

LEHR- UND FACHBUCHER FÜR DIE BERUFSAUSBILDUNG

Aufgabensammlung

ZUR PHYSIK

AKUSTIK

OPTIK

**ELEKTRIZITÄTS-
LEHRE**

LEHR- UND FACHBÜCHER FÜR DIE BERUFSAUSBILDUNG

AUFGABENSAMMLUNG

ZUR PHYSIK

TEIL II



VOLK UND WISSEN VOLKSEIGENER VERLAG BERLIN · 1954

Das vorliegende Werk wurde bearbeitet von dem Autorenkollektiv:

HERBERT LANDER (Akustik)

Dr. H. I. GRAMATZKI (Optik)

HORST SCHREITER (Elektrizitätslehre)

mit Unterstützung der Redaktion Lehr- und Fachbuch
des volkseigenen Verlages Volk und Wissen

Redaktionsschluß: 15. 3. 1954

Redakteur: **Johann Reth**

Zeichnungen wurden ausgeführt

von der graphischen Abteilung des volkseigenen Verlages Volk und Wissen

Umschlaggestaltung Heinz Bösel, Leipzig

Bestell-Nr. 421 04 - 1 1,95 DM · 1.—50. Tausend · Lizenz Nr. 208 · 1000 - P - 42 54 08

Satz: (IV/26/14) Tribüne, Verlag u. Druckereien des FDGB, Werk II, Naumburg (Saale)

Druck: VEB Optima Aschersleben (H—12)

VORWORT

Der vorliegende Band II der Aufgabensammlung zur „Physik für Metallberufe“ umfaßt die Gebiete Akustik, Optik und Elektrizitätslehre. Die Stoffgliederung entspricht der Systematik des gleichnamigen Lehrbuches.

Wie im Band I der Aufgabensammlung sind jedem Kapitel zur Wiederholung und Einprägung die physikalischen Grundbegriffe und die physikalischen Gesetze vorangestellt, deren Beherrschung die Lösung der nachstehenden Aufgaben erfordert. Im Lösungsbeispiel wird den Lernenden gezeigt, wie die Formeln an praktischen Beispielen angewendet werden und welches der zweckmäßige Rechnungsgang ist.

Obwohl der Physikunterricht an den Berufsschulen sich in der Akustik und Optik auf die Entwicklung der Grundbegriffe und der einfachsten Gesetze beschränkt, sind in die Aufgabensammlung aus diesen Gebieten Aufgaben aufgenommen, die zum Teil über den durch die Ausbildungsunterlagen gesteckten Rahmen hinausgehen; sie sollen den für diese Gebiete interessierten Schüler zum Selbststudium anregen.

Der Aufgabensammlung ist ein Lösungsanhang angegliedert. Wie in Band I werden zur Kontrolle der selbständigen Arbeit der Lernenden im Lösungsanhang nur die Rechenergebnisse angegeben. Die Aufgaben können im allgemeinen dadurch gelöst werden, daß man die gegebenen physikalischen Formeln nach der Unbekannten auflöst. Damit ist für jeden, der die Grundlagen der Algebra beherrscht, auch der Lösungsweg vorgezeichnet. Eine Ausnahme bilden die Lösungen der Aufgaben aus dem Gebiet der Optik. Hier ist die rein algebraische Methode nur bedingt anwendbar und ausreichend. Dem algebraischen Ansatz müssen meist geometrische Überlegungen vorangehen, aus denen sich erst der Lösungsweg ergibt. Um dem

Lernenden eine Kontrolle seiner Arbeit zu ermöglichen, mußte deshalb bei den Lösungen der optischen Aufgaben auch der Lösungsweg angegeben werden.

Wir geben dem jungen Facharbeiter die Aufgabensammlung in die Hand in der Erwartung, daß sie ihn befähigt, seine im Unterricht erworbenen theoretischen Kenntnisse zur Lösung praktischer Aufgaben anzuwenden. Das Buch ist auch für die Hand des Lehrers geeignet, um seine eigenen Kenntnisse zu vertiefen und ihm für die Unterrichtsvorbereitung entsprechende Aufgaben zu empfehlen.

AUTORENKOLLEKTIV UND VERLAGSREDAKTION

IV. AKUSTIK

A. Fortpflanzung des Schalls	1
1. Frequenz und Schwingungsdauer	1
2. Schwingungsweite	3
3. Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit	5
4. Schallgeschwindigkeit	6
5. Das Dopplersche Prinzip	9
B. Reflexion des Schalls	11
Das Echo	11
C. Von den Tönen	13
1. Tonleiter	13
2. Töne gespannter Saiten	16
3. Tönende Luftsäulen	18
D. Resonanz	19
1. Resonanzschwingungen in Luftsäulen	19
2. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit durch Resonanzversuche mit der Kundtschen Röhre	20

V. OPTIK

A. Lichttechnik	22
1. Lichtstärke	22
2. Beleuchtungsstärke	22
3. Leuchtdichte	23
4. Lichtstrom	24
B. Spiegelung	26
1. Ebener Spiegel	26
2. Gekrümmter Spiegel	28
a) Sphärische oder Kugel-Hohlspiegel	28
b) Gewölbte Spiegel	30

C. Brechung des Lichts	31
1. Brechungszahl	31
2. Brechung eines Lichtstrahls	32
3. Totalreflexion	33
4. Ablenkung durch ein Prisma	35
5. Bilderzeugung durch Brechung	36
D. Bilderzeugung durch Linsen	38
1. Bilderzeugung durch einfache Linsen	38
a) Linsenformeln	38
b) Abhängigkeit der Brennweite einer Linse von den Krümmungsradien der Linsenflächen und dem Brechungsindex des Glases	40
2. Bilderzeugung durch Linsensysteme	41
VI. ELEKTRIZITÄTSLEHRE	
A. Strömungsgesetze im Gleichstromkreis	44
1. Ohmsches Gesetz	44
2. Leitungswiderstand	46
3. Spannungsverluste	49
4. Temperaturabhängigkeit von Widerständen	50
5. Schaltung von Widerständen	51
6. Faradaysches Gesetz	54
B. Elektrische Energie	55
1. Stromleistung	55
2. Stromarbeit	57
3. Stromwärme	58
4. Mechanische Arbeit	60
5. Wirkungsgrad	61
a) Elektrischer Wirkungsgrad	61
b) Thermischer Wirkungsgrad	62
C. Elektromagnetismus	64
1. Magnetische Feldstärke	64
2. Magnetische Induktion	65
3. Tragkraft von Elektromagneten	66
D. Wechsel- und Drehstrom	67
1. Frequenz des Wechselstroms	67
2. Effektivwerte des Wechselstroms	68
3. Induktivität und Kapazität	68
4. Ohmsches Gesetz im Wechselstromkreis	71
5. Phasenverschiebung durch Selbstinduktion und Kapazität	74
6. Leistung des Wechselstroms	74
7. Leistung des Drehstroms	75
8. Transformatoren	77
Lösungen	78—94

IV. AKUSTIK

A. Fortpflanzung des Schalls

Die Fortpflanzung des Schalls erfolgt in Schwingungen. Eine Schwingung ist bestimmt durch die Schwingungsdauer, Schwingungsweite und Wellenlänge.

Die *Schwingungsdauer* „ T “

ist die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichgerichteten Durchgängen durch die Ruhelage bzw. Null-Lage des Körpers.

Die *Schwingungsweite* „ A “

ist die Entfernung der äußersten Grenzlage des schwingenden Körpers von der Ruhelage.

Die *Wellenlänge* „ λ “

ist der Abstand zweier aufeinanderfolgender Punkte mit gleicher Abweichung von der Null-Lage und gleicher Schwingungsrichtung (Abb. 50).

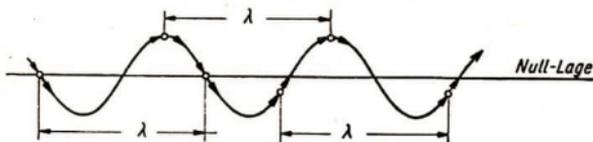


Abb. 50

1. Frequenz und Schwingungsdauer

Die Anzahl Schwingungen, die in einer Sekunde ausgeführt werden, heißt die Schwingungszahl oder Frequenz.

$$\text{Frequenz } f = \frac{n}{t}$$

Es bedeutet:

n Zahl der Schwingungen in t Sekunden

Die Maßeinheit der Frequenz ist 1 Hertz (Kurzzeichen: Hz).

$$1 \text{ Hertz} = 1 \text{ Schwingung in der Sekunde} \quad 1 \text{ Hz} = \frac{1}{s}$$

Ein Körper erzeugt einen Schall, wenn er genügend schnell schwingt. Jeder Tonhöhe entspricht eine bestimmte Frequenz.

Die Schwingungsdauer ist der Kehrwert der Frequenz.

$$T = \frac{1}{f}$$

Lösungsbeispiel:

1. Die im Musikunterricht zur Tonangabe benutzte Stimmgabel a' macht 440 Schwingungen in einer Sekunde (440 Hz).
Wie groß ist die Schwingungsdauer einer vollständigen Schwingung?

Gesucht: Schwingungsdauer T *Gegeben:* Frequenz $f = 440$ Hz

$$\text{Lösung: } T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{440 \text{ Hz}} \qquad T = \underline{\underline{0,00227 \text{ s}}}$$

2. In einem Versuch wird zur Veranschaulichung einer Schwingung ein Fadenpendel benutzt. Der Pendelkörper führt in 1,2 s eine harmonische Bewegung aus. Eine harmonische Bewegung kann in Form einer Sinuskurve oder einer Kreislinie dargestellt werden.

Wie groß sind a) die Frequenz,
b) die Kreisfrequenz der harmonischen Bewegung?

Gesucht: a) Frequenz f *Gegeben:* Schwingungsdauer $T = 1,2$ s
b) Kreisfrequenz ω

$$\text{Lösung: a) } T = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{1,2 \text{ s}} \qquad f = \underline{\underline{0,83 \text{ Hz}}}$$

- b) Bei der Kreisfrequenz ω erhält man, wie bei der Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

$$\omega = \frac{2 \pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot 3,14}{1,2 \text{ s}} \qquad \omega = \underline{\underline{5,42 \text{ Hz}}}$$

3. Wieviel Hertz hat ein Ton, der in 7 Sekunden 499 Schwingungen macht?

Gesucht: Frequenz f *Gegeben:* Zeitdauer $t = 7$ s
Zahl der Schwingungen $n = 499$

$$\text{Lösung: } f = \frac{n}{t}$$

$$f = \frac{499}{7} \frac{1}{\text{s}} \qquad f = \underline{\underline{71 \text{ Hz}}}$$

Aufgaben:

- Für das menschliche Ohr sind Töne mit der Frequenz 16—20000 Hz wahrnehmbar. Wieviel Schwingungen muß eine eingespannte Stricknadel in 10 Sekunden mindestens machen, um einen Ton zu erzeugen?
- Ein nicht genügend befestigtes Schutzblech erzeugt bei einer hochtourig laufenden Maschine einen dumpfen Ton. Die Vibration der Maschine wird durch den Betrieb des Motors hervorgerufen. Der Motor macht 3000 Umdrehungen in der Minute. Wieviel Hz hat der durch das Schutzblech erzeugte Ton?

- Die Werksirene entspricht im Prinzip der Lochsirene. Sie erzeugt einen pfeifenden Ton von 720 Hz. Wieviel Umdrehungen in der Minute muß die Sirene machen, wenn sich in der Lochreihe der Sirene 36 Löcher befinden?
- Eine Stimmgabel macht 435 Schwingungen in der Sekunde. Da die Schwingungen gleichmäßig sind, kann man sie für Kurzzeitmessungen benutzen. Die Schwingungen werden graphisch auf einem Papierstreifen festgehalten. Man zählt 13,1 Schwingungen. Welche Zeit ist gemessen worden?

2. Schwingungsweite

Der Energieinhalt des schwingenden Körpers ist abhängig von seiner Schwingungsweite oder Amplitude.

Die Schwingungsenergie ist proportional dem Quadrat der Schwingungsweite a .

$$\text{Schwingungsenergie } E = \frac{1}{2} P a^2$$

Es bedeuten:

a Schwingungsweite

P Proportionalitätsfaktor.

Lösungsbeispiele:

- Ein harmonisch schwingender Körper mit der Amplitude 30 mm hat eine Schwingungsenergie von 10 kpm. Wie groß ist die Schwingungsenergie bei dem gleichen Körper mit der Schwingungsweite 60 mm?

Gesucht: Schwingungsenergie E_2

Gegeben: Schwingungsenergie $E_1 = 10$ kpm

Schwingungsweite $a_1 = 30$ mm

Schwingungsweite $a_2 = 60$ mm

$$\text{Lösung: } E_1 = \frac{1}{2} P a_1^2$$

$$E_2 = \frac{1}{2} P a_2^2$$

$$E_1 : E_2 = a_1^2 : a_2^2$$

$$E_2 = \frac{E_1 \cdot a_2^2}{a_1^2}$$

$$E_2 = \frac{10 \text{ kpm} \cdot 3600 \text{ mm}^2}{900 \text{ mm}^2}$$

$$E_2 = \underline{\underline{40 \text{ kpm}}}$$

- Über eine Reihe von gekoppelten gleichlangen Fadenpendeln schreitet eine Querwelle von 36 cm Wellenlänge.

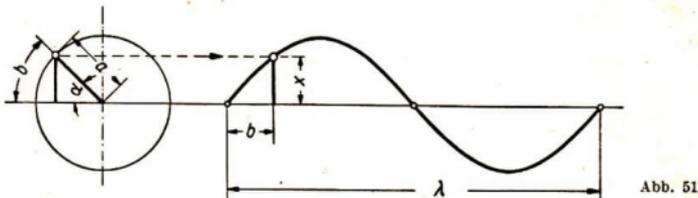
Wie groß ist der Abstand einer Pendelkugel von der Null-Lage, wenn sie sich 4 cm von einer Kugel entfernt befindet, die gerade die Ruhelage erreicht hat? Die Welle hat eine Schwingungsweite von 5 cm.

Gesucht: Abstand von der Null-Lage x

Gegeben: Abstand von der Kugel
in Ruhelage $b = 4 \text{ cm}$
Schwingungsweite $a = 5 \text{ cm}$
Wellenlänge $\lambda = 36 \text{ cm}$

Lösung: Die einzelnen Kugeln, die die Querwelle bilden, haben in einer bestimmten Zeit verschiedene Abstände x von der Null-Lage. Einem Hin- und Her-gang einer Kugel entspricht die Wellenlänge λ .

Die einzelnen Abstände der Kugel von der Null-Lage ergeben sich als die Projektionen der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierenden Schwingungsweite auf die im Drehpunkt errichtete vertikale Achse (Abb. 51).



$$\sin \alpha = \frac{x}{a}$$

$$x = a \cdot \sin \alpha$$

$$\lambda = 2 \cdot a \cdot \pi \hat{=} 360^\circ$$

$$b \hat{=} \alpha = 360^\circ \cdot \frac{b}{\lambda}$$

$$x = a \cdot \sin \left(360^\circ \cdot \frac{b}{\lambda} \right)$$

$$x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \left(360^\circ \cdot \frac{4}{36} \right)$$

$$x = 5 \text{ cm} \cdot \sin 40^\circ$$

$$x = 5 \text{ cm} \cdot 0,6428$$

$$x = 3,2140 \text{ cm}$$

$$x = \underline{\underline{32,14 \text{ mm}}}$$

3. Zeichne die Sinusschwingung eines Seiles, das in einer Wellenlänge von 8,4 cm und mit einer Schwingungsweite von 1 cm schwingt! Der Phasenunterschied der fest-zulegenden Punkte soll 30° betragen (Abb. 52).

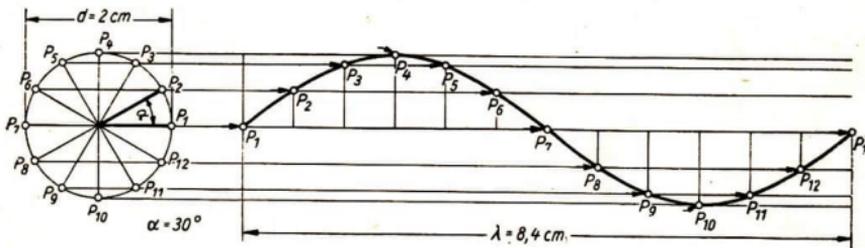


Abb. 52

Aufgaben:

- Ein mit der Amplitude von 20 mm gleichmäßig schwingender Körper hat eine Schwingungsenergie von 0,4 kpm. Um wieviel wächst seine Schwingungsenergie, wenn die Schwingungsweite sich um 10 mm vergrößert?
- Über eine Punktreihe geht eine Querwelle von 10 cm Wellenlänge. Wie groß ist die Entfernung eines Teilchens von der Ruhelage, wenn dasselbe von einem Teilchen, das gerade die Ruhelage erreicht hat, 2 cm entfernt ist? Die Amplitude der Welle ist 4 cm.
- Zeichne eine Seilwelle von 8,4 cm Länge und 1,5 cm Schwingungsweite, über welche sich Wellen von 2,4 cm Länge und 0,5 cm Schwingungsweite lagern! Der Phasenunterschied bei der ersten sich überlagernden Welle sei 0° und bei der zweiten überlagernden Welle 90° . Bestimme in der Zeichnung aus der Überlagerung der Wellen den Verlauf der Endschwingung in beiden Aufgaben!

Anleitung: Die Amplitude der Endschwingung in einem beliebigen Zeitpunkt ergibt sich als algebraische Summe der vorzeichenbehafteten Schwingungsweiten der Einzelschwingungen in diesem Zeitpunkt; den nach oben gerichteten Schwingungsweiten ist das positive Zeichen, den nach unten gerichteten Schwingungsweiten das negative Zeichen beizulegen.

3. Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit

- Aus der Wellenlänge λ und der Schwingungsdauer T ergibt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c der Wellenform; denn λ ist der in der Zeit T zurückgelegte Weg.

$$\text{Fortpflanzungsgeschwindigkeit} = \frac{\text{Wellenlänge}}{\text{Schwingungsdauer}} \quad c = \frac{\lambda}{T}$$

Unter Berücksichtigung von $\frac{1}{T} = f$ gilt:

$$\text{Fortpflanzungsgeschwindigkeit} = \text{Wellenlänge} \cdot \text{Frequenz} \quad c = \lambda \cdot f$$

Lösungsbeispiel:

Wie groß ist die Wellenlänge des Tones $a' = 440$ Hz in Luft?
($c_{\text{Luft}} = 340$ m/s).

Gesucht: Wellenlänge λ

Gegeben: Schallgeschwindigkeit $c_{\text{Luft}} = 340$ m/s
Tonfrequenz $f = 440$ Hz

Lösung: $c = \lambda \cdot f$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = \frac{340 \text{ m/s}}{440 \text{ 1/s}}$$

$$\lambda = \underline{\underline{0,775 \text{ m}}}$$

Aufgaben:

8. Wie groß sind die Wellenlängen der Töne, die an der menschlichen Hörgrenze liegen?
 a) 16 Hz b) 20000 Hz ($c_{\text{Luft}} = 340 \text{ m/s}$)
9. Die Frequenzen der menschlichen Sprache liegen zwischen 200 und 1500 Hz. Wie groß sind die entsprechenden Wellenlängen?
10. Wie groß ist die Wellenlänge des a'-Tones in Wasser und Aluminium?
 ($c_{\text{Wasser}} = 1440 \text{ m/s}$, $c_{\text{Alu}} = 5100 \text{ m/s}$)

4. Schallgeschwindigkeit**a) Schallgeschwindigkeit in festen Körpern**

Die Schallgeschwindigkeit in festen Körpern ist abhängig von dem Elastizitätsmodul E und der Dichte ρ des Schallträgers.

$$\text{Schallgeschwindigkeit } c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Es bedeuten:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} \text{ Dichte des Schallträgers}$$

γ Wichte des Schallträgers

g Erdbeschleunigung.

Lösungsbeispiele:

1. Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in Stahl mit dem Elastizitätsmodul 21000 kp/mm^2 und der Wichte $7,86 \text{ kp/dm}^3$?

Gesucht: Schallgeschwindigkeit in Stahl c *Gegeben:* Elastizitätsmodul $E = 21000 \text{ kp/mm}^2$
 Wichte $\gamma = 7,86 \text{ kp/dm}^3$
 Erdbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

$$\text{Lösung: } c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

$$c = \sqrt{\frac{E \cdot g}{\gamma}}$$

$$c = \sqrt{\frac{21000 \text{ kp/mm}^2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{7,86 \text{ kp/dm}^3}}$$

$$c = \sqrt{\frac{21000 \cdot 10000 \text{ kp/dm}^2 \cdot 9,81 \cdot 10 \text{ dm/s}^2}{7,86 \text{ kp/dm}^3}}$$

$$c = 51230 \text{ dm/s}$$

$$c = \underline{\underline{5123 \text{ m/s}}}$$

2. Messungen bei Versuchen mit Kupferschienen ergaben für die Schallgeschwindigkeit einen Durchschnitt von $c_{Cu} = 3600$ m/s.

Wie groß ist der Elastizitätsmodul von Kupfer? ($\gamma_{Cu} = 8,8$ Mp/m³)

Gesucht: Elastizitätsmodul E_{Cu}

Gegeben: Schallgeschwindigkeit

$$c_{Cu} = 3600 \text{ m/s}$$

Wichte

$$\gamma_{Cu} = 8,8 \text{ Mp/m}^3$$

Erdbeschleunigung $\gamma = 9,81 \text{ m/s}^2$

Lösung: $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (Um die Wurzel zu beseitigen, wird die Gleichung quadriert.)

$$c^2 = \frac{E}{\rho}$$

$$E = c^2 \cdot \rho$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

$$E = c^2 \cdot \frac{\gamma}{g}$$

$$E = \frac{(3600 \text{ m/s})^2 \cdot 8,8 \text{ Mp/m}^3}{9,81 \text{ m/s}^2}$$

$$E = \frac{12\,960\,000 \cdot 8,8 \cdot 1000 \text{ kp}}{9,81 \cdot 10^6 \text{ mm}^2}$$

$$E = \underline{\underline{11\,620 \text{ kp/mm}^2}}$$

Aufgaben:

- Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in reinem Aluminium? ($E_{Al} = 7000 \text{ kp/mm}^2$; $\gamma_{Al} = 2,7 \text{ kp/dm}^3$)
- Ist die Schallgeschwindigkeit im Eisen größer als im Blei? ($E_E = 21\,300 \text{ kp/mm}^2$; $\gamma_E = 7,8 \text{ kp/dm}^3$; $E_{Bl} = 1700 \text{ kp/mm}^2$; $\gamma_{Bl} = 11,4 \text{ kp/dm}^3$)
- Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in einem Silberdraht? ($E_S = 7000 \text{ kp/mm}^2$; $\gamma_S = 10,5 \text{ kp/dm}^3$)
- Aus einer Tabelle entnehmen wir den Wert für die Schallgeschwindigkeit von Messing $c_M = 3634 \text{ m/s}$ und die Wichte $\gamma_M = 8,3 \text{ kp/dm}^3$.
Wie groß ist der Elastizitätsmodul von Messing?

b) Schallgeschwindigkeit in Luft

Die Schallgeschwindigkeit in der Luft ist in starkem Maße von der Temperatur abhängig.

$$\text{Schallgeschwindigkeit bei der Temperatur } t \quad c_t = c_0 \cdot \sqrt{1 + \alpha t}$$

Es bedeuten:

c_0 Schallgeschwindigkeit in der Luft bei 0°. Sie wurde durch Versuche bestimmt.

$c_0 \approx 331 \text{ m/s}$ (genauer 331,3 m/s).

$\alpha = \frac{1}{273} \cdot \frac{1}{\text{Grad}}$ (Die Luft dehnt sich bei jedem Grad Erwärmung um $\frac{1}{273}$ ihres Nullvolumens aus.)

Die graphische Darstellung der Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit in Luft von der Temperatur t für einen größeren Temperaturbereich auf Grund der Formel $c_t = c_0 \sqrt{1 + at}$ zeigt Abbildung 53. Sie läßt erkennen, daß der Geschwindigkeitszuwachs nicht proportional dem Temperaturanstieg ist. So beträgt z. B.

$$c_{273} = 468,5 \text{ m/s und } c_{546} = 573,8 \text{ m/s}$$

Somit entspricht einer Temperatursteigerung von 0° auf 273° eine Geschwindigkeitszunahme von $137,2 \text{ m/s}$, einer Temperatursteigerung von 0° auf 546° nur eine Geschwindigkeitszunahme von $242,5 \text{ m/s}$.

Innerhalb eines kleinen Temperaturbereichs kann man jedoch näherungsweise die Kurve durch eine Gerade ersetzen, das heißt mit einem der Temperatursteigerung proportionalen Geschwindigkeitszuwachs rechnen.

Ist z. B. bei normalem Luftdruck von 760 Torr der genaue Wert für die Schallgeschwindigkeit in Luft von 0°C $331,3 \text{ m/s}$, bei 20°C $343,2 \text{ m/s}$, so entspricht unter der oben genannten Voraussetzung

der Temperatursteigerung von 20°C

$$1^\circ \text{C}$$

eine Geschwindigkeitszunahme von 12 m/s
 $\frac{12}{20} \text{ m/s} = 0,6 \text{ m/s}$

Für grobe Übersichtsrechnung in einem kleinen Temperaturbereich etwas über 0°C gilt somit:

Bei Temperaturerhöhung wächst die Schallgeschwindigkeit um $0,6 \text{ m/s}$ je Grad.

Die Schallgeschwindigkeit bei $t^\circ \text{C}$ beträgt überschlägig:

$$c_t = c_0 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] + 0,6 \cdot t \left[\frac{\text{Grad} \cdot \text{m}}{\text{Grad} \cdot \text{s}} \right]$$

Lösungsbeispiele:

1. Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in der Luft bei 16°C ? ($c_0 = 331 \text{ m/s}$)

Gesucht: Schallgeschwindigkeit c_t

Gegeben: Temperatur $t = 16^\circ \text{C}$

Schallgeschwindigkeit

$$c_0 = 331 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{1}{273} \cdot \frac{1}{\text{Grad}}$$

Lösung: $c_t = c_0 \cdot \sqrt{1 + at}$

$$c_t = 331 \text{ m/s} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{273} \cdot \frac{1}{\text{Grad}} \cdot 16^\circ}$$

$$c_t = \underline{\underline{341 \text{ m/s}}}$$

2. Berechne mit der Näherungsformel die Schallgeschwindigkeit in Luft für 16°C , 20°C , 30°C und 42°C ! ($c_0 = 331 \text{ m/s}$)

Gesucht: Schallgeschwindigkeiten

Gegeben: $c_0 = 331 \text{ m/s}$

$$t = 16^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 42^\circ \text{C}$$

Lösung: $c_t = (c_0 + t \cdot 0,6) \text{ [m/s]}$

$$c_{16} = 331 \text{ m/s} + 16 \cdot 0,6 \text{ m/s}$$

$$c_{20} = 331 \text{ m/s} + 20 \cdot 0,6 \text{ m/s}$$

$$c_{30} = 331 \text{ m/s} + 30 \cdot 0,6 \text{ m/s}$$

$$c_{42} = 331 \text{ m/s} + 42 \cdot 0,6 \text{ m/s}$$

$$c_{16} = 341 \text{ m/s}$$

$$c_{20} = 343 \text{ m/s}$$

$$c_{30} = 349 \text{ m/s}$$

$$c_{42} = 356 \text{ m/s}$$

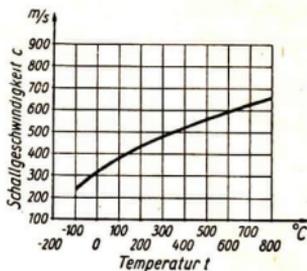


Abb. 53

Aufgaben:

15. Berechne mit Hilfe der Formel $c_t = c_0 \sqrt{1 + \alpha t}$ die Schallgeschwindigkeit in der Luft bei a) 20° C; b) 30° C; c) 42° C! ($c_0 = 331$ m/s)!
Vergleiche die Ergebnisse mit den Näherungswerten des Lösungsbeispiels 2!
16. Eine Eisenbahnschiene von 950 m Länge wird durch einen Hammerschlag in Schwingungen versetzt. Die Eisenbahnschiene pflanzt den Schall 16mal schneller fort als die Luft. Welche Zeitdifferenz besteht für einen Beobachter am anderen Ende der Schiene zwischen der Wahrnehmung des durch die Luft und des durch die Eisenbahnschiene fortgepflanzten Schalls? ($c_{\text{Luft}} = 332$ m/s)
17. Von unserem Boot aus beobachten wir auf dem Wasser am Ufer eine Ramme bei der Arbeit. Nach Aufschlag des Rammhärens auf den Pfahl messen wir mit unserer Armbanduhr 2,5 Sekunden bis zur Wahrnehmung des Schalls. Es herrscht eine Temperatur von 28° C. Wie weit sind wir von der Ramme entfernt?
18. Wie lang ist ein Blitz, das heißt der Abstand des nächsten und weitesten Punktes des Blitzes vom Beobachter, wenn der begleitende Donner ohne Widerhall 5 Sekunden anhält? Die Temperatur beträgt 4° C.
19. Nach wieviel Sekunden hört man in einem 160 m tiefen Schacht einen Stein aufschlagen? ($c = 332$ m/s)
20. Wie tief ist ein Brunnen, wenn man das Aufschlagen eines hineinfallenden Steines erst nach 4 Sekunden hört? ($c = 332$ m/s)

5. Das Dopplersche Prinzip

Wenn sich eine Schallquelle unserem Ohr nähert, erscheint uns der Ton höher, als wenn sie am Ort bleibt, wenn sie sich entfernt erscheint der Ton tiefer.

Schallgeschwindigkeit $c = \lambda \cdot f$

$$\text{Frequenz} \left\{ \begin{array}{l} f = \frac{c}{\lambda} \quad \text{Schallquelle bleibt am Ort} \\ f_1 = f \cdot \frac{c}{c - v} \quad \text{bei sich nähernder Schallquelle} \\ f_2 = f \cdot \frac{c}{c + v} \quad \text{bei sich entfernender Schallquelle} \end{array} \right.$$

Es bedeuten:

λ Wellenlänge

v Geschwindigkeit der Schallquelle

Das Dopplersche Prinzip findet nur Anwendung, wenn c größer als v ist; ist c kleiner als v , so hat die zugehörige Gleichung keinen Sinn mehr.

Lösungsbeispiele:

1. Ein Rennwagen fährt mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s über eine Rennstrecke. Sein Motor erzeugt einen dumpfen, surrenden Ton von 100 Hz. Bestimme die scheinbare Erhöhung und den scheinbaren Abfall der Tonhöhe des Motorgeräusches bei Annäherung und Entfernung des Fahrzeuges! ($c = 330$ m/s)

<i>Gesucht:</i> Tonfrequenz bei Annäherung f_1	<i>Gegeben:</i> Fahrzeuggeschwindigkeit $v = 30$ m/s
Tonfrequenz bei Entfernung f_2	Tonfrequenz $f = 100$ Hz
	Schallgeschwindigkeit $c = 330$ m/s

$$\text{Lösung: } f_1 = f \cdot \frac{c}{c-v}$$

$$f_1 = 100 \text{ Hz} \cdot \frac{330 \text{ m/s}}{330 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}} \quad f_1 = \underline{\underline{110 \text{ Hz}}} \text{ (bei Annäherung)}$$

$$f_2 = f \cdot \frac{c}{c+v}$$

$$f_2 = 100 \text{ Hz} \cdot \frac{330 \text{ m/s}}{330 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}} \quad f_2 = \underline{\underline{92 \text{ Hz}}} \text{ (bei Entfernung)}$$

2. Ein Flugzeug überfliegt uns im Tiefflug. Seine Eigengeschwindigkeit ist 75 m/s. Der surrende Ton seines Motorgeräusches hat die Frequenz 40 Hz. Es ist Hochsommer, die Temperatur beträgt 42°C . Bestimme

- a) die scheinbare Erhöhung,
b) den scheinbaren Abfall des Tones vom Flugzeugmotor!

