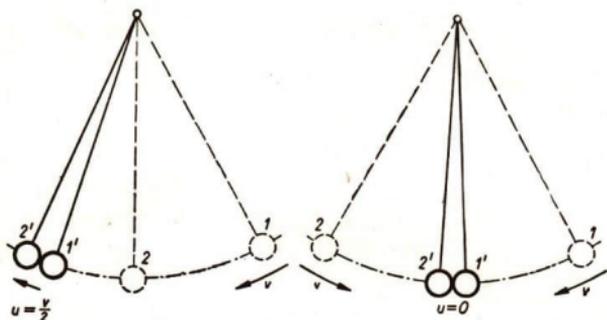
c) eine Kugel ruhend, die andere bewegt

Abb. 175/1. Der zentrale Stoß zwischen zwei Kugeln

So unterscheiden wir den unelastischen und den elastischen Stoß. Die in den folgenden Abschnitten betrachteten Sonderfälle des *vollkommen unelastischen* und des *vollkommen elastischen* Stoßes sind Abstraktionen. Sie sind als Grenzfälle anzusehen, die nie ganz erreicht werden.

In Wirklichkeit liegen alle Stoßvorgänge zwischen diesen Grenzfällen, sie können jedoch meist mit hinreichender Genauigkeit durch einen dieser Grenzfälle wiedergegeben werden.

2. Der unelastische Stoß. Wir hängen zwei gleich große Bleikugeln oder zwei gleiche nicht prall mit Sand gefüllte Beutel dicht nebeneinander auf. Entfernen



a) eine Kugel (2) in Ruhe, die andere (1) in Bewegung. Nach dem Stoß bewegen sich beide Kugeln mit halber Geschwindigkeit weiter.

b) beide Kugeln bewegen sich mit gleicher Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung. Nach dem Stoß bleiben beide Kugeln in Ruhe.

Abb. 176/1. Zentraler Stoß zwischen zwei unelastischen Kugeln gleicher Masse

wir den ersten Beutel aus seiner Ruhelage und lassen ihn dann los, so stößt er mit einer bestimmten Geschwindigkeit auf den zweiten Beutel. Beide bewegen sich mit einer halb so großen Geschwindigkeit weiter (Abb. 176/1a).

Heben wir beide Beutel nach entgegengesetzten Richtungen und lassen sie mit gleicher

Geschwindigkeit aufeinanderstoßen, so kommen sie in der Mittellage zur Ruhe (Abb. 176/1b).

Allgemein ergibt sich aus der Gleichung

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2,$$

wenn wir die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stoß ($u_1 = u_2$) mit u bezeichnen, für die *resultierende Geschwindigkeit* der Wert

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}.$$

Die Ergebnisse der oben angegebenen Versuche stimmen inhaltlich mit dieser Gleichung überein. In beiden Versuchen war $m_1 = m_2$. Beim ersten Versuch war $v_1 = 0$; es folgt aus der vorstehenden Gleichung:

$$u = \frac{v_2}{2}.$$

Beim zweiten Versuch war $v_1 = -v_2$, es folgt daraus $u = 0$.

Die Körper kommen auch zur Ruhe, wenn ihre entgegengesetzt gerichteten Geschwindigkeiten ihren Massen umgekehrt proportional sind. Dann ist nämlich $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0$ und folglich wieder $u = 0$.

Ist das Material der Kugeln so beschaffen, daß sie nicht voneinander abprallen, sondern mit gleicher Geschwindigkeit ihren Weg fortsetzen oder durch den Stoß zur Ruhe kommen, dann bezeichnen wir den Stoß als unelastisch.

Beim unelastischen Stoß nimmt die mechanische Energie ab, wie man durch Berechnen der Differenz der insgesamt vor und nach dem Stoß vorhandenen Bewegungsenergien zeigen kann. Diese werden bekanntlich nach der Gleichung

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

berechnet (vgl. LB 9, § 19, 2 und 3).

Vor dem Stoß haben beide Körper insgesamt die Bewegungsenergie

$$W_I = \frac{1}{2} \cdot (m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2),$$

nach dem Stoß die Bewegungsenergie

$$W_{II} = \frac{1}{2} u^2 \cdot (m_1 + m_2).$$

Es ergibt sich als Differenz beider Energiebeträge:

$$W_I - W_{II} = \frac{1}{2} \cdot (m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) - \frac{1}{2} u^2 \cdot (m_1 + m_2).$$

Setzt man hierin den oben für u ermittelten Wert ein, so folgt

$$W_I - W_{II} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot (v_1 - v_2)^2,$$

ein Ausdruck, der nie negativ ist.

Diese Energiedifferenz wird in Wärme umgewandelt.

3. Der elastische Stoß. Ein Stoß heißt elastisch, wenn die beiden Körper durch den Stoß nur eine schnell vorübergehende Veränderung ihrer Beschaffenheit erfahren und dabei weder erwärmt noch dauernd deformiert werden. Es tritt somit keine Umwandlung mechanischer Energie in eine andere Energieform ein, so daß sich an der mechanischen Gesamtenergie nichts ändert. Dann ist nach dem Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie

$$\frac{1}{2} \cdot (m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) = \frac{1}{2} (m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2). \quad (1)$$

Außerdem gilt wieder wie für jeden Stoß

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2. \quad (2)$$

Um aus diesen Gleichungen u_1 und u_2 zu berechnen, stellen wir zunächst in beiden Gleichungen die Glieder in folgender Weise um:

$$m_1 \cdot (v_1^2 - u_1^2) = m_2 \cdot (u_2^2 - v_2^2),$$

$$m_1 \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2).$$

Die Division der ersten Gleichung durch die zweite ergibt

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2. \quad (3)$$

Die beiden Gleichungen (2) und (3) lösen wir nach u_1 und u_2 auf und finden für die Geschwindigkeiten nach dem elastischen Stoß die Werte

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}.$$

Der Stoß zwischen Elfenbeinkugeln und Stahlkugeln ist angenähert elastisch.

Sind die beiden Massen m_1 und m_2 gleich, so folgt

$$u_1 = v_2 \quad \text{und} \quad u_2 = v_1.$$

Die Körper bewegen sich nach dem Stoß mit vertauschten Geschwindigkeiten weiter. Die Gesetze des elastischen Stoßes wurden von dem holländischen Physiker *Christian Huygens*¹ entdeckt.

Zur Vorführung dieses Vorganges benutzt man das in Abb. 178/1 dargestellte Gerät. Zunächst verwendet man nur zwei unmittelbar benachbarte Kugeln gleicher Masse, indem man die übrigen entfernt. Läßt man die eine Kugel gegen die ruhende andere stoßen, so bewegt sich diese mit der Geschwindigkeit der stoßenden Kugel weiter, diese selbst kommt zur Ruhe. Dann hängt man mehrere Kugeln nebeneinander auf. Läßt man die erste Kugel (A) auf die übrigen stoßen, so steigt nur die äußerste (C) bis zur Fallhöhe von A empor, alle anderen bleiben in Ruhe.

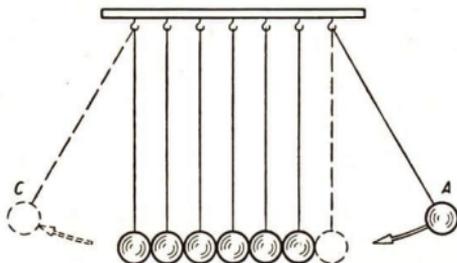


Abb. 178/1. Gerät zur Stoßübertragung (schematisch)

Läßt man gleichzeitig zwei Kugeln mit der Geschwindigkeit v_1 auf die übrigen Kugeln stoßen, so würde es mit dem Satz von der Erhaltung der mechanischen Energie in Übereinstimmung stehen, wenn sich nur die letzte Kugel mit der Geschwindigkeit $v_1 \cdot \sqrt{2}$ fortbewegte. Denn ist v_2 die Geschwindigkeit der fortfliegenden Kugel, so ist nach dem Energiesatz

$$\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} m \cdot v_1^2,$$

mithin

$$v_2^2 = 2v_1^2 \quad \text{oder} \quad v_2 = v_1\sqrt{2}.$$

Wir beobachten jedoch, daß die beiden letzten Kugeln mit der Geschwindigkeit v_1 fortgestoßen werden. Es bleibt nämlich neben der Energie auch die Bewegungsgröße erhalten. Ist m die Masse einer einzelnen Kugel, n_1 die Anzahl und v_1 die Geschwindigkeit der stoßenden Kugeln, n_2 die Anzahl und v_2 die Geschwindigkeit der fortfliegenden Kugeln, so ist

$$n_2 \cdot m \cdot v_2 = n_1 \cdot m \cdot v_1 \quad \text{und} \quad n_2 \cdot \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = n_1 \cdot \frac{1}{2} m \cdot v_1^2.$$

Diese Gleichungen sind aber nur dann gleichzeitig erfüllt, wenn

$$v_1 = v_2 \quad \text{und} \quad n_1 = n_2$$

ist. Der Fall $n_1 = 1$ ist durch Abb. 178/1 veranschaulicht.

In die dynamischen Zusammenhänge beim Stoß gewinnt man einen genaueren Einblick, wenn man eine elastische Kugel auf eine elastische Unterlage von großer Masse fallen läßt, etwa eine Elfenbein- oder eine Stahlkugel auf eine dicke

¹ Christian Huygens (1629–1695), ein holländischer Physiker von hervorragender Bedeutung, besonders bekannt durch seinen Hinweis auf die Wellennatur des Lichtes, Mitglied der Französischen Akademie der Wissenschaften

Glasplatte, die auf eine Eisenplatte aufgeklebt ist. Beruht man die Glasplatte, so zeichnet sich auf der Kugel je nach der Fallhöhe h ein mehr oder minder großer schwarzer Kreis ab. Daraus kann man schließen, daß sich die Kugel und die Unterlage beim Auftreffen vorübergehend abgeplattet bzw. eingedrückt haben. Aus den Durchmessern des Kreises und der Kugel kann man berechnen, um welchen Betrag die Kugel während des Stoßes zusammengedrückt wurde bzw. welchen Eindruck die Platte erlitten hat (Abb. 179/1). Aus dem Gewicht der Kugel und der Fallhöhe läßt sich dann die mittlere Druckkraft ermitteln, die während des Stoßes wirksam gewesen sein muß. Bei einem Versuch mit einer Elfenbeinkugel, deren Durchmesser $d = 47$ mm und deren Gewicht $G = 92,5$ p betrug, zeichnete sich ein Kreis mit einem Durchmesser von $\delta = 6,0$ mm ab, wenn die Kugel aus einer Höhe von $h = 1000$ mm herabfiel. Aus dem Dreieck ABC_2 läßt sich mit Hilfe des Höhensatzes der Betrag der *Abplattung* x bestimmen. Es ist $x = 0,2$ mm. Dabei ist es für die folgende Rechnung unwichtig, ob von der Zusammendrückung x vorwiegend die Kugel oder die Unterlage betroffen wird. Zu Beginn des Versuches betrug die potentielle Energie

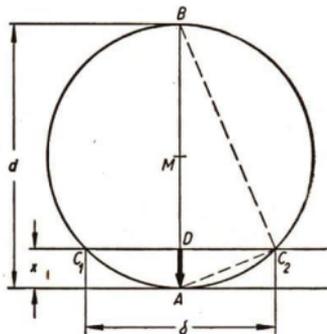


Abb. 179/1. Bestimmung der Abplattung einer aufprallenden Kugel

$$W_{pot} = G \cdot h.$$

Bezeichnet man die mittlere beim Stoß wirksame Druckkraft mit P , so wird beim Aufschlagen die Arbeit

$$A = P \cdot x$$

verrichtet. Wenn wir von Energieverlusten absehen, ist

$$P \cdot x = G \cdot h$$

oder

$$P = \frac{h}{x} \cdot G.$$

Setzt man hierfür die für den Versuch geltenden Werte ein, so erhält man

$$\frac{h}{x} = 5000 \quad \text{und demnach} \quad P = 5000 \cdot G.$$

Es ergibt sich also eine mittlere Druckkraft $P \approx 462$ kp. Die Zeit des Stoßes ist dabei außerordentlich gering. Sie beträgt nur wenige Zehntausendstel einer Sekunde.

Läßt man eine kleine Stahlkugel auf eine waagrecht gelagerte Glasplatte fallen, so springt sie sehr oft auf und ab, ehe sie zur Ruhe kommt. Man erkennt bei einer photographischen Aufnahme des Vorganges, daß bei jedem Stoß die kinetische Energie der Kugel nicht restlos erhalten bleibt, wie es beim Idealfall des

vollkommen elastischen Stoßes sein würde (Abb. 180/1). Gleichzeitig wird die Kürze der Stoßzeit im Vergleich zu der Zeit der Bewegungsumkehr in den höchsten Punkten deutlich sichtbar.

4. Der Stoß gegen eine feste Wand. Den senkrechten Stoß einer Kugel gegen eine feste Wand, der beispielsweise beim *Billard* auftritt, können wir als Grenzfall des zentralen Stoßes einer Kugel gegen eine zweite auffassen, die einen sehr großen Radius und eine sehr große Masse besitzt und sich in relativer Ruhe befindet. Bezeichnen wir die Daten der festen Wand mit dem Index 1 und die der Kugel mit dem Index 2, so ist

$$v_1 = 0 \quad \text{und} \quad m_2 \ll m_1^1,$$

so daß m_2 gegenüber m_1 vernachlässigt werden kann.

Wir erhalten aus den im 3. Abschnitt gewonnenen Gleichungen für u_1 und u_2 die Werte $u_1 = 0$, das heißt, die Wand bleibt in Ruhe, und $u_2 = -v_2$. Die Kugel bewegt sich in umgekehrter Richtung, die Geschwindigkeit bleibt dem Betrag nach erhalten.

Um die Gesetzmäßigkeit des *schiefen Stoßes gegen eine feste Wand* zu finden, zerlegen wir nach Abb. 180/2 die Geschwindigkeit v der stoßenden Kugel in die beiden Komponenten v_1 und v_2 , wobei v_1 parallel und v_2 senkrecht zur Wand verlaufen. Die Komponente v_1 bleibt unverändert, während die Komponente v_2 infolge des Stoßes die Richtung umkehrt. Setzt man v_1 und die zu v_2 entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeit $-v_2$ zusammen, so erhält man die Geschwindigkeit der zurückgeworfenen Kugel. Es ergibt sich so das Reflexionsgesetz.

Die Reflexionsrichtung liegt in der durch die Einfallrichtung und das Einfallslot bestimmten Ebene. Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel; der Betrag der Geschwindigkeit der Kugel ändert sich nicht.

¹ \ll bedeutet *viel kleiner als* oder *verschwindend klein gegen*

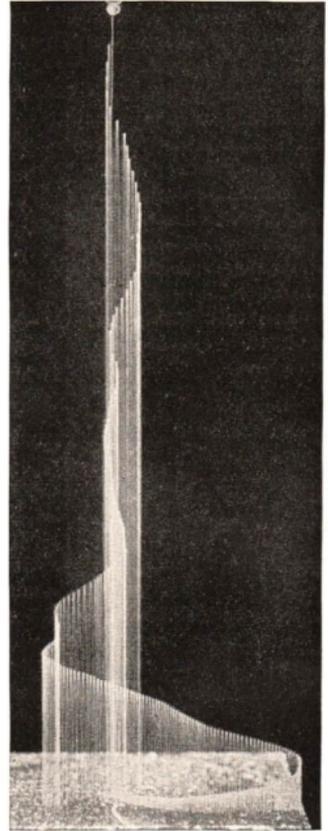


Abb. 180/1. Springende Stahlkugel. Die Kugel fällt auf eine Glasplatte und schnell wieder empor. Die Sprunghöhen nehmen ständig ab.

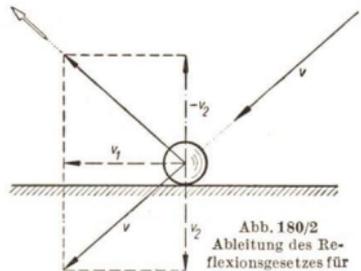


Abb. 180/2
Ableitung des Reflexionsgesetzes für den schiefen Stoß

5. Versuche, Fragen und Aufgaben:

1. Erläutern Sie die Begriffe elastischer und unelastischer Stoß!
2. Nennen Sie Beispiele für Stoßvorgänge, die
 - a) angenähert elastisch,
 - b) angenähert unelastischerfolgen!
3. Eine Elfenbeinkugel von 32 mm Durchmesser stößt mit einer Geschwindigkeit von 1,3 m/s gegen eine ruhende Kugel aus dem gleichen Material mit einem Durchmesser von 64 mm. Welche Geschwindigkeiten haben beide Kugeln nach dem Stoß, wenn man elastisches Verhalten voraussetzt?
4. Führen Sie folgenden Versuch aus:
Die erste Kugel einer Kugelreihe wird angehoben und gegen die ruhenden Kugeln gestoßen. Beobachten Sie das Verhalten der Kugeln und erklären Sie es!
5. Führen Sie den unter 4. beschriebenen Versuch mit zwei Kugeln aus!
6. Untersuchen Sie Stoßvorgänge, die Sie beim Ballspiel beobachten können, hinsichtlich der Erfüllung des Reflexionsgesetzes!

VII. Die Drehbewegung

§ 34. Die gleichförmige Kreisbewegung

1. **Weg und Drehwinkel.** Wir betrachten einen markierten Punkt an der Peripherie eines Schwungrades oder einer Drehscheibe. Dieser Punkt führt bei der Drehung des Schwungrades eine *Kreisbewegung* aus. Bei der Beschreibung dieser Bewegung unterscheiden wir zwischen dem Weg s , den der Punkt auf seiner Bahn zurücklegt, und dem Winkel σ , den der zu dem Punkte gehörige *Leitstrahl* r , der *Radiusvektor* des Punktes, überstreicht (Abb. 182/1).

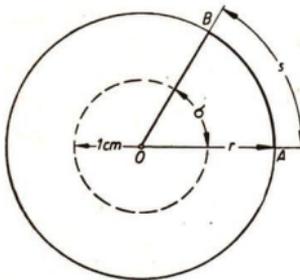


Abb. 182/1

Die Grundgrößen der Drehbewegung s ist der vom bewegten Punkt auf der Kreisbahn zurückgelegte Weg, σ der in der gleichen Zeit vom Radiusvektor überstrichene Winkel.

Hierbei ist es üblich, den Winkel nicht im Gradmaß, sondern im Bogenmaß anzugeben. Dies geschieht, indem man den Winkel durch den zugehörigen Bogen auf einem Kreise mit dem Radius r ausdrückt und die Bogenlänge s durch den Radius r dividiert.

Dem Umfang des Vollkreises entspricht im Bogenmaß der Winkel

$$2\pi.$$

Zum Bogen s auf dem Kreise mit dem Radius r gehört der Winkel

$$\sigma = \frac{s}{r}.$$

Während der auf dem Kreise zurückgelegte Weg im Längenmaß gemessen wird und damit im technischen und im physikalischen Maßsystem die Dimension einer Länge $[L]$ hat, ist der im Bogenmaß gemessene Winkel eine dimensionslose Größe.

2. **Bahn- und Winkelgeschwindigkeit.** Legt der betrachtete Punkt in gleichen Zeiten gleiche Wege zurück oder überstreicht der Radiusvektor des Punktes in gleichen Zeiten gleiche Winkel, so spricht man von einer *gleichförmigen Kreisbewegung*. In allen anderen Fällen bezeichnet man die Kreisbewegung als *ungleichförmig*.

Bei der gleichförmigen Kreisbewegung mißt man die *Bahngeschwindigkeit* wie bei der geradlinigen gleichförmigen Bewegung durch den Quotienten aus dem auf dem Kreise gemessenen Weg und der Zeit:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Dementsprechend definiert man die Winkelgeschwindigkeit (Formelzeichen ω) als den Quotienten aus dem Drehwinkel und der Zeit (Abb. 183/1):

$$\omega = \frac{\sigma}{t}.$$

Man kann sie auch durch den Quotienten aus der Bahngeschwindigkeit und dem Radius ausdrücken, denn es ist

$$\omega = \frac{\sigma}{t} = \frac{s}{r \cdot t},$$

mithin
$$\omega = \frac{v}{r} \quad \text{und} \quad v = \omega \cdot r.$$

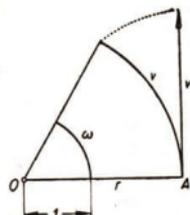


Abb. 183/1. Bahn- und Winkelgeschwindigkeit

Während im technischen und im physikalischen Maßsystem die Dimension der Bahngeschwindigkeit [$l \cdot t^{-1}$] ist, beträgt die Dimension der Winkelgeschwindigkeit [t^{-1}]. Dieser Dimension entspricht die Maßeinheit s^{-1} . Ist die Kreisbewegung ungleichförmig, so wird die Bahngeschwindigkeit wie bei jeder anderen Bewegung durch den Differentialquotienten des Weges nach der Zeit wiedergegeben (vgl. § 30). Es ist

$$v = \frac{ds}{dt}.$$

Entsprechend folgt für die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{d\sigma}{dt}.$$

Die Bahngeschwindigkeit ist wie jede andere Geschwindigkeit ein Vektor, dessen Richtung mit der Tangente an die Bahnkurve zusammenfällt. Auch die Winkelgeschwindigkeit kann man vektoriell darstellen, und zwar durch einen Vektor senkrecht zur Bahnebene, den man in bestimmter Weise dem Drehsinn der Kreisbahn zuordnet. Man bezeichnet einen solchen Vektor als einen *axialen Vektor*. Die Zuordnung des Drehsinns zur Richtung des axialen Vektors erfolgt nach folgender Regel (Abb. 183/2):



Abb. 183/2. Die Festlegung der Richtung eines axialen Vektors

Hält man die gekrümmten Finger der rechten Hand in die Richtung der Kreisbahn, so zeigt der abgespreizte Daumen die Richtung des axialen Vektors an.

Die Länge des axialen Vektors ist bestimmt durch den Betrag der Winkelgeschwindigkeit. Die Darstellung der Winkelgeschwindigkeit durch einen axialen Vektor erscheint zunächst als willkürlich und nicht erforderlich. Doch wird sie sich später bei der Ableitung der Kreisgesetze (vgl. § 37,3 und 4) als sehr zweckmäßig erweisen, da man mit Hilfe axialer Vektoren Winkelgeschwindigkeiten und auch andere Drehgrößen vektoriell addieren kann. Das Arbeiten mit Drehgrößen wird dadurch wesentlich erleichtert.

Da den axialen Vektoren ein Drehungssinn zugeordnet ist, nennt man sie auch *Drehvektoren*. Vektoren der uns bisher bekannt gewordenen Art, die eine Fortschreitungsrichtung zum Ausdruck bringen, beispielsweise die Vektoren der Kraft und der Bahngeschwindigkeit, bezeichnet man zum Unterschied als *Schubvektoren*.

Die Zeit, in der ein Umlauf längs der Kreisbahn erfolgt, wird *Umlaufzeit* (Formelzeichen T) genannt. Die Anzahl der Umläufe je Sekunde (U/s) heißt *Umlaufzahl*

oder **Drehzahl** (Formelzeichen n). Da U eine reine Zahl ist, hat n die Dimension $[t^{-1}]$. In der Technik wird die Drehzahl meist auf eine Minute bezogen und in U/min angegeben. Bei $n = 1200$ U/min = 20 U/s ist $T = \frac{1}{20}$ s; allgemein gilt

$$T = \frac{1}{n}.$$

Die Umlaufzeit ist der reziproke Wert der Umlaufzahl.

Da zum Winkel 2π die Umlaufzeit T gehört, ist bei einer gleichförmigen Kreisbewegung

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.$$

Eng mit dem Begriff der Drehzahl verwandt ist der Begriff der *Frequenz* (Formelzeichen f). Auch die Frequenz gibt die Anzahl periodisch verlaufender Vorgänge in der Zeiteinheit an. Sie bezieht sich aber nach den Normblättern auf Wechselgrößen (Wechselstrom, Schwingungen, Wellen), während für Drehgrößen der Begriff Drehzahl verwendet wird.

