
Hanns H.F. Schmidt

Kein Ärger mit der Algebra

Illustrationen von Harri Parschau
1966 Kinderbuchverlag
MSB: Nr. 35
Abschrift und LaTeX-Satz: 2020

<https://mathematika.de>

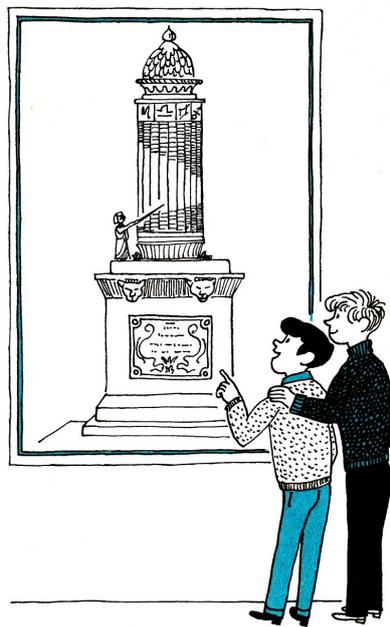
1 Die Uhr des Herrn Ktesibios läuft nicht mehr

Kennt ihr Herrn Ktesibios? Er lebte vor mehr als 2000 Jahren in Ägypten und hat eine Wasseruhr gebaut. Alte Geschichten erzählen, dass diese Uhr von den Bürgern Alexandrias sehr geschätzt wurde.

Und gerade diese Uhr war es, die für Bernd und Günter beim Aufspüren einer ungewöhnlichen Aufgabe für den Wettstreit der Jungen Techniker so bedeutend wurde.

Im Polytechnischen Museum, das sie kreuz und quer durchstreift hatten, waren sie auf eine Zeichnung von einer Wasseruhr gestoßen. Diese Uhr - war die Uhr des Herrn Ktesibios.

Als sich Günter und Bernd mit der Konstruktion der Uhr beschäftigten, kamen sie immer mehr zu der Überzeugung, dass sie ihre Aufgabe gefunden hatten: Sie wollten die Uhr des Herrn Ktesibios nachbauen, und sie wussten auch schon wo das fertige Werk seinen Platz finden würde: mitten auf dem Schulhof. Doch das sollte vorerst noch Geheimnis bleiben.



2 Ohne Mathematik geht es nicht

Am nächsten Tag trafen sich die beiden angehenden Konstrukteure. Günter hatte eine Skizze der Wasseruhr entworfen und eine Übersicht der für ihren Bau notwendigen Voraussetzungen angefertigt.

So war zum Beispiel der Flächeninhalt der benötigten Bleche und das Volumen des Zylinders zu berechnen und festzustellen, welche lichte Weite und Länge die Rohre haben mussten, damit die Uhr richtig funktioniert und der Wetterhahn die richtige Zeit anzeigen konnte.

Hm ... einfach drauflos bauen ging also nicht. Es war eine ganze Menge dabei zu berechnen, und so machten sich Bernd und Günter daran, die mathematischen Aufgaben zusammenzustellen, die nach ihrer Meinung vordringlich zu lösen waren, wollten sie zu ihrem Ziel, zur Wasseruhr des Ktesibios, kommen.

Hier sind die ersten Aufgaben:

1. Wie lang muss die Skale, der Zeitanzeiger, für 24 Stunden sein, wenn jede Einheit 3 cm groß werden soll?

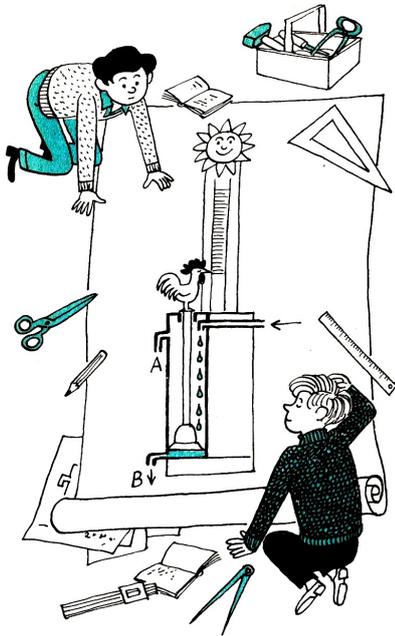
2. Wenn man innerhalb einer Einheit (eine Stunde) noch die Viertelstunden ablesen möchte, wie lang muss auf der Skala die betreffende Strecke sein!
3. Wie hoch muss die Wassersäule im zylindrischen Gefäß werden, wenn der Zeiger genau einmal die Skalenlänge, die in der 1. Aufgabe berechnet wurde, entlangfahren soll!

Rechnet mit unseren Konstrukteuren. Kontrolliert eure Ergebnisse in der folgenden Aufgabe:

Ergebnis von 1.	Ergebnis von 2.	Ergebnis von 3.	
	mal	mal	gleich 3888
.....		

Und noch eine Kontrollrechnung ist möglich:

Addiert zu dem Ergebnis von 1. das Ergebnis von 3. und zu dieser Summe noch 44 cm (die für die Höhe des Wetterhahnes und des Abschlussstückes der Skale benötigt werden), so erhaltet ihr die Gesamthöhe der Wasseruhr: 188 cm!



"Nach 24 Stunden muss unsere Uhr stehenbleiben", erklärt Günter, nachdem er noch einmal die Konstruktionskizze betrachtet hatte.

"Natürlich, denn durch das Überlaufrohr A fließt das Wasser ab, ohne dass sich der Schwimmer mit dem Wetterhahn noch weiter nach oben bewegen kann.

Deshalb muss nach 24 Stunden der Wasserhahn B geöffnet werden. Dann fließt das Wasser aus dem Zylinder ab, der Schwimmer senkt sich auf den Boden des Gefäßes, und nach dem Schließen des Wasserhahnes B ist unsere Uhr wieder betriebsfertig."

Damit taucht eine neue Frage auf: Wann soll die Uhr bedient werden?

Um Mitternacht wäre es günstig. Doch zu dieser Zeit ist nur die Katze vom Hausmeister auf dem Schulhof anzutreffen. Und die kümmert sich wohl kaum um eine noch so gut ausgetüftelte Wasseruhr. Es blieb demnach nur der Zeitpunkt 11 Uhr mittags. Deshalb bezeichnete Günter in der Konstruktionskizze die tiefste Markierung auf der Skala mit 11

Welche Bezeichnung muss dann der höchste Punkt erhalten? Bernd sagte 12. Günter meinte 11!

Wer hatte falsch überlegt?

Die ersten Aufgaben waren gelöst. Die beiden Freunde griffen zum Werkzeug: Endlich konnte der Bau der Wasseruhr beginnen!

85 Zentimeter lang war das Plastfallrohr einer Dachrinne, das Günters Vater ihnen überlassen hatte. Als es kunstvoll mit einem wasserdichten Boden versehen war, stand der zylindrische Behälter fertig da. Nun wurde das Zuleitungsrohr, aus dem das Wasser gleichmäßig in den Zylinder fließen sollte, genau in eine Bohrung eingepasst und zur Probe durch einen Schlauch mit der Wasserleitung verbunden.

Als Bernd den Wasserhahn öffnete, schoss ein kräftiger Wasserstrahl in den Zylinder, im Nu war der Zylinder gefüllt, und das Wasser lief über den Rand, über Günters Beine, in seine Schuhe ...

Günter ließ den Zylinder fallen, noch ehe Bernd den Wasserhahn schließen konnte.

So ging es auf keinen Fall! Die Wassermenge, die in einer bestimmten Zeit - zum Beispiel in zehn Sekunden - durch das Zuleitungsrohr fließt, muss genau bekannt sein.

Und schließlich ist vorher noch das Volumen des Zylinders zu berechnen. Unzufrieden mit ihrer Leistung trennten sie sich.

3 Die Wassertropfenzähler

Am folgenden Tag regnete es. Die Regentropfen liefen die Fensterscheiben hinunter. Aber sie wurden nicht gezählt. Günter und Bernd wollten nach den Erfahrungen des ersten Tages nun ihre Konstruktion wie richtige Wissenschaftler durch einen Versuch vorbereiten.

Zuerst wird der Versuch durchgeführt. In einem Protokoll wird er kurz beschrieben. Dann werden alle Messwerte (auf die kommt es besonders an!) übersichtlich und sauber in Tabellen eingetragen und in einem Diagramm dargestellt.

Der Versuch führt zu einer Schlussfolgerung, die erkennen lässt, wie man weiterarbeiten muss.

Bernd hatte einen Messzylinder und mehrere Bechergläser bereitgestellt. Günter hatte Plastrohre mit unterschiedlichen lichten Weiten besorgt. Eine Uhr mit Sekundenzeiger war auch da. Ein Heft und mehrere Blätter Millimeterpapier lagen auf dem Tisch, die Forschungen konnten beginnen!

Günter erläuterte seinen Plan: "Ich habe mir überlegt: Wenn man genau weiß, wieviel Liter Wasser in einer Stunde aus dem Zuleitungsrohr fließen und außerdem noch das Volumen des Zylinders kennt, dann lässt sich sehr einfach berechnen, in welcher Zeit der Zylinder gefüllt sein muss."

Was sich aus Günters Überlegungen ergab, wollen wir gemeinsam überprüfen.

Nehmen wir an, dass in einer Stunde 3,5 l Wasser in ein Gefäß mit 28 l Rauminhalt fließen. dann gilt:

Wassermenge in einer Stunde mal Anzahl der Stunden gleich Volumen des Gefäßes

Unbekannt ist dabei nur die Anzahl der Stunden, die wir in der Berechnung durch die Variable x ersetzen:

$$3,5 \cdot x = 28$$

Wir müssen nun für die Variable x die Zahl ermitteln, die als Lösung die Gleichung erfüllt. Es gilt immer der Satz:

Die Variable muss isoliert werden!

Und das bedeutet, dass wir durch gut überlegtes Anwenden der Grundrechenoperationen dafür sorgen, dass die Variable allein auf einer Seite der Gleichung steht.

In unserer Aufgabe

$$3,5 \cdot x = 28$$

müssen wir deshalb die linke Seite der Gleichung durch 3,5 dividieren. Natürlich darf das Gleichheitszeichen nicht übersehen werden. Es gehört unbedingt zur Aufgabe.

Wenn man nur die linke Seite der Gleichung durch 3,5 dividiert, ist die Berechnung von diesem Augenblick an falsch! Einfach aus dem Grunde, weil das Gleichheitszeichen keine Gleichheit mehr anzeigen kann. Die linke Seite der Gleichung ist in ihrem Wert verändert worden, die rechte nicht.

Wir müssen also auch die rechte Seite der Gleichung durch 3,5 dividieren:

$$\frac{3,5x}{3,5} = \frac{28}{3,5} \quad x = 8$$

Lösung: Wenn durch das Zuleitungsrohr in einer Stunde 3,5 l Wasser in den Zylinder von 28 l Fassungsvermögen fließen, dann ist das Gefäß in acht Stunden gefüllt,

Bernd war bei Günters Erklärungen schon ungeduldig geworden. Er behauptete: "Wir brauchen doch nur Versuche zu machen, um die richtige Öffnungsweite des Zuleitungsrohres herauszubekommen!"

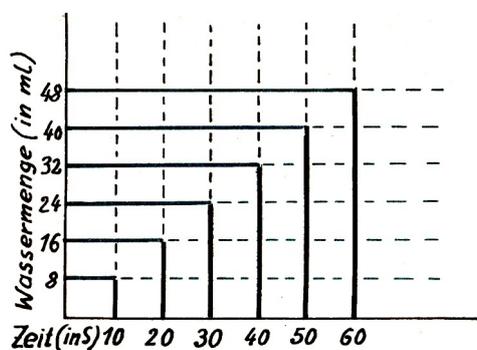
Günter, der von seiner Vorstellung überzeugt war, widersprach ihm sofort: "Am wichtigsten ist die Tatsache, dass sich der Schwimmkörper in 24 Stunden genau um 71 Zentimeter heben muss. Sonst geht die Uhr falsch."

Aber Bernd ließ sich nicht stören. Er wählte ein Plastrohr mit einer feinen Öffnung, schloss es mit einem Schlauch an die Wasserleitung an und ließ die Tropfen in den Messzylinder fallen. Günter führte das Protokoll. Nach dem ersten Versuch hatte er folgende Tabelle notiert:

Zeit (in s)	10	20	30	40	50	60
Wassermenge (in ml)	8	16	24	32	40	48

Unsere Forscher waren mit diesem ersten Ergebnis zufrieden. Die Tropfen fielen auf jeden Fall regelmäßig in den Messzylinder.

Woran ist das in der Tabelle zu erkennen? Zeichnet auf Millimeterpapier ein Streckendiagramm.



Welche Beobachtung könnt ihr machen, wenn ihr die oberen Endpunkte aller Strecken miteinander verbindet?

Und was meinten nun unsere Konstrukteure, als sie das Diagramm gezeichnet hatten! Bernd wollte die Waagerechte des Diagramms so weit nach rechts verlängern, dass man nicht nur 60 Sekunden sondern 24 Stunden darstellen könnte.

24 Stunden entsprechen aber 86400 Sekunden. Und wenn alle Anfangspunkte der verschiedenen Strecken im Diagramm nur einen Zentimeter entfernt wären, würde sich die grafische Darstellung über 8640 Zentimeter oder 86,4 Meter erstrecken!

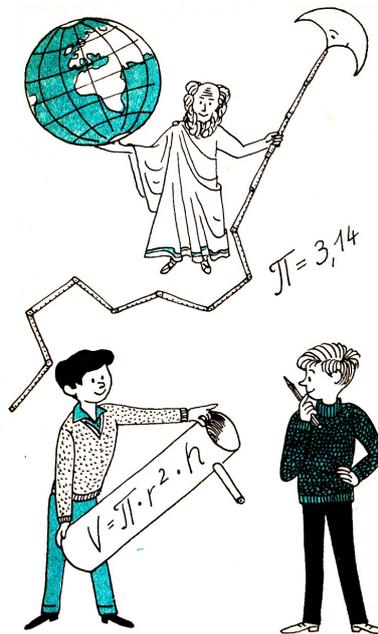
Hier empfahl sich die rechnerische Lösung, weil sie praktischer ist:

In 60 s tropften 48 ml Wasser in den Messzylinder. Bei gleichem Wasserdruck müssten dann in einer Stunde 2880 ml Wasser durch das Rohr fließen.

Wieviel Liter Wasser fließen unter gleichen Bedingungen in 24 Stunden?

Als unsere Experimentatoren das Ergebnis ermittelt hatten, stellte sich heraus, dass sie noch nicht über die Brauchbarkeit des erprobten Zuleitungsrohres entscheiden konnten.

Natürlich! Sie konnten ja nicht das Volumen des Zylinders, den sie am Vortage gebaut hatten.



"Wenn wir den Zylinder hier auf dem Tisch hätten." sagte Günter. "wäre das Problem gelöst. Wir könnten dann den gefüllten Messzylinder so oft in das Gefäß ausgießen, bis der Wasserstand 72 Zentimeter betragen würde. Aber so ...!" Günter zuckte die Schultern. Was war da zu machen?

Die Wissenschaftler haben das Gewicht der Erde ermittelt, ohne sie auf eine Waage zu legen. Und die Entfernung zum Mond hat auch niemand mit einem Gliedermaßstab messen können, und doch kennen wir sie ganz genau. Die Mathematik hat den Wissenschaftlern geholfen. Und unseren Konstrukteuren half sie auch.

"Ich glaube, das wird eine Rechnerei ohne Ende!" stöhnte Günter, als er in einer Zahlentafel die folgende Formel zur Berechnung des Zylindervolumens gefunden hatte:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Das Plastrohr hatte einen Durchmesser von 15 Zentimetern. Ein Glück, dass sie das Rohr genau vermessen halten.

Wie groß war dann der Radius? Und das Quadrat des Radius?

Für den Faktor π wurde 3,14 eingesetzt. Und die Höhe? Na, von ihr sprechen wir ja schon eine ganze Zeit, sie beträgt 72 Zentimeter.

Alle Werte wurden in die Formel eingesetzt:

$$V = 3,14 \cdot 7,5^2 \cdot 72$$

Nach Günters Lösung mussten 12717 ml Wasser in das zylindrische Plastrohr tropfen, wenn der Wasserspiegel von 0 auf 72 Zentimeter steigen sollte.

Habt ihr nachgerechnet?

Das Missgeschick war offenbar: Das untersuchte Zuleitungsrohr war für die entworfene Wasseruhr im wahrsten Sinne des Wortes - überflüssig! Mehr als fünfmal soviel Wassertropfen, als der Zylinder überhaupt aufnehmen konnte, ließ es in 24 Stunden durch.

"Dann brauchen wir uns gar nicht lange bei diesem Versuch aufzuhalten. Ein neues Zuleitungsrohr muss untersucht werden. Die Öffnung muss noch enger sein." entschied Bernd.

"Jede Wette - wir sitzen bei dieser Methode noch in einem Jahr hier." antwortete Günter gereizt.

Das war allerdings stark übertrieben. Aber schließlich wollten sie etwas leisten, und das geht nicht ohne Ausdauer. So setzten die beiden Freunde an diesem Nachmittag ihre Versuche mit den Zuleitungsrohren fort.

Aus ihrem Protokollheft habe ich mir zwei Messreihen abgeschrieben. Wie nahe sie schon am Erfolg waren, erkennt ihr, wenn ihr die Messreihen selbst auswertet.

Welches der beiden Rohre (Nr. 6 oder Nr. 8) weist die kleinste Abweichung zum berechneten Zylindervolumen auf?

Sechster Versuch: Rohr Nr. 6

Zeit (in s)	10	20	30	40	50	60
Volumen (in ml)	2	4	6	8	10	12

Volumen in 1 Stunde: ml = l

Volumen in 24 Stunden: ml = l

Das Fassungsvermögen betrug 12717 ml!

Die Abweichung vom Zylindervolumen beträgt: ml

Achter Versuch: Rohr Nr. 8

Zeit (in s)	20	40	60
Volumen (in ml)	1,6	3,2	4,8

Volumen in 1 Stunde: ml = l

Volumen in 24 Stunden: ml = l

Das Fassungsvermögen betrug 12717 ml!

Die Abweichung vom Zylindervolumen beträgt: ml

Tragt eure Ergebnisse in die entsprechenden Felder ein!

Als die beiden Freunde am Abend die Versuche abrechnen, hatten sie noch immer nicht das richtige Zuleitungsrohr herausgefunden.

"Komisch", meinte Bernd, während er die Geräte zusammenpackte. "wie hat eigentlich der Ktesibios vor mehr als zweitausend Jahren seine Wasseruhr konstruiert? Seine Uhr muss doch

die Zeit richtig angezeigt haben, sonst hätte sie niemand in der Stadt Alexandria öffentlich aufgestellt.

Ich kann mir nicht vorstellen, dass Ktesibios mehr von der Mathematik verstand als wir!"

Auf dem Heimweg hatte Bernd eine Idee. Noch am gleichen Abend schrieb er einen Brief an die Redaktion der Pionierzeitung in Berlin.

Was darin stand? Das war Bernds Geheimnis. Doch schon nach einigen Tagen löste sich seine Spannung, und er lief mit dem Brief - noch nicht einmal geöffnet hatte er ihn - gleich nach dem Mittagessen zu seinem Freund Günter.

4 Ein Brief voller „Rätsel“

"Ein Brief aus Berlin? Von der Pionierzeitung!" Günter staunte. "Und tatsächlich an dich adressiert? ... Sag nur, dass du nach Berlin geschrieben hast, wir bauen eine Wasseruhr. Und sie sollen Trommel-Reporter und Fotografen zu uns schicken! Ich falle in Ohnmacht!"

So schlimm stand es aber nicht, denn Bernd - das war sein Geheimnis - hatte lediglich die Pionierzeitung um Berechnungen und Konstruktionszeichnungen für die Wasseruhr des Ktesibios gebeten.

Als Bernd den Brief endlich öffnete und zu lesen begann, war die nächste Enttäuschung da! Er las den Brief erst gar nicht zu Ende.

"Lass doch mal sehen". drängte Günter. "Der Brief geht ja noch weiter. Hier steht: Sicherlich habt ihr bei eurer Konstruktion Schwierigkeiten, weil ihr die notwendigen Gleichungen nicht lösen könnt. Damit ihr keinen Ärger mit der Gleichungslehre, mit der Algebra habt, schicken wir euch eine Reihe von Aufgaben, die sehr lehrreich für euch sein werden, wenn ihr sie gewissenhaft löst!"

Wir wünschen euch den besten Erfolg für die Arbeit! Schreibt uns bald wieder! Seid bereit!"

"Gerechnet haben wir allein genug!" murmelte der enttäuschte Bernd.

"Das stimmt ... aber mit Gleichungen?" antwortete nachdenklich sein Freund, der inzwischen die Aufgabenbogen aus dem Umschlag genommen hatte.

Und damit ihr, die ihr diese Geschichte nur lest, auch richtig mitmachen könnt, holt euch einen Bleistift und Papier und löst alle Aufgaben, die Bernd aus Berlin geschickt bekommen hat.

