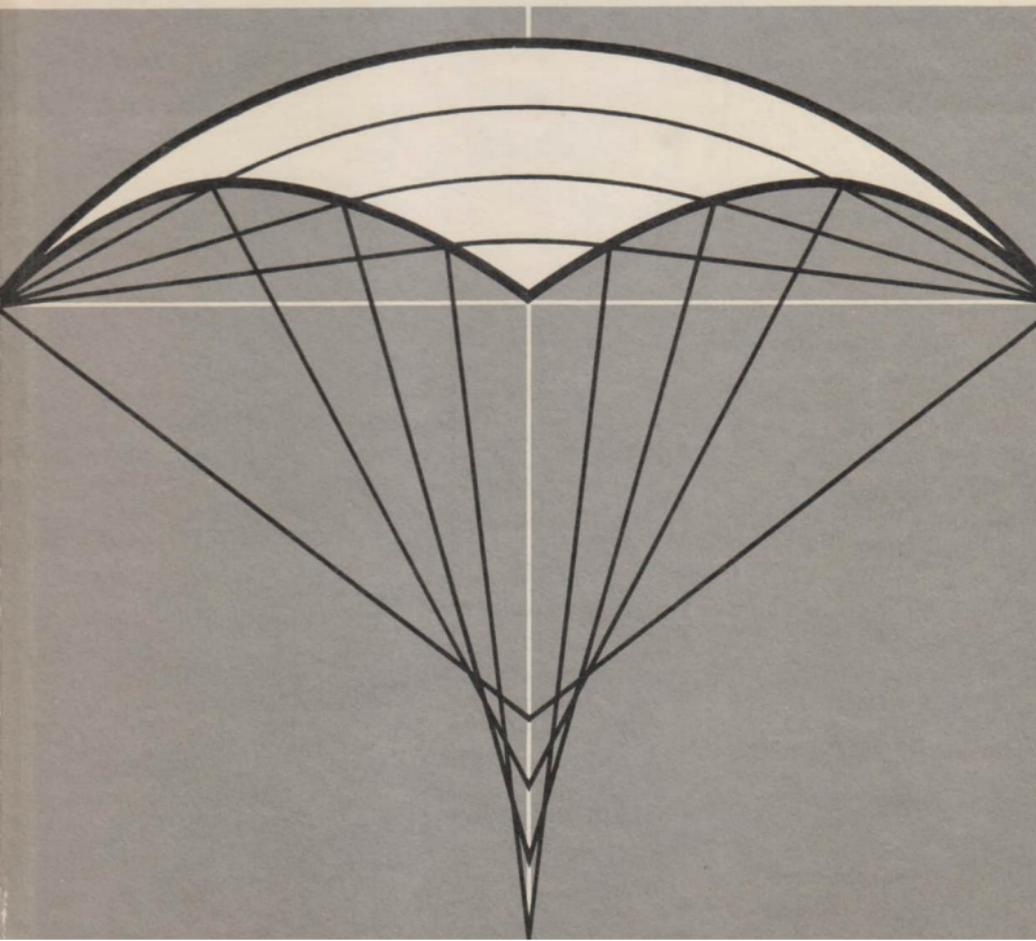


# Aufgabensammlung Physik

---

## Physikolympiaden



---

# Aufgabensammlung

# Physik

## Physikolympiaden

Aufgaben der Internationalen Physikolympiaden  
1967 bis 1985

Herausgegeben von  
Prof. Dr. Joachim Wendt



Volk und Wissen  
Volkseigener Verlag Berlin  
1987

Die Aufgaben und ihre Lösungen wurden bearbeitet von  
Dr. Rudolf Gau  
Udo Walta  
Prof. Dr. Joachim Wendt

Das Kapitel „Zur Entwicklung von Verfahrenkenntnissen“  
wurde von Prof. Dr. Joachim Wendt ausgearbeitet.

Aufgabensammlung Physik : Physikolympiaden.  
Aufg. d. Internat. Physikolympiaden 1967 bis  
1985 / hrsg. von Joachim Wendt. — Ausg. 1987.  
— Berlin : Volk u. Wissen, 1987. — 136 S. :  
graph. Darst.  
NE: Wendt, Joachim [Hrsg.]

ISBN 3-06-022178-2

© Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1987

Ausgabe 1987

Lizenz-Nr. 203/1000/87 (E 0221 78-1)

LSV 0645

Zeichnungen: Heinz Grothmann

Einband: Manfred Behrendt

Typografische Gestaltung: Atelier vvw Ines Schiffel

Printed in the German Democratic Republic

Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“, 5820 Bad Langensalza

Schrift: 9/10 Times, Monophoto

Redaktionsschluß: 15. 10. 1986

Bestell-Nr. 709 267 8

00610

---

# Inhalt

Vorwort . . . . .	4
Zur Entwicklung von Verfahrenkenntnissen . . . . .	6

## Aufgaben

1. Mechanik . . . . .	14
2. Thermodynamik . . . . .	21
3. Schwingungen und Wellen . . . . .	26
4. Optik . . . . .	29
5. Elektrizitätslehre . . . . .	34
6. Atom- und Molekularphysik . . . . .	40
7. Experimentelle Aufgaben . . . . .	42

## Lösungen

1. Mechanik . . . . .	51
2. Thermodynamik . . . . .	66
3. Schwingungen und Wellen . . . . .	76
4. Optik . . . . .	80
5. Elektrizitätslehre . . . . .	92
6. Atom- und Molekularphysik . . . . .	105
7. Experimentelle Aufgaben . . . . .	108

## Vorwort

Die wissenschaftlich-technische Revolution zu meistern, ist eine Aufgabe von revolutionärer Bedeutung für die gesamte junge Generation. Sie muß sich befähigen, jederzeit der stürmischen Entwicklung von Wissenschaft und Technik gewachsen zu sein. Eine Möglichkeit dazu besteht darin, anspruchsvolle Probleme der Physik mit Hilfe von Aufgaben zu lösen.

Beim Lösen von Aufgaben entwickelt sich das logische Denken, und der Mut zu schöpferischem Tun wächst. Gleichzeitig werden auch die Neugier und das Interesse an Physik und technischen Wissenschaften größer. Dies erfordert intensive geistige und geistig-praktische Fähigkeiten, zu denen auch das Lösen physikalischer Aufgaben gehört.

Die vorliegende Aufgabensammlung mit Lösungen enthält Aufgaben, die bei Internationalen Physikolympiaden (IPhO) 1967 bis 1985 gestellt wurden. Die Aufgaben sind komplexer Natur und sollen ein tieferes Eindringen in physikalische Zusammenhänge ermöglichen.

Die Sammlung ist für Schüler an Spezialschulen, für an Physik und Technik interessierte Schüler an Erweiterten Oberschulen sowie Studenten der Fachrichtung Physik an Universitäten und Hochschulen gedacht.

Fachlehrer an Spezialschulen oder Erweiterten Oberschulen sowie Übungsleiter im Grundstudium Physik erhalten durch die Aufgaben geeignetes Material für die Förderung von begabten Schülern und Beststudenten.

Bei allen Aufgaben wurden Einheiten des SI benutzt. Die Lösungen sind ausführlich dargestellt. Den Anwendern wird empfohlen, eigene Lösungswege zu erarbeiten, bevor die angeführten Lösungen genutzt werden. Für einige Aufgaben sind Ansätze für Lösungsvarianten mitgeteilt.

Für die experimentellen Aufgaben wird ein möglicher Lösungsansatz angegeben. Varianten des Lösungsweges können vom Anwender entwickelt werden. Das trifft vor allem für Black-box-Aufgaben zu. Bei der Lösung derartiger Aufgaben wird auf das mögliche Input-output-Verhalten einer Black-box eingegangen. Für dieses Verhalten werden Möglichkeiten des inneren Aufbaus der black-box angegeben. Der Lösungsweg für die Parameterermittlung bei diesen Innenaufbauten wird detailliert ausgeführt. In der Regel wird darauf verzichtet, konkrete Meßwerttabellen anzugeben, weil Meßwerte stets von der Genauigkeit der eingesetzten Meßgeräte und vorhandener Randbedingungen abhängen. Auch bei Lösungen für Aufgaben ohne Black-box wird so verfahren. Daher werden Proportionen und Beziehungen vorwiegend allgemein angegeben.

Dieser Aufgabensammlung wurden einige Hinweise für das Lösen komplexer Physikaufgaben vorangestellt. Diese sollten studiert werden, um sich mit dem algorithmischen und heuristischen Lösen von Aufgaben vertraut zu machen.

Die Lösung komplexer Physikaufgaben erfordert stets ein hohes Maß an schöpferischer Tätigkeit. Durch Mißerfolge sollte man sich nicht entmutigen lassen. Man nehme sich Zeit zur Besinnung, zur geistigen Verarbeitung der Aufgabenbedingungen und zur Erschließung der benötigten Gesetze. Wenn dann die Aufgabe erneut bearbeitet wird, so stellt sich oftmals der Erfolg ein. Unter Wettbewerbsbedingungen der IPhO mußten die physikalisch-algebraischen Aufgaben in einer Arbeitszeit von  $1\frac{1}{2}$  bis 2 Stunden bewältigt werden. Für die experimentellen Physikaufgaben war eine Arbeitszeit von 4 bis 5 Stunden vorgesehen.

Die Autoren wünschen den Nutzern der Aufgabensammlung viel Erfolg und vor allem Freude bei der Bearbeitung der Aufgaben.

Kritische Hinweise bittet das Autorenkollektiv zu richten an:

Pädagogische Hochschule Güstrow

Sektion Mathematik/Physik

„IPhO — Aufgabensammlung“

Goldberger Straße 12

Güstrow

2600

Güstrow, Mai 1986

Autorenkollektiv

## Zur Entwicklung von Verfahrenskenntnissen

Das Bearbeiten komplexer physikalischer Aufgaben erfordert geistige Anstrengung, Ausdauer und Beharrlichkeit. Entscheidende Voraussetzungen sind gründliches Wissen über physikalische Zusammenhänge und eingeprägte Verfahrenskenntnisse. Häufig reicht die Nutzung eines Lösungsverfahrens für die Bewältigung komplexer Aufgaben nicht aus. Es müssen mehrere Verfahren kombiniert werden. Das gilt vor allem für experimentelle Physikaufgaben, bei denen rechnerische, grafische und experimentelle Verfahren miteinander verbunden werden müssen.

Im folgenden werden Hinweise auf das Vorgehen bei der Lösung physikalisch-algebraischer und physikalisch-experimenteller Aufgaben gegeben.

Physikalisch-algebraische Aufgaben haben das Ziel, eine quantitative Bestimmung physikalischer Sachverhalte in Natur oder Technik vorzunehmen. Der physikalische Sachverhalt wird dabei durch mathematische Formalismen beschrieben. Der reale physikalische oder technische Sachverhalt wird zunächst idealisiert. Das dabei entstehende Modell gilt nur unter den angegebenen Voraussetzungen. Für dieses Modell wird dann die erforderliche mathematische Beziehung benutzt. Der mathematische Formalismus gibt also den realen physikalischen oder technischen Sachverhalt nur unter den angenommenen Bedingungen wieder (Idealisierung). So können bei Aufgaben der Dynamik Reibungskräfte, bei Aufgaben der Elektrodynamik relativistische Beziehungen für  $v \ll c$  vernachlässigt werden. Einfache physikalisch-algebraische Aufgaben sind häufig durch das Anwenden *einer* physikalischen Gleichung zu lösen.

### Beispiel 1:

Ein Autofahrer startet und fährt 20 s mit einer Beschleunigung von  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Wie groß ist seine Maximalgeschwindigkeit?

Bei komplexen Aufgaben werden mehrere physikalische Gleichungen zur Lösung benötigt. Häufig gehören diese zu verschiedenen Gebieten der Physik (z. B. Elektrizitätslehre und Thermodynamik oder Optik und Mechanik).

### Beispiel 2:

An einem dünnen Faden der Länge  $l = 5 \text{ cm}$  ist ein kleiner ebener Spiegel der Masse  $m = 12 \text{ mg}$  aufgehängt. Er wird von einem Laserimpuls mit der Energie  $E = 3,0 \cdot 10^2 \text{ J}$  getroffen. Um welchen Winkel wird das System dadurch ausgelenkt? Die Masse des Fadens und seine Elastizität sind zu vernachlässigen. Der Spiegel soll das Laserlicht vollständig reflektieren (nach A. A. Pinsky „Problems in Physics“ Mir-publishers, Moscow 1983).

Physikalisch-experimentelle Aufgaben werden durch mathematische und experimentelle Mittel gelöst. Entscheidend für ihre Lösung ist das Auffinden einer geeigneten Meß-

anordnung, welche die Ergebnisse mit der geforderten Genauigkeit liefert. Da jede Messung fehlerbehaftet ist, müssen die Fehler vor Beginn der Messungen analysiert werden, um so ihre Einschränkung auf ein Minimum zu erreichen. Die zufälligen Fehler sind durch eine Fehlerrechnung einzuengen. Die Sorgfalt bei der experimentellen Tätigkeit muß nicht weiter getrieben werden, als es der Meßunsicherheit der verwendeten Geräte entspricht. Daher ist bei allen experimentellen Arbeiten eine genaue Kenntnis der Meßunsicherheit der Geräte erforderlich. So müssen beispielsweise die Meßbereiche von Meßgeräten sinnvoll festgelegt werden.

In der Regel erfordert die Auswertung experimenteller Physikaufgaben eine grafische Darstellung der Meßwerte. Für sie ist wegen Genauigkeit und Aussagekraft eine passende Festlegung der Maßstäbe auf den Koordinatenachsen erforderlich. Für die Lösung physikalisch-experimenteller Aufgaben ist neben mathematischen Fähigkeiten und physikalischem Wissen eine genaue Kenntnis der Wirkungsweise der verwendeten Geräte und Apparaturen sowie ihrer Handhabung notwendig.

## Vorgehensweise beim Lösen physikalisch-algebraischer Aufgaben

Es gilt für das Lösen physikalisch-algebraischer Aufgaben mit wenigen Ausnahmen, daß vor der numerischen Lösung eine allgemeine Lösung erarbeitet wird. In ihr kann der Einfluß einzelner Größen auf die zu errechnenden Werte erkannt werden.

**Beispiel:** **Wurfbewegung:**

$$\text{Wurfhöhe } h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\text{Wurfweite } l = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g}$$

$$\text{Wurfzeit } t = \frac{l}{v_0 \cos \alpha}$$

**Beispiel:** **Zylindrische harmonische Welle um eine Gerade:**

$$x = (A/\sqrt{r}) \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot r + \alpha)$$

An den Beispielen ist erkennbar, daß für die *allgemeine Lösung* einer Physikaufgabe viele physikalische Beziehungen kombiniert werden (*Synthese* einer neuen Beziehung aus vorhandenen) bzw. viele Größen für einen Prozeß bestimmt werden müssen (*Analyse*).

Zur Entwicklung der allgemeinen Lösung wird schrittweise analysiert, welche Größen und Beziehungen genutzt werden können.

Im **synthetischen Lösungsweg** geht man von den gegebenen Größen und deren Beziehungen aus und stellt Gleichungen für die gesuchten Größen auf. Beim **analytischen Weg** wird von den gesuchten Größen ausgegangen, und nach und nach werden die gesuchten durch die gegebenen Größen ausgedrückt. Welcher dieser Wege im Einzelfall zu gehen ist, muß durch den Bearbeiter einer Aufgabe von Fall zu Fall entschieden werden. Bei vielen Lösungen von Aufgaben werden häufig beide Wege miteinander kombiniert.

**Beispiel:** Es ist der Widerstand der Heizwendel eines elektrischen Teekessels zu berechnen, der für eine Spannung von 220 V bestimmt ist. In ihm werden in 20 min 1,5 l Wasser mit

einer Temperatur von 295 K auf Siedetemperatur erwärmt. Der Wirkungsgrad des Teekessels beträgt 75 %.

**synthetisch**

Von gegebenen Größen ( $U, t, m, I, \eta$ ) ausgehen

$$W_{\text{th}} = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$W_{\text{el}} = U \cdot I \cdot t$$

$$W_{\text{el}} = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

$$W_{\text{th}} = \eta \cdot W_{\text{el}}$$

$$m \cdot c \cdot \Delta T = \eta \cdot \frac{U^2}{R} \cdot t$$

$$R = \frac{\eta \cdot U^2 \cdot t}{m \cdot c \cdot \Delta T}$$

**analytisch**

Von gesuchter Größe ( $R$ ) ausgehen

$$R = \frac{U}{I}$$

$$W_{\text{el}} = U \cdot I \cdot t$$

$$R = \frac{U^2 \cdot t}{W_{\text{el}}}$$

$$\eta \cdot W_{\text{el}} = W_{\text{th}}$$

$$W_{\text{th}} = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$W_{\text{el}} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{\eta}$$

$$R = \frac{U^2 \cdot t \cdot \eta}{m \cdot c \cdot \Delta T}$$

Vor der Ermittlung von numerischen Werten in Teilschritten ist in der Regel bei komplexen Physikaufgaben eine allgemeine Lösung für die gesuchten Größen vorzunehmen.

Meist ist es ungünstig, numerische Werte für Zwischengrößen (z. B.  $W_{\text{th}}$ ) zu ermitteln. Dagegen sprechen folgende Gründe:

1. Die Zwischenwerte sind Näherungswerte und können im weiteren Lösungsweg die Ungenauigkeit des Endresultats vergrößern.
2. Es müßten mehrere Dimensionskontrollen durchgeführt werden, um zu sichern, daß die richtigen Beziehungen für die Zwischengrößen genutzt wurden.
3. Numerisch falsch berechnete Zwischenwerte gehen in das Endergebnis ein. Es läßt sich nur mühsam feststellen, welcher falsche Zwischenwert für ein unkorrektes Endergebnis verantwortlich ist.

Für die Größen in der allgemeinen Lösung werden die Einheiten eingesetzt und es wird überprüft, ob man eine richtige Einheit für die gesuchte Größe erhält. Danach setzt man Zahlenwerte ein und führt die numerische Berechnung durch. Für das angegebene Beispiel erhält man  $R = 88,6 \Omega$ .

Beim Einsetzen der Zahlenwerte in die allgemeine Lösung ist es für sehr kleine und sehr große Zahlen sinnvoll, eine Abtrennung von Zehnerpotenzen vorzunehmen. Diese lassen sich einfacher zusammenfassen.

Beispiel:

$$0,00076 = 7,6 \cdot 10^{-4}$$

$$268\,000 = 2,68 \cdot 10^5$$

In allgemeinen Lösungen lassen sich Vereinfachungen vornehmen, ohne die Genauigkeit des Ergebnisses zu beeinträchtigen, wenn man für kleine, aber positive  $x$  folgende Näherungen anwendet:

$$\frac{1}{1 \pm x} \approx 1 \mp x$$

$$\sin x \approx x$$

$$\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$$

$$\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$$

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$$

$$\tan x \approx \sin x$$

$$\ln(1 \pm x) \approx \pm x$$

Ein wichtiges Problem bei der numerischen Rechnung ist die sinnvolle Genauigkeit der Ergebnisse. Meßwerte für physikalische Größen sind stets Näherungswerte. Soll das Ergebnis einer Berechnung eine größere Genauigkeit erhalten, so muß die Genauigkeit der Eingangswerte erhöht werden. Stehen keine genaueren Eingangswerte zur Verfügung, so ist auch durch Berechnung vieler Ziffern (beispielsweise mit einem elektronischen Taschenrechner) die Genauigkeit der Ergebnisse nicht erhöht worden. Häufig enthalten die numerischen Werte keine Fehlerangabe. Dann kann wie folgt verfahren werden:

Beispiel:

$t = (23 \pm 2) \text{ s}$  Zeitangabe mit Fehler  
der Wert für  $t$  liegt zwischen 21 s und 25 s

$t = 38 \text{ s}$  Zeitangabe ohne Fehler; man setzt:  
Fehler  $\pm 0,5 \text{ s}$

$t$  liegt zwischen 37,5 s und 38,5 s.

Die Genauigkeitsbetrachtungen werden durch jene Ziffern bestimmt, die hinter den die Größe der Zahl bestimmenden Nullen stehen. Nullen als Endziffern haben ebenfalls Bedeutung für die Genauigkeit.

Beispiel: 0,0580 m

Für die Genauigkeit des Zahlenwertes sind die Ziffern 580 maßgebend. Dies bedeutet, daß noch  $1/10\,000 \text{ m}$  meßtechnisch erfaßt wurde. Bei der Maßangabe für einen Tisch ist diese Aussage praktisch sinnlos.

Wenn beispielsweise der Zahlenwert 0,0580 in eine Multiplikation eingeht, so kann der Endwert nicht mehr als drei gültige Ziffern haben, sofern der andere Faktor mindestens drei gültige Ziffern hat. Gleiches gilt für Divisionen.

Beispiel:

$$x = 0,1256 \cdot 0,0580$$

$$x = 0,0072848$$

$$x = 0,00728 \quad x = 7,28 \cdot 10^{-3}$$

$$y = 0,13 \cdot 0,00580$$

$$y = 0,000754$$

$$y = 0,00075 \quad y = 7,5 \cdot 10^{-4}$$

Die gültige Ziffernzahl eines Rechenergebnisses richtet sich grundsätzlich nach der kleinsten gültigen Ziffernzahl der eingehenden Meßwerte. Die Ziffernzahl wird von links nach rechts gelesen, mit der ersten von Null verschiedenen Ziffer beginnend.

Beispiel:  $l_1 = 4,1 \text{ m}$      $l_2 = 4,10 \text{ m}$      $l_3 = 4,1000 \text{ m}$

Während bei  $l_1$  die Messung auf 1 dm genau vorgenommen wurde, liegt bei  $l_2$  eine Meßgenauigkeit von 1 cm und bei  $l_3$  von 1/10 mm vor.

Geht der Wert für  $l_2$  in eine Geschwindigkeitsberechnung ein und liegt für die Zeit ein Wert von 12,32 s vor, so läßt sich das Ergebnis nur auf drei gültige Ziffern angeben.

Beispiel:

$$v = \frac{l_2}{t} \quad v = \frac{4,10 \text{ m}}{12,32 \text{ s}}$$

$$v = 0,3328 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 0,333 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Für die meisten physikalischen Aufgaben genügt es, zwei genaue Ziffern in Endergebnissen zu berechnen. Bei Zwischenergebnissen wird dann eine gültige Ziffer mehr benutzt.

Nur bei einigen physikalischen Prozessen ist es notwendig, vier oder fünf gültige Ziffern im Ergebnis zu erreichen. Dies betrifft Aufgaben zur Wellenoptik, Kernphysik und Relativitätstheorie.

Sind die Ergebnisse einer Aufgabe errechnet, so müssen diese mit folgenden Fragen überprüft werden:

- Wurden alle Anforderungen der Aufgabe erfüllt?
- Entsprechen die errechneten Werte der Realität?
- Ist die Lösung so ausführlich in Worten erläutert, daß auch andere Personen der Gedankenführung folgen können?

Die Prüfung der numerischen Ergebnisse erfolgt an aus Praxis und Theorie bekannten Grenzwerten. So kann beispielsweise der einem Einfamilienhaus zufließende elektrische Strom den Wert von 36 A in der Regel nicht überschreiten, die Geschwindigkeit eines Körpers nicht größer als die Lichtgeschwindigkeit sein, die Länge einer biologischen Zelle nicht 1 mm und die Masse eines Moleküls nicht 1 mg betragen. Treten numerische Werte im Ergebnis auf, die in diese Größenordnungen fallen, so ist die numerische Berechnung zu wiederholen. Ergeben sich gleiche unbefriedigende Werte, dann muß der Fehler in der allgemeinen Lösung gesucht werden.

In der Regel sind Lösungen physikalischer Aufgaben zunächst in allgemeiner Form auszuführen. Danach wird das zahlenmäßige Ergebnis berechnet. Wird der Ausdruck der allgemeinen Lösung zu komplex, so sollte auf ein allgemeines Ergebnis verzichtet und bereits bei Teilschritten die numerische Rechnung durchgeführt werden. Aus den Teilergebnissen wird dann das Endergebnis errechnet. Eine generelle Regel dafür, ob bis zum allgemeinen Endergebnis oder über numerische Teilergebnisse zum Endergebnis vorangeschritten wird, läßt sich nicht angeben.

Der Bearbeiter muß, während der Bearbeitung einer Aufgabe kritisch einschätzen, welcher Weg am rationellsten zum Ziel führt.

### Schrittfolge für das Bearbeiten physikalisch-algebraischer Aufgaben

#### 1. Aufgabenanalyse

- Wie kann der im Text dargestellte Sachverhalt in einer Skizze erfaßt werden?
- Wie kann der physikalische Sachverhalt beschrieben werden?

- Welche Bedingungen sind gegeben?
- Wie wird der Sachverhalt bei einer Änderung der Bedingungen geändert?

## 2. Mittelanalyse

- Welche physikalischen Größen sind im Text der Aufgabe explizit gegeben?
- Welche sind im Text implizit gegeben?
- Soll ein vorwiegend analytischer oder synthetischer Weg beschritten werden?

## 3. Entwurf des Lösungsweges

- Welche physikalischen Prinzipien kommen beim vorgegebenen Sachverhalt zur Anwendung? (Erhaltungssätze, Axiome)
- Wie kann man den physikalischen Sachverhalt erklären? (Hieraus wird die verbale Begründung für die Verwendung bestimmter Gleichungen abgeleitet!)
- Welche weiteren Beziehungen können zur Lösung der Aufgabe herangezogen werden?

## 4. Erarbeitung eines allgemeinen Ergebnisses

- Entsprechend dem analytischen oder synthetischen Vorgehen werden die unter 3. ermittelten Gleichungen kombiniert.
- Stimmen die Einheiten auf beiden Seiten der gewonnenen Gleichung überein?
- Gibt es Einschränkungen für die Gültigkeit der erarbeiteten Gleichung oder Sonderfälle für diese?
- Wie kann der physikalische Inhalt der ermittelten Gleichungen mit Worten interpretiert werden?

## 5. Berechnung der numerischen Ergebnisse

Nach dem Errechnen der numerischen Ergebnisse unter Berücksichtigung der Genauigkeitsansprüche ist zu fragen:

- Täuscht das numerische Ergebnis eine zu große Genauigkeit vor?
- Stimmen die Einheiten der errechneten physikalischen Größen und die in der Aufgabe verlangten überein?

## 6. Kritische Wertung und Interpretation der ermittelten Ergebnisse

### 7. Formulieren der Ergebnissätze

In den Ergebnissätzen sind die gegebenen Bedingungen und die bei der Lösung angenommenen Voraussetzungen und Einschränkungen mit anzugeben.

## Vorgehensweise beim Lösen physikalisch-experimenteller Aufgaben

Damit der Lösungsweg für eine physikalisch-experimentelle Aufgabe wiederholt werden kann, ist eine exakte Beschreibung des Vorgehens erforderlich. In ihr sind die Bedingungen, unter denen die Messungen vorgenommen wurden, anzugeben. Vor dem Aufbau von Meßapparaturen und der Durchführung von Messungen ist eine theoretische Ableitung der verwendeten Beziehungen an Hand einer Skizze erforderlich. Sie ermöglicht es dem Experimentator, einen genauen Überblick über den Ablauf der Messungen, über die Fehlerfortpflanzung und die einzuhaltenden Bedingungen der Messungen zu gewinnen. Bei grafischen Darstellungen von Meßdaten ist darauf zu achten, daß der Maßstab auf den Koordinatenachsen eine hinreichende Ablesungsgenauigkeit gestattet.

Grafische Darstellungen können im Kartesischen Koordinatensystem oder auf logarith-

mischen Papieren erfolgen. Letztere tragen Teilungen auf den Achsen, die nach natürlichen Zahlenwerten bezeichnet, aber nach den zugehörigen Werten der Logarithmen dieser Zahlen angeordnet sind. Die Achsenteilung ist also nicht linear. Vorteilhaft ist die Verwendung logarithmischer Papiere besonders dann, wenn die grafische Darstellung dadurch eine Gerade ergibt oder wenn der Wertebereich einer Variablen sehr groß ist. Im letzten Falle gewinnt man eine gute Übersicht über den funktionalen Zusammenhang.

### **Schrittfolge für die Bearbeitung physikalisch-experimenteller Aufgaben**

#### **1. Analyse der Aufgabenstellung**

In Analogie zur Analyse bei physikalisch-algebraischen Aufgaben ist mit Hilfe einer Skizze der physikalische Inhalt der Aufgabenstellung herauszuarbeiten.

— Worum geht es bei der Aufgabe? Was für ein Sachverhalt liegt vor?

#### **2. Analyse der Mittel und Fehler**

— Welche Beziehungen gelten für den Sachverhalt (theoretische Analyse)?

— Welche Größen sind zu messen?

— Welche Beziehung gilt für die Fehlerfortpflanzung von Einzelmessungen?

— Welche Geräte sind erforderlich?

— Welche Größtfehler treten auf?

#### **3. Skizze und Beschreibung des Versuchsaufbaus**

Es wird eine Skizze des Versuchsaufbaus (Stromlaufplan bei elektrischen Messungen mit Angabe der Meßbereiche) angefertigt. Die Bedingungen, unter denen das Experiment durchgeführt wird, werden angegeben (z. B. Druck, Temperatur, Zeitpunkt). Das Vorgehen bei der Durchführung des Experimentes wird verbal beschrieben.

Bei Experimenten mit Black-boxes werden Varianten für die Untersuchung angegeben, die eine Aufklärung ihrer inneren Struktur ermöglichen. Erst danach lassen sich weitere theoretische Analysen in Vorbereitung auf die Ermittlung der Parameter dieser Struktur anstellen.

#### **4. Aufstellen der Meßwerttabelle**

Bei der Anfertigung der Meßwerttabelle ist zu beachten, welche Meßgrößen am stärksten in die Fehlerfortpflanzung (vgl. 2) eingehen.

Sie müssen besonders sorgfältig gemessen werden. In die Tabellen sind Spalten mit aufzunehmenden, in die jene errechneten Werte eingetragen werden können, die für eine nachfolgende Fehlerrechnung erforderlich sind. In der Regel kann davon ausgegangen werden, daß für die einzelnen Meßgrößen zehn Messungen vorgenommen werden müssen.

#### **5. Ausführung der Messungen**

Bei diesem Schritt muß vor allem bei Meßbereichsumschaltungen ermittelt und angegeben werden, welche Genauigkeit mit den verwendeten Meßgeräten erreicht werden kann.

Bei Black-box-Experimenten darf nur sehr vorsichtig auf den Eingang eingewirkt werden, so daß eine Zerstörung der inneren Struktur vermieden wird (langsameres Vergrößern von Kräften oder Spannungen, beginnend bei niedrigen Ausgangswerten).

Beim Anlegen von Spannungen an Versuchsschaltungen (vor allem bei Experimenten im Bereich der Elektronik und Mikroelektronik) ist auf das Einhalten vorgegebener Grenzwerte für Betriebsspannungen, Betriebsstromstärken oder Leistungen zu achten.

#### **6. Auswertung der experimentellen Untersuchungen**

Die Auswertung der experimentellen Untersuchungen umfaßt das Errechnen physikalischer Größen aus den Meßdaten und das Ermitteln funktionaler Zusammenhänge.

Die Auswertung gliedert sich in:

- Mittelwertberechnungen und Berechnen der Abweichungen;
- Grafische Darstellung der Meßwerte und Ermitteln funktionaler Zusammenhänge;
- Berechnen der geforderten Endergebnisse;
- Fehlerrechnung;
- Angabe der Endergebnisse mit prozentualen Fehlern;
- verbale Formulierung der Ergebnisse der Untersuchungen mit Angabe der Bedingungen und einer Fehlerbetrachtung.

Bei physikalisch-experimentellen Aufgaben sind nach Abschluß der Untersuchungen Überlegungen anzustellen, in welcher Weise die Meßapparatur den geforderten Ansprüchen genügt und ob die Wiederholung einzelner Meßreihen unter veränderten oder gleichen Versuchsbedingungen notwendig ist. Für die Protokollführung bei experimentellen Untersuchungen ist es wichtig, folgende Notizen aufzunehmen, um eine Reproduzierbarkeit der Untersuchung zu gewährleisten:

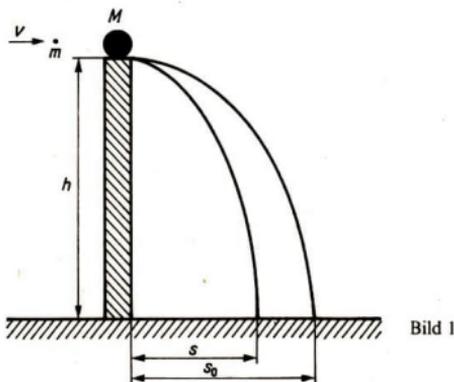
- Unregelmäßigkeiten und Besonderheiten während der experimentellen Untersuchungen,
- Veränderungen am Untersuchungsmaterial

Es ist zweckmäßig, das Protokoll nach den zuvor angegebenen Schritten anzufertigen. Bei Prüfungs- und Wettbewerbsaufgaben empfiehlt es sich, das Protokoll während des Experiments in einer so sauberen Form anzufertigen, daß eine anschließende Abschrift nicht erforderlich wird. Die Zeit für eine gründliche Auswertung der Daten würde unnötig eingeschränkt.

# Aufgaben

## 1. Mechanik

- 1 Auf einer Säule der Höhe  $h = 5 \text{ m}$  liegt eine Kugel mit der Masse  $M = 200 \text{ g}$ . Sie wird von einem Geschöß in der Mitte durchbohrt, das mit einer Geschwindigkeit von  $v = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  fliegt und das eine Masse von  $m = 10 \text{ g}$  hat (Bild 1).

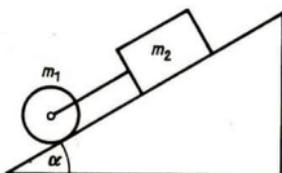


- 2 a) In welcher Entfernung  $s_0$  trifft das Geschöß am Boden auf, wenn die Kugel in einer Entfernung von  $s = 20 \text{ m}$  vom Fuß der Säule den Boden erreicht?  
 b) Welcher Teil der kinetischen Energie wird beim Stoßvorgang in thermische Energie umgewandelt?

Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.

[I. IPhO, VR Polen (Warschau) 1967]

Auf einer geneigten Ebene (Bild 2) mit einem Neigungswinkel von  $\alpha = 30^\circ$  befindet sich eine homogene Walze mit der Masse  $m_1 = 8 \text{ kg}$  und einem Durchmesser von



$d = 10 \text{ cm}$ . An der Walzenachse ist mit einem Faden ein Ziegelstein mit einer Masse von  $m_2 = 4 \text{ kg}$  befestigt. Mit welcher Beschleunigung bewegen sich die Körper? Die Reibungszahl zwischen Ziegelstein und geneigter Ebene beträgt  $\mu = 0,6$ . Rollwiderstand und Achsreibung sind zu vernachlässigen.  
[II. IPhO, Ungarische VR (Budapest) 1968]

3

Ein mechanisches System besteht aus drei kleinen Wagen A, B und C (Bild 3). Diese haben folgende Massen:

$$m_1 = 300 \text{ g}; \quad m_2 = 200 \text{ g}; \quad m_3 = 1500 \text{ g}.$$

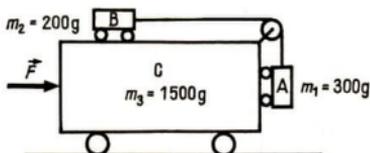


Bild 3

- Auf den Wagen C wirkt eine solche horizontale Kraft, daß die Wagen A und B relativ zum Wagen C in Ruhe bleiben.
  - Wie groß ist die Zugkraft auf den Faden, der die Wagen A und B verbindet?
  - Wie groß ist die Kraft  $F$ ?
- Nun wird das System unter der Voraussetzung betrachtet, daß der Wagen C unbeweglich ist.
  - Wie groß sind die Beschleunigungen der Wagen A und B?
  - Wie groß ist die Zugkraft auf den Faden zwischen den Wagen A und B?

Die Masse des Fadens und die Trägheitsmomente der Rolle und aller Wagenräder sind zu vernachlässigen.

[III. IPhO, ČSSR (Brno) 1970]

4

Auf einer glatten, reibungslosen, horizontalen Oberfläche kann sich ein großer Quader mit der Masse  $M = 1 \text{ kg}$  bewegen (Bild 4). Auf seiner oberen horizontalen Fläche befindet sich ein kleinerer Quader mit einer Masse von  $m = 100 \text{ g}$ . In ihm befindet sich ein Motor, der auf einer Rolle einen Faden mit konstanter Geschwindigkeit  $v_0 = 10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  aufwickelt. Der große Quader wird zunächst festgehalten. Dem kleinen Quader gibt man die Möglichkeit, sich mit der Geschwindigkeit  $v_0$  zu bewegen. Der Abstand zum vorderen Rand des großen Quaders beträgt  $l = 50 \text{ cm}$ . Wenn der kleine Quader seine Bewegung begonnen hat, gibt man auch den großen Quader frei. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen beiden Quadern beträgt  $\mu = 0,02$ . Es werden zwei Fälle unterschieden:

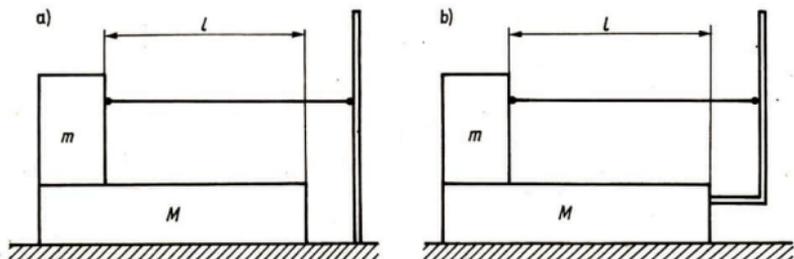


Bild 4

1. Das Ende des Fadens wird an einem entfernten Pflock befestigt, der mit der Unterlage verbunden ist (Bild 4a).
2. Der Faden wird an einem Pflock befestigt, der mit dem großen Quader verbunden ist (Bild 4b).
  - a) Bestimmen Sie für beide Fälle die Bewegungsart und die Geschwindigkeiten der Quader nach ihrem Freisetzen!
  - b) Bestimmen Sie für beide Fälle die Zeit, in der der kleine Quader den Vorderrand des großen Quaders erreicht!
 [IV. IPhO, UdSSR (Moskau) 1971]

- 5 Auf einem glatten dreieckigen Keil der Masse  $M$  liegen zwei Körper mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$ , die durch ein nicht dehnbares Seil miteinander verbunden sind (Bild 5). Das Seil ist über eine Rolle geführt, die an der Spitze des Keils befestigt ist.

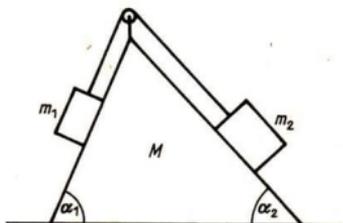


Bild 5

Die Keilwinkel an der Grundfläche betragen  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$ . Das gesamte System befindet sich am Anfang auf der horizontalen Ebene in Ruhe.

- a) Wie läßt sich die Beschleunigung der beiden Körper durch die Beschleunigung des Keils ausdrücken, wenn das System freigesetzt wird?
- b) Wie groß ist die Beschleunigung des Keils, wenn sich das System nur unter dem Einfluß der Schwerkraft befindet?
- c) Bei welchem Verhältnis der Massen  $m_1$  und  $m_2$  bleibt der Keil in Ruhe, während die Körper auf ihm gleiten?

Die Massen des Seils und der Rolle, das Trägheitsmoment der Rolle und die Reibungskräfte sind zu vernachlässigen.

[V. IPhO, VR Bulgarien (Sofia) 1972]

- 6 Drei Zylinder mit gleichen Massen, Längen und äußeren Radien liegen auf einer geneigten Ebene. Der Gleitreibungskoeffizient  $\mu$  auf der Ebene ist bekannt und für alle drei Zylinder gleich groß. Der erste Zylinder ist hohl (Rohr), der zweite ist homogen und der dritte hat denselben Hohlraum wie der erste; er ist aber mit Deckeln von vernachlässigbarer Masse verschlossen. In ihm ist eine Flüssigkeit mit derselben Dichte, wie sie die Zylinderwände haben. Die Dichte des ersten Zylinders ist  $n$ -mal so groß wie die des zweiten oder des dritten Zylinders.
- a) Wie groß sind die linearen Beschleunigungen der Zylinder, wenn diese nur rollen und nicht gleiten?  
Man vergleiche diese Beschleunigungen miteinander!
  - b) Welche Bedingung muß für den Winkel  $\alpha$  der geneigten Ebene gelten, wenn alle Zylinder nur rollen sollen?
  - c) In welchen Verhältnissen stehen die Winkelbeschleunigungen zueinander, wenn alle Zylinder rollen und gleiten?

Die Winkelbeschleunigungen sind miteinander zu vergleichen!  
 Die Masse  $m$  der Flüssigkeit ist bekannt.  
 Die Reibung der Flüssigkeit mit der Zylinderwand ist zu vernachlässigen.  
 [VI. IPHO, SR Rumänien (Bukarest) 1973]

- 7 An einer vertikalen Achse A ist unter einem Winkel  $90^\circ - \alpha$  seitlich ein Arm befestigt (Bild 7). Diese Anordnung kann um die Achse A rotieren. Auf dem seitlichen Arm befindet sich ein verschiebbarer Körper mit der Gewichtskraft  $F_G = m \cdot g$ . Er hat zum Arm den Haftreibungskoeffizienten

$$\mu = \tan \beta. \quad \beta: \text{Haftreibungswinkel}$$

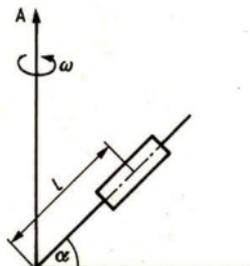


Bild 7

- a) Für welche Winkel  $\alpha$  befindet sich der Körper bei  $\omega = 0$  in Ruhe, und bei welchem Winkel befindet er sich in Bewegung?  
 b) Für welche Lagen befindet sich der Körper relativ zum Arm A in Ruhe, wenn die Anordnung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotiert?

Benutzen Sie bei der Lösung folgende Beziehungen:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

[VIII. IPHO, DDR (Güstrow) 1975]

- 8 Eine leere Kugel mit dem Radius  $R = 0,5 \text{ m}$  dreht sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1 = 5 \text{ s}^{-1}$  um ihren senkrechten Durchmesser. Ein in Höhe des halben Radius hineingesetzter kleiner Körper K nimmt an der Drehung der Kugel teil (Bild 8).