3. Bahn- und Winkelbeschleunigung. Ebenso wie bei der ungleichförmig fortschreitenden Bewegung wird auch bei der ungleichförmigen Kreisbewegung die Beschleunigung durch den Differentialquotienten der Geschwindigkeit nach der Zeit definiert. Es gelten für die **Bahnbeschleunigung** b und für die **Winkelbeschleunigung** β die Gleichungen

$$b = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}, \quad \beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\sigma}{dt^2}.$$

Für eine gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung vereinfachen sich diese Gleichungen zu

$$b = \frac{v}{t} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\omega}{t}.$$

Außerdem läßt sich auf Grund des Vorangehenden zeigen, daß zwischen der Winkelbeschleunigung β und der Bahnbeschleunigung b ein ähnlicher Zusammenhang besteht wie zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Bahngeschwindigkeit v . Im 2. Abschnitt wurde gefunden

$$\omega = \frac{v}{r}.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Gleichung für die Winkelbeschleunigung ein, so erhält man

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{dv}{r \cdot dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \frac{1}{r} = b \cdot \frac{1}{r} = \frac{b}{r}.$$

Wir merken uns daher folgende vier einander entsprechende Gleichungen:

$v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{v}{r}$
Bahngeschwindigkeit	Winkelgeschwindigkeit
$b = \frac{dv}{dt}$	$\beta = \frac{b}{r}$
Bahnbeschleunigung	Winkelbeschleunigung

Die Dimension der Bahnbeschleunigung ist $[l \cdot t^{-2}]$, die Dimension der Winkelbeschleunigung $[t^{-2}]$.

4. Die Radialbeschleunigung. Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ändert sich der Betrag der Bahngeschwindigkeit nicht, wohl aber deren Richtung (Abb. 185/1). Eine Bewegung wird dann als beschleunigt bezeichnet, wenn sich der Betrag oder die Richtung der Geschwindigkeit oder beide Größen ändern. Somit ist jede krummlinige Bewegung beschleunigt. Dieser Gebrauch des Wortes beschleunigt weicht vom gewöhnlichen Sprachgebrauch ab, nach dem er sich nur auf eine Änderung des Betrages der Geschwindigkeit, nicht aber auf eine Richtungsänderung bezieht.

Bei geradlinigen Bewegungen, beispielsweise beim freien Fall, liegt die Beschleunigung in der Richtung der Geschwindigkeit und verändert lediglich deren Betrag. Beim horizontalen und schiefen Wurf ist die Beschleunigung zum Erdmittelpunkt hin gerichtet; sie ändert den Betrag und die Richtung der Geschwindigkeit. Bei der gleichförmigen Kreisbewegung ändert sich nur die Richtung der Bahngeschwindigkeit, ihr Betrag aber bleibt konstant. Damit dies geschieht, muß die Beschleunigung senkrecht zur jeweiligen Bahngeschwindigkeit gerichtet sein; denn nur dann hat sie keine Komponente in der Bahnrichtung, bewirkt also keine Änderung des Betrages der Bahngeschwindigkeit. Da die Bahngeschwindigkeit in jedem Augenblicke die Richtung der Kreistangente hat, fällt die Beschleunigung in die Richtung des Radius. Sie heißt deshalb **Radialbeschleunigung** oder auch **Zentralbeschleunigung**, da sie auf den Mittelpunkt des Kreises hin gerichtet ist (Abb. 185/2).

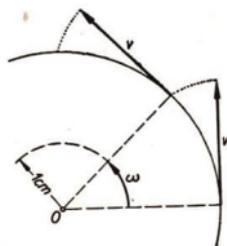


Abb. 185/1. Änderung der Richtung der Bahngeschwindigkeit eines auf einer Kreisbahn umlaufenden Körpers

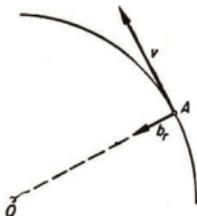
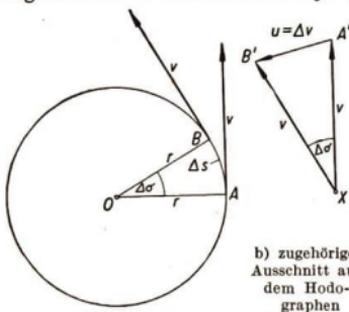


Abb. 185/2. Die Vektoren der Bahngeschwindigkeit und der Radialbeschleunigung stehen senkrecht aufeinander



a) Bahnkurvenstück
Abb. 185/3. Der Hodograph einer gleichförmigen Kreisbewegung

5. Der Hodograph¹. Ein sich auf einer Kreisbahn gleichförmig mit der Geschwindigkeit v bewegendes Körper lege in der kurzen Zeit Δt den Kreisbogen $AB = \Delta s$ zurück, wobei

$$AB = \Delta s = v \cdot \Delta t$$

ist (Abb. 185/3). In Abb. 185/3 sind von einem beliebigen Punkte X aus parallel zu den Bahntangenten der Punkte A und B zwei Strahlen XA' und XB' gezogen.

¹ hodós (griech.) = Weg; graphéin (griech.) = schreiben. Der Hodograph wurde von dem irischen Mathematiker *William Hamilton* (1805–1865), einem der hervorragendsten theoretischen Physiker seiner Zeit, eingeführt.

Der von ihnen gebildete Winkel $A'XB'$ ist gleich dem Winkel $AOB = \Delta\sigma$, da die Tangenten auf den Radien senkrecht stehen. Auf den Strahlen sind die Beträge der Geschwindigkeiten $v_1 = v_2 = v$ des Körpers in A und B abgetragen. Verfährt man so bei jedem Punkte der Bahn, so durchlaufen die Endpunkte der von X ausgehenden Geschwindigkeitsvektoren eine Kurve, die der *Hodograph* der Bewegung des Punktes A genannt wird. Für die gleichförmige Kreisbewegung ist der Hodograph wegen der Konstanz der Geschwindigkeit v ein Kreisbogen.

Der Hodograph läßt erkennen, in welcher Weise sich die Geschwindigkeit nach Betrag und Richtung innerhalb des Bewegungsablaufs ändert. Man könnte ihn so entstanden denken, daß man ein Koordinatensystem, in dessen Ursprung der betrachtete Körper liegt, parallel zu seiner Ausgangslage mit dem bewegten Körper zusammen verschiebt. Der Endpunkt des Geschwindigkeitsvektors, der den Körper begleitet, beschreibt dann in diesem Koordinatensystem eine Kurve, den Hodographen.

Damit der Vektor XA' in den um den Winkel $\Delta\sigma$ gedrehten Vektor XB' übergeht, muß zu XA' ein Geschwindigkeitsvektor u geometrisch addiert werden. Er wird in Abb. 185/3 durch die Gerade $A'B'$ wiedergegeben. Ebenso kann man sich bei genügend kleinem Δt das Bogenstück Δs durch die Sehne AB ersetzt denken. Die Figur OAB nimmt dadurch die Form eines Dreiecks an, das dem Dreieck $XA'B'$ ähnlich ist. Im Grenzfalle $\Delta t \rightarrow 0$ steht der Geschwindigkeitsvektor u auf XA' und damit auf OA senkrecht; er ist von A auf den Kreismittelpunkt O hin gerichtet. Der Vektor u stellt somit geometrisch die *Änderung* der ursprünglichen Geschwindigkeit des Punktes A auf seiner Bahn dar; es ist

$$u = \Delta v.$$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $XA'B'$ und OAB folgt

$$\Delta v : v = \Delta s : r$$

oder, da $\Delta s = v \cdot \Delta t$ ist, $\Delta v : v = (v \cdot \Delta t) : r$.

Diese Gleichung läßt sich umformen in

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}.$$

Für $\Delta v \rightarrow 0$ ist $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ durch $\frac{dv}{dt}$ zu ersetzen und gibt dann die Radialbeschleunigung b_r des Körpers auf der Kreisbahn an. Es ist

$$b_r = \frac{v^2}{r}$$

oder, wenn $v = \omega \cdot r$ gesetzt wird,

$$b_r = \omega^2 \cdot r.$$

Die gleichförmige Kreisbewegung ist demnach eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung; die Beschleunigung wechselt fortgesetzt ihre Richtung, sie ist immer auf den Bahnmittelpunkt hin gerichtet. Der Betrag der Beschleunigung ist konstant.

Die Radialbeschleunigung $b_r = \frac{v^2}{r}$ tritt auf, wenn sich ein Körper mit konstanter Bahngeschwindigkeit v auf einem Kreis mit dem Radius r bewegt.

Beispiel: Die Bewegung der Erde um die Sonne ist angenähert eine Kreisbewegung mit gleichbleibender Bahngeschwindigkeit. Wir können sie uns in jedem Augenblick zusammengesetzt denken aus einer gleichförmigen Bewegung in der Richtung der Tangente und einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung auf die Sonne zu (Abb. 187/1). Auf der Tangente legt die Erde, indem sie sich von der Sonne „entfernt“, in der Zeit $\Delta t = 1$ s die Strecke $\overline{ED} = s_1 = 30$ km zurück. Gleichzeitig fällt sie mit der Beschleunigung

$$b = b_r = \frac{v^2}{r}$$

die Strecke $\overline{EB} = s_2$ der Sonne zu; denn für das Sonnensystem gelten die Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung ebenso wie auf der Erdoberfläche. Aus $v = 30$ km/s und $r = 150\,000\,000$ km ergeben sich $b_r = 6$ mm/s² und $s_2 = 3$ mm.

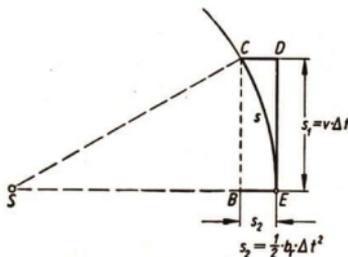


Abb. 187/1. Radialbeschleunigung der Erde. Für $\Delta t = 1$ s ist $\sphericalangle ESC$ viel zu groß gezeichnet.

6. Die Radialkraft. Überall dort, wo Beschleunigungen auftreten, schließen wir nach dem 2. Newtonschen Prinzip auf das Vorhandensein von Kräften. Somit muß bei der gleichförmigen Kreisbewegung eines Körpers eine Kraft wirksam sein, die die Zentralbeschleunigung von der Größe

$$b_r = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$$

verursacht. Die Richtung dieser Kraft ist gleich der Richtung der Radialbeschleunigung; sie weist zum Mittelpunkt der Kreisbewegung.

Aus diesem Grunde hat man der Kraft die Bezeichnung **Radial-** oder **Zentralkraft** (Formelzeichen P_r) gegeben. Ihre Größe ergibt sich aus der Zentralbeschleunigung nach dem 2. Newtonschen Prinzip, sie beträgt, wenn der bewegte Körper die Masse m hat,

$$P_r = m \cdot b_r,$$

mithin
$$P_r = m \cdot \omega^2 \cdot r = \frac{m \cdot v^2}{r}.$$

Mißt man die Masse m in g, die Geschwindigkeit v in cm/s, den Bahnradius r in cm, so liefern diese Gleichungen die Radialkraft in dyn. Verwendet man die Einheiten kg, m/s, m, so erhält man die Radialkraft in Newton (N). Soll sich die Radialkraft in kp ergeben, so müssen gemessen werden: m in ME, v in m/s, r in m.

Schleudert man einen leichten Körper an einem starken Gummiband im Kreise herum, so ist die elastische Kraft des Bandes gleich der Radialkraft P_r .

Beispiel: Ein Gewichtsstück mit der Masse $m = 100$ g wird an einem $r = 1$ m langen Faden in einer Sekunde $n = 1,5$ mal im Kreise herumgeschleudert.

Es ist
$$m = 0,1 \text{ kg} = \frac{0,1}{9,81} \text{ ME}$$

und
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \text{ s}^{-1} \approx 9,4 \text{ s}^{-1}.$$

Daraus ergibt sich:

$$P_r = m \cdot \omega^2 \cdot r = 0,1 \text{ kg} \cdot 9,4^2 \text{ s}^{-2} \cdot 1 \text{ m} \approx 8,8 \text{ N}$$

$$= \frac{0,1}{9,81} \text{ ME} \cdot 9,4^2 \text{ s}^{-2} \cdot 1 \text{ m} \approx 0,9 \text{ kp}.$$

Eine experimentelle Bestätigung der Gleichung

$$P_r = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

ist mittels der in Abb. 188/1 schematisch dargestellten Radialkraftwaage möglich, die durch eine Schwungmaschine in Umdrehung versetzt wird. Ein Körper A mit der Masse m kann auf einem Dreharm gleiten; er ist durch eine über eine Rolle geführte Schnur mit einem Gewichtsstück G verbunden, das an der vertikalen Drehachse gleiten kann. Ein an den Dreharm geklemmter Schraubring R begrenzt die Dreharmlänge. Der dem Körper A gegenüber an den Dreharm geklemmte Körper B dient als Ausgleichsmasse. Rotiert die Waage so schnell, daß sich der Körper A gerade vom Schraubring löst, so ist die auf A wirkende Radialkraft P_r gleich dem Gewicht von G . Verdoppelt man bei gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω den Drehradius r , so muß man auch G verdoppeln. Läßt man r unverändert, verdoppelt dafür aber die Winkelgeschwindigkeit, so ist das vierfache Gewicht zum Erzeugen der Radialkraft erforderlich. Ersetzt man die Körper A und B durch solche von doppelter Masse, so muß man bei gleicher Winkelgeschwindigkeit und gleichem Radius wie beim Ausgangsversuch das Gewicht G verdoppeln. Die Richtigkeit der durch die Gleichung

$$P_r = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

wiedergegebenen Zusammenhänge wird durch diese Versuche bestätigt.

Hört die Radialkraft auf zu wirken, beispielsweise wenn der Faden reißt, an dem man einen Körper im Kreis herumschwingt, so bewegt sich der Körper infolge seiner Trägheit auf seiner Bahntangente mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Man sieht dieses tangentielle Wegfliegen gut an den von einem Schleifstein abspringenden glühenden Teilchen (Abb. 188/2).

7. Rotierende Körper. Die Überlegungen, die wir bei der Untersuchung der Kreisbewegung eines einzelnen Massenpunktes angestellt haben, gelten sinngemäß auch für die Rotation ausgedehnter Körper um eine Drehachse, die innerhalb oder auch außerhalb der Körper liegen kann. Jedes Teilchen eines rotierenden Körpers führt eine Kreisbewegung aus; der Drehwinkel, die Winkelgeschwindigkeit und die Winkel-

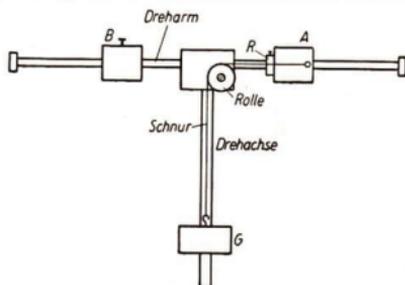


Abb. 188/1. Radialkraftwaage

A Drehmasse, R Schraubring, B Ausgleichsmasse, G Gewichtsstücke

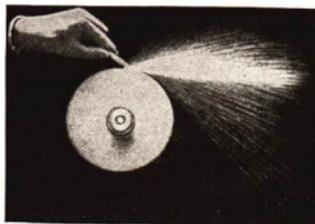


Abb. 188/2
Sprühender Schleifstein

beschleunigung sind für alle Teilchen gleich groß. Die elastischen Kräfte des Materials und im allgemeinen auch die Lager an der Drehachse üben die für die Bewegung erforderlichen Zentralkräfte aus.

8. Fragen und Aufgaben:

1. Erklären Sie die Begriffe Drehwinkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung!
2. In welchen Maßeinheiten werden die Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung gemessen? Vergleichen Sie diese Einheiten mit den Einheiten für die entsprechenden Größen der fortschreitenden Bewegung!
3. Warum muß man die gleichförmige Kreisbewegung als gleichmäßig beschleunigte Bewegung bezeichnen?
4. Auf welche Weise kann man die Größe der Zentralbeschleunigung einer gleichförmigen Kreisbewegung ermitteln?
5. Welche Zugkraft hat das Seil auszuhalten, an dem ein Gewichtsstück mit einer Masse von 1 kg in einem Kreis mit einem Radius von 0,8 m zweimal in einer Sekunde herumgeschwungen wird?
6. Ein Werkstück mit einem Durchmesser von 80 mm wurde bisher auf der Drehbank bei einer Umdrehungszahl von 160 U/min bearbeitet. Durch Anwenden des Schnelldrehens erhöht sich die Umdrehungszahl auf 300 U/min. Um welchen Betrag ändert sich die Zentralbeschleunigung eines Punktes der Oberfläche?

§ 35. Trägheitswirkungen an beschleunigt bewegten Körpern

1. Die Trägheitswirkungen bei geradliniger Bewegung. Steht man in einem Fahrstuhl, der beim Anfahren eine aufwärts gerichtete beschleunigte Bewegung ausführt, so hat man den Eindruck, als sei das eigene Körpergewicht größer geworden. Bewegt sich jedoch der Fahrstuhl beschleunigt abwärts, so empfindet man eine Verringerung des eigenen Körpergewichts.

Zum Nachweis der scheinbaren Gewichtsänderung eines beschleunigt bewegten Körpers führen wir folgenden Versuch aus: Wir hängen an eine Federwaage ein Gewichtsstück und lesen die Größe des Gewichts ab (Abb. 189/1). Bewegen wir den an der Federwaage hängenden Körper gleichförmig aufwärts oder abwärts, so zeigt die Federwaage das gleiche Gewicht des Körpers wie im Ruhezustand an. Bewegen wir die Vorrichtung aber beschleunigt aufwärts, so zeigt die Federwaage ein größeres Gewicht an als in der Ruhelage; bewegen wir den Körper beschleunigt abwärts, so ist das von der Federwaage angezeigte Gewicht gegenüber der Ruhelage verkleinert. Diese Erscheinungen lassen sich folgendermaßen erklären:

Jeder bewegliche Körper setzt der Beschleunigung durch eine Kraft einen Trägheitswiderstand entgegen. Der Trägheitswiderstand hat den gleichen Betrag wie die angreifende Kraft, ist ihr aber in der Richtung entgegengesetzt. Er tritt nur in einem mit

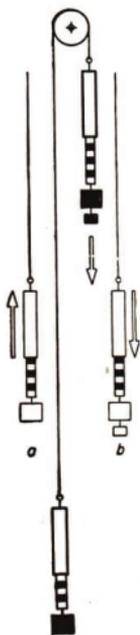


Abb. 189/1. Versuchsanordnung zum Nachweis der scheinbaren Gewichtsänderung eines beschleunigt nach oben (a) und nach unten (b) bewegten Körpers

dem Körper mitbewegten Bezugssystem als Kraft in Erscheinung und kann von einem mit diesem System verbundenen Beobachter als Kraft gemessen werden. Aus diesem Grunde verwendet man auch für den Trägheitswiderstand den Ausdruck *Trägheitskraft* oder *Scheinkraft*. Diese Scheinkraft tritt jedoch nur an beschleunigt bewegten Körpern auf und muß von den von außen auf den Körper wirkenden Kräften, den *aufgeprägten Kräften*, unterschieden werden.



Jean le Rond d'Alembert
(1717–1783)

Nach dem 2. Newtonschen Prinzip ist $P = m \cdot b$. Wendet man diese Gleichung formal auf den Trägheitswiderstand an, so hat die Größe $m \cdot b$ darin die Bedeutung des Trägheitswiderstandes. Durch Umformen erhält man die Gleichung

$$P - m \cdot b = 0.$$

In ihr kommt zum Ausdruck, daß sich eine dynamische Kraftwirkung, bei der ein Körper beschleunigt wird, auch als Gleichgewichtszustand zwischen den von außen angreifenden Kräften und den Trägheitskräften beschreiben läßt. Dieses Prinzip der Betrachtung wird nach seinem Urheber, dem französischen Mathematiker und Physiker d'Alembert¹, als das *d'Alembertsche Prinzip* bezeichnet.

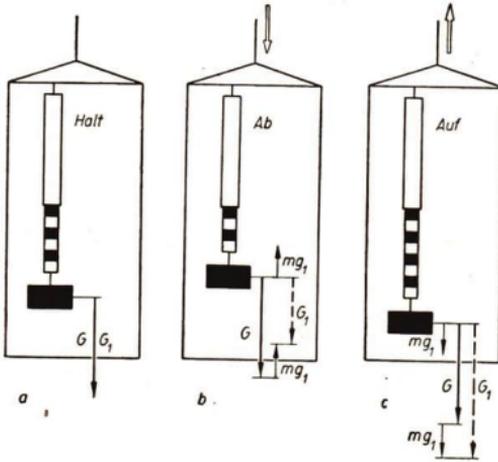


Abb. 190/1. Vektorielle Darstellung der an einem beschleunigt nach unten (b) oder nach oben (c) bewegten Körper angreifenden Kräfte. Die Einzelbilder stellen schematisiert einen Fahrstuhl dar, in dem an einer starken Federwaage ein schwerer Körper aufgehängt ist.

Zur Erläuterung der quantitativen Zusammenhänge denken wir uns folgenden Versuch ausgeführt: Ein Fahrstuhl bewege sich mit einer konstanten Beschleunigung vom Betrage g_1 abwärts. Im Fahrstuhl befinde sich ein Körper von der Masse m . An diesem Körper greift während der Bewegung außer der Schwerkraft $G = m \cdot g$ noch infolge der beschleunigten Bewegung des Fahrstuhls der Trägheitswiderstand $m \cdot g_1$ an. Der Trägheitswiderstand hat eine der Schwerkraft entgegengesetzte Richtung (Abb. 190/1). Die Resultierende aus der Schwerkraft und dem Träg-

¹ Jean le Rond d'Alembert (1717–1783), bedeutender französischer Mathematiker und Physiker, Professor in Paris, Mitglied der französischen Akademie der Wissenschaften, überzeugter Anhänger des wissenschaftlichen Materialismus, einer der großen Enzyklopedisten

heitswiderstand stellt das Gewicht G_1 des Körpers in bezug auf das beschleunigte System des Fahrstuhls dar. Es beträgt

$$G_1 = m \cdot g - m \cdot g_1 = m \cdot g \left(1 - \frac{g_1}{g}\right).$$

Da $g_1 < g$ ist, so ist auch $\frac{g_1}{g} < 1$. Daraus folgt, daß das scheinbare Gewicht G_1 des Körpers bei einer beschleunigten Bewegung nach unten kleiner als das auf der als ruhend angenommenen Erde gemessene Gewicht G ist. Bei einer beschleunigten Bewegung nach oben erscheint das Gewicht des Körpers entsprechend vergrößert. Es ist dann

$$G_1 = m \cdot g \left(1 + \frac{g_1}{g}\right).$$

Bewegt sich der Fahrstuhl mit der Fallbeschleunigung g nach unten, so würde ihm gegenüber jeder mitbewegte Körper als *gewichtlos* erscheinen.

2. Die Fliehkraft. Soll ein Körper, der eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, auf seiner Bahn gehalten werden, bedarf es einer Kraft. Diese Kraft haben wir in § 34,6 als Radialkraft bezeichnet. Sie hat die Größe $P_r = m \cdot \omega^2 \cdot r$ und überwindet den Trägheitswiderstand des Körpers, der bei jeder beschleunigten Bewegung auftritt.

Zur Veranschaulichung der Zusammenhänge führen wir folgenden Versuch durch. Wir befestigen einen Ball an einer Schnur und schwingen ihn an dieser über dem Kopf in einer waagerechten Ebene im Kreise herum. Die Schnur strafft sich dabei, wir verspüren in der die Schnur haltenden Hand deutlich eine nach außengerichtete *Zugkraft*. Sie ist die *Gegenkraft* zu der auf den Körper wirkenden, zur Hand hin gerichteten *Radialkraft* (Abb. 191/1). Diese muß auf den Körper einwirken, damit er auf seiner Bahn gehalten wird.