Erste Aufgabe

Die verschiedenen Grundrechenoperationen erkennt man an den unterschiedlichen mathematischen Zeichen. Die Mathematiker haben zum Beispiel die Aufforderung "Addiere!" durch das Zeichen + abgekürzt.

Ergänze in den folgenden Aufgaben die mathematischen Zeichen und nenne die betreffende Grundrechenoperation.

Trage hier das mathematische Zeichen ein, damit das Gleichheitszeichen berechtigt ist	Wie heißt die entsprechende Grundrechenoperation?
18 $7\frac{1}{2} = 135$
18 $7\frac{1}{2} = 25\frac{1}{2}$
18 $7\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$
18 $7\frac{1}{2} = 2\frac{2}{5}$

Bedenke: Das Gleichheitszeichen fordert, dass der Wert der linken Seite der Gleichung mit dem der rechten Seite übereinstimmt!

Das war ja nicht schwer. Selbst Bernd fasste wieder neuen Mut. Vielleicht stand die Wasseruhr doch in vierzehn Tagen betriebsfertig auf dem Schulhof!

Während Bernd an die Wasseruhr dachte, war Günter schon bei der nächsten Aufgabe.

Zweite Aufgabe

In der folgenden Tabelle sind Befehle und Aufforderungen zusammengestellt wie sie oft in Textaufgaben vorkommen. Jede Aufforderung oder jeder Befehl lässt sich durch ein mathematisches Zeichen ausdrücken.

Trage jede Aufforderung mit der vorgesetzten Ziffer oder Zahl aus der Tabelle in die richtige Spalte der betreffenden Grundrechenoperation ein. Die Reihenfolge spielt dabei keine Rolle.

- | | |
|---|---|
| (1) Vermindere! | (9) Bilde die Hälfte! |
| (2) Vermehre! | (10) Bilde die Summe! |
| (3) Bilde das Vielfache! | (11) Bilde das Produkt! |
| (4) Bilde das Doppelte! | (21) Bilde die Differenz! |
| (5) Eine Zahl soll um x größer werden! | (40) Bilde den Quotienten! |
| (6) Die Zahl soll zweimal in x enthalten sein | (55) Die Zahl soll um x kleiner sein! |

Welche Aufforderungen entsprechen der Addition, der Subtraktion, der Multiplikation oder der Division?

	Summe der Zahlen		
Addition:	()	()	()
Subtraktion:	()	()	()
Multiplikation:	()	()	()
Division:	()	()	()

Trage nun die Summen in die bezeichneten Felder ein:

Addition			Subtraktion
Multiplikation			Division

Wenn du alle Aufforderungen in die richtigen Spalten eingetragen und fehlerlose Summen gebildet hast, dann muss in der ersten Zeile des Felderpaares das Geburtsjahr und in der zweiten Zeile das Todesjahr des berühmten deutschen Mathematikers Karl Friedrich Gauß zu lesen sein.

Dritte Aufgabe

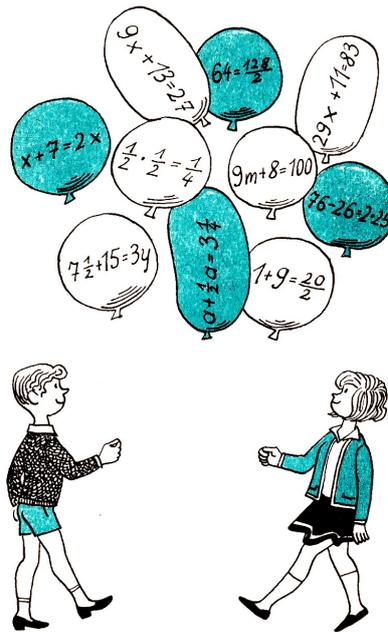
Die Aussage $41 - 8,5 = 32,5$ ist eine Gleichung. In dieser Gleichung kommt keine Variable vor. Betrachte nun aufmerksam die Aussage:

$$x + 7,8 = 17,7$$

Auch diese Aussage ist eine Gleichung. Sie enthält eine Variable, die erst ermittelt werden muss.

Hier begegnen sich zwei Kinder mit Luftballons. Dem einen Kind gehören alle Luftballons, auf denen eine Gleichung mit einer Variablen steht. Zeichne die Bindfäden ein, die zu der Hand des Kindes führen müssen.

Dem anderen Kind gehören nur die Luftballons, auf denen eine Gleichung ohne Variable steht. Zeichne auch hier die Verbindungslinien zu der Hand des Kindes ein.



Als unsere Freunde ihre ergänzten Zeichnungen verglichen, schmunzelte Günter überlegen. Detektiv hätte er werden können, denn er hatte entdeckt, dass ein Luftballon auf dem Bild umherflog, der weder dem einen noch dem anderen Kind gehören konnte. Wer von euch hat genauso gut aufgepasst?

Vierte Aufgabe

Man muss Gleichungen auch lesen können, wenn sie nur durch einen Text ausgedrückt sind. Das ist sehr wichtig, denn in Forschungsinstituten wie in Betrieben braucht man Mathematiker, die Anwendungsaufgaben mit äußerster Sicherheit bewältigen können.

Unsere Aufgabe heißt:

Welche Zahl muss man um 37 vermehren, um 62 zu erhalten? "Übersetze" diesen Text in mathematische Zeichen und damit in eine übersichtliche Aufgabe.

Überlege:

Welche Zahl,	um 37 vermehrt ,	ergibt 62?
Die Zahl ist unbekannt,	Ein Unbekannte um 37 vermehren	Dann erhält man 62
sie muss bestimmt werden:	heißt 37 addieren:	als Summe der Addition
x	$+37$	$=62$

Nun lässt sich die Aufgabe einwandfrei lösen.

Hinweis: Wieder muss die Unbekannte isoliert werden, das heißt: Sie muss allein auf einer Seite der Gleichung stehen. Dabei ist zu beachten, dass die dazu notwendige Rechenoperation auf beiden Seiten der Gleichung ausgeführt werden muss!

$$x + 37 - 37 = 62 - 37$$

$$x = 25$$

Die gesuchte Zahl heißt 25!

Jetzt müssen wir noch eine Probe machen. Wir setzen in die Ausgangsgleichung für die Variable x die gefundene Lösung 25 ein: $25 + 37 = 62$ und $62 = 62$.

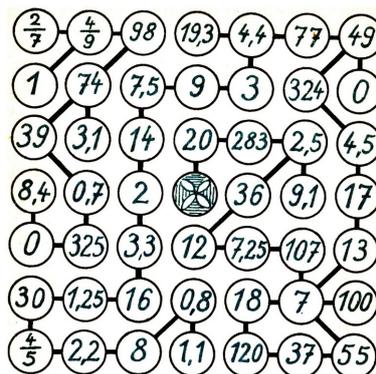
Damit ist die Gleichheit beider Seiten nachgewiesen.

Übt schnell noch einmal alles an der folgenden Aufgabe: Welche Zahl ist in $3\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{2}$ mal enthalten?

Fünfte Aufgabe

Löse die folgenden Aufgaben! Wenn du die Lösung einer Aufgabe gefunden hast (vergiss nicht die Probe zur Kontrolle!), dann suche aus der Zeichnung das entsprechende Feld heraus und schraffiere es.

1. Welche Zahl ergibt, wenn man sie um 25 vermehrt, die Summe 62!
2. Welche Zahl ergibt wenn man sie um 3,4 vermindert, die Differenz 4,1?
3. Welche Zahl muss man um 4,37 vermehren, damit man die Summe 5,62 erhält?
4. Welche Zahl ist um 2,78 kleiner als 7.28?
5. Um welche Zahl muss man 21,35 vermindern, um 14,1 zu erhalten?
6. Welche Zahl muss man mit 4,78 multiplizieren, um 11,95 zu erhalten?
7. Welche Zahl muss man durch 2,5 dividieren, um 1,76 zu erhalten?
8. Mit welcher Zahl muss $1\frac{3}{4}$ multipliziert werden, damit man $1\frac{2}{5}$ erhält!
9. Durch welche Zahl muss man 52 dividieren, um 4 zu erhalten?
10. Welche Zahl ist in 24,123 7,31 mal enthalten?
11. Welche Zahl ergibt wenn man sie um 12 vermehrt, ihr Fünffaches?
12. Welche Zahl ist um 42 kleiner als ihr Siebenfaches?



13. Welche Zahl ist um 15 größer als ihr Viertel?
14. Welche Zahl ergibt, um $\frac{5}{7}$ ihres Wertes vermindert, den Rest 22?
15. Die Hälfte einer Zahl ist um 5 größer als ihr Drittel. Wie heißt die Zahl?
16. Vermehrt man den fünften Teil einer Zahl um 29, so erhält man eine Zahl, die gleich der unbekanntem Zahl vermindert um 15 ist. Wie heißt die Zahl?
17. Welche Zahl ist um 20 größer als die Summe aus ihrer Hälfte und ihrem Drittel?
18. Addiert man zu einer Zahl 39, so erhält man 75. Wie heißt die Zahl?
19. Welche Zahl muss man von 125 subtrahieren, um 76 zu erhalten?
20. Von welcher Zahl muss man 47 subtrahieren, um 60 zu erhalten?

Erkennst du aus den Feldern, die du schraffiert hast, schon den Ausweg aus dem Irrgarten? Noch nicht? Dann löse auch noch den letzten Teil der Aufgaben!

21. Wird von 439 eine Zahl subtrahiert, dann erhält man 156. Bestimme die Zahl!
22. Welche Zahl ergibt, wenn man sie mit 11 multipliziert, das Produkt 187?
23. Mit welcher Zahl muss man 15 multiplizieren, um 240 zu erhalten?
24. Welche Zahl ergibt, wenn man sie durch 12 dividiert, den Quotient 27?



25. Multipliziert man eine Zahl mit 7 und addiert zum Produkt 13, so erhält man 139. Wie heißt die Zahl?
26. Subtrahiert man das Dreifache einer Zahl von 49, so erhält man 7. Wie heißt diese Zahl?
27. Wenn man das Vierfache einer Zahl um 18 vermindert, so erhält man ebensoviel, wie wenn man die Zahl um 18 vermehrt. Wie heißt diese Zahl?
28. Suche eine Zahl, welche die Eigenschaft hat, dass das um 9 verminderte Vierfache derselben gleich ihrem Dreifachen ist!

29. Wie heißt die Zahl, aus der sich dasselbe ergibt, gleichviel, ob man ihr Doppeltes um 11 vermehrt, oder ob man sie mit 5 multipliziert und von dem Produkt 10 subtrahiert?

30. Dividiert man das um 13 vermehrte Vierfache einer Zahl durch 7, so erhält man 3. Wie heißt die Zahl?

Alle schraffierten Felder mit richtigen Lösungen müssen nun auf dem Wege unseres Irrgartens liegen, der in einem Eckfeld beginnt und endlich im Mittelpunkt endet.

5 War Ktesibios ein Musterschüler?

"Ich habe mir die Suche noch einmal durch den Kopf gehen lassen", sagte Bernd am nächsten Morgen zu seinem Freund. "Im Museum haben wir uns alles aufmerksam angesehen. Versuche fanden statt, Protokolle wurden geschrieben. Dann haben wir Diagramme gezeichnet und gerechnet, gerechnet und wieder gerechnet und - am Ziel sind wir immer noch nicht!"

Ktesibios soll die Wasseruhr vor nun schon 2000 Jahren konstruiert haben. in einer Zeit ohne Fabriken und ohne polytechnischen Unterricht. Das kann ich nicht verstehen!"

"Vielleicht war er ein Musterschüler?"

"Ach was! Damals wird es noch nicht einmal Mathematikbücher und Zahlentafeln gegeben haben!"

"Ich weiß es nicht", antwortete Günter. "Aber soviel weiß ich doch: Wir müssen die richtige Gleichung finden, um die passende Öffnungsweite des Zuleitungsrohres herauszubekommen. Wir müssen!"

"Ich habe mir einen anderen Plan ausgedacht."

"Sicherlich schreibst du diesmal an die Akademie der Wissenschaften", spottete Günter.

"Nein, ich gehe selbst hin", entschied Bernd.

"Unmögliche Ideen hast du. Du willst zur Akademie?"

"Doch nicht zur Akademie. In die Bibliothek gehe ich. Heute nachmittag. Du kommst mit und wir lassen uns ein Buch über Ktesibios geben", sagte Bernd.

Zugegeben - das war ein guter Einfall. Vielleicht ließ sich in einem Buch über die Geschichte der Zeitmessung tatsächlich ein Bauplan von Ktesibios' Wasseruhr finden. Dann waren mit einem Schlage alle Sorgen aus der Welt geschafft.

Aber die Bibliothekarin schüttelte gleich den Kopf. Nein, der Bauplan war nicht vorhanden. Doch die Frage, ob Ktesibios schon vor 2000 Jahren ein Musterschüler im Lösen von Gleichungen gewesen sein konnte, ließ sich beantworten.

Aus verschiedenen Werken über die Geschichte der Mathematik schrieben sich unsere Freunde Gleichungen heraus, die älter waren als 2000 Jahre - und die von ihnen doch nicht sofort gelöst

werden konnten!

Einige dieser Aufgaben habe ich mir notiert, und nun sollt auch ihr versuchen, sie zu durchdenken und zu lösen.

6 Ein Mathematikbuch auf Papyrus

Papyrus - das Wort erinnert uns an das Ägypten der Pyramiden. Wie kamen die Menschen des alten Ägyptens aber zur Mathematik?

"Wie alle anderen Wissenschaften ist die Mathematik aus den Bedürfnissen der Menschen hervorgegangen: aus der Messung von Land und Gefäßinhalt, aus der Zeitrechnung und Mechanik."

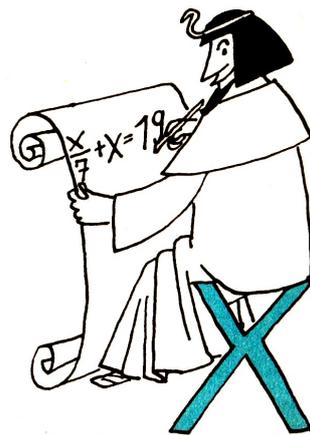
Diese Antwort hat Friedrich Engels gegeben. Der Freund von Karl Marx hat sich sehr ausführlich mit der Entwicklung der menschlichen Gesellschaft und damit auch mit der Geschichte der Naturwissenschaften und Technik beschäftigt.

Schon der griechische Geograph und Schriftsteller Herodot, der im Jahre 425 vor unserer Zeitrechnung starb, schrieb, dass die jährlichen Überschwemmungen durch den Nil nach der Regenzeit die Ägypter zwangen, ihre Felder immer wieder genau zu vermessen.

Die Schreiber, die als Beamte der Verwaltung tätig waren, übernahmen die Feldmessungen und mussten sich deshalb auch mit mathematischen und geometrischen Problemen befassen. Sie mussten die Lagepläne der Äcker zeichnen und die Höhe der Abgaben sowie die Steuern der Pächter berechnen.

Auch der Schreiber Ahmes hatte durch seinen Beruf sehr viel mit mathematischen Aufgaben zu tun. Er hat ein Mathematikbuch geschrieben, das uns überliefert wurde.

Auf einer Papyrusrolle, die über fünf Meter lang und 32 Zentimeter hoch ist, hat er - wie er selbst berichtet - Aufgaben aus älteren Sammlungen ausgewählt und aufgeschrieben. Die Forschungen der Wissenschaftler ergaben, dass das Rechenbuch des Ahmes ungefähr 3600 Jahre alt ist.



In der Sammlung des Ahmes sind auch Gleichungen enthalten. Damit ihr die Aufgaben leichter lösen könnt, ist allerdings der Text des Originals etwas verändert worden.

Hier ist die erste Aufgabe für euch:

Verzehrt ein Siebentel einer Zahl um diese Zahl, und ihr erhaltet 19! Wie heißt die Zahl?

Gut nachgedacht - ein Siebentel, das heißt also, den siebenten Teil der gesuchten Zahl sollen wir zu dieser Zahl addieren, um die Summe 19 zu erhalten. Das wäre unsere "Übersetzung":

$$\frac{x}{7} + x = 19$$

Jeder, der aufmerksam die fünf Aufgaben durchgearbeitet hat, kann wohl kaum noch auf Schwierigkeiten stoßen.

Halt, da bekommt jemand nicht die Summe von $\frac{x}{7} + x$ heraus? Erinnert euch an die Gesetze der Bruchrechnung! Wieviel ist $\frac{1}{7} + 1$?

Und in unserer Gleichung heißt es ausführlich geschrieben auch nur

$$\frac{1}{7}x + 1x = 19$$

Das ergibt nach der Addition

$$\frac{1}{7}x = 19 \quad \text{oder auch} \quad \frac{8}{7}x = 19$$

Jetzt dividiert beide Seiten der Gleichung durch $\frac{7}{8}$, um die Variable x zu isolieren. Beachtet dabei das Gesetz, das angibt, wie man durch einen Bruch dividiert! Heraus kommt:

$$x = 16\frac{5}{8}$$

Erstaunlich, nicht wahr? Eine 3600 Jahre alte Gleichung - und eine gemischte Zahl als Lösung. Wir haben uns auch nicht verrechnet, denn hier ist die Probe, in der wir allerdings zur Vereinfachung für x nicht $16\frac{5}{8}$, sondern den unechten Bruch $\frac{133}{8}$ einsetzen:

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{133}{8} + \frac{133}{8} = 19$$

Die Brüche müssen gleichnamig werden!

$$\frac{133}{56} + \frac{931}{56} = 19 \quad ; \quad \frac{1064}{56} = 19 \quad ; \quad 19 = 19$$

Eure Kenntnisse aus der Bruchrechnung könnt ihr aber auch bei der zweiten Aufgabe aus dem Papyrus des Ahmes anwenden. Rechnet die Aufgabe diesmal selbständig. Sie ist bestimmt nicht schwer:

Addiert zur Unbekannten ihr $\frac{2}{3}$ faches, dazu ihr $\frac{1}{2}$ faches und endlich noch ihr $\frac{3}{7}$ faches, und ihr erhaltet 33! Wie heißt die unbekannte Zahl?

Wenn ihr dann noch die Probe gemacht habt, kann ich euch noch einiges Interessante aus der altägyptischen Mathematik berichten.

Wir sprechen in unseren Aufgaben immer von der Unbekannten oder Variablen und bezeichnen sie in der Gleichung mit x . Die Schreiber im alten Ägypten der Pharaonen taten das noch nicht. Aber in Gleichungen, die sie zum Beispiel zur Berechnung von Vorratsmengen aufstellten, benutzten sie für die Unbekannte regelmäßig die Hieroglyphe 'h' (gesprochen 'hau').

Unsere dritte Aufgabe ist nun eine sogenannte 'hau'-Rechnung aus einem Papyrus, der in Moskau aufbewahrt wird. Aus dem Original übersetzt lesen wir:

"Form der Berechnung eines Haufens, gerechnet $1\frac{1}{2}$ mal zusammen mit 4. Er ist gekommen bis 10. Der Haufen nun nennt sich?"

Das bedeutet mit unseren Worten ausgedrückt: Berechnet eine unbekannte Zahl! Addiert das $1\frac{1}{2}$ fache dieser Zahl und 4. Ihr erhaltet 10. Um welche Zahl handelt es sich?

In die mathematische Formelsprache "übersetzt" heißt das:

$$1\frac{1}{2}x + 4 = 10$$

Im Papyrus steht zum Schluss: "Es entsteht 4. Siehe: 4 nennt sich die Unbekannte. Du hast richtig gefunden!"

Ihr auch?

7 Wer war bei Pythagoras unaufmerksam?

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte von Quadraten, die über den beiden Katheten gebildet werden, genauso groß wie der Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse.

Stimmt. Das ist der Satz des Pythagoras. Aber um den geht es in unserer nächsten Gleichung eigentlich gar nicht.

Der Mathematiker Pythagoras, der ungefähr von 580 bis 500 vor unserer Zeitrechnung lebte, gab selbst Mathematikunterricht. Und Günter und Bernd fanden eine Aufgabe, die uns etwas über die Interessen und die Mitarbeit der Schüler des Pythagoras berichtet.

Pythagoras war ein ausgezeichnete Mathematiker. Längere Zeit hatte er in Ägypten gelebt, bis er um das Jahr 535 vor unserer Zeitrechnung seinen Wohnsitz in Kroton, einer Stadt in Unteritalien, nahm und eine Schule gründete. Seine Schüler unterwies er aber nicht nur in Mathematik, sondern auch in Musik.

In der überlieferten Geschichte wird nun erzählt, dass ein neugieriger Besucher den Pythagoras fragte, wieviel Schüler denn überhaupt zu seinem Unterricht kämen.

Pythagoras machte es dem Neugierigen mit seiner Antwort nicht leicht. Er sagte nicht: 20 Schüler versammeln sich oder acht, sondern er antwortete mit einer Gleichung:



"Die Hälfte der Schüler beschäftigt sich sehr eifrig mit Mathematik. Ein Viertel der Schüler interessiert sich nur für die Musiktheorie. Ein Siebentel meiner Schüler hört wohl zu, aber gibt überhaupt keine Antworten. Und außerdem kommen noch drei Frauen."