- a) Wie groß muß der Reibungskoeffizient zwischen Körper und Kugel mindestens sein, damit dieser Zustand möglich wird?  
 b) Wie groß muß der Reibungskoeffizient für den Fall mindestens sein, daß die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_2 = 8 \text{ s}^{-1}$  beträgt?

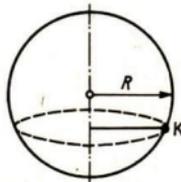


Bild 8

c) Es ist die Stabilität der oben betrachteten Zustände für minimalen Reibungskoeffizient in folgenden Fällen zu untersuchen:

1. die Lage des Körpers verändert sich ein wenig;
  2. die Winkelgeschwindigkeit verändert sich ein wenig;
- [IX. IPhO, Ungarische VR (Budapest) 1976]

9

Ein Raumschiff mit einer Masse von  $M = 12 \text{ t}$  bewegt sich auf einer Kreisbahn um den Mond in einer Höhe von  $h = 100 \text{ km}$ . Zum Übergang auf eine Mondlandbahn wird das Bremstriebwerk im Punkt A für kurze Zeit gezündet (Bild 9a). Aus der Raketendüse strömt dabei das Gas mit einer Geschwindigkeit von  $v = 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  aus.

- a) Welche Treibstoffmenge wird verbraucht, damit das Raumschiff nach Einschalten des Bremstriebwerkes im Punkt A der Umlaufbahn im Punkt B auf dem Mond landet?
- b) Bei einer zweiten Landevariante wird dem Raumschiff im Punkt A ein Impuls in Richtung auf den Mondmittelpunkt erteilt. Die Flugbahn berührt den Mond jetzt im Punkt C (Bild 9b).

Welche Treibstoffmenge wird in diesem Fall verbraucht. Der Mondradius beträgt  $R_M = 1,7 \cdot 10^3 \text{ km}$ . Die Fallbeschleunigung auf dem Mond beträgt  $g_M = 1,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .  
[XI. IPhO, UdSSR (Moskau) 1979]

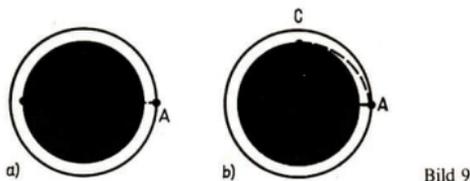


Bild 9

10

Es ist ein Kleiderbügel aus Draht gegeben, der mit kleiner Amplitude in der Zeichenebene um die angegebenen Gleichgewichtslagen schwingt (Bild 10a bis c). In den Lagen a) und b) liegt die lange Seite des Bügels waagrecht.

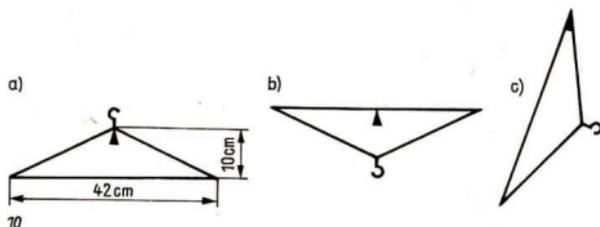


Bild 10

Die beiden anderen Seiten sind gleich lang. In allen drei Fällen ergibt sich die gleiche Schwingungsdauer.

- a) Wo liegt der Massenmittelpunkt des Bügels?
- b) Wie groß ist die Schwingungsdauer?

Der Skizze können außer den Maßangaben keine weiteren Daten entnommen werden. Die Masseverteilung des Bügels ist im Detail nicht bekannt.

[XII. IPhO, BRD (Malente) 1982]

11

Ein Teilchen bewegt sich unter der Einwirkung einer Kraft  $F(x)$ , die eine Funktion der Koordinate  $x$  ist, entlang der positiven Halbachse (eindimensionaler Fall) (Bild 11).

Im Koordinatenursprung befindet sich eine ideal reflektierende Wand. Während der Bewegung wirkt auf das Teilchen eine Reibungskraft  $F_R = 1,00 \text{ N}$ . Das Teilchen beginnt die Bewegung im Punkt  $x = x_0$  mit einer kinetischen Energie  $E_k = 10,0 \text{ J}$ .

- Bestimmen Sie die Bahnlänge des Teilchens bis zu seinem endgültigen Ruhepunkt!
- Stellen Sie die potentielle Energie des Teilchens  $E_p(x)$  im Kraftfeld grafisch dar!
- Stellen Sie in einem Diagramm qualitativ die Geschwindigkeit des Teilchens als Funktion der Koordinate  $x$  dar!

[XIV. IPHO, SR Rumänien (Bukarest) 1983]

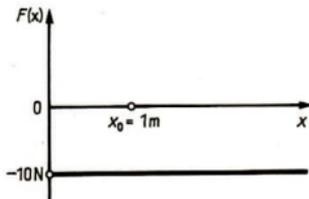


Bild 11

12

Bei der Planung eines Raumfahrtunternehmens werden zwei Methoden diskutiert, um eine Raumsonde aus dem Anziehungsbereich der Sonne zu bringen. Bei der ersten Methode wird die Sonde mit einer hinreichend großen Geschwindigkeit abgeschossen, so daß sie das Sonnensystem direkt verlassen kann (Fall 1). Bei der zweiten Methode wird die Sonde in die Nähe eines Planeten geschossen (z. B. Mars). Durch dessen Anziehungskraft wird die Bewegungsrichtung der Sonde verändert und dadurch die erforderliche Fluchtgeschwindigkeit zum Verlassen des Sonnensystems erreicht (Fall 2). Dabei kann angenommen werden, daß jeweils nur ein Gravitationsfeld auf die Sonde wirkt.

- Wie groß sind der Betrag der minimalen Geschwindigkeit  $v_1$  und deren Richtung in bezug auf die Erdbewegung bei Anwendung der ersten Methode (Fall 1)?
- Die Sonde wird mit einer Geschwindigkeit  $v_2 < v_1$  relativ zur Erde gestartet. Die Richtung entspricht der in Aufgabe a).

Berechnen Sie die zur Marsbahn parallele und normale Geschwindigkeitskomponente der Sonde, wenn diese die Marsbahn kreuzt!

Hinweis: Der Planet Mars befindet sich in diesem Fall sehr weit entfernt vom Schnittpunkt zwischen Marsbahn und Sondenbahn.

- Die Sonde tritt im Fall 2 in das Gravitationsfeld des Mars ein. Wie groß ist die minimale Startgeschwindigkeit der Sonde relativ zur Erde, die zum Verlassen des Sonnensystems notwendig ist?

Hinweis: Aus der Lösung zu a) ist die minimale Geschwindigkeit der Sonde nach Größe und Richtung bekannt, die zum Verlassen des Sonnensystems erforderlich ist, nachdem sie den Gravitationsbereich des Mars verlassen hat. Die genaue Lage des Mars braucht dabei nicht berücksichtigt zu werden.

Suchen Sie die Beziehung zwischen dieser Geschwindigkeit und den Geschwindigkeitskomponenten vor dem Eintritt in das Gravitationsfeld des Mars, die unter b) ermittelt wurden!

- Es ist die maximal mögliche Energieeinsparung abzuschätzen, die bei dem Fall 2 gegenüber dem Fall 1 erreichbar ist!

Für die Lösungen wird angenommen, daß sich alle Planeten auf Kreisbahnen in gleicher Richtung und in gleicher Ebene um die Sonne bewegen. Vernachlässigt werden:

- der Luftwiderstand,
- die Drehung der Erde um ihre Achse,
- die Energie, die notwendig ist, damit die Sonde das Gravitationsfeld der Erde verlassen kann.

Die Geschwindigkeit der Erde um die Sonne beträgt  $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Das Verhältnis der Entfernung von Erde und Mars zur Sonne beträgt  $2/3$ .

[XVI. IPhO, SFR Jugoslawien (Portoroz) 1985]

## 2. Thermodynamik

- 13 Es sind zwei gleich große Kugeln mit gleicher Masse und gleicher Temperatur vorhanden. Die eine Kugel hängt an einer Schnur, die andere liegt auf einem horizontalen Tisch. Den beiden Kugeln wird die gleiche Wärme  $Q$  zugeführt. Die Temperaturerhöhung erfolgt so schnell, daß kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden kann. Ist die Temperatur der beiden Kugeln nach der Temperaturerhöhung gleich groß oder verschieden?  
Geben Sie für Ihre Antworten eine Begründung!  
[I. IPhO, VR Polen (Warschau) 1967]
- 14 In einem Behälter mit dem Volumen von  $V = 10\text{ l}$  befindet sich trockene Luft unter Normalbedingungen. In diesen Behälter werden  $3\text{ g}$  Wasser gefüllt. Danach wird die Temperatur des Behälters mit seinem Inhalt auf  $100\text{ °C}$  erhöht.  
Wie groß ist der Druck im Behälter nach dieser Temperaturerhöhung?  
Die Raumausdehnung bei der Temperaturerhöhung kann vernachlässigt werden.  
[I. IPhO, VR Polen (Warschau) 1967]
- 15 In einem Becherglas befinden sich  $300\text{ cm}^3$  Toluol mit einer Temperatur von  $0\text{ °C}$ . In einem anderen Becherglas befinden sich  $110\text{ cm}^3$  Toluol mit einer Temperatur von  $100\text{ °C}$ . Das Gesamtvolumen in diesem Zustand beträgt demnach  $410\text{ cm}^3$ .  
Wie groß ist das Gesamtvolumen, wenn die beiden Flüssigkeitsmengen zusammengegossen werden?  
Der Volumentemperaturkoeffizient für Toluol beträgt  $0,001\text{ K}^{-1}$ .  
Verluste an thermischer Energie können vernachlässigt werden.  
[II. IPhO, Ungarische VR (Budapest) 1968]
- 16 In einem Kalorimetergefäß aus Kupfer der Masse  $m_1$  befindet sich Wasser der Masse  $m_2$ . Die Gleichgewichtstemperatur des gesamten Systems ist  $T_2$ . Es wird ein Stück Eis der Masse  $m_3$  mit einer Temperatur  $T_3 < 0\text{ °C}$  in das Wasser im Kalorimeter gelegt.  
a) Wie groß sind die Temperatur und die Massen des Wassers und Eises im Gleichgewichtszustand unter der Annahme, daß die Größen  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $T_2$  und  $T_3$  allgemeine Größen sind. Es sind kalorimetrische Gleichungen für alle möglichen Prozesse aufzustellen!  
b) Wie groß sind die Temperatur und die Massen des Wassers und Eises im Gleichgewichtszustand, wenn folgende Größen gegeben sind:  
 $m_1 = 1,00\text{ kg}$ ;  $m_2 = 1,00\text{ kg}$ ;  $m_3 = 2,00\text{ kg}$ ;  
 $T_2 = 10\text{ °C}$ ;  $T_3 = -20\text{ °C}$   
Verluste an thermischer Energie können vernachlässigt werden. Für den Druck wird der Normalwert angenommen (760 Torr).

Spezifische Wärmekapazitäten:

$$\text{Kupfer } c_1 = 393 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\text{Eis } c_3 = 2061 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\text{Wasser } c_2 = 4190 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\text{spezifische Schmelzwärme für Eis: } q_E = 333,9 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

[III. IPhO, ČSSR (Brno) 1970]

17

Eine Kammer wird mit Luft der Temperatur  $0^\circ\text{C}$  und dem Druck  $p_0 = 133,4 \text{ kPa}$  gefüllt. In der Kammer befindet sich eine Torricellische Röhre der Höhe  $H$ . Oberhalb des Quecksilbers in der Röhre befindet sich Wasserstoff. Die Quecksilbersäule in der senkrechten Röhre erreicht, von der Oberfläche in der Wanne gemessen, eine Höhe  $h_0 = 700 \text{ mm}$ . Der Querschnitt der Röhre beträgt  $1 \text{ cm}^2$ .

Jetzt werden folgende Prozesse eingeleitet:

Eine Kammerwand wird verschoben, so daß der Druck in der Kammer isotherm auf  $p_1 = 80 \text{ kPa}$  herabgesetzt wird. Die Quecksilbersäule erreicht jetzt eine Höhe  $h_1 = 400 \text{ mm}$ . Dann wird durch Erwärmen bei konstantem Volumen die Temperatur in der Kammer auf  $T_2$  erhöht. Jetzt erreicht die Quecksilbersäule eine Höhe  $h_2 = 500 \text{ mm}$ . Es erfolgt sodann eine isobare Ausdehnung der Luft, wobei die Quecksilbersäule eine Höhe  $h_3 = 450 \text{ mm}$  erreicht.

Unter der Bedingung, daß sich das betrachtete System immer im thermodynamischen Gleichgewicht befindet, sind zu berechnen:

- die Masse des Wasserstoffes,
- die Temperatur  $T_2$ ,
- der Druck des Wasserstoffes im Endzustand.

Dichte des Quecksilber:  $\rho_0 = 1,36 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  bei  $0^\circ\text{C}$

Volumen-Temperatur-Koeffizient für Quecksilber:  $\gamma = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$

Gaskonstante:  $R_0 = 8,314 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Die Ausdehnung des Glases und die Änderung des Quecksilberstandes in der Wanne sind zu vernachlässigen.

Hinweis: Wenn  $\Delta T$  die maximale Temperaturdifferenz zwischen den Zuständen des Systems ist, dann wird vorausgesetzt, daß  $\gamma \cdot \Delta T = x \ll 1$  ist. Es ist dann die Näherung

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x \text{ zu benutzen.}$$

[V. IPhO, VR Bulgarien (Sofia) 1972]

18

Es sind zwei Zylinder A und B mit gleichem Querschnitt  $A = 1 \text{ dm}^2$  und mit freibeweglichem Kolben gegeben (Bild 18). Die Kolben befinden sich auf einer gemeinsamen Kolbenstange.

Das Rohr ist in der Mitte mit einem Hahn versehen. Dieser ist zunächst geschlossen.

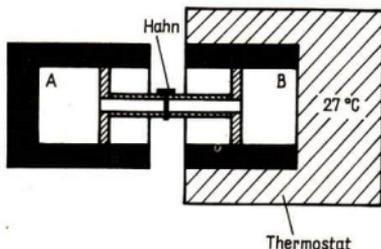


Bild 18

Die beiden Zylinder sind über dieses Rohr miteinander verbunden. Der Zylinder A und der zugehörige Kolben sind adiabatisch isoliert. Der Zylinder B ist von einem Thermostaten mit der Temperatur  $T = 27^\circ\text{C}$  umgeben.

Der Zylinder A enthält Argon mit der Masse  $m = 32\text{ kg}$ . Der Zylinder B mit einem Rauminhalt von  $5,54\text{ m}^3$  enthält Sauerstoff. Am Anfang wird der Kolben des Zylinders A festgehalten. Nachdem dieser Kolben losgelassen wurde, stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein. Dabei hat sich das Volumen im Zylinder A auf das Achtfache vergrößert. Im Zylinder B hat sich die Dichte des Sauerstoffs bei diesem Vorgang verdoppelt. An den Thermostaten wird während des Prozesses eine Wärme  $Q = 747,9 \cdot 10^4\text{ J}$  abgegeben.

a) Wie groß sind die Werte für  $p$ ,  $T$  und  $V$  beim Anfangs- und Endzustand des Gases Argon?

b) Wie groß ist der Enddruck des Gasgemisches, nachdem der Hahn geöffnet wurde? (Der Hahn wird nach Erreichen des thermischen Gleichgewichtszustandes geöffnet.)

Für Argon gilt  $M = 40\text{ kg} \cdot \text{kmol}^{-1}$ .

[VI. IPhO, SR Rumänien (Bukarest) 1972]

19

Eine wissenschaftliche Expedition, die auf einer menschenleeren Insel verweilt, hatte alle vorhandenen Energiequellen restlos ausgebeutet. Auf der Insel wehen weder Winde, noch fließen Wasserströme. Der Himmel ist mit einer dicken Wolkenschicht bedeckt. Der Luftdruck ist konstant. Die Temperaturen der Luft und des Wassers in der Umgebung der Insel sind Tag und Nacht unverändert. Die Expeditionsmitglieder entdecken auf der Insel eine Gasquelle mit neutralem Gas. Dieses strömt mit gleichbleibender Geschwindigkeit aus einer Grotte. Druck und Temperatur des Gases waren gleich dem Druck und der Temperatur der Atmosphäre.

Die Mitglieder der Expedition verfügten über zwei halbdurchlässige Membranen, von denen eine ungehindert Gasmoleküle, aber keine Luftmoleküle hindurchläßt. Die andere Membran läßt dagegen Luftmoleküle, aber keine Gasmoleküle ungehindert passieren. Die Expeditionsmitglieder waren in der Lage, einfache mechanische Maschinenelemente, wie Zylinder, Kolben und Ventile, zu bauen. Daher beschlossen sie, einen Motor zu bauen. Es ist nachzuweisen, daß es bei Ausnutzung des Gases keine theoretische Grenze für die Leistung des Motors gibt!

[VII. IPhO, VR Polen (Warschau) 1974]

20

Es ist ein Zylinder mit dem Querschnitt  $A = 1\text{ dm}^2$  gegeben (Bild 20). Die äußeren Wände, die Trennwand und der Kolben sind wärmeundurchlässig. Das Ventil in der Trennwand öffnet sich, wenn der Druck im rechten Teil größer ist als im linken Teil.

Die beiden Hälften sind  $l = 11,2\text{ dm}$  lang. Am Anfang befinden sich links  $12\text{ g}$  Helium und im rechten Teil  $2\text{ g}$  Helium. Die Temperatur beträgt auf beiden Seiten  $0^\circ\text{C}$ . Der Druck beträgt  $p = 10^5\text{ Pa}$ .

Die spezifischen Wärmekapazitäten betragen:

$$c_v = 3,15\text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}; \quad c_p = 5,25\text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Der Kolben wird langsam gegen die Trennwand geschoben. Wenn sich das Ventil

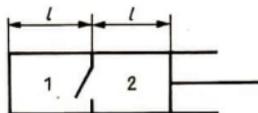


Bild 20

öffnet, wird die Bewegung kurzzeitig unterbrochen. Dann wird der Kolben langsam weiter bis zur Trennwand geschoben.

Wie groß ist die gesamte verrichtete Arbeit?

[IX. IPhO, Ungarische VR (Budapest) 1976]

21

Das Verdichtungsverhältnis eines Viertaktmotors beträgt  $\varepsilon = 9,5$ . In den Zylinder wird Luft mit einer Temperatur von  $27^\circ\text{C}$  bei einem Druck von  $0,1\text{ MPa}$  angesaugt. Während der Zündung des Kraftstoff-Luft-Gemisches verdoppelt sich der Druck im Zylinder. Die Prozesse im Zylinder und der Lauf des Motors sind idealisiert im  $p$ - $V$ -Diagramm dargestellt (Bild 21).

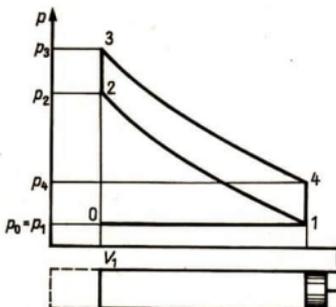


Bild 21

- Was für physikalisch-technische Vorgänge laufen im Zylinder zwischen den Punkten 0–1; 2–3; 4–1; 1–0 des  $p$ - $V$ -Diagramms ab? Zwischen den Punkten 1–2 und 3–4 sind die Prozesse adiabatisch.
- Wie groß sind der Druck und die Temperatur für die im  $p$ - $V$ -Diagramm angegebenen Umkehrpunkte?
- Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad des Motors?
- Entsprechen die ermittelten Ergebnisse der Wirklichkeit? Geben Sie eine Erklärung!

[X. IPhO, ČSSR (Hradec Králové) 1977]

22

Ein aus Aluminium gefertigtes Teil wird auf einer Analysenwaage mit Wägestücken aus Messing gewogen. Eine Wägung erfolgt in trockener Luft, die andere Wägung bei einem Wasserdampfdruck von  $p = 2,03\text{ kPa}$ .

Bei welcher Masse des Teils kann eine Differenz in der Anzeige der Waage festgestellt werden, wenn die kleinste feststellbare Masse  $m_0 = 0,1\text{ mg}$  beträgt? Bei beiden Messungen beträgt der Druck  $p = 101,3\text{ kPa}$  und die Temperatur  $T = 20^\circ\text{C}$ . Die Dichten betragen:

$$\rho_{\text{Al}} = 2,7\text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}; \rho_{\text{Messing}} = 8,5\text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

[XI. IPhO, UdSSR (Moskau) 1979]

23

Ein Reagenzglas der Masse  $M$  befindet sich im Vakuum in Ruhe. Eine festgehaltene Trennwand der Masse  $m$  mit geringer Dicke teilt das Volumen des Reagenzglases in zwei gleich lange Teile. In dem eingeschlossenen Teil befinden sich  $n$  Mole eines idealen einatomigen Gases mit der molaren Masse  $\mu$  und der Temperatur  $T$ . Die Trennwand wird gelöst und fliegt reibungslos aus dem Reagenzglas. Das Gas strömt aus. Welche Endgeschwindigkeit erreicht das Reagenzglas?

Zu vernachlässigen sind:

- der Impuls des Gases vor dem Herausfliegen der Trennwand;

- der Wärmeaustausch zwischen Gas, Reagenzglas und Trennwand;
- die Temperaturänderung des Gases, nachdem die Trennwand das Reagenzglas verlassen hat;
- die Erdanziehungskraft!

[XII. IPhO, VR Bulgarien (Varna) 1981]

24

Es ist ein Heißluftballon mit konstantem Volumen  $V_B = 1,1 \text{ m}^3$  gegeben. Die Masse der Hülle, deren Volumen gegenüber  $V_B$  vernachlässigt werden kann, beträgt  $m_H = 0,187 \text{ kg}$ . Der Ballon soll bei einer äußeren Lufttemperatur  $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  und einem Luftdruck von  $p_0 = 101,3 \text{ kPa}$  gestartet werden. Die Dichte der Luft ist unter diesen Bedingungen  $\rho_L = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

a) Welche Temperatur  $T_2$  muß die erwärmte Luft im Innern des Ballons haben, damit dieser gerade schwebt?

b) In dem an einem Seil festgehaltenen Ballon wird die Innenluft auf eine Temperatur von  $T_3 = 110 \text{ }^\circ\text{C}$  gebracht. Mit welcher Kraft  $F_s$  wirkt der Ballon auf das Seil?

c) Es wird angenommen, daß der Ballon unten zugebunden ist (Dichte der Innenluft bleibt konstant). Der Ballon steigt bei konstanter Temperatur der Innenluft  $T_3 = 110 \text{ }^\circ\text{C}$  in einer isothermen Atmosphäre mit der Temperatur von  $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  bei einem Boden-  
druck von  $p_0 = 101,3 \text{ kPa}$  auf.

Welche Höhe  $h$  erreicht der Ballon unter diesen Bedingungen?

d) Der Ballon (nach Frage c) wird in der Höhe  $h$  um  $10 \text{ m}$  aus der Gleichgewichtslage gezogen und dann wieder losgelassen. Geben Sie eine qualitative Begründung für die eintretende Bewegung!

[XIII. IPhO, BRD (Malente) 1982]

### 3. Schwingungen und Wellen

25

Ein Empfänger für kosmische Radiostrahlung ist in einer Höhe  $h = 2 \text{ m}$  über dem Meeresspiegel am Meeresufer aufgestellt. Sobald ein Radiostern mit der Strahlungswellenlänge  $\lambda = 21 \text{ cm}$  über dem Horizont aufsteigt, registriert der Empfänger aufeinanderfolgende Maxima und Minima. Vom Empfänger werden nur jene Komponenten der elektrischen Feldstärke registriert, die parallel zur Wasseroberfläche schwingen. Das registrierte Signal ist proportional zu  $E^2$ .

a) Es sind jene Höhen des Sternes über dem Horizont in allgemeiner Form anzugeben, für welche die Maxima und Minima auftreten!

b) Nimmt die Intensität des Radiosignals nach dem Aufgehen des Sternes ab oder zu?

Begründen Sie qualitativ!

c) Wie groß ist das Verhältnis der Signale zwischen einfallender und reflektierter Welle im ersten Maximum und im darauffolgenden Minimum?

Hinweis: Im Falle der Reflexion der elektromagnetischen Welle an der Wasseroberfläche gilt für das Verhältnis der Amplituden der elektrischen Feldstärken von reflektierter und einfallender Welle:

$$\frac{E_{\text{ref}}}{E_{\text{ein}}} = \frac{n - \cos \varphi}{n + \cos \varphi}$$

Für die Grenzschicht zwischen Luft und Wasser ist bei einer Wellenlänge von  $21 \text{ cm}$ :  $n = 9$ .

d) Nimmt das Verhältnis der Signale bei benachbarten Maxima mit dem Aufsteigen des Sternes ab oder zu?

Für die Lösung der Aufgaben wird eine ebene Wasseroberfläche angenommen.

[XII. IPhO, VR Bulgarien (Varna) 1981]

26

An einigen Seen tritt gelegentlich eine Schwingung der gesamten Wasseroberfläche auf. Seen, die diese Erscheinung aufweisen, sind meistens langgestreckt (verglichen mit ihrer Tiefe) und sehr schmal. Das Wasser der Seen schwingt als Ganzes, so wie Kaffee in einer Tasse als Ganzes schwingt, wenn dieser zu einem Gast gebracht wird. Beim Aufstellen eines Modells für diesen Vorgang wird von einem Gefäß mit rechteckigem Querschnitt ausgegangen (Bild 26/1), dessen Länge  $l$  ist und in dem der Wasserspiegel die Höhe  $h$  hat. Bei der Ableitung wird zunächst angenommen, daß der Wasserspiegel einen kleinen Winkel mit der Horizontalen bildet. Der gesamte Wasserspiegel bleibt dann eben, aber er schwingt um eine Gerade in der Horizontalebene. Diese Gerade teilt den Wasserspiegel in zwei gleich große Rechtecke.

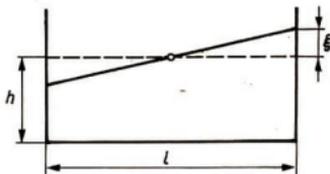


Bild 26/1

a) Es ist ein Modell für die Bewegung des Wassers zu entwickeln und eine Beziehung für die Schwingungsdauer  $T$  herzuleiten.

Die Anfangsbedingungen sind in der Tabelle angegeben, wobei  $\xi \ll h$  ist. Die Schwingungsdauer ist für verschiedene Wassertiefen in Gefäßen unterschiedlicher Länge angegeben.

$l = 479 \text{ mm}$		$l = 143 \text{ mm}$	
$h$ in mm	$T$ in s	$h$ in mm	$T$ in s
30	1,78	31	0,52
50	1,40	38	0,48
69	1,18	58	0,43
88	1,08	67	0,35
107	1,00	124	0,28
124	0,91		
142	0,82		

b) Prüfen Sie in geeigneter Weise, wie gut die unter a) entwickelte Gleichung den experimentellen Daten entspricht, und geben Sie Ihre Auffassung von der Leistungsfähigkeit Ihres Modells!

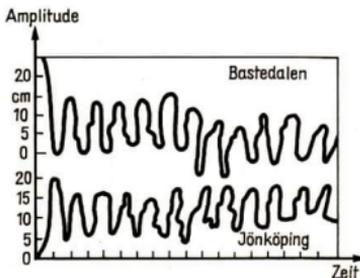


Bild 26/2

Im Bild 26/2 sind Ergebnisse von Messungen am Vätternsee in Schweden dargestellt. Dieser hat eine Länge von 123 km und eine durchschnittliche Tiefe von 50 m.

c) Wie groß ist für diesen See die Schwingungsdauer?

[XV. IPhO, Schweden (Sigtuna) 1984]

Ein Funkamateurliebt Funkverbindungen mit zwei Teilnehmern, die in den Städten A und B wohnen. Er baut sein Antennensystem so auf, daß, wenn der eine Teilnehmer ein maximales Signal erhält, der andere Teilnehmer kein Signal empfängt. Das Anten-

nensystem besteht aus zwei gleichen, vertikalen Stabantennen, die mit gleicher Intensität in alle Richtungen der Horizontalebene strahlen.

a) Es sind zu bestimmen:

- der Abstand zwischen den Antennenstäben;
- die Orientierung der Verbindung der Stäbe;
- die Phasendifferenz zwischen den an den Stäben anliegenden Signalen.

Der Abstand zwischen den Stäben soll minimal sein.

b) Es ist eine numerische Lösung für einen Sender mit einer Frequenz von 27 MHz anzugeben, der in der Nähe von Portoroz aufgestellt wurde! Aus der Landkarte ermittelt der Funkamateur, daß der Winkel zwischen der Nordrichtung und der Richtung nach B  $157^\circ$  beträgt.

[XVI. IPhO, SFR Jugoslawien (Portoroz) 1985]

## 4. Optik

- 28 Ein Halbzylinder besteht aus Glas mit einer Brechzahl  $n = \sqrt{2}$ . Auf seine ebene Fläche fallen Lichtstrahlen unter einem Winkel von  $45^\circ$ . Diese verlaufen in einer zur Zylinderachse senkrechten Ebene.  
In welchem Teil der Mantelfläche des Zylinders treten Lichtstrahlen aus?  
[II. IPhO, Ungarische VR (Budapest) 1968]

- 29 Über einem optisch geschliffenen Glaswürfel mit einer Kantenlänge von 2,00 cm ist eine geschliffene Platte so befestigt, daß zwischen ihr und dem Würfel eine dünne planparallele Luftschicht entsteht (Bild 29).

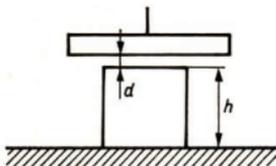


Bild 29

Auf die Platte fällt senkrecht von oben eine elektromagnetische Strahlung, die alle Wellenlängen zwischen 400,0 nm und 1150,0 nm enthält. Die Interferenzbedingung für maximale Intensität ist dann für die Wellenlängen  $\lambda_1 = 400,0$  nm und  $\lambda_2$  des angeführten Intervalls erfüllt.

- Es ist die Wellenlänge  $\lambda_2$  zu berechnen!
- Wie groß muß die Temperaturerhöhung des Würfels sein, wenn dieser mit der Platte in Berührung kommen soll?

Der Abstand der Platte von der unteren Würfelkante bleibt bei Erwärmung des Würfels konstant.

Längen-Temperaturkoeffizient für Glas:  $\alpha = 8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

Brechungszahl der Luft:  $n = 1$

[III. IPhO, ČSSR (Brno) 1970]

- 30 Vor einem vertikalen Planspiegel befindet sich ein mit Wasser gefülltes kugelförmiges Aquarium aus dünnem Glas. Es hat den Radius  $r$ . Der Abstand zwischen dem Mittelpunkt des Aquariums und dem Spiegel beträgt  $3r$ .  
Auf der zum Spiegel senkrechten Geraden, die durch den Mittelpunkt des Aquariums verläuft, befindet sich in großer Entfernung ein Beobachter. In dem zum Auge des Beobachters entferntesten Punkt des Aquariums befindet sich ein Fischlein. Dieses

beginnt sich senkrecht an der Aquariumwand mit einer Geschwindigkeit  $v$  zu bewegen. Mit welcher relativen Geschwindigkeit entfernen sich die vom Beobachter wahrgenommenen Bilder voneinander?

Brechungszahl des Wassers:  $n = 4/3$

[V. IPhO, VR Bulgarien (Sofia) 1972]

31

Eine plankonvexe Linse mit dem Durchmesser  $2r$ , dem Krümmungsradius  $R$  und der Brechzahl  $n_0$  wird so aufgestellt, daß sich auf der linken Seite Luft ( $n_1 = 1$ ) und auf der rechten Seite ein durchsichtiges Medium ( $n_2 \neq 1$ ) befinden. Die konvexe Seite der Linse grenzt an die Luft.

a) In der Luft befindet sich auf der optischen Hauptachse in der Entfernung  $s_1$  von der Linse eine punktförmige monochromatische Lichtquelle.

Es ist zu beweisen, daß für die Beziehung zwischen Bildweite  $s_2$ , Lichtquellenentfernung  $s_1$  und den Brennweiten gilt:

$$\frac{f_1}{s_1} + \frac{f_2}{s_2} = 1$$

Es ist von folgenden Näherungen auszugehen:  $r \ll R$ ;  $s_1 \gg R$ .

b) Die Linse wird senkrecht zu ihrer ebenen Seite in zwei gleiche Teile zerschnitten (Bild 31). Diese Teile werden bis zu einem Abstand  $\delta \ll r$  voneinander entfernt. Auf die Achse  $x$  des auf diese Weise entstandenen Systems wird in der Entfernung  $s_1$  ( $s_1 > f_1$ ) eine punktförmige Lichtquelle gestellt. Rechts von dem System befindet sich in der Entfernung  $d$  der Schirm E, der parallel zu den Linsenhälften steht. Auf ihm entstehen  $N$  Interferenzstreifen. Zwischen Linse und Schirm befindet sich jetzt ebenfalls Luft. Es ist  $N$  als Funktion der Wellenlänge zu bestimmen!

[VI. IPhO, SR Rumänien (Bukarest) 1972]

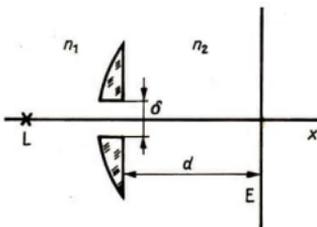


Bild 31

32

Gegeben ist eine planparallele Platte (Bild 32). Ihre Brechzahl ändert sich nach der Gleichung

$$n = \frac{n_A}{1 - x/R} \quad \begin{array}{l} n_A: \text{Brechzahl im Punkt A} \\ R: \text{Konstante} \end{array}$$

Im Punkt A (Koordinate  $x_A = 0$ ) fällt senkrecht zur Platte ein Lichtstrahl ein. Dieser verläßt die Platte im Punkt B unter einem Winkel  $\alpha$  zur ursprünglichen Richtung.

- Wie groß ist die Brechzahl  $n_B$  im Punkt B?
- Es ist die Koordinate  $x_B$  des Punktes B zu berechnen!
- Wie groß ist die Dicke  $d$  der Platte?

Folgende Zahlenwerte sind gegeben:

$$n_A = 1,2; \quad R = 0,13 \text{ m}; \quad \alpha = 30^\circ$$

[VII. IPhO, VR Polen (Warschau) 1974]

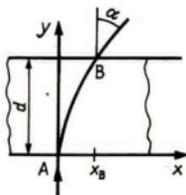


Bild 32

- 33 Bei einer dicken Glaslinse ( $n$ : Brechzahl) in Luft (Bild 33) gilt für die Brennweite

$$f = \frac{n \cdot r_1 \cdot r_2}{(n-1) \cdot [n(r_2 - r_1) + d(n-1)]}$$

wenn  $r_1$  und  $r_2$  die Krümmungsradien und  $d$  der Scheitelabstand ist. Es bedeutet  $r_1 > 0$ , daß der Krümmungsmittelpunkt  $M_1$  rechts vom Scheitelpunkt  $S_1$  liegt und  $r_1 < 0$ , daß dieser links vom Scheitelpunkt  $S_1$  liegt.

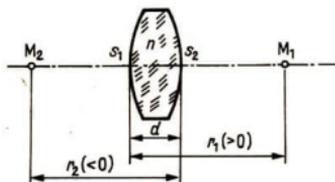


Bild 33

Für einige Anwendungen ist die Unabhängigkeit der Brennweite von der Wellenlänge des verwendeten Lichtes erwünscht.

- Für wieviel verschiedene Wellenlängen kann man dieselbe Brennweite erhalten?
- Stellen Sie eine Beziehung zwischen  $r_1$ ,  $d$  und den Brechzahlen auf, für die die geforderte Wellenlängenunabhängigkeit erfüllbar ist!

Diskutieren Sie diese!

Zeichnen Sie für diese Beziehung eine mögliche Linsenform! Geben Sie die Lage der Krümmungsmittelpunkte  $M_1$  und  $M_2$  an!

- Zeigen Sie, daß sich für eine Plankonvexlinse eine bestimmte Brennweite nur für eine Wellenlänge erreichen läßt!
- Geben Sie für zwei weitere Fälle Bedingungen für die Parameter der dicken Linse an, für die man eine bestimmte Brennweite nur mit einer Wellenlänge erreichen kann! Berücksichtigen Sie dabei den physikalischen und den geometrischen Sachverhalt! [VIII. IPhO, DDR (Güstrow) 1975]

- 34 In einer Glaskugel befindet sich irgendwo eine kugelförmige Luftblase. Beschreiben Sie Verfahren, mit deren Hilfe sich der Durchmesser der Luftblase bestimmen läßt!  
Hinweis: Die Glaskugel darf nicht beschädigt werden. Die Beschreibung des Verfahrens soll so genau wie möglich sein.  
[IX. IPhO, Ungarische VR (Budapest) 1976]

- 35 Ein rechteckiger Drahtrahmen wird in Seifenwasser getaucht und herausgezogen. In ihm bildet sich eine planparallele Seifenwassermembran mit den Abmessungen  $b = 0,020$  m und  $h = 0,030$  m. Die Dichte des Seifenwassers beträgt  $\rho = 1000$  kg  $\cdot$  m $^{-3}$ . Weißes Licht fällt unter einem Winkel von  $\alpha = 30^\circ$  gemessen gegen die Normale auf

die Membran. Diese erscheint im reflektierten Licht grün ( $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ ). Die Brechzahl der Lösung ist  $n = 1,33$ .

a) Kann mit einer Laborwaage (Genauigkeit von  $m_0 = 0,1 \text{ mg}$ ) die Masse der Membran ermittelt werden?

b) In welcher Farbe sieht man die Membran, wenn diese im reflektierten Licht senkrecht betrachtet wird?

[X. IPhO, ČSSR (Hradec Králové) 1977]

36

Mit einem Teleskop (Spiegeldurchmesser  $D = 2,6 \text{ m}$ ) wird eine Laserstrahlung der Wellenlänge  $\lambda = 0,69 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  auf die Mondoberfläche gerichtet. Auf dem Mond reflektiert ein idealer Spiegel mit dem Durchmesser  $d = 20 \text{ cm}$  die Strahlung genau in entgegengesetzter Richtung. Der reflektierte Strahl wird mit dem angegebenen Teleskop aufgefangen und auf einen Lichtempfänger fokussiert.

a) Mit welcher Winkelgenauigkeit muß die optische Achse des Teleskops bei diesem Experiment ausgerichtet werden, um eine maximale Intensität der reflektierten Strahlung empfangen zu können?

b) Es ist unter Vernachlässigung der Lichtverluste in der Atmosphäre und im Teleskop abzuschätzen, welcher Teil der Lichtenergie des Lasers nach der Reflexion auf dem Mond durch den Lichtempfänger registriert wird!

c) Kann der reflektierte Lichtimpuls mit bloßem Auge registriert werden, wenn die Grenzempfindlichkeit des Auges  $n = 100$  Lichtquanten und die Energie, die vom Laser während eines Impulses ausgestrahlt wird,  $W = 1 \text{ J}$  betragen?

(Entfernung Erde—Mond:  $380000 \text{ km}$ ; Pupillendurchmesser des Auges:  $d_p = 5 \text{ mm}$ ; Plancksches Wirkungsquantum:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ )

d) Es ist der Gewinn abzuschätzen, den die Verwendung eines Reflektors erbringt. Die Mondoberfläche streut  $\alpha = 10\%$  des auffallenden Lichtes gleichmäßig über einen Raumwinkel von  $2\pi$  Steradian.

[XI. IPhO, UdSSR (Moskau) 1979]

37

Zwei optische Prismen sind wie angegeben zusammengefügt (Bild 37). Die Brechzahlen lassen sich durch folgende Beziehungen ausdrücken:

$$n_1 = a_1 + b_1/\lambda^2; \quad n_2 = a_2 + b_2/\lambda^2.$$

Die Konstanten haben die Werte:

$$a_1 = 1,1; \quad b_1 = 10^5 \text{ nm}^2; \quad a_2 = 1,3; \quad b_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ nm}^2.$$

a) Bestimmen Sie die Wellenlänge der einfallenden Strahlung, wenn diese an der Grenzfläche AC nicht gebrochen wird und keine Totalreflexion auftritt!

b) Berechnen Sie die Brechzahlen  $n_1$  und  $n_2$ !

Es gelten folgende spezielle Werte:

$$\alpha_1 = 60^\circ; \quad \alpha_2 = 30^\circ; \quad \gamma = 90^\circ.$$

[XIV. IPhO, SR Rumänien (Bukarest) 1983]

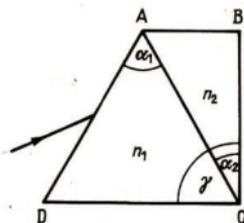


Bild 37

38

Betrachten Sie eine planparallele, durchsichtige Platte, in der die Brechzahl  $n$  von der Entfernung  $z$  zur unteren Begrenzungsfläche abhängt (Bild 38).

a) Zeigen Sie, daß  $n_A \cdot \sin \alpha = n_B \cdot \sin \beta$  ist.

b) Stellen Sie sich vor, Sie stünden in einer ebenen großen Wüste. In einiger Entfernung sehen Sie etwas, was eine Wasserfläche zu sein scheint. Nähern Sie sich dieser Erscheinung, so scheint sich das „Wasser“ zurückzuziehen, so daß Ihre Entfernung zum „Wasser“ immer konstant bleibt. Erklären Sie diese Erscheinung!

c) Berechnen Sie in der Teilaufgabe b) die Temperatur am Erdboden für den Fall, daß sich Ihre Augen 1,60 m über dem Erdboden und in einer Entfernung von  $L = 250$  m vom „Wasser“ befinden. Die Brechzahl der Luft bei einer Temperatur von  $15^\circ\text{C}$  und normalem atmosphärischem Druck ist 1,000276. Die Lufttemperatur in mehr als 1 m Höhe soll konstant  $30^\circ\text{C}$  betragen. Es herrscht normaler atmosphärischer Druck.

Die Brechzahl wird mit  $n$  bezeichnet.  $n - 1$  soll der Dichte des Gases proportional sein. Diskutieren Sie die Genauigkeit der Ergebnisse!