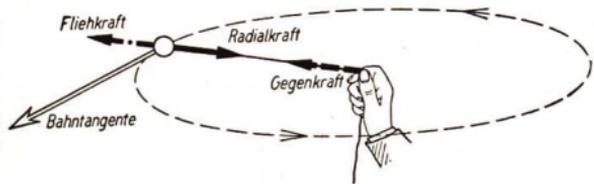


Abb. 191/1. Kräftespiel an einem in einer waagerechten Ebene herumgeschwungenen Körper

Zerreißt die Schnur oder läßt man sie los, so hören zu gleicher Zeit die Radialkraft wie ihre Gegenkraft auf zu wirken. Der Körper folgt seiner *Trägheit* und fliegt *in Richtung der Tangente* davon. Da jedoch die Schwerkraft auf den Körper wirkt, so bleibt seine Bahn nicht geradlinig. Der Ball erreicht auf einer Parabel sehr bald die Erde. Diese Darlegungen gelten aber nur für ein außerhalb des umlaufenden Körpers ruhendes Bezugssystem.

Anders verlaufen die Vorgänge in einem an der Rotation teilnehmenden Bezugssystem. In diesem ist der umlaufende Körper in Ruhe. Er muß durch eine Kraft festgehalten werden, damit er die Kreisbahn nicht nach außen verläßt. Denn die Trägheitswirkung ist, bezogen auf ein mitbewegtes Bezugssystem, eine Kraft, die den Körper vom Mittelpunkt fortzieht. Man nennt diese Kraft die *Zentrifugalkraft* oder *Fliehkraft* (Formelzeichen Z). Sie ist nur bezogen auf ein an der Drehbewegung teilnehmendes Bezugssystem vorhanden. In einem

außerhalb des rotierenden Körpers ruhenden Bezugssystem ist sie keine aufgeprägte Kraft, sondern lediglich eine Äußerung der Trägheit.

Doch bietet die Verwendung des Begriffes Fliehkraft auch für die Beschreibung der Vorgänge in einem ruhenden System große Vorteile, da sich mit Hilfe der Fliehkraft die meisten Rotationsvorgänge sehr anschaulich wiedergeben lassen. Nur darf man nicht unbeachtet lassen, daß die Fliehkraftwirkung nichts weiter als eine *Trägheitswirkung* ist. Dies geht schon daraus hervor, daß der umlaufende Körper, sobald er infolge des Aufhörens der Bindung die Bahn verläßt, nicht radial in der Richtung der Fliehkraft, sondern tangential, mithin der Trägheit folgend, davonfliegt. Die Zugkraft, die bei dem oben beschriebenen Schleuderversuch auf die Hand ausgeübt wird, ist, bezogen auf das ruhende System, die Gegenkraft zu der auf den umlaufenden Körper wirkenden Radialkraft. Betrachtet man die Hand als zum rotierenden System gehörig, so ist die Zugkraft als Wirkung der Fliehkraft anzusehen und ihr im Betrage gleich. Aus dem Vorangehenden folgt:

Die im rotierenden System feststellbare Fliehkraft entspricht dem Trägheitswiderstand, der im ruhenden System von der Radialkraft überwunden werden muß. Darum sind die Beträge der Radialkraft und der Fliehkraft einander gleich.

Für den Betrag der Fliehkraft gelten daher ebenfalls die Gleichungen

$$Z = m \cdot \omega^2 \cdot r \quad \text{und} \quad Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Um dies zu bestätigen, hängen wir ein $\frac{1}{2}$ -kg-Stück ($m \approx 0,05$ ME) mittels einer starken Schnur mit einer Länge von 1 m an eine Federwaage mit einem Meßbereich von 25 kp und schleudern beide zusammen im Kreise herum. Ein vor dem Zeiger angebrachtes Korkstückchen wird bei einer Umdrehungszahl von $n = 2$ U/s bis zum 7,8-kp-Strich vorgeschoben.

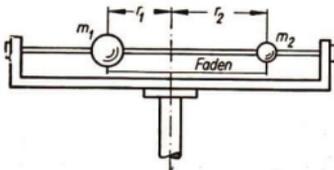


Abb. 192/1. Gerät zum Nachweis des Kräftegleichgewichts zwischen zwei auf der Schwungmaschine rotierenden Kugeln

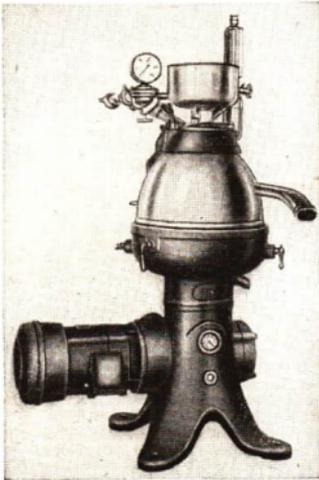
In dem durch Abb. 192/1 dargestellten Versuch liefert der Trägheitswiderstand der einen Kugel die Radialkraft für die andere. Die beiden Kugeln behalten bei der Rotation ihre Lage bei, wenn sich ihre Abstände von der Achse umgekehrt wie ihre Massen verhalten oder, anders ausgedrückt, wenn das in der Gleichung

$$Z = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

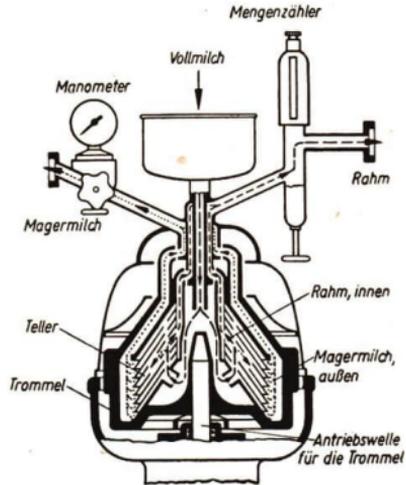
auftretende Produkt $m \cdot r$ für beide Kugeln gleich groß ist. Handelt es sich um mehrere rotierende Massen, so müssen die einzelnen Fliehkräfte einander das Gleichgewicht halten, muß somit die Resultierende aller Fliehkräfte gleich Null sein, wenn die rotierenden Körper ihre gegenseitige Lage beibehalten sollen. Diese Bedingung muß in der Technik bei der Konstruktion von Schwungrädern und anderen rotierenden Maschinenteilen besonders berücksichtigt werden. Man spricht in einem solchen Falle vom *Auswuchten* der rotierenden Maschinenteile. So haben beispielsweise die Antriebsräder von Lokomotiven auf der den

Treibkurbeln entgegengesetzt liegenden Seite der Drehachse Ausgleichsmassen (vgl. Abb. 271/1). Sind rotierende Teile nicht ausgewuchtet, so wirkt die Resultierende der Fliehkräfte auf die Welle und die Lager und deformiert diese. Das Schlagen umlaufender Wellen ist die Folge.

3. Technische Anwendungen der Trägheitswirkungen kreisender Massen. In der *Milchzentrifuge* (Abb. 193/1) wird der Rahm dadurch von der Magermilch getrennt, daß man die Vollmilch, eine Emulsion von Fetttropfchen in einer wäßrigen Lösung, in einem Kessel in rasche Drehung versetzt. Da die Fliehkraft der



a) Ansicht



b) Schnitt

Abb. 193/1. Milchzentrifuge, hergestellt vom VEB Kyffhäuserhütte Artern

Masse proportional ist, wird die Magermilch wegen ihrer größeren Dichte nach außen getrieben und dort durch eine Schöpfvorrichtung abgesondert, während sich der Rahm auf der Innenseite der rotierenden Flüssigkeitsmasse nahe der Drehachse abscheidet.

In der Technik und in der Medizin verwendet man Zentrifugen ebenfalls zum *Trennen von Suspensionen und Emulsionen*. Bei einfachen Vorrichtungen dieser Art werden Reagenzgläser (1) in ein Gestell (2) eingehängt, welches durch einen Motor (3) in Rotation versetzt wird (Abb. 193/2).



Abb. 193/2. Einfache medizinische Zentrifuge

Mittels äußerst schnell umlaufender Zentrifugen können Fliehkräfte erzielt werden, die ein Vielfaches der Schwerkraft betragen. Mit Hilfe von *Ultrazentrifugen* (Abb. 194/1) hat man an kleinen Drehkörpern Fliehkräfte hervorgerufen, die das 10^6 fache der Schwerkraft erreichen. Derartige Kräfte können die Molekularkräfte bei hochmolekularen Stoffen überwinden und die Moleküle zur Abscheidung bringen. Dies tritt insbesondere bei hochmolekularen Eiweißstoffen ein. Da zwischen der Rotationsgeschwindigkeit, bei der sich die Moleküle abzusetzen

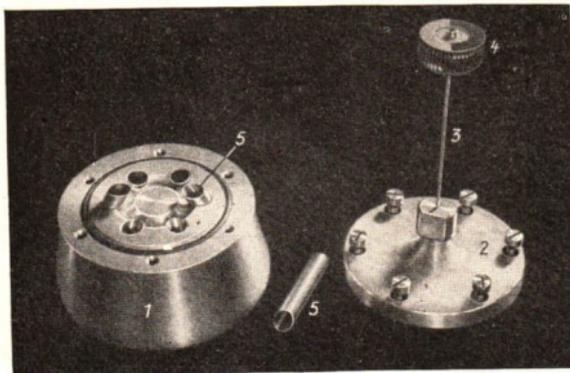


a) Ansicht der gesamten Zentrifuge

Abb. 194/1. Ultrazentrifuge

1 Rotor, 2 Rotordeckel, 3 Achse (\varnothing 3 mm), 4 Antriebsturbine: oberer Schaufelkranz für Bremsung, unterer Schaufelkranz für Antrieb, 5 Zentrifugenbecher, 6 Gehäuse, 7 Gehäusedeckel, 8 Zuleitung für Treibluft, 9 Zuleitung für Bremsluft, 10 Zuleitung für Hubluft, 11 Ölzufluß, 12 Ölabfluß, 13 Ketten zum Anheben des Deckels

Der Antrieb der Zentrifuge erfolgt durch Preßluft. Diese trifft auf das untere Schaufelrad der Antriebsturbine. An dieser ist die Achse, ein 3 mm starker Stahlraht, befestigt, die den Rotor trägt. In dem Rotor befinden sich 6 Bohrungen zur Aufnahme der Zentrifugenbecher. Zur Verringerung der Reibung läuft der Rotor in einem Vakuum von wenigen Torr. Die Antriebsturbine rotiert auf einem Luftpolster, das mit Hilfe der Hubluft erzeugt wird. Dadurch erreicht die Zentrifuge eine Umdrehungszahl von 60 000 U/min. Die Umdrehungszahl wird stroboskopisch gemessen. Zu diesem Zweck ist die Oberseite der Antriebsturbine in ein schwarzes und ein weißes Feld geteilt. Der Rotor hat einen mittleren Radius von 65 mm. Die Fliehkraft beträgt bei diesem Radius etwa 265 kp. Infolgedessen sind für derartige Zentrifugen besondere Schutzmaßnahmen notwendig, wie beispielsweise die Unterbringung der Zentrifuge in einem besonders sturzwandigen Gehäuse. Die Bremsung des Rotors erfolgt ebenso wie der Antrieb durch Preßluft.



b) Rotor geöffnet

beginnen, und dem Molekulargewichtein funktionaler Zusammenhang besteht, ist es gelungen, Messungen an der Ultrazentrifuge zur Bestimmung des Molekulargewichts bestimmter Eiweißverbindungen auszunutzen.

Auf der Ausnutzung der Fliehkraft beruht auch die *Kreis-* oder *Zentrifugal-*

pumpe (Abb. 195/1). Sie besteht aus einem meist waagrecht gelagerten zylindrischen Gehäuse, in dem sich ein Schaufelrad dreht. Wenn das Gehäuse mit Wasser gefüllt ist, wird dieses durch die Trägheitswirkung nach außen getrieben und tritt durch das tangential angesetzte Steigrohr oben aus. Gleichzeitig entsteht in der Mitte ein Unterdruck, so daß der äußere Luftdruck neues Wasser durch ein an einen axialen Rohrstützen angeschlossenes Saugrohr in das Pumpengehäuse treibt. Die Pumpe hat den Vorzug, daß sie keine hin und her gleitenden Teile enthält und infolgedessen kontinuierlich arbeitet. Außerdem besitzt sie keine Ventile und kann deshalb auch schlammiges Wasser ansaugen.

Beim Bau von Eisenbahnstrecken und von Kraftfahrzeugen ist die Beachtung der Trägheitswirkungen außerordentlich wichtig. Damit die Bahnkurven mit unverminderter Geschwindigkeit durchfahren werden können, ohne daß die Fahrzeuge durch die nach der Außenseite der Kurve hin auftretenden Trägheitswirkungen gefährdet sind, überhöht man die Gleise und Fahrbahnen an den Außenseiten der Kurven. Denn es ist eine Radialkraft

$$P_r = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

erforderlich, die der auftretenden Fliehkraft das Gleichgewicht hält. Diese Radialkraft wird durch die Schrägstellung der Bahn hervorgerufen (Abb. 195/2). Der Neigungswinkel α wird so gewählt, daß die bei der größten zulässigen Geschwindigkeit in der Kurve auftretende Fliehkraft, in der Abbildung dargestellt durch den Vektor $\overline{SU} = Z$, zusammen mit dem Gewicht, Vektor $\overline{SK} = G$, eine Resultierende ergibt, die auf der Bahnebene senkrecht steht, Vektor $\overline{SL} = G_1$. Zum gleichen Ergebnis gelangt man, wenn man den Vektor \overline{SK} in zwei Komponenten \overline{SV} und \overline{SL} zerlegt, von denen die eine waagrecht liegt und die Radialkraft darstellt und die andere senkrecht zur Bahnebene gerichtet ist. Die Druckkraft G_1 des Fahrzeuges gegen die Bahnebene beim Durchfahren der Kurve ist infolge der Trägheitswirkung etwas größer als das Gewicht G . Es ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Z}{G} = m \cdot \frac{v^2}{r} : (m \cdot g) = \frac{v^2}{r \cdot g}.$$

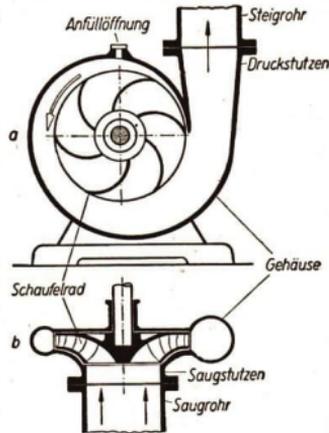


Abb. 195/1. Kreiselpumpe (schematisch) a) Ansicht, b) Draufsicht. Durch die Anfüllöffnung wird das Gehäuse mit Wasser gefüllt, wenn die Pumpe in Betrieb genommen werden soll.

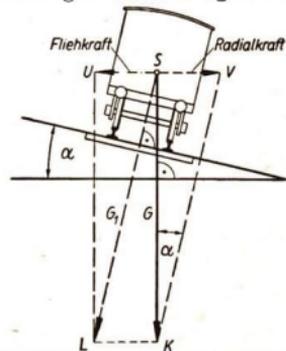


Abb. 195/2. Kraftwirkung an einem Eisenbahnwagen beim Durchfahren einer Kurve. S Schwerpunkt, \overline{SK} Gewicht, \overline{SU} Fliehkraft, \overline{SV} Radialkraft, \overline{SL} Druckkraft gegen die Schienen

Zu einer großen Geschwindigkeit v und einem kleinen Radius r gehört mithin ein großer Winkel α . Aus dem gleichen Grunde, wie eben erläutert, werden bei Radrennbahnen die Kurven stark überhöht, so daß die Komponente G_1 senkrecht auf der Fahrbahn steht (Abb. 196/1).

Ohne diese Maßnahme würde jedes Fahrzeug in der Richtung der Tangente weitergleiten, sobald die Fliehkraft zufolge einer Geschwindigkeitserhöhung größer wird als die gleitende Reibung der Räder auf der Fahrbahn.

4. Die Corioliskraft. Wir befestigen an einer Schwungmaschine senkrecht zur lotrechten Achse eine kreisförmige schwarze Scheibe. Dicht oberhalb der Scheibe knüpfen wir an die Achse einen Faden, der an seinem äußeren Ende eine mit Kreide geweißte Kugel hält. Die Scheibe dreht sich im positiven Drehungssinn. Es stellt sich bald der Zustand ein, daß die Kugel relativ zur Scheibe ruht und mit dieser eine Kreisbahn beschreibt. Trennt man den Faden durch, während die Scheibe weiterrotiert, so fliegt die Kugel, von außen betrachtet, in der Richtung der Kreistangente fort (Abb. 196/2a). Wir setzen dabei voraus, daß zwischen der Kugel und der Scheibe keine Reibung auftritt.

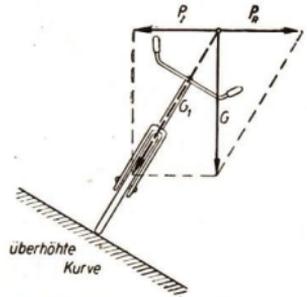
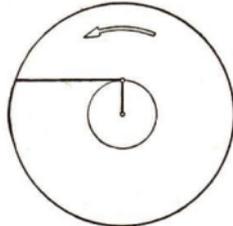
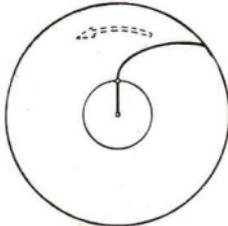


Abb. 196/1. Kräftespiel am Fahrrad bei einer Kurvenfahrt. Das Gewicht G greift am gemeinsamen Schwerpunkt S des Fahrrades und des Fahrers an.



a) bezogen auf ein ruhendes Vergleichssystem



b) bezogen auf ein mitrotierendes Vergleichssystem

Abb. 196/2. Bewegung einer Kugel auf einer rotierenden Scheibe nach Aufhören der Bindung an den Mittelpunkt

Nunmehr beschreiben wir die Vorgänge in einem Bezugssystem, das an der Rotation teilnimmt. In den Faden, an dem die Kugel befestigt ist, ist eine Federwaage eingeschaltet. Sie zeigt während der Drehung der Scheibe eine Kraft an. Ein mitbewegter Beobachter wird vermuten, daß sich die Kugel beim Loslassen des Fadens radial entfernt. Dies tritt jedoch nicht ein; die Bahn der Kugel, wie sie durch den Kreidestrich fixiert wird, krümmt sich nach rückwärts entgegen dem Umlaufsinn der Scheibe (Abb. 196/2b). Die Kugel wird seitlich abgelenkt, mithin seitlich beschleunigt. Diese Beschleunigung führt nach ihrem Entdecker den Namen *Coriolisbeschleunigung*¹. Ihr entspricht eine seitlich wirkende Kraft, die als *Corioliskraft* bezeichnet wird. Sie ist wie die Zentrifugalkraft bezogen auf ein ruhendes Vergleichssystem nichts anderes als eine Auswirkung der Trägheit. Als Kraft existiert sie nur in einem mitrotierenden Bezugssystem.

Diese Zusammenhänge werden durch die folgende Überlegung noch klarer. Entfernt sich der Körper

¹ Gustave Gaspard Coriolis (1792–1843), französischer Ingenieur und Physiker, wies auf die Einwirkung einer seitlichen Kraft bei der Erddrehung hin.

von der Drehachse, so behält er relativ zum ruhenden System die seitliche Geschwindigkeit bei, die er vorher hatte (Abb. 197/1). In C ist aber die Bahngeschwindigkeit des rotierenden Systems größer. Da der Körper infolge seiner Trägheit seine anfängliche Seitengeschwindigkeit relativ zum ruhenden System beibehält, so erleidet er gegenüber der Bahngeschwindigkeit des Punktes C' im rotierenden System eine Verzögerung. Er bleibt gegenüber der Scheibendrehung infolge seiner Trägheit zurück und zeigt eine Abweichung von der radialen Bahn entgegengesetzt dem Drehsinn.

Bewegt sich der Körper dagegen nicht von der Drehachse fort, sondern auf sie zu, so behält er, vom ruhenden System aus betrachtet, infolge seiner Trägheit eine seitliche Geschwindigkeitskomponente bei, die größer ist als die Bahngeschwindigkeit in jedem Punkte der Bahn, die der Körper durchläuft. Er eilt jetzt dem Radius im Drehsinn voraus. In beiden Fällen erfolgt somit die Ablenkung nach derselben Seite.

Man empfindet die Corioliskraft, wenn man sich mit einer schweren Hantel in der Hand auf eine Drehscheibe stellt und die Hand während der Drehung waagrecht von sich stößt. Man spürt dann eine der Drehung entgegenwirkende Kraft, die um so größer ist, je schneller man die Hand wegstößt und je größer die Winkelgeschwindigkeit der Drehscheibe ist.

5. Wirkungen der Corioliskraft auf der Erdoberfläche. Auch auf der Erde treten infolge der Umdrehung Corioliskräfte auf. Sie sind allerdings nur an sehr schnell bewegten Körpern und meist nur bei lange andauernden Bewegungen zu beobachten.

Solche seitlich wirkenden Kräfte sind insbesondere bei *strömenden Luftmassen*, den *Winden*, festzustellen. Auf der nördlichen Halbkugel erfahren über lange Strecken wehende Nordwinde eine Ablenkung nach Westen, Südwinde eine Ablenkung nach Osten (Abb. 197/2). Diese seitliche Ablenkung spielt bei der Entstehung der die Wetterlage stark beeinflussenden *Zyklonen* eine wichtige Rolle.

Zum Nachweis der Erdrotation führte der französische Physiker *Foucault*¹ im Jahre 1851 einen Versuch mit einem 67 m langen *Pendel* durch, dessen Körper eine Masse von 28 kg hatte. Ein derartiges Pendel kann bei guter Aufhängung etwa 24 Stunden lang schwingen. Infolge seiner Trägheit behält es die ursprüngliche Schwingungsebene, bezogen auf ein nichtrotierendes System, bei. Schon nach einer Stunde kann man jedoch eine Drehung der Schwingungsebene beobachten, die in unseren Breitengraden etwa 12° beträgt und mit zunehmender

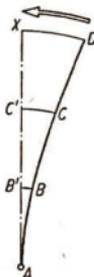


Abb. 197/1. Darstellung der Bewegung einer auf einer rotierenden Scheibe radial nach außen rollenden Kugel, bezogen auf ein rotierendes Vergleichssystem

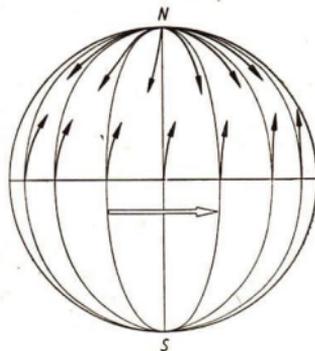


Abb. 197/2. Ablenkung der Winde auf der nördlichen Halbkugel

¹ Léon Foucault (1819–1868), Professor der Physik in Paris, bekannt durch seine Methode zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit. Sein Pendelversuch wurde später im Kölner Dom und im Dom zu Speyer wiederholt.

geographischer Breite größer wird. Diese Drehung der Schwingungsebene wird durch die Einwirkung der Corioliskraft verursacht, deren Vorhandensein auf die Rotation der Erde zurückzuführen ist.

