Bezirkskomitee Chemnitz
zur Förderung math.- nat. begabter und interessierter Schüler
www.bezirkskomitee.de

AUFGABENSAMMLUNG FÜR ARBEITSGEMEINSCHAFTEN - Klasse 5

Inhalt Seite
(nebst Hinweisen auf zu vermittelnde Verfahrenskenntnisse)

WER IST WER ?

1) Die vier Schüler Erdbach, Freimuth, Giebler und Hausmann haben die Vornamen Alfred, Bernd, Christian und Detlef (möglicherweise nicht in dieser Reihenfolge). Sie trafen sich auf Siegfried Zanders Geburtstagsfeier. Folgendes ist bekannt:
   (1) Als ersten Gast konnte Siegfried seinen Mitschüler Hausmann begrüßen, als zweiten Christian und danach Erdbach. Zuletzt kam Bernd.
   (2) Jeder dieser vier Gäste brachte für das Geburtstagskind ein Geschenk mit: Hausmann ein Würfelspiel, Alfred einen Kugelschreiber, Bernd einen Strauß Rosen und Giebler ein Buch.

   Zeige, dass sich aus diesen Angaben für die vier Geburtstagsgäste eindeutig ermitteln lässt, wie ihre zusammengehörenden Vor- und Familiennamen lauten !
   Gib diese zusammengehörenden Namen an!

2) Zur Mathematikolympiade treffen sich Andreas, Britta, Dirk und Kerstin. Sie kommen jeder aus einer anderen Stadt, und zwar aus Berlin, Dresden, Halle und Schwerin. Wir wissen folgendes über sie:
   (1) Andreas und der Teilnehmer aus Berlin sind von den vier Schülern die beiden einzigen, die schon im Vorjahr an der Olympiade teilgenommen haben.
   (2) Die beiden anderen, nämlich Kerstin und der Teilnehmer aus Dresden, sind zum ersten Mal bei der Olympiade anwesend.
   (3) Dirk ist älter als der Teilnehmer aus Berlin.
   (4) Kerstin ist jünger als der Teilnehmer aus Schwerin.

   Weise nach, dass sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, welcher Teilnehmer aus welcher Stadt kommt!
   Wer sind die beiden, die schon im Vorjahr teilnahmen ?

3) Bernd, Peter und Fred nahmen mit Erfolg an der Mathematikolympiade teil. Jeder von ihnen bekam genau eine der folgenden drei Auszeichnungen: 1. Preis, 2. Preis, Diplom.
   Ferner ist bekannt:
   (1) Der Schüler mit dem 2. Preis ist älter als Bernd.
   (2) Fred erhielt nicht den 1. Preis.
   (3) Bernd gehört keiner Mathematik-AG an.
   (4) Der Schüler mit dem 1. Preis ist Mitglied einer Mathematik-AG.

   Weise nach, dass sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, wer den 1. Preis, wer den 2. Preis und wer das Diplom erhielt !
   Gib die zusammengehörenden Namen und Auszeichnungen an !

4) Harald will über die rege Freizeitbeschäftigung von Marion, Petra und Ruth berichten. Ihm ist bekannt:
   (1) Jedes der drei Mädchen betreibt genau eine der Sportarten Schwimmen, Tischtennis und Volleyball. Jede dieser drei Sportarten wird von genau einem der drei Mädchen betrieben.
   (2) Marion liest in ihrer Freizeit außerdem gern Abenteuerbücher, die Volleyballspielerin hingegen nicht.
   (3) Die Volleyballspielerin beschäftigt sich aber gern mit Mathematik, sie hat bei der letzten Mathematikolympiade mehr Aufgaben richtig gelöst als Petra.
   (4) Im Fremdsprachenunterricht hat Marion bessere Noten als die Tischtennisspielerin.

   Weise nach, dass die Verteilung der drei Sportarten auf die drei Mädchen durch die Angaben (1), (2), (3), (4) eindeutig bestimmt ist !
   Welches Mädchen betreibt welche Sportart ?

5) Beim Schulsportfest wird der Ausgang des Weitsprungwettbewerbs so geschildert:
   (1) Arnd sprang weiter als Frank.
   (2) Christian sprang nicht so weit wie Frank.
   (3) Bernd gelang es diesmal, Frank zu schlagen.
   (4) Erik war nur besser als Dietmar.
   (5) Arnd erreichte nicht ganz die Leistung von Bernd.
   (6) Dietmar wurde diesmal von Christian geschlagen.

   a) Zeige, dass sich aus diesen Angaben die Platzierung der genannten sechs Jungen eindeutig ermitteln lässt, wenn man weiß, dass keine gleichen Weiten erzielt wurden ! Gib diese Platzierung an !
   b) Welche der Angaben (1) bis (6) sind für die eindeutige Ermittlung dieser Platzierung nicht unbedingt erforderlich?

6) In einer russischen Stadt hat der Fleischer jeden Montag geschlossen, das Haushaltwarengeschäft am Dienstag, der Schuster jeden Donnerstag; der Optiker hat nur montags, mittwochs und freitags geöffnet. Sonntags sind alle Geschäfte geschlossen. Einmal gingen die Freundinnen Asja, Ira, Klawa und Shenja Besorgungen machen, jede in ein anderes Geschäft. Auf dem Weg tauschten sie ihre Erfahrungen aus:
   (1) Asja sagt: Shenja und ich wollten schon eher in dieser Woche gehen, aber da gab es keinen Tag, an dem wir beide hätten unsere Besorgungen machen können.
   (2) Ira sagt: Ich wollte heute nicht gehen, aber morgen bekomme ich schon nicht mehr, was ich brauche.
   (3) Klawa sagt: Ich hätte auch gestern oder vorgestern in den Laden gehen können.
   (4) Shenja sagt: Und ich hätte auch gestern oder morgen gehen können.
   Weise nach, dass man aus diesen Angaben eindeutig ermitteln kann, wer in welchem Geschäft einkaufen wollte !

7) Besucher einer Ruderregatta unterhielten sich über den siegreichen Rudervierer ohne Steuermann. Egon kam dazu und fragte, wie die vier Sportler heißen und in welcher Reihenfolge sie im Boot sitzen. Er erhielt folgende Auskünfte:
   (1) Die vier Sportler haben die Vornamen Andreas, Jürgen, Siegfried und Stefan; ihre Nachnamen lauten Brietzke, Decker, Semmler und Thiele.
   (2) Andreas sitzt unmittelbar hinter Siegfried und unmittelbar vor Semmler.
   (3) Thiele sitzt unmittelbar hinter dem Sportler, dessen Vor- und Familienname den gleichen Anfangsbuchstaben hat.
   Egon überlegt eine Weile und sagt dann: "Diese Informationen reichen noch nicht aus!"
   Daraufhin erhält er noch folgende Auskunft:
   (4) Andreas sitzt hinter Brietzke.

   a) Weise nach, dass sich aus diesen vier Angaben die Namen und die Reihenfolge eindeutig ermitteln lassen !
   b) Weise nach, dass Egon mit seiner Meinung recht hatte, dass die Aussagen (1), (2) und (3) nicht zur eindeutigen Ermittlung von Namen und Reihenfolge ausreichen!
   c) Ersetze die Aussage (4) so durch eine andere Aussage (4a), dass sich dann aus (1), (2), (3) und (4a) Namen und Reihenfolge wiederum eindeutig ermitteln lassen !

8) Bernd Fleischer, Lutz Maurer, Hans Richter und Axel Schlosser sind (nicht unbedingt in der gegebenen Reihenfolge) von Beruf Fleischer, Maurer, Richter und Schlosser. Es ist folgendes bekannt:
   (1) Der Richter, der nicht Richter heißt, hat Bernd zum Geburtstag eingeladen.
   (2) Hans war zum Geburtstag des Richters auch eingeladen, konnte aber nicht kommen.
   (3) Der Fleischer teilte der Familie Fleischer mit, dass sein Freund Hans erkrankt sei.
   (4) Der Maurer rief Lutz an und bat ihn, mit ihm zusammen der Familie Fleischer beim Hausbau zu helfen.
   (5) Lutz machte dem Maurer den Vorschlag, auch Axel um Hilfe zu bitten.

   a) Wie heißt der Schlosser ? Weise nach, dass man den Namen des Schlossers aus den fünf Angaben eindeutig ermitteln kann !
   b) Untersuche, ob man tatsächlich alle fünf Angaben benötigt, um den Namen des Schlossers zu ermitteln !
   c) Weise nach, dass man aus diesen Angaben zwar noch den Namen des Maurers, nicht aber den Namen des Fleischers oder den des Richters eindeutig ermitteln kann !

9) Aus dem nachstehenden Stundenplanausschnitt ist zu ermitteln, welche Unterrichtsfächer die vier Lehrkräfte Herr Reichelt, Frau Helmert, Fräulein Fischer und Herr Walter unterrichten, wenn folgendes bekannt ist:
   (1) Jede Lehrkraft unterrichtet in zwei verschiedenen Fächern.
   (2) Jede Lehrkraft unterrichtet beide Fächer in beiden Klassen.
   (3) Für den Physiklehrer beginnt der Unterricht montags erst von der dritten Stunde an.
   (4) Fräulein Fischer unterrichtet in den Klassen 5a und 5b am Dienstag nur in den ersten beiden Stunden.
   (5) Herr Reichelt hat als Fernstudent dienstags seinen Studientag.
   (6) Frau Helmert unterrichtet montags nur zwei Stunden in der Klasse 5b, für den Rest des Tages ist sie in höheren Klassenstufen eingesetzt.

	Montag		**Dienstag**	
	Klasse 5a	**Klasse 5b**	**Klasse 5a**	**Klasse 5b**
1. Std.	Deutsch	Geographie	Physik	Deutsch
2. Std.	Geschichte	Deutsch	Mathematik	Physik
3. Std.	Sport	Physik	Mathematik	Sport
4. Std.	Geographie	Zeichnen	Deutsch	Mathematik
5. Std.	Physik	Mathematik	Biologie	Deutsch
6. Std	Zeichnen	Biologie	Sport	----------

10) Kondratjew, Dokschin, Marejew und Skobeljew wohnen in einer Stadt. Von Beruf sind sie Bäcker, Arzt, Ingenieur und Milizionär. Es ist folgendes bekannt:
   (1) Kondratjew und Dokschin sind Nachbarn und fahren immer zusammen zur Arbeit.
   (2) Dokschin ist älter als Marejew.
   (3) Kondratjew gewinnt regelmäßig gegen Skobeljew im Tischtennis.
   (4) Der Bäcker geht immer zu Fuß zur Arbeit.
   (5) Der Milizionär wohnt nicht neben dem Arzt.
   (6) Der Ingenieur und der Milizionär haben sich ein einziges Mal getroffen, als der Milizionär den Ingenieur wegen Falschparkens verwarnte.
   (7) Der Milizionär ist älter als der Arzt und der Ingenieur.

   Untersuche, ob sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, wer welchen Beruf ausübt !
   Wenn dies der Fall ist, dann untersuche, ob man alle diese Angaben benötigt, um zu ermitteln, wer welchen Beruf ausübt !

WIR SCHLIESSEN AUF DIE EINHEIT UND LÖSEN SACHAUFGABEN

1) Eine Maschine produziert in einer achtstündigen Schicht 128 Werkstücke. In der zweiten Schicht arbeitet sie wegen einer Panne nur 5 Stunden.
Wie viel Werkstücke hat diese Maschine in beiden Schichten produziert?
Was lässt sich aus diesen Angaben noch berechnen ?

2) In einem Geschäft für Heimwerker kaufen zwei Kunden vom gleichen Maschendraht. Der 1. Kunde kauft genau 3 m, der 2. Kunde genau 5 m. Der 2. Kunde bezahlt genau 30 Euro mehr als der erste Kunde. Wie viel Euro hat der erste Kunde bezahlt ?

3) Für die Schulspeisung werden an einem Tag zuerst 5 Kannen Milch gebracht, später noch einmal 9 Kannen. Das erste Mal waren es 140 l Milch weniger als das zweite Mal. Wie viel Liter Milch wurden das erste Mal gebracht ?

4) 5 Mähdrescher ernten in 4 Stunden einen Schlag von 25 Hektar ab.
a) Wie viel Hektar ernten 8 solche Mähdrescher in 3 Stunden ab ?
b) Wie viel Stunden benötigen 7 solche Mähdrescher, um 35 Hektar abzuernten ?
c) Wie viel solche Mähdrescher müssen eingesetzt werden, damit ein Schlag von 48 Hektar abgeerntet wird ?

5) In vier gleichartigen Brutschränken können in 21 Tagen gleichzeitig 12000 Eier ausgebrütet werden.
a) Wie viel Tage benötig man, um in 3 solchen Brutschränken 27000 Eier auszubrüten ?
b) Wie viel Eier lassen sich mit 5 derartigen Brutschränken in 7 Tagen ausbrüten ?

6) Bilde selbst Aufgaben, die sich auf gleichartige Weise lösen lassen wie die Aufgaben 4) und 5) ! Bilde dabei auch Aufgaben vom Typ 4c) und 5b) !

7) Auf einer Großbaustelle sind 3 Bagger eingesetzt. Bei gleichbleibender Leistung befördern sie in 20 Minuten insgesamt 90 Kubikmeter Erde. Für die Bedienung dieser drei Bagger ist eine Gruppe von insgesamt 6 Arbeitern notwendig.
Wir nehmen an, dass anstelle der drei Bagger 6 Erdarbeiter diese Arbeit verrichten müssten. Nach wie viel Arbeitstagen würden sie frühestens 90 Kubikmeter Erde ausgehoben haben, wenn jeder der Erdarbeiter an einem Arbeitstag durchschnittlich 5 Kubikmeter Erde bewegt? Stelle und beantworte weitere Fragen ! (Was lässt sich aus diesen Angaben noch alles berechnen?)