[XV. IPhO, Schweden (Sigtuna) 1984]

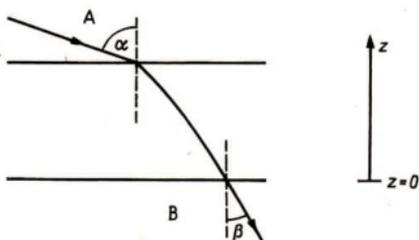


Bild 38

39

In einem Teleskop wird ein sphärischer Spiegel mit einem Krümmungsradius von  $R = 2$  m verwendet. Im Brennpunkt des Spiegels befindet sich ein Strahlungsempfänger E in Form einer runden Scheibe. Die Scheibe liegt senkrecht zur optischen Achse des Teleskops.

a) Welche Größe muß der Empfänger haben, damit er die gesamte Strahlung empfängt, die vom Spiegel reflektiert wird? Dieser hat einen Radius von  $r = 0,25$  m.

b) Um wieviel verringert sich die vom Empfänger aufgenommene Strahlung, wenn sich sein Radius auf ein Achtel verringert?

Hinweis: Bei der Berechnung kann man für kleines  $x$  die folgende Näherung verwenden:

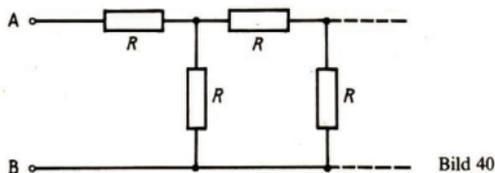
$$\sqrt{1-x^2} \approx (1-x^2/2).$$

Die Beugung bleibt bei den Berechnungen unberücksichtigt.

[IV. IPhO, UdSSR (Moskau) 1970]

## 5. Elektrizitätslehre

- 40 Es ist der Widerstand zwischen den Punkten A und B in der abgebildeten Widerstandskette zu berechnen (Bild 40).  
[I. IPhO, VR Polen (Warschau) 1967]



- 41 Eine Kugel der Masse  $m$  mit der elektrischen Ladung  $q$  ist an einem Ende eines dünnen nichtleitenden Fadens befestigt. Das andere Ende des Fadens ist am höchsten Punkt eines Kreisringes vom Radius  $R$  befestigt. Der Kreisring besteht aus einem starren Metalldraht von vernachlässigbarem Querschnitt. Er liegt in einer vertikalen Ebene. Auf dem Kreisring befindet sich gleichmäßig verteilt eine Ladung  $Q$  (gleiche Polarität wie  $q$ ).

Es ist die Länge  $l$  des Fadens zu berechnen, für die die Endlage der Kugel nach einer Auslenkung sich in einem Punkt auf der Achse des Kreisringes (Senkrecht zu seiner Ebene) befindet.

Es gelten folgende Werte:

$$Q = q = 9,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}; \quad R = 5,0 \text{ cm}; \quad m = 1,0 \text{ g}; \quad \epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}.$$

[III. IPhO, ČSSR (Brno) 1969]

- 42 Es ist eine dünnwandige metallische Hohlkugel gegeben ( $R = 20 \text{ cm}$ ) (Bild 42). Konzentrisch in dieser Kugel befindet sich eine metallische Kugel (Radius  $r = 10 \text{ cm}$ ). Diese Kugel ist durch eine Öffnung in der äußeren Kugel leitend mit der Erde verbunden.

Auf der äußeren Kugel befindet sich eine elektrische Ladung  $Q = 10^{-8} \text{ C}$ . Alle anderen Gegenstände mit Erdpotential sind von der Kugel weit entfernt.

- Berechnen Sie das Potential auf der äußeren Hohlkugel!
- Berechnen Sie die Kapazität dieses Systems!
- Geben Sie ein äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild für dieses System an!

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

[IV. IPhO, UdSSR (Moskau) 1970]

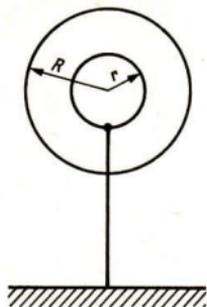


Bild 42

- 43 In der angegebenen Schaltung (Bild 43) sind  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  und  $E_4$  Gleichspannungsquellen mit vernachlässigbaren Innenwiderständen. Die Widerstände  $R$  haben alle den gleichen Wert.

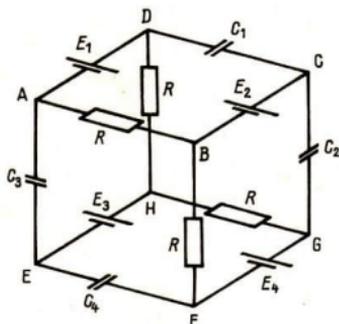


Bild 43

- a) Es ist die für das Aufladen der Kondensatoren  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  und  $C_4$  notwendige Energie zu berechnen!  
 b) Es ist die Ladung  $C_2$  des Kondensators für den Fall zu berechnen, daß die Punkte H und B kurzgeschlossen werden!

Es gelten folgende Werte:

$$E_1 = 4 \text{ V}; \quad E_2 = 8 \text{ V}; \quad E_3 = 12 \text{ V}; \quad E_4 = 16 \text{ V}; \quad C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 1 \mu\text{F}.$$

[V. IPHO, VR Bulgarien (Sofia) 1971]

- 44 Aus einem Punkt Q tritt ein in der Zeichenebene divergierender Strahl einfach positiv geladener Ionen (+e) gleicher Masse  $m$  aus. Sie wurden durch eine Spannung  $U$  beschleunigt. In einem homogenen Feld der Induktion  $B$ , welches die Zeichenebene senkrecht von hinten nach vorne durchsetzt, werden die Ionen abgelenkt. Die Begrenzung des Magnetfeldes soll so beschaffen sein, daß sich die ursprünglich divergierenden Ionen als konvergierende Strahlen im Punkt A ( $\overline{QA} = 2a$ ) treffen (Bild 44). Der Verlauf der Ionenbahnen sei symmetrisch bezüglich der Mittelsenkrechten auf  $\overline{QA}$ . Von den möglichen Begrenzungen des B-Feldes ist der Typ zu betrachten, bei dem ein zusammenhängendes Feld in der Umgebung der Mittelsenkrechten wirkt und sich die Punkte Q und A im feldfreien Bereich befinden. Die Geschwindigkeit der Ionen ist wesentlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit.



grad des Systems nicht kleiner als  $\eta = 0,6$  wird? Für welche maximale Stromstärke muß dieser Schiebewiderstand vorgesehen sein?

b) Ermitteln Sie die Schaltung für einen maximalen Wirkungsgrad für die gegebene Lampe bei ihrer Nennspannung und den gegebenen Akkumulator und berechnen Sie diesen Wirkungsgrad!

Es gelten folgende Werte:

$$R_0 = 2 \Omega; U_0 = 4,5 \text{ V}; E = 6 \text{ V}.$$

[XIII. IPhO, VR Bulgarien (Varna) 1981]

47 Es ist eine Leuchtstofflampe in der angegebenen Schaltung vorgegeben (Bild 47). Die Frequenz der angelegten Wechselspannung beträgt 50 Hz. Es werden in der Schaltung folgende Werte gemessen:

Gesamtspannung (Netzspannung)  $U = 228,5 \text{ V}$ ; Stromstärke  $I = 0,6 \text{ A}$ ; Teilspannung über der Leuchtstoffröhre  $U = 84 \text{ V}$ ; Ohmscher Widerstand der Vorschalt-drossel  $R_D = 26,3 \Omega$ . Die Leuchtstoffröhre selbst darf für die Berechnungen als Ohmscher Widerstand angesehen werden.

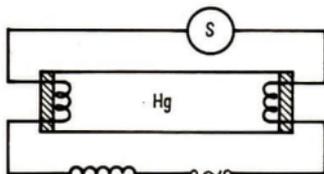


Bild 47

- Welche Induktivität besitzt die Drosselspule?
- Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke?
- Welche Wirkleistung wird in dem Gerät umgesetzt?
- Die Drosselspule hat außer der Strombegrenzung noch eine weitere wichtige Funktion. Nennen und erklären Sie diese Funktion!

Hinweis: Der Starter S enthält einen Kontakt, der sich kurz nach dem Einschalten schließt, wieder öffnet und dann geöffnet bleibt.

- Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des von der Lampe ausgesandten Lichtstromes in einem Digramm mit quantitativer Zeitachse!
- Warum muß die Lampe nur einmal gezündet werden, obgleich die angelegte Wechselspannung in regelmäßigen Abständen durch Null geht?
- Bei Leuchtstofflampen des beschriebenen Typs kann nach Angabe des Herstellers ein Kondensator von etwa  $4,7 \mu\text{F}$  mit der Drosselspule in Reihe geschaltet werden. Welche Auswirkung hat das auf den Betrieb der Lampe? Welchem Zweck dient dieser Kondensator?
- Es werden die beiden Hälften einer Demonstrationsleuchtstofflampe mit einem beigefügten Spektroskop beobachtet. Die eine Hälfte ist mit einer Leuchtstoffschicht innen belegt, die andere Hälfte trägt keinen Leuchtstoff. Erklären Sie den Unterschied der auftretenden Spektren!

[XIII. IPhO, BRD (Malente) 1982]

48 Nebenstehend ist ein Stromkreis mit folgenden Daten dargestellt (Bild 48):

$$L_1 = 10 \text{ mH}; L_2 = 20 \text{ mH}; C_1 = 10 \text{ nF}; R = 100 \text{ k}\Omega; C_2 = 5 \text{ nF}.$$

- In der Stellung I des Schalters K wird die Frequenz der sinusförmigen Stromquelle variiert. Die Amplitude der an den Stromkreis abgegebenen Stromstärke wird konstant gehalten.

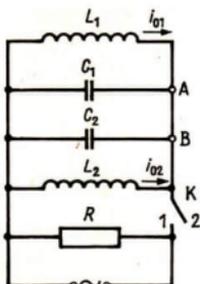


Bild 48

- a) Es ist das Verhältnis der Frequenz  $f_m$  zur Differenzfrequenz  $\Delta f = f_1 - f_m$  zu berechnen!

Es bedeuten:

$f_m$ : Frequenz, bei der die Wirkleistung  $P_m$  maximal ist

$f_1$ : Frequenz, für die die Wirkleistung im Stromkreis halb so groß wie die maximale Leistung ist.

2. Der Schalter K wird geöffnet (Stellung 2). Zu einem Zeitpunkt  $t_2$  nach dem Ausschalten sind die momentanen Stromstärken in den Spulen  $L_1$  und  $L_2$   $i_{01} = 0,1$  A und  $i_{02} = 0,2$  A.

(Richtung der Stromstärken im Bild 48 beachten!)

Die Klemmspannung am Kondensator  $C_1$  beträgt  $U_{01} = 40$  V.

Es sind zu berechnen:

- b<sub>1</sub>) die Frequenz der elektromagnetischen Schwingung im Stromkreis  $L_1 C_1 L_2 C_2$  (ohne Einschwingvorgang),  
 b<sub>2</sub>) die Stromstärke im Leiterstück AB,  
 b<sub>3</sub>) die Amplitude der Wechselstromstärke in  $L_1$ .

[XIV. IPHO, SR Rumänien (Bukarest) 1983]

49

Ein elektronisches Filter besteht aus vier Komponenten (Bild 49/1). Der Scheinwiderstand der Spannungsquelle kann vernachlässigt werden. Es kann angenommen werden, daß der Scheinwiderstand des Verbrauchers unendlich ist. Das Filter sollte derart beschaffen sein, daß das Verhältnis  $U_{out}/U_{in}$  die in Bild 49/2 dargestellte Frequenzabhängigkeit aufweist.  $U_{in}$  ist die Eingangsspannung,  $U_{out}$  die Ausgangsspannung. Bei der Frequenz  $f_0$  soll die Phasenverschiebung zwischen  $U_{out}$  und  $U_{in}$  Null sein. Beim Aufbau des Filters können folgende Bauelemente verwendet werden: 2 Wider-

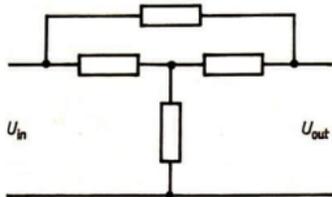


Bild 49/1

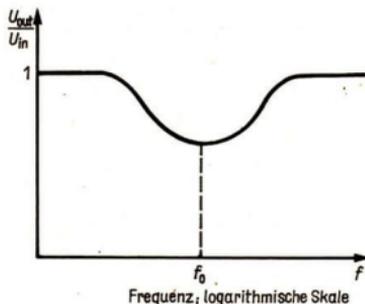


Bild 49/2

stände zu je 10 k $\Omega$ ; 2 Kondensatoren zu je 10 nF; 2 Spulen zu je 160 mH. Die Spulen enthalten kein Eisen und haben einen vernachlässigbaren Ohmschen Widerstand. Durch Kombination von vier der genannten Bauelemente kann ein Filter aufgebaut werden, das den in den Bildern gezeigten Bedingungen genügt. Es sind  $f_0$  und das Verhältnis  $U_{\text{out}}/U_{\text{in}}$  bei dieser Frequenz für alle möglichen Kombinationen der Bauelemente, die diese Bedingungen erfüllen, zu berechnen!

[XV. IPhO, Schweden (Sigtuna) 1984]

50

In einem langen quaderförmigen Stab mit den Seiten  $a$ ,  $b$  und  $c$  ( $a \gg b \gg c$ ), der aus dem Halbleiter InSb besteht, fließt parallel zur Seite  $a$  ein Strom. Der Stab befindet sich in einem äußeren homogenen Magnetfeld, das parallel zur Seite  $c$  verläuft. Das vom Strom erzeugte Magnetfeld kann vernachlässigt werden. Die für den Strom verantwortlichen Ladungsträger sind Elektronen. Ihre mittlere Geschwindigkeit in einem Halbleiter ist bei Vorhandensein nur eines elektrischen Feldes  $v = u \cdot E$  ( $u$  ist die Beweglichkeit der Elektronen).

Wirkt auf den Halbleiter zusätzlich ein magnetisches Feld, so ist das elektrische Feld nicht mehr parallel zum Strom. Dieser Effekt heißt Hall-Effekt.

- Es ist zu bestimmen, welchen Betrag und welche Richtung der Vektor der resultierenden elektrischen Feldstärke im Stab haben muß, damit man den oben genannten Strom erhält!
- Es ist die Spannung zwischen zwei Punkten auf den einander gegenüberliegenden Flächen des Stabes, die durch die Seite  $b$  verbunden sind, zu berechnen!
- Es ist ein Ausdruck für den Gleichspannungsanteil im Fall  $b$  anzugeben, wenn Stromstärke und magnetische Induktion sich in folgender Weise ändern:

$$I = I_0 \cdot \sin \omega \cdot t, \quad B = B_0 \cdot \sin (\omega \cdot t + \varphi).$$

- Es ist eine Schaltung zu entwerfen und zu erklären, die die Messung der Leistung irgend eines elektrischen Gerätes erlaubt, das an das Wechselstromnetz angeschlossen ist! (Dabei sind die Überlegungen aus Aufgabenteil c) zu verwenden!).

Es sind gegeben:

$$\text{Elektronenbeweglichkeit: } u = 7,8 \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Elektronendichte: } n_e = 2,5 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{Elektronenladung: } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$I = 1,0 \text{ A; } B = 0,10 \text{ T; } b = 1,0 \text{ cm; } c = 1,0 \text{ mm.}$$

[XVI. IPhO, SFR Jugoslawien (Portoroz) 1985]

## 6. Atom- und Molekularphysik

- 51 Die Elementarzelle des Steinsalzes stellt einen Würfel dar. Die Länge der Würfelkante beträgt  $a = 5,6 \cdot 10^{-10}$  m (Bild 51). Das gesamte Kristallgitter des Steinsalzes besteht aus einer räumlichen Wiederholung dieser Elementarzelle. Abwechselnd befinden sich auf den Gitterplätzen Na- und Cl-Ionen. Die relative Atommasse des Natriums beträgt  $23 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ , die des Chlors  $35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Die Dichte des Salzes ist  $\rho = 2,22 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . Es ist die Masse des Wasserstoffatoms zu berechnen und der Lösungsweg zu erklären!  
[IV. IPHO, UdSSR (Moskau) 1970]

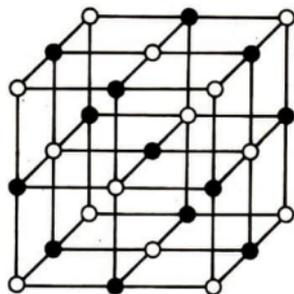


Bild 51



- 52 Ein Wasserstoffatom im Grundzustand stößt mit einem gleichen Wasserstoffatom, das sich in Ruhe befindet, zusammen.
- Unter Zuhilfenahme des Bohrschen Atommodells ist der Grenzwert der Geschwindigkeit des stoßenden Atoms zu berechnen, unterhalb der ein elastischer Stoß erfolgt! Ist die Geschwindigkeit größer als dieser Wert, so ist der Stoß unelastisch und es tritt Energieabstrahlung auf.
  - Wie groß ist der Unterschied zwischen den Frequenzen des ausgestrahlten Lichtes, die in Richtung und Gegenrichtung des bewegten Atoms beobachtet werden können?
  - Diese Differenz ist in Prozent, bezogen auf den Mittelwert der Frequenz, anzugeben!
- Es gilt:  
 $m_{\text{H}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $E = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ .  
 [VII. IPHO, VR Polen (Warschau) 1974]

53

Ein Photon mit der Wellenlänge  $\lambda_{\text{ph}}$  wird an einem freien in Bewegung befindlichen Elektron elastisch gestreut. Nach dem Streuvorgang bleibt das Elektron in Ruhe, und das aus dem Streuvorgang hervorgegangene Photon mit der Wellenlänge  $\lambda_0$  bewegt sich unter einem Winkel  $\Theta_0 = 60^\circ$  zur Einfallrichtung. Danach wird dieses Photon erneut an einem in Ruhe befindlichen Elektron gestreut. Das aus dieser Streuung hervorgehende Photon hat die Wellenlänge  $\lambda_1 = 1,25 \cdot 10^{-10}$  m.

Es wird unter einem Winkel von  $\Theta_1 = 60^\circ$  zur Bewegungsrichtung des Photons der Wellenlänge  $\lambda_0$  abgelenkt. Es ist die Wellenlänge des Elektrons zu ermitteln, das mit dem ersten Photon in Wechselwirkung trat!

Folgende Konstanten sind zu benutzen:

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}; m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}; c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

[XIV. IPhO, SR Rumänien (Bukarest) 1983]

## 7. Experimentelle Aufgaben

54

- Bestimmen Sie die spezifische Wärmekapazität von Petroleum
- bei Vernachlässigung der Wärmekapazität des Kalorimeters,
  - mit Berücksichtigung der Wärmekapazität des Kalorimeters!

Führen Sie eine Fehlerbetrachtung durch!

Es stehen zur Verfügung:

Eine Waage, ein Wägesatz, Tarieschrot, ein Kalorimeter, ein Thermometer, eine Spannungsquelle, ein Schalter, Verbindungsschnüre, ein Heizwiderstand, ein Glasgefäß, eine Stoppuhr, Wasser und Petroleum.

Die spezifische Wärmekapazität des Wassers beträgt  $c_w = 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , die des Kalorimetermaterials  $c_k = 0,377 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

[I. IPHO, VR Polen (Warschau) 1967]

55

Sie erhalten drei verschiedene, mit je zwei Anschlüssen versehene Büchsen, die nicht geöffnet werden dürfen. In jede Büchse ist ein elektrisches Schaltelement eingebaut.

- Bestimmen Sie, was für ein Schaltelement jede Büchse enthält!
- Bestimmen Sie die charakteristischen Daten der Schaltelemente!

Es stehen zur Verfügung:

Zwei Universalmeßgeräte, eine Spannungsquelle für 50 Hz Wechselspannung, eine Spannungsquelle für Gleichspannung. Die Innenwiderstände der Meßgeräte für die einzelnen Meßbereiche sind gegeben. Die Meßfehler betragen: für Gleichstrom 2% und für Wechselstrom 3%.

[II. IPHO, Ungarische VR (Budapest) 1968]

56

Es sind gegeben:

- Ein geschlossener Stromkreis, bestehend aus zwei in Reihe geschalteten Nickel-Eisen-Akkumulatoren, einem Dekadenwiderstand und einem Meßdraht mit unbekanntem Widerstand  $X$  mit Millimetermaßstab und Kontaktzeiger.
- Ein Stromzweig, in dem ein Trockenelement, ein Galvanometer und ein Schutzwiderstand in Reihe geschaltet sind.
  - Entwerfen und begründen Sie eine Schaltung für den Anschluß des Zweiges 2 an den Stromkreis 1, bei der es möglich ist, den Kontaktzeiger am Meßdraht  $X$  so einzustellen, daß das Galvanometer nicht ausschlägt!

Für diese Schaltung sind zu bestimmen:

- Das Verhältnis der Klemmenspannung der Akkumulatorenbatterie zur Urspannung des Trockenelements,
- der unbekannte Widerstand  $X$ .

- d) Welche Bedingungen muß der Widerstand  $R$  erfüllen, damit es eine Lösung der Aufgabe gibt?

Hinweis: Die Klemmenspannung der Nickel-Eisen-Akkumulatoren ist als konstant zu betrachten.

[III. IPhO, ČSSR (Brno) 1969]

57

Bestimmen Sie die Brennweiten von drei Linsen!

- Geben Sie mindestens zwei Meßverfahren an und fertigen Sie Skizzen zur Versuchsanordnung und zum Strahlenverlauf an!
- Begründen Sie Ihr Vorgehen theoretisch und leiten Sie die benötigten Gleichungen her!
- Führen Sie die Messungen mit den gefundenen Verfahren durch und berechnen Sie aus den Meßwerten die Brennweiten!

Es stehen zur Verfügung:

Drei verschiedene Linsen, ein Schirm mit Abbildung einer geometrischen Figur, ein senkrechtcs Drähtchen. Schirm und Drähtchen sind an Ständern befestigt.

Hinweis: Zur Brennweitenbestimmung sind keine Abbildungen der Fenster zu benutzen!

[IV. IPhO, UdSSR (Moskau) 1970]

58

Für eine gegebene Spannungsquelle ist ein Diagramm zur Abhängigkeit der Nutzleistung  $P$  von der Stromstärke  $I$  darzustellen.

Unter Benutzung der Werte aus dem Diagramm sind folgende Aufgaben zu lösen:

- Berechnen des inneren Widerstandes  $R_i$  der Spannungsquelle.
- Berechnen der Ursprung  $E$  der Spannungsquelle.
- Darstellen des Diagramms zur Abhängigkeit der Nutzleistung  $P$  vom äußeren Widerstand  $R$ .
- Darstellen des Diagramms zur Abhängigkeit der Gesamtleistung  $P_1$  vom äußeren Widerstand  $R$ .
- Darstellen des Diagramms zur Abhängigkeit des Wirkungsgrades der Spannungsquelle vom äußeren Widerstand  $R$ .

Es stehen zur Verfügung:

Eine Spannungsquelle, ein Strommeßgerät, ein Spannungsmeßgerät, ein regelbarer Widerstand, Verbindungsschnüre.

Hinweis: Für das Diagramm zu c) (Abhängigkeit der Nutzleistung von der Stromstärke) sind 30 bis 35 Punkte aufzunehmen!

[V. IPhO, VR Bulgarien (Sofia) 1971]

59

Von zwei äußerlich gleichen Zylindern aus gleichem Material ist einer homogen, der andere enthält einen zylindrischen Hohlraum mit folgenden Eigenschaften:

- Seine Achse verläuft parallel zu der des Hohlzylinders.
  - Seine Länge ist gleich der des Hohlzylinders.
- Bestimmen Sie experimentell und begründen Sie theoretisch durch Berechnung:
- die relative Dichte des Materials, aus dem die Zylinder hergestellt sind, in bezug auf Wasser;
  - den Radius des zylindrischen Hohlraumes;
  - den Abstand zwischen der Achse des Zylinders und der des Hohlraumes!
  - Nennen Sie die Fehlerquellen und schätzen Sie ab, welche Fehler die Ergebnisse am meisten beeinflussen (Fehlerrechnung)!

Es stehen zur Verfügung:

Zwei Zylinder, ein Lineal mit Maßeinteilung, ein Lineal ohne Maßeinteilung, ein Gefäß mit Wasser.

[VI. IPhO, SR Rumänien (Bukarest) 1972]

60

In einem Kästchen mit zwei Anschlüssen befinden sich zwei gleiche Halbleiterdioden und ein Widerstand  $R$ .

- Ermitteln Sie, wie die Bauelemente im Kästchen miteinander verbunden sind!
- Bestimmen Sie den Widerstand  $R$ !

Es stehen zur Verfügung:

Zwei Universalmeßgeräte, eine Batterie, ein Schiebewiderstand, Verbindungsschnüre, Millimeterpapier.

Hinweis: Für die Versuchsdurchführung kann angenommen werden, daß die beiden Dioden den Strom nur in einer Richtung durchlassen.

[VII. IPhO, VR Polen (Warschau) 1974]

61

a) Nehmen Sie die Stromstärke-Spannung-Kennlinie eines gegebenen Halbleiterbauelements in den durch seine maximal zulässige Verlustleistung von 250 mW gegebenen Grenzen auf und zeichnen Sie die Kennlinie! Überlegen Sie vor Beginn der Messungen, wie eine Überlastung des Halbleiterbauelements sicher vermieden werden kann! Notieren Sie diese Überlegungen im Protokoll!

b) Geben Sie die Schaltskizze der gewählten Meßanordnung an, und diskutieren Sie die systematischen Fehler der Schaltung!

c) Berechnen Sie die Innenwiderstände (dynamische Widerstände) des Halbleiterbauelements für eine Stromstärke von 25 mA!

d) Messen Sie mit Hilfe der in Bild 61 angegebenen Schaltung die Abhängigkeit der Ausgangsspannung  $U_2$  von der Eingangsspannung  $U_1$  und stellen Sie diese grafisch dar!

Die Eingangsspannung  $U_1$  soll zwischen 0 V und 9 V variiert werden. Dabei ist das Halbleiterbauelement so in die Schaltung einzufügen, daß  $U_2$  möglichst groß wird.

Geben Sie die vollständige Schaltskizze im Protokoll an und kommentieren Sie das Ergebnis der Messungen!

e) Geben Sie an, um welchen Betrag sich die Ausgangsspannung  $U_2$  dieser Schaltung ändert, wenn die Eingangsspannung  $U_1$  von 7 V auf 9 V erhöht wird!

Begründen Sie qualitativ das Verhältnis  $U_1 : U_2$ !

f) In welche Gruppe von Halbleiterbauelementen ist das im Experiment verwendete einzuordnen?

g) Wozu kann die skizzierte Schaltung praktisch verwendet werden?

Es stehen zur Verfügung:

Ein Halbleiterbauelement H, ein Schiebewiderstand 140 Ohm, ein Festwiderstand 300 Ohm, eine Spannungsquelle 9 V, zwei Vielfachmeßgeräte, Verbindungsschnüre.

Hinweis: Die Meßinstrumente können als Spannungs- und Strommeßgeräte verwendet werden. Die Genauigkeitsklasse und die zu den einzelnen Meßbereichen gehörenden Innenwiderstände sind gegeben.

[VIII. IPhO, DDR (Güstrow) 1975]

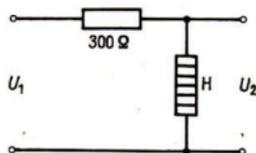


Bild 61

- 62 Untersuchen Sie die thermischen Eigenschaften eines kristallinen Stoffes im Temperaturbereich zwischen Zimmertemperatur und  $80\text{ }^\circ\text{C}$  und bestimmen Sie seine charakteristischen thermischen Konstanten!

Die Meßergebnisse sind tabellarisch und grafisch darzustellen.

Es stehen zur Verfügung:

Eine Spannungsquelle  $12\text{ V}$ , ein mit dieser Spannung heizbares Reagenzglas, eine Flüssigkeit bekannter spezifischer Wärmekapazität ( $c_0 = 2,1\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ).

Hinweis: Zerstörte Hilfsgeräte und verbrauchte Stoffe können nicht ersetzt werden.

[IX. IPhO, Ungarische VR (Budapest) 1976]

- 63 Bauen Sie die abgebildete Schaltung auf (Bild 63/1)! Führen Sie alle Messungen durch, die nötig sind, um die Tabelle auszufüllen!

a) Bestimmen Sie aus den Meßwerten die Wechselstromwiderstände  $Z_{AB}$ ,  $Z_{AC}$  und  $Z_{BC}$  im Frequenzbereich  $1\text{ kHz}$  bis  $10\text{ kHz}$  (Bild 63/2a)!

b) Stellen Sie die Abhängigkeit der Wechselstromwiderstände von den Frequenzen grafisch dar (doppelt-logarithmisches Papier)!

c) Es ist theoretisch zu beweisen, daß sich aus den Wechselstromwiderständen bei den gegebenen Frequenzen die Werte für  $R$ ,  $C_1$  und  $C_2$  bestimmen lassen (Bild 63/2b)!

d) Auf Grundlage der Ergebnisse ist anzugeben, an welcher Buchse der Black-box der Widerstand und an welchen Buchsen die Kondensatoren angeschlossen sind.

e) Der Widerstand  $R$  und die Kapazitäten  $C_1$  und  $C_2$  sind zu berechnen. Dabei sind die Wechselstromwiderstände, die für  $1\text{ kHz}$  und  $10\text{ kHz}$  bestimmt wurden, zu verwenden.

f) Welchen Einfluß auf die Meßgenauigkeit hat die Vernachlässigung des Stromes, der durch das Spannungsmeßgerät fließt?

$f$ in kHz	0,1	0,2	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0
------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

$U_{AB}$  in V

$I_{AB}$  in mA

$U_{AC}$  in V

$I_{AC}$  in mA

$I_{BC}$  in mA

$Z_{AB}$  in  $\text{k}\Omega$

$Z_{AC}$  in  $\text{k}\Omega$

$Z_{BC}$  in  $\text{k}\Omega$

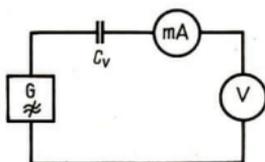


Bild 63/1

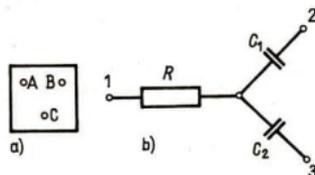


Bild 63/2

Es stehen zur Verfügung:

Ein RC-Sinusgenerator, zwei Meßgeräte, eine Black-box, darin zwei Kondensatoren  $C_1$  und  $C_2$  und ein Widerstand  $R$  in Sternschaltung (Bild 63/2). Verbindungsschnüre.

Hinweise:

1. Dem Generator kann Wechselspannung in mehreren Frequenzbereichen entnommen werden. Die Ausgangsspannung läßt sich zwischen 0 V und 10 V einstellen. Es wird empfohlen, die Spannung so einzustellen, daß der Meßbereich des Spannungsmeßgerätes voll ausgenutzt wird.
  2. Falls die Spannung an den Generatorbuchsen eine Gleichstromkomponente hat, wird in der Schaltung (Bild 63/1) ein Kondensator  $C_v = 1 \mu\text{F}$  verwendet.
- [X. IPhO, ČSSR (Hradec Králové) 1977]

64

Vor Ihnen liegt ein „schwarzer Kasten“ mit vier Anschlüssen. Bestimmen Sie seine elektrischen Parameter!

Es stehen zur Verfügung:

Eine Gleichspannungsquelle mit einer Spannung von etwa 5 V, eine 50 Hz-Wechselspannungsquelle mit einer Ausgangsspannung von etwa 30 V, zwei Universalmeßgeräte für die Messung von Spannungen und Stromstärken bei Gleich- und Wechselspannung und von Widerständen, ein Potentiometer, Verbindungsleitungen.

Hinweise:

1. Achten Sie darauf, daß die Meßgeräte jeweils auf die richtigen Strom- und Spannungsarten eingestellt sind!
2. Achten Sie auf richtige Polung!

[XI. IPhO, UdSSR (Moskau) 1979]

65

Ein Gummifaden mit der Anfangslänge  $l_0 = 150 \text{ mm}$  ist an einem Stativ befestigt. Am Faden hängt eine kleine Waagschale.

a) Belasten Sie den Faden nacheinander mit Massestücken von 15 g bis 105 g! Stellen Sie die experimentell erhaltenen Wertepaare der Verlängerung  $\Delta l$  und der Zugkraft  $F$  in einer Tabelle zusammen und stellen Sie die Abhängigkeit grafisch in einem geeigneten Maßstab dar!

b) Benutzen Sie die in a) erhaltenen Meßergebnisse, um die Volumenwerte des Fadens bei Belastungen von 35 g bis 95 g zu berechnen und tragen Sie die Werte in eine Tabelle ein!

Führen Sie die Berechnungen nacheinander für jedes Paar benachbarter Belastungswerte im angegebenen Intervall durch! Drücken Sie durch eine Gleichung Ihre Annahme für das Verhalten des Volumens bei Belastung aus! Es gilt:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A} \quad E: \text{Materialkonstante}$$

Berücksichtigen Sie bei der Diskussion des Volumenverhaltens, daß bei den gegebenen Belastungen das Hookesche Gesetz für das Material Gummi nur annähernd gilt und die Abweichungen Werte bis zu 10 Prozent erreichen können!

c) Bestimmen Sie das Volumen des Gummifadens, indem Sie eine Stoppuhr benutzen und auf die Schale einen Körper von 60 g legen! Geben Sie die hierbei benutzten Gleichungen an!

Es stehen zur Verfügung:

Eine Stoppuhr, ein Lineal, ein Kurvenlineal, Wägestücke 10 g bis 100 g, Millimeterpapier.

Hinweise:

1. Benutzen Sie für den Elastizitätsmodul den Wert  $E = 2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ , für die Fallbeschleunigung  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ !
2. Dehnen Sie den Gummifaden nicht ohne Grund und lassen Sie ihn nicht länger als für die Messung notwendig unter Belastung!

Lassen Sie das System nicht mit Amplituden über 15 bis 20 mm schwingen!  
[XII. IPhO, VR Bulgarien (Varna) 1981]

66

- a) Bestimmen Sie die Brennweite einer gegebenen symmetrischen Bikonvexlinse mit einem maximalen Fehler von  $\pm 1$  Prozent!  
b) Bestimmen Sie die Brechzahl des Glases, aus dem die Linse hergestellt ist!

Es stehen zur Verfügung:

Ein Planspiegel, Wasser, ein Maßstab, ein Abbildungsgegenstand (Bleistift), ein Stativ mit Muffe.

Hinweis:

Die Brechzahl des Wassers ist  $n_w = 1,33$ .

Für die Brennweite einer dünnen Linse in Luft gilt:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Dabei ist  $n$  die Brechzahl des Linsenmaterials, und  $r_1$  und  $r_2$  sind die Krümmungsradien der beiden brechenden Flächen.

Für eine symmetrische Bikonkavlinse ist  $r_1 = -r_2 = -r$ .

Für eine symmetrische Bikonvexlinse ist  $r_1 = -r_2 = r$ .

[XIII. IPhO, BRD (Malente) 1982]

67

An dem Zylinder mit dem Radius  $R$  und der Masse  $M$ , der auf einer horizontalen Ebene liegt, greift im Abstand  $r_i$  von der Zylinderachse eine Kraft an (Bild 67).

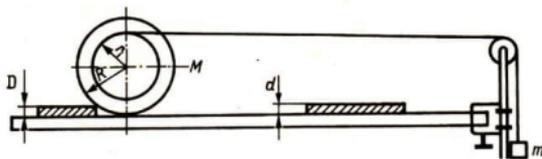


Bild 67

Nachdem man den Zylinder losgelassen hat, rollt er mit konstanter Beschleunigung.

- a) Bestimmen Sie experimentell die Linearbeschleunigung  $a_1$  der Zylinderachse für verschiedene Abstände  $r_i$  ( $r_i = 1 \dots 6$ )!  
b) Berechnen Sie aus den Beschleunigungen  $a_1$  und den gegebenen Größen ( $R, M, r_i$ ) die horizontalen Reaktionskräfte  $F_i$ , die zwischen Zylinder und horizontaler Ebene wirken!  
c) Stellen Sie die Kräfte  $F_i$  als Funktion der Radien  $r_i$  grafisch dar! Diskutieren Sie das Ergebnis!

Es stehen zur Verfügung:

Geräte nach Bild 67, Stoppuhr

Hinweise:

- Die Rollbewegung des Zylinders läßt sich zerlegen in eine Rotation um die Achse und eine horizontale Translation des Schwerpunktes. Bei diesem Experiment werden direkt nur die Translationsbeschleunigung und die am Seil angreifenden Kräfte bestimmt.
- Vor Beginn justieren Sie die ebene Platte horizontal. Für unsere Zwecke genügt es, die horizontale Lage mit einer Genauigkeit von  $\pm 1$  mm Höhendifferenz bei 1 m Länge einzustellen.

[XIII. IPhO, BRD (Malente) 1982]

68

Bestimmen Sie die Ursprungspannung der gegebenen Spannungsquelle nach zwei verschiedenen Methoden:

- Es ist mit verschiedenen Stromkreisen nur mit Hilfe der Spannungsmeßgeräte die Ursprungspannung zu bestimmen. Es sollen möglichst wenig Stromkreise verwendet werden.
- Die Ursprungspannung der Spannungsquelle und ihr Innenwiderstand sowie der Innenwiderstand des Spannungsmeßgerätes sind nur mit Hilfe eines Spannungsmeßgerätes und eines Meßwiderstandes zu bestimmen. Dazu sind experimentell zwei grafische Darstellungen zu ermitteln, die zwei lineare Beziehungen zeigen, aus denen sich die gesuchten Größen berechnen lassen.
- Zu a) und b) sind Fehlerrechnungen durchzuführen und jene Fehlerquellen anzugeben, die den größten Einfluß haben.

Es stehen zur Verfügung:

Eine Spannungsquelle (bestehend aus einer Batterie mit angelötetem Widerstand), zwei Spannungsmeßgeräte, ein Meßwiderstand (Widerstandsdekade).

[XIV. IPHO, SR Rumänien (Bukarest) 1983]

69

- Bauen Sie die angegebene Schaltung auf (Bild 69)!
- Verbinden Sie die Punkte A und B des Stromkreises mit dem Sinusgenerator der Frequenz 0,20 kHz!
- Bestimmen Sie experimentell die am Widerstand R entwickelte durchschnittliche Leistung, wenn die Spannungsamplitude des Generators 2,0 V beträgt (d. h. die „Peak-to-peak-Spannung“ ist 4,0 V).

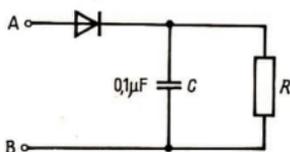


Bild 69

Es stehen zur Verfügung:

Ein Sinusgenerator mit auf 0,20 kHz eingestellter Frequenz, ein Zwei-Kanal-Oszillograf, eine Diode, ein Kondensator, 0,10  $\mu\text{F}$ , ein unbekannter Widerstand, ein Schaltbrett, Verbindungsleiter, Millimeterpapier.

Hinweis:

„Peak-to-peak-Spannung“ ist die Spannung zwischen den Scheitelpunkten.

[XV. IPHO, Schweden (Sigtuna) 1984]

70

Das Spektrum einer Glühlampe enthält eine Reihe von Spektrallinien im Bereich gelb-orange-rot. Eine der gelben Linien im Kurzwellenbereich dieser Spektrallinien ist stark.

- Bestimmen Sie die Wellenlänge dieser Linie!
- Geben Sie eine Abschätzung der Genauigkeit an, mit der Sie diese Wellenlänge bestimmt haben!

Es stehen zur Verfügung:

Eine Glühlampe (an 220 V Wechselfspannung angeschlossen), ein LASER mit unbekannter Wellenlänge, ein Gitter, ein Objektmikrometer (1 mm lange, in 100 Teile geteilte Skale), ein 1 m langes Lineal, Stative mit Klemmen.

Hinweis:

Auch wenn Ihnen die Wellenlänge des LASERs bekannt ist, sollen Sie diese experimentell bestimmen.

[XV. IPhO, Schweden (Sigtuna) 1984]

71

Ein Messingzylinder wird durch einen Wechselstrommotor angetrieben.

- Stellen Sie die Zeitabhängigkeit des Drehwinkels, der Winkelgeschwindigkeit und der Winkelbeschleunigung des Zylinders grafisch dar!
- Bestimmen Sie das Drehmoment und die Leistung des Motors als Funktion der Winkelgeschwindigkeit!

Es stehen zur Verfügung:

Ein Wechselstrommotor mit Schalter, ein Messingzylinder, ein Induktionssensor, eine Mehrkanalstopuhr (Computer).

Hinweise:

Der Induktionssensor gibt ein Signal an die Stoppuhr, wenn sich ihm einer der zwei am Zylinder befestigten Eisenstifte auf 0,5 mm nähert. Damit wird jede halbe Umdrehung des Zylinders registriert. Ein an der Stoppuhr angeschlossener Rechner registriert und speichert die Zeitpunkte der Impulse. Durch Drücken der Taste „messen“ wird die Stoppuhr eingeschaltet. Die Zeitmessung beginnt, wenn die gewünschte Anzahl der Messungen eingegeben wird (30 oder 60).

Nach der Messung gibt der Rechner die Ergebnisse in Form einer grafischen Darstellung an. Auf der Ordinatenachse wird die Dauer der Zeitintervalle zwischen zwei Registrierungen aufgetragen und auf der Abszissenachse die laufende Nummer des Intervalls.

Auf Abruf (Tastendruck) können die Ergebnisse auch in einer Tabelle angezeigt werden. In der ersten Spalte ist die laufende Nummer der Registrierung angegeben, in der zweiten die Zeit nach dem Anfang der Messung und in der dritten die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Halbumdrehungen.

Das gesamte Trägheitsmoment des Zylinders und des rotierenden Teils des Motors ist  $J = (14,0 \cdot 10^{-6} \pm 0,5 \cdot 10^{-6}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

[XVI. IPhO, SFR Jugoslawien (Portoroz) 1985]

72

Gegeben ist ein „schwarzer Kasten“, in dem sich Permanentmagnete befinden (Bild 72/1).

- Bestimmen Sie die Lagen der Zentren der Magnete und die Orientierung der Felder!

Dazu sollen die Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  gemessen werden. Der Koordinatenursprung ist durch Markierung eines Eckpunktes des Kastens gekennzeichnet (Bild 72/2).

- Bestimmen Sie die  $z$ -Koordinate des Vektors der magnetischen Induktion  $\vec{B}$  in der  $x$ - $y$ -Ebene für  $z = 0$  mit dem dafür vorgesehenen Meßsystem! Dieses ist vorher zu eichen.