Man kann eine derartige Pendelbahn durch ein Pendel aufzeichnen lassen, das über einer waagrecht gelagerten, drehbaren runden Scheibe schwingt und dessen Aufhängevorrichtung fest mit der Scheibe verbunden ist (Abb. 198/1). Man benötigt dazu ein Sandpendel, dessen Pendelkörper mit

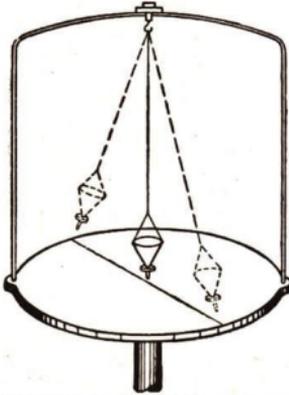


Abb. 198/1. Sandpendel über einer waagrecht, drehbar gelagerten Scheibe. Vereinfachte Wiedergabe der Versuchsanordnung

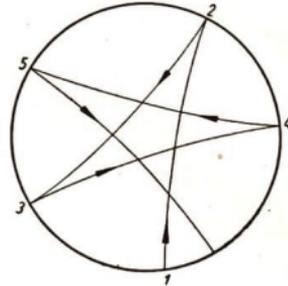


Abb. 198/2. Bahn eines frei schwingenden Pendels in einem sich drehenden System, dargestellt durch eine Sandspur (schematisch)

einem Trichtergefäß verbunden ist. Dieses ist mit feinkörnigem Sand gefüllt, der in einem dünnen Strahl aus der Öffnung austritt und beim Schwingen auf der Unterlage eine feine Spur hinterläßt. Versetzt man die Scheibe in Umdrehung, so schwingt das Pendel zwar in derselben Raumbene weiter, hinterläßt aber statt der vorher geradlinigen Spur eine sternartig geformte Bahn (Abb. 198/2).

6. Fragen und Aufgaben:

1. Erläutern Sie den Unterschied zwischen Radialkraft und Fliehkraft!
2. Beschreiben Sie die Wirkungsweise einer Zentrifugalpumpe (Kreiselpumpe)!
3. Nennen Sie Beispiele dafür, wie in der Technik die Fliehkraft ausgenutzt wird!
4. Geben Sie Beispiele dafür an, wie man in der Technik die Wirkungen störender Fliehkräfte verhindert!
5. Wie groß müssen Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit eines Körpers sein, der bei der gleichförmigen Bewegung auf einer Kreisbahn von 1 m Radius eine Fliehkraft erfährt, die ihrem Betrag nach gleich seinem Gewicht ist?
6. Wie stark muß sich ein Radfahrer, der mit einer Geschwindigkeit von 6 m/s durch eine Kurve von 20 m Radius fährt, nach innen neigen, damit die Resultierende von Gewicht und Fliehkraft in die Ebene des Rades fällt?
7. Nennen Sie Wirkungen der Corioliskraft auf der Erdoberfläche!
8. Beschreiben Sie den Foucaultschen Pendelversuch und erklären Sie sein Ergebnis!

§ 36. Dynamik der Drehbewegung

1. Das Drehmoment — Das Kräftepaar. Das Produkt aus der auf einen drehbaren Körper wirkenden Kraft P und dem Hebelarm a wurde in LB 9, § 8, 1, als das **Drehmoment** der die Drehung bewirkenden Kraft definiert. Wir verwenden dafür fortan das Formelzeichen M . Es ist

$$M = P \cdot a.$$

Durch einen Versuch bestätigen wir die Richtigkeit dieser Gleichung. Wir verwenden dazu eine auf einer Spitze gelagerte Leiste, die in einer waagerechten Ebene drehbar ist (Abb. 199/1). Auf ihr ist in der Mitte eine zylindrische Triebwalze befestigt, um die eine Schnur gewickelt ist. Die Schnur wird waagrecht über eine Rolle geführt und trägt an ihrem Ende eine kleine Waagschale, die zur

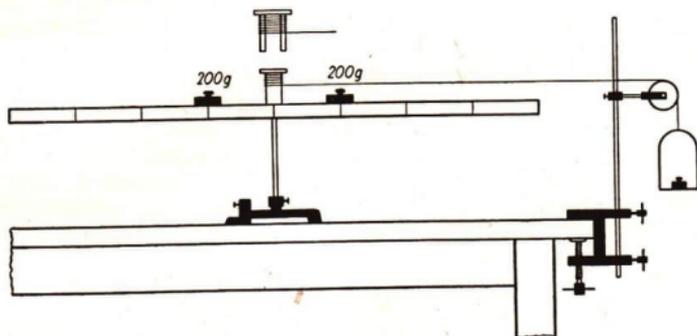


Abb. 199/1. Versuchsanordnung zur Untersuchung von Drehmomenten

Aufnahme kleiner Gewichtsstücke bestimmt ist. Auf die Waagschale legen wir ein kleines Gewichtsstück, das gerade zur Überwindung der Reibung ausreicht, so daß sich die Leiste bei einem geringen seitlichen Anstoß mit konstanter Winkelgeschwindigkeit weiterdreht.

Auf die Leiste legen wir in gleichen Abständen von der Achse zwei gleich große Massen, beispielsweise je 100 g in einer Entfernung von je 20 cm von der Drehachse. Als Abstände von der Drehachse gelten dabei die Entfernungen der Massenzentren von der Achse. Jede kreisende Masse stellen wir uns dabei als eine im Schwerpunkt vereinigte punktförmige Masse vor. Auf die Waagschale legen wir zusätzlich ein kleines Gewichtsstück, das der Leiste eine Winkelbeschleunigung erteilt. Wir wählen es so, daß der erste Umlauf beispielsweise in 8 s beendet wird. Zur Messung der Zeit dient ein Metronom.

Werden die auf die Leiste gelegten Massenstücke verdoppelt, mithin durch je 200 g ersetzt, so ist auch eine Verdoppelung des auf die Waagschale gelegten Zuggewichtes erforderlich, wenn der erste Umlauf wieder in 8 s vollzogen sein soll.

Dasselbe kann man auch erreichen, wenn man die Belastung der Waagschale nicht verdoppelt, sondern statt dessen die Triebwalze gegen eine andere mit

doppelt so großem Radius wie bei der ersten auswechselt. Der erste Umlauf der Leiste vollzieht sich dann ebenfalls in 8 s.

Die Richtigkeit der Gleichung

$$M = P \cdot a$$

wird somit durch diese Versuche bestätigt. Außerdem geht aus dem Versuch hervor, daß das Drehmoment bei der Drehbewegung die gleiche Bedeutung hat wie die Einzelkraft bei der fortschreitenden Bewegung. Es kommt nicht nur auf die drehende Kraft an, sondern auch auf den wirksamen Hebelarm.

2. Die Trägheit einer sich drehenden Masse — Das Trägheitsmoment. Bei dem im ersten Abschnitt beschriebenen Versuch hatten wir erkannt, daß eine Verdoppelung der Drehmassen eine Abnahme der Drehbeschleunigung zur Folge hat. Wir schließen daraus auf eine Vergrößerung der Trägheit der rotierenden Masse. Es erhebt sich die Frage, welchen Einfluß der Abstand der rotierenden Massen von der Drehachse auf die Drehträgheit hat. Wir benutzen die gleiche Versuchsanordnung wie vorhin, nehmen aber folgende Änderung vor:

Es werden auf die Leiste 2 Massenstücke von je 200 g in einer Entfernung von 10 cm von der Drehachse aufgelegt. Das Zuggewicht wird so bemessen, daß sich eine volle Umdrehung in 6 s vollzieht. Ersetzt man jetzt die beiden 200-g-Stücke durch zwei 100-g-Stücke, so muß man sie weiter von der Drehachse entfernt auf die Leiste auflegen, wenn die Winkelbeschleunigung und damit die Drehträgheit unverändert bleiben soll. Die Abstände von der Drehachse müssen noch weiter vergrößert werden, wenn man an Stelle der beiden 100-g-Stücke zwei 50-g-Stücke oder gar zwei 20-g-Stücke auflegt. Es ergeben sich die in der beigefügten Tabelle zusammengestellten Meßwerte. Der Einfachheit halber werden aber nur die für eine der beiden umlaufenden Massen geltenden Werte in die Tabelle aufgenommen.

Abhängigkeit der Drehträgheit von der Masse und vom Bahnradius

Umlaufende Masse (m) g	Abstand von der Achse (r) cm	$m \cdot r$ g · cm	$m \cdot r^2$ g · cm ²
200	10	$2,0 \cdot 10^3$	$20,0 \cdot 10^3$
100	14	$1,4 \cdot 10^3$	$19,6 \cdot 10^3$
50	20	$1,0 \cdot 10^3$	$20,0 \cdot 10^3$
20	32	$0,6 \cdot 10^3$	$20,5 \cdot 10^3$

Wie im ersten Abschnitt beziehen sich die angegebenen Bahnradien auch hier auf die Schwerpunkte der umlaufenden Massen, die wir uns wieder punktförmig zusammengezogen denken. Wir ersehen aus der Tabelle, daß die umlaufenden Massen und ihre Abstände von der Drehachse in bestimmter Weise gegenläufig veränderlich sind, wenn die Winkelbeschleunigung und damit die Trägheit des sich drehenden Körpersystems erhalten bleiben soll. Dies läßt zunächst auf eine umgekehrte Proportionalität zwischen m und r schließen. Bilden wir aber das Produkt $m \cdot r$, so erweist sich dieses nicht als konstant. Dagegen ist das Produkt $m \cdot r^2$ für alle Messungen angenähert konstant. Dem entspricht die Tatsache, daß in dem zur Tabelle gehörenden r - m -Diagramm die Bildpunkte der Meßwerte

angenähert auf einer quadratischen Hyperbel liegen (Abb. 201/1). Das Produkt aus der Masse und dem Quadrat des Radius entspricht darin der Drehträgheit, die sich bei der Durchführung der Versuchsreihe ebenfalls als konstant erwies. Man verwendet das Produkt $m \cdot r^2$ als Maß für die Drehträgheit und bezeichnet es als das **Trägheitsmoment** (Formelzeichen J).

$$J = m \cdot r^2.$$

Diese Gleichung gilt allerdings genau nur für eine umlaufende punktförmige Masse.

Der Trägheitswiderstand, den zwei um eine feste Achse umlaufende punktförmige Massen der Drehung entgegensetzen, ist der gleiche, wenn die Produkte aus den Massen und den Quadraten der dazugehörigen Bahnradien gleich groß sind.

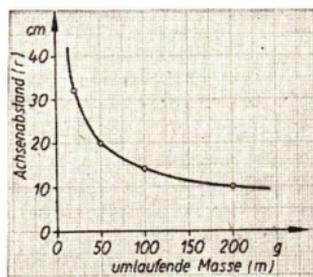


Abb. 201/1. r - m -Diagramm für umlaufende Massen gleicher Drehträgheit

Man kann die experimentell gewonnene Bedingungsgleichung für die Übereinstimmung der Drehträgheit zweier um dieselbe Achse drehbarer Massen m_1 und m_2 auch mathematisch aus dem 2. Newtonschen Prinzip ableiten. m_1 und m_2 seien zwei um eine Achse kreisende, punktförmig gedachte Massen, sie seien von der Achse um r_1 und r_2 entfernt. Es mögen senkrecht zu r_1 und r_2 an m_1 und m_2 zwei Kräfte P_1 und P_2 angreifen, deren Drehmomente gleich sind, so daß

$$P_1 \cdot r_1 = P_2 \cdot r_2$$

ist. Wenn m_1 und m_2 dadurch die Bahnbeschleunigung b_1 und b_2 erfahren, ist

$$P_1 = m_1 \cdot b_1 \quad \text{und} \quad P_2 = m_2 \cdot b_2.$$

Die beiden Massen sollen so angebracht sein, daß gleichwertige Drehmomente ihnen die gleiche Winkelbeschleunigung β erteilen, dann gilt nach § 34, 3

$$b_1 = \beta \cdot r_1 \quad \text{und} \quad b_2 = \beta \cdot r_2,$$

mithin ist

$$P_1 = m_1 \cdot r_1 \cdot \beta \quad \text{und} \quad P_2 = m_2 \cdot r_2 \cdot \beta.$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Gleichung

$$P_1 \cdot r_1 = P_2 \cdot r_2$$

ein, so ergibt sich

$$m_1 \cdot r_1 \cdot \beta \cdot r_1 = m_2 \cdot r_2 \cdot \beta \cdot r_2$$

und damit

$$m_1 \cdot r_1^2 = m_2 \cdot r_2^2.$$

3. Das Trägheitsmoment. Wir haben im vorigen Abschnitt das Produkt $m \cdot r^2$ als das *Trägheitsmoment* eines als punktförmig angenommenen Körpers mit der Masse m in bezug auf die gewählte Achse kennengelernt. Das Trägheitsmoment hat für die Drehbewegung dieselbe Bedeutung wie die träge Masse für die fortschreitende Bewegung und wird deshalb treffend auch *Drehmasse* genannt. Es hat für einen Körper, bezogen auf eine bestimmte Achse, einen konstanten Wert. Doch ändert sich sein Wert im allgemeinen, wenn man eine andere Achse wählt.

Wir denken uns die Masse m mit dem Arm r ersetzt durch eine Masse m' mit dem Arm l . Es muß dann, damit das Trägheitsmoment dasselbe bleibt,

$$m' \cdot l^2 = m \cdot r^2$$

sein. Man kann deshalb auch sagen:

Das Trägheitsmoment einer Masse m mit dem Arm r ist zahlenmäßig gleich der im Abstand l angebrachten, für die Drehbewegung gleichwertigen Ersatzmasse $m' = m \cdot r^2$.

Begrifflich sowie in Maßeinheit und Dimension sind jedoch Masse und Trägheitsmoment verschieden. Das Trägheitsmoment hat im physikalischen Maßsystem die Einheit $g \cdot \text{cm}^2$ und die Dimension $[m \cdot l^2]$. Im technischen Maßsystem dagegen hat das Trägheitsmoment die Einheit $\text{ME} \cdot \text{m}^2$ und, da 1 ME die Dimension $[K \cdot l^{-1} \cdot t^2]$ hat, die Dimension $[K \cdot l \cdot t^2]$.

Wenn mehrere fest miteinander verbundene Massen $m_1, m_2, m_3 \dots$ mit den Armen $r_1, r_2, r_3 \dots$ um dieselbe Achse drehbar sind, kann man sie alle durch die ihnen gleichwertigen Massen $m'_1, m'_2, m'_3 \dots$ am Arm l ersetzen. Als Trägheitsmoment J der Gesamtheit aller Massen erhält man

$$J = m'_1 + m'_2 + m'_3 \dots = m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + m_3 \cdot r_3^2 \dots$$

oder

$$J = \sum (m \cdot r^2).$$

Ausgedehnte Körper zerlegt man in ihre Massenelemente Δm und summiert die Produkte $\Delta m \cdot r^2$. Verkleinert man die Massenelemente immer mehr, so erhält man als Grenzwert der Summe $\sum (\Delta m \cdot r^2)$ das Integral

$$J = \int r^2 \cdot dm.$$

Man bestimmt das Trägheitsmoment J eines Körpers, indem man die Trägheitsmomente seiner Massenelemente summiert.

Zu beachten ist, daß das Trägheitsmoment eines Körpers außer von der Lage der gewählten Achse von der räumlichen Anordnung der Massenteilchen abhängt.

4. Die Berechnung von Trägheitsmomenten. Zu verschiedenen gerichteten, durch den Schwerpunkt eines Körpers gehenden Achsen gehören im allgemeinen verschiedene Trägheitsmomente. Dies kann man leicht an einem zylindrischen Stab nachweisen. Das kleinste Trägheitsmoment besitzt der Stab in bezug auf eine in der Längsrichtung liegende Achse, das größte in bezug auf eine zu dieser senkrechten Achse. In der Physik und der Technik sind Schwerpunktsachsen größten oder kleinsten Trägheitsmoments von besonderer Bedeutung (vgl. § 37, 1).

Bei geometrisch einfach erfaßbaren Körpern von konstanter Dichte tritt für die Berechnung des Trägheitsmoments an Stelle des Massenelementes Δm das Volumelement ΔV , multipliziert mit der Dichte ρ . Für das Trägheitsmoment ergibt sich dann die Gleichung

$$J = \rho \cdot \int r^2 \cdot dV.$$

Beispiel: Berechnung des Trägheitsmoments einer aus einem homogenen Stoff bestehenden *Kreisscheibe*, bezogen auf ihre Körperachse. Radius des Grundkreises r , Dicke der Scheibe h , Dichte des Materials ρ , Masse der Scheibe m .

Man denkt sich die Kreisscheibe in eine große Zahl konzentrischer schmaler Ringe als *Massenelemente* zerlegt. Der veränderliche Radius eines Ringes sei x , die Breite des Ringes sei dx , seine Dicke sei h (Abb. 203/1). Dann ist das Trägheitsmoment des Ringes

$$dJ = \rho \cdot x^2 \cdot 2\pi \cdot x \cdot dx \cdot h.$$

Mithin ergibt sich für das Trägheitsmoment der Scheibe

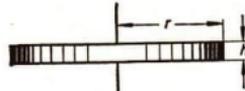
$$J = \rho \cdot h \cdot 2\pi \int_0^r x^3 \cdot dx = \rho \cdot h \cdot 2\pi \cdot \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r = \rho \cdot h \cdot 2\pi \cdot \frac{r^4}{4},$$

somit

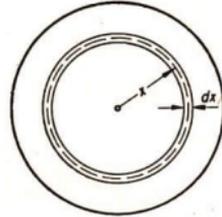
$$J = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot h \cdot \pi \cdot r^4 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot h \cdot \pi r^2 \cdot r^2$$

oder

$$J = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2.$$



a) Aufriß



b) Grundriß

Abb. 203/1. Kreisscheibe, um ihre Körperachse rotierend

5. Das Kraftgesetz der Rotation. Wir gehen aus von einem drehbaren Körper mit bekanntem Trägheitsmoment J und denken uns an seiner Stelle eine als punktförmig angenommene *Ersatzmasse* m' , die in der Entfernung a um dieselbe Achse umläuft und die gleiche Winkelbeschleunigung erfährt wie der Körper selbst. Diese wird ihr erteilt durch eine in der Bahnebene senkrecht zum Bahnradius an der Masse angegriffende Kraft P' . Diese übt auf die Masse m' das Drehmoment $M = P' \cdot a$ aus.

Das Trägheitsmoment der Ersatzmasse ist $m' \cdot a^2$. Da diese die gleiche Winkelbeschleunigung haben soll wie der ursprüngliche Körper selbst, muß ihr Trägheitsmoment gleich dem Trägheitsmoment J des Körpers sein. Es ist dann

$$m' \cdot a^2 = J.$$

Nach dem 2. Newtonschen Prinzip ist

$$m' \cdot b = P',$$

mithin

$$m' = \frac{P'}{b}.$$

Es ergibt sich

$$\frac{P' \cdot a^2}{b} = J$$

oder

$$P' \cdot a^2 = J \cdot b.$$

Ersetzt man $P' \cdot a$ durch M und führt an Stelle der Bahnbeschleunigung b die Winkelbeschleunigung β ein, so erhält man

$$M \cdot a = J \cdot \beta \cdot a,$$

mithin

$$M = J \cdot \beta.$$

Diese Gleichung gibt das **Kraftgesetz für die Drehbewegung** wieder und ist mit der Gleichung

$$P = m \cdot b$$

für die translatorische Bewegung vergleichbar. An die Stelle der Kraft P tritt das Drehmoment M , an die Stelle der Masse m das Trägheitsmoment J und an die Stelle der Bahnbeschleunigung b die Winkelbeschleunigung β .

6. Die Arbeit bei der Drehbewegung — Die Rotationsenergie. Wenn an einem beweglichen Körper eine Kraft P angreift, so wird Beschleunigungsarbeit verrichtet und die kinetische Energie des Körpers vermehrt. Längs eines Wegstücks Δs wird bei konstantem P die kinetische Energie W_{kin} um den Wert $P \cdot \Delta s$ vermehrt. Greift an einem beweglichen Körper ein Drehmoment an, so wird gleichfalls Beschleunigungsarbeit verrichtet. Der Körper gerät in Rotation.

Die Größe der Arbeit bei einer Drehbewegung finden wir durch folgende Überlegung: Dem Wegstück Δs der fortschreitenden Bewegung entspricht der Wert $r \cdot \Delta \sigma$ der Drehbewegung, wobei r den Hebelarm der Kraft P und $\Delta \sigma$ die Zunahme des Drehwinkels σ bedeutet. Daraus folgt

$$\Delta A = P \cdot r \cdot \Delta \sigma$$

und, da $P \cdot r = M$ ist,

$$\Delta A = M \cdot \Delta \sigma.$$

Die bei einer beschleunigten Drehbewegung verrichtete Arbeit ist gleich dem Produkt aus Drehmoment und Drehwinkel.

Diese Definition gilt nur für ein konstantes Drehmoment. Bei veränderlichem Drehmoment muß die Arbeit in ähnlicher Weise wie in §31, 1 bestimmt werden.

Aus der Gleichung ersieht man, daß zur Bestimmung der Arbeit weder die angreifende Kraft noch der Hebelarm im besonderen gegeben sein müssen; es genügt die Kenntnis des Drehmoments.

Wie wir wissen, hat jedes Massenelement Δm eines rotierenden Körpers die kinetische Energie

$$\Delta W_{kin} = \frac{\Delta m}{2} \cdot v^2$$

oder, da die Bahngeschwindigkeit

$$v = r \cdot \omega \text{ ist,}$$

$$\Delta W_{kin} = \frac{\Delta m}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2.$$

Die kinetische Energie des ganzen rotierenden Körpers ist somit

$$\sum \Delta W_{kin} = \sum \frac{\Delta m}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2.$$

In diesem Ausdruck kann man wegen der gleichen Winkelgeschwindigkeit aller Teilchen des rotierenden Körpers den Faktor $\frac{1}{2} \cdot \omega^2$ vor das Summenzeichen stellen; es ist dann

$$\sum \Delta W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \sum (\Delta m \cdot r^2).$$

Der Grenzwert dieser Summe für ein gegen Null strebendes Massenelement Δm ist das Integral

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \int r^2 \cdot dm.$$

Dieses Integral ist aber gleich dem Trägheitsmoment des Körpers in bezug auf die Rotationsachse. Daraus folgt

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 = W_{rot}.$$

Die kinetische Energie des Körpers wird hier als die **Rotationsenergie** des Körpers bezeichnet und durch das Formelzeichen W_{rot} wiedergegeben.

Die Rotationsenergie eines Körpers ist gleich dem halben Produkt aus dem Trägheitsmoment und dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit.

Jede an einem drehbaren Körper verrichtete Beschleunigungsarbeit erhöht dessen Rotationsenergie um einen Betrag, der gleich der jeweiligen Beschleunigungsarbeit ist.

Die Rotationsenergie ist eine spezielle Form der kinetischen Energie und kann in die anderen Formen der mechanischen Energie umgewandelt werden. Zum Unterschied von der *Rotationsenergie* nennt man die kinetische Energie eines geradlinig bewegten, nichtrotierenden Körpers auch *Translationsenergie*.

Die Translationsenergie bewegter fester Körper wird in der Technik nur verhältnismäßig selten ausgenutzt, beispielsweise bei Hämmern und Rammern. Rotierende Massen dagegen werden vielfach zur Speicherung von Energie und zur Verrichtung mechanischer Arbeit verwendet, zum Beispiel bei Schwungrädern und Schwungmassen. Schwungräder sind ein wichtiger Bestandteil aller Kolbendampfmaschinen und Verbrennungskraftmaschinen. Sie dienen dazu, Schwankungen im Gang der Maschinen auszugleichen und insbesondere die Totpunktstellung zu überwinden. Da die Rotationsenergie bei einer gleichbleibenden Winkelgeschwindigkeit dem Trägheitsmoment proportional ist, legt man bei den Schwungrädern einen möglichst großen Teil der Masse von der Achse weg gegen den Umfang des Randes. Man erreicht dadurch eine Vergrößerung des Trägheitsmoments bei gleichbleibender Masse.

7. Vergleich einer fortschreitenden mit einer drehenden Bewegung. In den §§ 34 und 36 haben wir die Drehbewegung auf fortschreitende Bewegungen der einzelnen Massenteilen längs der von ihnen beschriebenen Kreisbahnen zurückgeführt. Wir haben die physikalischen Größen und ihre Bezeichnungen so gewählt, daß zwischen den neu eingeführten Größen der *Drehbewegung* und denen der *fortschreitenden Bewegung* formelmäßig übereinstimmende Beziehungen bestehen. Diese formelmäßige Übereinstimmung erleichtert das Verständnis und erweist sich für die Anwendung in der Praxis als zweckmäßig. Die beigefügte Tabelle enthält eine Gegenüberstellung der wichtigsten Größen und Beziehungen der fortschreitenden und der drehenden Bewegung.