Ich glaube euch schon, hätte Pythagoras geantwortet:

Die Hälfte der Schüler lernt Mathematik. die andere Hälfte Musik, und zusammen sind es zehnj; na das wäre kein Problem für euch gewesen. Aber so?

Wie immer bei Gleichungen, müsst ihr zuerst die Aufgabe durchdenken!

Offensichtlich setzt sich die Zahl seiner Schüler aus mehreren Gruppen zusammen. Diese Erkenntnis ist sehr wichtig. Günter hatte sich folgende Lösung überlegt:

"Die Gesamtzahl aller Schüler ist mir unbekannt. Ich stelle sie durch die Variable x dar. Wenn ich nun von der Gesamtzahl x deren Hälfte subtrahiere (nämlich die Mathematik-Schüler), dann noch deren Viertel (die Musikinteressierten) und schließlich noch deren Siebentel der Schweigsamen - wer bleibt dann noch übrig? Ja, die drei Frauen!"

Schreibt die Gleichung nach Günters Überlegungen auf und löst sie!

Bernd packte das Problem auf andere Weise an. Er überlegte: "Wenn ich alle Gruppen addiere, dann erhalte ich als Summe die unbekannte Gesamtzahl. Ich muss also die Summe aus der Hälfte, dem vierten Teil und endlich dem siebenten Teil der Gesamtzahl x bilden und noch die drei Frauen dazuzählen, dann erhalte ich die unbekannte Gesamtzahl."

Bernds Berechnung will ich euch notieren, da wir an ihr etwas Neues lernen können.

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x$$

Die Addition der ungleichnamigen Brüche ist erst möglich, wenn der Hauptnenner ermittelt ist und die Brüche erweitert worden sind,

$$\frac{14}{28} + \frac{7}{28}x + \frac{4}{28} + 3 = x$$

Nun wird die Unbekannte isoliert ($1x = \frac{28}{28}x$)

$$\frac{25}{28}x - \frac{28}{28}x = -3$$

Der Wirklichkeit des Aufgabeninhalts entspricht natürlich nur eine positive Lösung für die Unbekannte. Aus diesem Grunde multipliziert man beide Seiten der Gleichung mit dem Faktor (-1).

$$+\frac{3}{28}x = +3$$

Wieviele Schüler waren demnach in Pythagoras' Unterricht?

Und wer von ihnen unaufmerksam war, wollt ihr noch wissen? Das weiß ich auch nicht. Aber etwas kann ich behaupten: Wer diese Aufgabe unaufmerksam betrachtet hat, wird es mit allen folgenden Aufgaben nicht so leicht haben wie Günter und Bernd!

8 Ein Dorf braucht Reis

Das Dorf liegt in Indien. Eine Hungersnot herrschte. Durch gegenseitige Hilfe der Bauern aus vier benachbarten Dörfern wurde den Hungernden geholfen.

Wenigstens 1500 Jahre alt ist die Aufgabe, die von der Solidarität der Armen berichtet:

Die Menschen in vier Dörfern gaben zusammen 132 Körbe voll Reis und Früchten. Dabei gab man im zweiten Dorf doppelt soviel wie im ersten, im dritten Dorf dreimal soviel wie im zweiten und im vierten Dorf sogar viermal soviel wie im dritten.

Wieviele Körbe wurden für die Hungernden in jedem Dorf gespendet?

Alle Angaben der Aufgabe beziehen sich auf die Anzahl der Körbe, die im vorhergehenden Dorf gegeben wurden. Unbekannt ist die Anzahl der im ersten Dorf gegebenen Körbe.

Durchdenken wir das Problem einmal in einer Tabelle:

Hier fragen wir: Was ergibt sich aus dem Text?	Und hier "übersetzen" wir:
Unbekannt ist die Anzahl der Körbe aus dem ersten Dorf	x
Im zweiten Dorf gab man doppelt soviel Körbe wie im ersten	$2x$
Vom dritten Dorf erhielt man das Dreifache der Menge des zweiten	$3 \cdot 2x$
Die Bauern des vierten Dorfes spendeten viermal soviel wie die des dritten	$4 \cdot 3 \cdot 2x$

Insgesamt wurden 132 Körbe gespendet = 132

Wir lösen die Gleichung:

$$\begin{aligned}
 x + 2x + 3 \cdot 2x + 4 \cdot 3 \cdot 2x &= 132 \\
 x + 2x + 6x + 24x &= 132 \\
 33x &= 132 \\
 \frac{33}{33}x &= \frac{132}{33} \\
 x &= 4
 \end{aligned}$$



Lösung: Im ersten Dorf spendeten die Bauern 4 Körbe Reis.
Berechnet selbständig, wieviel Körbe und Früchte in den anderen Dörfern gegeben wurden.
Vergesst auch die Probe nicht!

9 Ein Mathematiker bekommt eine lange Nase

Zuerst muss ich euch etwas fragen.

Fällt euch nicht auf, dass Günter und Bernd lange nichts mehr von ihrer Wasseruhr hören ließen?

Merkwürdig still ist es geworden, sagen vielleicht einige. Aber ich kann euch schon jetzt verraten: Die Beschäftigung mit dem Lösen von Gleichungen hat den beiden Konstrukteuren außerordentlich geholfen.

Und da auch ihr so eifrig in den vergangenen Kapiteln mitgearbeitet habt, erzähle ich euch noch schnell eine witzige Geschichte über eine Gleichung. Die Geschichte spielt in Alexandria, woher unser Ktesibios stammt.

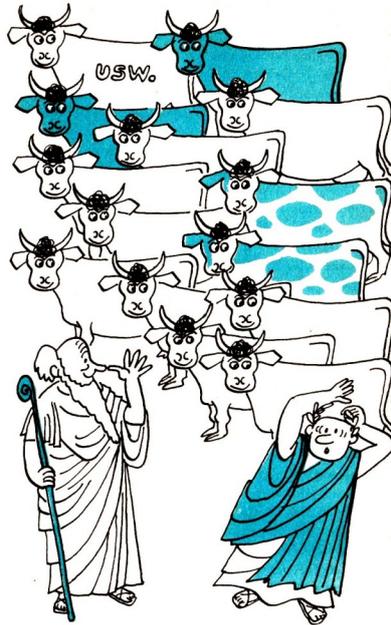
Unter den Gelehrten am Hofe von Alexandria war auch Eratosthenes. Er leitete die große Bibliothek und betätigte sich in allen möglichen Wissenschaften. Er hielt sich wohl für ein Universalgenie. Diesem eitlen Hofgelehrten soll nun nach der Überlieferung Archimedes folgende Aufgabe geschickt und um die Lösung gebeten haben:

Sage, Freund, mir genau die Zahl von Helios Rindern! Sorgsam rechne mir aus, wenn dir Weisheit nicht fremd, wieviel deren es waren, die auf der Insel Sizilien Wiesen weideten einst, vierfach in Herden geteilt.

Jede Herde war anders gefärbt: Die erste war milchweiß, und die zweite erglänzte in ganz dunkeltem Schwarz, braun war die dritte sodann, die vierte scheckig.

In jeder hatten die Stiere an Zahl weit das Übergewicht. Und in solchem Verhältnis nun standen

diese: Die weißen glichen den braunen an der Zahl und noch dem dritten Teil und der Hälfte der schwarzen, mein Freund, zusammengenommen.
Weiter der schwarzen Meng' war gleich dem vierten Teil und dem fünften der scheckigen, vermehrt um sämtliche braune.



Endlich der scheckigen Stier' Zahl gleichsetzen musst du. Freund, dem sechsten und auch dem siebten Teil der weißen noch gerechnet dazu sämtlicher braunen Menge.

Und nun erklärte Archimedes in weiteren Zeilen dem sicherlich hierbei schon schwitzenden Eratosthenes die Zahlenverhältnisse zwischen den weißen, schwarzen, braunen und gescheckten Kühen.

Dann meinte er:

Kannst du sagen genau, mein Freund, wie viele der Rinder dort nun waren vereint, auch wie viele es gab Küh' von jeder Farbe und wohlgenährte Stiere, dann recht tüchtig fürwahr nennet im Rechnen man dich!

Und noch immer nicht war der Aufgabentext zu Ende.

Erst wurde noch über die Möglichkeiten berichtet, die es gab, um alle Tiere in Quadraten und Dreiecken aufzustellen, ehe es hieß:

Hast du auch dies ausfindig gemacht und im Geiste erfasst, gibst das Verhältnis mir an, Freund, das bei jeder Herd' du findest - dann magst du stolz als Sieger einhergehn, dann hell strahlet dein Ruhm nun in der Wissenschaft!

Aber mit dem Ruhm für Eratosthenes durch das Lösen dieser Gleichungen ist es nichts geworden. Er hat sich nur eine lange Nase bei den Spottenden holen können. Die Aufgabe war - wie die Mathematiker erst in unserer Zeit herausgefunden haben - eigentlich unlösbar. Es gibt nämlich mehrere Lösungen. Die kleinste Lösung wäre eine Zahl mit 206500 Ziffern.

Ja, wenn man "206500 Ziffern" so liest, dann kommt einem das gar nicht so sehr viel vor, denn man kann ja auch mit Millionen und Milliarden rechnen, stimmt's?

Trotzdem! Wenn ich euch hier die Lösung mit mehr als 206500 Ziffern aufschreiben müsste (sie ist nebenbei noch nicht bekannt!), wäre an dieser Stelle die Geschichte von Günter und

Bernd schon beendet!

Ich würde nur noch den Setzer dieses Buches bitten, in jede Druckzeile 40 Ziffern zu setzen, bekämen wir dann auf jeder Seite 30 solcher Ziffernreihen unter, so stünde auf den nächsten 173 Seiten dieses Buches die kleinste Lösung der Gleichungen!

Wer es nicht glaubt, rechnet und schreibt mir, wenn ich im Unrecht bin.

10 Heron weiß nicht weiter

Plötzlich stand es da: schwarz auf weiß! Günter traute seinen Augen kaum, als er las: "Ein Buch über Wasseruhren".

In einem Buch über den Mathematiker und Physiker Heron aus Alexandrien fand sich eine Liste seiner Schriften. Darunter war auch ein Buch über Wasseruhren!

Aber die Freude war kurz. Diese Arbeit Herons ist - wie viele andere auch - im Laufe der Zeit verlorengegangen. Allerdings machte Heron in seiner erhaltenen Schrift "Über das Ausmessen" sehr interessante Berechnungen von Rauminhalten. Brunnen, Zimmer, Trommeln, Fässer, Eimer, ja selbst Schwimmbecken und Gewölbe wurden mathematisch auf ihr Volumen hin untersucht.

Eine Aufgabe, auf die der Wissenschaftler, der über Heron berichtete, besonders hinwies, erregte auch das Interesse unserer Freunde:

In ein Wasserbecken münden zwei Zuleitungsrohre. Durch das eine Rohr allein wird das Becken in einer Stunde, durch das andere in vier Stunden gefüllt. In wieviel Stunden füllen beide Rohre gleichzeitig das Becken?



Und was hatte Heron als Ergebnis berechnet? Die Antwort war niederschmetternd. Heron konnte die Aufgabe selbst nicht lösen! Er hatte wohl eine ganze Menge Zahlen niedergeschrieben, aber der gesamte Lösungsweg war falsch.

Von Herons Schriften wusste Günters Vater nichts. Doch als ihm Günter von der Aufgabe mit der falschen Lösung erzählte, setzte er sich auf eine Bank und begann zu überlegen.

"Also", sagte er zu seinem gespannt wartenden Sohn, "man müsste die Aufgabe durch eine Proportion lösen."

"Wie bitte?" fragte Günter zweifelnd.

"Proportionen kennst du noch nicht?"

"Ist das etwas ganz Neues?"

"Höchstens für dich", sagte der Vater. "Proportionen sind eigentlich nur eine andere Art von Gleichungen."

Das war ein Lichtblick, endlich ... Günters Vater dachte sich folgende Aufgabe aus, um seinem Sohn das Wesen der Proportionen zu erklären:

Eine Pumpe fördert in 10 min 5,5 hl Wasser. Wieviel Hektoliter Wasser werden in 18 min gefördert?

Günter konnte auf jeden Fall wie bei den Tropfversuchen in der Küche eine Tabelle entwickeln.

Zeit (in min)	10	20	30
Menge (in hl)	5,5	11	16,5

"In 20 Minuten Werden 11 Hektoliter Wasser gepumpt. und in 18 Minuten - etwas weniger!" Mehr konnte Günter nicht sagen.

Nun musste Günters Vater die Aufgabe doch etwas ausführlicher erklären. Was er dabei gesagt hat, habe ich für euch aufgeschrieben.

Die Werte für die Zeit - zum Beispiel 10 min und 30 min - kann man in ein Verhältnis setzen. Zwischen sie wird das mathematische Zeichen gesetzt, und dieser Doppelpunkt wird als "zu" gelesen.

10:30 heißt dann "10 zu 30". Aber das kennt ihr ja schon vom Fußball, wenn es heißt: Am letzten Sonntag spielte Aufbau gegen Dynamo 5:3.

Wenn nun 10:30 ein Verhältnis der Zeiten ist, dann ist hiermit unmittelbar auch das Verhältnis der dazugehörigen Wassermengen verbunden, nämlich 5,5 : 16,5. Und nun setzen wir die Verhältnisse gleich:

$$10 : 30 = 5,5 : 16,5$$

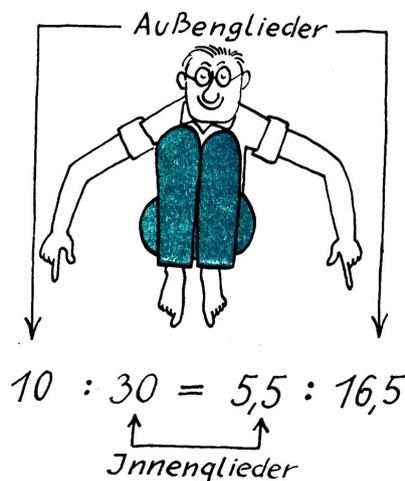
Ihr fragt: Darf man denn so einfach ein Gleichheitszeichen zwischen die Verhältnisse setzen? Das kann man so untersuchen: Der Doppelpunkt war uns bisher als Forderung der Division bekannt. Dividieren wir doch einmal auf jeder Seite der Gleichung.

$$\underbrace{10 : 30}_{\frac{1}{3}} = \underbrace{5,5 : 16,5}_{\frac{1}{3}}$$

Das Gleichheitszeichen ist also berechtigt. Es liegt eine Verhältnisgleichung vor. Aber es gibt noch etwas Interessantes von der Verhältnisgleichung zu berichten.

Wir schreiben sie noch einmal auf: $10 : 30 = 5,5 : 16,5$

Wenn man die vier Zahlen in ihrer Stellung zum Gleichheitszeichen beschreiben will, benennt man sie:



Nun bilden wir das Produkt aus beiden Außengliedern und setzen es gleich dem Produkt der Innenglieder.

$$10 \cdot 16,5 = 30 \cdot 5,5 \quad \rightarrow \quad 165 = 165$$

Mit Hilfe dieser Gesetzmäßigkeit können wir nun auch die Gleichung lösen, die sich Günters Vater als Beispiel ausgedacht hatte:

In 10 min fördert eine Pumpe 5,5 hl Wasser. Wie groß ist die geförderte Wassermenge nach 18 min?

Wir bilden die Verhältnisse der Zeiten und der Mengen:

$$10 : 18 = 5,5 : x$$

Nun die Produkte bilden

$$10 \cdot x = 18 \cdot 5,5$$

$$10x = 99$$

$$x = 9,9$$

Lösung: Von der Pumpe werden in 18 min 9,9 hl Wasser gefördert.

Habt ihr alles gut verstanden?

Kontrolliert euch an Hand der nächsten Aufgabe: Eine Pumpe fördert in 5 min 7,5 hl Wasser. Wieviel Hektoliter fördert sie in 2 h 20 min?

Nach seiner Erklärung entwickelte Günters Vater eine etwas schwierigere Verhältnisgleichung, um gemeinsam mit seinem Sohn der Lösung von Herons missratener Aufgabe auf die Spur zu kommen:

Zwei Pumpen mit gleicher Leistung fördern zusammen in 20 min 425 l Wasser. In welcher Zeit fördert eine Pumpe die gleiche Menge, wenn die andere zur Reparatur stillgelegt ist?

Die Aufgabe könnt ihr sicherlich so schnell lösen wie Günter, wenn ... ja, wenn ihr sie genau durchdacht habt. Günters Vater machte es aber mit der nächsten Aufgabe noch schwerer:

2 Pumpen mit gleicher Leistung fördern zusammen in 15 min 512 l Wasser. In welcher Zeit fördert eine Pumpe allein 1000 l?

Wichtig ist auch in dieser Aufgabe, dass beide Pumpen gleiche Leistungen vollbringen. Eine Pumpe allein fördert demnach in der doppelten Zeit die Menge von 512 Liter oder in der gleichen Zeit die Hälfte von 512 Liter.

Das Verhältnis der Zeiten muss lauten $30 : x$ oder $15 : x$, und das der Volumina ist $512 : 1000$ oder $\frac{512}{2} : 1000$. Berechnet das Ergebnis selbständig!

"Was ist denn nun mit Herons Aufgabe?" fragte Günter misstrauisch seinen Vater. Schließlich hatte er ja nun eine Reihe von Verhältnisgleichungen, die man auch Proportionen nennt, gelöst. Sollte der Vater die Aufgabe etwa auch nicht lösen können?

Es sah so aus, denn mit einem Male schaute Günters Vater auf die Uhr und sagte: "Mutter wird schon mit dem Abendessen warten. Morgen rechnen wir weiter."

Na, wir werden ja sehen ...

Habt ihr denn wenigstens gewissenhaft mitgerechnet? Ja? Dann kontrolliert euch in der folgenden Aufgabe noch einmal selbst:

Ein Wasserbehälter von 4000 l Volumen kann durch zwei Rohre (A und B) gefüllt werden.

A liefert in jeder Minute 25 l, B dagegen nur 15 l. Wie lange dauert die Füllung des leeren Behälters, wenn

1. A und B gleichzeitig geöffnet sind;
2. A 32 min früher geöffnet wird als B?
3. A und B gleichzeitig geöffnet werden, aber B schon nach 50 min wieder abgesperrt wird?

11 Und noch jemand aus Alexandria

Als Günters Vater am nächsten Nachmittag aus dem Betrieb kam, strahlte er. Zwar hatte er die Aufgabe nicht allein berechnet, aber sie war gelöst.

In den Pausen hatten er und seine Kollegen aus der Brigade sich Gedanken gemacht, um dem Mathematiker Heron zu zeigen, dass die Arbeiter heute auch die Mathematik beherrschen. Was hatte man nun durchdacht?

Zwei Rohre mündeten in den Wasserbehälter. Floss das Wasser aus dem größeren Rohr, wurde das Bassin in einer Stunde, also 60 Minuten gefüllt.

In einer Minute musste dann $\frac{1}{60}$ der zur vollständigen Füllung notwendigen Wassermenge fließen.

Aus dem kleineren Rohr musste das Wasser aber vier Stunden fließen, also 240 Minuten lang. In einer Minute musste demnach das Becken zu einem $\frac{1}{240}$ gefüllt werden. Wenn nun das Wasser aus beiden Rohren gleichzeitig in das Becken strömte, würden sich die Werte addieren

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{240} = \frac{5}{240} \quad ; \quad \frac{5}{240} = \frac{1}{48}$$

Daraus hatten die Kollegen den Schluss gezogen, dass in einer Minute durch beide Rohre der 48. Teil des Beckens gefüllt sein würde. Nach 48 Minuten wäre der Wasserbehälter vollgepumpt.

$$\begin{aligned} \frac{1}{60} + \frac{1}{240} &= \frac{1}{x} \\ \frac{1}{48} &= \frac{1}{x} \\ x &= 48 \end{aligned}$$

Richtig zufrieden war Günter jedoch nicht. Er hätte die Aufgabe viel lieber mit seinem Vater gemeinsam gelöst.

Nun war der Vater einfach mit der fertigen Berechnung aus seinem Betrieb nach Hause gekommen. Aber Günters Vater hatte Spaß an den "Forschungen" der beiden Jungen bekommen und ließ sich berichten, was sie bisher erfahren konnten ...

Alexandria ist für die Geschichte der Mathematik eine wichtige Stadt. Ktesibios lebte dort, aber - wie wir hörten - auch Eratosthenes und Heron. Die Stadt war im Jahre 332 vor unserer Zeitrechnung auf Anordnung Alexander des Großen am Nildelta gegründet worden. Schon 75 Jahre später sollen 800000 Menschen in ihr gelebt und gearbeitet haben, doppelt soviel wie zum gleichen Zeitpunkt in Athen.

Um das Jahr 250 vor unserer Zeitrechnung lebte in dieser gewaltigen Stadt des Altertums auch der Mathematiker Diophantos. Über sein Leben ist nicht viel bekannt. Auch seine Schriften sind wohl zum größten Teil für immer verlorengegangen. Einiges über Diophantos wissen wir aber durch eine Gleichung.

Wie das möglich ist, wollt ihr wissen?

Diophantos' Grabstein hatte eine Inschrift, deren Text so lautete:



Wanderer! Hier ruht die sterbliche Hülle des Diophantos. Die Zahlen können Auskunft geben, o Wunder, wie lang seine Lebenszeit war:

Ihren sechsten Teil bildete eine herrliche Kindheit.