<i>Gesucht:</i> Tonfrequenz bei Annäherung f_1	<i>Gegeben:</i> Fluggeschwindigkeit $v = 75$ m/s
Tonfrequenz bei Entfernung f_2	Tonfrequenz $f = 40$ Hz
	Schallgeschwindigkeit bei 0° $c_0 = 331$ m/s
	Temperatur $t = 42^\circ \text{C}$

$$\text{Lösung: } c_t = c_0 \cdot \sqrt{1 + \alpha t}$$

$$c_t = 331 \text{ m/s} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{273} \cdot \frac{1}{\text{Grad}} \cdot 42^\circ} \quad c_t = \underline{\underline{355,6 \text{ m/s}}}$$

$$\text{a) } f_1 = f \cdot \frac{c}{c-v}$$

$$f_1 = 40 \text{ Hz} \cdot \frac{355,6 \text{ m/s}}{355,6 \text{ m/s} - 75 \text{ m/s}} \quad f_1 = \underline{\underline{50,7 \text{ Hz}}} \text{ (bei Annäherung)}$$

$$\text{b) } f_2 = f \cdot \frac{c}{c+v}$$

$$f_2 = 40 \text{ Hz} \cdot \frac{355,6 \text{ m/s}}{355,6 \text{ m/s} + 75 \text{ m/s}} \quad f_2 = \underline{\underline{33 \text{ Hz}}} \text{ (bei Entfernung)}$$

Aufgaben:

21. Zwei Personenkraftwagen fahren auf der Chaussee aneinander vorbei. Jedes Fahrzeug hat eine Eigengeschwindigkeit von 57,5 km/h. Welche scheinbare Erhöhung und welchen scheinbaren Abfall der Tonhöhe des Motorgeräusches nimmt jeder Fahrer vom Wagen des anderen wahr, wenn es sich um zwei Wagen des gleichen Typs handelt und der Ton des laufenden Motors bei beiden Wagen eine Frequenz von 50 Hz hat? ($c \approx 330$ m/s)

22. Bestimme die scheinbare Erhöhung und den scheinbaren Abfall des Tones einer Schallquelle, die eine Eigengeschwindigkeit von 70 m/s hat und deren Ton die Frequenz 200 Hz hat! ($c \approx 330$ m/s)
23. Ein Schlitten mit Glockengeläut hat bei einer Bergabfahrt eine Eigengeschwindigkeit von 28,8 km/h erreicht. Die Frequenz des Glockentones ist 80 Hz. Das Thermometer zeigt eine Temperatur von -17° C an. Bestimme die scheinbare Erhöhung und den scheinbaren Abfall der Tonhöhe der Glocke gegenüber einem stehenden Beobachter! ($c \approx 330$ m/s)
24. Mit welcher Geschwindigkeit entfernt sich eine Lokomotive, wenn die Frequenz des Tones ihrer Signalpfeife von 522 Hz auf 502 Hz absinkt? (Schallgeschwindigkeit $c = 332$ m/s)
25. Ein Eisenbahnzug entfernt sich mit einer Geschwindigkeit von 14 m/s von einer tönenden Signalglocke, deren Frequenz 500 Hz beträgt. Wie ändert sich für den mitfahrenden Reisenden der Ton?
- Ein anderer Eisenbahnzug nähert sich der gleichen Glocke mit einer Geschwindigkeit von 8 m/s. Wie ändert sich der Ton der Glocke für einen in diesem Zug mitfahrenden Beobachter? ($c = 332$ m/s)

B. Reflexion des Schalls

Das Echo

Echo oder Widerhall ist der Schall, der an Wäldern, Felswänden oder Mauern reflektiert wird und der das ursprünglich gesprochene Wort um mindestens eine Silbe verlängert.

Das Ohr kann in der Sekunde nur 10 Silben wahrnehmen, eine Silbe erfordert somit $\frac{1}{10}$ Sekunde.

Ein einsilbiges Echo kann nur dann wahrgenommen werden, wenn der reflektierte Schall frühestens $\frac{1}{10}$ Sekunde nach dem gesprochenen Wort zurückkommt.

Ist n die im Echo gehörte Silbenzahl, so trifft, wenn 10 Silben in der Sekunde gesprochen werden, die letzte Silbe an der Schallquelle $n/10$ Sekunden später ein als sie gesprochen wurde.

Der beim n -silbigen Echo in $t = n/10$ Sekunden zurückgelegte Weg des Schalls ist die doppelte Entfernung der Schallquelle von der reflektierenden Wand.

Somit ist

$$2l = t \cdot c$$

Unter der Bedingung, daß die Sendefrequenz 10 Hz beträgt, ist

$$2l = \frac{n}{10} \cdot c$$

Es bedeuten:

l Entfernung der reflektierenden Wand

c Schallgeschwindigkeit

t Zeit für den vom Schall zurückgelegten Weg

n Zahl der im Echo gehörten Silben

Lösungsbeispiele:

1. Ich höre ein dreisilbiges Echo. Wie weit ist die schallreflektierende Wand von mir entfernt, wenn die Sendefrequenz 10 Hz beträgt? ($c = 340 \text{ m/s}$)

Gesucht: Wandentfernung l

Gegeben: dreisilbiges Echo, $n = 3$
Sendefrequenz 10 Hz

$$\text{Lösung: } 2l = \frac{n}{10} \cdot c$$

$$l = \frac{\frac{n}{10} \cdot c}{2}$$

$$l = \frac{\frac{3}{10} \text{ s} \cdot 340 \text{ m/s}}{2} = \underline{\underline{51 \text{ m}}}$$

2. Mit Hilfe des Echolotes messen wir von einem Schiff aus die Meerestiefe. Im Boden des Schiffes befindet sich eine Schallquelle (z. B. ein Schlagsender), dessen Schall sich zum Meeresboden fortpflanzt, von dort zurückgeworfen wird und zum Echoempfänger zurückkehrt (Abb. 54). Die hierfür benötigte Zeit schreibt das Gerät selbstständig auf.

Ein Schiff macht 40 Knoten. Der durch den Sender des Echolotes erzeugte Schall kehrt nach

1 Sekunde von dem Meeresboden zurück. Wie tief ist an dieser Stelle das Meer?

(1 Knoten = 1 Seemeile/h; 1 Seemeile = 1852 m = $\frac{1}{60}$ Äquatorgrad.)

(Schallgeschwindigkeit im Wasser 1440 m/s.)

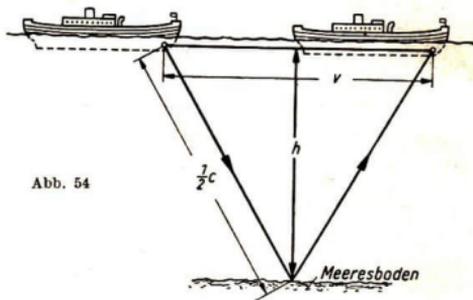


Abb. 54

Gesucht: Meerestiefe h

Gegeben: Schiffsgeschwindigkeit $v = 20,6 \text{ m/s}$
Schallgeschwindigkeit im Wasser $c = 1440 \text{ m/s}$
 $t = 1 \text{ s}$

Lösung: Nach Abb. 54 ist:

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 \cdot (1 \text{ s})^2 = h^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2 \cdot (1 \text{ s})^2$$

$$h = \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - \left(\frac{v}{2}\right)^2} \cdot (1 \text{ s})$$

$$h = \sqrt{(720 \text{ m/s})^2 - (10,3 \text{ m/s})^2} \cdot \text{s}$$

$$h = \sqrt{518400 - 106,1} \text{ m}$$

$$h = \underline{\underline{719,9 \text{ m}}}$$

Aufgaben:

- Wie weit muß ich mich von einer schallreflektierenden Wand entfernen, um bei einer Sendefrequenz von 10 Hz ein siebensilbiges Echo zu hören? ($c = 340$ m/s)
- Die beiden Lehrlinge A und B sind von einer geraden Wand einer Werkhalle 20 m entfernt (Abb. 55). Wie groß muß der Abstand der beiden Lehrlinge voneinander sein, damit jeder den Zuruf des anderen und ein einsilbiges Echo hört?
Die Sendefrequenz beträgt 10 Hz. ($c = 330$ m/s)
- In Michendorf erfolgt eine Sprengung. Nach welcher Zeit hört ein Arbeiter an einem 1020 m entfernt liegenden Ort A den Knall
 - direkt?
 - von einer Felswand zurückgeworfen, die zu der Strecke Michendorf—A in einer Entfernung von 500 m parallel verläuft?
- Ähnlich wie beim Schiff kann auch beim Flugzeug durch Echolotung die Höhe des Flugzeuges bestimmt werden.
Ein Personenflugzeug fliegt in waagerechter Richtung mit der Geschwindigkeit von 85 m/s. Ein durch den Sender eines Echolotes erzeugter Schall kehrt nach 5 s von der Erdoberfläche zurück. Wie hoch fliegt das Flugzeug? ($c = 330$ m/s)
- Ein Transportflugzeug fliegt mit einer Geschwindigkeit von 165,6 km/h. Der vom Flugzeug ausgesendete Schall kehrt nach 2 Sekunden zurück. Wie hoch fliegt das Flugzeug? ($c = 333$ m/s)

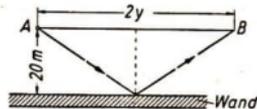


Abb. 55

C. Von den Tönen**1. Tonleiter**

Die Tonhöhe wird bestimmt durch die Schwingungszahl n je Sekunde.

Das Intervall (intervallum, lat. = Zwischenraum) zweier Töne ist gleich dem Verhältnis ihrer Schwingungszahlen.

$$n = \frac{n_2}{n_1}$$

In der diatonischen Tonleiter verhalten sich die Schwingungszahlen der acht Töne wie 24:27:30:32:36:40:45:48.

Intervall	Verhältnis der Schwingungszahlen	Intervall	Verhältnis der Schwingungszahlen
Oktave	$\frac{48}{24} = 2:1$	große Terz	$\frac{30}{24} = 5:4$
Quinte	$\frac{36}{24} = 3:2$	kleine Terz	$\frac{36}{30} = 6:5$
Quarte	$\frac{32}{24} = 4:3$		

Konsonanz nennt man den Wohlklang, den wir beim Zusammenklang zweier Töne empfinden. Konsonanz besteht zwischen Tönen, deren Intervall durch das Verhältnis von kleinen ganzen Zahlen (1 bis 6) ausgedrückt wird.

Dissonanz nennt man das Unbehagen, das wir beim Zusammenklang zweier Töne empfinden, deren Intervall durch das Verhältnis größerer Zahlen als 6 ausgedrückt wird.

Die Schwingungszahl n_2 des höheren Tones erhält man durch Multiplikation der Schwingungszahl n_1 des niedrigeren Tones mit dem Intervall z .

$$n_2 = n_1 \cdot z$$

Lösungsbeispiele:

1. Entscheide, welche von den Tönen unserem akustischen Empfinden angenehm sind, bei welchen wir von einer Konsonanz sprechen können, und welche Töne beim Zusammenklang eine Disharmonie (Dissonanz) ergeben!

Gegeben sind die Töne mit folgenden Schwingungszahlen: 30 Hz; 48 Hz; 36 Hz; 24 Hz; 32 Hz und 29 Hz.

Gesucht: a) Konsonanzen
b) Dissonanzen

Gegeben: absolute Schwingungszahlen der Töne:
30 Hz; 48 Hz; 36 Hz; 24 Hz; 32 Hz; 29 Hz.

Lösung: a) Konsonanzen

$$\begin{aligned} 48 \text{ Hz} : 24 \text{ Hz} &= 2 : 1 \\ 48 \text{ Hz} : 36 \text{ Hz} &= 4 : 3 \\ 36 \text{ Hz} : 24 \text{ Hz} &= 3 : 2 \\ 36 \text{ Hz} : 30 \text{ Hz} &= 6 : 5 \end{aligned}$$

b) Dissonanzen

$$\begin{aligned} 48 \text{ Hz} : 29 \text{ Hz} &= 48 : 29 \\ 36 \text{ Hz} : 29 \text{ Hz} &= 36 : 29 \\ 32 \text{ Hz} : 29 \text{ Hz} &= 32 : 29 \text{ usw.} \end{aligned}$$

2. Bestimme in der diatonischen Tonleiter

- a) das Verhältnis der Schwingungszahlen der einzelnen Töne zum Grundton,
b) die Intervalle aufeinanderfolgender Töne der Tonleiter!
c) Stelle fest, wieviel Arten von Intervallen es gibt!

Gesucht:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{n_1}{n_1}, \frac{n_2}{n_1}, \frac{n_3}{n_1} \text{ usf. bis } \frac{n_8}{n_1} \\ \text{b) } & \frac{n_2}{n_1}, \frac{n_3}{n_2}, \frac{n_4}{n_3} \text{ usf. bis } \frac{n_8}{n_7} \end{aligned}$$

Gegeben: Diatonische Tonleiter mit den relativen Schwingungszahlen
24 : 27 : 30 : 32 : 36 : 40 : 45 : 48

Lösung: a) $\frac{n_1}{n_1} = \frac{24}{24} = 1$ Grundton (Prim)

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{27}{24} = \frac{9}{8} \text{ Sekunde}$$

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4} \text{ Terz}$$

$$\frac{n_4}{n_1} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3} \text{ Quart}$$

$$\text{b) } \frac{n_2}{n_1} = \frac{27}{24} = \frac{9}{8} \text{ (G)}$$

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{30}{27} = \frac{10}{9} \text{ (g)}$$

$$\frac{n_4}{n_3} = \frac{32}{30} = \frac{16}{15} \text{ (H)}$$

$$\frac{n_5}{n_1} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} \text{ Quinte}$$

$$\frac{n_6}{n_1} = \frac{40}{24} = \frac{5}{3} \text{ Sext}$$

$$\frac{n_7}{n_1} = \frac{45}{24} = \frac{15}{8} \text{ Septime}$$

$$\frac{n_8}{n_1} = \frac{48}{24} = \frac{2}{1} \text{ Oktave}$$

$$\frac{n_5}{n_4} = \frac{36}{32} = \frac{9}{8} \text{ (G)}$$

$$\frac{n_6}{n_5} = \frac{40}{36} = \frac{10}{9} \text{ (g)}$$

$$\frac{n_7}{n_6} = \frac{45}{40} = \frac{9}{8} \text{ (G)}$$

$$\frac{n_8}{n_7} = \frac{48}{45} = \frac{16}{15} \text{ (H)}$$

c) Wir erhalten 3 Arten von Intervallen

$\frac{9}{8}$ für großen ganzen Ton (G)	(G)	* (Auf der Tonleiter finden wir ganze und halbe Töne; daher diatonische Tonleiter, das heißt zweitonig.)
$\frac{10}{9}$ für kleinen ganzen Ton (g)	(g)	
$\frac{16}{15}$ für halben Ton (H)	(H)	

3. Die Tonleiter auf unserem Klavier hat 12 Töne. Wir nennen sie die chromatische Tonleiter. Sie ist aus der diatonischen Tonleiter entstanden, indem man die 5 ganzen Töne durch Einschalten von cis, dis, fis, gis, ais in halbe Töne zerlegt hat. Errechne von der Tonleiter mit dem Grundton 24 Hz die Schwingungszahlen der Töne cis, dis, fis, gis und ais!

Gegeben: 24; 27; 30; 32; 36; 40; 45; 48
c d e f g a h c

Gesucht: cis dis fis gis ais

Lösung: cis = c · z; wobei z das Intervall für einen halben Ton ist.

$$\text{cis} = 24 \text{ Hz} \cdot \frac{16}{15}$$

$$\text{cis} = \frac{25^{\frac{2}{5}}}{5} \text{ Hz}$$

$$\text{dis} = 27 \text{ Hz} \cdot \frac{16}{15}$$

$$\text{dis} = \frac{28^{\frac{2}{5}}}{5} \text{ Hz}$$

$$\text{fis} = 32 \text{ Hz} \cdot \frac{16}{15}$$

$$\text{fis} = \frac{34^{\frac{2}{5}}}{15} \text{ Hz}$$

$$\text{gis} = 36 \text{ Hz} \cdot \frac{16}{15}$$

$$\text{gis} = \frac{38^{\frac{2}{5}}}{5} \text{ Hz}$$

$$\text{ais} = 40 \text{ Hz} \cdot \frac{16}{15}$$

$$\text{ais} = \frac{42^{\frac{2}{3}}}{3} \text{ Hz}$$

Aufgaben:

- Gegeben ist ein Ton auf der chromatischen Tonleiter mit 105 Hz. Welche Schwingungszahl hat der nächsthöhere Ton?
- Auf der diatonischen Tonleiter soll in einer Oktave das g'' 288 Hz haben. Wieviel Schwingungen hat der dazugehörige Grundton der Oktave?
- Um bei der chromatischen Tonleiter völlig gleiche Tonstufen zu erhalten, wendet man an Stelle des Intervalls $z = \frac{16}{15}$ zur Berechnung der jeweils aufeinanderfolgenden halben Töne das Intervall $z = \sqrt[12]{2}$ und wählt als Ausgangsfrequenz den Kammerton $a' = 440$ Hz. Bei dem mathematisch gleichmäßigen Anstieg der Töne spricht man von einer gleichschwebenden Temperatur der Töne oder von einer gleichschwebend temperierten Stimmung. Berechne, ausgehend vom Kammerton $a' = 440$ Hz die Schwingungszahlen, von c'' und c''' bei gleichschwebend temperierter Stimmung!
- Der tiefste Ton, der sich auf einem Klavier erzeugen läßt, hat die Frequenz $27\frac{3}{16}$ Hz, der höchste Ton hat die Frequenz 3840 Hz. Wieviel Oktaven umfaßt das Klavier?
- Wieviel Oktaven umfaßt die menschliche Singstimme, wenn 64 Hz und 1500 Hz die äußersten Grenzen der tiefsten und höchsten Tonlage sind?
- Die musikalisch verwendbaren Töne liegen zwischen ca. 40 Hz und 5000 Hz. Wieviel Oktaven umfassen sie?
- Wieviel Quinten werden a) von den Tönen der menschlichen Singstimme und b) von den musikalisch verwendbaren Tönen umfaßt?
- Wieviel Hz hat cis und dis bei reiner Stimmung, wenn man für c 48 Hz annimmt?
- Wie groß sind die Intervalle der sogenannten temperierten Sekunde, Quart und Quint, und um wieviel unterscheiden sie sich von den reinen Intervallen?

2. Töne gespannter Saiten

Die Schwingungszahlen der Saiten gleicher Masse pro Längeneinheit und gleicher Spannung verhalten sich umgekehrt wie ihre Längen zueinander.

$$f_1 : f_2 = l_2 : l_1$$

Die Frequenz einer Saitenschwingung nimmt mit der Spannung der Saite zu und mit der Masse der Längeneinheit der Saite ab.

Die Frequenz f von Saitenschwingungen wird berechnet nach der Formel:

$$f = \frac{1}{2 \cdot l} \cdot \sqrt{\frac{P}{m}}$$

Es bedeuten:

l die Länge der Saite in cm

P die spannende Kraft in p

m die Masse eines Saitenstückes von 1 cm Länge

Bezeichnet man die Gesamtmasse des Drahtes vom Querschnitt F und der Länge l mit M und die Dichte des Werkstoffes mit ρ , so erhält man aus

$$m = \frac{M}{l}, \quad M = \rho \cdot V \quad \text{und} \quad V = F \cdot l$$

für die Masse pro Längeneinheit

$$m = \frac{\rho \cdot F \cdot l}{l} = \rho \cdot F$$

und für die Frequenz

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{P}{F \cdot \rho}}$$

Lösungsbeispiel:

1. Eine Saite von 40 cm Länge wird auf 10 cm verkürzt, ohne daß dabei die Spannung geändert wird. Ihre Frequenz war vor der Verkürzung 360 Hz. Wie groß ist die Frequenz jetzt?

Gesucht: Frequenz f_2

Gegeben: Saitenlänge $l_1 = 40$ cm
 Frequenz $f_1 = 360$ Hz
 verkürzte Saitenlänge $l_2 = 30$ cm

Lösung: $f_1 : f_2 = l_2 : l_1$

$$f_2 = \frac{f_1 \cdot l_1}{l_2}$$

$$f_2 = \frac{360 \text{ Hz} \cdot 40 \text{ cm}}{30 \text{ cm}}$$

$$f_2 = \underline{\underline{480 \text{ Hz}}}$$

2. Wie stark muß eine 100 cm lange Stahlsaite gespannt werden, damit sie beim Anschlag den Kammerton a' (440 Hz) erzeugt? ($\gamma_{\text{Stahl}} = 7,86 \text{ p/cm}^3$)

Gesucht: Spannung σ

Gegeben: Saitenlänge $l = 100 \text{ cm}$
 Frequenz von a' $f = 440 \text{ Hz}$
 Wichte $\gamma = 7,86 \text{ p/cm}^3$

$$\text{Lösung: } \sigma = \frac{P}{F}$$

$$f = \frac{1}{2l} \cdot \sqrt{\frac{P}{F \cdot \varrho}}$$

$$P = 4 f^2 l^2 \cdot F \cdot \varrho$$

$$\varrho = \frac{\gamma}{g}$$

$$P = 4 f^2 \cdot l^2 \cdot F \cdot \frac{\gamma}{g}$$

$$\sigma = 4 \cdot f^2 \cdot l^2 \cdot \frac{\gamma}{g}$$

$$\sigma = \frac{4 \cdot 440^2 \cdot \frac{1}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ cm}^2 \cdot 7,86 \text{ p/cm}^3}{981 \text{ cm/s}^2}$$

$$\sigma = 62,047 \cdot 10^4 \text{ p/cm}^2$$

$$\sigma = 620,47 \text{ kp/cm}^2$$

$$\text{Spannung} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Querschnitt}}$$

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Wichte}}{\text{Erdbeschleunigung}}$$

$$\sigma = \underline{\underline{6,2 \text{ kp/mm}^2}}$$

Aufgaben:

- Eine Saite von 86 cm Länge soll bei der gleichen Spannung einen um eine Oktave höheren Ton geben. Um wieviel cm muß ich die Saite verkürzen?
- Eine Monochordsaite (Abb. 56) aus Stahl mit der Wichte $\gamma = 7,7 \text{ p/cm}^3$ ist 120 cm lang und hat einen Durchmesser von 0,06 cm. Durch ein Gewicht von 25 kp wird die Saite gespannt. Welchen Ton ergibt die Saite beim Anschlag?
- Ein Monochord hat eine Saite von 65 cm Länge und 0,3 mm Dicke. Die Saite wird durch ein Gewicht von 7 kp gespannt. Beim Anschlag erklingt der Ton c' .
 - Welche Länge müßte die Saite haben, wenn sie den Ton e' geben soll?
 - Wie groß muß der Durchmesser der Saite sein, wenn sie den Ton e ergeben soll?
 - Mit welchem Gewicht muß die Saite gespannt werden, damit sie den Ton g'' ergibt?
- Wie verhalten sich die Frequenzen zweier Saiten vom gleichen Durchmesser und derselben Masse, wenn die eine Saite 4 dm lang ist und durch eine Kraft von 18 kp gespannt wird, die andere Saite 3,33 dm lang ist und durch eine Kraft von 12,5 kp gespannt wird?
- Spanne eine Drahtspirale von 193 cm Länge mit dem Gewicht von 116 p. 1 cm Länge der Drahtspirale wiegt 0,171 p. Wieviel Schwingungen macht die Drahtspirale bei einem Anschlag in der Sekunde?
- Die Saite eines Monochords spanne ich mit der Kraft von 20 kp. Die Länge der Saite ist 61,5 cm. 77 cm der Saite wiegen 2,1 p. Wie groß ist die Frequenz der Saite?

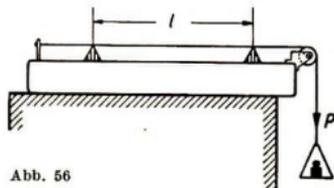


Abb. 56

3. Tönende Luftsäulen

Je kürzer eine schwingende Luftsäule ist, um so höher ist der von ihr erzeugte Ton.

Viele Musikinstrumente beruhen auf dem Prinzip der tönenden Luftsäule. Am bekanntesten sind die Pfeifen. Man unterscheidet offene Pfeifen und gedeckte Pfeifen.

Eine offene Pfeife gibt ihren tiefsten Ton (Grundton), wenn nur ein Schwingungsknoten vorhanden ist, der in der Mitte der Pfeife liegt.

Wird eine offene Pfeife stärker angeblasen, so bilden sich mehrere Knoten und mit ihnen Obertöne (Abb. 57).

Aus Abb. 57 ergibt sich

für	1 Knoten	2 Knoten	3 Knoten
Länge der Pfeifen	$l = \frac{\lambda_0}{2}$	$l = 2 \frac{\lambda_1}{2}$	$l = 3 \frac{\lambda_2}{2}$
Wellenlänge	$\lambda_0 = \frac{2l}{1}$	$\lambda_1 = \frac{2l}{2}$	$\lambda_2 = \frac{2l}{3}$
Tonfrequenz	$f_0 = 1 \frac{c}{2l}$	$f_1 = 2 \frac{c}{2l}$	$f_2 = 3 \frac{c}{2l}$
		$f_1 = 2 f_0$	$f_2 = 3 f_0$
	Grundton	1. Oberton	2. Oberton

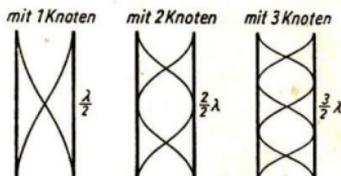


Abb. 57

Lösungsbeispiel:

Wie groß ist die Frequenz des Grundtones einer offenen Pfeife von 20 cm Länge ($c = 340$ m/s)?

Gesucht: Frequenz des Grundtons f_0 Gegeben: Schallgeschwindigkeit $c = 340$ m/s
Pfeifenlänge $l = 20$ cm

$$\text{Lösung: } f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$l = \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\lambda_0 = 2 \cdot l$$

$$f_0 = \frac{c}{2 \cdot l}$$

$$f_0 = \frac{340 \text{ m/s}}{2 \cdot 0,2 \text{ m}}$$

$$f_0 = \underline{\underline{850 \text{ Hz}}}$$

Aufgaben:

16. a) Welche Obertöne des Grundtons kann eine offene Pfeife geben?
 b) Wie groß sind die Frequenzen der ersten beiden Obertöne der harmonischen Reihe, wenn die offene Pfeife 30 cm lang ist? ($c = 340$ m/s)
17. In einer offenen Pfeife von 60 cm Länge haben sich 6 Schwingungsknoten gebildet. Welchen Oberton erhält man und wie groß ist seine Frequenz? ($c = 340$ m/s)
18. Bei einer gedeckten Pfeife liegt ein Schwingungsknoten am geschlossenen Ende. Beim Grundton der Pfeife ist dies der einzige Knoten. Zeichne eine gedeckte und eine offene Pfeife von 50 cm Länge mit den Schwingungen des Grundtones und bestimme die Frequenz der Tonhöhe für jede Pfeife! ($c = 340$ m/s)
19. a) Wie groß sind die Frequenzen der ersten drei Obertöne einer gedeckten Pfeife von 20 cm Länge? ($c = 340$ m/s)
 b) Welche Obertöne des Grundtons kann eine gedeckte Pfeife geben?

D. Resonanz

Wir sprechen von einer Resonanz, wenn ein schwingungsfähiger Körper einen anderen schwingungsfähigen Körper von gleicher Eigenschwingung zum Mitschwingen veranlaßt.

1. Resonanzschwingungen in Luftsäulen

Bei dem in Abbildung 58 skizzierten Versuch kann die Höhe h der Luftsäule durch Heben und Senken des Trichters verändert werden. Hält man über die Luftsäule eine schwingende Stimmgabel, so schwillt der Stimmgabelton bei einer bestimmten Höhe der Luftsäule stark an. Die Luftsäule wird durch die Stimmgabelschwingung zum Mitschwingen veranlaßt.

Die in einer einseitig geschlossenen Röhre enthaltene Luftsäule wird durch einen schwingenden Körper zu Resonanzschwingungen erregt, wenn ihre Höhe h $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge λ des erregenden Tones beträgt.

$$h = \lambda/4 \text{ oder } \lambda = 4 \cdot h$$

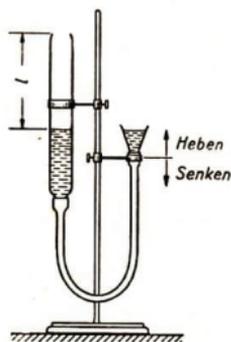


Abb. 58

Lösungsbeispiel:

Wie hoch muß eine Luftsäule sein, die von einer Stimmgabel mit 435 Hz zu Resonanzschwingungen angeregt wird? ($c = 330$ m/s)

Gesucht: Höhe der Luftsäule h

Gegeben: Frequenz $f = 435 \text{ Hz}$
Schallgeschwindigkeit $c = 330 \text{ m/s}$

$$\text{Lösung: } h = \frac{\lambda}{4}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$h = \frac{c}{4f}$$

$$h = \frac{330 \text{ m/s}}{4 \cdot 435 \text{ 1/s}}$$

$$h = \frac{330 \text{ m}}{1740}$$

$$h = 0,19 \text{ m}$$

$$h = \underline{\underline{19 \text{ cm}}}$$

Aufgaben:

1. Welche Frequenz hat die Stimmgabel, wenn im Versuch nach Abbildung 58 bei einer Luftsäule von 30 cm Höhe Resonanz eintritt? ($c = 330 \text{ m/s}$)
2. Zwischen zwei auf Resonanzkästen befestigten Stimmgabeln gleicher Frequenz tritt eine gute Resonanzerscheinung auf, wenn die Entfernung der Resonanzkästen eine halbe Wellenlänge beträgt (Abb. 59). Wie weit muß man die Resonanzkästen voneinander entfernen, wenn die Eigenschwingungen der Stimmgabel je 440 Hz betragen? ($c = 330 \text{ m/s}$)
3. Welche Länge und welchen Abstand voneinander müssen die beiden Resonanzkästen haben, wenn sie mit Stimmgabeln von 200 Hz Eigenschwingung ausgerüstet sind und gute Resonanz erzielt werden soll?

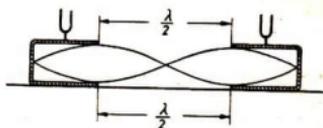


Abb. 59

2. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit durch Resonanzversuche mit der Kundtschen Röhre

Wenn die Schallgeschwindigkeit in Luft bekannt ist, kann man die Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und in Gasen durch den Kundtschen Versuch (Abb. 60) bestimmen. Durch Verschieben des Stempels St in der Kundtschen Röhre wird die Luft bei einer bestimmten Stellung des Stempels zu Resonanzschwingungen durch den schwingenden Stab erregt; dann ist die Frequenz der Stabschwingungen gleich der Frequenz der Luftschwingungen.

$$f_1 = f_2$$

$$\text{Da } f_1 = \frac{c_1}{\lambda_1} \text{ und } f_2 = \frac{c_2}{\lambda_2} \text{ ist,}$$

ist im Resonanzfall

$$\frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2}$$

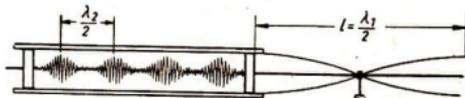


Abb. 60

Daraus folgt:

Bei Resonanz in der Kundtschen Röhre verhalten sich die Schallgeschwindigkeiten wie die Wellenlängen.

$$c_1 : c_2 = \lambda_1 : \lambda_2$$

Es bedeuten:

λ_1 Wellenlänge des schwingenden Stabes

λ_2 Wellenlänge der Staubfiguren

c_1 Schallgeschwindigkeit im Stab

c_2 Schallgeschwindigkeit in Luft.

