

⊙

Johannes Keplers
Mathematikers Sr. Kaiserlichen Majestät

Dioptrik

oder

**Schilderung der Folgen, die sich aus der unlängst gemachten
Erfindung der Fernrohre für das Sehen und die sichtbaren
Gegenstände ergeben**

Augsburg
Druck von David Franke
Mit kaiserlichem Privileg für 15 Jahre
1611

Übersetzt und herausgegeben

von

Ferdinand Plehn

Mit 43 Figuren im Text

Leipzig
Verlag von Wilhelm Engelmann
1904



Widmung.

[I] Dem hochwürdigsten und durchlachtigsten Fürsten und Herrn

Herrn Ernst Erzbischof von Köln,

heiligen römischen Reiches Kurfürsten, Erzkanzler in Italien, Bischof von Lüttich, Verweser von Münster, Bildesheim und Freising, Fürsten zu Stavelot, Pfalzgrafen bei Rhein, Herzog von Ober- und Niederbayern, Westfalen, Engern usw., Markgraf von Franchimont, meinem gnädigsten Herrn.

Hochwürdigster und durchlachtigster Kurfürst, gnädigster Herr!

Zu der großen Menge von Erfindungen dieses letzten Jahrhunderts ist vor einigen Jahren das Fernrohr hinzugekommen, welches man keineswegs unter die gewöhnlichen Instrumente rechnen darf. Es haben sich einige um die Priorität der Erfindung gestritten, andere taten sich noch mehr auf die Vervollkommnung des Instruments zugute, weil auf jener Seite vorwiegend der Zufall walte, auf dieser hingegen die Vernunft die Herrschaft habe. Galilei aber feierte den schönsten Triumph durch die Nutzbarmachung des Instruments für die Erforschung der Geheimnisse der Astronomie, da ihm seine Unermüdllichkeit im Experimentieren den Gedanken eingab, und das Glück ihm den Erfolg nicht vorenthielt. Ich selbst habe nun, gegungen von einem ehrenvollen Wetteifer, den Mathematikern ein neues Feld für die Betätigung ihres Scharfsinns eröffnet, indem ich die Ursachen und Grundlagen so heiß erstrebt und ihrer erfreulichen Mannigfaltigkeit so vielgestaltiger Ergebnisse auf geometrische Gesetze zurückführte.

[II] Nachdem ich nämlich vor sechs Jahren den optischen Teil der Astronomie herausgegeben hatte, in welchem ich den Mechanismus des Sehens in neuer Auffassung und die optischen Gläser, meines Wissens als erster von diesen Dingen gelehrt hatte, die bis heute unerschüttert geblieben da war es wohl angebracht, daß ich zeigte, wie diese Grundlagen, auf denen ich die Theorie des Sehens und die Wirkung einzelner Gläser aufgebaut hatte, auch für die Verbindung verschiedener durchsichtiger Linsen zu einem Fernrohr ausreichen: und daß es sogar unmöglich sei (was die Richtigkeit verbürgt), mit irgend welchen anderen Grundsätzen deren ich mich bediente, den Beweis hierfür zu erbringen. Da nun Euklid einen Teil der Optik, die Katoptrik, geschaffen hat, welche von den zurückgeworfenen Strahlen handelt, indem er den Namen von dem Hauptwerkzeuge dieser Art, den Spiegeln und ihrer wunderbaren und erfreulichen Vielgestaltigkeit hernahm, so entstand nach diesem Vorgange für mein Büchlein der Name Dioptrik, weil es hauptsächlich von den in dichten, durchsichtigen Medien gebrochenen Strahlen handelt, sowohl in den natürlichen Medien des menschlichen Auges, als den künstlichen verschiedener Gläser. In dieser Hinsicht unterscheidet es sich von der Katoptrik wie die Speziess von der anderen, jedoch in der Art, daß in ersterer die Dioptrik, in zweiter die Katoptrik steht, weil es sich bei der Katoptrik um Bilder handelt, deren wahre Natur nur mit Hilfe einer aus der Dioptrik zu schöpfenden Kenntnis des Auges begriffen werden kann.

[III] Aus demselben Grunde habe ich die Mechanik des Sehens und die Theorie der einfachen optischen Gläser wiederholt; einmal, um die Dioptrik gewissermaßen vollständig zu geben, dann aber, weil die Theorie des Instruments an das menschliche Auge anknüpft, und weil das Instrument selbst aus einfachen Gläsern zusammengesetzt ist, so daß das eine nicht ohne das andere entwickelt werden kann; endlich, einige gemeint haben, ich hätte diese Dinge in der Optik schwer verständlich behandelt, so daß viele nicht infolge einer Schwerfälligkeit, sondern durch die Schuld des Lehrmeisters gehindert würden, die Ausführungen und Beweise zu verstehen.

diesen zu Hilfe zu kommen, habe ich hier einzelnes kürzer, **eres weitläufiger** vorgetragen, manches mit anderen Worten **erfaßt**. Die Definitionen der Fachausdrücke, welche ich aus Geometrie frei übernehme, habe ich mit fortlaufender **nummer** zwischen den Lehrsätzen an passender Stelle **aufgeführt**; ferner habe ich die Anzahl der Figuren vermehrt (die **hier** eigentliche Schrift des Mathematikers sind). Wenn ich **ich** auf diese Weise nicht jede Unklarheit beseitigt haben **konnte**, so hoffe ich doch, daß diejenigen, welche wissenschaft-
geschult sind, meiner Schwäche etwas nachsehen und mit **mir** meiner Mühwaltung **vorlieb** nehmen werden.

Ich möchte noch hinzufügen, daß ich mich auf diese Arbeit **ich** zu einer Zeit geworfen habe, in der mein unter einem **unermesslichen** Frost erstarrtes Gemüt durch die erwärmende **de** Ew. hochwürdigsten und durchlachtigsten Hoheit Gegen-
t wieder belebt und durch Euren gnädigsten Zuspruch und **de** blässiges Mahnen, gleichsam wie von einem Götterboten,
dem Schlafe geweckt wurde. Dazu kam auch noch, daß **ich** Mathematikus und Kammerherr, der edle Herr Zuckmesser,
durch seine ebenso herrlichen wie genial erfundenen **de** Instrumente und kunstvoll geschliffenen Gläser — die, wie ich
Ew. höchstes Interesse erregten — zur Nacheiferung auf **dem** selben Gebiete herausforderte. [IV] Hätten mich nicht
de besonderen Gründe veranlaßt, meine Dioptrik Ew. hoch-
ligsten und durchlachtigsten Hoheit zu widmen, so hätte
schon jener eine, ganz allgemeine, genügt, daß mathe-
sche Bücher, weil sie dem allgemeinen Verständnis entrückt
deshalb gering geschätzt sind, niemand mit mehr Berechti-
gung dargeboten werden, als solchen, die sie auch beurteilen
können und die durch natürliche Schärfe des Geistes, durch
die zur Wissenschaft und durch Nachdenken zur vollen Er-
kenntnis dieser Dinge vorgedrungen sind. Ob Ew. Hoheit in
diesem Kenntnis unter den Fürsten unserer Zeit Eures Gleichen
ist, ist mir unbekannt: unter den Universitätsprofessoren gibt
schonlich eine geringere Zahl, die zu solchem Urteil berufen
als man wünschen möchte.

Wenn nun alle Lobreden auf Gönner in den zahlreichen
Widmungen ebenso wenig geschmeichelt wären, als diese,

dann würde — des bin ich sicher — der Glaube an die hervorragenden Eigenschaften der Gönner, den jene Widmung so ziemlich in Mißachtung gebracht haben, bald wieder Leben bekommen. Ich aber kann es mir ersparen, zu diesem Zweck die übrigen Tugenden Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit (wie es in Widmungen üblich ist) aufzuzählen, da ich mir sonst den Tadel: »Schuster bleib bei deinem Leisten« zuziehen würde.

Im übrigen genügt es wohl, wenn ich den Leser darauf aufmerksam mache, daß mein Buch von einem solchen Fürst gut geheißen und ins Leben gerufen wurde. Und so empfehle ich mich denn Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit ganz gehorsamst.

[V] Am 1. Januar des Jahres 1611.

Möge Ew. hochwürdigste und durchlauchtigste Hoheit dieselbe in glücklicher Regierung und bei guter Gesundheit verleben. Dies erfleht

Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit
ehrfurchtvollster

Johannes Kepler,
Mathematiker Sr. kaiserl. Majestät

Die Klammern des Originals sind rund (), die Zusätze des Übersetzers in eckigen Klammern [].

Die Seitenzahlen des Originals sind ebenfalls in eckigen Klammern



[1]

Dioptrik

oder

Darstellung der Wirkungen geschliffener Gläser oder durchsichtiger Kristalle auf das Sehen und die sichtbaren Gegenstände.

I. Definition. Die Neigung zu einer Fläche wird bestimmt durch den Winkel zwischen einem zur Fläche senkrechten und irgend einem anderen Strahl, der den senkrechten im Punkte der Oberfläche schneidet.

II. Optischer Grundsatz. Strahlen, die in ein dichteres Medium eintreten, werden mit einer Neigung gebrochen und nähern sich nach der Brechung innerhalb des Körpers der Senkrechten, die auf der Grenzfläche im Einfallspunkte errichtet ist. Dieselben Strahlen werden bei ihrem Austritt aus dem dichteren Medium ebenfalls gebrochen und entfernen sich nach der Brechung außerhalb des Mediums von dieser Senkrechten.

III. Optischer Grundsatz. Die Brechung bleibt dieselbe, ob nun die Strahlen ein- oder austreten, wie man es sich gerade vorstellen will.

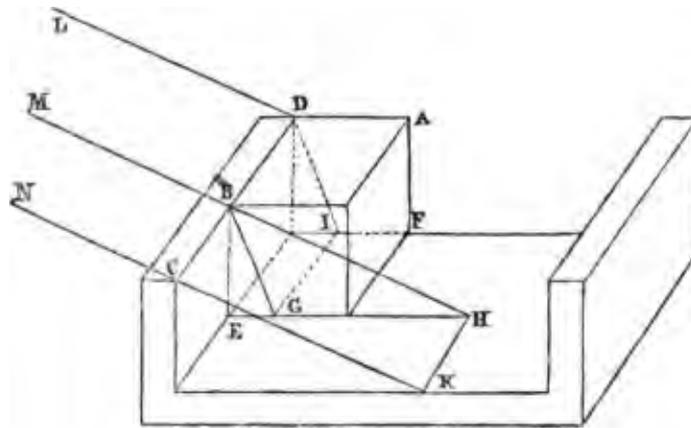
IV. Aufgabe. Es sollen die Brechungen an einem festen durchsichtigen Körper bei beliebiger Neigung der Strahlen künstlich gemessen werden.

AE [Fig. 1] sei ein fester durchsichtiger Körper. Er sei begrenzt durch eine vollkommen plane Oberfläche DE und durch zwei andere plane Oberflächen BA und EF , die zur ersteren rechtwinklig und unter sich parallel sein sollen. Passend zu diesem mache man einen Behälter aus irgend einem Stoff, z. B. aus Holz, dessen Flächen, besonders die inneren, gut geobnet sein müssen.

[2] Zwei Seitenwände erheben sich rechtwinklig vom Boden I , so daß BEH und auch die anderen Winkel rechte sind.

In diesen Behälter werde der durchsichtige Körper so geleg daß er den einen hohlen rechten Winkel völlig ausfülle. Seiwärts rage jedoch der etwas größere Behälter über den durchsichtigen Körper um das Stückchen BC hinaus; in der Höhe BE aber seien sie völlig gleich, so daß die Oberfläche des durchsichtigen und undurchsichtigen ineinander übergehen. Nachdem die beiden Körper dergestalt vereinigt sind, werde die Seite DC , deren Teil DB beiden Körpern gemeinschaftlich ist, lotrecht den Strahlen der Sonne ausgesetzt, wie auch immer dabei die Neigung der Fläche BA zu den Sonnenstrahlen sein möge.

Fig. 1.



LD , MB , NC seien Sonnenstrahlen. Alle Strahlen, die zwischen MB und NC befinden, werden ungebrochen über E hinaus in H und K eintreffen, da sie außer der Luft auf keinen durchsichtigen Körper stoßen. Daher wird CB den Schatten KII auf den Grund des Behälters werfen, unter Umständen vielleicht auch auf dessen gegenüberstehende Seitenwand.

Aus diesem Verhältnis der Höhe BE zu dem Schatten K ergibt sich die Neigung der Sonnenstrahlen zu der Senkrechten auf der Ebene BA . Denn wie BE zu EH , so verhält sich der sinus totus zur Tangente der Entfernung der Sonne von der Senkrechten der Fläche BA , d. i. des Winkels EBH .

Hingegen werden die zwischen MB und LD einfallenden Strahlen in die dichtere, durchsichtige Oberfläche BA eintreten und innerhalb dieser dem Lote BE zugebrochen werden. Wird MB nach BG und LD nach DI gebrochen, wird BD durch den Kristall hindurch den kürzeren Schatten GI werfen. Es wird aber möglich sein, mit den Augen

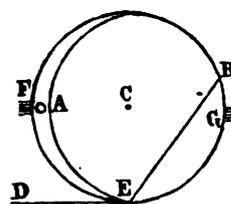
Größe festzustellen, wenn der Grund des Behälters vorher mit Tinte in bestimmte Teile geteilt war. Denn der Körper, welcher den Grund bedeckt, ist ja durchsichtig.

Nun verhält sich wieder die Höhe BE zu dem Schatten EG wie der sinus totus zur Tangente des Winkels $EBG^4)$. Zieht man aber den jetzt gefundenen Winkel EBG von dem vorher gefundenen EBH ab, so bleibt GBH als Maß des Brechungswinkels bei dieser Neigung EBH übrig.

V. Aufgabe. Die Brechungen bei größeren Neigungen und ebenso auch die bisherigen, auf eine andere Weise bequemer zu ermitteln.

[3] Aus einer durchsichtigen, hinreichend dicken, etwa halbzölligen Scheibe [Fig. 2] werde ein zylindrischer Körper hergestellt. Dieser sei AG ; seine Dicke FA . Die Scheibe werde durchbohrt in der Richtung des Kreisdurchmessers, so daß das lange Bohrloch FA durch das Zentrum C hindurch in G austrete. Oder man befestige statt dessen ein Lineal an dem Zylinder in der Richtung ACG mit gleich hohen Visieren in A und G . Der ringförmige Rand wird in 360 Teile geteilt, angefangen bei E , so daß AE ein Quadrant ist. Das Bohrloch oder das Visier AG wird in die Sonne gebracht, so daß das Licht der Sonne, welches bei A eingetreten ist, über G hinaus auf einer gegenüberliegenden Stelle oder Wand sichtbar ist. Da nun der ganze Halbkreis, dessen beide Quadranten in A zusammenstoßen, gleichzeitig erhellt wird, so ist es klar, daß die Tangente, die die Oberfläche des Zylinders in E berührt, und die DE genannt werde, parallel zu AG ist und so auch von der Sonne herkommt, als äußerster aller der Strahlen, die auf den Halbkreis des Zylinders auffallen.

Fig. 2.



Man führe nun einen undurchsichtigen Griffel über die Oberfläche des Zylinders von AF bis nach E und beobachte, wohin sein Schatten an dem gegenüberliegenden Rande, um die Gegend von GB herum, fällt. Es mag z. B., wenn der Griffel in E angesetzt wird, der Schatten nach B fallen. Die Hälfte des Bogens von EB mißt also den Refraktionswinkel des Strahles DE , der die höchste Deklination vom Scheitel hat, weil er ja die zylindrische Oberfläche des Kristalles in E tangiert⁵⁾.

VI. Grundsatz. Die Refraktion von Bergkristall und Glas ist annähernd gleich.

VII. Grundsatz. Die Refraktionswinkel des Kristalles verhalten sich bis zum 30. [Grade] der Neigung ebenso wie die Neigungswinkel selbst⁶⁾.

VIII. Grundsatz. Der Refraktionswinkel ist beim Kristall bis zu der besagten Grenze nahezu der dritte Teil der Neigung in der Luft⁷⁾.

[4] IX. Grundsatz. Am Kristall beträgt die höchste Refraktion ungefähr 48° ⁸⁾.

X. Optischer Grundsatz. Die Neigung verursacht die Refraktion, und gleiche Neigungen der Strahlen in demselben Medium bringen gleiche Refraktionen oder Refraktionswinkel hervor; je größer die Neigung, desto größer die Refraktion; gar keine Neigung bewirkt auch keine Refraktion, d. h. ein lot-rechter [Strahl] wird nicht gebrochen.

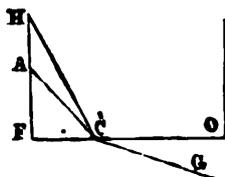
XI. Optischer Grundsatz. Strahlen, die von verschiedenen leuchtenden Punkten ausgehen und auf denselben Punkt einer dichteren Oberfläche auffallen, schneiden sich wechselseitig, aber die Reihenfolge ist nach der Brechung umgekehrt; genau so, wie wenn sich die Strahlen ohne Brechung geschnitten hätten.

XII. Lehrsatz. Genau gemessene Refraktionen sind nicht den Neigungen in der Luft proportional⁹⁾.

Denn nach VIII beträgt die Refraktion 10° bei einer Neigung von 30° , also ein Drittel. Nach demselben Maße müßte zu einer Neigung von 90° eine Refraktion von 30° gehören; das Experiment ergibt aber nach IX 48° .

XIII. Lehrsatz. Ein Strahl, der innerhalb eines Kristallkörpers auf dessen Oberfläche auffällt und um mehr als 42° von dem Lote zu ihr abweicht, wird jene Oberfläche nicht durchdringen können.

Fig. 3.



In der Figur 3 sei AC ein Kristallkörper mit der planen Oberfläche FCO . Zu ihr sei AC mehr als 42° geneigt, so wird FCO weniger als 48° betragen; wenn nun Strahl AC in die Luft gelangt, so wird er sich entweder der Oberfläche in CO anschmiegen oder nicht, dann aber sich über dieselbe erheben, etwa wie CG . [5] Beides ist aber unmöglich

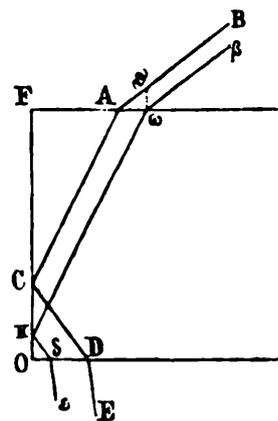
Denn nach IX ist die Refraktion der Tangente CO 48° , folglich CH der zu OC gehörende gebrochene Strahl und mehr nach innen gelegen als CA , da FCA kleiner als 48° angenommen wird. Weil also OC gebrochen wird in CH , nicht in CA , so wird auch AC nicht in CO gebrochen werden (nach III). Aber auch GC wird nicht in CA gebrochen. Denn nach XI. schneiden sich GC und OC , weil sie nach demselben Punkt O kommen, und da GC oberhalb OC liegt, so muß der zu GC gehörige gebrochene Strahl unterhalb des zu OC gehörigen Strahles CK fallen und nicht oberhalb CA . AC kann also nicht über C hinausgehen.

XIV. Aufgabe. Schatten in der Richtung gegen die Sonne zu werfen.

Dies leistet ein Kristallwürfel. FO [Fig. 4] sei ein Würfel, und $B\beta$ die Sonne; $A\omega$ ein Körperchen auf der Oberfläche FA des Würfels. Die Strahlen BA und $\beta\omega$, welche den Schatten bilden, indem sie außen vorbeiziehen, werden nach AC und ωK gebrochen. Nach IX müssen sich CA und $K\omega$ notwendigerweise mehr als 48° über die Punkte der Oberfläche $A\omega$ erheben. Da nun der Winkel des Würfels AFC ein Rechter ist, so wird auch CAF mehr als 48° betragen; es wird FCA kleiner als 42° sein, AC und $K\omega$ werden also mehr als 48° und deshalb auch mehr als 42° zum Scheitel der Oberfläche CF geneigt sein. Aus diesem Grunde (nach III) können AC und ωK die Fläche FC nicht durchdringen. Sie werden deshalb nach optischen Grundsätzen total reflektiert werden nach der Oberfläche OD unter den gleichen Winkeln ACF , DCO . Und weil COD als Würfelwinkel ein Rechter ist, und DCO gleich ACF kleiner als 42° , so muß CDO größer als 48° sein; er ist also weniger als 42° zum Scheitel der Oberfläche CO geneigt und kann deshalb austreten nach E ; ebenso $K\delta$ nach ε . Und auf diese Weise fällt der Schatten von $A\omega$ nach $\delta\varepsilon$ in entgegengesetzte Lage und kommt der Sonne näher als $A\omega$, wenn DE , $\delta\varepsilon$ genügend verlängert werden.

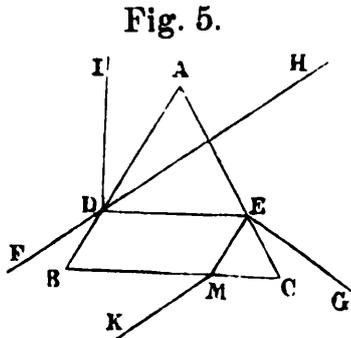
[6] Auf dieselbe Art läßt sich nachweisen, daß ein in ω angebrachter kleiner Turm $\omega\vartheta$ die Spitze seines Schattens E gegen die Sonne richten würde.

Fig. 4.



XV. Lehrsatz. Strahlen können ein Glas- oder Kristallprisma durchdringen, dessen Querschnitt ein gleichseitiges Dreieck bildet.

ABC [Fig. 5] sei ein gleichseitiger Schnitt innerhalb des Prismas. Man ziehe zu BC die Parallele DE , welche einen



Strahl vorstelle. Ich behaupte, ihm stehe der Austritt auf beiden Seiten, sowohl in D als in E nach der Luft offen. Es ist nämlich ABC und deshalb auch ADE 60° . Das Komplement hiervon oder der Winkel zwischen dem Lot in D [auf DE] zur Oberfläche DA ist 30° , also weniger als 42° . Es wird mithin ED in DF austreten. Gegenüber wird ebenso DE in EG austreten.

XVI. Sinnenfälliger Grundsatz. Bei einer solchen Größe der Brechung erscheinen die Regenbogenfarben in herrlichster Weise, gleichgültig, ob nun das Auge hindurchsieht, oder die Sonne hindurchleuchtet.

XVII. [Lehrsatz.] Wenn die Sonne ein Prisma bescheint, so entspringen drei Arten von Strahlen: unveränderte Strahlen, Strahlen von der Farbe des betreffenden Glases und regenbogenfarbige Strahlen.

Es sei nämlich F die Sonne [vgl. vorige Fig. 5]. Sie strahlt nach D . Hier wird nun gewissermaßen das Ganze des Sonnenstrahls geteilt und zu einem sehr kleinen Teil nach DI reflektiert unter dem Winkel ADI , welcher gleich ist dem Winkel BDF , unter welchem der Strahl auffiel. Also einen ungefärbten, allerdings aber nur schwachen Strahl wirft sie über D nach I . Ungefärbt ist er, weil er vom Glase nicht gefärbt ist, in dessen Substanz er nicht eindringt.

Der größere Teil des ganzen Strahls FD dringt bei D ein und wird nach DE gebrochen. In E wird der Rest aber wiederum geteilt. [7] Der größere Teil überschreitet E und wirft infolge der beide Male gleich starken Brechung die Regenbogenfarben nach G .

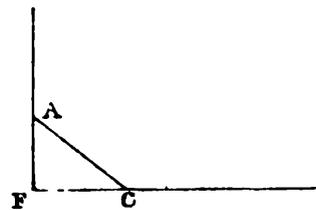
Ein ganz kleiner Rest von DE wird zurückgeworfen von der Oberfläche AC nach EM ; fällt Strahl DE etwas schiefer auf AE auf, so wird er auch schiefer nach EM gebrochen als hier. Denn wenn man DEA kleiner macht, so muß auch MEC kleiner werden nach den Gesetzen der Reflexion. Und

so würde schließlich EM rechtwinklig auf BC auffallen und deshalb gar nicht in M gebrochen werden. Wenn aber FD unter dieser Annahme zweimal durch den Körper des Glases gegangen wäre, nämlich einmal als DE und das andere Mal als EM , würde es auf geradem Wege, bei M austretend, einen Strahl von der Farbe des Glases nach K werfen, d. h. aus der A gegenüberliegenden Fläche. Denn die Optik lehrt uns, daß weiße Strahlen in farbigen Medien gefärbt werden.

XVIII. Lehrsatz. Wäre der Winkel des Körpers ein rechter, so würden, wenn man den Körper zwischen das Auge und einen leuchtenden Punkt bringt, die von letzterem kommenden Strahlen nicht ins Auge gelangen; sondern die Oberfläche, die dem leuchtenden Punkt gegenüberliegt, würde dunkel und von der Farbe des Körpers erscheinen.

Es sei CA [Fig. 6] ein Strahl innerhalb des Körpers. Er wird zu den Flächen FC , EA entweder gleiche oder ungleiche Neigung haben. Ist sie gleich, so wird sie mehr als 42° betragen, nämlich 45° , und der Strahl kann also weder die eine, noch die andere durchsetzen (nach XIII.); ist sie aber ungleich, so kann er (nach XIII) durch die eine von ihnen nicht hindurch. Es kann also kein Strahl die beiden Flächen, welche den rechten Winkel eines Körpers begrenzen, gleichzeitig durchdringen.

Fig. 6.



XIX. Optischer Grundsatz. Der Ort des Gegenstandes wird immer in die Richtung verlegt, die der Strahl bei seinem Eintritt ins Auge hatte, was auch immer auf dem Wege von dem Gegenstande zum Auge an der ursprünglichen Richtung durch Brechung für Veränderungen erfolgen mögen, da das Auge nicht wahrzunehmen vermag, was den Strahlen durch das Dazwischentreten von Medien geschieht, sondern so urteilt, als liefen sie immer nur in der letzten Richtung.

[8] XX. Lehrsatz. Durch ein Prisma mit nach oben gerichtetem Winkel erscheint alles gegenüberliegende oben, mit nach unten gerichtetem Winkel unten, mit nach rechts gerichtetem rechts, und nach links gerichtetem links zu liegen.

Betrachten wir wieder die Figur 5, wo A oben und F das Auge sei. Dann wird also FD nach DE gelangen und in D 20° (nach XV) vom Wege DH abgelenkt. Ferner wird DE nach EG gelangen und wieder 20° vom Wege DE , also 40° vom Wege FDH abgelenkt werden, was fast die Hälfte eines rechten Winkels ausmacht. Und doch wird das Auge in F alles, was unten bei G liegt, oben bei N zu sehen glauben (nach XIX).

Soviel über ebene Kristalle. Jetzt über gekrümmte Flächen. Zuerst über das Licht.

XXI. Definition. Die Bewegung des Lichts nach einem Ort hin wird lateinisch durch das Wort *vergere*, gerichtet sein, bezeichnet. Konvergent heißen Strahlen, die im Fortschreiten von ihrem Ursprung sich immer mehr einander nähern. Divergent, wenn sie vom Ursprung sich fortbewegend, mehr und mehr auseinander weichen. Also werden konvergente Strahlen, nachdem sie sich geschnitten haben, von da ab divergent.

XXII. Definition. Leuchtende Punkte nennt man weit entfernt, wenn ihr Abstand so groß ist, daß der Durchmesser der Pupille dagegen verschwindend klein ist: man nennt sie nahe, wenn das Verhältnis des Pupillendurchmessers zu ihrem Abstände eine merkbare Größe hat.

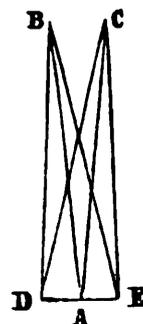
[9] XXIII. Postulat. Jeder entfernte Punkt eines sichtbaren Körpers sendet zwar Strahlen nach allen Seiten aus, in Ansehung des Auges oder eines optischen Glases aber, deren Durchmesser verschwindend klein zu der Entfernung ist, kann man die äußersten, das Auge oder das Glas streifenden Strahlen als parallel betrachten. Von ihnen kann nur einer senkrecht zu der entgegengesetzten gekrümmten Fläche sein.

XXIV. Definition. Strahlen, die von einem Punkte eines nahen Gegenstandes ausgehen, divergieren daher gegen die Pupille des Auges. Von verschiedenen Punkten irgend eines Gegenstandes ausgehende Strahlen sind immer konvergent in bezug auf das Zentrum des Sehens. Dies gilt aber nur für den Fall, daß die Strahlung ungehindert vor sich geht. Man muß also jedesmal wohl unterscheiden, ob es sich um

Strahlen eines Punktes oder um Strahlen mehrerer Punkte handelt.

CD , CA und CE [Fig. 7] divergieren gegen das Auge DE ; ebenso BD , BA und BE , sowie alle mittleren; aber BA und CA konvergieren gegen das Augenzentrum A .

.Fig. 7.



Über die Linse.

XXV. Definition. Eine Linse ist ein Glas oder Kristall von der Form einer kreisförmigen Scheibe, deren Durchmesser größer ist als die Dicke.

XXVI. [Definition.] Konvex ist eine Linse, die entweder beiderseits eine konvexe Oberfläche hat oder nur auf einer Seite konvex, auf der anderen plan ist. Dasselbe gilt von der konkaven Linse. Beide mögen zusammenfassend als reine [d. h. ungemischte] bezeichnet werden.

XXVII. [Definition.] Gemischt heißen solche, die auf einer Seite konvex, auf der anderen konkav, aber auf beiden Seiten vollkommen kreisförmig [kuglig] sind. Diese sind den reinen [ungemischten] entgegengesetzt.

[10] XXVIII. [Definition.] Ein »Konvexes«, »Konkaves« oder »Gemischtes« schlechtweg soll im folgenden gleichbedeutend sein mit einer Konvexlinse, Konkavlinse oder gemischten Linse¹⁰⁾.

XXIX. [Definition.] Die Größe der Linse ist etwas anderes als die Größe ihrer Konvexität oder Konkavität. Jene bezieht sich auf die äußere Größe, diese auf die mathematische Begrenzung der Oberflächen.

XXX. [Definition.] Die Größe des Linsenkörpers selbst hat eine doppelte Bedeutung. Entweder ist sie absolut, wenn man die Umfänge der Linsen oder Scheiben ins Auge faßt und miteinander vergleicht; oder sie bezieht sich auf den Kreisbogen der Konvexität und vergleicht den Umfang der Linse mit ihrer Konvexität.

XXXI. [Definition.] Ein Konvex- oder ein Konkavglas »von großem oder kleinem Kreise (oder auch: eines großen oder kleinen Kreises)« bezieht sich daher

nicht auf den Umfang des Körpers, sondern auf seine Oberflächen und ihre mathematische Begrenzung.

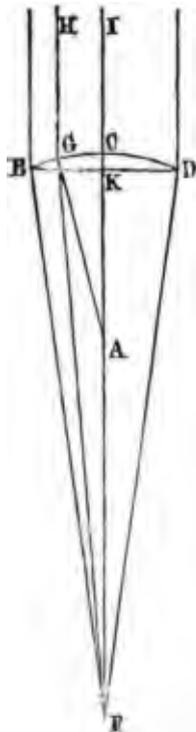
XXXII. [Definition.] Groß ist die Konvexität oder Konkavität bei kleinem Kreise, klein bei großem¹¹.

XXXIII. Postulat. Die Mittelpunkte der Kreis einer konvexen, konkaven oder gemischten Linse müssen auf einer geraden Linie liegen, welche durch den Mittelpunkt der Linse hindurchgeht.

Der Brennpunkt der Linse¹²).

XXXIV. Lehrsatz. Wenn von einem Punkte *a* parallele Strahlen auf eine lotrecht entgegenstehenden Konvexlinse fallen, deren Öffnung unter 30° ist, und wenn diese Strahlen außer der Brechung beim Eintritt keine weitere Richtungsänderung erfahren, da bleibt nur der Strahl ungebrochen, der durch die Mitte des Glases geht, weil er senkrecht auf der

Fig. 8.



Fläche auftrifft, während alle andere gebrochen werden und sich nach Brechung mit dem senkrechten vereinigen, in einer Entfernung von ungefähr anderthalb Durchmessern der Kugel.

[11] Wir nehmen einen fernegelegenen Punkt an, der den Teil *BD* [Fig. 8] einer Kristallkugel bestrahlen möge. Und zwar sei der Bogen *BCD* kleiner als 30° . Dann wird die Strahlung parallel sein (nach XXIII). Von diesen Strahlen sei allein *IC* lotrecht, als der durch das Zentrum *A* hindurchgehende.

Wir betrachten außer dem senkrechten Strahl *IC* irgend einen anderen von den in der Linse parallelen Strahlen, z. B. *HG*. Da nun *H* schief auffällt auf die Oberfläche *BGC*, wird er (nach II) dem Lote im Einfallspunkte, welches *GA* sei, zugebrochen werden, so daß *IC* und *HG* hinter *G* nicht mehr parallel sind. Sie werden sich also schneiden.

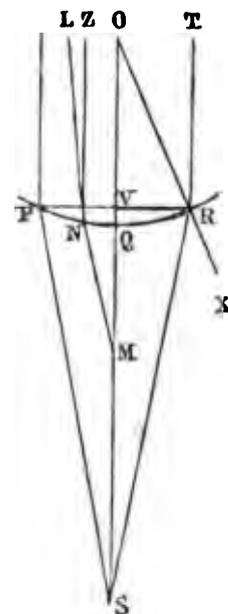
Der Schnittpunkt befindet sich in *F*, und *H* werde nach *GF* gebrochen. Denn es wird angenommen, daß dem Strahl *HG* hinter *G* nichts widerfährt. Ich behaupte, *AF* sei das Doppelte von *CA* u

nithin der Durchmesser der Kugel BCD . Denn der Neigungswinkel vom Strahl HG , welcher parallel zu der Senkrechten IC ist, hat die Größe des Winkels GAC . Wäre nun die Brechung gleich der Neigung, dann würde HG nach GA , nämlich dem Zentrum selbst, gebrochen. Da aber die Brechung nicht gleich der Neigung ist, also auch nicht $\frac{3}{3}$ derselben, sondern nur $\frac{1}{3}$, nach VIII, so erhält der gebrochene Strahl GF gegen GA eine Abweichung, die $\frac{2}{3}$ der Neigung von GAC beträgt. Es ist also FGA $\frac{2}{3}$ von GAC ; $AGF + AFG$ sind $= GAC$. Daher ist GFA $\frac{1}{3}$ von GAC und die Hälfte von FGA . Es verhält sich aber nach der Lehre von den Dreiecken $GA:AF$ wie der Sinus von $\frac{1}{2}GFA$ zum Sinus von $2FGA$. Die Sinus von Winkeln unter 15° sind nahezu verhältnismäßig den Winkeln und Bögen selbst. Sie sind also fast im Verhältnis von 1:2. Deshalb verhält sich auch GA oder CA zu AF wie 1:2 oder wie der Halbmesser zum Durchmesser, und so ist CF ungefähr anderthalb Durchmesser ¹³⁾.

[12] XXXV. Lehrsatz. Wenn die Strahlen in einen konvexen Körper parallel eingedrungen sind, so werden sie sich hinter der Konvexität mit dem Lot schneiden in einer Entfernung, die ungefähr die Länge des Durchmessers der Konvexität beträgt, vorausgesetzt, daß die Öffnung weniger als 30° beträgt.

Es sei PQR [Fig. 9] ein Kristallkörper, begrenzt durch die konvexe Fläche PQR ; und durch diesen Körper sollen einige parallele Strahlen hindurchgehen, deren mittelster und senkrechter OQ sei. Von den übrigen sei einer TR . Ich behaupte nun erstens, TR werde nach außen in RS gebrochen, unter einem Brechungswinkel, der um die Hälfte kleiner als der Neigungswinkel ist; z. B. SRX und TRO sind die Neigungen der Strahlen SR und TR ; daher hat TRO zwei Teile des Maßes, von welchem SRX drei hat. Denn der Refraktionswinkel ist der dritte Teil der Neigung (nach VIII). Wie also SR beim Eintritt nach RT gebrochen wird, so wird auch RT beim Austritt nach SR gebrochen werden (nach III). Die

Fig. 9.