Zusammenstellung entsprechender Größen bei einer Translation und bei einer Rotation

1 Translatorische Größen	2 Rotatorische Größen	Zusammenhang zwischen den Größen der Spalte 1 u. 2
Bahngeschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{d\sigma}{dt}$	$v = \omega \cdot r$
Bahnbeschleunigung $b = \frac{dv}{dt}$	Winkelbeschleunigung $\beta = \frac{d\omega}{dt}$	$b = \beta \cdot r$
Masse m	Trägheitsmoment J	$J = \int r^2 \cdot dm$
Kraft $P = m \cdot b$	Drehmoment $M = J \cdot \beta$	$M = P \cdot a$
Kinetische Energie $W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	Rotationsenergie $W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$	

8. Fragen und Aufgaben:

1. Erklären Sie den Begriff des Trägheitsmoments! Von welchen Größen hängt das Trägheitsmoment eines Körpers ab?
2. Welche Methoden zur Bestimmung des Trägheitsmoments von Körpern kennen Sie?
3. Es ist das Trägheitsmoment einer Walze von homogener Dichte bezogen auf ihre Körperachse als Drehachse zu berechnen (vgl. Beispiel im 4. Abschnitt).
4. Wie wird die Rotationsenergie drehend bewegter Massen technisch ausgenutzt?
5. Warum ist bei Schwungrädern der massive Teil möglichst weit von der Achse entfernt?
6. Stellen Sie die Ihnen bekannten Gesetze der Drehbewegung den Gesetzen der fortschreitenden Bewegung gegenüber und erläutern Sie den Zusammenhang zwischen der Drehbewegung und der fortschreitenden Bewegung!

§ 37. Der Kreisel¹

1. Freie Ächsen. Wir hängen nach Abb. 206/1a einen Stab mit kreisförmigem oder rechteckigem Querschnitt an die Achse einer Schwungmaschine und versetzen ihn in rasche Drehung, dann rotiert der Stab um seine Längsachse. Gerät er dabei etwas ins Schlingern, so treten Fliehkräfte auf, die nicht mehr ausgeglichen werden. Sie bewirken, daß der Stab

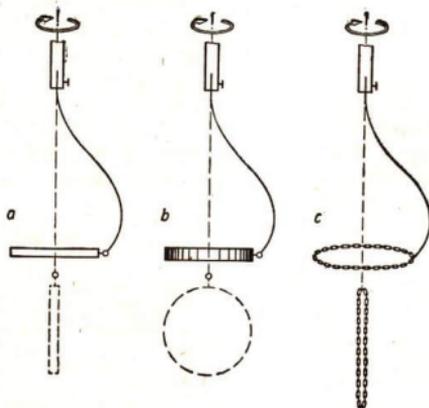


Abb. 206/1. Gleichgewichtslagen rotierender Körper
a) Stab, b) Kreisscheibe, c) Kette

sich immer mehr neigt, bis er in der ausgezogen gezeichneten Lage rotiert. Dabei baucht sich auch der Aufhängefaden infolge der Fliehkraft birnenförmig auf. Ähnlich verhalten sich eine Scheibe oder ein Ring und eine Kette (Abb. 206/1 b und c).

Ächsen, die nicht durch Lager festgelegt sind, wie zum Beispiel bei einem Schwungrad, die sich aber trotzdem bei der Rotation nicht ändern, heißen *freie Ächsen*. Eine aus

¹ Der Inhalt dieses Paragraphen ist nach dem Lehrplan als Lehrstoff für den Unterricht nicht vorgesehen. Wenn hier trotzdem einiges über den Kreisel mitgeteilt wird, so soll dadurch interessierten Schülern Gelegenheit geboten werden, das Wichtigste über diesen Gegenstand selbst nachzulesen.

einem homogenen Stoff bestehende Kugel hat unendlich viele freie Achsen; denn bei der Drehung um irgendeinen Durchmesser heben sich die Fliehkräfte auf. Die Körper der Abb. 206/1 rotieren in der ausgezogen gezeichneten Lage um freie Achsen. Jeder Körper hat mindestens zwei durch den Schwerpunkt gehende freie Achsen, nämlich die seines größten und seines kleinsten Trägheitsmoments. Wie unsere Versuche zeigen, stellt sich ein frei beweglicher Körper, wenn er in schnelle Rotation versetzt wird, immer in die Achse des größten Trägheitsmoments ein.

In § 35, 2 haben wir erfahren, daß rotierende Massen, beispielsweise Schwungräder, in bezug auf ihre Drehachse *ausgewuchtet* sein müssen, wenn man vermeiden will, daß schädliche Lagerbelastungen durch Trägheitswirkungen auftreten. Das bedeutet, daß die Drehachse eine freie Achse der rotierenden Masse sein muß.

2. Der kräftefreie Kreisel. Ein frei drehbarer oder höchstens in einem Punkt festgehaltener rotierender Körper heißt **Kreisel**. Wir beschränken uns auf symmetrische Kreisel, zum Beispiel auf einen Kreiszylinder, einen Kegel, ein Rad. Diese Körper haben eine *Symmetrie- oder Figurenachse*. Ferner sollen die Kreisel um diese Figurenachse, also nicht etwa um andere, durch den Kreiselschwerpunkt gehende Achsen rotieren.

Wenn auf einen Kreisel weder die Schwerkraft noch irgendwelche anderen Kräfte wirken, nennt man ihn *kräftefrei*. So ist der in Abb. 207/1 dargestellte Kreisel dadurch der Schwerkraft entzogen, daß er unmittelbar im Schwerpunkt unterstützt ist.

Auch der in Abb. 207/2 wiedergegebene, *kardanisch*¹ aufgehängte Kreisel ist kräftefrei.

Er kann sich gleichzeitig um drei zueinander senkrechte Achsen A_1 , A_2 , A_3 in jeder Richtung drehen.



Abb. 207/1. Ein im Schwerpunkt unterstützter Kreisel

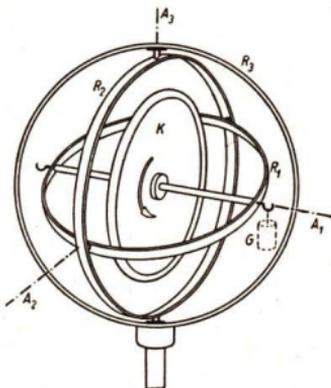


Abb. 207/2. Kardanisch aufgehängter kräftefreier Kreisel. Der Kreisel K ist in einem aus drei Ringen R_1 , R_2 , R_3 bestehenden System so befestigt, daß er sich um die Hauptachse A_1 und die Nebenachsen A_2 und A_3 frei drehen kann.

¹ Geronimo Cardano (1501–1576), italienischer Mathematiker, bekannt durch das von ihm angegebene Verfahren zur Lösung der Gleichungen 3. Grades. Er erfand eine Aufhängevorrichtung, die einen von ihr getragenen Körper vor Schwankungen schützt.

Wir geben der Achse des Kreisels eine beliebige Lage und versetzen ihn in Drehung. Bewegt man das Ringsystem beliebig im Raum, so erkennt man das *Gesetz von der Erhaltung der Kreiselachse*.

Die Achse eines schnell rotierenden kräftefreien Kreisels behält ihre Richtung bei. Einer Parallelverschiebung seiner Achse widersetzt sich der Kiesel nicht.

3. Der Kiesel unter dem Einfluß einer Kraft. Wir belasten den ruhenden Kardanischen Kiesel durch ein kleines Gewichtsstück, das wir am Endpunkt der Kreiselachse A_1 an den Ring R_1 hängen. Der Kiesel neigt sich unter dem Einfluß des durch das Gewichtsstück ausgeübten Drehmoments zur Seite. Nehmen wir dagegen die Belastung erst vor, nachdem wir den Kiesel in schnelle Umdrehung versetzt haben, so ist nur eine geringe seitliche Neigung zu beobachten. Statt dessen aber weicht der Kiesel der Kippbewegung seitlich aus. Seine Achse dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in ihrer waagerechten Ebene (Abb. 208/1).

War die Achse des Kreisels nicht waagrecht, sondern schräg gestellt, so beschreibt sie, belastet, einen Kegelmantel.

Einer Kraft, die die Achsenrichtung eines schnell rotierenden Kreisels zu ändern sucht, weicht die Achse rechtwinklig aus. Diese Erscheinung heißt Präzession¹.

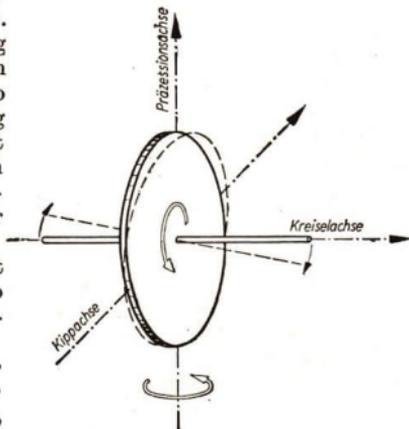


Abb. 208/1. Schematische Darstellung der Präzessionsbewegung eines Kreisels mit waagerechter Kreiselachse unter dem Einfluß eines kippenden Drehmoments

4. Erklärung der Präzession. Wir beschränken uns auf einen Kiesel mit waagerechter Kreiselachse, um die er mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Wir können die Winkelgeschwindigkeit durch einen axialen Vektor wiedergeben und stellen sie, bezogen auf Abb. 208/1, nach den im § 34,2 getroffenen Festsetzungen als einen nach rechts gerichteten Pfeil dar (Abb. 208/2). Die Abb. 208/2 ist dabei als die Draufsicht auf die durch die Kreiselachse gelegte waagerechte Ebene aufzufassen.

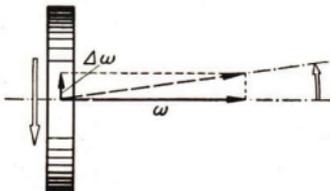


Abb. 208/2. Draufsicht auf den in Abb. 208/1 dargestellten Kiesel. Die Abbildung zeigt das Vektorparallelogramm der Winkelgeschwindigkeiten an einem um eine waagerechte Achse umlaufenden Kiesel unter dem Einfluß eines Kippmoments.

Wird die Kreiselachse einseitig belastet, so wird dadurch der Kiesel um eine zur Kreiselachse senkrechte Achse gekippt. Die Winkelgeschwindigkeit wird dadurch um $\Delta\omega$ geändert. $\Delta\omega$ ist in Abb. 208/2 durch einen

¹ praecedere (lat.) = vorrücken

nach oben gerichteten Vektor dargestellt. Beide Vektoren setzen sich zu einem resultierenden Vektor zusammen, dessen Richtung von der Ausgangsrichtung abweicht.

Diese Überlagerung vollzieht sich in jedem Augenblick in der gleichen Weise. Die Folge davon ist eine Drehung des Vektors der Winkelgeschwindigkeit des Kreisels in der waagerechten Ebene (Abb. 209/1). Damit verbunden ist eine Drehung der Kreiselachse selbst, die wir als Präzession bezeichnet haben.

5. Die Erde als Kreisel. Alle um ihre Achse rotierenden Himmelskörper können als Kreisel angesehen werden, die Achsen sind freie Achsen größten Trägheitsmoments. Die Erdachse schließt mit der Ebene der Erdbahn, der *Ekliptik*, einen Winkel von etwa $66,5^\circ$ ein.

Beobachtungen über längere Zeiträume haben gelehrt, daß die Achsenrichtung der Erde nicht konstant bleibt, sondern einen Kegelmantel beschreibt. Ein voller Umlauf der Achse längs des Kegelmantels währt etwa 25800 Jahre. Er wird in der Astronomie als ein *platonisches Jahr* bezeichnet. Die Achse des Kegels steht senkrecht zur Ekliptik; sein Öffnungswinkel ist etwa 47° . Diese Bewegung der Erdachse wird durch ein Drehmoment hervorgerufen, das die Sonne und der Mond infolge der Gravitation (§ 40, 3) auf den abgeplatteten Erdkörper ausüben (Abb. 209/2). Das Drehmoment sucht die Erdachse aufzurichten. Sie weicht unter dem Einfluß dieser Kraft seitlich aus.

Infolge dieser Bewegung ist die Erdachse nicht dauernd nach dem Polarstern gerichtet (Abb. 209/3). Auch die Schnittpunkte des Himmelsäquators mit der Ekliptik, der Frühlings- und der Herbstpunkt, behalten ihre Lage nicht unverändert bei, sondern sie wandern auf der Ekliptik im Sinne der Erdbewegung. Daher bezeichnet man diese Erscheinung als *Präzession der Tag- und Nachtgleichen*. Hierdurch ändert sich auch die Stellung der Pole am Sternhimmel im Laufe der Jahrtausende; in etwa 12000 Jahren wird der Fixstern Wega der Nordpolarstern sein.

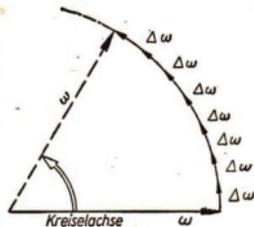


Abb. 209/1. Seitliche Auslenkung des Vektors der Winkelgeschwindigkeit an einem um eine waagerechte Achse umlaufenden Kreisel

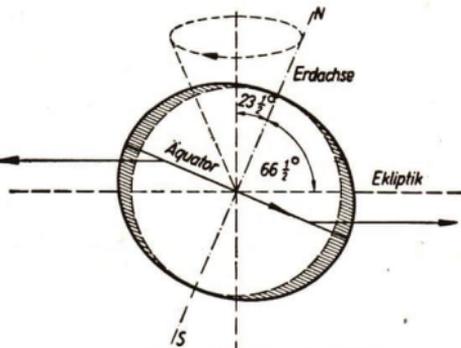


Abb. 209/2. Die Präzession der Erdachse

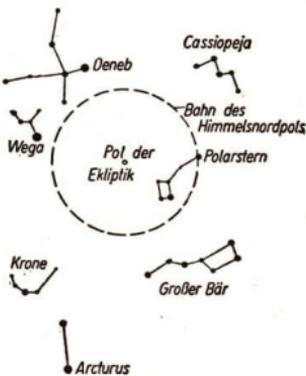


Abb. 209/3. Bewegung des Himmelsnordpols

6. Technische Anwendungen des Kreisels. Etwa seit Anfang dieses Jahrhunderts ist es möglich geworden, schwere Kreisel durch Elektromotoren in schnelle Umdrehung zu versetzen. Auf Grund des Gesetzes von der Erhaltung der Kreiselschwerachse benutzt man solche Kreisel zur Stabilisierung von Bewegungen. Dies ist beim *Schiffskreisel* der Fall, einem im Innern des Schiffes eingebauten großen Kreisel, der dazu dient, die Schlinger- und Stampfbewegungen des Schiffes abzuschwächen. Er wurde von dem deutschen Ingenieur *Ernst Otto Schlick* 1903 erfunden. Auch die Konstruktion von *Einschielenbahnen* wird durch Kreisel von großer umlaufender Masse möglich gemacht.

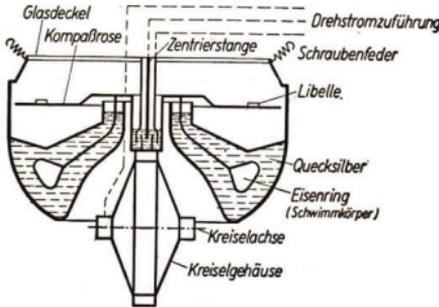


Abb. 210/1
Kreiselskompaß nach Anschütz-Kämpfe (schematisch)

Große Bedeutung für die Seeschifffahrt hat der von *Anschütz-Kämpfe* 1910 konstruierte *Kreiselskompaß* erlangt (Abb. 210/1). Sein wesentlichster Bestandteil ist ein um eine waagerechte Achse schnell umlaufender Kreisel. Dieser ist durch eine Schwimmvorrichtung so gelagert, daß seine Achse in einer waagerechten Ebene verbleiben muß. Der Kreisel ist infolgedessen nicht nach allen Seiten hin frei beweglich. Infolge der Erddrehung wird ein Kippmoment auf die Kreisellachse ausgeübt. Diese reagiert darauf so, daß sie seitlich ausweicht und sich von selbst in die Meridianrichtung einstellt; sie wirkt auf diese Weise als Richtungsweiser. Abb. 210/2 zeigt schematisch einen modernen Kreiselskompaß.

Auch in Flugzeugen werden vielfach Kreiselskompass verwendet.

Andere in der Flugzeugnavigation benutzte Kreiselsgeräte sind der *Kurskreisel*, der *Fliegerhorizont* und der *Wendezeiger*, durchweg Geräte, die dem Piloten ins-

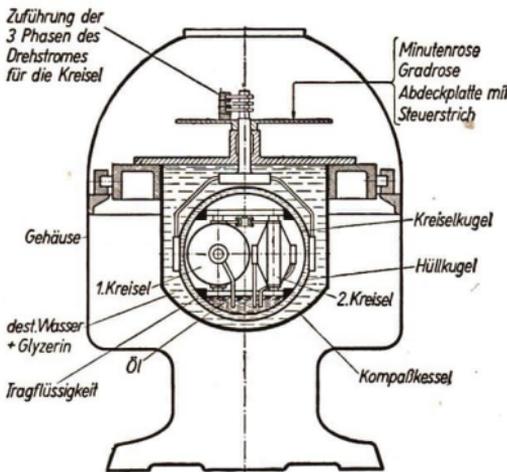


Abb. 210/2. Schematische Darstellung eines modernen Kreiselskompasses. Er enthält zwei elektrisch angetriebene Kreisel, deren Achsen senkrecht zueinander angeordnet sind. Die Kreisel befinden sich in einer Kugel, die in einer zweiten Kugel schwimmt. Durch Verwenden zweier Kreisel werden Mißweisungen vermieden, die infolge der Schlingerbewegung des Schiffes auftreten können.

besondere bei Nachtflügen zu unentbehrlichen Orientierungsmitteln geworden sind (Abb. 211/1).

Auch beim Radfahren erleichtern die Kreiselwirkungen

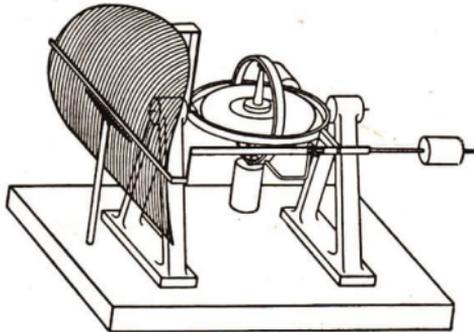


Abb. 211/1. Schematische Darstellung eines künstlichen Fliegerhorizonts. Der äußere Ring der kardanischen Kreisel-aufhängung ist mit einer Kreisscheibe fest verbunden auf der der Himmel und die Erde durch verschiedene Farben angedeutet sind. Der innere Ring der Aufhängung überträgt seine Bewegung auf eine an einem seitlichen Zeiger angebrachte Horizontmarke, die sich vor der Kreisscheibe heben und senken kann. Die Sichtscheibe des Gerätes trägt ein kleines Flugzeugbild, an dessen Stellung zur Horizontmarke man erkennt, ob das Flugzeug steigt oder sinkt und ob es dabei eine Kurve fliegt.

die Stabilisierung der aufrechten Stellung, die aber im wesentlichen durch geschicktes, meist unbewußtes Anwenden der Fliehkräfte und der Schwerkraft erreicht wird.

7. Fragen und Aufgaben:

1. Was versteht man unter einer freien Achse eines Körpers?
2. Erläutern Sie die Beweglichkeit des in Abb. 207/1 wiedergegebenen Kreisels!
3. Was versteht man unter einem kräftefreien Kreisel?
4. Wie verhält sich ein Kreisel, an dessen Achse eine seitlich gerichtete Kraft angreift?
5. Erklären Sie die Wirkungsweise eines Kreiselkompasses!
6. Erklären Sie, warum die Kreiselwirkung beim Radfahren in einer Rechtskurve die Einstellung des Vorderrades nach rechts erleichtert!

VIII. Schwingungen

§ 38. Die harmonische Schwingung

1. Entstehung harmonischer Schwingungen. Wenn man eine mit einem Massenstück belastete Schraubenfeder durch Einwirken einer nach unten gerichteten Zugkraft aus ihrer Gleichgewichtslage bringt und sie darauf freigibt, so führt der

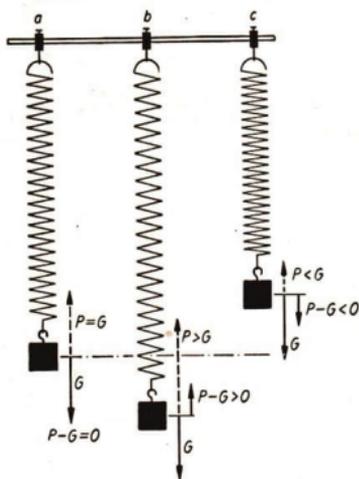


Abb. 212/1. Kraftwirkungen an einem vertikalen Federschwinger

- beim Durchgang durch die Ruhelage
- beim Ausschlag nach unten
- beim Ausschlag nach oben

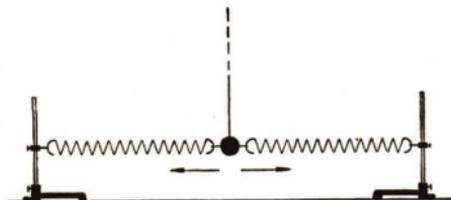


Abb. 212/2. Harmonische Schwingungen eines horizontalen Federschwingers

an der Feder hängende Körper *Schwingungen* aus (vgl. LB 10, § 1). Bei diesen Schwingungen ist nach dem Hookeschen Gesetz die rücktreibende Kraft in jedem Augenblick dem Abstand des Massenstückes von seiner Ruhelage proportional (LB 9, § 20, 2). Sie ist stets auf die Ruhelage hin gerichtet. Die Kräfteverhältnisse sind in Abb. 212/1 wieder gegeben.

Bezeichnet man den Abstand des Massenstückes von der Gleichgewichtslage mit y und die Kraft mit P , so folgt $P \sim y$ oder nach Einführung eines Proportionalitätsfaktors k , den man die Federkonstante nennt,

$$P = -k \cdot y.$$

Das Minuszeichen drückt die Richtung der rücktreibenden Kraft in bezug auf die Ruhelage aus.

In Abänderung des Versuches befestigen wir eine Kugel zwischen zwei Schraubenfedern (Abb. 212/2). Zur Ausschaltung ihres Gewichtes hängen wir sie an einen sehr langen Faden. Dann lassen wir sie zwischen den Federn hin- und herschwingen.

Man kann auch eine Blattfeder, an deren einem Ende ein Spiegelchen befestigt ist, an

einem Stativ festklebmen (Abb. 213/1). Ein von dem Spiegel zurückgeworfener Lichtstrahl entwirft auf einem Schirm einen hellen Fleck. Versetzen wir die Feder in Schwingungen, so führt der Lichtfleck ebenfalls Schwingungen aus.

Schwingungen, bei denen die Kraft, der die schwingende Masse unterworfen ist, dem Abstand dieser Masse von der Ruhelage proportional und zur Ruhelage hin gerichtet ist, nennt man *harmonische Schwingungen*. Sofern es sich um Schwingungen auf geradliniger Bahn handelt, spricht man von *linearen harmonischen Schwingungen*.

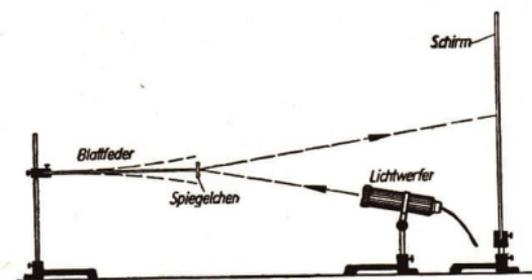


Abb. 213/1. Harmonische Schwingungen einer horizontal festgeklebten Blattfeder

Bei einer harmonischen Schwingung ist die auf die schwingende Masse einwirkende Kraft dem Abstand der Masse von der Ruhelage proportional und zur Ruhelage hin gerichtet.