Es verrann noch ein Zwölftel des Lebens, dann bedeckte sich das Kinn mit Flaum.

Ein Siebentel verbrachte Diophantos in kinderloser Ehe.

Es vergingen fünf Jahre. Dann wurde er mit einem schönen Erstlingssohn beglückt, dem das Schicksal im Vergleich zum Vater nur die Hälfte eines herrlichen und hellen Lebens auf der Erde beschied.

Und in großer Trauer nahm der Greis des irdischen Schicksals Ende wahr.

Nachdem er vier Jahre den Tod des Sohnes überlebte.

Sage, wie alt war Diophantos. als er starb?

Die Unbekannte dieser Gleichung ist das Lebensalter des Diophantos. Auf diese Unbekannte ist auch ein großer Teil der Angaben der Grabsteininschrift direkt bezogen.

So lesen wir zum Beispiel, dass ein Sechstel seines Lebens eine herrliche Kindheit bildete.

Es kann keinen Ärger mit den Gleichungen geben, wenn ihr den Sinn einer jeden Aufgabe in dieser Weise durchdenkt! So finden wir auch leicht die Gleichung

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

Vergleicht sie noch einmal mit dem vollständigen Text und berechnet dann das Alter des Mathematikers!

Noch eine andere Aufgabe von Diophantos haben sich Günter und Bernd in der Bibliothek notiert:

Gegeben sind zwei Zahlen: 20 und 100. Nun soll zur kleineren von beiden Zahlen eine gewisse Zahl addiert und gleichzeitig diese unbekannte Zahl von der größeren der gegebenen subtrahiert werden.

Dividiert man nun die entstandene Summe durch die gebildete Differenz, erhält man 4. Wie heißt die unbekannte Zahl?

Wie sie heißt? Natürlich: x ! Da habt ihr recht.

Fügen wir x zur kleineren Zahl hinzu, ergibt sich die Summe $20 + x$. Subtrahieren wir sie dagegen von der größeren Zahl, lautet die Differenz $100 - x$.

Nun schreiben wir die vorgesehene Division als Quotienten:

$$\frac{20 + x}{100 - x} = 4$$

Was nun?

Kürzen? Nein! In Summen und Differenzen darf man auf keinen Fall einzelne Glieder gegeneinander kürzen! Die Gleichheit wäre sofort zerstört.

Man kann aber beide Seiten der Gleichung mit dem Nenner des Bruches multiplizieren:

$$\frac{20 + x}{100 - x} \cdot (100 - x) = 4 \cdot (100 - x)$$

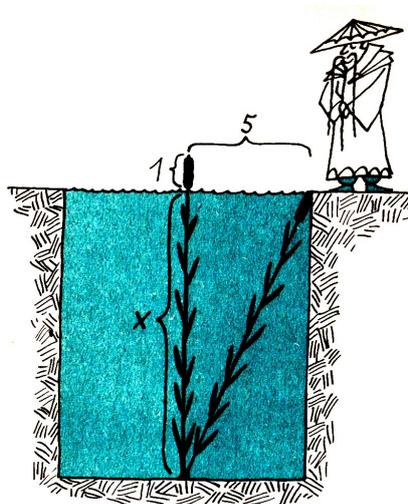
Das ergibt

$$20 + x = 4 \cdot (100 - x) \quad ; \quad 20 + x = 400 - 4x$$

Ihr kommt sicherlich schnell zu der Lösung $x = 76$.

Wie heißen die beiden Zahlen, deren Quotient 4 ist? Macht die Probe.

12 Von Schilf und Bambus



Wahrscheinlich 300 Jahre vor unserer Zeitrechnung wurden in China in der Schrift "Mathematik in neun Büchern" 246 Aufgaben zusammengestellt, die alle höheren Verwaltungsbeamten beherrschen mussten. Diese Aufgaben hatten praktische Bedeutung für das Ausmessen und Berechnen von Ackerflächen, für das Bilden von Proportionen, um den Wert von Reis nach Art und Qualität zu bestimmen, für das Aufteilen von Vermögen und Besitz an verschiedene Personen und für das Berechnen von Reisegeschwindigkeiten zu Pferd, zu Fuß und mit einem Boot.

Interessant sind besonders solche Aufgaben, in denen die Algebra mit einem geometrischen Problem verbunden ist. In dem Mathematikbuch "Kieou Tschang" lautet eine dieser Aufgaben:

Im Mittelpunkt eines quadratischen Teiches mit einer Seitenlänge von zehn Fuß wuchs ein Schilfrohr, das sich einen Fuß hoch über den Wasserspiegel erhob. Als man dieses Schilf an das Ufer, genau zur Mitte einer Seite hin zog, reichte es gerade bis zum Rand des Teiches. Welche Tiefe hatte der Teich?

Zuerst müssen wir eine Skizze anfertigen!

Für alle Überlegungen ist wichtig, dass das Schilfrohr genau senkrecht gewachsen ist. Seine Höhe bis zum Wasserspiegel ist unbekannt. Einen Fuß über dem Wasserspiegel endet es. Danach muss seine Gesamtlänge $x + 1$ (Fuß) sein.

Ziehen wir nun das Rohr zur Mitte des zehn Fuß langen Ufers (also zum Punkt 5 Fuß), ist seine Gesamtlänge $x + 1$ unter dem Wasserspiegel.

Wenn diese Tatsachen in der Skizze berücksichtigt sind (prüft sie gewissenhaft in der Skizze nach!). erkennt man ein rechtwinkliges Dreieck.

Den Satz des Pythagoras haben wir schon in diesem Buch kennengelernt. erinnert ihr euch noch?

Quadrat der 1.Kathete + Quadrat der 2.Kathete = Quadrat der Hypotenuse

$$\text{Hälfte der Länge einer Uferseite}^2 + \text{Schilflänge unter dem Wasserspiegel}^2 = \text{Gesamtlänge des Schilfs}^2$$
$$5^2 + x^2 = (x + 1)^2$$

Das ist

$$25 + x^2 = (x + 1)^2$$

Zur Berechnung der rechten Seite wird die binomische Formel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

verwendet!

Rechnet weiter bis zur Lösung: $x = 12$. Der Teich war 12 Fuß tief.

Den Satz des Pythagoras müsst ihr auch bei der zweiten altchinesischen Aufgabe anwenden. in der es heißt:

Ein zehn Fuß hoher Bambus ist gebrochen und umgeknickt. Die Spitze berührt den Boden in drei Fuß Entfernung vom unteren Ende des Bambus. In welcher Höhe befindet sich der Bruch? Fertigt auch hier zuerst eine Skizze an und löst dann die Aufgabe selbständig!

13 Wie fängt man einen schnellen Hasen?

Bernd fand dazu eine Aufgabe. Er las, dass sie bereits sehr alt ist, aber in Europa erst durch den Gelehrten Alcuin (735 bis 804 unserer Zeitrechnung), der am Hofe Karls des Großen arbeitete, bekannt gemacht wurde.

Hier ist sie:



Ein Hund verfolgt einen Hasen, der anfänglich einen Vorsprung von 150 Fuß hat. Der Hund springt jedesmal neun Fuß weit. während der Hase nur Sprünge von sieben Fuß macht. Nach wie vielen Sprüngen hat der Hund den Hasen eingeholt?

Auf jeden Fall wissen wir nun schon, wie ein schneller Hase gefangen wird. Der Hund macht größere Sätze als der flüchtende Hase.

Kommt der Hund mit dem ersten Sprung neun Fuß weit, dann ist der Hase, der ja einen beachtlichen Vorsprung hat, schon 157 Fuß vom Anfang der Strecke entfernt. In einer Tabelle lässt sich das so darstellen:

Hase	157	164	171	178	usw.
Hund	9	18	27	36	

Wir brauchen die Tabelle aber nicht fortzusetzen, denn eine Gleichung erleichtert uns die Arbeit beträchtlich.

Der Hund muss doch x -mal seinen Sprung von neun Fuß Länge machen. Dagegen hat der Hase einen Vorsprung von 150 Fuß und macht nun x -mal seinen Sprung. der aber nur sieben Fuß weit reicht.

Das ergibt

$$9 \cdot x = 150 + 7 \cdot x$$

Wenn ihr nun richtig rechnet, erfahrt ihr, nach wie vielen Sprüngen der Hund den Hasen eingeholt hat.

Und was ist zu tun, wenn der Hund mit seiner Beute weiterhetzt und nicht zurückkommt?

Man schickt ihm einen Windhund noch, der Sprünge von 11 Fuß macht und den Hund, der nun nur noch Sprünge von 5 Fuß schafft, aber doch 675 Fuß Vorsprung hat, einholt.

Nach wie vielen Sprüngen geschieht das?

14 Glück auf, Rechenmeister Ries

Zwei mal zwei gleich vier - nach Adam Ries!

Das sagt man heute noch als Redensart. Diese Weisheit hat zwar Adam Ries nicht entdeckt, aber er war der erste Mathematiker, der schon in der Zeit der Bauernkriege und des Frühkapitalismus Rechenbücher in deutscher Sprache und mit den Zahlzeichen schrieb, wie wir sie heute noch benutzen.

Um 1528 gründete Adam Ries, der von 1492 bis 1559 lebte, in Annaberg im Erzgebirge eine Rechenschule. Der Bergbau stand in Blüte. In den Verwaltungen der Bergwerke und Schmelzhütten brauchte man Menschen, die rechnen konnten. Löhne und Preise mussten ermittelt werden. Die Fördermengen von Erzen und der Reinheitsgrad der Metalle waren genau zu bestimmen.

Auf diese und ähnliche praktische Anwendungen der Mathematik ging Adam Ries in seinen Rechenbüchern ausführlich ein. Er stellte zum Beispiel die Aufgabe:

Ein Meister beschäftigt fünf Wochen lang neun Arbeiter - und gibt jedem für einen Tag 14 Pfennige. Wieviel muss er insgesamt zahlen?

Aber auch Gleichungen stehen in dem Rechenbuch aus dem Jahre 1524.

Drei Gesellen haben eine Anzahl Geld gewonnen; der erste bekommt den siebenten Teil, der zweite den vierten Teil, und der dritte nimmt den Rest von 17 Gulden. Wieviel Geld hatten sie

gewonnen?



Löse diese einfache Aufgabe selbständig!
Und eine andere Aufgabe lautet:

Ein Sohn fragt seinen Vater nach dessen Alter. Der Vater antwortet: "Wenn du noch einmal so alt wärst wie ich" und so alt wie ich dazu halb so alt und noch ein Jahr älter, dann müsstest du 134 Jahre alt sein!"

Unsere erste Überlegung muss lauten:
Das Alter des Vaters ist X . Die weiteren Überlegungen ergeben sich aus dem Text:

... noch einmal so alt wie ich	2 x
und so alt wie ich dazu	+ x
und halb so alt	+ 0,5 x
und noch ein Jahr älter	+ 1
dann müsstest du ...	134 Jahre alt sein!

Berechnet das Alter des Vaters!

15 Beinahe ging ein Planet verloren

Ein kleiner Planet - ein Planetoid, wie die Astronomen sagen - machte 1801 von sich reden. Er war auf rätselhafte Weise verschwunden!

Kein Sterngucker fand ihn am nächtlichen Himmel wieder, und dabei hatte er sogar schon den Namen der römischen Göttin der Feldfrüchte Ceres bekommen.

Das Erstaunen der Gelehrten in allen europäischen Ländern war deshalb sehr groß, als in der wissenschaftlichen Zeitschrift "Monatliche Correspondenz zur Förderung der Erd- und Himmelskunde" im Februar 1802 zu lesen war:

"Ohne die scharfsinnigen Bemühungen und Berechnungen des Dr. Gauß hätten wir vielleicht die Ceres nicht wiedergefunden. Der größere und schönere Teil des Verdienstes gebührt also ihm."

So bedankten sich die Astronomen bei dem Mathematiker, denn der damals 24jährige Karl Friedrich Gauß (1777 bis 1855) hatte den Planetoiden ohne Fernrohr einfach nur durch mathematische Berechnungen wiedergefunden!

Am Neujahrstag des Jahres 1801 hatte der sizilianische Astronom Joseph Piazzi einen Stern geringer Helligkeit am Himmel entdeckt, der in den neuesten und ausführlichsten Tabellen und Sternkatalogen nicht verzeichnet war.

Aus den Messungen der Bahn des unbekanntes Himmelskörpers und dem Vergleich mit anderen Umlaufbahnen schloss Piazzi, dass es sich bei seiner Entdeckung um einen kleinen Planeten handeln müsste; er erhielt den Namen Ceres. Piazzi beobachtete Nacht für Nacht weiter, aber schon nach wenigen Tagen verschwand der Planetoid für die Beobachtung, weil er in die Nähe der frühen Sonnenstrahlen geriet.

Piazzi versuchte nun, aus den wenigen Messwerten die gesamte Bahn des Himmelskörpers zu berechnen, um ihn nach einer bestimmten Wartezeit wieder mit dem Fernrohr im sichtbaren

Bereich sehen zu können. Ähnliche Berechnungen, bei denen man die Planetenbahn mit einer Kreislinie gleichsetzte, waren bereits im Altertum üblich.

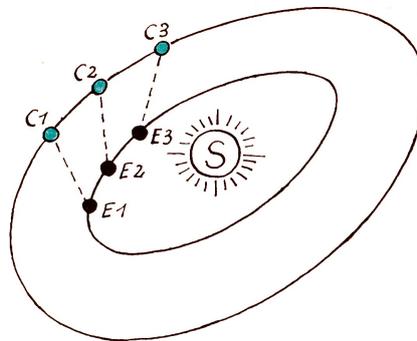
Mit einem ausführlichen Beobachtungsbericht veröffentlichte Piazzi dann seine Berechnungen in allen wissenschaftlichen Zeitschriften. Alle Astronomen warteten gespannt auf den Tag, an dem der Planetoid Ceres wieder sichtbar werden sollte.

Doch sie warteten vergeblich. Niemand konnte im bezeichneten Gebiet des Himmels den Planetoiden entdecken. Die Wissenschaftler wurden zornig, und manche äußerten in den Zeitungen ihre Meinung über den "Schwindel".

Von dieser Blamage Piazzis las auch Karl Friedrich Gauß der im Jahre 1801 sein erstes mathematisches Buch veröffentlicht hatte. Gauß überlegte sich die Sache so:

Weshalb sollten Piazzis Beobachtungen eigentlich falsch sein?

War Piazzi nicht ein berühmter Astronom? Deshalb wäre es gut, wenn man seine Berechnungen gründlich prüfte. Wie sah das Problem überhaupt aus?



Die Erde hatte sich während der Beobachtungszeit auf ihrer elliptischen Bahn weiterbewegt und ihre Orte von E_1 über E_2 nach E_3 geändert. Die Bahn des Planetoiden Ceres, in deren Mittelpunkt die Sonne steht, ist ebenfalls elliptisch. Der Planetoid hatte sich folglich auf seiner Bahn zu verschiedenen Beobachtungszeiten auch an verschiedenen Orten - zum Beispiel C_1 und C_2 und C_3 - befunden.

Karl Friedrich Gauß stellte sich nun die Aufgabe, die Planetenbahn aus drei vollständigen Messungen zu berechnen. Er fand nach vielen Überlegungen Gleichungen, die zum Ziel führen mussten. Diese Gleichungen könnt ihr allerdings nicht mit den Methoden berechnen, die uns bisher geholfen haben. Der Mathematiker nennt sie Gleichungen 8. Grades.

In allen Gleichungen, die wir durch die Forschungen unserer Freunde Günter und Bernd kennenlernten, war die Unbekannte in der 1. Potenz. Zur Vereinfachung schrieben wir allerdings für x^1 nur x .

Finden wir nun in einer Gleichung den Ausdruck x^2 , dann sind andere Lösungsmethoden notwendig und man bezeichnet diese Gleichung als Gleichung 2. Grades.

Beispiel	höchste Potenz	nennt man	oder auch
$x + 2 = 6$	$x^1 = x$	Gleichung 1.Grades	lineare Gleichung
$x^2 + 6 = 10$	x^2	Gleichung 2.Grades	quadratische Gleichung
$x^3 + x^2 = 88 - 2x$	x^3	Gleichung 3.Grades	kubische Gleichung
$x^n = a$	x^n	Gleichung n.Grades	

Was machen die Erfinder?

Wer hat da geglaubt, ich erzähle von Alwin und Gauß, von Adam Ries und Diophantos nur deshalb, weil ich nicht zugeben will, dass die Wasseruhr, die Bernd und Günter mit so großem Eifer planten, niemals fertig geworden ist?

Nein, ihr bekommt nicht recht! Die Wasseruhr steht!

Erinnert ihr euch noch an die letzten Berechnungen für die Wasseruhr? Günter und Bernd suchten die Wassermenge, welche unter gleichbleibenden Bedingungen in zehn Sekunden durch das Zuleitungsrohr fließen müsste, damit die Wassersäule im Zylinder in 24 Stunden um 72 Zentimeter stieg. Das Volumen des Zylinders betrug 12717 ml.

Günter berechnete die Proportion:

$$10 : 86400 = x : 12717$$

Wer weiß, aus welcher Überlegung die Zahl 86400 stammt? Günter erhielt den Wert 1.47 ml. Und Bernd stellte fest: In 5 min müssen 44,1 ml Wasser in den Zylinder tropfen, damit die Wasseruhr so genau wie möglich die Stunden anzeigt.



Nun konnte der Bau der Wasseruhr beginnen. Mit einem wahren Feuereifer machten sich die beiden Freunde ans Werk. Das Zuleitungsrohr wurde eingepasst, der Schwimmer in den Zylinder gesetzt, das Überlaufrohr sauber verkittet, und der Hahn wurde aus dünnem Blech geschnitten, entgratet und bemalt.

Es war ein Tag des Triumphes, als die Uhr vorsichtig zur Schule transportiert wurde.

Herr Tanger, der Werklehrer, half im Schulgarten ein kleines Fundament errichten, auf dem die Uhr montiert wurde.

Schüler der vierten Klasse legten Blumenrabatten vor dem Sockel an. Alle Lehrer und Schüler waren begeistert, und selbst Herr Reihel, der Physiklehrer, beschaute sich das Werk seiner Schüler und war sehr stolz.

Aber ein wenig waren unsere Freunde doch bedrückt. Ja, trotz aller Freude waren sie ein bisschen wehmütig, wenn sie ihre Wasseruhr aus dem Schulgarten herüberleuchten sahen. Eigentlich wollten sie ihre Uhr auf Ausstellungen junger Konstrukteure zeigen und verführen. vielleicht auch auf der "Messe der Meister von morgen".

Eines Tages fassten sie Mut und erzählten Herrn Tanger von ihrer Enttäuschung. Doch Herr Tanger schüttelte nachdenklich den Kopf und sagte:

"Als eure Erfindung könnt ihr die Wasseruhr nicht ausstellen. Die Idee stammt doch von Ktesibios, und vor 2000 Jahren - das habt ihr doch selbst zum Gruppennachmittag berichtet - stand eine ähnliche Uhr schon auf dem Marktplatz von Alexandria. Ich will euch nicht enttäuschen, denn eure Uhr gefällt mir wirklich gut, aber wenn ihr mit dem gleichen Eifer ein modernes Gerät berechnen, konstruieren und bauen würdet, dann könntet ihr euch erst als Erfinder und junge Konstrukteure sehen lassen."

Da stand die schöne Wasseruhr. Wieviel Mühe hatte schon ihre Berechnung bereitet. Und nun diese Antwort? Als Herr Tanger die traurigen Blicke von Bernd und Günter sah, entschloss er sich, ihnen zu helfen.

In den letzten Wochen des Schuljahres nahm er sie an einem Nachmittag mit in den Betrieb, in dem sie im nächsten Schuljahr zum Unterrichtstag in der Produktion gehen sollten. Wo kann es für einen jungen Erfinder und Konstrukteur mehr zu sehen geben als in einem sozialistischen Großbetrieb! Wer hier die Augen aufmacht, der kann viel erzählen - und vielleicht auch einen Verbesserungsvorschlag machen oder etwas erfinden.

Lassen wir uns von Günter und Bernd berichten, was sie in dem Betrieb alles entdeckten.

16 Vom Parkplatz und der großen Überraschung

Um es gleich vorwegzunehmen: Mit dem Erfinden wurde es beim ersten Besuch in dem großen Maschinenwerk noch nichts, aber dafür machten wir ...

Ich sehe schon, dass ich nicht alles der Reihe nach erzähle, deshalb will ich mich lieber nach Bernds dickem Notizbuch richten, dann kann ich nichts vergessen.

Nachmittags gingen wir mit Herrn Tanger zum Betrieb. Beim Pförtner des Haupteinganges mussten wir uns melden, denn schließlich darf nicht jeder in einem Großbetrieb herumgehen wie ein Spaziergänger. Arbeitsschutz! - Na, das wisst ihr ja selbst.

Autos rollten durch die Einfahrt. Das Telefon klingelte. Jemand fragte nach einem Kollegen, der den Einsatz von Lastkraftwagen regelt.