8) Ein LKW war insgesamt 9 Stunden unterwegs. Den ersten Teil der Wegstrecke legte er wenig beladen in 4 Stunden mit einer Geschwindigkeit von 75 km je Stunde zurück. Für die restliche Wegstrecke erreichte der LKW nur eine Geschwindigkeit von 50 km je Stunde.
Wie lang war die Gesamtstrecke, die der LKW an diesem Tag zurücklegte ?

9) Vom Rastplatz A fuhren ein Moped und ein Auto gleichzeitig in gleicher Richtung ab. Das Moped fuhr je Stunde rund 60 km, das Auto rund 80 km. Nach 90 Minuten traf der Mopedfahrer in B, der Autofahrer auf dem Rastplatz C ein. Dort machte der Autofahrer 25 Minuten Pause und fuhr dann weiter.
Hat der Mopedfahrer, der in B keine Pause machte, den Autofahrer am Rastplatz C noch angetroffen ? Stelle und beantworte weitere Fragen !

10) Zur Herstellung von 1 kg Rosenöl benötigt man 0,5 t Rosenblüten. Zur Herstellung von 1 l Parfüm braucht man 2 Tropfen Rosenöl. 25 Tropfen Rosenöl wiegen exakt 0,001 kg. Wie viel Liter Parfüm lassen sich aus 0,8 t Rosenblüten herstellen ?

11) Eine Badewanne kann in 6 Minuten gefüllt werden. Die Entleerung dauert 10 Minuten. Wann würde die Badewanne überlaufen, wenn jemand Wasser einlaufen lässt und gleichzeitig vergisst, den Abfluss zu schließen ?

AUFGABEN , DIE MAN IM FINSTERN LÖST

1) In einer Kiste befinden sich 10 rote, 8 blaue und 6 weiße Kugeln. Du sollst aus dieser Kiste im Finstern (also ohne eine Farbe erkennen zu können) eine möglichst kleine Anzahl dieser Kugeln herausnehmen, so dass folgende Bedingungen erfüllt sind:
Unter den herausgenommenen Kugeln soll(en) mindestens
   a) 1 rote
   b) 1 rote und 1 blaue
   c) 1 rote und 1 blaue und 1 weiße
   d) 1 rote oder 1 weiße
   e) 2 gleichfarbige
   f) 6 gleichfarbige

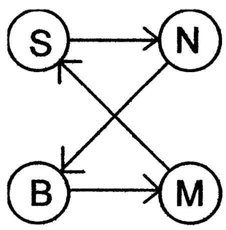
   sein. Wie viel Kugeln musst du jeweils entnehmen ?

2) In der Kiste befinden sich 100 Kugeln, nämlich 28 rote, 28 blaue, 26 schwarze, 16 weiße und 2 grüne.
   a) Wie viel Kugeln muss man mindestens entnehmen, damit mit Sicherheit mindestens 9 der entnommenen Kugeln die gleiche Farbe haben ?
   b) Gib weitere Bedingungen an und löse die zugehörigen Aufgaben !

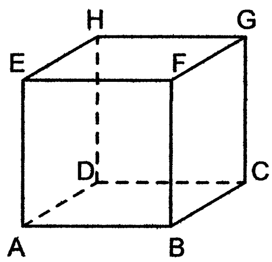
WIR LERNEN SYSTEMATISCH ARBEITEN UND GESCHICKT ZÄHLEN

1) Wie viel Möglichkeiten hat BERT, die Buchstaben seines Namens in allen möglichen Reihenfolgen zu schreiben ?

2) Ein Tourist, der in Berlin (B) wohnt, möchte bei einer Rundreise jede der Städte Schwerin (S), Neubrandenburg (N), Magdeburg (M), genau einmal aufsuchen und erst dann in seinen Wohnort zurückkehren. Eine mögliche Reiseroute wäre von Berlin aus über Magdeburg, Schwerin und Neubrandenburg zurück nach Berlin (vergleiche Abb.).
Gib alle Reiserouten an, die der Tourist unter den genannten Bedingungen wählen kann !
Wie viel Reiserouten sind das insgesamt ?



3) Ein Käfer krabbelt entlang der Kanten eines Würfels. Er beginnt im Eckpunkt A und gelangt auf dem kürzesten Wege zum Eckpunkt G des Würfels.
Gib an, welche und wie viel Möglichkeiten der Käfer zum Krabbeln hat !



4) Im Ferienlager erhält eine Zeltbelegung vom Leiter den Auftrag, beim Kartoffelschälen zu helfen. Von den 6 Jungen sollen 3 für diese Tätigkeit ausgewählt werden.
Wie viel Möglichkeiten gibt es, verschiedene Gruppen zusammenzustellen ?
Nenne alle!

5) In einem (3 x 3) - Felderbrett sind genau 9 Quadrate enthalten, die aus einem Feld bestehen, außerdem genau 4 Quadrate, die aus 4 Feldern bestehen, und genau ein Quadrat, das aus 9 Feldern besteht. Insgesamt sind also 14 Quadrate enthalten.
Beantworte folgende Fragen : Wieviel Quadrate sind enthalten
   a) in einem (4 x 4) - Felderbrett
   b) in einem (5 x 5) - Felderbrett
   c) in einem (11 x 11) - Felderbrett ?
   d) Gib ein Bildungsgesetz zur Berechnung der Anzahl solcher Quadrate in einem (n x n) - Felderbrett an !

6) In folgendem Schema soll man von A nach I gehen, dabei darf man sich aber nur nach rechts oder nach unten bewegen. Welche Buchstabenfolgen entstehen dabei ? Schreibe alle Buchstabenfolgen auf, die diese Bedingungen erfüllen !

A	**B**	**C**
D	**E**	**F**
G	**H**	**I**

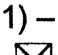
7) Sieben Kugeln sind so auf drei Becher zu verteilen, dass im Becher C nicht weniger Kugeln als im Becher B und dass im Becher B nicht weniger Kugeln als im Becher A liegen. Es dürfen auch Becher leer bleiben.
Gib alle Möglichkeiten der Verteilung an !

8) Fritz hat drei rote und drei blaue kreisförmige Spielmarken. Keine zwei von diesen Spielmarken sind in der Größe gleich.
   a) Fritz legt zuerst nur die drei roten Spielmarken auf den Tisch nebeneinander.
      Gib alle möglichen Anordnungen dieser drei Spielmarken an !
   b) Nun möchte Fritz alle sechs Spielmarken so nebeneinander legen, dass sich stets die Farben der Spielmarken abwechseln.
      Wie viel verschiedene Anordnungsmöglichkeiten gibt es hierfür ?

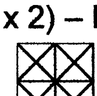
9) Auf die Randlinie eines Quadrates sollen 12 Damesteine so verteilt werden, dass folgende Bedingungen erfüllt sind:
   (1) Auf jeder Ecke des Quadrates liegen gleich viel Damesteine. Dabei ist es zulässig, dass Ecken frei von Damesteinen sind; es dürfen aber auch mehrere Steine übereinander liegen.
   (2) Auf jeder Seite des Quadrates (einschließlich ihrer Eckpunkte) liegen gleich viel Damesteine. Dabei sollen alle Steine, die auf einer Quadratseite zwischen den Eckpunkten liegen, übereinander gestapelt werden.
   a) Gib vier verschiedene Verteilungen der 12 Damesteine an, so dass jede der Verteilungen die Bedingungen (1) und (2) erfüllt !
   b) Begründe, warum es nicht mehr als vier solcher Verteilungen geben kann !

10) Auf einem (3 x 3) - Spielbrett sind 6 Spielsteine so aufzustellen, dass jede waagerechte und jede senkrechte Reihe genau zwei Spielsteine enthält. Auf jedes Feld des Spielbretts darf höchstens ein Spielstein gestellt werden.
Zeichne alle verschiedenen Stellungen für die 6 Spielsteine auf, die die genannten Bedingungen erfüllen ! (Zwei Stellungen werden nur dann als verschieden angesehen, wenn sie nicht durch eine Spiegelung oder Drehung auseinander entstehen.)

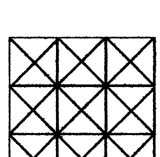
11) Wie viel Dreiecke sind in folgenden Feldern enthalten?
   a) (1 x 1) – Feld



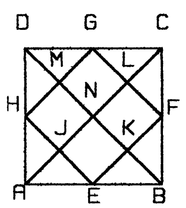
   b) (2 x 2) – Feld



   c) (3 x 3) – Feld

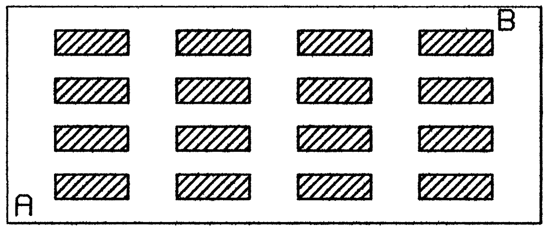


12)



Schreibe alle Dreiecke auf, die in der abgebildeten Figur den Punkt A als Eckpunkt haben (z.B. AEJ) !
Wie viel Dreiecke sind das?

13) Gesucht ist die Anzahl der verschiedenen Wege, die von A nach B führen. Dabei sollen nur die kürzesten Wege betrachtet werden.



14) Man denke sich alle natürlichen Zahlen von 0 bis 4637 hintereinander aufgeschrieben.
   a) Ermittle die Anzahl der dazu verwendeten Ziffern 6 !
   b) Ermittle die Anzahl der dazu verwendeten Ziffern 4 !

15) Gesucht sind alle Möglichkeiten, die angegebenen Labyrinthe zu durchlaufen. Der Eingang sei das Feld 1, der Ausgang das Eckfeld 3 bzw. 4 (vgl. Skizze). Man darf vertikal oder horizontal, aber nie diagonal durch die Felder gehen.

Eingang >

1	2	3
4	5	6
7	8	9

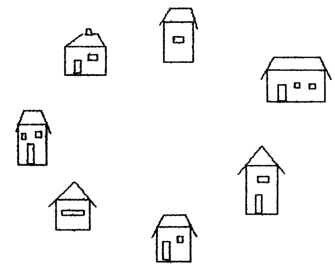
Eingang >

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

   a) Ermittle diese Möglichkeiten unter der Bedingung, dass jedes Feld des Labyrinths höchstens einmal durchlaufen werden darf !
   b) Ermittle diese Möglichkeiten unter der Bedingung, dass jedes Feld des Labyrinths genau einmal durchlaufen werden muss !
   c) Untersuche zusätzlich, ob unter der in b) genannten Bedingung beim Labyrinth im (3 x 3) - Feld als Ausgang auch eines der Felder 2, 4, 6 oder 8 erreicht werden kann! Führe eine analoge Untersuchung auch für das (3 x 4) - Feld durch !

16) Zeichne ein Viereck ! Wie viel Diagonalen hat es ?
   Zeichne ein Fünfeck ! Wie viel Diagonalen hat es ?
   Führe diese Tätigkeit fort und gib eine allgemeine Formel für die Anzahl der Diagonalen in einem n-Eck an !

17) In einem Garten stehen 7 Gartenhäuschen (siehe Skizze).
   Man will jedes dieser Häuschen mit jedem anderen durch einen Weg verbinden.
   Wie viel solcher Wege muss man anlegen ?

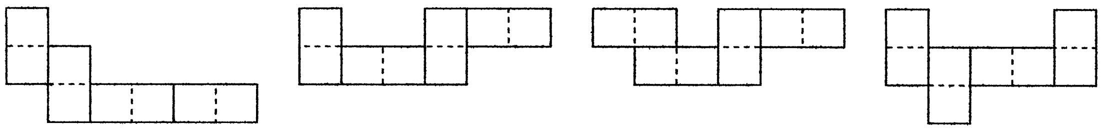


18) Wie viel Personenzugfahrkarten braucht man für eine Strecke mit 15 Stationen, wenn es für jede mögliche Verbindung eine Fahrkarte geben soll ? (Dabei soll zwischen Hin- und Rückfahrten nicht unterschieden werden.)

19) Marie hat einen außen rot angestrichenen Würfel aus naturfarbenem Holz mit einer Kantenlänge von 3 cm. Sie denkt sich diesen Würfel in kleine Würfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt.
   a) Wie viele dieser kleinen Würfel würden aus dem roten Würfel insgesamt entstehen?
   b) Wie viele dieser Würfel hätten genau drei rot angestrichene Seitenflächen ?
   c) Wie viele dieser Würfel hätten genau zwei rot angestrichene Seitenflächen ?
   d) Wie viele dieser Würfel hätten genau eine rot angestrichene Seitenfläche ?
   e) Wie viele dieser Würfel hätten keine rot angestrichene Seitenfläche ?
   Beantworte diese Fragen auch für Würfel mit 4 cm bzw. mit 5 cm Kantenlänge!
   Beantworte diese Fragen auch für Würfel mit n cm Kantenlänge, wobei n eine beliebige natürliche Zahl bezeichnet !

20) Auf die Felder eines (4 x 4) - Spielbrettes sind vier Spielsteine so zu verteilen, dass in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jeder der beiden Diagonalen genau ein Spielstein liegt.
   Wie viel verschiedene Verteilungen gibt es, die diese Bedingungen erfüllen ?
   (Zwei Verteilungen werden nur dann als verschieden angesehen, wenn sie nicht durch eine Drehung oder eine Spiegelung ineinander überführt werden können.)

21) Aus vier gleich großen Rechtecken, die jeweils aus zwei Quadraten zusammengesetzt sind, sollen Figuren so gelegt werden, dass folgende Bedingungen erfüllt sind:
a) Die Rechtecke werden stets nebeneinander, nie untereinander gelegt.
b) Die Rechtecke liegen stets so nebeneinander, dass sich Quadratseiten jeweils vollständig berühren.
c) Die entstehende Figur hat eine Länge von 6 Quadratseiten.
d) Figuren, die nur durch Drehung oder Spiegelung auseinander hervorgehen, sollen nur einmal aufgeführt werden.
Wie viel verschiedene Figuren gibt es, die diese Bedingungen erfüllen ?
Beispiele für richtig gelegte Figuren | Beispiele für falsch gelegte Figuren



22) Eine AG Mathematik führt eine Weihnachtsfeier durch und stellt dazu die Stühle im Kreis auf. Bevor sich alle gesetzt haben, tauschen einige AG-Mitglieder ihre Plätze. Dabei taucht folgende Frage auf: Wie viel verschiedene Möglichkeiten gibt es insgesamt, uns verschieden in diesen Kreis zu setzen ?
Löse diese Aufgabe zunächst für eine Anzahl von 5, von 6 bzw. von 7 Teilnehmern ! Versuche, eine allgemeine Formel zu finden, die die Anzahl dieser Möglichkeiten für den Fall zu berechnen gestattet, dass es sich um n Teilnehmer handelt (wobei n eine beliebige natürliche Zahl bezeichnet).