Hälfte der Neigung TRO ist mithin die Refraktion von TR selbst, da es aus dem Dichten austritt. Ich behaupte außerdem RS schneide OQ ungefähr in der Entfernung eines richtigen Durchmessers des Kreises PQR . Denn RSO ist die Größe der Refraktion und gerade die Hälfte von TRO oder ROS , ein Drittel von XRS . Es verhält sich aber $OS:OR$ wie der Sinus des Winkels XRS zum Sinus des Winkels RSO . Aber die Sinus von so kleinen Winkeln verhalten sich nahezu wie die Bögen. Daher ist der Sinus XRS nahezu das Dreifache vom Sinus RSO . Deshalb ist auch OS dreimal so groß als OR oder OQ . Da also OQ der Halbmesser ist, so wird QS ungefähr so groß wie der Durchmesser sein.

XXXVI. Lehrsatz. Wenn Strahlen innerhalb eines dichten Mediums nicht parallel, sondern konvergent nach der konvexen Grenzfläche gerichtet sind, so schneiden sie sich in einem Punkte, dessen Entfernung von der Linse kleiner ist als der Durchmesser der Konvexität.

[13] Es mögen nämlich OQ und LN nach QN zu konvergieren. Die zu QO Parallele NZ , sei gebrochen nach NS . Es schneiden sich mithin gegenseitig LN und ZN . Folglich wird der zu LN gehörige, gebrochene Strahl mehr nach innen liegen als NS , weil LN außerhalb ZN liegt (nach XI). Er schneidet QS also oberhalb S , z. B. in M . Und QM ist kürzer als der Durchmesser.

XXXVII. Lehrsatz. Befindet sich der leuchtende Punkt näher an der Konvexität als die Größe ihres Durchmessers, so werden die Strahlen dieses Punktes nach der Brechung innerhalb des dichten Körpers nicht parallel, sondern divergent sein.

Denn wenn QS der Durchmesser der Konvexität ist, so sei M ein leuchtender Punkt näher an der Linse als S , und die Strahlen MN , MQ divergent. Daher divergieren auch deren zugehörige, gebrochene Strahlen NL , QO nach LG hin, wie im vorhergehenden Lehrsatz (nach XI), wenn sie auch in Wahrheit etwas weniger divergieren.

Bis hierher hatten wir ausschließlich von einer einzigen konvexen Oberfläche der Linse gehandelt, nun gehen wir zur ganzen Linse über.

XXXVIII. Lehrsatz. Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkt aus parallel auf eine senkrecht

gegenstehende, auf beiden Seiten konvexe Kri-
- oder Glaslinse fallen, vereinigen sich hinter
Linse in einem Punkt, dessen Entfernung kleiner
als der Durchmesser des Kreises der abgekehrten
fläche: und kleiner als anderthalb Durchmesser
zugekehrten Fläche¹⁴).

G [Fig. 10] sei eine beiderseits konvexe Linse, $ADGF$
senkrecht durch die Zentra der konvexen Oberflächen.

dem ferngelegenen, strahlenden Punkt

beliebig viele parallele Strahlen kommen,

CB . Während nun AD und CB und

anderen in der Luft nahezu parallel sind

(XXIII), so konvergieren DG und BE im

alle nach EG (nach XXXIV) und zielen

nach F . [14] Daher (nach XXXVI) wird

Punkt F , indem der zu BE gehörende,

obere Strahl EF den Mittelstrahl schnei-

näher an G liegen, als die Größe des

Durchmessers der Konvexität GE beträgt,

er sei GS . Ebenso liegt die Sache mit

unterem und BE , welche um die Länge von

anderthalb Durchmessern der Konvexität BD

hinter D geschnitten haben würden (nach

XXXV), wenn sie nämlich keine andere Bre-

chung als in B erlitten hätten. Nun mögen

Strahlen aber zum zweiten Male in E gebrochen

wirden nach der Senkrechten GF hin, weil von ihrem Lote

aus Punkte E (nach II) ab. Es ist also klar, daß sie schon

vorher als die Länge von anderthalb Durchmessern von BD

geschnitten, sich schneiden. Dies muß daher getrennt bewiesen

werden. Denn wenn sie auch in einer kürzeren Entfer-

nung als der Durchmesser DS der Fläche EG beträgt, sich

schneiden, so folgt daraus keineswegs, daß dies auch kürzer

als anderthalb Durchmesser DF der Oberfläche BD .

Der jener Durchmesser kann größer sein als diese anderthalb

Durchmesser.

XXIX. Lehrsatz. Wenn unter denselben Voraus-

setzungen die Konvexität auf beiden Seiten gleiche

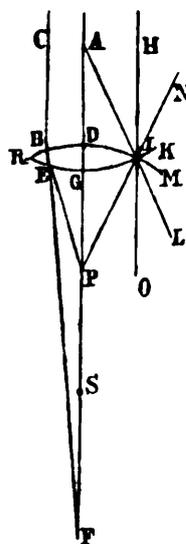
Größe hat, so fällt der Schnittpunkt hinter die

Linse in einen Punkt, welcher ungefähr um den

Durchmesser der zugekehrten Konvexität entfernt ist,

ist in das Zentrum derselben.

Fig. 10.



Es seien in der Figur 10 BD und EG gleiche Konvexitäten und die Zentra derselben A, P . Die Kreise schneiden sich in I , nachdem GI bis K und DI bis M verlängert wurden. Durch den Schnittpunkt I werden die Lote AL und PN aus den Mittelpunkten errichtet. Durch Schnittpunkt I gehe die zu AF parallele HIO . Da nun BD und EG in vorigen Lehrsatz wenig differierten, so wollen wir sie als gleich ansehen und an ihre Stelle die wirklich gleichen Stücke DI und GI setzen. [15] Weil nun HI zu DIM geneigt ist indem es zu dem Lot IN um den Winkel HIN geneigt ist welchem gleich ist OIP oder IPD , so wird der zu HI zugehörige gebrochene Strahl innerhalb der Konvexität abgelenkt werden von OI nach IP um den dritten Teil von OIP (nach VIII). Aber LIO ist gleich NIH , weil AI, IP gleich sind, und HIO zu AP parallel ist. Gebrochen in einen dichteren Körper eintretend, wird er auf die abgewendete Oberfläche desselben KIG (deren Lot in I, AL ist) unter einem Winkel auffallen, welcher $\frac{1}{3}$ größer ist als LIO . Es hat also jener in den Kristall gebrochene Strahl vier Dritteile der Neigung an der abgewendeten Fläche. Beim Austritt in die freie Luft in I muß er eine um die Hälfte größere Neigung in der Luft erhalten, denn ein Strahl, der aus jener Luft geneigt auffällt auf eine konvexe Linse, verliert innerhalb des Körpers den dritten Teil seiner Neigung (nach VIII). Infolgedessen hat jener geneigte Strahl jenseits der Linse in der Luft sechs Teile von der Art, von welcher der Winkel NIH oder LIO drei Teile hat. Der Winkel dieser Neigung ist also doppelt so groß wie der Winkel LIO . Aber LIP ist ebenfalls doppelt so groß als LIO , weil LIO und OIP gleich sind. Daher ist IP der zu HI gehörige gebrochene Strahl, und zweimal gebrochen, einmal beim Eintritt in Punkt I der Konvexität DIM und das zweite Mal beim Austritt im Punkt I der konvexen Fläche GIK . Deshalb ist P das Zentrum der zugekehrten Konvexität BDI , ursprünglich der Schnittpunkt der Parallelen CB, AD, HI ; wenn die Konvexitäten gleich waren. (Vgl. XXXIV, XXXV, XXXVIII.) Fürs Gedächtnis: drei Halbmesser hinter der zugekehrten Konvexität, zwei hinter der abgekehrten, einen hinter beiden^{13. 14)}.

XL. Zusatz. Hieraus geht hervor, daß bei ungleichen Konvexitäten der Schnittpunkt hinter der Linse in einer Entfernung liegen werde, welche

wischen den Halbmessern der beiden Konvexitäten schwankt. Nämlich größer als der Halbmesser der kleineren, weil die andere Oberfläche dem größeren Kreise gehört; hätte sie einem gleichen angehört, so wäre dessen Halbmesser das Maß in diesem Intervall gewesen. Kleiner dagegen als der Durchmesser des kleineren, da ja die Oberfläche des kleineren nicht die einzige ist. Kleiner endlich als der Halbmesser der größeren [Konvexität]: denn wenn der Kreis der kleineren Oberfläche ebenso groß gewesen wäre, dann wäre es erst das Maß des größeren Halbmessers in diesem Intervall gewesen; nun ist dieser aber nicht gleich, sondern kleiner.

[16] XLI. Lehrsatz. Strahlen, die von einem fernen Punkt eines sichtbaren Gegenstandes kommen, schneiden sich am nächsten an der Linse, während der Schnittpunkt der Strahlen eines näher gelegenen Punktes weiter absteht.

Denn nach XXXIV, XXXV, XXXVIII ist in den drei zugehörigen Figuren der Schnittpunkt für einen unendlich weit bestehenden Punkt F , S oder P . Umgekehrt ist es, wenn der leuchtende Punkt an den Gegenstand heranrückt, so daß er aus dem entfernten ein naher wird; und rückt er gar in F , S oder P , so flieht der Schnittpunkt ins Unendliche (nach I, II, III). Wenn aber die Grenzfälle gegeben sind, sind es auch die Zwischenstufen, so daß, wenn der leuchtende Punkt sich jenseits von F , S oder P befindet, der Schnittpunkt der Strahlen innerhalb des Unendlichen fällt, daß er umso fern ist, solange der sichtbare Gegenstand sich sehr nahe befindet, und umgekehrt, wenn der sichtbare Gegenstand in die Ferne rückt, so nähert sich in dem Grade der Schnittpunkt bis zu F , S oder P selbst: und endlich (XXXVIII), wenn die Linse auf beiden Seiten konvex ist, und der leuchtende Punkt den Abstand des Durchmessers von der Linse hat, so liegt auch der Schnittpunkt in der Entfernung des Durchmessers, während die Strahlen innerhalb der Linse parallel sind¹⁵⁾.

Die Wirkungen der Linse an sich.

XLII. Definition. Da jedwede Konvexlinse die Strahlen eines leuchtenden Punktes nach einem

bestimmten Punkt zwingt, welcher weiter vom Zentrum absteht, wenn der leuchtende Punkt nahe, als wenn er fern ist (nach XLI): so wollen wir unter Brennpunkt schlechtweg ohne jeden Zusatz denjenigen Punkt verstehen, zu welchem gezwungen werden, und in welchem sich schneiden die Strahlen eines sehr fernen Punktes, also parallele Strahlen¹²⁾.

XLIII. Aufgabe. Sichtbare Gegenstände sollen mittels einer Konvexlinse auf einer weißen Wand abgebildet werden.

Das einzige Fensterchen einer dunklen Kammer sei durch eine Konvexlinse eingenommen. Im Vereinigungspunkt werde ein Papier aufgestellt. Denn ein Punkt eines sichtbaren Gegenstandes wird auf dem Papier mit allen Strahlen, welche er gegen die Linse sendet, wieder ungefähr in einem Punkte

zusammengezogen. Die sichtbaren Gegenstände bestehen aber aus unendlich vielen Punkten. [17] Es werden also unzählige solche Punkte auf dem Papier abgebildet, d. h. die gesamte Oberfläche des sichtbaren Gegenstandes.

XLIV. Lehrsatz. Das durch die Linse erzeugte Bild ist umgekehrt.

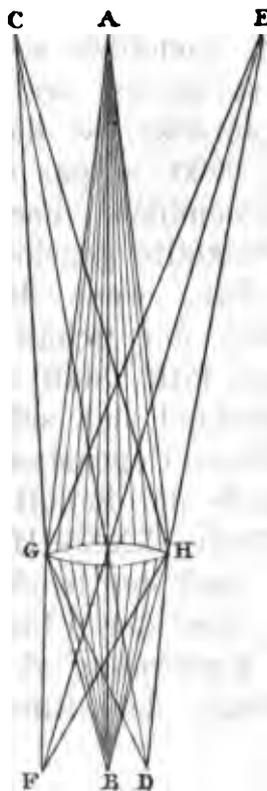
Denn die Linse ist die Basis, auf der beiderseits die beiden Strahlenkegel stehen, von denen der eine seinen Scheitel in einem Punkte des Gegenstandes, der andere in einem Punkte des Bildes auf dem Papier hat¹⁶⁾.

XLV. Definition. Solch ein Zwiesgespann wollen wir im folgenden ein Strahlenbündel nennen.

Die Bündel aller Punkte laufen in der Linse wie in einer gemeinschaftlichen Basis der Kegel zusammen und fahren nach Durchsetzung der Linse wieder auseinander; dabei gelangen sie nach entgegengesetzten Richtungen. In der Figur 11

sind drei Bündel AB , CD und EF , welche in der Konvexlinse GH , wie in einer gemeinschaftlichen Basis zusammenlaufen.

Fig. 11.



XLVI. Lehrsatz. Wie sich der Durchmesser des Bildes zu dessen Abstand von der Linse verhält, so verhält sich auch ungefähr der Durchmesser des Gegenstandes zu dessen Abstand von der Linse. Denn die Achsen der Bündel (die Geraden, welche gezogen sind von einem Punkt des Gegenstandes zu dem entsprechenden des Bildes) schneiden sich alle gegenseitig nahezu in einem Punkt, welcher dicht an dem Zentrum der Linse liegt. [18] Daher gehören zu gleichen Winkeln an der Spitze (Euclid I, 15) auch Grundlinien, die proportional beiden Schenkeln sind (Euclid VI, 4).

XLVII. Aufgabe. Den Halbmesser der Konvexität durch ein abgekürztes Verfahren zu finden, wenn die Linse beiderseits gleiche Konvexität hat.

Man bringe das Papier in diejenige Entfernung, in der sich ferne Gegenstände am deutlichsten abbilden. Dann (nach XLIII) wird das Papier sich im Brennpunkt befinden; deshalb wird es um den Halbmesser der Konvexität von der Linse bestehen.

XLVIII. Aufgabe. Dasselbe zu finden, wenn die Linse auf der einen Seite konvex, auf der anderen plan ist.

Kehre die plane Seite der Linse nach dem fernen Gegenstand, und zwar senkrecht zu ihm, so daß die Strahlen rechtwinklig auffallen und nicht gebrochen werden. Und das Papier halte dorthin, wo der Gegenstand deutlich abgebildet wird. Es wird sich dann das Papier im Schnittpunkt befinden (nach XLIII) und zwar fast genau im Abstand des Durchmessers der Konvexität hinter der Linse (nach XXXV)¹⁷).

XLIX. Aufgabe. Den Durchmesser der Konvexität einer beiderseits gleich konvexen Linse mittels eines nahe gelegenen Gegenstandes zu messen.

Man bringe die Linse genau senkrecht in die Mitte zwischen Papier und Gegenstand und vermehre oder vermindere die Entfernung beider von der Linse immer in gleichem Maße, bis die Abbildung auf dem Papier am deutlichsten wird.

Denn wenn sich der Gegenstand auf dem Papier abbildet, so muß das Papier im Schnittpunkte der vom Punkt des Gegenstandes ausfahrenden Strahlen sich befinden (nach XLIII). Da aber Gegenstand und Papier sich in gleichen Entfernungen von der Linse befinden, so müssen die Strahlen innerhalb des

Linsenkörpers selbst parallel sein. Denn wenn sie nicht parallel wären, so würde kein Teil eines Strahls (außer dem innersten, senkrecht durch die Mitte der Linse gezogenen) in die beiderseitigen Oberflächen unter gleicher Neigung einfallen und also auch nicht gleiche Brechung erlangen (XVIII); er würde deshalb auch nicht auf beiden Seiten der Linse in gleichem Abstand mit dem senkrechten sich schneiden. [19] Da sie mithin innerhalb des Linsenkörpers parallel sind, so muß auch der Schnittpunkt um einen Durchmesser der Linse entfernt sein (XXXV).

L. Aufgabe. Mittels einer beiderseits gleich konvexen Linse Feuer zu machen.

Man halte die Linse senkrecht zu den Sonnenstrahlen und bringe Brennstoff in den Schnittpunkt. Derselbe wird einen Halbmesser der Konvexität entfernt sein, weil die Strahlen vom Mittelpunkt der Sonne parallel sind.

LI. Aufgabe. Dasselbe zu tun mit einer plankonvexen Linse.

Dies geschieht in einer Entfernung hinter der Linse von ungefähr einem Durchmesser der Konvexität (nach XXXV).

LII. Nachts bei Vorhandensein eines hellen Sternes mittels einer Konvexlinse Schrift so zu beleuchten, daß sie gelesen werden kann.

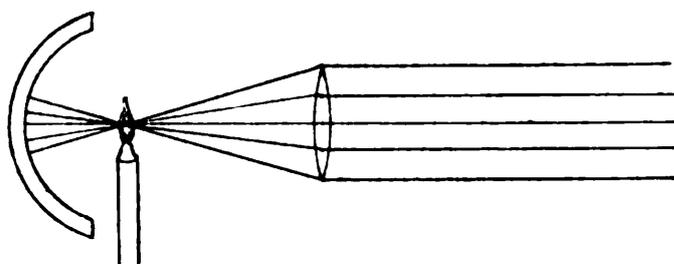
Der Stern muß senkrecht auf die Linse strahlen. Das Papier mit der zu entziffernden Schrift muß hinter der Linse sein. Ist die Linse beiderseits gleich konvex, so muß die Entfernung einen Halbmesser betragen (nach XLIII und XXXIX); ist sie auf einer Seite eben, einen Durchmesser (nach XXXV); Sind aber die Konvexitäten ungleich, so wird die Entfernung größer sein als der Halbmesser der kleineren, aber kleiner als deren Durchmesser.

LIII. Aufgabe. Nachts mit einer Konvexlinse möglichst weit hinaus Licht zu werfen.

Das Licht befinde sich [Fig. 12] hinter der Linse im Schnittpunkt der parallelen Strahlen. Daher werden die Strahlen des Lichts divergent auf die Linse auffallen und nach der Brechung parallel austreten (34, 35, 39, 40). [20] Es empfiehlt sich, das Licht in die Mitte eines Hohlspiegels zu bringen, damit auch die abgewendeten Strahlen in das Licht zurückgebogen werden und durch dasselbe hindurch auf die Linse übergehen. Entfernt man aber das Licht von der Linse, so wird jenes Maximum der Beleuchtung aus dem

Unendlichen näher an die Linse rücken; auf diese Weise kann man den Ort der Beleuchtung ändern und jeden beliebig weit bestehenden Ort erleuchten (XLI).

Fig. 12.



LIV. Aufgabe. Die Entfernung eines sichtbaren Gegenstandes mit einer beiderseits gleichen Konvexlinse von einer einzigen Stelle aus zu messen.

Wird nämlich der sichtbare Gegenstand abgezeichnet in einem Abstand des Papiers von der Linse, welcher größer ist als der Durchmesser der Konvexität, so muß der sichtbare Gegenstand näher sein als der Durchmesser der Konvexität. Dann wenn das Papier einen Durchmesser absteht, so wird auch der Gegenstand einen Durchmesser ab sein (XXXV). Deshalb muß auch, wenn das Papier nur weniger als der Durchmesser entfernt ist, der Gegenstand weiter als einen Durchmesser entfernt sein (XLI). Endlich, wenn das Papier eine vollkommene Abbildung zeigt bei einer Entfernung von einem Halbmesser der bekannten Konvexität, so wird der Gegenstand weit entfernt sein, so daß er mittels der Abbildung nicht mehr gemessen werden kann (XXXIX).

LV. Aufgabe. Dasselbe mit einer konvexen Linse auf eine andere Weise zu leisten, wenn die Größe des sichtbaren Gegenstandes bekannt ist.

Dies geschieht nach XLVI. Denn es verhält sich die bekannte Größe des Gegenstandes zu seiner Entfernung von der Linse, wie die Größe des Bildes zu seinem Abstände von der Linse.

LVI. Anmerkung. J.-Baptiste Porta macht sich anheischig, mittels einer Brennlinse bis ins Unendliche hinein eine Brennwirkung auszuüben. Was er von einem Spiegel behauptet, das, glauben andere, gelte in Wahrheit von einer Konvexlinse. Wem man auch

folgen mag, man wird Unmögliches beginnen. Die optische Wissenschaft steht dem entgegen.

Erstens ist die Brennwirkung eine Folge des Schnittes der Strahlen. Dieser Schnitt ist ein Punkt, keine Linie. Zweitens: wenn die Verbrennung bis ins Unendliche geschähe, dann müßte sie auch schon an der Oberfläche der Linse geschehen, von wo sie ausgeht, wodurch die Linse zerstört würde. Drittens: wenn der Strahl die Fähigkeit zu zünden annimmt, so tut er dies durch Sammlung vieler Strahlen in einen. Dies ist aber unmöglich. [21] Jeder einzelne Strahl fällt nämlich auch auf einen einzelnen Punkt. Aber an jeder Oberfläche erleidet ein einzelner Strahl auch nur eine einzige Brechung, welcher Strahl auch immer durch diesen Punkt hindurchgehen mag. Hinter diesem Punkt befindet sich daher auch immer nur ein einziger Strahl, nicht etwa viele unter sich unabhängige, von verschiedenen Neigungen herrührende, aber durch Brechung zu einem einzigen vereinigte. Doch darüber weiter unten mehr, wo ich konkave mit konvexen Linsen in Verbindung treten lassen werde¹⁸⁾.

Soviel über die Konvexlinse und ihre Anwendungen, abgesehen vom Auge. Und nun über jene Anwendungen, in denen sie zur Verbesserung des Sehens dient. Vorher aber über das Sehen selbst.

LVII. Physikalischer Grundsatz. Die Strahlen, welche durch die Mitten der Pupille und der Augenflüssigkeiten gehen [Sehlinien], sind in der natürlichen Ruhestellung der Augen parallel, sie biegen sich aber freiwillig zusammen bei Betrachtung von näher gelegenen Gegenständen.

LVIII. Definition. Das Sehen ist scharf, wenn die Einzelheiten eines Gegenstandes auf das deutlichste hervortreten und zur Betrachtung gelangen; verschwommen, wenn zwar größere Objekte erkennbar werden, die Einzelheiten aber verborgen bleiben, gewissermaßen unkenntlich und verwischt werden durch ihre gegenseitigen undeutlichen Grenzen. Das Sehen ist kräftig, oder hell, wenn der Gegenstand gleichsam in vielem Lichte erscheint; schwach, oder matt, wenn der Gegenstand in einem schwachen Lichte erscheint, wie z. B. bei einer Sonnenfinsternis oder bei Mondschein.

LIX. Lehrsatz. Die Oberfläche eines dichten Mediums, welche parallel in diesem Körper verlaufende Strahlen bei der Austrittsbrechung vollkommen nach einem Punkte konvergent macht, ist nahezu hyperbolisch.

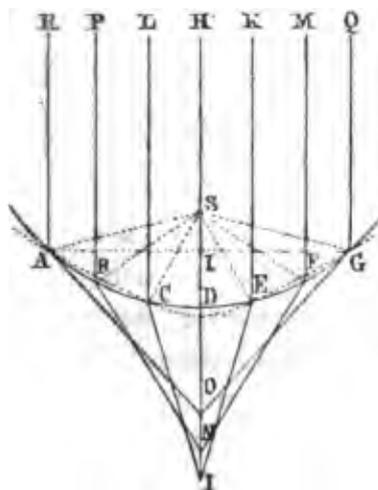
$ABCDEF G$ [Fig. 13] sei ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkt H , und die Senkrechte HD sei genügend verlängert. Zu ihr parallel sind RA , PB , LC , KE , MF , QG .

[22] Wenn alle Brechungen der Einfallswinkel proportional wären, so würden nach der Brechung alle [vorher] Parallelen nach einem und demselben Punkte konvergieren, z. B. nach I (zufolge XXXV. Da sie aber (nach XII) nicht proportional sind, sondern bei großen Neigungen unverhältnismäßig wachsen, so schneiden sich deshalb zwar LC und KE in I , aber die nächstliegenden PB und MF schneiden sich tiefer in N und die äußerst gelegenen RA und QG noch näher in O .

Wenn daher die Punkte O , N , I zusammenfallen sollen in V , so müßten die Refraktionen in AG geringer, in CE größer gemacht werden. Geringer aber wird die Refraktion in A und G sein, wenn dort die Neigung von RA und QG zur Oberfläche geringer ist, größer wird sie in C und E werden, wenn die Neigung von LC und KE größer ist.

Kleiner wird aber die Neigung RA zu AB , wenn AB mit dem Endpunkt B dem Punkt R selbst näher rückt. Dies geschieht, wenn wir eine Oberfläche annehmen, die die kreisförmige Oberfläche ABC in A schneidet, indem sie höher liegt als ABC . Wenn diese BCD wieder in C schneidet, so wird die Neigung von LC zu ihr größer sein [als die von LC zu dem ursprünglichen Bogen BC]. Ebenso auch in E , G . Es schneidet also die neue Linie die alte in vier Punkten. Dasselbe tut auch die Hyperbel, nicht aber die Ellipse. Denn die Ellipse schneidet einen Kreisbogen, der kleiner als ein Halbkreis ist, nur in zwei Punkten. Die Parabel aber, obwohl sie dasselbe tut, gleicht doch nicht der gesuchten Oberfläche aus folgendem Grunde. Denn sie akkommodiert sich

Fig. 13.



keinem bestimmten Winkel. Die gesuchte Oberfläche muß sich aber einem bestimmten Winkel akkommodieren, welcher 96° ist. Denn die höchste Refraktion ist 48° und das Doppelte davon 96° : nach IX¹⁹).

LX. Lehrsatz. Die Kristallfeuchtigkeit des Auges stellt eine konvexe Linse von hyperbolischer Gestalt vor, während die mit geistigem Stoff angefüllte Netzhaut hinter der kristallinen Feuchtigkeit [gleichsam] an Stelle des Papiers steht. Auf ihr bildet sich das Sichtbare mit wirklicher Zeichnung ab. [23] Daß die kristallene Feuchtigkeit eine außerordentlich durchsichtige Linse sei, beweist die Erfahrung der Anatomen. Daß ihre Begrenzung auch auf der hinteren Seite hyperbolisch ist, und daß die Netzhaut rund herum oder wie in einem hohlen Bogen von allen Seiten her um das Kristallene in einer bestimmten Entfernung ausgespannt, und daß sie außerdem die weißbrötliche Farbe des Papiers habe, bezeugen ebendieselben.

Aus dem Gesagten geht hervor (XLIII), daß eine Abbildung der sichtbaren Dinge auf der Netzhaut zustande kommt, und (LIX) weil es sich um eine annähernd hyperbolische Form handelt, so geschieht dies offenbar zur Erzielung vollkommener und reiner Zuspitzung der Lichtbündel, und es wird hierdurch eine vollkommen scharfe Abbildung erreicht.

LXI. Lehrsatz. Das Sehen ist eine Gefühlstätigkeit der gereizten und mit Sehgeist erfüllten Netzhaut; oder auch: Sehen heißt die Reizung der Netzhaut fühlen, soweit sie gereizt wird.

Die Netzhaut wird bemalt von den farbigen Strahlen der sichtbaren Welt. Diese Bemalung oder Illustrierung ist mit einer nicht bloß oberflächlichen Veränderung der Netzhaut verknüpft, wie etwa die Kreide auf einer Wand entlang fährt, oder das Licht über sie hinhuscht, sondern mit einer qualitativen, in die Substanz und den Sehstoff eindringenden. Dies leite ich aus der Natur des Lichtes her, das, wenn es stark und konzentriert ist, eine Brennwirkung ausübt (L). Besteht nun dasselbe Verhältnis zwischen der äußerst geringen Lichtmenge, die auf die Netzhaut gelangt, und dem außerordentlich fein verteilten geistigen Stoff in der Netzhaut, wie außen in der Luft zwischen dem konzentrierten, brennenden Licht und der dichten Körperlichkeit der brennbaren Stoffe, dann folgt daraus

für die Netzhaut eine ebensolche eindringende Tätigkeit des geringen Lichtquantums und eine Veränderung innerhalb der Netzhaut und des geistigen Stoffes, wie außen eine Brennwirkung des Lichtes (als Ursache) und eine Zerstörung des brennbaren Stoffes (als Wirkung). Ich verweise ferner auf die Erfahrung. Augen, die angestrengt auf ein starkes Licht sehen, werden so sehr beeinflusst, daß sie, auch nachdem sie sich von dem angeschauten Lichtglanz abgewendet haben, dessen Bild zurtückbehalten und bisweilen ziemlich lange mit sich herum tragen. Jene Abbildung auf der Netzhaut ist also eine in die Tiefe dringende Veränderung. Aber diese Abbildung schließt noch nicht den ganzen Sehakt ab, sondern ein Bild der so veränderten Netzhaut geht auf ununterbrochenem geistigen Strome in das Gehirn über und wird dort an den Sitz des Seelenvermögens abgeliefert. Dies geschieht folgendermaßen ²⁰⁾.

[24] Wie jedes äußere Gefühl durch Aufnahme und Eindruck, d. i. Veränderung, vor sich geht, da dem, was fühlt, ein Bild des äußeren Gegenstandes eingedrückt wird — eine Veränderung, die wir Gefühl nennen —, so existiert auch drinnen im Gehirn irgend etwas, was wir Sinneszentrum nennen. Diesem wird ein Abbild des veränderten Sehinstrumentes übermittelt, wie es eben durch die Einwirkung des vom gesehenen Gegenstande ausgehenden Lichtes bemalt wurde. Was also außerhalb des Sitzes des Sinneszentrums an dem Sinneswerkzeug geschieht, das wird als eine Art immateriellen Abbildes von dem affizierten oder bemalten Sinnesinstrument abgelöst, nach dem Sitz des Sinneszentrums hinübergeleitet und diesem gemeinschaftlichen Gefühlssitz eingedrückt. Aber die Art und Weise dieses Eindruckes ist verborgen; auch kann nicht mit Sicherheit behauptet werden, ob dies Abbild auf dem Wege der sich kreuzenden Sehnerven hineingetragen werde. Denn eine andere Bestimmung dieser Nerven scheint einleuchtender, nämlich, daß sie den geistigen Sehstoff aus beiden Hirnhälften jedem Auge zuführen. Sie sind deswegen gekreuzt, damit nicht, wenn der eine Hirnbogen verletzt oder derjenige Nerv verlegt ist, der aus ihm hervorgeht, sogleich auch das andere Auge des Sehstoffes beraubt werde. Da also die Sehnerven offenbar schon diese Bestimmung haben, so ist es nicht klar, ob sie auch noch darüber hinaus zur Fortleitung des Bildes des gereizten Instrumentes nach dem Inneren des Gehirns dienen, oder ob es nicht vielmehr irgendwelche andere geistige Stoffe

geben mag, von feinerer Konstitution als jener in der Retina verstreute mehr körperliche Stoff, welche eines materiellen Weges nicht bedürfen, sondern frei durch den ganzen Körper hindurchgehen, die Reizungen der Glieder aufnehmen und jener Fähigkeit des Gehirns, die Sinneszentrum genannt wird, mitteilen. Es ist auch möglich, daß das Bild des gereizten Sinneswerkzeugs von der Netzhaut nach dem Gehirn zwar auf dem Wege des Sehnerven hinübergeleitet wird, doch nicht soweit dies ein körperlicher Weg ist, sondern soweit dieser Weg vom gemeinsamen Sinneszentrum bis zum Sehnerven [Netzhaut] mit geistigem Stoff erfüllt ist, und daß dieses kontinuierliche Vorhandensein eines geistigen Stoffes die Ursache der Überleitung des Reizes vom Auge nach dem Gehirn ist: wie auch in einem stehenden Gewässer die Bewegung, welche ein hineingeworfener Stein verursacht, bis an die Ufer fortgepflanzt wird, solange die Oberfläche des stehenden Gewässers nämlich nicht unterbrochen wird.

Man kann auch sagen, wie die Sonne mit geradlinigen, leuchtenden Strahlen alles erhellt, so erleuchte die Seelenfähigkeit im Gehirn mittels geistiger, nach jeder Richtung hin biegbarer Strahlen die Instrumente [Sinnesorgane], aber nur so lange, als die Strahlen nicht unterbrochen werden. [25] Denn wie uns die durchsichtigste Luft nichts nützt, wenn etwas Dunkles zwischen uns und die Sonne tritt, so wird auch dann der geistige Stoff nichts nützen, der die Retina umgibt, wenn oberhalb im Kopfe aus irgend einer Ursache jener kontinuierliche geistige Strom unterbrochen wird. Daher jenes plötzliche Auslöschung des Lichtes in Krankheitsfällen, welches nicht durch Rückfluß des geistigen Stoffes, sondern von seiner Unterbrechung und Wegnahme durch Abschnürung, Verstopfung oder Abschneiden des Weges herrührt.

Soviel über die sekundäre Veränderung, die das gemeinsame Sinneszentrum betrifft, hervorgerufen durch das primäre Bild des gereizten Sinnesorgans als seines Objektes.

LXII. Lehrsatz. Werden beide Netzhäute in gleicher Weise gereizt, so glauben wir ein einziges Bild zu sehen; werden aber die beiden Netzhäute in ungleicher Weise gereizt oder bemalt, so erscheinen uns die Gegenstände doppelt statt einfach.

Denn das Gesamtbewußtsein hat keine Empfindung von dem ungereizten Sinnesorgan. Oder, wenn eine solche vorhanden ist, so bleibt sie sich immer gleich und ist deshalb ungeeignet, eine neue Empfindung hervorzurufen. Aber das gereizte

rgan macht sich sofort im Gesamtbewußtsein bemerklich (nach LXI).

Sind die Augen in gleicher Weise gereizt, so wird auch in gleicher Eindruck oder eine gleiche Veränderung von seiten der beiden gereizten Augen im Sinneszentrum sich geltend machen, das doch ein und dasselbe ist. Denn die Spuren, um sich so auszudrücken, welche das rechte Auge durch seine Reizung dem Sinneszentrum eindrückt, drückt auch das linke durch die seinige ein: soweit es darauf ankommt, eine neue Empfindung im Gehirn zu bewirken. Der zweite Teil der Behauptung folgt aus LXI. Denn wenn das Sehen ein Gewahrwerden des gereizten Instrumentes ist, wie es gereizt wird: und wenn zwei Gebilde da sind, von denen jedes in besonderer Weise gereizt wird, so werden auch zwei Eindrücke im Sinneszentrum entstehen und auf diese Weise zwei Empfindungen derselben Sache. Es dient daher die Kreuzung der Sehnerven im Gehirn nicht dazu, die Einheit eines mit beiden Augen gesehenen Gegenstandes zu erkennen. Dem steht nämlich auch der Umstand entgegen, daß jene zwar immer gekreuzt sind, wir aber keineswegs immer einen Gegenstand zu sehen scheinen, obwohl wir mit jedem von beiden Augen einen sehen.

[26] LXIII. Lehrsatz. Es ist nicht möglich, daß die Netzhaut, welche stets denselben Platz im Auge beibehält, sowohl von nahen als von fernen Gegenständen scharfe Bilder erhält²¹⁾.

Denn nach XLI schneiden sich die von einem fernen Punkt ausgehenden Strahlen näher hinter der Linse als die von einem nahen. Nun sahen wir aus XLIII, daß im Punkt der Vereinigung ein scharfes Bild entsteht, deshalb muß die Abbildung außerhalb des Schnittpunktes verschwommen und auch nach LX das Sehen undeutlich sein. Und so ist da, wo sich Nahegelegenes scharf abbildet, unmöglich der Schnittpunkt der von fernen Gegenständen ausgehenden Strahlen, sondern dort fallen die Bilder fern gelegener Gegenstände verschwommen aus und umgekehrt. Daraus folgt, daß wir bei derjenigen Lage der Netzhaut in bezug auf die Kristalllinse, in welcher wir Fernes scharf, Nahes verschwommen sehen.

LXIV. Lehrsatz. Es gibt Menschen, welche Fernes scharf, Nahes verschwommen sehen. Aristoteles nennt sie *πρεσβυτας* [Alterssichtige]. Andere sehen Nahes deutlich, Fernes undeutlich, welche Aristoteles Myopen

nennt. Es gibt aber auch solche, die Nahes und Fernes verschwommen, und wiederum solche, die beides deutlich sehen.