Die harmonischen Schwingungen führen ihren Namen deswegen, weil auch die Massenteilchen einer tönenden Saite derartige Schwingungen ausführen.

Nach dem 2. Newtonschen Prinzip ist

$$P = m \cdot b \quad \text{oder} \quad b = \frac{P}{m}.$$

Für die bei der harmonischen Schwingung wirkende Kraft gilt die Gleichung

$$P = -k \cdot y.$$

Setzt man diesen Wert ein, so erhält man

$$b = -\frac{k}{m} \cdot y.$$

Die harmonische Schwingung ist somit eine ungleichmäßig beschleunigte Bewegung mit ortsabhängiger Beschleunigung.

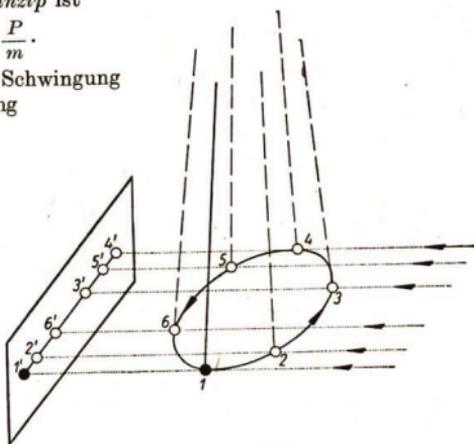


Abb. 213/2. Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung auf einen zu ihrer Bahnebene senkrechten Schirm

2. Die Gleichung der harmonischen Schwingung. Wir projizieren den Körper eines *Kegelpendels*, der eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, durch paralleles Licht auf einen zu seiner Bahnebene senkrechten Schirm (Abb. 213/2). Der Schatten des Pendelkörpers vollführt auf dem Schirm eine schwingende Bewegung. Wir werden nunmehr nachweisen, daß diese Schwingung harmonisch ist.

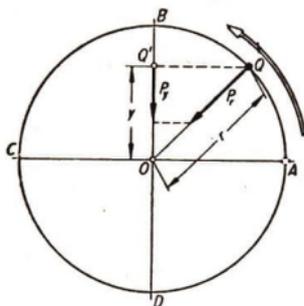


Abb. 214/1. Zur Ableitung der Gleichung harmonischer Schwingungen

Wir betrachten einen Massenpunkt A , der sich in positivem Drehungssinn auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt O bewegt, und projizieren ihn auf den zum Durchmesser der Ausgangslage senkrechten Durchmesser BD (Abb. 214/1). Die im Bild festgehaltene Lage des Massenpunktes sei Q , seine Projektion Q' . Läuft Q mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um, so vollführt Q' eine periodisch auf und nieder gleitende Bewegung, von der sich beweisen läßt, daß sie harmonisch ist. Denn wenn sich ein Punkt mit der Masse m mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit auf einem Kreis mit dem Radius r bewegen soll, so muß auf ihn in der Richtung des Halbmessers die Radialkraft $P_r = m \cdot \omega^2 \cdot r$ wirken (§ 34, 6).

Die Bewegung des Punktes Q' verläuft so, als ob auf ihn in der Richtung $Q'O$ die Komponente P_y dieser Kraft wirkt. Nach dem Strahlensatz ist

$$\frac{P_y}{P_r} = \frac{y}{r},$$

folglich

$$P_y = \frac{P_r}{r} \cdot y.$$

Da auf der rechten Seite der Gleichung allein y veränderlich ist, ergibt sich, daß die scheinbar auf den Punkt Q' wirkende Kraft P_y ihrem Abstand von der Mittel-lage proportional und nach der Ruhelage hin gerichtet ist. Das ist aber das charakteristische Merkmal der harmonischen Bewegung.

Die senkrechte Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung auf einen Durchmesser ist eine harmonische Schwingung.

Der Winkel φ , den der Punkt Q von A aus in der Zeit t zurückgelegt hat, heißt der *Phasenwinkel* oder kurz die *Phase*¹. Zwischen der Zeit t , der Schwingungsdauer T und dem zugehörigen, im Bogenmaß gemessenen Phasenwinkel φ besteht die Beziehung

$$t : T = \varphi : 2\pi.$$

Daher ist

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot t = \omega t.$$

Die jeweilige Entfernung $Q'O = y$ des schwingenden Punktes von der Mittellage bezeichnet man als seine *Elongation* (vgl. LB 10, § 1, 2a). Für sie ergibt sich aus der Abbildung

$$y = r \cdot \sin \varphi = r \cdot \sin(\omega t).$$

Die Elongation ist dem Sinus des Phasenwinkels proportional.

¹ phásis (griech.) = das Erscheinen; vgl. „Phase“ des Mondes

Man nennt deshalb die harmonische Schwingung auch *Sinusschwingung*. Zur Veranschaulichung dieser Zusammenhänge ist in der Abb. 215/1 die Schwingung des Punktes Q' zu einer Sinuslinie auseinandergezogen. Die Zeit t ist als Abszisse

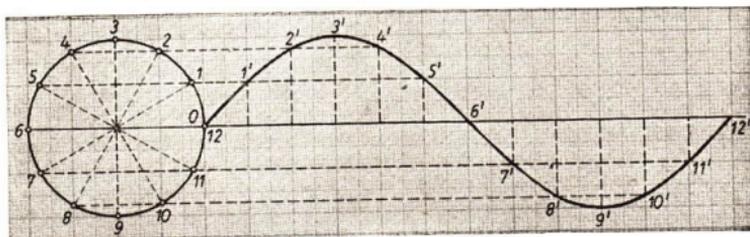


Abb. 215/1. Graphische Darstellung des zeitlichen Verlaufes einer harmonischen Schwingung

aufgetragen, während als Ordinaten die entsprechenden Elongationen eingezeichnet sind. Die entstandene Sinuslinie liefert den zeitlichen Verlauf der harmonischen Schwingung.

Man erhält die Sinuslinie auch durch den in Abb. 213/1 wiedergegebenen Versuch, wenn man den Lichtstrahl über einen Drehspegel auf den Schirm fallen läßt.

3. Die Schwingungsdauer einer harmonischen Bewegung. Aus der für die Radialkraft geltenden Gleichung

$$P_r = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r$$

läßt sich die Umlaufzeit der Kreisbewegung und damit die *Schwingungsdauer* der harmonischen Schwingung errechnen. Man versteht unter der Schwingungsdauer einer harmonischen Schwingung die Zeit, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichgerichteten Durchgängen der schwingenden Masse durch die Ruhelage verstreicht. Löst man die Gleichung nach T auf, so erhält man

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{r}{P_r}}$$

oder, da $P_r : P_y = r : y$ ist,

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{y}{P_y}}$$

Der Bruch $\frac{y}{P_y}$ hat für jede Lage des Punktes Q' denselben Wert. Sein absoluter Betrag, auf den es hier allein ankommt, ist nach Abschnitt 1 gleich dem reziproken Wert der Federkonstanten k :

$$\frac{y}{P_y} = \frac{1}{k}$$

Unter Verwendung dieser Beziehung ergibt sich für die *Schwingungsdauer einer harmonischen Bewegung* der Ausdruck

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Da in dieser Gleichung die Schwingungsweite nicht auftritt und auch die anderen Größen von der Schwingungsweite unabhängig sind, folgt daraus:

Die Schwingungsdauer einer harmonischen Bewegung ist von der Schwingungsweite unabhängig.

4. Drehschwingungen. Neben der bisher betrachteten linearen harmonischen Schwingung ist noch die *harmonische Drehschwingung* oder *Torsionsschwingung* beachtenswert. Harmonische Drehschwingungen entstehen, wenn an einem drehbar gelagerten Körper ein rücktreibendes Drehmoment wirkt, das dem von der Ruhelage aus gemessenen Drehwinkel proportional ist. Harmonische Drehschwingungen treten zum Beispiel bei *Spiegelgalvanometern* und *Drehwaagen* auf, denn bei diesen Geräten wird ein elastischer Draht oder ein schmales elastisches Band tordiert. Für Torsionsschwingungen gelten ganz ähnliche Gesetze wie für die linearen Schwingungen.

Auch die *Unruh* von Taschen- und Weckeruhren führt harmonische Drehschwingungen aus. Das Drehmoment wird durch die Kraft einer Spiralfeder ausgeübt, welche nahe an der Drehachse angreift (vgl. LB 9, § 4, 2, Abb. 19).

5. Fragen und Aufgaben:

1. Was versteht man unter einer harmonischen Schwingung?
2. Weisen Sie nach, daß die Projektion eines gleichförmig kreisenden Punktes auf einen Durchmesser des Bahnkreises eine harmonische Schwingung ausführt!
3. Führen Sie die in Abschnitt 2 vorgenommene Ableitung der Gleichung der harmonischen Bewegung mit Hilfe einer Projektion auf einen Durchmesser aus, der auf dem ursprünglich angenommenen Durchmesser senkrecht steht! Weisen Sie nach, daß dabei eine Phasenverschiebung von 90° auftritt!
4. Eine vertikal hängende Schraubenfeder hat eine Federkonstante von der Größe $k = 1,5 \text{ p/cm}$ und trägt eine schwingende Masse von 100 g . Wie groß ist die Schwingungsdauer?
5. Nennen Sie Beispiele für harmonische Schwingungen (lineare Schwingungen und Drehschwingungen)!

§ 39. Das Schwerependel

1. Das Fadenpendel. Wird ein beliebig geformter Körper so aufgehängt, daß er infolge der Schwerkraft um eine stabile Gleichgewichtslage schwingen kann, so entsteht ein *Pendel*¹. Insbesondere wird mit diesem Namen ein Massenstück bezeichnet, welches an einem Faden oder an einer Stange hängt. Ist der Faden dünn und der Pendelkörper klein und schwer, etwa aus Blei oder Eisen, so kann man die Masse des Fadens und die Ausdehnung des Pendelkörpers vernachlässigen. Ein Pendel der angegebenen Art wird ein *Fadenpendel* genannt. Nimmt man an, daß der Faden überhaupt keine Masse besitze und daß die gesamte Masse des Pendelkörpers in einem Punkte, seinem Massenmittelpunkte, vereinigt sei,

¹ péndulum (lat.) = das Hängende

so erhält man das *mathematische Pendel* (Abb. 217/1). Es ist durch Abstraktion aus dem Fadenpendel entstanden. Bei Versuchen kann das mathematische Pendel mit genügender Annäherung durch ein Fadenpendel ersetzt werden.

Wir messen die *Schwingungsdauer eines Fadenpendels*. Diese umfaßt einen Hin- und einen Hergang des Pendels. Bei der Durchführung des Versuches finden wir, daß die Schwingungsdauer vom Ausschlag nahezu unabhängig ist, wenn die Ausschläge genügend klein, etwa unter 5° , bleiben. Erst bei großen Ausschlägen wird sie merklich größer.

Auch ist zu beobachten, daß Pendel von gleicher Länge, aber von verschiedener Masse, gleiche Schwingungsdauer haben. Ferner kann man experimentell feststellen, daß die Schwingungsdauer der Quadratwurzel aus der Pendellänge proportional ist.

Wir werden nun an Hand der Abb. 217/1 die Pendelbewegung für kleine Pendelausschläge mathematisch untersuchen. Wir nehmen dabei an, daß sich der Pendelkörper auf einer nahezu geradlinigen Bahn bewegt. Sein jeweiliger Abstand von der lotrechten Lage werde mit y bezeichnet.

Der Pendelfaden habe die Länge l und sei um den kleinen Winkel α aus seiner Ruhelage ausgelenkt. Wir zerlegen das an dem Pendelkörper angreifende Gewicht G nach dem Parallelogrammsatz in zwei Komponenten P_1 und P_2 , von denen die erste (KF) in der Richtung des Fadens, die zweite (KT) in der Richtung der Bahntangente wirkt. Die Dreiecke KRT und KRF stimmen mit dem Dreieck AKK' außer im rechten Winkel auch im Winkel α überein. Somit ist die Komponente KF gleich

$$P_1 = G \cdot \cos \alpha;$$

sie spannt den Faden. Die Komponente KT ist

$$P_2 = G \cdot \sin \alpha;$$

sie beschleunigt die Kugel in der Richtung der Bahn.

Da $\sin \alpha = \frac{y}{l}$ ist, folgt

$$P_2 = \frac{G}{l} \cdot y \quad \text{oder} \quad P_2 = \frac{m \cdot g}{l} \cdot y.$$

Die beschleunigende Kraft ist somit dem Abstand der Kugel von der Mittellage proportional. Da sie für kleine Winkelausschläge nahezu in die Richtung dieses Abstandes fällt, kann man die Bewegung des Pendelkörpers annähernd als eine harmonische Bewegung auffassen:

Bei kleinen Winkelausschlägen schwingt ein Fadenpendel nahezu harmonisch.

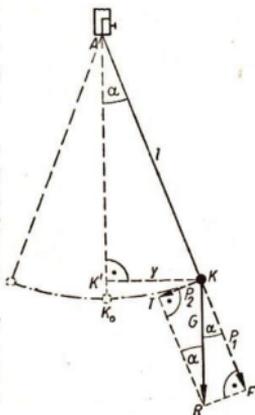


Abb. 217/1
Mathematisches Pendel

Der experimentelle Nachweis kann durch den in Abb. 218/1 dargestellten Versuch erbracht werden: Wir hängen an zwei langen Fäden ein mit feinem Sand gefülltes, unten offenes Trichtergefäß auf und lassen es schwingen. Zieht man unter dem Trichter ein Brett mit gleichbleibender Geschwindigkeit senkrecht zur Schwingungsebene entlang, so zeichnet der ausfließende Sand eine Sinuslinie auf (vgl. LB 10, § 2, 1).

Die Bedeutung der in der Gleichung für harmonische Schwingungen

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{y}{P}}$$

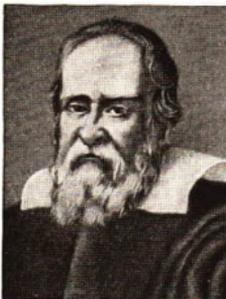
auf tretenden Größen m , y , P stimmt mit der Bedeutung, die sie jetzt beim Pendel haben, überein. Wir können diese Gleichung bei kleinen Winkel ausschlägen anwenden.

Setzen wir in ihr P gleich $\frac{m \cdot g}{l} \cdot y$, so ergibt sich das Pendelgesetz

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Bei kleinen Winkelausschlägen ist die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels der Quadratwurzel aus der Pendellänge direkt und der Quadratwurzel aus der Fallbeschleunigung umgekehrt proportional.

Bei kleinen Winkeln ist mithin die Schwingungsdauer eines Pendels vom Ausschlag unabhängig. Außerdem ist sie auch von der Masse des Pendels unabhängig. Diese zweite Eigenschaft hat nur das mathematische Pendel.

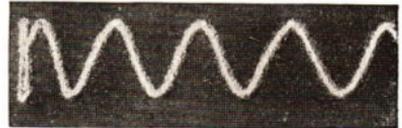
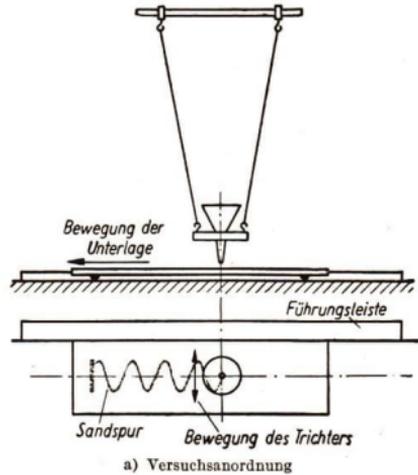


Galileo Galilei (1564–1642)

Die mathematisch hergeleiteten Beziehungen stimmen mit den aus Versuchen gewonnenen Ergebnissen überein. Die Richtigkeit der deduktiven Ableitung des Pendelgesetzes wird somit durch die Versuche bestätigt.

Wenn der Winkel α unter 5° bleibt, beträgt der Fehler, den man bei der Berechnung der Schwingungsdauer nach der Pendelgleichung macht, weniger als $\frac{10}{100}$. Die ersten Untersuchungen der Pendelbewegung gehen auf Galileo Galilei¹ zurück, der diese in Verbindung mit Experimenten zum freien Fall ausgeführt hat.

¹ Galileo Galilei (1564–1642), italienischer Physiker, einer der bedeutendsten Naturforscher des 16. Jahrhunderts (vgl. LB 9, S. 58 und LB 10, S. 113).



b) Wellenlinie als Sandspur eines Sandpendels

Abb. 218/1. Aufzeichnen der Schwingungen eines Fadenpendels durch Sand

Bereits *Galilei* verwendete ein Pendel mit Zählwerk zur Zeitmessung, doch mußte das Pendel immer wieder angestoßen werden, wenn es in Gang bleiben sollte. Der eigentliche Erfinder der Pendeluhr ist *Christian Huygens*. Er hat die Pendelbewegung eingehend untersucht und hat es verstanden, die Umlaufzeit der Hauptachse der Uhr mittels eines Pendels konstant zu halten.

Bei dieser Gelegenheit sei darauf hingewiesen, daß die Schwingungsdauer eines Sekundenpendels 2 s beträgt. Der Name ist dem Sekundenpendel nach der Zeitdauer eines einzelnen Hin- bzw. Herganges gegeben worden.

2. Die Bestimmung der Schwerebeschleunigung durch Pendel. Werden die Pendellänge l und die Schwingungsdauer T eines Fadenpendels gemessen, so ergibt die Auflösung der Schwingungszeitgleichung nach der *Schwerebeschleunigung* für diese den Wert

$$g = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot l}{T^2}.$$

Der gefundene Wert ist jedoch niemals ganz genau, da die Pendelmasse nicht punktförmig konzentriert werden kann und der Faden nicht masselos ist. Zu kleine Massen wären wiederum sehr stark den Einflüssen der Reibung und des Luftwiderstandes unterworfen. Außerdem ist wegen der Durchbiegung des Fadens der Aufhängepunkt nicht genau feststellbar.

Genauere Werte für die Fallbeschleunigung liefern Versuche mit *physischen Pendeln*. Das sind Pendel mit einer starren Pendelstange und daran aufgehängten Pendelmassen von meist linsenförmiger Gestalt. Doch kann auf die für sie geltenden Gesetzmäßigkeiten hier nicht näher eingegangen werden.

3. Versuche, Fragen und Aufgaben:

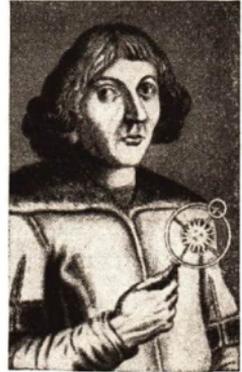
1. Leiten Sie das Pendelgesetz (die Gleichung für die Schwingungsdauer eines Pendels) her!
2. Warum gilt das Pendelgesetz genügend genau nur für kleine Schwingungswreiten?
3. Foucault verwendete bei seinem berühmten Pendelversuch im Pantheon in Paris zum Nachweis der Erdrotation ein Pendel mit einer Länge von 67 m und einer Pendelmasse von 28 kg. Berechnen Sie die Schwingungsdauer dieses Pendels!
4. Fertigen Sie nach Berechnungen ein Sekundenpendel an und stellen Sie die Schwingungszeit dieses Pendels experimentell fest! Wodurch ist die Abweichung vom errechneten Wert zu erklären?
5. Skizzieren Sie eine Methode zur Bestimmung der Schwerebeschleunigung mittels eines Fadenpendels! Urteilen Sie über die Genauigkeit dieser Methode!

IX. Die Gravitation

§ 40. Die Keplerschen Gesetze — Das Gravitationsgesetz

1. Von Ptolemäus bis Kopernikus. Bis etwa zur Wende des 15. Jahrhunderts galt das von dem griechischen Naturphilosophen *Ptolemäus* um 130 u. Z. aufgestellte *geozentrische*¹ *Weltsystem*, nach dem die Erde den ruhenden Mittelpunkt der ganzen Welt bildet, als die allein für die Erklärung des Weltengeschehens in Frage kommende Grundlage. Erst *Nikolaus Kopernikus*² schuf durch das von ihm aufgestellte *heliozentrische*¹ *Weltsystem* ein neues Erkenntnisprinzip. Er erklärte den scheinbaren täglichen Umlauf des Fixsternhimmels aus der Drehung der Erde um ihre Achse. Die Fixsterne nahm er in unmeßbar weiter Ferne als ruhend an. *Kopernikus* vertrat den Standpunkt, daß die Sonne stillsteht und daß sich um sie die Erde und die übrigen Planeten auf Kreisbahnen bewegen; nur der Mond allein dreht sich um die Erde. *Kopernikus* verfügte allerdings noch nicht über genügendes Beobachtungsmaterial, als daß er danach die Bewegung der Planeten in allen Einzelheiten exakt hätte beschreiben können.

2. Die Keplerschen Gesetze. Nähere quantitative Angaben über die Planetenbewegung nach der kopernikanischen Theorie hat jedoch erst der deutsche Astronom *Johannes Kepler*³ gemacht. Er stützte sich dabei in erster Linie auf die umfangreichen Beobachtungen des dänischen Astronomen *Tycho Brahe*⁴, mit dem er 1600 in Prag zusammen arbeitete. Die



Nikolaus Kopernikus

¹ *gē* (griech.) = Erde; *hēlios* (griech.) = Sonne; *céntrum* (lat.) = Mittelpunkt

² Nikolaus Kopernikus (1473–1543), ein polnischer Astronom von universeller Bedeutung. Er legte durch seine Arbeiten den Grund zu einer modernen, wissenschaftlichen Weltauffassung.

³ Johannes Kepler (1571–1630), ein hervorragender deutscher Astronom, der durch seine bahnbrechenden Arbeiten der kopernikanischen Lehre zur Anerkennung verhalf.

⁴ Tycho Brahe (1546–1601), ein bedeutender dänischer Astronom, lange Jahre Direktor der auf einer Insel im Sund gelegenen Sternwarte Uraniborg. Er verfolgte über Jahre auf Grund zahlreicher, peinlich genauer Messungen den Stand der Planeten am Sternhimmel und schuf auf diese Weise wertvolles Beobachtungsmaterial.



Johannes Kepler

Genauigkeit der Beobachtungen *Tycho Brahes* ist um so beachtlicher, als sie noch vor der Erfindung des Fernrohres durchgeführt wurden. *Kepler* wertete das ihm von *Tycho Brahe* übergebene Beobachtungsmaterial mathematisch aus und kam zu der Folgerung, daß die Planeten sich nicht auf Kreisen mit gleichbleibender Geschwindigkeit bewegen. Er versuchte, die Beobachtungen aus ungleichförmigen Bewegungen und anders gestalteten Bahnen zu erklären; sechs Jahre verwandte er allein auf die Erforschung der Marsbahn. Durch immer neue Annahmen suchte *Kepler* Rechnung und Beobachtung in Übereinstimmung zu bringen. Im Jahre 1619 endlich konnte er alle Ergebnisse in seinem Werk „*Harmonices mundi*“ — „Zusammenklänge der Welt“ — in drei Gesetzen zusammenfassen:

Das erste Keplersche Gesetz:

Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

Das zweite Keplersche Gesetz:

Ein von der Sonne zum Planeten gezogener Leitstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Das dritte Keplersche Gesetz:

Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnen.

Abb. 221/1 stellt in stark schematisierter Form eine Planetenbahn dar.

Die schraffierten Flächen sind gleich groß. Man erkennt, daß die Geschwindigkeit des Planeten in der Sonnennähe, im *Perihel*¹, größer ist als in der Sonnenferne, im *Aphel*. Diese

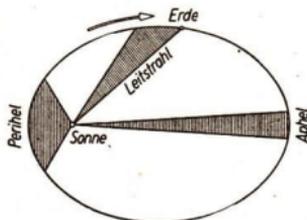


Abb. 221/1. Kepler-Ellipse. Die Abweichung von einem Kreise ist sehr stark übertrieben gezeichnet. Infolgedessen unterscheiden sich die an sich gleich großen schraffierten Flächen in ihrer Form viel stärker voneinander als in Wirklichkeit. Bei der Erdbahn verhält sich beispielsweise die Hauptachse zur Nebenachse annähernd nur wie 6001 : 6000.