ZAHLEN WERDEN GESUCHT !

1) Es ist die kleinste natürliche Zahl zu ermitteln, die bei Division durch 12 den Rest 2, bei Division durch 16 den Rest 6 lässt.

2) Ermittle die Menge aller natürlichen Zahlen n, die folgende Bedingungen erfüllen:
(1) n ist ein Teiler von 72 ; (2) n ist ein Teiler von 90 .

3) Ermittle alle Paare (x,y) von natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen:
(1) $x + 2 \cdot y = 17$; (2) $x \cdot y = 15$.

4) Ermittle alle Paare (a,b) von natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen:
(1) $a - b = 3$; (2) $a \cdot b = 180$.

5) Von einer natürlichen Zahl n seien folgende Eigenschaften bekannt:
(1) n ist zweistellig ;
(2) die Quersumme von n ist 13 ;
(3) n ist durch 5 teilbar.
Bestimme alle natürlichen Zahlen n, die diese Eigenschaft besitzen !

6) Die Summe zweier natürlicher Zahlen beträgt 8. Multipliziert man den Vorgänger der ersten Zahl mit dem Nachfolger der zweiten Zahl, dann erhält man
a) 0 ; b) 12 ; c) 14 .
Gib für jede dieser Aufgaben alle Lösungen an !

7) Von einer Zahl z ist bekannt:
(1) z ist eine zweistellige Zahl.
(2) Vertauscht man die Ziffern von z, dann entsteht eine Zahl, die um 36 größer ist als z.
(3) Die Einerziffer von z ist dreimal so groß wie ihre Zehnerziffer.
Weise nach, dass es genau eine Zahl z gibt, die diese Bedingungen erfüllt!
Wie lautet diese Zahl ?

8) Gesucht sind alle natürlichen zweistelligen Zahlen mit folgenden Eigenschaften: Die Summe ihrer Ziffern beträgt 10; vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu der so entstehenden Zahl die Zahl 2, dann erhält man das Dreifache der ursprünglichen Zahl.

9) Weise nach, dass es genau eine natürliche Zahl gibt, die folgende Eigenschaften besitzt: Die Zahl ist zweistellig; ihre Quersumme ist 13; vertauscht man ihre Ziffern, dann erhält man eine Zahl, die um 27 kleiner ist als die ursprüngliche Zahl.

10) Ermittle alle natürlichen Zahlen n, die folgende Bedingungen erfüllen:
(1) Dividiert man 100 durch n, dann bleibt der Rest 4 ;
(2) Dividiert man 90 durch n, dann bleibt der Rest 18 .

11) Karsten möchte eine zweistellige Zahl z angeben, die folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllt:
(1) Die Summe der Ziffern von z ist nicht durch 10 teilbar.
(2) Vertauscht man die Ziffern von z miteinander, dann erhält man eine Zahl, deren Dreifaches größer als 100 und kleiner als 200 ist.
(3) Vergrößert man die Einerziffer von z um 2, dann erhält man die Zehnerziffer von z.
Ermittle alle Zahlen z, die die genannten Bedingungen erfüllen !

12) Die Summe zweier natürlicher Zahlen beträgt 968. Die Einerziffer des einen Summanden ist die Null. Streicht man diese Null, dann erhält man den anderen Summanden. Weise nach, dass durch diese Angaben die beiden Zahlen eindeutig festgelegt werden! Wie lauten die beiden Zahlen ?

13) Peter berichtet: Ich habe eine natürliche Zahl aufgeschrieben. Eine zweite Zahl habe ich durch Anhängen der Ziffer Null gebildet. Die Summe beider Zahlen beträgt 3058. Beweise, dass man aus diesen Angaben eindeutig ermitteln kann, welche Zahl Peter als erste Zahl aufgeschrieben hat ! Gib diese Zahl an !

14) Nach der Mathematikolympiade wird ein Schüler gefragt, wie viel Punkte er bekommen habe. Scherzhaft sagte er: "Wenn man zu der Zahl meiner Punkte 10 hinzufügt und die Summe verdoppelt, dann fehlen mir noch 10 Punkte an 100."

15) Ich denke mir eine Zahl. Addiere ich 100 dazu, dann erhalte ich zehn mehr als das Zehnfache meiner gedachten Zahl.
Welche Zahl habe ich mir gedacht ?

16) Hans erzählt: Wenn ich zu der Zahl, die mein Alter in vollen Jahren angibt, noch 7 addiere, diese Summe verdoppele, hierzu noch 6 addiere und schließlich mein Alter subtrahiere, dann erhalte ich als Resultat die Zahl 33.
Thomas erzählt: Wenn ich mit meinem Alter dieselben Operationen wie Hans durchführe, nur zum Schluss das Doppelte meines Alters subtrahiere, dann erhalte ich die Zahl 20.
Lässt sich aus diesen Angaben das Alter von Hans und das von Thomas ermitteln ?

17) Der Nachfolger vom Doppelten des Produkts von zwei aufeinanderfolgenden Zahlen lautet 1985.
Untersuche, ob sich aus diesen Angaben die beiden Zahlen eindeutig ermitteln lassen!

MAGISCHE QUADRATE

1) Dieses magische Quadrat ist auf dem Gemälde "Melancholie" von DÜRER (1471 – 1528) abgebildet. Überzeuge dich, dass jede der Zahlen von 1 bis 16 genau einmal vorkommt und dass in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jeder der beiden Diagonalen dieselbe "magische Summe" vorkommt! Wie groß ist diese magische Summe s ?

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

2) Untersuche, ob sich die leeren Felder der folgenden 4x4-Felder-Tafeln so mit Zahlen füllen lassen, dass magische Quadrate 4. Ordnung entstehen !

a)

1		11	14
12		2	
	3		
15		5	4

b)

1	14		
		6	9
	11		5
13		3	

c)

16			12
	15		8
5		2	
4			1

3) Bilde ein magisches Quadrat 3. Ordnung, in dem jede der Zahlen von 1 bis 9 genau einmal vorkommt!

Wie viel verschiedene solche magische Quadrate gibt es ?

4) Bilde ein magisches Quadrat, in dem jede der Zahlen von 3 bis 11 genau einmal vorkommt !
Welche Ordnung und welche magische Summe muss dieses magische Quadrat besitzen ? Begründe !

5) Bilde ein magisches Quadrat 3. Ordnung aus den kleinsten (von Null verschiedenen) durch 3 teilbaren Zahlen !

6) Gesucht sind magische Quadrate 3. Ordnung, deren neun Zahlen nur die Ziffern 0,1 oder 2 enthalten.

7) Bilde jeweils magische Quadrate 3. Ordnung, für die folgendes gilt:
   a) Die Gesamtsumme beträgt $S = 36$.
   b) Die Gesamtsumme beträgt $S = 72$.
   c) Die magische Summe beträgt $s = 100$.

8) Bilde ein magisches Quadrat, in dem jede der Zahlen von 1 bis 25 genau einmal vorkommt !

9) Bilde jeweils magische Quadrate 4. Ordnung, für die folgendes gilt:
   a) Die Gesamtsumme beträgt $S = 272$.
   b) Die Gesamtsumme beträgt $S = 168$.
   c) Die magische Summe beträgt $s = 102$.
   d) Die Gesamtsumme beträgt $S = 480$.

<u>HIER HELFEN VARIABLE, TABELLEN UND GLEICHUNGEN</u>

1) Löse möglichst im Kopf ! Gesucht sind jeweils zwei Zahlen, für die gilt:
   a) Die zweite Zahl ist doppelt so groß wie die erste Zahl; die Summe der beiden Zahlen beträgt 18.
   b) Die erste Zahl ist um 5 größer als die zweite Zahl; die Summe der beiden Zahlen beträgt 23.
   c) Die zweite Zahl ist um 7 kleiner als das Dreifache der ersten Zahl; die Summe der beiden Zahlen beträgt 49.

2) Wir suchen jeweils drei Zahlen, von denen folgendes bekannt ist:
   a) Die zweite Zahl ist um 5 größer als das Vierfache der ersten Zahl; die dritte Zahl ist um 3 kleiner als das Doppelte der ersten Zahl; die Summe der drei Zahlen ist 65.
   b) Der erste Zahl ist um 4 größer als Dreifache der zweiten Zahl; die dritte Zahl ist gleich der Summe der ersten beiden Zahlen; die Summe aller drei Zahlen ist 168.

3) Nun suchen wir sogar vier Zahlen, von denen folgendes bekannt ist:
   a) Die erste Zahl ist doppelt so groß wie die zweite; die zweite Zahl ist um 5 größer als die dritte; die vierte Zahl ist um 7 größer als die erste; die Summe der vier Zahlen beträgt 62 .
   b) Die erste Zahl ist um drei größer als das Doppelte der zweiten; die dritte Zahl ist so groß wie die beiden ersten zusammen; die vierte Zahl ist um 1 kleiner als das Doppelte der dritten Zahl; die Summe der vier Zahlen beträgt 83 .
   c) Die vier Zahlen haben die in b) angegebenen Eigenschaften, ihre Summe ist jedoch kleiner als 40 .
   d) Die vier Zahlen haben die in b) angegebenen Eigenschaften, ihre Summe beträgt jedoch 10 .

4) Die Klassen 3, 4, 5 und 6 sammelten zusammen genau 5 dt Altpapier. Dabei sammelte die Klasse 4 um 80 kg mehr als die Klasse 3; die Klasse 5 sammelte ebensoviel wie die Klassen 3 und 4 zusammen; die Klasse 6 sammelte nur halb soviel wie die Klasse 5. Wie viel Dezitonnen Altpapier sammelte die Klasse 5 ?

5) Franks Oma hat eine vierstellige Telefonnummer. Die vierte Ziffer ist gleich dem Dreifachen der zweiten Ziffer. Die dritte Ziffer ist um 2 kleiner als die erste Ziffer. Die erste Ziffer ist um 3 kleiner als die vierte Ziffer. Addiert man alle Ziffern, erhält man 22 . Untersuche, ob sich aus diesen Angaben die Telefonnummer eindeutig ermitteln lässt ! Wenn dies der Fall ist, dann gib die Telefonnummer an !

6) Steffen berichtet: Meine Mutter ist genau 6 Jahre jünger als mein Vater. Heute in einem Jahr wird mein Vater genau dreimal so alt sein wie mein Zwillingsbruder Kurt. Wäre meine Mutter zwei Jahre früher geboren, dann wären wir vier in einem Jahr genau 100 Jahre alt.
   Weise nach, dass man aus Steffens Angaben das gegenwärtige Alter der vier Familienmitglieder eindeutig ermitteln kann ! Wie alt sind die vier Personen ?

7) Auf drei Bäumen sitzen insgesamt 56 Vögel. Nachdem vom ersten Baum 7 Vögel auf den zweiten Baum und vom zweiten Baum 5 Vögel auf den dritten Baum geflogen waren, saßen nun auf dem zweiten Baum doppelt so viel Vögel wie auf dem ersten Baum und auf dem dritten Baum doppelt so viel Vögel wie auf dem zweiten Baum.
   Lässt sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln, wie viel Vögel ursprünglich auf jedem der Bäume saßen ? Wenn ja, dann gib diese Anzahlen an !

8) Bei einem Knobelnachmittag berichtet der AG-Leiter Arno: Ich bin jetzt doppelt so alt, wie mein Bruder Bernd zu einem bestimmten früheren Zeitpunkt war. Zu diesem früheren Zeipunkt war ich so alt, wie Bernd heute ist. Zu einem bestimmten späteren Zeitpunkt wird Bernd genauso alt sein, wie ich jetzt bin. Zu diesem späteren Zeitpunkt werden wir beide zusammen genau 63 Jahre alt sein.
   Zeige, dass sich durch Arnos Angaben das gegenwärtige Alter beider Brüder eindeutig ermitteln lässt ! Wie alt sind die beiden ?

9) Vier Kunden kauften in einem Geschäft gleichartige Schrauben. Der zweite Kunde kaufte genau 10 Schrauben weniger als der erste. Der dritte Kunde kaufte soviel Schrauben wie die ersten beiden zusammen. Der vierte Kunde kaufte genau 20 Schrauben mehr als die ersten drei Kunden zusammen und bezahlte dafür genau 5,88 Euro mehr als der erste Kunde. Der Preis für eine solche Schraube lag zwischen 4 und 10 Cent und war eine ungerade Zahl.
   Zeige, dass sich aufgrund dieser Angaben folgende Fragen eindeutig beantworten lassen :
   Wie viel Euro bezahlte der vierte Kunde ?
   Wie viel Schrauben kaufte jeder der Kunden ?
   Wie viel Euro bezahlten alle vier Kunden zusammen ?

WIR LÖSEN GLEICHUNGEN UND UNGLEICHUNGEN

1) Ermittle alle natürlichen Zahlen, die folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen erfüllen!

a) $3^{x+2} = 81$

b) $5^{a+1} < 160$

c) $3 \leq 2^{x-4} \leq 40$

d) $0^x = 7$

e) $(y + 1) \leq 125$

f) $(x - 5)^4 = 81$

g) $(2 \cdot a - 1)^3 = 27$

h) $4 \cdot x = x \cdot x$

i) $y \cdot 7 = 3 \cdot y$

k) $x \cdot (x - 4) = 32$

l) $3 \cdot u - 4 = 4 + 3 \cdot u$

m) $(x^3 - 1)^2 = 49$

2) Ermittle alle Paare (a;n) natürlicher Zahlen, die folgende Gleichung bzw. Ungleichung erfüllen:

a) $2 < a^n < 17$ b) $(a - 1)^{n+1} = 16$ c) $a^{n+1} = 8 + a^{n+1}$.