Dieser Lehrsatz gehört in die Physiologie und fast in die Medizin. Diejenigen, die beides zugleich verschwommen sehen, haben eine Augenkrankheit, sie sind blöde oder nahezu blind. Dies *παθος* [Leiden] folgt aus einer fehlerhaften Bildung des Auges.

Diejenigen, welche fern und nah gleich deutlich sehen, haben nicht bloß ein gesundes, sondern auch ein in bezug auf die Form veränderliches Auge. Denn da (nach LXIII) die Netzhaut in ein und derselben Lage, nicht zugleich von nahen und fernen Gegenständen scharfe Bilder erhalten kann und doch bei beiden Menschen, welche nah und fern deutlich sehen, gleich scharfe Bilder erhält (nach LX und LXI), so muß die Netzhaut in bezug auf die kristallene Feuchtigkeit oder die kristallene Feuchtigkeit in bezug auf die Netzhaut eine Ortsveränderung machen. Und es ist wahrscheinlich, daß ein gesundes, kräftiges und jugendliches Auge, wie es vorn eine deutliche natürliche Bewegung in der Pupille hat, die sich zusammenzieht bei starkem Licht und sich erweitert bei geringem, so auch hinten in der Netzhaut hinter dem kristallinen dieselbe Fähigkeit habe, so daß es den Augapfel [im Äquator] erweitert, wodurch der Augenrund sich dem Kristallinen nähert, wenn Fernes gesehen werden soll: umgekehrt schnürt es sich im Äquator ein, damit der Hintergrund zurückweiche, wenn Nahes ins Auge gefaßt werden soll. [27] Oder der Sitz dieser natürlichen Bewegung ist vielleicht eher in jener spinnwebartigen Haut, welche die Linse der kristallinen Feuchtigkeit in ihrem Zentrum festhält und dieselbe ringsherum durch schwarze strahlige Ausläufer mit der Uvea verbindet. Denn jene schwarzen Strahlen, Ziliarfortsätze genannt, scheinen deshalb so kammförmig angeordnet zu sein, damit jeder von ihnen für sich allein gleichsam als besonderer Muskel wirken könne. Sobald diese alle sich gleichzeitig in sich zurückziehen und auf diese Weise kurz werden, verengert sich diese Art von Diaphragma des Auges, indem die seitlichen Teile des Auges zusammengezogen werden, und bewirkt, daß die Gestalt des Auges etwas länglich oder ellipsoidisch wird, sobald der Augenrund, d. i. die Höhlung der Netzhaut, vor der kristallinen Feuchtigkeit zurücktritt. Verschmälern sich hingegen die Ziliarfortsätze in der spinnwebigen Haut, und verlängern sie sich

adurch, so erweitert sich der um die Seiten des Auges ge-
 rechte Kreis, und das Auge nimmt mehr eine Linsengestalt an,
 indem der Fundus der Netzhaut näher an das Kristallene
 heranrückt, unter Beihilfe derselben Uvea, welche die Pupille
 kontrahiert und erweitert. Zu diesem Behuf sind die Feuchtig-
 keiten des Auges mit Ausnahme der kristallinen flüssig und
 dünnen zusammengedrückt werden. Diejenigen aber, welche
 nur Nahes oder nur Fernes deutlich sehen können, haben ein
 zwar gesundes, aber bereits sich härtendes, [einseitig] gewöhntes
 gleichsam gealtertes Auge. Es ist nämlich durchaus falsch,
 daß nur Greise das Nahe nicht deutlich sehen und nur junge
 Leute das Ferne. Beides kommt bei beiden vor, je nach der
 körperlichen Beanlagung und den Übungen der Jugendzeit.
 Wenn der, welcher von Jugend auf der Jagd, der Vogelstellerei,
 der Schifffahrt und dem Reisen obliegt, gewöhnt sein Auge an
 das Fernliegende; aber weil er dazwischen immer wieder
 Nahrung aufnehmen und mit Menschen verhandeln muß, so
 bleibt sein Auge auch in der Übung des Nahesehens. Mit der
 Zeit wird die Übung aber schwächer, und so kommt es, daß
 im allgemeinen die, welche in der Jugend an keinerlei Augen-
 fehler leiden, im Alter nur das Weite deutlich sehen. Es ist
 nämlich viel natürlicher, die Augen parallel zu halten, als sie
 auf Nahegelegenes konvergieren zu lassen (nach LVII). Im
 Alter aber ermüdet das Auge, so daß es lieber die natürliche
 Augenrichtung beibehält und dasjenige vernachlässigt, was nur
 mit Anstrengung gesehen wird. Aber dieses Übel tritt bei
 denen meist erst im späten Alter auf. Hingegen, wer von
 Jugend auf eine sitzende Lebensweise im Hause führt, sei es
 des Studiums oder eines feineren Handwerkes wegen, der ge-
 wöhnt sich bald an das Nahe und bleibt auch mit zunehmem
 Alter dabei, so daß er mehr und mehr untauglich zum
 Sehen in die Ferne wird.

[28] Es gibt aber auch unter der ersten Gruppe mehr zum
 Trunke geneigte, schläfrige, müssige und grüblerische, welche
 häufig die Beachtung der vor den Füßen und unter den Hän-
 den befindlichen Dinge vernachlässigen. Deren Augen nehmen
 so viel als möglich die Parallelstellung an, in welcher nur
 das Ferne deutlich gesehen wird. Der anderen Art gehören
 hingegen Menschen an, welche eher nüchtern, wachsam, fleißig
 und achtsam auf das Gegenwärtige sind. So sind jene im
 allgemeinen von hoher Gestalt, weil ihr Blick mehr vom Bo-
 den abgewendet in die Weite gerichtet ist, diese bleiben mehr

im Wachstum zurück; doch trifft dies nicht immer zu. De es ist fraglos, daß die individuelle Beschaffenheit auch h mitspricht*).

LXV. Lehrsatz. Es ist unmöglich, daß ein scharf Sehen zustande kommt, wenn die Strahlen eines leuchtenden Punktes irgendwie konvergent auf das Auge fallen.

Denn jedes Auge ist so eingerichtet, daß es entweder fern Gelegenes oder nahe Gelegenes deutlich sieht. Fern Gelegenes strahlt gleichsam *παράλληλως* (nach XXIII). Nahe Gelegenes entsendet divergierende Strahlen ins Auge (nach XXIV). Ein deutlich sichtbarer Punkt strahlt in der Weise aus, daß seine Strahlen, wenn sie aufs Auge fallen, konvergieren.

*) Auf der anatomischen Tafel 49 des berühmten Felix Plater ist unter Nummer X die Abbildung der spinnwebigen Haut zu sehen, in deren Mitte die kristallne Feuchtigkeit suspendiert ist. deren besondere Abbildung unter Nummer XIII gegeben ist (Lage im Auge Nummer I), bei litera *a*, wo die Strahlen der spinnwebigen Haut dargestellt werden durch *kk*. Die Enden der Strahlen, welche unter Nr. X von einem Kreise umgeben sind, mögen innen mit der Haut der Uvea zusammenlaufend gedehnt werden. Ebenso sieht man unter Nr. VII jene Haut umgestülpt und bei den Buchstaben *o, o* die Reste jener von der Uvea abgerissenen Strahlen. Ebendasselbst zeigt der Buchstabe *n* die Pupille an. Da nun also diese Haut und die besagten Strahlen der spinnwebigen von derselben Substanz sind und demselben Körper angehören, ununterbrochen ineinander übergehen und dieselbe schwarze Färbung haben, so ist es sehr wahrscheinlich, daß beider Bewegung von gleicher Natur sei. Es ist aber ein natürlicher Zusammenschluß der Teile um *n* vorhanden oder gekehrt eine Erweiterung. Deshalb scheint auch dies natürlich zu sein, daß die Strahlen unter Nr. X sich zuweilen in sich zurückziehen und sich verkürzen, und daß auf diese Weise der Kreis, der sie umgibt samt dessen Ansätzen unter Nr. VII bei *o, o* verengert, und daß zugleich das Kristallne in *o, o* vom Grunde entfernt werde. Wenn sich im Gegensatz dazu die Strahlen unter Nr. X in die Länge dehnen, was durch das Dünnwerden derselben geschieht, so wird der Kreis, der ihre äußersten Enden umschließt und unter Nr. VII die Reste der abgerissenen Strahlen vorstellt, über *o, o* erweitert. Auf diese Weise geschieht es, daß durch die Erweiterung des Kreises *o, o* der Grund *p* näher herangezogen wird an das Kristallne, welches in der Mitte des Kreises aufgehängt ist.

Eine Erklärung der übrigen Teile des Auges, die für die Hauptungen 60 bis 64 von Nutzen sein kann, mag aus Plater dem optischen Teil meiner Astronomie, Seite 163, genommen werden.

Soweit über das Auge und das Sehen; im folgenden über die Anwendungen der Linse in bezug auf das Auge.

LXVI. Optischer Grundsatz. Ein Gegenstand von bekannter Entfernung, aber unbekannter Größe erscheint, wenn man ihn unvermutet erblickt, unter einem großen Gesichtswinkel groß, unter einem kleinen klein.

Dies wird gezeigt in XIX. der Optik.

LXVII. Optischer Grundsatz. Die Entfernungen zwischen dem Auge und einem sehr kleinen Gegenstande verhalten sich umgekehrt wie die Gesichtswinkel: d. h. je weiter ein Gegenstand fortrückt, unter um so kleinerem Winkel wird er gesehen.

[29] LXVIII. Ein Gegenstand von bekannter Größe und unbekannter Entfernung, z. B. das Gesicht eines erwachsenen Menschen, scheint, unvermutet mit einem Auge erblickt, nahe zu sein, wenn er unter einem großen Gesichtswinkel erscheint, fern unter kleinem (nach LXVII).

Beweis umgekehrt wie vorher. Es darf aber [wirklich] nur mit einem Auge gesehen werden, weil die Zweiheit und der [gegenseitige] Abstand der Augen (ebenso wie die Bewegungen des Kopfes, wodurch wir gewissermaßen mehrere voneinander entfernte Augen ersetzen) die unbekante Entfernung eines Gegenstandes, wenn sie in einem gewissen Verhältnis steht, richtig schätzen läßt.

LXIX. Alles Fernliegende scheint den gleichen Abstand von uns zu haben, weil wir ihn nicht kennen. Da wir aber wissen, daß er sehr groß ist, so ist er uns wenigstens relativ bekannt (z. B. fassen wir den Himmel als eine einzige Fläche auf, auf der wir uns alle Sterne vorstellen ohne Rücksicht auf die verschiedenen Entfernungen). So halten wir Entferntes von unbekannter Größe, unter größerem Gesichtswinkel gesehen, für größer, unter kleinerem für kleiner, und zwar absolut.

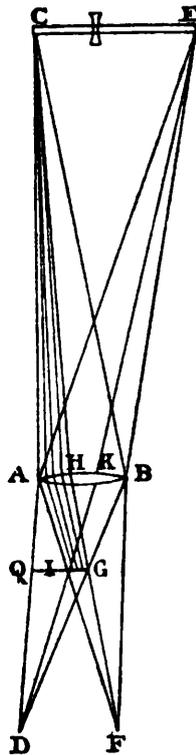
Nach LXVI.

Aus demselben Grunde halten wir auch den Mond, sobald sein Gesichtswinkel durch irgendwelche Ursache gewachsen ist, selbst für größer geworden, weil wir über die Entfernung des Mondes nichts wissen, als daß er immer an demselben Himmel steht, unter welchem Winkel er auch gesehen werden möge.

LXX. Lehrsatz. Durch Konvexlinsen sieht das Auge den Gegenstand in seiner richtigen Lage, d. i. aufrecht, wenn es sich noch innerhalb der Schnittweite in der Nähe des Schnittpunktes der von einem Objektpunkte ausgehenden Strahlen befindet²²).

AB [Fig. 14] sei eine Linse, und das Objekt CE nicht mehr ein bloßer Punkt, sondern ein Gegenstand. C und E

Fig. 14.



seien dessen äußerste Punkte. Von C geht das Strahlenbündel CBF , CHF , CAF usw. aus. Der Schnittpunkt ist F . Ebenso geht von E das Bündel EBD , EKD , EAL usw. aus. Der Schnittpunkt sei D . [30] Das Auge befinde sich in einem Ort zwischen den Schnittpunkten D und F einerseits und der Linse AB andererseits, etwa in IG . Die Größe der Pupillenöffnung sei IG . Ein daselbst befindliches Auge läßt also nicht das ganze Bündel $EADBE$ vom Punkte E in sein Inneres eintreten, sondern nur den Teil $EKIDGBE$, der mit der Linse die Grenzlinie KB gemeinschaftlich hat. Andererseits läßt IG auch nicht das ganze Bündel $CAFBC$ des Punktes C ein, sondern nur den Teil $CAIFGHC$, dessen Begrenzung an der Linse AH ist. Jeder Strahl zwischen KI und BG bildet den Punkt E ab; als rechts bildet sich der rechts gelegene Punkt ab. Und ebenso bildet jeder zwischen A

HG gelegene Strahl den Punkt C ab, als links den links gelegenen. Von welcher Seite die Teile des Bündel $AHGI$ und $KBGI$ an das Auge GI herantreten auf der Seite befinden sich auch in Wahrheit die Spitzen des Bündel oder die gesehenen Punkte.

LXXI. Lehrsatz. Jede aufrechte Wiedergabe ferne aufrechter Gegenstände durch Konvexlinsen ist notwendigerweise verschwommen, und um so verschwommener, je weiter die Konvexlinse vom Auge entfernt ist.

Denn nach dem vorhergehenden von XXXIV bis XL werde alle von ein und demselben Punkte eines fernen Gegenstande (z. B. vorige Figur Punkt C) ausgehenden und bis zum Eintritt in die Konvexlinse parallelen Strahlen CA , CH usw

nach der Brechung durch die Linse konvergent auf das Auge auffallen. Nach LXV aber kann ein Punkt unmöglich deutlich gesehen werden, von dem aus konvergente Strahlen auf das Auge auffallen. Da nun Konvergenz die Ursache der Undeutlichkeit ist, so wird größere Konvergenz auch größere Undeutlichkeit zur Folge haben. [31] Je größer aber der vom Auge aufgefangene Teil des Büschels ist, um so größer wird seine Konvergenz sein, und dies ist der Fall, je näher die Linse vom Auge abtrückt. Deshalb wird auch das aufrechte Bild um so undeutlicher, je weiter die Linse abtrückt.

LXXII. Lehrsatz. Ein aufrechtes Bild von nahen Gegenständen, durch Konvexlinsen erzeugt, erscheint den Alterssichtigen scharf.

So nennt Aristoteles diejenigen, welche Fernes scharf, Nahes undeutlich sehen, wie LXIV. Ein solcher hat, nach LXXIII, seine Augen an Strahlen gewöhnt, die von jedem Punkte aus parallel herkommen. Nun aber gibt es nach LXXV und XXXIX einen Punkt jenseits der Linse oder des Auges von der Beschaffenheit, daß wenn ein Punkt eines sichtbaren Gegenstandes dorthin gerückt wird, die von ihm ausgehenden Strahlen nach der Brechung durch die Linse parallel auf das Auge fallen. Jenen erscheint daher der Gegenstand durch die Konvexlinse deutlich.

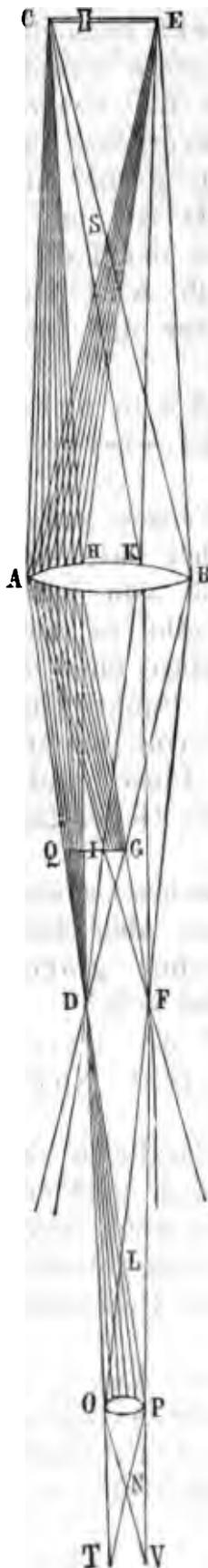
Und dabei ist zu bemerken, daß diese Versuchsanordnung die Umrisse der Dinge scharf umgrenzt. Die Natur aber überschreitet diese Grenzen nach beiden Seiten ohne größere Schädigung des Sehens, nur darf es nicht zu viel sein²³⁾.

LXXIII. Lehrsatz. Ein im Schnittpunkt der Parallelen [Brennpunkt] befindliches Auge sieht Nahegelegenes noch aufrecht²⁴⁾.

Denn wenn das Auge im Schnittpunkt der Parallelen sich befindet (d. h. also der Strahlen, welche von einem weit entfernten Punkte kommen, nach XXIII), so steht es noch innerhalb vom Schnittpunkt der von einem nahen Punkt ausgehenden Strahlen, nach XLI. Deshalb wird nach LXX der Gegenstand noch aufrecht zur Darstellung kommen.

LXXIV. Lehrsatz. Befindet sich das Auge im Schnittpunkt der von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, so sieht es den strahlenden Punkt durch die Linse hindurch nicht deutlich, sondern von allen am undeutlichsten.

Fig. 15.



[32] Denn die von einem Punkt ausfahrenden Strahlen konvergieren nach der Brechung durch die Linse nach dem Schnittpunkt. Befindet sich nun das Auge in Schnittpunkt, so konvergieren sie nach dem Auge hin. Aber nach LXV ist in diesem Falle der Ausgangspunkt und der Ursprung nicht deutlich zu sehen. Da in jenem Punkt die größtmögliche Konvergenz aller durch die Linse gegangenen Strahlen herrscht, so muß dort auch die allergrößte Undeutlichkeit sein.

LXXV. Lehrsatz. Befindet sich das Auge außerhalb des Schnittpunktes der von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, so sieht es die einzelnen Punkte des Gegenstandes durch die Konvexlinse in umgekehrter Reihenfolge.

Ich behaupte nicht, daß es in jeder Entfernung von dem Vereinigungspunkte d von einem einzelnen Punkt ausgehende Strahlen den ganzen sichtbaren Gegenstand umgekehrt sähe; denn um einen großen Teil des sichtbaren Gegenstandes zu erblicken bedarf es einer großen Entfernung. Ich behaupte vielmehr, daß die Umkehrung jenes sichtbaren Gegenstandes gewöhnlich auf dem Durchgang durch den Vereinigungspunkt d Strahlen eines bestimmten sichtbaren Gegenstandes folge.

Es befindet sich nämlich in Fig. 15 das Auge nicht in IG innerhalb der Punkte d oder F der Vereinigung, sondern in OP außerhalb dieser Punkte, und zwar in so weiten Abständen, daß der ganze Gegenstand C gesehen werden kann: wenn AD als äußerster links gelegener Strahl des rechts liegenden Punktes E , und BP als äußerster rechts liegender Strahl des links gelegenen Punktes C bis zum Schnittpunkt (welcher sei) und darüber hinaus verlängert worden

ist. Die Pupille des Auges OP befinde sich jenseits dieses Schnittpunktes.

Daher bestrahlt der rechts gelegene Punkt E mittels des Strahles $EADLP$ und der ihm benachbarten Strahlen (die auf die linke Seite der Linse von A bis H fallen, nach der Berechnung [33] sich in D schneiden und von da aus wieder in der Richtung nach dem Auge zu divergieren) von der rechten Seite A der Linse her das Auge OP . Dahingegen bestrahlt der links gelegene Punkt C das Auge in OP mittels des Strahles $CBFO$ und den benachbarten Strahlen bis einschließlich K , welche sich in F schneiden und dann (nach XIX) wieder divergieren nach dem Auge OP ; und so kommt es, daß der links gelegene Punkt C des Gegenstandes von der rechten Seite BK der Linse herstrahlt. Da aber das Auge nicht merkt, was mit den Strahlen an der Linse vorgeht, sondern glaubt, jeder Teil des sichtbaren Gegenstandes befände sich in der Richtung, von welcher aus die Strahlen in das Auge eintreten, nach XIX, so erscheint der gesehene Gegenstand CE dem Auge umgekehrt.

LXXVI. Lehrsatz. Der Punkt der Umkehr, d. i. derjenige, in welchem sich je zwei Linien, von je zwei Punkten des Gegenstandes nach dem Mittelpunkt des Auges gezogen, schneiden, dieser Punkt, behauptet man, liegt zwischen dem Gegenstand und der Linse.

Der Beweis, daß die rechten Teile der Linse den linken Teilen des sichtbaren Gegenstandes entsprechen und umgekehrt, ergibt sich wie oben in LXXV. Eine Kreuzung der Lichtbündel findet nicht zwischen Auge und Linse statt, sondern zwischen Linse und Gegenstand. Was aber von den ganzen Lichtbündeln gilt, das muß notwendig von ihren Mittellinien gelten, welche in das Zentrum der Pupille einfallen, und ebenso auch von denen, welche den Rand der Pupille betreffen, wie sich in Fig. 15 $EADLP$ und $CBFLO$ im Punkt L schneiden, und in P und O den Rand der Pupille berühren. Der Schnitt in L aber bildet einen Teil der Kreuzung der Bündel ODP und OPF in OP , die hier nicht mehr in Betracht kommt, weil sie oben (Lehrs. LXX) die Lage des Gegenstandes nicht umkehrte. Es handelte sich um die Bündel CHG und $IKEBG$.

LXXVII. Lehrsatz. Das Auge des Alterssichtigen sieht von den durch Konvexlinsen umgekehrten Gegenständen fast nichts deutlich.

Denn der Alterssichtige hat (nach LXIV) sein Auge auf parallele Strahlung von fernen Punkten eingewöhnt und ist deshalb ungeeignet, deutlich zu sehen, wenn die Strahlen von einem Punkte aus merklich divergieren. [34] Bei der Umkehr des Gegenstandes entsenden alle seine Punkte Strahlen, die nach der Kreuzung DF wieder divergieren in der Richtung nach dem Auge OP (XXI), nämlich DO und DP einerseits und FO und OP andererseits. Das Auge des Alterssichtigen sieht also in OP nicht deutlich, es müßte denn sein, daß das Verhältnis des Pupillendurchmessers zur Entfernung DO aufhört, ein merkliches und angemessenes zu sein, dergestalt, daß die Strahlen DO und DP fast parallel werden.

LXXVIII. Lehrsatz. Das Auge des Kurzsichtigen sieht jeden Gegenstand, sei er nah oder fern, wenn er durch eine Konvexlinse umgekehrt wird, deutlich in einer gewissen Entfernung des Auges vom Schnittpunkt der Strahlen, welche von einem Punkt jenes Gegenstandes ausgehen.

Kurzsichtige sind nach Aristoteles diejenigen, welche nahe Dinge deutlich sehen, ferne aber undeutlich. Wie bei Lehrsatz LXIV.

Ihre Augen sind also gewöhnt an Strahlen, welche von einem Punkt aus merklich divergieren. Die Umkehrung fällt (nach LXXV) außerhalb des Schnittpunktes. Nach XXI aber gehen Strahlen von dem leuchtenden Punkt divergent nach der Linse KB , konvergieren nach deren Durchsetzung nach dem Schnittpunkt F und divergieren wieder nach dessen Überschreitung gegen das Auge OP hin. Sie eignen sich also für dieses Auge zum deutlichen Sehen jenes Punktes C . Ich meine [sie eignen sich] in einem bestimmten Abstände von DF , den Kreuzungen der Büschel des zu betrachtenden Gegenstandes, Denn die Fähigkeiten der verschiedenen [kurzsichtigen] Augen werden unterschieden an den größeren oder geringeren Divergenzen (nach LXIV). Die Divergenz ist aber geringer bei einer größeren Entfernung der Pupille OP von den Schnitten in DF ; weil der Winkel ODP oder OFP kleiner wird, wenn die Basis OP dieselbe bleibt, aber die Schenkel OD , PD wachsen. So hat jedes Auge eine bestimmte günstige Entfernung vom Schnitt in D , F ²⁵).

LXXIX. Lehrsatz. Eine einzige konvexe Oberfläche von kleinem Radius kommt genau gleich den zwei

konvexen Oberflächen einer Linse mit doppelt so großen Radien.

35]. AB [Fig. 16] sei eine Konvexlinse von beiderseits gleichen Kreisen ADB und ACB , deren Mittelpunkte F und C sind. Dann ist nach XXXIX.

Schnittpunkt F . Es werde eine Gerade DE durch D gezogen, und dies sei GL .

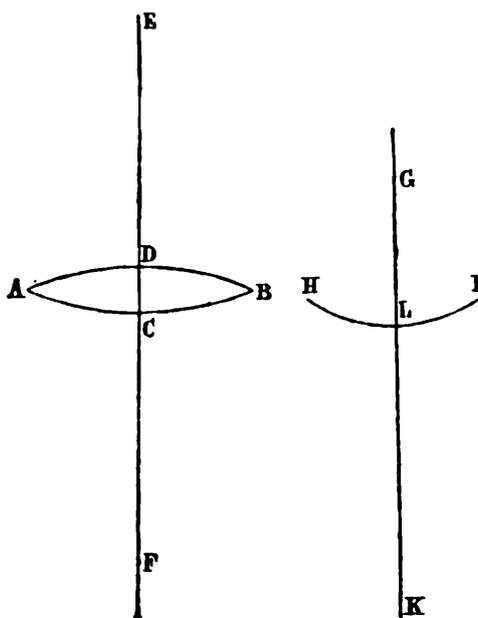
Es sei G als Mittelpunkt eines Kreises mit der Zirkelöffnung GL beschrieben, der einzig und allein die Wirkung bewirke an den aus der Richtung des Zentrums G kommenden parallelen Strahlen.

Die Gerade GL werde bis K verlängert, LK sei doppelt so groß als GL und infolgedessen gleich DF .

Dann laufen nach XXXV die Strahlen parallel, nachdem sie in L , I gebrochen wurden, und gehen in F zusammen. Die eine

konvexe Oberfläche HLI von kleinem Radius leistet dasselbe, wie die zwei von doppelt so großem Radius B ; weil der Schnittpunkt in beiden Fällen gleich weit von dem dichten Körper entfernt ist, da ja DF und LK gleich

Fig. 16.

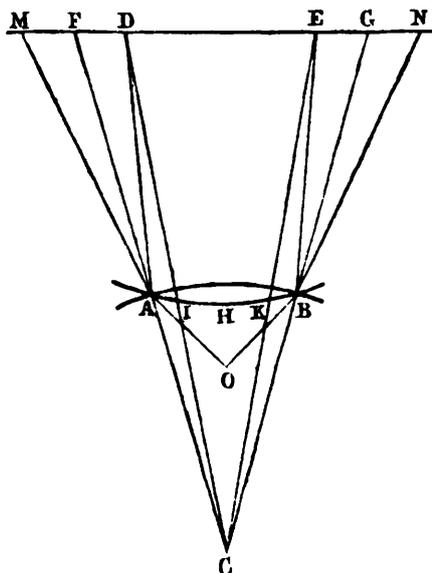


XXX. Lehrsatz. Jedes aufrechte Bild, welches eine konvexe Linse von einem Gegenstand entwirft, ist notwendigerweise größer als der Gegenstand selbst. Wenn nach Umkehrung von LXX befindet sich das Auge, das das Bild aufrecht ist, in der Nähe des Schnittpunktes der von einem Punkte des Gegenstandes kommenden Strahlen, so findet keine Kreuzung der Strahlenbündel oder Linien, die von den Punkten des Gegenstandes ausgehen und in die des Auges treten, zwischen dem Auge und dem Gegenstand statt (nach LXXVI). Es sei also [in Fig. 17] AB die Linse, C das Auge und DE der Gegenstand. Da nun mehrere Punkte des Gegenstandes in Betracht kommen, so wird von jedem einzelnen Punkten eine einzelne Linie, die von diesen einzelnen Punkten zum Zentrum des Auges oder umgekehrt gehen, entweder eine davon senkrecht zur Linse sein, oder keine. Deshalb

werden entweder alle an der Linse gebrochen werden oder alle außer einer (nach X).

[36] Aber nach LXXIX leisten zwei konvexe Flächen an einer Linse dasselbe, wie eine einzige, die die Wirkung beider in sich vereinigt. Damit

Fig. 17.



nun hierbei nicht die doppelte Konvexität verwirrt, so nehmen wir nur eine Konvexität an, welche den beiden von AHB gleichkommt. Verbindet man jetzt die Punkte D und E mit C durch gerade Linien, welche die dicke Konvexlinse in I und K schneiden, so geht aus dem Gesagten hervor, daß diese nicht die zukünftigen Sehstrahlen der Punkte D und E sind, da sie geradlinig bleiben: die optischen Gesetze verlangen aber, daß CI an der Oberfläche in I sich von ID ab- und der Senkrechten im Punkte I zuwendet, wodurch es

einwärts von D und B nach E zu fällt; ebenso wird CK nach der Brechung nicht durch KE fortgesetzt, sondern einwärts von KE nach D hin fallen. Und so umfassen denn die Linien CI und CK und der Winkel ICK , unter welchem der Gegenstand DE ohne die Linse hätte gesehen werden können, infolge der Dazwischenkunft der Linse nicht den ganzen Gegenstand, sondern etwas weniger, und dieses hat die scheinbare Größe des ganzen Gegenstandes DE .

Damit das ganze DE umfaßt werde, ist es notwendig, daß vom Auge weiter nach außen gelegene Linien kommen, als CI und CK sind, z. B. CA und CB . Diese werden daher, wenn sie genügend von CI und CK abstehen, nach der Brechung in A und B den Gegenstand DE umfassen, so daß CAD und CBE die Sehstrahlen sind. Da nun der Winkel ACB größer ist als ICK , unter welchem der Gegenstand ohne Linse gesehen würde: so muß der Gegenstand DE für größer gehalten werden, als er ist (nach LXVIII). Denn nach XIX. weiß das Auge nicht, was mit den Strahlen CA und CB beim Durchgange in A, B vorgeht, und glaubt, sie setzten sich geradlinig fort, als wären sie CAF und CBG , wobei die scheinbare Größe FG größer ist als DE .

LXXXI. Lehrsatz. Je weiter das Auge von der Konvexlinse entfernt nach dem Schnittpunkt zu steht, einen desto kleineren Teil des Gesichtsfeldes erblickt es durch die Linse, und um so kleiner schätzt es diesen Teil.

[37] Denn da sowohl die Linse, als was durch sie auf beiden Seiten unter demselben Gesichtswinkel gesehen wird (und zwar unter einem kleineren, wenn die Linse entfernt steht, als wenn sie nahe ist), so folgt, daß der gesehene Teil kleiner geschätzt wird, wenn die Linse weiter fortgerückt ist (nach LXVII). Aber auch in Wirklichkeit wird durch die entferntere Linse ein kleinerer Teil überblickt. Es sei nämlich in der vorigen Figur 17 die Linse AB weiter von dem Auge C als von dem Auge O entfernt und von O aus die Geraden nach A und B gezogen. Da nun OA und OB mehr nach innen liegen als CA und CB , so werden die zugehörigen gebrochenen Strahlen, nachdem sie sich in A und B überkreuzt haben, mehr nach außen liegen (nach XI). Der zu OA gehörige gebrochene Strahl AM liege mehr nach außen, und der zu OB gehörige gebrochene Strahl BN liege auch mehr nach außen. Dann werden offenbar die von dem nahen Auge herkommenden gebrochenen Strahlen AM und AN einen größeren Teil des Gesichtsfeldes umfassen und die von dem ferner gelegenen Auge C herkommenden gebrochenen Strahlen AD und BE einen kleineren Teil. Dieses wird noch um vieles augenscheinlicher, wenn bei derselben Neigung der gebrochenen Strahlen die Augen O und C in eins zusammenfallen, die Linse aber verschiedene Lagen einnimmt.

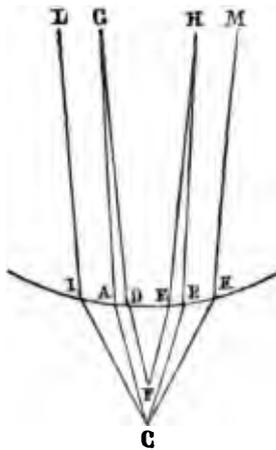
LXXXII. Lehrsatz. Fixiert ein Auge einen fernen Gegenstand durch eine nahe davorgehaltene [konvexe] Linse, so scheint der Gegenstand größer zu werden, wenn sich das Auge von der Linse in der Richtung nach dem Schnittpunkt zu entfernt.

Diese Behauptung scheint der vorigen zu widersprechen und erfordert deswegen eine Erklärung. Man bedenke, daß alle durch eine fern gehaltene Linse gesehenen Gegenstände in ihrer Gesamtheit unter einem kleineren Gesichtswinkel gesehen werden, nach LXXXI. Aber die einzelnen Gegenstände, abwechselnd durch nah und weit gehaltene Linse betrachtet, erscheinen durch die weit gehaltene Linse unter größerem Gesichtswinkel. Denn der Winkel, unter dem die ganze Linse gesehen wird, und der Winkel, unter welchem ein Gegenstand

durch einen Teil der Linse gesehen wird, verhalten sich ganz verschieden. Jener wird nämlich kleiner, dieser größer, wenn die Linse weiter abgehalten wird, und mit ihm vergrößert sich auch der Linsenteil, durch welchen der Gegenstand erblickt wird, zuerst so, daß er den Gegenstand umfaßt, und dann so, daß er denselben größer darstellt; dergestalt, daß das Auge, wenn es in den Schnittpunkt selbst rückt, in dem ganzen Umfange der Linse einen einzigen Punkt des Gegenstandes erblickt, der nahe am Auge gesehen wurde, doch einen kleineren oder jedenfalls nicht größeren Teil der Linse als die Pupille des Auges ausmacht²⁶).

[38] Und nun zum Beweise: Es sei, wie oben nach LXXIX, das [Brechungs]vermögen der beiderseits konvexen Linse [Fig. 18] vereinigt in der einen Oberfläche AB des dichten Körpers, welcher sich bis zu dem Gegenstande erstreckt. Diese Oberfläche sei dem Auge zugekehrt. Das Auge möge seinen Standpunkt nehmen einmal im nahen Punkte F und das andere

Fig. 18.



Mal im entfernteren C . Auf der Oberfläche AB mögen sich die Punkte D , E befinden, zu denen vom nahen Auge F die Linien FD und FE gezogen werden, die den Winkel DFE umschließen. Durch diesen Winkel und diese Linien werde der Gegenstand umfaßt. Ich behaupte daß das entferntere Auge C einen größeren Winkel brauche, um den Gegenstand falls er ein fernegelegener ist, zu umfassen

Man ziehe von D , E die zugehöriger gebrochenen Strahlen DG und EH bis zum Gegenstand. Wenn nun jener entfernte Gegenstand nicht unter größeren

Winkel von C aus gesehen wird, so mag er unter dem gleichen gesehen werden, und man ziehe die zu FD und FE Parallelen CA und CB , so daß Winkel ACI und DFE gleich sind. Da CA und CB stärker zur Oberfläche AB geneigt sind als FD und FE , so werden auch CA und CB stärker gebrochen werden als FD und FE , nach X. Darum werden die zu CA und CB gehörigen gebrochenen Strahlen sich mit den zu FD und FE gehörigen gebrochenen jeder auf seiner Seite schneiden (sowohl deshalb als auch nach XXXIV), weil CA und FD parallel sind, ebenso wie CB und FE . Sie mögen sich also schneiden, und zwar mögen di

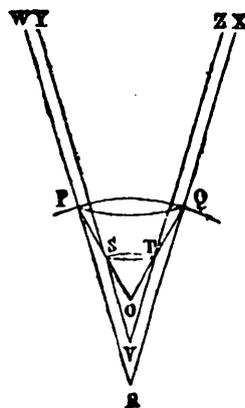
Schnittpunkte G und H sein. Zu CA und CB mögen die gebrochenen Strahlen AG und DH gehören. Da angenommen wurde, der Gegenstand erscheine unter dem Winkel ACB , so wird er gesehen und umfaßt werden durch die gebrochenen Strahlen AG und BH . Er wird aber auch gesehen und umfaßt durch die gebrochenen Strahlen DG und EH . [39] Deshalb müssen die Endpunkte des Gegenstandes notwendig G und H sein. Und deshalb würde der Gegenstand nicht fern, sondern nahe sein, was gegen die Annahme verstößt. Es wird mithin das in C befindliche Auge diesen Gegenstand nicht mittels der Strahlen CA und CB und unter dem Winkel ACB ($= DFE$), sondern mit mehr nach außen gelegenen Linien, z. B. CI und CK und unter dem Winkel ICK ($> ACB$ oder DFE) sehen: so daß die zu CI und CK gehörigen gebrochenen Strahlen IL und KM nahezu parallel zu DG und EH zur Umfassung der Endpunkte des fernen Gegenstandes ausgehen können.