Wir saßen in der Anmeldung recht still auf einer Bank und warteten auf Herrn Tanger, der noch eine kurze Besprechung wegen der Vorbereitung des Unterrichts hatte.

"Ihr habt euch wohl verlaufen?" fragte uns ein Mann in dunkelblauem Arbeitsanzug.

Na, so verlassen sahen wir ja wohl doch nicht aus. Wir schüttelten heftig den Kopf.

Der Mann im Schlosseranzug wartete mit dem Telefonhörer am Ohr lange auf ein Gespräch. Freundlich nickte er uns zu. Sicherlich nahm er doch an, wir hätten uns verlaufen und warteten nun auf den Polizeiwagen, der uns wieder nach Hause bringen sollte.

Bernd gab mir einen Stoß.

"Wir sind nämlich von der Schule", sagte ich.

Der Mann lächelte, nickte wieder, sagte aber nichts.

"Wir sind nämlich ... wir sind hier, um mathematische Aufgaben ..."

"Psssst! Einen Augenblick!" Der Mann sah uns beschwörend an, und dann telefonierte er. Es dauerte nicht lange, bis er den Hörer wieder auflegte.

"So", sagte er dann zu uns, "um was für Aufgaben handelt es sich denn bei euch?"

"Um algebraische Aufgaben."

"Hm, das ist ja interessant."

"Haben Sie Aufgaben für uns?" platzte Bernd heraus. Nun bekam er einen Stoß von mir.

"Eine schöne Aufgabe habe ich hier schon. Wir müssen unsere Parkplätze erweitern. Immer mehr Kollegen kommen mit Motorrädern (mit und ohne Beiwagen) und Personenkraftwagen in den Betrieb ... und die Parkplätze sind dem nicht gewachsen."

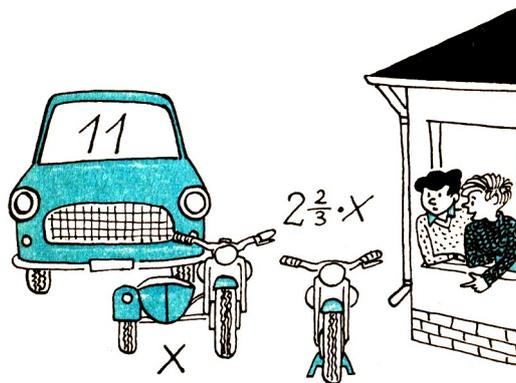
"Wieviel Fahrzeuge stehen denn auf dem Parkplatz vor dem Haupteingang?" wollten wir wissen. Der Mann ging zum Fenster. Wollte er tatsächlich erst nachzählen? Na, das würde ja dauern

...

"Sagen wir: Draußen stehen jetzt 121 Fahrzeuge mit insgesamt 294 Rädern. Aber ihr müsst natürlich bedenken, wieviel davon Autos, Motorräder und Motorräder mit Seitenwagen sind, denn alle Fahrzeugarten brauchen eine verschieden große Standfläche auf dem Parkplatz."

"Ja, aber ..."

"Ach so", sagte der Mann. "Nehmt an, es sind $2\frac{2}{3}$ mal soviel Motorräder wie Seitenwagengepanne. Und die Autos, na, das könnt ihr selbst überblicken."



"Weshalb denn ..." Wir verstanden noch immer nicht.

"Ja, ich denke, ihr sucht algebraische Aufgaben? Da habt ihr doch schon die erste Gleichung, und dabei seid ihr noch nicht einmal richtig auf dem Werkgelände. Was natürlich nicht heißen soll, dass der Parkplatz und die Pfortnerloge nicht dazugehören."

Der Mann setzte seine Mütze auf, grüßte uns und ging hinaus. "Eine Aufgabe soll das sein? Der Mann hat sich doch nur einen Spaß mit uns erlaubt", brummte Bernd.

Ich überlegte angestrengt und sagte dabei halblaut: "Auf dem werkseigenen Parkplatz stehen 121 Fahrzeuge mit insgesamt 294 Rädern. Es sind $2\frac{2}{3}$ mal soviel Motorräder wie Motorräder mit Seitenwagen ...

"Und 11 Autos", rief Bernd vom Fenster. "Sie stehen gleich hier vom, man kann sie einfach zählen."

Das erste Ergebnis hatten wir ja leicht bekommen. Wie kamen wir aber zur Lösung der gesamten Aufgabe?

Erste Frage: Wie unterscheiden sich Autos, Seitenwagenmaschinen und Motorräder voneinander, wenn wir nur vom Aufgabentext ausgehen?

Antwort: Die Anzahl der Räder ist unterschiedlich.

Zweite Frage: Wie kommt die Anzahl aller Räder zustande?

Antwort: Man addiert die Räder jedes Fahrzeuges.

Dritte Frage: Wieviel Autos, Motorräder und Seitenwagenmaschinen sind vorhanden?

Antwort:

11 Autos (mit jeweils 4 Rädern)

x Seitenwagenmaschinen (mit jeweils 3 Rädern)

$2\frac{2}{3} \cdot x$ Motorräder (mit jeweils 2 Rädern)

Eine weitere Frage ergab sich aus dem Aufgabentext nicht. Wir stellten deshalb die Gleichung auf.

$$4 \cdot 11 + 3 \cdot x + 2 \cdot 2\frac{2}{3} \cdot x = 294$$

Die nun sehr einfache Lösung dieser Gleichung führte zu:

$$3x + 5\frac{1}{3}x = 250 \quad ; \quad \frac{25}{3}x = 250 \quad ; \quad x = 30$$

Auf dem Parkplatz standen demnach 30 Motorräder mit Seitenwagen. Die Anzahl der Seitenwagenmaschinen multipliziert mit $2\frac{2}{3}$ ergab die Anzahl der Motorräder (80). Macht die vollständige Probe!

So einfach, wie ich es hier aufgeschrieben habe, bekamen wir die Lösung der Gleichung selbstverständlich nicht heraus. Aber ihr seht: Wir hohlen die Aufgabe gründlich durchdacht - und damit schon die wichtigste Arbeit erledigt.

Das Notizbuch war längst wieder in Bernds Jackentasche verschwunden. Wir sahen vergnügt durch das Fenster, beobachteten das rege Leben und Treiben auf dem Werkgelände und warteten immer noch auf Herrn Tanger.

Ein LKW-Fahrer - wir hatten ihn schon beobachtet, wie er sich mit dem Mann, der uns die erste Aufgabe gestellt hatte, unterhalten hatte - kam auf das Pfortnerhaus zu. Er öffnete die Tür, sah sich kurz um und kam auf uns zu. Wollte er etwa feststellen, ob wir noch über der Aufgabe schwitzten?

Die Gleichung war schon gelöst, fast vergessen für uns, und deshalb guckten wir absichtlich gelangweilt in der Gegend umher.

"Ihr seid die Wasseruhrbauer, stimmt's?" fragte er.

Das war ja eine Begrüßung! Sollte unser Ruhm ... na, ich meine, sollte man uns hier schon kennen?

"Herbert hat es mir draußen gesagt. Dort geht er."

Er streckte die Hand aus und zeigte auf den Mann im blauen Arbeitsanzug. Der sollte uns gekannt haben? Unmöglich!

"Er schickt mich, damit ihr noch eine Aufgabe bekommt", sagte er und musterte uns aufmerksam.

Bernd winkte mit der Hand ab.

"Schon erledigt."

Unser Gegenüber schob nachdenklich ein wenig die Unterlippe vor. Ihm war die Suche irgendwie nicht geheuer. schien es uns.

"Auf jeden Fall", sagte er noch einer Pause. "hab ich euch eine Aufgabe aus meinem Bereich, dem Kraftverkehr, ausgesucht, und es würde mich nicht wundern ... es würde mich sehr freuen", verbesserte er sich dann, "wenn ihr sie lösen könnt. Aber selbständig lösen, das bitte ich mir aus. Und dann gebt mir Bescheid. Manfred Hausen, Halle acht.

Ihr könnt mir die Lösung auch schriftlich mitteilen, denn ihr müsst sicherlich zu Hause ordentlich rechnen. Das steht fest. Schreibt euch also auf:

Nach der letzten Kontrolle des Benzinvorrates im Tank meines Lastkraftwagens machte ich zwei Fahrten. Nach der ersten Fahrt hatte ich den vierten Teil des Kraftstoffes verbraucht, der im Tank gewesen war. Von dieser Restmenge verbrauchte ich für die zweite Fahrt noch einmal den fünften Teil.

Jetzt hatte ich im Tank noch 12 l Benzin mehr, als ich für beide Fahrten insgesamt verbraucht hatte. Wieviel Liter Kraftstoff waren vor den beiden Fahrten noch im Tank vorrätig?

Seid ihr gut mitgekommen? Und nicht vergessen: Selbständig rechnen und bei Manfred Hausen melden."

Das war ja eine Überraschung! Der Mann im blauen Arbeitsanzug kannte uns? Und er sprach mit diesem Manfred Hausen über uns, um uns Aufgaben zu stellen? Das sah ja direkt nach einer Prüfung aus!

Ob man von uns gehört hatte und uns einmal richtig ' "reinlegen" wollte? Glaubte man, wir wären nur Angeber und hätten einen Denkkzettel verdient?

Die Aufgabe, die wir nun im Notizbuch stehen hatten, war auf jeden Fall gesalzen. Wir sahen abwechselnd auf das Papier und in die Luft - aber den Lösungsweg sahen wir nicht.

Hätten wir lieber nicht gesagt, dass wir einen Forschungsauftrag erfüllten und algebraische Aufgaben suchen, fuhr es mir durch den Kopf. Jetzt sah jeder neugierig auf unsere Arbeit.

"Euer Lehrer hat angerufen. Ihr möchtet bitte noch zwanzig Minuten warten. Er hat noch eine wichtige Besprechung mit dem Produktionsleiter."

20 Minuten! Bernd holte das Notizbuch wieder hervor.

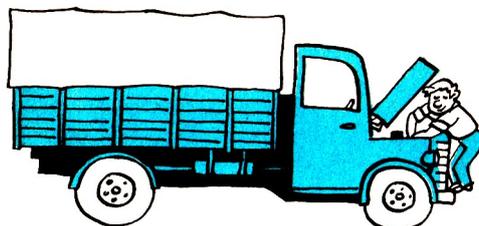
"Weißt du, Bernd", sagte ich, "den Stand des Benzinvorrates im Tank kann man doch mit Messstäben feststellen. Auf diesen Stäben sind Markierungen, die eine bestimmte Literzahl angeben. Wir zeichnen uns zuerst drei Messstäbe auf und markieren die Höhe des Benzinspiegels. Vor den Fahrten ist der Stand unbekannt, deshalb zeichne ich auf den ersten Stab irgendeine Markierung und nenne den Benzinvorrat x .

Nach der ersten Fahrt wird mit dem zweiten Stab gemessen: Der vierte Teil der ursprünglichen Menge ist verbraucht. oder auch: Ein Viertel der Menge ist verbraucht ..."

"Nein, nein", unterbrach mich Bernd. "Du musst genau unterscheiden zwischen Verbrauch und Vorrat, das ist mir schon jetzt klar. Der Verbrauch während der ersten Fahrt war $\frac{1}{4}x$; aber der Messstab konnte nur den vorhandenen Vorrat im Tank anzeigen. Deshalb rechnen wir:

$$\begin{array}{rclcl} \text{ursprüngliche Menge} & - & \text{Verbrauch} & = & \text{Vorrat} \\ x & - & \frac{1}{4}x & = & \frac{3}{4}x \end{array}$$

Der Markierungspunkt auf dem zweiten Messstab heißt $\frac{3}{4}x$!



$$X - \frac{1}{4}X = \frac{3}{4}X$$

Gut, da hatte uns Bernd gleich zu Beginn der Aufgabe vor einem ordentlichen Fehler bewahrt. Habt ihr auch gleich zwischen Verbrauch und Vorrat unterschieden?

Ich sagte: "Und beim dritten Messstab machen wir es so wie beim zweiten."

Aber Bernd war damit nicht zufrieden. Wir wollten doch alles vorher überlegen und nicht einfach drauflos schreiben! Na gut ... Manfred Hausen hatte gesagt, dass er $\frac{1}{5}$ der Menge, die ihm nach der ersten Fahrt noch zur Verfügung stand, während der zweiten Fahrt verbrauchte.

Mathematisch ausgedrückt verbrauchte er $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}x$.

"Wenn wir nun wieder einen Markierungspunkt auf dem dritten Messstab bezeichnen, müssen wir genau aufpassen" erklärte Bernd. "Auf dem Messstab ist nicht der Verbrauch abzulesen, sondern die verbliebene Menge und die beträgt $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4}x = \frac{12}{20}x$, weil nur $\frac{1}{5}$ der Menge verbraucht wurde!"

Jetzt war Bernd in seinem Element. Ich musste mir ordentlich Mühe geben, damit ich alles verstand.

Nach der zweiten Fahrt waren also noch $\frac{12}{20}$ Liter Benzin im Tank vorhanden. Manfred Hausen, der den ursprünglichen Stand x genau kannte, rechnete sich daraufhin aus, dass er noch 12 Liter mehr Kraftstoff hatte, als der Verbrauch während beider Fahrten war.

Wie groß war aber der Verbrauch? Ja, das haben wir schon erwähnt.

Erste Fahrt: $\frac{1}{4}x$

Zweite Fahrt: $\frac{1}{5}$ der Restmenge $\frac{3}{4}x = \frac{3}{20}$

Stolz schrieben wir die Gleichung ins Notizbuch.

Letzter Stand = 12 Liter mehr als der Verbrauch dem Messstab während beider Fahrten

$$\frac{12}{20}x = 12 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{20}x$$

Die Gleichung ließ sich nun schnell berechnen. Probiert es selbst einmal!

Als wir das Ergebnis vor uns hatten, sprang Bernd zuerst zum Fenster und winkte mit dem Notizbuch hinüber zu Manfred Hausen, der die Motorhaube eines Lastkraftwagens geöffnet hatte und etwas reparierte. Erst nach einiger Zeit entdeckte er uns und kam neugierig heran. "So, ich glaube, es wird Zeit für uns", sagte mit einem Mal jemand hinter unserem Rücken. Wir drehten uns erschrocken herum: Herr Tanger! Er war schon gekommen, und wir hatten ihn in unserem Eifer nicht bemerkt.

"Kommt, wir gehen", sagte er.

Ach du liebe Zeit! Jetzt passte uns das überhaupt nicht? Doch ehe wir alles erklären konnten, kam Manfred Hausen schon zur Tür herein.

"60 Liter Benzin!" schrien wir beide, einer lauter als der andere, denn jeder wollte doch zuerst die Lösung sagen. Der Pförtner drehte sich erschrecken um.

"Donnerwetter! Anerkennung!" sagte Manfred Hausen, nachdem er aufmerksam unsere Rechnung geprüft hatte. Und dann sagte er noch: "Na, ein Glück für euch!"

Aber nun ist Bernd mit seinem Bericht an der Reihe. 3

17 Überall braucht man ...

Weshalb ich gerade diese Überschrift für meinen Bericht wähle, wollt ihr wissen? Ja, was braucht man denn überall in einem bedeutenden Werk wie unserer Maschinenfabrik? Maschinen, meint ihr? Konstrukteure, Arbeiter?

Alles gut und richtig, aber zuerst braucht man überall die Energie! Deshalb wurden wir auch zuerst einmal zum Kohlenlager geführt. Herr Tanger und Manfred Hausen gingen natürlich

mit.

Die Besichtigung des Lagerplanes war - ehrlich gesagt - nicht gerade nach unserem Geschmack. Gewiss: Die Vorratsmengen waren beachtlich, und wir haben uns fürchterlich verschätzt, als wir sagen sollten, wieviel Dezitonnen Brennstoff dort lagerten; aber für uns schien es doch langweilig zu werden.

Manfred Hausen teilte diese Meinung nicht. Die Brennstoffvorräte gehören nach seinen Worten zum Herz der Fabrik. Sie sind die Voraussetzung für Wärmeenergie, für Dampfkraft und auch für Elektrizität, und deshalb sind sie eine wichtige Kraftquelle. Dampfmaschinen? Das kam uns doch ziemlich altmodisch vor.

Denkt nur einmal an den Kraftaufwand einer Dampflokomotive, die ihren Brennstoff und den notwendigen Wasservorrat immer mitzunehmen hat. So wird die Dampflokomotive eigentlich zu einem fahrbaren Kraftwerk, das nicht nur die Bewegungsenergie für die Fahrtgeschwindigkeit sondern auch Elektrizität für die Beleuchtung der Wagen selbst erzeugen muss.

Wieviel einfacher ist dagegen die Elektrolok eingerichtet! Ihr Energiebedarf wird von einem Elektrizitätswerk unserer Republik, von Turbinen im Gebiet der Schwarzen Pumpe oder im Bitterfelder Braunkohlenrevier gedeckt.

Durch das Leitungsnetz kommt die elektrische Energie zur Lokomotive. Unser Maschinenbetrieb liegt in unmittelbarer Nähe des Bahnhofes, und es gibt mehrere Gleisanschlüsse, die in das Werkgelände führen. Im Kohlelager können beladene, offene Güterwagen durch eine hydraulische Hebevorrichtung umgekippt werden.

Die Kohle wird dann direkt in unterirdische Bunker entleert, aus denen breite Förderbänder den Brennstoff nach Bedarf in die Öfen, die Tag und Nacht geheizt werden, transportieren.

Ob nur Kohletransporte in unseren Betrieb rollen. möchtet ihr wissen? Nein. Ein Betrieb - auch wenn er so groß und bedeutend ist wie unsere Maschinenfabrik - braucht immer eine große Zahl von Zulieferbetrieben, denn auch im Großbetrieb ist es nicht möglich, alle Materialien und Rohprodukte selbst herzustellen. Die Kosten würden unheimlich steigen, wenn zum Beispiel die Lackfarbe, mit der die fertigen Maschinen gestrichen werden, in einer eigenen Farbenfabrik im Werk hergestellt werden müsste. Die Farbe wird also von einer Farbenfabrik geliefert und trifft in großen Fässern auf dem Schienenwege in der Maschinenfabrik ein.

Deshalb sind die meisten ankommenden Züge für unser Werk in der Regel aus gedeckten Güterwagen, aus Kesselwagen und aus Rungenwagen zusammengestellt, auf denen zum Beispiel Stahl- und Eisenblöcke aus den Hochöfen unserer Republik liegen.

Wir sahen einen Zug, der aus diesen drei Bauarten von Güterwagen bestand. Wir zählten vier Kesselwagen weniger als Rungenwagen und acht Kesselwagen weniger als gedeckte Güterwagen. Der ganze Zug bestand aus 60 Wagen.

Ihr bekommt nicht heraus, wieviel Wagen von jeder Bauart anrollten? Das kann ich verstehen. Lest die Angaben noch einmal aufmerksam durch!

Und? Noch nichts? Dann beantwortet die Fragen: .

1. Von welcher Waggonart kamen die wenigsten Wagen?

Da wir deren Anzahl nicht kennen, bezeichnen wir sie mit

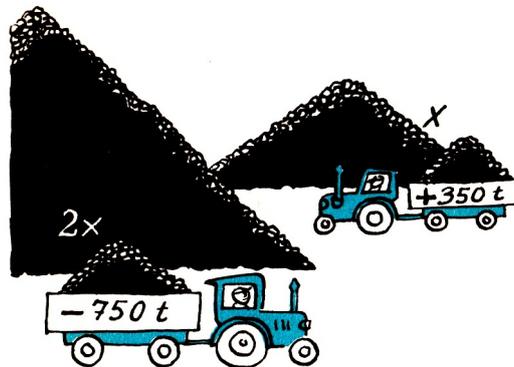
2. Von welcher Waggonart kamen die meisten Wagen?

3. Wieviel waren es im Vergleich mit der Antwort zur ersten Frage?

4. Welche Waggonart müssen wir nun noch aufführen?

5. Und wieviel Wagen waren das im Vergleich mit der Antwort zur ersten Frage?

Wenn ihr gewissenhaft geantwortet habt und die Antworten der Fragen mit den Bezeichnungen 1., 3. und 5. addiert, muss die Summe genau unsere gezählten 60 Güterwagen ergeben.



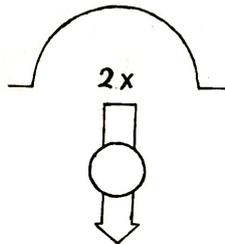
Ich glaube, die wichtigsten Tatsachen vom Kohlenlager habe ich euch berichtet. ...
 Halt! Noch eins: Ich habe ja erwähnt, dass wir so schlecht schätzen konnten, wie groß die hier gelagerten Mengen eigentlich waren. Wir haben uns sogar sehr blamiert, aber das bleibt unter uns. Ein wenig geübt haben wir uns allerdings schon. Dazu gehört auf jeden Fall, dass man ruhig einmal fragt, um dann zu vergleichen und zu schätzen.
 Eine der Übungsaufgaben lautete:

Auf einem Platz lagert doppelt soviel Kohle wie auf dem Platz daneben. Wenn vom ersten Platz 750 t abgefahren und beim anderen Platz noch 350 t angefahren werden, sind beide Mengen gleich groß.

Wieviel Tonnen Kohle lagerten auf den beiden Plätzen?