3) Setze in die leeren Felder jeweils die kleinste natürliche Zahl ein, für die die entsprechende Ungleichung jeweils die Lösungen 0, 1, 2, 3 und sonst keine Lösungen besitzt !

a) $x < \square$

b) $7 \cdot x < \square$

c) $3 \cdot x + 5 < \square$

d) $5 \cdot x + 18 < \square$

4) Beseitige in folgenden Ausdrücken die Klammern, indem Du (u.U. mehrfach) das Distributivgesetz anwendest !

a) $(a + 3) \cdot x =$ ....

b) $(a + 3) \cdot (b + 1) =$...................

c) $(x + 5) \cdot (x + 2) =$ ....

d) $(x + 1)^2 =$ ....

e) $(x + 1)^3 =$ ....

f) $(x + 1)^4 =$ ....

5) Ermittle alle Zahlen, die folgende Gleichung erfüllen !

a) $2{,}735 - y = 2{,}115$

b) $0{,}923 - a = 1{,}125$

c) $(x + 500) : 7 = 10$

d) $20 \cdot (x + 10) = 200$

e) $6 \cdot (x + 3) = 2 \cdot (x + 1)$

f) $5 \cdot (m + 7) = 0$

g) $7 \cdot (4 \cdot x - 3) = 4 \cdot (7 \cdot x + 4) + 5$

h) $\frac{9}{4} \cdot x - \frac{3}{2} \cdot x = 12$

i) $17 + 0{,}75 \cdot x = 17 - 0{,}75 \cdot x$

k) $16 \cdot (x + 22) = 21 + 16 \cdot x$

6) Ermittle alle Zahlen, die folgende Gleichung erfüllen !

a) $3 \cdot (u + 4) + 2 \cdot (u + 5) = 3$

b) $4 \cdot (x + 4) = 5 \cdot (x + 2) + 3 \cdot (x + 1)$

c) $(a + 3) \cdot (a + 4) = (a + 2) \cdot (a + 3) + 6$

d) $5 \cdot (k + 3) + 3 \cdot (6 + 2 \cdot k) = 20 \cdot k - 3$

e) $(5 \cdot a + 6) \cdot 3 + 4 \cdot (2 \cdot a - 1) = 2 \cdot (13 \cdot a + 5) - 3 \cdot a$

f) $6 \cdot [5 \cdot (x + 3) + 15 \cdot (x - 1)] - 13 \cdot x = 107 \cdot x$

WIR LÖSEN KRYPTOGRAMME

Es sind stets <u>alle</u> Lösungen zu ermitteln, und es ist anzugeben, wie viel verschiedene Lösungen jede der Aufgaben besitzt !

1) Fülle die leeren Felder jeweils so mit Ziffern aus, dass eine richtig gelöste Aufgabe entsteht !

a)
```
   [1][ ][0][9][ ]
 + [3][7][0][ ][2]
 -----------------
   [ ][0][0][ ][2]
```

b)
```
[5][9][ ] · [4][1]
------------------
   [ ][ ][ ][2]
         [ ][ ][ ]
------------------
   [ ][ ][ ][ ][ ]
```

c)
```
[4][2][ ] · [3][ ]
------------------
   [ ][ ][ ][1]
      [ ][ ][ ][ ]
------------------
   [2][ ][ ][ ][5]
```

b)
```
[5][6][ ] · [4][ ]
------------------
   [ ][ ][ ][6]
      [ ][ ][ ][ ]
------------------
   [ ][ ][ ][ ][ ]
```

c)
```
[ ][5][ ] · [3][ ]
------------------
      [7][ ][9]
      [ ][ ][ ][ ]
------------------
      [ ][ ][ ][4]
```

2) a) Fülle die leeren Felder so mit Ziffern aus, dass eine richtig gelöste Aufgabe entsteht !
b) Ersetze die eingetragene "2" durch eine "3" und löse das so entstandene Kryptogramm !
c) Streiche die eingetragene "2" und löse das so entstandene Kryptogramm !

```
[6][4][6]  :     [ ][9]  =     [ ][ ]
    -               ·             +
[ ][ ][ ]  -     [2][0]  =  [ ][0][ ]
--------------------------------------
[ ][ ][ ]  -  [ ][ ][ ]  =  [ ][ ][0]
```

3) Für gleiche Variablen sind gleiche Ziffern, für verschiedene Variablen verschiedene Ziffern einzusetzen, so dass richtig gelöste Aufgaben entstehen !

a)
```
   H A U S
 + H A U S
 ---------
 S T A D T
```

b)
```
   A A L
 + A A L
 -------
 F A N G
```

c)
```
   D R E I
 + D R E I
 ---------
 S E C H S
```

d)
```
   D R E I
 + E I N S
 ---------
   V I E R
```

e)
```
   E I N S
 + E I N S
 ---------
   Z W E I
```

f)
```
     U S A
 + U S S R
 ---------
 P E A C E
```

g)
```
A · A = B
+   ·   -
C · D = E
---------
F - G = H
```

4) In die leeren Felder der Figur sind Zahlen von 1 bis 9 so einzutragen, dass jeweils unterhalb von zwei nebeneinanderstehenden Zahlen deren Differenz steht. (Die größere der beiden Zahlen sei stets der Minuend.)

a)
```
[ ][ ][6][9][ ][6]
 [ ][ ][ ][8][ ]
  [ ][1][ ][ ]
   [1][ ][ ]
    [ ][ ]
     [ ]
```

b)
```
[ ][ ][7][9][ ][ ][5]
 [ ][ ][2][8][ ][ ]
  [ ][ ][ ][ ][ ]
   [ ][4][ ][ ]
    [ ][1][ ]
     [ ][ ]
      [1]
```

c) Ersetze jeweils eine der in a) bzw. b) bereits eingetragenen Zahlen so durch eine der Zahlen von 1 bis 9, dass es keine Eintragung mit den geforderten Bedindgungen gibt!

5) a) Die Zahlen 1 bis 6 sind so in Abbildung 1 eingetragen, dass die drei "Seitensummen" S gleich groß sind und dass stets S = 12 gilt.
Vertausche die Zahlen 1 bis 6 so, dass S = 9 bzw. S = 10 bzw. S = 11 gilt!

b) In Abb. 2 sind die "Eckzahlen" 1, 4, 7 mit der "Ecksumme" E = 12 eingetragen. Trage die Zahlen 2, 3, 5, 6, 8, 9 so in die Lücken ein, dass die drei Seitensummen gleich groß werden und dass S = 19 gilt!
Wie viel verschiedene derartige Eintragungen gibt es?

c) In Abb. 3 sind die Zahlen von 1 bis 9 so einzutragen, dass die Seitensummen S gleich groß werden.
Zeige, dass dies außer für S = 19 auch für S = 17, S = 20, S = 21 und S = 23 möglich ist!

Abb. 1

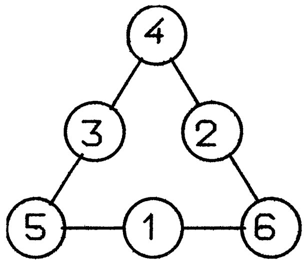


Abb. 2

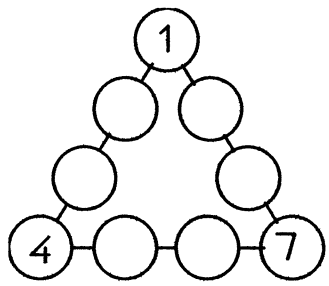
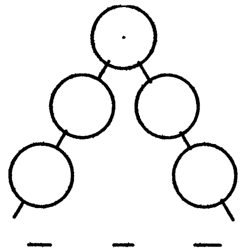


Abb. 3



d) Es gibt eine Gleichung, mit deren Hilfe man die Eckensumme E aus der Seitensumme S berechnen kann. Ermittle diese Gleichung!

HIER KÖNNEN SKIZZEN HELFEN !

1) Um 9.25 Uhr fährt die Lok eines 300 m langen Zuges in einen 2,7 km langen Tunnel ein.
Um wie viel Uhr verlässt der letzte Wagen den Tunnel, wenn der Zug mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit von 60 km pro Stunde fährt?

2) Um 16.00 Uhr fährt ein 500 m langer Güterzug in einen 1,5 km langen Tunnel ein. Es dauert 4 min, bis er den Tunnel gänzlich passiert hat. Eine Blockstelle ist vom Tunnelausgang 5,5 km entfernt. Der Zug fährt mit gleichbleibender Geschwindigkeit.
Wann erreicht der Zug die Blockstelle?

3) Jens startet um 9.20 Uhr in Adorf mit dem Fahrrad zu einer Fahrt in das 48 km entfernte Benzdorf. Martin startet am gleichen Tag um 9.40 Uhr in Benzdorf mit dem Fahrrad zu einer Fahrt nach Adorf. Dabei benutzt er die selbe Straße wie Jens. Jens legt durchschnittlich 18 km, Martin mit seinem Rennrad sogar 24 km pro Stunde zurück. Wir nehmen an, dass beide stets mit gleichbleibender Geschwindigkeit fahren.
a) Wie weit sind die beiden um 10.20 Uhr voneinander entfernt?
b) Wie weit sind die beiden um 11.00 Uhr voneinander entfernt?
c) Stelle selbst weitere Fragen, die sich mit Hilfe der gegebenen Bedingungen eindeutig beantworten lassen!

4) Zwei Schülergruppen wollen in den Ferien eine Wanderung in das 18 km entfernte Neuendorf machen. Die erste Gruppe will um 8.00 Uhr aufbrechen. Sie legt in jeder Stunde 4 km zurück. Die andere Gruppe macht eine Radwanderung und kann in jeder Stunde 12 km schaffen. Wann muss sie aufbrechen, wenn beide Gruppen gleichzeitig in Neuendorf eintreffen wollen?
Fertige zwei Skizzen an, in denen das Gegebene und das Gesuchte festgehalten wird!

5) Von zwei Häfen A und B, die durch eine 240 km lange Schifffahrtsroute miteinander verbunden sind, legten gleichzeitig zwei Schiffe ab und fuhren auf dieser Route einander entgegen, jedes für sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit. Das eine Schiff

entwickelte eine Geschwindigkeit von 18 km pro Stunde. Nach fünfstündiger Fahrt waren sich die Schiffe noch nicht begegnet; jedoch betrug die Länge des zwischen ihnen liegenden Teils der Route noch 45 km.
Wie viel Kilometer legte das zweite Schiff durchschnittlich in jeder Stunde zurück ?

6) Auf der Eisenbahnstrecke von Chemnitz nach Berlin fährt um 7.45 Uhr ein 350 m langer Güterzug in den 850 m langen Tunnel bei Waldheim ein. Es dauert 1 Minute und 30 Sekunden, bis der Zug den Tunnel gänzlich passiert hat. Die nächste Blockstelle ist vom Tunnelausgang 13,55 km entfernt. Der Güterzug fährt mit gleichbleibender Geschwindigkeit, und seine Lok fährt um 11.18 Uhr im Zielbahnhof ein.
   a) Wann erreicht der Zug die Blockstelle ?
   b) Wie weit ist der Zielbahnhof von der Blockstelle entfernt ?

7) Auf einem Sportplatz hat eine Runde eine Länge von 400 m. Fritz will mit seinem Hund Struppi einmal um den Platz laufen. Beide starten zur gleichen Zeit und vom gleichen Punkt aus, aber in entgegengesetzter Richtung. Fritz legt in jeder Sekunde 3 m, sein Hund aber 5 m zurück. Nach wie viel Sekunden begegnen sich beide wieder ?
Wie viel Meter ist Fritz dann gelaufen ?

8) Zwei Personenzüge fuhren in entgegengesetzter Richtung aneinander vorbei. Der erste Zug hatte eine mittlere Geschwindigkeit von 45 km je Stunde, der zweite von 36 km je Stunde. Ein Fahrgast aus dem zweiten Zug stoppte mit seiner Armbanduhr die Vorbeifahrt dieser Züge. Er stellte fest, dass der erste Zug dafür 6 Sekunden benötigte.
Wie lang war der erste Zug ?

9) Ein Schwerlasttransporter startete 9.40 Uhr in Adorf und fuhr mit gleichbleibender Geschwindigkeit nach dem 135 km entfernten Benzhausen, wo er um 12.40 Uhr ankam. Um 10.20 Uhr passierte der Schwerlasttransporter Penzdorf, während zur gleichen Zeit in Benzhausen ein PKW startete und mit gleichbleibender Geschwindigkeit nach Adorf fuhr. Der PKW traf den Schwerlasttransporter genau um 11.10 Uhr.
   a) Wie viel Kilometer legte der Schwerlasttransporter in einer Stunde zurück, und wie viel km ist Penzdorf von Adorf entfernt ?
   b) Um wie viel Uhr traf der PKW in Adorf ein ?
   c) Um wie viel Uhr wäre der PKW in Adorf eingetroffen, wenn er etwas langsamer gefahren wäre und so den Schwerlasttransporter erst um 11.16 Uhr getroffen hätte ?

MENGENDIAGRAMME HELFEN BEIM LÖSEN VON AUFGABEN !

1) Als die Schüler einer Klasse über ihre in den letzten Jahren verbrachten Ferien berichteten, stellte sich folgendes heraus:
   (1) Genau 13 Schüler dieser Klasse waren schon einmal an der Ostsee.
   (2) Genau 15 Schüler dieser Klasse waren schon einmal im Harz.
   (3) Genau 6 Schüler waren schon einmal sowohl an der Ostsee als auch im Harz.
   (4) Genau 4 Schüler dieser Klasse waren bisher weder an der Ostsee noch im Harz.
   Untersuche, ob sich mit diesen Angaben die Klassenstärke eindeutig ermitteln lässt !