Lösungsbeispiel:

Messungen nach Durchführung des Kundtschen Versuches mit einem Glasstab haben als Wellenlänge für Glas $\lambda_1 = 298$ cm ergeben. Die Wellenlänge der erzeugten Staubfiguren ist 19,4 cm. Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit im Glas?

Gesucht: Schallgeschwindigkeit
in Glas c_1

Gegeben: Wellenlänge in Glas $\lambda_1 = 298$ cm
Wellenlänge in Luft $\lambda_2 = 19,4$ cm
Schallgeschwindigkeit in Luft $c_2 = 340$ m/s

Lösung: $c_1 : c_2 = \lambda_1 : \lambda_2$

$$c_1 = \frac{c_2 \cdot \lambda_1}{\lambda_2}$$

$$c_1 = \frac{2,98 \text{ m} \cdot 340 \text{ m/s}}{0,194 \text{ m}}$$

$$c_1 = \underline{\underline{5223 \text{ m/s}}}$$

Aufgabe:

Wir ermitteln auf dem gleichen Wege die Schallgeschwindigkeit für Eisen. Die Messungen ergeben für die Länge des benutzten Stabes 59 cm. Die Entfernung zwischen zwei Knoten der Kundtschen Staubfiguren ist 4 cm.

Wie groß ist die Schallgeschwindigkeit in Eisen? ($c_{\text{Luft}} = 342$ m/s)

V. OPTIK

A. Lichttechnik

1. Lichtstärke

Als Einheit der Lichtstärke galt bis 1947 in Deutschland die Hefnerkerze (HK), eine mit genormtem Docht versehene Lampe, die mit Amylazetat gefüllt wurde. Die Flammenhöhe muß genau eingestellt und konstant gehalten werden.

Seit 1948 ist die Neukerze (NK), die man auch als Candela (Kurzzeichen: cd) bezeichnet, international als Einheit der Lichtstärke eingeführt.

1 Candela ist $\frac{1}{60}$ der Lichtstärke, die von 1 cm^2 der Oberfläche eines sogenannten schwarzen Körpers bei der Temperatur des erstarrten Platins ($2042,5^\circ \text{ K}$) in Richtung der Normalen ausgestrahlt wird.

$$1 \text{ cd} = 1,11 \text{ HK}$$

2. Beleuchtungsstärke

Die Beleuchtungsstärke E einer Fläche hängt von der wirksamen Lichtstärke I und dem Abstand r der Lichtquelle von der beleuchteten Fläche ab.

Die Beleuchtungsstärke einer Fläche nimmt mit dem Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle ab.

Die allgemeingültige Beziehung zwischen Lichtstärke I (cd) und Beleuchtungsstärke E auf einer zur Richtung des einfallenden Lichtes senkrechten, relativ kleinen ebenen Fläche¹⁾ lautet:

$$\text{Beleuchtungsstärke } E = \frac{I}{r^2}$$

Die Einheit der Beleuchtungsstärke ist das Lux (Kurzzeichen: lx).

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \text{ lx} = \frac{1 \text{ cd}}{(1 \text{ m})^2}$$

Die Beleuchtungsstärke 1 Lux herrscht auf einer relativ kleinen Fläche, z. B. auf einer Postkarte, die von einem Candela in 1 m Abstand beleuchtet wird.

Im Falle eines schrägen Einfalls des Lichtes (Neigungswinkel ε gegen das Einfallslot) ist die Beleuchtungsstärke E vom Cosinus des Einfallswinkels ε abhängig, und wir erhalten

$$\text{Beleuchtungsstärke } E = \frac{I}{r^2} \cdot \cos \varepsilon$$

Lösungsbeispiel:

Welche Beleuchtungsstärke wird durch eine Glühlampe von 2400 cd

- a) auf einer horizontalen Fläche in 8 m Entfernung,
- b) auf einer unter 60° zur Lichtrichtung geneigten Fläche in 10 m Entfernung erzielt?

¹⁾ Nur auf eine relativ zur Entfernung der Lichtquelle kleine ebene Fläche fallen alle Lichtstrahlen praktisch lotrecht auf.

<i>Gesucht:</i> Beleuchtungsstärke E	<i>Gegeben:</i> Lichtstärke $I = 2400$ cd
	Entfernung a) $r = 8$ m
	b) $r = 10$ m
	Neigung der Fläche $\alpha = 60^\circ$

$$\text{Lösung: } E = \frac{I}{r^2}$$

$$\text{a) } E = \frac{2400 \text{ cd}}{(8 \text{ m})^2} \quad E = \underline{\underline{37,5 \text{ lx}}}$$

b) bei 60° -Neigung zur Lichtrichtung ist der Einfallswinkel

$$\varepsilon = 30^\circ$$

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \varepsilon$$

$$E = \frac{2400 \text{ cd}}{(10 \text{ m})^2} \cos 30^\circ \quad \text{Aus der Tafel der Winkelfunktionen}$$

$$\cos 30^\circ = 0,866$$

$$E = 24 \text{ lx} \cdot 0,866 \quad E = \underline{\underline{20,78 \text{ lx}}}$$

3. Die Leuchtdichte

Die technischen Lichtquellen sind stets strahlende Flächen¹⁾.

Bei strahlenden Flächen rechnet man mit einer „spezifischen Strahlungsmenge“.

Die „spezifische Strahlungsmenge“ oder „Leuchtdichte“ der Lichtquelle ist die von 1 cm^2 der leuchtenden Fläche ausgehende Strahlung.

$$\text{Leuchtdichte } B = \frac{I}{F}$$

Es bedeuten:

I Lichtstärke

F Fläche der Lichtquelle.

Die Einheit der Leuchtdichte ist 1 Stilb (Kurzzeichen: sb).

Die Leuchtdichte 1 Stilb hat eine Lichtquelle, wenn die Lichtstärke von je 1 cm^2 ihrer Leuchtfläche 1 cd beträgt.

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \text{ sb} = \frac{1 \text{ cd}}{1 \text{ cm}^2}$$

Lösungsbeispiel:

Wie groß ist die Leuchtdichte einer Glühlampe von 2400 cd, wenn die Leuchtdrahtwendel eine strahlende Fläche von $1,5 \text{ cm}^2$ hat?

Gesucht: Leuchtdichte B

Gegeben: Lichtstärke $I = 2400$ cd

Leuchtfläche $F = 1,5 \text{ cm}^2$

$$\text{Lösung: } B = \frac{I}{F}$$

$$B = \frac{2400 \text{ cd}}{1,5 \text{ cm}^2}$$

$$B = \underline{\underline{1600 \text{ sb}}}$$

¹⁾ Die in Lehrbüchern der geometrischen Optik fast ausschließlich verwendete Darstellung der Lichtquelle als Punkt ist eine aus mathematischen Gründen vorgenommene Vereinfachung, vor der man sich bei lichttechnischen Betrachtungen hüten muß.

4. Lichtstrom

Der Lichtstrom Φ ist die von einer Lichtquelle nach allen Seiten ausgestrahlte Lichtmenge (bei nicht matten Lampen auch „Nacktstrahlung“ genannt).

Der auf eine Fläche F treffende Lichtstrom Φ ist das Produkt aus der Beleuchtungsstärke E und der Größe der beleuchteten Fläche F .

$$\text{Lichtstrom } \Phi = E \cdot F$$

Es bedeuten:
 E Beleuchtungsstärke
 F beleuchtete Fläche

Die Einheit des Lichtstromes ist 1 Lumen (Kurzzeichen: 1 lm).

Der Lichtstrom 1 Lumen ist diejenige Lichtmenge, die auf einer Fläche von 1 m^2 die Beleuchtungsstärke 1 Lux erzeugt.

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \text{ lm} = 1 \text{ lx} \cdot 1 \text{ m}^2$$

Unter Lichtstromleistung einer Glühlampe versteht man den auf die Einheit der elektrischen Leistung (1 W) bezogenen Lichtstrom.

$$\text{Lichtstromleistung} = \frac{\Phi}{N}$$

Es bedeuten:
 Φ Lichtstrom
 N elektrische Leistung

Größenvorstellung:

alte Kohlenfadenlampe	3,5 lm/W
Glühlampe 60—100 W (220 V)	16 lm/W
Glühlampe 300 W	19 lm/W
Glühlampe 1000 W	22,5 lm/W

Von einer nahezu punktförmigen Lichtquelle verteilt sich der Lichtstrom Φ gleichmäßig nach allen Richtungen. Auf einer um die Lichtquelle als Mittelpunkt gelegten Kugel von 1 m Radius, deren Innenfläche $4 \pi \text{ m}^2$ beträgt, ergibt sich unter der Voraussetzung,

daß die Fläche nicht reflektiert, die gleichmäßige Beleuchtungsstärke $E = \frac{\Phi}{4 \pi}$ Lux. Diese Beleuchtungsstärke wird von einer im Mittelpunkt der Kugel befindlichen Lichtquelle erzeugt, die eine Lichtstärke von $I = \frac{\Phi}{4 \pi}$ Candela besitzt, da der Abstand der Kugelfläche von der Lichtquelle 1 m beträgt.

Die Beleuchtungsstärke der nicht reflektierenden Innenfläche einer Kugel von 1 m Radius durch eine in ihrem Mittelpunkt befindliche punktförmige Lichtquelle ist zahlenmäßig gleich der Lichtstärke der Lichtquelle.

Lösungsbeispiel:

Welchen Gesamtlichtstrom liefert eine 60-W-Lampe?

Gesucht: Gesamtlichtstrom Φ

Gegeben: elektrische Leistung $N = 60 \text{ W}$

Lösung: Die Lichtstromleistung einer 60-Wattlampe beträgt nach Tabelle

$$\frac{\Phi}{N} = 16 \text{ lm/W}$$

$$\Phi = N \cdot 16 \text{ lm/W}$$

$$\Phi = 16 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \cdot 60 \text{ W}$$

$$\Phi = \underline{\underline{960 \text{ lm}}}$$

Aufgaben:

1. a) Die Beleuchtungsstärke an einem Arbeitsplatz soll 120 lx betragen. Die Lampe kann aus technischen Gründen nicht tiefer angebracht werden als 2,5 m über dem Arbeitstisch. Welche Lichtstärke muß die Lampe haben?
- b) Welche Lichtstärke braucht die Lampe nur zu haben, wenn die Lichtausbeute durch einen Reflektor um 25 % vergrößert wird?
- c) Um wieviel Meter müßte die Lampe mit Reflektor höher gehängt werden, um die gleiche Beleuchtungsstärke von 120 lx am Arbeitsplatz zu erzielen?
2. Eine 60-Wattlampe soll so über dem Arbeitsplatz eines Uhrmachers aufgehängt werden, daß die Beleuchtungsstärke auf ihm 300 lx (für feinere Arbeiten erforderlich) beträgt.
3. Der gesamte Lichtstrom einer Glühlampe von 60 W wird mit Hilfe eines Scheinwerfers von 80 % Nutzeffekt auf eine Kreisfläche von 7 m² in 100 m Entfernung geworfen.
 - a) Wie groß ist die Beleuchtungsstärke auf der Kreisfläche in Lux?
 - b) Könnte man eine Zeitung lesen, wenn 50 lx zum Lesen einer Druckschrift ausreichend sind?
 - c) Welche Rolle spielt die Entfernung der beleuchteten Fläche von der Lichtquelle?

4. An den beiden Enden eines 10 m langen und 3 m breiten, fensterlosen Korridors ist in der Mitte der Längswand eine Aushängetafel angebracht. Diese wird von 2 Lampen beleuchtet, die über der Mitte der Breitseiten des Korridors angebracht sind (Abb. 61). Die für leichte Lesbarkeit der Zeitungsschrift erforderliche Beleuchtungsstärke beträgt 50 lx. (Die Höhe der Lampen über dem Boden kann unberücksichtigt bleiben.)

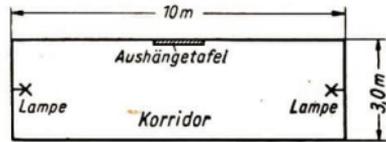


Abb. 61

- a) Wie groß muß die Lichtstärke einer Lampe in cd sein?
- b) Welche elektrische Leistung verbraucht sie?
(Siehe Angaben über die Lichtstromleistung von Glühlampen (auf Seite 24))
- c) Ist diese Anordnung der zwei Lampen technisch zweckmäßig?
- d) Welche Lichtstärke muß eine Lampe haben, die 2,5 m über dem Boden in der Mitte des Korridors aufgehängt wird, wenn die Mittenhöhe der Tafel 1,5 m beträgt? Wie groß ist der erforderliche Lichtstrom und der Wattverbrauch der Lampen? Was ist die bessere Lösung?
5. Eine Lichtquelle L (Abb. 62) versorgt einen Kondensator K mit einem Lichtstrom von 3 lm, der durch die Linse A vom Durchmesser D_1 in den Kondensator eintritt. Der Lichtstrom füllt den Kegel LD_1 mit dem Kegelwinkel α aus. Bei gleichbleibendem Abstand e der Lichtquelle soll vom Kondensator die dreifache Lichtmenge, also 9 lm, erfaßt werden.

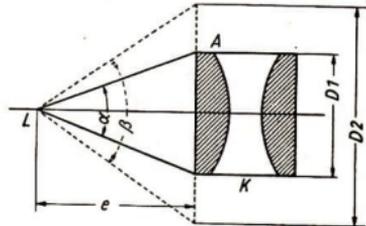


Abb. 62

Wie groß ist der Winkel β des neuen Kegels und welchen Durchmesser bekommt die Linse A?

Gegeben: $\alpha = 40^\circ$, $e = 60$ mm, $D_1 = 2 \cdot e \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 43,7$ mm

Die Aufgabe ist graphisch zu lösen.

B. Spiegelung

1. Ebener Spiegel

Spiegelungsgesetz für einen Lichtstrahl:

Beim ebenen Spiegel liegen der einfallende Strahl, das Einfallslot und der gespiegelte Strahl in einer Ebene senkrecht auf der Spiegelfläche. Der Spiegelungswinkel ist gleich dem Einfallswinkel (Abb. 63).

Einfallswinkel = Spiegelungswinkel

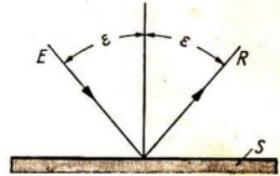


Abb. 63

Spiegelungsgesetz für Körper:

Der ebene Spiegel gibt ein scheinbares (virtuelles) Bild, das soweit hinter dem Spiegel liegt wie der Gegenstand vor dem Spiegel und das ebenso groß ist wie der Gegenstand. Die Verbindungslinie eines Bildpunktes und seines zugehörigen Gegenstandspunktes steht senkrecht zur Ebene des Spiegels.

Lösungsbeispiel:

Bestimme die Lage des Spiegelbildes eines Pfeils $P'Q'$ (Abb. 64) durch Konstruktion!

Gesucht: Bild $P'Q'$

Gegeben: Gegenstand PQ

Lösung:

Von jedem Punkt des Pfeils gehen nach allen Richtungen Strahlen aus (Abb. 64). Wir zeichnen die von den Endpunkten P und Q des Pfeils nach dem Fußpunkt L des an beliebiger Stelle errichteten Lotes N auf der Spiegelebene gehenden Strahlen E_1 und E_2 und die reflektierten Strahlen R_1 und R_2 unter Anwendung des Spiegelungsgesetzes für Strahlen:

$$\sphericalangle E_1LN = \sphericalangle NLR_1$$

$$\sphericalangle E_2LN = \sphericalangle NLR_2$$

Um die Lage von P' und Q' zu ermitteln, brauchen wir mindestens noch einen Strahl für jeden Punkt und wählen dazu die Strahlen, die von P und Q ausgehend senkrecht auf den Spiegel fallen, also nach der Spiegelung ihre Richtung beibehalten. Die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen

R_1 und E_3 schneiden sich in Punkt P'

R_2 und E_4 schneiden sich in Punkt Q'

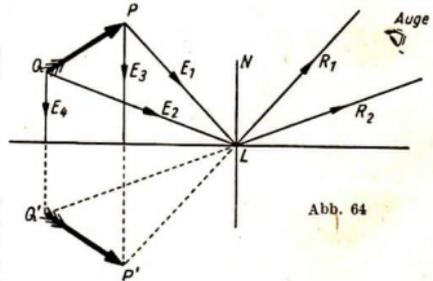


Abb. 64

$P'Q'$ ist das Bild von PQ . Für den Beobachter liegt im Bild der Punkt P links von Q' , beim Gegenstand P rechts von Q . Das Bild ist also seitenverkehrt.

Aufgaben:

1. Konstruiere das Spiegelbild des Buchstabens F in Abb. 65!
2. Konstruiere das Spiegelbild des Dreiecks ABC in Abb. 66!



Abb. 65

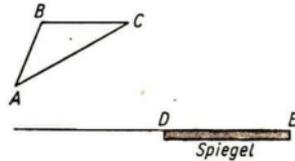


Abb. 66

3. Innerhalb welchen Gebietes kann das Spiegelbild des Dreiecks ABC ($A'B'C'$) (Abb. 66) beobachtet werden?

Anleitung: Fasse den Spiegel als ein Fenster auf, hinter dem das Spiegelbild $A'B'C'$ liegt, als wäre es ein reales Objekt, und bestimme für jeden einzelnen Bildpunkt den Bereich, in dem er sichtbar wird!

4. Wieviel Spiegel sind mindestens nötig, um von einem Gegenstand ein seitenrichtiges Bild zu erhalten?
5. Mit Hilfe ebener Spiegel S_1 und S_2 soll der Werkmeister von seinem Arbeitsplatz A aus die Uhr U direkt ablesen können (siehe Abb. 67). Welche Winkel γ_1 und γ_2 müssen die Spiegel S_1 und S_2 mit den Wänden W_1 und W_2 bilden, wenn der Strahl, der von der Uhrmitte zum Beobachter geht, die Spiegel in ihrer Mitte trifft?

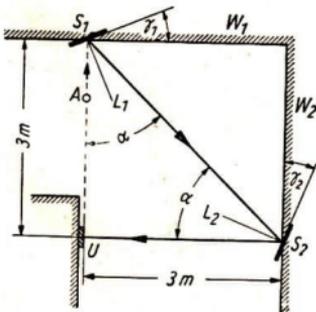


Abb. 67

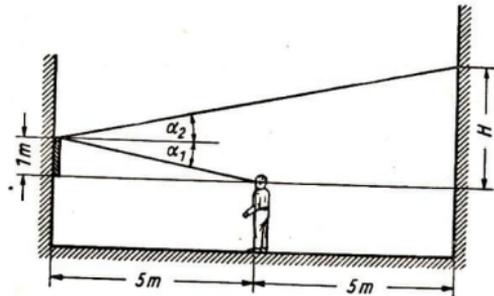


Abb. 68

6. Welche Höhe H kann ein Beobachter an einer Wand übersehen, die sich in 5 m Entfernung hinter ihm befindet, wenn in 5 m Entfernung vor ihm ein 1 m hoher Spiegel hängt, dessen Unterkante in Augenhöhe liegt? (Abb. 68)

Anleitung: Beachte, daß $\alpha_1 = \alpha_2$ ist!

2. Gekrümmte Spiegel

a) Sphärische oder Kugel-Hohlspiegel

Bezeichnungen (Abb. 69):

- M Krümmungsmittelpunkt des Spiegels
- r Krümmungsradius
- S Scheitel des Spiegels
- MS Optische Achse des Spiegels
- F Brennpunkt des Spiegels
- α Öffnungswinkel des Hohlspiegels.

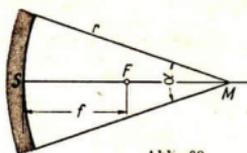


Abb. 69

Zur Spiegelachse parallele, achsennahe Strahlen werden nach der Reflexion in einem Punkt, dem Brennpunkt, vereinigt.

Der Brennpunkt liegt auf der Spiegelachse und halbiert den Abstand des Krümmungsmittelpunktes vom Scheitelpunkt des Spiegels.

$$\text{Brennweite } f = \frac{r}{2}$$

Es bedeuten:

- f Abstand des Brennpunktes vom Scheitelpunkt des Spiegels
- r Krümmungsradius des Spiegels

Gang der Strahlen besonderer Richtung (Abb. 70)

1. Achsennahe *Parallelstrahlen*¹⁾ gehen nach der Reflexion am Spiegel durch den Brennpunkt und umgekehrt werden Strahlen durch den Brennpunkt parallel zur Achse reflektiert (z. B. p , p').
2. *Strahlen durch den Krümmungsmittelpunkt* werden in sich reflektiert (z. B. m und m').
3. *Strahlen, die auf den Kugelspiegel im Scheitel K* auftreffen, werden unter dem gleichen Winkel zur Achse reflektiert, unter dem sie einfallen (z. B. S und S').

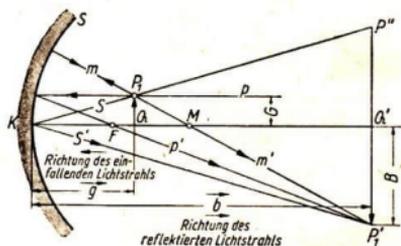


Abb. 70

Hohlspiegelgesetz:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{g} + \frac{1}{f}$$

Vergrößerungszahl:

$$c = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

Es bedeuten:

- G Gegenstandsgröße
- B Bildgröße
- g Gegenstands Entfernung vom Scheitel des Spiegels
- b Bildentfernung vom Scheitel des Spiegels
- f Brennweite

¹⁾ Bündel und Büschel größerer Öffnung sind mit sphärischer Aberration (Kugelgestaltfehler) behaftet und vereinigen sich nicht in einem Bildpunkt.

Vorzeichenregel:

g und b werden vom Spiegel aus gerechnet und gelten als positiv, wenn ihre Richtung mit der Richtung des Lichtes übereinstimmt, als negativ, wenn sie gegen diese verlaufen. Strecken senkrecht zur Achse werden nach oben positiv, nach unten negativ gezählt (DIN 1335).

Die Brennweite f des Hohlspiegels ist positiv.

Ein Hohlspiegel erzeugt von einem Gegenstand, der sich außerhalb der Brennweite befindet, ein reelles¹⁾, von einem Gegenstand, der sich innerhalb der Brennweite befindet, ein virtuelles Bild (b hat einen negativen Wert).

Lösungsbeispiel:

Ein Hohlspiegel von 15 cm Brennweite entwirft von einem 20 cm entfernten und 3 cm hohen Gegenstand ein Bild.

- a) In welcher Entfernung vom Spiegel befindet sich das Bild?
b) Wie groß wird das Bild?

Gesucht: a) Bildweite b
b) Bildgröße B

Gegeben: Brennweite $f = 15$ cm
Gegenstandsweite $g = -20$ cm
Größe des Gegenstandes $G = +3$ cm

$$\begin{aligned} \text{Lösung: a) } \frac{1}{b} &= \frac{1}{g} + \frac{1}{f} \\ b &= \frac{f \cdot g}{f + g} \\ b &= \frac{+15 \text{ cm} \cdot (-20 \text{ cm})}{+15 \text{ cm} - 20 \text{ cm}} & b &= \underline{\underline{+60 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

b hat ein positives Zeichen, da seine Richtung mit der Richtung der reflektierten Lichtstrahlen übereinstimmt (vgl. Abb. 70).

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{B}{G} &= \frac{b}{g} \\ B &= \frac{b}{g} \cdot G \\ B &= \frac{+60 \text{ cm}}{-20 \text{ cm}} \cdot 3 \text{ cm} & B &= \underline{\underline{-9 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

Das Bild ist vergrößert und befindet sich unterhalb der optischen Achse.

Aufgaben:

- Wie groß ist die Brennweite und der Krümmungsradius eines Hohlspiegels, der von einem 8 cm von ihm entfernten Gegenstand ein Bild in 24 cm Entfernung vom Spiegel entwirft?
- Ein Hohlspiegel mit einem Krümmungsradius von 16 cm entwirft von einem 4 cm vom Spiegel entfernten Gegenstand ein Bild.
 - Wie weit ist das Bild vom Spiegel entfernt?
 - Wie liegt das Bild zum Spiegel?
 - Bestimme die Vergrößerungszahl!

¹⁾ Ein reelles optisches Bild ist auf einer Fläche (z. B. einem Projektionsschirm oder einer photographischen Platte) auffangbar, ein virtuelles nicht.

Scheinwerferproblem

Genau parallele Lichtbündel sind nicht zu verwirklichen; denn sie setzen eine punktförmige, also ausdehnungslose Lichtquelle voraus, deren Leuchtdichte unendlich sein müßte, um eine endliche Lichtmenge auszustrahlen. Wohl aber ist es möglich, eine ausgedehnte, am besten kugelförmige Lichtquelle, z. B. die weißglühende Kugel einer Punktlichtlampe oder einen glühenden Kohlestift, durch einen Kugelspiegel (am vollendetsten durch einen Parabelspiegel) derart abzubilden, daß auf eine endliche Strecke, beispielsweise auf 7 m, ein Lichtbündel von nahezu konstantem Querschnitt erzeugt wird. Innerhalb dieser 7 m erhalten wir eine von der Entfernung vom Scheinwerfer unabhängige konstante Beleuchtungsstärke.

Aufgaben:

9. Das Licht einer kreis- oder kugelförmigen Lichtquelle L von $d = 0,3$ cm Durchmesser soll von einem Scheinwerfer S vom Durchmesser $D = 15$ cm auf eine Strecke von 7 m als parallel erscheinendes Lichtbündel von überall gleichem Querschnitt abgebildet werden (Abb. 71).



Abb. 71

Anleitung:

Wir fassen den Schnitt des Parallelstrahlenbündels mit einer zur Spiegelachse senkrechten, vom Spiegel 7 m entfernten Ebene als Bild der Lichtquelle L auf.

- Welchen Durchmesser muß das Strahlenbündel besitzen, wenn der ganze Spiegel ausgenutzt wird?
- Bestimme die Lage und Größe eines Gegenstandes, dessen Bild die Größe des Scheinwerferdurchmessers im Abstand $e = 7$ m vom Scheitel des Spiegels hat!
- Wie groß muß die Brennweite und der Krümmungsradius des Spiegels sein?
- In welcher Entfernung vom Scheitel muß die Lichtquelle angebracht werden?
- Wie ist es zu erklären, daß das parallel erscheinende Lichtstrahlenbündel nach einer bestimmten Entfernung diesen Charakter übergangslos verliert?

b) Gewölbte Spiegel

Für den gewölbten Spiegel gelten die entsprechenden Regeln und Gesetze wie für den Hohlspiegel.

Achsenparallele und achsennahe Strahlen werden vom gewölbten Spiegel so reflektiert, als ob sie von einem hinter dem Spiegel in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkt M und dem Scheitel K liegenden Punkt, dem scheinbaren Brennpunkt, herkämen.

$$\text{Brennweite } f = \frac{r}{2} \quad (\text{ist negativ})$$

Das vom gewölbten Spiegel erzeugte Bild ist virtuell, aufrechtstehend und verkleinert (Abb. 72).

Aufgaben:

10. Ein Motorradfahrer will in einem seitlich von ihm an der Steuerung angebrachten Kugelspiegel, der gewölbt ist und 6 cm Durchmesser besitzt, nach hinten ein Gesichtsfeld von $2 \times 30^\circ = 60^\circ$ überblicken.

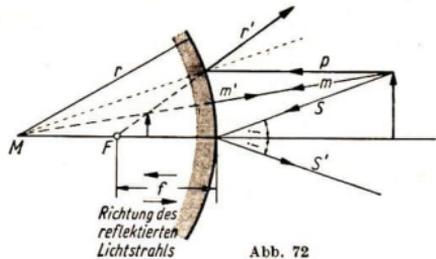
a) Bestimme den größtmöglichen Durchmesser des Bildes bei senkrechter Blickrichtung!

b) Wie groß darf der Durchmesser des Bildes höchstens sein, wenn der Übersichtsverlust bei schrägem Aufblick 10 % beträgt?

c) Welchen größten Krümmungsradius kann man dem Spiegel geben? ¹⁾

Betrachte das vom Kugelspiegel erzeugte, innerhalb der Kugel liegende Bild als einen Gegenstand, die Fassung des Spiegels als den Rand einer Luke, hinter welcher dieser Gegenstand liegt! Denn auch vom Bild gehen wie von einem Gegenstand Strahlen aus, die wir wahrnehmen.

11. Löse die Aufgabe 10, wenn unter b) an Stelle des Übersichtsverlustes von 10 % der Winkel α der schrägen Aufsicht mit 15° gegeben ist!



C. Brechung des Lichtes

1. Brechungsahl

Im materiefreien Raum pflanzt sich das Licht mit der Geschwindigkeit von 300 000 km/s fort.

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c_0 = 300\,000$ km/s

In Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit c des Lichtes kleiner als c_0 . c hat für jeden Stoff einen bestimmten, artigen Wert.

Das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes im Vakuum zu der im Medium $\left(\frac{c_0}{c}\right)$ bezeichnet man als den Brechungsindex oder die Brechungsahl des betreffenden Mediums.

$$\text{Brechungsahl } n = \frac{c_0}{c}$$

Es bedeuten:

c_0 Lichtgeschwindigkeit im materiefreien Raum

c Lichtgeschwindigkeit im Medium

¹⁾ In einer spiegelnden Glaskugel von 6 cm Durchmesser würde man einen Bildwinkel von 180° überblicken, aber auf dem Bilde wäre alles winzig klein. Da der Spiegel nicht nur einen Bildwinkel von 60° beherrschen, sondern auch ein möglichst großes Bild erzeugen soll, muß er die kleinste Krümmung, also den größten Radius erhalten, der mit der gestellten Bedingung vereinbar ist.

Die Brechungszahl n ist eine Materialkonstante; sie ist aber für das betreffende Medium noch von der Temperatur und von der Wellenlänge, also im sichtbaren Licht von der Farbe abhängig.

Tabelle: Brechungszahlen $n = \frac{c_0}{c}$ bei 20° C für Natriumlicht (Wellenlänge $\lambda = 589,0 \mu\mu$)

Gase	Flüssigkeiten	Festkörper
Wasserstoff (H ₂) 1,000139	Wasser 1,3330	Kronglas (Schott K ₁) 1,5098
Luft 1,000292	Alkohol 1,3617	Flintglas (Schott F ₁) 1,6259
Chlor (Cl ₂) 1,000781	Benzol 1,5014	Diamant 2,420
	Cassiaöl 1,6050	
	Schwefelkohlenstoff 1,6275	

Die Brechungszahl n für das Vakuum ist 1

Von zwei Stoffen bezeichnet man den Stoff mit der größeren Brechungszahl als optisch dichter.

2. Brechung eines Lichtstrahls

Stoßen zwei Medien M und M' mit den Brechungsindizes n und n' in einer Ebene EE zusammen (Abb. 73), so wird ein Lichtstrahl, der unter dem Winkel i gegen das Einfallslot N die Ebene EE durchsetzt, abgelenkt. Ist i' der Austrittswinkel relativ zum Lot N, so besteht die Beziehung:

$$\text{Brechungsgesetz} \quad \frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n'}{n}$$

Es bedeuten:

- n' Brechungszahl des Mediums M'
- n Brechungszahl des Mediums M
- i Einfallswinkel relativ zum Einfallslot N
- i' Austrittswinkel relativ zum Einfallslot N

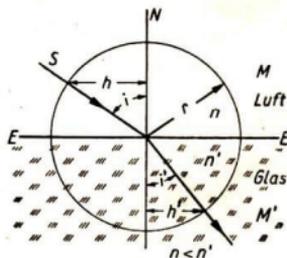


Abb. 73

Beim Übertritt eines Lichtstrahls vom optisch dünneren Medium in das optisch dichtere wird der Lichtstrahl zum Einfallslot hin gebrochen.

Ein Strahl, der senkrecht auf die Trennungsfäche zweier Medien (Einfallswinkel $i = 0^\circ$) einfällt, geht ungebrochen in das andere Medium über.