LXXXIII. Lehrsatz. Sieht ein Auge nacheinander durch zwei verschiedene Konvexlinsen nach einem hergelegenen Gegenstand, so erscheint er von derselben Größe, wenn die Abstände jeder Linse vom Auge sich verhalten wie die Durchmesser der Konvexität einer jeden. Ist aber das Verhältnis anders, so wird das Auge den Gegenstand durch diejenige Linse größer sehen, deren Abstand im Verhältnis größer war²⁷).

In Fig. 19 sei O das Auge, PQ die große Linse, um den Mittelpunkt R beschrieben. Die Punkte P und Q werden verbunden mit O , und in den Punkten ST dieser Linien befinde sich die kleinere Linse ST . Durch S und T ziehe man, parallel zu PR und QR , SV und TV . Ihr Schnittpunkt V sei der Mittelpunkt der [Konvexität der] kleineren Linse. Es werde ferner OP und OQ in PW und QX gebrochen.

Da VS und RP parallel sind, und ebenso VT und RQ , so werden die sie schneidenden Geraden OP und OQ gleiche Winkel bilden, $OPR = OSV$ und ebenso $OQR = OTV$. Aber auch VTS und RQP sind gleich, als gebildet von den Linsen und deren Halbmessern: und deshalb werden auch

Fig. 19.



OTS und OQP gleich sein, weil Gleiches abgezogen wurde. Daher hat OT zu Linse TS und OQ zu Linse QP dieselbe Neigung. [40] Deshalb werden auch die Refraktionen beiderseits gleich sein. Von S und T an werden die gebrochenen Strahlen — sie mögen SY und TZ heißen — zu PW und QX parallel sein, daher werden sie für den Augenschein denselben Gegenstand (nach XXIII) unter demselben Winkel POQ oder SOT umfassen; deshalb wird er für gleich groß gehalten werden (nach LXVI). Es verhält sich aber der Halbmesser PR der Linse PQ zu ihrem Abstand vom Auge PO , wie der Halbmesser VS der Linse ST zu ihrem Abstand vom Auge SO und umgekehrt. Der erste Teil der Behauptung ist also bewiesen. Nun zum zweiten.

Ich behaupte, wenn das Verhältnis der Abstände und das Verhältnis der Halbmesser ungleich ist, wenn z. B. das Auge O von der Linse ST den Abstand SO hat, das Auge V von der Linse PQ aber den Abstand PV , daß dann die Gegenstände durch die Linse PQ , deren Abstand vom Auge V größer ist im Verhältnis zum Halbmesser PR , größer erscheinen, als der Abstand SO der Linse ST vom Auge O , und zwar im Verhältnis zum Halbmesser SV : weil sich OS zu SV verhält, wie OP zu PR , OP aber kürzer ist als VP .

Denn nach LXXXII würden durch die Linse in der Lage PQ dem Auge V die Gegenstände größer erscheinen, als dem Auge O . Aber, wie bisher bewiesen wurde, erscheinen dem Auge O die Gegenstände in dieser Anordnung durch die Linsen ST und PQ gleich groß. Deshalb erscheinen die Gegenstände dem Auge V durch die Linse PQ größer als dem Auge O durch die Linse ST .

LXXXIV. Lehrsatz. Je weiter sich das Auge nach außen vom Schnittpunkt entfernt, um so kleiner sieht es die umgekehrten Gegenstände.

Der Beweis für diese Behauptung ergibt sich durch Erklärung und Vergleichung mit dem vorhergehenden. Beginnen wir mit der Umkehr von XXXVII, und setzen wir das Auge für den strahlenden Punkt, was erlaubt ist (nach III). Wenn das Auge der Linse so nahe ist, so divergieren diejenigen seiner Strahlen, die durch die Linse gehen, auch nach der Brechung in der Richtung auf den Gegenstand, und der Gegenstand erscheint aufrecht, was in Lehrsatz LXX. bewiesen wurde. Rückt aber das Auge etwas weiter ab, so werden die Gegenstände größer (nach LXXXII), obwohl sich ihre

sah vermindert (nach LXXXI). Kommt das Auge dann noch
 ter an den Schnittpunkt, so werden seine Strahlen durch
 Eintritt in die Linse parallel, nach der Umkehr von XXXV.
 | Rückt man das Auge noch um ein geringes weiter von
 Linse ab, so bekommen alle Strahlen des Auges nach der
 Abgang durch die Linse die Tendenz, sich zu schneiden, an-
 ge hinter dem Gegenstand [wenn man sie hinreichend ver-
 rern würde], dann in einem einzigen Punkt des fernen Gegen-
 des. Und dann wird von dem ganzen Gegenstand nur
 einziger Punkt gesehen, und zwar so groß wie die Linse
 ist, aber ganz verschwommen. Geht man noch ein wenig
 er von der Linse mit dem Auge fort, so verläßt der
 ittpunkt jener aus dem Auge kommenden und durch die
 e gebrochenen Strahlen oder Linien den Gegenstand und
 t auf die Linse zu. Da die zusammenlaufenden Strahlen
 gegenseitig schneiden und jenseits des Schnittpunktes
 h XXI) sich fortsetzen, so fallen auch diese aus dem Auge
 menden und durch die Linse hindurch gezogenen Linien
 eits ihres Schnittpunktes in umgekehrter Reihenfolge auf
 Gegenstand auf (nach LXXVI) und umfassen zunächst
 einen ganz kleinen, dem Schnittpunkt zunächst gelegenen
 des Gegenstandes; und dann beginnt der Gegenstand an
 n seiner Teile umgekehrt zu erscheinen, was in LXXV.
 esen ist. Entfernt sich nun das Auge immer mehr und
 r, so rückt jener Schnittpunkt mehr und mehr an die Linse
 n (nach XLI), und der Winkel des Schnittes wird größer,
 er mehr von den Gegenständen umfassend, bis endlich der
 and des Auges sehr groß geworden ist; dann fallen die
 an aus seinem Zentrum nahezu parallel auf die Linse, und
 schneiden sich in einem gewissen und bestimmten Punkt
 eits der Linse (wie in Lehrsatz XXXIV). So groß also
 Fig. 8 Winkel BFD ist, so viel von der Halbkugel [Ge-
 sfeld] wird umgekehrt gesehen. Denn wenn BF und DF
 ar gehen, schneiden sie sich wieder und fallen so auf
 Gegenstände. Immer aber bleibt von jener Umkehrung
 Gegenstand ausgenommen, welcher sich näher befindet
 der Schnittpunkt der aus dem Mittelpunkt des Auges
 menden und an der Linse vorbeigehenden Linien. Daher
 t es sich ereignen, daß bei ein und derselben Lage des
 kels einige ferne Gegenstände umgekehrt, andere nahe auf-
 t gesehen werden. Nach diesen Feststellungen erscheint
 ns die Linse (nach LXVII) unter einem um so kleineren

Winkel, je weiter vom Auge sie absteht, und mit ihr alles das, was durch sie hindurch umgekehrt gesehen wird. Dann aber wird mit dem Abrücken der Linse vom Auge immer mehr von der sichtbaren Halbkugel²⁸⁾ in sie aufgenommen, wie schon entwickelt worden ist. Es wird also das Bild eines größeren Gegenstandes, der in seiner ganzen Ausdehnung überblickt wird, bei geringerer Entfernung des Auges kleiner als das eines kleineren bei näherem Abstände. [42] Deshalb wird aus doppeltem Grunde das einzelne der umgekehrten Gegenstände ebenfalls kleiner, wenn die Linse dem Auge ferner ist.

LXXXV. Aufgabe. Mittels einer Konvexlinse die Gegenstände deutlich sichtbar zu machen, aber verkehrt und verkleinert.

Das Auge werde hinter den Schnittpunkt gebracht in einer Entfernung, die seiner Fähigkeit entspricht. Denn (nach LXXIX) wird der Kurzsichtige deutlich sehen, aber (nach LXXV) umgekehrt und (nach LXXXIV) verkleinert: je nachdem das Auge eine gewisse Entfernung zum Deutlichsehen erfordert.

Bis hierher über die Konvexlinse für sich. Nun über zwei miteinander verbundene Konvexlinsen.

LXXXVI. Aufgabe. Durch zwei Konvexlinsen eine Vergrößerung des Gegenstandes bei vollkommener Deutlichkeit herbeizuführen, aber in umgekehrter Lage.

Zwei Konvexlinsen seien in bezug auf das Auge so angeordnet, daß die entferntere für sich allein ein umgekehrtes Bild für das Auge liefert, aber kein deutliches, daß aber das Auge der Linse näher ist, als der Punkt, in welchem ein scharfes Bild hergestellt wird, nach LXXVIII²⁹⁾. Wie wenn in Fig. 15 die Divergenz der von einem Punkt ausgehenden Strahlen DO und DP und der von ihnen eingeschlossene Winkel ODP zu groß wären für das Auge, und das Auge in OP sich nach außen von den Schnittpunkten D und F befände. Nun werde [Fig. 20] eine nähere Linse zwischen die frühere und das Auge so eingeschaltet, daß das Auge sich nach innen von deren Schnittpunkt befindet, wie wenn das Auge sich in GI befände (in Fig. 14). Unter solchen Umständen wird das Auge durch diese Linse allein aufrecht, aber verschwommen sehen: indessen aus dem entgegengesetzten Grunde wie in Lehrsatz LXXI. Weil nun die Divergenz von

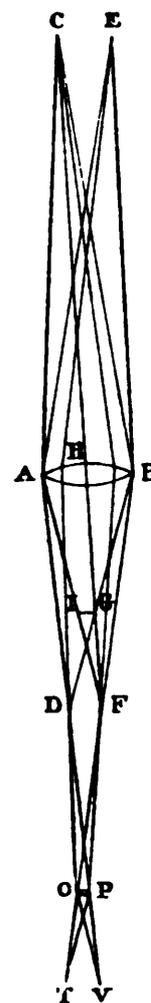
fernten Linse her zu groß ist, so wird die entgegen-
e Konvergenz von der näheren jene allzugroße Divergenz
chen, dergestalt, daß sie dadurch korrigiert wird und
wert an das Auge herankommt zur Herstellung eines
n Sehens.

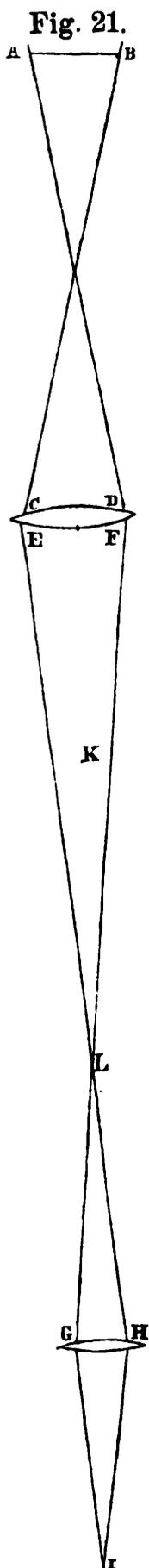
1] Und weil das Bild des Gegenstandes durch die eine
umgekehrt wurde, die nähere Linse aber nicht das von
umkehrt, was sie von der entfernteren
igt, sondern so, wie sie es empfängt, dem
übermittelt aus dem, was hinter ihr liegt
mpfängt aber ein Bild, welches umgekehrt
Ansehung des Gegenstandes), so über-
sie auch dieses umgekehrte Bild [des
andes] dem Auge umgekehrt hinsichtlich
gegenstandes.

2] Und weil das umgekehrte Bild selbst in der
des Schnittpunktes größer erscheint als
gegenstand selbst, wenn es weiter ab,
roß, und noch weiter ab kleiner (nach
[V]), so wird unser so umgekehrtes Bild,
m es durch die nähere Linse vergrößert
den beiden ersten Fällen unter allen Um-
1 größer ausfallen als der Gegenstand,
ten Fall aber entweder größer, gleich oder
, je nachdem das Verhältnis der Linsen
sich ist, welches im Belieben des Ver-
ers liegt: in jedem Fall aber größer als das
welches die dem Auge nächststehende Linse
r entfernteren erhalten hatte (nach LXXX).
Anmerkung von Frisch: In dieser Auf-
st die Konstruktion desjenigen Fernrohrs
en, welches wir seit der Zeit Keplers das
mische oder Keplersche nennen. Kepler
tblößt von allen Hilfsmitteln, ein derartiges
hr nicht gemacht. Der erste, welcher das Keplersche
m mechanisch löste, scheint P. Scheiner gewesen zu sein,
r in der »Rosa Ursina« (ed. Bracciani a. 1630) mitteilt,
r sich eines solchen Fernrohrs zu astronomischen Beob-
gen bedient habe.]

XXVII. Aufgabe. Durch zwei Konvexlinsen die
stände deutlich und aufrecht, aber verkleinert
stellen.

Fig. 20.





Diese beiden Konvexlinsen müssen eine genügende Verschiedenheit der Konvexitäten haben. Das Auge möge also sich außerhalb der seitlichen Schnittpunkte befinden, und zwar die Deutlichkeitspunkte der einen näher, dem Auge, als die der andern entfernter, so daß man mit keinem der beiden für sich das umgekehrte Bild der Gegenstände deutlich erhält. Wenn nämlich die Linsen in dieser Anordnung zum Auge in einer Linie zusammengestellt sind, so heben die entgegengesetzten Fehler gegenseitig auf, und die Deutlichkeit wird die Folge sein.

Damit das Bild aber auch aufrecht sei, muß es zweimal umgekehrt werden. Und damit dies geschehe, muß die (dem Auge) nähere Linse von der entfernteren bis jenseits der Schnittpunkte derselben abrücken.

[44] Es sei nämlich AB , [Fig. 21] der Gegenstand, $CDEF$ die von dem Auge entfernte Linse. K sei der Schnittpunkt. Wenn ein Bild von AB durch diese eine Linse umgekehrt wird, so wird der Punkt, in welchem das umgekehrte Bild erscheint, jenseits von K von der Linse liegen (nach LXXV). Dieser Punkt sei L , und weil die Gestalt der Linse EF mit ihr das umgekehrte Bild von A zu neuem durch die zweite Linse, welche C ist, umgekehrt werden soll, das umgekehrte Bild des Gegenstandes AB aber durch die Linien BC und CEL umfaßt wird: so muß die Linse jenseits von L sich befinden (nach LXXV) war aber L jenseits des Schnittpunktes der entfernten Linse EF . Daher wird die zweite Linse noch viel weiter über deren Schnittpunkt K hinausgebracht werden, so daß die Linse ELG , welche von den Endpunkten des Gegenstandes herkommen, nach ihrer Brechung in G und H endlich wieder zusammengehen und nach dem Auge in I gelenkt werden.

Endlich ist dieses Bild kleiner als der Gegenstand. Denn erstens wird die Figur von dem Gegenstand selbst (und von dem, was durch sie gesehen wird) umgekehrt durch die Linse GH und

in I erscheinen, aber kleiner, nach LXXXV. Nach demselben (LXXXV) wird, wenn sich das Auge in L befindet, nach der Gegenstand AB selbst, der von der Linse CD umgekehrt wurde, verhältnismäßig weniger Raum innerhalb der Linse einzunehmen scheinen, weil L nicht allzu nahe an den Punkt K selbst heranrücken darf, wenn nicht die Undeutlichkeit zu groß werden soll. L nämlich muß so nahe wie möglich dem Deutlichkeitspunkte sein, ebenso wie auch I . In jedem von beiden Fällen wird der Gegenstand AB klein abgebildet.

LXXXVIII. Aufgabe. Mittels zweier Konvexlinsen Gegenstände auf einem Papier aufrecht abzubilden.

Eine bisher ungelöste Aufgabe. Die Konvexlinsen bleiben wie in Aufgabe LXXXVII, das heißt aber so, daß die dem Papier nähere Linse sich jenseits des Schnittpunktes K befindet. [45] Denn die Büschel, welche ungefähr in der Gegend von K spitz auslaufen, erweitern sich jenseits K wiederum und divergieren wechselseitig von sich. Diese nimmt die zweite Linse in sich auf und spitzt die einzelnen nach der Brechung wiederum zu und bewirkt, daß alle unter sich konvergent werden zu einem neuen Schnitt, wonach sie wieder divergieren und auf diese Weise in ihrer ersten Anordnung mit ihren Spitzen auf das Papier auftreffen. Es geschieht nämlich in Fig. 20 nicht anders, als ob der Gegenstand CE auf das Bild DF übertragen, und als ob OP nicht mehr das Auge, sondern die zweite Linse unterhalb des Gegenstandes wäre. Wenn sich die Linse OP sehr nahe an dem Bilde DF befindet, so erfordert die Abbildung TV ein ferngehaltenes Papier und gerät groß.

LXXXIX. Aufgabe. Mittels dreier Konvexlinsen die Gegenstände aufrecht deutlich und vergrößert darzustellen.

Zwei von den Linsen und das Auge werden so angeordnet, daß geschieht, was in Aufgabe LXXXVII gesagt ist, mit einer einzigen Ausnahme, daß nämlich das Auge sich näher dem Deutlichkeitspunkte befinde und undeutlich sehe. Denn die dritte Konvexlinse, so angebracht wie in Aufgabe LXXXVI wie dortige zweite, nämlich dergestalt, daß das Auge sich näher an der Linse als der Schnittpunkt befindet, wird bewirken, daß das Bild (welches zweimal umgekehrt war und jetzt aufrecht, aber dadurch kleiner wurde) wiederum vergrößert wird: wenn aber das Verhältnis der Linsen richtig ist, so macht die Ausnahme die frühere Verkleinerung, welche die beiden allein

in LXXXVII zuwege gebracht hatten, wieder mehr als Die Deutlichkeit wird aber aus denjenigen Gründen welche angeführt wurden in Aufgabe LXXXVI.

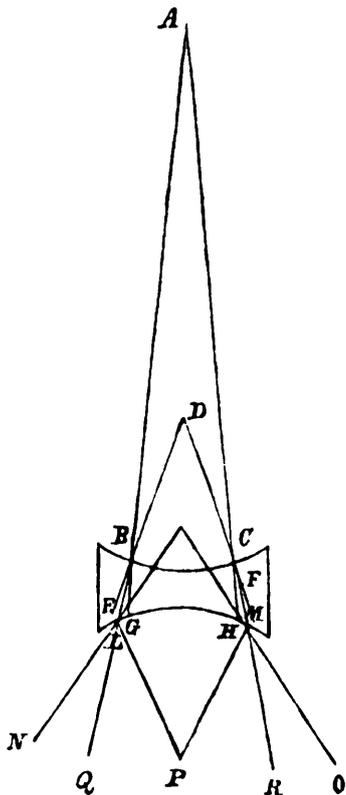
[Anmerkung von *Frisch*: Ein auf diesen Prinzipien ruhendes Fernrohr verfertigte *Chr. Scheiner* und beschrieb in dem oben angeführten Werke.]

Bis hierher über Konvexlinsen: weiter über die kaven.

XC. Lehrsatz. Strahlen, die von einem leuchtenden Punkt aus parallel oder divergent auf die konkave Oberfläche eines dichteren Mediums auffallen, werden innerhalb desselben noch divergenter (wenn außer der leuchtende Punkt außerhalb des Zentrums der Oberfläche liegt).

[46] Von dem leuchtenden Punkt *A*, [Fig. 22] aus die divergenten Strahlen *AB* und *AC* herabsteigen in die

Fig. 22.



kave Oberfläche *BC* des dichteren Mediums, deren Zentrum *D* sei innerhalb der Umfassung von *AB* und *AC* behaupte, *AB* und *AC* werden bei der Brechung in *B* und *C* um *BC* stärker divergieren. Es sei nämlich vom Zentrum *D* aus die rechten *DB* und *DC* nach der Oberfläche gezogen und verlängert etwa bis *E* und *F*, und es mögen *AB* und *AC* verlängert werden nach *G* und *H*. Da nun *AB* in *B* ist zu der Oberfläche des dichteren Mediums, so mag es in *B* gebrochen werden, und sein zugehöriger gebrochener Strahl wird von *BG* fort nach dem Lot (nach II), neigen und sein

In ähnlicher Weise wird auch in *C* gebrochen werden und nach der Brechung von *CH* fort nach dem Lot zu neigen, so daß es *CM* wird. *DBE* und *DCF* divergieren stärker weil sie von einem näher gelegenen

als *AG* und *AH* kommen, welche von einem ferner gelegenen durch dieselben Punkte *B* und *C* gezogen wurden, und *BL* und *CM* an sie, die mehr divergieren, herankommen

CG und CH aber, welche weniger divergieren, abrücken, also stärker divergieren als AB und AC , und zwar [schon] innerhalb des dichteren Mediums.

XCI. Lehrsatz. Wäre der leuchtende Punkt der Linse näher gewesen als das Zentrum der Kavität, so divergieren die divergenten Strahlen nach der Brechung innerhalb des dichten Mediums weniger.

Es sei nunmehr A das Zentrum des Kreises, D der leuchtende Punkt. Dann werden ABG und ACH zu Loten und AB und DC zu Strahlen, welche, statt den Weg BE und CF zu verfolgen, gebrochen werden in den Punkten B und C und heranreichen an die Lote BG und CH und endigen in BL und CM , welche weniger divergieren als BE und CF .

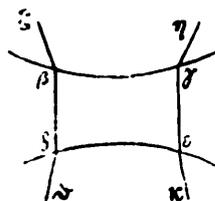
[47] XCII. Lehrsatz.] Innerhalb des dichteren Mediums divergent an dessen konkaver Grenzfläche verlaufende Strahlen divergieren nach ihrem Austritt noch stärker.

Es mögen BL und CM divergent nach der konkaven Beugungsfläche LM verlaufen, deren Zentrum P sei, aus welchem die Lote PL und PM nach den Punkten L und M kommen mögen. Und BL und CM sollen verlängert werden nach Q und R über die Einfallspunkte L und M hinaus. Weil nun die Strahlen BL und CM innerhalb des dichten Mediums tief auf die Oberfläche LM des dünneren Mediums um P fallen, oder, was dasselbe ist, auf die Grenzfläche des dichten Mediums, in welchem sie sich befinden, so werden sie bei der Brechung abgelenkt werden von den Loten PL und PM und werden nach der Brechung nicht LQ und MR sein, sondern mehr nach außen gerichtet sein, nach II., wie LN und MO . Und da BLQ und CMR divergieren, so werden LN und MO noch stärker divergieren.

XCIII. Lehrsatz. Wenn Strahlen in ein dichtes Medium parallel eingetreten sind, werden sie nach dem Überschreiten von dessen konkaver Grenzfläche divergieren.

Es mögen [Fig. 23] $\beta\delta$ und $\gamma\epsilon$ parallele Strahlen sein. Zwischen ihnen kann es einer senkrecht in $\beta\gamma$ sein, die übrigen allen schief auf und werden von ihren Loten gebrochen werden, nach II., also werden $\beta\delta$ und $\epsilon\kappa$ ebenso nach ihrem Austritt divergieren, wie $\beta\zeta$ und $\gamma\eta$ vor ihrem Eintritt divergieren.

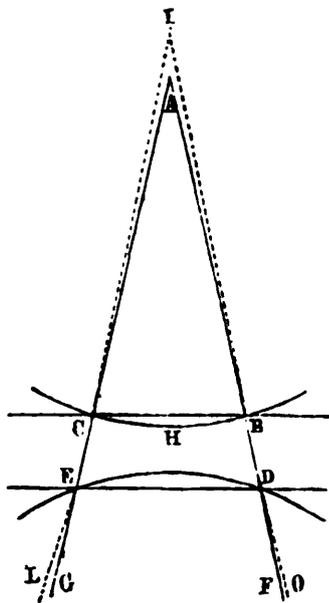
Fig. 23.



XCIV. Lehrsatz. Strahlen, die von einem beliebig gelegenen Punkt auf eine beiderseits konkave Linse fallen, divergieren nach der letzten Brechung noch stärker. Dies trifft auch für eine beiderseits plane Scheibe zu.

Denn wenn dies nicht der Fall ist, so könnte es auch nicht zutreffen, wenn der strahlende Punkt nach innen vom Zentrum der Konkavität der Linse läge, weil dann nach XCI. die Divergenz innerhalb des Mediums geringer ist. Dasselbe gilt, wenn die Linse beiderseits plan ist, vollends wenn beide Bedingungen zusammentreffen. [48] Und doch ist es alsdann wahr³⁰.

Fig. 24.



sei nämlich das Parallelepipedon $CBEI$ [in Fig. 24] ein dichtes Medium, die Strahlen in ihm EC und DB seien einander zugeneigt unter den gleichen Winkeln CED und BDE : sie mögen gebrochen werden in den Punkten C , E , B und D . Die zugehörigen gebrochenen Strahlen EG und CA werden nach III. parallel sein, ebenso auch DE und BA , weil CB und BE parallel sind. Die Divergenz in A und AB wird daher gleich sein derjenigen in EG und DF . Es werde nun CB durch den Kreis CHB konkav gemacht. Dadurch wird die Neigung von EC zu der konkaven Fläche vermindert werden, wodurch auch die Brechung vermindert wird und so auch

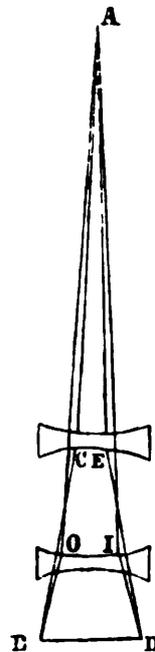
der obere gebrochene Strahl, d. h. CI und auf der anderen Seite BI . Daher werden nunmehr weniger divergent IC und IB als EG und DF . Und noch viel weniger, wenn auch ED konkav wird, weil CE zu der neuen Oberfläche geneigt wird. Und die zugehörigen gebrochenen Strahlen werden divergenter als bisher EG und DF , etwa wie EL und DF .

XCV. Lehrsatz. Ferne Gegenstände werden durch eine hinreichend konkave Linse, wenn sie in einem bestimmten Punkte vor dem kurzsichtigen Auge aufgestellt ist, deutlich zur Darstellung gebracht.

Ferne Punkte strahlen parallele Strahlen aus, nach XXI. Da nun Kurzsichtige auf nahe Gegenstände eingerichtet sind, so sind sie es auf divergente Strahlen nach XXIV und sehr

ferne Gegenstände undeutlich. Aber konkave Linsen
 en, daß parallele Strahlen divergent werden, nach XC.
 wirken mithin, daß die Punkte, von denen die parallelen
 n ausgehen, scharf gesehen werden. Aber
 n jeder Lage der Konkavlinse. Denn der-
 unkt A [Fig. 25] der durch die vom Auge
 tferntere Linse CE Strahlen in die Pupille
 ges BD sendet, benutzt nur einen kleinen
 r Linse CE , weil dasjenige, was er auf
 größeren Teil strahlt, durch allzugroße
 nuz vom Auge abirrt. Dahingegen benutzt
 e Punkt A von der näheren Linse OI
 größeren Teil OI , um Strahlen, die von A
 n, in die ganze Pupille BD zu streuen.
 er kleinere Teil CE liegt der Senkrechten
 nach der Linse näher als der größere
 .9] daher ist auch die Neigung der näheren
 n AC und AE zur Oberfläche geringer
 jene der Strahlen AO und AI , und des-
 t auch die Brechung von ACB und AED
 r als die von AIB und AOD , nach X.,
 deshalb ferner die Divergenz von CB und
 eringer als die von IB und OD . Nun
 er jedes Auge seinen eigenen günstigen Grad von
 enz: also muß auch jede Linse eine besondere Lage

Fig. 25.



VI. Lehrsatz. Die Gegenstände werden durch
 avlinsen kleiner dargestellt.

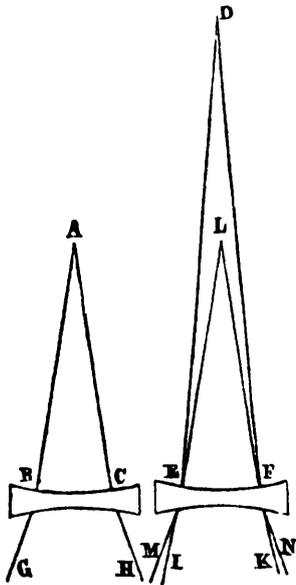
sei jetzt in der vorigen Figur 25 BD der Gegenstand
 das Zentrum des Auges. Da nun die von A aus-
 en Strahlen in der Linse CE nach auswärts gebrochen
 , nach XCIV., so werden offenbar die Verbindungslinien
 A einen Winkel BAD einschließen, unter dem der Gegen-
 mit unbewaffnetem Auge gesehen würde, einen Winkel,
 ößer ist als Winkel CAE , unter dem DB durch die
 CE hindurch erscheint (nach LXVI), also wird der Winkel
 iner gehalten werden. Denn das Auge weiß nichts
 m, was mit den Strahlen AC und AE in den Punkten
 E geschieht: und deshalb meint es, sie setzten sich
 nig fort (nach XIX); wenn dies wirklich geschähe, so
 sie nur einen Teil vom Gegenstand BD auffangen.
 lassen aber nach der Brechung den ganzen Gegenstand,

also wird das Bild des Ganzen einem Teil des Ganzen gemacht und ist darum kleiner als das Ganze selbst.

XCVII. Lehrsatz. Rückt die Konkavlinse vom Auge ab, so gelangen weniger Gegenstände durch die Konkavlinse an das Auge³¹).

A sei in Fig. 26 das Auge, *BC* die nähere Linse. *F* sei *D* das Auge und *EF* die entferntere, aber der gleichen Linse. Die Basis *EF* ist daher gleich der Basis

Fig. 26.



die Schenkel *DE* und *DF* sind länger als die Schenkel *AB* und *AC*. Der Winkel *BAC* ist also größer als der Winkel *EDF*. Die Strahlen nun gebrochen werden, und die gehörigen gebrochenen Strahlen sollen *CH*, *EI* und *FK* sein, nach *X* es divergieren mithin immer *BG* und *CH* stärker als *EI* und *FK*. [50] Es nämlich *ELF* und *BAC* Dreiecke, wozur Deckung gebracht werden können. Da nun *DE* und *LE* von *D* u. herabkommen nach demselben Punkt des dichteren Mediums, so werden nach der Brechung in *E*, sich gegen ein schneiden, und *LE* wird unterhalb, *DE* oberhalb zu liegen kommen: so auch unterhalb von *FN* (nach *XI*). Es divergieren

mithin *EM* und *FN* stärker als *EI* und *FK* und fangen halb auch ein größeres Stück der Halbkugel auf: aus demselben Grunde fangen auch *BG* und *CH*, die von der nahen Linse gebrochen wurden, ein größeres Stück auf als *EI* und *FK*, die von der entfernten gebrochen werden.

XCVIII. Lehrsatz. Rückt die konkave Linse vom Auge ab, so werden die Gegenstände verkleinert dargestellt, solange sich die Linse nicht dem Gegenstande näher als dem Auge befindet³²).

Denn mit dem Abrücken der Linse nimmt in gleicher Weise für das Gefühl die scheinbare Größe derselben ab (nach *LXVII*). Aber sie erfährt nicht in gleicher Weise alle Gegenstände, die weiter entfernt sind. Denn wiewohl sie durch XCVII stets weniger Gegenstände erfährt, so beträgt doch die Verminderung nur einen kleinen Teil sämtlicher Gegenstände, wofern es sich nämlich um entfernte Gegenstände handelt.

Refraktionen bei größerer Entfernung sich so gut wie nicht ändern, ebenso wie auch die Neigungen [Figur 26] Strahlen LE und DE usw. in bezug auf die Linse EF in der Entfernung fast gar nicht geändert werden. Es kommt dessen mehr von der scheinbaren Größe als von der Entfernung der durch die Linse gesehenen Gegenstände in Fortsicht Sie werden nämlich alle zusammen unter kleinerem Winkel gesehen, und deshalb auch der einzelne.

Oder: Es sei [Fig. 27] A das Auge und ABF und ACG zwei nahegelegene Linsen, welche den Winkel FAG einschließen; gegen die nahegelegene Linse BC und desgleichen die Linse FG schneiden. Sie werden also

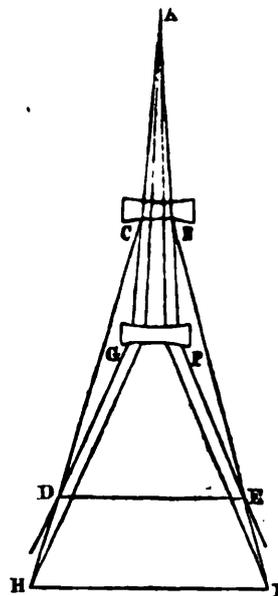
ausgehen in den Punkten B und C gebrochen werden, nach XCIV. Die zugehörigen gebrochenen Strahlen sollen BE und CD sein. Da nun AF und AG in einem größeren Teil der Linse umso wird auch die Brechung in FG sein als in BC [nach XI] und so wie aus der Brechung in F und G gehen, werden sie stärker divergieren als diejenigen [Strahlen], welche in C austreten, und werden sich mit einander schneiden. Dies letztere möge in D geschehen, und die gebrochenen Strahlen seien FE und GD . Da also GD nach dem Zusammentreffen am Schnitt mehr nach außen kommt als BE und CD , so wird auch

ein sichtbarer Gegenstand (mit Ausnahme eines solchen, dessen Punkte mit den Schnittpunkten E und D zusammenfallen)

von der nahen als fernen Linse her gleichzeitig unter dem Winkel BAC oder FAG gesehen werden. Denn Gegenstände, die entfernter sind als ED , erscheinen kleiner als die entferntere Linse GF als durch die nähere CB , nach XVI; so wird z. B. KI , welches durch die von der nahen Linse gebrochenen Strahlen BI und CK eingeschlossen ist, nicht mehr umfaßt werden durch die gebrochenen Strahlen BE und CD , welche unter demselben Winkel FAG zum Auge gehen, wohl aber von mehr nach innen gelegenen innerhalb ED .

Die Linse GF , welche unter einem kleineren Winkel zum Auge A geht, wird nicht gesehen.

Fig. 27.



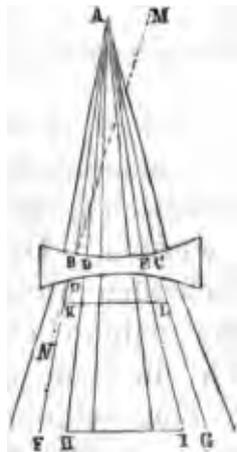
[52] XCIX. Lehrsatz. Eine Konkavlinse genügt entweder bei individuellem Abstand vom Auge allen Menschen zugleich zum deutlichen Sehen, oder, wenn sie ganz nahe ans Auge gebracht werden soll, wie es der Fall ist, wenn eine Brille auf der Nase sitzt, dann braucht jeder dazu seine besondere Konkavlinse³³).

Denn nach XCV hat jede Konkavlinse einen bestimmten Abstand, je nach der Beschaffenheit des Auges, zum Deutlichsehen. Ist die richtige Wahl dieses Abstandes nicht möglich, dann muß dem Auge wenigstens die Auswahl unter den Linsen zugestanden werden, sonst wird es entfernte Gegenstände verschwommen sehen. Denn entweder ist die Konkavität der Linse nicht groß genug, um die Verschwommenheit, welche die Folge des Parallelismus der Strahlen ist, zu beseitigen, oder sie ist zu groß und erzeugt infolgedessen eine zu große Divergenz und so eine Verschwommenheit, welche der vorigen entgegengesetzt ist.

C. Lehrsatz. Linsen, welche durch zu große Konkavität in unmittelbarer Nähe des Auges die Dinge verschwommen erscheinen lassen, lassen sie in einem Abstand deutlich erscheinen, und umgekehrt.

Dies ist gleichsam die Umkehr von Lehrsatz XCV. Es möge nämlich Punkt *A* [Fig. 28] Strahlen aussenden gegen die Konkavlinse *BC*, und deshalb werden alle Strahlen nach der

Fig. 28.