- Bestimmen Sie die maximale Induktion  $B$ , die am nicht versteckten Magneten gemessen werden kann!

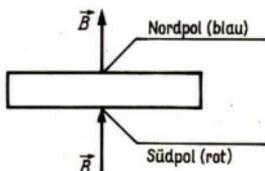


Bild 72/1

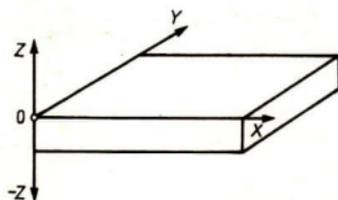


Bild 72/2

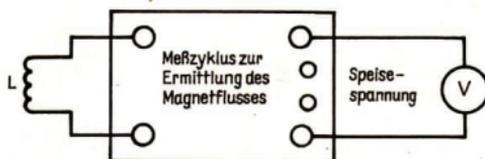


Bild 72/3

Es stehen zur Verfügung:

Ein nicht versteckter Permanentmagnet von der gleichen Art wie die im Kasten befindlichen, ein Stromversorgungsgerät, eine Induktionsspule (1400 Windungen,  $R = 230 \Omega$ ), zwei Feldspulen (8800 Windungen,  $R = 990 \Omega$ ), ein schwarzer Kasten mit versteckten Magneten, ein Spannungsmesser, ein variabler Widerstand ( $R_{\max} = 3,3 \text{ k}\Omega$ ), Verbindungsleitungen, eine Unterlegplatte mit Befestigungslöchern, Gummibänder, Zahnstocher, ein Lineal, Faden.

Hinweise: Das Meßsystem (Bild 72/3) reagiert auf das Magnetfeld. Die Maximalspannung ist der Änderung des Magnetflusses durch die Induktionsspule proportional.

$$\mu = 1,2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

[XVI. IPhO, SFR Jugoslawien (Portoroz) 1985]

# Lösungen

## 1. Mechanik

**L1**

Das Geschöß überträgt beim Durchschlagen der Kugel teilweise seinen Impuls auf die Kugel, es gilt der Impulserhaltungssatz:

$$m \cdot \vec{v} = m \cdot \vec{v}_1 + M \cdot \vec{v}_2 \quad (1)$$

$\vec{v}_1$ : Geschwindigkeit des Geschößes nach dem Stoß,

$\vec{v}_2$ : Geschwindigkeit der Kugel nach dem Stoß

a) Die Fallzeit ist für Geschöß und Kugel

$$t = \frac{2h}{g} \quad (2)$$

Die Horizontalkomponenten der Geschwindigkeiten sind

$$\vec{v}_1 = \frac{\vec{s}_0}{t} \quad \text{und} \quad \vec{v}_2 = \frac{\vec{s}}{t} \quad (3)$$

Aus (1), (2) und (3) ergibt sich  $s_0 = 105 \text{ m}$ .

b) Die kinetische Energie des Geschößes vor bzw. nach dem Stoß ist

$$E_1 = \frac{m}{2} \cdot v^2 \quad \text{bzw.} \quad E_2 = \frac{m}{2} \cdot v_1^2 \quad (4)$$

Die kinetische Energie der Kugel ist

$$E_3 = \frac{M}{2} \cdot v_2^2 \quad (5)$$

Der in thermische Energie umgewandelte Teil  $W$  der kinetischen Energie des Geschößes ergibt sich aus der Energiebilanz:

$$W = E_1 - (E_2 + E_3) \quad (6)$$

Aus (4), (5) und (6) erhält man, daß 92,5% der kinetischen Energie in thermische Energie umgewandelt wird.

**L2**

Die Aufgabe kann durch verschiedene Ansätze gelöst werden:

**1. Mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes:**

Das System bewegt sich geradlinig beschleunigt und legt in der Zeit  $t$  den Weg

$$\vec{s} = \frac{\vec{a}}{2} \cdot t^2 \quad (1)$$

zurück. Die Gewichtskraft der Körper verrichtet dabei die Arbeit

$$W_1 = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot a \cdot \frac{r^2}{2} \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

Diese Arbeit wird für die geradlinig beschleunigte Bewegung der Körper, für die Rotationsbewegung der Walze und für die Überwindung der Reibungskraft des Ziegelsteins aufgewendet.

Aus der Energiebilanz

$$W_1 = E_2 + E_3 + W_4 \quad (3)$$

mit den Energieanteilen

$$E_2 = \frac{(m_1 + m_2)}{2} \cdot a^2 \cdot r^2 \quad (4)$$

(kinetische Energie der Translation)

$$E_3 = J \cdot a^2 \cdot \frac{r^2}{2r^2}$$

(kinetische Energie der Rotation)

und der Arbeit gegen die Reibungskräfte

$$W_4 = \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \frac{a \cdot r^2}{2} \cdot \cos \alpha$$

folgt für die Beschleunigung  $a$ :

$$a = g \cdot \frac{(m_1 + m_2) \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m_2 \cdot \cos \alpha}{m_1 + m_2 + \frac{J}{r^2}} \quad (5)$$

Das Trägheitsmoment für einen homogenen Zylinder ist  $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$ . Mit den gegebenen Größen ergibt sich damit für die Beschleunigung  $a = 3,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

## 2. Mit Hilfe der Kräftezerlegung

Unter der Voraussetzung, daß die Walze nicht gleitet, wirkt auf die beiden Enden des Fadens die Kraft  $F$ . An der Berührungsstelle der Walze mit der geneigten Ebene wirkt die Reibungskraft  $F_S$ . Am Ziegelstein greift die Reibungskraft  $F_R = \mu \cdot g \cdot m_2 \cdot \cos \alpha$  an (Bild L2).

Für die Bewegung der Körper ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen:

Bewegung des Ziegelsteins:

$$m_2 \cdot a = m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha + F - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

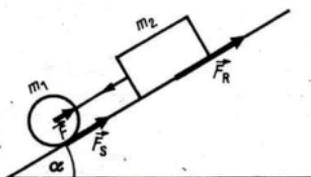


Bild L2

Translationsbewegung der Walze:

$$m_1 \cdot a = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha - F - F_S. \quad (7)$$

Drehbewegung der Walze:

$$F_S \cdot r = \frac{a}{r} \cdot J. \quad (8)$$

Aus dem Gleichungssystem (6), (7) und (8) lassen sich die Größen  $a$ ,  $F$  und  $F_S$  bestimmen.

Mit den gegebenen Werten ergibt sich für die Beschleunigung des Systems  $a = 3,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### 3. Mit Hilfe der Bewegung des Schwerpunktes des Systems

Der Schwerpunkt  $M_s$  eines nicht abgeschlossenen Systems bewegt sich so, als ob die Summe der äußeren Kräfte im Schwerpunkt angreift. Die äußeren Kräfte sind die Gravitationskraft (ihre Komponente in Bewegungsrichtung) sowie die Reibungskräfte  $F_S$  und  $F_R$ . Die gesuchte Beschleunigung des Schwerpunktes ergibt sich aus der Drehbewegung der Walze (8) und der Bewegungsgleichung für den Schwerpunkt.

$$(m_1 + m_2) \cdot a = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \sin \alpha - m_2 \cdot g \cdot \mu \cdot \cos \alpha - F_S$$

in Form der Gleichung (5).

## L3

Wir betrachten das gegebene mechanische System in bezug auf ein ebenes Koordinatensystem (Bild L3).

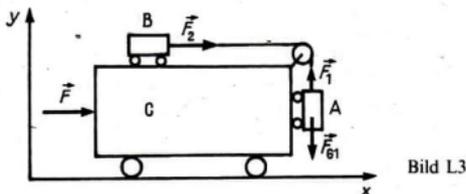


Bild L3

1. a) Die Wagen A und B sind relativ zu C in Ruhe, es gilt:

$$F_2 = m_2 \cdot a_x \quad \text{und} \quad F_1 - m_1 \cdot g = 0. \quad (1)$$

Da für den Zug im Faden  $F_1 = F_2$  gilt, folgt aus (1):

$$F_2 = m_1 \cdot g = 2,94 \text{ N}.$$

b) Die Bewegungsgleichung des ganzen Systems in Abszissenrichtung lautet:

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a_x. \quad (2)$$

Die einzige äußere Kraft, die auf das System wirkt, ist die Kraft  $\vec{F}$ . Die Beschleunigung  $a_x$  kann aus (1) ermittelt werden. Eingesetzt in die Bewegungsgleichung (2) folgt für die Kraft  $F$ :

$$F = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot g = 29,43 \text{ N}. \quad (3)$$

2. a) Ist der Wagen C unbeweglich, dann haben A und B die Beschleunigungen  $a_y$  und  $a_x$ , für die gilt:

$$a_x = -a_y = a. \quad (4)$$

Die Bewegungsgleichungen für A und B lauten:

$$F_1 - F_{G1} = -m_1 \cdot a \quad \text{und} \quad F_2 = m_2 \cdot a. \quad (5)$$

Aus der Bedingung  $F_1 = F_2$  folgt für die Beschleunigung,

$$a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g = 5,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (6)$$

- b) Für die Kräfte im Faden ergibt sich damit

$$F_1 = F_2 = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g = 1,18 \text{ N}. \quad (7)$$

## L4

### Großer Quader:

1. a) Durch die Bewegung des kleinen Quaders greift die Reibungskraft

$$F_2 = \mu \cdot m \cdot g \quad (1)$$

an den großen Quader an. Dieser bewegt sich geradlinig gleichmäßig beschleunigt auf der horizontalen Unterlage. Die Beschleunigung beträgt

$$a = \frac{F}{M} = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{M} \quad (2)$$

und damit seine Geschwindigkeit bezüglich der Unterlage

$$v_1 = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{M} \cdot t. \quad (3)$$

### Kleiner Quader:

Der kleine Quader bewegt sich in bezug auf die Unterlage geradlinig gleichförmig mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_0$ . Seine Relativgeschwindigkeit bezüglich des großen Quaders ist gleich der Differenz der Geschwindigkeiten bezüglich der Unterlage

$$v_2 = v_0 - v_1 = v_0 - \frac{\mu \cdot m \cdot g}{M} \cdot t,$$

d. h., der kleine Quader bewegt sich in bezug auf den großen Quader gleichmäßig verzögert.

- b) Die Relativgeschwindigkeit  $v_2$  wird Null, wenn der große Quader durch die Beschleunigung  $a$  die Geschwindigkeit  $v_1 = v_0$  erreicht hat, d. h. nach der Zeit

$$t_1 = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0 \cdot M}{\mu \cdot m \cdot g} = 5,1 \text{ s}.$$

Das Weg-Zeit-Gesetz für die relative Bewegung des kleinen Quaders lautet

$$s = v_0 \cdot t - \frac{\mu \cdot m \cdot g}{2M} \cdot t^2.$$

Danach legt der kleine Quader in der Zeit  $t_1$  auf dem großen Quader die Strecke

$s_1 = 0,255$  m zurück. Da  $s_1 < l$  ist, kann der kleine Quader den Vorderrand des großen Quaders nicht erreichen. Er bewegt sich mit dem großen Quader geradlinig gleichförmig weiter.

2. a) Beide Körper bilden ein abgeschlossenes System, auf das keine äußeren Kräfte wirken, da die Gravitationskraft senkrecht zur Bewegungsrichtung wirkt. Durch die Bewegung des kleinen Körpers besitzt das System einen konstanten Impuls  $m \cdot v_0$ , der bei der Bewegung erhalten bleibt. Aus dem Impulserhaltungssatz

$$m \cdot v_0 = m \cdot v_1 + M \cdot v_2$$

und dem Additionstheorem der Geschwindigkeiten

$$v_0 = v_1 + v_2$$

ergibt sich für die Geschwindigkeiten

$$v_1 = v_0 \quad \text{und} \quad v_2 = 0$$

d. h., der kleine Quader bewegt sich geradlinig gleichförmig mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_0$ , und der große Quader bleibt in seinem ursprünglichen Bewegungszustand.

- b) Die Zeit bis zum Erreichen des Vorderrandes des großen Quaders durch den kleinen ergibt sich nach dem Weg-Zeit-Gesetz

$$t = \frac{l}{v_0} = 5 \text{ s.}$$

## L5

- a) Nach Voraussetzung wird in  $x$ -Richtung dem Keil von außen eine Beschleunigung  $a_0$  aufgezungen. Die Körper mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$  bewegen sich auf dem Keil unter dem Einfluß der Gravitationskräfte  $F_{G1} = m_1 \cdot g$  und  $F_{G2} = m_2 \cdot g$  sowie der Wechselwirkungskraft  $F$  und der Trägheitskraft mit der relativen Beschleunigung  $a_r$ . Die Bewegung wird von den Kraftkomponenten parallel zur Oberfläche des Keils bestimmt. Aus Bild L5 folgt

$$m_1 \cdot (a_r - a_0 \cdot \cos \alpha_1) = m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha_1 - F \quad (1)$$

$$m_2 \cdot (a_r - a_0 \cdot \cos \alpha_2) = m_2 \cdot g \cdot \sin \alpha_2 + F \quad (2)$$

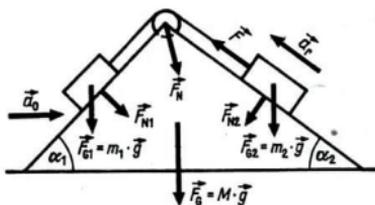


Bild L5

Durch Addition der Gleichungen (1) und (2) kann die Beschleunigung der Körper berechnet werden.

$$a_r = \frac{(m_1 \cdot \cos \alpha_1 + m_2 \cdot \cos \alpha_2) \cdot a_0 + (m_1 \cdot \sin \alpha_1 - m_2 \cdot \sin \alpha_2) \cdot g}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

- b<sub>1</sub>) Zur Bestimmung der Beschleunigung  $a_0$  des Systems benötigt man die Komponenten in Richtung der Normalkräfte. Aus Bild L5 ergibt sich für die Kräftebilanz des Keils

$$M \cdot a_0 = F_{N1} \cdot \sin \alpha_1 - F_{N2} \cdot \sin \alpha_2 + F \cdot (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \quad (4)$$

und für die Körper

$$m_1 \cdot a_0 \cdot \sin \alpha_1 = m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha_1 - F_{N1}, \quad (5)$$

$$m_2 \cdot a_0 \cdot \sin \alpha_2 = F_{N2} - m_2 \cdot g \cdot \cos \alpha_2. \quad (6)$$

Zur Bestimmung der Beschleunigung  $a_0$  des Keils wird die Gleichung (5) mit  $\sin \alpha_1$  und die Gleichung (6) mit  $\sin \alpha_2$  multipliziert. Die Addition beider Gleichungen ergibt:

$$a_0 \cdot (m_1 \cdot \sin^2 \alpha_1 + m_2 \cdot \sin^2 \alpha_2) = (m_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 - m_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2) \cdot g + (F_{N1} \cdot \sin \alpha_1 - F_{N2} \cdot \sin \alpha_2). \quad (7)$$

Nach Multiplikation der Gleichung (1) mit  $\cos \alpha_1$  und der Gleichung (2) mit  $\cos \alpha_2$  und anschließender Addition folgt

$$F \cdot (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) = a_r (m_1 \cdot \cos \alpha_1 + m_2 \cdot \cos \alpha_2) - a_0 \cdot (m_1 \cdot \cos^2 \alpha_1 + m_2 \cdot \cos^2 \alpha_2) - g \cdot (m_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 + m_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2). \quad (8)$$

Die Gleichung (4) wird umgeformt zu

$$F_{N1} \cdot \sin \alpha_1 - F_{N2} \cdot \sin \alpha_2 = M \cdot a_0 - F \cdot (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (9)$$

Aus den Gleichungen (3), (7), (8) und (9) ergibt sich für die Beschleunigung

$$a_0 = \frac{(m_1 \cdot \sin \alpha_1 - m_2 \cdot \sin \alpha_2) \cdot (m_1 \cdot \cos \alpha_1 + m_2 \cdot \cos \alpha_2) \cdot g}{(M + m_1 + m_2) \cdot (m_1 + m_2) - (m_1 \cdot \cos \alpha_1 + m_2 \cdot \cos \alpha_2)^2}. \quad (10)$$

b<sub>2</sub>) Eine andere Lösungsvariante zur Berechnung der Beschleunigung  $a_0$  ergibt sich aus der Impulserhaltung in  $x$ -Richtung. Nach Voraussetzung wirkt nur die Schwerkraft, darum sind in  $x$ -Richtung keine äußeren Kräfte vorhanden. Da das System am Anfang ruht, ist der Gesamtimpuls in  $x$ -Richtung Null, d. h. es gilt

$$m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} + M \cdot a_0 = 0.$$

Für die Komponenten der Beschleunigung gilt dann analog

$$m_1 \cdot a_{1x} + m_2 \cdot a_{2x} + M \cdot a_0 = 0. \quad (11)$$

Die Komponenten  $a'$  in  $x$ -Richtung der relativen Beschleunigung der Körper sind

$$a'_{1x} = a_{1x} - a_0 = -a_r \cdot \cos \alpha_1 \quad (12)$$

und

$$a'_{2x} = a_{2x} - a_0 = -a_r \cdot \cos \alpha_2 \quad (13)$$

Aus (11), (12) und (13) folgt dann für die Beschleunigung  $a_0$

$$a_0 = \frac{m_1 \cdot \cos \alpha_1 + m_2 \cdot \cos \alpha_2}{m_1 + m_2 + M} \cdot a_r,$$

woraus sich mit (3) die Beschleunigung  $a_0$  in der Form der Gleichung (10) ergibt.

c) Das Verhältnis der Massen ergibt sich aus (10), für  $a_0 = 0$ ,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}.$$

Eingesetzt in Gleichung (3), ergibt sich  $a_r = 0$ , d. h., es ist nicht möglich, daß sich die beiden Körper auf dem Keil bewegen, während dieser selbst in Ruhe bleibt.

## L6

a) Die Bewegung der Zylinder setzt sich zusammen aus der linearen Bewegung auf der geneigten Ebene und aus der Drehbewegung. Aufgrund der unterschiedlichen Massenverteilung besitzen die Zylinder ein unterschiedliches Trägheitsmoment, welches

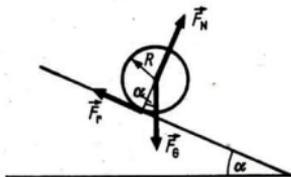


Bild L6

zu unterschiedlichen Beschleunigungen (Winkelbeschleunigung und lineare Beschleunigung) führt.

Zur Berechnung der linearen Beschleunigung  $a$  folgt aus Bild L6:

$$\begin{aligned} m \cdot g \cdot \sin \alpha - F_r &= m \cdot a, \\ F_r \cdot R &= J \cdot \varepsilon, \end{aligned} \quad (1)$$

mit dem Trägheitsmoment  $J$  und der Winkelbeschleunigung  $\varepsilon = \frac{a}{R}$ .  
Für die Massen der Zylinder gilt:

$$m_1 = (R^2 - r^2) \cdot \pi \cdot h \cdot \rho_1, \quad (2)$$

$$m_2 = R^2 \cdot \pi \cdot h \cdot \rho_2. \quad (3)$$

Aus (2) und (3) ergibt sich wegen der Gleichheit der Massen:

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 = 1 - \frac{1}{n} \quad \text{mit} \quad n = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Die Trägheitsmomente der Zylinder sind unter Berücksichtigung von (2) und (3):

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \left(2 - \frac{1}{n}\right), & J_2 &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2, \\ J_3 &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \left(\frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Damit folgt aus (1) für die linearen Beschleunigungen

$$a_1 = \frac{2 \cdot g \cdot \sin \alpha}{3 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)}, \quad a_2 = \frac{2}{3} \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

$$a_3 = \frac{2 \cdot g \cdot \sin \alpha}{3 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)}.$$

Der Vergleich ergibt,  $a_1 < a_2 < a_3$ .

b) Die Zylinder gleiten, wenn die Normalkraft, multipliziert mit dem Gleitreibungskoeffizienten  $\mu$ , ihrem Betrag nach größer ist als die Reibungskraft, d. h.  $F_r < \mu \cdot F_N$ .  
Aus der Normalkraft

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad \text{und} \quad \tan \alpha < \frac{F_N}{F_r}$$

ergibt sich dann mit (1) die Bedingung

$$\tan \alpha < \mu \cdot \left(1 + \frac{m \cdot R^2}{J_{\max}}\right).$$

Das größte Trägheitsmoment hat nach (4) der erste Körper. Für den Winkel  $\alpha$  ergibt sich die Bedingung

$$\tan \alpha < \frac{4n-1}{2n-1} \cdot \mu,$$

damit alle Zylinder nur rollen.

c) Die Bedingung, daß die Zylinder gleiten und rollen, ergibt

$$F_r = \mu \cdot F_N.$$

Die Winkelbeschleunigungen lassen sich damit aus (1) berechnen. Es ist

$$\varepsilon = \frac{1}{J} \cdot F_r \cdot R = \frac{R}{J} \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha.$$

Für das Verhältnis folgt

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 : \varepsilon_3 = \frac{1}{J_1} : \frac{1}{J_2} : \frac{1}{J_3} = 1 : \left(2 - \frac{1}{n}\right) : n.$$

## L7

a) Ist die Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 0$ , dann folgt aus der Kräftezerlegung im Bild L7/1

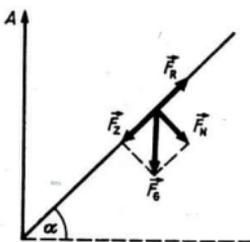


Bild L7/1

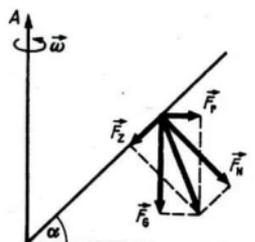


Bild L7/2

$$\begin{aligned} F_Z &= m \cdot g \cdot \sin \alpha, & F_N &= m \cdot g \cdot \cos \alpha, \\ F_r &= \mu \cdot F_N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha. \end{aligned} \quad (1)$$

Der Körper befindet sich in Ruhe, wenn  $F_r \geq F_Z$ , d. h. wenn  $\tan \alpha \leq \tan \beta$  bzw.  $\alpha \leq \beta$  ist. Für den Zustand der Bewegung gilt dann  $\alpha > \beta$ .

b) Bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ( $\omega = \text{const}$ ) ergibt die Kräftezerlegung im Bild L7/2

$$\begin{aligned} \vec{F}_Z + \vec{F}_N &= \vec{F}_G + \vec{F}_r & \text{mit} & \quad \vec{F}_G = m \cdot \vec{g} \\ F_r &= m \cdot r \cdot \omega^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Die Gleichgewichtsbedingung ist  $F_Z = \mu \cdot F_N$ . Es ist zu unterscheiden, ob die Kraft  $F_Z$  abwärts oder aufwärts gerichtet ist, das heißt, ob

$$g \cdot \sin \alpha \lesseqgtr r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha.$$

In jedem Fall ist

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha + m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin \alpha. \quad (3)$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung folgt

$$\pm (g \cdot \sin \alpha - r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha) = \tan \beta (g \cdot \cos \alpha + r \cdot \omega^2 \cdot \sin \alpha).$$

Daraus lassen sich die Abstände

$$r_1 = \frac{g}{\omega^2} \tan(\alpha - \beta) \quad \text{und} \quad r_2 = \frac{g}{\omega^2} \cdot \tan(\alpha + \beta)$$

berechnen. Für den Zustand der Ruhe sind zwei Fälle zu unterscheiden:

$$\alpha > \beta, \quad \text{wenn} \quad r_1 \leq r \leq r_2, \quad r_1 > 0, \quad r_2 > 0,$$

$$\alpha \leq \beta, \quad \text{wenn} \quad 0 \leq r \leq r_2, \quad r_1 = 0, \quad r_2 > 0.$$

## L8

Der Körper bewegt sich auf einem Kreis mit dem Radius  $R \cdot \sin \alpha$ . Nach Eintreten der stabilen Lage ist dazu in tangentialer Richtung keine Kraft nötig. In Bild L8/1a sind die auf die Kugel wirkenden Kräfte eingezeichnet.

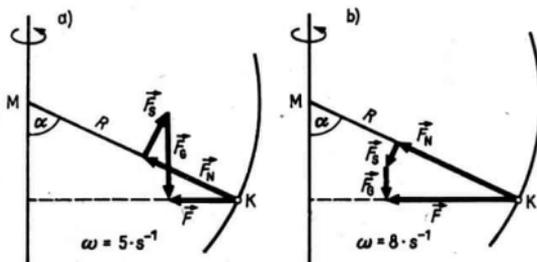


Bild L8/1

Die Resultierende aus der Auflagekraft  $\vec{F}_N$ , der Reibkraft  $\vec{F}_S$  und der Gewichtskraft  $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$  muß im Gleichgewicht gleich der Radialkraft  $F = m \cdot \omega_1^2 \cdot R \cdot \sin \alpha$  sein. Für die Komponenten der Kräfte gilt dann

$$F = F_N \cdot \sin \alpha - F_S \cdot \cos \alpha,$$

$$m \cdot g = F_N \cdot \cos \alpha + F_S \cdot \sin \alpha.$$

Die Lösung des Gleichungssystems ergibt

$$F_S = m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \left( 1 - \frac{\omega_1^2 \cdot R \cdot \cos \alpha}{g} \right),$$

$$F_N = m \cdot g \cdot \left( \cos \alpha + \frac{\omega_1^2 \cdot R \cdot \sin^2 \alpha}{g} \right).$$

Der Block gleitet nicht ab, falls für den Reibkoeffizienten

$$\mu_a \geq \frac{F_S}{F_N}$$

gilt.

Mit den gegebenen Werten muß

$$\mu_a \geq \frac{3\sqrt{3}}{23} = 0,23$$

gelten.

b) Wenn  $\frac{\omega^2 \cdot R \cdot \cos \alpha}{g} > 1$ , dann muß durch Reibung das Hinaufrutschen verhindert werden. Für diesen Fall ist die Richtung der Kräfte im Bild L8/1b dargestellt. Die Lösung ergibt sich wie im Fall a) aus dem Kräftegleichgewicht zwischen Radialkraft  $\vec{F}$  und der Resultante der Kräfte  $\vec{F}_S$ ,  $\vec{F}_N$  und  $\vec{F}_G$ .

Die Bedingung für den Reibungskoeffizienten ist dann

$$\mu_b \geq \frac{F_s}{F_N} = \sin \alpha \cdot \frac{\frac{\omega_2^2 \cdot R \cdot \cos \alpha}{g} - 1}{\cos \alpha + \frac{\omega_2^2 \cdot R \cdot \sin^2 \alpha}{g}} = \frac{3\sqrt{3}}{29} = 0,18.$$

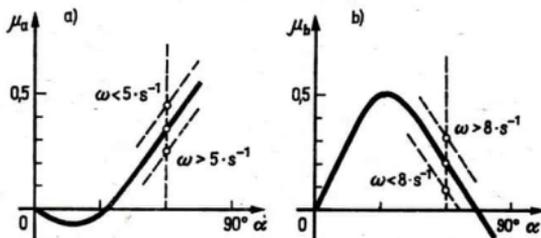


Bild L8/2

c) Die Bilder L8/2a und L8/2b zeigen die Abhängigkeit des notwendigen minimalen Reibungskoeffizienten von dem Lagewinkel  $\alpha$ .

c<sub>1</sub>) Wenn der Körper etwas herabrutscht, bleibt er dort; wenn er in eine höhere Lage kommt, rutscht er zurück. Wird die Winkelgeschwindigkeit größer, behält er seine Lage bei, sinkt die Winkelgeschwindigkeit, rutscht er hinab.

c<sub>2</sub>) Gerät der Körper etwas höher, bleibt er dort, gerät er etwas tiefer, gleitet er zurück. Sinkt in diesem Fall die Winkelgeschwindigkeit, bleibt der Körper an der Stelle, wird die Winkelgeschwindigkeit größer, gleitet er in eine höhere Lage.

## L9

a) Die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  des Raumschiffes auf der Mondumlaufbahn ergibt sich aus dem Gleichgewicht von Radialkraft und Gravitationskraft:

$$v = \sqrt{\frac{g_M \cdot R_M^2}{R_M + h}} \quad (1)$$

Durch das Bremsen verringert sich die Geschwindigkeit im Punkt A auf  $\vec{v}_A$ . Bei der Landung im Punkt B hat das Raumschiff die Geschwindigkeit  $\vec{v}_B$  (Bild L9a). Aus dem Drehimpulserhaltungssatz

$$v_B \cdot R_M = v_A \cdot (R_M + h) \quad (2)$$

und dem Energiesatz

$$\frac{M \cdot v_B^2}{2} - \frac{M \cdot v_A^2}{2} = \frac{\gamma \cdot M \cdot m_M}{R} - \frac{\gamma \cdot M \cdot m_M}{R + h} \quad (3)$$

folgt für die Geschwindigkeit  $v_A$ :

$$v_A = \sqrt{\frac{2g_M \cdot R_M^3}{(R_M + h) \cdot (2R_M + h)}} \quad (4)$$

Die ausgestoßene Treibstoffmenge  $m_T$  ergibt sich aus dem Impulssatz, wobei  $\Delta v = v - v_A$  die dabei erreichte Geschwindigkeitsänderung ist:

$$(M - m_T) \cdot \Delta v = m_T \cdot u,$$

$$m_T = \frac{\Delta v}{\Delta v + u} \cdot M = 28,7 \text{ kg}. \quad (5)$$

b) In der zweiten Variante folgt die Geschwindigkeit  $v_A$  nach dem Bremsen aus der Zerlegung der Geschwindigkeit (Bild L9b)

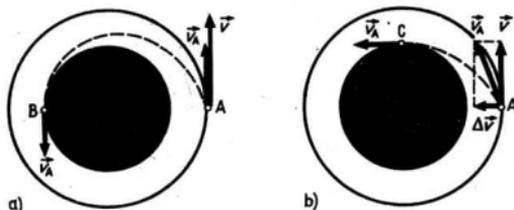


Bild L9

$$v_A = \sqrt{v^2 + (\Delta v)^2}$$

Nach einer analogen Rechnung wie unter a) ergibt sich für die Geschwindigkeitsdifferenz

$$\Delta v = \frac{h}{R} \cdot v$$

und damit aus (5) für die benötigte Treibstoffmenge  $m_T = 115,3 \text{ kg}$ .

## L10

Auf Grund der kleinen Amplitude können die Schwingungen des Kleiderbügels als eines physikalischen Pendels angesehen werden. Die Schwingungsdauer eines physikalischen Pendels für kleine Ausschläge ist

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m \cdot g \cdot s}} \quad (1)$$

Dabei ist:

$J$ : Trägheitsmoment des Körpers

$m$ : Masse des Körpers

$s$ : Abstand der Drehachse vom Massenmittelpunkt

Wenn  $J_0$  das Trägheitsmoment bezogen auf den Massenmittelpunkt ist, gilt nach dem Satz von Steiner

$$J = J_0 + m \cdot s^2 \quad (2)$$

a) Aus den Bildern 10a und 10b ergibt sich, daß der Massenmittelpunkt auf der Mittelsenkrechten innerhalb des Kleiderbügels liegt (Bild L10). Dabei kann  $s$  jeder der drei Abstände  $s_a$ ,  $s_b$ ,  $s_c$  sein. Aus (1) und (2) folgt die quadratische Gleichung für  $s$

$$J_0 + m \cdot s^2 = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot m \cdot g \cdot s, \quad (3)$$

die zwei Lösungen besitzt. Da die Schwingungsdauer in allen Fällen gleich groß ist, müssen zwei Abstände gleich sein. Dies ist nur möglich für  $s_a = s_b = 5 \text{ cm}$  da

$$s_c > 21 \text{ cm} > s_a + s_b.$$

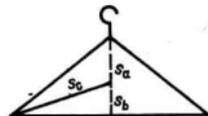


Bild L10

b) Durch Einsetzen der Strecken  $s_c$  und  $s_a$  kann das Trägheitsmoment aus (3) eliminiert werden, so daß für die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{s_c + s_a}{g}} = 1,03 \text{ s}$$

folgt.

## L11

a) Im Punkt  $x_0$  wirkt auf das Teilchen die Kraft  $F(x)$  in negativer Richtung der  $x$ -Achse; nach dem elastischen Stoß gelangt das Teilchen bis zum Punkt  $x_1$ . Die Energiebilanz für diesen Teil der Bewegung lautet

$$E_K + (F - F_R) \cdot x_0 = (F + F_R) \cdot x_1. \quad (1)$$

Während des zweiten Teils der Bewegung gelangt das Teilchen bis zum Punkt  $x_2$ . Die Energiebilanz lautet in diesem Fall

$$(F - F_R) \cdot x_1 = (F + F_R) \cdot x_2. \quad (2)$$

Analog folgt für den  $k$ -ten Teil der Bewegung

$$(F - F_R) \cdot x_{k-1} = (F + F_R) \cdot x_k. \quad (3)$$

Die Bahnlänge ergibt sich dann zu

$$s = x_0 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} x_i.$$

Durch Berechnung der Strecken  $x_i$  aus (3) ist

$$s = x_0 + 2 \cdot x_1 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \left( \frac{F - F_R}{F + F_R} \right)^i \quad (4)$$

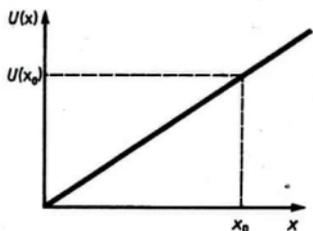


Bild L11/1

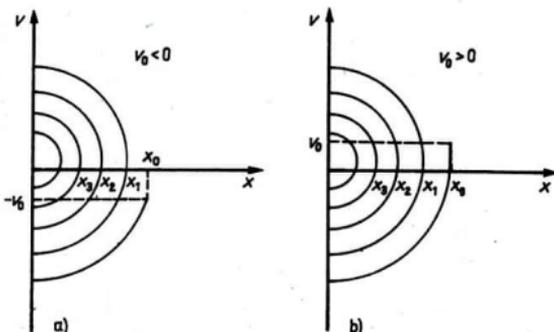


Bild L11/2

Die Summe in (4) ist eine geometrische Reihe, die sich aufsummieren läßt, mit (1) ergibt sich dann für die Bahnlänge

$$s = x_0 + 2 \cdot \frac{E_K + (F - F_R) \cdot x_0}{(F + F_R) \cdot \left(1 - \frac{F - F_R}{F + F_R}\right)} = \frac{F \cdot x_0 + E_K}{F_R} = 20,0 \text{ m}.$$

b) Bild L11/1 zeigt den Verlauf der potentiellen Energie.

c) Die Bilder L11/2a und L11/2b zeigen den Verlauf der Geschwindigkeiten für unterschiedliche Anfangsgeschwindigkeiten.

## L12

a) Die notwendige Bedingung, um eine Sonde außerhalb des Sonnensystems zu bringen, ist, daß für sie die Summe aus kinetischer und potentieller Energie im Gravitationsfeld der Sonne größer oder gleich Null ist.

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2} - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{R_E} \geq 0 \quad (1)$$

$m$ : Masse der Sonde

$\vec{v}$ : Geschwindigkeit relativ zur Sonne

$M$ : Masse der Sonne

Die Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne ist

$$v_E = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M}{R_E}}. \quad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt dann als notwendige Bedingung

$$v^2 \geq \frac{2 \cdot \gamma \cdot M}{R_E} = 2v_E^2. \quad (3)$$

Wenn  $v_1$  die Geschwindigkeit der Sonde relativ zur Erde ist und  $\vartheta$  der Winkel zwischen  $v_1$  und  $v_E$  (vergleiche Bild L12a), dann ist

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_E. \quad (4)$$

Aus (3) und (4) ergibt sich

$$v_1^2 + 2 \cdot v_1 \cdot v_E \cdot \cos \vartheta - v_E^2 \geq 0 \quad (5)$$

und als Lösung von (5)

$$v_1 \geq v_E \cdot (-\cos \vartheta + \sqrt{1 + \cos^2 \vartheta}). \quad (6)$$

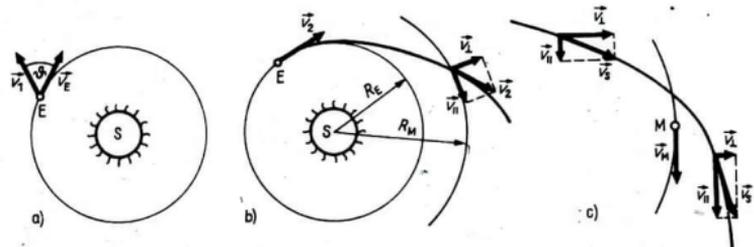


Bild L12

Die minimale Geschwindigkeit ergibt sich für  $\vartheta = 0$  zu

$$v_1 = v_E(\sqrt{2} - 1) \approx 12,3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) Wenn  $v_2 < v_1$  gilt, dann bewegt sich die Sonde auf einer Umlaufbahn um die Sonne (Bild L12b). Relativ zur Sonne besitzt sie die Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \vec{v}_2 + \vec{v}_E. \quad (7)$$

Da es sich um eine Bewegung im Zentralkraftfeld handelt, gelten die Energie- und die Drehimpulserhaltung. Für den Schnittpunkt mit der Marsbahn gilt

$$m \cdot v \cdot R_E = m \cdot v_{||} \cdot R_M \quad (8)$$

und

$$\frac{m}{2} \cdot v^2 - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{R_E} = \frac{m}{2} \cdot (v_{||}^2 + v_{\perp}^2) - \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{R_M}. \quad (9)$$

Dabei sind  $R_M$  der Radius der Marsbahn,  $v_{||}$  und  $v_{\perp}$  die Parallel- bzw. Normalkomponente der Geschwindigkeit  $v$  in diesem Punkt.

Aus (7), (8) und (9) folgt dann

$$v_{||} = (v_2 + v_E) \cdot \frac{R_E}{R_M}, \quad (10)$$

$$v_T = \sqrt{(v_2 + v_E)^2 \cdot \left(1 - \frac{R_E^2}{R_M^2}\right) - 2v_E^2 \cdot \left(1 - \frac{R_E}{R_M}\right)}.$$

c) Benutzt man den Mars als Bezugssystem, so ergibt sich nach Eintritt der Sonde in sein Gravitationsfeld das äquivalente Problem wie in Aufgabe a). Die minimale Geschwindigkeit  $v_s$  der Sonde, die zum Verlassen des Sonnensystems notwendig ist, ist dann

$$v_s = v_M \cdot (\sqrt{2} - 1) \quad (11)$$

in paralleler Richtung zur Marsbahn. Durch die Wechselwirkung der Sonde mit dem Mars muß eine derartige Änderung der Richtung der Geschwindigkeit erfolgen, daß die Sonde diese minimale Fluchtgeschwindigkeit erhält. Es erfolgt ein elastischer Stoß zwischen Sonde und Mars.

Die Beziehungen zwischen den Komponenten der Geschwindigkeit, mit der die Sonde in das Gravitationsfeld eintritt, und der Geschwindigkeit des Mars ergeben sich aus Bild L12c

$$v_s = \sqrt{v_{\perp}^2 + (v_M - v_{||})^2}. \quad (12)$$

Durch Verwenden des Ergebnisses der Aufgabe b) in Form der Gleichungen (10) ergibt sich eine Bestimmungsgleichung für die Geschwindigkeit  $v_2$ , der Startgeschwindigkeit von der Erde und  $v_s$ . Aus (10), (11) und (12) folgt, mit

$$r = \frac{R_E}{R_M},$$

$$(v_2 + v_E)^2 (1 - r^2) - 2v_E^2 (1 - r) - 2v_M (v_2 + v_E) r + (v_2 + v_E)^2 \cdot r^2 = v_M^2 (3 - 2\sqrt{2})$$

und mit

$$v_M = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M}{R_M}} = \sqrt{r} \cdot v_E \quad \text{die quadratische Gleichung für } v_2 \text{ in der Form}$$

$$(v_2 + v_E)^2 - 2r\sqrt{r} v_E(v_2 + v_E) + (2\sqrt{2} \cdot r - 2) v_E^2 = 0.$$

Die physikalische sinnvolle Lösung ist

$$v_2 = v_E(r \sqrt{r - 1} + \sqrt{r^3 + 2 - 2\sqrt{2} \cdot r}) = 5,5 \text{ km s}^{-1}.$$

d) Die Energieeinsparung ergibt sich aus dem Vergleich der kinetischen Energien, die die Sonde in den beiden Fällen haben muß, d. h.

$$\frac{E_1 - E_2}{E_1} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2} = 0,80,$$

d. h., in der zweiten Variante wird 80 % der Energie eingespart.

## 2. Thermodynamik

**L13**

Die Kugeln dehnen sich beim Erwärmen aus. Dabei wird der Schwerpunkt der liegenden Kugel gehoben, während bei der hängenden Kugel der Schwerpunkt eine tiefere Lage einnimmt (Bild L13). Zum Heben des Schwerpunktes wird mechanische Arbeit gegen die Schwerkraft verrichtet. Bei der hängenden Kugel dagegen wird mechanische Arbeit in Wärme umgewandelt.

Die Temperatur der liegenden Kugel wird daher etwas niedriger sein.

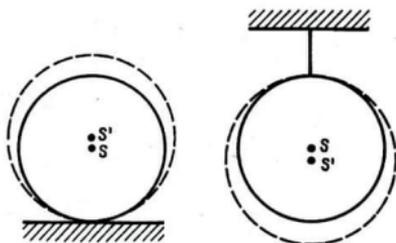


Bild L13

**L14**

Bei einer Temperatur von  $T = 373 \text{ K}$  befindet sich das Wasser in der gasförmigen Phase. Der Druck in dem Behälter ist gleich der Summe der Partialdrücke

$$p = p' + p''$$

Das Volumen des Wasserdampfes  $V'$  ergibt sich aus

$$V' = \frac{m}{m_r} V_0.$$

Es bedeuten:

$m$ : Masse des Wassers,

$m_r$ : molare Masse des Wassers und

$V_0$ :  $22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-3}$  das Molvolumen eines Gases unter Normalbedingung.

Der Partialdruck  $p'$  des Wassers berechnet sich aus der Zustandsgleichung des idealen Gases

$$p' = \frac{n \cdot R \cdot T}{V'} = 51685 \text{ Pa}.$$

Für den Partialdruck  $p''$  der heißen Luft ergibt sich

$$p'' = \frac{T}{T_0} \cdot p_0 = 138\,537 \text{ Pa}$$

und für den Gesamtdruck in dem Behälter  $p = 190\,222 \text{ Pa}$ .