Ist der Einfallswinkel i ein rechter Winkel (Sonderfall streifenden Einfall des Strahls), so ergibt sich für i' ein spezieller Wert, denn für $\sin i = 1,0$ wird $\sin i' = \frac{n}{n'}$.

Lösungsbeispiele:

1. Ein Strahl des Natriumlichts geht mit einem Einfallswinkel von 45° aus dem luft-erfüllten Raum in Wasser über. Wie groß ist der Brechungswinkel?

Gesucht: Brechungswinkel i'

Gegeben: Einfallswinkel $i = 45^\circ$

Medium M: Luft

Medium M: Wasser

Aus Tabelle: n für Luft = 1

n' für Wasser = 1,333

$$\begin{aligned} \text{Lösung: } \frac{\sin i}{\sin i'} &= \frac{n'}{n} \\ \sin i' &= \frac{n \sin i}{n'} \end{aligned}$$

$$\sin i' = \frac{\sin 45^\circ}{1,333}$$

$$\sin i' = \frac{0,70711}{1,333}$$

$$\sin i' = 0,530$$

Aus der Tafel der Winkel-

funktionen: $\sin 45^\circ = 0,70711$

$$i' = \underline{\underline{32^\circ}}$$

2. Berechne den Ablenkungswinkel bei streifendem Einfall des Lichtstrahls aus Luft in Wasser für gelbes Licht! ($n_L = 1,000$)

Gesucht: Ablenkungswinkel i'

Gegeben: Einfallswinkel $i = 90^\circ$

Brechungszahl für Luft $n_L = 1,000$

$$\text{Lösung: } \sin i = \frac{n'}{n}$$

Aus Tabelle:

$$n_W = n' = 1,3330$$

$$\sin i' = \frac{1}{1,333}$$

$$\sin i' = 0,75$$

$i' = 48^\circ 35'$ mit Rechenschieber

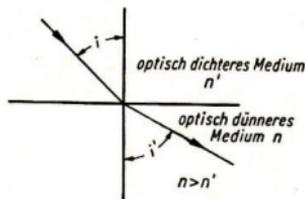
$i' = \underline{\underline{48^\circ 35' 25''}}$ genauer Wert

Aufgaben¹⁾:

1. Berechne den Brechungswinkel für einen im Winkel von 30° aus Luft in Cassiaöl einfallenden Lichtstrahl!
2. Wie groß ist der Brechungswinkel für einen im Winkel von 30° aus Wasser in Cassiaöl einfallenden Lichtstrahl?
3. Berechne den Ablenkungswinkel bei streifendem Einfall des Lichtstrahls für die Grenzschicht zwischen Cassiaöl und Wasser!

3. Totalreflexion

Beim Übertritt eines Lichtstrahles vom optisch dichteren Medium in das optisch dünnere wird der Lichtstrahl vom Einfallslot fort gebrochen (Abb. 74).



¹⁾ In den folgenden Aufgaben sind unter Lichtstrahlen schlechthin stets die Strahlen des Natriumlichtes verstanden.

Abb. 74

Der Einfallswinkel i_0 eines Lichtstrahls im optisch dichteren Medium, für den der Brechungswinkel im optisch dünneren Medium 90° wird, heißt der Grenzwinkel (Abb. 75).

$$\sin i_0 = \frac{n}{n'}$$

Es bedeuten:

- i_0 Grenzwinkel
- n Brechungszahl des dünneren Mediums
- n' Brechungszahl des dichteren Mediums

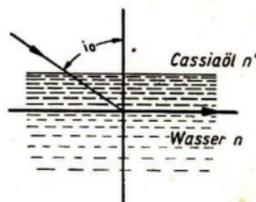


Abb. 75

Ein aus dem optisch dichteren Medium kommender Lichtstrahl wird an der Grenzschicht zu einem optisch dünneren Medium total reflektiert, wenn der Einfallswinkel den Grenzwinkel übersteigt.

Lösungsbeispiel:

Wie groß ist der Grenzwinkel der Totalreflexion für die Grenzschicht Cassiaöl-Wasser? (Abb. 75)

Gesucht: Grenzwinkel i_0

Gegeben: Stoffe der Grenzschicht:
Cassiaöl/Wasser

Lösung: $\sin i_0 = \frac{n}{n'}$

$$\sin i_0 = \frac{1,3330}{1,6050}$$

$$\sin i_0 = 0,8305$$

Aus Tabelle: n für Wasser = 1,3330
 n' für Cassiaöl = 1,6050

$$i_0 = \underline{\underline{56^\circ 9'}}$$

Aufgaben:

4. Bestimme den Grenzwinkel der Totalreflexion für die Grenzschicht Kronglas—Luft!
5. Wie groß ist der Grenzwinkel der Totalreflexion für die Grenzschicht Wasser—Luft?
6. Wie erscheint einem Taucher im Wasser die unbewegte Wasseroberfläche?
7. Es ist bekannt, daß man an einem innen mattierten Glasrohr von außen erkennen kann, bis zu welcher Höhe es mit einer Flüssigkeit gefüllt ist. Der gefüllte Teil erscheint erheblich dunkler als der leere (Abb. 76).

a) Warum ist dies der Fall?

b) Wie können wir diese Erkenntnis dazu verwenden, die Rückseite der Glasplatte P (Abb. 77) so zu



Abb. 76

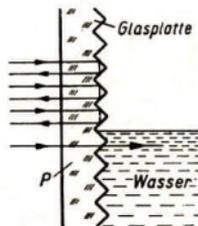


Abb. 77

gestalten, daß sie als Fenster vor einem Behälter sofort den Flüssigkeitsstand erkennen läßt? Der Brechungsindex des Glases sei 1,524.

- c) Können wir auch eine nur rückseitig grobmattierte Glasplatte als Fenster benutzen?

4. Ablenkung durch ein Prisma

Ein Lichtstrahl wird beim Durchgang durch die Seitenflächen eines dreieckigen Prismas um den Winkel δ von der Kante des brechenden Winkels γ abgelenkt.

Bei Durchgang des Lichtstrahls durch das Prisma (Abb. 78) ist nach geometrischen Lehrsätzen:

Kantenwinkel $\gamma = i_1 + i_2$

Ablenkungswinkel $\delta = (i_1 - i_1') + (i_2' - i_2) = i_1 + i_2' - \gamma$

Nach dem Brechungsgesetz ist:

$\sin i_1 = n \sin i_1'$

und

$\sin i_2' = n \cdot \sin i_2$

bei sehr kleinem Einfallswinkel und Brechungswinkel

$i_1 = n \cdot i_1'$ und $i_2' = n \cdot i_2$.

Durch Einsetzen dieser Werte in die obige Gleichung ergibt sich:

Ablenkungswinkel $\delta = n \cdot i_1' - i_1' + n \cdot i_2 - i_2 = (n - 1) (i_1' + i_2)$
 $\delta = (n - 1) \cdot \gamma$

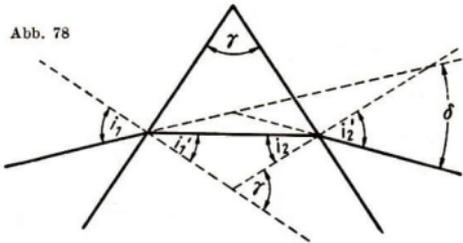


Abb. 78

Lösungsbeispiel:

In einem Ablesefernrohr sollen gleichzeitig zwei Marken sichtbar werden, die sich an zwei verschiedenen Orten befinden (Abb. 79). Ist die Achse des Fernrohrs auf die eine Marke eingestellt, so bildet die Richtung von der Austrittsstelle nach der zweiten Marke mit der Fernrohrachse einen Winkel von 4° .

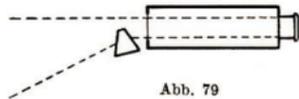


Abb. 79

Die Ablenkung soll durch ein Prisma aus Spiegelglas mit dem Brechungsindex 1,520 erfolgen.

- a) Welchen brechenden Winkel muß man dem Prisma geben?
 b) Warum kann man die Ablenkung durch ein einfaches Prisma nicht anwenden, wenn der Winkel statt 4° z. B. 25° beträgt?

Gesucht: Kantenwinkel γ

Gegeben: Ablenkungswinkel $\delta = 4^\circ$
 Brechungsindex $n = 1,520$

Lösung: a) $\delta = (n - 1) \gamma$

$\gamma = \frac{\delta}{n - 1}$

$\gamma = \frac{4^\circ}{1,52 - 1}$

$\gamma = 7,7^\circ$

- b) Stärkere Ablenkungen sind mit einem einfachen Prisma nicht ausführbar, da Farbzerlegung auftritt. Die Marke bekommt farbige Säume.

Aufgabe:

8. Gegeben ist ein Prisma, dessen zweite Fläche B (Abb. 80) verspiegelt ist. Ein Lichtstrahl S tritt unter dem Einfallswinkel i in die nicht verspiegelte Fläche A im Punkte P ein. Der eingedrungene Lichtstrahl soll nach seiner Spiegelung an der Fläche B wieder durch den Punkt P in der gleichen Richtung austreten, also in sich selbst zurückgespiegelt werden. Der Winkel i des einfallenden Lichtstrahls beträgt 42° ; der Brechungsindex des Glases ist für gelbes Licht 1,52. Es sind folgende Fragen zu beantworten:

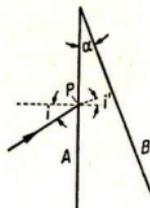


Abb. 80

1. Unter welchem Winkel muß der gebrochene Strahl auf die spiegelnde Fläche B auftreffen?
2. Welchen brechenden Winkel γ muß das Prisma haben?
3. Beweise, daß Strahlen anderer Wellenlänge (Farbe) als Gelb bei gleichbleibenden Winkeln γ und i nicht in sich zurückgespiegelt werden!

5. Bilderzeugung durch Brechung

Aus dem Brechungsgesetz für einen Lichtstrahl erhalten wir noch keinen Aufschluß über die Lage der bei der Brechung entstehenden Bilder von Gegenständen oder der bereits gegebenen optischen Bilder. Dazu ist erforderlich, daß wir 2 Strahlen zum Schnitt bringen.

Lösungsbeispiel:

Von einem leuchtenden Punkt P (Abb. 81) ausgehend fällt der Strahl S senkrecht auf die Ebene FF, welche die zwei Medien Luft — Glas trennt. Wo befindet sich das Bild des Punktes P infolge der Brechung der Lichtstrahlen an der Ebene FF?

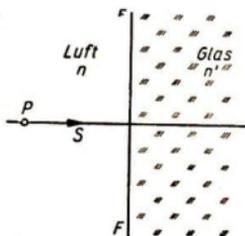


Abb. 81

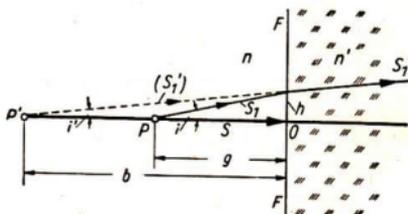


Abb. 82

Lösung: Da P ein leuchtender Punkt ist, gehen von ihm viele Strahlen aus. Der Strahl S, der ungebrochen durch die Fläche FF geht, kann uns keinen Aufschluß über die Lage des Bildes geben. Wir ziehen deshalb einen zweiten Strahl S_1 (Abb. 82) von P aus nach der Fläche und denken uns den Winkel i so klein, daß sein Sinus gleich dem Tangens des Winkels ist. Dann erhält das Brechungsgesetz die Form:

$$\frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} i'} = \frac{n'}{n}$$

Nach Abb. 82 ist: $\operatorname{tg} i = \frac{h}{OP}$, $\operatorname{tg} i' = \frac{h}{OP'}$

$$\frac{\frac{h}{OP}}{\frac{h}{OP'}} = \frac{OP'}{OP} = \frac{n'}{n}$$

$$OP' = \frac{n'}{n} \cdot OP$$

Bezeichnen wir in üblicher Weise OP mit g und OP' mit b , so ergibt sich:

$$\text{Bildweite } b = \frac{n'}{n} \cdot g$$

Es bedeuten:

b Bildentfernung

g Gegenstandsentsfernung

n' Brechungsanzahl des dichteren Mediums

n Brechungsanzahl des dünneren Mediums

Aufgaben:

9. Eine kleine Glühlampe P (Abb. 83) befindet sich im Abstand von 40 mm vor einer Glasplatte (Brechungsindex $n = 1,500$) von 30 mm Dicke. Der Beobachter befindet sich hinter der Glasplatte auf der Seite A .

- Bestimme den Abstand b_1 des Bildes der Glühlampe nach der Brechung an der Fläche F_1 !
- Wie verhält sich der Lichtstrahl beim Austritt aus der Fläche F_2 und welchen Einfluß hat dieses Verhalten auf die Entfernung des Bildes vom Beobachter?
- Wie groß ist die Entfernung b_1 des Bildes der Glühlampe von der Fläche F_2 ?
- Wo scheint die Lampe für den Beobachter in A zu liegen?
- Um wieviel hat sich die Lage des Bildes durch die Brechung an F_1 und F_2 verschoben, und in welcher Richtung erfolgt die Verschiebung?

10. Hinter einer planparallelen Glasplatte von 21 mm Dicke befindet sich in einer Entfernung von 15 mm ein Zeiger (Abb. 84). Aus technischen Gründen läßt sich hinter dem Zeiger keine Skala anbringen.

- Wie ist dennoch eine genaue Ablesung der Zeigerstellung zu bewerkstelligen?
- Wie muß die Skala beschriftet sein?

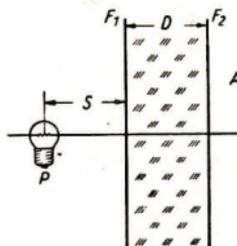


Abb. 83

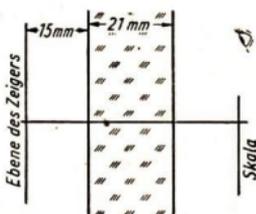


Abb. 84

D. Bilderzeugung durch Linsen

1. Bilderzeugung durch einfache Linsen

a) Linsenformeln

$$\text{Grundformel } \frac{1}{b} = \frac{1}{g} + \frac{1}{f}$$

Es bedeuten:

f Brennweite der Linse

g Abstand des Gegenstandes von der Linse

b Abstand des Bildes von der Linse

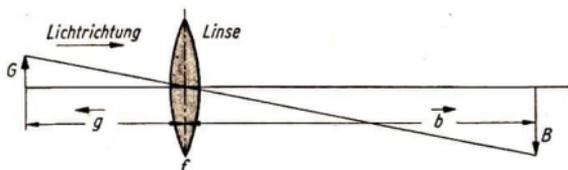


Abb. 85

Vorzeichenregel:

g und b werden von der Linse aus gerechnet und gelten als positiv, wenn sie mit der Richtung des Lichtes gehen, als negativ, wenn sie gegen diese verlaufen.

Im Schema ist also g negativ, b positiv, mithin:

$$\text{Entfernung des Gegenstandes von seinem Bild } L = b - g = b + |g|$$

Aus Abbildung 85 erhält man:

$$\text{Abbildungsmaßstab } c = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad 1)$$

Aus der Grundformel abgeleitete Formeln:

$$\text{Bildentfernung } b = \frac{g \cdot f}{f + g}$$

$$\text{Bildentfernung } b = c \cdot g$$

$$\text{Bildgröße } B = c \cdot G$$

$$\text{Brennweite } f = \frac{g \cdot b}{g - b}$$

$$\text{Brennweite } f = -L \cdot \frac{c}{(c - 1)^2}$$

$$\text{Abstand von Bild und Gegenstand } L = -f \cdot \frac{(c - 1)^2}{c}$$

1) Liegen Gegenstand und Bild auf verschiedenen Seiten der Linse, ist c negativ; liegen sie auf der gleichen Seite der Linse, so ist c positiv.

Den reziproken Wert der Linsenbrennweite bezeichnet man als die Brechkraft der Linse.

$$\text{Brechkraft} = \frac{1}{f}$$

Mißt man die Brennweite f in Metern, so erhält man die Brechkraft in Dioptrien.

$$\text{Anzahl der Dioptrien } \delta = \frac{1}{f [\text{m}]}$$

Es bedeutet:

f [m] Brennweite in Meter

Lösungsbeispiel:

1. Eine Sammellinse entwirft von einem 3 m von der Linse entfernten Gegenstand ein Bild auf einem 60 cm von der Linse entfernten Schirm.

- a) Wie groß ist die Brennweite der Linse?
b) Wieviel Dioptrien hat die Linse?

Gesucht: a) Brennweite f
b) Zahl der Dioptrien δ

Gegeben: Entfernung des Gegenstandes von der Linse $g = -300$ cm
Entfernung des Bildes $b = 60$ cm

$$\begin{aligned} \text{Lösung: a) } f &= \frac{g \cdot b}{g - b} \\ f &= \frac{-300 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm}}{-300 \text{ cm} - 60 \text{ cm}} \\ f &= \frac{-18000 \text{ cm}^2}{-360 \text{ cm}} \end{aligned}$$

$$f = \underline{\underline{50 \text{ cm}}}$$

$$\text{b) } \delta = \frac{1}{f [\text{m}]}$$

$$\delta = \frac{1}{0,5 \text{ m}}$$

$$\delta = \underline{\underline{2 \text{ Dioptrien}}}$$

Aufgaben:

- Berechne den Abbildungsmaßstab im Lösungsbeispiel!
- Eine Sammellinse von 30 cm Brennweite entwirft von einem 1,80 m entfernten und 50 cm hohen Gegenstand ein Bild.
 - Welcher Art ist das Bild?
 - In welcher Entfernung von der Linse entsteht das Bild?
 - Wie groß ist das Bild?
- Durch eine Sammellinse mit 3 cm Brennweite wird von einem 2 cm von der Linse entfernten Gegenstand ein Bild entworfen.
 - Welcher Art ist das Bild?
 - Wie weit ist das Bild von der Linse entfernt?
 - Wie groß ist der Abbildungsmaßstab?
- Ein Mechaniker kann infolge Kurzsichtigkeit ein Werkstück nur dann scharf sehen, wenn er es bis auf einen Abstand von 100 mm an sein Auge heranführt. Aus arbeitstechnischen Gründen läßt sich das Werkstück aber nur aus 300 mm

Abstand betrachten. Um aus dieser Entfernung richtig sehen zu können, benutzt der Mechaniker eine Brille.

- Muß die Brennweite der Brillengläser positiv oder negativ sein?
 - Welche Brennweite müssen die Brillengläser haben?
 - Welche Brechkraft haben die Linsen?
5. Die gleiche Aufgabe ist zu lösen für einen Weitsichtigen. Wir nehmen an, daß die Abbildung des Werkstücks im Unendlichen liegen muß, obwohl der Mechaniker Gegenstände in etwa 1 m Entfernung schon scharf sieht.
- Müssen die Brillengläser eine positive oder negative Brennweite haben?
 - Welche Brennweite müssen die Brillengläser haben?
 - Welche Brechkraft haben die Linsen?

Die Aufgaben 4 und 5 zeigen die außerordentliche Bedeutung der Brille für den Menschen; sie gibt ihm die Möglichkeit, einen Beruf zu ergreifen, zu dem er zwar befähigt ist, den er aber ohne Brille infolge Kurzsichtigkeit oder Weitsichtigkeit nicht ergreifen könnte.

6. Eine Skala S befindet sich 60 mm unterhalb des Wasserspiegels in einem Gefäß (Abb. 86). Über dem Wasserspiegel soll eine Linse L von 100 mm Brennweite zur Ablesung der Skala angebracht werden. Welchen Abstand x vom Wasserspiegel muß die Linse haben, damit die Skala in deren Brennpunkt liegt?

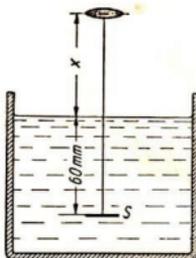


Abb. 86

- b) Abhängigkeit der Brennweite einer Linse von den Krümmungsradien der Linsenflächen und dem Brechungsindex des Glases

Brennweite f einer Linse bei Vernachlässigung der Dicke (Abb. 87)

$$\text{Brennweite } f = \frac{r_1 \cdot r_2}{(n - 1) \cdot (r_2 - r_1)}$$

Es bedeuten:

- n Brechungsindex des Glases
- r_1 Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche
- r_2 Krümmungsradius der hinteren Linsenfläche

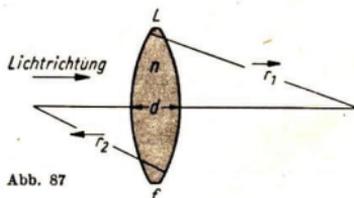


Abb. 87

Vorzeichenregel:

Der Radius wird vom Scheitel der Linse zum Krümmungsmittelpunkt gerechnet und gilt als positiv, wenn diese Richtung mit der des Lichtes übereinstimmt, andernfalls als negativ.

Lösungsbeispiel:

Der Krümmungsradius der Vorderfläche einer Sammellinse (Abb. 88) beträgt 45 mm, der der Rückfläche 120 mm; der Brechungsindex des Glases ist 1,5.

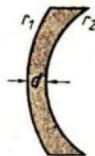


Abb. 88

Welche Brennweite besitzt die Linse ohne Berücksichtigung der Scheiteldicke?

Gesucht: Brennweite f

Gegeben: Vorderer Krümmungs-

radius $r_1 = 45 \text{ mm}$

Hinterer Krümmungs-

radius $r_2 = 120 \text{ mm}$

Brechungsindex $n = 1,5$

$$\text{Lösung: } f = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_2 - r_1)}$$

Nach der Vorzeichenregel ist: $r_1 = + 45 \text{ mm}$
 $r_2 = - 120 \text{ mm}$

$$f = \frac{+45 \text{ mm} \cdot (-120 \text{ mm})}{(1,5-1) \cdot (-120 \text{ mm} - 45 \text{ mm})} \quad f = + 65,45 \text{ mm}$$

Aufgaben:

- Berechne die Brennweite einer Konvex-Konkav-Linse nach Abb. 88, wenn der Krümmungsradius der Vorderseite 120 mm und der der Hinterseite 50 mm beträgt! (Brechungsindex des Glases 1,5)
- Welche Brennweite besitzt eine Linse nach Abb. 89, wenn die Krümmungsradien der beiden Flächen je 120 mm und der Brechungsindex des Glases 1,5 betragen?
- Berechne eine Sammellinse von 100 mm Brennweite aus Schwerverglas ($n = 1,60$), wenn die Beträge der beiden Krümmungsradien einander gleich sind! Der Krümmungsradius soll unter Vernachlässigung der Scheiteldicke bestimmt werden.
- Das Glasbild z. B. einer Leistungskurve soll 60mal vergrößert auf einem Projektionsschirm abgebildet werden. Der verfügbare Raum vom beleuchteten Glasbild bis zum Projektionsschirm beträgt 2,40 m. Welche Brennweite muß das hierzu erforderliche Projektionsobjektiv besitzen? (Was ist an der theoretisch berechneten Brennweite zu bemängeln?) Das Projektionsobjektiv kann als eine einzige Linse behandelt werden, deren Dicke vernachlässigt wird.

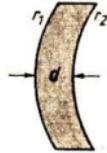


Abb. 89

2. Bilderzeugung durch Linsensysteme

Brennweite eines Systems von 2 Linsen bei Vernachlässigung der Dicke (Abb. 90)

$$f_{1,2} = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - e}$$

Es bedeuten:

f_1 Brennweite der 1. Linse

f_2 Brennweite der 2. Linse

e Abstand der Linsen

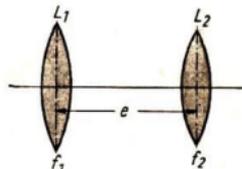


Abb. 90

Im Schema ist der Sonderfall dargestellt, daß beide Linsen Sammellinsen sind, f_1 und f_2 , also beide positiv sind.

Die obenstehende Formel gilt für alle Fälle, wenn die Brennweiten f_1 und f_2 mit ihren nach der Vorzeichenregel bestimmten Vorzeichen eingesetzt werden. Die Entfernung der Linsen e wird immer subtrahiert.

Lösungsbeispiel:

Ein Linsensystem besteht aus einer Konvexlinse mit 500 mm Brennweite und einer Konkavlinse mit -100 mm Brennweite in der gegenseitigen Entfernung von 450 mm. Wie groß ist die Brennweite des Linsensystems?

Gesucht: Brennweite des Linsensystems $f_{1,2}$

Gegeben: Brennweite der Konvexlinse $f_1 = +500$ mm
 Brennweite der Konkavlinse $f_2 = -100$ mm
 Entfernung der Linsen $e = 450$ mm

$$\text{Lösung: } f_{1,2} = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - e}$$

$$f_{1,2} = \frac{+500 \text{ mm} \cdot (-100 \text{ mm})}{+500 \text{ mm} - 100 \text{ mm} - 450 \text{ mm}}$$

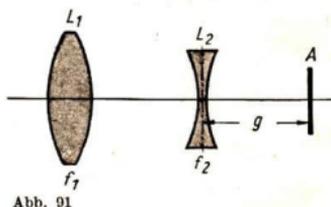
$$f_{1,2} = \frac{+500 \text{ mm} \cdot (-100 \text{ mm})}{-50 \text{ mm}}$$

$$f_{1,2} = + \underline{\underline{1000 \text{ mm}}}$$

Das Linsensystem hat die Wirkung einer Sammellinse.

Aufgaben:

11. Das von der Linse L_1 (Abb. 91) mit der Brennweite f_1 erzeugte reelle Bild eines Gegenstandes befindet sich in A. Im Abstand von 50 mm vor A wird eine Konkavlinse L_2 mit der Brennweite $f_2 = -100$ mm in den Strahlengang gebracht.



- a) Wo befindet sich das von der Linse L_2 erzeugte Bild A' des Bildes A?

- b) Spielt die Brennweite f_1 der Linse L_1 dabei eine Rolle?

12. Wo liegt in Aufgabe 11 das Bild A' , wenn L_2 eine Sammellinse der gleichen Brennweite ist?

Mit Hilfe optischer Systeme kann die genaue Beobachtung eines Arbeitsvorganges aus der Gefahrenzone an eine von ihr ausreichend weit entfernte Stelle verlegt werden.

13. Im Dreibackenfutter einer Drehbank ist ein Werkstück S (z. B. eine Kompaßlagerspitze) eingespannt (Abb. 92), das zur Kontrolle seiner Form während der Bearbeitung zehnfach vergrößert beobachtet werden muß.

- a) Kann der Mechaniker eine Lupe mit zehnfacher Vergrößerung anwenden? (Natürliche Sehweite 250 mm)

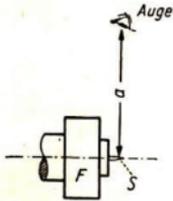


Abb. 92

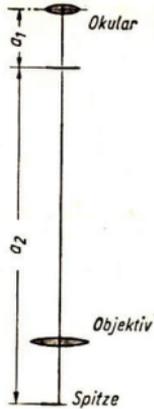


Abb. 93

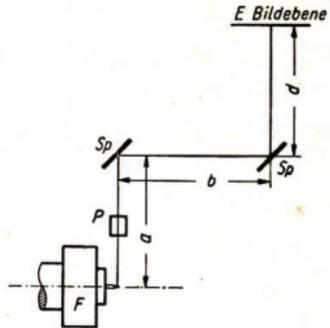


Abb. 94

- b) Die Aufgabe soll nach Abb. 93 durch eine Mikroskoptik gelöst werden, die es dem Mechaniker gestattet, aus einer Entfernung von 300 mm die Kompaßnadel während der Bearbeitung zu beobachten (Auge wie in Abb. 92). Das Objektiv des Mikroskops habe eine $2\frac{1}{2}$ fache, das Okular eine 4fache Vergrößerung.
- c) Die Aufgabe soll nach Abb. 94 durch ein Projektionsobjektiv P gelöst werden, das über zwei Spiegel Sp ein Bild in der Bildebene E erzeugt. $a = 200$ mm, $b = 200$ mm, $d = 80$ mm. Welche Brennweite muß das Objektiv haben?
 An welcher Stelle der Strecke a befindet sich das Objektiv, das wir uns durch eine einzige, sehr dünne Linse verwirklicht denken?

VI. ELEKTRIZITATSLEHRE

A. Strömungsgesetze im Gleichstromkreis

1. Ohmsches Gesetz

Die elektrische Stromstärke I ist das Verhältnis der Spannung U zum Widerstand R .

$$\text{Stromstärke } I = \frac{U}{R}$$

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \text{ A} = \frac{1 \text{ V}}{1 \Omega}$$

Durch Auflösen der Gleichung erhält man:

$$\text{Spannung } U = I \cdot R$$

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \text{ V} = 1 \text{ A} \cdot 1 \Omega$$

und

$$\text{Widerstand } R = \frac{U}{I}$$

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

Es bedeuten: I Stromstärke
 U Spannung
 R Widerstand

Lösungsbeispiel:

Ein Bügeleisen mit 80Ω Widerstand wird an eine Leitung mit einer Spannung von 220 V angeschlossen. Wie stark ist der Strom, der im Bügeleisen fließt?

Gesucht: Stromstärke I

Gegeben: Widerstand $R = 80 \Omega$
Spannung $U = 220 \text{ V}$

$$\text{Lösung: } I = \frac{U}{R}$$

$$I = \frac{220 \text{ V}}{80 \Omega}$$

$$I = \underline{\underline{2,75 \text{ A}}}$$

Aufgaben:

1. Wie groß ist die Stromstärke in einem Stromkreis bei 380 Volt Spannung, wenn der Leitungs- und der Verbraucherwiderstand zusammen 18Ω betragen?

2. Eine Kochplatte wird an 220 V angeschlossen. Sie besitzt nach Abb. 95 zwei wahlweise einschaltbare Widerstände von a) $R_1 = 120 \Omega$, b) $R_2 = 40 \Omega$. Berechne die Stärke des Stromes in jedem der beiden Widerstände!

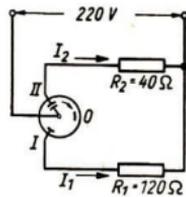


Abb. 95

3. Durch den Heizwiderstand eines LötKolbens von 20Ω fließt ein Strom von $0,4 \text{ A}$. Berechne die Spannung an der Steckdose, an die der LötKolben angeschlossen ist!
4. Mit einem Amperemeter, das mit einem Widerstand von $5 \text{ k}\Omega$ in Reihe geschaltet ist, mißt ein Monteur in einem Rundfunkempfänger einen Strom von $0,04 \text{ A}$. Wie groß war die beim Messen verwendete Spannung?
5. Eine Signalanlage, die eine Bank vor Einbrüchen schützen soll, besitzt einen Gesamtwiderstand von 150Ω . Die Elektromagnete der Signalanlage erfordern einen Strom von $0,16 \text{ A}$. Aus wieviel Zellen muß die anzuschließende Batterie bestehen, wenn jede Zelle 2 V Spannung besitzt?
6. Die Heizwendel einer Kochplatte wird mit einem Amperemeter auf Stromdurchgang geprüft. Die verwendete Spannung beträgt 220 V , das Amperemeter zeigt $3,3 \text{ A}$ an. Ermittle den Widerstand der Heizwendel!
7. Welchen Widerstand besitzt der Heizfaden einer Glühlampe, durch den bei 220 V Spannung ein Strom von $0,27 \text{ A}$ fließt?
8. Darf in einem Laboratorium mit 110 V -Anschluß ein elektrischer Glühofen angeschlossen werden, wenn der Widerstand der Heizwendel 15Ω beträgt und die Leitung mit 10 A abgesichert ist?
9. Wie hoch muß die Spannung einer Batterie zum Betrieb einer Telephonanlage sein, wenn deren Gesamtwiderstand 30Ω und die erforderliche Stromstärke $0,8 \text{ A}$ betragen?
10. Durch den Heizfaden einer Gleichrichterröhre fließt ein Heizstrom von $0,2 \text{ A}$ bei einer Spannung von 30 V . Wie groß ist der Heizfadenwiderstand?
11. Wie groß ist die Stromstärke in einem Heizfadenwiderstand von 1100Ω , wenn er an 55 V angeschlossen wird?
12. Der Parallelwiderstand R zum Heizstromkreis eines Rundfunkgerätes (Abb. 96) soll berechnet werden. Er liegt an $12,6 \text{ V}$ und soll $0,125 \text{ A}$ aufnehmen.
13. Im Heizstromkreis eines Rundfunkempfängers fließen $0,2 \text{ A}$. Wie groß ist der Vorwiderstand R (Abb. 97), an dem ein Spannungsabfall von $51,4 \text{ V}$ gemessen wird?