Brechung unter sich divergieren, nach XCIII und XCIV, und darum die entfernteren am stärksten. Es mögen die Strahlen *AB* und *AC* nach der Brechung noch mehr divergieren in Gestalt von *BF* und *CG*, und die Divergenz möge für das Auge allzugroß sein. Dahingegen mögen die Strahlen *AD* und *AE*, welche nachher als *DH* und *EI* noch mehr divergieren, für das Auge passen. Die Weite der Pupille sei aber *HI*, und diese befindet sich in *HI*, wo sie die Strahlen von der passenden Divergenz umfaßt. Würde sie die divergenten Strahlen *FG* umfassen, so würde sie ein fehlerhaftes und verschwommenes Sehen des Punktes *A* verursachen. [53] Aber wenn

die [volle] Weite der Pupille *III* der Linse in *KL* nahe gebracht wird, dann umfaßt sie und fängt sie die [vordem] allzu divergenten Strahlen *F* und *G* auf; daher wird der Punkt *A* verschwommen

wenn sich das Auge in KL , deutlich, wenn es sich befindet.

eit über die Konvex- und Konkavlinen im be-
n; es folgt jetzt die Verbindung von Konkav-
nvexlinsen.

Definition. Fernrohr nennt man einen dunklen
Zylinder, dessen beide Öffnungen mit durch-
en Gläsern geschlossen sind; d. h. jenes op-
Instrument, mit dem man die fernliegenden
gewissermaßen aus der Nähe erblickt.

Definition. Eine von seinen beiden Öffnungen
st sich mit ihrem Glase in einer passenden Lage
ge, die andere entsprechend zum Gegenstande.

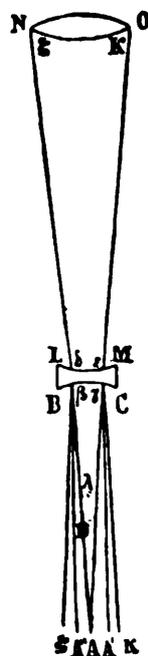
Postulat. Die Linien, welche durch die
der Konvexitäten und Konkavitäten gehen,
in eine einzige zusammenfallen. Dies ist not-
, damit die Gläser unter sich parallel und in
bus rechtwinklig eingesetzt sind.

[Lehrsatz.] Fallen Strahlen, die von einem
ausgegangen und infolge des Durchgangs durch
onvexlinse konvergent geworden
noch vor ihrem Schnittpunkt auf
onkavlinse, [54] so wird entweder
Schnittpunkt weiter hinaus ver-
ler die Strahlen gehen parallel oder
wieder divergent weiter.

nögen nämlich [Fig. 29] NL und OM
Konkavlinse LM zu derart konvergieren,
sie sich im Punkte λ schneiden wollten.
r Brechung in L und M werden die zu-
a gebrochenen Strahlen LB und MC
des dichteren Mediums nach der an-
onkaven Oberfläche hin schon weniger
eren, als ob sie sich schneiden wollten im
) , nach der Umkehr von XCII. Nach-
er LB und MC zum zweiten Male ge-
wurden in B und C , werden die zugehörigen
nen Strahlen BA und CA noch weniger
eren und schließlich sich in A schneiden.

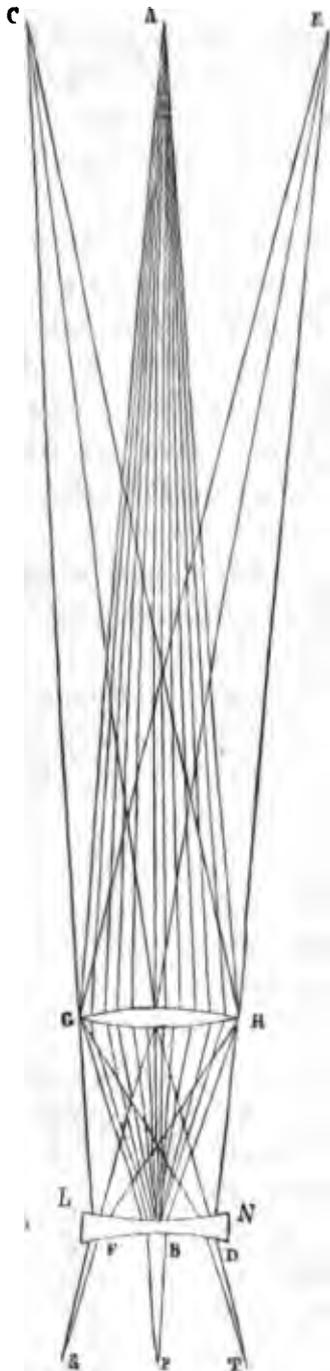
wird der Schnitt, welcher eigentlich in λ zustande
sollte, weiter hinaus nach A verlegt. Wäre die Re-
ein wenig größer, so würden die zuletzt gebrochenen

Fig. 29.



Strahlen BA' und CA' bis ins unendliche auslaufen, ehe sie sich schneiden, nach der Umkehr von XC. Wäre endlich die

Fig. 30.



erste Refraktion so groß gewesen, daß die nach δ und ϵ konvergierenden Strahlen $\zeta\delta$ und $x\epsilon$ innerhalb [der Linse] parallel geworden wären als $\delta\beta$ und $\epsilon\gamma$, so divergierten sie wieder als $\beta\zeta$ und γx , nach der Umkehr von XCIII.

CV. Aufgabe. Gegenstände mittels einer Konkav- und einer Konvexlinse auf einem Papier abzubilden in einem größeren Maßstabe, als mittels einer Konvexlinse allein, aber umgekehrt³⁴).

In Fig. 30 sei GH die Konvexlinse, die Schnittpunkte oder Spitzen der Lichtbündel seien F , B und D ; es werde die Konkavlinse LN dazwischengebracht, ein wenig oberhalb FBD . Dann wird der Gegenstand CAE zuerst über der Konkavlinse nahe bei DBF , aber etwas verschwommener abgebildet werden, weil die Konkavlinse die Spitze der Bündel abfängt; auch wird er umgekehrt erscheinen, weil die Kreuzung der Bündel bereits in GH vor sich ging, und weil die Bündelspitzen sich bereits nahezu voneinander abgesondert und die einzelnen sich bereits verengert haben. Die einzelnen Bündel werden sich also bei ihrem Durchgang nach CIV, weiterhin zu den Spitzen S , P , T formen, und dann entsteht ein deutliches Bild auf dem dort befindlichen Papier, oder die Strahlen jedes Bündels treten parallel aus, und dann verbleibt die Zeichnung in der-

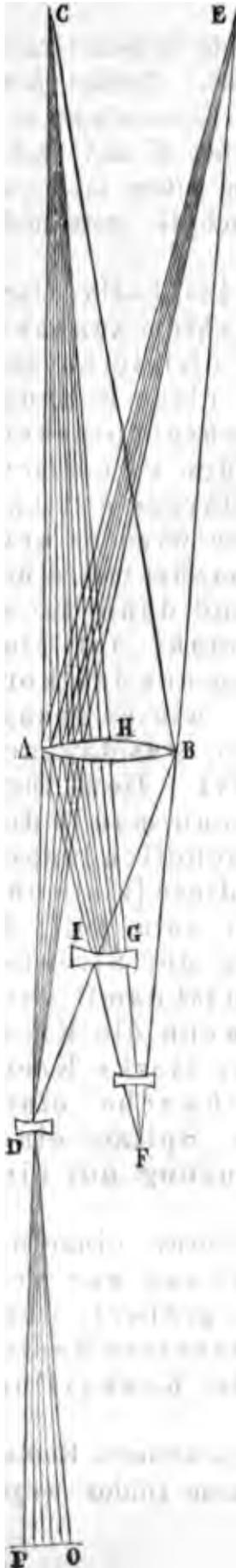
selben geringen Verschwommenheit, [55] die sie kurz vor ihrem Eintritt in die Konkavlinse besaß, oder endlich die Strahlen divergieren, und die Bündel erweitern sich, und dann

schwimmt die Zeichnung immer mehr und mehr in dem Grade, als das Papier von der Konkavlinse abrückt. Größer aber wird die Abbildung SPT als jene durch die Konvexlinse GH hervorgebrachte FBD , weil die Büschel F und D bei der Brechung an der Konkavlinse LN nach außen in S und gerichtet werden, nach $XC.$, und auch nach II. stets mehr nach außen liegen werden als nach innen.

CVI. Anmerkng. Die Behauptung des J.-Baptiste Porta, er sei imstande, die Sonnenstrahlen zunächst zu sammeln, dann ins unendliche zu dirigieren und eine Brennwirkung hervorzurufen, diese Behauptung, obwohl in bezug auf Spiegel ausgesprochen, scheint doch auf Linsen bezogen werden zu müssen, weil er absichtlich die Sache dunkel dargestellt hat. Soll sie auf Linsen bezogen werden, so wird es kein anderer Kunstgriff sein, als daß er zunächst mit einer Konvexlinse viele Strahlen sammelt und dann die so gesammelten dicht vor dem Schnittpunkt auf eine Konkavlinse auffallen läßt, damit diese aus den konvergierenden parallele Strahlen macht, wie es gesagt wurde im Lehrsatz CV. Auch vergleiche, was dagegen vorgebracht wurde unter Lehrsatz LVI. Dem füge ich außerdem noch dies hinzu: auch wenn man in den Worten Portas das, was er von der unendlich langen Brennlinie sagt, dahin berichtet, daß diese [vielmehr] ein beliebig verlängerter Brennkegel sein soll, in dessen äußerster Spitze die Kreuzung der Strahlen eine Brennwirkung zustande bringt, so ist damit doch noch gar nichts erreicht. [56] Denn wenn die Kreuzung den Brand bewirkt, so wird eine starke Kreuzung einen starken Brand, eine schwache einen schwachen bewirken. Aber an der Spitze eines äußerst langen Kegels wird die Kreuzung nur eine ganz schwache sein³⁵).

CVII. Lehrsatz. Was man durch eine einzelne, dicht vor das Auge gesetzte Konkavlinse nur verschwommen sieht, wird deutlich und vergrößert, wenn noch irgend eine Konvexlinse von größerem Radius an einer bestimmten Entfernung vor die Konkavlinse gehalten wird³⁶).

Denn nach C. geben Konkavlinsen von allzu kleinem Radius, dicht vor das Auge gehalten, verschwommene Bilder wegen



allzu großer Divergenz der Strahlen. nach LXXI bewirken die von einem ausfahrenden Strahlen durch eine zehne Konkavlinse verschwommenes infolge der Konvergenz, wenn sie Auge innerhalb vom Schnittpunkt be

Und nach CIV heben sich jene große Divergenz und diese Konvergenz in einem Tubus verbundenen gegenseitig auf. Fällt so die Konkavlinse fort, und ist die allzu große Divergenz gemildert, so folgt ein deutliches Bild. Aber in einem bestimmten Abstande von der Konkavlinse vom Auge wird das Zuvor Divergenz irgend einer beliebigen, vor dem Auge befindlichen Konkavlinse ausgeglichen. Befindet sich die Konkavlinse aber nahe dem Auge, so ist die Verbesserung dieser allzu großen Divergenz nur eine geringe. So befindet sich in Fig. 31 die Konkavlinse in IC die äußersten Strahlen AI und HG durch den Teil IG der Linse zwischen sich konvergieren unter dem kleinen Winkel IFG . Die Verbesserung wird beträchtlich, sobald die Konkavlinse dem Auge abdrückt. Befindet sich z. B. die Konkavlinse samt dem Auge nur oberhalb von H' , so werden die äußersten Strahlen des einen Punktes C die Strahlen AF und BF sein und denselben Teil der Konkavlinse mit dem größeren Winkel zwischen sich fassen.

Größer aber muß der Radius der Konkavlinse sein. Denn wenn der Radius der Konkavlinse gleich dem der Konkavlinse wäre, so daß die Wölbung der Konkavlinse sich der Höhlung der Konkavlinse anschmiegte, während die beiden Oberflächen sich fast parallel [57] dann würden beide Linsen, unmittelbar verbunden wie sie wären, sich gegenseitig

inigermaßen ausgleichen, und die eine die Wirkung der anderen aufheben, und dann würde auch durch [mäßiges] Abrücken der vorderen Linse dem Auge, welches an schlechtem Sehen in der Ferne leidet, keine oder nur geringe Abhilfe zuteil werden. Zöge man aber die Konvexlinse weit von der konkaven ab, so würden die Strahlen noch konvergenter auf die Konkavlinse fallen und von dieser nicht einmal mehr parallel, geschweige denn divergent gemacht werden können. Dasselbe würde in noch höherem Maße der Fall sein bei einer Konvexlinse von kleinerem Radius. Es bleibt demnach als geeignet nur eine Konvexlinse von größerem Radius übrig.

Endlich behaupte ich, daß das Bild vergrößert werde, wenn der Radius der Konvexität größer ist. Denn nach LXXX vergrößert eine einzelne Konvexlinse die Gegenstände. Obgleich schon nun aber nach XCVI eine Konkavlinse, auch wenn sie allein steht, die Gegenstände verkleinert, und es wahr ist, daß sowohl eine Konvexlinse als das, was man durch sie sieht, größer ist, wenn es sich um eine einzige Konvexlinse handelt, als wenn noch eine Konkavlinse eingeschoben wird: so ist doch nach LXXXII und XCVIII diese Vergrößerung und diese Verkleinerung beträchtlicher, wenn man die Linsen weiter [voneinander] entfernt. Da nun aber die Konkavlinse dicht am Auge ist, so wird sie fast gar keine Verkleinerung bewirken, und da die Konvexlinse weiter vom Auge absteht, so wird ihre Vergrößerung beträchtlicher sein.

CVIII. Lehrsatz. Befindet sich eine Konvexlinse in beliebiger Entfernung vom Auge, und man schiebt in einem bestimmten Abstand zwischen Auge und Konvexlinse irgend eine beliebige Konkavlinse ein, die, allein für sich vor das Auge gebracht, die Gegenstände verschwommen machen würde, so erscheinen die Gegenstände deutlich; doch muß die Konkavlinse einen kleineren Radius haben als die Konvexlinse.

Es ist dies die Umkehr des vorigen, nur etwas freier. Dort war nämlich die Position der Konkavlinse dicht vor dem Auge vorgeschrieben und deshalb nicht variabel, wogegen die Position der Konvexlinse variabel war. [58] Hier ist die Position der Konvexlinse gegeben, aber es handelt sich nicht um eine einzig mögliche Position, sondern um verschiedene, sowohl der Quantität als der Qualität nach, wogegen die Position der Konkavlinse frei gewählt werden kann.

Zuerst möge die Qualität der Konvexlinse so gegeben sein, daß sich das Auge innerhalb des Schnittpunktes befindet: dann ist die Übereinstimmung des Lehrsatzes mit dem vorigen größer; dies ist recht eigentlich der Fall des Fernrohrs.

Dann wird also in Fig. 31 die Position der Konkavlinse und des Auges zwischen der Konvexlinse AB und den Schnittpunkten D und F sein, z. B. in IG . Das Maß der Konvergenz wird daher sicher bestimmt sein durch den Winkel IFG . Diese Konvergenz muß aber, damit sie das deutliche Sehen nicht hindere, entweder für das Auge des Alterssichtigen bloß gemindert werden bis zu Parallelismus der Strahlen, oder es muß sogar darüber hinaus Divergenz hergestellt werden für das Auge des Kurzsichtigen. Aber beides läßt sich bewerkstelligen nach CIV durch Einfügen einer Konkavlinse in einem Punkt vor den Schnittpunkten. Indessen muß jene Konkavlinse einen kleineren Radius haben als die konvexe. Dies wird bewiesen wie in Lehrsatz CVII. Aber auch die Konkavlinse muß, falls sie allein für sich nahe an das Auge gebracht wird, die Gegenstände verschwommen machen, weil das, was die aus Konkavität entspringende Verschwommenheit wett macht, [an sich] gleichfalls Verschwommenheit hervorrufen muß, aber aus entgegengesetzter Ursache.

Zweitens sei die Position des Auges dergestalt gegeben, daß es außerhalb der Schnittpunkte sich befindet, wie wenn es in Fig. 31 in OP wäre, außerhalb von D und F . Dann würde eine innerhalb des Schnittpunktes D oder F befindliche Konkavlinse nach CIV bewirken können, daß kein Schnitt zustande kommt, sondern daß die Strahlen wiederum divergieren und so zum Auge OP gelangen. Indessen sind in diesem Falle viele Voraussetzungen erforderlich. Erstens muß die Konkavlinse einen kleinen Radius haben. Denn hätte sie einen großen, so würden sämtliche Strahlen zwischen AD und BD nur den kleinen Teil von ihr dicht beim Lot erfassen und ihre Refraktion würde nur unbedeutend sein und nicht ausreichen, die Konvergenz aufzuheben. Das ist in diesem Falle ebenso wie im vorigen. Ferner, wenn die Konkavlinse einen so kleinen Radius hat, daß sie sogar Divergenz herbeizuführen vermag, würden doch nicht alle jene divergierenden Strahlen zum Auge gelangen, welches weit ab außerhalb der Schnittpunkte D und F seinen Standpunkt hat. [59] Denn wenn die Strahlen divergieren, so schießen sie an einem weit entfernten Auge vorbei. Es bleiben also nur sehr wenig

rig, welche durch den äußerst kleinen Nabel [Zentralteil] der Konvexlinse hindurchgehen (eventuell auch bei exzentrischer Lage der Linse durch einen anderen Punkt) und auf den ersten Grund der Konkavlinse D nahe dem Lote auffallen. Diese haben fast gar keine Divergenz und können als parallel betrachtet werden. Aus diesem Grunde sind sie nur den Nahsichtigen dienlich. Drittens läßt diese Position nur einen sehr geringen Teil des Gegenstandes bis zum Auge dringen wegen der weiten Entfernung des Auges OP sowohl von der Konvexlinse AB (nach dem Gesagten) als von der konkaven, welche oberhalb D oder F angebracht werden muß, nach CVII; und diesen schon so kleinen Teil noch außerdem unter einem ganz kleinen Winkel, nach XCVIII.

CIX. Lehrsatz. In den Instrumenten, welche die Gegenstände vergrößern und deutlich erscheinen lassen, befindet sich die Konkavlinse niemals weit von den Schnittpunkten, die hinter der Konvexlinse liegen.

Denn sollen sie eine möglichst starke Vergrößerung hervorbringen, so muß nach XCVIII die Konkavlinse so nahe wie möglich am Auge sein. Die konvexe hingegen weit vom Auge ab, nach LXXXII. Deshalb auch weit von der Konkavlinse ab; und gleichwohl ist der richtige Ort für die Konkavlinse zwischen der Konvexlinse und deren Schnittpunkt, nach XIV. Wenn also die Konvexlinse weit von der konkaven entfernt ist, so wird sich der Schnittpunkt sehr nahe der Konkavlinse befinden.

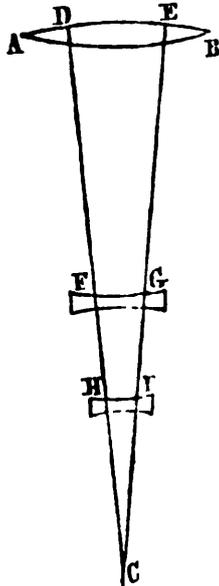
CX. Lehrsatz. Ist die Stellung der Konvexlinse bestimmt, so muß von dicht am Auge angebrachten Konkavlinsen eine mit kleinerem Radius weiter von der konvexen abstehen und näher dem Schnittpunkte angebracht werden³⁷).

Von der Konvexlinse AB möge der Teil DE die von einem und demselben Punkt ausgehenden Strahlen durchlassen, und der Schnitt finde in C statt.

[60] Da nun die Konvergenz der Strahlen DC und EC [Fig. 32], welche durch die einmal festgelegte Konvexlinse AB (oder ihren gleichfalls festgelegten Teil DE) bewirkt wird, eine ganz bestimmte ist, so muß auch eine ganz bestimmte Korrektur, nämlich Divergenz durch Konkavlinsen, angewendet werden. Divergenz wird aber durch Brechung hervorgerufen, und gleiche

Brechung desselben Strahles, z. B. DC , kann nur an konvergierenden Stellen ungleicher Konkavlinen stattfinden. H

Fig. 32.



III seien konkave Linsen. Und, wo Teile FG und III in demselben Verstehen, wie die Konkavitäten ihrer zugehörigen Linsen, aber von denselben Strahlen DE abgeschnitten werden sollen, so wie Teil FG der größeren Konkavität zu dem entsprechenden III der kleineren sich verhält wie FC der größere Abstand jenes vom Scheitelpunkt, zu HC dem kleineren. Wenn HI weniger von C absteht als F wird dasselbe HI weiter von DE als die andere Konkavlinse FG mit größerem Radius.

CXI. Lehrsatz. Eine und die ganz nahe dem Auge befindliche Konkavlinse, welche mit verschiedenen Konvexlinsen deutliches Sehen wirken soll, muß von den Scheitelpunkten aller gleichen Abstand haben.

Denn eine einzige Konkavlinse leistet nur eine einzige Hilfe; sie korrigiert nur einen ganz bestimmten Grad der Divergenz. Aber bei gleichem Abstand der Konkavlinse von den Scheitelpunkten irgend welcher Konvexlinsen ist auch die Divergenz der Strahlen die gleiche, wenigstens der Strahlen, welche von derselben Konkavlinse aufgefangen werden. Wenn eine von den Konvexlinsen bedeutend größer ist als die andere, so werden ihre Randstrahlen stärker konvergieren: so werden diese an der Konkavlinse vorbeischießen, wenigstens an der Seite der Linse, welcher die in ihm gebrochenen Strahlen zum Auge gelangen läßt.

[61] CXII. Lehrsatz. Befindet sich eine Konkavlinse nahe dem Auge, und ist der Radius der Konkavlinse groß, so erfordert sie einen weiten Abstand von den Scheitelpunkten der konvexen Linsen; ist der Radius klein, so muß jener Abstand gering sein.

Denn nach CXI befindet sich das Auge nahe dem Scheitelpunkt, und nach CXI ist die Konkavlinse, die immer derselben Art ist, von den Scheitelpunkten aller konvexen Linsen weit entfernt. Aber die Entfernung der Scheitelpunkte von den Scheitelpunkten der zugehörigen Konvexlinsen ist ungleich. Denn von den Scheitelpunkten

Linse mit großem Radius ist der Schnittpunkt weit ab, von Linse mit kleinem weniger weit, nach XXXIX. Da aber Gleiches von Ungleichem abgezogen, Ungleiches übrig läßt, und da der Zwischenraum zwischen der Konvex- und Konkavlinse bei gleichbleibendem Abstand der Schnittpunkte von der Konkavlinse kleiner ist, als jener Zwischenraum zwischen der Konvexlinse und dem Schnittpunkt, so wird die Konkavlinse (samt dem Auge) weiter von der Konvexlinse abstehen, wenn letztere von großer, als wenn sie einen kleinen Radius hat.

CXIII. Lehrsatz. Ist die Konvexlinse gegeben, so bewirkt eine Konkavlinse von kleinerem Radius ein größeres Bild als eine von größerem Radius³⁸⁾.

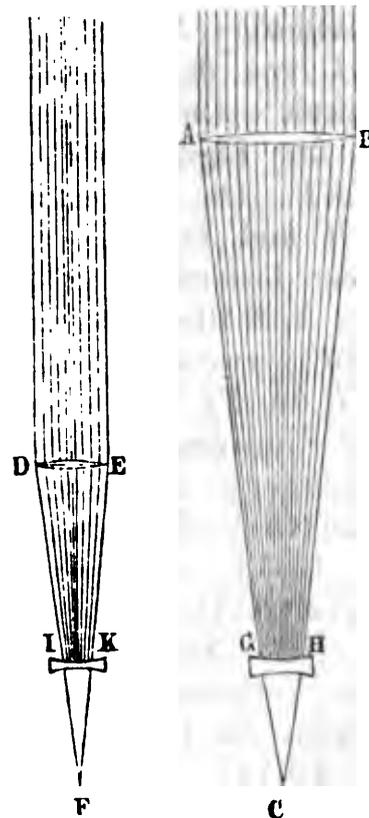
Denn nach CX müssen Konkavlinse von kleinem Radius samt dem Auge, dem sie sehr nahe sind, weiter von der Konvexlinse abrücken, wenn scharfes Sehen erreicht werden soll. Aber nach LXXXII sieht das Auge die Gegenstände um so

größer, je weiter es von der Konvexlinse nach dem Schnittpunkt hin zurückweicht. Daher sieht das Auge durch eine Konkavlinse von kleinerem Radius die deutlich gesehenen Gegenstände größer als durch eine Konkavlinse von größerem Radius.

CXIV. Lehrsatz. Rückt die Konkavlinse nur ein wenig von der Konvexlinse ab, so vergrößert sie die Gegenstände stark³⁹⁾.

Denn nach CLX [Fig. 33] befinden sich [die Linsen] GII und IK sehr nahe den Punkten C und F . Wird aber der kleine Zwischenraum IF durchschnitten und das Auge in F gedacht, so wächst die Größe des einen einzigen Punktes, von dem alle Strahlen in DE ausgehen, [62] zu einer gewissen Größe an, welche gleich ist der ganzen Linse DE , so daß der Punkt unter dem Winkel DFE gesehen wird, was eine unendliche Vervielfältigung ist. So wird durch einen geringen Umstand etwas Großes geleistet.

Fig. 33.



CXV. Lehrsatz. Befindet sich eine Konkavlinse sehr nahe dem Auge, so bringt die Konvexlinse v. kleinerem Radius kleinere Bilder hervor als die v. größerem Radius.

Es sei [Fig. 33] AB eine Konvexlinse mit dem großen Radius AC und Linse DE eine mit dem kleineren Radius DI . Es werden also C und F die Schnittpunkte sein, nach XXX. Es möge beiderseits eine Konkavlinse GH und IK zugefügt werden, welche, dicht vor das Auge gesetzt, jede mit einem bestimmten Teile eine bestimmte Divergenz der parallel einfallenden Strahlen verursachen möge. Da es sich nun in beiden Fällen GH und IK um die gleiche Konkavlinse handelt, wird sie sich in der gleichen Position zu den Schnittpunkten befinden, nach CXI. Das Auge befindet sich der Annahmefolge auf beiden Seiten sehr nahe der Linse. Nachdem also die beiden gleichen Spitzen GC und IF abgetragen sind, werden die ungleichen AC und DF , werden die übrigbleibenden AD und DI in einem größeren Verhältnis stehen. Es wird da die Konvexlinse AB in ihrem Verhältnis stärker von der Konkavlinse GH und dem Auge abgertückt, als die Konvexlinse DE von der Konkavlinse IK und dem Auge in ihrem Verhältnis. Und GH samt dem Auge ist relativ näher an C in der Figur ABC , als IK samt dem Auge zu F in der Figur DEF . Die Gegenstände werden daher größer dargestellt durch AB und GH als durch DE und IK , nach LXXXIII. Und zwar bedeutend größer infolge einer ganz kleinen Änderung des Verhältnisses, nach CXIV. Dieser wichtige Lehrsatz ist sehr verwickelt, und zwar deshalb, weil, wenn das Verhältnis DF zu FI gleich gewesen wäre dem von AC zu CG , durch den Umstand, daß AG länger ist als DI , nichts zur Vergrößerung der Gegenstände beigetragen hätte. Alles wäre nämlich beiderseits gleich gewesen, nach LXXXIII.

CXVI. Aufgabe. Die Gegenstände beliebig groß darzustellen.

[63] Nach CXIII und CXV werden durch Vergrößerung des Verhältnisses der Radien der Konkavität und der Konvexität die Gegenstände vergrößert⁴⁰).

CXVII. Aufgabe. Durch ungleichen Linsenabstand, d. h. also durch ungleich lange Rohre die Gegenstände in gleicher Vergrößerung darzustellen.

Man bewirke (nach CXIII und CXV), daß dasselbe Verhältnis herrsche sowohl zwischen den Konkavitäten und

Konvexitäten unter sich, als zwischen den Abständen der Linsen, indem die konvexen unter sich selbst ungleich sein müssen.

CXVIII. Aufgabe. Mit kürzeren Tuben stärkere Vergrößerungen herzustellen.

Wenn die Konvexlinse den kleineren Radius hat, und das Verhältnis zwischen der Konvexität und der Konkavität größer ist als in einem längeren Instrument, dann vergrößert das kürzere Instrument die Gegenstände stärker (nach CXIII und CXV).

CXIX. Lehrsatz. Ist die Konkavlinse gegeben, so werden die Gegenstände klarer oder kräftiger mit einer größeren oder breiteren Konvexlinse hervorgebracht, als mit einer kleineren⁴¹).

Denn von einem Punkt aus (Fig. 33) wird mehr Licht ausgestreut durch den größeren Umfang von AB als durch den kleineren von DE . Dies gesamte Licht wird aber nach dem einen Punkt C oder F gezwungen. In C ist mithin die Zeichnung kräftiger als in F , und das Auge erhält in GH dichter gedrängte Strahlen als in IK .

Die Größe der Linse bezieht sich aber hier, nach XXX, auf den Körper der Linse, nicht auf die Oberflächen.

CXX. Lehrsatz. Ist die Konvexlinse gegeben, so werden die Gegenstände deutlicher und kräftiger zur Darstellung kommen durch eine Konkavlinse von größerem als von kleinerem Radius⁴²).

[64] Denn eine kleine Linse dicht vor dem Auge bewirkt nur mittels eines kleinen Teiles ihrer selbst eine richtige Divergenz der Strahlen. Wenn daher auch viele Strahlen von einem Punkt aus auf jene fallen und von einem großen Teile der Konvexlinse herkommen, so irren doch die meisten davon durch die allzugroße Refraktion, welche die Seitenteile oder der Rand der Linse verursacht, von dem Auge ab (wie in Fig. 28 FG von der Weite der Pupille III); es gelangen also nur wenige dem Lot nächstliegende Strahlen in das Auge, welche mithin nur von einem kleinen Bezirk der Konvexlinse herkommen: deshalb (nach CXIX) ist das Sehen durch eine Konkavlinse von kleinem Radius nur schwach. Dasselbe geschieht auch, wenn von einer Konkavität von großem Radius nur ein kleiner Teil zur Wirkung kommt, der kleiner als die Pupille ist.

CXXI. Lehrsatz. Der zentrale, dem Lot unmittelbar benachbarte Teil des Stückes einer Halbkugel, welches durch Linsen betrachtet wird, erscheint klarer und kräftiger als der Rand ringsherum⁴³).

Der zureichende Grund erhellt aus Fig. 14, in der QG die Weite der Pupille bezeichne. Befindet sich nämlich das Auge, unbewaffnet oder mit vorgesetztem Konkavglas, in QG , so empfängt es vom Punkt E alle Strahlen zwischen EAQ und EBG , vom Punkt C aber nicht alle, sondern von dem Büschel $CAFBC$ nur einen Teil, nämlich alles zwischen CAI und CHG ; was zwischen CHG und CBF fällt, irrt von der Pupille QG ab. Wenn daher E durch AB , C aber durch AH gesehen wird, so wird nach CXIX. E klarer und kräftiger gesehen werden, als C .

CXXII. Lehrsatz. Die Gegenstände erscheinen durch einen kleinen Teil der Konvexlinse unter sonst gleichen Umständen deutlicher, durch einen breiten verschwommener⁴⁴).

Denn was durch einen großen Teil der Konvexität ins Auge strahlt, das strahlt nach CXIX kräftiger, und durch diese Kraft werden erstens die Regenbogenfarben und dann die Nebel hervorgerufen. Die gewölbte und netzförmige Haut des Auges ist aber voll Sehstoff, und wird sie auch nur von einem Punkte berührt, so wird doch der Sehstoff, wenn dieser Punkt durch den Schnitt zahlreicher Strahlen unverhältnismäßig stark leuchtet, in einiger Ausdehnung [65] um diesen Punkt der Netzhaut herum durch Übertragung der eindringenden Veränderung affiziert; siehe LXI. Daher wird im rechten Maße für Auge und Instrument und für das Licht des Tages oder der Nacht, die Konvexlinse entweder erweitert und aufgedeckt oder verengert und zugedeckt; dadurch, daß entweder gleich vorn oder an einer Stelle zwischen den Linsen eine durchbohrte Scheidewand angebracht oder der Hals des Instrumentes nach innen gebogen und verengert wird, oder dadurch, daß das Rohr über die Konvexlinse hinaus verlängert wird, so daß seine Zylindermündung weiter absteht und deshalb nach LXVII unter kleinerem Winkel gesehen wird und genau so wirkt, wie eine engere. Die Natur hat dies vorgemacht durch die Erweiterung der Uvealöffnung bei nächtlichem und ihre Verengerung bei Tageslicht. Das Diaphragma hat auch den Nutzen, daß es innen Dunkelheit bewirkt, wozu gleichfalls die Schwärzung des Inneren dient und ebenso die trompetenförmigt

gestalt, deren Seiten sich nach vorn zu auswärts biegen, in der Mitte nach innen, so daß die Strahlen, wenn sie bis in die Nähe der Konvexlinse eingedrungen sind, nicht wieder zurück- und hergeworfen werden, sondern Deutlichkeit verursachen. Zu demselben Zweck dient auch eine Verlängerung des Rohrs mit über die Konvexlinse hinaus, damit nicht die Konvexlinse von den Seitenteilen des Gesichtsfeldes bestrahlt werde.

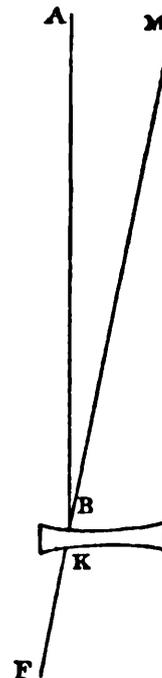
CXXIII. Aufgabe. Den Gegenstand oben, unten, zur rechten oder zur linken, und wo man sonst will, zu sehen.

Dies geschieht, wenn der Durchmesser der Konkavlinse größer als die Pupille des Auges und hinreichend groß ist, um das Auge von der Linsenmitte seitwärts hinreichend ausweichen zu lassen. [66] Denn die Bündel werden am Rande der Konkavlinse sämtlich und [war] schief gebrochen: auf der linken Seite nach links, auf der rechten nach rechts. Es sei nämlich in der Figur 34 $ABKF'$ die in das Zentrum der Pupille kommende Mittellinie des Bündels. Sie wird in den Punkten B und O nach außen gebrochen zur linken, weil BO der linke Teil der Linse ist. Hat sich das Auge also von der Mitte der Linse nach deren linken Seite O bewegt, so wird es den in der Richtung der Geraden NOM gesehenen Punkt A mehr in einer nach rechts gelegenen Lage M befindlich glauben, nach XIX.

CXXIV. Aufgabe. Die Vergrößerung eines Bildes kunstgerecht abzuschätzen.

Das linke Auge richte man unbewaffnet auf den Gegenstand; das rechte aber blicke denselben durch die Linsen an. Da nun das linke auf den Gegenstand gerichtet ist, das rechte aber dem linken unwillkürlich immer parallel bleibt, wenn es verdeckt wird, wie hier von dem Instrument, weil die Parallelstellung der Augen die natürliche ist, nach LVII, so wird das rechte auf den Gegenstand gleichsam von selbst gerichtet sein, sei es, daß ihm das vom Instrument gelieferte Bild niedriger oder höher scheine, als der Gegenstand, welcher vom linken Auge gesehen wird. Denn nach LXII wird das rechte Auge zwar das vergrößerte Bild des Gegenstandes sehen, auf welchen es selbst durch die Assoziation mit dem linken

Fig. 34.



gerichtet wird, aber es wird ihn gleichwohl nicht immer dem entsprechenden Teil seiner Netzhaut sehen, mit welchem ihn das linke sieht.