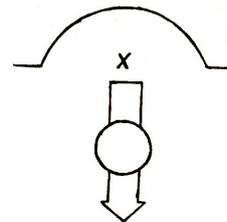
Diese Aufgabe zu lösen war eine Kleinigkeit für uns. Und so wurde es gemacht:

Der erste Haufen ist doppelt so groß wie der zweite,



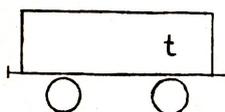
Rechenzeichen einsetzen!

dann ist der zweite Haufen:

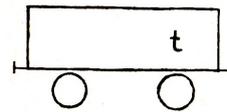


Rechenzeichen einsetzen!

Abgefahren werden hier:



Abgefahren werden hier:



Nach diesen Veränderungen sind beide Vorratsmengen gleich.
 Stellt die Gleichung auf und löst sie! Vergesst dabei aber nicht, dass die ursprüngliche Menge beider Lager zu bestimmen ist.

Schwieriger zu lösen war dagegen das folgende Problem:
 Ein Lagerplatz ist mit 185 t Kohle gefüllt, ein zweiter mit 237 t. Aus dem ersten Lager werden täglich 15 t Kohle entnommen, aus dem zweiten 18 t.

Wieviel Tage dauert es, bis im zweiten Lager noch anderthalbmal soviel Kohle lagert wie im ersten?

Schon während der Betriebsbesichtigung hatten wir beide auf einem Blatt Papier Lösungswege probiert und gerechnet, und nachher hatten wir einige Mühe, aus den vielen Aufzeichnungen die richtigen Überlegungen wieder herauszufinden.

1. 185
2. $185 - 18x$
3. $185 - x$
4. $185 - 15x$

Welcher Ausdruck gibt tatsächlich an, wie sich der Bestand des ersten Lagers verringert?

1. $237 - 18x$
2. $237 - x$
3. $237 - 185 - 2x$

Wählt nach gewissenhafter Prüfung den Ausdruck, der angibt, wie sich der Vorrat des zweiten Lagers verringert!

Nun kommt noch eine wichtige Überprüfung: Welche der aufgeführten Gleichungen entspricht tatsächlich der Forderung, dass sich nach einer zu berechnenden Anzahl von Tagen im zweiten Lager noch anderthalbmal soviel Kohle befindet wie im ersten?

1. $237 - 18x = 1,5 \cdot 185 - x$
2. $185 - 18x = (237 - 18x) \cdot 1,5$
3. $237 - 185 - 2x = 185$
4. $1,5 - (185 - 15x) = 237 - 18x$

Wir fanden die richtige Gleichung heraus. Ihr schafft es bestimmt auch. Und vergesst nicht: Sie muss auch gelöst werden!

Als wir dann vom Lagerplatz fortgingen und an den Rungenwagen vorbeikamen, die auf ihre Entladung warteten, beobachteten wir einen fahrbaren Kran, der Eisenblöcke auf Plattenwagen hob, die ins Materiallager gebracht werden sollten.

"Kennt ihr den Unterschied zwischen Guss- und Schmiedeeisen?" fragte uns Herr Tanger.

Das mussten wir ja eigentlich wissen. Wie war denn das nur? Ich sah Günter an, aber der traute sich wohl auch nicht mit einer Antwort heraus und sah wieder abwartend auf mich. Es musste also sein.

"Ja, Gusseisen hat einen hohen Kohlenstoffanteil und bricht deshalb leicht. Es ist spröde. Schmiedeeisen enthält einen geringeren Prozentsatz Kohlenstoff und lässt sich deshalb besser verformen."

"Stimmt!" sagte Herr Tanger. "Und wie ist es mit dem Gewicht?"

Mit dem Gewicht? Das wurde ja immer komplizierter. "Ihr braucht eure erste Antwort nur noch einmal zu überlegen, denn die Antwort steckte schon drin." Das war Manfred Hausens ganze Hilfe für uns.

"Schmiedeeisen ist schwerer", sagte endlich Günter.

Nun sagte Herr Tanger: "Ein Kubikdezimeter Schmiedeeisen hat eine durchschnittlich um 0,6 Kilogramm größere Masse als ein Stück Gusseisen vom gleichen Volumen. Ihre Massen verhalten sich wie 13:12. Welche Masse hat jedes Stück?"

"Ist das wieder eine Verhältnisgleichung, also eine Proportion?" fragte ich.

Herr Tanger nickte.

Schmiedeeisen hat die Masse x kg. Die Masse des Gusseisenstückes ist um 0,6 kg kleiner, mathematisch ausgedrückt wäre sie dann $(x - 0,6)$ kg. Und diese beiden Massen sollen sich nun wie 13:12 verhalten!

$$x : (x - 0,6) = 13 : 12$$

Wir kannten ja bereits die Lösungsmethode für eine Proportion. deshalb erhielten wir bald

$$12x = 13x - 7,8 \quad ; \quad -x = -7,8 \quad ; \quad x = 7,8$$

Schmiedeeisen mit dem Volumen 1 dm^3 hat demnach die Masse von 7,8 kg. Gusseisen mit demselben Volumen nur von 7,2 kg.



"Auch das ist richtig", lobte uns Herr Tanger. "Ihr seid eben einfach nicht zu schlagen."
"Na, ich gebe die Hoffnung nicht auf", lachte Manfred Hausen. Das konnte für uns beide nur heißen: Achtung! Aufpassen!

18 Der Baggerwettkampf

Eigentlich hatten wir ja ausgemacht, dass Bernd euch bis zu dem Augenblick berichten sollte, wo wir zu der Werkhalle kamen, in der sich unsere Ausbildungsplätze für den Unterrichtstag in der Produktion befinden. Aber Bernd hatte wohl doch ein bisschen Angst, dass das bei der Weiträumigkeit des Betriebes und der Gründlichkeit, mit der wir alles besahen, noch ziemlich lange dauern konnte. Deshalb will ich euch jetzt wieder berichten.

Vom Kohlelager und Rangierbahnhof, von den Laderampen und Lagern gingen wir in Richtung auf den Fluss zu, der durch unsere Stadt fließt.

Das Werkgelände erstreckt sich bis zum Fluss, doch ist es hier noch nicht bebaut. Löwenzahn und Hederich, Disteln und Klatschmohn behaupteten hier das Feld, aber schon ist eine Betonstraße angelegt. Bis zum Flussufer läuft ihr breites, graues Band, so dass die Bagger, die neue Baugruben ausheben, bequem ihre Arbeitsplätze erreichen können.

"Hier wird tatsächlich mit der Zeit um die Wette gearbeitet". sagte Manfred Hausen. "Wer später auf dem Fluss eine Dampferfahrt macht, der fährt an neuen Fabrikhallen und einer fabrikseigenen Anlegestelle vorbei."

Anlegestelle? Weshalb denn das? wollten wir wissen.

Bei der günstigen Lage des Betriebes kann man Kohle zum Beispiel auch auf dem Wasserweg bekommen und dadurch den Schienenverkehr entlasten. Mit breiten Förderbändern lässt sich die Kohle vom Betriebshafen schnell dorthin auf das Werkgelände bringen, wo sie gebraucht wird.

"Und die Bagger heben die Baugruben für die neuen Gebäude des Betriebshafens aus?"

"Nicht nur das, auch die gewaltigen Gräben für die wichtigen Rohrleitungen (zum Beispiel für Dampf, Wasser, Sauerstoff) und Kabel werden von den Baggern ausgehoben."

"Lässt sich denn überhaupt genau berechnen, wann ein Bagger mit der Arbeit fertig ist?"

"Selbstverständlich", meinte Herr Tanger, "man muss natürlich vor Beginn des Bauvorhabens die Beschaffenheit des Geländes genau untersuchen. Die Bodenschichtung und die Art der Gesteine müssen bekannt sein. Wenn sehr harte Gesteinsschichten zuerst gesprengt werden müssen, gibt es Arbeitspausen für den Bagger. Deshalb ist eine gute Planung erforderlich, damit die wertvollen Maschinen nicht ungenutzt herumstehen.

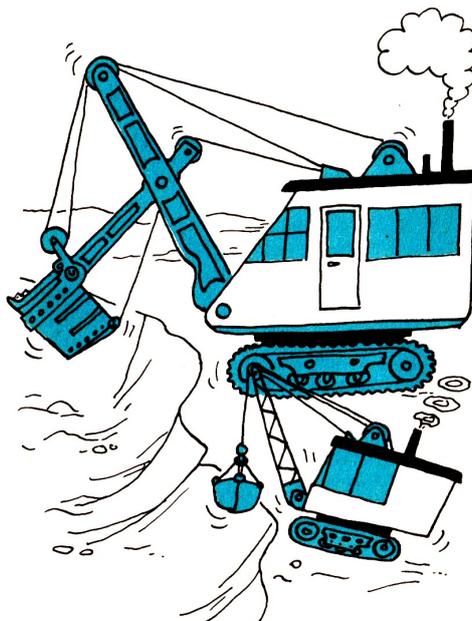
Man muss auch bedenken, dass ein sehr schwerer Bagger auf lehmigem, morastigem Boden leicht absackt und sich nur mühsam vom Fleck bewegen kann."

Wir standen vor einer Baugrube, an der zwei verschiedene Bagger arbeiteten.

"Der größere von beiden", erklärte Manfred Hausen, "schafft in einer Stunde bestimmt 40 m^3 Erde mehr aus der Grube als der etwas kleinere. Nun nehmen wir einmal an, der große Bagger arbeitet 16 Stunden, der kleine aber 24 Stunden. In dieser Zeit baggern sie zusammen 8640 m^3 Erde aus. Was leistet dann eigentlich jeder Bagger in einer Stunde dieses Wettkampfes?"

"Das ist doch kein Wettkampf", sagte Bernd. "Die Besatzung des kleineren Baggers muss bei gleicher Zeit unterliegen oder einige Stunden mehr arbeiten."

Ich glaube, Bernd sagte das nur, weil uns beiden etwas unheimlich wurde: Manfred Hausen hatte ja vorhin gesagt, dass er uns bestimmt noch eine Aufgabe stellen würde, bei der wir aufgeben müssten.



Weshalb wollte er uns diesen Schabernack spielen? Sollte das nur die Wirkung unserer Ankündigung sein, dass wir Aufgaben für den Mathematikunterricht sammeln wollten?

Ja, der Baggerwettkampf... Wir kamen einfach nicht zur Ruhe:

Der erste Bagger arbeitet 16 Stunden, und in 3 jeder Stunde bewegt er 40 m^3 Erde mehr als der andere, von dem wir aber nicht wissen, wieviel Erde er aushebt.

Es werden also dort $x \text{ m}^3$ Erde sein, und die Baggerbesatzung arbeitet 24 Stunden mit gleichbleibender Förderleistung. Zusammen bewegten sie 8640 m^3 .

So schwierig war das gar nicht zu lösen!

Wenn es nach mir gegangen wäre, dann hätte ich die Lösung der Aufgabe fürchterlich in die Länge gezogen, denn in dieser Zeit hätte uns Manfred Hausen keine neuen Aufgaben vorlegen können. Doch ich hatte nicht mit Bernds Ehrgeiz gerechnet. Vorwitzig stellte er die Gleichung auf und löste sie:

Leistung des 1.Baggers	plus	Leistung des 2.Baggers	gleich	Bewegte Erdmenge
$16 \cdot (x + 40)$	+	$24 \cdot x$	=	8640
$16x + 640$	+	$24x$	=	8640
	+	$40x$	=	8000
		x	=	200

In einer Stunde hebt der zweite Bagger 200 m^3 Erde aus, und der erste Bagger schafft 240 m^3 .

Ich sah es Manfred Hausen an: Er hatte die nächste Aufgabe für uns bereit.

"12 Tage lang arbeiteten 2 Bagger an einer Baugrube..."

Da war sie schon, die nächste Aufgabe; aber jetzt kam sie auch noch von Herrn Tanger. Bald waren wir geschlagen. das stand fest!

"Der erste Bagger allein hätte die Arbeit anderthalbmal so schnell geschafft wie der zweite Bagger allein. Hätte man nun immer nur einen Bagger allein eingesetzt, wieviel Tage hätte dann jeder für die Arbeit gebraucht?"

Bernd holte wieder sein Notizbuch hervor.

"Nein, nein", unterbrach uns Herr Tanger, "diese Aufgabe ist zur Abwechslung einmal nicht für euch! Sie ist allein für unseren unermüdlichen Aufgabenerfinder gedacht, für den Kollegen Hausen!" Das war eine Freude!

Für uns, wohlgemerkt, nicht für den überraschten Manfred Hausen. Jetzt musste er einmal zeigen, was er von der Algebra verstand.

Was? Er hätte kein Papier und kein Schreibgerät bei sich? War das eine faule Ausrede!

Wir würden ihm schon auf den Fersen bleiben, um das Ergebnis zu erfahren. Auf jeden Fall!

19 Ein Schiff fördert Sand

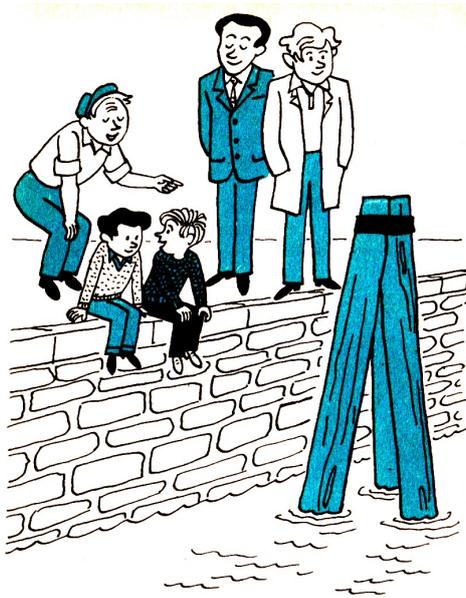
An den Baugruben vorbei gingen wir bis zum Flussufer.

Tatsächlich war die breite Kaimauer für den Betriebshafen bereits gebaut. Ein Saugbagger, ein Schiff von der Länge eines Lastkahnens mit einer mächtigen Motorpumpe und vielem Rohrwerk, lag träge in der kleinen Bucht vor der neuen Anlegestelle und förderte den feinen Schwemmsand aus dem Flussbett.

Vom Schiff zum Ufer führte eine aus Rohrstücken zusammengesetzte Rohrleitung. Mit einem kräftigen Wasserstrahl wurde der Sand, den der Fluss im Laufe der Jahre hier abgesetzt hatte, auf einen noch unbebauten Platz des Werkgeländes gepumpt.

Durch die Arbeit des Saugbaggers wurde das Flussbett vertieft. Es können also später auch Lastkähne mit größerem Tiefgang an der Kaimauer festmachen. Ein Arbeiter, der beim Ha-

fenanlagenbau tätig war, kam uns entgegen und begrüßte uns alle. Mit ihm gingen wir noch ein Stück näher an die Kaimauer heran.



Im Wasser, dicht an der Mauer, stehen in kurzen Abständen jeweils drei Schiffsanlegepfosten zusammen. Sie sollen verhindern, dass die Schiffe während des Anlegemanövers und des Entladens gegen die Betonmauer schlagen.

"Es war eine sehr schwere Arbeit, die Pfähle auch tief genug in das Flussbett zu rammen", sagte unser neuer Begleiter.

"Und was denkt ihr, wie lang wohl so ein Pfahl ist?"

Wir zuckten die Schultern.

Herr Tanger schätzte auf 15 m Länge. Manfred Hausen auf 20 m. Aber der Arbeiter lächelte nur und erklärte:

"Wenn die Pfosten tatsächlich für längere Zeit den Anforderungen gewachsen sein sollen, dann müssen wir sie zur Hälfte ihrer Länge in den Grund rammen. Ein Drittel ihrer Gesamtlänge steht dann noch im Wasser.

Und wenigstens 5 m müssen sie über den Normalpegel des Flusses reichen ... Könnt ihr aus diesen Angaben berechnen, welche Länge unsere Pfähle auf jeden Fall haben müssen?"

Die Gesamtlänge war gesucht. Sie wurde von uns mit x bezeichnet. Drei Teilabschnitte konnten wir aus den Angaben des Arbeiters erkennen, die - wieder zusammengefügt - den Pfahl in seiner gesamten Länge ergaben.

Die Hälfte der Länge ($\frac{1}{2}$) wurde in das Flussbett gerammt. Ein Drittel der Länge ($\frac{1}{3}x$) verblieb unter dem Wasserspiegel. Die Länge über dem Wasserspiegel betrug 5 m.

Nun wurde die Gesamtlänge des Pfahles berechnet.

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + 5 \\x - \frac{5}{6}x &= 5 \\ \frac{1}{6}x &= 5 \\ x &= 30\end{aligned}$$

Das war ein überraschendes Ergebnis für uns. Unter den berücksichtigten Bedingungen ist ein Anlegepfosten 30 m lang.

"Besonders viele Werk tätige sind beim Hafenausbau nicht eingesetzt?" fragte Herr Tanger, während wir uns verabschiedeten. "Eigentlich macht doch der Saugbagger die Arbeit allein." Nein, so einfach schien es nicht zu sein.

Eine Schwierigkeit nannte uns noch unser neuer Bekannter: das Zusammensetzen der Rohrleitung aus den Teilstücken, wenn der Saugbagger seinen Platz im Hafenbecken änderte und der Transportweg für den Schwemmsand zum Ablagerplatz nicht mehr ausreichte.

Immerhin war jedes Rohrstück 8,75 m lang. Die Rohrleitung im Inneren des Baggers betrug ungefähr 42 m. Eine kräftige Kreiselpumpe drückte durch diese Rohrleitung und die angeschlossenen Rohrstücke Wasser und Sand.

"Wenn der Sand zum Beispiel 380 m entfernt abgesetzt werden soll, dann müssen wir die Rohrleitung erst zusammensetzen", erklärte der Arbeiter. "Unsere Rechnung heißt dann:

$$\text{Notwendige Länge} = \text{Leitung auf dem Bagger} + \text{Anzahl der Rohre}$$

Und da jedes Rohrstück 8,75 m lang ist, ergibt sich:

$$380 = 42 + 8,75x \quad ; \quad 338 = 8,75x \quad ; \quad x \approx 39$$

Wir müssen 39 Rohrstücke gegeneinander abdichten und verschrauben."

"Und da hat noch niemand eine einfachere Methode erfunden?" fragte Günter.

Ein Kopfschütteln war die Antwort.

"Wie wär's mit einem ordentlichen Gummischlauch?"

"Er würde durchhängen oder einen Knick bekommen. An dieser Stelle würde dann das Wasser nicht mehr schnell genug fließen, der Sand würde sich im Rohr absetzen - und unser Saugbagger bekäme die schönste Verstopfung. Ihr seht, so einfach geht es nicht!"

Na, wir könnten uns ja die Angelegenheit einmal durch den Kopf gehen lassen ...

Als Herr Tanger nun auf die Uhr sah, stellte er erstaunt fest, dass wir schon über zwei Stunden auf dem Werkgelände zugebracht hatten! Die Zeit war wie im Fluge vergangen, und dabei waren wir noch nicht einmal in den Werkhallen gewesen.

Doch der Abschied fiel uns nicht schwer, denn in der nächsten Woche durften wir das Werk noch einmal besuchen. Übrigens versprach auch Manfred Hausen sich mit seiner Arbeitszeit so einzurichten, dass er uns beim nächsten Rundgang wieder begleiten könnte.

"Da könnte Herr Hausen auch die Lösung seiner Aufgabe mitbringen", sagte Günter unüberhörbar.

Manfred Hausen versprach es lachend.

20 Der Löwe mit der Gießkannenzunge

In diesem Schuljahr baute der Patenbetrieb im Schulgarten ein kleines, aber heizbares Gewächshaus auf. Nun gingen auch die Vorhaben der Arbeitsgemeinschaft Schulgarten weit über das Pflanzen von Bahnen und Erbsen hinaus.

Jetzt, im Juni, reckten sich aus allen dort aufgestellten Blumentöpfen hellgrüne Triebe in die tropisch warme Luft, und wenn nicht bald Apfelsinen, Zitronen, Kaffeesträucher und Orchideen in voller Blüte und Frucht stehen. dann weiß ich auch nicht, woran es liegen könnte.

Im Mittelpunkt des Schulgartens stand, umgeben von wunderschönen Blumenrabatten, das Gesellenstück von Günter und Bernd: die vielgerühmte Wasseruhr.

Als die beiden Freunde in dieser Woche nachmittags wieder einmal ihre Uhr überprüften, wurden sie gleich in die geheimnisvollen Pläne der Botaniker eingeweiht.

Jutta erzählte ihnen, dass am Sonntag nach dem letzten Schultag im Juli die Gartenanlage den Eltern, den Angehörigen des Patenbetriebes und allen Freunden der Schule gezeigt werden sollte. Die Attraktionen der Ausstellung wären natürlich die Wasseruhr und das Treibhaus. Zusammen mit ihrer Leiterin, der Biologielehrerin Frau Ulzmann, hatte sich nun die Arbeitsgemeinschaft überlegt, dass ein kleiner Springbrunnen an diesem Tag im Treibhaus sprudeln sollte.