## L15

Es liegen zwei Mengen einer Flüssigkeit mit unterschiedlichen Temperaturen und unterschiedlichen Volumina vor. Für die Volumina bei  $0^\circ\text{C}$  gilt

$$V_{10} = \frac{V_1}{1 + \beta \cdot T_1} \quad \text{und} \quad V_{20} = \frac{V_0}{1 + \beta \cdot T_2} \quad (1)$$

Die Temperatur nach dem Mischen beträgt

$$T_M = \frac{m_{10} \cdot T_1 + m_{20} \cdot T_2}{m_{10} + m_{20}}$$

Wird das gesamte Flüssigkeitsvolumen auf diese Mischtemperatur erwärmt, dann gilt

$$\begin{aligned} & V_{10} \cdot (1 + \beta \cdot T_M) + V_{20} \cdot (1 + \beta \cdot T_M) \\ &= V_{10} + V_{20} + \beta \cdot T_M \cdot (V_{10} + V_{20}) \\ &= V_{10} + V_{20} + \frac{m_1 + m_2}{\rho_0} \cdot \frac{m_{10} \cdot T_1 + m_{20} \cdot T_2}{m_{10} + m_{20}} \cdot \beta \\ &= V_{10} + V_{20} + \beta(V_{10} \cdot T_1 + V_{20} \cdot T_2) \\ &= V_{10}(1 + \beta \cdot T_1) + V_{20}(1 + \beta \cdot T_2) \\ &= V_1 + V_2. \end{aligned}$$

D. h., die Summe der Volumina gleicher Flüssigkeiten unterschiedlicher Temperaturen ist vor und nach dem Mischen gleich groß. Für das gesuchte Volumen ergibt sich damit  $V = 410 \text{ cm}^3$ .

## L16

Zur Lösung werden folgende Größen und Bezeichnungen eingeführt:

$T$ : Temperatur der Mischung im Gleichgewichtszustand

$T_0 = 0^\circ\text{C}$ : Schmelztemperatur des Eises

$M_2^+$ : Masse des Wassers im Gleichgewichtszustand

$m_2^+ \leq m_2$ : Masse des Wassers, das sich in Eis umwandelt

$m_3^+ \leq m_3$ : Masse des Eises, das sich in Wasser umwandelt

$M_3$ : Masse des Eises im Gleichgewichtszustand

a) Allgemein sind vier Prozesse möglich:

$$1. T_0 < T < T_2, \quad m_2^+ = 0, \quad m_3^+ = m_3, \quad M_2 = m_2 + m_3, \quad M_3 = 0.$$

Die unbekannte Endtemperatur  $T$  wird aus der Gleichung

$$(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot (T_2 - T) = m_3 \cdot c_3(T_0 - T_3) + m_3 \cdot q_E + m_3 \cdot c_2(T - T_0)$$

berechnet. Einen physikalischen Sinn hat nur eine solche Lösung, die der Bedingung  $T_0 < T < T_2$  genügt.

$$2. T_3 < T < T_0, \quad m_2^+ = m_2, \quad m_3^+ = 0, \quad M_2 = 0, \quad M_3 = m_2 + m_3.$$

Die Temperatur  $T$  berechnet sich aus der Bilanzgleichung

$$m_1 \cdot c_1(T_2 - T) + m_2 \cdot c_2(T_2 - T_0) + m_2 \cdot q_E + m_2 \cdot c_3(T_0 - T) = m_3 \cdot c_3(T - T_3).$$

Die physikalisch sinnvolle Lösung muß der Bedingung  $T_3 < T < T_0$  genügen.

$$3. \quad T = T_0, \quad m_2^+ = 0, \quad 0 < m_3^+ \leq m_3, \quad M_2 = m_2 + m_3^+, \quad M_3 = m_3 - m_3^+.$$

Die unbekannte Masse  $m_3^+$  berechnet sich aus der Gleichung

$$(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot (T_2 - T_0) = m_3 \cdot c_3 (T_0 - T_3) + m_3^+ \cdot q_E.$$

Sinnvoll ist nur eine Lösung, die der Bedingung  $0 < m_3^+ \leq m_3$  genügt.

$$4. \quad T = T_0, \quad 0 < m_2^+ \leq m_2, \quad m_3^+ = 0, \quad M_2 = m_2 - m_2^+, \quad M_3 = m_3 + m_2^+.$$

Die unbekannte Masse  $m_2^+$  berechnet sich aus der Gleichung

$$(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot (T_2 - T_0) + m_2^+ \cdot q_E = m_3 \cdot c_3 \cdot (T_0 - T_3).$$

Physikalisch sinnvoll ist nur die Lösung, die der Bedingung

$$0 < m_2^+ \leq m_2$$

genügt.

b) Nach Einsetzen der Zahlenwerte in die Gleichungen und Prüfung der jeweils notwendigen Bedingung ergibt sich nur bei 4. ein physikalisch sinnvolles Ergebnis. Die numerischen Werte ergeben

$$m_2^+ = \frac{m_3 \cdot c_3 (T_0 - T_3) - (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot (T_2 - T_0)}{q_E} = 0,11 \text{ kg},$$

$$T = 0 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$M_2 = m_2 - m_2^+ = 0,89 \text{ kg},$$

$$M_3 = m_3 + m_2^+ = 2,11 \text{ kg}.$$

## L17

Im Bild L17/1 ist der Ausgangszustand des Systems gezeigt. Für die eingeschlossene Luft in der Kammer sind die Zustandsänderungen im Bild L17/2 in einem  $p$ - $V$ -Diagramm dargestellt.

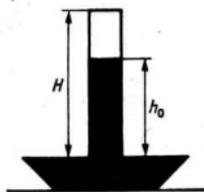


Bild L17/1

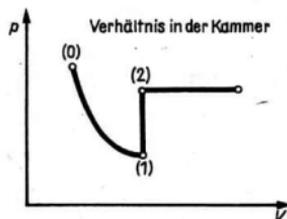


Bild L17/2

a) Entsprechend dem Diagramm ergibt sich aus dem Vorgang (0)—(1) für den Wasserstoff

$$(p_0 - h_0 \cdot \rho_0 \cdot g) \cdot (H - h_0) A = (p_1 - h_1 \cdot \rho_0 \cdot g) \cdot (H - h_1) A, \quad (1)$$

wobei  $A$  die Grundfläche der Röhre ist.

Daraus läßt sich die Höhe  $H$  berechnen:

$$H = \frac{(p_0 - h_0 \cdot \rho_0 \cdot g) h - (p_1 - h_1 \cdot \rho_0 \cdot g) h_1}{p_0 - p_1 - (h_0 - h_1) \rho_0 \cdot g} = 1,3 \text{ m}. \quad (2)$$

Die gesuchte Masse des Wasserstoffs  $m'$  ergibt sich aus der Zustandsgleichung des idealen Gases

$$m' = \frac{\mu'}{R \cdot T} \cdot (p_0 - h_0 \cdot \varrho_0 \cdot g) \cdot (H - h_0) A = 2,11 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \quad (3)$$

wobei  $\mu'$  die molare Masse des Wasserstoffs ist.

b) Bei dem Vorgang (1)–(2) erfolgt eine Temperaturerhöhung. Diese führt zu einer Änderung der Dichte des Quecksilbers, die unter Berücksichtigung der gegebenen Näherung berechnet werden kann.

$$\varrho_2 = \frac{\varrho}{1 + \gamma(T_2 - T_0)} \approx \varrho_0[1 - \gamma(T_2 - T_0)]. \quad (4)$$

Für die Luft in der Kammer ist der Vorgang (1)–(2) eine isochore Zustandsänderung. Der Druck bei der Temperatur  $T_2$  ergibt sich aus

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_0}. \quad (5)$$

Für den Wasserstoff ist dieser Prozeß nicht isochor, es muß die Volumenänderung berücksichtigt werden!

$$\frac{(p_2 - \varrho_2 \cdot h_2 \cdot g) \cdot (H - h_2) \cdot A}{T_2} = \frac{(p_1 - \varrho_0 \cdot h_1 \cdot g) \cdot (H - h_1) \cdot A}{T_1}. \quad (6)$$

Aus den Gleichungen (4), (5) und (6) kann die Temperatur  $T_2$  bestimmt werden. Unter Berücksichtigung der Näherung in (4) ergibt sich

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot h_2 \cdot \varrho_0 \cdot g[1 + \gamma \cdot (T_2 - T_0)]}{p_1 - \frac{H - h_1}{H - h_2} \cdot (p_1 - h_1 \cdot \varrho_0 \cdot g) + h_2 \cdot \varrho_0 \cdot g \cdot \gamma \cdot (T_2 - T_0)} = 358 \text{ K}. \quad (7)$$

c) Für den Druck  $p'$  des Wasserstoffs im Endzustand ergibt sich unter Berücksichtigung der Dichteänderung des Quecksilbers

$$p' = p_2 - h_3 \cdot \varrho_0 \cdot g[1 - \gamma \cdot (T - T_0)]. \quad (8)$$

Da das Volumen der Luft im Endzustand unbekannt ist, kann für die Bestimmung der Temperatur  $T$  eine Gleichung, die analog zu (6) ist, benutzt werden:

$$\begin{aligned} & \frac{(p_2 - h_2 \cdot \varrho_0 \cdot g[1 - \gamma \cdot (T_2 - T_0)]) \cdot (H - h_2)}{T_2} \\ &= \frac{(p_2 - h_3 \cdot \varrho_0 \cdot g[1 - \gamma \cdot (T - T_0)]) \cdot (H - h_3)}{T}. \end{aligned} \quad (9)$$

Diese Gleichung ermöglicht es, die Temperatur  $T$  des Endzustandes zu berechnen. Dabei können alle Terme, die proportional zu  $\gamma \cdot \Delta T$  sind, vernachlässigt werden, da in (8) die gesuchte Temperatur  $T$  nur im Korrekturglied auftritt. In dieser Näherung ergibt sich für den gesuchten Druck:

$$p' = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 - h_3 \cdot \varrho_0 \cdot g \left[ 1 - \gamma \cdot \left( T_2 \cdot \frac{\left( \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 - h_3 \cdot \varrho_0 \cdot g \right) \cdot (H - h_3)}{\left( \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 - h_2 \cdot \varrho_0 \cdot g \right) \cdot (H - h_2)} - T_0 \right) \right],$$

$$p' = 45,8 \text{ kPa}.$$

## L18

a) Der Zusammenhang zwischen den Temperaturen  $T_1$  und  $T_1'$  und den Volumina  $V_1$  und  $V_1'$  vor und nach der Zustandsänderung ist durch die Adiabatengleichung gegeben. Es gilt,

$$\frac{T_1}{T_1'} = \left( \frac{V_1'}{V_1} \right)^{2/3} = 4. \quad (1)$$

Bei der Ausdehnung des Argons wird die Energie  $Q$  in Form von Wärme an den Thermostaten abgegeben.

$$Q = \frac{M_1}{\mu_1} \cdot c_v \cdot (T_1 - T_1') \quad (\mu_1: \text{relative Atommasse}) \quad (2)$$

Da für einatomige Gase die spezifische Wärme  $c_v = \frac{3}{2} \cdot R$  ist, kann aus (1) und (2) die Anfangstemperatur  $T_1$

$$T_1 = \frac{2 \cdot Q \cdot \mu_1}{3R \cdot M_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{V_1'}{V_1} \right)^{2/3} \right]} = 10^3 \text{ K}$$

und damit aus (1) die Endtemperatur  $T_1' = 250 \text{ K}$  berechnet werden. Für den Zusammenhang zwischen den Drücken  $p_2$  und  $p_2'$  und den Dichten  $\rho_2$  und  $\rho_2'$  des Sauerstoffs in dem Behälter B gilt

$$\frac{\rho_2'}{\rho_2} = \frac{p_2'}{p_2} \quad (3)$$

und damit für den Druck im Endzustand

$$p_1' = p_2' = p_2 \cdot \frac{\rho_2'}{\rho_2} = 19,62 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

und

$$\frac{p_1}{p_1'} = \left( \frac{V_1'}{V_1} \right)^{2/3}, \quad (4)$$

woraus sich der Anfangsdruck des Argons berechnen läßt:

$$p_1 = p_1' \cdot \left( \frac{V_1'}{V_1} \right)^{2/3} = 627,84 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

Die Werte der Volumina des Argons ergeben sich aus der Zustandsgleichung für das ideale Gas:

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad \text{zu} \quad V_1' = 8V_1 = 8,32 \text{ m}^3.$$

b) Nach Ablauf des Prozesses gilt für die Volumina

$$V_1 + V_2 = V_1' + V_2', \quad (5)$$

und aus der Zustandsgleichung idealer Gase folgt

$$\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} = \text{const}. \quad (6)$$

Damit ergibt sich vor dem Öffnen des Hahnes

$$\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} = p_1' \cdot \frac{V_1'}{R \cdot T_1'} + p_2' \cdot \frac{V_2'}{R \cdot T_2'} \quad \text{mit} \quad p_1' = p_2' \quad (7)$$

und nach dem Öffnen des Hahnes

$$\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} = \frac{p}{T_2} \cdot (V'_1 + V'_2) \quad \text{mit} \quad T_2 = T'_2. \quad (8)$$

Das Volumen  $V'_2$  des Sauerstoffs nach dem Öffnen des Hahnes folgt aus der Beziehung

$$\frac{q'_2}{q_2} = \frac{V_2}{V'_2} = 2. \quad (9)$$

Aus (7), (8) und (9) kann der Enddruck  $p$  des Gasgemisches bestimmt werden:

$$p = p'_2 \cdot \frac{V'_2 + \frac{T_2}{T'_1} \cdot V'_1}{V'_2 + V'_1} = 22,56 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

## L19

Im Bild L19 ist eine schematische Darstellung des Motors gegeben. Zu Beginn ist Ventil  $Z_1$  geöffnet und Ventil  $Z_2$  geschlossen. Durch die Membran  $B_1$  kann bei geöffnetem Ventil  $Z_1$  und geschlossenem Ventil  $Z_2$  Gas in den Zylinder strömen. Da die Luftmoleküle ungehindert durch die Membran  $B_2$  in den Zylinder eindringen können, setzt sich der Druck  $p$  unter dem Kolben aus den Partialdrücken des Gases und der Luft zusammen. Nach dem Daltonschen Gesetz ist

$$p = p_0 + p_0 = 2p_0.$$

Auf Grund des größeren Drucks im Zylinder wird der Kolben gehoben, und das Volumen des Zylinders vergrößert sich um das Volumen  $V_0$  der eingeströmten Gasmenge. Die Arbeit, die an dem Kolben verrichtet wird, ist in dieser Phase gleich  $p_0 \cdot V_0$ .

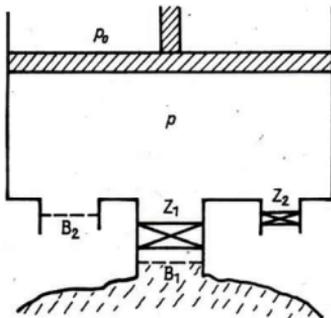


Bild L19

Wird nach Beendigung der Aufwärtsbewegung das Ventil  $Z_1$  geschlossen, so sinkt der Druck im Zylinder, da sich der Partialdruck des Gases verringert.

Infolge des Druckabfalls senkt sich der Kolben unter Verrichtung mechanischer Arbeit bis zu einem Volumen  $V_2$ . Unter der Voraussetzung, daß der Zylinder ein guter Wärmeleiter ist und der Prozeß langsam verläuft, ist der Prozeß isotherm, die abgegebene Arbeit ist dann

$$W = R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_0}.$$

Die Arbeit erfolgt auf Kosten der Umgebungswärme, die während der isothermen Entspannung aufgenommen wird. Beim Öffnen des Ventils  $Z_2$  senkt sich der Kolben

ohne Verrichtung von Arbeit in seine Ausgangslage. Da die Arbeit nur vom Verhältnis der beiden Volumina abhängt, ist bei konstanter Temperatur die Leistung des Motors theoretisch unbegrenzt.

**L20**

Ausgehend von der Zustandsgleichung des idealen Gases kann der Druck  $p_1$  im linken bzw.  $p_2$  im rechten Teil des Zylinders berechnet werden:

$$p_1 = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad \text{und} \quad p_2 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Die Bedingung für das Öffnen des Ventils ergibt sich aus der Adiabatangleichung

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa \quad (1)$$

mit  $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ . Danach öffnet sich das Ventil bei einem Volumen  $V_1 = 3,82 \text{ dm}^3$ .

Die sich dabei einstellende Temperatur folgt aus der Zustandsgleichung:  $T_1 = 559,0 \text{ K}$ . Bei diesem Schritt wurde durch die Arbeit nur die innere Energie des Gases vergrößert. Die dabei verrichtete Arbeit ist:

$$W_1 = m \cdot c_v \cdot \Delta T = 1802 \text{ J}. \quad (2)$$

Jetzt öffnet sich das Ventil bei festgehaltenem Kolben. Es erfolgt ein Temperaturausgleich, wobei sich die Mischtemperatur  $T_2 = 313,9 \text{ K}$  einstellt. Im zweiten Schritt erfolgt eine adiabatische Kompression, bei der das Gesamtvolumen um  $V_1$  verringert wird und sich die Temperatur auf  $T_3$  erhöht. Aus

$$T_2 \cdot (V_2 + V_1)^{2/3} = T_3 \cdot V_2^{2/3}$$

folgt  $T_3 = 381,7 \text{ K}$ .

Die zu dieser Erhöhung der inneren Energie notwendige Arbeit ergibt sich aus (2):  $W_2 = 2990 \text{ J}$ .

Die gesamte Arbeit berechnet sich aus der Summe  $W_1$  und  $W_2$ , wovon die Arbeit des äußeren Luftdrucks  $W_3 = p \cdot V$  zu subtrahieren ist:

$$W = W_1 + W_2 - W_3 = 3672 \text{ J}.$$

**L21**

a) 0—1: isobarer Prozeß,  $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$ , Ansaugen

1—2: adiabatischer Prozeß,  $p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$

$$T_1 \cdot V_1^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_2^{\kappa-1}, \text{ Verdichten}$$

2—3: isochorer Prozeß,  $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3}$ , Zünden

3—4: adiabatischer Prozeß,  $p_3 \cdot V_3^\kappa = p_4 \cdot V_4^\kappa$

$$T_3 \cdot V_3^{\kappa-1} = T_4 \cdot V_4^{\kappa-1}, \text{ Ausdehnen}$$

4—1: isochorer Prozeß,  $\frac{p_4}{T_4} = \frac{p_1}{T_1}$ , Ausströmen

1—0: isobarer Prozeß,  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_0}{T_0}$ , Ausstoßen

b) Für die Umkehrpunkte ergeben sich:

0—1:  $T_0 = T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $p_0 = p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ ,

1—2:  $T_2 = 740 \text{ K}$ ,  $p_2 = 2,34 \text{ MPa}$ ,

2—3:  $T_3 = 1477 \text{ K}$ ,  $p_3 = 4,68 \text{ MPa}$ ,

$$3-4: T_4 = 600 \text{ K}, \quad p_4 = 0,2 \text{ MPa},$$

$$4-1: T_1 = 300 \text{ K}, \quad p_1 = 0,1 \text{ MPa}.$$

Der Prozeß stellt einen Kreisprozeß dar, bei dem die Ausgangswerte wieder erreicht werden.

c) Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis von abgegebener zu aufgenommener Wärme. Wärmeabgabe an die Umgebung erfolgt beim Ausströmen (4-1), Wärmezufuhr erfolgt beim Zünden (2-3). Der Wirkungsgrad ergibt sich somit aus

$$\eta = \frac{W_{23} - W_{41}}{W_{23}},$$

mit  $W_{23} = c_v \cdot (T_3 - T_2)$  und  $W_{41} = c_v \cdot (T_1 - T_4)$  zu  $\eta = 0,594$ .

d) In Wirklichkeit wird beim Ansaugen und Ausstoßen Arbeit verrichtet, die nicht berücksichtigt wird. Das Ausströmen (4-1) wurde als isochor angenommen, was in der Realität nicht erfüllt ist. Der tatsächliche Wirkungsgrad ist also kleiner als der errechnete Wert.

## L22

Die Anzeigedifferenz an der Analysenwaage entsteht durch die Änderung des Unterschiedes der Auftriebskräfte, die in der Luft auf den Körper wirken. Die Auftriebskraft ist

$$F = V \cdot \rho_L \cdot g = \frac{V \cdot \mu \cdot p \cdot g}{R \cdot T} \quad (1)$$

Die Änderung der Auftriebskraft ergibt sich aus der Änderung der mittleren relativen Masse  $\mu$  der Luftmoleküle. Für trockene Luft ist  $\mu_1 = 29$ , für feuchte Luft

$$\mu_2 = \mu_w \cdot \frac{p_w}{p} + \mu_1 \cdot \frac{p - p_w}{p} \quad (2)$$

mit  $\mu_w = 18$ . In trockener Luft ist an der Waage Gleichgewicht (wenn  $V_1$  das Volumen des Körpers und  $V_2$  das Volumen der Wägestücke ist) bei

$$V_1 \cdot \left( \rho_{A1} - \frac{\mu_1 \cdot p}{R \cdot T} \right) = V_2 \cdot \left( \rho_{\text{Messing}} - \frac{\mu_2 \cdot p}{R \cdot T} \right) \quad (3)$$

Damit eine Abweichung in feuchter Luft festgestellt werden kann, muß gelten:

$$V_1 \cdot \left( \rho_{A1} - \frac{\mu_1 \cdot p}{R \cdot T} \right) - V_2 \cdot \left( \rho_{\text{Messing}} - \frac{\mu_2 \cdot p}{R \cdot T} \right) \geq m_0 \quad (4)$$

Durch Substituieren und Umformen ergibt sich, daß diese Bedingung für eine Masse  $m \geq 43 \text{ mg}$  erfüllt ist.

## L23

Zur Lösung der Aufgabe werden zwei nacheinander ablaufende Prozesse unterschieden.

1. Auf Grund der adiabatischen Ausdehnung des Gases bewegen sich die Trennwand und das Reagenzglas in entgegengesetzter Richtung. Wenn  $V$  das Volumen des Reagenzglases ist, folgt aus der adiabatischen Zustandsgleichung

$$V \cdot T^{\kappa-1} = \frac{V}{2} \cdot T_1^{\kappa-1}, \quad (1)$$

mit  $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$  für die Temperatur  $T_1$  nach der Ausdehnung,

$$T_1 = \frac{1}{2^{1/2}} \cdot T \quad (2)$$

Da die Bewegung der Trennwand ohne Reibung vor sich geht, ist die freigewordene kinetische Energie des Systems gleich der Änderung der inneren Energie des Gases. Aus dem Energie- und Impulssatz ergibt sich die Geschwindigkeit  $u_1$  des Reagenzglases, wenn  $v$  die Geschwindigkeit der Trennwand ist, zu

$$\frac{(n \cdot \mu + M) \cdot u_1^2}{2} + \frac{m}{2} \cdot v^2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T - T_1),$$

$$(n \cdot \mu + M) \cdot u_1 = m \cdot v,$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{3(2\sqrt{2}-1) \cdot m \cdot n \cdot R \cdot T}{2\sqrt{2}(n \cdot \mu + M) \cdot (m + n \cdot \mu + M)}} \quad (3)$$

2. Nach der Trennung von Reagenzglas und Wand strömt das Gas aus dem Glas aus. Dabei überträgt die Hälfte der Teilchen mit einer mittleren quadratischen Geschwindigkeit  $v_0$  seinen Impuls auf den Boden des Glases und erhöht dessen Geschwindigkeit. In einem sich mit  $u_1$  bewegendem Bezugssystem ist der Impuls eines Teilchens

$$p_0 = 2 \cdot \frac{\mu}{N_A} \cdot \sqrt{\frac{v_0^2}{3}}$$

und der gesamte übertragene Impuls

$$p = u_2 \cdot M = \frac{n \cdot N_A}{2} \cdot p_0 = n \cdot \mu \sqrt{\frac{v_0^2}{3}} \quad (4)$$

Durch Ersetzen von  $v_0^2$  in (4) durch

$$v_0^2 = \frac{3 \cdot R \cdot T_1}{\mu} \quad (5)$$

kann unter Berücksichtigung von (2) die Geschwindigkeit  $u_2$  berechnet werden:

$$u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \cdot \frac{n}{M} \sqrt{\mu \cdot R \cdot T} \quad (6)$$

Die Endgeschwindigkeit  $u$  des Reagenzglases ergibt sich dann aus (3) und (6):

$$u = u_1 + u_2.$$

## L24

- a) Die Masse  $m$  der vom Ballon verdrängten Luft der Temperatur  $T_1$  ist gleich der Gesamtmasse des Ballons, die sich aus der Hülle mit der Masse  $m_H$  und der Masse  $m_L$  der Luft mit der Temperatur  $T_2$  im Ballon zusammensetzt:

$$m = m_H + m_L \quad (1)$$

Aus dem Zusammenhang zwischen Masse, Volumen und Dichte folgt daraus

$$V_B \cdot \varrho_2 = m_H + V_B \cdot \varrho_L \quad (2)$$

Für den isobaren Prozeß ergibt sich, daß

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_L} = \frac{T_1}{T_2} \quad (3)$$

ist. Für die gesuchte Temperatur  $T_2$  folgt aus (2) und (3):

$$T_2 = 341,53 \text{ K}.$$

b) Die auf das Seil wirkende Kraft  $F_S$  ist gleich der Differenz zwischen Auftriebskraft und Gewichtskraft  $F_G$  des Ballons:

$$F_S = V_B \cdot \rho_L \cdot g - m_L \cdot g. \quad (4)$$

Die eingeschlossene Luft mit der Masse  $m_L$  hat die Temperatur  $T_3$  und die Dichte  $\rho_3$ , die sich nach Gleichung (3) berechnen läßt

$$m_L = V_B \cdot \rho_3 + m_H. \quad (5)$$

Aus (4) und (5) ergibt sich dann für die Kraft  $F_S$ :

$$F_S = g \cdot [(\rho_L - \rho_3) \cdot V_B - m_H] = 1,2 \text{ N}.$$

c) In der Höhe  $h$  sind die Dichte  $\rho_h$  der Außenluft und die effektive Dichte  $\rho_{\text{eff}}$  der Luft im Ballon gleich

$$\rho_h = \rho_{\text{eff}} = \frac{m_L}{V_B} = \frac{V_B \cdot \rho_3 + m_H}{V_B}. \quad (6)$$

Die Höhe  $h$  läßt sich dabei aus der barometrischen Höhenformel berechnen; mit (6) ergibt sich

$$h = \frac{p_0}{\rho_3 \cdot g} \cdot \ln \left( \frac{\rho_3}{\rho_h} \right) = 843,14 \text{ m}.$$

d) Für kleine Höhendifferenzen kann die exponentielle Druck- bzw. Dichteänderung als lineare Funktion angenähert werden, d. h., die rücktreibende Kraft und die Auslenkung aus der Gleichgewichtslage sind proportional. Dadurch entsteht eine durch den Luftwiderstand gedämpfte harmonische Schwingung.

### 3. Schwingungen und Wellen

**L25**

a) Die Bedingungen für das Maximum und das Minimum werden durch die Interferenz der beiden Strahlen bestimmt (Bild L25). Die Differenz ihrer optischen Wege ist

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = \frac{h}{\sin \alpha} + \frac{\lambda}{2} - \frac{h}{\sin \alpha} \cdot \cos 2\alpha = 2h \cdot \sin \alpha + \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

$$\text{Aus } 2h \cdot \sin \alpha_{\max}^{(k)} + \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda \quad (k = 1, 2, \dots)$$

ist die Bedingung für Maxima erfüllt, wenn

$$\sin \alpha_{\max}^{(k)} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2h}. \quad (2)$$

Die Bedingung für das Minimum ergibt sich aus

$$2h \cdot \sin \alpha_{\min}^{(k)} + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\text{zu } \sin \alpha_{\min}^{(k)} = \frac{k \cdot \lambda}{2h}. \quad (3)$$

b) Die Höhe des Sterns über dem Horizont beim Aufgang ist gekennzeichnet durch den Einfallswinkel  $\alpha = 0^\circ$ , d. h., es wird die Bedingung für ein Minimum erfüllt. Darum wird das aufgenommene Signal unmittelbar nach dem Aufgang des Sterns zunehmen.

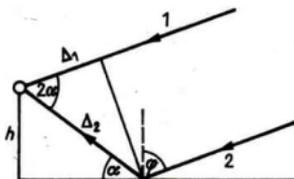


Bild L25

c) Für das Maximum registriert der Empfänger eine Welle mit einer Amplitude, die sich aus der Summe der Amplituden der Strahlen 1 und 2 zusammensetzt und unter dem Winkel

$$\varphi_{\max}^{(k)} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{\max}^{(k)} \quad (4)$$

einfällt. Mit dem in der Aufgabe gegebenen Verhältnis und mit (4) folgt für die maximale Amplitude

$$E_{\max}^{(k)} = E_{\text{ein}} + E_{\text{ref}}^{(k)} = E_{\text{ein}} \cdot \frac{2 \cdot n}{n + \sin \alpha_{\max}^{(k)}} \quad (5)$$

Das Minimum ergibt sich aus der Differenz der beiden Amplituden,

$$E_{\min}^{(k)} = E_{\text{ein}} \cdot \frac{2 \cdot \sin \alpha_{\min}^{(k)}}{n + \sin \alpha_{\min}^{(k)}} \quad (6)$$

Für das Verhältnis der Intensitäten folgt aus (5) und (6)

$$\mathcal{G}^{(k)} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left( \frac{E_{\max}}{E_{\min}} \right)^2 = \frac{4 \cdot n^2 \cdot h^2}{k^2 \cdot \lambda^2} \cdot \left( \frac{n + k \cdot \frac{\lambda}{2h}}{n + \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2h}} \right)^2$$

Für  $k = 1$  ergibt sich daraus,  $\mathcal{G}^{(1)} \approx 30000$ .

d) Mit dem Aufsteigen des Sterns nimmt  $k$  zu. Da das Verhältnis der Intensitäten nach (7)  $\mathcal{G}^{(k)} \sim \frac{1}{k^2}$  ist, nimmt dieses ab.

## L26

a) Zur Lösung der Aufgabe können verschiedene Modelle entwickelt werden, die den gegebenen Sachverhalt näherungsweise beschreiben. In einem einfachen Modell kann das Schwingen des Wassers durch die Bewegung des Schwerpunktes T idealisiert werden. Dieser bewegt sich auf einer parabolischen Bahn mit dem Umkehrpunkt T', wie es Bild L26 zeigt.

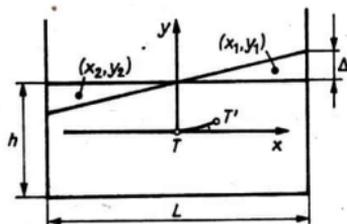


Bild L26

Zur Bestimmung der Koordinaten des Punktes T' werden zunächst die Koordinaten der Schwerpunkte der sich verschiebenden Wassermassen festgelegt. Aus dem Bild ergibt sich:

$$x_1 = \frac{L}{3}, \quad y_1 = \frac{h}{2} + \frac{\Delta}{3},$$

$$x_2 = -\frac{L}{3}, \quad y_2 = \frac{h}{2} - \frac{\Delta}{3},$$

und daraus für die Koordinaten des Schwerpunktes,

$$x_{T'} = \frac{\Delta \cdot L}{6h}, \quad y_{T'} = \frac{\Delta^2}{6h}. \quad (1)$$

Aus (1) können die Geschwindigkeitskomponenten berechnet werden. Durch Differentiation folgen

$$v_x = \frac{\dot{\Delta} \cdot L}{6h}, \quad v_y = \frac{2 \cdot \Delta \cdot \dot{\Delta}}{6h}. \quad (2)$$

Aus (1) und (2) ist ersichtlich, daß die Bewegung in horizontaler Richtung sehr viel größer als in vertikaler Richtung ist:

$$|x_{T'}| \gg |y_{T'}| \quad \text{und} \quad |v_x| \gg |v_y|. \quad (3)$$

Zur näherungsweise Beschreibung kann darum die vertikale Bewegung des Schwerpunktes vernachlässigt werden. In dieser Approximation ist die Energie gegeben durch

$$W = W_{\text{kin}} + W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \dot{\Delta}^2 \cdot \frac{L^2}{36h^2} + \frac{1}{2} \cdot M \cdot \frac{g}{3h} \cdot \Delta^2.$$

Dies ist die Energiebilanz für eine harmonische Schwingung. Für eine solche Schwingung in  $x$ -Richtung ist

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot x^2. \quad (5)$$

Durch einen Vergleich von (4) und (5) ergeben sich

$$\omega = \frac{\sqrt{12 \cdot g \cdot h}}{L} \quad \text{und} \quad T_{\text{Modell}} = \frac{\pi \cdot L}{\sqrt{3 \cdot g \cdot h}}. \quad (6)$$

b) Durch einen Vergleich mit den gegebenen experimentellen Werten zeigt sich, daß die mit Gleichung (6) errechneten Werte etwa 10% niedriger sind, d. h.

$$T_{\text{Exp}} = 1,1 \cdot T_{\text{Modell}}.$$

c) Die Anwendung von (6) auf den Vätternsee ergibt mit den gegebenen Werten eine Schwingungsdauer von  $T \approx 3$  h.

## L27

a) Die elektrischen Signale, die von den Antennenstäben 1 und 2 ausgehen, sind  $E_1 = E_0 \cdot \cos \omega \cdot t$  und  $E_2 = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \Delta\varphi)$ . Die Bedingung für ein maximales Signal in Richtung A ist

$$\Delta(A) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{\lambda} \cdot \cos \alpha + \Delta\varphi$$

mit

$$\Delta(A) = (2n + 1) \pi \quad (1)$$

und ein gleichzeitiges minimales Signal in Richtung B

$$\Delta(B) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{\lambda} \cdot \cos(\beta - \alpha) + \Delta\varphi,$$

mit

$$\Delta(B) = 2k \cdot \pi. \quad (2)$$

Es bedeuten:

$\lambda$ : Wellenlänge der Radiowelle,

$r$ : Abstand zwischen den Antennenstäben,

$\Delta\varphi$ : Phasendifferenz zweier Signale (Bild L27a).

Aus der Differenz von (1) und (2) ergibt sich für den Abstand der Stäbe:

$$r = \frac{\lambda}{4 \cdot \sin(\vartheta/2)} \cdot \frac{2(k-n) - 1}{\sin(\alpha - \vartheta/2)}. \quad (3)$$

Der Abstand  $r$  ist minimal für  $k = n$ . Für die Orientierung der Stäbe gilt dann:

$$\alpha - \frac{\vartheta}{2} = -\frac{\pi}{2} \quad \text{mit} \quad \vartheta \leq \pi.$$

Damit ergibt sich aus (3) der minimale Abstand:

$$r_{\min} = \frac{\lambda}{4 \cdot \sin(\vartheta/2)}. \quad (4)$$

Eingesetzt in (1) folgt mit (2) für die Phasendifferenz zwischen den Signalen  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

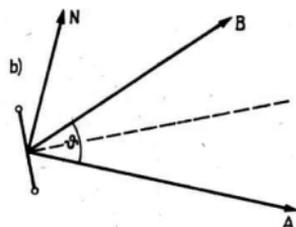
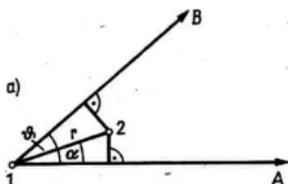


Bild L27

b) Aus der nach den gegebenen Werten gefertigten Skizze Bild L27b ergeben sich für den Winkel zwischen A und B,  $\vartheta = 85^\circ$  und nach (4) für einen Sender mit der Frequenz

$$f = \frac{c}{\lambda} = 27 \text{ MHz}$$

für den Abstand der Antennenstäbe

$$r_{\min} = 4,1 \text{ m}.$$

## 4. Optik

**L28**

Im Bild L28 ist der Strahlenverlauf dargestellt. Der kleinste Winkel  $\varphi$ , für den Lichtstrahlen die Mantelfläche treffen können, beträgt  $60^\circ$ . Der Radius bildet das Lot für die auf die Mantelfläche auftreffenden Lichtstrahlen. Nach dem Brechungsgesetz verlaufen die Lichtstrahlen im Glas unter einem Winkel von  $\beta = 30^\circ$  gegen das Einfallslot. Der Grenzwinkel der Totalreflexion beträgt  $\gamma = 45^\circ$ . Es ist demnach der Winkel  $\varphi'$  zu bestimmen, für den  $\gamma < 45^\circ$  ist. In der linken Hälfte des Halbzylinders gilt

$$\varphi' + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ, \quad \text{also} \quad \varphi' = 75^\circ.$$

In der rechten Hälfte des Halbzylinders gilt

$$(180^\circ - \varphi'') + (180^\circ - 60^\circ) + 45^\circ = 180^\circ,$$

$$\text{also} \quad \varphi'' = 165^\circ.$$

Das heißt, aus dem Halbkugel tritt nur Licht unter einem Winkel aus, für den gilt:

$$75^\circ < \varphi < 165^\circ.$$

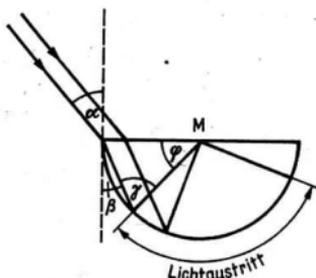


Bild L28

**L29**

Beim Durchgang der Strahlung tritt an den Oberflächen der Platte und des Würfels eine teilweise Reflexion auf, die mit der einfallenden Strahlung zu Interferenzen im Spalt führt. Die Interferenzbedingung für das Maximum lautet:

$$2 \cdot d \cdot n - \lambda_k \cdot \frac{k}{2} = k \cdot \lambda_k \quad \text{bzw.} \quad 2n \cdot d = (2k + 1) \frac{\lambda \cdot k}{2} \quad (1)$$

mit  $k = 0, 1, 2, \dots$

Die größte Wellenlänge in der Strahlung sei  $\lambda' = 1150 \text{ nm}$ . Da für  $\lambda_1 = 400,0 \text{ nm}$

die Bedingung für das Maximum erfüllt ist, muß die Ordnung der Interferenz  $p$  in diesem Fall der Gleichung

$$\lambda_p \cdot (2p + 1) = 4d \cdot n \quad (2)$$

genügen. Aus (1) ist ersichtlich, daß mit wachsender Ordnung  $k$  die Werte  $\lambda_k$  eine abnehmende Folge bilden, d. h.

$$\lambda_p < \lambda_{p-1} < \lambda' < \lambda_{p-2}$$

bzw.

$$\frac{4n \cdot d}{2(p-1) + 1} < \lambda' < \frac{4n \cdot d}{2(p-2) + 1}$$

Wird jetzt  $\lambda_p$  aus (2) eingeführt, gilt

$$\frac{\lambda_p \cdot (2p + 1)}{2(p-1) + 1} < \lambda' < \frac{\lambda_p \cdot (2p + 1)}{2(p-2) + 1} \quad (3)$$

Aus den beiden Ungleichungen läßt sich die Ordnung der Interferenz bestimmen. Mit den angegebenen Werten folgt aus (3)

$$1,03 < p < 2,56, \quad \text{d. h.} \quad p = 2.$$

Die Schichtdicke  $d$  ergibt sich dann aus (2) zu  $d = 500,0 \text{ nm}$  und die gesuchte Wellenlänge aus (1) mit  $k = p - 1$  zu

$$\lambda_2 = \frac{4n \cdot d}{2p - 1} = 666,7 \text{ nm}.$$

b) Die Temperaturerhöhung errechnet sich aus der linearen Wärmeausdehnung des Würfels

$$d = \alpha \cdot h \cdot \Delta T$$

$$\text{zu } \Delta T = 3,1 \text{ K}.$$

## L30

Um das Bild eines kleinen Gegenstandes zu finden, der sich vor einer sphärischen Linse befindet, werden zwei Strahlen benutzt. Der Mittelpunktstrahl, der keine Ablenkung erfährt, und der horizontale Strahl, der eine Richtungsänderung nach dem Brechungs-

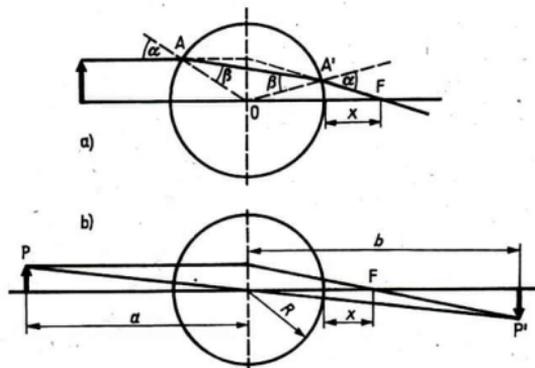


Bild L30

gesetz erfährt, wie in Bild L30a dargestellt ist. Für einen kleinen Gegenstand, der aus großer Entfernung betrachtet wird ( $\alpha \approx 0$ ), gilt nach dem Brechungsgesetz:

$$\alpha = n \cdot \beta. \quad (1)$$

Aus dem Dreieck OA'F im Bild L30a folgt:

$$\frac{R+x}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{R}{\sin 2(\alpha - \beta)}.$$

Für kleine Winkel  $\alpha$  läßt sich daraus der Abstand  $x$  bestimmen:

$$x = \frac{R(2-n)}{2(n-1)}. \quad (2)$$

Wenn der Winkel  $\alpha \rightarrow 0^\circ$ , so verläuft die Brechungsebene orthogonal zum horizontalen Strahl durch den Mittelpunkt der Linse, und es ergibt sich ein Strahlenverlauf wie in Bild L30b dargestellt.

Die Brennweite der Linse ist dann

$$f = R + x, \quad (3)$$

und aus der Abbildungsgleichung für dünne Linsen,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (4)$$

kann die Vergrößerung

$$W = \frac{b}{a} \quad (5)$$

berechnet werden. Die Vergrößerung des reellen Bildes bei  $a_1 = R$  errechnet sich aus (3), (4) und (5) zu

$$W_1 = \frac{n}{n-2}$$

und ebenso die Vergrößerung des Spiegelbildes im Abstand  $a_2 = 5R$  zu

$$W_2 = \frac{n}{9n-10}.$$

Bewegt sich der Fisch mit der Geschwindigkeit  $v$ , so sieht der Beobachter ihn sich mit der Geschwindigkeit  $v'$  bewegen. Dabei ist  $v' = W \cdot v$ . Für die gesuchte relative Geschwindigkeit folgt damit

$$v_1 = v'_1 + v'_2 = \frac{8}{3} \cdot v.$$

## L31

Aus dem Fermatschen Prinzip folgt, daß alle Strahlen des Lichtbündels vom Punkt  $P_1$  zum Punkt  $P_2$  auf ihrem Weg die gleiche Zeit brauchen (Bild L31/1).