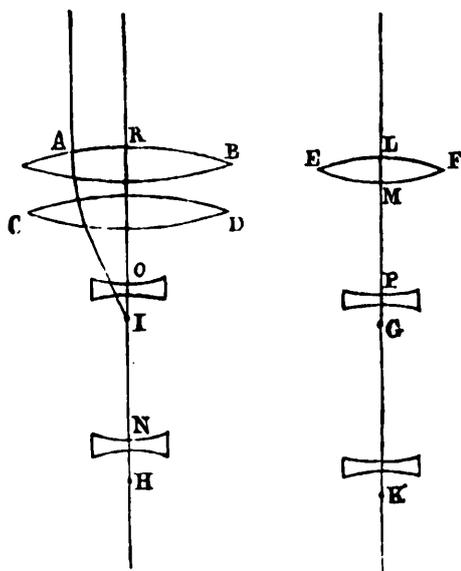
Wenn die Bilder ihrer Lage nach nicht übereinstimmen, so kann man es doch durch leichtes Hin- und Herbewegen der Konkavlinse des Instrumentes, oder auch durch Veränderung der Stellung der Konkavlinse zum Auge und dahin bringen, daß beide Bilder ein und desselben Standes zur Deckung kommen. Dann wird der Überschneidungspunkt einen über das andere durch die gegenseitige Überlagerung treten.

Bis hierher von dem einfachen Instrument: *e* die *κρυστις*⁴⁵).

[67] CXXV. Lehrsatz. Ist die Konkavlinse gesetzt und setzt man zwei gleichstarke Konkavlinse an die Stelle einer einzigen dicht aneinander, so braucht das Instrument etwa nur halb so lang zu sein, als einer einzigen der beiden Konkavlinse; gleichwohl wird das Bild kleiner.

AB und *CD* seien zwei gleiche Konkavlinse, und das Zentrum des Kreises *ARB* sei *H*. Der Halbmesser *AI* halbiert *AB*. Ist also eine Konkavlinse *AB* vor dem Auge so wird der Schnittpunkt der Strahlen in *H* liegen, nach *CI*.

Fig. 35.



Und deshalb wird die Fokallänge der zweiten Linse nicht weit von *H* entfernt zu setzen sein, nach *CI*.

Ich behaupte nun, daß wenn *CD* ganz nahe an *AB* gesetzt wird, die Konkavlinse innerhalb von *I* angebracht werden muß. Das beweise ich zunächst mit ganz einfachen Mitteln.

Die in *AB* gebrochenen parallelen Strahlen zielen auf *H*, werden aber von *CD* abgefangen

und *CD* wiederum gebrochen und schneiden sich deshalb in einer bestimmten Entfernung. In *CD* erleiden sie eine stärkere Brechung als in *AB*, weil sie hier schiefere auffallen, denn in *AB*

parallel, in CD aber bereits konvergent auf. Hieraus geht er, daß der Schnitt um vieles näher erfolgen wird, und deshalb auch die Konkavlinse den konvexen AB und CD weit vor werden muß, nach CIX. Es geht weiter daraus er, daß die Konkavlinse nach innen, vom Punkt I aus hinsetzt, gebracht werden muß, welcher den Halbmesser HR der Konkavität AB halbiert. Es sei nämlich GL der Hälfte HI gleich, und mit diesem Halbmesser des Kreises werde die Linse EF mit den Konkavitäten ELF und EMF hergestellt, und LG sei gleich GK . Dann folgt aus LXXIX, beim Vorhandensein einer einzigen Oberfläche EMF diese den gleichen Wert wie zwei AB haben und bewirken würde, sich die Parallelen in K schneiden, welches ebenso weit von EF absteht, wie der Schnittpunkt H von AB . Aber die

EF hat zwei solcher Oberflächen. Und wie sie mit der Oberfläche EMF beide Konkavitäten von AB zusammenbringt, so ersetzt sie mit der anderen Oberfläche ELF beide Konkavitäten von CD zusammen, weil AB und CD gleich weit von E ebenso wie auch ELF und EMF . [68] Aber die auf beiden Seiten konvexe Linse EF bewirkt den Schnitt der Parallelen im Zentrum G , nach XXXIX, d. h. im Abstände von E welcher gleich dem halben Radius von AB ist. Deshalb gehen auch die beiden unmittelbar aneinandergelegten Linsen AB und CD die Parallelen ungefähr nach dem Punkt I , d. h. in der halben Entfernung dieses Radius. Die Konkavlinse aber muß nach CIX. innerhalb vom Schnittpunkt gesetzt werden, innerhalb von I .

Ich behaupte ferner, daß auch das Bild mittels zweier aneinandergelegten Konkavlinen AB und CD kleiner ausfällt als mittels der einen AB .

Wenn da in beiden Fällen nur eine Konkavlinse vorhanden ist, so wird sie auch nur ein und dieselbe Divergenz der Parallelen bewirken. Sie wird daher denselben Abstand vom Schnittpunkt H der einzigen Linse AB haben, als von dem Schnittpunkt I , der von beiden AB und CD zugleich hervorgebracht wird, nach CXI; dieser Abstand sei HN , IO und

Aber der gleiche Teil hat zur Hälfte von IR ein drittes Verhältnis als zum Doppelten von HR . Deshalb sind AB und CD zusammen verbunden dem Punkt O näher als EF , welche jenen [beiden zusammen] gleichkommt, näher als O im Verhältnis zu seinem Halbmesser LG) als AB für sich an N im Verhältnis zu seinem RH . EF stellt daher die

Gegenstände mit Hilfe der Konkavlinse in P kleiner dar. AB allein durch dieselbe Konkavlinse in N , nach LXX deshalb auch beide, AB und CD , zusammen kleiner als einzige AB .

CXXVI. Lehrsatz. Eine einzige konkave Oberfläche von kleinem Radius leistet in der Zerstreuung Auseinanderzerrung der Strahlen ungefähr dass wie zwei konkave Oberflächen von doppelt so großem Radius.

Beweis folgt aus LXXIX und III.

CXXVII. Lehrsatz. Zwei aneinanderstoßende Konkavlinse brauchen einen nur wenig größeren Abstand von der Konvexlinse zur Erzeugung ganz deutlicher Sehens, als eine von ihnen allein; aber sie bewirken eine beträchtlichere, nahezu doppelte Vergrößerung des abgebildeten Gegenstandes.

[69] Denn die parallelen Strahlen, durch die Konvexlinse konvergent gemacht, fallen konvergent auf die Konkavlinse durchsetzen sie und fallen, die Schnitte vermeidend, wieder divergent auf das Auge, nach CVII; es wird nämlich ein Instrument und in ihm eine geeignete Stellung der Konkavlinse vorausgesetzt. Nun aber fängt die zweite Konkavlinse, zwischen dem Auge und der ersten Konkavlinse befindlich, die konvergierenden Strahlen auf und bewirkt, daß sie nach ihrem Durchgang noch stärker divergieren, nach XCIV. Sie schädigen durch das Übermaß der Divergenz und verursachen Verschwommenheit, nach XCV und XCIX. Man wird daher die entgegenwirkende Konvergenz der Konvexlinse steigern mit dem damit sich die Fehler gleich werden und sich gegenseitig heben, nach CIV. Gesteigert wird aber die Konvergenz durch die aus ihr herrührende Verschwommenheit, wenn die Konkavlinse weiter vom Auge abtrückt, welches sich innerhalb des Schnittpunkts befindet, nach LXXI. Deshalb müssen zwei Konkavlinse einander und nahe dem Auge befindliche Konkavlinse von der Konvexlinse abstehen, als nur eine. Auch konvergieren nach CXXVI zwei Konkavlinse von größerem Radius die einzigen von kleinerem in ihrer Wirkung gleich. Aber nach CX steht die Konkavlinse von kleinerem Radius weiter von der [Konvex-] Linse ab, als eine einzige Konkavlinse von größerem Radius. Deshalb stehen auch zwei Konkavlinse von größerem Radius weiter [von der konvexen] ab, als eine von größerem Radius allein.

behauptete ferner, daß die Gegenstände größer durch
durch eine nahe dem Auge befindliche Konkavlinse
t werden. Dies wird bewiesen (wie das vorherige)
I und CXXVI.

eine nur ganz geringe Vergrößerung des Abstandes
inen großen Zuwachs der Bildgröße, nach CXIV.

VIII. Lehrsatz. An einer Linse, welche mit
n Radius auf der einen Seite konvex, auf der
konkav ist, werden alle Strahlen, welche
lb des Körpers parallel zum Einfallslot ver-
an beiden Oberflächen unter gleichen Winkeln
en und behalten nach der Brechung die ur-
liche Divergenz oder Parallelität bei.

Es habe die Linse [Fig. 36] die konvexe Oberfläche
dem Zentrum A und die konkave Oberfläche EF mit
trum D . Die Gerade DA gehe
se Zentra, indem sie die Ober-
n F und C senkrecht schneidet.

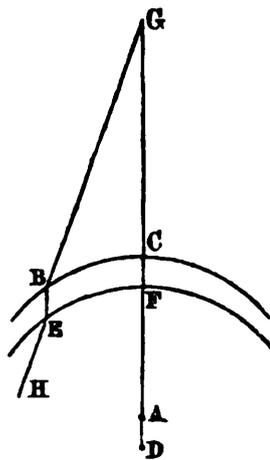
werde eine beliebige Paral-
logen, welche die Oberflächen
45^a), z. B. BE . Es wird nun
ch bewiesen, besonders von
s und den Astronomen, daß so-
' und BE als CB und FE gleich
erner ist die Neigung von BE
der beiden Oberflächen die näm-
s ist zu den Tangenten der Ober-
den Einfallspunkten B und E .
se Tangenten sind parallel. Des-

l auch die Refraktion die gleiche

auch die am dichten Körper gebrochenen Strahlen wer-
beiden Seiten parallel sein, wie BG und EH . Es ist
Divergenz oder Konvergenz beim Austritt EH die
ie beim Eintritt GB vorhanden: sobald nämlich BE
innerhalb des Körpers parallel sind.

X. Lehrsatz. Strahlen, die von einem Punkt
eine gleichzeitig konvexe und konkave Linse
nselben Radius) fallen, sind nach dem Durch-
rch die Linse in geringem Grade konvergent,
r Punkt weit ab liegt, divergieren aber stärker
nfang, wenn der Punkt näher als einen Durch-
der Oberfläche sich befindet.

Fig. 36.



Die Strahlen, welche von einem fernen Punkt aus sind nämlich parallel, nach XXIII. Parallele Strahlen die in einen dichteren, konvexen Körper eindringen, vergieren innerhalb des dichten Körpers, nach XXXIV.

G sei [Fig. 37] ein fern gelegener Punkt, und G . GC parallel, und BE und CF konvergent. Es wird EF kürzer als BC sein. Die Inzidenz von BE wird daher in EF eine weniger schiefe sein als in BC . Deshalb die Refraktion in G größer als in B . Infolgedessen ist der Winkel BEH größer als GB und GB nicht parallel zu EH . Nun wird GB und GC parallel nach Voraussetzung. Deshalb konvergieren EH und FA nach Brechung und schneiden sich schließlich.

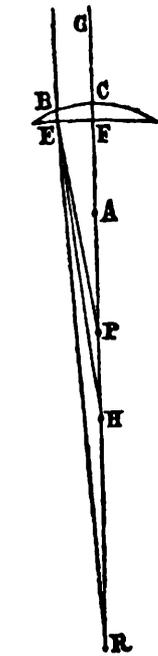


Fig. 37⁴⁶). wird daher in EF eine weniger schiefe sein als in BC . Deshalb die Refraktion in G größer als in B . Infolgedessen ist der Winkel BEH größer als GB und GB nicht parallel zu EH . Nun wird GB und GC parallel nach Voraussetzung. Deshalb konvergieren EH und FA nach Brechung und schneiden sich schließlich.

Dagegen sei jetzt der strahlende Punkt näher als die Länge eines Durchmessers der Linse, dann werden die Strahlen GB und GC divergieren. Sie werden zwar nach ihrem Durchgang in den dichteren konvexen Körper weniger divergieren, aber doch immerhin divergieren, nach XXXVII.

[71] Da also BE und CF gegen die konkave Grenzfläche EF des dichten Körpers konvergieren, so wird EF größer als BC sein. Die Inzidenz von BE in E wird deshalb schiefere sein als in B und daher die Refraktion dort größer als in B . Der Winkel GBE wird kleiner, der Winkel BEH größer als GB und deshalb sind GB und EH nicht parallel, sondern würden sich schneiden, wenn sie nach H zu weiter verlaufen würden. Die gebrochenen Strahlen EH und FA divergieren also stärker voneinander als die ursprünglichen Strahlen BE und GC .

CXXX. Lehrsatz. Hat die konkave Oberfläche einen größeren Radius als die konvexe, so konvergieren die von einem fernen Punkt ausgehenden Strahlen nach dem Durchgang durch die Linse zwar stärker (oder nach einem kürzeren Abstande wenn bloß die konvexe Oberfläche vorhanden wäre), wenn der Radius der Konkavität größer als das Dreifache des Radius der Konvexität; in gerade (und nach einem größeren Abstände), wenn der Radius kleiner als das Dreifache war.

Oder:

Indem die Konkavität von größerem Radius die Convexität von kleinerem abschwächt, wird die Wirkung einer Konvexität von sehr großem Radius hergebracht. Solche Linse möge Meniskus genannt werden. Sie wirkt wie eine reine Konvexlinse.

CF und BE [Fig. 37] mögen gebrochene Strahlen inner- des Körpers sein, und herkommen von dem fernen Punkt E . Sie werden also nach EF hin konvergieren, nach XXXIV. Abgedessen wird EF kleiner sein als BC . Aber gleichzeitig der dazu gehörige Kreis größer. Daher fällt BE weniger steil in E ein als in B , und deshalb wird auch die Refraktion in E kleiner sein als in B . Folglich ist Winkel BEH größer als EBG . Deshalb sind HE und BG nicht unter sich parallel, sondern würden sich in der Verlängerung schneiden, und so werden EH und FH unter sich nach H hin konvergieren.

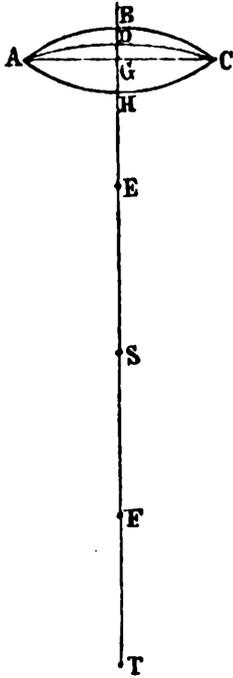
[72] Es sei nunmehr A [Fig. 37] das Zentrum des Kreises EF und CH das Dreifache von CA . Und unterhalb H befindet sich der Punkt R . Wäre BC allein vorhanden, dann würden BE und CF auf H konvergieren, nach XXXIV. Ferner sei R das Zentrum des Kreises EF . Nachdem das Lot ER gezogen wird, wird BE von ER fortgebrochen (nach II) und schneidet CH mit CH oberhalb von H , in P . Daher konvergieren EP und FP stärker als BE und CF ; und der Abstand CP des Mittelpunktes P ist kleiner als CH . Andererseits liege der Mittelpunkt des Kreises EF oberhalb von H , z. B. in P , und gezogen sei das Lot EP ; dann wird der Strahl BE in E von dem Lot weiter abgebrochen werden als EH , nach II., und wird sich nach der Brechung mit FH unterhalb H schneiden; der Schnittpunkt sei R . Daher wird die Divergenz von ER und FR geringer sein, als die von BE und CF , und der Schnittpunkt R wird in den Abstand CR , der größer ist als CH , hinausgeschoben. Befindet sich das Zentrum von EF in H , anderthalb Durchmesser unterhalb C , so fällt auch der Schnittpunkt in H , und es hat EF weder einen fördernden, noch hemmenden Einfluß auf BC .

CXXXI. Lehrsatz und Aufgabe. Den Schnittpunkt für einen Meniskus zu finden. Oder: je dünner die Linse ist, um so weiter rückt der Schnittpunkt ab.

$ABCD$ [Fig. 38] sei der Meniskus und E und F die Zentren. Würde die Konvexität von ABC allein die Brechung bewirken,

so würde der Schnittpunkt drei Halbmesser BE entfernt nach XXXIV. Sie tut dies aber [so gut wie] allein, we

Fig. 38.



Kreis der Konkavität ADC das Dr von dem der Konvexität ABC beträg ist, wenn BF dreimal so groß ist, al Weil nämlich der Schnittpunkt drei Halb BE entfernt ist, so würde auch der S punkt im Zentrum F des Kreises AD [73] weil die Strahlen bei ihrem Durc durch den Körper ABC alle senkrec ADC auftreffen würden; sie würden nicht gebrochen werden. Der Schnit der Linie $ABCD$ liegt also drei messer ab.

Ist aber die Linse auf beiden Seiten konvex, wie ABC und AHC , so lie Schnittpunkt einen Halbmesser BE entfernt, in E , nach XXXIX.

Drittens, wenn die Linse $AGCH$ in plan ist, so werden die Parallelen in gar nicht gebrochen und sich in eine fernung von zwei Halbmessern (nach schneiden, in S .

Viertens, wenn man zwei Linsen zusammenlegte, wü Schnittpunkt um die Hälfte von EB entfernt sein, nach

Aus diesen Fällen geht nun hervor, daß die Entf des Schnittpunktes sich ungefähr in dem Verhältnis ver in dem die Dicke BD der Linse gemindert wird. Denn die Dicke zweimal BH beträgt, dann wäre der Abstand die von BE . Beträgt jene einmal BH , so ist dieser einm beträgt jene die Hälfte, nämlich GH , dann ist jener 2 BE , nämlich BS . Ferner, wenn von GH oder BG weniger als der dritte Teil abginge, so kommt dadurch zwei Halbmessern BE und ES noch der dritte SF hi

Daß aber DG weniger als der dritte Teil von BGH ist, wird folgendermaßen bewiesen:

Es ist $BE = r$; $BF = 3r$; $AE = r$; $AF = 3r$. Be man Winkel $AE G$ mit α und Winkel $AF G$ mit α_1 ,

$$\begin{aligned} 1) \quad GB &= r - EG, \\ &= r - r \cdot \cos \alpha, \\ &= r(1 - \cos \alpha), \end{aligned}$$

$$2) AG = r \cdot \sin \alpha = 3r \cdot \sin \alpha_1; \text{ daraus}$$

$$3 \sin \alpha_1 = \sin \alpha,$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{1}{3} \sin \alpha,$$

$$3) GF = 3r \cdot \cos \alpha_1,$$

$$DG = 3r - 3r \cdot \cos \alpha_1,$$

$$= 3r(1 - \cos \alpha_1).$$

Setzt man nun zunächst $\alpha = 30^\circ$, so wird $\sin \alpha_1 = \frac{1}{6}$; also

$$\alpha_1 = 9^\circ 36'$$

und ferner:

$$\cos \alpha = 0,866 0254,$$

$$1 - \cos \alpha = 0,133 9746,$$

$$1a) GB = 0,133 9746 \cdot r.$$

Da $\cos \alpha_1 = 0,985 9962$ und $1 - \cos \alpha_1 = 0,014 0039$ ist, so wird die Gleichung 3) zu:

$$3a) DG = 0,014 0039 \cdot 3 \cdot r = 0,042 0117 \cdot r.$$

daraus ergibt sich:

$$GB : DG = 0,1339 746 : 0,042 0117$$

$$> 3 : 1.$$

Die entsprechenden Werte für $\alpha = 30'$ sind:

$$2b) \sin \alpha_1 = \frac{1}{3} \sin 30',$$

$$\alpha_1 = 10',$$

$$1 - \cos 30' = 0,000 0381,$$

$$1b) GB = 0,000 0381 \cdot r,$$

$$\cos \alpha_1 = 0,999 9959,$$

$$1 - \cos \alpha_1 = 0,000 0041,$$

$$3b) DG = 0,000 0041 \cdot 3r,$$

$$= 0,000 0123 \cdot r,$$

daraus:

$$GB : DG = 0,0000381 : 0,0000123,$$

$$> 3 : 1^*).$$

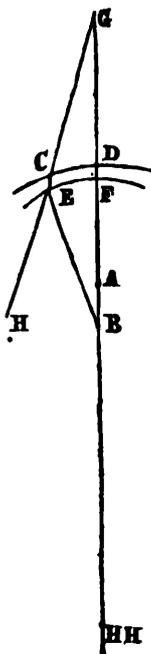
*) Die Rechnung Keplers ist hier modernisiert worden, um dem Leser die heute schwer verständliche Verwendung des sinus totus, sinus versus usw. zu ersparen. Doch sind die trigonometrischen Tabellenwerte Keplers beibehalten worden, obwohl die

Also in dem Grade als die Linse geschwächt wird, Grade vergrößert sich ungefähr der Abstand des Schnitts

CXXXII. Lehrsatz. Wenn die Konkavität kleineren Radius hat als die Konvexität, dann divergieren die Strahlen, welche von einem Punkt aus der einen Durchmesser vor der Konvexität liegt, dem Durchgang durch die Linse stärker. Oder wenn die Konvexität von größerem Radius, die Konkavität von kleinerem abschwächt, wird das erreicht, wie von einer Konkavität mit sehr großem Radius.

Denn die im Körper verlaufenden Strahlen CE und DF [Fig. 39], welche vom Punkt G kommen, sind, wenn

Fig. 39.



einen Durchmesser von der Konvexität parallel, nach XXXV. Deshalb schneiden sich die Strahlen CE und DF innerhalb des Körpers EF zu, nach XXXVII, noch mehr aber die Luft gebrochenen Strahlen EH und FB , nach

[75] CXXXIII. Lehrsatz: Wenn die Konkavität einer Linse, deren andere Oberfläche konvex ist, ihren Mittelpunkt nach innen dem der Konvexität liegen hat, so werden auch die von einem fernen Punkt kommenden Strahlen durch die Linse divergierender gemacht. Sie kommt einer rein konkaven Linse von sehr großem Radius gleich.

Denn ist der Punkt G fern, so sind die von ihm ausgehenden Strahlen GC und GD parallel. Also werden CE und DF innerhalb des Körpers konvergieren, nach XXXIV, als wenn sie sich schneiden wollten im Punkte HH , welcher anderswo auf demselben Durchmesser der Konvexität entfernt ist. Würde nun ein kleinerer Kreis durch E beschrieben, so würden EB und FB einen verhältnismäßig größeren Teil des

neueren Tafeln schärfere Werte geben. *Kepler* will beweisen, daß wenn $GB:DG > 3:1$ ist, wenn der Bogen AB , d. i. der Winkel α die Größe 30° nicht übersteigt. Einen gültigen Beweis liefert er nicht, sondern begnügt sich, rechnerisch darzulegen, daß seine Behauptung an den Grenzen, etwa: $\alpha = 30^\circ$ und $\alpha = 30'$, stimmt. Wir verfahren nach *Keplers* Rechnung wie oben schreiben. O.-L. Dr. Trost.

abschneiden als es CD von seinem Kreise ist. Dies ist klar; wenn CE nach HH zu gerichtet ist, so liegt der Punkt E unterhalb der Linie CB . Erst CB (und nicht CHH) würde die gleiche Teile abschneiden. Um noch viel mehr wird also EF dann ein verhältnismäßig größerer Teil seines Kreises sein, wenn dessen Zentrum oberhalb B , etwa in A liegt. Weil also der Teil EF größer ist als CD , so ist auch die Neigung von BE zu EF größer als zu CD . Die Refraktion in E nach außen ist deshalb auch größer, nach II, als die in C nach innen, auf BDG zu. Deshalb sind GC und EH nicht parallel. Und da GC und GD nach Voraussetzung parallel sind, so werden ihre zugehörigen in E und F an der konkaven Grenzfläche des dichten Körpers gebrochenen Strahlen DB und EH divergieren.

CXXXIV. [Lehrsatz.] Verschiedenartige, reine Linsen aufeinandergelegt kommen in ihrer Wirkung einer gemischten Linse gleich und schließlich auch einer reinen.

Beweis ungefähr wie in CXXV. Es sei nämlich, Fig. 40, OP eine konvexe und QR eine konkave Linse, und es werden die beiden konvexen Oberflächen von OP in die einzige konvexe ST , Fig. 41, übertragen, nach LXXIX.

Man mag aber auch nach CXXVI die beiden Konkavitäten von QR in eine einzige VX übertragen, und so entstehe die Linse $STXV$ von gemischter Art. Hat nun die die Konkavität VX das Übergewicht, wenn nämlich ihr Radius der kleinere ist, dann wirkt die gemischte Linse wie eine reine konkave, nach CXXXIII. Und so wirken OP und QR , die von verschiedener Art sind, wenn sie zusammen verbunden werden, wie eine rein konkave von sehr großem Radius. [76] Hätte aber die Konvexität ST das Übergewicht wegen des kleineren Radius, wie in der Figur zu Lehrsatz CXXXI, wo im Meniskus die Konvexität ABC größer ist als die Konkavität ADC , so kommt die gemischte Linse SX und ebenso auch zwei aneinandergelegte OP und QR einer rein konvexen gleich, nach CXXX.

CXXXV. Aufgabe. Ein Instrument zu konstruieren mit einer Konvexlinse von großem Radius, das kürzer ist, als die Fabrikanten gewöhnlicher Instrumente erwarten.

Fig. 40.



Fig. 41.



Man erreicht dies durch Verdoppelung der einzigen Konvexlinse, wobei die eine innen versteckt ist, was der Beobachter nicht wissen darf. Nach CXXV.

CXXXVI. Aufgabe. Ein Instrument herzustellen mit einem Konkavglase von großem Radius (welches den Radius des konvexen noch übertrifft) durch das die Gegenstände größer dargestellt werden, als es die Fabrikanten gewöhnlicher Instrumente erwarten.

Dies geschieht dadurch, daß man zwei Konkavlinen statt einer nimmt, wovon der Beobachter nichts merken darf. Nach CXXVII.

CXXXVII. Aufgabe. Mittels einer Konvexlinse von kleinem Radius, kleiner sogar als der Radius der Konkavlinse am Auge (was ungereimt erscheint nach CVII) eine außerordentliche Länge des Instrumentes zu erreichen und die Gegenstände ungeheuerlich groß zu machen.

Entweder verbinde man mit ganz bestimmter Anpassung die Konvexlinse von kleinerem Radius mit der Konvexlinse von größerem Radius, die innen verborgen und nicht sichtbar ist, und der Erfolg wird da sein, nach CXXXIV. Oder aber, man muß eine gemischte Linse benutzen, die Konvexität von kleinerem Radius nach außen und die Konkavität von größerem Radius nach innen, nach CXXX. Die Position der anderen Konkavlinse, welche an das Auge gebracht werden muß, ist nach CXXXI zu ermitteln. Ein Versuch kann auch mittels CXXVIII gemacht werden.

[77] CXXXVIII. Lehrsatz. Bleibt der Abstand der Linse vom Auge gleich, und geht die Linie aus dem Auge nach dem Zentrum der Linse durch die Mittelpunkte der Konvexitäten, beziehungsweise Konkavitäten, so fallen die Refraktionen, die von den beiden ungleichen Oberflächen der Linse man auch dem Auge zukehren mag, nahezu gleich aus.

Dies scheint ungereimt und gegen die Lehrsätze XXXIV und XXXV. Denn in der Figur 42 bringt die dem Parallelen zugewendete konvexe Oberfläche des dichten Mediums BCD diese Parallelen zusammen in den Punkt F , im Abstand von anderthalb Durchmessern. Aber in [der Figur zu] Lehrsatz XXXV bringt die abgewendete [konvexe] dichte Oberfläche PQR , dieselben zusammen in S , in einem Durchmesser Abstand. Man muß sich aber erinnern, daß dort die Rede von

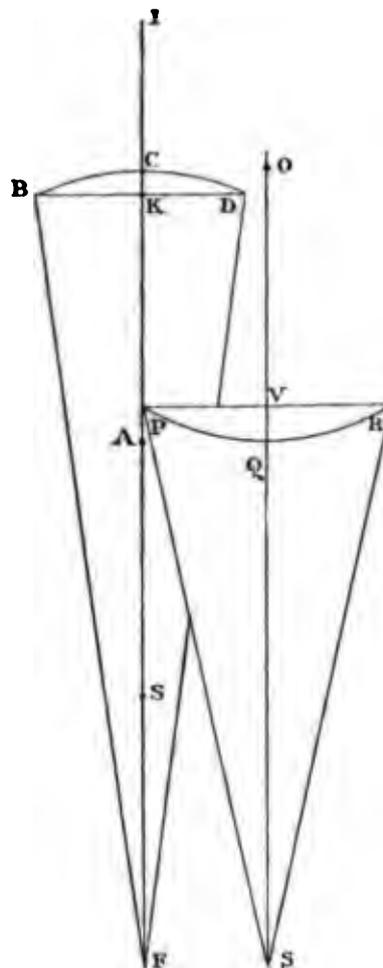
der einzigen Oberfläche ist, während jede Linse notwendig deren zwei hat. Ebenso werden die Parallelen in Satz XXXIV als in der Luft befindlich angenommen, in Satz XXXV aber innerhalb des dichten Körpers, deshalb man sie nicht miteinander vergleichen. Der Unterschied klar, wenn jede von beiden Linsen auch auf der anderen Seite begrenzt wäre, so daß F und S die Schnittpunkte

wären. Denn wir wollen um F Mittelpunkt mit der Strecke FB Kreisbogen BKD als andere Fläche beschreiben. Dieser Bogen schneidet IAF in K und BCD in Punkten B und D , so daß alle Geraden, die sich in F schneiden, zu BCD senkrecht stehen und infolgedessen in BKD nicht gebrochen werden. [78] In der anderen Figur Lehrsatz 35 sei der Bogen PQR ähnlich dem Bogen BKD , und Q der mittlere Punkt desselben. Die Endpunkte P und R verbunden durch eine Gerade, das Lot OQS in V schneidet, die gleichzeitig die andere, plane Fläche darstellt. Diese wird durch parallel zu OQ parallelen Strahlen winklig geschnitten. Deshalb werden sie in PVR gar nicht gebrochen, und der Schnittpunkt bleibt

derselbe. Nunmehr ist es klar, daß die Linsen, von denen eine den Schnittpunkt in anderthalb Durchmesser CF , die andere in einem Durchmesser CF haben, den Schnitt der Parallelen be-

zeichnen, daß solche Linsen verschiedene Dicke haben müssen, obgleich sie der Konvexität nach ähnlich und gleich sind. Jene hat die geringere Dicke CK , diese die größere QV . Die Differenz der Dicken ist der arcus sinus versus⁴⁸⁾ BK . Deshalb ist es nicht verwunderlich, daß bei jener der Abstand des Schnittpunktes vom Mittelpunkt des Halbmessers, bei dieser nur zwei beträgt, nach CXXXI. Die Wahrheit des Lehrsatzes wird aber auch auf folgende Weise einleuchten. Es möge in Figur zu Lehrsatz XXXIV

Fig. 42.



die Fläche BCD der Linse $BCDK$ von den parallelen Strahlen abgekehrt werden, während die Punkte BD fest bleiben, so daß die Parallelen zuerst auf die konkave Oberfläche des dichten Mediums BKD auftreffen. Sie werden dann innerhalb des dichten Körpers divergieren nach BCD , der konvexen Oberfläche, nach XC . Wären sie aber innerhalb des Körpers parallel geblieben, wie in der Figur zu Lehrsatz XXXV, so hätten sie sich in einer Entfernung von zwei Halbmessern hinter der Konvexität geschnitten, nach Lehrsatz XXXV. Da sie aber auf BCD zu divergieren (wie wenn sie in der zweiten Figur gegen PQR konvergierten), so ist es ganz in der Ordnung, daß sie sich erst weiter hinter S schneiden, nach XI, nämlich in F . Dasselbe ist auch an der Figur zu Lehrsatz XXXV leicht zu beweisen. Wird nämlich PQR den Parallelen zugekehrt, so konvergieren die Strahlen innerhalb des Körpers so, als ob sie sich in einer Entfernung von anderthalb Halbmessern schneiden wollten, wie in BCD auf F hin. Wenn sie also bei ihrem Wege innerhalb des Körpers konvergieren und also konvergent auf dessen ebene Grenzfläche stoßen, so fallen sie geneigt auf diese und werden schon an der ebenen Fläche jeder von dem zu seinem Punkt gehörigen Lote abgebrochen. Und da sie nun in Ansehung der ganzen Linse abweichen, sowohl unter sich innerhalb des Körpers als auch von ihren Loten, so werden sie nach der Brechung draußen in der Luft um so mehr aufeinander zugehen, indem die einzelnen sich von ihren Loten entfernen. Und so ist es nicht wunderbar, daß sie schneller zum Schnitt kömnen, als erst in einer Entfernung von anderthalb Durchmesser, nämlich in S . Und diese Darlegung erweist im allgemeinen die Behauptung. [79] Indessen ist die Verschiedenheit nur geringfügig, und ich gebe deshalb keine exakte Beweisführung. Wer aber zahlenmäßig diese Unmerklichkeit feststellen will, mag so verfahren, wie ich selbst es bei Lehrsatz XXXIV getan habe.

CXXXIX. Aufgabe. Beide Gläser sollen konkav sein, sowohl das nach dem Auge zu als das, welches nach dem Gegenstande gerichtet ist, und doch soll ein Erfolg erreicht werden.

Entweder setze man außen nach dem Gegenstande hin an Stelle eines einzelnen Konvexglases ein sichtbares Konkavglas, dem innen ein geheimes Konvexglas angefügt wird, von entsprechend kleinerem Radius, wie in Lehrsatz CXXXVII; oder man verwende an derselben Stelle ein gemischtes Glas, wie in

Lehrsatz CXXXVII, dessen konkave Fläche nach außen gebogen sei. Denn nach CXXXVIII ist es gleichgültig, wie man es setzt.

CXL. [Aufgabe]: Ein Fernrohr zu verfertigen, dessen beide Gläser konvex sind, sowohl das nach dem Auge, als das nach dem Gegenstand hin gerichtete, und doch soll der Erfolg erreicht werden.

Nach dem Auge zu setze man für ein einziges Konkavglas ein konvex-konkaves mit einer konkaven Oberfläche von kleinerem Radius, und man richte es so ein, daß die konvexe Oberfläche von größerem Radius außen nach dem Auge zu gesehen werde, die konkave unsichtbar an der Innenseite, nach CXXXIV. Oder man verwende nach dem Auge zu ein gerichtetes Glas, dessen Konvexität von großem Radius nach außen vorsteht, dessen Konkav von entsprechend kleinerem Radius nach innen gerichtet ist, nach CXXXIII.

[80] CXLI. Aufgabe. Ein Fernrohr zu verfertigen, dessen Glas nach dem Auge hin konvex, nach dem Gegenstande hin konkav ist.

Es ist dies eine Verbindung von CXXXIX und CXL. Was nämlich dort in beiden Gläsern getrennt bewirkt wurde, das muß hier durch die Verbindung der beiden geschehen.



Anmerkungen zu Keplers Dioptrik.

Vorbemerkung. Bei dem Studium der Dioptrik *Keplers* muß man sich immer vergegenwärtigen, daß ihm z. Z. der Abfassung seines Werkes die beiden wichtigsten dioptrischen Gesetze unbekannt waren: das strenge Brechungsgesetz und das Gesetz der konjugierten Brennweiten. Seine Darstellung der Linsenwirkungen und seine Beweise haben infolge dessen häufig etwas Umständliches und Gequältes. Wenn *K.* trotzdem eine solche Fülle von richtigen Ergebnissen zutage förderte, so zeigt sich gerade hierin seine divinatorische Begabung.

1) *Zum Titelblatt.* Das Original enthält noch den Zusatz »Vorausgeschickt sind die Briefe *Galileis* über die neuen und bewundernswerten Entdeckungen, die seit der Herausgabe des ‚*Nuncius Sidereus*‘*) am Himmel gemacht sind.

Ferner

Kritik der Vorrede des *Johannes Pena* aus Frankreich zu der Optik des Euklid, über die Anwendung der Optik in der Philosophie.«

Beides ist im folgenden nicht mit aufgenommen.

2) *Zu S. 4.* Professor *Papius* schreibt 1606 an *K.*: »Wären doch Ihre Paralipomena [ad Vitellionem seu Astronomiae pars optica, in Frankfurt 1604 erschienen] ebenso klar wie sie geistvoll und fein erdacht sind. Mir ist in meinem ganzen Leben auf dem gesamten Gebiete der Mathematik, fast möchte ich sagen der gesamten Philosophie, nichts ebenso Schweres vorgekommen. Opfern Sie doch Ihrem langjährigen, dem Greisenalter sich nähernden Freunde ein paar günstige Stunden und

*) Vgl. Seite 116 Lebensbeschreibung *Keplers*.

freien Sie mich derart von meinen Zweifeln, daß ich das, was Sie meinen, durch klare Worte verstehe. Fast bei jedem Ihrer Lehrsätze bin ich in Zweifel, ob Sie alles genügend erklärt haben, oder ob ich auch nur den kleinsten Teil Ihrer Darlegungen begriffen habe . . . «

1) Dieser »greise« Freund war damals 48 Jahre alt und, wie er selbst versichert, in den mathematischen Wissenschaften besonders bewandert. Ein authentisches Zeugnis, wie weit *K.* seinen Zeitgenossen vorausgeeilt war.

