



Erwartungswert

Aufgabe 1

Eines der folgenden fünf Wörter wird zufällig gezogen:

DER ZUFALL REGIERT DIE WELT

Berechnen Sie folgende Erwartungswerte:

- Anzahl der Buchstaben des gezogenen Wortes.
- Anzahl der Vokale des gezogenen Wortes.
- Anzahl der Buchstaben E des gezogenen Wortes.

Aufgabe 2

Mischa hat in einem Sack fünf Bauklötze: je zwei mit den Längen 5 und 2, einen mit Länge 3. Sie entnimmt dem Sack rein zufällig ein Klötzchen nach dem anderen und baut daraus eine Mauer, die mindestens die Länge 7 erreichen sollte. Sie hört auf, wenn dieses Ziel erreicht ist.

- Zeichnen Sie dazu einen schönen Baum.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Mauer gerade die Länge 7 hat?
- Wie viel größer als 7 ist die Mauer im schlimmsten Fall?
- Wie viele Klötze muss Mischa im Mittel ziehen?
- Um wie viel übersteigt die Länge der Mauer das Idealmaß von 7 im Mittel?

Aufgabe 3

Jedesmal, wenn Professor X eine Gruppe von fünf Personen trifft, wettet er hundert Euro, dass mindestens zwei von diesen fünf Personen im gleichen Monat Geburtstag haben. Welches ist der mittlere Gewinn oder Verlust bei diesem Spiel?

Aufgabe 4

Marie hat im Küchenschrank vier angefangene Packungen Reis; sie enthalten noch 200g, 200g, 300g und 400g Reis. Für einen Risotto benötigt sie 300g Reis. Sie nimmt jeweils eine Packung aus dem Kasten und schüttet den Inhalt auf die Waage, holt sich eventuell eine weitere Packung, bis sie genug hat

- Zeichnen Sie zu dieser Situation einen schönen Baum.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie nur eine Schachtel herausnehmen muss?
- Wie viel Gramm Reis holt sie im Mittel aus dem Kasten?
- Wie viele leere Schachteln kann sie im Mittel entsorgen?

Aufgabe 5

Man bietet Ihnen ein Spiel an:

Es wird dreimal hintereinander ein Würfel geworfen. Jedesmal, wenn der Würfel mindestens eine "5" zeigt, wird das Spielkapital verdoppelt, ansonsten wird es halbiert.

- Zeichnen Sie ein vollständiges Baumdiagramm für dieses Spiel.
- Wenn Sie mit einem Startkapital von 15 € antreten, mit welchem Betrag rechnen Sie am Ende des Spiels?
- Nehmen Sie am Spiel teil?

Lösung

Aufgabe 1

a)

Anzahl Buchstaben	3	6	7	3	4
Wahrscheinlichkeit	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Die mittlere Wortlänge ist 4.6 Buchstaben.

b)

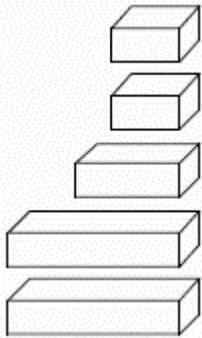
Anzahl Vokale	1	2	3	2	1
Wahrscheinlichkeit	1/5	1/5	1/5	1/5	1/5

Ein Wort enthält im Mittel 1.8 Vokale.

c)

Anzahl E	1	0	2	1	1
----------	---	---	---	---	---

Der Buchstabe E kommt im Mittel einmal pro Wort vor.



Aufgabe 2b) $p(\text{Länge } 7) = (12 + 2 + 12 + 2 + 2)/60 = 1/2$

c) größte Länge: 10; maximale Überlänge: 3

d) 2 Klötze zieht sie mit der Wahrscheinlichkeit

$$(6 + 6 + 12 + 6 + 12)/60 = 7/10$$

3 Klötze zieht sie mit der Wahrscheinlichkeit

$$(4 + 2 + 4 + 2 + 4 + 2)/60 = 3/10$$

Mittlere Anzahl Züge:

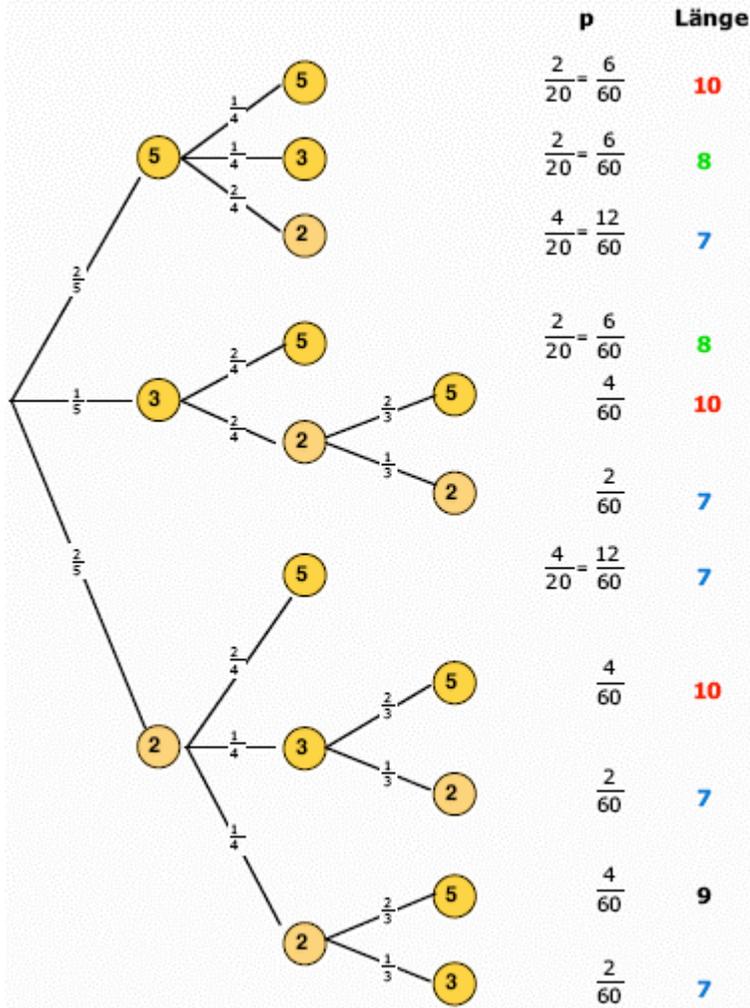
$$7/10 * 2 + 3/10 * 3 = 23/10 = 2,3$$

e) Überlänge 0 1 2 3

P	30/60	12/60	4/60	14/60
---	-------	-------	------	-------

Die mittlere Überlänge ist gleich der Summe der Produkte:

$$12/60 + 2 * 4/60 + 3 * 14/60 = 62/60 = 1,03$$



Aufgabe 3

Gegenwahrscheinlichkeit!, Wie wahrscheinlich ist es, dass alle 5 Personen in verschiedenen Monaten Geburtstag haben?

Die 1. Person kann sich den Monat aus 12 Monaten auswählen

Die 2. Person kann sich den Monat aus 11 Monaten auswählen

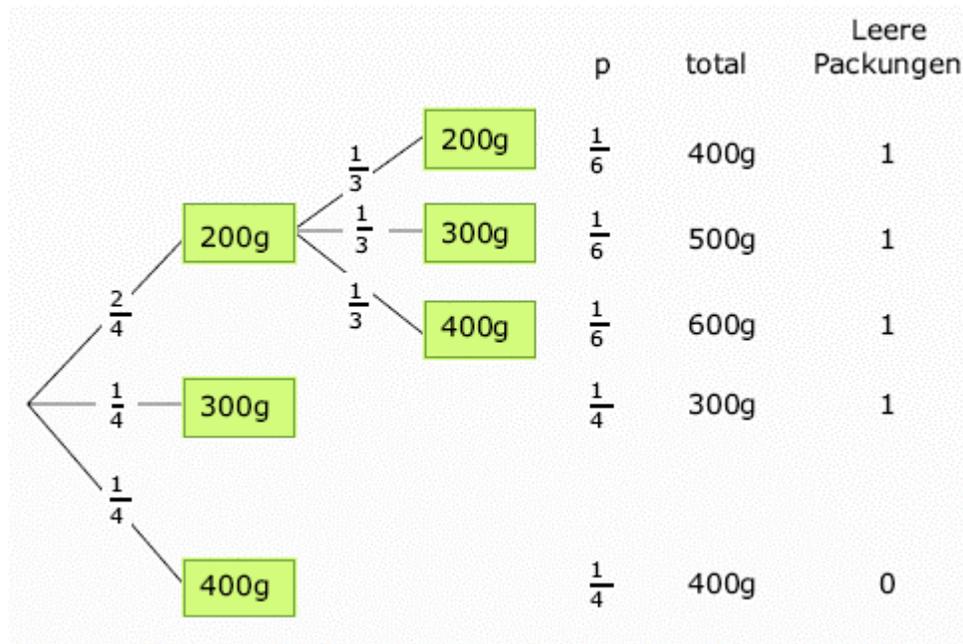
Die 3. Person kann sich den Monat aus 10 Monaten auswählen usw.

Gegenwahrscheinlichkeit $12/12 \cdot 11/12 \cdot 10/12 \cdot 9/12 \cdot 8/12 = 0,38194$

Gesuchte Wahrscheinlichkeit = $0,61806$

Gewinn / Verlust von X	-100 €	100 €
Wahrscheinlichkeit	0.38194	0.61806

Wenn Prof. X dieses Spiel oft spielt, wird er im Mittel 23,61 € pro Spiel gewinnen!



Aufgabe 4

b) $1/2$

c)
 $1/6 \cdot 400g + 1/6 \cdot 500g + 1/6 \cdot 600g + 1/4 \cdot 300g + 1/4 \cdot 400g = 425g$

d)
 $1/6 \cdot 1 + 1/6 \cdot 1 + 1/6 \cdot 1 + 1/4 \cdot 1 + 1/4 \cdot 0 = 3/4$

Schachteln können entsorgt werden.

oder: nur im Fall 400g mit $1/4$ Wahrscheinlichkeit keine.

Aufgabe 5

b) 120 30
 $1/27 \quad 6/27$
 7.5 1.875
 $12/27 \quad 8/27$
 = 15

c) Warum nicht?