Unsere Freunde machten gewichtige Mienen und beschlossen, zuerst ins Treibhaus zur Ortsbesichtigung zu gehen.

"Einen Schlauch könnten wir ja anschließen", stellte Bernd fest.

Günter wischte sich schon die Stirn. Es war wie im Dschungel. "Kann man denn nicht ein wenig die Tür öffnen?" fragte er.

"Nein, das ist unmöglich!" ereiferte sich Jutta. "Die Luftfeuchtigkeit im Treibhaus muss größer sein als draußen. Deshalb brauchen wir ja auch den Springbrunnen, um den Verlust an feuchter Luft, der am 'Tag der offenen Tür' unvermeidbar entsteht, auszugleichen."

Einverstanden!

Das sah zwar nicht nach mathematischer Arbeit aus, aber der Bau eines Springbrunnens war doch verlockend. Während die übrigen Schüler der Arbeitsgemeinschaft wieder an ihre Arbeit im Garten gingen, verlegten unsere Freunde einen Wasserschlauch und bauten aus Steinen kunstvoll eine Pyramide, aus deren Spitze dann ein kräftiger Wasserstrahl in die Höhe schoss.

Jutta war sehr zufrieden. Die Konstrukteure bekamen aber noch den Auftrag, zu bestimmen, wieviel Wasser wohl in sieben Stunden Ausstellungszeit aus dem Brunnen sprang.

Sieben Stunden warten, um die Wassermenge zu messen, kam natürlich für Günter und Bernd nicht in Frage. Günter entdeckte einen Messzylinder, den man zum Ansetzen von Nährlösungen benutzt. Bernd richtete den Wasserstrahl so, dass er in diesem Zylinder aufgefangen werden konnte.

Nach 90 s hatten sich 165 ml Wasser angesammelt. Wenn der Wasserdruck gleichmäßig blieb, bestand zwischen den veränderlichen Werten für Wassermenge und Zeit ein direktes Verhältnis. Nun musste man nur noch wissen, wieviel Sekunden sieben Stunden entsprachen?

Habt ihr es schon herausbekommen? Dann setzt es in die Proportion ein.

$$90 : \dots\dots = 165 : x$$

Berechnet, wieviel Liter Wasser aus dem Brunnen springen!

Als Jutta, die sich in der Zwischenzeit schon wieder im Garten nützlich gemacht hatte, das Ergebnis hörte, bekam sie einen Schreck. Das konnte ja nur bedeuten, dass fünf bis sechs Eimer Wasser ins Treibhaus plätscherten!

"Wie in der tropischen Regenzeit", sagte Günter ungerührt.

Was tun? Die Düse ließ sich nicht regulieren. Ein Becken, das sechs Eimer Wasser fasste, ließ sich nicht besorgen. Es musste eine neue Düse angefertigt werden, denn die Ausstellung sollte doch ein voller Erfolg werden - aber nicht voll Wasser!

Zwei Tage waren vergangen, da schlepten die Konstrukteure nachmittags eine schwere Kiste in den Schulgarten.

"Ich muss unbedingt wissen, was ihr da in unser Treibhaus schleppen wollt", sagte Jutta und stellte sich vor die Tür. Die Kiste wurde abgesetzt.



Neugierig kamen noch andere Schüler dazu. Günter machte eine große Pause, holte tief Luft und sagte: "In der Kiste ist ein Löwe!"

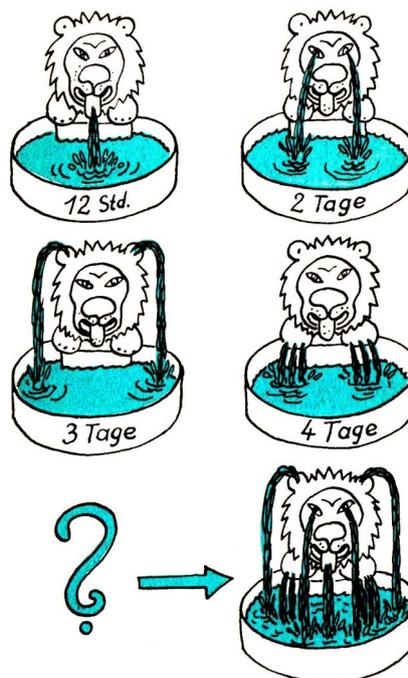
Ungläubiges Schweigen. Ein Löwe?

Lutz, der mit der Harke in der Hand dabei stand, lachte. "Der Löwe würde ja gut zu den tropischen Pflanzen passen!"

"Seit wann ist denn der Löwe ein Tier des Dschungels?" unterbrach ihn Siegfried.

Bernd öffnete die Kiste. Nichts rührte sich.

Die Konstrukteure griffen mutig hinein und hoben angestrengt - einen Löwen heraus! Der Löwe fletschte die Zähne. Er musste sie sich lange nicht mehr geputzt haben, denn sie waren grün geworden. Aber grün schimmerten auch die Mähnen, die Franken und der Leib. Alt und bemoost schien das Tier, aber das war nur Grünspan, denn es war aus Kupferblech getrieben und lange Zeit wohl nicht mehr geputzt werden.



Bernd hatte sich die Figur vom Althändler für die Ausstellung geliehen. Der Löwe war tatsächlich einmal eine Brunnenfigur gewesen.

Im Treibhaus schloss Bernd den Wasserschlauch an einen Stutzen am Fuß des Löwen an. Dann drehte er den Wasserhahn auf.

Zuerst liefen nur zwei müde Rinnsale durch die Tatzen. Endlich floss aus dem Rachen ein breiter Strom, aus den Augen schossen zwei feine Strahlen und endlich sogar aus den Ohren. Aus dem Rachen floss zuviel Wasser. Bernd verklebte die Öffnung. Dann schlug er vorsichtig mit einem Nagel in die Zunge des Löwen eine Menge Löcher. So kam der Löwe zu seiner Gießkannenzunge.

Und das Wasserspiel war noch prächtiger als der Löwe endlich - umgeben von Steinen und Pflanzen - über dem Becken stand.

Nun gab es noch einmal Arbeit für die Mathematiker.

Mit ihren schon erprobten Methoden ermittelten Bernd und Günter folgende Werte:

Speit der Brunnenlöwe das Wasser nur durch seine Gießkannenzunge, füllt er das Becken in 12 Stunden. Springen die Fontänen nur aus den Augen, dann füllt sich das Becken erst in zwei Tagen. Fließt das Wasser nur aus den Ohren, dann ist das Becken in drei Tagen gefüllt. Und kommt das Wasser nur aus den Tatzen, dauert es vier Tage.

Die Frage lautet: In wieviel Stunden würde das Becken gefüllt sein, wenn das Wasser aus allen Öffnungen gleichzeitig springt?

Das Fassungsvermögen des Beckens spielt bei der Lösung keine Rolle. Eine Überlegung ist aber unbedingt erforderlich: Zum wievielten Teil würde das Becken in einer Stunde durch Tatzen, Ohren Augen oder Gießkannenzunge allein gefüllt werden?

Rechnet selbständig und macht die Probe!

Unsere Mathematiker konnten Jutta nach kurzer Zeit melden, dass bei richtiger Bedienung des Springbrunnens keine Überschwemmung drohte.

21 Wer gewinnt?

"Nein, um euren Wettkampf haben wir uns nicht gekümmert."

Günter schüttelte ablehnend den Kopf. "Übrigens gehören wir nicht zur Schulmannschaft."

Siegfried war unzufrieden mit dieser Antwort.

"Heute kommt ihr damit an, und wir haben mit Herrn Tanger vereinbart, dass wir übermorgen wieder in den Betrieb gehen", trumpfte Bernd auf. "Das wird ja immer besser: Zuerst lässt man uns nicht in die Mannschaft, dann stimmt die Sache nicht, und wir sollen plötzlich einspringen!"

Siegfried, der als Mitglied des Freundschaftsrates für die Mannschaft verantwortlich war, konnte vor Sorgen und Überlegungen in der nächsten Unterrichtsstunde kaum aufpassen.

Übermorgen war die Veranstaltung! Ein Wettkampf mit der Oberschule am Breiten Tor. Die Musikgruppen und Chöre beider Schulen probten schon wochenlang. Aber da war noch die Aufgabe, die besten Schüler in Russisch, Mathematik, Physik und in anderen Fächern als Mannschaft einer Schule gegen die Mannschaft der anderen antreten zu lassen.

Heinz, der beste Mathematiker der Mittelstufe, war krank. Gerd hatte in seinen Leistungen in der letzten Zeit so nachgelassen, dass er unmöglich die Ehre der Schule allein vertreten konnte. Deshalb sollten Bernd und Günter, die sich in den letzten Monaten mächtig in ihren Leistungen nach vorn gekämpft hatten, die Plätze in der Mannschaft einnehmen.

Das war nicht nur Siegfrieds Meinung. Auch alle übrigen Pioniere waren damit einverstanden. Was sollte da die Ausrede?

Zur Maschinenfabrik wollten sie? Als ob das nicht auch an einem anderen Tag noch möglich wäre!

In der Pause zogen die drei Schüler zu Herrn Tanger. Bernd erinnerte an die Abmachung mit Manfred Hausen.

Herr Tanger riet den beiden Freunden jedoch, der Mannschaft ihrer Schule unbedingt zu helfen. Er rief den Betrieb an, vereinbarte einen neuen Termin und bekam auch von Manfred Hausen die Zusage, dass er zum Wettkampf als Vertreter des Patenbetriebes erscheinen würde. Und dann kam der Tag des Wettkampfes ...



Schon vor der Pause zeigte sich, dass die Veranstaltung ein voller Erfolg werden würde. In dem großen Saal saßen Pioniere aus beiden Schulen. Die Musikanten eiferten um die besten Vorträge. Lehrer und Eltern sparten nicht mit Beifall.

Nach der Pause wurden die Mannschaften beider Schulen vorgestellt. Bernd war so aufgeregt, dass er beinahe die Treppe zur Bühne hinuntergefallen wäre.

Manfred Hausen saß in der ersten Reihe und klatschte wie toll, als er unsere Freunde entdeckte. Dann nahmen alle Wettkämpfer auf beiden Seiten der Bühne Platz. Das Kampfgericht - eine Delegation von Lehrern und Schülern einer anderen Schule - setzte sich und gab das Zeichen zum Beginn: Der Wettstreit war eröffnet!

Gespräche in russischer Sprache, Singen nach Noten, Bestimmen von Pflanzen, Versuche zur Erläuterung der Gesetze für Stromstärke und Spannung im Stromkreis gehörten zu den Aufgaben. Alle Angaben mussten genau sein und in einer bestimmten Zeit so ausführlich wie möglich behandelt werden. Vorsagen gab es nicht.

Das war das schlimmste Verbot für manche aus dem Zuschauerraum.

Als die Mathematiker aufgerufen wurden, stand es 14:13 für die Mannschaft der Oberschule am Breiten Tor. Konnten unsere Freunde diesen knappen Vorsprung aufholen oder würde er noch größer werden?

Da war auch schon die erste Aufgabe:

Aus einem mit Wasser gefüllten Bottich lässt man ein Fünftel des Inhalts ablaufen. Danach

werden 6 Liter Flüssigkeit dazugegossen. Jetzt sind im Bottich wieder $\frac{13}{15}$ der ursprünglichen Menge.

Wie groß war diese?

Bernd rechnete gegen einen Schüler der Oberschule am Breiten Tor um die Wette. Im Saal reckten alle die Hülsen. Wer würde sich zuerst melden?

Bernd schrieb so schnell, dass man kaum seine Gleichungen entziffern konnte:

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{5}x + 6 &= \frac{13}{15}x \\ \frac{6}{5}x - \frac{13}{15}x &= -6 \\ -\frac{7}{15}x &= -6 \\ x &= \frac{6 \cdot 15}{7} \\ x &= 12,85\end{aligned}$$

Bernd sah auf. Was denn? Der Schüler der anderen Mannschaft hatte sich schon gemeldet? Hatte er schneller $90:7$ dividieren können?

Der Kampfrichter fragte zuerst drüben nach dem Ergebnis.

"Im Bottich waren 90 Liter Wasser!"

Der Kampfrichter verzog keine Miene.

Bernd reckte seinen Arm noch höher. Der Gegner hatte sich verrechnet, das war klar! Nun hatte er das Ergebnis zu sagen. Bernd rief in den Saal: "Im Bottich waren 12,85 Liter Wasser!"

Der Kampfrichter schritt zur Mitte der Bühne zurück und verkündete: "Einen Punkt für das richtige Ergebnis für die Oberschule am Breiten Tor."



Vor Schreck konnte Bernd sich gar nicht setzen. Ärgerlich zog ihn Günter nach unten und nahm den Zettel mit der Lösung. Er unterstrich wütend ein Zeichen in Bernds Gleichung und flüsterte: "Du hast nur wild draufloggerechnet, aber nicht richtig nachgedacht!"

Habt ihr Bernds Fehler auch gleich entdeckt? Wie musste die Gleichung lauten, damit Bernd einen Punkt für die richtige Lösung - der Bottich fasste 90 Liter Wasser - bekommen hätte? Prüft das Ergebnis!

Auf der Wettbewerbstafel stand nun leider: 15:13.

Noch größer durfte der Rückstand aber nicht werden! Jetzt war Günter an der Reihe. Auf dem Aufgabenzettel, den auch sein Gegner erhielt, war zu lesen:

Überlege die Lösung folgender Aufgabe und erkläre sie deutlich allen Anwesenden im Saal.

Ein Wasserbehälter, der durch zwei Rohre in 12 min gefüllt wird, kann durch ein Rohr allein in 20 min gefüllt werden.

In welcher Zeit könnte es durch das andere Rohr allein geschehen?

Es sah gut für Günter aus. Ähnliche Aufgaben hatte er schon mit seinem Vater gerechnet. Er überlegte sich die Aufgabe gut, während sein Gegner schrieb und schrieb.

Einige Zuschauer wurden unruhig, als sie das sahen. Sollte Günter etwa die Aufgabe nicht lösen können?

Dann wurden beide Schüler aus dem Saal geführt. Zuerst musste der Schüler der bisher führenden Mannschaft die Lösung der Aufgabe an einer Tafel erläutern. Er hatte wohl zwei große Papierbogen beschrieben, aber eine richtige Lösung war nicht dabei. Er beschrieb nun die Tafel, dann löschte er selbst wieder alles ab ... kurz, es gab keine Lösung anzuerkennen.

Vielleicht war die Aufgabe zu schwer? Wie hättet ihr denn das Problem erklärt?

Nun kam Günter auf die Bühne.

Er wirkte sehr aufgeregt, als er erklärte: "Beide Rohre füllen das Gefäß in 12 Minuten, demnach müssen sie in einer Minute $\frac{1}{12}$ des Gefäßes füllen. Durch das erste Rohr allein wird der Behälter in zwanzig Minuten gefüllt; dann schafft es in einer Minute $\frac{1}{20}$. Die Differenz zwischen der Leistung in einer Minute von beiden Rohren und dem ersten muss die Leistung des zweiten Rohres sein."

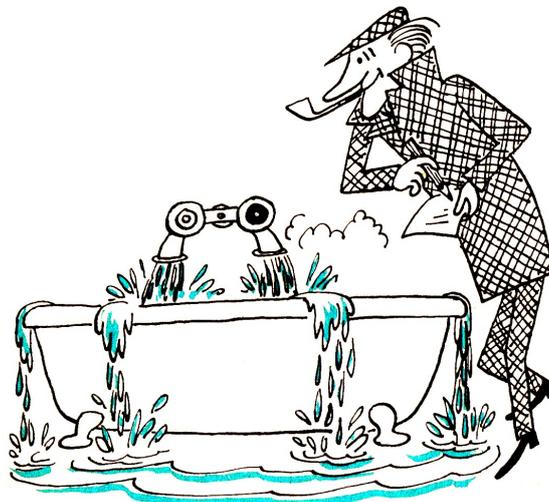
Das hatten alle verstanden!

Günter rechnete auch noch die Leistung und die Zeit in der das zweite Rohr das Gefäß allein füllt, im Kopf aus.

Das war gut!

Manfred Hausen klatschte sich beinahe die Hände wund. Einen Punkt hatte Günter aufgeholt. Der Vorsprung der Gegner war auf 15:14 zusammengeschnitten.

Jetzt kamen die Kriminalisten an die Reihe. Roland, der die Mannschaft von Günter und Bernd vertrat, hatte vor Aufregung einen roten Kopf. Aber er hatte schon so viel Kriminalgeschichten gelesen, dass er sich seiner Suche sicher glaubte. Aufmerksam hörte er sich den Fall an.



In einem Ferienheim wollten zwei Jungen - Hans und Manfred - baden. Zuerst sollte Manfred an die Reihe kommen, aber er hatte noch keine Lust, deshalb sollte Hans der erste sein. Hans hatte aber sein Handtuch vergessen.

Beide gingen in den Baderaum und drehten den Warmwasser- und den Kaltwasserhahn soweit wie möglich auf, um die Wanne schnell zu füllen. Danach lief Hans los, um sein Handtuch zu holen.

Manfred hatte aber keine Lust, im Baderaum zu warten. Er ging vor die Tür des Heimes, um den Volleyballspielern zuzusehen.

Nach genau 2,5 min (behauptete er später) sei er aber wieder in den Baderaum gegangen und hätte den Warmwasserhahn geschlossen, während das kalte Wasser unvermindert in die Wanne lief. Dann ging er zurück zum Volleyballspiel.

Hans kam nach 7,5 min wieder in den Baderaum - und da war das Unglück schon geschehen! Das Wasser war übergelaufen und hatte alles überschwemmt. Der Heimleiter war natürlich sehr zornig. Er wollte den Schuldigen überführen. Er probierte aus, dass der voll aufgedrehte Warmwasserhahn die Wanne in 12,5 min füllte, der Kaltwasserhahn dagegen schon in 10 min.

Hans behauptete, dass er sich beeilt und keine Schuld hätte. Manfred schob die Schuld auf Hans, da er selbst den Warmwasserhahn schon nach 2,5 min abgedreht hatte.

Wessen Zeitangabe war falsch?

Roland guckte hilflos zu seiner Mannschaft hinüber. Kriminalistik hatte er sich - ehrlich gesagt - etwas anders vorgestellt. Vielleicht mit Spurensuche und Verfolgungsjagd, aber doch nicht mit Knocheien um eine übergelaufene Badewanne.

Aber auch sein Gegner konnte sich nicht zu einem Urteil entschließen. Schon waren drei Minuten vergangen, und der Schuldige war noch immer nicht gefunden! Der Kampfrichter mahnte, dass nach dem Ablauf von fünf Minuten die Aufgabe abgebrochen werden würde.

Bernd rechnete schon eine ganze Zeit mit. Auf seinem Blatt standen folgende Überlegungen: Durch den geöffneten Warmwasserhahn füllt sich die Wanne in 12,5 min; in 1 min ist das $\frac{1}{12,5} = \frac{10}{125} = \frac{2}{25}$ des Volumens der Wanne. Das kalte Wasser füllt in 1 min $\frac{1}{10}$ der Wanne.

Manfred hat nach 2,5 min = $\frac{5}{2}$ min den Warmwasserhahn geschlossen.

$$\frac{2}{25} \cdot \frac{5}{2} + \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{20}{100} + \frac{25}{100} = \frac{45}{100}$$

Wenn Manfreds Zeitangabe stimmte, war die Wanne zu $\frac{45}{100}$ gefüllt. Jetzt strömte noch das kalte Wasser unvermindert in die Wanne. Hans behauptete, dass er 7,5 min abwesend war. Nachdem der Warmwasserhahn geschlossen war (nach 2,5 min), vergingen also noch 5 min, in denen nur kaltes Wasser in die Wanne lief.

Zu diesem Teil war die Wanne nach 2,5 min gefüllt	Kaltwasserhahn: Leistung pro min multipliziert mit der verbliebenen Zeit	Angenommenes Ergebnis: eine Wannenfällung
$\frac{45}{100}$	$+\frac{1}{10} \cdot 5$	< 1
$\frac{45}{100}$	$+\frac{50}{100}$	< 1
	$\frac{95}{100}$	< 1

Wer von beiden - Hans oder Manfred - hatte mit größter Wahrscheinlichkeit eine falsche Zeitangabe gemacht?

Natürlich muss es sein!

In diesem Moment sagte der Kampfrichter: "Fünf Minuten sind abgelaufen!"

Weder Roland noch der Schüler aus der Oberschule am Breiten Tor waren der Auflösung näher gekommen. Ja, Kriminalistik ohne mathematische Kenntnisse gibt es eben nicht!

Der Kampfrichter fragte, ob ein anderes Mitglied der Mannschaften das Problem gelöst hätte. Oberschule am Breiten Tor? Niemand. Die andere Schule?

Wieder stand Bernd strahlend auf. Na, das hatte er während des Wettkampfes schon einmal getan! Er begründete aber diesmal sehr sicher, welcher Schüler wahrscheinlich die Unwahrheit gesagt hatte.

Nun kam noch der Lohn für die gute Lösung: Ein Punkt für Bernds Mannschaft! Jetzt hieß das Resultat: 15:15.

Bernd hatte seine schlechte Leistung wieder wettgemacht.