Zusammenhänge sind die Ursache dafür, daß das Winterhalbjahr auf der nördlichen Halbkugel kürzer ist als das Sommerhalbjahr; denn die Erde ist am 2. Januar der Sonne am nächsten. Man könnte danach annehmen, daß der Januar der wärmste Monat sei. Die Entfernung der Erde von der Sonne im Perihel verhält sich aber zu der im Aphel nur wie 29 : 30. Der Unterschied der Entfernungen ist mithin so gering, daß er als Ursache für die Entstehung der Jahreszeiten keine wesentliche Rolle spielt. In erster Linie ist der *Wechsel der Jahreszeiten* dadurch bedingt, daß infolge der Schrägstellung der Erdachse zur

¹ hélios (griech.) = Sonne; perí (griech.) = drum herum, in der Umgebung; apó (griech.) = fern, sprich: aph-hel

Ebene der Erdbahn die Sonnenstrahlen auf der nördlichen Halbkugel im Aphel steiler auf die Erdoberfläche fallen als im Perihel (Abb. 222/1).

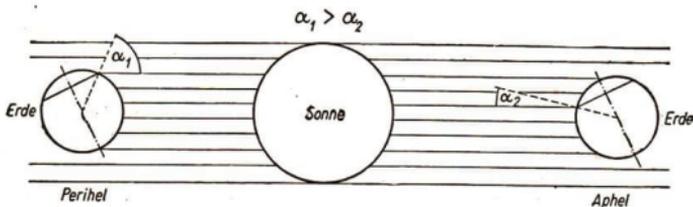


Abb. 222/1. Der Wechsel der Jahreszeiten auf der nördlichen Halbkugel. Die Größen der Sonne und der Erde sowie die Entfernung der Erde von der Sonne sind nicht verhältnismäÙig gezeichnet.

Während das *erste* und das *zweite Keplersche Gesetz* für einen einzelnen Planeten gelten, bezieht sich das *dritte Gesetz* auf zwei Planeten gemeinsam. *Kepler* fand es 9 Jahre später als die beiden ersten. Bedeuten T_1 und T_2 die Umlaufzeiten zweier Planeten und a_1 und a_2 die großen Halbachsen der Planetenbahnen, so ist

$$T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3$$

oder

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}.$$

Mithin ist $\frac{a^3}{T^2}$ näherungsweise eine für alle Planeten konstante Größe.

Es folgt hieraus, daß die Umlaufzeiten der Planeten schneller wachsen als ihre Entfernungen von der Sonne. Mithin ergibt sich daraus, daß die Planeten nicht die gleiche Bahngeschwindigkeit besitzen können.

3. Das Newtonsche Gravitationsgesetz. Die drei Keplerschen Gesetze beschreiben die Planetenbewegung; *Isaac Newton* erkannte die Zusammenhänge und ihre Ursache.

Aus dem *ersten Keplerschen Gesetz* ergibt sich, daß eine nach der Innenseite der elliptischen Bahn gerichtete Kraft wirkt; denn ohne diese müÙte sich der Planet nach dem Trägheitsgesetz geradlinig weiterbewegen. Wie *Newton* bewies, folgt aus dem *zweiten Keplerschen Gesetz*, daß diese Kraft beständig zur Sonne hin gerichtet ist. Da die Planetenbahnen sehr wenig von Kreisen abweichen, dürfen wir, ohne einen großen Fehler zu begehen, die für die *Radialbeschleunigung* und *Radialkraft* geltenden Gleichungen

$$b_r = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r \quad \text{und} \quad P_r = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$$

anwenden (vgl. § 34, 6). Hierin bedeuten r den Abstand des Planeten von der Sonne, T seine Umlaufzeit und m seine Masse. Es ist mithin

$$P_r \sim \frac{m \cdot r}{T^2}.$$

Da aber nach dem *dritten Keplerschen Gesetz*

$$T^2 \sim r^3$$

ist, ergibt sich

$$P_r \sim \frac{m \cdot r}{r^3} \quad \text{oder} \quad P_r \sim \frac{m}{r^2}.$$

Dieser Ausdruck besagt, daß die von der Sonne auf einen Planeten ausgeübte Kraft seiner Masse direkt und dem Quadrate seiner Entfernung von der Sonne umgekehrt proportional ist.

Geht man unter Einfügen eines Proportionalitätsfaktors zur Gleichungsform über, so erhält man

$$P_r = C \cdot \frac{m}{r^2}.$$

Nach dem 3. *Newtonschen Prinzip* (vgl. LB 9, § 15, 6) muß aber die zwischen der Sonne und dem Planeten auftretende Kraft eine gegenseitig wirkende Kraft sein; der Planet muß demnach auch die Sonne anziehen. Deshalb muß P_r auch der Sonnenmasse m_s proportional sein. Es folgt aus dem Vorangehenden

$$P_r \sim \frac{m \cdot m_s}{r^2}.$$

Auch die Bahn des Mondes um die Erde ist fast kreisförmig, folglich gilt auch für die von der Erde am Mond hervorgerufene Beschleunigung die Gleichung

$$b_r = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2}.$$

Die mittlere Entfernung des Mondmittelpunktes vom Erdmittelpunkt, die auf Grund astronomischer Messungen berechnet wurde, ist $r = 3,84 \cdot 10^{10}$ cm und die Umlaufzeit des Mondes

$$T \approx 27\frac{1}{3} d \approx 236 \cdot 10^4 \text{ s}.$$

Somit ergibt sich

$$b_r = 0,27 \text{ cm/s}^2.$$

Nun beträgt aber der mittlere Erdhalbmesser angenähert $6,37 \cdot 10^8$ cm und der mittlere Abstand des Mondmittelpunktes vom Erdmittelpunkt etwa das 60,3fache des Erdhalbmessers. Andererseits ist die Beschleunigung g , die ein Körper auf der Erdoberfläche erfährt, annähernd 60,3²mal so groß wie die oben angegebene, auf den Mond ausgeübte Beschleunigung. Es ist nämlich

$$g \approx 0,27 \text{ cm/s}^2 \cdot 60,3^2 \approx 0,27 \text{ cm/s}^2 \cdot 3636 \approx 981 \text{ cm/s}^2.$$

Aus dieser Überlegung folgerte *Isaac Newton*, daß die Beschleunigung, die die zwischen der Erde und einem Körper wirkende Anziehungskraft dem Körper erteilt, dem Quadrat seines Abstandes vom Erdmittelpunkt umgekehrt proportional ist. *Newton* schloß daraus, daß für die Anziehung zwischen einem beliebigen Körper und der Erde das gleiche Gesetz gilt. So kam *Newton* zu der wichtigen Erkenntnis, daß auch das Gewicht irdischer Körper nichts anderes ist als die zwischen der Erde und den auf ihr befindlichen Körpern wirkende Kraft der *Massenanziehung*.

Durch diese Verallgemeinerung ergibt sich das ganz allgemein für zwei Massen m_1 und m_2 geltende Newtonsche Gravitationsgesetz:

Zwei Körper ziehen sich gegenseitig mit einer Kraft an, die dem Produkt ihrer Massen direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung voneinander umgekehrt proportional ist:

$$P = k \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Hier bedeutet k einen noch zu bestimmenden Proportionalitätsfaktor, der die *Gravitationskonstante*¹ genannt wird.

4. **Bestimmung der Gravitationskonstante.** *Newton* hielt einen unmittelbaren Nachweis des Gravitationsgesetzes an irdischen Körpern für unmöglich, denn er glaubte, daß die Anziehungskraft zwischen zwei irdischen Einzelkörpern zu klein sei, als daß sie gemessen werden könnte. Er hielt deshalb auch k für unmeßbar klein. Die erste experimentelle Bestimmung von k gelang dem englischen Physiker

*Henry Cavendish*² (1798). Die genauesten Messungen der Gravitationskonstante lieferten im Jahre 1896 *Franz Richarz*³ und *Krigar-Menzel*⁴. Von ihnen wurden, um gegen Wärmeschwankungen und Erderschütterungen geschützt zu sein, in einer unterirdischen Kasematte in Spandau an den Enden des Balkens einer empfindlichen Waage zwei Kilogrammstücke, A an einem kurzen und B an einem langen Faden, so aufgehängt, daß sich das eine oberhalb, das andere unterhalb eines Bleiklotzes von 100000 kg befand (Abb. 224/1). Die von der Bleimasse auf A und B ausgeübte Anziehungskraft ruft einen Ausschlag der Waage hervor, durch den die Größe der Kraft gemessen werden kann. Hieraus läßt sich dann die *Gravitationskonstante* nach der obenstehenden Gleichung berechnen. Nach neueren Messungen ist

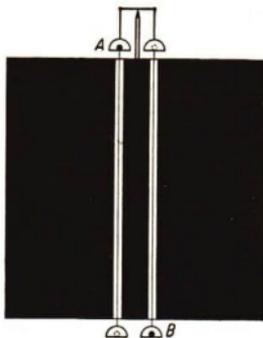


Abb. 224/1. Gravitationswaage zur Bestimmung der Gravitationskonstante. Bei einem Kontrollversuch wird A auf die rechte obere und B auf die linke untere Waagschale umgelegt.

$$k = (6,670 \pm 0,007) \cdot 10^{-8} \frac{\text{dyn} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}^2}.$$

Zwei Gramm Massen ziehen sich demnach bei einem Mittelpunktsabstand von 1 cm mit der Kraft von $6,67 \cdot 10^{-8}$ dyn, das heißt mit rund $7 \cdot 10^{-11}$ p an. Für die Kraft, mit der sich zwei Kilogrammstücke aus einer Entfernung von 10 cm anziehen, findet man $0,0007 \text{ mp} = 7 \cdot 10^{-7} \text{ p}$. Da nach dem Wechselwirkungsgesetz nicht

¹ grávitás (lat.) = Schwere

² Henry Cavendish (1731–1810), ein großer englischer Naturforscher, der insbesondere auf dem Gebiet der Chemie Bedeutendes leistete. Er entdeckte unter anderem den Wasserstoff.

³ Franz Richarz (1860–1920), deutscher Physiker, Professor in Greifswald, später in Marburg

⁴ O. Krigar-Menzel (1861–1929), Professor der Physik in Berlin

nur ein Zentralkörper seinem Trabanten, sondern auch dieser dem Zentralkörper eine bestimmte Beschleunigung erteilt, umkreisen Sonne und Planeten den gemeinsamen Schwerpunkt oder Massenmittelpunkt. Das *erste Keplersche Gesetz* bedarf somit einer Berichtigung, doch überwiegt die Masse der Sonne die der Planeten so sehr, daß der gemeinsame Massenmittelpunkt fast in den Mittelpunkt der Sonne fällt.

Das *Gravitationsgesetz* führte zur Entdeckung des Planeten Neptun. Im Jahre 1846 berechnete der Astronom *Urbain Jean Joseph Leverrier*¹ in Paris aus der Bahn des Planeten Uranus, die von der Keplerellipse etwas abweicht, mittels des Gravitationsgesetzes die Stellung eines bis dahin noch unbekanntem Planeten, des Neptun. Der Astronom *Johann Gottfried Galle*² stellte auf Grund der Berechnungen Leverriers von Berlin aus diesen Planeten tatsächlich an der angegebenen Stelle durch Fernrohrbeobachtung fest. Dadurch erfuhr das Gravitationsgesetz eine glänzende Bestätigung. In neuerer Zeit führten ähnliche Berechnungen zur Entdeckung des Planeten Pluto.

Das Auffinden dieser beiden Planeten ist ein sicherer Beweis für die Richtigkeit des Kopernikanischen Weltbildes. Auf Grund klar erkannter Naturgesetze können Naturzusammenhänge aufgedeckt werden, die vorher nicht bekannt waren. Dadurch wird zur Gewißheit, daß die Natur erkennbar ist.

5. Die Massen der Erde und der Sonne. Die Gravitationsbeschleunigung, die ein Himmelskörper an einem ihn umkreisenden Gestirn hervorruft, ist identisch mit der verursachten *Zentralbeschleunigung*. Hat ein Himmelskörper einen Begleiter, wie die Sonne die Planeten oder die Erde den Mond, so kann man die Schwerebeschleunigung auf dem Himmelskörper aus der Umlaufzeit T und der Entfernung r des Trabanten berechnen. Wir führen die Rechnung für einen Körper auf der Sonnenoberfläche aus. Die Entfernung r der Erde von der Sonne beträgt etwa $15 \cdot 10^7 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}$, die Umlaufzeit der Erde um die Sonne $365,256 \text{ d} \approx 3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$; somit ist ihre zur Sonne hin gerichtete Beschleunigung

$$b_r = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \approx 0,59 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Nach Abschnitt 3 ist die Beschleunigung dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional; deshalb folgt, wenn man den Sonnenhalbmesser gleich $700000 \text{ km} = 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}$ setzt, als Schwerebeschleunigung eines Körpers auf der Sonnenoberfläche der Wert

$$0,59 \cdot \left(\frac{1,5 \cdot 10^{13}}{7 \cdot 10^{10}} \right)^2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} \approx 2,7 \cdot 10^3 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Auf der Grundlage des Gravitationsgesetzes und des *2. Newtonschen Prinzips* läßt sich auch die Sonnenmasse m_S berechnen. Bedeutet nämlich m_E die Erdmasse und wie vorhin r den Mittelpunktsabstand Sonne—Erde, so ist

¹ Urbain Jean Joseph Leverrier (1811–1877), französischer Astronom, 1854 Direktor der Sternwarte in Paris

² Johann Gottfried Galle (1812–1910), deutscher Astronom, entdeckte außer dem Planeten Uranus noch drei Kometen

$P = k \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2}$. Andererseits ist $P = m_E \cdot b$, worin b die Schwerebeschleunigung der Erde durch die Sonne bedeutet. Mithin ist

$$k \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2} = m_E \cdot b.$$

Aus den bereits bekannten Werten

$$k = 6,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{dyn} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}^2}, \quad b = 0,59 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} \quad \text{und} \quad r = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}$$

findet man $m_S = 1,98 \cdot 10^{33} \text{ g}$. Da das Volumen der Sonne ebenfalls bekannt ist, folgt hieraus als Dichte der Sonne $\rho_S = 1,4 \text{ g/cm}^3$. Die Dichte der Sonne ist mithin nicht viel größer als die Dichte des Wassers. Führt man dieselbe Rechnung für einen auf der Erdoberfläche befindlichen Körper von bekannter Masse bei bekannter Schwerebeschleunigung durch, so ergibt sich für die *Erdmasse* der Wert $5,97 \cdot 10^{27} \text{ g}$. Die *Sonnenmasse* ist mithin etwa 332 000 mal so groß wie die Erdmasse. Als mittlere Erddichte erhält man $\rho_E = 5,5 \text{ g/cm}^3$. Da die Dichte der obersten Erdschichten im Mittel etwa $2,7 \text{ g/cm}^3$ beträgt, müssen die Massen in der Tiefe bedeutend größere Dichten haben. Weitere Beobachtungen legen die Vermutung nahe, daß der Erdkern hauptsächlich aus Nickel und Eisen mit einer mittleren Dichte von $7,8 \text{ g/cm}^3$ besteht. Dieser Wert würde mit dem aus dem Gravitationsgesetz errechneten annähernd übereinstimmen. In den letzten Jahren hat jedoch eine Hypothese, nach der das Erdinnere aus wasserstoffreicher Materie bestehen soll, große Bedeutung gewonnen.

Die Masse des Mondes wird meist aus den Störungen ermittelt, die er auf die Erdbahn ausübt. Sie beträgt etwa $\frac{1}{80}$ der Erdmasse.

In ähnlicher Art können Massen und Dichten der Planeten und deren Monde berechnet werden.

6. Das Gravitationsfeld. Nach dem Gravitationsgesetz wirkt zwischen einer Masse m und einer Masse m_1 eine Kraft als Folge der gegenseitigen Beeinflussung der beiden Massen. Die Ursache ist, daß die Masse von einem Kraftfeld umgeben ist, das man als *Gravitationsfeld* bezeichnet. Das Gravitationsfeld einer Masse kann in ähnlicher Weise quantitativ erfaßt werden wie das Feld einer elektrischen Ladung (vgl. LB 10, § 43). Unter der *Feldstärke* eines Kraftfeldes an einem bestimmten Ort versteht man allgemein den Quotienten aus der Kraft, die auf einen an diesem Ort befindlichen Körper wirkt, und derjenigen physikalischen Größe, die diese Kraftwirkung hervorruft. Im elektrischen Feld ist diese physikalische Größe die an der betreffenden Stelle vorhandene Elektrizitätsmenge, im Gravitationsfeld ist es die *Masse* des Körpers. Da der Quotient aus Kraft und Masse die Dimension einer Beschleunigung hat, ist die Feldstärke in einem Gravitationsfeld gleich der Beschleunigung, die ein Körper in diesem Felde erfährt. Bei einer kugelförmigen homogenen Masse weist die Richtung der Feldstärke überall gegen den Mittelpunkt der Masse; man bezeichnet daher ein solches Feld als ein *Zentralfeld*. Die Feldstärke des Gravitationsfeldes ist eine gerichtete Größe, ein Vektor (Formelzeichen \vec{F}). Ihr Betrag F wird nach dem oben Gesagten für eine Masse m , in deren Gravitationsfeld sich im Abstände r eine Masse m_1 befindet, durch folgende Gleichung wiedergegeben:

$$F = \frac{P}{m_1} = \frac{k \cdot m \cdot m_1}{r^2} = k \cdot \frac{m}{r^2}.$$

7. Fragen und Aufgaben:

1. Auf Grund welcher Überlegungen hat *Newton* das Gravitationsgesetz gewonnen?
2. Formulieren und erläutern Sie die drei Keplerschen Gesetze!
3. Geben Sie an, wie man die Gravitationskonstante experimentell bestimmen kann!
4. Welche Größen beschreiben das Gravitationsfeld? Welche physikalische Bedeutung haben diese Größen?
5. Der deutsche Physiker *G. Ph. von Jolly*¹ führte zur Bestimmung der Gravitationskonstante im Jahre 1878 folgenden Versuch aus: Eine mit Quecksilber gefüllte kugelförmige Flasche von der Masse 5,00945 kg wurde auf einer Waage gewogen. Das Gewicht nahm um 0,589 mp zu, als man unterhalb der Flasche eine Bleikugel anbrachte. Dabei war der Abstand der Kugelmittelpunkte voneinander $r = 56,86$ cm, der Halbmesser der Bleikugel $r_1 = 49,75$ cm, die Dichte des Bleis $\rho = 11,186$ g/cm³. Berechnen Sie aus diesen Daten die Gravitationskonstante!

§ 41. Gravitationswirkungen auf der Erde

1. Die Schwerkraft als Resultierende vieler Einzelkräfte. Nach dem *Gravitationsgesetz* bestehen zwischen jedem Massenteilchen des Erdkörpers und einem Körper, der sich außerhalb der Erde, an der Erdoberfläche oder innerhalb des Erdkörpers befinden kann, Gravitationskräfte, die im allgemeinen verschieden gerichtet sind. Diese Kräfte setzen sich zu einer Resultierenden zusammen, die uns als Schwerkraft bekannt ist und die eine bestimmte Größe und Richtung hat. Bei diesen Überlegungen wird zunächst von der Rotation der Erde um ihre Achse abgesehen.

Solange sich der Körper außerhalb der Erde oder an der Erdoberfläche befindet, ist die Schwerkraft gleich der Kraft, die eine im Erdmittelpunkt konzentriert gedachte Masse von der Größe der ganzen Erdmasse auf ihn ausüben würde. Und zwar wirkt die Schwerkraft auf einen Körper an der Erdoberfläche stärker als in einiger Entfernung; denn der Körper ist auf der Erdoberfläche dem Erdmittelpunkt näher als ein außerhalb der Erde befindlicher Körper (Abb. 227/1). Es wird dabei vorausgesetzt, daß die Erde eine Kugel sei und aus konzentrischen Kugelschalen von homogener Dichte bestehe.

Handelt es sich im Gegensatz zu dem Vorangehenden um einen im Erdinnern befindlichen Körper, so ist die Schwerkraft gegenüber ihrer Größe an der Erdoberfläche vermindert, da ein Teil der Einzelkräfte nach außen gerichtet ist. Man hat festgestellt, daß auf einen im Innern einer Hohlkugel befindlichen Körper von der

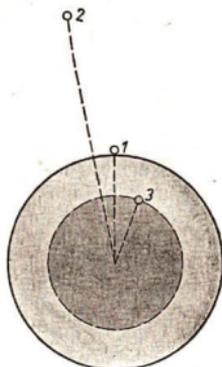


Abb. 227/1. Massenanziehung zwischen der Erde und einem auf ihrer Oberfläche (1), außerhalb (2) und im Innern der Erde (3) befindlichen Körper

¹ G. Philipp v. Jolly (1809–1884), Professor in Heidelberg und in München, konstruierte eine Waage von höchster Empfindlichkeit, mit der er die Abnahme der Schwerkraft beim Entfernen von der Erdoberfläche feststellte.

Kugelschale aus keine Massenanziehung ausgeübt wird, da die Resultierende aller Einzelkräfte in diesem Falle gleich Null ist (Abb. 228/1). Man kann sich demnach durch einen im Innern der Erde befindlichen Körper eine zur Erdoberfläche konzentrische Trennfläche gelegt denken, die den Erdkern von einer den Körper umgebenden Kugelschale trennt (Abb. 227/1).

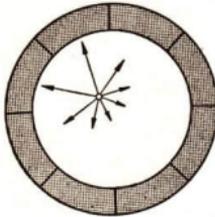


Abb. 228/1. Im Innern einer Hohlkugel unterliegt ein Körper keiner Wirkung durch die von der Wand ausgehende Massenanziehung. Die Resultierende aller Anziehungskräfte ist gleich Null.

Nach den vorangehenden Ausführungen wird der Körper nur vom Erdkern angezogen. Doch nimmt die Wirkung der Schwerkraft auf einen in die Erde eindringenden Körper und damit seine Fallbeschleunigung zunächst noch zu, da sich ja der Körper auf seinem Wege immer mehr der Hauptmasse der Erde mit der größten Dichte nähert. In einer Tiefe von etwa 1000 km hat die Schwerkraft ihr Maximum erreicht. Von da ab nimmt sie ab, je mehr sich der Körper dem Erdmittelpunkt nähert.

Der Erdkörper ist zwar keine Kugel, sondern angenähert ein schwach *abgeplattetes Rotationsellipsoid*, doch gelten auch für diese Körperform die voran-

gegangenen Überlegungen. In Wirklichkeit ist die Bedingung der kugelartig geschichteten homogenen Dichteverteilung im Erdinnern nicht vollständig erfüllt. Es bestehen nicht nur Dichteunterschiede zwischen den Meeren und den Kontinenten und innerhalb der Kontinente zwischen den Gesteinen, sondern auch im Erdinnern zwischen den einzelnen Schichten. Diese Unterschiede bedingen örtliche Verschiedenheiten der Schwerkraft gegenüber dem berechneten Wert und unter Umständen erhebliche Differenzen innerhalb kleiner Bereiche. In der Geologie werden derartige Unregelmäßigkeiten der Schwere zum Aufsuchen von Lagerstätten wichtiger Mineralien ausgewertet.