2) Über die Schüler einer Klasse ist bekannt:
   (1) Genau 12 Schüler spielen Fußball.
   (2) Genau 18 Schüler besuchen die AG "Junge Sanitäter".
   (3) Genau 14 Schüler sind Mitglieder des Schulchores.
   (4) Genau 2 Schüler gehören keiner dieser drei Arbeitsgemeinschaften an.
   (5) Genau 8 "Fußballer" gehen auch in die AG "Junge Sanitäter"
   (6) Genau 5 "Fußballer" sind auch Mitglieder des Schulchores.
   (7) Genau 7 Chormitglieder dieser Klasse gehen auch in die AG "Junge Sanitäter".
   (8) Genau 2 Schüler nehmen an allen drei Arbeitsgemeinschaften teil.
   Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Anzahl der Schüler dieser Klasse eindeutig ermitteln lässt ! Berechne diese Anzahl !

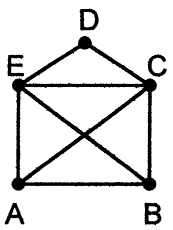
3) Von einer Schülerreisegruppe ist folgendes bekannt:
(1) Zu der Reisegruppe gehören genau 28 Schüler.
(2) Genau 8 Schüler dieser Gruppe lernen Latein.
(3) Genau 15 Schüler dieser Gruppe lernen Französisch.
(4) Genau 20 Schüler dieser Gruppe lernen Englisch.
(5) Genau 6 Schüler dieser Gruppe lernen Latein und Englisch.
(6) Genau 13 Schüler dieser Gruppe lernen Französisch und Englisch.
(7) Keiner der Schüler lernt Latein und Französisch, aber nicht Englisch.
(8) Genau 5 Schüler dieser Gruppe lernen alle drei Fremdsprachen.
Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Antworten auf folgende Fragen eindeutig ableiten lassen ! Beantworte diese Fragen !
(a) Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen keine der drei Fremdsprachen ?
(b) Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen mindestens eine der drei Fremdsprachen ?
(c) Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen genau eine der drei Fremdsprachen ?
(d) Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen mindestens zwei Fremdsprachen ?
(e) Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen genau zwei dieser Fremdsprachen ?
(f) Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen höchstens zwei der drei Fremdsprachen ?`

4) Bilde selbst eine Aufgabe, die sich auf die gleiche Weise wie die Aufgaben 1) bis 3) lösen lässt !

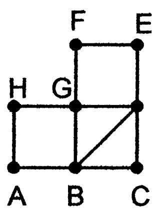
IN EINEM ZUG !

1) Folgende Figuren sollen - ohne den Bleistift abzusetzen- gezeichnet werden. Dabei darf keine Linie doppelt gezogen werden. Kennzeichne jeweils den Anfangs- und Endpunkt !

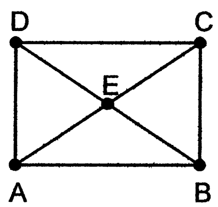
a)



b)

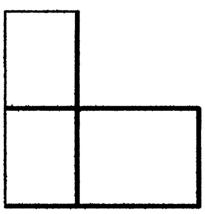


c)

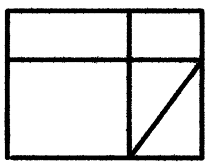


2) Welche der folgenden Figuren lässt sich in einem Zug nachzeichnen ? Begründe !

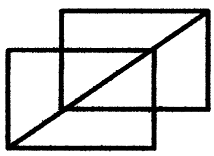
a)



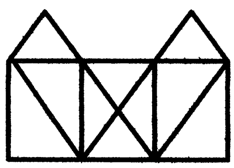
b)



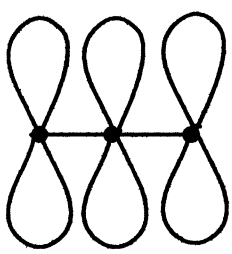
c)



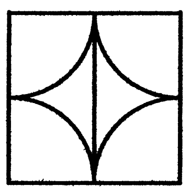
d)



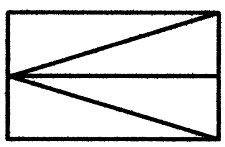
e)



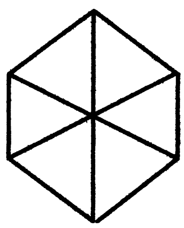
f)



g)



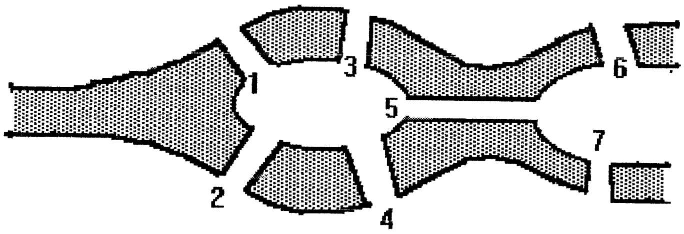
h)



3) Das EULERsche Brückenproblem

a) Ist es möglich, einen Spaziergang so einzurichten, dass man jede in der Figur angegebene Brücke genau einmal überschreitet (also keine auslässt und auch keine mehrfach begeht) ?
Begründe Deine Antwort !

Graph dazu: Gang möglich ?

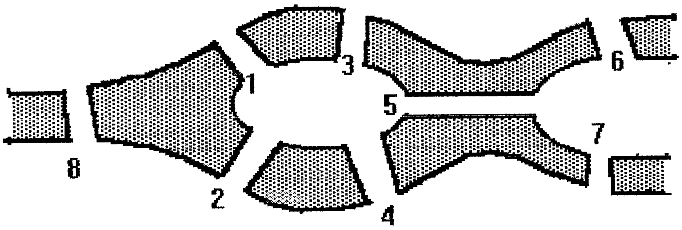


b) Die Brücke 5 darf zweimal begangen werden.
Wie lautet jetzt deine Antwort ?

Graph dazu: Gang möglich ?

c) In den letzten Jahren wurde eine Eisenbahnbrücke mit Fußgängerweg (Brücke 8) gebaut.
Ist ein solcher Spaziergang möglich, wenn jede Brücke, auch die neue, genau einmal benutzt werden darf ?

Graph dazu: Gang möglich ?



WIR SUCHEN VERMUTUNGEN

1) Finde die Regeln, nach denen folgende Zahlenfolgen gebildet wurden, und ergänze die fehlenden Stellen !

a)	16,	12,	15,	11,	14,	10,	13,	____ ,	____ ,	....
b)	2,	6,	4,	12,	10,	30,	28,	____ ,	____ ,	....
c)	240,	80,	78,	26,	24,	8,	6,	____ ,	____ ,	....
d)	1,	1,	2,	3,	5,	8,	13,	____ ,	____ ,	....

2) Ergänze die fehlenden Stellen und drücke das n-te Glied der Folge jeweils mit Hilfe der Variablen n aus !

a) $1\,,\ \frac{1}{4}\,,\ \frac{1}{9}\,,\ \frac{1}{16}\,,$ _____ , _____ , _____ , ... $a_n =$ _____

b) $\frac{3}{2}\,,\ \frac{5}{4}\,,\ \frac{7}{8}\,,\ \frac{9}{16}\,,$ _____ , _____ , _____ , ... $a_n =$ _____

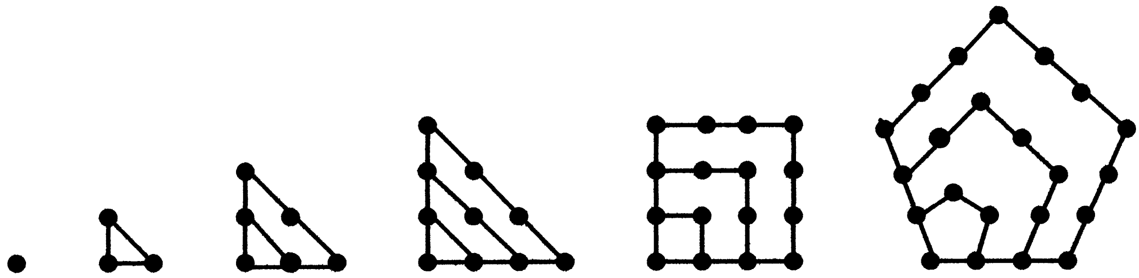
c) $\frac{3}{1}\,,\ \frac{9}{8}\,,\ \frac{27}{27}\,,\ \frac{81}{64}\,,$ _____ , _____ , _____ , ... $a_n =$ _____

3) Trage in die Leerstellen solche Zahlen bzw. Ausdrücke ein, dass wahre Aussagen entstehen ! (Dabei seien a und b beliebige natürliche Zahlen, u sei eine beliebige ungerade und g eine beliebige gerade Zahl.)

Wenn $a + b < 5$, so $a \cdot b \leq$ ....
Wenn $a + b < 7$, so $a \cdot b \leq$ ....
Wenn $a + b < 9$, so $a \cdot b \leq$ ....
Wenn $a + b < u$, so $a \cdot b \leq$ ....

Wenn $a + b < 6$, so $a \cdot b \leq$ ....
Wenn $a + b < 8$, so $a \cdot b \leq$ ....
Wenn $a + b < 10$, so $a \cdot b \leq$ ....
Wenn $a + b < g$, so $a \cdot b \leq$ ....

4) Ergänze die unten angegebene Folge der "Dreieckszahlen" d_n und finde ein Bildungsgesetz für diese Folge ! (Hinweis: Betrachte dazu die zugehörige Differenzenfolge.)
Bilde analog die Folge der "Viereckszahlen v_n und die Folge der "Fünfeckszahlen" f_n !
Bilde die Folge der Differenzen ($f_n - v_n$) ! Äußere eine Vermutung !



1, 3, 6, 10, ..., ..., ... d_n = ...
1, 4, 9, ..., ..., ..., ... v_n = ...
1, 5, 12, ..., ..., ..., ... f_n = ...

5) Wie kann man aus den "Dreieckszahlen" die "Viereckszahlen" erhalten ?
Formuliere diese Gesetzmäßigkeit und erläutere diese Gesetzmäßigkeit mit Hilfe der in Aufgabe 4 angegebenen geometrischen Veranschaulichung !
1, 3, 6, 10, ..., ..., d_{n-1} , d_n , ...
1, 4, 9, ..., ..., ..., ... , v_n , ...

6) Für Dreieckszahlen d_n gilt stets $2 \cdot d_n = n \cdot (n + 1)$.
Erläutere diese Gesetzmäßigkeit mit Hilfe der geometrischen Veranschaulichung aus Aufgabe 4 ! Wie kann man diese Gesetzmäßigkeit beweisen ?

7) Der griechische Mathematiker DIOPHANT (3. Jh. v. u. Z.) fand folgende interessante Gesetzmäßigkeit zwischen Dreieckszahlen und Viereckszahlen :
$8 \cdot d_n + 1 = v_{2 \cdot n+1}$.
Überzeuge dich, dass diese Gesetzmäßigkeit für n = 1, 2, 3, 4 gilt ! Erläutere diese Gesetzmäßigkeit mit Hilfe der geometrischen Veranschaulichung aus Aufgabe 4) !

8) Ergänze die Leerstellen !
Finde eine Gesetzmäßigkeit und formuliere sie unter Verwendung von Variablen !

$$1^3 = 1$$
$$1^3 + 2^3 = 1 + 8 = \ldots = \ldots$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + \ldots + \ldots = \ldots = \ldots$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + \ldots + \ldots + \ldots = \ldots =$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

9) Entdecke das Bildungsgesetz, nach dem die Zahlen in der folgenden Tabelle gebildet wurden !
Ergänze die Leerstellen!
Suche nach weiteren Gesetzmäßigkeiten !
Betrachte die Summen aller Zahlen, die jeweils in einem der eingezeichneten "Streifen" der Form stehen !
Betrachte die Summe aller Zahlen, die jeweils in einem der eingezeichneten "Quadrate stehen!
Kannst du eine Beziehung zwischen den beiden Summen erkennen?

1	2	3	4	5	6	...	...
2	4	6	8	10	12	...	...
3	6	9	12	...	...	...	...
4	8	...	...	...	...	...	...
5	...	...	...	...	...	...	...
6	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...

10) Der französische Mathematiker PASCAL (1623 - 1662) hat sich mit dem nachstehend angegebenen "Zahlendreieck" beschäftigt.
Entdecke das Bildungsgesetz dieses Zahlendreiecks ! Ergänze die Leerstellen !
Suche nach weiteren Gesetzmäßigkeiten ! (Betrachte die Summe der Zahlen in den Zeilen; die Summe von Zahlen in den schrägen Reihen !)

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 _ 1
1 5 10 _ _ 1
1 6 15 _ _ _ 1
1 _ _ _ _ _ _ 1
1 _ _ _ _ _ _ _ 1

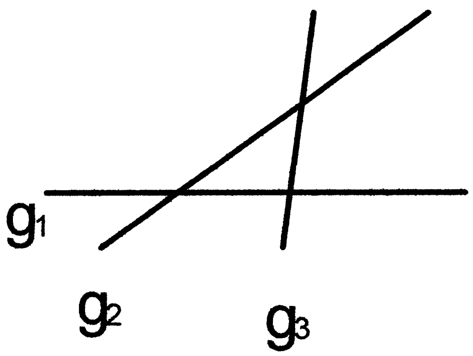
11)
1 Gerade zerlegt die Ebene in 2 Teile.

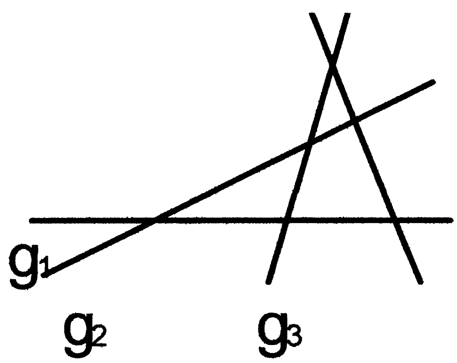
2 (einander schneidende) Geraden zerlegen die Ebene in 4 Teile.