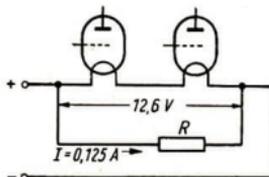


Abb. 96

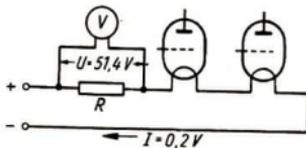


Abb. 97

14. In einem Vorwiderstand von 2000Ω fließt ein Strom von $0,05 \text{ A}$. Wie groß ist der Spannungsabfall im Widerstand?
15. Der Eigenwiderstand eines Voltmeters mit einem Meßbereich von 250 V beträgt 5000Ω . Wie groß ist die Stromstärke bei vollem Zeigerausschlag?
16. Mit dem Voltmeter der Aufgabe 15 soll man auch Spannungen bis zu 1000 V messen können. Wie groß muß der Vorschaltwiderstand R in Abb. 98 sein, wenn bei vollem Zeigerausschlag ein Strom von $0,05 \text{ A}$ fließen soll?
17. Ein Leitungsprüfer zeigt einen Widerstand von 3000Ω an. Die Spannung der Batterie beträgt $4,5 \text{ V}$. Wie stark ist der Strom?

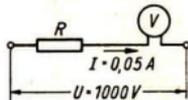


Abb. 98

2. Leitungswiderstand

Jedes Material besitzt einen ihm arteiligen elektrischen Widerstand, den sogenannten *spezifischen Widerstand*.

Der spezifische Widerstand ϱ gibt die Größe des elektrischen Widerstandes eines Drahtes von 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt an.

Der Widerstand R eines Drahtes ist seiner Länge l [m] direkt und seinem Querschnitt F [mm^2] umgekehrt proportional.

$$\text{Widerstand } R = \varrho \cdot \frac{l}{F}$$

Es bedeuten:

ϱ spez. Widerstand

l Drahtlänge

F Drahtquerschnitt

Die Maßbenennung von ϱ ergibt sich aus $\varrho = \frac{R \cdot F}{l}$ und den Benennungen von R (Ω), F (mm^2) und l (m): $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$

Die Leitfähigkeit κ ist der Kehrwert des spezifischen Widerstandes.

$$\text{Leitfähigkeit } \kappa = \frac{1}{\varrho}$$

Die Maßbenennung von κ ist $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$.

Bei gegebener Leitfähigkeit κ ergibt sich der Widerstand R aus:

$$\text{Widerstand } R = \frac{l}{\kappa \cdot F}$$

Es bedeuten:

l Drahtlänge

F Drahtquerschnitt

κ elektrische Leitfähigkeit

Der spezifische Widerstand ϱ und die Leitfähigkeit κ der verschiedenen Leiterwerkstoffe sind nachfolgender Tabelle zu entnehmen.

Tabella 1: Spezifische Widerstände und Leitfähigkeiten einiger Leiterwerkstoffe

Leiterwerkstoffe		$\varrho \left[\frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \right]$	$\kappa \left[\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2} \right]$
Aluminium		0,0287	34,8
Eisen	WM 13	0,13	7,7
Kupfer		0,01786	56
Wolfram		0,055	18
Chromnickel	WM 100	1	1
Konstantan	WM 50	0,5	2
Nickelin	WM 30	0,3	3,3

Lösungsbeispiel:

Nach einem Seitengebäude wird eine 60 m lange Freileitung von 6 mm² Kupfer gelegt. Wie groß ist der Leitungswiderstand der Zu- und Rückleitung?

Gesucht: Leitungswiderstand R

Gegeben: Leitungsquerschnitt
Gesamtlänge

$F = 6 \text{ mm}^2$
 $l = 120 \text{ m}$

Lösung:

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{F}$$

aus Tabelle: $\varrho = 0,01786 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$

$$R = \frac{0,01786 \Omega \text{ mm}^2 \cdot 120 \text{ m}}{\text{m} \cdot 6 \text{ mm}^2}$$

$$R = 0,357 \Omega$$

$$R \approx \underline{\underline{0,4 \Omega}}$$

Aufgaben:

- Auf einer Holzrolle befindet sich ein Rest von 25 m Konstantendraht von 0,1 mm Durchmesser. Wie groß wäre der daraus hergestellte Widerstand?
- Nach einem neuerrichteten Gebäude wird eine 4 mm² Kupferleitung von 160 m Länge gelegt. Berechne den Leitungswiderstand der Doppelleitung!
- Der Widerstand einer 480 m langen Aluminiumleitung darf 2,4 Ω nicht überschreiten. Welcher Querschnitt muß für die Leitung gewählt werden?
- An die Anschlüsse eines Amperemeters soll ein Nebenwiderstand aus Konstantanblech geklemmt werden. Er soll 0,01 Ω Widerstand besitzen und nur 15 cm lang sein. Bestimme den Querschnitt des Widerstandes!
- Der Kaltwiderstand des 80 cm langen Wolframfadens einer 40 W-Glühlampe beträgt 110 Ω . Wie groß ist der Querschnitt des Fadens?
- Auf dem Lager befinden sich noch 82 m Nickelindraht von 1,5 mm² Querschnitt. Davon wird ein 10 Ω -Widerstand hergestellt. Wie groß ist der Drahtrest?

24. 800 Heizwendeln zu je $22,83 \Omega$ sollen aus Chromnickeldraht von einem Durchmesser von $0,45 \text{ mm}$ angefertigt werden.
- Wie lang müssen die Drahtstücke für die einzelnen Wendeln sein?
 - Wieviel Meter Draht werden zur gesamten Anfertigung benötigt?
25. Ein durchgeschmolzener Widerstand wurde vorübergehend durch einen Drahtbund, dessen Drahtlänge $39,25 \text{ m}$ und dessen Drahtdurchmesser 1 mm betragen, ersetzt. Messungen ergaben einen Widerstand von $6,5 \Omega$. Aus welchem Material war dieser Behelfswiderstand?
26. Nach einem Neubauernhof soll eine Freileitung aus Aluminiumdraht von 16 mm^2 Querschnitt gelegt werden. Bei einem Mastabstand von 30 m sind 12 Spannweiten erforderlich. Für den Durchhang der Leitungen muß ein Zuschlag von 4% der Länge erteilt werden. Wie groß ist der Widerstand der Hin- und Rückleitung?
27. Die Heizwendel einer Wärmeplatte von $69,2 \Omega$ Widerstand soll ersetzt werden. Der Heizdraht hatte $0,25 \text{ mm}$ Durchmesser und $3,397 \text{ m}$ Länge. Welches Material muß verarbeitet werden?
28. Die Porzellanrolle eines Schiebewiderstandes von 35 mm Durchmesser ist mit 380 Windungen eines Drahtes von $0,8 \text{ mm}$ Durchmesser gewickelt. Sein Widerstand beträgt $31,33 \Omega$.
- Welche Leitfähigkeit besitzt das Material?
 - Aus welchem Material besteht die Wicklung?
29. Ein Feldregler von 18Ω Widerstand soll mit Nickelindraht von 2 mm Durchmesser neu bewickelt werden. Wieviel Meter Material werden benötigt?
30. Ein Anlaßwiderstand von $1,2 \Omega$ soll aus Konstantandraht von $1,5 \text{ mm}$ Durchmesser hergestellt werden. Da aber nur Material mit 2 mm Durchmesser zur Verfügung steht, muß ermittelt werden, wieviel Meter mehr Draht benötigt werden.
31. Die Feldspule eines Motors ist durchgebrannt. Sie besaß einen Ohmschen Widerstand von 70Ω . Der Durchmesser des Kupferdrahtes betrug $0,2 \text{ mm}$. Wieviel Meter Draht vom gleichen Durchmesser werden zum Neuwickeln benötigt?
32. Ein schraubenförmig gerillter Porzellanträger eines Walzenwiderstandes kann $251,18 \text{ m}$ Draht aufnehmen und soll mit Konstantandraht bewickelt werden. Wie groß muß man den Durchmesser des Drahtes wählen, wenn der Widerstand 160Ω betragen soll?
33. Bei der Montage einer Klingelanlage wurden 70 m Kupferdraht von $0,8 \text{ mm}$ Durchmesser mit Baumwollisolierung verlegt. Wie groß ist der Leitungswiderstand?
34. Nach einer Fernsprechkabine wird ein Bleikabel mit $2 \times 0,6 \text{ mm}$ Durchmesser Kupferdraht verlegt. Der Leitungsweg beträgt 72 m . Berechne den Leitungswiderstand!

35. An eine Uhrenanlage soll eine weitere Nebenuhr angeschlossen werden. Wie groß wird der Leitungswiderstand, wenn zur Montage 48 m Kupferlackpapierkabel von 2×1 mm Durchmesser benötigt werden?
36. Der Ohmsche Widerstand einer Spulenwicklung muß 8Ω betragen. Sie wird mit Kupferdraht von 0,5 mm Durchmesser ausgeführt. Wieviel Meter Draht sind erforderlich?
37. Der Nebenwiderstand eines Amperemeters beträgt $0,01 \Omega$. Er ist aus Konstantandraht von 3 mm Durchmesser gefertigt. Wie lang muß der Widerstandsdraht sein?
38. Zum Anschluß eines zweiten Lautsprechers benötigt man 15 m Kupferleitung von $2 \times 0,75$ mm² Querschnitt. Wie groß ist der Widerstand der Zuleitung?

3. Spannungsverluste

Der Spannungsverlust in einer Zuleitung ist gleich dem Produkt aus der Stromstärke und dem Zuleitungswiderstand.

$$\text{Spannungsverlust } U_v = I \cdot R_z$$

Es bedeuten:

I Stromstärke

R_z Zuleitungswiderstand

Da ein Spannungsverlust sowohl in der Hin- als in der Rückleitung auftritt, ist der Widerstand der doppelten Drahtlänge in die Formel für R_z einzusetzen:

$$\text{Spannungsverlust } U_v = I \cdot \varrho \cdot \frac{2l}{F}$$

Es bedeuten:

I Stromstärke

l Leitungslänge

F Drahtquerschnitt

ϱ spez. Widerstand

Lösungsbeispiel:

Nach einem neuerbauten Fabrikgebäude soll eine Kupferleitung von 10 mm² Querschnitt gelegt werden. Die Entfernung beträgt 50 m. Wie groß ist der Spannungsverlust, wenn 25 A übertragen werden?

Gesucht: Spannungsverlust U_v

Gegeben: Leitungslänge

$l = 50$ m

Stromstärke $I = 25$ A

Leistungsquerschnitt $F = 10$ mm²

$$\text{Lösung: } U_v = \frac{I \cdot \varrho \cdot 2 \cdot l}{F}$$

Aus Tabelle: $\varrho = 0,01786 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$

$$U_v = \frac{25 \text{ A} \cdot 0,01786 \Omega \text{ mm}^2/\text{m} \cdot 2 \cdot 50 \text{ m}}{10 \text{ mm}^2}$$

$$U_v = 4,465 \text{ V}$$

$$U_v \approx \underline{4,5 \text{ V}}$$

Aufgaben:

39. Die Monteure müssen die gleiche Arbeit wie im Lösungsbeispiel ein zweites Mal ausführen, jedoch verwenden sie diesmal Aluminiumdraht. Vergleiche die Ergebnisse beider Aufgaben miteinander!
40. Eine Kupferleitung von 16 mm^2 Querschnitt soll über 100 m einen 15 A starken Strom übertragen.
- Wie groß ist der Spannungsverlust in der Kupferleitung?
 - Wie groß wäre der Spannungsverlust bei einer Aluminiumleitung von gleichem Querschnitt?
 - Welchen Querschnitt müßte die Aluminiumleitung haben, damit sie den gleichen Spannungsverlust wie die Kupferleitung hat?
41. Bestimme den Spannungsverlust in einer Telefonleitung mit $22,4 \Omega$ Widerstand bei einer Stromstärke von 0,18 A!
42. Der Spannungsverlust in einer Kupferleitung, in der 2,8 A fließen, soll 4 V nicht überschreiten. Wie groß darf der Widerstand der Leitung höchstens sein?
43. Mit welcher Stärke fließt ein Strom in einer 6 mm^2 starken Kupferleitung nach einem 240 m entfernten Nebengebäude, wenn der Spannungsverlust 1,6 V beträgt?
44. In einer 25 mm^2 starken Kupferleitung entsteht bei der Übertragung von 12,5 A Strom ein Spannungsverlust von 8,9 V. Wie lang ist die Leitung?

4. Temperaturabhängigkeit von Widerständen

Der Widerstand der Metalle nimmt bei Erwärmung zu, dagegen nimmt der von Kohle und elektrolytischen Flüssigkeiten ab.

Die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur wird durch die Temperaturzahl α berücksichtigt.

Die Temperaturzahl α gibt an, um welchen Bruchteil sich der Widerstand eines Leiters bei 1° Temperaturänderung vergrößert oder verkleinert.

$$\text{Widerstand bei der Temperatur } t: R_t = R_0 (1 + \alpha t)$$

Für die Ausgangstemperatur von 20°C (Normaltemperatur) erhält man:

$$\text{Widerstand bei der Temperatur } t: R_t = R_{20} [1 + (t - 20^\circ)]$$

Es bedeuten:

R_0 Widerstand bei 0°

R_{20} Widerstand bei 20°

R_t Widerstand bei der Endtemperatur

α Temperaturzahl

t Endtemperatur

Tabelle 2: Temperaturbeiwerte

Werkstoffe (reine Metalle)	$\alpha \left[\frac{1}{\text{Grad}} \right]$	Werkstoffe (Legierungen)	$\alpha \left[\frac{1}{\text{Grad}} \right]$
Aluminium	0,004	Aldrey	+0,0036
Blei	0,00387	Chromnickel (WM 100)	+0,00025
Eisen	0,0045 ¹⁾	Konstantan	-0,000005
Kupfer	0,0039	Messing	+0,0015
Osmium	0,004	Nickelin (WM 30)	+0,00021
Wolfram	0,0041	Rheotan	-0,000005
Zink	0,0037	Stahlchromaluminium (WM 140)	+0,002

Lösungsbeispiel:

Ein Eisenwiderstand von 600 Ω erwärmt sich bei Stromdurchgang von 20° C auf 50° C. Wie groß ist der Widerstand im erwärmten Zustand?

Gesucht: Widerstand R_{50}

Gegeben: Widerstand $R_{20} = 600 \Omega$
Endtemperatur $t = 50^\circ \text{C}$

Lösung: $R_t = R_{20} [1 + \alpha (t - 20^\circ)]$

Aus Tabelle: $\alpha = 0,0045 \text{ 1/Grad}$

$$R_t = 600 \Omega [1 + 0,0045 \text{ 1/Grad} (50^\circ - 20^\circ)]$$

$$R_t = 600 \Omega (1 + 0,135)$$

$$R_t = \underline{\underline{681 \Omega}}$$

Aufgaben:

45. Eine aus Nickelindraht gewickelte Wendel besitzt bei Normaltemperatur einen Widerstand von 50 Ω . Wie groß ist ihr Widerstand, wenn die Temperatur auf 600° C steigt?
46. Die Kupferwicklung eines Motors besitzt bei Normaltemperatur einen Ohmschen Widerstand von 80 Ω . Wie groß ist der Widerstand bei einer Erwärmung auf 60° C?
47. Eine Wendel aus Osmiumdraht besitzt bei Normaltemperatur einen Kaltwiderstand von 400 Ω und einen Warmwiderstand von 2288 Ω . Welche Temperatur hat die Wendel angenommen?

5. Schaltung von Widerständen

Reihenschaltung:

Bei Reihenschaltung von Widerständen ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Teilwiderstände.

$$R = R_1 + R_2 + \dots$$

Bei Reihenschaltung von Widerständen verhalten sich die Spannungen proportional zu den Widerständen.

$$U_1 : U_2 = R_1 : R_2$$

¹⁾ Der Wert ist sehr stark von der Zusammensetzung des Eisens abhängig.

Parallelschaltung:

Bei Parallelschaltung von Widerständen ist der Gesamtleitwert gleich der Summe der Leitwerte der Einzelwiderstände.

$$G = G_1 + G_2 + \dots$$

oder

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Bei Parallelschaltung von Widerständen verhalten sich die Zweigströme umgekehrt proportional zu den Zweigwiderständen.

$$I_1 : I_2 = R_2 : R_1$$

Der Gesamtstrom ist gleich der Summe der Zweigströme.

$$I = I_1 + I_2$$

Es bedeuten:

R Gesamtwiderstand

G Gesamtleitwert

R_1, R_2 Einzelwiderstände

G_1, G_2 Einzelleitwerte

I Gesamtstrom

I_1, I_2 Zweigströme

Lösungsbeispiele:

1. Zu dem Widerstand einer elektrischen Raumheizung von 28Ω kommt ein Leitungswiderstand von $1,8 \Omega$. Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

Gesucht: Gesamtwiderstand R

Gegeben: Widerstand $R_1 = 28 \Omega$

Widerstand $R_2 = 1,8 \Omega$

Lösung: $R = R_1 + R_2$
 $R = 28 \Omega + 1,8 \Omega$

$$R = \underline{\underline{29,8 \Omega}}$$

2. Die Widerstände zweier Heizwendeln betragen 60Ω und 40Ω . Wie groß ist der Gesamtwiderstand bei Parallelschaltung der Heizwendeln?

Gesucht: Gesamtwiderstand R

Gegeben: Widerstand $R_1 = 60 \Omega$

Widerstand $R_2 = 40 \Omega$

Lösung: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
 $\frac{1}{R} = \frac{1}{60 \Omega} + \frac{1}{40 \Omega}$
 $\frac{1}{R} = \frac{5}{120 \Omega}$
 $R = \frac{120 \Omega}{5}$

$$R = \underline{\underline{24 \Omega}}$$

Aufgaben:

48. Die Widerstände $R_1 = 80 \Omega$, $R_2 = 60 \Omega$, $R_3 = 120 \Omega$ sollen nach Abb. 99 a) in Reihe, b) parallel geschaltet werden. Wie groß sind die Gesamtwiderstände?

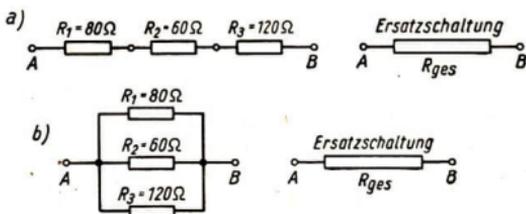


Abb. 99

49. Ein Spannungsteiler besteht aus den Widerständen: 77Ω , 42Ω , 21Ω und 14Ω . Er wird an 220 V angeschlossen. Welche Spannungen können entnommen werden?

50. Der Gesamtwiderstand einer Stromverzweigung nach Abb. 100 beträgt 36Ω . Wie groß ist der Widerstand R_1 , wenn der Parallelwiderstand mit 90Ω gemessen wird?

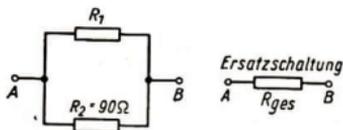


Abb. 100

51. Wie groß ist der Gesamtwiderstand von 6 parallel geschalteten Glühlampen zu je 484Ω ?

52. In einem Stöpselwiderstand sind vier Widerstände $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$, $R_4 = 40 \Omega$ nach Abb. 101 in Reihe geschaltet. Welche Widerstandswerte ergeben sich am Rheostaten (Widerstand) bei den gegebenen Stöpselmöglichkeiten?

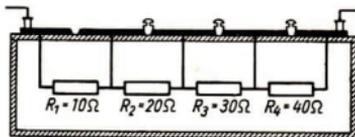


Abb. 101

53. Welche Widerstandswerte erhält man, wenn man jeweils zwei oder drei der Widerstände $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 15 \Omega$ parallel schaltet?

54. Wie groß sind die Widerstandswerte, wenn man von drei Widerständen $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 40 \Omega$, $R_3 = 80 \Omega$ jeweils zwei in Reihe und dazu einen parallel schaltet?

55. An einer Spannung von 4 V liegen ein Heizfaden und dazu parallel ein Widerstand (Abb. 102). Die Stromstärke im Heizfaden beträgt $0,65 \text{ A}$, die im Widerstand $0,35 \text{ A}$. Wie groß sind der Gesamtstrom und die Einzelwiderstände?

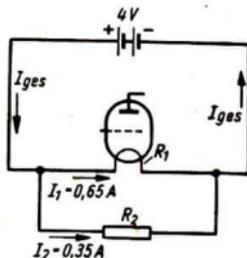


Abb. 102

57. 12 Glühlampen mit einem Widerstand von je 804Ω werden parallel an eine Spannungsquelle von 220 V angeschlossen. Wie groß ist die Stromstärke?

58. Die Radoröhre VCL 11 nimmt bei einer Spannung von 90 V einen Heizstrom von 0,05 A auf. Sie soll nach Abb. 103 mit der VY 2 (Gleichrichteröhre) für 30 V Heizspannung und einem Widerstand hintereinander geschaltet werden. Wie groß sind die Widerstandswerte der Heizfäden beider Röhren und der Vorwiderstand R , wenn die Spannung am Heizstromkreis 220 V beträgt?

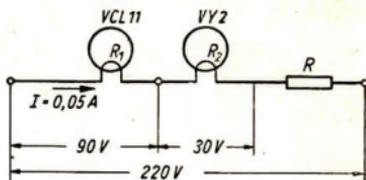


Abb. 103

6. Faradaysches Gesetz

Die bei der Elektrolyse ausgeschiedene Stoffmenge m ist der durch den Elektrolyten geflossenen Elektrizitätsmenge $I \cdot t$ proportional.

Ausscheidungsmenge $m = \ddot{A} \cdot I \cdot t$ 1. Faradaysches Gesetz

Der Proportionalitätsfaktor \ddot{A} gibt die von 1 Ampere in 1 Sekunde ausgeschiedene und in Milligramm gemessene Stoffmenge an und heißt das „elektrochemische Äquivalent“ des betreffenden Stoffes.

Das elektrochemische Äquivalent \ddot{A} eines Stoffes ist das Verhältnis der bei der Elektrolyse ausgeschiedenen und in Milligramm gemessenen Stoffmenge m zur Elektrizitätsmenge $I \cdot t$.

$$\text{Elektrochemisches Äquivalent } \ddot{A} = \frac{m}{I \cdot t}$$

Die Maßbenennung des elektrochemischen Äquivalents ist $\frac{\text{mg}}{\text{As}}$. Die Stromstärke I (gemessen in Ampere) ergibt sich durch Auflösen der obigen Gleichung:

$$\text{Stromstärke } I = \frac{m}{\ddot{A} \cdot t}$$

Es bedeuten:

\ddot{A} elektrochemisches Äquivalent

m Ausscheidungsmenge

I Stromstärke

t Stromdauer

Tabelle 3: Elektrochemische Äquivalente

Stoff	$\ddot{A} \left[\frac{\text{mg}}{\text{As}} \right]$	Stoff	$\ddot{A} \left[\frac{\text{mg}}{\text{As}} \right]$	$\ddot{A} \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{As}} \right]$
Aluminium	0,0936	Knallgas	0,09335	0,174
Kupfer	0,3294	Sauerstoff	0,0829	0,058
Nickel	0,3041	Wasserstoff	0,01044	0,116
Silber	1,118			
Zink	0,339			

Lösungsbeispiel:

Wie groß ist die Nickelmenge, die aus einem Nickelbad in 8 Stunden ausgeschieden wird, wenn ein Strom von 4 A fließt?

Gesucht: Nickelmenge m

Gegeben: Stromstärke $I = 4 \text{ A}$

Stromdauer $t = 28\,800 \text{ s}$

Lösung: $m = \bar{A} \cdot I \cdot t$

Aus Tabelle: $\bar{A} = 0,3041 \frac{\text{mg}}{\text{As}}$

$$m = 0,3041 \frac{\text{mg}}{\text{As}} \cdot 4 \text{ A} \cdot 28\,800 \text{ s}$$

$$m = 35\,032 \text{ mg}$$

$$m = \underline{\underline{35,032 \text{ g}}}$$

Aufgaben:

59. Wieviel Kupfer wird von einem Strom von 8 A aus einem Kupferbad in 12 Stunden ausgeschieden?
60. Wieviel Aluminium wird auf elektrolytischem Wege in 8 Stunden bei einer Stromstärke von 240 A gewonnen?
61. Im Silbervoltmeter werden in 20 Minuten 1,342 g Silber ausgeschieden. Wie stark war der Strom?
62. Die elektrolytische Kupfergewinnung soll auf stündlich 2 kg gesteigert werden. Wie groß muß die Stromstärke sein?
63. Einem Aluminiumofen werden 1200 A zugeführt. Wieviel kg Aluminium werden in 8 Stunden gewonnen?
64. Eine Büste soll mit Kupfer überzogen werden. Das Galvanisieren dauert bei einer Stromstärke von 0,2 A 24 Stunden. Wie schwer ist der Metallüberzug?
65. Fahrradteile sollen einen Nickelüberzug von 5 g erhalten. Wie lange muß galvanisiert werden, wenn ein Strom von 0,5 A fließt?
66. Auf elektrolytischem Wege wurden 600 cm³ Sauerstoff bei einer Stromstärke von 0,3 A gewonnen. Wie lange war der Apparat in Betrieb?

B. Elektrische Energie**1. Stromleistung**

Die elektrische Leistung N ist gleich dem Produkt aus Spannung U und Stromstärke I .

$$\text{Elektrische Leistung } N = U \cdot I$$

Es bedeuten:

U Spannung

I Stromstärke

Die Maßeinheit für die Leistung ist 1 Watt (Kurzzeichen: W).

$$\text{Einheitengleichung } 1 \text{ W} = 1 \text{ V} \cdot 1 \text{ A}$$

Lösungsbeispiel:

In einem Heizofen fließen bei 220 V Spannung 5 A. Wie groß ist die Leistung?

Gesucht: Leistung N

Gegeben: Spannung $U = 220 \text{ V}$

Stromstärke $I = 5 \text{ A}$

Lösung: $N = U \cdot I$

$$N = 220 \text{ V} \cdot 5 \text{ A}$$

$$N = 1100 \text{ W}$$

$$N = \underline{\underline{1,1 \text{ kW}}}$$

Aufgaben:

- Beim Anschluß einer Glühlampe an Leitungen mit 220 V Spannung werden am eingeschalteten Amperemeter 0,182 A gemessen. Welche Leistung verbraucht die Glühlampe?
- Ein Rundfunkempfänger von 60 W wird an eine Steckdose mit 220 V Spannung angeschlossen. Genügt die Sicherung von 0,3 A?
- Ein Fernsprechanlagenteil wird an eine Batterie von 60 V angeschlossen und mit einer Feinsicherung von 0,3 A versehen. Wie groß kann die Leistung im Höchstfalle sein?
- An eine Zuleitung mit 220 V Spannung sollen elektrische Haushaltgeräte und Leuchten mit einer Gesamtleistung von 2800 W angeschlossen werden. Wie stark ist der Strom, wenn alle Verbraucher zur gleichen Zeit eingeschaltet sind?
- Ein Radiogerät für 220 V Spannung hat eine Leistung von 33 W. Welche Stromstärke nimmt das Gerät auf?
- Berechnungen ergaben, daß in einer Rundfunkverstärkerschaltung durch einen Widerstand von 5 k Ω ein Strom von 0,02 A fließen wird. Welcher Leistung muß die Beschaffenheit des Widerstandes entsprechen?
- Ein Drahtwiderstand von 500 Ω , der für eine Leistungsaufnahme von 10 W bemessen ist, erhitzt sich sehr stark. Das Meßinstrument zeigte einen Strom von 0,18 A an.
 - Wieviel Strom darf im Widerstand nur fließen?
 - Für welche Leistung müßte der Widerstand gebaut sein, damit er sich bei der gemessenen Stromstärke nicht übermäßig erwärmt?
- Einer Heizleitung ist ein Widerstand von 50 Ω mit einer maximalen Leistungsaufnahme von 40 W vorgeschaltet. Durch Umschalten der Heizleitung soll der Strom von 0,8 A auf 1,2 A steigen. Kann der Vorschaltwiderstand weiter verwendet werden?
- Eine Glühlampe von 100 W für 110 V soll an 220 V angeschlossen werden (Abb. 104). Welcher Widerstand R müßte ihr vorgeschaltet werden?
- Eine 15 W-Glühlampe für 6 V wird an nur 4 V angeschlossen. Wie ändert sich die Leistung?
- Die Spannung an einer Verbrauchergruppe von 4400 W bei Normalspannung fiel durch Einschalten weiterer Verbraucher von 220 V auf 195 V. Um wieviel Watt ist die Leistung der Verbrauchergruppe bei verminderter Spannung geringer?

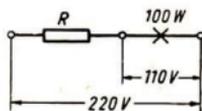


Abb. 104

12. Eine Anlage wird von 110 V auf 220 V umgeschaltet. Welche Leistung konnte dem Netz bei der zulässigen Belastung von 15 A ursprünglich und welche Leistung kann ihm nach dem Umschalten entnommen werden?
13. An eine 380 V-Leitung, die mit 20 A abgesichert ist, sollen Verbraucher mit zusammen 6000 W angeschlossen werden. Entspricht die tatsächlich entnommene Stromstärke den verwendeten Sicherungen?
14. In der Heizwendel einer elektrischen Kochplatte fließt bei einer Spannung von 110 V ein Strom von 4,6 A. Wie groß ist die Leistung?

2. Stromarbeit

Die Stromarbeit A ist gleich dem Produkt aus der elektrischen Leistung N und der Stromdauer t .

$$\text{Stromarbeit } A = N \cdot t \quad A = U \cdot I \cdot t$$

Es bedeuten:

N elektrische Leistung

U Spannung

I Stromstärke

t Stromdauer

Die Maßeinheit der elektrischen Arbeit ist die Wattsekunde (Kurzzeichen: Ws).

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \text{ Ws} = 1 \text{ V} \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ VAs}$$

Davon abgeleitet:

$$1 \text{ Wattstunde (1 Wh)} = 3600 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Ws}$$

$$1 \text{ Kilowattstunde (1 kWh)} = 1000 \text{ Wh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}$$

Lösungsbeispiel:

Ein elektrischer Heizofen von 2400 W ist sechs Stunden in Betrieb. Wieviel betragen die Heizkosten, wenn die Kilowattstunde mit 8 Pf. berechnet wird?

Gesucht: Heizkosten K

Gegeben: Anschlußleistung $N = 2400 \text{ W}$

Anschlußdauer $t = 6 \text{ Std.}$

Tarif $= 8 \text{ Pf/kWh}$

Lösung: $A = N \cdot t$

$$A = 2,4 \text{ kW} \cdot 6 \text{ h}$$

$$K = 14,4 \text{ kWh} \cdot 8 \text{ Pf/kWh}$$

$$A = 14,4 \text{ kWh}$$

$$K = \underline{\underline{1,15 \text{ DM}}}$$

Aufgaben:

15. Ein Kronleuchter mit 8 Glühlampen zu je 60 W ist 5 h lang eingeschaltet. Wieviel kostet die Beleuchtung, wenn die Kilowattstunde mit 8 Pf. berechnet wird?
16. Ein 2,4 kW-Motor läuft täglich 14 Stunden. Wie hoch sind die Stromkosten für den Motor, wenn er 24 Tage arbeitet und die Kilowattstunde mit 5 Pf. berechnet wird?