3) Zu S. 8. Im Mittelalter definierte man den sinus nicht an einem Kreise mit dem Radius 1, sondern mit einem beliebigen Radius. Der Wert des $\sin. 90^\circ$ ist dann $= r$, und r wurde sinus totus genannt. Erst seit *Euler* pflegt man ständig $\sin. 1$ zu setzen.

2) Distantia Solis = Polhöhe. Winkel EBH ist (als Scheitelwinkel) gleich dem Winkel zwischen Pol, Erde und Sonne. Er ist der Neigungswinkel *K.*s und gleichbedeutend mit dem modernen Einfallswinkel.

Die von *K.* angegebene Proposition würde also zu schreiben sein:

$$BE : EH = 1 : \text{tg } EBH,$$

der modern:

$$\text{tg } EBH = \frac{EH}{EB}.$$

(Dr. *J. Tropfke.*)

4) Zu S. 9. Vgl. Anm. 3.

5) Zu S. 9. Unter Refraktionswinkel versteht *K.* den Winkel, unter dem der gebrochene Strahl gegen den einfallenden geneigt ist. Es ist hier der (kleinere) Tangentenwinkel zur Sehne EB , der ja bekanntlich durch den halben Bogen EB gemessen wird. *K.* wählt also als Maß der Ablenkung nicht den von uns Brechungswinkel genannten Winkel, sondern dessen Differenz mit dem Einfallswinkel. Vielleicht ist diese Wahl schuld daran gewesen, daß *K.* das Sinusgesetz der Strahlenbrechung nicht fand, an dem er doch so oft und so nahe vorbeistreift.

6) Zu S. 10. Grundsatz VII ist grundlegend für *K.*s dioptrische Anschauungen und sagt aus, daß für Winkel unter 10° die Refraktionswinkel (im *K.*schen Sinne) proportional sind den Neigungswinkeln des einfallenden Strahles, d. h. nach heutiger Bezeichnung den Einfallswinkeln. Dies *K.*sche Axiom

spricht in vollkommen scharfer Form den Satz aus, daß für kleine Winkel das Brechungsgesetz lautet: »Der Brechungswinkel ist dem Einfallswinkel proportional.« Zur Entwicklung der Theorie des Fernrohrs auch im modernsten Sinne bedürfen wir nur dieses letzteren Satzes und nicht des Brechungsgesetzes in seiner vollkommenen Form, da die Neigungen der Strahlen hier immer nur sehr gering sind. Die Voraussetzungen *K.*s müssen demnach in bezug auf das vorliegende Problem als notwendig und hinreichend betrachtet werden. Dies verdient um so mehr hervorgehoben zu werden, als man *K.* gerade bei seiner Dioptrik aus der Unkenntnis des strengen Brechungsgesetzes einen Vorwurf hat machen wollen. Die *K.*sche Proportionalitätskonstante fällt ja allerdings nicht mit dem zusammen, was wir heute unter Brechungsexponent verstehen. Bezeichnen wir nämlich den Einfallswinkel (*K.*s Neigungswinkel) mit α , den Brechungswinkel mit β , so ist der Refraktionswinkel *K.*s ausgedrückt durch $\varphi = \alpha - \beta$, und nach Grundsatz VII. besteht die Gleichung:

$$\alpha - \beta = c \cdot \alpha,$$

in der c die *K.*sche Proportionalitätskonstante ist. Hieraus folgt:

$$\alpha = \frac{1}{1 - c} \cdot \beta,$$

während nach moderner Schreibweise für kleine Winkel die Beziehung besteht: $\alpha = n \cdot \beta$. Daraus folgt:

$$c = \frac{n - 1}{n}.$$

Das Brechungsgesetz würde also lauten:

$$\varphi = \frac{n - 1}{n} \cdot \alpha$$

oder für gewöhnliches Glas:

$$\varphi = \frac{1}{3} \alpha \quad (\text{A. Gleichen.})$$

7) Zu S. 10. Dieser Grundsatz enthält implizite die Bestimmung des Brechungsexponenten des Glases zu 1,5, wie aus der Formel am Schluß der vorhergehenden Anmerkung hervorgeht.

8) Zu S. 10. Der von *K.* angegebene Wert für die größte Ablenkung stimmt sehr nahe mit dem strengen Brechungsgesetz überein. Denn der maximale Wert von $\varphi = \alpha - \beta$ tritt auf bei $\alpha = 90^\circ$. Daraus ergibt sich, wenn $n = 1,5$ gesetzt und das Brechungsgesetz in der Form $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$ angewendet wird:

$$\sin \beta = \frac{1}{n}$$

$$\sin \beta = \frac{2}{3} = 0,6666$$

$$\beta = 42^\circ \text{ rund (genau } 41^\circ 50').$$

Es ist:

$$\varphi = 90^\circ - 42^\circ \text{ (genau } 90^\circ - 41^\circ 50').$$

$$\varphi = 48^\circ \text{ (genau } 48^\circ 10').$$

9) Zu S. 10. *K.* spricht hier deutlich aus, daß die Proportionalität zwischen Neigung und Refraktion nicht das strenge Sinustagesetz darstellt.

10) Zu S. 15. Da diese Bezeichnungsweise nur für das lateinische einen praktischen Sinn hat, so ist im folgenden von ihr Abstand genommen.

11) Zu S. 16. Hier und im folgenden spricht *K.* häufig von Kreisen, wo er Kugelflächen oder Kugelabschnitte meint. Er hat wohl immer die Durchschnittsfigur der Linse vor Augen gehabt, die ja natürlich von einem Kreisabschnitte begrenzt wird.

Definition XXXII entspricht dem heutigen Satze: »Brechkraft und Brennweite einer Linse sind umgekehrt proportional.«

12) Zu S. 16. Bei *K.* steht: »Lentis concursus«. Unter concursus radiorum seu linearum versteht *K.* gewöhnlich den Schnittpunkt bei konjugierten Brennweiten. In Definition XLII verwendet er den Ausdruck »concurus schlechtweg« für den Spezialfall parallel einfallender Strahlen, also ganz im Sinne unseres modernen »Brennpunktes«.

13) Zu S. 17. *K.* behandelt hier tatsächlich nur das Problem der Brechung an einer einzigen Fläche, für die ja bekanntlich der Brennpunkt ungefähr um den dreifachen Radius vom Scheitel entfernt ist. Die Wirkung der Planfläche zieht er nicht in Betracht. Man vergleiche die wiederholte Einschränkung im Lehrsatz und Beweis: »Wenn diesen Strahlen außer der Brechung beim Eintritt weiter nichts widerfährt.« Vgl. auch die Überschrift auf Seite 18 unten.

14) *Zu S. 19.* Vgl. Anmerkung 12. *K.* scheint es gegangen zu sein, daß jede dünne Linse ihre Brennpunkte gleicher Entfernung hat, gleichgültig, von welcher Seite parallele Licht auffällt.

Lehrsatz XXXVIII wird heute so formuliert:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Vgl. Seite 20 am Schlußsatz von XXXIX.

15) *Zu S. 21.* Während *K.*, wie aus dieser Stelle vorgeht, wohl den allgemeinen Begriff der konjugierten Schnittweiten hatte, so fehlt doch bei ihm die strenge Formulierung dieses Zusammenhanges. *K.* hätte auch ohne Kenntnis des strengen Brechungsgesetzes mit seinen Mitteln und Voraussetzungen diese sehr wohl finden können, da sie unabhängig von der strengen Form des Brechungsgesetzes ist. Der betreffende Zusammenhang ist bekanntlich ausgedrückt durch die Formel:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

wo a die objektseitige, b die bildseitige Schnittweite und f die Brennweite ist. Wird $a = 2f$, dann muß auch $b = 2f$ werden.

16) *Zu S. 22.* Der Beweis ist nur zureichend bei der Annahme, die *K.* stillschweigend zu machen scheint, daß beide Kegel eine gemeinsame Achse haben.

17) *Zu S. 23.* Vgl. Anm. 12.

18) *Zu S. 26.* Vgl. CVI Seite 61 und die dazu gehörige Anmerkung 35.

19) *Zu S. 28.* Nennt man P den leuchtenden Punkt und P' sein aberrationsfreies Bild, so kann man sich die Aufgabe stellen, eine Fläche zwischen P und P' zu finden, die eine aberrationsfreie Abbildung durch Brechung bewirkt. Diese Fläche ist notwendig eine Rotationsfläche um die Achse l . Nennt man den Brechungsexponenten im Objektraum n , im Bildraum n' und bezeichnet einen beliebigen Punkt der Fläche mit A , so ist

$$n \cdot AP + n' \cdot AP' = \text{Konstante}$$

die Gleichung der gesuchten Fläche. Sie führt nach ihrem Entdecker die Bezeichnung: Cartesianisches Oval und geht

parallel auffallende oder austretende Strahlen in einen Kegelmitt über.

Die *K.*sche Betrachtung hat nur eine Bedeutung für Strahlen bei geringer Achsenneigung, da nur in diesem Falle die von *K.* vorausgesetzte Proportionalität von Neigungswinkel und Refraktion zutrifft.

20) Zu S. 29. Diese ganze lichtvolle Darstellung und Erklärung des Sehaktes ist ein glänzender Beweis von *K.*s Genie. Vergleicht man damit den Wust unsinniger Behauptungen und Vermutungen seiner Vorgänger, seiner Zeitgenossen, ja sogar der seiner Nachfolger bis in das erste Viertel des 19. Jahrhunderts hinein, so wird man erst der überragenden Größe des durchdringenden Geistes inne. *K.* verlegt als erster das Bild der Außenwelt in die Netzhaut und führt die Bedingungen des Sehens richtig darauf zurück, daß von einem Punkt der Außenwelt ein scharfes Bild auf der Netzhaut entworfen wird. Auch mit seiner Annahme eines »geistigen Stoffes« innerhalb der Netzhautsubstanz, der durch das Bild des Gegenstandes chemisch verändert wird, hat er das erst 260 Jahre später *Boll* entdeckte Sehrot der Netzhaut voraus geahnt, und ebenso hat sich seine Vorstellung, daß der Eindruck der Verlesung der Netzhaut weiter nach dem Gehirn geleitet, dort empfunden und gedeutet wird, als vollkommen richtig erwiesen, über den speziellen Weg vom Auge zu dem betreffenden Hirnteil konnte er sich bei dem damaligen Stande der Hirn- und Nerven-anatomie noch kein richtiges Bild machen.

21) Zu S. 31. *K.* streift hier nur die Frage der Akkommodation, um erst später, in LXIV, näher auf sie einzugehen. Er schließt vollkommen logisch aus der Tatsache der Akkommodation auf das notwendige Vorhandensein einer Vorrichtung im Auge, mittels deren eine Einstellung auf die veränderte Entfernung ermöglicht wird, und sucht deshalb nach Muskeln im Augeninneren, die die Entfernung des hinteren Teiles der Netzhaut von der Linse vergrößern könnten. Ganz richtig vermutet er in den Ziliarfortsätzen die Vermittler der Akkommodation. Aber er stellt sich den Vorgang umgekehrt vor, als *Helmholtz* tut. Das normale (emmetropische) Auge ist eigentlich in seiner Ruhestellung für die Ferne, d. h. auf parallel einfallende Strahlen, eingerichtet, die es auf seiner Netzhaut in einem Punkte vereinigt. Geht das Auge nun zur Betrachtung eines näher gelegenen Gegenstandes über, so wächst die zugehörige, konjugierte, konjugierte Schnittweite über den Netzhautabstand

hinaus. Zwei Wege standen der Natur offen, um die Bildpunkte eines nahegelegenen Gegenstandes doch wieder auf die Netzhaut zu bringen. Entweder sie gab dem Auge die Möglichkeit einer Formveränderung in der Sehachsenrichtung, oder sie stattete das Auge mit Veränderlichkeit seiner Brechkraft aus. Letzteres nimmt die *Helmholtz'sche* Theorie an, indem sie durch die Kontraktion des Ziliarmuskels und seiner Fortsätze die Linse stärker brechend macht und damit die Brechkraft des Auges erhöht. Durch die nachweisbare Veränderung der Spiegelbilder der Linse hinsichtlich ihrer Größe und gegenseitigen Lage gewinnt diese Theorie nahezu Gewißheit. *K.* dagegen stellte sich vor, daß das Auge in Ruhe (d. h. für die Ferne adaptiert) Kugelgestalt besäße, bei der Akkommodation für die Nähe aber infolge der Kontraktion des ringförmigen Ziliarmuskels mehr Ovoidgestalt annähme, daß also die Sehachse sich bei der Akkommodation verlängere und auf diese Weise das Bild des Gegenstandes wieder auf die Netzhaut gebracht würde.

22) *Zu S. 36.* *K.* versteht hier unter »Schnittpunkt« den Brennpunkt von einem Objektpunkt ausgehenden Strahlen« den Brennpunkt der Konvexlinse. Seine Darstellung trifft allerdings nur für übersichtige Augen zu. Alle anderen Augen sehen den ferneren Gegenstand durch Konvexgläser zwar auch aufrecht, aber verschwommen durch Zerstreuungskreise. Vgl. den nächsten Lehrsatz LXXI.

23) *Zu S. 37.* *K.* erklärt hier die Korrektur der Alterssichtigkeit vordem normal gewesener Augen vollkommen richtig. Der Spielraum, der bei dieser Korrektur mit Brillengläsern für annähernd scharfes Sehen vorhanden ist, ergibt sich durch die Möglichkeit, mit Zerstreuungskreisen bis zu einer gewissen Grenze ausreichend scharf zu sehen. Die Grenze hierfür ist die Breite eines Netzhautzapfens.

24) *Zu S. 37.* *K.* meint hier wieder mit »Schnittpunkt der Parallelen« den Brennpunkt der Linse. Da dieser sich immer zwischen der Linse und dem von einem nahen Gegenstande entworfenen Bilde befindet, so sind hier die in LXX. angegebenen Bedingungen des Aufrechtsehens erfüllt.

25) *Zu S. 40.* *K.* hat hiernach eine vollständig richtige Einsicht in die Refraktionsverhältnisse des kurzsichtigen Auges.

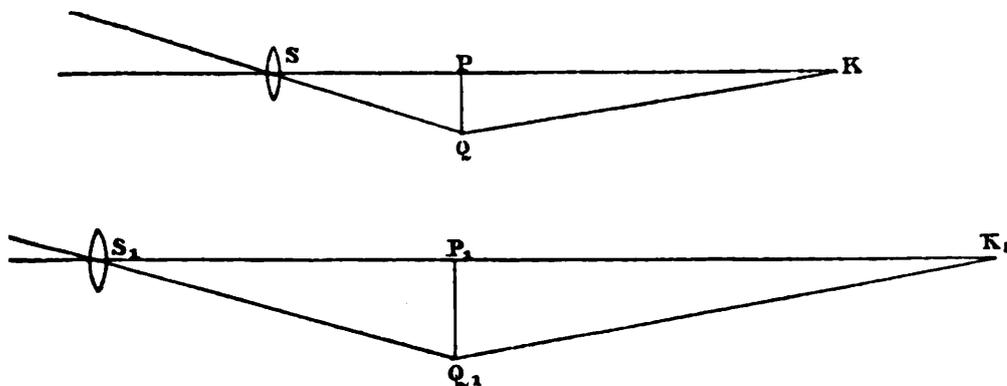
26) *Zu S. 44.* Dieses Eingehen *K.*s auf die ganz unfruchtbare Frage, wie ferne Gegenstände durch Konvexgläser erscheinen, könnte sich vielleicht dadurch erklären, daß *K.* über

ig (Hypermetrop) war. Denn Übersichtige sehen durch
(gute) Konvexgläser wirklich besser in die Ferne, während
anderen Augen unter allen Umständen schlechter durch
Konglinsen sehen. Dem steht aber entgegen, daß *K.* sich
für kurzsichtig und zugleich schwachsichtig gehalten hat.
Schwachsichtigkeit ist vielleicht auf Hornhauttrübungen
zuführen, die er infolge der Blattern bekommen haben

Es ist dies wenigstens ein häufiges Vorkommnis bei
Pferkrankung. Daneben kann natürlich auch noch Kurz-
sichtigkeit bestehen. Von den vielen Stellen, an denen *K.* von
den Augen spricht, kommt hauptsächlich in Betracht Paralim-
na ad Vitellionem Kap. V 5 (bei Frisch Seite 266), wo
er sagt: »Wer schwachsichtig ist oder aus anderen Gründen
Gegenstände schlecht erkennt, glaubt statt einer Mond-
phase eine zackige Reihe von zehn Phasen zu sehen ... mir,
an diesem Fehler leidet« usw. »Jene 6 bis 8 bis 10 Monde«,
er an einer anderen Stelle, »schieben sich teilweise in-
einander«. Diese Beobachtung trifft für ein unbewaffnetes
sicheres Auge zu, wie ich mich selbst überzeuge (mein
Punkt liegt 25 cm vor dem Auge).

7) Zu S. 45. *K.* meint hier die umgekehrten Bilder, die
Kongläser von fernen Gegenständen entwerfen, und beweist
Satz, daß die scheinbare Größe der Bilder gleich ist,
wenn sich die Entfernungen der Linsen vom Auge verhalten
wie deren Brennweiten, ein Satz, der wegen seiner Einfachheit
in Lehrbüchern der Optik überzugehen verdiente.
Mit den heutigen Mitteln würde der Beweis sich folgender-
maßen gestalten:

Fig. 43.



Es seien K und K_1 (Fig. 43) die Knotenpunkte, PQ und
 P_1Q_1 die umgekehrten Bilder, S und S_1 die Scheitel der sehr

dünn gedachten Linsen, dann sollen PQ und P_1Q_1 von K und K_1 aus unter demselben Winkel erscheinen. Da fern diese Bilder von demselben entfernten Gegenstande herrühren sollen, so muß auch Winkel $PSQ = P_1S_1Q_1$ sein. Demnach ist die obere Figur der unteren in allen Teilen ähnlich, und es verhält sich:

$$KS : K_1S_1 = PS : P_1S_1,$$

d. h. die Entfernungen der Linsen vom Knotenpunkt des Auges verhalten sich wie ihre Brennweiten.

Dieser Satz kann auch zur Ermittlung der Brennweite eines Konvexglases benutzt werden.

28) Zu S. 48. Unter dieser »sichtbaren Halbkugel« versteht K . offenbar das, was wir heute »Gesichtsfeld« nennen.

29) Zu S. 48. Sinngemäß: »daß aber das Auge der Linse näher ist als der Punkt, in dem es ein scharfes Bild erhalten würde.«

30) Zu S. 54. Mit Recht beschränkt sich K . im Beweise auf den Fall, daß der leuchtende Punkt zwischen dem Zentrum der Konkavität und dem Scheitel der ersten brechenden Fläche liegt. Denn in diesem Fall haben die Lichtstrahlen innerhalb des Linsenkörpers eine geringere Divergenz als vorher. Wenn er also nachweist, daß die folgende brechende Fläche die Verlust an Divergenz mindestens wett macht, so ist der Beweis auch für jede beliebige andere Lage des leuchtenden Punktes geliefert.

31) Zu S. 56. Das heißt: das Gesichtsfeld wird kleiner.

32) Zu S. 56. Befindet sich ein Objekt von der Größe y_0 in der Entfernung e , und läßt man eine Konkavlinse von der Brennweite f zwischen Auge und Objekt in der Richtung y_0 hin sich bewegen, so sieht man das von der Konkavlinse entworfene Bild unter dem Gesichtswinkel:

$$\omega = \frac{y_0 \cdot f}{x \cdot e - x^2 + ef},$$

wo x den Abstand der Linse vom Auge bedeutet. Dieser Ausdruck wird für $x = \frac{e}{2}$ ein Maximum.

33) Zu S. 58. Der Lehrsatz XCIX heißt im Original »Cava lens, si proxime oculum sit applicanda, aut omnia

minibus in certo intervallo, ut cum perspicilla naso inequit, tum cuique sua propria est, ad distinctam visionem efficiendam. <

Herr *P. v. Winterfeld* vermutet, daß die Worte dieses Lehrbuches vielleicht durch eine Korrektur *K.s* im Manuskript in Verwirrung gebracht sind, und daß sie etwa wie folgt gelautet haben: »Cava lens aut omnibus hominibus in certo intervallo adem, aut] si proxime oculus sit applicanda« usw., wobei dem auf lens bezogen werden muß. Diese Konjektur gibt dem optisch richtigen Sinn und ist deshalb auch der Überzeugung zugrunde gelegt.

34) Zu S. 60. Die hier von *K.* angegebene Kombination einer Konvex- und Konkavlinse, die reelle vergrößerte Bilder erzeugt, ist identisch mit dem sogenannten »Teleobjektiv«, das in der Form von photographischen Objektiven in der neueren Zeit vielfache Verwendung findet. Nachdem *Barlow* und *Littrow* diese Linsenzusammenstellung hingewiesen hatten, war sie bald in Vergessenheit geraten und wurde vor etwa zehn Jahren plötzlich wieder Gegenstand einer lebhaften Diskussion. (A. Gleichen.)

35) Zu S. 61. Die Vorstellung *Portas* von einer »Brennpunkt« beruht, wie ich glaube, auf folgender rein theoretischen Erwägung. Läßt man parallele Strahlen, z. B. Sonnenstrahlen, auf eine Konvexlinse fallen, so werden sie von ihr gebrochen und schneiden sich im Brennpunkt. Daß ein brennbarer Stoff an diesem Brennpunkt sich entzünden kann, ist ja bekannt genug. Nun wird zwar zweifellos in der Spitze dieses von der Konvexlinse erzeugten Strahlenkegels (dem Brennpunkt) die größte Wärme herrschen, aber auch schon vor der Spitze sind die Strahlen so nahe aneinander gedrängt, daß Wärme erzeugt wird. Dies läßt sich praktisch leicht nachweisen, indem man die Kugel eines Thermometers in den Strahlenkegel bringt. Schon dicht hinter der Linse (von kurzer Brennweite) beginnt das Quecksilber an sich auszudehnen, und je mehr man sich der Spitze des Kegels nähert, desto höher steigt es. Nehmen wir nun an, wir ließen den Strahlenkegel z. B. 1 mm vor der Spitze, also an einer Stelle, wo schon relativ hohe Temperatur herrscht, auf eine kleine Konkavlinse fallen, deren Brennweite gleichfalls 1 mm beträgt, so würden die Strahlen parallel aus ihr austreten und einen ganz dünnen (1 mm starken) Strahlenzylinder darstellen, der an jedem seiner Querschnitte, ins Unendliche hinein, dieselbe Wärme anzeigen müßte.

Ein leicht entzündlicher Körper müßte also auch in jeder beliebigen Entfernung innerhalb dieses Strahlenzylinders zur Verbrennung gebracht werden können. Dies scheint theoretisch zunächst ganz richtig, praktisch aber wäre es schon wegen der ungleichmäßigen Brechung zumal so kleiner, stark brechender Linsen und ebenso wegen der unregelmäßigen Brechung in der Luft unmöglich. Man bedient sich zwar derselben Versuchsanordnung (nur mit Konkavlinen von großer Öffnung und Brennweite) auch heute, um sog. paralleles Licht für physikalische Zwecke herzustellen, doch gelingt es selbst mit dem besten Material nicht, wirkliche Parallelität der Strahlen weit als auf 1—2 m herzustellen.

Porta scheint nun geglaubt zu haben, daß es nicht möglich sei, einen solchen dünnen Strahlenzylinder herzustellen, sondern er glaubte sogar, diesen dünnen Zylinder bis zu einer Linie konzentrieren, also den Brennpunkt gewissermaßen einer Brennlinie »ausziehen« zu können. Daß dies auch theoretisch unmöglich ist, weist *K.* ganz richtig nach.

Weniger glücklich ist *K.* in der Zurückweisung der anderen Deutung der *Portas* Behauptung. Zum Beweise geben wir Herrn *A. Gleichen* im folgenden das Wort.

»Es ist ohne weiteres nicht ersichtlich, weshalb schwach konvergierende Strahlen in ihrem Schnittpunkt weniger Wärme erzeugen sollen, als dieselbe Anzahl Strahlen von starker Konvergenz. Indessen liegt der wahre Grund, weshalb die Brennwirkung in die Ferne unmöglich ist, in der Vergrößerung die das System (im vorliegenden Fall das Teleobjektiv) bewirkt.

K. sowohl wie *Porta* macht die stillschweigende Voraussetzung, daß das Objekt ein auf der Achse gelegener, unendlich ferner, mathematischer Punkt sei, von dem aus die Strahlen auf die Konvexlinse parallel auffallen. Er nimmt ferner an, daß von diesem mathematischen Punkt aus eine endliche Energiemenge ausgesendet wird, die sich dann im Bildpunkt wieder finden müßte. Ein solcher Punkt kann aber immer nur eine unendlich kleine Energiemenge aussenden, so daß also die Übertragung einer Brennwirkung in die Ferne schon aus diesem Grunde unmöglich wäre.

Um die Erscheinung richtig zu würdigen, müssen wir uns als Objekt eine, wenn auch noch so kleine, Fläche vorstellen, die nun der Vergrößerung des Systems ausgesetzt wird.

Nennen wir den Gesichtswinkel, unter dem wir die Sonne sehen, ϵ , so erzeugen die sämtlichen auf die Linse von ϵ

weite f auffallenden Strahlen in der Fokalebene ein
 bilden von dem Durchmesser $\varepsilon \cdot f$. Wendet man eine
 Kombination an, deren konvexer Bestandteil die Brennweite
 f_1 hat, deren konkaver die Brennweite f_2 hat, so hat das in der
 Fokalebene erzeugte Sonnenbild den Durchmesser:

$$x = \frac{f_1 \cdot f_2 \cdot \varepsilon}{f_2 - f_1 + e},$$

und das Bild selbst in die Entfernung σ rückt:

$$\sigma = \frac{(f_1 - e)f_2}{f_2 - f_1 + e},$$

die Entfernung der beiden Linsen voneinander ist.
 Nehmen wir ferner die von der Sonne auf die Öffnung der
 Linsen gelangende Wärmemenge Q , so erscheint diese ausgebreitet
 auf der Fokalebene auf einem Kreis von der Fläche:

$$\frac{x^2 \pi}{4},$$

auf der Flächeneinheit ist die Wärmemenge ausgebreitet:

$$\frac{4Q}{x^2 \pi}.$$

haben daher für das Maß der entwickelten Wärme, d. h.
 die Wärmeintensität I :

$$I = \frac{4Q}{x^2 \pi} = \frac{4Q(f_2 - f_1 + e)^2}{\pi f_1^2 \cdot f_2^2 \cdot \varepsilon^2}. \quad (\text{I})$$

Wenn wir diese Wärmeintensität I vergleichen wir diejenige Wärme-
 intensität I_0 , welche die Konvexlinse mit der Brennweite f_1 für
 sich in ihrer Fokalebene erzeugen würde.

Wie wir schon sahen, erscheint in diesem Falle die Wärme-
 menge Q ausgebreitet auf ein Scheibchen von dem Durch-
 messer εf_1 , das heißt von der Fläche $\frac{\varepsilon^2 f_1^2 \pi}{4}$. Also ist
 $I_0 = \frac{Q \cdot 4}{\varepsilon^2 f_1^2 \pi}$. Folglich erhalte ich aus (I):

$$I = \frac{I_0 (f_2 - f_1 + e)^2}{f_2^2}. \quad (\text{II})$$

Zahlenbeispiel: Es sei die Brennweite $f_1 = 20$ cm. Im
 Sonnenfall würde also die Wärmeintensität I_0 herrschen. Setzt

man jetzt in einer Entfernung $e = 16$ cm eine Negativlinse von der Brennweite $f_2 = 5$ cm, so ergibt sich zunächst $\sigma = 20$ cm, d. h. der Brennpunkt wird um 16 cm vorgeschoben. Als Intensität in dem neuen Fokus ergibt sich die letzte Formel (II):

$$I = \frac{I_0}{25}.$$

Die Intensität ist also doch schon auf $\frac{1}{25}$ gesunken.

σ wird unendlich groß, d. h. der Fokus rückt in unendliche Entfernung, wenn $f_1 - f_2 + e = 0$ ist. In diesem Fall lehrt aber Formel (II), daß auch $I = 0$ wird. Es würde diese Anordnung das holl. Fernrohr darstellen. <

36) Zu S. 61. Diese Kombination stellt bekanntlich das holländische Fernrohr dar. Das Optimum des Verhältnisses der Brennweiten ist dabei 2 : 1, wobei die kürzere Brennweite der Konkavlinse zufällt.

37) Zu S. 65. K variiert hier nur mehrfach den Satz, daß die Länge des holländischen Fernrohrs gleich der Differenz der Brennweiten vom Objektiv und Okular ist.

38) Zu S. 67. Das Gesichtsfeld wird aber kleiner.

39) Zu S. 67. Es tritt dann die Teleobjektivwirkung ein, aber die Gegenstände werden verschwommen.

40) Zu S. 68. Tatsächlich ist die Vergrößerung: $V = \frac{F}{f}$.

41) Zu S. 69. Infolge der Nichterfüllung der *Abbeschen* Sinusbedingung am Objektiv, nicht aber, wie man meinen könnte, infolge der sphärischen Aberration der Negativlinse. Denn die vom Okular erzeugte sphärische Aberration ist wegen des geringen Querschnittes der ins Auge gelangenden Bündel praktisch zu vernachlässigen, während der Objektivfehler gegen die Sinusbedingung durch eine stärkere Negativlinse entsprechend vergrößert wird (*A. Gleichen*).

42) Zu S. 69. Aus demselben Grunde wie in CXIX. Anm.

43) Zu S. 70. Unter Halbkugel versteht K wieder das Gesichtsfeld.

44) Zu S. 70. Hierin liegt der Vorschlag, durch Blenden die Abbildung zu verbessern.

45) Zu S. 72. Das Wort $\kappa\omicron\upsilon\psi\iota\varsigma$ deckt sich hier wohl am besten mit dem Ausdruck: »Vexierkonstruktionen.«

45^a) Zu S. 75. Im Original »secans superficies perpendiculariter«, sinnwidrig und ohne Zweifel nur durch ein Abirren auf die vorhergehende Zeile.

b) Zu S. 76. Anm. zur Figur 37. *K.* (sowohl wie *Frisch*) die Figur so gezeichnet, als ob sie der Hauptschnitt plankonvexen Linse wäre. Sie soll aber der Hauptschnitt positiven Meniskus sein, so daß *EF* keine Gerade, sondern Kreisbogen ist. Dies geht auch aus dem nachfolgenden hervor. (Da also *BE* und *CF* gegen die konkave Fläche *EF* konvergieren usw.)

1) Zu S. 80. Die Worte: »nach innen von der Konkavität« bedeuten, daß der Durchmesser der Konkavität kleiner als Radius der Konvexität, und daß der Kreis der Konkavität zwischen Peripherie und Mittelpunkt des Kreises der Konvexität gelegen ist.



Johannes Keplers Leben.

Lange Zeit stritten sich Weilderstadt, Magstadt und Leonberg (alle drei in Württemberg gelegen) um die Ehre, *Keplers* Geburtsort zu sein, bis dieser Streit durch das Bekanntwerden eines Briefes *K.s* an den Magistrat zu Nürnberg endgültig zugunsten des ehemals reichsfreien Städtchens Weilderstadt entschieden wurde. *K.s* Großvater *Sebald K.* war daselbst längere Zeit regierender Bürgermeister. Dessen Sohn *Heinrich K.* hatte sich am 15./5. 1571 mit *Katharina Guldenmann*, Tochter des Bürgermeisters von Eltingen, verheiratet. *Katharina* war einige Monate älter als ihr Mann. Beide standen im 25. Lebensjahr, als sie heirateten. *Johannes K.*, ihr Erstgeborener, kam am 27./12. 1571 (zwei Monate zu früh) auf die Welt.

Die Ehe war wohl keine glückliche. *K.* selbst schildert seine Mutter als starrköpfig, schwatzhaft und böseartig. Trotz dieser anscheinend unkindlichen Äußerungen hat *K.* sich zeitlebens als ein guter und aufopfernder Sohn seiner Mutter gegenüber bewiesen. Auch *K.s* Vater war von unruhigem Geist und verließ Frau und Kinder, manchmal auf Jahre, um fremde Kriegsdienste zu nehmen. Obwohl Protestant, focht er wiederholt unter *Alba* in Belgien. Einmal folgte ihm seine Frau dorthin. Beide kehrten 1575 zurück und fanden ihren Sohn *Johannes* noch schwer an den Folgen der Blattern leidend vor. Diese Krankheit scheint die Ursache von *K.s* schwachen Augen geworden zu sein, über die er sich häufig beklagt (vgl. Anm. 26). Die Eltern zogen jetzt nach dem benachbarten Leonberg, wo *K.* von seinem 4. bis 8. Lebensjahre verblieb und 1577 den deutschen Lese- und Schreibunterricht besuchte. Aber schon 1578 ging er in die Lateinschule über. Trotz seiner Schwächlichkeit wurde er von den wirtschaftlich mehr und mehr zurückgehenden Eltern zu den schwersten ländlichen Arbeiten gezwungen, bis sie endlich einsahen, daß er hierzu nichts taugt und ihn zum Studium bestimmten. Noch nicht 12 Jahre alt

bestand *K.* das sog. Landexamen in Stuttgart. Doch dauerte es noch anderthalb Jahre, bevor er in die (Adelberger und später die Maulbronner) Klosterschule eintreten durfte. Letztere verließ er nach drei Jahren, um die Universität Tübingen zu beziehen. Im selben Jahre ging sein Vater als Hauptmann in den Seekrieg der Neapolitaner gegen *Anton von Portugal*, kehrte zwar heil ins Vaterland zurück, starb aber eines plötzlichen Todes in der Nähe von Augsburg (*Hanschius*). Aus seiner Ehe waren sieben Kinder hervorgegangen, von denen drei frühzeitig starben. Mit der einzigen Schwester *Margarethe* (geb. 1584, vermählt mit dem Pfarrer *Georg Binder*) blieb *K.* dauernd in reger Verbindung.

Auch in Maulbronn war *K.* von schweren Krankheiten heimgesucht worden. Man kann überhaupt sagen, daß er es zeit lebens zu keiner einigermaßen festen Gesundheit gebracht hat. In seinen Briefen begegnen wir immer wieder Klagen über Fieberanfälle, Kopfschmerzen, Fröste usw.

Von seinen Tübinger Lehrern hat *Michael Maestlin* (geb. 1550), Professor der Mathematik und Astronomie, den größten Einfluß auf *K.* gewonnen. Später ward aus dem Lehrer der eifrigste Freund und Bewunderer seines ehemaligen Schülers. *Maestlin* war ein Anhänger der kopernikanischen Lehre, wagte es aber nicht, sich offen zu ihr zu bekennen. Er ist der Entdecker der wahren Ursache des sog. aschgrauen Lichtes am Monde, das durch den »Erdschein« hervorgebracht wird.

Infolge guter Zeugnisse wurde *K.* in das Tübinger Stift aufgenommen und auch ein Stipendium fiel ihm zu, so daß seine Lage sich äußerlich gut gestaltete.

Die ersten zwei Jahre hörte er Kollegien in der »Artistenfakultät«, in der Mathematik, Griechisch, Hebräisch, Rhetorik, Geschichte, Aristotelische Philosophie und griechische Klassiker erklärt wurden. Als Stiffler war *K.* verpflichtet, nach zwei Jahren die Magisterwürde zu erwerben, was er mit Auszeichnung tat. Die nächsten drei Jahre mußte er Theologie studieren. Aber noch ehe er das letzte Studienjahr beendet hatte, nahm man ihn für die Mathematikprofessur der evangelischen Stiftsschule zu Graz in Aussicht. Die österreichisch-deutschen Provinzen waren damals nämlich vorwiegend protestantisch und wurden meist von Tübingen aus mit Pfarrern und Lehrern versorgt. *K.*, der sich durch eine etwas abweichende religiöse Auffassung bei den maßgebenden Personen in T. mißliebig gemacht hatte, wurde in diesem Falle auch von seinen Fein-

den aufs wärmste empfohlen, und so erhielt er, noch nicht ganz 23 Jahre alt, jene Stelle. Man entband ihn sogar freiwillig aller Pflichten, die er durch den Genuß des Stiftes für den württembergischen Kirchendienst übernommen hatte. Im Mai 1594 hielt er in Gr. seine erste Lektion.