In wie viel Teile können 3, 4, 5, ... Geraden die Ebene höchstens zerlegen?

Ergänze die nebenstehende Tabelle und versuche, ein Bildungsgesetz für die Zahlenfolge a_n zu finden!

Anzahl der Geraden n	Anzahl der Teile der Ebene a_n
1	2 =
2	4 =
3	
4	
5	
6	
7	

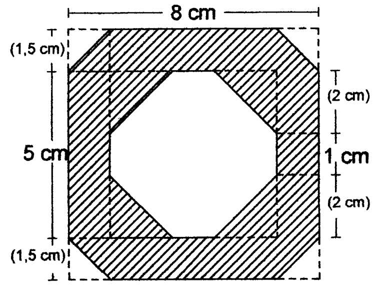




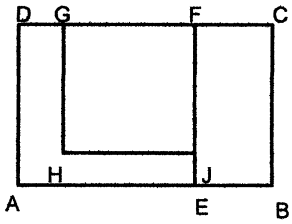
AUFGABEN ÜBER FLÄCHEN UND KÖRPER

1) Von einem Rechteck sind folgende Eigenschaften bekannt : Die Differenz der Seitenlängen beträgt 8 cm ; sein Umfang beträgt 78 cm .
Weise nach, dass sich aus diesen Angaben der Flächeninhalt dieses Rechtecks eindeutig ermitteln lässt !
Berechne diesen Flächeninhalt !

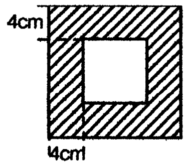
2) Berechne aus den angegebenen Maßen den Flächeninhalt der (nicht maßstäblich gezeichneten) schraffierten Fläche in Quadratzentimeter !
(Die schraffierte Fläche ist aus einem Quadrat entstanden, von dem vier gleich große gleichschenklige Dreiecke abgeschnitten wurden und aus dem eine analog entstandene Fläche ausgeschnitten wurde.)



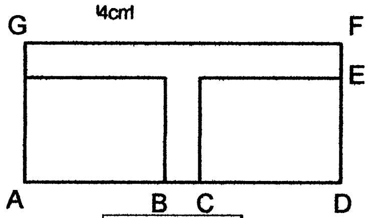
3) Das Rechteck ABCD wurde in drei flächengleiche Teile zerlegt, und zwar in ein Rechteck EBCF, in ein Quadrat FGHJ und in ein L-förmiges Flächenstück.
Wie lang ist die Strecke $\overline{DG}$, falls $\overline{CF}$ = 12 cm und $\overline{FG}$ = 18 cm gilt ?



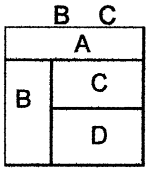
4) Der Flächeninhalt des schraffierten Rahmens in nebenstehender (nicht maßstäblicher) Skizze beträgt 256 cm², seine Breite 4 cm. Berechne den Zahlenwert x der Seitenlänge des äußeren Quadrates !



5) Das Rechteck ADFG wurde in drei flächengleiche Teile zerlegt, in zwei Rechtecke und in ein T-förmiges Flächenstück.
Es gilt: $\overline{AB}$ = $\overline{CD}$ = 5 cm, $\overline{BC}$ = 2 cm und $\overline{EF}$ = 2 cm.
Wie lang ist die Strecke $\overline{DE}$?



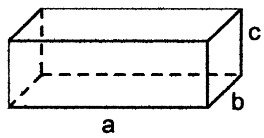
6) Das abgebildete Quadrat mit der Seitenlänge s = 24 cm wurde in vier flächengleiche Rechtecke zerlegt.
Wie groß ist der Umfang des mit D bezeichneten Rechtecks ?



7) In einem Aquarium hat der Hohlraum, der mit Wasser gefüllt werden könnte, die Gestalt eines Quaders mit einer Länge von 90 cm , einer Breite von 60 cm und einer Höhe von 60 cm . Dieser Hohlquader soll aber nur bis zu einer Höhe von 10 cm unter seinem oberen Rand gefüllt werden.
Wie viel Eimer Wasser sind dafür insgesamt erforderlich, wenn jeder Eimer 9 Liter Wasser fasst ?

8) Der Oberflächeninhalt eines quaderförmigen, oben offenen Gefäßes mit quadratischer Grundfläche beträgt 900 cm². Jede der vier Seitenflächen ist doppelt so groß wie die Grundfläche. Das Gefäß hat ein Fassungsvermögen von 2 Liter.
a) Berechne die Höhe dieses Gefäßes !
b) Untersuche, ob sich aus diesen Angaben die Höhe des Gefäßes auch dann noch eindeutig ermitteln lässt, wenn man das Fassungsvermögen des Gefäßes nicht kennt !
c) Untersuche, ob es ein Gefäß mit einem Fassungsvermögen von 3 Liter gibt, das alle anderen gestellten Bedingungen erfüllt !

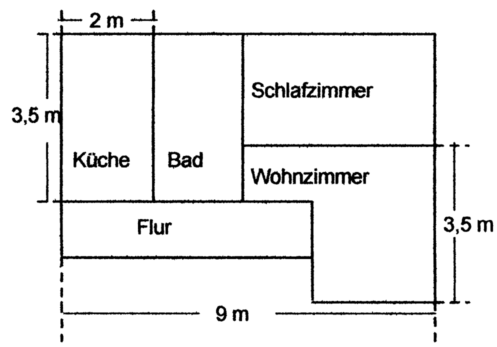
9) Seien a, b, c die Kantenlängen, V das Volumen und A der Oberflächeninhalt eines Quaders, der sich in einer Lage befindet, wie dies die nebenstehende Figur angibt. Sei A_g der Flächeninhalt der Grundfläche (und Deckfläche), A_v der Flächeninhalt der Vorderfläche (und Hinterfläche) sowie A_s der Flächeninhalt einer Seitenfläche.



Untersuche jeweils, ob es einen Quader gibt, der die gegebenen Bedingungen erfüllt bzw. ob ein solcher Quader eindeutig bestimmt ist !
Welche der Größen a, b, c, V, A, A_g, A_v, A_s lassen sich jeweils aus den gegebenen Größen eindeutig ermitteln ?

a) $A_v = 30\ \text{cm}^2$, $V = 150\ \text{cm}^3$;
b) $V = 150\ \text{cm}^3$, $A_v = 30\ \text{cm}^2$, $a = b$;
c) $b = 5\ \text{cm}$, $A_s = 20\ \text{cm}^2$, $V = 120\ \text{cm}^3$;
d) $a = 20\ \text{cm}$, $b = 15\ \text{cm}$, $A = 280\ \text{cm}^2$;
e) $a = 10\ \text{cm}$, $A_s = 25\ \text{cm}^2$, $V = 250\ \text{cm}^3$, $b = c$;
f) $b = 6\ \text{cm}$, $A_v = 16\ \text{cm}^2$, $V = 100\ \text{cm}^3$, $a = c$.

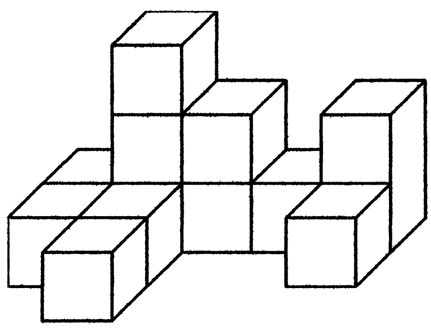
10) Der Grundriss einer Wohnung ist in nebenstehender Skizze festgehalten. Die Skizze ist nicht maßstabsgerecht. Man kennt nur die eingetragenen Maße und weiß, dass Küche und Bad die gleichen Ausmaße haben und dass die Wände stets rechtwinklig aufeinanderstoßen. Alle Räume sind 2,6 m hoch. Die Wandstärke soll nicht berücksichtigt werden.



a) In der Küche sollen die Wände und die Decke gestrichen werden.
   Wie viel Quadratmeter Fläche sind insgesamt zu streichen, wenn man für die nicht zu streichenden Türen und Fenster 1/5 der Gesamtfläche abzieht ?
b) Im Wohnzimmer sollen nur die Wände gestrichen werden.
   Wie viel Quadratmeter Fläche sind hier zu streichen ?
   Die Flächen der Fenster und Türen sollen hier nicht abgezogen werden.

11) Zwei einander gegenüberliegende Flächen eines Quaders mit einem Volumen $V = 150\ \text{cm}^3$ haben jeweils einen Inhalt von $25\ \text{cm}^2$.
Wie groß ist der Abstand dieser Flächen ?

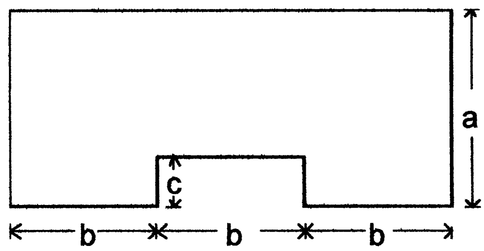
12) Der in der Abbildung dargestellte Körper ist durch Zusammenkleben von Würfeln entstanden. Die nicht sichtbare Hinterreihe des Körpers ist glatt, d.h. hier gibt es weder Lücken noch Vorsprünge. Ferner sei bekannt, dass beim Zusammenkleben jeweils nur eine der sich berührenden Flächen mit Leim bestrichen wurde.



Aus wie viel Würfeln besteht der Körper ?
Wie viel quadratische Seitenflächen wurden mit Leim bestrichen ?
Wie viel Quadrate bilden insgesamt (d.h. oben, unten, links, rechts, vorn, hinten) die Oberfläche dieses Körpers ?

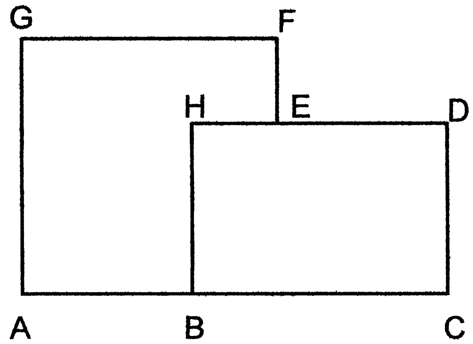
13) Horst erzählt: "Ich habe mir aus 20 Würfeln durch Zusammenkleben einen Körper hergestellt, und zwar auf eine Weise, wie dies in Aufgabe 12) beschrieben wurde. Dabei habe ich 25 Seitenflächen mit Leim bestrichen. Die Oberfläche des Körpers setzt sich aus 68 Quadratflächen zusammen. "
Fritz erwidert: "Das kann nicht stimmen ! Du musst dich verzählt haben !"
Begründe, warum Fritz recht hat !

14) Das Bild zeigt die 1275 m^2 große Fläche eines Schulgartens, der mit Maschendraht eingezäunt werden soll.
Wie viel laufende Meter Maschendraht sind anzuschaffen, wenn die Breite a des Schulgartens 30 m beträgt und a sechsmal so lang ist wie die mit c bezeichnete Strecke ?



15) In einem Park soll eine rechteckige Rasenfläche von 12 m Breite und 25 m Länge von einem 2 m breiten Weg umsäumt werden. Dieser Weg soll mit quadratischen Platten von 50 cm Seitenlänge belegt werden.
Wie viel solcher Platten werden dazu benötigt ?

16) Alle Winkel der nebenstehenden (nicht maßstäblich gezeichneten) Figur sind rechte Winkel. Die beiden Teilfiguren ABHEFG und BCDH haben den gleichen Flächeninhalt. Ferner gilt $\overline{CD} = \overline{DE} = 25$ cm und $\overline{AG} = \overline{FG} = 35$ cm.
Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Umfänge der beiden Teilfiguren eindeutig berechnen lassen !
Wie groß sind diese Umfänge ?



VERMISCHTE AUFGABEN

1) Gesucht sind die größte und die kleinste fünfstellige Zahl, für die jeweils folgendes gilt:
(1) Die Zehnerziffer ist halb so groß wie die Tausenderziffer.
(2) Die Einer- und die Hunderterziffer kann man vertauschen, ohne dass sich die fünfstellige Zahl ändert.

2) Ein Meter Schmalfilm enthält 256 Bilder. Bei der Vorführung des Films laufen in jeder Sekunde 16 Bilder ab.
Wie lang ist ein Film mit einer Spieldauer von 32 Minuten ?

3) In einer Dunkelkammer liegen ungeordnet 20 einzelne Handschuhe von gleicher Größe, und zwar genau je 5 weiße rechte, 5 weiße linke, 5 schwarze rechte und 5 schwarze linke Handschuhe. Bei der Entnahme von Handschuhen ist es unmöglich, eine Auswahl nach Farbe oder Form zu treffen.
Ermittle die kleinste natürliche Zahl n mit der Eigenschaft, dass bei der Entnahme von n Handschuhen mit Sicherheit ein passendes Paar entnommen wird !

4) Während einer Radrennfahrt fuhr an 6 Schülern eine Spitzengruppe von Rennfahrern so vorbei, dass man eine Reihenfolge eindeutig ermitteln konnte. Um diese Reihenfolge zu ermitteln, gab jeder der 6 Schüler seine Beobachtungen wieder, wobei sämtliche Aussagen wahr sind:

(1) In der Spitzengruppe waren genau 8 Fahrer, darunter genau ein Belgier und genau zwei Polen.
(2) Unter den Fahrern, die vor dem Belgier fuhren, waren mindestens zwei deutsche Fahrer.
(3) Unter den Fahrern, die vor den beiden Polen fuhren, war mindestens ein russischer Fahrer.
(4) Von den Fahrern, die hinter dem Belgier fuhren, war mindestens einer ein russischer Fahrer.
(5) Zwei russische Fahrer fuhren unmittelbar hintereinander.
(6) Am Anfang und am Schluss der Spitzengruppe fuhr jeweils ein deutscher Fahrer.
Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Reihenfolge der Fahrer in der Spitzengruppe eindeutig ermitteln lässt ! Gib diese Reihenfolge an !