17. Wie hoch sind die stündlichen Stromkosten für einen Motor mit einer Leistung von 3,6 kW, der eine Hobelmaschine treibt, wenn die Kilowattstunde 5 Pf. kostet?
18. Durch Umstellung von Transmissionsantrieb auf Einzelantrieb stehen sich folgende Leistungswerte gegenüber:

	gemessene Leistung	Betriebsdauer
a) bei Transmissionsantrieb:	15,4 kW	8½ h
b) bei Einzelantrieb zusammen:	12,8 kW	6½ h

Wie groß sind die jeweiligen Betriebskosten für einen Monat (25 Tage), wenn für eine Kilowattstunde 5 Pf berechnet werden?

19. Wieviel kostet das Laden einer Batterie, wenn im Ladegerät bei 220 V Spannung 0,2 A Strom fließen? Das Laden dauert 16 Stunden. Die Kilowattstunde wird mit 8 Pf berechnet.
20. a) Aus einem Gleichstromnetz mit 220 V Spannung wird nach Vorschalten eines Widerstandes eine 60 V-Batterie 12 Stunden lang mit 6 A geladen.
b) Aus demselben Netz wird eine ebensogroße Batterie 12 Stunden lang mit einem Umformer (Motorgenerator) geladen, der 0,58 kW aufnimmt. Zu berechnen für beide Fälle sind:
a) die elektrische Arbeit,
b) die Ladekosten bei einem Tarif von 8 Pf je Kilowattstunde in beiden Fällen.
21. Ein Fabriksaal wurde von 24 Glühlampen zu 200 W und 40 Glühlampen zu 100 W erleuchtet. Im gleich großen neuerbauten Saal wurde die Beleuchtung wesentlich verbessert. Sie besteht aus 40 Leuchtstoffröhren zu je 40 W (etwa dreifache Lichtausbeute) und aus 60 Glühlampen zu je 60 W unmittelbar an den Arbeitsplätzen. Da durchgehend gearbeitet wird, ist die Beleuchtung durchschnittlich 12 Stunden in Betrieb. Wie groß sind die jeweiligen Leistungen und die jährlichen (365 Tage) Kosten in beiden Fällen bei einem Tarif von 5 Pf je Kilowattstunde?
22. Ein Vorschaltwiderstand von $12,5 \Omega$ ist mit einem Wärmegerät von $37,5 \Omega$ Widerstand an 380 V Spannung angeschlossen und wird im Laufe des Tages $1\frac{1}{2}$ Stunde eingeschaltet. Wie groß ist
a) die elektrische Nutzarbeit?
b) die im Vorwiderstand verlorene elektrische Arbeit?
23. Ein Motor wird an eine Spannung von 380 V angeschlossen. Er treibt täglich 6 Stunden eine Drehmaschine. Wie groß sind die Stromkosten monatlich (25 Tage) bei einem Tarif von 5 Pf je Kilowattstunde, wenn der Motor einen Strom von 3,4 A aufnimmt?

3. Stromwärme

Die Wärmemenge, die der Stromarbeit von 1 Wattsekunde entspricht, bezeichnet man als das „elektrische Wärmeäquivalent“.

Elektrisches Wärmeäquivalent: $1 \text{ Ws} \hat{=} 0,24 \text{ cal}$; $1 \text{ kWh} \hat{=} 860 \text{ kcal}$

Die der Stromarbeit $A = U \cdot I \cdot t$ entsprechende Wärmemenge Q beträgt nach dem

$$\text{Jouleschen Gesetz: } Q = 0,24 \frac{\text{cal}}{\text{Ws}} \cdot U \cdot I \cdot t$$

Es bedeuten:

Q Wärmemenge

U Spannung

I Stromstärke

t Stromdauer

$$\text{Wärmemenge in cal: } Q [\text{cal}] = 0,24 \frac{\text{cal}}{\text{Ws}} \cdot A [\text{Ws}]$$

$$\text{Wärmemenge in kcal: } Q [\text{kcal}] = 860 \frac{\text{kcal}}{\text{kWh}} \cdot A [\text{kWh}]$$

Es bedeutet:

A die Stromarbeit

Lösungsbeispiel:

Eine Heizzone leistet 500 W. Welche Wärmemenge erzeugt sie in zwei Stunden?

Gesucht: Wärmemenge Q

Gegeben: Leistung

$N = 500 \text{ W}$

Anschlußdauer $t = 2 \text{ Std.}$

Lösung A:

$$Q [\text{cal}] = 0,24 \frac{\text{cal}}{\text{Ws}} \cdot A [\text{Ws}]$$

$$A = N [\text{W}] \cdot t [\text{s}]$$

$$A = 500 \text{ W} \cdot 7200 \text{ s}$$

$$A = \underline{3600000 \text{ Ws}}$$

$$Q [\text{cal}] = 0,24 \frac{\text{cal}}{\text{Ws}} \cdot 3600000 \text{ Ws}$$

$$Q [\text{cal}] = 864000 \text{ cal}$$

$$Q = \underline{\underline{864 \text{ kcal}}}$$

Lösung B:

$$Q [\text{kcal}] = 860 \frac{\text{kcal}}{\text{kWh}} \cdot A [\text{kWh}]$$

$$A = N [\text{kW}] \cdot t [\text{h}]$$

$$A = 0,5 \text{ kW} \cdot 2 \text{ h}$$

$$A = \underline{1 \text{ kWh}}$$

$$Q [\text{kcal}] = 860 \frac{\text{kcal}}{\text{kWh}} \cdot 1 \text{ kWh}$$

$$Q = \underline{\underline{860 \text{ kcal}}}$$

Aufgaben:

24. Eine Kohlefadenlampe nimmt bei 220 V Spannung 0,455 A auf. Welche Wärmemenge entwickelt die Lampe bei einer Einschaltdauer von 4 Stunden? (Rechne nach Lösung B!)
25. Eine Kochplatte leistet 800 W und ist 1½ h in Betrieb. Wie groß ist die erzeugte Wärmemenge? (Rechne nach Lösung B!)

26. Ein Tauchsieder leistet 750 W. Welche Wärmemenge gibt er in 35 Minuten an das Wasser ab, wenn man von Wärmeverlusten absieht? (Rechne nach Lösung B!)
27. Ein LötKolben wird an 220 V angeschlossen. Im Heizwiderstand fließt ein Strom von 0,36 A. Wie groß ist die erzeugte Stromwärme bei einer Arbeitsdauer von 18 Minuten? (Rechne nach Lösung A!)
28. Durch den Heizkörper eines Trockenofens mit einem Widerstand von 38Ω fließt ein Strom von 10 A. Welche Stromwärme entwickelt er, wenn er 6 h in Betrieb ist? (Rechne nach Lösung B!)
29. Ein Vorschaltwiderstand ist 1 h 20 Min. eingeschaltet. Bei einer Stromstärke von 0,28 A beträgt der Spannungsabfall im Widerstand 11,2 V. Wie groß ist die in ihm entwickelte Wärmemenge? (Rechne nach Lösung A!)
30. Ein Trockenofen für 220 V soll in 1 h 2200 kcal abgeben. Wie groß ist der Widerstand des Heizkörpers zu bemessen?
31. Um die Temperatur einer Flüssigkeit konstant zu halten, müssen ihr von einer Wärmeplatte stündlich 240 kcal zugeführt werden. Welcher Strom muß durch den Heizwiderstand fließen, wenn er an 110 V angeschlossen wird?
32. Eine Solluxlampe enthält eine 120 W-Kohlefadenlampe für 110 V.
- Wie stark ist der Strom, der in der Lampe fließt?
 - Welche Wärmemenge liefert die Lampe stündlich?

4. Mechanische Arbeit

Aus dem elektrischen Wärmeäquivalent $1 \text{ Ws} \hat{=} 0,00024 \text{ kcal}$ und dem mechanischen Wärmeäquivalent $1 \text{ kcal} \hat{=} 427 \text{ kpm}$ ergeben sich durch Umrechnung folgende Beziehungen zwischen den elektrischen und den mechanischen Maßeinheiten, und zwar für

die Arbeit:	$1 \text{ Ws} \hat{=} 0,00024 \cdot 427 \text{ kpm}$	$1 \text{ Ws} \hat{=} 0,102 \text{ kpm}$
und umgekehrt	$1 \text{ kpm} \hat{=} \frac{1 \text{ Ws}}{0,102}$	$1 \text{ kpm} \hat{=} 9,81 \text{ Ws}$
die Leistung:	$\frac{1 \text{ kpm}}{\text{s}} \hat{=} 9,81 \text{ W}$	
	$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{kpm}}{\text{s}} \hat{=} 75 \cdot 9,81 \text{ W}$	$1 \text{ PS} \hat{=} 736 \text{ W}$
	$1 \text{ kW} \hat{=} \frac{1000}{736} \text{ PS}$	$1 \text{ kW} \hat{=} 1,36 \text{ PS}$
	$1 \text{ kW} \hat{=} 1,36 \cdot 75 \frac{\text{kpm}}{\text{s}}$	$1 \text{ kW} \hat{=} 102 \frac{\text{kpm}}{\text{s}}$

Lösungsbeispiel:

Wie groß muß die Leistung (kW) eines Fahrstuhlmotors sein, wenn er 1000 kp in 30 s 20 m hochheben soll?

Gesucht: Elektrische Leistung N_e

Gegeben: Last

$L = 1000 \text{ kp}$

Hubhöhe

$h = 20 \text{ m}$

Hubzeit

$t = 30 \text{ s}$

<i>Lösung:</i> Hubarbeit	$A = 1000 \text{ kp} \cdot 20 \text{ m}$	$A = \underline{20\,000 \text{ kpm}}$
Hubleistung	$N_m = \frac{A}{t}$	
	$N_m = \frac{20\,000 \text{ kpm}}{30 \text{ s}}$	$N_m = \underline{\underline{666,67 \frac{\text{kpm}}{\text{s}}}}$
	$N_e = 666,67 \frac{\text{kpm}}{\text{s}} \cdot 9,81 \frac{\text{W}}{\text{kpm/s}}$	
	$N_e = 6540,03 \text{ W}$	$N_e = \underline{\underline{6,540 \text{ kW}}}$

Aufgaben:

33. Auf dem Leistungsschild eines alten Motors ist die Leistung mit $2\frac{1}{2}$ PS angegeben. Rechne diese Leistung in Watt um!
34. Wieviel PS leistet ein 4,416 kW-Motor?
35. Ein Kranmotor leistet 8,832 kW. Wie schwer können die Lasten sein, wenn er in 1 s die Last $\frac{1}{2}$ m hebt?
36. Ein Hebemotor befördert eine Last von 800 kp in 4 s 1 m hoch. Wie groß muß seine Leistung in kW mindestens sein?

5. Wirkungsgrad

a) Elektrischer Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad einer elektrischen Maschine ist das Verhältnis der von ihr abgegebenen Nutzleistung N_n zur zugeführten elektrischen Leistung N_z .

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = \frac{N_n}{N_z}$$

Es bedeuten:

N_n Nutzleistung

N_z zugeführte Leistung

Beide Leistungen sind in der gleichen Maßeinheit zu messen, z. B. in kW, kpm/s oder PS.

Lösungsbeispiel:

Ein Motor nimmt 3,2 kW auf und gibt 2,9 kW ab. Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Gesucht: Wirkungsgrad η

Gegeben: Nutzleistung

$N_n = 2,9 \text{ kW}$

zugeführte Leistung $N_z = 3,2 \text{ kW}$

$$\text{Lösung: } \eta = \frac{N_n}{N_z}$$

$$\eta = \frac{2,9 \text{ kW}}{3,2 \text{ kW}}$$

$$\eta = 0,907$$

$$\eta = \underline{\underline{90,7\%}}$$

Aufgaben:

37. Einem Umformer wird eine Leistung von 4,9 kW zugeführt. Er gibt 4 kW ab. Wie groß ist der Wirkungsgrad?
38. Zum Antrieb eines Gleichstromgenerators ist eine Leistung von 2,2 kW erforderlich; er liefert 1,65 kW. Mit welchem Wirkungsgrad arbeitet der Generator?
39. Ein Motor verbraucht 8,2 kW und liefert 7 PS. Berechne seinen Wirkungsgrad!
40. Zum Betrieb eines Elektromotors ist eine Leistung von 4,4 kW nötig. Wie groß ist die von ihm abgegebene Nutzleistung, wenn er mit einem Wirkungsgrad von 80 % arbeitet?
41. Zum Antrieb einer Drehbank werden 3 PS benötigt. Wie groß muß die dem Elektromotor zugeführte Leistung in kW sein, wenn ein Wirkungsgrad von 75 % angenommen wird?
42. Der Wirkungsgrad eines Motors hat sich infolge erhöhter Lagerreibung von 85 % auf 83 % verschlechtert. Es fließt bei 220 V Spannung ein Strom von 5 A.
- a) Wie groß ist die ursprüngliche Nutzleistung?
b) Welche Nutzleistung geht durch die erhöhte Lagerreibung verloren?
43. Durch Erneuern der Lager konnte der Wirkungsgrad eines Motors von 78 % auf 85 % verbessert werden. Der Motor besitzt eine Leistung von 8 kW. Wie groß sind die beiden Nutzleistungen in PS?
44. Die Messungen an einem Aggregat, bestehend aus Gleichstrommotor und Gleichstromgenerator, ergaben folgende Werte:
Motor: 200 V, 6,6 A
Generator: 24 V, 40 A.
Wie groß ist der Gesamtwirkungsgrad?
45. Die Verluste in einem Elektromotor ergeben sich aus:
300 W Lagerreibung
260 W Kupferverluste
180 W Eisenverluste.
Wie groß ist der Wirkungsgrad des Motors bei einer Stromaufnahme von 22,2 A und einer Spannung von 220 V?

b) Thermischer Wirkungsgrad

Verwandelt man elektrische Energie in Wärmeenergie, so treten ebenfalls Verluste auf.

Der thermische Wirkungsgrad eines Wärmegeräts ist das Verhältnis der abgegebenen Nutzwärme Q_n zur Stromwärme Q .

$$\text{Thermischer Wirkungsgrad } \eta = \frac{Q_n}{Q}$$

Es bedeuten:

- Q_n abgegebene Nutzwärme
 Q Stromwärme

Daraus folgt:

$$\text{Abgegebene Nutzwärme } Q_n = \eta \cdot Q$$

Setzt man in die obenstehende Gleichung für Q [kcal] = $860 \frac{\text{kcal}}{\text{kWh}} \cdot N$ [kW] $\cdot t$ [h] ein, so erhält man durch Auflösen der Gleichung nach N die erforderliche elektrische Leistung des Wärmegegeräts.

$$\text{Anschlußwert des Wärmegegeräts } N \text{ [kW]} = \frac{Q_n \text{ [kcal]}}{\eta \cdot 860 \frac{\text{kcal}}{\text{kWh}} \cdot t \text{ [h]}}$$

Es bedeuten:

- Q_n abgegebene Nutzleistung
- η thermischer Wirkungsgrad
- t Stromdauer, gemessen in Stunden

Lösungsbeispiel:

Ein Lichtkasten von 480 W ist 0,5 h in Betrieb und gibt in dieser Zeit 198 kcal an die Umgebung ab. Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Gesucht: Wirkungsgrad η

Gegeben: Wattverbrauch $N = 480 \text{ W}$
 Betriebsdauer $t = 0,5 \text{ h}$
 Nutzwärme $Q_n = 198 \text{ kcal}$

$$\text{Lösung: } \eta = \frac{Q_n}{Q}$$

$$Q = 860 \frac{\text{kcal}}{\text{kWh}} \cdot A \text{ [kWh]}$$

$$A = N \text{ (kW)} \cdot t \text{ (h)}$$

$$A = 0,480 \text{ kW} \cdot 0,5 \text{ h}$$

$$A = \underline{0,240 \text{ kWh}}$$

$$Q = 860 \frac{\text{kcal}}{\text{kWh}} \cdot 0,240 \text{ kWh}$$

$$Q = \underline{206,4 \text{ kcal}}$$

$$\eta = \frac{198 \text{ kcal}}{206,4 \text{ kcal}}$$

$$\eta \approx \underline{\underline{96\%}}$$

Aufgaben:

46. In einem Elektro-Schmelztiegel von 1,5 kW werden 80% der aufgenommenen Leistung in nutzbare Wärme verwandelt. Wieviel kcal strahlt der Tiegel in 2 h aus?
47. Ein Tauchsieder von 750 W gibt in 1 h die Wärmemenge von 601 kcal an das Wasser ab. Wie groß ist der Wirkungsgrad?
48. Ein Elektrokocher von 500 W gibt in 2 h die Wärmemenge von 516 kcal ab. Wie groß ist der Wirkungsgrad? Vergleiche ihn mit dem Wirkungsgrad des Tauchsieders in Aufgabe 47!

49. Ein Wohnraum wird durch einen Ofen geheizt. Der Verbrauch beträgt täglich 6 kg Brikett mit einem Heizwert von 5000 kcal/kg. Hiervon werden 50 % in Wärme umgewandelt.
- a) Welche elektrische Arbeit wäre erforderlich, um die gleiche Wärmemenge durch einen elektrischen Heizofen mit einem Wirkungsgrad von 98 % zu erzeugen?
- b) Vergleiche die jeweils entstehenden Kosten für Kohlen- und Elektroheizung, wenn 1 dz Kohle DM 3,60 und 1 kWh DM 0,05 kosten?
50. Wie groß muß die elektrische Leistungsaufnahme eines elektrischen Wasserboilers sein, wenn er 49 l Wasser von 6° C in 6 Stunden auf 85° C erwärmen soll und der thermische Wirkungsgrad des Boilers mit 75 % in Ansatz gebracht wird?

C. Elektromagnetismus

1. Magnetische Feldstärke

Die magnetische Feldstärke \mathfrak{H} im Innern einer langgestreckten Spule ist das Verhältnis der magnetischen Urspannung $I \cdot w$ zu der in cm gemessenen Spulenlänge l .

$$\text{Magnetische Feldstärke } \mathfrak{H} = \frac{I \cdot w}{l}$$

Es bedeuten:

I Stromstärke
 w Windungszahl der Spule
 l Länge der Spule

Die Maßeinheit der magnetischen Feldstärke ist $\frac{\text{A}}{\text{cm}}$, da die Windungszahl w keine Dimension besitzt.

Lösungsbeispiel:

Eine Spule von 200 Windungen und 4 cm Länge nimmt einen Strom von 0,04 A auf. Wie groß ist die magnetische Feldstärke?

Gesucht: Magnetische Feldstärke \mathfrak{H} *Gegeben:* Windungszahl $w = 200$
 Spulenlänge $l = 4 \text{ cm}$
 Stromstärke $I = 0,04 \text{ A}$

$$\text{Lösung: } \mathfrak{H} = \frac{I \cdot w}{l}$$

$$\mathfrak{H} = \frac{0,04 \text{ A} \cdot 200}{4 \text{ cm}}$$

$$\mathfrak{H} = 2 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

Aufgaben:

1. Durch eine Relaisspule von 10 cm Länge mit 4000 Windungen fließt ein Strom von 0,1 A. Wie groß ist:
 - a) die magnetische Ursprungsspannung?
 - b) die magnetische Feldstärke?
2. Durch eine Antennenspule von 4,5 cm Länge und 100 Windungen fließt ein Strom von 0,01 A. Wie groß ist:
 - a) die magnetische Ursprungsspannung?
 - b) die magnetische Feldstärke?

2. Magnetische Induktion (Magnetflußdichte)

Die Magnetflußdichte oder magnetische Induktion \mathfrak{B} ist die Anzahl der eine Querschnittsfläche von 1 cm^2 senkrecht durchsetzenden magnetischen Feldlinien.

Die magnetische Induktion \mathfrak{B} ist das Produkt aus der magnetischen Feldstärke \mathfrak{H} und der magnetischen Leitfähigkeit (Permeabilität) μ .

$$\text{Magnetische Induktion } \mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}$$

Die Permeabilität eines beliebigen Stoffes wird als Vielfaches μ_r der für das Vakuum und für Luft geltenden „absoluten Permeabilität“ μ_0 angegeben.

$$\text{Magnetische Induktion } \mathfrak{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \mathfrak{H}$$

wobei $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Vs}}{\text{A cm}} = 1,257 \frac{\text{G cm}}{\text{A}}$ ist.

Für das Vakuum, Luft und angenähert für nicht ferromagnetische Stoffe ist $\mu_r = 1$, für ferromagnetische Stoffe ist μ_r abhängig von der Feldstärke und muß den „Magnetisierungskurven“ entnommen werden.

Die magnetische Induktion \mathfrak{B} wird in der Technik in Gauß angegeben und nach der Formel berechnet:

$$\text{Magnetische Induktion } \mathfrak{B} [\text{G}] = 1,257 \frac{\text{G cm}}{\text{A}} \cdot \mu_r \cdot \mathfrak{H} \left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right]$$

Es bedeuten:

B [G] magnetische Induktion gemessen in Gauß

μ_r relative Permeabilität

$\mathfrak{H} \left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right]$ magnetische Feldstärke gemessen

in $\frac{\text{A}}{\text{cm}}$

Lösungsbeispiel:

In einer Feldspule beträgt die magnetische Feldstärke $120 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$; wie groß ist die magnetische Induktion, wenn die Spule

- a) auf einen eisenlosen Rahmen,
b) auf einen Kern aus Stahlguß ($\mu_r = 115$) gewickelt ist?

Gesucht: Magnetische Induktion \mathfrak{B}

Gegeben: Feldstärke

$$\mathfrak{H} = 120 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

rel. Permeabilität
für Stahlguß

$$\mu_r = 115$$

$$\text{Lösung: } \mathfrak{B} [\text{G}] = 1,257 \frac{\text{G} \cdot \text{cm}}{\text{A}} \cdot \mu_r \cdot \mathfrak{H} \left[\frac{\text{A}}{\text{cm}} \right]$$

$$\text{a) } \mu_r = 1$$

$$\mathfrak{B} [\text{G}] = 1,257 \frac{\text{G} \cdot \text{cm}}{\text{A}} \cdot 120 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

$$\mathfrak{B} = \underline{\underline{150,8 \text{ G}}}$$

$$\text{b) } \mathfrak{B} [\text{G}] = 1,257 \frac{\text{G} \cdot \text{cm}}{\text{A}} \cdot 115 \cdot 120 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$$

$$\mathfrak{B} = \underline{\underline{17347 \text{ G}}}$$

Aufgaben:

3. Eine Spule auf schwachlegiertem Dynamoblech weist eine Induktion von 13500 G auf; die magnetische Feldstärke beträgt $18 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$. Wie groß ist die Permeabilität des Bleches?
4. Berechne die magnetische Induktion einer Spule auf Grauguß bei einer magnetischen Feldstärke von $60 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$! ($\mu_r = 110$)

3. Tragkraft von Elektromagneten

Die Tragkraft eines Magnetpoles kann angenähert nach der Formel

$$\text{Tragkraft } P [\text{kp}] = \left(\frac{\mathfrak{B} [\text{G}]}{5000} \right)^2 \cdot F [\text{cm}^2]$$

berechnet werden.

Es bedeuten:

P [kp]	Tragkraft gemessen in kp
\mathfrak{B} [G]	magn. Induktion gemessen in Gauß
F [cm ²]	wirksame Fläche gemessen in cm ²

Lösungsbeispiel:

Ein Elektromagnet von 6000 G magnetischer Induktion weist eine wirksame Fläche von 4 cm² auf. Wie groß ist seine Tragkraft?

Gesucht: Tragkraft P Gegeben: $\mathfrak{B} = 6000 \text{ G}$ $F = 4 \text{ cm}^2$

$$\text{Lösung: } P [\text{kp}] = \left(\frac{\mathfrak{B} [\text{G}]}{5000}\right)^2 \cdot F [\text{cm}^2]$$

$$P [\text{kp}] = \left(\frac{6000}{5000}\right)^2 \cdot 4$$

$$P [\text{kp}] = (1,2)^2 \cdot 4$$

$$P = \underline{\underline{5,76 \text{ kp}}}$$

Aufgaben:

- Ein Elektrokran mit einer Induktion von 18000 G besitzt eine wirksame Fläche von 200 cm². Wie groß ist seine Tragkraft?
- Zum Aufspannen der Werkstücke auf eine Fräsmaschine wird ein Elektromagnet von 60 kp Tragkraft benötigt. Die Magnetflußdichte beträgt 12000 G. Wie groß muß die wirksame Fläche gehalten werden?

D. Wechsel- und Drehstrom

1. Frequenz des Wechselstromes

Die Zeit für eine volle Sinusschwingung heißt die Periode T der Sinusschwingung. Die Zahl der Perioden T in 1 Sekunde nennt man die Frequenz f .

$$\text{Frequenz } f = \frac{1}{T}$$

Die Maßeinheit der Frequenz ist 1 Hertz (Kurzzeichen: 1 Hz = $\frac{1}{\text{s}}$).

Lösungsbeispiel:

Eine Periode des Wechselstromes beträgt 0,02 s. Wie groß ist die Frequenz?

Gesucht: Frequenz f Gegeben: Periode $T = 0,02 \text{ s}$

$$\text{Lösung: } f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{0,02 \text{ s}}$$

$$f = \underline{\underline{50 \text{ Hz}}}$$

Aufgaben:

- Die Periode des Wechselstromes für den Betrieb der elektrischen Bahnen beträgt 0,06 s. Wie groß ist seine Frequenz?
- Ein Polwechsler arbeitet mit einer Frequenz von 25 Hz. Wie groß ist die Dauer einer Periode?

2. Effektivwerte des Wechselstromes

Der Effektivwert I der Stromstärke und der Effektivwert U der Spannung eines Wechselstromes sind die Werte der Stromstärke und Spannung eines Gleichstroms, der die gleichen thermischen oder magnetischen Wirkungen hat wie der Wechselstrom.

$$\text{Effektive Stromstärke } I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_m$$

$$\text{Effektive Spannung } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot U_m$$

Es bedeuten:

- I Effektivwert der Stromstärke
- U Effektivwert der Spannung
- I_m Scheitelwert der Stromstärke
- U_m Scheitelwert der Spannung

Lösungsbeispiel:

Der Scheitelwert der Stromstärke des Wechselstroms beträgt 12 A. Wie groß ist der Effektivwert?

Gesucht: Effektivwert I

Gegeben: Scheitelwert I_m

$$\text{Lösung: } I = I_m \cdot 0,707$$

$$I = 12 \text{ A} \cdot 0,707$$

$$I = \underline{\underline{8,484 \text{ A}}}$$

Aufgaben:

3. Berechne den Effektivwert der Spannung eines Wechselstroms, wenn der Scheitelwert 537,5 V beträgt!
4. Wie groß ist der Scheitelwert der Wechselspannung, wenn an den Klemmen eine Spannung von 220 V gemessen wird?

3. Induktivität und Kapazität

a) Induktivität

Die Induktivität L ist von der Form des Leiters abhängig. Die Einheit der Induktivität ist 1 Henry (Kurzzeichen: 1 H).

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \text{ H} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$$

b) Kapazität

Die Kapazität C eines Kondensators ist das Verhältnis der Ladungsmenge Q zur angelegten Spannung U .

$$\text{Kapazität } C = \frac{Q}{U} \quad \text{Ladung } Q = C \cdot U$$

Es bedeuten:

C Kapazität

Q Ladungsmenge

U Spannung

Die Einheit der Kapazität besitzt ein Kondensator, in dem die Ladung von 1 As die Spannung 1 V erzeugt. Die Einheit der Kapazität heißt 1 Farad (Kurzzeichen: F)

$$\text{Einheitengleichung: } 1 \text{ F} = \frac{1 \text{ As}}{1 \text{ V}}$$

Daraus abgeleitet $1 \text{ F} = 10^6 \mu\text{F} = 10^{12} \text{ pF}$

Lösungsbeispiel:

Ein Kondensator mit der Kapazität von $4 \mu\text{F}$ liegt an 220 V Spannung. Wie groß ist seine Ladung?

Gesucht: Ladung Q

Gegeben: Kapazität

$$C = 4 \mu\text{F}$$

Spannung

$$U = 220 \text{ V}$$

Lösung: $Q = C \cdot U$

$$Q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 220 \text{ V}$$

$$Q = 880 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot \text{V}$$

$$Q = \underline{\underline{0,00088 \text{ As}}}$$

Aufgaben:

- Die Ladung eines Kondensators beträgt $0,01 \text{ As}$ bei 500 V Spannung. Berechne seine Kapazität!
- Ein Kondensator von 100 pF wird an eine Leitung mit 220 V Spannung angeschlossen. Wie groß ist seine Ladung?

Die Kapazität eines Kondensators ist der Plattengröße F direkt, dem Plattenabstand d umgekehrt proportional und um so größer, je durchlässiger das Dielektrikum ist.

$$\text{Kapazität } C = \varepsilon \cdot \frac{F}{d}$$

Es bedeuten:

C Kapazität

ε Dielektrizitätskonstante

F Plattengröße

d Plattenabstand

Die Dielektrizitätskonstante ε eines beliebigen Stoffes wird als Vielfaches ε_r der für das Vakuum und für Luft geltenden „absoluten Dielektrizitätskonstanten ε_0 “ angegeben.

$$\text{Kapazität } C \text{ [pF]} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{F \text{ [cm}^2\text{]}}{d \text{ [cm]}}$$

wobei die absolute Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_0 = 0,0886 \frac{\text{pF}}{\text{cm}}$ ist. Für die Umrechnung der in pF angegebenen Kapazität in die früher gebräuchliche elektrostatische Einheit cm gelten die Bezeichnungen

$$1 \text{ F} = 10^{12} \text{ pF} = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm}$$

$$1 \text{ pF} = \frac{9}{10} \text{ cm}$$

$$\text{Kapazität } C \text{ [cm]} = C \text{ [pF]} \cdot \frac{9}{10} \text{ cm/pF}$$

Lösungsbeispiel:

Ein Plattenkondensator hat eine Plattenfläche von 250 cm^2 und einen Plattenabstand von $0,01 \text{ cm}$. Die Dielektrizitätskonstante des Zwischenmediums ist $\varepsilon_r = 2,5$. Wie groß ist die Kapazität des Kondensators

- in Pikofarad?
- in Zentimeter?

Gesucht: Kapazität C

Gegeben: Plattenfläche $F = 250 \text{ cm}^2$
Plattenabstand $d = 0,01 \text{ cm}$
Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_r = 2,5$

Lösung: a) $C \text{ [pF]} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{F}{d}$

$$C \text{ [pF]} = 0,0886 \frac{\text{pF}}{\text{cm}} \cdot 2,5 \cdot \frac{250 \text{ cm}^2}{0,01 \text{ cm}}$$

$$C \text{ [pF]} = 0,0886 \cdot 62500 \text{ pF}$$

$$C = \underline{\underline{5537,5 \text{ pF}}}$$

b) $C \text{ [cm]} = C \text{ [pF]} \cdot \frac{9}{10} \text{ cm}$

$$C \text{ [cm]} = 5537,5 \cdot \frac{9}{10} \text{ cm}$$

$$C \approx \underline{\underline{4984 \text{ cm}}}$$

Aufgaben:

- Ein Kondensator hat eine Plattenfläche von 750 cm^2 und einen Plattenabstand von $0,1 \text{ cm}$. Das Dielektrikum ist Luft ($\varepsilon_r = 1$). Berechne die Kapazität des Kondensators in pF!
- Ein Drehkondensator soll eine Kapazität von 250 pF erhalten. Als Dielektrikum wird Hartgummi ($\varepsilon_r = 2,5$) von $0,02 \text{ cm}$ Stärke verwendet. Wie groß muß die Plattenfläche sein?