2. Gravitation und Fliehkraft: das Gewicht eines Körpers an der Erdoberfläche.

Nach dem 2. Newtonschen Prinzip ist das Gewicht eines Körpers der erteilten

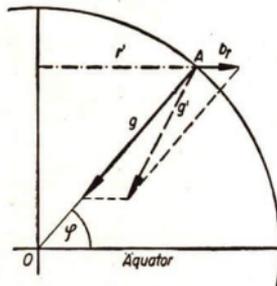


Abb. 228/2
Verminderung der Schwerebeschleunigung durch die Fliehkraft

Schwerebeschleunigung proportional. Wir können daher statt des Gewichtes die Beschleunigung untersuchen. Bei den im vorangehenden Abschnitt angestellten Erwägungen haben wir von dem Einfluß der Rotation der Erde abgesehen. Bezogen auf ein mitrotierendes Vergleichssystem greift an jedem Körper auf der Erdoberfläche auch eine *Fliehkraft* an. Jeder Erdort A bewegt sich auf einer Kreisbahn mit einem Radius r' , der mit zunehmender geographischer Breite φ nach der Gleichung $r' = r \cdot \cos \varphi$ abnimmt (Abb. 228/2). Die im Punkte A befindliche Masse m erhält dabei durch die Fliehkraft die Beschleunigung

$$b_r = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r'}{T^2}.$$

Diese setzt sich mit der Schwerebeschleunigung g vektoriell zu der *Fallbeschleunigung* g' zusammen. Die durch die Fliehkraft erteilte Beschleunigung b_r beträgt am

Äquator, wo sie am größten ist, nur etwa $\frac{1}{300}$ von g ; deshalb fällt g' im Gegensatz zur Abbildung fast in die Richtung von g . Es ist, wenn g_0 die Fallbeschleunigung unter 0° geographischer Breite bedeutet,

$$g_0 = 9,780 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad g_{45} = 9,806 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, \quad g_{90} = 9,832 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Mit zunehmender Höhe über der Erdoberfläche nehmen die Werte von g nach dem Gravitationsgesetz um etwa $0,003 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ je km ab. In demselben Maße ändert sich das Gewicht.

Daß die Erde nicht kugelförmig ist, geht aus folgendem hervor. Die Oberfläche einer als kugelförmig angenommenen Erde würde nicht auf den Vektoren der Gesamtbeschleunigung g' senkrecht stehen; ein Körper auf dieser Kugel würde eine Bewegungskomponente zum Äquator hin erfahren. Tatsächlich hat die Erde, bevor sie erstarrt war, eine solche Gestalt angenommen, daß ihre Oberfläche überall auf den Beschleunigungsvektoren senkrecht steht; sie hat annähernd die Form eines an den Polen abgeplatteten Rotationsellipsoides mit den Halbachsen

$$r_a = 6,3784 \cdot 10^6 \text{ m} \quad \text{und} \quad r_b = 6,3569 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

Das Gewicht eines Körpers hat darum in überwiegendem Maße seine Ursache in der Gravitationswirkung zwischen seiner Masse und der Erdmasse. Nur zu einem kleinen Teile ist es abhängig von der Trägheit, die die Masse bei der Erdrotation zu überwinden hat.

3. Fragen und Aufgaben:

1. Aus welchen Kraftkomponenten setzt sich das Gewicht eines Körpers auf der Erdoberfläche zusammen? In welcher Größenordnung liegen die einzelnen Komponenten?
2. Wie ändert sich das Gewicht eines Gegenstandes innerhalb des Erdkörpers?
3. Berechnen Sie aus $r_a = 6,3784 \cdot 10^6 \text{ m}$ und $T = 86164 \text{ s}$ die Fallbeschleunigung g' am Äquator! Wievielfach so schnell müßte sich die Erde drehen, wenn alle Körper am Äquator gewichtslos erscheinen sollten?

Namen- und Sachverzeichnis

- Ablösearbeit 136, 155
 Achsen, freie 206 u. f.
d'Alembert, Jean le Rond 190
d'Alembertsches Prinzip 190
 Allstrommotor 61
 Aluminiumschmelzofen 119
 Anker eines Motors 46 u. f., 49
 Ankerfeld 52
 Ankerquerfeld 52
 Ankerrückwirkung 52
 Anlasser eines Motors 56
 Anodenspannung 137, 143
 Anodenstrom 137, 142, 144 u. f.
Anschütz-Kämpfe 210
Arago, Dominique 28
 Arbeit, elektrische 108 u. f.
 —, mechanische 164 u. f.
 Arbeitsbereich (einer Röhre) 144 u. f.
 Arbeitspunkt 145 u. f.
 Asynchronmotor 74
 Aufhängung, kardanische 207
 Augenblicksbeschleunigung 160
 Augenblicksgeschwindigkeit 159
 Augenblicksleistung 165
 Auswuchten 192
 Außenpolmaschine 58 u. f.

Bahnbeschleunigung 184
Bahngeschwindigkeit 182, 185
Beschleunigung 159 u. ff.
 Bewegung, beschleunigte 159
 —, harmonische 214, 217
 —, ungleichförmige 159, 184
 —, verzögerte 161
 Bewegungsenergie 177
 Bewegungsgröße 169 u. f., 172
 Blindleistung 110
 Blindwiderstand 95 u. ff., 105
 Blitz 116
 Blitzschutzanlage 111
Brahe, Tycho 220 u. f.
Braun, Ferdinand 148
 Braunsche Röhre 148, 150

Cardano, Geronimo 207
Cavendish, Henry 224
Coriolis, Gustave Gaspard 196
 Coriolisbeschleunigung 196
 Corioliskraft 196 u. ff.

Dämmerungsschalter, lichtelektronischer 157
 Diode 137, 140
 Donner 116
 Doppelschlußschaltung eines Motors 55
 Doppel-T-Anker 43, 46 u. ff., 83
 Drehbewegung 204 u. f.
 Dreheisengerät 91
 Drehfeld 72
 Drehmoment 199 u. f., 204
 Drehschwingung 216
 Drehstrom (s. auch Dreiphasenstrom) 72, 79
 Drehstrommotor 73 u. f.
 Drehstrom-Schleifringmotor 73
 Drehträgeit 200 u. f.
 Drehvektor 183
 Drehzahl 184
 Dreieckschaltung 71 u. f., 78 u. f.
 Dreielektrodenröhre 141, 143 u. f., 146 u. f.
 Dreiphasenstrom (siehe auch Drehstrom) 69 u. f., 121 u. f.
 Dreiphasenstrom-Motor 72
 Drosselspule 95, 110 u. f.
 Dunkelraum, Atonscher 124
 —, Crookescher 124
 —, Faradayscher 124
 —, Hittorischer 124, 133
 Durchschnittsgeschwindigkeit 159
 Durchschnittsleistung 165
 Dynamoelektrisches Prinzip 45
 Dynamomaschine 45, 60

Edison, Thomas Alva 135 u. f.
 Edisoneffekt 135 u. f.
 Effektkohle 118
 Effektivwert von Spannung und Stromstärke 105
 Eigenerrregung 60
 Einankerumformer 79
 Elektromotor 5
 Elektron 131 u. f., 136
 Elektromagnetblitzgerät 127 u. f.
 Elektronenlinse 148 u. ff.

- Elektrostahlofen 118
 Elementarladung 132
 Elmsfeuer 115
 Elongation 214 u. f.
 Energie 174
 Energieversorgung,
 elektrische 40, 80
 Energieübertragung,
 elektrische 25, 75
 Erregermaschine 60
 Ersatzmasse 203

 Fadenpendel 216 u. f.
 Fall, freier 162 u. f.
 Fallbewegung 161 u. f.
Faraday, Michael 7, 44 u. f.
Feddersen, Berend Wilhelm
 87
 Federwurfgerät 168
 Feld, elektromagnetisches
 38
 Feldstärke 226
 Fliegerhorizont 210
 Fliehkraft 191 u. ff.
Foucault, Léon 197
 Frequenz 60, 83 u. ff., 88,
 184
 Frequenzbereich 84
 Frontgewitter 116
 Funkenentladung 87, 115
 Funkeninduktor 35
 Funkenschlagweite 115

Galle, Johann Gottfried 225
Galilei, Galileo 218 u. f.
 Galvanometer, ballisti-
 sches 17
 Generator 5, 40, 46, 49
 u. f., 53, 55, 66 u. f.
 Geschwindigkeit 159 u. ff.,
 167
 Gewitter 116
 Gitter 141 u. f.
 Gitterspannung 142 u. ff.
 Gleichstrom 54
 —, pulsierender 44, 48
 Gleichstromgenerator
 50 u. f., 53, 58
 Gleichstrommotor 50 u. f.,
 53, 61
 Glimmladung 123
 Glimmlampe 84, 97 u. ff.,
 125

 Glimmlicht-Oszillograph
 86
 Glimmlichtröhre 86
 Glimmzünder 126 u. f.
 Glühelektronen 135
 Glühkathodengleich-
 richter 139
Goldstein, Eugen 133
 Gravitation 209
 Gravitationsfeld 226
 Gravitationsgesetz
 224 u. f., 227
 Gravitationskonstante 224
 Gravitationskraft 227

Hallwachs, Wilhelm 153
 Hallwachseffekt 152 u. f.
 Hauptschlußmaschine 53
Hefner-Alteneck,
Friedrich von 47
 Henry (H) 34
Hertz, Heinrich 153
 Hertz (Hz) 83
 Hilfspol 52
Hittorf, Wilhelm 129
 Hitzdrahtgerät 89, 91
 Hochfrequenzbereich 84
 Hochspannungsleitung 77
 Hodograph 185
 Höhensonne, künstliche
 120
 Hookesches Gesetz 168
Huygens, Christian 178,
 219

 Impuls 170 u. f., 174
 Indikator diagramm 166
 Induktion, elektromagne-
 tische 7, 22, 32, 40
 Induktionsgleichung
 20 u. f., 33
 Induktionskonstante
 20 u. f.
 Induktionsmaschine 45
 Induktionsofen 26
 Induktionsspannung
 6 u. ff., 12 u. f., 15, 40,
 42, 55
 Induktionsstrom 6 u. ff.,
 10 u. ff., 16, 22, 33, 48
 Induktivität 34, 94
 Innenpolmaschine 59, 69
 Ionisationsstrom 114, 117

 Ionisator 114
 Ionisierung 124

Jablotschkow, Pawel
Nikolajewitsch 118
 Jablotschkow-Kerze 118
 Jahr, platonisches 209
Jolly, G. Philipp von 227

 Käfigläufer 73 u. f.
 Kanalstrahlen 133
 Kapazität 96
 Kathodenglimmlicht
 123 u. ff.
 Kathodenstrahlen
 129 u. ff., 133, 147
 Kathodenstrahlloszillo-
 graph 86, 88, 150 u. f.
 Kennlinie einer Röhre
 143 u. ff.
Kepler, Johannes 220 u. ff.
 Keplersches Gesetz
 221 u. f., 225
 Kerntransformator 24, 77
 Kilohertz (kHz) 83
 Kippfrequenz 151
 Kippgerät 150 u. f.
 Kleinstransformator 26
 Klingeltransformator 26
 Kollektor 47, 49
 Kollektormotor 62
 Kolorimeter, elek-
 tronisches 157 u. f.
 Kommutator 44, 47
 Konvektionsstrom 14
Kopernikus, Nikolaus 220
 Koronaentladung 115
 Kraft, aufgeprägte 190
 Kraftfluß 21 u. f., 24, 33,
 40 u. f., 47, 51
 Kraftgesetz für die Dreh-
 bewegung 203
 Kraftstoß 168 u. ff.
 Kreisbewegung 182, 184
 —, gleichförmige 182, 185
 u. ff., 191
 —, ungleichförmige 184
 Kreisel 207 u. ff.
 Kreiselkompasß 210
 Kreiselpumpe 194
 Kreisfrequenz 84, 94, 97
Krigar-Menzel 224
 Kurskreisel 210
 Kurzschlußläufer 73

- Ladung, spezifische
131 u. f.
- Läufer 59 u. f.
- Leibniz, Gottfried*
Wilhelm 161
- Leistung, elektrische 106
u. f.
- , mechanische 165 u. ff.
- Leistungsfaktor 107, 110
- Leistungsmesser 107
- Leitstrahl 182
- Leitung, selbständige
114 u. f., 117, 124
- , unselbständige 112,
135
- Leistungsstrom 14
- Lenardsches Fenster 131
- Lenz, Heinrich Friedrich*
Emil 17
- Lenzsche Regel 17, 33, 64
- Leuchtröhre 126
- Leuchtstoffröhre 126
- Leukipp* 230
- Leverrier, Urbain Jean*
Joseph 225
- Lichtbogen 120
- , elektrischer 117 u. f.
- Lichtelektrischer Effekt
152, 155
- Lichtschranke 156
- Magnetismus, remanenter**
45
- Manteltransformator 24
- Maschinenanlage 271
- Massenanziehung 223, 228
- Megahertz (MHz) 83
- Milchzentrifuge 193
- Mittelfrequenzbereich 84
- Mittelphase 69, 71
- Moleküle 231 u. f.
- Molekülstrahl 247
- Motor 49 u. f., 53, 55, 81
- Nebenschlußmaschine 53
- Nebenschlußmotor 54 u. f.
- Newton, Isaac* 160, 167,
169, 222 u. ff.
- Niederfrequenzbereich 84
- Nulleiter 69
- Ohmsches Gesetz 105
- Oszillographenröhre 148
- Paketanker 49
- Pendel 198, 216, 219
- , mathematisches
217 u. f.
- , physisches 219
- Pendelgesetz 218
- Periode 83
- Permeabilität 23
- Phase 98 u. f., 108, 214
- Phasenleiter 69
- Phasenunterschied 69
- Phasenverschiebung
65 u. ff., 98 u. f.,
102 u. f., 105, 107 u. ff.
- Phasenwinkel 67, 100, 102
u. f., 105, 107 u. ff., 214
- Photoelektronen 135,
152 u. f.
- Photoelement 152
- Photostrom 154 u. r., 157
- Photozelle 153 u. ff.
- Plasma 123
- Polrad 59
- Polsucher 85
- Präzession 208 u. f.
- Ptolemäus* 220
- Quecksilberdampfgleich-
richter 121 u. f.
- Quecksilberdampflampe
119
- Radialbeschleunigung 185,
222
- Radialkraft 187 u. f., 191,
215, 222
- Radialkraftwaage 188
- Radiusvektor 182
- Raumladung 137
- Raumschutzanlage 155
- Rechte-Hand-Regel 9, 28
- Reflexionsgesetz 180
- Reihenschlußmaschine 53
- Reihenschlußmotor
53 u. f., 62
- Rekombination 114
- Relais, trägheitsloses 147
- Repulsionsmotor 63 u. f.
- Restmagnetismus 45
- Richarz, Franz* 224
- Röhrengenerator 87
- Rotation 204 u. f.
- Rotationsenergie 205
- Sättigungsgebiet 144
- Sättigungsstrom 114, 138
- Schaukelversuch 5
- Scheibenspule 24
- Scheinkraft 190
- Scheinleistung 107, 109
- Scheinwiderstand 101,
103 u. ff.
- Scheitelwerte der Strom-
stärke und Spannung
105
- Schiffskreisell 210
- Schleifenoszillograph 84
- Schlick, Ernst Otto* 210
- Schlupf 84
- Schubvektor 183
- Schweißen, elektrisches 25
- Schweißzange 26
- Schwerebeschleunigung
219
- Schwerkraft 227
- Schwerpunktsatz der
Mechanik 174
- Schwingung 212
- , harmonische 213, 218
- Schwingungsdauer 83,
215 u. ff.
- Schwingungsweite 216
- Sekundenpendel 219
- Selbsterregung 60
- Selbstinduktion 33 u. f.,
36, 98
- Selbstinduktions-
koeffizient 34
- Siemens, Werner von*
45 u. f.
- Signallampe 85
- Simon-Unterbrecher 36
- Sinusschwingung 215
- Spannung, effektive 89
- Spannungsprüfer 125
- Spannungsstoß 17 u. f., 20,
22, 127
- Spitzenentladung 115
- Stabwicklung 51
- Ständer 59
- Steilheit 144
- Sternpunkt 69
- Sternschaltung 71 u. ff., 78
- Steuerelektrode 148 u. f.
- Stoß 168, 174 u. ff.
- , elastischer 176 u. f.
- , unelastischer 176 u. f.

- Stoßionisation 114 u. f.,
 125 u. f., 154
 Stromstärke 42
 —, effektive 89
 Stromstoß 17
 Stromventil 139
 Symmetrieachse 207
 Synchronmotor 74
- Thermokreuzgerät 89, 91
 Torsionsschwingung 216
 Trägheit 191 u. f.
 Trägheitskraft 190
 Trägheitsmoment 201 u. ff.
 Trägheitswiderstand
 189 u. ff.
 Trägheitswirkung 192,
 195
 Transformator 24 u. ff., 31,
 76, 78
 Transformatorhäuschen 78
 Translation 205
 Translationsenergie 205
 Triode 141
 Trommelanker 47 u. f., 51,
 63, 73
- Ultrazentrifuge 194
 Umformer 79
 Umlaufzahl 183
 Umlaufzeit 183
 Umspanner 24
 Universalmotor 61 u. f.
 Unterbrecher, elektro-
 lytischer 36
 UVW-Regel für Induktion
 9 u. f., 15 u. f., 28, 41,
 50
- UVW-Regel für Leiterbe-
 wegung 5 u. f., 10, 14
 u. f., 50, 56, 130, 132
- Variometer 34
 Vektor, axialer 183
 Ventilsteuerung 265
 Verbundschaltung 55
 Verstärker 146
 Verstärkerröhre 146
 Verstärkungsgrad 146
 Vollwegschtaltung 121
 Voltsekunde (Vs) 18
 Voltsekunde je Ampere-
 meter (Vs/Am) 20
- Wagnerscher Hammer 36
 Waltenhofensches Pendel
 27, 30
 Walzenanlasser 56
 Wärmegewitter 116
 Wechselspannung 7, 41
 Wechselstrom 7, 43 u. f.,
 58 u. ff., 65 u. f., 68
 u. f., 72, 79, 83 u. f.,
 86 u. f., 89, 97, 109, 121
 Wechselstromgenerator
 58 u. ff., 83, 87
 Wechselstromkreis
 100 u. ff., 105
 Wechselstrom-Synchron-
 motor 62
 Wechselstromwiderstand
 94 u. f.
Wehnelt, Arthur 36
 Wehnelt-Unterbrecher 36
 Wehnelt-Zylinder 149
 Weltsystem, geo-
 zentrisches 220
 —, heliozentrisches 220
- Wendepol 52 u. f.
 Wendezeiger 210
 Wicklungsstab 51
 Wicklungsstrang 65
 Widerstand, induktiver 94,
 100 u. ff., 104, 107,
 110 u. f.
 —, kapazitiver 96 u. f.,
 99 u. f., 103 u. f., 110
 —, Ohmscher 93, 97, 101
 u. f., 104
 Widerstandsdreieck 102,
 104
 Widerstandsspule 95
 Winkelbeschleunigung 184
 Winkelgeschwindigkeit
 183
 Wirbelstrom 28 u. ff., 49,
 61 u. f.
 Wirbelstrombremse 29
 Wirbelstromdämpfer 29
 Wirbelstromtachometer 29
 Wirkleistung 107, 109 u. f.
 Wirkwiderstand 93, 95,
 105
 Wurf 163
- Zeiger 101
 Zeigerdarstellung 101
 Zentralbeschleunigung
 185, 225
 Zentralfeld 226
 Zentralkraft 187
 Zentrifugalkraft 191
 Zentrifugalpumpe 195
 Zündspannung 115
 Zungenfrequenzmesser 85
 Zweielektrodenröhre
 137 u. ff.
 Zylinderspule 24

Quellenverzeichnis der Abbildungen :

VEB Agfa, Berlin: Abbildungen 26/2, 26/3, 36/1a, 46/1a, 48/2, 50/1, 53/3a, 54/2a, 67/2, 129/1, 130/1, 131/1, 133/1 · Bemme, Berlin-Buch: Abbildungen 193/2, 194/1 · Werkphoto Berliner Glühlampenwerk: Abbildung 126/1 · Berliner Verkehrs-Betriebe, Bildarchiv: Abbildung 127/1 · Werkphoto VEB Chemische Werke Buna, Schkopau: Abbildung 120/1 · Werkphoto Deutsche Glimmlampen-Gesellschaft Pressler, Leipzig: Abbildungen 85/1, 125/1, 127/3 · Werkphoto Dieselmotorenwerk Rostock VEB: Abbildung 282/1 · Werkphoto Elektro-Apparate-Werke Treptow, Berlin: Abbildungen 122/1, 122/3, 127/2 · Werkphoto VEB Elektrokohle, Berlin: Abbildung 119/1 · Werkphoto VEB Elektroschaltgeräte, Dresden: Abbildung 56/2a · Werkphoto Energiebezirk West: Abbildungen 263/1, 276/3 · Werkphoto Energiemaschinenbau, Halle: Abbildung 275/2 · Fachbuch-Verlag Leipzig; aus „Spannung – Widerstand – Strom“: Abbildungen 55/1, 61/2, 81/1, 81/2; aus Reinhardt „Die Elektrotechnik“: Abbildung 85/3 · Werkphoto Finsterwalder Maschinen G. m. b. H. in Verwaltung, Finsterwalde: Abbildung 51/1 · Werkphoto VEB Funkwerk Erfurt: Abbildungen 148/2, 151/2 · Werkphoto VEB Funkwerk Zittau: Abbildung 26/1 · Rudolf Girke, Berlin: Abbildung 180/1 · Günter Guillaume, Berlin: Abbildung 6/1 · Werkphoto VEB Hochspannungs-Armaturenwerk Radebeul: Abbildung 77/1 · Werkphoto VEB Motorenwerk Karl-Marx-Stadt: Abbildungen 280/2, 281/2, 281/3 · Institut für Technik und Prüfwesen, Berlin: Abbildung 235/1 · Heinz Krüger, Berlin: Abbildung 261/1 · Photokino Krütgen, Halle: Abbildungen 27/1, 55/2, 61/1, 125/2, 218/1b, 269/1 · Werkphoto Kyffhäuserhütte, Artern: Abbildung 193/1a · Werkphoto VEB Lokomotivbau Elektrotechnische Werke Hans Beimler, Hennigsdorf: Abbildungen 62/1, 272/3 · Werkphoto VEB Meßgerätewerk Quedlinburg: Abbildung 30/1a · Wolf Mücke, Leipzig: Abbildung 76/1 · Neues Deutschland, Bildarchiv, Berlin: Abbildungen 81/3, 284/2 · Reichsbahndirektion Halle, Bildarchiv: Abbildung 271/1 · Werkphoto Röhrenwerk Anna Seghers, Neuhaus: Abbildung 141/1a · Werkphoto Sachsenwerk, Dresden-Niedersedlitz: Abbildungen 31/1, 49/1, 51/2, 53/1, 60/2, 73/1, 74/1, 74/2 · Pressephoto Schmiljow, Halle: Abbildung 284/1 · Werkphoto Schwermaschinenbau Karl Liebknecht, Magdeburg: Abbildungen 261/2, 265/1 · B. G. Teubner, Leipzig: Abbildungen 52/2, 87/2, 188/2 · Thielemann, Leipzig: Abbildungen 43/2, 68/1, 87/1, 99/2, 100/1, 101/2, 102/2 · Werkphoto VEB Transformatorenwerk Karl Liebknecht, Berlin: Abbildung 31/2 · Werkphoto VEB Transformatorenwerk Reichentbach: Abbildung 25/1 · Werkphoto VEB Verbundnetz Mitte, Berlin: Abbildung 77/2 · Werkphoto Visomat G. m. b. H., Leipzig: Abbildungen 156/2, 157/1a · Volk und Wissen, Volkseigener Verlag Berlin, Bildarchiv: Abbildung 80/1 · Zentralbild, Berlin: Abbildung 70/1.

Physiker-Bildnisse: Dewag-Werbung, Berlin: Isaac Newton · Aus „Große Sowjet-Enzyklopädie“: Heinrich Friedrich Emil Lenz, Sadi Carnot · B. G. Teubner, Leipzig: Johannes Kepler · Volk und Wissen, Volkseigener Verlag, Berlin, Bildarchiv: Nikolaus Kopernikus · Zentralbild, Berlin: Jean le Rond d'Alembert, Thomas Alva Edison, Michael Faraday, Galileo Galilei, Wilhelm Hittorf, James Clerk Maxwell.