5) Wenn man vor eine einstellige Zahl die Ziffer 8 schreibt, dann ist die so erhaltene Zahl um 9 größer als jene Zahl, die man erhält, wenn man die Ziffer 8 hinter diese einstellige Zahl setzt.
Um welche einstellige Zahl handelt es sich ?

6) Wenn die Summe zweier natürlicher Zahlen kleiner als 13 ist, dann ist ihr Produkt nicht größer als 36.
Begründe diese Aussage !

7) In einem Korb befinden sich insgesamt 35 Äpfel dreier Sorten.
Wie viel Äpfel muss jemand im Dunkeln diesem Korb entnehmen, um mit Sicherheit vier Äpfel der gleichen Sorte zu erhalten ?

8) Wie viel zweistellige natürliche Zahlen gibt es, bei denen die Differenz der beiden Ziffern gleich 5 ist ?
Bei welchen von diesen Zahlen ist die Zahl selbst achtmal so groß wie die Summe ihrer Ziffern ?

9) Eine Biene muss 9 000 000 Blüten befliegen, um 1 kg Honig erzeugen zu können. In einem Flug sammelt sie etwa bei 60 Blüten.
Wievielmal müsste eine Biene fliegen, um 250 g Honig zu erzeugen ?

10) An einem Tisch sitzen sieben Schüler. Einer hört auf den Vornamen Fred, einer heißt Willi, vier heißen Lutz und einer heißt Christian. Weiter wissen wir nur, dass unter ihnen zwei Brüder mit dem Familiennamen Scheibner, einer mit dem Familiennamen Franke und vier Schüler mit dem Familiennamen Schulz sind.
a) Von welchem Schüler können wir mit Sicherheit Vor- und Familiennamen angeben ?
b) Warum muss er so heißen ?

11) Wie viel Paare (x, y) aus natürlichen Zahlen gibt es, für die $0 < x < y$ gilt und die die Ungleichung $5 \cdot x \cdot y < 65$ erfüllen ?

12) Für fünf natürliche Zahlen a, b, c, d, e gelten die folgenden Ungleichungen:
(1) $a > e$; (2) $b < c$; (3) $c > e$; (4) $d < e$;
(5) $a > b$; (6) $b < d$; (7) $c > a$; (8) $a > d$.
Ordne die Zahlen nach ihrer Größe; beginne dabei mit der kleinsten !
Welche der Ungleichungen werden zur Lösung der Aufgabe nicht benötigt ?

13) Ein Autobus befördert insgesamt 42 Personen. Es sind doppelt so viele Männer wie Frauen und doppelt so viele Frauen wie Kinder.
Wie viel Männer, Frauen und Kinder befördert der Bus ?

14) Wie lange braucht ein 500 m langer Zug zur Durchfahrt durch einen 500 m langen Tunnel, wenn er mit einer Geschwindigkeit von 60 km pro Stunde fährt ?

15) Susi hat sechs Kugeln, und zwar zwei weiße, zwei rote und zwei grüne. Sie soll in Schachtel A eine Kugel, in Schachtel B zwei Kugeln und in Schachtel C drei Kugeln legen.
Wie viel verschiedene Möglichkeiten gibt es ?

16) In einem Bekleidungshaus kauften 3 Kunden vom gleichen Stoff. Der erste Kunde kaufte genau 3 m, der 2. Kunde kaufte genau 5 m und der dritte Kunde kaufte genau 9 m. Der zweite Kunde bezahlte genau 30 Euro mehr als der erste Kunde.
Wie viel Euro hatten die drei Kunden insgesamt zu bezahlen ?
Welche Feststellungen lassen sich noch aus diesen Angaben herleiten ?

17) Bilde ein magisches Quadrat 3. Ordnung mit der Gesamtsumme S = 99 !

18) Für gleiche Variable sind gleiche Ziffern, für verschiedene Variable sind verschiedene Ziffern einzusetzen, so dass richtig gelöste Aufgaben entstehen.

a)
$$\begin{array}{ccccc} A & + & A & = & B \\ + & & + & & - \\ A & \cdot & A & = & B \\ \hline B & - & B & = & 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ccccccccc} A & A & A & \cdot & A & = & B & B & B \\ & - & & & & & & - & \\ C & C & C & \cdot & A & = & D & D & D \\ \hline F & F & F & \cdot & A & = & A & A & A \end{array}$$

19) Auf der Bundesstraße B6 wurde wegen Bauarbeiten auf einer Strecke von 2 km die Geschwindigkeit auf 30 km pro Stunde begrenzt. Herr Meyer durchfuhr mit seinem PKW diese Strecke in 3 Minuten.
Hat sich Herr Meyer an die Geschwindigkeitsbegrenzung gehalten ?

20) Wie viel dreistellige Zahlen gibt es, die vorwärts und rückwärts gelesen einander gleich sind ? (Beispiele: 383, 414, 222)

21) In einem alten Buch mit lustigen mathematischen Knobeleien fand sich folgender Vers:

Eine Zahl hab ich gewählt,
107 dazugezählt,
dann durch 100 dividiert
und mit 11 multipliziert,
endlich 15 subtrahiert,
und zuletzt ist mir geblieben
als Resultat die Glückszahl 7 .

Ermittle alle Zahlen, die diesen Bedingungen genügen !

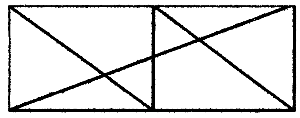
22) Eine Äbtissin hatte in einem Kloster 40 Nonnen; diese wohnten im Quadrat in 8 Zimmern und die Äbtissin in der Mitte auf die nebenstehend abgebildete Art.

5	5	5
5	1	5
5	5	5

Die Äbtissin ging alle Tage im Kloster herum, um zu sehen, ob sie ihre Nonnen darin richtig finde, und zählte deshalb - um ganz sicher zu gehen - auf jeder Seite die drei Zimmer; waren in denselben zusammen 15 Nonnen, so glaubte sie, die Zahl sei richtig.
Einst kamen vier junge Herren vor das Kloster und baten um Einlass. Die Nonnen gewährten ihnen die Bitte mit Freuden und behielten sie eine ganze Zeit bei sich. Damit aber die Äbtissin den Betrug nicht merken sollte, teilten die Nonnen die dazugekom-

menen und umgekleideten Herren so unter sich auf, dass die Äbtissin - obwohl ihre Zahl um vier gewachsen war - auf jeder Seite des Klosters in den drei Zimmern nur 15 Nonnen zählen konnte.
Wie geschah die Verteilung ?
Nach einiger Zeit kamen noch vier Herren, und auch diese nahmen die Nonnen auf und hintergingen die Äbtissin bei ihrer Verteilung, so dass diese in den drei Zimmern auf jeder Seite des Klosters wieder nur 15 Nonnen zählte.
Wie hatten sich die Nonnen nun eingeteilt?
Als die 8 Herren wieder abreisten, nahmen sie noch 8 Nonnen mit sich. Die Zurückgebliebenen, die die Flucht begünstigten, wussten sich nun so in die Zimmer einzuteilen, dass die Äbtissin, obwohl nun 16 Personen weniger im Kloster waren, auf jeder Seite des Klosters 15 Nonnen zählen konnte.
Wie sah nun die Verteilung aus ?

23) Wie viel Dreiecke enthält nebenstehende Figur ?

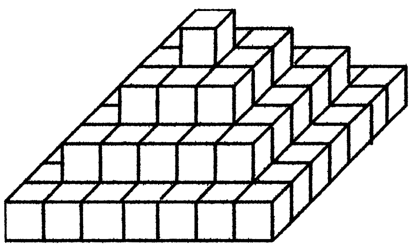


24) Sieben Schüler treffen sich vor dem Unterricht. Jeder begrüßt jeden mit Handschlag. Wie viel Handschläge wurden ausgetauscht ?

25) Auf der Talsperre Kriebstein macht ein Motorschiff Rundfahrten mit Ausflüglern und Touristen. An einer solchen Fahrt nahmen insgesamt 120 Fahrgäste teil, und zwar viermal so viel Kinder wie Frauen. Die Anzahl der mitfahrenden Frauen und Kinder war insgesamt siebenmal so groß wie die der Männer.
Wie viel Kinder, Frauen bzw. Männer nahmen an dieser Rundfahrt teil ?

26) Frank und Uwe wollen in den Ferien mit dem Fahrrad an einen etwas entlegenen See zum Baden fahren. Sie haben zwei Möglichkeiten, an den See zu gelangen. Frank meint, dass sie auf der 15,8 km langen Talfahrt schneller ans Ziel kommen. Auf diesem Streckenabschnitt können sie eine mittlere Geschwindigkeit von 30 km je Stunde erreichen, wobei zu beachten ist, dass sie einen nicht befahrbaren Weg von 800 m Länge zu Fuß gehen müssen und dafür 10 Minuten benötigen. Uwe meint, dass sie für die 15,5 km lange Strecke durch das hügelige Gelände weniger Zeit benötigen. Dabei können sie mit einer mittleren Geschwindigkeit von 24 km je Stunde fahren.
Entscheide, wer von den beiden recht hat !

27) Auf einem Tisch steht, wie aus dem Bild ersichtlich, eine aus 84 gleich großen Würfeln gebaute "Pyramide", die aus vier Schichten besteht.
Die unterste quadratische Schicht besteht aus 7 x 7 = 49 Würfeln, die zweite aus 5 x 5 = 25 Würfeln, die dritte aus 3 x 3 = 9 Würfeln und die vierte aus nur einem Würfel.



a) Wie viel quadratische Begrenzungsflächen sind zu sehen, wenn man die Pyramide von oben und von allen vier Seiten betrachtet ?
b) Wie viel solcher quadratischer Begrenzungsflächen wären bei einer Pyramide zu sehen, die aus 5 bzw. aus 6 bzw. aus n solchen Schichten besteht (wobei n eine beliebige natürliche Zahl bezeichnet)?

28) Barbara ist doppelt so alt wie ihre Schwester Ingrid. Barbaras Mutter ist fünfmal so alt wie Ingrid. Barbaras Vater ist siebenmal so alt wie Ingrid. Die vier Familienmitglieder sind zusammen (in ganzen Jahren) 90 Jahre alt.
Ermittle das Lebensalter jedes dieser Familienmitglieder !

29) Bilde ein magisches Quadrat 4. Ordnung aus den kleinsten durch 4 teilbaren Zahlen (ohne 0) !

30) Frau A kauft beim Bäcker doppelt so viel, Frau B sogar dreimal so viel Brötchen wie Frau C. Zusammen kauften diese drei Frauen 30 Brötchen.
Wie viel Brötchen kaufte jede dieser Frauen ?

31) Zwei Schülerinnen legten in ihrem Ruderboot stromabwärts in 10 Minuten eine Strecke zurück, deren Länge insgesamt 1 km und 200 m betrug.
Wie viel Zeit würden sie brauchen, um dieselbe Strecke gegen den Strom zurückzurudern, wenn sie dabei durchschnittlich in jeder Minute 40 m weniger zurücklegten als auf der Hinfahrt ?

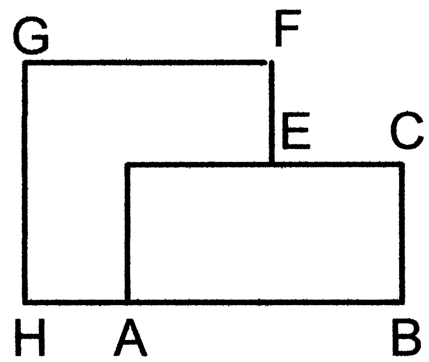
32) Auf einem Motorschiff fahren 100 Personen. 10 von ihnen sprechen weder Russisch noch Deutsch. 75 Personen sprechen Deutsch und 83 Personen sprechen Russisch.
Wie viel Personen sprechen sowohl Deutsch als auch Russisch ?
Wie viel Personen sprechen nur Deutsch ?

33) Die Schüler der Klassen 5a, 5b und 5c fertigen im Werkunterricht Buchhüllen an. Dabei fertigt die Klasse 5a genau 6 Hüllen mehr an als die Klasse 5b, und die Klasse 5c schaffte das Doppelte von dem, was die Klasse 5b anfertigte. Insgesamt wurden von den Schüler dieser drei Klassen 66 Buchhüllen hergestellt.
Weise nach, dass sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, wie viel Buchhüllen jede Klasse angefertigt hat!

34) Karl hat ein Buch, das mehr als 160, aber weniger als 170 Seiten umfasst, in genau drei Tagen durchgelesen. Weil seine Spannung von Seite zu Seite wuchs, schaffte Karl am zweiten Tag dreimal soviel Seiten, am dritten Tag sogar fünfmal soviel Seiten wie am ersten Tag.
Untersuche, ob sich aus diesen Angaben die Anzahl der Seiten dieses Buches eindeutig ermitteln lässt !
Untersuche, ob sich diese Seitenzahl eindeutig ermitteln lässt, wenn man nur weiß, dass das Buch mehr als 160, aber weniger als 172 Seiten hat !

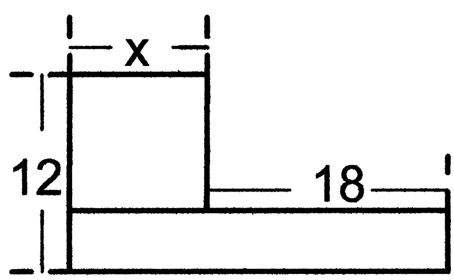
35) Das Rechteck und die L-förmige Figur in nebenstehender Skizze sollen flächengleich sein. Ferner ist bekannt:
$\overline{BC} = \overline{EC} = 25$ cm; $\overline{FG} = \overline{GH} = 35$ cm.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben dieLänge der Strecke $\overline{ED}$ eindeutig ermitteln lässt !
Wie lang ist $\overline{ED}$?



36) Nebenstehende Figur enthält ein Quadrat und ein Rechteck, die flächengleich sein sollen.

Berechne aus den in der Figur angegebenen Maßen die Länge einer Quadratseite !