4. Ohmsches Gesetz im Wechselstromkreis

Die effektive Stromstärke I im Wechselstromkreis ist das Verhältnis der effektiven Spannung U zum Wechselstromwiderstand R_s (Scheinwiderstand) des Stromkreises.

$$\text{Ohmsches Gesetz } I = \frac{U}{R_s}$$

$$\text{Scheinwiderstand } R_s = \frac{U}{I}$$

Es bedeuten:

I effektive Stromstärke

U effektive Spannung

R_s Wechselstromwiderstand

Der Scheinwiderstand ist davon abhängig, ob der Wechselstromkreis nur durch einen Ohmschen Widerstand, eine Induktivität mit einem Ohmschen Widerstand oder eine Kapazität belastet ist.

a) Der Stromkreis wird durch Ohmschen Widerstand belastet

Der Scheinwiderstand im Wechselstromkreis mit einem Ohmschen Widerstand ist gleich dem Gleichstromwiderstand.

$$R_s = R_G = R$$

Es bedeuten:

R_s Scheinwiderstand

R_G Gleichstromwiderstand

R Ohmscher Widerstand

$$\text{Ohmsches Gesetz } I = \frac{U}{R}$$

b) Der Stromkreis enthält eine Selbstinduktion mit Ohmschen Widerstand

Der induktive Widerstand X (Blindwiderstand) nimmt mit der Größe der Selbstinduktion und mit der Frequenz des Wechselstroms zu.

$$\text{Induktiver Widerstand } X = \omega \cdot L$$

$$\text{Scheinwiderstand } R_s = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}; \quad \omega = 2 \pi f$$

Es bedeuten:

X induktiver Widerstand

ω Kreisfrequenz

f Frequenz

L Koeffizient der Selbstinduktion

$$\text{Ohmsches Gesetz: } I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2 \pi f \cdot L)^2}}$$

e) Der Stromkreis enthält eine Kapazität

Der kapazitive Widerstand Y nimmt mit wachsender Kapazität und steigender Frequenz des Wechselstroms ab.

$$\text{Kapazitiver Widerstand } Y = \frac{1}{\omega C} \quad \omega = 2\pi f$$

Es bedeuten:

Y kapazitiver Widerstand
 C Kapazität
 ω Kreisfrequenz
 f Frequenz

$$\text{Ohmsches Gesetz: } I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}}$$

Lösungsbeispiele:

1. Welche Stromstärke nimmt ein Ohmscher Widerstand von 500Ω bei 220 V Wechselspannung auf?

Gesucht: Stromstärke I

Gegeben: Ohmscher Widerstand $R = 500 \Omega$
 Spannung $U = 220 \text{ V} \sim$

$$\text{Lösung: } I = \frac{U}{R}$$

$$I = \frac{220 \text{ V}}{500 \Omega}$$

$$I = \underline{\underline{0,44 \text{ A}}}$$

2. Eine Spule mit einem Ohmschen Widerstand von 150Ω und einer Selbstinduktion von 1 H (Henry) liegt an einer Wechselspannung von 220 V mit einer Frequenz von 50 Hz . Mit welcher Stärke fließt der Strom durch die Spule?

Gesucht: Stromstärke I

Gegeben: Ohmscher Widerstand $R = 150 \Omega$
 Selbstinduktion $L = 1 \text{ H}$
 Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$
 Spannung $U = 220 \text{ V} \sim$

$$\text{Lösung: } I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega = \underline{\underline{314 \frac{1}{\text{s}}}}$$

$$I = \frac{220 \text{ V}}{\sqrt{(150 \Omega)^2 + \left(314 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}}\right)^2}}$$

$$I = \frac{220 \text{ V}}{\sqrt{22500 \Omega^2 + 98596 \Omega^2}}$$

$$I = \frac{220 \text{ V}}{348 \Omega}$$

$$I = \underline{\underline{0,632 \text{ A}}}$$

3. Wie groß ist der kapazitive Widerstand eines Kondensators von $2 \mu\text{F}$ bei einer Frequenz von 50 Hz ?

Gesucht: Kapazitiver Widerstand Y

Gegeben: Kapazität
Frequenz

$C = 2 \mu\text{F}$
 $f = 50 \text{ Hz}$

$$\text{Lösung: } Y = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$$

$$Y = \frac{1}{6,28 \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 2 \cdot 20^{-6} \text{ F}}$$

$$\frac{1}{\text{s}} \cdot \text{F} = \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ As}}{\text{V}} = \frac{\text{A}}{\text{V}} = \frac{1}{\Omega}$$

$$Y = \frac{10^6}{6,28 \cdot 100} \frac{1}{\Omega}$$

$$Y = \underline{\underline{1592 \Omega}}$$

Aufgaben:

- Eine Drosselspule besitzt 300Ω Gleichstromwiderstand und eine Selbstinduktion von $1,5 \text{ H}$ bei einer Sprechfrequenz von 1000 Hz . Wie groß ist der Scheinwiderstand?
- Wie ändert sich der Scheinwiderstand, wenn die Drossel der Aufgabe 9 von einem Wechselstrom von nur 50 Hz durchflossen wird?
- Welche Spannung ist erforderlich, damit eine Spule von 200Ω Gleichstromwiderstand und $0,5 \text{ H}$ Induktivität von einem $0,8 \text{ A}$ starken Wechselstrom mit der Frequenz 50 Hz durchflossen wird?
- An einer Spule wird bei 110 V Gleichstrom eine Stromstärke von $1,1 \text{ A}$ gemessen. Bei gleicher Wechselspannung von 50 Hz fließt nur ein Strom von $0,4 \text{ A}$. Wie groß ist die Selbstinduktion in H ?
- Am Kondensator von $2 \mu\text{F}$ liegt eine Frequenz von 800 Hz . Wie groß ist der kapazitive Widerstand?
- Wie groß muß die Kapazität eines Kondensators sein, die bei einer Frequenz von 1000 Hz einen kapazitiven Widerstand von $39,8 \Omega$ haben soll?
- Welche Stromstärke wird an einer Spule gemessen, deren Induktivität $0,8 \text{ H}$ und deren Ohmscher Widerstand 200Ω betragen, wenn sie an eine Wechselspannung von 220 V mit einer Frequenz von 50 Hz angeschlossen wird?
- Ein Kondensator von $3 \mu\text{F}$ wird an eine Wechselspannung von 220 V bei einer Frequenz von 50 Hz angeschlossen. Wie groß ist
 - der Scheinwiderstand des Kondensators?
 - die Stromstärke im Stromkreis?

5. Phasenverschiebung durch Selbstinduktion und Kapazität

Bei Belastung des Wechselstromkreises mit Ohmschen Widerstand besteht Phasengleichheit von Strom und Spannung.

Bei induktiver Belastung des Stromkreises bleibt der Strom hinter der Spannung zurück.

Bei kapazitiver Belastung des Stromkreises eilt der Strom der Spannung voraus.

Die Größe der Phasenverschiebung φ ergibt sich aus:

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{I \cdot R}{I \cdot R_s} = \frac{R}{R_s} = \frac{\text{Ohmscher Widerstand}}{\text{Scheinwiderstand}}$$

Lösungsbeispiel:

Durch Vergleichsmessung des Widerstandes einer Spule bei Gleich- und Wechselspannung wurde der Ohmsche Widerstand mit 150Ω und der Scheinwiderstand mit 180Ω ermittelt. Wie groß ist die Phasenverschiebung von Strom und Spannung?

Gesucht: Phasenverschiebung φ

Gegeben: Ohmscher Widerstand $R = 150 \Omega$

Scheinwiderstand $R_s = 180 \Omega$

$$\text{Lösung: } \cos \varphi = \frac{R}{R_s}$$

$$\cos \varphi = \frac{150 \Omega}{180 \Omega}$$

$$\cos \varphi = 0,833$$

$$\varphi = \underline{\underline{33,57^\circ}}$$

Aufgaben:

- Mit dem Oszillograph wurde bei einer Spule mit einem Ohmschen Widerstand 124Ω eine Phasenverschiebung von $51^\circ 42'$ ermittelt. Wie groß ist der Scheinwiderstand?
- Durch einen Anker fließt bei 220 V Gleichspannung ein Strom von $2,4 \text{ A}$; bei Wechselspannung von gleicher Höhe sinkt der Strom auf $1,8 \text{ A}$. Wie groß ist die Phasenverschiebung?
- Wie groß ist die Phasenverschiebung von Strom und Spannung im Kondensatorkreis der Aufgabe 16, wenn der Ohmsche Widerstand der Zuleitungen vernachlässigbar klein ist?

6. Leistung des Wechselstroms

Die Leistung eines Wechselstroms bei Phasengleichheit von Strom und Spannung ist dem Produkt aus der effektiven Stromstärke und der effektiven Spannung gleich.

$$\text{Wechselstromleistung } N = U \cdot I$$

Es bedeuten:

N Wechselstromleistung

U effektive Spannung

I effektive Stromstärke

Die Leistung eines Wechselstroms bei Phasenverschiebung von Strom und Spannung ist gleich dem Produkt aus der effektiven Stromstärke, der effektiven Spannung und dem Cosinus der Phasenverschiebung.

$$\text{Wechselstromleistung } N = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Lösungsbeispiele:

1. Durch den Heizstab eines Wärmegeräts fließt bei Anschluß an 220 V Wechselspannung ein Strom von 2,3 A. Bestimme die Leistung!

Gesucht: Leistung N	Gegeben: Spannung	$U = 220 \text{ V} \sim$
	Stromstärke	$I = 2,3 \text{ A}$

Lösung: $N = U \cdot I$		
$N = 220 \text{ V} \cdot 2,3 \text{ A}$		$N = \underline{\underline{506 \text{ W}}}$

2. Ein Motor ist an einer Wechselspannung von 220 V angeschlossen. Durch ihn fließt ein Strom von 4,2 A. Der $\cos \varphi$ beträgt 0,7. Wie groß ist die Leistung?

Gesucht: Leistung N	Gegeben: Spannung	$U = 220 \text{ V} \sim$
	Stromstärke	$I = 4,2 \text{ A}$
	Leistungsfaktor	$\cos \varphi = 0,7$

Lösung: $N = U \cdot I \cdot \cos \varphi$		
$N = 220 \text{ V} \cdot 4,2 \text{ A} \cdot 0,7$		$N = \underline{\underline{646,8 \text{ W}}}$

Aufgaben:

20. Auf dem Leistungsschild eines Motors steht: $U = 220 \text{ V} \sim$, $I = 6 \text{ A}$, $\cos \varphi = 0,65$. Wie groß ist die Nutzleistung des Motors?
21. Ein Wechselstromgenerator liefert eine Spannung von 230 V und eine Stromstärke von 120 A. Die Phasenverschiebung beträgt $\cos \varphi = 0,6$. Wie groß ist seine Leistung?
22. Ein 5 kW-Motor wird an 220 V Wechselspannung angeschlossen. Wie stark ist der Strom in der Zuleitung, wenn der Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,64$ beträgt?

7. Leistung des Drehstroms

Bei symmetrisch belasteten Phasen ist die gesamte Drehstromleistung gleich der Summe der drei Phasenleistungen.

$$\text{Phasenleistung } N_p = U_p \cdot I_p \cdot \cos \varphi_p$$

$$\text{Drehstromleistung } N = 3 N_p = 3 U_p \cdot I_p \cdot \cos \varphi_p$$

Es bedeuten:

U_p Phasenspannung

I_p Phasenstromstärke

φ_p Phasenwinkel zwischen Phasen-Stromstärke und -spannung

Ersetzt man die Phasenspannung U_p und die Phasenstromstärke I_p durch die Netzspannung U und den Außenleiterstrom I , so ist bei

Sternschaltung	bei Dreieckschaltung
$U = \sqrt{3} \cdot U_p; U_p = \frac{1}{\sqrt{3}} U$	$U = U_p; U_p = U$
$I = I_p \quad ; \quad I_p = I$	$I = \sqrt{3} \cdot I_p; I_p = \frac{1}{\sqrt{3}} I$

und die Drehstromleistung unabhängig von der Schaltung:

$$\text{Drehstromleistung } N = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cos \varphi_p$$

Es bedeuten:

U Netzspannung

I Strom in Außenleiter

φ_p Phasenwinkel zwischen den Phasen

Lösungsbeispiel:

Welche Leistung nimmt ein Drehstrommotor auf, wenn bei einer Netzspannung von 380 V und einem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,72$ der Außenleiterstrom 11,1 A beträgt?

Gesucht: Leistung N

Gegeben: Netzspannung $U = 380 \text{ V} \sim$
 Außenleiterstrom $I = 11,1 \text{ A}$
 Leistungsfaktor $\cos \varphi_p = 0,72$

$$\begin{aligned} \text{Lösung: } N &= \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi_p \\ N &= 1,73 \cdot 380 \text{ V} \cdot 11,1 \text{ A} \cdot 0,72 \\ N &= 5254 \text{ Watt} \end{aligned}$$

$$N = \underline{\underline{5,254 \text{ kW}}}$$

Aufgaben:

23. Ein Drehstrommotor wird an eine Phasenspannung von 220 V angeschlossen. Der Phasenstrom beträgt 12 A, die Phasenverschiebung $\cos \varphi = 0,77$. Wie groß ist die Leistung?
24. Wie groß ist der Außenleiterstrom, wenn ein Drehstrommotor von 18,6 kW bei $\cos \varphi = 0,71$ an 380 V angeschlossen ist?
25. Von einem 6,2 kW-Drehstrommotor, der in Sternschaltung an 380 V angeschlossen ist, und mit einem Leistungsfaktor von $\cos \varphi = 0,69$ arbeitet, soll der Strom berechnet werden.
26. Im Außenleiter eines Drehstrommotors von 3,5 kW Leistung fließt in Dreieckschaltung ein Strom von 4,8 A. Wie groß ist die Spannung, wenn $\cos \varphi = 0,66$ beträgt?

8. Die Transformatoren

Die Leerlaufspannungen U_1 und U_2 an den beiden Spulen eines Transformators verhalten sich angenähert wie die Windungszahlen der Spulen.

$$U_1 : U_2 \approx w_1 : w_2$$

Lösungsbeispiel:

Wieviel Windungen muß die Sekundärspule (Ausgangsspule) eines Transformators haben, wenn die Eingangsspannung 220 V und die Ausgangsspannung 4 V betragen sollen? Die Primärspule (Eingangsspule) zählt 1200 Windungen.

Gesucht: Sekundär-

Windungszahl w_2

Gegeben: Primärspannung $U_1 = 220 \text{ V} \sim$

Sekundärspannung $U_2 = 4 \text{ V} \sim$

Primär-Windungszahl $w_1 = 1200$ Windungen

$$\text{Lösung: } w_2 \approx \frac{U_2}{U_1} \cdot w_1$$

$$w_2 \approx \frac{4 \text{ V}}{220 \text{ V}} \cdot 1200 \text{ Windungen}$$

$$w_2 \approx \underline{\underline{21,8 \text{ Windungen}}}$$

Aufgaben:

27. An einen Trafo werden 110 V Wechselspannung angelegt. Die Eingangswicklung zählt 810 Windungen und die Ausgangswicklung 540 Windungen. Wie groß ist die abgegebene Spannung?
28. Ein Trafo soll von 220 V auf 12,6 V umspannen. Die Primärspule zählt 880 Windungen. Wieviel Windungen muß die Sekundärspule erhalten?
29. Ein Netztrafo für 220 V enthält auf der Primärseite 1200 Windungen.
 - a) Berechne die Windungszahl für eine Sekundärspannung von 12,6 V!
 - b) Nach wieviel Windungen sind Anschlüsse für 2 V und 6,3 V vorzusehen?
30. Die Sekundärseite eines Trafo soll für folgende Spannungen Anschlußstellen vorsehen: 4 V; 8 V; 12 V; 24 V. Die Primärseite mit 1400 Windungen wird an 220 V Spannung angeschlossen.
 - a) Wieviel Windungen muß die Sekundärseite besitzen?
 - b) Nach wieviel Windungen erfolgen Anschlüsse?

LÖSUNGEN

IV. AKUSTIK

A. Fortpflanzung des Schalls

1. Schwingungsdauer und Frequenz

1. 160 Schwingungen
2. 50 Hz
3. 1200 U/min
4. 0,042 s

2. Schwingungsweite

5. 0,5 kpm
6. 3,8 cm
7. Abb. 105

8. Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit

8. a) 21,25 m
b) 0,017 m
9. 1,7 m und 0,227 m
10. $\lambda_w = 3,773$ m
 $\lambda_{\Delta l} = 11,6$ m
4. Schallgeschwindigkeit
11. 5050 m/s
12. Ja, denn
 $c_{\text{Eisen}} = 5175$ m/s und $c_{\text{Blei}} = 1209$ m/s

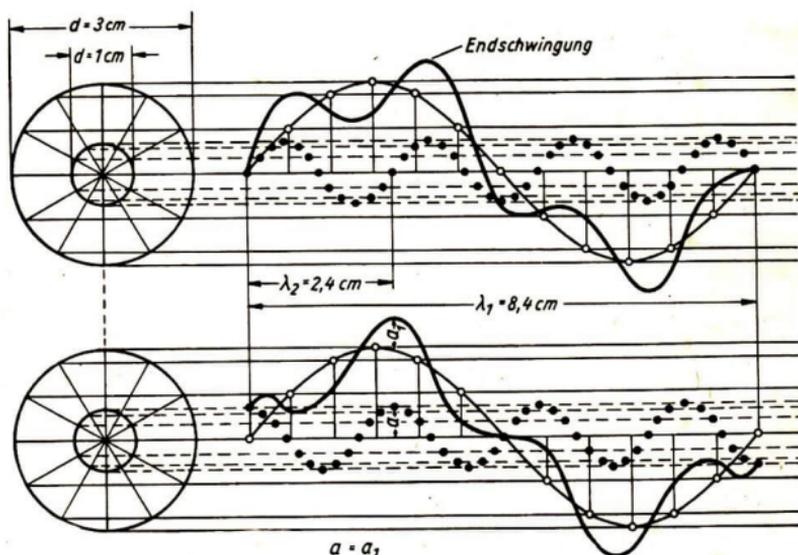


Abb. 105

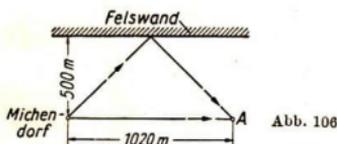
13. 2560 m/s
 14. 10000 kp/mm²
 15. $c_{20} = 342,9$ m/s gegen 343 m/s
 $c_{30} = 348,7$ m/s gegen 349 m/s
 $c_{42} = 355,6$ m/s gegen 356 m/s
 16. 2,7 s
 17. ≈ 870 m
 18. 1660 m
 19. nach 6,2 s
 20. Tiefe 70 m

Das Dopplersche Prinzip

21. $f_1 = 55,4$ Hz, $f_2 = 45,6$ Hz
 22. $f_1 = 254$ Hz, $f_2 = 165$ Hz
 23. $f_1 = 82$ Hz, $f_2 = 78$ Hz
 24. $v = \frac{f \cdot c}{f_2} - c \quad v = 13,23$ m/s
 25. $f_2 = 479,8$ Hz ≈ 480 Hz, $f_1 = 512$ Hz

B. Reflexion des Schalls

1. 119 m
 2. $2y = 7,74$ m
 3. Abb. 106 a) 3 s b) 4,3 s



4. 797 m
 5. 329,8 m ≈ 330 m

C. Von den Tönen

1. Tonleiter

1. 112 Hz
 2. 192 Hz
 3. 528 Hz, 1056 Hz
 4. $\approx 7,1$ Oktaven (7 Oktaven und 1 großer Ganzton)
 5. 4,5 Oktaven
 6. 6,9 Oktaven
 7. a) 7,8 Quinten b) 11,9 Quinten
 8. cis $\hat{=}$ 51,2 Hz, dis $\hat{=}$ 57,6 Hz

9.

Intervall	Verhältnis der Schwingungszahlen bei	
	temperierter Stimmung	reiner Stimmung
Seckunde	$\left(\sqrt[12]{2}\right)^2 = 1,1225$	$9/8 = 1,125$
Quart	$\left(\sqrt[12]{2}\right)^5 = 1,3348$	$4/3 = 1,333$
Quint	$\left(\sqrt[12]{2}\right)^7 = 1,4983$	$3/2 = 1,5$

2. Töne gespannter Saiten

10. 43 cm
 11. ≈ 140 Hz
 12. a) Aus $\frac{1}{l} : \frac{1}{l_1} = c' : e' = 4 : 5$ folgt

$$l_1 = \frac{4}{5} l$$

$$l_1 = 52 \text{ cm}$$

- b) Aus $\frac{1}{d} : \frac{1}{d_1} = c' : e = 8 : 5$ folgt

$$d_1 = \frac{8}{5} d$$

$$d_1 = 0,48 \text{ mm}$$

- c) Aus $\sqrt{p} : \sqrt{p_1} = c' : g'' = 1 : 3$ folgt
- $$p_1 = \frac{9}{p}$$
- $$p_1 = 63 \text{ kp}$$

$$13. f : f_1 = \frac{1}{l} \sqrt{p} : \frac{1}{l_1} \sqrt{p_1}$$

$$f : f_1 = 1,06 : 1,06$$

$$f = f_1$$

14. 2,11 Hz
 15. 218 Hz

3. Tönende Luftsäulen

16. a) Die offene Pfeife kann die vollständige Reihe der harmonischen Obertöne geben
 b) $f_1 = 1133$ Hz, $f_2 = 1700$ Hz
 17. Abb. 107. fünfter Oberton $f_5 = 1700$ Hz

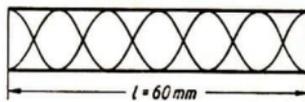


Abb. 107

18.

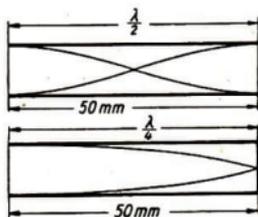


Abb. 108

$$l = \frac{\lambda_0}{2}; \lambda_0 = 2l; f_0 = \frac{c}{2l} \quad f_0 = 340 \text{ Hz}$$

$$l = \frac{\lambda_0}{4}; \lambda_0 = 4l; f_0 = \frac{c}{4l} \quad f_0 = 170 \text{ Hz}$$

Durch Decken der tönenden Luftsäule entsteht die nächst tiefere Oktave.

$$19. \text{ a) } f_0 = \frac{c}{4l}; f_1 = 3 \frac{c}{4l} = 3 f_0;$$

$$f_2 = 5 \cdot \frac{c}{4l} = 5 f_0;$$

$$f_3 = 7 \cdot \frac{c}{4l} = 7 f_0;$$

$$f_1 = 1275 \text{ Hz}; f_2 = 2125 \text{ Hz};$$

$$f_3 = 2975 \text{ Hz}$$

- b) Eine gedeckte Pfeife gibt nur die ungeraden Obertöne der harmonischen Reihe.

D. Resonanz

1. Resonanzschwingungen in Luftsäulen

1. 275 Hz
2. 0,375 m
3. 0,825 m

2. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit durch Resonanzversuche mit der Kundtschen Röhre

4. 5045 m/s

V. OPTIK

A. Lichttechnik

$$1. \text{ a) } E = \frac{I}{r^2}$$

$$I = E \cdot r^2$$

$$I = 120 \text{ lx} \cdot (2,52 \text{ m})^2$$

$$I = \underline{\underline{750 \text{ cd}}}$$

$$\text{Einheitengleichung } 1 \text{ lx} \cdot (1 \text{ m})^2 = 1 \text{ cd}$$

- b) Erhöht der Reflektor die Leistung der Lampe um 25% = $\frac{1}{4}$, so ergäbe die Lampe von 750 cd $\frac{5}{4}$ der geforderten Leistung.

$$750 \text{ cd} = \frac{5}{4} I$$

$$I = \underline{\underline{600 \text{ cd}}}$$

Es genügt in diesem Fall eine Lampe von 600 cd, d. h. die Lampe kann um 150 cd schwächer sein.

- c) Die Lampe leuchtet mit Reflektor, als hätte sie 937,5 cd. Für den neuen Abstand x gilt also:

$$\frac{937,5 \text{ cd}}{x^2} = 120 \text{ lx} \quad |$$

↳ Ein Ausrufungszeichen über einem Gleichheitszeichen bedeutet „soll gleich sein“ oder „sei gleich“, um solche bedingten Gleichungen von unbedingten („ist gleich“) zu unterscheiden.

$$\text{Einheitengleichung } 1 \text{ lx} = \frac{1 \text{ cd}}{1 \text{ m}^2}$$

$$x = 2,8 \text{ m (Rechenschieber-Rechnung)}$$

Die Lampe ist also 30 cm höher zu hängen.

2. Wir finden die Lösung durch folgende Überlegung:

Wäre die Kerzenstärke der Lampe bekannt, so könnten wir die Höhe h aus der

$$\text{Formel } E = \frac{I}{h^2} \text{ berechnen: } h = \sqrt{\frac{I}{E}}$$

E ist die verlangte Beleuchtungsstärke von 300 lx.

Die Lichtstärke I der 60-Wattlampe ergibt sich aus der durch sie erzeugten Beleuchtungsstärke E_1 auf der Innenfläche einer Kugel von 1 m Radius.

$$E_1 = \frac{\Phi}{4\pi} \text{ Lux}$$

$$\Phi = 60 \text{ W} \cdot 16 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$$

$$\Phi = \underline{960 \text{ lm}}$$

$$E_1 = \frac{960 \text{ lm}}{12,56 \text{ m}^2}$$

$$E_1 = \underline{76,5 \text{ lx}}$$

Durch Auflösen der Gleichung $E_1 = \frac{I}{r^2}$ nach I erhält man:

$$I = E_1 \cdot r^2$$

$$I = 76,5 \text{ lx (1 m)}^2$$

$$I = \underline{76,5 \text{ cd}}$$

Durch Einsetzen von $E = 300 \text{ lx}$ und $I = 76,5 \text{ cd}$ in die Gleichung für h ergibt sich:

$$h = \sqrt{\frac{76,5 \text{ cd}}{300 \text{ lx}}}$$

$$h = \underline{\underline{0,505 \text{ m}}}$$

3. a) Beleuchtungsstärke $E = \frac{\Phi}{F}$

$$\text{Lichtstrom } \Phi \text{ der 60-Wattlampe } \Phi = 16 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \cdot 60 \text{ W} = 960 \text{ lm}$$

$$\text{Wir nutzen davon 80 \% aus: } 80 \% \text{ von } \Phi = 960 \text{ lm} \cdot \frac{80}{100} = 768 \text{ lm}$$

$$\text{Beleuchtungsstärke } E = \frac{768 \text{ lm}}{7 \text{ m}^2}$$

$$E = \underline{\underline{109,7 \text{ lx}}}$$

- b) Ja! Denn die auf der Kreisfläche erzeugte Beleuchtungsstärke ist größer als 50 lx; sie entspricht der Beleuchtungsstärke durch eine Lampe von 110 cd aus 1 m Entfernung.
- c) Die Entfernung spielt, unter der Voraussetzung, daß etwaige Lichtverluste durch Nebel usw. vernachlässigt werden können, bei der Berechnung keine Rolle, da die Größe der zu beleuchtenden Fläche festliegt und die Lichtmenge gegeben ist. Nur die Einstellung des Scheinwerfers, d. h. der Abstand seines Brennpunktes von der Lichtquelle, hängt von der Entfernung ab.
4. a) Bei der symmetrischen Lage der beiden Lampen zur Tafel nach Abb. 109 muß jede Lampe nur die Hälfte der erforderlichen Beleuchtungsstärke von 50 lx liefern. Die Beleuchtungsstärke durch 1 Lampe beträgt somit 25 lx. Da das Licht schräg auffällt, gilt für die Beleuchtungsstärke die Formel

$$E = \frac{I}{r^2} \cdot \cos \varepsilon$$

ε ist der (mittlere) Neigungswinkel des Lichtstrahls gegen das Lot auf die beleuchtete Fläche (Abb. 109). Die am Ende des Korridors in der Mitte der Seitenwand angebrachte Glühlampe hat von der Wand einen Abstand von 1,5 m, von der Mitte der Aushängetafel einen Abstand von 5 m, wenn man die Höhe der Lampe über dem Boden unberücksichtigt läßt. Dann folgt

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{5 \text{ m}}{1,5 \text{ m}} = 3,333$$

$$\varepsilon = 73^\circ$$

$$\cos \varepsilon = 0,292$$

Aus
$$E = \frac{I}{r^2} \cdot \cos \varepsilon$$

erhält man

$$I = \frac{E \cdot r^2}{\cos \varepsilon}$$

$$I = \frac{25 \text{ lx} \cdot 25 \text{ m}^2}{0,292}$$

$$I = \underline{\underline{2170 \text{ cd}}}$$

Die Lichtstärke der einzelnen Lampe muß 2170 cd betragen.

b) Wie wir bei der Lösung der Aufgabe 2 ermittelten, ist

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}$$

oder

$$\Phi = I \cdot 4\pi$$

$$\Phi = 2170 \text{ cd} \cdot 4\pi \text{ m}^2$$

$$\Phi = \underline{\underline{27\,200 \text{ lm}}}$$

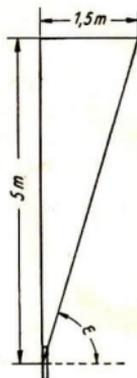


Abb. 109

Bei einer Lichtstromleistung einer Lampe von $22,5 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$ würde dieser Lichtstrom 1210 W erfordern.

c) Die Anordnung von 2 Lampen an den Enden des Korridors wäre verfehlt. Es genügt 1 Lampe in der Mitte des Korridors an der Decke.

d) Bei einer Höhe der Lampe L von 2,5 m über dem Boden und einer Mittenhöhe der Tafel T von 1,5 m (Abb. 110) ist das Quadrat der Entfernung der Lampe von der Tafelmitte

$$r^2 = (1 \text{ m})^2 + (1,5 \text{ m})^2 = 3,25 \text{ m}^2$$

und der Tangens des Einfallswinkels ε

$$\operatorname{tg} \varepsilon = 0,667$$

$$\varepsilon = 33^\circ$$

$$\cos \varepsilon = 0,84$$

Daraus ergibt sich die Lichtstärke:

$$I = \frac{E \cdot r^2}{\cos \varepsilon}$$

$$I = \frac{50 \text{ lx} \cdot 3,25 \text{ m}^2}{0,84}$$

$$I = \underline{\underline{193,5 \text{ cd}}}$$

Der erforderliche Lichtstrom ist 2450 lm.

Bei einer Lichtleistung von $16 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$ genügt eine 150 W-Lampe.

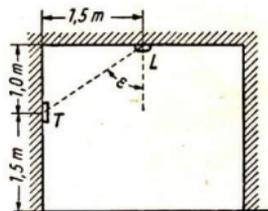


Abb. 110

5. Die Lichtmenge, die eine Lichtquelle L (Abb. 111) in einen Kegel von bestimmtem Winkel einstrahlt, ist proportional der Fläche der diesem Winkel entsprechenden Kugelkalotte C . Wir brauchen nur die stereometrische Formel für die Oberfläche einer Kugelkalotte bei gegebener Höhe h aufzuschlagen und zu betrachten, um die obige Aufgabe sofort graphisch lösen zu können. Die Formel lautet:

$$O = 2 R \pi h,$$

wobei R der Kugelradius, h die Kalottenhöhe ist. Wir sehen das Bemerkenswerte an dieser Formel, daß eine Fläche einer einfachen Strecke (h) linear proportional ist. Die graphische Lösung unserer Aufgabe ist nun sehr einfach und in Abb. 112 dargestellt.

Wir schlagen mit einem beliebigen Radius R einen Kreis um die Lichtquelle L , tragen den uns gegebenen Winkel $\frac{\alpha}{2} = 20^\circ$ an und ziehen die Linie A bis zum Schnitt mit dem Kreis (P). Die Senkrechte PQ auf die Achse LS gibt uns die Höhe h der Kalotte. Wir tragen auf der Achse die Höhe ST der gesuchten Kalotte $= 3h$ ab, ziehen die Senkrechte zu LS durch T bis zum Schnitt W mit dem Kreise. Damit ist der neue Halbwinkel $\frac{\beta}{2}$ gefunden. Die Parallele zu TW im Abstand e von L liefert uns den Durchmesser D_2 des Kondensors von dreifacher Leistung:

$$D_2 = UV.$$

Diese graphische Methode ist ein sehr einfaches Mittel, um bei Kondensoren oder Scheinwerfern für verschiedene Ausstrahlungskegel (Aperturen, Öffnungsverhältnisse) bei Kenntnis des Öffnungswinkels dieser Kegel sofort die Lichtmengenverhältnisse zu ermitteln.