Es werden die Zeiten  $t_1$  und  $t_2$  auf den Lichtwegen

$$\overline{P_1MP_2} \quad \text{und} \quad \overline{P_1A_1OA_2P_2}$$

berechnet. Nach der Voraussetzung gilt:

$$\overline{OM} \ll \overline{P_1O} \quad \text{und} \quad \overline{OM} \ll \overline{P_2M}.$$

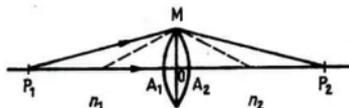


Bild L31/1

Damit gilt näherungsweise

$$\overline{P_1M} \approx \overline{P_1O} + \frac{1}{2} \frac{(\overline{OM})^2}{\overline{P_1O}} \quad \text{und}$$

$$\overline{P_2M} \approx \overline{P_2O} + \frac{1}{2} \frac{(\overline{OM})^2}{\overline{P_2O}}. \quad (1)$$

Der Abstand  $\overline{A_1A_2}$  wird durch die Krümmungsradien ausgedrückt; bei Beachtung von  $\overline{OM} \ll R$  ist

$$\overline{A_1A_2} \approx \frac{(\overline{OM})^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (2)$$

Weiterhin wird bei der Berechnung beachtet, daß

$$\overline{P_1O} - \overline{P_1A_1} = \overline{A_1O} = \frac{(\overline{OM})^2}{2R_1}$$

ist und die Geschwindigkeit umgekehrt proportional dem Brechungsindex ist. Es folgt dann aus (2) mit  $\overline{P_1O} = s_1$  und  $\overline{P_2O} = s_2$ :

$$\frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_0 - n_1}{R_1} + \frac{n_0 - n_2}{R_2} \quad (3)$$

Wird die Lichtquelle  $P_1$  ins Unendliche entfernt, ist der Abstand  $s_2$  gleich der Brennweite  $f_2$  oder umgekehrt. Für diese Fälle folgt aus (3):

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{n_2} \cdot \left( \frac{n_0 - n_1}{R_1} + \frac{n_0 - n_2}{R_2} \right),$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{n_1} \cdot \left( \frac{n_0 - n_1}{R_1} + \frac{n_0 - n_2}{R_2} \right). \quad (4)$$

Aus den Gleichungen (3) und (4) ergibt sich dann die gesuchte Beziehung

$$\frac{f_1}{s_1} + \frac{f_2}{s_2} = 1.$$

b) Der Bildpunkt S erzeugt zwei Bildpunkte  $S_1$  und  $S_2$ , die als Lichtquellen betrachtet

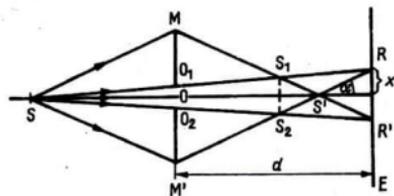


Bild L31/2

werden, die kohärentes Licht ausstrahlen (Bild 31/2). Folgende Näherungen werden betrachtet:

$$\overline{O_1O_2} = \Delta \ll r, \quad \overline{OM} = r + \Delta \approx r, \\ \overline{SO} \approx \overline{SO_1} \approx \overline{SO_2} = A, \quad \overline{O_1S_1} \approx \overline{O_2S_2} \approx \overline{OS'} = B.$$

Aus der Abbildung lassen sich die Beziehungen

$$\overline{S_1S_2} = \Delta \cdot \left(1 + \frac{A}{B}\right) \quad \text{und} \quad \overline{RR'} = 2 \cdot \overline{S'E} \quad (5)$$

entnehmen.

Es wird angenommen, daß für kleine Abstände  $\overline{S_1S_2}$  der Strahl  $\overline{S_1R}$  parallel zum Strahl  $\overline{S_2R}$  verläuft. Unter dem Winkel  $\alpha$  wird ein Interferenzmaximum beobachtet, wenn

$$\overline{S_1S_2} \cdot \sin \alpha = \lambda \cdot k \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (6)$$

Für kleine Winkel  $\alpha$  folgt aus Bild L31/2b:

$$\tan \alpha = \frac{x}{d - B} \approx \sin \alpha \quad (7)$$

und mit (5) aus (6)

$$\overline{S_1S_2} \cdot \frac{x}{d - B} = k \cdot \lambda. \quad (8)$$

Für  $k = 1$  läßt sich der kürzeste Abstand zwischen zwei Maxima berechnen:

$$\Delta x = \frac{\lambda \cdot (d - B)}{\Delta \cdot \left(1 + \frac{A}{B}\right)}. \quad (9)$$

Die Anzahl der Interferenzstreifen ergibt sich aus (5) und (9) zu

$$N = \frac{\overline{RR'}}{\Delta x} = \frac{2 \cdot \Delta}{\lambda} \cdot \left(1 + \frac{A}{B}\right).$$

## L32

Verläuft ein Lichtstrahl durch mehrere planparallele Platten mit unterschiedlichen Brechzahlen  $n_1, n_2, \dots$ , dann gilt nach dem Brechungsgesetz

$$n_1 \cdot \sin \beta_1 = n_2 \cdot \sin \beta_2 = n_3 \cdot \sin \beta_3 = \dots \quad (1)$$

oder

$$n_1 \cdot \sin \beta_1 = \text{const.}$$

Diese Beziehung ist unabhängig von der Schichtdicke und von der Anzahl der Platten, sie kann daher auch bei kontinuierlicher Änderung der Brechzahl verwendet werden.

a) Der Strahlenverlauf ist im Bild L32 dargestellt.

Im Punkt A gilt

$$n_0 = n_B \cdot \sin \beta_B. \quad (2)$$

Im Punkt B gilt nach dem Brechungsgesetz

$$n_B = \sin(90^\circ - \beta_B) = \sin \alpha. \quad (3)$$

Aus (2) und (3) folgt für die gesuchte Brechzahl,

$$n_B = \sqrt{n_0^2 + \sin^2 \alpha} = 1,3.$$

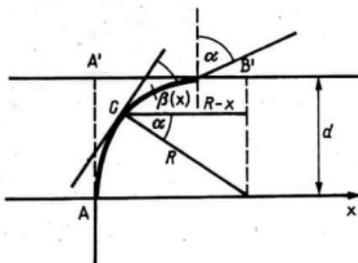


Bild L32

b) Aus der gegebenen Beziehung für  $n$ ,

$$n_B = n(x_B) = \frac{n_0}{1 - \frac{x_B}{R}} \quad (4)$$

läßt sich der Abstand  $x_B = 1,02$  cm berechnen.

c) Aus (2) und (4) ergibt sich

$$\sin \beta(x) = \frac{n_0}{n(x)} = \frac{R - x_0}{R} \quad (5)$$

Im Punkt C, der auf dem Kreis mit dem Radius  $R$  liegt, ist

$$\cos \alpha = \frac{R - x}{R}.$$

Mit (5) folgt daraus, daß  $\alpha = \beta(x)$ , das heißt, daß die Richtung des Strahls im Punkt C gleich der Tangentenrichtung am Kreis im Punkt C ist. Das gilt für jeden beliebigen Punkt des Strahls, denn ein einmal in Richtung des Kreises verlaufender Strahl bleibt stets auf dem Kreis.

Mit  $x_B = \overline{A'B} \approx 1$  cm ist  $\overline{B'B} = 12$  cm. Die Dicke der Platte ergibt sich dann zu  $d = 5$  cm.

### L33

- a) Die Brechzahl  $n$  ist eine eindeutige Funktion der Wellenlänge  $\lambda$ , d. h.  $n = n(\lambda)$ . Nach der gegebenen Gleichung hängt die Frequenz  $f$  quadratisch von der Brechzahl  $n$  ab, d. h. für maximal zwei Wellenlängen (Brechzahlen) ergibt sich dieselbe Brechzahl.  
 b) Für die Wellenlängenunabhängigkeit muß gelten:

$$f(\lambda_1) = f(\lambda_2) \quad \text{oder} \quad f(n_1) = f(n_2).$$

Eingesetzt in die gegebene Gleichung gilt

$$r_1 - r_2 = d \cdot \left(1 - \frac{1}{n_1 \cdot n_2}\right).$$

Für physikalisch sinnvolle Lösungen muß gelten:

$$n_1 > 1, \quad n_2 > 1, \quad -d > 0.$$

Zu diskutieren ist die Ungleichung

$$d > r_1 - r_2 > 0.$$

Es ergeben sich vier Fälle:

$$1. \quad r_1 > 0 \quad r_2 > 0 \quad 0 < r_1 - r_2 < d \quad \text{oder} \quad r_2 < r_1 < d + r_2$$

2.  $r_1 > 0$      $r_2 < 0$      $|r_1| + |r_2| < d$   
 3.  $r_1 < 0$      $r_2 > 0$     ist niemals erfüllt  
 4.  $r_1 < 0$      $r_2 < 0$      $0 < |r_2| - |r_1| < d$     oder     $|r_1| < |r_2| < d + |r_1|$ .

Die sich daraus ergebenden Linsenformen und die Lagen der Krümmungsmittelpunkte sind in den Bildern L33 a) bis c) dargestellt.

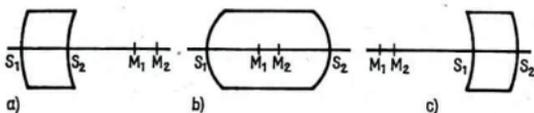


Bild L33

- c) Für die Plankonvexlinse ist  $r_1$  oder  $r_2$  unendlich groß. Für  $r_1 \rightarrow \infty$  ergibt sich aus der gegebenen Gleichung

$$f = \frac{r_2}{1 - n}$$

Bei linearer Abhängigkeit der Frequenz von der Brechzahl errechnet sich für jede Wellenlänge ein anderer Wert der Brennweite.

- d) Die quadratische Gleichung für die Brechzahl  $n$  lautet:

$$A \cdot n^2 + B \cdot n + C = 0$$

mit

$$A = f \cdot (r_2 - r_1 + d),$$

$$B = -[f \cdot (r_2 - r_1) + 2f \cdot d + r_1 \cdot r_2],$$

$$C = f \cdot d.$$

Diese quadratische Gleichung hat nur eine physikalisch sinnvolle Lösung, wenn

1.  $A = 0$     und     $n = -\frac{C}{B} > 1$
2.  $B^2 = 4A \cdot C$  und  $n = -\frac{B}{2A} > 1$  ist, dann bestehen zwei gleiche reelle Lösungen und
3.  $B = 0$     und     $n^2 = -\frac{C}{A} > 1$  ist.

### L34

Für die Bestimmung des Durchmessers der Luftblase lassen sich mehrere Verfahren angeben. Zwei mögliche Varianten sollen hier angedeutet werden.

1. Es wird die Glaskugel in eine Flüssigkeit mit gleicher Brechzahl gelegt. Dabei wird erreicht, daß die Grenzfläche verschwindet. Jetzt kann jene Gerade gefunden werden, welche die Mittelpunkte der zwei Kugelflächen verbindet. Damit ergibt sich eine Linsenanordnung, für die experimentell die Brennweite und dann auch der Durchmesser bestimmt werden kann.
2. Die Kugel wird in eine Flüssigkeit bekannter Brechzahl so hineingelegt, daß Kugel und Luftblase konzentrisch sind. Diese Anordnung wird mit parallelen Lichtstrahlen abgetastet. Aus der Anordnung und den Bildern läßt sich dann der Durchmesser bestimmen.

### L35

Eine dünne Schicht der Dicke  $d$  reflektiert monochromatisches Licht der Wellenlänge  $\lambda$  am intensivsten, wenn

$$2n \cdot d \cdot \cos \beta = (2k + 1) \cdot 0,5$$

und

$$\sin \alpha = n \cdot \sin \beta . \quad (1)$$

Daraus folgt:

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k + 1) \cdot 0,5 . \quad (2)$$

Fällt weißes Licht auf die Schicht, so verstärken sich im reflektierten Licht die Farben, für die Gleichung (2) erfüllt ist. Nach der Aufgabenstellung ist das das grüne Licht mit  $\lambda_0$ . In diesem Fall ist die Schichtdicke bei Interferenz  $k$ -ter Ordnung

$$d_k = \frac{(2k + 1) \cdot \lambda_0}{4 \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} . \quad (3)$$

Für  $k = 0$  ergibt sich  $d_0 = 10^{-7}$  m.

Die Masse der Seifenwassermembran ist

$$m_k = \rho \cdot b \cdot h \cdot d_k . \quad (4)$$

Daraus ergeben sich für die ersten Ordnungen der Interferenz

$$m_0 = 0,06 \text{ mg} , \quad m_1 = 0,18 \text{ mg} , \quad m_2 = 0,3 \text{ mg} .$$

Die Genauigkeit der Waage reicht zur Bestimmung der dünnsten Schicht nicht aus, bei der Dicke  $d_1$  liegt der Meßfehler bei 50 % des Meßwertes. Der relative Fehler nimmt mit zunehmender Schichtdicke ab.

b) Die Membran erscheint bei senkrechter Betrachtung dunkel, wenn das Licht unter einem Winkel von  $30^\circ$  auf sie fällt.

### L36

a) Um mit dem gleichen Spiegelteleskop die reflektierte Strahlung mit maximaler Intensität empfangen zu können, muß die optische Achse so ausgerichtet sein, daß keine Interferenzen auftreten, d. h., die vom Spiegel ausgesandte Strahlung muß eine so geringe Abweichung von der optischen Achse aufweisen, daß die Bedingung der Interferenz nicht erfüllt ist. Aus Bild L36/1 folgt, daß der Winkel  $\varphi$  die Bedingung

$$\lambda = D \cdot \sin \varphi \quad (1)$$

erfüllen muß. Für kleine Winkel  $\varphi$  ergibt sich daraus mit den angegebenen Werten die maximale Abweichung von

$$\varphi = \frac{\lambda}{D} = 0,05'' . \quad (2)$$

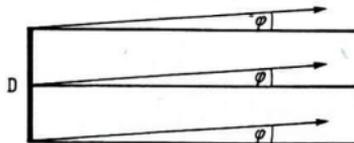


Bild L36/1

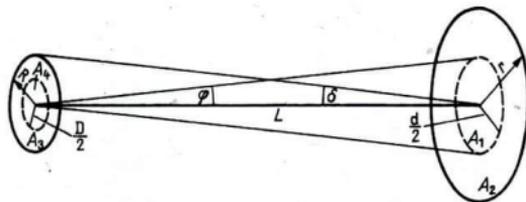


Bild L36/2

b) Das vom Sender ausgesandte Licht trifft auf dem Mond auf eine Fläche  $A_2$  mit dem Radius  $r$  (Bild L36/2). Der Radius dieser Fläche ergibt sich mit (2) aus

$$r \approx \varphi \cdot L \approx \frac{\lambda}{D} \cdot L. \quad (3)$$

Der in dieser Fläche aufgestellte Reflektor mit der Fläche  $A_1$  reflektiert einen Teil der Strahlung. Das Verhältnis  $K_1$  aus auftreffender und reflektierter Lichtenergie kann aus dem Verhältnis der Flächen  $A_1:A_2$  berechnet werden:

$$K_1 = \frac{A_1}{A_2} \approx \frac{d^2 \cdot D^2}{4\lambda^2 \cdot L^2}. \quad (4)$$

Das reflektierte Licht trifft auf eine Fläche  $A_3$  auf der Erde, deren Radius

$$R \approx \delta \cdot L \approx \frac{\lambda}{d} \cdot L \quad (5)$$

sich analog zu (3) ergibt.

Das Verhältnis  $K_2$  des auf der Erde auftreffenden Lichtes zu dem, das auf dem Teleskop auftrifft, errechnet sich in Analogie zu (4) aus dem Verhältnis der Flächen  $A_3:A_4$ :

$$K_2 = \frac{A_3}{A_4} = \frac{d^2 \cdot D^2}{4\lambda^2 \cdot L^2}. \quad (6)$$

Der vom Lichtempfänger registrierte Teil ist somit

$$K = K_1 \cdot K_2 = \left( \frac{d \cdot D}{2\lambda \cdot L} \right)^4 = 0,97 \cdot 10^{-12} \quad (7)$$

oder  $\approx 10^{-10}$  Prozent der abgestrahlten Energie.

c) Wird an Stelle des Lichtempfängers das empfangene Licht mit bloßem Auge betrachtet, errechnet sich der das Auge treffende Teil der Lichtenergie wie bei (4) und (6) aus dem Verhältnis der Fläche des Auges  $A_p$  und der Fläche  $A_3$ :

$$K_p = K \frac{A_p}{A_3} = K \cdot \frac{d_p^2}{D^2}. \quad (8)$$

Die Anzahl der Lichtquanten, die auf das Auge treffen, ist dann

$$N = \frac{K_p \cdot W}{h \cdot \nu} = \frac{K_p \cdot W \cdot \lambda}{c \cdot h} \approx 12, \quad (9)$$

d. h., das vom Lichtempfänger registrierte Licht kann auch mit dem bloßen Auge betrachtet werden.

d) Nur der von der Mondoberfläche unter dem Winkel

$$\Omega = \frac{A_4}{L} = \frac{\pi \cdot D^2}{4L^2} \quad (10)$$

reflektierte Teil der Lichtenergie  $E_0$ ,

$$E_0 = \frac{\Omega}{2\pi} \cdot \alpha \cdot E = K_0 \cdot E, \quad (11)$$

trifft auf den Empfänger. Dabei gibt  $K_0$  das Verhältnis von aufgefangener zur ausgesandten Energie wieder. Mit (10) ergibt sich

$$K_0 = \alpha \cdot \frac{D^2}{8L^2} \quad (12)$$

und schließlich aus (7) und (12)

$$\frac{K}{K_0} = \frac{D^2 \cdot d^4}{2x \cdot L^2 \cdot \lambda^4} = 1,67 \cdot 10^6,$$

d. h., die Energieausbeute mit Hilfe eines Reflektors ist rund  $2 \cdot 10^6$ -mal so groß.

**L37**

a) Da nach der Voraussetzung der Strahl an der Grenzfläche nicht gebrochen wird, gilt  $n_1 = n_2 = n_0$  bzw.

$$n_0 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2} = a^2 + \frac{b_2}{\lambda}. \quad (1)$$

Für die Wellenlänge  $\lambda$  ist damit

$$\lambda = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500 \text{ nm}. \quad (2)$$

b) Für die Brechzahl ergibt sich aus (1) mit (2)

$$n_0 = 1,5.$$

**L38**

a) Die planparallele Platte kann aufgefaßt werden wie aus vielen einzelnen dünnen Platten zusammengesetzt (Bild L38/1).

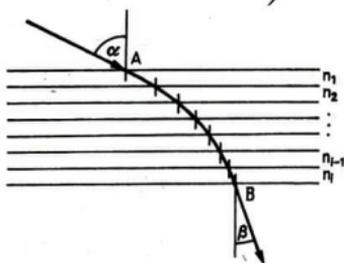


Bild L38/1

Dabei gilt für jeden Übergang das Brechungsgesetz

$$n_A \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \alpha_2 = \dots = n_B \cdot \sin \beta$$

oder

$$n_A \cdot \sin \alpha = n_B \cdot \sin \beta. \quad (1)$$

b) Diese als Fata Morgana bekannte Erscheinung beruht auf Totalreflexion, hervorgerufen durch unterschiedlich warme Luftschichten. Dabei ist der Brechungswinkel  $\beta = 90^\circ$ , so daß

$$n_A \cdot \sin \alpha = n_B. \quad (2)$$

Sichtbar wird diese Erscheinung nur für einen bestimmten, sehr kleinen Blickwinkel gegenüber dem Horizont. Bei Änderung des Standortes ändert sich daher auch die Position des „Wassers“.

c) Aus der Zustandsgleichung für das ideale Gas

$$p \cdot V = \frac{m}{V} \cdot R \cdot T$$

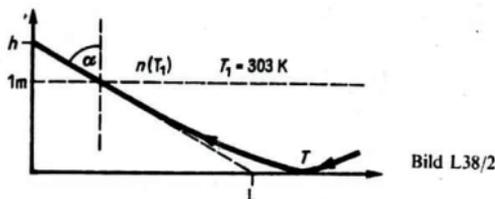
ergibt sich durch Einführung der Dichte, daß

$$\rho \sim \frac{1}{T} \quad \text{bzw.} \quad \rho = \frac{k}{T}. \quad (3)$$

Entsprechend der Voraussetzung  $\rho \sim n - 1$  ist

$$n(T) = 1 + \frac{k}{T}, \quad (4)$$

woraus sich der Proportionalitätsfaktor  $k$  berechnen läßt. Bild L38/2 zeigt den Strahlenverlauf bei der Fata Morgana.



Das Brechungsgesetz lautet somit

$$n(T_1) \cdot \sin \alpha = n(T) \quad (5)$$

mit

$$\sin \alpha = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h^2}}. \quad (6)$$

Aus (4), (5) und (6) folgt dann mit der angegebenen Näherung

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + \frac{h^2}{L^2}} \approx 1 - \frac{h^2}{L^2},$$

$$\left(1 + \frac{k}{T_1}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{h^2}{L^2}\right) = \left(1 + \frac{k}{T}\right)^2, \quad (7)$$

woraus die Temperatur  $T = 328 \text{ K}$  bestimmt wird.

### L39

a) Der Strahlenverlauf ist im Bild L39 dargestellt. Der Radius  $x$  des Empfängers E ergibt sich danach aus

$$x = \overline{CF} \cdot \tan(2\alpha). \quad (1)$$

Für die Strecke  $\overline{CF}$  folgt

$$\overline{CF} = \overline{CM} - \overline{FM} = \frac{R}{2 \cos \alpha} - \frac{R}{2} \quad (2)$$

und für

$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha}$$

mit  $\sin \alpha = \frac{r}{R}$  daher

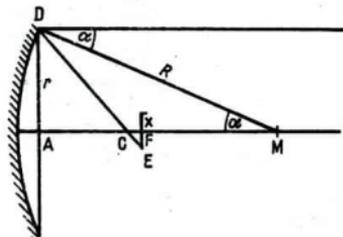


Bild L39

$$\tan 2\alpha = \frac{2r \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}}{R \cdot \left(1 - \frac{2r^2}{R^2}\right)} \quad (3)$$

Der Radius des Empfängers errechnet sich aus (1), (2) und (3):

$$x = \frac{r}{1 - \frac{R^2}{2r^2}} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}\right) \quad (4)$$

Wird die angegebene Näherung benutzt, folgt mit den numerischen Werten

$$x \approx \frac{r^3}{2R^2} \approx 2 \text{ mm} \quad (5)$$

b) Die Reflexionsfläche des Spiegels ist proportional zu  $r^2$ . Aus (5) folgt

$$r^2 = \sqrt[3]{4R^2 \cdot x^2}$$

Bei Verringerung des Empfängerradius trifft nur der zum Radius  $r_1$  proportionale Teil auf den Empfänger, d. h.

$$r_1^2 = \sqrt[3]{4R^2 \cdot \left(\frac{x}{8}\right)^2}$$

Aus dem Verhältnis  $r^2 : r_1^2$  folgt

$$\frac{r^2}{r_1^2} = \frac{\sqrt[3]{8^2}}{1} = 4 : 1,$$

d. h., die aufgenommene Strahlung verringert sich um ein Viertel.

## 5. Elektrizitätslehre

**L40**

Es wird angenommen, daß der Widerstand der unendlichen Kette von rechts nach links bis zu den Punkten E, F die Größe  $R_n$  hat (Bild L40). Für den Widerstand zwischen den Punkten C und D ist dann

$$R_{C,D} = \frac{R \cdot R_n}{R + R_n}$$

und zwischen A und B gilt

$$R_{A,B} = \frac{R \cdot R_n}{R + R_n} + R.$$

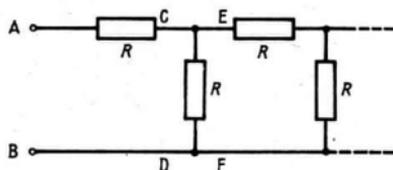


Bild L40

Für eine unendlich lange Kette kann der Einfluß jedes weiteren Widerstandes vernachlässigt werden, d. h., es ist unerheblich, ob noch ein weiteres Kettenglied angefügt wird.

Daraus folgt, daß der Widerstand  $R_{A,B}$  gleich dem Widerstand  $R_n$  zwischen den Punkten E und F ist:

$$R_n = \frac{R \cdot R_n}{R + R_n} + R.$$

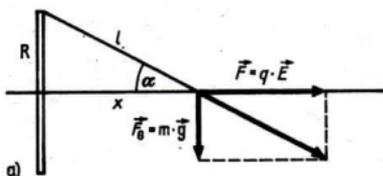
Aus dieser Gleichung ergibt sich für  $R_n$

$$R_n = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cdot R.$$

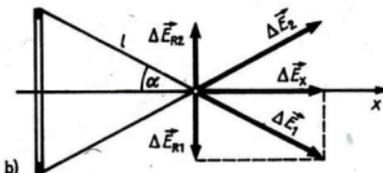
**L41**

Nach der Auslenkung wird der Faden in der Richtung der Resultierenden der Kräfte  $\vec{G} = m \cdot \vec{g}$  und  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}_x$  gespannt. Dabei ist  $\vec{E}_x$  die elektrische Feldstärke, die von der Ladung  $Q$  des Ringes im Punkt  $x_0$  in  $x$ -Richtung erzeugt wird, Bild L41a zeigt die Anordnung und die Wirkungslinien der Kräfte. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke folgt

$$\frac{x}{R} = \frac{E_x \cdot q}{m \cdot g}. \quad (1)$$



a)



b)

Bild L41

Zur Berechnung der elektrischen Feldstärke  $E_x$  wird der Ring in  $n$  gleiche Teile zerlegt, so daß sich auf jedem Element die Ladung  $\frac{Q}{n}$  befindet. Die durch ein einzelnes Element erzeugte Feldstärke ist

$$\Delta E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot l^2 \cdot n}$$

Bild L41b zeigt die Richtungen der elektrischen Feldstärken  $\Delta \vec{E}$ , die von zwei sich auf dem Ring gegenüberliegenden Ladungen erzeugt werden. Werden die von den  $n$ -Ladungen im Punkte  $x_0$  erzeugten Feldstärkevektoren zerlegt in ihre Komponenten in  $x$ -Richtung ( $\Delta \vec{E}_x$ ) und in die jeweils zur  $x$ -Achse senkrechte Komponente ( $\Delta \vec{E}_R$ ), so heben sich wegen der Rotationssymmetrie die Komponenten  $\Delta \vec{E}_R$  paarweise auf. Die auf die Ladung  $q$ -wirkende Feldstärke ist daher

$$\vec{E}_x = n \cdot \Delta \vec{E}_x \quad (3)$$

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke im Bild L41b folgt für den Betrag der Feldstärke eines Elementes

$$\Delta E_x = \Delta E \cdot \frac{x}{l} \quad (4)$$

und mit (2) und (3) für die gesuchte Feldstärke

$$E_x = \frac{Q \cdot x}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot l^3} \quad (5)$$

Aus (1) und (3) folgt für die Länge des Fadens:

$$l = \sqrt[3]{\frac{Q \cdot q \cdot R}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot g}} = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

## L42

a) Im äußeren Raum wirken die Felder der Ladungen  $Q$  und der auf der inneren Kugel induzierten Ladung  $-q$ . Das Potential der Hohlkugel ist somit gleich der Summe der Potentiale, die von den beiden Ladungen erzeugt werden:

$$V_0 = \left( \frac{Q - q}{R} \right) \cdot \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \quad (1)$$

Der Betrag der Ladung  $q$  ergibt sich aus der Potentialdifferenz

$$V_1 - V_0 = \left( \frac{q}{R} - \frac{q}{r} \right) \cdot \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0}, \quad (2)$$

wobei  $V_1 = 0$  ist. Mit (1) folgt für die Ladung  $q$

$$q = \frac{Q \cdot r}{R}$$

und damit für das Potential der Hohlkugel

$$V_0 = \left( \frac{R-r}{R^2} \right) \cdot \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0} = 225 \text{ V}. \quad (3)$$

b) Aus (3) ergibt sich für die Kapazität des Systems

$$C = \frac{Q}{V_0} = 44,4 \text{ pF}.$$

Das System besteht aus zwei parallel geschalteten Kondensatoren, wobei der erste aus der inneren Fläche der Hohlkugel und der inneren Kugel und der zweite aus der äußeren Fläche der Hohlkugel und der Erde besteht (Bild L42).

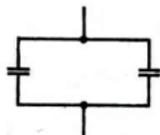


Bild L42

### L43

a) In der gegebenen Schaltung fließt ein Strom in dem Stromkreis ADHGFBA. Die Stromstärke ist

$$I = \frac{E_4 - E_1}{4R}.$$

Zur Berechnung der Energie sind die Potentiale in den Knotenpunkten zu bestimmen. Dazu wird angenommen, daß im Punkt E das Potential  $V_E = 0$  ist. Für die einzelnen Knotenpunkte ergibt sich

$$V_H = V_E + E_3 = 12 \text{ V},$$

$$V_D = V_H - I \cdot R = 9 \text{ V},$$

$$V_A = V_D - E_1 = 5 \text{ V},$$

$$V_B = V_A - I \cdot R = 2 \text{ V},$$

$$V_C = V_B + E_2 = 10 \text{ V},$$

$$V_F = V_B - I \cdot R = -1 \text{ V},$$

$$V_G = V_F + E_4 = 15 \text{ V}.$$

Die zum Aufladen der Kondensatoren notwendige Energie ist dann

$$W = \frac{C}{2} \cdot [(V_D - V_C)^2 + (V_C - V_G)^2 + (V_A - V_E)^2 + (V_E - V_F)^2] = 26 \mu \cdot \text{J}.$$

b) Nach dem Kurzschließen der Punkte H und B sind die Potentiale

$$V_C = E_2 + E_3 = 20 \text{ V} \quad \text{und}$$

$$V_G = \frac{1}{2} \cdot E_4 + E_3 = 20 \text{ V},$$

so daß die Ladung des Kondensators  $Q_{C_2} = 0$  ist.

## L44

a) Auf ein sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  senkrecht zum homogenen Magnetfeld  $\vec{B}$  bewegendes Ion mit der Ladung  $e$  wirkt die Lorentzkraft  $F_B = e \cdot v \cdot B$ . Das Ion bewegt sich auf einer Kreisbahn, so daß an ihm die Zentrifugalkraft  $F_Z = \frac{m \cdot v^2}{R}$  angreift. Aus der Gleichgewichtsbedingung folgt

$$R = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}. \quad (1)$$

Die Geschwindigkeit der Ionen im Magnetfeld ergibt sich aus der Energiebilanz zu

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m}}. \quad (2)$$

Eingesetzt in (1), folgt für den Radius:

$$R = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U}{e}}. \quad (3)$$

- b) — Die Ionenbahnen bestehen aus Kreisbögen innerhalb des Magnetfeldes und geraden Strecken außerhalb, die sich tangential an die Kreisbögen anschließen.  
 — Die Ionenbahnen schneiden die Symmetrieachse unter einem rechten Winkel.  
 — Die Krümmungsmittelpunkte der kreisförmigen Abschnitte der Ionenbahnen liegen auf der Symmetrieachse.  
 — Die Magnetfeldbegrenzung ist damit symmetrisch.  
 — Die fokussierenden Ionenbahnen verlaufen wegen der Richtung des Magnetfeldes oberhalb der Strecke  $QA$ .
- c) Die Magnetfeldbegrenzung läßt sich mit Hilfe der Krümmungsradien konstruieren und ist für die zu untersuchenden Fälle in den Bildern L44a bis c dargestellt.

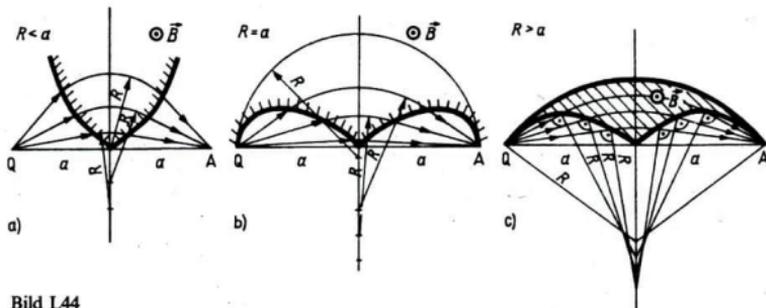


Bild L44

## L45

a) Elektronen, die senkrecht zu den Feldlinien mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in ein homogenes Magnetfeld eintreten, bewegen sich auf Kreisbahnen, die senkrecht zum Feld stehen. Ursache dieser Kreisbewegung ist die Lorentzkraft, die als Radialkraft wirkt (Bild L45/1). Aus der Kräftebilanz

$$B \cdot e \cdot v = \frac{m_e \cdot v^2}{r_1} \quad (1)$$

und der Energiebilanz

$$U \cdot e = \frac{m_e \cdot v^2}{2} \quad (2)$$

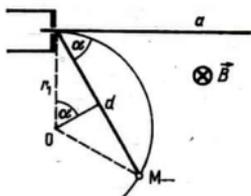


Bild L45/1

ergibt sich mit  $r_1 = \frac{d}{2 \sin \alpha}$  für die magnetische Induktion

$$B = \frac{2 \cdot \sin \alpha}{d} \sqrt{2 \cdot U \cdot m_e} = 3,7 \text{ mT}. \quad (3)$$

b) Durch die Wirkung der Lorentzkraft wird die geradlinige Bewegung der Elektronen beim Eintritt in das B-Feld überlagert durch eine Kreisbewegung. Die resultierende Bewegung der Elektronen ist spiralförmig mit dem Radius  $r_2$ . Der Radius  $r_2$  ergibt sich aus (1), wobei nur die zum B-Feld senkrechte Geschwindigkeitskomponente

$$v_1 = v \cdot \sin \alpha$$

zur Kreisbewegung beiträgt (Bild L45/2). Für die Kreisbewegung mit dem Radius  $r_2$  ergibt sich damit aus (1)

$$B \cdot e \cdot v \cdot \sin \alpha = \frac{m_e \cdot v^2 \cdot \sin^2 \alpha}{r_2}. \quad (5)$$

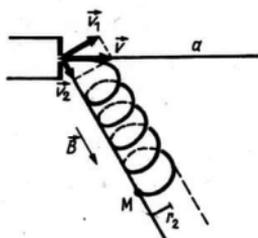


Bild L45/2

Der Kreisbahnradius  $r_2$  läßt sich berechnen aus der Flugdauer  $t$  des Elektrons. Wenn  $N$  die Anzahl der Schraubenwindungen ist und  $t_1$  die Zeitdauer für einen Umlauf, gilt

$$t = \frac{d}{v \cdot \cos \alpha} = N \cdot t_1 \quad \text{und} \quad t_1 = \frac{2\pi \cdot r_2}{v_1}. \quad (6)$$

Aus (4), (5) und (6) kann die magnetische Induktion in Abhängigkeit von  $N$  bestimmt werden

$$B = N \cdot \frac{2 \cdot \cos \alpha}{d} \sqrt{2 \cdot U \cdot m_e} = N \cdot 6,7 \text{ mT}.$$

Die gegebene Bedingung ist für  $N = 1, 2, 3, 4$  erfüllt, d. h. für

$$B_1 = 6,7 \text{ mT},$$

$$B_2 = 13,4 \text{ mT},$$

$$B_3 = 20,1 \text{ mT},$$

$$B_4 = 26,8 \text{ mT}.$$

## L46

a) Die Schaltung der Lampe ist im Bild L46/1 dargestellt. Daraus ergibt sich für die Stromstärke  $I$

$$I = \frac{U_0}{R_0} + \frac{U_0}{R - R_x} \quad (1)$$

für die Spannung  $U_0$

$$U_0 = E - I \cdot R_x \quad (2)$$

und für den Wirkungsgrad  $\eta$

$$\eta = \frac{W_{\text{Nutz}}}{W_{\text{Quelle}}} = \frac{U_0^2}{R_0 \cdot I \cdot E} \quad (3)$$

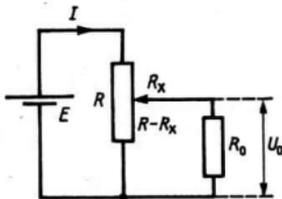


Bild L46/1

Für die maximale Stromstärke  $I'$  durch den Widerstand gilt  $I' < I$ . Damit folgt aus (3)

$$I = \frac{U_0^2}{R_0 \cdot E} \quad (4)$$

Da  $I' \sim \frac{1}{\eta}$  ist, wird die maximale Stromstärke für den minimalen Wert des Wirkungsgrades  $\eta = 0,6$  erreicht. Aus (4) ergibt sich  $I' = 2,81 \text{ A}$ .

Der Wert des Widerstandes kann aus (1) und (2) bestimmt werden.

Mit (4) ergibt sich

$$\frac{U_0}{R_0 \cdot E \cdot \eta} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R - R_x} \quad (5)$$

$$U_0 = E - \frac{R_x \cdot U_0^2}{R_0 \cdot E \cdot \eta} \quad (6)$$

Aus (5) und (6) kann der unbekannte Widerstand  $R_x$  eliminiert werden, so daß der Widerstand  $R$  bestimmt wird durch

$$R = \frac{R_0 \cdot E \cdot \left[ 1 - \eta \cdot \left( \frac{E}{U_0} - 1 \right) \right]}{U_0 \cdot \left( \frac{U_0}{E \cdot \eta} - 1 \right)} \quad (7)$$

Für  $R = R(\eta)$  muß die Art der funktionalen Abhängigkeit bestimmt werden. Aus der Ableitung

$$\frac{dR}{d\eta} = \frac{R_0 \cdot E}{U_0 \cdot \eta^2 \cdot \left( \frac{U_0}{E \cdot \eta} - 1 \right)^2} \cdot \left[ \left( \frac{E}{U_0} - 1 \right) \cdot \eta^2 + 2 \left( \frac{U_0}{E} - 1 \right) \cdot \eta + \frac{U_0}{E} \right] \quad (8)$$

folgt, daß die Diskriminante der quadratischen Gleichung für  $\eta$ ,

$$\left(\frac{U_0}{E} - 1\right)^2 - \frac{U_0}{E} \cdot \left(\frac{E}{U_0} - 1\right) = \left(\frac{U_0}{E} - 1\right) \cdot \frac{U_0}{E} < 0$$

und damit für (8)  $\frac{dR}{d\eta} > 0$  ist.

Infolgedessen ist  $R(\eta)$  eine wachsende Funktion für  $\eta$ , und damit der Wirkungsgrad nicht kleiner als  $\eta = 0,6$  wird, muß für den Widerstand gelten,

$$R \geq \frac{R_0 \cdot E \cdot \left[1 - \eta \cdot \left(\frac{E}{U_0} - 1\right)\right]}{U_0 \cdot \left(\frac{U_0}{E \cdot \eta} - 1\right)} = 8,53 \Omega.$$

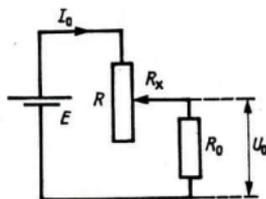


Bild L46/2

b) Um den maximalen Wirkungsgrad zu erreichen, muß der Gesamtstrom durch den Verbraucher fließen. Dies wird erreicht durch die in Bild L46/2 dargestellte Schaltung. Mit

$$I_0 = \frac{U_0}{R_0}$$

ergibt sich aus (3)  $\eta = \frac{U_0}{E} = 0,75$ .

### L47

a) Die Leuchtstoffröhre als ohmscher Widerstand ist in Reihe mit der Drosselspule geschaltet. Für die Reihenschaltung gilt

$$R_L = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2} = 342,6 \Omega, \quad \text{mit } R = \frac{U'}{I} + R_D.$$

Bei einer Frequenz von 50 Hz ist die Induktivität

$$L = \frac{R_L}{2\pi \cdot f} = 1,09 \text{ H}.$$

b) Die Phasenverschiebung ergibt sich aus dem induktiven und dem ohmschen Widerstand der Leuchtstoffröhre

$$\tan \varphi = \frac{R_L}{R_D}, \quad \varphi = 64,1^\circ.$$

c) Die Wirkleistung ist

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 59,88 \text{ W}.$$

d) Die für das Zünden der Lampe notwendige Spannung, die höher als die Netz-

spannung ist, entsteht durch Induktion in der Drosselspule beim Öffnen des Kontaktes im Starter.

e) Der zeitliche Verlauf ähnelt dem eines pulsierenden Gleichstromes bei einer Doppelweggleichrichtung (Bild L47).

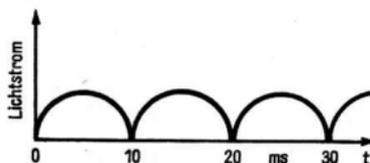


Bild L47

f) Im ionisierten Gas erfolgt die Rekombination der Ionen und Elektronen in Zeiten, die größer sind als die Perioden der Wechselspannung.

g) Mit der Reihenschaltung von Kapazität und Induktivität kann durch die Blindleistungskompensation der Leistungsfaktor gesteigert werden. Der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung ist dann

$$Z' = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} = 373,7 \, \Omega,$$

und der Phasenwinkel

$$\tan \varphi' = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R} = -2,01, \quad \varphi' = -63,6^\circ,$$

d. h. die Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung ist jetzt entgegengesetzt.

h) Das Linienspektrum des Quecksilbers ist durch den unbeschichteten Teil der Lampe zu sehen. Der UV-Anteil des Quecksilberlichtes wird vom Leuchtstoff absorbiert und als Licht mit größerer Wellenlänge emittiert. Durch den beschichteten Teil ist daher ebenfalls das Linienspektrum sichtbar, aber auf kontinuierlichem Untergrund.