Und als die Arbeitsgemeinschaft Biologie durch ihre guten Kenntnisse in der Abschlussrunde noch einen Punkt holte, war es buchstäblich in letzter Minute geschafft: 16:15 gewonnen!

Das war ein knapper, aber verdienter Sieg.

Manfred Hausen drängelte sich am Schluss der Veranstaltung zu unseren Freunden durch und gratulierte ihnen herzlich.

"Und bis zum Wiedersehen im Betrieb, nächste Woche". sagte er zum Abschied.

Das klang so, als wären sie schon lange gute Freunde.

22 Ach, du meine Güte

Endlich war der ersehnte Tag gekommen. Es war der letzte Besuch in der Maschinenfabrik vor der Ferienzeit. Am Haupteingang stand schon wartend Manfred Hausen.

Er hatte sein Wort gehalten. Und heute - so hatten es sich unsere Freunde fest vorgenommen - würde er auch gefragt werden, weshalb die Wasserrohrenerbauer im Betrieb schon so vielen Arbeitern bekannt waren; aber auch, weshalb man ihnen die vielen Aufgaben vorgelegt hatte.

Nun ging es direkt zur Werkhalle acht, in der - wie Manfred Hausen schon auf dem Wege erzählte - ein Teil der Lehrwerkstatt, die Stanzerei und die Dreherei untergebracht waren.

Jetzt erfuhren Bernd und Günter auch, dass Manfred Hausen gar kein LKW-Fahrer war, sondern an dem Tag, an welchem sie in der Pfortnerloge auf Herrn Tanger gewartet hatten, nur bei einer Reparatur geholfen hatte. Kollege Hausen war Dreher und Betreuer für die Schüler beim Unterrichtstag in der Produktion.

Zuerst gingen sie in die Lehrwerkstatt, einen hellen, großen Raum mit vielen Arbeitsplätzen. Aufmerksam wurde die ungewohnte Umgebung gemustert. Das war doch etwas anderes als ihre Werkstatt in der Gartenlaube.

"Kennt ihr dieses Gerät schon?" fragte Manfred Hausen. Die Fragerei ging wieder los, aber so ließ es sich ertragen.

"Messschieber."

"Und das hier?"

Im Physikunterricht hatten sie bereits mit einer Reihe von Prüfzeugen gearbeitet. Wie hieß nur dieses Gerät noch? "Ein Messtaster."

"Gut!"

Manfred Hausen nahm ein Rohrstück und fragte: "Wer kann mit diesem Taster die Wanddicke

bestimmen?"

Günter nahm vorsichtig den Drehkörper in die Hand und führte in ihn den Taster so ein, dass eine Spitze die äußere, die andere die innere Wandung berührte.

"Und wie groß ist die Wanddicke nun?"



Manfred Hausen war wieder hartnäckig!

"Man muss den Abstand der Spitzen des Tasters mit einem Lineal messen!" "Hier ist ein Lineal." Jetzt wurde es kompliziert. Günter bemühte sich, vorsichtig und behutsam die Schenkel des Tastens wieder aus dem Rohrstück zu nehmen. Aber der breite Rand machte dieses Vorhaben unmöglich. Günter besah den Fall mit ernstem Gesicht, grübelte und zog die Stirn in Falten - eine Möglichkeit musste es doch geben!

Herr Tanger schüttelte lachend den Kopf.

"Denk immer an die Algebra", riet Manfred Hausen.

Dieser Rat war überflüssig für die beiden Jungen, denn hier war weit und breit keine Gleichung zu erkennen. Es war einfach ein Messtaster aus einem Werkstück zu entfernen, ohne dass der Abstand zwischen den Schenkeln verändert werden durfte.

Manfred Hausen erklärte: "So machen wir das: Die Wanddicke ist unbekannt. In unserer Berechnung ist dieser Betrag x . Jetzt wird der Tasterschenkel, der auf der äußeren Wand liegt, weiter auseinandergezogen.

Wie weit er dabei von der äußeren Wandung entfernt wird, messen wir mit einem angelegten Lineal und richten gleichzeitig so ein, dass man nach der neuen Einstellung den Taster aus dem Bauteil herausnehmen kann, ohne seine Stellung noch einmal zu verändern."

Er nahm den Taster heraus und maß die Strecke zwischen den Spitzen.

Jetzt wusste Günter Bescheid.

"Man erhält dann eine Gleichung nach der Überlegung: Wanddicke + hinzugefügte Strecke = Entfernung zwischen den Tasterspitzen."

"Einverstanden!" sagte Manfred Hausen. "Wir merken uns: x = gesuchte Wanddicke, a = hinzugefügte, bekannte Strecke, A = Entfernung zwischen den Tasterschenkeln nach der Messung."

Er gab den Jungen drei Werkstücke, an denen sie das Messverfahren noch einmal üben konnten.

1. $x =$ $a = 35 \text{ mm}$ $A = 48 \text{ mm}$
2. $a = 26 \text{ mm}$ $A = 43,5 \text{ mm}$ $x =$
3. $a = 9,5 \text{ mm}$ $x =$ $A = 14,8 \text{ mm}$

Wer kann am schnellsten sagen, welches Werkstück die größte Wanddicke hat?

Bernd und Günter hörten dann, wie ein Lehrling den Auftrag erhielt, an einer Maschine 31 Kreisringscheiben aus Stahlblech auszustanzten. Sie hätten sich gerne angesehen, wie die Maschine die Kreisringscheiben herstellt, aber so schnell kam der Lehrling gar nicht zur Arbeit.

"Wo kämen wir denn hin, wenn jeder ein beliebig großes Stück Blech von der Materialausgabe holen würde, ohne vorher genau berechnet zu haben, wieviel Flächeninhalt das Stahlblech haben muss?" sagte Lehrmeister Guse.

Die Jungen sollten die Berechnung auch durchführen, entschied Manfred Hausen.

Also machten sie sich gemeinsam an die Arbeit. Dem Lehrling war es gar nicht recht, dass Schüler mit ihm um die Wette rechnen sollten. Aber dann ging er doch darauf ein.

Jede der 31 Kreisringscheiben hatte einen äußeren Durchmesser $D = 52$ mm und einen inneren Durchmesser $d = 34$ mm. Aus einer Formelsammlung entnehmen sie die Flächeninhaltsformel für den Kreisring:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \text{ cm}^2$$

Für die Zahl π setzten sie den Näherungswert 3,14 ein. Auch die Quadrate entnehmen sie einer Wertetafel:

$$\begin{aligned} A &= \frac{3,14}{4} \cdot (5,2^2 - 3,4^2) \text{ cm}^2 \\ A &= \frac{3,14}{4} \cdot (27,04 - 11,56) \text{ cm}^2 \\ A &= \frac{3,14 \cdot 15,48}{4} \text{ cm}^2 \\ A &\approx 12,15 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Für die geforderten 31 Kreisringscheiben betrug die benötigte Fläche annähernd 377 cm^2 .

Nun war ihnen aber noch gesagt worden, dass $\frac{1}{3}$ der Fläche als Abfall gerechnet werden müsste. Einen Augenblick waren Bernd und Günter im Zweifel, wie sie zum richtigen Ergebnis vordringen sollten. Aber wieder half das Aufstellen einer Gleichung.

Die Fläche war unbekannt; von ihr wurde der Abfall abgezogen, dann musste die Fläche der 31 Kreisringscheiben übrigbleiben.

$$x - \frac{1}{3}x = 377 \quad x = \dots\dots$$

Jawohl, cm^2 Stahlblech musste sich der Lehrling von der Materialausgabe holen, um vernünftig und ohne übermäßige Kosten für Ausschuss zu arbeiten.

Als Bernd und Günter mit ihrem Ergebnis zum Lehrausbilder gingen, versuchten viele Lehrlinge, ihnen neugierig über die Schulter zu sehen.

"Meister Guse!" rief ein Lehrling. "geben Sie den beiden Erfindern doch einmal Ihr Ausschuss-Rechenblatt! Da können sie beweisen, was wirklich in ihnen steckt."

Günter und Bernd wurden vor Schreck ganz blass. Die Lehrlinge wussten auch schon von ihrer Konstruktion?

Hatten sie das ebenfalls Manfred Hausen zu verdanken?

Aber kein Lehrling lachte.

Meister Gase kam mit einem bedruckten Blatt.

"Jeder, der bei uns als Lehrling beginnt", sagte der Lehrmeister, "denkt noch oft: Na schön, wenn mir ein Teil für eine Maschine misslingt, werf ich es in die Ausschusskiste - und es wird kein Wort darüber verloren. So ist das aber in keinem Betrieb unserer Republik!

Wer beim Bearbeiten eines Werkstückes grobe Fehler macht, so dass das Stück nicht mehr gebraucht werden kann, der soll sich rechtzeitig an die Überlegung gewöhnen, dass Ausschuss die Herstellungskosten erheblich verteuert!

Seht euch dieses Blatt an ... Doch bevor ihr euch damit beschäftigt, möchte ich euch noch zwei Aufgaben stellen.

Die erste Aufgabe heißt:

$$2\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x - 3x = -700$$

Wie groß ist die Unbekannte?" Das ließ sich leicht lösen!

"Die errechnete Zahl für $x = \dots$ ", sagte der Lehrmeister, "sei die Stückzahl unseres Tagessolls. Jetzt nenne ich euch die zweite Aufgabe:

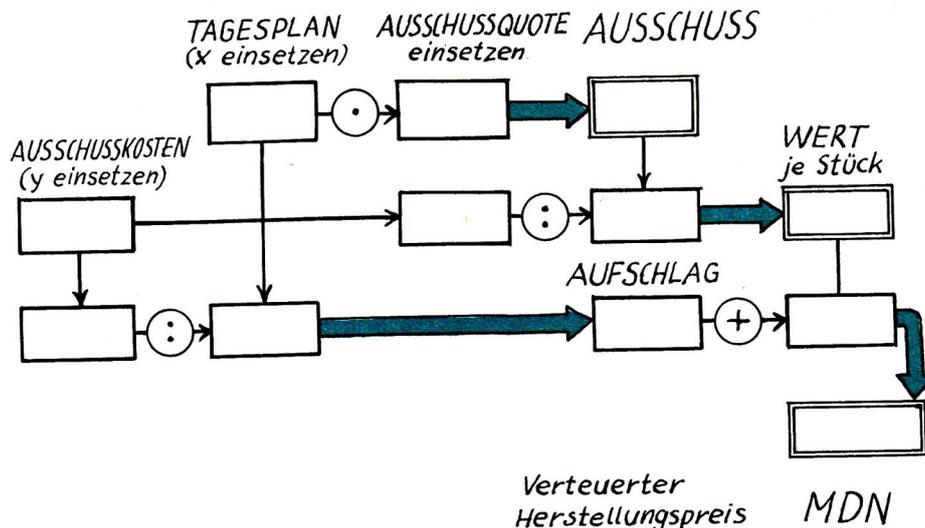
$$(-20) \cdot 90 + y = 6^2$$

Gut! Also $y = \dots$ MDN sind die Ausschusskosten bei den angefertigten $x =$ Teilen an einem Tag.

Jetzt müsst ihr gut aufpassen: Diese Ausschusskosten entstehen täglich bei einer hochwertigen Werkstückserie, weil $\frac{2}{1000}$ der Tagesproduktion nicht brauchbar sind!

Und da meinen einige Lehrlinge immer, eine so geringe Ausschussquote könne doch für eine Verteuerung der Herstellungskosten überhaupt nicht ins Gewicht fallen.

Auf dem Blatt nun seht ihr ein Rechenschema, das eine schnelle Berechnung der Verteuerung der Herstellungskosten ermöglicht.



Setzt in die entsprechenden Felder die Werte für x und y ein! Bei einem einfachen Pfeil übertragt ihr den Wert aus dem einen Feld unverändert in das andere. Notwendige Rechenoperationen sind eingekreist, und das Ergebnis muss in das doppelt eingerahmte Feld übertragen werden, auf das der starke Pfeil zeigt.

Versucht, ob ihr mit diesem Lösungsschema, das die vielen notwendigen Rechenoperationen übersichtlich entführt, den verteuerten Herstellungspreis berechnen könnt.

Übrigens hat solch ein Rechenschema noch einige Vorteile: Es lässt sich schnell ein unterlaufener Fehler finden.

Und wenn die Ausschussberechnungen für mehrere Einzelteile durchgeführt werden müssen, lässt sich jede einzelne Berechnung übersichtlich und schnell aufstellen."

Nun gingen Herr Tanger, Manfred Hausen, der Lehrmeister und die beiden Jungen in den Speiseraum. Neben dem Eingang zum Speiseraum entdeckten Bernd und Günter eine große Wandzeitung. Aber was war denn das?

Das war doch ... Natürlich!

An der Wandzeitung hingen Fotos von der Wasseruhr im Schulgarten und von ihren Erbauern. Die Pionierfreundschaft hatte sie dem Patenbetrieb geschickt.

Jetzt war alles klar! Kein Wunder, dass man sie überall gleich erkannt hatte.

Und noch eine Überraschung kam dazu: Bernd und Günter wurden vom Klub der Jungen Neuerer des Betriebes eingeladen, an den Klubnachmittagen teilzunehmen, um moderne Geräte mitzubauen. Das war ein Angebot, das sie unmöglich ausschlagen konnten.

Als Manfred Hausen dann ein paar Flaschen Brause auf den Tisch stellte, sagte er: "Als Lösung für die Aufgabe, die mir Herr Tanger bei den Baugruben stellte, habe ich folgendes herausbekommen: Der erste Bagger allein braucht 20 Tage, der zweite für die gleiche Arbeit 30 Tage. Stimmts?"

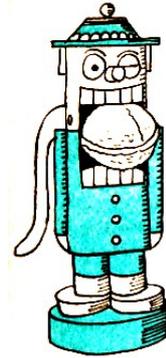
Bernd und Günter hatten vergessen, die Aufgabe zu rechnen. Aber sie wollten es nachholen, denn sie hatten ja nun keinen Ärger mehr mit der Algebra!

23 Lösungen

Seite 3: Bernd hatte richtig nachgedacht! Wäre der höchste Punkt der Skale als 11 Uhr bezeichnet, würde die Stunde von 11 Uhr bis 12 Uhr nicht angezeigt.

Seite 4: In gleichen Zeitabständen wächst die Wassermenge um den gleichen Betrag.

Seite 7: Beim sechsten Versuch beträgt die Abweichung vom Zylindervolumen +4563 ml, beim achten Versuch -5805 ml!



Seite 11: Unbekannt ist der Wert der Variablen x für diese Gleichung:

$$3\frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}x \quad ; \quad x = 2\frac{1}{2}$$

Danach ist die Zahl $2\frac{1}{2}$ in $3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{2}$ mal enthalten! Macht die Probe!

Seite 14: $x = \frac{1386}{109}$.

Seite 16: 28 Schüler sind anwesend, nämlich 14 Mathematiker, 7 Musiker, 4 Schweigsame und 3 Frauen.

Seite 21: 2 h 20 min = 140 min! Dann lautet die Verhältnisgleichung $22140 = 7,5 : x$. Lösung: 1070 hl werden gefördert.

Seite 21: Man braucht nur gut nachzudenken, um zu erkennen, dass eine Pumpe allein die doppelte Zeit braucht, um 425 l zu fördern.

Seite 21: Bei Normalbedingungen fasst ein Kubikmeter 1000 l Wasser. - Eine Pumpe muss 58 min 6 s arbeiten.

Seite 22: 1. 100 min 2. 112 min 3. 130 min

Seite 23: Diophantos wurde 84 Jahre alt.

Seite 25: Eine Summe, die aus zwei Summanden besteht, nennt man auch Binom. Die Summe $(x + 1)$ ist ein Binom. Wenn wir nun dies Binom quadrieren wollen, dann multiplizieren wir:

$$(x + 1) \cdot (x + 1)$$

wobei aber gilt:

Zwei Binome werden miteinander multipliziert, indem man jeden Summanden des ersten Faktors mit jedem Summanden des zweiten Faktors multipliziert und die Produkte addiert.

$$\begin{aligned} (x + 1) \cdot (x + 1) &= x \cdot x + 1 \cdot x + x \cdot 1 + 1 \cdot 1 \\ &= x^2 + 2x + 1 \end{aligned}$$

Seite 25: $x^2 + 3^2 = (10 - x)^2$

Zur Berechnung des Binoms siehe auch die Lösung der vorhergehenden Aufgabe

$$\begin{aligned} x^2 + 9 &= 100 - 20x + x^2 \\ x^2 - x^2 + 20x &= 100 - 9 \\ x &= 4\frac{11}{20} \end{aligned}$$

Seite 26: 75 Sprünge. Und der Windhund holt den Ausreißer nach 112,5 Sprüngen ein.

Seite 26: Rechnet für eine Woche 6 Arbeitstage!

$$x = \frac{1}{7}x + \frac{1}{4}x + 17 \quad ; \quad x = 28$$

Die drei Gesellen hatten 28 Gulden gewonnen.

Seite 27: Der Vater ist 38 Jahre alt.

Seite 35: Es sind 16 Kesselwagen, 20 Rungenwagen und 24 gedeckte Güterwagen.

Seite 36: Auf dem einen Platz lagerten 1100 Kohle, auf dem anderen 2200 t.

Seite 37: 9 Tage.

Seite 43: Sieben Stunden entsprechen $7 \cdot 3600 \text{ s} = 25200 \text{ s}$!

Dann lautet die Proportion

$$90 : 25200 = 165 : x \quad ; \quad x = 46200 \text{ ml}$$

Da wir aber das Ergebnis in Litern angeben sollen, fließen 46,2 l Wasser aus dem Brunnen.

Seite 45: Durch die Zunge allein würde in einer Stunde $\frac{1}{12}$ des Beckens gefüllt werden; allein durch die Augen $\frac{1}{49}$ (beachte: 2 d = 48 h); allein durch die Ohren $\frac{1}{72}$ und nur durch die Tatzen $\frac{1}{96}$. Diese Teilmengen addieren sich, wenn das Wasser aus allen Fontänen springt, folgendermaßen:

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{48} + \frac{1}{72} + \frac{1}{96} = \frac{37}{288}$$

Wenn in einer Stunde also $\frac{37}{288}$ des Beckens gefüllt werden, dann ist es nicht schwer, mit Hilfe einer Proportion die Zeit zu berechnen, die zu einer Füllung notwendig ist:

$$\frac{37}{288} : 1 = 1 : x \quad ; \quad x = 7,8$$

Ungefähr 7,8 h dauert das Füllen des Wasserbeckens.

Seite 48: Durch ein Rohr wird der Behälter in 20 min mit Wasser gefüllt, in einer Minute also $\frac{1}{20}$. Durch das zweite Rohr muss x min das Wasser fließen, um den Behälter einmal zu füllen, deshalb wird auch in einer Minute nur $\frac{1}{x}$ vom Volumen des Behälters gefüllt.

Da aber beide Rohre in einer Minute $\frac{1}{12}$ des Behälters füllen, ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \quad ; \quad x = 30 \text{ min}$$

Seite 50: Hans kam nach genau 7,5 min wieder zurück. Konnte bis zu diesem Zeitpunkt die Wanne schon einmal gefüllt sein? Nein!

Wenn Manfred den Warmwasserhahn nach 2,5 min zugezogen haben wollte, dann waren $\frac{45}{100}$ der Wanne gefüllt. Nun musste das kalte Wasser noch 5 min fließen und dabei in jeder Minute $\frac{1}{10}$ der Wanne füllen.

$$\frac{45}{100} + \frac{1}{10} \cdot 5 = \frac{45}{100} + \frac{50}{100} < 1$$

also konnte das Wasser nicht die Wanne zum Überlaufen gebracht haben.

Manfred hatte die Unwahrheit gesagt: Er musste den Warmwasserhahn länger als 2,5 min laufen gelassen haben.

Seite 51: Es gilt die Gleichung $x = A - a$.

1. $x = 13$ mm.

2. $x = 17,5$ mm.

3. $x = 5.3$ mm

Werkstück 2. hat die größte Wandstärke.

Seite 52: $x = 565,5$ cm²

Seite 53: $x = 1500$, $y = 1836$

Seite 53: 613,22 MDN

Inhaltsverzeichnis

1 Die Uhr des Herrn Ktesibios läuft nicht mehr	2
2 Ohne Mathematik geht es nicht	2
3 Die Wassertropfenzähler	4
4 Ein Brief voller „Rätsel“	8
5 War Ktesibios ein Musterschüler?	12
6 Ein Mathematikbuch auf Papyrus	13
7 Wer war bei Pythagoras unaufmerksam?	15
8 Ein Dorf braucht Reis	16
9 Ein Mathematiker bekommt eine lange Nase	17
10 Heron weiß nicht weiter	19
11 Und noch jemand aus Alexandria	22
12 Von Schilf und Bambus	24
13 Wie fängt man einen schnellen Hasen?	25
14 Glück auf, Rechenmeister Ries	26
15 Beinahe ging ein Planet verloren	27
16 Vom Parkplatz und der großen Überraschung	30
17 Überall braucht man ...	34
18 Der Baggerwettkampf	38
19 Ein Schiff fördert Sand	40
20 Der Löwe mit der Gießkannenzunge	42
21 Wer gewinnt?	45
22 Ach, du meine Güte	50
23 Lösungen	55