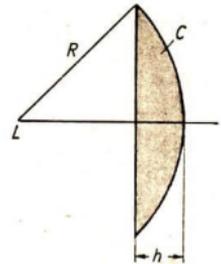


Abb. 111

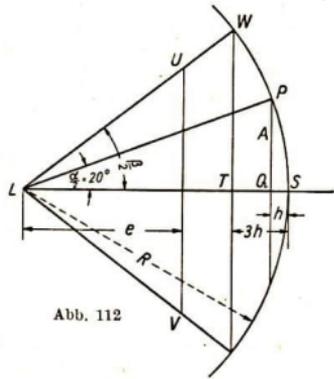


Abb. 112

B. Spiegelung

1. Ebener Spiegel

Die Durchführung der Strahlenkonstruktion (Abb. 113) nach dem Spiegelungsgesetz zeigt, daß das Spiegelbild P'_3 des Punktes P_3 im Buchstaben F auf der gleichen Seite relativ zu P_1P_2 liegen muß wie P_3 zu P_1P_2 . Da das Spiegelbild des Buchstabens F gleichzeitig auf dem Kopf steht, wird links und rechts vertauscht. Das Buchstabenbild ist seitenverkehrt: Spiegelschrift.

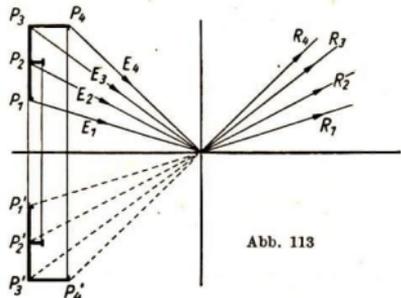


Abb. 113

2. Wie aus der Abb. 114 ersichtlich, liegt der Gegenstand seitlich vom Spiegel entfernt. Unser Spiegelgesetz für ausgedehnte Gegenstände spricht nicht vom Spiegel, sondern von der Ebene des Spiegels. Wir verlängern also die Strecke DE.

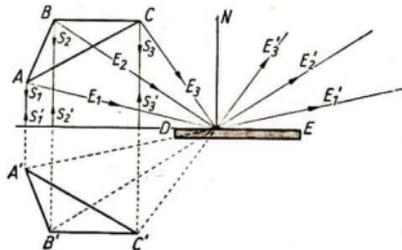


Abb. 114

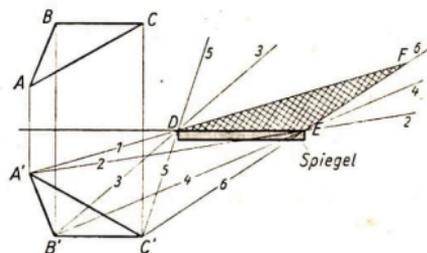


Abb. 115

3. Von jedem der drei Punkte A', B', C' (Abb. 115) gehen Strahlenbüschel 1,2; 4,3; 5,6 aus. Sie überdecken sich nur innerhalb der kreuzschraffierten Fläche DE F. Alle drei Punkte sind also nur dann gleichzeitig sichtbar, wenn der Beobachter sich innerhalb des Dreiecks D E F befindet.
4. Es sind zwei Spiegel notwendig, bzw. bei Vorhandensein von mehr als zwei Spiegeln muß es stets eine gerade Anzahl sein. Der zweite Spiegel kehrt das seitenverkehrte Bild des ersten Spiegels noch einmal, also in ein seitenrichtiges um.
5. Im rechtwinkligen Dreieck U S₁S₂ (Abb. 68) ist

$$\operatorname{tg} \alpha = 1, \text{ also } \alpha = 45^\circ$$

Nach dem Reflexionsgesetz teilen die Lote L₁ und L₂ den Winkel α in zwei gleiche Teile. Da die Strecke AS mit der Wand W und die Strecke U S₂ mit der Wand W₂ rechte Winkel bilden, ist

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\alpha}{2} = 22,5^\circ$$

6. $H = 3 \text{ m}$ (Abb. 69).

2. Gekrümmte Spiegel

a) Sphärische Hohlspiegel

7. $f = 6 \text{ cm}$ $r = 12 \text{ cm}$

8. a) -8 cm

b) Das Bild liegt hinter dem Spiegel und ist virtuell.

c) 2fach.

Scheinwerferproblem

9. a) Da wir den ganzen Spiegel ausnützen, ist der Durchmesser des Lichtbündels gleich dem Durchmesser D des Scheinwerfers.
- b) Das Bild P₁Q ist halb so groß wie der Spiegeldurchmesser D und liegt in der Entfernung $e = 7 \text{ m}$ vom Scheitel des Spiegels.
Den in Abb. 70 angegebenen Strahlengang zur Darstellung der Abbildung P₁ des Punktes P₁ können wir benutzen, um rückwärts zum Bildpunkt P₁ die Lage des Punktes P₁ zu ermitteln. Ziehen wir in Abb. 116 den Strahl P₁M bis zum Spiegel durch, ferner den Strahl von K bis P₂, dem Spiegelbild zum Punkt P₁ zur Spiegelachse, so schneiden sich die beiden Strahlen im Punkt P₁. P₂K ist

Durch Zusammenfassen der Gleichungen
 $SP_0 = f$, $SP_0 = 0,866 P_1P_2$, $P_1P_2 = 0,9 D$, $D = 6$ cm
 erhält man

$$f = 4,68 \text{ cm}$$

$$r = \underline{\underline{9,36 \text{ cm}}}$$

11. (Abb. 118)

a) $P_1P_2 = D$

b) $\frac{D'}{2} = \frac{D}{2} - f \cdot \operatorname{tg} 15^\circ$

Bei einem Gesichtswinkel von 60° ist:

$$\frac{D'}{2} = f \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$$

c) Aus $D' = 2 f \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$,

$$\frac{D}{2} - f \cdot \operatorname{tg} 15^\circ = f \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$$

folgt:

$$f = 5,30 \text{ cm} \quad (3,55 \text{ cm})$$

$$r = 10,6 \text{ cm} \quad (7,10 \text{ cm})$$

$$D = 4,10 \text{ cm}$$

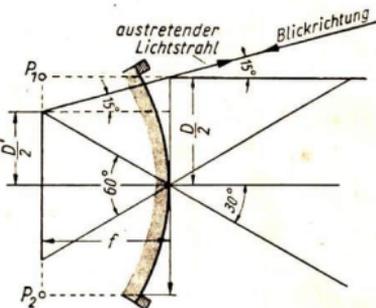


Abb. 118

C. Brechung des Lichtes

1. Brechungsahl, Lösungen entfallen

2. Brechung eines Lichtstrahls

1. $i' = 18^\circ 9'$

2. Da Cassiaöl auf dem Wasser schwimmt, muß der Lichtstrahl von unten her einfallen.

$$\frac{\sin i'}{\sin i} = \frac{n}{n'}$$

$$\sin i' = \frac{1,3330}{1,6050} \sin 30^\circ$$

$$i' = \underline{\underline{24^\circ 31'}}$$

3. Der Lichtstrahl muß von der Wasserseite, also wieder von unten einfallen, sonst würde $\frac{n}{n'} = \sin i$ größer als 1 werden, was keinen Sinn hat.

$$\sin i' = \frac{n}{n'}$$

$$\sin i' = \frac{1,3330}{1,6050}$$

$$\sin i' = 0,8305$$

$$i' = \underline{\underline{56,9^\circ}}$$

3. Totalreflexion

4. $i_0 = 41^\circ 30'$

5. $i_0 = 48^\circ 35' 25''$

6. Der Taucher sieht eine helle Kreisfläche; denn der Grenzwinkel beträgt ca. 49° . Alle Strahlen, welche unter einem größeren Winkel gegen das Einfallot geneigt sind,

können nicht aus dem Wasser herausgelangen. Umgekehrt sammeln sich sämtliche Strahlen aus der Luft, die das Auge des Tauchers erreichen, in einem kegelförmigen Raum mit einem Öffnungswinkel von ca. 49° an der Spitze (am Auge des Tauchers) (Abb. 119).

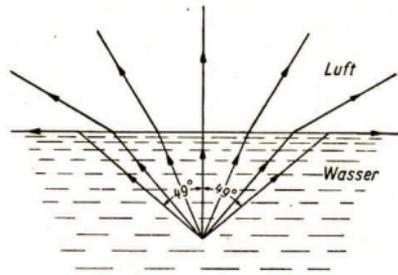


Abb. 119

7. a) Der helle, leere Teil des Glasrohres wirft infolge stellenweiser Totalreflexion des einfallenden Lichtes an den unzähligen, winzigen, durch das Schmirgeln erzeugten Bruchflächen des mattierten Glases relativ viel Licht wieder zurück. Er erscheint weiß. In dem mit der Flüssigkeit gefüllten Teile ist die Grenzschicht Glas — Luft mit ihrer großen Brechzahl-differenz durch eine Grenzschicht Glas — Wasser ersetzt, deren Brechzahl-differenz sehr viel kleiner ist. Der kritische Winkel i_0 unterscheidet sich wenig von 90° , so daß der Winkelspielraum für eventuelle Totalreflexion zu klein wird, um nennenswerte Lichtmengen zurückzustrahlen.
- b) Wir berechnen den Grenzwinkel der Totalreflexion für den Glasindex $n' = 1,524$

$$\sin i_0 = \frac{1}{1,524}$$

$$\sin i_0 = 0,6562$$

$$i_0 = \underline{\underline{41^\circ}}$$

Es genügt, wenn nur die senkrecht auf die Glasplatte fallenden Strahlen S (Abb. 120) die Bedingung der Totalreflexion erfüllen. Zur Erzielung von Totalreflexion muß also i größer als 41° sein. Wir machen $i = 45^\circ$, womit auch die Grenzschicht F von Glas — Luft diese Neigung gegen die Vorderfläche der Platte erhält.

Es genügt, die Glasplatte rückseitig mit einer 45° -Riefelung zu versehen, wie sie aus Abb. 120 ersichtlich ist. Der Riefelungsabstand ist beliebig.

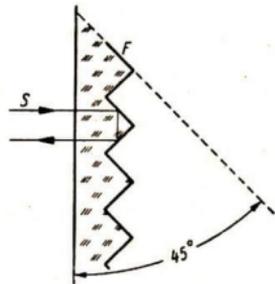


Abb. 120

- e) Ja. Wir müssen aber, um einen möglichst deutlichen Grenzstrich zu erhalten, ein Glas verwenden, dessen Brechungsindex sehr nahe dem der im Behälter enthaltenen Flüssigkeit ist. Dann ist für den mit Flüssigkeit gefüllten Teil die optische Grenzschicht verschwunden. Das Licht dringt ein, als wäre Glasplatte und Flüssigkeit ein und dasselbe Material. Dieser Teil der Glasplatte erscheint also schwarz, denn alles hier eintretende Licht wird im Behälter absorbiert. Für Benzol ($n = 1,50144$) ist Schottglas K 10 ($n = 1,5014$), für Glycerin ($n = 1,473$) Schottglas FK 4 ($n = 1,4783$, teures Spezialglas) zu wählen.

4. Ablenkung durch ein Prisma

8. a) Der gebrochene Strahl muß senkrecht auf die Fläche B auftreffen, sonst wird er nicht in sich zurückgespiegelt.

- b) Abb. 80. Da der gebrochene Strahl senkrecht auf die Fläche B auftrifft und das Einfallslot senkrecht auf der Fläche A steht, ist nach einem Lehrsatz der Geometrie der Winkel α zwischen den Flächen A und B gleich dem Winkel zwischen dem Einfallslot N und dem gebrochenen Strahl.

Also ist $\alpha = i'$. Für i' gilt die Formel $\sin i' = \frac{\sin i}{n}$

$$\log \sin i \quad 9,82551$$

$$\log n \quad 0,18184$$

$$\log \sin i' \quad 9,64367 = \log \sin \alpha. \text{ Also } \alpha = \underline{\underline{26^\circ 7' 5''}}.$$

- e) Der brechende Winkel α des Prismas muß zur Erfüllung der gestellten Bedingung gleich dem Winkel i' des gebrochenen Strahles mit dem Lote auf A sein. Der Winkel i' hängt aber vom Brechungsindex, mithin von der Farbe des Lichtes ab. Somit hängt auch α von der Lichtfarbe ab. Die Bedingung läßt sich also nur für eine bestimmte Lichtfarbe (Wellenlänge) erfüllen.

5. Bilderzeugung durch Brechung

9. a) Nach der Brechung an der Fläche F_1 beträgt der Abstand der Lichtquelle, d. h. ihres optischen Bildes nach dem Lösungsbeispiel:

$$b = \frac{n'}{n} g$$

Da für Luft $n = 1$ ist, wird

$$b = n' \cdot g$$

Gesucht: Bildabstand b_1
von F_1

Gegeben: Entfernung der Lampe

von F_1 $g_1 = 40 \text{ mm}$

Grenzschicht: Luft — Glas

Glasdicke: $D = 30 \text{ mm}$

Lösung: $b_1 = n' \cdot g_1$

$$b_1 = 1,5 \cdot 40 \text{ mm}$$

Aus Tabelle: $n' = 1,5$

$$b_1 = \underline{\underline{60 \text{ mm}}}$$

- b) Beim Austritt des Lichtes aus der zweiten Fläche F_2 spielt sich der umgekehrte Vorgang ab, das Licht geht aus dem dichteren Medium Glas in Luft über. Die Entfernung des Bildes wird verkürzt.

- e) Die Entfernung des Bildes von F_2 ist:

$$g_2 = b_1 + D$$

$$g_2 = 60 \text{ mm} + 30 \text{ mm}$$

$$g_2 = \underline{\underline{90 \text{ mm}}}$$

- d) Nach dem Brechungsgesetz ist

$$b_2 = \frac{1}{n'} \cdot g_2$$

$$b_2 = \frac{b_1 + D}{n'}$$

Unter Berücksichtigung von $b_1 = n' \cdot g_1$ wird

$$b_2 = g_1 + \frac{D}{n'}$$

$$b_2 = 40 \text{ mm} + \frac{30 \text{ mm}}{1,3}$$

$$b_2 = \underline{\underline{60 \text{ mm}}}$$

- e) Vor der zweiten Brechung hatte die Lampe P von der Fläche F_2 den Abstand $b_1 + D = n' \cdot g_1 + D$,

nach der Brechung ist der Abstand des Bildes $b_2 = g_1 + \frac{D}{n'}$.

Die Differenz $g_1 + D - b_2$ ist die Verschiebung v .

$$v = g_1 + D - g_1 - \frac{D}{n'}$$

also

$$v = \frac{n' - 1}{n'} \cdot D$$

Da der Brechungsindex der zu Glasplatten für technische Zwecke verwendeten Gläser etwa 1,5 beträgt, ist

Ergebnis:

$$v = \frac{1,5 - 1}{1,5} D = \frac{0,5}{1,5} D = \frac{1}{3} D$$

Eine planparallele Glasplatte rückt das Bild eines hinter ihr befindlichen Gegenstandes (Lichtquelle, Skala, Zeiger) um etwa $\frac{1}{3}$ der Glasdicke näher an den Beobachter.

Das Bild der Lampe ist in der Lichtrichtung um $\frac{1}{3} \cdot 30 \text{ mm} = \underline{10 \text{ mm}}$ verschoben.

10. a) (Abb. 121). Die Glasplatte rückt den Zeiger nach der in Aufgabe 9 entwickelten Formel um 7 mm näher an die Glasplatte heran. Sein Bild befindet sich mithin 29 mm hinter der vorderen Glasfläche. Wir ordnen also die Skala 29 mm vor der vorderen Glasfläche an, die wir als Spiegel benutzen. Das Spiegelbild der Skala liegt 29 mm hinter der spiegelnden Fläche, fällt also mit dem durch die Glasplatte nähergerückten Bild der Spielebene des Zeigers zusammen und kann über einem Strahlenwiewie z. B. S beobachtet werden.

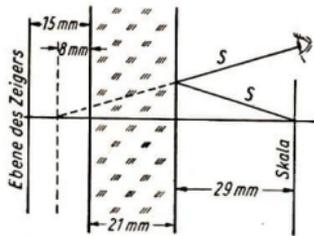


Abb. 121

- b) Die Beschriftung der Skala muß spiegelbildlich sein. Das zweite Spiegelbild an der Rückseite der Glasplatte stört nicht, da es hinter dem ersten liegt.

D. Bilderzeugung durch Linsen

1. Bilderzeugung durch einfache Linsen

a) Linsenformeln

1. Verkleinerung im Maßstab 1:5 ($c = \frac{1}{5}$)

2. a) Das Bild ist reell, d. h. es kann auf einen Schirm aufgefangen werden.

b) 36 cm

c) 10 cm

3. a) Das Bild (Abb. 122) liegt auf derselben Seite der Linse wie der Gegen-

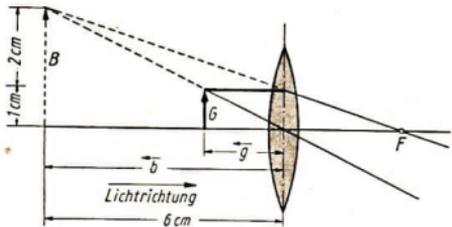


Abb. 122

stand, ist virtuell, aufrecht stehend und vergrößert. Virtuell bedeutet, daß das Bild nicht auf einem Schirm aufgefangen werden kann.

- b) -6 cm
 c) $+3$; 3-fache Vergrößerung
4. a) Das Bild des Werkstücks muß dem Auge des Mechanikers angenähert werden (Abb. 123), und zwar bis auf 100 mm vor dem Brillenglas. Das ist nur möglich mit einer Linse von negativer Brennweite.
 b) $g = -300 \text{ mm}$
 $b = -100 \text{ mm}$
 $f = -150 \text{ mm}$
 c) Brechkraft $\delta = -6,67 \text{ Dioptrien}$.
5. Das Werkstück muß sich im Brennpunkt der Linse befinden, sonst liegt das Bild nicht im Unendlichen.
 a) Die Linse muß positiv, d. h. eine Sammellinse sein.
 b) $f = +300 \text{ mm}$
 c) Brechkraft $\delta = +3,53 \text{ Dioptrien}$.

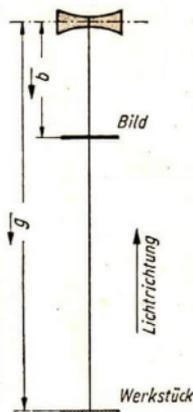


Abb. 123

6. Infolge der Lichtbrechung liegt das Bild der unter Wasser befindlichen Skala S bei S' (Abb. 124). Ist n der Brechungsindex des Wassers (1,333), so ist

$$a' = \frac{3}{4} a = 45 \text{ mm}$$

$$x + 45 \text{ mm} = 100 \text{ mm}$$

$$x = \underline{\underline{55 \text{ mm}}}$$

- b) *Abhängigkeit der Brennweite einer Linse von den Krümmungsradien der Linsenflächen und dem Brechungsindex des Glases*

7. r_1 und r_2 sind positiv

$$f = -171,43 \text{ mm}$$

Die Brennweite der Linse ist negativ.

8. r_1 und r_2 sind positiv

Aus der Formel für die Brennweite Seite 40 ergibt sich für $r_1 = r_2$ die Formel:

$$ff = \frac{r_2^2}{(n-1) \cdot (r_2 - r_2)}$$

$f = \infty$, d. h. die Linse ist wirkungslos

9. $r = 120 \text{ mm}$

10. $L = 2400 \text{ mm}$

$$c = -60$$

$$f = 38,7 \text{ mm}$$

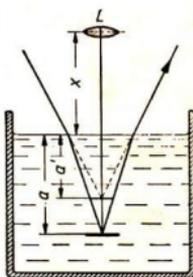


Abb 124

Linsen mit dieser theoretisch berechneten Brennweite sind nicht vom Lager lieferbar. Die nächste, handelsübliche Brennweite ist $40,0 \text{ mm}$. Man wird deshalb ein solches Objektiv verwenden und die geringfügige Verringerung des Abbildungsmaßstabes in Kauf nehmen.

2. Bilderzeugung durch Linsensysteme

11. Ein optisches Bild, wie z. B. A, kann Gegenstand einer Abbildung durch eine zweite Linse sein. Gegeben ist also die Gegenstands Entfernung. Daraus ergibt sich: $g = +50 \text{ mm}$ und $f_2 = -100 \text{ mm}$.

$$b = \frac{g \cdot f}{f + g}$$

$$b = +100 \text{ mm}$$

- a) Das von der Linse L_2 erzeugte Bild A' ist um 50 mm in Lichtrichtung verschoben.
 b) Die Brennweite der Linse L_1 spielt keine Rolle, es kommt nur auf den Abstand g des von einer beliebigen Linse erzeugten Bildes von der zweiten Linse und die Brennweite dieser Linse an.
12. $b = +33,33 \text{ mm}$
 A' liegt wieder rechts von A, ist aber im Gegensatz zur Aufgabe 11 näher herangerückt.

13. a) Nein. Die Brennweite der Linse beträgt unter Zugrundelegung der natürlichen Sehweite (250 mm) nur 25 mm. Der Mechaniker würde bei Verwendung der Lupe so nahe an das Werkstück herangehen müssen, daß er mit dem Kopf an das Dreibeckenfutter stoßen würde.
 b) Bei 4facher Vergrößerung des Okulars ist

$$\text{Gegenstandsweite } a_1 = \frac{\text{natürliche Sehweite}}{4} = 62,5 \text{ mm}$$

$$a_2 = 300 \text{ mm} - 62,5 \text{ mm} = 237,5 \text{ mm}$$

Der Abstand a_2 des Gegenstandes von seinem durch das Objektiv der Brennweite f erzeugten Bildes ist

$$a_2 = L = -f \frac{(c-1)^2}{c}$$

wenn c die Vergrößerung ist.

$$\text{Für } c = -2,5 \text{ ist } \frac{(c-1)^2}{c} = -4,9$$

Daraus ergibt sich die Brennweite des Objektivs

$$f = \frac{-a_2}{\frac{(c-1)^2}{c}}$$

$$f = \frac{-237,5 \text{ mm}}{-4,9} = \underline{\underline{48,5 \text{ mm}}}$$

Handelsübliche Brennweite $f = 50 \text{ mm}$. Dadurch wird

$$a_2 = 50 \text{ mm} \cdot 4,9 = 245 \text{ mm}$$

$$L = a_1 + a_2 = 307,5 \text{ mm}$$

Die kleine Überschreitung der gewünschten Länge (300 mm) um 7,5 mm spielt keine Rolle.

- c) Der Gegenstand ist auf einer Mattscheibe abzubilden, deren Entfernung $a + b + d = 480 \text{ mm}$ beträgt. Aus $L = -f \cdot \frac{(c-1)^2}{c}$ erhält man:

$$\text{Brennweite } f = \frac{-480 \text{ mm}}{\frac{(c-1)^2}{c}}$$

$$\text{Für } c = -10 \text{ ist: } \frac{(c-1)^2}{c} = \frac{121}{-10} = -12,1$$

Nach Rundung von $-12,1$ auf -12 erhalten wir:

$$\text{Brennweite } f = \frac{-480 \text{ mm}}{-12} \qquad f = \underline{\underline{40 \text{ mm}}}$$

Die durch die Rundung verursachte Abweichung von dem vorgeschriebenen Abstand von 480 mm beträgt nur $4,0 \text{ mm}$, ist also belanglos. Projektionsobjektive von 40 mm Brennweite sind handelsüblich.

Die Lage der Abbildungslinse ergibt sich durch folgende Überlegung: Die Entfernung der Linse vom Objekt ist dem Objektabstand g gleich. Bei einer 10fachen Vergrößerung verhält sich der Objektabstand zum Bildabstand wie $1:10$

$$\begin{aligned} g:b &= 1:10 \\ g:(g+b) &= 1:11 & g+b &= 480 \text{ mm} \\ g &= \frac{480 \text{ mm}}{11} & g &= \underline{\underline{43,6 \text{ mm}}} \end{aligned}$$

VI. ELEKTRIZITÄTSLEHRE

A. Strömungsgesetze im Gleichstromkreis

1. Ohmsches Gesetz

1. $21,1 \text{ A}$
2. a) $1,83 \text{ A}$
b) $5,50 \text{ A}$
3. 8 V
4. 200 V
5. 24 V 12 Zellen
6. $66,7 \Omega$
7. $814,8 \Omega$
8. $7,3 \text{ A}$
9. 24 V
10. 150Ω
11. $0,05 \text{ A}$
12. $100,8 \Omega$
13. 257Ω
14. 100 V
15. $0,05 \text{ A}$
16. 15000Ω
17. $1,5 \text{ mA}$

2. Leitungswiderstand

18. 1592Ω
19. $1,43 \Omega$
20. $5,74 \text{ mm}^2$, genormt 6 mm^2
21. $7,5 \text{ mm}^2$
22. $0,005 \text{ mm}^2$
23. 32 m
24. a) $3,299 \text{ m} \approx 3,30 \text{ m}$
b) 2640 m

25. $\rho = 0,13 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$ entspricht Eisen
26. $1,342 \Omega$
27. $\rho = 1,0 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$ entspricht Chromnickel

$$28. \text{ a) } \kappa = 2 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2}$$

b) Konstantan

29. $188,5 \text{ m}$
30. $3,295 \text{ m}$
31. $123,1 \text{ m}$
32. 1 mm
33. $2,49 \Omega$
34. $9,09 \Omega$
35. $2,18 \Omega$
36. 88 m
37. $14,1 \text{ cm}$
38. $0,714 \Omega$

3. Spannungsverluste

39. $\approx 7,2 \text{ V}$
40. a) $\approx 3,3 \text{ V}$
b) $\approx 5,4 \text{ V}$
c) $\approx 26 \text{ mm}^2$ genormt 35 mm^2
41. $\approx 4 \text{ V}$
42. $1,43 \Omega$
43. $1,12 \text{ A}$
44. 500 m

4. Temperaturabhängigkeit von Widerständen

45. $56,09 \Omega$
46. $92,48 \Omega$
47. 1200°C

5. Schaltung von Widerständen

48. a) 260 Ω
 b) 26,7 Ω
 49. 110 V; 60 V, 30 V, 20 V
 50. 60 Ω
 51. 80,7 Ω
 52. ohne Stöpsel 100 Ω

9. 121 Ω
 10. 6,67 W
 11. Verlust 943 W
 12. 1650 W; 3300 W
 13. Ja! Denn die Stromstärke beträgt 15,8 A.
 14. 506 W

mit 1 Stöpsel	Ω	mit 2 Stöpseln	Ω	mit 3 Stöpseln	Ω
in I	90	in I u. IV	50	in I, III u. IV	20
in II	80	in II u. IV	40	in II, III u. IV	10
in III	70	in III u. IV	30		
in IV	60				

53. 2,73 Ω ; 3,33 Ω ; 3,75 Ω ; 6 Ω
 54. 17,1 Ω ; 28,6 Ω ; 34,3 Ω
 55. 1 A; 6,15 Ω ; 11,43 Ω
 56. a) 168 Ω
 b) 100,8 Ω
 57. 3,28 A
 58. $R_{VCL11} = 1800 \Omega$; $R_{VY2} = 600 \Omega$;
 $R_V = 2000 \Omega$

6. Faradaysches Gesetz

59. 113,841 g \approx 114 g
 60. 646,963 g \approx 647 g
 61. 1 A
 62. 1686,6 A
 63. 3,235 kg
 64. 5,692 g
 65. 9 Std. 8 Min.
 66. 9 Std. 35 Min.

B. Elektrische Energie
1. Stromleistung

1. 40 W
 2. 0,273 A
 3. 18 W
 4. 12,727 A
 5. 0,15 A
 6. 2 W
 7. a) 0,141
 b) 16,2 W
 8. Nein! Denn die Leistungsaufnahme im Vorschaltwiderstand steigt von 32 W auf 72 W.

2. Stromarbeit

15. 0,19 DM
 16. 40,32 DM
 17. 0,18 DM
 18. a) 163,63 DM
 b) 104,00 DM
 19. 0,06 DM
 20. a) 15,840 kWh; 1,27 DM
 b) 6,960 kWh; 0,56 DM
 21. a) 8,8 kW; 1927,20 DM
 b) 5,2 kW; 1138,80 DM
 22. a) 3,249 kWh
 b) 1,083 kWh
 23. 9,69 DM

3. Stromwärme

24. 344,344 kcal
 25. 1032 kcal
 26. 378 kcal
 27. 20,529 kcal
 28. 19608 kcal
 29. 3612,672 cal
 30. 19 Ω
 31. 2,54 A
 32. a) 1,09 A
 b) 103,2 kcal/h

4. Mechanische Arbeit

33. 1840 W
 34. 6 PS
 35. \approx 1800 kp
 36. 1,962 kW

5. Wirkungsgrada) *Elektrischer Wirkungsgrad*

37. 81,6 %
 38. 75 %
 39. 62,8 %
 40. 3,52 kW
 41. 2,944 kW
 42. a) 0,935 kW
 b) 0,022 kW
 43. a) $\approx 8,5$ PS bei 78 % Wirkungsgrad
 b) $\approx 9,2$ PS bei 85 % Wirkungsgrad
 44. 72,7 %
 45. ≈ 85 %

b) *Thermischer Wirkungsgrad*

46. 2064 kcal
 47. ≈ 93 %
 48. 60 %
 49. a) 17,4 kWh
 b) Kohle: 0,22 DM
 Strom: 0,87 DM
 50. 1 kW

C. Elektromagnetismus**1. Magnetische Feldstärke**

1. a) 400 A
 b) $40 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$
 2. a) 1 A
 b) $0,22 \frac{\text{A}}{\text{cm}}$

2. Magnetische Induktion

3. 596,8
 4. 8296,2 G

3. Tragkraft von Elektromagneten

5. 2592 kp
 6. $10,4 \text{ cm}^2$

D. Wechsel- und Drehstrom**1. Frequenz des Wechselstroms**

1. $16^{2/3}$ Hz
 2. 0,04 s

2. Effektivwerte des Wechselstroms

3. 380 V
 4. 311 V

3. Induktivität und Kapazität

5. $20 \mu\text{F}$
 6. $2 \cdot 10^{-8}$ As
 7. 664,5 pF
 8. $22,57 \text{ cm}^2$

4. Ohmsches Gesetz im Wechselstromkreis

9. 9425 Ω
 10. 558 Ω
 11. 203,4 V
 12. 0,815 H
 13. 100 Ω
 14. $4 \mu\text{F}$
 15. 0,685 A
 16. a) 1061,5 Ω
 b) 0,273 A

5. Phasenverschiebung durch Selbstinduktion und Kapazität

17. 200 Ω
 18. $\cos \varphi = 0,75$
 19. $\cos \varphi = 0$; $\varphi = 90^\circ$

6. Leistung des Wechselstroms

20. 858 W
 21. 16,56 kW
 22. 35,5 A

7. Leistung des Drehstroms

23. 6,098 kW
 24. 39,85 A
 25. 13,6 A
 26. 368 V

8. Transformatoren

27. $\approx 73,3$ V
 28. $\approx 50,4$ Wdg.
 29. a) 12,6 V: $\approx 68,7$ Wdg.
 b) 4 V: $\approx 21,8$ Wdg.
 6,3 V: $\approx 34,4$ Wdg.
 30. a) Gesamtzahl 152,9 Wdg.
 b) Anschlüsse für: 4 V: 0—25,5 Wdg.
 8 V: 25,5 bis 76,4 Wdg.
 12 V: 0—76,4 Wdg.
 24 V: 0—152,9 Wdg.