## L48

a) Für die Parallelschaltung von Widerständen im Wechselstromkreis gilt

$$i = \frac{U}{Z}$$

$$\text{und } \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(C \cdot \omega - \frac{1}{L \cdot \omega}\right)^2. \quad (1)$$

Die Wirkleistung ist bestimmt durch

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{i^2}{R} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L \cdot \omega} - C \cdot \omega\right)^2 + \frac{1}{R^2}}. \quad (2)$$

Ihren maximalen Wert hat sie für eine Frequenz  $\omega_m$ , bei der gilt:

$$\frac{1}{L \cdot \omega_m} - C \cdot \omega_m = 0 \quad \text{oder} \quad \omega_m = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}. \quad (3)$$

Die Hälfte der maximalen Wirkleistung wird erreicht,

$$\text{wenn } \left( \frac{1}{L \cdot \omega} - C \cdot \omega \right)^2 = \frac{1}{R^2} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{L \cdot \omega_{\pm}} - C \cdot \omega_{\pm} = \pm \frac{1}{R}. \quad (4)$$

Die Differenz der Frequenzen in diesem Fall ist

$$\omega_+ - \omega_- = \frac{1}{R \cdot C}. \quad (5)$$

Aus (3) und (5) kann das Verhältnis der Frequenzen bestimmt werden. Es ist

$$\frac{f_m}{\Delta f} = \frac{\omega_m}{\omega_+ - \omega_-} = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = 150. \quad (6)$$

b) b<sub>1</sub>. Durch das Öffnen des Schalters entsteht ein Parallelschwingkreis, wie er in Bild L48 dargestellt ist. Die Frequenz der Schwingung ist

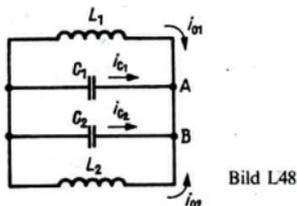


Bild L48

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(C_1 + C_2) \cdot \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}}} = 15,9 \text{ kHz}. \quad (7)$$

b<sub>2</sub>. Nach dem Schließen des Schalters gilt für den Punkt A

$$i_{c1} + i_{01} = I, \quad (8)$$

und für den Punkt B

$$i_{c2} + i_{02} = -I, \quad (9)$$

so daß für die Summe der Stromstärken im Leiterstück AB gilt,

$$i_{01} + i_{02} + i_{c1} + i_{c2} = 0. \quad (10)$$

Zum Zeitpunkt  $t_0$  fließt vom Kondensator mit der Kapazität  $C_1$  der Strom mit  $i_{c1}$  und vom Kondensator mit der Kapazität  $C_2$  der Strom mit  $i_{c2}$ . Für diese, nur von den Kapazitäten abhängigen Entladeströme, gilt

$$i_{c1} + i_{c2} = i_{c1} + i_{c2} \quad (11)$$

und

$$\frac{i_{c1}}{i_{c2}} = \frac{C_1}{C_2}. \quad (12)$$

Aus (10), (11) und (12) folgt

$$i_{c1} = -\frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot (i_{01} + i_{02}) = -0,2 \text{ A}$$

und für die Stromstärke im Leiterstück AB

$$I_{AB} = i_{01} + i_{0C_1} = -0,1 \text{ A.}$$

Dabei kennzeichnet das Vorzeichen die Stromrichtung, die von B nach A verläuft.

b<sub>3</sub>. Die maximale Amplitude der Stromstärke in der Induktivität  $L_1$  wird zum Zeitpunkt  $t_0$  erreicht. Zu diesem Zeitpunkt hat die Feldenergie den größten Wert. Aus der Energiebilanz

$$\frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot i_{1,\max}^2(t_0) = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot i_{01}^2(t_0) + \frac{1}{2} C_1 \cdot U_{01}^2 \quad (13)$$

folgt mit

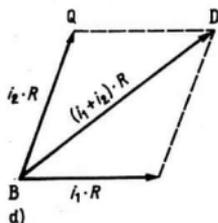
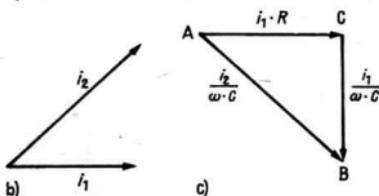
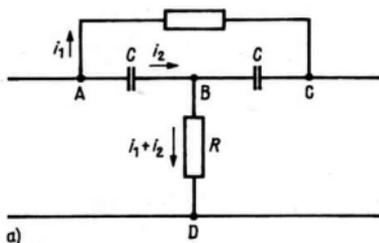
$$i_{01}(t_0) = i_{01} - I_{AB} \quad (14)$$

für die maximale Stromstärke

$$i_{1,\max}(t_0) \approx 0,204 \text{ A.}$$

## L49

Die Bedingungen für hohe und niedrige Frequenzen sind erfüllt für die Schaltung im Bild L49/1a. Durch die Kapazität  $C$  sind die Stromstärke  $i_1$  und  $i_2$  phasenverschoben (Bild 49/1b). Die Vektordiagramme für den geschlossenen Stromkreis ABCA und für die Stromstärken in BD sind in den Bildern L49/1c und d dargestellt. Durch Zusammen-  
setzung, unter Beachtung der Phasenverschiebung, folgt das Diagramm im Bild L49/1e



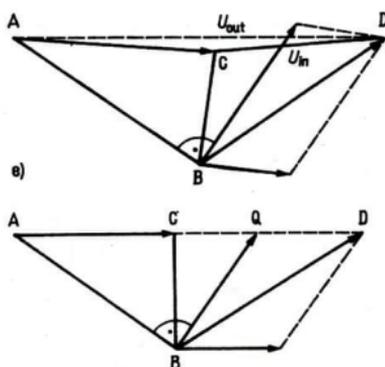
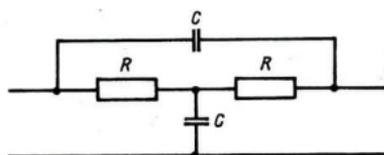


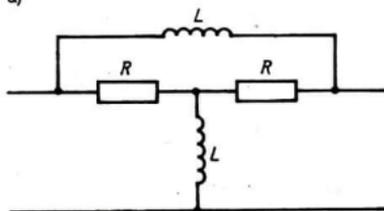
Bild L 49/1

für den gesamten Stromkreis. Entsprechend der Voraussetzung ist die Phasenverschiebung bei der Frequenz  $f_0$  gleich Null, so daß sich das Diagramm im Bild L49/1f ergibt. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke  $\triangle ABC$  und  $\triangle BQC$  folgt,

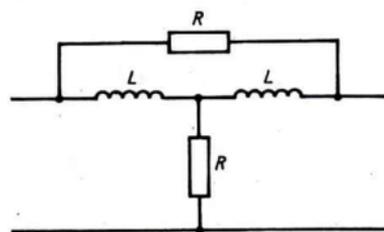
$$\frac{\overline{BQ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} \quad \text{oder} \quad \frac{i_2 \cdot R}{i_2 / \omega \cdot C} = \frac{i_1 / \omega \cdot C}{i_1 \cdot R} \quad (1)$$



a)



b)



c)

Bild L49/2

Aus (1) ergibt sich für die Frequenz  $f_0$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} = 1,59 \text{ kHz}$$

und für das Verhältnis der Spannungen

$$\frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} = \frac{2}{3}$$

Die Bedingungen für hohe und niedrige Frequenzen sind auch erfüllt durch die in den Bildern L49/2a bis c abgebildeten Schaltungen.

Für die Schaltung im Bild L49/2a ergeben sich die gleichen Ergebnisse wie in der Schaltung L49/1a. Für die Schaltungen in den Bildern L49/2b und c folgt für eine analoge

$$\text{Rechnung } f_0 = \frac{R}{2\pi \cdot L} \text{ und } \frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} = \frac{2}{3}$$

## L50

a) Die Elektronengeschwindigkeit in dem Stab mit der Querschnittsfläche  $A = c \cdot b$  ergibt sich aus der Stromstärke  $I$

$$I = A \cdot n \cdot e \cdot v. \quad (1)$$

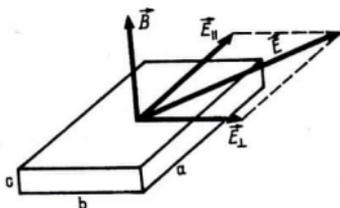


Bild L50/1

Die Komponenten der elektrischen Feldstärke sind in Bild L50/1 eingezeichnet. Für die resultierende Feldstärke ergibt sich danach

$$E = \sqrt{E_{\parallel}^2 + E_{\perp}^2} = 4,06 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}, \quad (2)$$

wobei

$$E_{\perp} = \frac{v}{u} = 3,2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \text{ und } E_{\parallel} = v \cdot B = 2,5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \text{ ist.}$$

b) Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten im Abstand  $b$  ist

$$U_{\text{H}} = E_{\perp} \cdot b = 25 \text{ mV}. \quad (3)$$

c) Aus (1) und (2) folgt für die Spannung  $U_{\text{H}}$

$$U_{\text{H}} = \frac{I \cdot B}{e \cdot n \cdot c} = \frac{I_0 \cdot B_0}{e \cdot n \cdot c} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi). \quad (4)$$

Der Gleichspannungsanteil  $U'_{\text{H}}$  ergibt sich dann zu

$$U'_{\text{H}} = \frac{I_0 \cdot B_0}{2e \cdot n \cdot c} \cdot \cos \varphi. \quad (5)$$

d) Die Schaltung in Bild L50/2 zeigt den prinzipiellen Aufbau der Anordnung. Dabei muß das äußere Magnetfeld senkrecht zur Stromrichtung im Halbleiter ausgerichtet

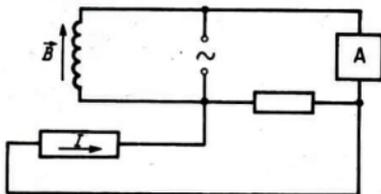


Bild L50/2

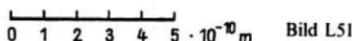
sein:  $\varphi = 90^\circ$ . Durch eine Stromstärke- und Spannungsmessung kann dann die Leistung eines beliebigen Gerätes A bestimmt werden. Zu beachten ist der Einbau eines Vorschaltwiderstandes, damit nicht der ganze Strom durch den Halbleiter fließt.

## 6. Atom- und Molekularphysik

- L51** Da die absoluten Atommassen der Chloratome  $m_{\text{Cl}}$  und der Natriumatome  $m_{\text{Na}}$  gegeben sind, läßt sich die Masse des Wasserstoffs aus der Dichte des Steinsalzes berechnen

$$m_{\text{H}} = \frac{\rho \cdot a^3}{N \cdot m_{\text{Na}} + M \cdot m_{\text{Cl}}}$$

Dazu müssen die Anzahlen  $N$  und  $M$  der zu einer Elementarzelle gehörenden Natrium- und Chloratome bestimmt werden.



Aus dem Bild L51 folgt, daß

- jedes Atom im Würfelscheitel zugleich zu 8 Nachbarzellen gehört und jeder Zelle somit nur ein Achtel der Masse dieser Atome zukommt,
- ein am Würfelrand liegendes Atom zugleich 4 Zellen angehört und damit jeder Zelle nur ein Viertel seiner Masse zukommt,
- ein im Mittelpunkt der Würfelfläche liegendes Atom 2 Zellen angehört und somit jeder Zelle nur die Hälfte seiner Masse zukommt,
- das Atom im Mittelpunkt der Zelle nur dieser Zelle angehört.

Es gehören demnach zu einer Elementarzelle  $M = 4$  Chloratome und  $N = 4$  Natriumatome.

Aus (1) ergibt sich somit für die Masse des Wasserstoffs

$$m_{\text{H}} = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}.$$

- L52** a) Für die Energieniveaus des Wasserstoffatoms gilt

$$E_n = -\frac{R}{n^2} \cdot h \quad (R: \text{Rydbergkonstante}).$$

Die Energiedifferenz zwischen den Niveaus mit  $n = 1$  und  $n = 2$  ist dann

$$E_2 - E_1 = -h \cdot R \cdot \left( \frac{1}{4} - 1 \right) = \frac{3}{4} \cdot E, \quad (1)$$

wobei  $E = 13,6 \text{ eV}$  die Ionisierungsenergie des Wasserstoffs ist. Für den unelastischen Stoß mit dem ruhenden Atom gilt

$$m \cdot v_0 = \frac{m \cdot v_0}{2} + \frac{m \cdot v_0}{2}. \quad (2)$$

Nach dem Energieerhaltungssatz ist

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot E, \quad (3)$$

woraus sich  $v_0$  bestimmen läßt:

$$v_0 = \frac{3E}{m} \approx 6,25 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) Aus (2) folgt, daß die Geschwindigkeit beider Atome nach dem Stoß  $0,5 \cdot v_0$  ist. Durch den Dopplereffekt ist die beobachtete Strahlungsfrequenz von der Richtung abhängig. In Bewegungsrichtung der Atome ist

$$f_1 = f_0 \cdot \left(1 - \frac{0,5 \cdot v_0}{c}\right)$$

und entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung ist

$$f_2 = f_0 \cdot \left(1 + \frac{0,5 \cdot v_0}{c}\right).$$

c) Das Verhältnis der Frequenzdifferenz zur mittleren Frequenz der Strahlung ergibt sich damit zu  $v_0 : c = 2 \cdot 10^{-4}$ , das entspricht 0,02%.

## L53

Zur Bestimmung der Wellenlänge des Elektrons werden zunächst die Beziehungen zwischen den Wellenlängen der Photonen benutzt, um die Energie des Elektrons zu berechnen. Die Energiebilanz des ersten Teils des in Bild L53 dargestellten Stoßvorganges ist,

$$\frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{ph}}} + \sqrt{m_e^2 \cdot c^4 + p_{e1}^2 \cdot c^2} = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} + m_e \cdot c^2. \quad (1)$$

Für die Impulskomponenten in Richtung des emittierten Photons gilt

$$\frac{h}{\lambda_{\text{ph}}} + p_{e1} \cdot \cos \varphi = \frac{h}{\lambda_0} \quad (2)$$

und für die dazu senkrechte Richtung

$$-p_{e1} \cdot \sin \varphi + \frac{h}{\lambda_{\text{ph}}} = 0. \quad (3)$$

Durch Quadrieren und anschließender Addition von (2) und (3) folgt,

$$p_{e1}^2 \cdot c^2 = \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{ph}}}\right)^2 - 2 \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{ph}}}\right) \cdot \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_0}\right) \cdot \cos \alpha + \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_0}\right)^2 \quad (4)$$

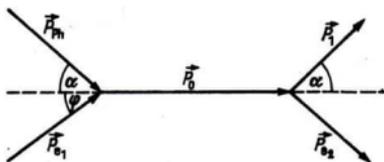


Bild L53

und aus (1)

$$p_{e1}^2 \cdot c^2 = \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_{ph}}\right)^2 - 2 \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_{ph}}\right) \cdot \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_0}\right) + \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_0}\right)^2 - 2m_e \cdot c^2 \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_{ph}} - \frac{h \cdot c}{\lambda_0}\right). \quad (5)$$

Für die Beziehung zwischen den Wellenlängen ergibt sich aus (4) und (5)

$$\lambda_0 - \lambda_{ph} = -\frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (6)$$

und in einer analogen Rechnung für den zweiten Stoßvorgang

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos \alpha), \quad (7)$$

woraus folgt,  $\lambda_1 = \lambda_{ph}$ .

Die Energie des ersten Elektrons ist gleich der Differenz der Energien der Photonen

$$E_e = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} - \frac{h \cdot c}{\lambda_{ph}} \approx 1,558 \cdot 10^{-17} \text{ J} = 97,4 \text{ eV}.$$

Die gesuchte Wellenlänge folgt aus der Beziehung

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{\sqrt{2m_e \cdot E_e}} = 1,244 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

## 7. Experimentelle Aufgaben

**L54**

a) Man mischt erwärmtes Wasser mit Petroleum, nachdem man die Massen  $m_w$ ,  $m_p$  und die Temperaturen  $T_w$  und  $T_p$  bestimmt hat, und mißt die Mischtemperatur  $T_m$ . Die spezifische Wärmekapazität des Petroleums läßt sich dann berechnen aus

$$m_p \cdot c_p \cdot (T_m - T_p) = m_w \cdot c_w \cdot (T_w - T_m)$$

$$c_p = \frac{m_w \cdot (T_w - T_m)}{m_p \cdot (T_m - T_p)} \cdot c_w.$$

b) Ein Teil der vom Wasser abgegebenen Wärme wird vom Kalorimeter aufgenommen. Es gilt also

$$m_p \cdot c_p (T_m - T_p) + m_k \cdot c_k (T_m - T_p) = m_w \cdot c_w (T_w - T_m)$$

und damit

$$c_p = \frac{m_w \cdot c_w (T_w - T_m) - m_k \cdot c_k (T_m - T_p)}{m_p \cdot (T_m - T_p)}.$$

Man kann auch mit der Heizwendel, deren Leistung  $P$  man als konstant betrachten kann, nacheinander Wasser und Petroleum erwärmen und die Zeiten  $t_w$  und  $t_p$  vergleichen. Sind z. B. die Massen  $m$  und die Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  gleich, dann gilt bei a)

$$P \cdot t_w = m \cdot c_w \cdot \Delta T$$

und

$$P \cdot t_p = m \cdot c_p \cdot \Delta T,$$

daraus folgt

$$c_p = \frac{t_p}{t_w} \cdot c_w.$$

Bei b) (Berücksichtigung des Kalorimetergefäßes) gilt, wenn für beide Messungen das gleiche Kalorimetergefäß benutzt wird,

$$P \cdot t_w = (m \cdot c_w + m_k \cdot c_k) \cdot \Delta T$$

und

$$P \cdot t_p = (m \cdot c_p + m_k \cdot c_k) \cdot \Delta T,$$

daraus folgt

$$c_p = \left( c_w + \frac{m_k}{m} \cdot c_k \right) \cdot \frac{t_p}{t_w} - \frac{m_k}{m} \cdot c_k.$$

Die Genauigkeit des Ergebnisses wird bestimmt durch die Genauigkeit der Temperatur- und Massebestimmungen. Während der Messung erfolgt Wärmeaustausch mit der Umgebung.

## L55

a) Man mißt an den drei Buchsen die Spannung zwischen den Buchsen. Im vorliegenden Fall sind alle Spannungen 0. Es befindet sich also in keiner Buchse eine Spannungsquelle. Wir nehmen für jede Buchse je eine  $I-U$ -Kennlinie bei Gleich- und Wechselspannung auf. Es ergeben sich folgende Kennlinien:

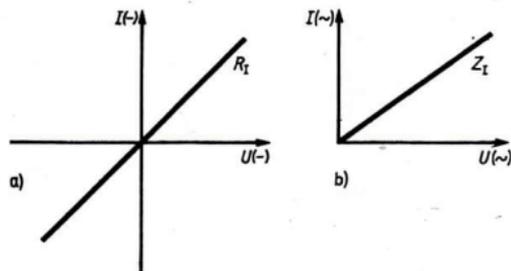


Bild L55/1

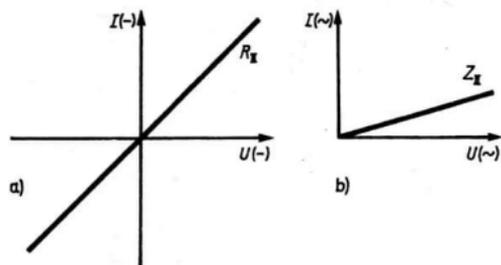


Bild L55/2

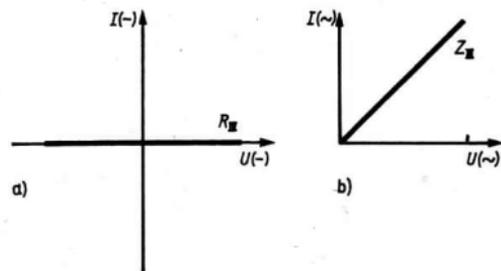


Bild L55/3

Alle Zusammenhänge sind linear. Die Widerstände lassen sich berechnen nach  $R = \frac{U}{I}$  bzw.  $Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$ .

- I. Die Widerstände sind für Gleich- und Wechselstrom gleich. In der Buchse befindet sich ein ohmscher Widerstand (Bild L55/1).
- II. Der Wechselstromwiderstand ist größer als der Gleichstromwiderstand. In der Buchse befindet sich eine Induktionsspule mit ohmschem Widerstand (Bild L55/2).

- III. Bei Gleichspannung ist der Widerstand sehr groß, bei Wechselspannung fließt ein meßbarer Wechselstrom. In der Buchse befindet sich ein Kondensator (Bild L55/3).
- b) — Die ohmschen Widerstände  $R_i$  ( $i = I, II, III$ ) lassen sich aus (1) berechnen.  
 — Die Induktivität  $L$  der Spule erhält man aus

$$Z_{II}^2 = R_{II}^2 + \omega^2 \cdot L^2; \quad L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_{II}^2 - R_{II}^2}.$$

$$(\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz})$$

Die Kapazität des Kondensators ist  $C = \frac{1}{\omega \cdot Z_{III}}$ .

## L56

- a) Damit durch das Galvanometer kein Strom fließt, muß der Zweig 2 so an zwei Punkte des Stromkreises 1 angeschlossen werden, daß der an diesem Zweig anliegende Spannungsabfall zwischen den Punkten A und B der Spannung des Trockenelements entgegenwirkt.

Dabei sind folgende Schaltungen möglich:

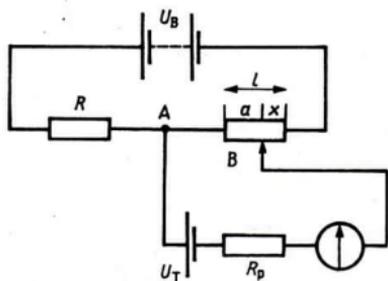


Bild L56/1

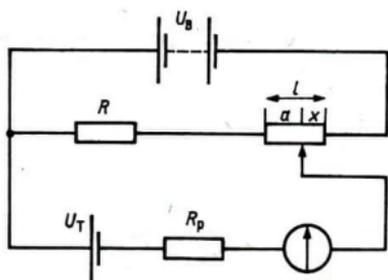


Bild L56/2

Durch das Galvanometer fließt kein Strom bei Bild L56/1, wenn

$$\frac{a}{l} \cdot X \cdot U_B = (R + X) \cdot U_T, \quad (1)$$

und bei L56/2, wenn

$$\left(R + \frac{a}{l} X\right) \cdot U_B = (R + X) \cdot U_T \quad (2)$$

ist.

b) Wählt man  $R = 0$  und es ergibt sich Stromlosigkeit, wenn der Kontaktzeiger bei  $a_1$  steht, dann folgt sowohl aus (1) als auch aus (2)

$$\frac{U_T}{U_B} = \frac{a_1}{l}. \quad (3)$$

$a_1$  und  $l$  lassen sich messen.

c) Aus (1) und (3) folgt, wenn bei  $R \neq 0$  bei  $a = a_2$  kein Strom durch das Galvanometer fließt

$$X = \frac{a_1}{a_2 - a_1} \cdot R. \quad (4)$$

Der Widerstand des Meßdrahtes läßt sich also ermitteln, indem man bei Schaltung L56/1 für einen Widerstand  $R \neq 0$  den Kontaktzeiger am Meßdraht so einstellt, daß durch das Galvanometer kein Strom fließt,  $a_2$  mißt und  $X$  nach (4) berechnet. Analog erhält man  $X$ , wenn man Schaltung L56/2 benutzt, aus (2) und (3)

$$X = \frac{l - a_1}{a_1 - a_2} \cdot R, \quad (4')$$

und es folgt

$$0 < R \leq \left( \frac{U_B}{U_T} - 1 \right) \cdot X.$$

Für  $U_B = U_T$  ergibt sich  $R = 0$  unabhängig von  $X$ . Damit läßt sich  $X$  nicht bestimmen. Es muß also  $U_B > U_T$  sein und damit  $R > 0$ .

Für Schaltung L56/2 gilt:

$$\frac{R}{R + X} \leq \frac{U_A}{U_B} \leq \frac{R + X}{R + X} = 1.$$

Damit ergibt sich

$$0 < R \leq \frac{U_B}{U_B - U_T} \cdot X.$$

Für  $R = 0$  läßt sich  $X$  nicht berechnen.

## L57

Man betrachte zunächst einen Gegenstand durch jede Linse, wobei der Abstand Linse—Gegenstand gering gehalten wird. Erscheint der Gegenstand vergrößert, handelt es sich um eine Sammellinse, wird er verkleinert, um eine Zerstreuungslinse.

Erstes Verfahren für Sammellinsen:

a) Man betrachtet die Figur auf dem Schirm durch die Linse so, daß man ein virtuelles Bild der Figur erkennt (Bild L57/1). Dann entfernt man die Linse allmählich vom Schirm,

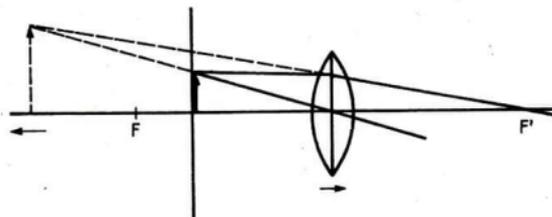


Bild L57/1

bis das Bild verschwindet. Der Abstand Linse—Schirm ist dann gerade gleich der Brennweite der Linse.

b) Befindet sich ein Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite einer Sammellinse, dann kann man durch die Linse hindurch ein vergrößertes virtuelles Bild dieses Gegenstandes erkennen. Befindet sich der Gegenstand genau in der Brennweite, wird er durch die Linse nicht eindeutig abgebildet.

Zweites Verfahren für Sammellinsen:

a) Wie in Bild L57/2 dargestellt, betrachtet man das reelle Bild der Figur, das der Beobachter vor der Linse sehen soll. Um die Lage des Bildes zu bestimmen, betrachtet man gleichzeitig den Drahtzeiger, der in die Bildebene geschoben wird. Durch Hin- und Herbewegen des Kopfes stellt man fest, ob sich die Lage des Zeigers zum Bild ändert, und verschiebt den Zeiger so lange, bis das nicht mehr der Fall ist. Dann ist der Abstand Zeiger—Linse die Bildweite  $s_2$ .

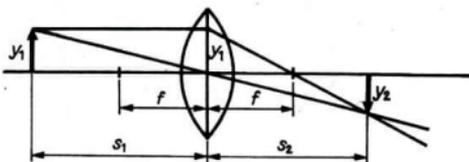


Bild L57/2

Man mißt  $s_1$  und  $s_2$  und berechnet die Brennweite nach

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}; \quad f = \frac{s_1 \cdot s_2}{s_1 + s_2}. \quad (1)$$

b) Befindet sich bei einer Sammellinse ein Gegenstand außerhalb der Brennweite, dann entsteht auf der gegenüberliegenden Seite der Linse ein reelles Bild. Aus Bild L57/2 entnimmt man:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{f}{s_2 - f}.$$

Daraus ergibt sich (1).

Erstes Verfahren für Zerstreuungslinsen:

a) Eine Sammellinse, deren Brennweite  $f_1$  man schon bestimmt hat, wird dicht an die Zerstreuungslinse gelegt. Wenn dieses System das Licht sammelt, läßt sich seine Brennweite  $F$  wie die einer Sammellinse bestimmen. Die Brennweite  $f_2$  der Zerstreuungslinse berechnet man dann aus

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}; \quad f_2 = \frac{f_1 \cdot F}{f_1 + F}.$$

Zweites Verfahren für Zerstreuungslinsen:

Eine Sammellinse mit schon bekannter Brennweite und die Zerstreuungslinse werden gemäß Bild L57/3 zusammengestellt.

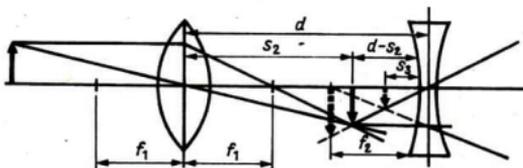


Bild L57/3

Man betrachtet das von der Sammellinse erzeugte Bild durch die Zerstreuungslinse. Die Lage des virtuellen Bildes, das man sieht, ermittelt man wieder mit Hilfe des Zeigers. Man mißt  $s_2$ ,  $d$ ,  $s_3$  und berechnet die Brennweite  $f_2$  der Zerstreuungslinse nach

$$f_2 = \frac{s_3 \cdot (d - s_2)}{s_3 + d - s_2} \quad (2)$$

b) Aus Bild L57/3 entnimmt man die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{d - s_2} + \frac{1}{s_3} = \frac{1}{f_2}$$

Daraus ergibt sich (2).

c) Alle Messungen sollen bei verschiedenen Einstellungen mehrmals vorgenommen werden. Dabei sollte der Beobachter günstige Lagen wählen, z. B. beim zweiten Verfahren für Sammellinsen  $s_1 = s_2 = 2f$ .

## L58

Wir verändern in der Schaltung Bild L58/1a (spannungsrichtig) oder Bild L58/1b (stromrichtig) den Widerstand  $R$  schrittweise, messen  $U$  und  $I$  und stellen folgende Tabelle auf:

$U$	$I$	$R = \frac{U}{I}$	$P = U \cdot I$
in V	in A	in $\Omega$	in W

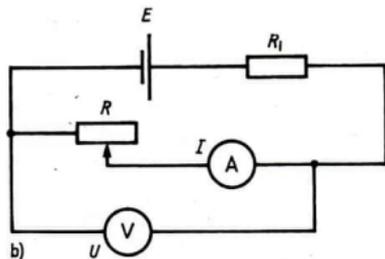
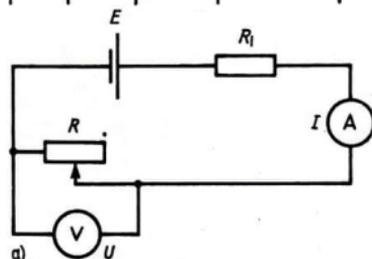


Bild L58/1

Es ergibt sich folgendes  $P-I$ -Diagramm (Bild L58/2).

Es gilt

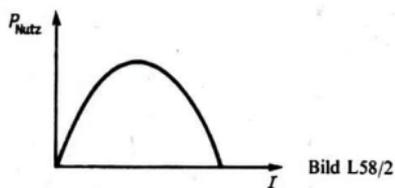
$$P = E \cdot I - R_1 \cdot I^2 \quad (1)$$

a), b) Für zwei Wertepaare  $U_1, I_1$  und  $U_2, I_2$  aus der Meßwertetabelle erhält man

$$\left. \begin{array}{l} E = U_1 + R_1 \cdot I_1 \\ \text{und} \\ E = U_2 + R_1 \cdot I_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{und} \\ \text{daraus} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} \\ \text{und} \\ E = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} \cdot I_1 \end{array} \right.$$

c) Aus  $P = E \cdot I - U \cdot I$  ergibt sich mit

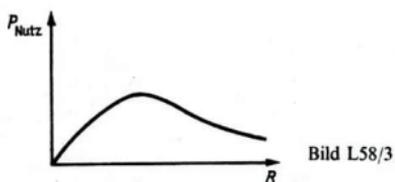
$$U = E - R_1 \cdot I$$



und

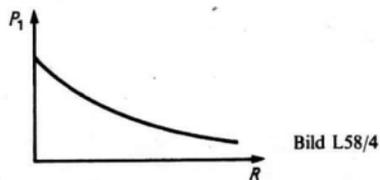
$$I = \frac{E}{R_i + R} \quad \text{mithin}$$

$$P = \frac{E^2 \cdot R}{(R_i + R)^2} \quad (\text{Bild L58/3}) \quad (2)$$



d) Die Gesamtleistung ist

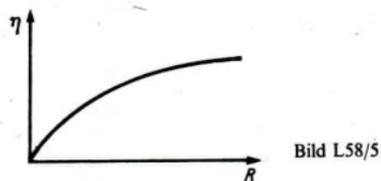
$$P_1 = E \cdot I = \frac{E^2}{R_i + R} \quad (\text{Bild L58/4}) \quad (3)$$



e) Der Wirkungsgrad ist  $\eta = \frac{P}{P_1}$ .

Mit (2) und (3) ergibt sich daraus

$$\eta = \frac{R}{R_i + R} \quad (\text{Bild L58/5}) \quad (4)$$



## L59

a) Mit den gegebenen Geräten läßt sich die relative Dichte der Zylinder nur bestimmen, wenn beide auf Wasser schwimmen. In diesem Fall verdrängen die Körper Wassermengen, deren Massen  $m_{wi}$  jeweils ihren eigenen Massen  $m_{ki}$  gleich sind ( $i = 1, 2$ ):

$$m_i = m_{wi} = m_{ki}. \quad (1)$$

Aus

$$\rho_w = \frac{m_i}{V_{wi}} \quad \text{und} \quad \rho_{ki} = \frac{m_i}{V_{ki}} \quad \text{folgt} \quad \rho_{ki} = \frac{V_{wi}}{V_{ki}} \cdot \rho_w$$

und wegen

$$V_{k1} = V_{k2} = V_k$$

folgt

$$\rho_{ki} = \frac{V_{wi}}{V_k} \cdot \rho_w. \quad (2)$$

Die Volumina  $V_{wi}$  des jeweils verdrängten Wassers und  $V_k$  der Körper sind

$$V_{wi} = A_g \cdot h \quad (3)$$

und

$$V_k = A_k \cdot H = \pi \cdot R^2 \cdot H. \quad (4)$$

Dabei bedeuten:

$A_g$ : Grundfläche des Wassergefäßes (bei Zylinder mit Radius  $R_g$ :  $A_g = \pi \cdot R_g^2$ )

$h$ : Höhenzunahme des Wasserstandes beim Eintauchen der Körper

$A_k$ : Grundfläche der Zylinder

$R$ : Radius der Zylinder

$H$ : Höhe der Zylinder

Mit (3) und (4) folgt aus (2)

$$\rho_{ki} = \frac{A_g \cdot h_i}{R^2 \cdot \pi \cdot H} \cdot \rho_w. \quad (5)$$

$A_g$ ,  $h$ ,  $R$  und  $H$  lassen sich messen.

Ist  $A_g$  groß gegenüber den Maßen der Zylinder, wird  $h$  klein gegenüber der Meßgenauigkeit. Es ist deshalb günstiger, statt des Volumens  $V_{wi}$  des verdrängten Wassers das Volumen  $V_{ui}$  des eingetauchten Teils der Körper zu bestimmen. Liegt der Zylinder beim Schwimmen waagrecht und ist  $A_u$  der untergetauchte Teil der Grund- bzw. Deckfläche, dann gilt

$$V_{wi} = V_{ui} = A_u \cdot h. \quad (5)$$

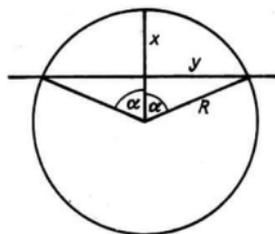


Bild L59/1

Es ist (Bild L59/1)

$$A_{\text{ui}} = \pi \cdot R^2 - \frac{2\alpha}{2\pi} \cdot \pi \cdot R^2 + (R-x) \cdot y.$$

Mit  $y^2 = R^2 - (R-x)^2$  und  $\cos \alpha = \frac{R-x}{R}$  bzw.

$$\alpha = \arccos \frac{R-x}{R}$$

folgt daraus

$$A_{\text{ui}} = R^2 \cdot \left( \pi - \arccos \frac{R-x}{R} \right) + (R-x) \cdot \sqrt{x(2R-x)}. \quad (6)$$

$x$  läßt sich messen. Mit (6) und (5) erhält man die Dichten aus (2).

Die größere der Dichten  $\varrho_{k1}$  und  $\varrho_{k2}$  ist die des Stoffes ( $\varrho_1$ ), aus dem die Zylinder bestehen.

b) Ist  $r$  der Radius des Hohlraumes und  $V_h$  dessen Volumen, dann gilt beim Schwimmen des Hohlzylinders (Körper 2)

$$m_{w2} = m_2 = \varrho_2 \cdot V_k = \varrho_1 \cdot (V_k - V_h). \quad (7)$$

Die Masse der Luft im Hohlraum wird hier vernachlässigt. Drückt man in (7) die Volumina durch die Radien aus, dann folgt

$$\varrho_2 \cdot \pi \cdot R^2 = \varrho_1 \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

und

$$r = R \cdot \sqrt{\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_1}}. \quad (8)$$

c) Der Zylinder mit der Bohrung wird auf die waagerechte Tischplatte gelegt. Es stellt sich Gleichgewicht ein, wenn der Schwerpunkt seine tiefste Lage eingenommen hat. Die Symmetrieachse AB steht dann senkrecht zur Tischplatte. Sie wird auf der Grundfläche markiert (Bild L59/2).

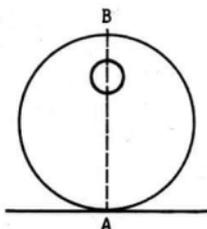


Bild L59/2

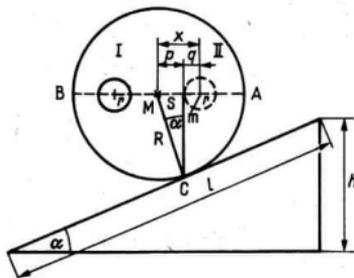


Bild L59/3

Man benutzt jetzt das Lineal ohne Maßeinteilung als geneigte Ebene und legt die Walze darauf. Man neigt das Brett so weit, daß bei geringster weiterer Neigung die Walze herabrollt. Dann liegt AB waagrecht. Der Schwerpunkt S des Zylinders liegt noch senkrecht über der Auflagegeraden (Bild L59/3). Der Schwerpunkt S ist gemeinsamer,

Schwerpunkt eines Zylinders mit zwei symmetrischen Bohrungen I und II (Schwerpunkt  $M$ ) und eines die Bohrung II ausfüllenden Zylinders (Schwerpunkt  $m$ ). Es gilt also, wenn die Massen der beiden Körper mit  $M$  und  $m$  bezeichnet werden

$$M \cdot p = m \cdot q. \quad (9)$$

Mit  $M = \rho \cdot \pi \cdot (R^2 - 2r^2) \cdot H$  und  $m = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot H$

und

$$p = R \cdot \sin \alpha = R \cdot \frac{h}{l} \quad (9)$$

ergibt sich

$$(R^2 - 2r^2) \cdot R \cdot \frac{h}{l} = r^2 \cdot q$$

und daraus

$$q = \frac{R^3 - 2R \cdot r^2}{r^2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{h}{l} \quad (10)$$

Der gesuchte Abstand ist  $X = p + q$  und mit (9) und (10)

$$X = \frac{R^3 - R \cdot r^2}{r^2} \cdot \frac{h}{l}$$

d) Bei allen gemessenen Größen wird der Fehler der Messung abgeschätzt. Daraus bestimmt man den absoluten Größtfehler von  $q$ ,  $r$  und  $X$ .

## L60

Wir nehmen zunächst die Stromstärke-Spannungs-Kennlinie der Black-box auf (Schaltung Bild L60/1). Im vorliegenden Fall hat sie folgenden Verlauf (Bild L60/2).

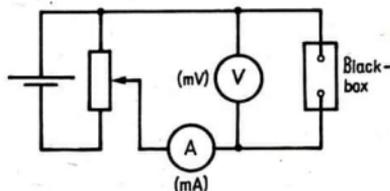


Bild L60/1

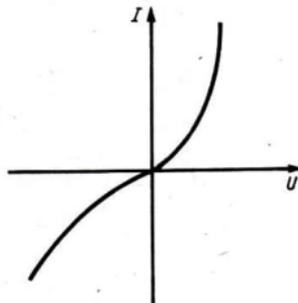


Bild L60/2

Man erkennt:

- Die Black-box ist für beide Richtungen durchlässig.
  - Es besteht keine Symmetrie hinsichtlich der Richtungen.
  - Die Stromstärke ist in beiden Richtungen keine lineare Funktion der Spannung.
- Diese Eigenschaften des Zweipols erfüllt nur die in Bild L60/3 dargestellte Schaltung. Der Widerstand liegt im Zweig mit der in Durchlaßrichtung kleineren Stromstärke.

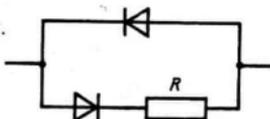


Bild L60/3

Die Differenz der Spannungen für gleiche Stromstärken  $I$  in entgegengesetzter Richtung ergibt den Spannungsabfall am Widerstand  $U_R = U_B - U_A$ .  
Damit ergibt sich der gesuchte Widerstand aus

$$R = \frac{U_R}{I_A} = \frac{U_B - U_A}{I_A}$$

Durch grafische Subtraktion der Spannungswerte für entgegengesetzt gleiche Stromstärken erhält man eine Gerade, deren Anstieg  $\frac{I}{U} = \frac{1}{R}$  ist (Bild L60/4).

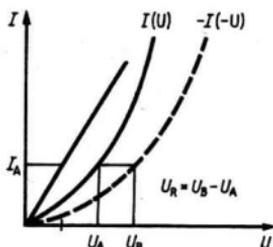


Bild L60/4

## L61

- a) Das Produkt aus Spannung am Bauelement und Stromstärke darf nicht größer sein als die maximal zulässige Verlustleistung. Daher muß die Meßreihe so durchgeführt werden, daß stets  $U \cdot I < 250 \text{ mW}$  bleibt.
- b) Die Schaltung kann nach Bild L61/1a (spannungsrichtig) oder Bild L61/1b (stromrichtig) aufgebaut werden.

Man erhält folgende Kennlinie (Bild L61/2):

Der systematische Fehler kommt durch die Meßinstrumente zustande. Bei der spannungsrichtigen Schaltung mißt der Strommesser den Strom durch den Spannungsmesser mit. Bei der stromrichtigen Schaltung mißt der Spannungsmesser den Spannungsabfall am Strommesser mit. Diese Fehler müssen korrigiert werden. Dazu dienen die in der Aufgabenstellung gegebenen Informationen über die Innenwiderstände der Meßinstrumente in den verwendeten Meßbereichen.

Ein weiterer Fehler entsteht durch unkontrollierte Temperaturerhöhung des Bauelements, wobei sich die Leitfähigkeit vergrößert.

- c) Der Innenwiderstand ergibt sich als Differenzenquotient  $R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I}$ . Für beide Stromrichtungen lassen sich Innenwiderstände angeben.

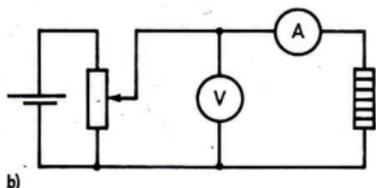
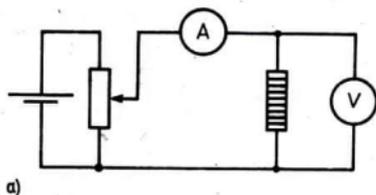


Bild L61/1

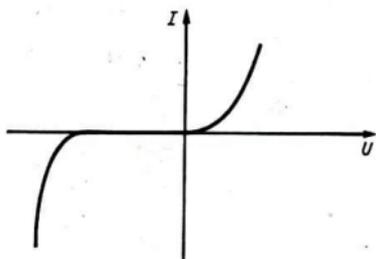


Bild L61/2

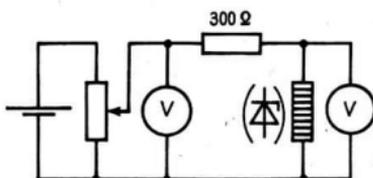


Bild L61/3

d) Die vollständige Schaltskizze (Bild L61/3) enthält das Potentiometer und beide Spannungsmesser. Man erhält das Diagramm (Bild L61/4).