Neben seiner Lehrtätigkeit mußte *K.* als »Landschaftsmathematikus« alljährlich einen Kalender mit Prognosen in bezug auf Wetter und allgemeine Politik anfertigen. Dieser Tätigkeit durfte er sich in den damaligen Zeiten nicht entziehen, obwohl er selbst in einem Briefe sie als töricht bezeichnet. Überhaupt spricht sich *K.* über sein Verhältnis zur Astrologie zu wiederholten Malen offen aus. Er bezeichnet die Astrologie mehrfach als »die läuderliche Tochter der Astronomie, die durch ihre reicheren Einnahmen die Armut der Mutter erleichtern helfe.« Im »Tertius intervenicus, das ist, Warnung an etliche Theologos, Medicos vnd Philosophos, dass sie bey billiger Verwerffung des Sternguckerischen Aberglauben, nicht das kindt mit dem Badt ausschütten« usw. (1610) sagt *K.*: »Es ist wol diese Astrologie ein närrisches Töchterlein, aber lieber Gott, wo wolt jhr Mutter die hochvernünftige Astronomia bleiben, wenn sie diese jhre närrische Tochter nit hette, ist doch die Welt noch viel närrischer, vnd so närrisch, dass derselben zu jhren selbst frommen diese alte verständige Mutter, die Astronomia durch der Tochter Narrentaydung, weil sie zumal auch einen Spiegel hat, nur eyngeschwatzt vnd eingelogen werden muss.

Vnd seind sonsten der Mathematicorum salaria so seltzam vnd so gering, dass die Mutter gewisslich Hunger leyden müste, wann die Tochter nichts erwürbe« usw. Auch gegen seinen Lehrer und vertrauten Freund spricht er sich in einem Briefe ähnlich aus: »Wenn Gott jedem Thier die Mittel und Wege gab sein Leben zu fristen, warum sollte er dann nicht in derselben Absicht dem Astronomen die Astrologie begeben?« Also um die Mittel zur Förderung wahrer Wissenschaft zu gewinnen, gab sich *K.* mit jener Aferwissenschaft ab, die bei seinen Zeitgenossen noch im höheren Ansehen stand.

*K.*s erstes größeres Werk das »Mysterium cosmographikum« erschien 1596 in Tübingen. Er glaubt, in diesem Werk das Geheimnis des Weltbaues zu enthüllen. Die Grundvorstellung ist falsch, da sie mit der Sechszahl der damals bekannten Planeten steht und fällt. *K.* will die Ursachen für Zahl, Größe und Bewegung der Planeten ergründen, ein Problem

kam er seit seiner Studentenzeit nachsann. Auch um eine Bestätigung des Kopernikanischen Systems war es ihm dabei zu tun. Der Gedanke ist mit K.s eigenen Worten kurz folgender.

»Die Erdbahn liefert den Kreis, der das Maß aller übrigen bildet; um ihn beschreibe ein Dodekaeder: der dieses umschließende Kreis ist der des Mars; die Marssphäre begrenze mit einem Tetraeder, der diesem umschriebene Kreis wird der des Jupiter sein. Die Sphäre des Jupiter umschließe mit einem Würfel; der diesem umschriebene Kreis ist der des Saturn. Darunter schreibe der Erdsphäre ein Ikosaeder ein, der von diesem eingeschlossene Kreis wird der der Venus sein. Der Venus schreibe ein Oktaeder ein, und der Kreis in diesem wird dem Merkur zugehören. Und so erhältst du den Grund für die Anzahl der Planeten.« (Es gibt bekanntlich nur jene fünf regelmäßig begrenzte Körper.) Das Buch machte bei seinem Erscheinen großes Aufsehen und fand die Anerkennung und Bewunderung der gelehrten Welt. K. hielt an dieser Grundidee zeitlebens fest, da bis zu seinem Tode keine Beobachtung bekannt wurde, die ihr widersprochen hätte. Er behauptet auch, seine sämtlichen Studien, Werke und Entdeckungen hätten ihren letzten Ursprung in diesem Buch.

Am 27./4. 1597 verheiratete sich K. mit *Barbara Müller*, die trotz ihrer Jugend (geb. 1573) bereits zweimal vermählt gewesen war. Sie brachte K. eine Stieftochter zu. K. hatte große Schwierigkeiten gehabt, die Zustimmung der Familie seiner Frau zu erhalten. Diese galt damals schon für adelig, obwohl ihr das Adelsprädikat »*von Mühlbeck*« erst 1623 verliehen wurde. Von K. wurde nun der Nachweis verlangt, daß er ebenfalls adeliger Abkunft sei. Um diesen Nachweis zu führen, mußte K. mehrere Monate nach Hause reisen. In der Tat gelang es ihm nachzuweisen, daß zwei seiner Ahnen, die Brüder *Friedrich* und *Konrad K.* 1430 von *Kaiser Sigismund* zu Rittern geschlagen und 30 Jahre später von *Friedrich III.* bestätigt worden waren. Die Familie kam aber später wirtschaftlich herab und machte deshalb keinen praktischen Gebrauch von ihrem Adel. Hiermit mag es zusammenhängen, daß sie sich in Nürnberg mit einer leichten Veränderung ihrer Namen schrieben und erst später, als sie in Weilderstadt wieder zu Ansehen gelangt waren, die ursprüngliche Schreibart wieder aufnahmen. (K. selbst schreibt sich bald *Kepler*, bald *Keplerer*.)

*K.*s Schwiegervater war sehr vermögend, so daß *K.* über alle materiellen Sorgen hinweg zu sein schien. Aber in allen Geldsachen verfolgte ihn ein widriges Geschick, und er ist in der Tat nie in den richtigen Genuß des Vermögens seiner Frau gelangt, da die sehr bald nach seiner Verheiratung einsetzenden Religionswirren die Besitzverhältnisse der Protestanten Österreichs mehr oder weniger gestört haben.

In den Erblanden des *Erzherzog Karl*: Steiermark, Kärnten und Krain war damals die Mehrzahl der Einwohner, der Adel fast ausnahmslos, protestantisch. Hierin hatte die Gegenreformation, solange *Karl* lebte, auch nicht viel zu ändern vermocht. Anderes erwartete man von seinem Sohn und Nachfolger *Ferdinand* (später *Kaiser F. II.*) der, ganz unter jesuitischem Einfluß erzogen, ausdrücklich gelobt hatte, alles »Sektiererwesen« in seinen Landen mit Stumpf und Stiel auszurotten. *K.* schreibt deshalb auch kurz nach seiner Verheiratung an *Maestlin*: »Wir erwarten die Rückkehr unseres Fürsten aus Italien mit Zittern und Zagen.«

Diese Befürchtungen sollten schnell genug eintreffen. Taktlosigkeiten und Zelotismus auf seiten der Protestanten gaben dem heimgekehrten *Erzherzog F.* eine willkommene Handhabe zur Durchführung seiner Absichten. Alle Diener der protestantischen Kirche und Schule wurden des Landes verwiesen. Mit ihnen auch *K.*, doch erhielt er schon nach Verlauf eines Monates als Einziger die Erlaubnis zur Rückkehr. Diese und andere, spätere Vergünstigungen verdankt *K.* den Jesuiten, unter denen sich schon zu jener Zeit Gelehrte ersten Ranges befanden, die *K.*s wissenschaftliche Bedeutung frühzeitig erkannten. Sie hätten es gewiß gern gesehen, wenn sich der so viel versprechende junge Gelehrte zur katholischen Religion bekannt hätte. Es hat denn auch nicht an direkten und indirekten Versuchen gefehlt, *K.* den Übertritt nahezu legen. *K.*s ganzes Leben und Arbeiten hätte sich unzweifelhaft leichter und behaglicher gestaltet, wenn ihm sein Gewissen diesen Schritt gestattet hätte, der ihm ebensowohl von katholischer Seite durch offensichtliches Entgegenkommen als von lutherischer durch Übelwollen und Rücksichtslosigkeit gegen seine eigene Person erleichtert wurde (*K.* wurde wegen einiger Abweichungen in seinen religiösen Ansichten, wie schon oben angedeutet, von der Tübinger theologischen Fakultät nach Graz »fortgelobt« und später sogar offiziell »exkommuniziert«, indem man ihn vom Genuß des h. Abendmahles in Linz ausschloß,

gl. S. 110 Anm.). Um so höher müssen wir also *K.*s Standhaftigkeit anerkennen.

Vielleicht um jenen Anfechtungen ein für allemal ein Ende zu machen, sprach sich *K.* in einem Briefe an einen hochgestellten Katholiken, den bayrischen Kanzler *Herwart von Hohenfeld*, offen über diesen Punkt aus. Kurz nach seiner Rückkehr nach Graz schrieb *K.* nämlich an diesen ihm zeitbens treu bleibenden Gönner: »Was nun? Soll ich in Steiermark bleiben, oder soll ich gehen? Nichts hält mich davon ab, Ihnen meine innerste Herzensmeinung zu eröffnen, der Sie die Mitteilung über meine Studien, wie mir scheint, so freundlich aufgenommen haben. Wortüber Sie sich vielleicht freuen [Fortschritte der Gegenreformation], das kann nicht anders als mir den bittersten Schmerz bereiten. So geht es im Leben! Ich bin Christ und habe das augsburgische Glaubensbekenntnis aus den Unterweisungen des Elternhauses, aus oftmals geprüften Lehren und unter täglichen Versuchungen angenommen; um hange ich an, heucheln habe ich nicht gelernt. Glaubenssachen behandle ich ernst, nicht wie ein Spiel, darum kümmer ich mich auch ernstlich um die Ausübung der Religion und um den Gebrauch der Sakramente. Wie aber nun? Diejenigen, deren ich mich bisher als Mittler zwischen mir und Gott bediente, sind aus diesem Lande vertrieben« usw.

K. sah bald ein, daß er in Graz nicht auf die Dauer werde bleiben können. Denn wenn seine Anwesenheit auch geduldet wurde, so verschonte man ihn doch keineswegs mit Maßregelungen aller Art. Er schrieb damals voller Verzweiflung an *Maestlin* und beschwor seinen alten Lehrer, ihm doch irgendeinen Lehrauftrag in der Artistenfakultät in Tübingen zu verschaffen. Aber *Maestlins* Anstrengungen waren vergeblich.

Indessen hat *K.* in jener für ihn so drangvollen Zeit (1599 starben kurz hintereinander seine beiden Kinder) Abhandlungen theologischen, physikalischen und astronomischen Inhaltes geschrieben, über den Erdmagnetismus, Ursache der Schiefe der Ekliptik u. a.).

Als *Maestlins* Bemühungen gescheitert waren, und dabei die Verhältnisse in Graz sich infolge von Einkerkerungen und Völkereien ungefügiger Protestanten immer schwieriger gestalteten, faßte *K.* den Entschluß, nach Prag zu *Tycho de Brahe* zu gehen und bei ihm eine Anstellung nachzusuchen. Er war damals aus Dänemark nach Prag zu *Kaiser Rudolph* bergesiedelt und hatte eben einen Brief an *K.* abgeschickt,

in dem er ihn nach Prag berief. *K.* war bereits unterwegs, als der Brief an ihn abging. In diesem (1600) und dem folgenden Jahre litt *K.* an einer besonders schweren Malariaform.

K. fand an *Tycho* auf die Dauer nicht den wohlwollenden Meister und Freund, den er erwartet haben mochte. Er schreibt aus Prag an *Maestlin*: »Ich habe hier alles unsicher angetroffen; *Tycho* ist ein Mann, mit dem man nicht leben kann, ohne sich den größten Beleidigungen auszusetzen. Die Besoldungen sind recht gut, aber man kann mit Mühe kaum die Hälfte herauspressen.« *K.*s ewiges Geschick, sein Gehalt unregelmäßig, stark verkürzt oder gar nicht ausgezahlt zu erhalten, bewährte sich auch in Prag. Sogar sein häusliches Leben wurde dadurch recht ungemütlich.

Schon im folgenden Jahre (1601) starb *Tycho* und nicht allzulange darauf wurde *K.* als dessen Nachfolger mit dem Titel »Kaiserlicher Mathematicus« ernannt. Auch die späteren *Kaiser Matthias* und *Ferdinand II.* bestätigten *K.* in diesem Amt. Die Benutzung des *Tychoschen* literarischen Nachlasses, um die es *K.* sehr zu tun war, mußte er sich erst durch einen Prozeß mit den Erben *T.*s erstreiten. Mit Hilfe von *T.*s zwanzigjährigen, sowie eigener Beobachtungen des Planeten Mars, gelang es *K.*, den Nachweis zu führen, daß dessen (wie auch der anderen Planeten) Bahn kein Kreis, sondern eine Ellipse ist (sog. I. *Keplersches* Gesetz). Hierdurch und durch die spätere Entdeckung *K.*s, daß der Leitstrahl, den man sich von der Sonne zur Erde gezogen denkt, in gleichen Zeiträumen gleiche Flächenräume bestreicht (II. *Keplersches* Gesetz), erhielt das *Kopernikanische* System gewichtige Stützen. Denn die »Ungleichheiten«, die dem System noch anhafteten, weil es kreisförmige Bahnen und gleichförmige Geschwindigkeiten der Planeten annahm, waren nun mit einem Male aus dem Wege geräumt.

Gleichzeitig arbeitete *K.* an seinem großen, dem *Kaiser Rudolph* gewidmeten Werk: »Paralipomena in Vitellionem seu Astronomiae pars optica« (Frankfurt 1604), indem er unter anderen eine neue Theorie des Sehens aufstellt, die noch heute der Hauptsache nach zu Recht besteht. Sie findet sich auch in der Dioptrik. Vgl. Lehrsatz LXI. Nebenher beschäftigten den Unermüdlichen noch viele andere, manchmal rein praktische Probleme, z. B. Konstruktionen von Pumpwerken, Berechnung des Inhaltes von Fässern usw. Dabei war er allein im Jahre 1604 zwei Monate schwer krank. Besonders wichtig

Im K.s Leben ist das Jahr 1610. Es brachte die Veröffentlichung der *Galileischen* Schrift: »Sidereus Nuncius«, in der K. seine Entdeckung von vier Jupitermonden und den Phasen der Venus mit dem von ihm verbesserten holländischen Fernrohr beschreibt. Angeregt durch diese Veröffentlichung, beschäftigte sich K. von neuem auf das eingehendste mit Optik und faßte alles, was damals über diesen Gegenstand bekannt war, in seiner »Dioptrice« zusammen. Er schrieb das Buch in einem Zuge während des August und September 1610. Ein sehr großer Teil davon ist sein eigenes geistiges Eigentum. Dahin gehört auch die Angabe zur Konstruktion des nach ihm benannten K.schen Fernrohrs (astronomisches Fernrohr im Gegensatz zu dem von *Galilei* verbesserten terrestrischen oder holländischen Fernrohr, das zuerst ebenfalls im Jahr 1609 in Holland aufgetaucht war). K. kam auf Grund rein theoretischer Erwägungen auf diese Konstruktion, da ihm optische Hilfsmittel nur in dürftigstem Maße zur Hand waren. Seine Dioptrik erschien 1611 in Augsburg.

Schon in diesem Jahre scheint K. an eine Übersiedlung nach Linz gedacht zu haben. Dies geht wenigstens aus einem Brief *Jörgers* an K. (Dez. 1610) hervor. Prag war ihm ganz und gar verleidet. Er selbst schreibt später an seinen Freund *Jrüger* hierüber: »Dieses Jahr [1611] war in jeder Hinsicht traurig und unheilvoll für mich.« Seine Frau erkrankte schwer an Melancholie, ungarischem Fieber und Epilepsie. Seine drei zwischen gebornen Kinder bekamen gleichzeitig die Blattern, von denen eins erlag. Dazu kamen Kriegswirren in nächster Nähe. Einen Teil Prags hatte *Erzherzog Leopold* besetzt, der andrerseits dem K. wohnte, wurde von böhmischen Heerhaufen bedrängt, als die Österreicher kamen und die Stadt entsetzten, aber zugleich verseuchten. Die kaum genesene Gattin K.s fiel dieser Pein zum Opfer und starb am 3./7. 1611. Sie hat an K.s Seite fast nur schwere Zeiten erlebt und alle Arten von Unheimlichem über sich ergehen lassen müssen. Da ist es denn kein Wunder, daß sie zeitweilig den Mut sinken ließ, sie, die im Elternhause nichts von Sorgen erfahren hatte.

K. schildert sein Zusammenleben mit ihr an verschiedenen Stellen seiner Briefe. Er sagt u. a. in einem Schreiben an eine unbekannt gebliebene Frau: »Was aber Gott gethan, der verhenget hatt, dass meine besoldung mir gesperret gewest, und dass sie stättigs krankte und mit Melancholey beladen, darowegen sie immer verzagen wöllen an meinem rest [rück-

ständiges Gehalt?] und mir nit gestattet, dass Ich Ir hauptgutt angreiffe, Ja nit einen einigen Becher wöllen versetzen lassen, Item selbs nit wollen die hand an Ir geringes schatzgeltlin legen, als wurde sie darüber an bettelstab khommen, da kann Ich nit leügnen, das Ich nit allain mein laid an Ier vergeblichen Sparsamkhait gesehen, sondern auch oft sey verursacht worden, sie wegen Ier vnweise zu straffen mit zornigen worten Summa sie ist zorniger art gewest, vnd wan sie eins Menschens wegen stättiger beywohnung gewohnt, hatt sie all Ir begehren mit zorn fürgebracht, da hab Ich mich hingegen zum streitt auffbringen lassen vnd sie geraitzet, ist mir laid, hab mich wegen meins studirens nit alweg besonnen: hab aber an Ir lehrgelt geben vnd gelehrnet gedult zu haben. usw. (der lange Brief enthält vieles kulturhistorisch Interessante. Er steht bei *Frisch* pag. 811—815 Bd. VIII 2).

Noch in demselben Monat bot *K.* den Ständen von Österreich seine Dienste an. Sie nahmen *K.s* Gesuch günstig auf und bewilligten ihm 400 fl. Gehalt und 100 fl. Umzugskosten. Doch kam der Vertrag erst 1612 zustande, weil *Kaiser Rudolph* so lange zögerte, das Entlassungsgesuch *K.s* zu bestätigen. Die Staatskasse schuldete *K.* damals schon gegen 4000 Taler. *K.*, von dem der Ausspruch herrührt, das Heiraten gehöre zu den Sitten deutscher Gelehrter, sah sich nach einer zweiten Mutter für seine verwaisten kleinen Kinder um. Er hatte die Auswahl unter nicht weniger als 11 Wittwen und Jungfrauen, die er einzeln in einem launigen Briefe an den Baron *v. Strahlendorf* beschreibt. Seine Wahl fiel auf die schöne *Susanna Reutlinger* aus Effertingen in Österreich, die arm und von geringer Abkunft, aber bei der Baronin *v. Starenberg* erzogen und gebildet worden war. Sie zählte 24 Jahre als sie den 42jährigen *K.* heiratete (1613). Sieben Kinder gingen aus dieser in jeder Hinsicht glücklichen Ehe hervor.

In Linz blieb *K.* von 1612—1626 mit häufigen und längeren Unterbrechungen durch Reisen in amtlichen und persönlichen Angelegenheiten. Hier schrieb er an seinem »*Epitome astronomiae copernicanae*« (4 Bände) und an der »*Harmonice mundi*« (5 Bücher), in der er sein drittes Gesetz veröffentlichte: »Die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten verhalten sich umgekehrt wie die Kuben ihrer mittleren Entfernung von der Sonne.«

In *K.s* Linzer Zeit fällt auch der Hexenprozeß, der gegen seine alte 70jährige Mutter in der Heimat angestrengt worden

war. Um sie vor der Tortur und dem sichern Tod auf dem Scheiterhaufen zu retten, ging *K.* nach Württemberg und verblieb daselbst ein und ein Vierteljahr, um alle Kräfte zur Verteidigung seiner Mutter anzuspannen.

Diese unruhige alte Frau hatte sich durch unvorsichtiges Benehmen in das Gerede der Leute gebracht. Den ersten Grund dazu legte sie bereits 20 Jahre vor der Anklage, als sie den Totengräber, der die alten Gräber umgrub, bat, ihr den Schädel ihres Vaters zu verschaffen, sie wolle ihn in Silber fassen lassen und ihrem Sohne, dem Mathematicus, zum Geschenk machen. Doch stand sie hiervon ab, als der Totengräber nicht darauf eingehen wollte. Andererseits machte sie sich ihren vorurteilsvollen Zeit- und Ortsgenossen dadurch verdächtig, daß sie überall in die Häuser lief und jedermann ihre Heilkünste aufdrängte.

Eine der *Keplerschen* Familie feindlich gesinnte Partei hatte dies zum Anlaß genommen, die alte, ahnungslose Frau der Hexerei zu verdächtigen, um sie dann bei passender Gelegenheit förmlich zu verklagen. Diese Gelegenheit führte *Katharina* durch fortgesetzte, unüberlegte Reden und Handlungen bald genug herbei. *K.* selbst sagte von ihr damals: »Sie war eine Frau von rauhem Gebahren, streitsüchtig und unruhigen Geistes, womit sie die ganze Stadt in Aufregung versetzt und sich selbst und den Ihrigen unendliches Unglück bereitet hat.«

Wohl hauptsächlich dem Ansehen und der Unermüdlichkeit ihres schon damals hochberühmten Sohnes hat sie es zu verdanken, daß sie vor der Tortur und dem schimpflichen Tode des Verbrennens bewahrt wurde. Aber auch sich selbst kann sie einen Anteil an dem günstigen Ausgange zuschreiben. Denn tapfer bestand sie die Probe der »Territion«. Im Bericht des Vorrichters heißt es darüber: »Da ich dann nach publicirter Vrthel in Beysein Hannss Stenglins, Jacob Schönbergers vnd Samuel Epplins, anfänglichlichen Sie Verhafftin im Thorstüblin in gütetin [in Güte] nach notturfft besprochen, nachgehendz auch vff all Ir widersprechen vnd verlaugnen, Sie an den gewonlichen vnd zur Tortur bestimpten ortt führen lassen, Ihr auch allda den Nachrichten vnder Augen gestellt, dessen instrumenta fürgezaigt, damit ernstlich vndt nach notturfft die Warhait anzuezaigen, vnd Ihr selbst vor großem schmerzen vnd Pein zusein, erinnert. Hat Sie jedoch ohngeachtet aller ernstlicher erinnerung vnd Betrawungen der beschuldigten Hexerey halber durchaus lediglich nichzit gestendig

sein noch bekennen wollen, mit anzaigen, man mache mit ihr was man wolle, vnd da man Ihr schon auch ein Ader nach der andern auss dem Leib herauss ziehen sollte, so wüsste sie doch nicht zuebekennen, vnd allzue mit uff die Knie nider gefallen, ein Vater vnser gebetten vnd darauff vermeldend, Gott solle allda ein Zaichen thuen, wann Si ein Hexin oder Vnholden seye, vnd jemahlen mit der Hexerey zuethuen gehabt habe. Sie wolle auch darauff sterben, Gott werde die Warhait an tag geben, vnd nach Ihrem Todt offenbahren, dass Ihrin Vnrecht vnd gewaltt geschehe, deme Sie Alles wolle bevohlen haben; dann Sie wisse, er werde seinen Hayligen Gaist mit von Ihr nemmen, sondern Ihr Beyständer sein [usw.] Hat also uff vilfeltiges erinnern vnd betrowen [Bedrohen] nicht bekennen wellen, sonder uff Ihrem ieder Zeit widersprechen vnd verneinen, das Sie der Hexerey halber behafft sein solle, pure et constanter verbliben, des wegen Ich dan Sie widerumb in Ihr custodiam führen lassen [usw.]

Deroselben etc den 28. Sept. 1621

Vogt zu Gttingen
J. V. Aulber. <

Darauf erfolgte von dem Obrichter der Bescheid »... demnach die Kepplerin durch aussgestandene Territion die ein-kommene indicia purgirt . . . von angestelter Clag zue absolviren« usw. Der Obrichter war offenbar froh, auf diese Weise den Prozeß niederschlagen zu können, denn es läßt sich nicht verkennen, daß es auch zu jener Zeit schon Richter gab, denen Hexenprozesse im höchsten Grade unangenehm waren. Diesen Eindruck gewinnt man wenigstens, wenn man sich die Mühe nimmt, *Katharina Keplers* Prozeßakten durchzustudieren (bei *Frisch* Bd. VIII 1. Seite 362—562, also 200 enggedruckte Seiten!).

Katharina K. überlebte ihre Befreiung nicht lange. Sie starb schon im Jahr darauf.

Trotz der Arbeit und den Sorgen, die ihm der Prozeß seiner Mutter verursachte, fand *K.* doch noch zwischen durch Zeit, gelehrte Abhandlungen zu schreiben. Er schrieb über die Mondfinsternisse des Jahres 1620 und an einer längeren Abhandlung über das *Kopernikanische* System (vgl. S. 16). Mit Recht sagt *v. Breitschwert* bei Erwähnung dieses Umstandes: »Sorgenfreie Muße wird insgemein für ein Bedürfnis des Denkers gehalten, aber bei diesem außerordentlichen Manne verhielt es sich anders. *K.* selbst löst uns das Rätsel.« »Diese Beschäftigung«,

schreibt er aus Württemberg an *Bernegger*, »macht mir zwar sehr Mühe, als das Lesen derselben meinen Lesern, aber ich schöpfe auch aus ihr mehr Vergnügen, als alle meine Leser zusammen genommen.« Das »labor ipse voluptas«, das man ist Recht auf die Gelehrtenarbeit gemünzt hat, findet sich fast örtlich in einem anderen Briefe *K.s* an *Crüger*: »Wenn Du mir Deine Beobachtungen über Sonnenfinsternisse mittheilst, so hast Du meine Arbeit und meine Wollust vermehren«. Und zu einem anderen Freund: »Du hast mich durch deine Bitten in Unterhaltung mit mathematischen Gegenständen glücklich gemacht; die Astronomie ist die edelste Beschäftigung, weil sie den weisesten Schöpfer verherrlicht; gibt es daher etwas, was den Menschen in diesem niederbeugenden Exil aufrichten kann, so ist es diese Wissenschaft« (zitiert n. v. *Breitschwert*).

War nun auch *Katharina K.s* Prozeß durch eine Art Freisprechung beendet worden, so blieb doch nach Anschauung der damaligen Zeit ein Makel auf dem Namen der Familie haften, und die allzeit geschäftige Fama hatte dafür gesorgt, daß sich die Kunde von dem Prozeß mit den üblichen Überreibungen und Zusätzen auch bis Linz verbreitete. Ob nun dies die Ursache war, weshalb *K.* von Linz fortzukommen strebte, oder ob ihn die sonstigen ungünstigen Umstände*) forttrieben, jedenfalls machte *K.* Anstrengungen, anderswo, am liebsten aber in Württemberg eine Anstellung zu finden. Letzteres gelang ihm diesmal ebensowenig, wie bei seinem Wegzuge von Graz. Angeblich weil er in Ulm bessere Mittel und mehr Ruhe zur Drucklegung der *Rudolphinischen* Tafeln erbat und erhielt er vom Kaiser die Erlaubnis, dorthin überzusiedeln. Seine Familie ließ er in Regensburg (Nov. 1626). Noch das ganze Jahr 1627 blieb er in Ulm, mit der Herstellung der Tafeln beschäftigt, reiste dann nach Frankfurt, wegen des Verlages und kehrte nach Ulm zurück. Dann ging er von da über Regensburg nach Linz, um seine Angelegenheiten völlig zu ordnen. Auch nach Prag kam *K.* noch einmal, um

*) *K.* war wegen seiner etwas abweichenden religiösen Überzeugung durch den dortigen Pastor *Hitzler* vom Genuß des Abendmahles ausgeschlossen. Außerdem hatte die lange Belagerung der Stadt Hungersnot und alle andere Schrecken einer solchen Zeit gebracht. Und schließlich war vom Kaiser wieder ein Edikt erlassen, welches alle Lutheraner des Landes verwies. Doch wäre *K.* hiervon gewiß wieder ausgenommen worden, wenn er sich darum bemüht hätte.

restierendes Gehalt einzufordern. *Wallenstein*, der davon hörte, erbot sich, diese Gelder beizutreiben und *K.* zu sich nach Schlesien zu nehmen. Schlesien war damals die sicherste Provinz Österreichs, und mochte wohl *K.* die meiste Aussicht auf ungestörtes Arbeiten gewähren. Er nahm deshalb an und siedelte mit seiner Frau und den jüngeren Kindern nach Sagan über. Hier richtete er auch eine Druckerei ein, um die Ephemeriden zu vollenden. *Wallenstein*, bekanntlich der Astrologie blind ergeben, hoffte *K.* nach dieser Seite gründlich auszunutzen. Da aber *K.* die Astrologie nur mit Widerstreben und Vorbehalten auszuüben pflegte, so mußte *W.* noch den Astrologen *Zeno* (Seni) neben *K.* teuer besolden, was ihn seinerseits wohl abgeneigt machen mochte, sich der *K.*schen Forderungen an die kaiserliche Kasse energisch anzunehmen. Um sich dieser Verpflichtung zu entziehen, bestimmte *W.* den Senat der Universität Rostock, *K.* auf den dortigen Lehrstuhl der Mathematik zu berufen, was auch geschah. Aber *K.* in Furcht, hierdurch das Recht auf seine Forderung zu verlieren, wollte nicht eher annehmen, als bis der Herzog die Kaiserliche Genehmigung ausgewirkt habe, und der Rückstand bezahlt sei. Da *W.* dies nicht tun wollte, so verschlechterte sich das Verhältnis *K.*s zu *W.* mehr und mehr. 1630 erhielt *K.* den Besuch seiner neuvermählten Tochter und seines Schwiegersohnes *Jacob Bartsch*, Professor der Mathematik in Straßburg. Dies war wohl der letzte Lichtblick in *K.*s Leben. Kurze Zeit darauf erfolgte *W.*s Sturz und führte indirekt auch *K.*s Ende herbei. Um seine Ansprüche vor dem in Regensburg versammelten Reichstage persönlich geltend zu machen, machte sich *K.* auf die beschwerliche Reise von Sagan über Leipzig nach R. Von den Mühseligkeiten des langen, zu Pferd zurückgelegten Weges erschöpft, kam *K.* in R. an, erkrankte drei Tage später schwer und starb 59 Jahre alt am 15. Nov. 1630 in *Hildebrand Pyllus* Haus (Nr. 104 in der Donaustraße nach einer Angabe *W. Neumanns* aus dem Jahre 1864). Er ist auf dem damaligen Kirchhof von St. Peter unterhalb der Außenwerke der Stadt R. bestattet worden. Sein Grab wurde 1633 durch die einstürzenden Festungswerke verschüttet. An Stelle der alten Befestigungen sind später Gartenanlagen getreten, in denen *L. v. Dalberg*, Bischof von R. 1808 *Kepler* ein Denkmal setzen ließ. Erst spät folgte Weilderstadt diesem Beispiel. Das schönste Denkmal errichtete aber unserem *Kepler* der 1881 verstorbene Studienrektor Dr. *Ch. Frisch* (in

Stuttgart), indem er die vielen verstreuten Arbeiten und Briefe K.s in einer neunbändigen Gesamtausgabe vereinigte und mit einem laufenden (leider lateinischen) Kommentar versah. (Frankfurt 1870.) *Fr.* hat auf diese Riesenarbeit einen guten Teil eines Lebens verwendet (30 Jahre).

Glücklicherweise ist *K.* nicht so arm gestorben, wie man ange Zeit geglaubt hat. Das unmittelbar nach seinem Tode aufgenommene Inventar alles dessen, was er auf seiner letzten Reise an Barmitteln*), Kleidungsstücken und Reiseutensilien mit sich führte, läßt darüber keinen Zweifel. Sein Hauptnachlaß bestand allerdings in jenen Schuldforderungen an staatliche und städtische Behörden. Erst seinen Erben gelang deren Beitreibung durch Mithilfe hoher Gönner des Verstorbenen**).

Von seinen 12 Kindern überlebten ihn nur ein Sohn und eine Tochter längere Zeit. Direkte Nachkommen K.s gibt es nicht mehr.

Seine selbstverfaßte Grabschrift lautet:

Mensus eram coelos, nunc terrae metior umbras.

Mens coelestis erat, corporis umbra jacet.

Charakteristisch für seine Lebensanschauung ist die häufig von ihm zitierte Sentenz:

»O curas hominum, o quantum est in rebus inane!«

Auch K.s literarischer Nachlaß hat noch mannigfache Schicksale erleben müssen. Er bestand aus 22 »Faszikeln« und ging zunächst in den Besitz des Sohnes über, der nur wenig davon veröffentlichte (*Somnium seu de Astronomia Lunari*). Nach seinem Tode brachte der Danziger Astronom *Hevel* die gesamten Manuskripte »mit nicht geringen Kosten« an sich. Von einem Feuer, das (1679) fast die gesamte Bibliothek H.s vernichtete, blieb K.s Nachlaß wunderbarerweise vollkommen verschont. *Hevel* starb 1687, und nun gelangten K.s Manuskripte (für 100 fl.) in den Besitz des Professors *Janschius*, der die Absicht hatte, K.s sämtliche Werke zu veröffentlichen. Er kam aber nur dazu, K.s Briefe in einem starken Folianten (1717) der Öffentlichkeit zu übergeben, weil er gänzlich verarmte. Drei Bände Manuskripte sind seitdem im Besitze der Wiener k. k. Bibliothek, die übrigen wurden

*) Allein in Gold gegen 60 Dukaten.

**) Es waren ungefähr 16 000 Gulden.

von *H.* an einen Frankfurter Kaufmann für 828 fl. verpfändet. Erst 1774 wurden sie, hauptsächlich auf *Murrs* und *Euler* Betreiben durch die *Kaiserin Katharina II.* für 2000 Taler ausgelöst, nach Petersburg gebracht und der Bibliothek der dortigen Akademie einverleibt.

Von der umfassenden wissenschaftlichen Tätigkeit dieses außergewöhnlichen Mannes konnten wir in dem vorgeschriebenen engen Rahmen nur Andeutungen geben. Schon die bloße Aufzählung aller seiner Schriften würde einen stattlichen Raum beanspruchen. Bedenken wir aber, unter wie schwierigen äußeren und inneren Verhältnissen *K.* diese ungeheure Arbeit geleistet hat, so stehen wir geradezu vor einem Rätsel.

Bewundernswert ist es auch, mit wie wenigen äußeren Mitteln *K.* die höchsten Leistungen erzielte. Dies zeigt sich nicht bloß auf seinem Hauptgebiet der Astronomie, sondern auch besonders bei der Abfassung seiner Dioptrik. Im Besitz von keinerlei anderen Instrumenten als ein paar Linsen, hat er die Lehre von der Dioptrik und den wichtigsten optischen Instrumenten so vollständig geschaffen, daß er mit Recht der Vater der modernen Optik genannt werden darf.

Die »Dioptrice« ist, wie die meisten Veröffentlichungen *K.* in einem nicht immer leicht verständlichen Latein geschrieben und deshalb wohl nur von wenigen gelesen. Der Übersetzer hielt es daher für ein verdienstliches Werk, dieses denkwürdige Buch durch Verdeutschung einem größeren Leserkreis zugänglich zu machen. Hierbei erfreute er sich der Mitwirkung des Herrn *P. v. Winterfeld*, durch die erst das Verständnis mancher sprachlich schwierigen Stelle erschlossen wurde. Auf optischem Gebiet erkennt er dasselbe von der freundlichen Beihilfe des Herrn *A. Gleichen* mit ebenso großem Danke an.

Berlin, August 1903.

Ferdinand Plehn.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

GENERAL BOOKBINDING CO.
73
13
P
1
QUALITY CONTROL MARK