Die grafische Darstellung der Funktion  $U_2 = f(U_1)$  hat prinzipiell für beide Polungen gleichen Verlauf, aber die Absolutwerte sind verschieden. Durch die Forderung, das

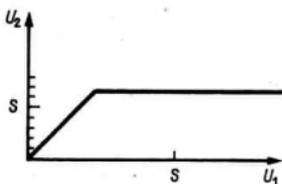


Bild L61/4

Halbleiterbauelement so in die Schaltung einzufügen, daß die Ausgangsspannungen möglichst große Werte annehmen, wird die Polung in Flußrichtung ausgeschlossen. Man erkennt aus dem Diagramm: Nach Überschreiten einer Grenzeingangsspannung  $U_1$  nimmt die Ausgangsspannung  $U_2$  nur noch unwesentlich zu, weil mit der Vergrößerung von  $U_1$  die Stromstärke  $I$  stark anwächst (Durchbruch der Diode) und damit der Spannungsabfall am Vorwiderstand.

e) Die zu  $U_{11} = 7\text{ V}$  und  $U_{12} = 9\text{ V}$  gehörenden Ausgangsspannungen  $U_{21}$  und  $U_{22}$  werden bestimmt und ihre Differenz angegeben:  $U_2 = U_{21} - U_{22}$ .

Kommentar: Die Schaltung ist eine Spannungsteilerschaltung. Ihr spezielles Verhalten ergibt sich aus den unterschiedlichen Widerständen. Der Widerstand des Halbleiterbauelements ist viel kleiner als der Vorwiderstand. Er ändert sich nichtlinear mit der anliegenden Spannung. Weil  $R_1 < R_2$ , ist  $\Delta U_2 < \Delta U_1$  für  $U_1 < U_2$ .

f) Das Halbleiterbauelement ist eine Zenerdiode.

g) Die Schaltung eignet sich zur Spannungsstabilisierung.

## L62

Man erwärmt zunächst eine Flüssigkeitsmenge mit der Masse  $m_0$  und nimmt dabei ein Temperatur-Zeit-Diagramm auf (Bild L62, gestrichelte Kurve). Danach nimmt man ein Temperatur-Zeit-Diagramm für den Stoff X (Masse  $m_x$ ) auf. Es ist zweckmäßig, diesen Stoff in Flüssigkeit (Masse  $m_0$ ) zu erwärmen. Dadurch wird im Reagenzglas homogene Temperaturverteilung erreicht. Der Zusammenhang zwischen  $T$  und  $t$  ist im Diagramm (Bild L62) als durchgehende Linie dargestellt.

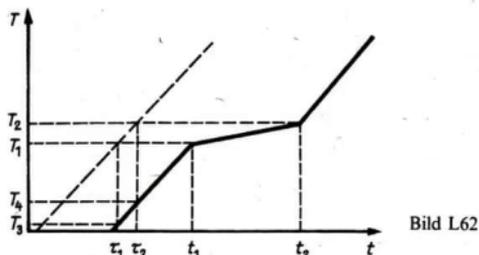


Bild L62

Aus der Kurve für den Stoff X erkennt man, daß dieser Stoff in der Zeit  $t_1$  bis  $t_2$  schmilzt. Wir bestimmen als charakteristische thermische Konstanten des Stoffes X den Schmelzpunkt, die Schmelzwärme und die spezifische Wärmekapazität.

### Schmelzpunkt $T_s$

Als Schmelzpunkt kann die mittlere Temperatur zwischen Beginn und Ende des Schmelzvorganges  $T_s = \frac{1}{2} \cdot (T_1 + T_2)$  angegeben werden. Zur Kontrolle sollte auch die Erstarrung beobachtet und  $T_s$  als Erstarrungspunkt bestimmt werden.

### Spezifische Schmelzwärme $q_x$

Man kann konstante Heizleistung voraussetzen. Dann ergibt sich aus der gestrichelten Kurve die in der Zeiteinheit an den Inhalt des Reagenzglases abgegebene Wärme

$$q = \frac{m_0 \cdot c_0 \cdot (T_2 - T_1)}{\tau_2 - \tau_1} \quad (1)$$

Für die gleiche Temperaturerhöhung nehmen Flüssigkeit und Stoff X zusammen die Wärme  $Q = q \cdot (t_2 - t_1)$  auf. Diese Wärme wird gebraucht zum Schmelzen der Substanz und zum Erwärmen der Flüssigkeit und der Substanz von  $T_1$  auf  $T_2$ .

Es ist also

$$q \cdot (t_2 - t_1) = q_x \cdot m_x + c_0 \cdot m_0 \cdot (T_2 - T_1) + c_x \cdot m_x \cdot (T_2 - T_1)$$

Bei Vernachlässigung des letzten Summanden (er ist klein gegenüber den ersten beiden) erhält man daraus mit (1):

$$q_x = \frac{m_0 \cdot c_0 \cdot (T_2 - T_1) \cdot (t_2 - t_1)}{m_x \cdot (\tau_2 - \tau_1)}$$

**Spezifische Wärmekapazität  $c_x$**

In der Zeit  $\tau_2 - \tau_1$  erwärmt sich die Flüssigkeit (gestrichelte Kurve) von  $T_1$  auf  $T_2$ , die Substanz mit der Flüssigkeit (durchgezeichnete Kurve) von  $T_3$  auf  $T_4$ .

Es gilt also

$$q \cdot (\tau_2 - \tau_1) = m_0 \cdot c_0 \cdot (T_2 - T_1) = (m_x \cdot c_x + m_0 \cdot c_0) \cdot (T_4 - T_3).$$

Daraus ergibt sich

$$c_x = \frac{m_0 \cdot c_0}{m_x} \left( \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} - 1 \right).$$

Analog dazu läßt sich die spezifische Wärmekapazität der Schmelze bestimmen.

Bemerkung: Die Wärmekapazität des Reagenzglases und der Wärmeaustausch mit der Umgebung wurden vernachlässigt.

## L63

a) Die vollständige Schaltung zur Durchführung der Messungen zeigt das Bild L63/1a. Aus den Meßwerten berechnen wir die gesuchten Impedanzen. Werden die Buchsen mit 1, 2, 3 bezeichnet (Bild L63/1b), dann gilt entsprechend Bild 63/2b

$$Z_{12}^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_1^2}, \quad (1)$$

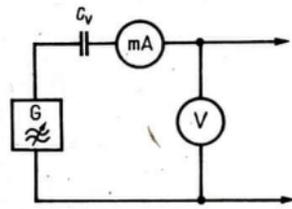
$$Z_{13}^2 = R^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_2^2}, \quad (2)$$

$$Z_{23} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} + \frac{1}{\omega \cdot C_2}. \quad (3)$$

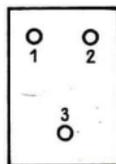
b) Für sehr große Frequenzen werden bei (1) und (2) die Impedanzen durch  $R$  bestimmt. Es wird also  $Z_{12} = Z_{13} = R$  und  $\log Z_{12} = \log Z_{13} = \log R$ .

Für kleine Frequenzen überwiegt  $\frac{1}{\omega \cdot C}$  gegenüber  $R$  und es wird mit  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$$Z_{12} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_1}$$



a)



b)

Bild L63/1

und

$$\log Z_{12} = \log \frac{1}{2\pi \cdot C_1} - \log f, \quad (4a)$$

$$Z_{13} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_2}$$

und

$$\log Z_{13} = \log \frac{1}{2\pi \cdot C_2} - \log f. \quad (4b)$$

Auf logarithmischem Papier erhält man damit Kurven, deren eine Asymptote je eine unter einem Winkel von  $45^\circ$  fallende Gerade und deren zweite gemeinsame Asymptote eine Parallele zur  $\log f$ -Achse im Abstand  $\log R$  ist. (Bild L63/2)

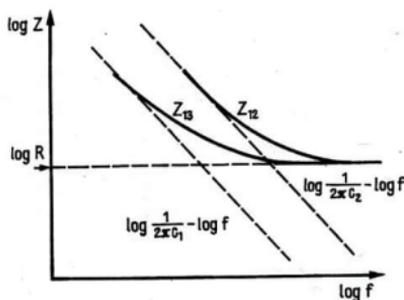


Bild L63/2

Aus (3) ergibt mit  $\omega = 2\pi \cdot f$

$$Z_{23} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

und

$$\log Z_{23} = \log \left[ \frac{1}{2\pi} \cdot \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \right] - \log f. \quad (5)$$

Auf logarithmischem Papier ist der zu (5) gehörige Graph eine im Winkel von  $45^\circ$  fallende Gerade (Bild L63/3).

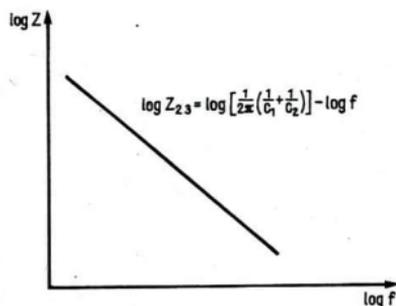


Bild L63/3

c) Aus (3) folgt

$$\frac{1}{\omega \cdot C_2} = Z_{23} - \frac{1}{\omega \cdot C_1}.$$

Damit wird aus (2)

$$Z_{13}^2 = R^2 + \left( Z_{23} - \frac{1}{\omega \cdot C_1} \right)^2 = R^2 + Z_{23}^2 - \frac{2Z_{23}}{\omega \cdot C_1} + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_1^2}. \quad (3a)$$

Subtrahiert man (3a) von (1), dann erhält man

$$Z_{12}^2 - Z_{13}^2 = -Z_{23}^2 + \frac{2Z_{23}}{\omega \cdot C_1}$$

und daraus

$$C_1 = \frac{2Z_{23}}{\omega \cdot (Z_{12}^2 - Z_{13}^2 + Z_{23}^2)}.$$

Analog erhält man

$$C_2 = \frac{2Z_{23}}{\omega \cdot (-Z_{12}^2 + Z_{13}^2 + Z_{23}^2)}.$$

Aus (1) erhält man dann

$$R = \sqrt{Z_{12}^2 - \frac{1}{\omega^2 \cdot C^2}}.$$

d) Die beiden Kondensatoren liegen an den Buchsen, zwischen denen sich der in Bild L63/3 gefundene Zusammenhang ergibt. An der dritten Buchse liegt dann der Widerstand.

e) Der durch den Spannungsmesser fließende Strom beeinflusst die Messungen nur bei kleinen Frequenzen, wenn seine Stärke sich nicht stark von der des Stromes durch die Black-box unterscheidet. Das macht sich in einer Krümmung der Graphen nach unten bemerkbar.

Bei größeren Frequenzen kann man den Strom durch den Spannungsmesser vernachlässigen.

## L64

Zuerst wird ein Spannungsmeßgerät nacheinander zwischen die Buchsen 1, 2; 1, 3; 1, 4; 2, 3; 2, 4 und 3, 4 (Bild L64/1) gelegt.

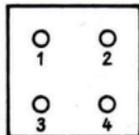


Bild L64/1

Im vorliegenden Fall sind alle gemessenen Spannungen 0. Es befindet sich also keine Spannungsquelle im Kasten. Es werden nach der Meßschaltung (Bild L64/2) für alle Kombinationen  $i, j$  ( $i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3, 4, i \neq j$ ) Stromstärke-Spannung-Charakteristiken für Gleich- und Wechselspannung aufgenommen. Es ergeben sich zwischen 1, 2 und 3, 4 die in den Bildern L64/3a und L64/3b dargestellten Graphen. Bei allen anderen Kombinationen fließt kein Strom.

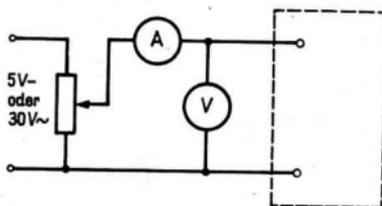
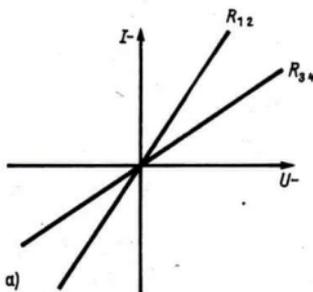
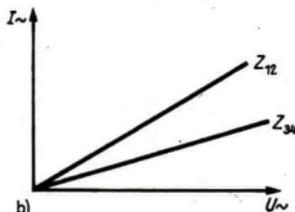


Bild L64/2



a)



b)

Bild L64/3

Man erkennt:

Bei Gleichspannung ergeben sich Graphen, die zum Nullpunkt symmetrisch liegen. Das läßt auf ohmsche Widerstände schließen.

$$R_{12} = \frac{U_{-12}}{I_{-12}} \quad \text{und} \quad R_{34} = \frac{U_{-34}}{I_{-34}} \quad (1)$$

Bei Wechselspannung ergeben sich ebenfalls Geraden, aber mit geringerer Steigung. Das läßt auf Induktionsspulen schließen. Das Ersatzschaltbild L64/4 zeigt den Inhalt des Kastens. Die Impedanzen betragen

$$Z_{12} = \frac{U_{\sim 12}}{I_{\sim 12}} = \sqrt{R_{12}^2 + \omega^2 \cdot L_{12}^2} \quad \text{und} \quad (2)$$

$$Z_{34} = \frac{U_{\sim 34}}{I_{\sim 34}} = \sqrt{R_{34}^2 + \omega^2 \cdot L_{34}^2}$$

Daraus ergibt sich mit  $\omega = 2\pi \cdot f$ :

$$L_{12} = \frac{1}{2\pi \cdot f} \cdot \sqrt{Z_{12}^2 - R_{12}^2},$$

$$L_{34} = \frac{1}{2\pi \cdot f} \cdot \sqrt{Z_{34}^2 - R_{34}^2}.$$

Es ist die Kopplung zwischen den Spulen zu untersuchen. Dazu wird Wechselspannung an 1, 2 angelegt und die Spannung an 3, 4 gemessen. Man findet  $\frac{U_{34}}{U_{12}} = \text{const.}$ , d. h., die Spulen sind induktiv gekoppelt (Transformator).

Aus  $\frac{U_{34}}{U_{12}} = \frac{w_{34}}{w_{12}}$  läßt sich das Verhältnis der Windungszahlen berechnen. Es lassen sich

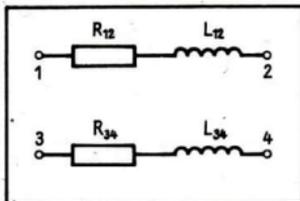


Bild L64/4

noch weitere Parameter bestimmen, z. B. der Wirkungsgrad  $\eta = \frac{P_{\text{sek}}}{P_{\text{prim}}}$  in Abhängigkeit von der Belastung.

Bei der Fehlerabschätzung ist die Meßgenauigkeit der Geräte und der Einfluß des Innenwiderstandes der Meßgeräte auf die Meßwerte zu berücksichtigen.

**L65**

a) Die Meßwerte werden in folgende Tabelle eingetragen:

$m_i$ ( $10^{-3}$ kg)	$F_i$ ( $10^{-2}$ N)	$l_i$ ( $10^{-3}$ m)	$\Delta l_i$ ( $10^{-3}$ m)
15	15		
20	20		
.	.		
105	105		

Dabei ist  $F_i = m_i \cdot g$  und  $\Delta l_i = l_i - l_0$ .  
Es ergibt sich das  $\Delta l$ - $F$ -Diagramm (Bild L65).

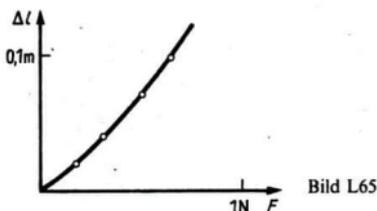


Bild L65

b) Wir gehen vom Hookeschen Gesetz aus:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A} \quad (1)$$

Dann ergibt sich bei Erhöhung der Masse um  $\Delta m_i$

$$\frac{l_{i+1} - l_i}{l_i} = \frac{1}{E} \frac{F_{i+1} - F_i}{A_i} \quad (i = 2 \dots 10)$$

und mit

$$l_{i+1} - l_i = \Delta l_i \quad \text{und} \quad F_{i+1} - F_i = \Delta F_i \quad \text{schließlich} \quad (2)$$

$$V_i = A_i \cdot l_i = \frac{l_i^2 \cdot \Delta F_i}{E \cdot \Delta l_i}$$

Für sehr kleine Änderungen ergibt sich die Beziehung

$$V = \frac{l^2 \cdot dF}{E \cdot dl} \quad (2)$$

Mit (2) läßt sich folgende Tabelle ausfüllen:

$m_i$ ( $10^{-3}$ kg)	$F_i$ (N)	$l_i$ ( $10^{-3}$ m)	$\Delta l_i$ ( $10^{-3}$ m)	$V_i$ ( $10^{-9}$ m <sup>3</sup> )
35—25	0,1			
45—35	0,1			
.	.			
.	.			
105—95	0,1			

Es ergibt sich

$$\frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\min}} < 0,1 \text{ (10\%)}.$$

Im Rahmen der Meßgenauigkeit kann also angenommen werden  $V = \text{const.}$

c) Da das Hookesche Gesetz (1) nahezu gilt, ist

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{E \cdot A}{l} = \frac{E \cdot V}{l^2} \quad (4)$$

nahezu konstant, und es gilt für die Schwingungsdauer  $T$  des am Gummifaden hängenden Massestücks

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (5)$$

Aus (3), (4) und (5) ergibt sich

$$V = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot l^2}{E \cdot T^2}$$

## L66

a) Die Linse wird auf den Spiegel gelegt und der Bleistift mit der Muffe am Stativ befestigt. Linse und Spiegel werden so lange verschoben, bis man senkrecht nach unten blickend den Bleistift und sein Bild nebeneinander sieht (Bild L66/1). Damit Gegenstand

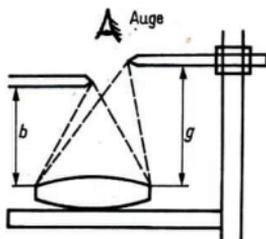


Bild L66/1

und Bild gleichzeitig scharf gesehen werden, müssen sie sich im gleichen Abstand vom Auge befinden.

In diesem Falle sind Gegenstands- und Bildweite gleich, und der Abbildungsmaßstab ist 1.

Ob die 1:1-Abbildung tatsächlich realisiert ist, läßt sich genau feststellen, wenn man bei einer Bewegung des Auges auf parallaktische Verschiebungen zwischen Bild und Gegenstand achtet. Nur wenn die Abstände gleich sind, zeigen die Spitzen aufeinander. Da der Spiegel die Lichtstrahlen reflektiert, durchdringt das Licht die Linse zweimal. Die vorliegende Abbildung entspricht daher der Abbildung mit zwei direkt hintereinander gestellten Linsen. Es gilt also:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{mit} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_L} + \frac{1}{f_L}, \quad (1)$$

das heißt, die effektive Brennweite  $f$  ist gleich der halben Brennweite der Linse. Für die 1:1-Abbildung ist daher (Bild L66/2)

$$g = b \quad \text{und} \quad \frac{2}{g} = \frac{2}{f_L} \quad \text{bzw.} \quad f_L = g. \quad (2)$$

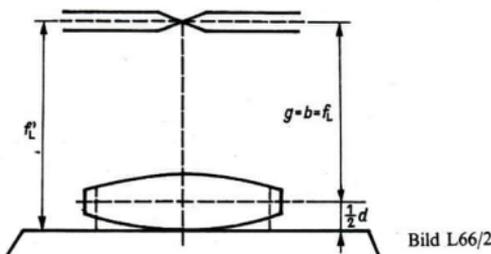


Bild L66/2

Um die geforderte Genauigkeit zu erreichen, wird aus mehreren Messungen der Mittelwert errechnet, oder es erfolgt die Angabe eines Unsicherheitsintervalls, das man durch Auftreten der Parallaxe bestimmt.

Vom Abstand Bleistiftspitze—Spiegel ist noch die halbe Linsendicke zu subtrahieren.

$$f_L = f_L' - \frac{d}{2}.$$

b) Die Brechzahl  $n$  des Linsenmaterials läßt sich aus

$$\frac{1}{f_L} = (n - 1) \cdot \frac{2}{r} \quad (3)$$

berechnen, wenn die Brennweite  $f_L$  und der Krümmungsradius der symmetrischen Bikonvexlinse bekannt sind. Der noch nicht bekannte Krümmungsradius  $r$  der Linse läßt sich bestimmen, wenn man etwas Wasser auf den Spiegel gießt und die Linse ins Wasser legt. Es bildet sich eine plankonkave Wasserlinse, deren einer Krümmungsradius gleich dem der Glaslinse ist und deren anderer den Wert  $\infty$  hat (Bild L66/3). Mit der bekannten Brechzahl des Wassers kann man für die Wasserlinse aus (3) mit  $r_1 = -r$  und  $r_2 = \infty$  den Krümmungsradius berechnen:

$$-\frac{1}{f_w} = (n_w - 1) \cdot \frac{1}{r}. \quad (4)$$



Bild L66/3

Die Brennweite  $f_w$  bestimmt man, indem man die Brennweite  $f'$  der Linsencombination

nach dem gleichen Verfahren wie in a) ermittelt. Mit  $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_L} + \frac{1}{f_w}$

und (4) erhält man

$$r = -(n_w - 1) \cdot f_w = -(n_w - 1) \cdot \frac{f_L \cdot f'}{f_L - f'}$$

und damit aus (3)

$$n = \frac{f' \cdot (n_w - 1)}{2(f' - f_L)} + 1.$$

## L67

a) Für die Beschleunigung des Zylinders gilt

$$a = \frac{2s}{t^2}. \quad (1)$$

b) Bezeichnet man die Beschleunigung des Körpers mit der Masse  $m$  (Bild 67) mit  $a_m$ , so erhält man die Kraft  $F_s$ , die der am Seil hängende Körper über dieses Seil auf die Walze überträgt, als Differenz aus seiner Gewichtskraft und der Kraft, die seine eigene Beschleunigung bewirkt:

$$F_s = m \cdot g - m \cdot a_m. \quad (2)$$

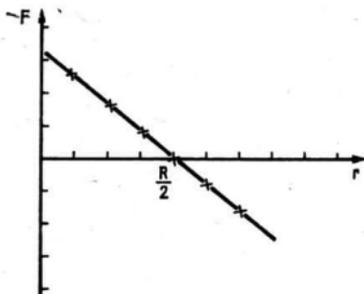


Bild L67

Die Beschleunigung  $a$  des Schwerpunktes des Zylinders wird bewirkt durch die Differenz aus der Seilkraft  $F_s$  und der Reaktionskraft  $F$  zwischen Zylinder und Unterlage:

$$M \cdot a = F_s - F. \quad (3)$$

Wenn der Zylinder sich um einen Winkel  $\alpha$  dreht, bewegt sich der Körper um die Strecke

$$x_m = (R + r) \cdot \alpha.$$

Außerdem ist

$$a_m = (R + r) \frac{a}{R}. \quad (4)$$

Aus den Gleichungen (2), (3) und (4) folgt

$$F = m \cdot g - \left[ m \cdot \left( 1 + \frac{r}{R} \right) + M \right] \cdot a . \quad (5)$$

c) Die experimentellen Ergebnisse (Bild L67) zeigen, daß für kleine Abstände  $r_1$  die Größen  $M \cdot a$  und  $F_s$  entgegengesetzte Richtung haben, für große Abstände  $r_1$  hingegen gleich gerichtet sind.

Für kleine Werte von  $r$  ist das von den Seilkräften erzeugte Drehmoment zu klein, um eine Winkelbeschleunigung zu bewirken, die so groß ist, daß der Zylinder nicht gleitet. Die Reaktionskraft ist dann der Bewegungsrichtung des Schwerpunktes entgegengerichtet und ergibt ein zusätzliches Drehmoment.

Für große Werte von  $r$  ist das von den Seilkräften erzeugte Drehmoment zu groß, und die Reaktionskraft ist so gerichtet, daß sie ein diesem entgegengesetztes Drehmoment erzeugt.

Aus dem Drehimpulserhaltungssatz ergibt sich

$$F_s \cdot r + F \cdot R = J \cdot \alpha = J \cdot \frac{a}{R} .$$

( $J$ : Trägheitsmoment des Zylinders).

Mit Hilfe der Gleichungen (3) und (5) werden  $F_s$  und  $a$  eliminiert. Nimmt man weiterhin (unter Vernachlässigung der Stufenscheiben) das Trägheitsmoment des Zylinders mit

$$J = \frac{1}{2} M \cdot R^2$$

an, dann ergibt sich

$$F = m \cdot g \cdot \frac{1 - 2 \frac{r}{R}}{3 + 2 \frac{m}{M} \cdot \left( 1 + \frac{r}{R} \right)^2} .$$

$$\text{Für } r = 0 \text{ folgt daraus } F = \frac{m \cdot g}{3 + 2 \frac{m}{M}} > 0 ,$$

$$\text{für } r = R \quad F = \frac{-m \cdot g}{3 + 8 \frac{m}{M}} < 0 .$$

Da  $\frac{m}{M} \ll 1$ , gilt näherungsweise

$$F = \frac{1}{3} \cdot m \cdot g \left( 1 - 2 \frac{r}{R} \right) .$$

$F$  ist also annähernd linear von  $r$  abhängig und verschwindet bei  $\frac{r}{R} = \frac{1}{2}$ , also etwa für  $2r = R$  (Bild L67).

## L68

Es bedeuten:

$R_1$ : Widerstand des ersten Spannungsmessers

$R_2$ : Widerstand des zweiten Spannungsmessers

$R_i$ : Innenwiderstand der Spannungsquelle

$E$ : Ursprung

$U$ : Spannungsabfall am Spannungsmesser  $V_1$  im Stromkreis a

$U_1$ : Spannungsabfall am Spannungsmesser  $V_1$  im Stromkreis b

$U_2$ : Spannungsabfall am Spannungsmesser  $V_2$  im Stromkreis b

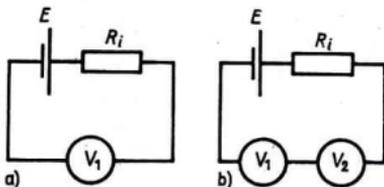


Bild L68/1

a) Im Stromkreis a gilt (Bild L68/1a):

$$\frac{E}{U} = \frac{R_i + R_1}{R_1} \quad (1)$$

und im Stromkreis b (Bild L68/1b):

$$\frac{E}{U_1} = \frac{R_1 + R_2 + R_i}{R_1} \quad (2)$$

$$\frac{E}{U_2} = \frac{R_1 + R_2 + R_i}{R_2} \quad (3)$$

Aus (2) folgt

$$E = U_1 \cdot \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_i}{R_1} \right) \quad (4)$$

Aus (1) ergibt sich

$$\frac{R_i}{R_1} = \frac{E}{U} - 1 \quad (5)$$

und bei Division von (3) durch (2)

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1} \quad (6)$$

Setzt man (5) und (6) in (4) ein, dann folgt

$$E = \frac{U \cdot U_1}{U - U_1}$$

b) Der Widerstand  $R$ , der Spannungsmesser  $V$  und die Spannungsquelle  $E$  werden einmal in Reihe, einmal parallel geschaltet (Bild L68/2).

Im Stromkreis a gilt

$$U = E - I \cdot R_i = R_1 \cdot I_1 = R \cdot I_2$$

$$\text{und } I = I_1 + I_2.$$

Daraus folgt

$$\frac{1}{R} = \frac{E}{R_i} \cdot \frac{1}{U} - \left( \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_1} \right) = k_1 \cdot \frac{1}{U} + l_1 \quad (6)$$

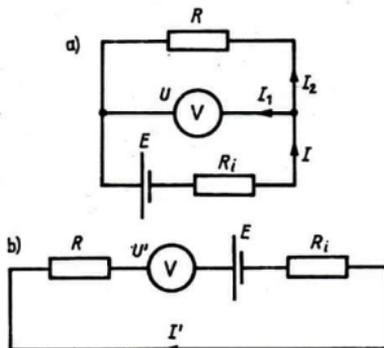


Bild L68/2

Im Stromkreis b gilt

$$U' = I' \cdot R_1 = \frac{E}{R_1 + R + R_i}$$

Daraus folgt

$$\frac{1}{U'} = \frac{1}{E \cdot R_1} \cdot R + \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{R_i}{R_1} \right) = k_2 \cdot R + l_2 \quad (7)$$

Die Zusammenhänge

$$\frac{1}{R} = f\left(\frac{1}{U}\right) \quad \text{und} \quad \frac{1}{U'} = f(R)$$

werden durch Meßreihen ermittelt und grafisch dargestellt. Aus den Anstiegen und den Schnittpunkten der Graphen mit den Ordinaten kann man die gesuchten Größen  $E$ ,  $R_1$  und  $R$  bestimmen.

## L69

Mit dem Zweistrahloszillographen lassen sich gleichzeitig die Spannungsverläufe  $U(t)$  der Sinusspannung am Generator und des Spannungsabfalls  $U_R(t)$  am Widerstand aufzeichnen. Mit Hilfe der Kurve für die Sinusspannung wird der Oszillograph geeicht. Dazu werden die gegebenen Größen (Frequenz und Peak-to-Peak-Spannung) genutzt. Für  $U_R(t)$  zeigt sich auf dem Schirm das in Bild L69 dargestellte Oszillogramm. Man erkennt daran:  $U_R(t)$  verläuft in Durchlaßrichtung wie  $U(t)$ , in Sperrichtung ergibt sich der Spannungsverlauf beim Entladen des Kondensators über den Widerstand. Für den Entladevorgang gilt

$$U_R(t) = U_{R0} \cdot e^{-t/R \cdot C} \quad (1)$$

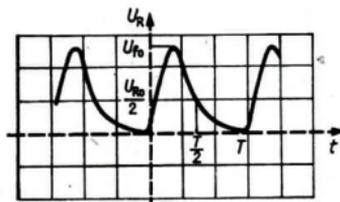


Bild L69

Dabei ist  $U_{RO}$  die Spannung zu Beginn des Entladevorgangs. Die Entladezeit ist gleich einer halben Periode (für diese Zeit liegt jeweils die Spannung  $U(t)$  in Sperrrichtung der Diode). Aus Bild L69 entnimmt man:

$$\text{Für } t = \frac{T}{2} \text{ ist } U_R = \frac{U_{RO}}{2}.$$

Damit ergibt sich aus (1)

$$R = \frac{T}{2 \cdot C \cdot \ln 2}.$$

$C$  ist gegeben,  $T$  erhält man aus dem Oszillogramm. Die Leistung ist

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{U_R^2}{R} \cdot dt = \frac{1}{R \cdot T} \cdot \int_0^T U_R^2 \cdot dt.$$

Wertepaare  $U_R$  und  $t$  können dem Oszillogramm entnommen werden. Damit läßt sich die Integration numerisch ausführen.

## L70

Man läßt zuerst den Laserstrahl senkrecht durch das transparente Objektmikrometer fallen. Das Mikrometer wirkt als Gitter mit der Gitterkonstanten  $b_0 = 0,01$  mm, und man erhält an der Wand ein Interferenzbild. Die Wellenlänge  $\lambda_L$  des Laserlichtes ergibt sich aus

$$n \cdot \lambda_L = b_0 \cdot \sin \alpha_n = b_0 \cdot \frac{s_n}{e_n}. \quad (1)$$

Es bedeuten:

$n$ : Ordnung des Maximums

$\alpha_n$ : Beugungswinkel des  $n$ -ten Maximums

$s_n$ : Abstand des  $n$ -ten Maximums vom Hauptmaximum

$e_n$ : Abstand des  $n$ -ten Maximums vom Gitter.

Das Objektmikrometer wird nun gegen das Gitter ausgetauscht. Aus dem jetzt entstehenden Interferenzbild entnimmt man die notwendigen Strecken zur Berechnung der Gitterkonstanten

$$b = \frac{n \cdot \lambda_L}{\sin \alpha_n} = \frac{n \cdot e_n \cdot \lambda_L}{s_n}.$$

Jetzt wird die Lampe durch das Gitter betrachtet. Man markiert im Spektrum erster Ordnung die Richtungen der Schenkel des Beugungswinkels  $\alpha_{\text{gelb}}$  für das Maximum der gelben Linie. Die Abstände  $s$  und  $e$  lassen sich messen und  $\lambda_{\text{gelb}}$  aus

$$\lambda_{\text{gelb}} = b \cdot \sin \alpha_{\text{gelb}} = b \cdot \frac{s}{e}$$

berechnen.

## L71

a) Nach Einschalten des Motors erhält man das in Bild L71/1 dargestellte  $\varphi$ - $t$ -Diagramm. Die Winkelgeschwindigkeiten zu den Zeiten  $t'_i = \frac{t_{i+1} + t_i}{2}$  lassen sich berechnen aus

$$\omega_i(t'_i) = \frac{\pi}{t_{i+1} - t_i}. \quad (1)$$

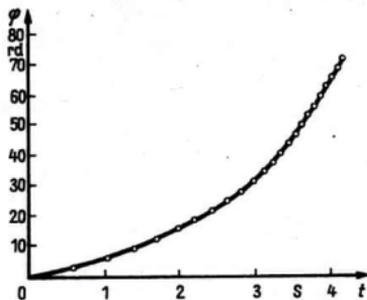


Bild L71/1

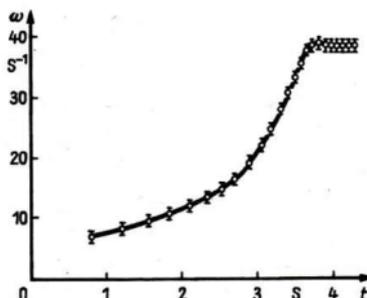


Bild L71/2

Die Zeitintervalle  $t_{i+1} - t_i$  entsprechen jeweils einer halben Umdrehung des Zylinders. Das  $\omega$ - $t$ -Diagramm zeigt Bild L71/2.

Durch Vergleich der Zeitintervalle für halbe Umdrehungen nach Erreichen der konstanten Endgeschwindigkeit kann man auf leichte Unwucht des Zylinders schließen. Die Abweichungen können bei der Berechnung der Winkelgeschwindigkeiten vernachlässigt werden, wirken sich aber bei der Berechnung der Beschleunigungen aus. Um den Unwuchtfehler auszuschalten, ist es zweckmäßig Zeitintervalle  $\Delta t$  für ganze Umdrehungen zu betrachten. Die Winkelbeschleunigungen können dann nach

$$\alpha(t_i'') = \frac{\Delta\omega_i}{\Delta t_i}$$

$$\text{mit } \Delta t_i = t_{2i+2} - t_{2i}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{t_{2i+3} - t_{2i+1}} - \frac{2\pi}{t_{2i+1} - t_{2i-1}}$$

$$\text{und } t_i'' = t_{2i+1}.$$

In Bild L71/3 ist das  $\alpha$ - $t$ -Diagramm dargestellt.

b) Das Drehmoment ohne Berücksichtigung der Reibung läßt sich berechnen aus

$$M(t) = J \cdot \alpha(t).$$

$J$  ist gegeben, die Werte für  $\alpha(t)$  können Bild L71/3, die zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten Bild L71/2 entnommen werden. Damit ergibt sich das  $M$ - $\omega$ -Diagramm (Bild L71/4, durchgezeichnete Kurve).

Die Leistungswerte berechnet man nach

$$P = M(t) \cdot \omega(t).$$

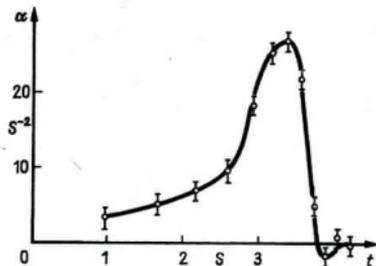


Bild L71/3

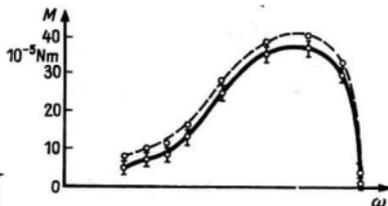


Bild L71/4

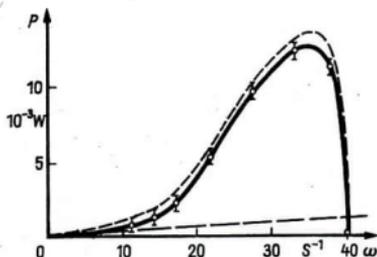


Bild L71/5

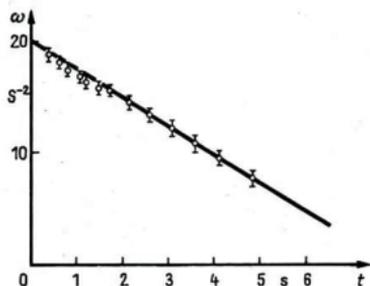


Bild L71/6

Bild L71/5 zeigt das  $P$ - $\omega$ -Diagramm ohne Berücksichtigung der Reibung (durchgezogene Kurve). Um die Reibung zu ermitteln, nimmt man das  $\omega$ - $t$ -Diagramm auf, nachdem man den Motor ausgeschaltet hat und er ausläuft. Es ergibt sich Bild L71/6. Das durch die Reibungskraft hervorgerufene Drehmoment ist nahezu konstant:

$$M' = J \cdot \alpha' = J \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

In Bild L71/4 ist  $M(t) + M'$  und in Bild L71/5 ist  $P + P' = [M(t) + M'] \cdot \omega(t)$  in Abhängigkeit von  $\omega$  gestrichelt dargestellt.

## L72

a) Die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten der Zentren der in der quaderförmigen Black-box versteckten Magnete lassen sich mit Hilfe des zusätzlichen Magneten bestimmen. Dazu ist es zweckmäßig, mit diesem Magneten ein Fadenpendel herzustellen und dieses über die Flächen der Black-box zu bewegen. Aus den Kraftwirkungen kann man auf die

Lage der Magnetfelder und damit der Magnete schließen. Wenn man im vorliegenden Fall das Pendel über die  $x$ - $y$ -Ebene der Black-box bewegt und der pendelnde Magnet so angehängt ist, daß sein  $B$ -Vektor in Richtung der  $z$ -Achse zeigt, dann findet man drei Stellen mit starker Kraftwirkung, und zwar bei Bewegung in  $x$ -Richtung zweimal hintereinander Anziehung und einmal Abstoßung. Die Kräfte maxima liegen auf der Mittellinie der Fläche in  $x$ -Richtung. Dreht man den Kasten um und wiederholt die Untersuchung, dann erhält man auf der gegenüberliegenden Seite an den gleichen Stellen Kräfte maxima, diesmal aber Abstoßung — Anziehung — Abstoßung. Das läßt darauf schließen, daß sich zwei Magnete im Kasten befinden, deren Lage in Bild L72/1 dargestellt ist. Durch Überprüfungsversuche für andere Stellungen der Black-box läßt sich die Vermutung bestätigen.

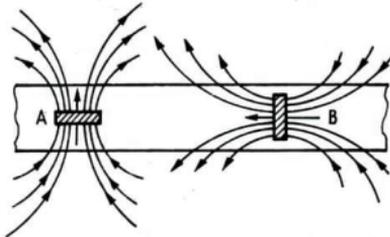


Bild L72/1

Die  $z$ -Koordinaten der Magnetmittelpunkte lassen sich auf folgende Weise ermitteln. Man untersucht für den unvertickten Magneten den Zusammenhang zwischen  $B_z$  und dem senkrechten Abstand vom Magnetmittelpunkt. Zur Aufnahme der Kurve (Bild L72/2) wird die Induktionsspule des Meßsystems im Magnetfeld gleichförmig vom jeweiligen Meßpunkt bis zu einem Abstand, bei dem keine Spannung mehr induziert wird, entfernt und der Ausschlag des Meßinstruments registriert. Danach wird  $B_z$  auf der Oberfläche der Black-box bestimmt. Aus Bild L72/2 erhält man die gesuchten  $z$ -Werte.

b) Zur Eichung des Meßsystems werden die Induktionsspannungen in bekannten Magnetfeldern gemessen. Dazu wird die in Bild L72/3 dargestellte Schaltung benutzt. Für die magnetische Induktion  $B$  im Spalt zwischen den Feldspulen gilt

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2l + d}$$

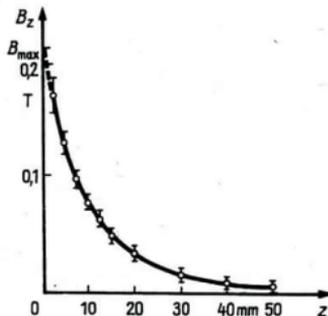


Bild L72/2

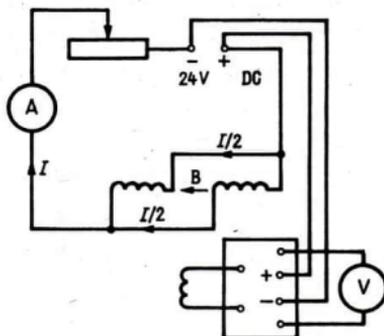


Bild L.72/3

Dabei bedeuten:

$N$ : Anzahl der Windungen

$l$ : Länge

$d$ : Breite des Spaltes

$I$ : gemessene Stromstärke.

Für verschiedene  $B$  werden die Spannungen gemessen, die induziert werden, wenn man die Induktionsspule aus dem Spalt entfernt (immer mit gleicher Geschwindigkeit). Der Zusammenhang zwischen  $B$  und  $U$  wird in einer Eichkurve dargestellt.

Damit können die in b) und c) verlangten  $B$ -Werte bestimmt werden.

Schüler und Studenten, die sich durch das Lösen geeigneter Physikaufgaben auf die Bewältigung der in dieser Aufgabensammlung gestellten Aufgaben mit sehr hohen Ansprüchen vorbereiten wollen, können nachfolgende Literatur benutzen:

1. R. A. Gladkova  
„Fragen und Aufgaben zur Physik“  
VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1978
2. Autorenkollektiv  
„Physik Verstehen durch Üben“  
VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1980
3. I. S. Slobodezki, L. G. Aslamasow  
„Nachgedacht und mitgemacht“  
Kleine naturwissenschaftliche Bibliothek, Bd. 55, BSB B. G. Teubner  
Verlagsgesellschaft Leipzig, 1984