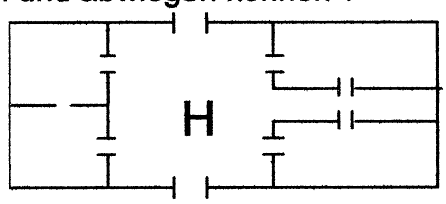
37) Der Mitarbeiter der Marktforschungsabteilung legte der Direktion folgende Ergebnisse einer Umfrage zum Genuss von Kaffee und Tee in Gaststätten vor :

Zahl der Befragten	: 100
Von ihnen trinken Tee	: 78
Von ihnen trinken Kaffee	: 71
Von ihnen trinken Kaffee und Tee	: 48

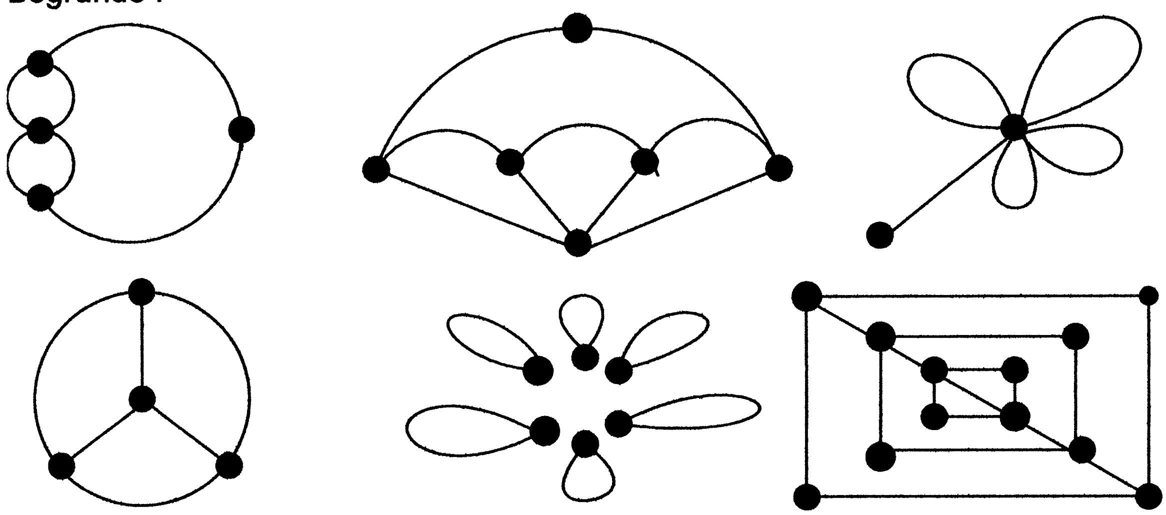
Der Bericht wurde als fehlerhaft abgelehnt. Warum ?

38) Eine Maschine füllt und wiegt in 1 Stunde 200 Säcke mit Briketts.
Für wie viel Arbeitskräfte verrichtet diese Maschine die Arbeit, wenn 10 Arbeiter in 2 Stunden zusammen nur 160 Säcke mit der Schaufel füllen und abwiegen können ?

39) Gegeben ist der Grundriss einer Fabrik. Vom Hof H aus soll der Nachtwächter durch alle Tore genau einmal gehen und hinter sich abschließen.
Ist das möglich ?
Wenn ja, wo endet der Rundgang ?



40) Welche der folgenden Figuren lässt sich in einem Zuge nachzeichnen ?
Begründe !

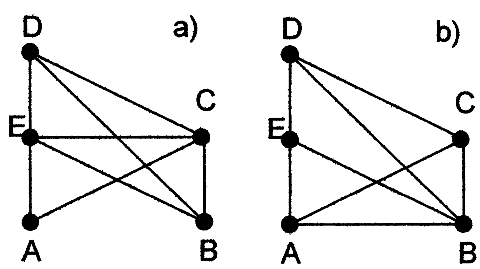


41) In einem Klassenraum sind 10 Lampen. Die Schüler, die den Raum verließen, vergaßen, das Licht auszuschalten. Dieses Versäumnis kostete die Schule 0,04 Euro.
Welche Mehrausgabe ergäbe sich in einem Monat (30 Tage), wenn in einer Schule 210 solche Lampen sind und diese täglich 15 Minuten unnötig brennen ?

42) Zu ermitteln sind alle natürlichen Zahlen n, die folgende Bedingungen erfüllen:
(1) n ist größer als 15, aber kleiner als 85;
(2) n ist ein Vielfaches von 17;
(3) n ist nicht durch 3 teilbar.

43) Kann es ein magisches Quadrat 4. Ordnung (aus natürlichen Zahlen, die nicht alle voneinander verschieden sein müssen) geben, bei dem die Gesamtsumme S aus den in allen Feldern bestehenden Zahlen 150 beträgt ?

44) Peter hilft beim Wäschewaschen. Er soll die Wäscheleine ziehen. Zwischen den 5 Wäschepfählen sollen 8 Stränge gezogen werden. Er hat sich zwei Vorschläge überlegt.
Sind beide Vorschläge realisierbar ?
Wo muss er beginnen ?
Gibt es weitere Möglichkeiten ?



45) Zwei Metallquader mit jeweils quadratischer Grundfläche werden zu einem neuen Metallquader mit quadratischer Grundfläche umgeschmolzen. Für die Kantenlängen beider Quader gilt : $a_1 = b_1 = 6$ cm, $c_1 = 10$ cm ; $a_2 = b_2 = 8$ cm, $c_2 = 10$ cm.
Der neue Quader soll ebenfalls eine Höhe von 10 cm besitzen.
(a) Berechne die Oberflächeninhalte A_1 und A_2 der beiden Quader !
(b) Berechne den Oberflächeninhalt A des neuen Quaders !

46) Roland, Beate, Uwe und Steffi besuchen an ihrer Schule vier verschiedene Arbeitsgemeinschaften. Sie berichten ihren Freunden:
(1) Wir besuchen die AG Flugmodellbau, Mathematik, Plastbearbeitung und Verkehrserziehung.
(2) Jeweils montags, dienstags, mittwochs bzw. freitags findet eine dieser AGen statt.
(3) Uwe weiß nicht, wann die AGen Flugmodellbau, Mathematik und Plastbearbeitung stattfinden.
(4) Rolands Mathematik-AG findet nicht freitags statt.
(5) Steffi kommt dienstags immer etwas später zur AG, weil sie so lange Unterricht hat.
(6) Rolands Vater leitet mittwochs die AG Plastbearbeitung.
Weise nach, dass sich aus (1) bis (6) für jeden Schüler seine AG eindeutig ermitteln lässt!

47) Von den Schülern einer Klasse gehören genau 12 der AG "Fotoamateure", genau 14 der AG Radiobastler und genau 15 Schüler der AG "Musikfreunde" an. Genau ein Schüler ist in allen drei Arbeitsgemeinschaften tätig. Genau 4 Schüler gehören sowohl der AG "Fotoamateure" als auch der AG "Musikfreunde" an. Genau 5 Schüler gehören sowohl der AG Musikfreunde als auch der AG "Radiobastler" an. Jeder Schüler dieser Klasse besucht mindestens eine dieser Arbeitsgemeinschaften.
Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Anzahl der Schüler dieser Klasse eindeutig ermitteln lässt! Wie viel Schüler gehören zu dieser Klasse ?

48) In einer Klasse mit 28 Schülern beteiligen sich alle Schüler am außerunterrichtlichen Sport, und zwar jeder an mindestens einer der Sportarten Fußball, Schwimmen, Leichtathletik und Turnen, in jeder dieser Sportarten mindestens ein Schüler. Kein Schüler beteiligt sich an einer anderen Sportart. Von der Klasse ist bekannt:
(1) Jeder Schüler betreibt höchstens 2 Sportarten.
(2) Genau 18 Schüler beteiligen sich an genau einer Sportart.
(3) Genau die Hälfte der Leichtathleten nimmt auch am Turnen teil.
(4) Jeder Schwimmer betreibt 2 Sportarten, wobei alle anderen Sportarten in gleicher Anzahl vertreten sind.
(5) Es haben genau so viele Turner wie Fußballer keine zweite Sportart.
(6) Die Menge der Turner, die Fußball spielen, ist leer.
(7) Die Anzahl der Leichtathleten, die auch Turner sind, ist gleich der Anzahl derjenigen unter den restlichen Schülern, die ebenfalls zwei Sportarten beitreiben.
Ermittle zu jeder der Sportarten, wie viel Schüler der Klasse sich daran beteiligen !

EINIGE MUSTERLÖSUNGEN

Um eine Aufgabe lösen zu können, musst du zunächst einen Lösungsweg finden. Dabei können gewisse heuristische Vorgehensweisen (z.B. systematisches Probieren, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Suche nach Gleichungen, usw.) sowie gewisse Hilfsmittel (z.B. Tabellen, Skizzen, Diagramme usw.) sehr nützlich sein.
Du musst aber auch fähig sein, den gefundenen Lösungsweg exakt darzustellen. Von den gegebenen Bedingungen oder Größen ausgehend muss gezeigt werden, wie man schrittweise zum Gesuchten gelangt, wobei jeder Schritt zu begründen ist. Es ist nachzuweisen, dass alle Lösungen gefunden wurden (Einzigkeitsnachweis; "begründete Herleitung") und dass es sich tatsächlich um Lösungen handelt (Existenznachweis; "Probe").

Lösung zu Aufgabe 1), Seite 2 ("Wer ist wer?")
Wegen (1) heißt Hausmann weder Christian noch Bernd. Wegen (2) heißt er auch nicht Alfred. Daraus folgt : **(3) Hausmann hat den Vornamen Detlef.**
Wegen (2) heißt Giebler weder Alfred noch Bernd und wegen (3) auch nicht Detlef.
Daraus folgt: **(4) Giebler hat den Vornamen Christian.**
Wegen (1) heißt Erdbach weder Christian noch Bernd und wegen (3) auch nicht Detlef.
Daraus folgt: **(5) Erdbach hat den Vornamen Alfred.**
Wegen (3), (4) und (5) bleibt für Freimuth nur der Vorname Bernd.
Die zusammengehörenden Namen sind also: Alfred Erdbach, Bernd Freimuth, Christian Giebler und Detlef Hausmann.

Hinweise:
Den angegebenen Lösungsweg kann man finden, wenn - wie nebenstehend angegeben - eine entsprechende *Tabelle* aufgestellt und ausgefüllt wird.
Dabei stellt man fest, dass es noch zahlreiche andere Lösungswege gibt. So folgt aus (1) und (2) auch sofort (3') Freimuth hat den Vornamen Bernd. Aus (2) und (3') folgt dann sofort (4') Erdbach hat den Vornamen Alfred.

	E	F	G	H
a	+ (5)	- (5)	- (2)	- (2)
b	- (1)	+ (6)	- (2)	- (1)
c	- (1)	- (4)	+ (4)	- (1)
d	- (3)	- (3)	- (3)	+ (3)

Lösung zu Aufgabe 9), Seite 7 ("Wir lernen systematisch arbeiten...")
a) Die folgenden 4 Verteilungen erfüllen die Bedingungen (1) und (2) :

0 3 0	1 2 1	2 1 2	3 0 3
3 3	2 2	1 1	0 0
0 3 0	1 2 1	2 1 2	3 0 3

b) Für jede Verteilung der geforderten Art gilt:
Wenn auf einer Ecke genau x Steine liegen, dann nach (1) auf jeder Ecke.
Wenn auf einer Seite außer den $2 \cdot x$ Steinen, die auf den Eckpunkten liegen, noch genau y Steine vorhanden sind, dann gilt das nach (2) auf jeder Seite. Daher sind insgesamt $(4 \cdot x + 4 \cdot y)$ Damesteine verteilt, also ist $4 \cdot x + 4 \cdot y = 12$, $4 \cdot (x + y) = 12$ und damit $\mathbf{x + y = 3}$. Dies kann aber mit den Anzahlen x und y nur durch $0 + 3 = 3$, $1 + 2 = 3$, $2 + 1 = 3$ oder $3 + 0 = 3$ erfüllt werden.
Daher kann es nur die vier in a) genannten Verteilungen geben.

Hinweise:
Man muss bei der Darstellung der Lösung nicht unbedingt Variable verwenden. Auch folgende variablenfreie Lösungsdarstellung ist korrekt:
"Aus (1) folgt, dass in den Ecken nur 0, 1, 2 oder 3 Steine liegen können, da wegen $4 \cdot 4 = 16 > 12$ sonst mehr als 12 Steine vorhanden sein müssten. Wenn in den Ecken jeweils 0 Steine liegen, dann müssen auf den Seiten alle 12 Steine liegen, wegen (2) (und $12 : 4 = 3$) also auf jeder Seite genau 3 Steine.
Wenn in den Ecken jeweils 1 Stein liegt, ...
Wenn in den Ecken jeweils 2 Steine liegen, ...
Wenn in den Ecken jeweils 3 Steine liegen, ... "
Durch dieses systematische Erfassen aller möglichen Fälle wird der unter b) geforderte Einzigkeitsnachweis auch geliefert.

Lösung zu Aufgabe 7) , Seite 9 ("Zahlen werden gesucht")
I) **(Einzigkeitsnachweis)** Wenn eine Zahl z die Bedingungen (1), (2), (3) erfüllt, dann folgt: Da die Einerziffern von z nicht größer als 9 sein kann, kann z wegen (1) und (3) nur eine der Zahlen 13, 26, 39 sein. Aus (2) folgt dann (wegen $31 \neq 13 + 36$ und $93 \neq 39 + 36$), dass nur $z = 26$ alle gestellten Bedingungen erfüllen kann.
II) **(Existenznachweis)** Die Zahl 26 erfüllt tatsächlich alle gestellten Bedingungen: Sie ist zweistellig, und es gilt $62 = 26 + 36$ sowie $6 = 2 \cdot 3$)
Mit I) und II) ist nachgewiesen, dass es genau eine Zahl z gibt, die alle gestellten Bedingungen erfüllt.

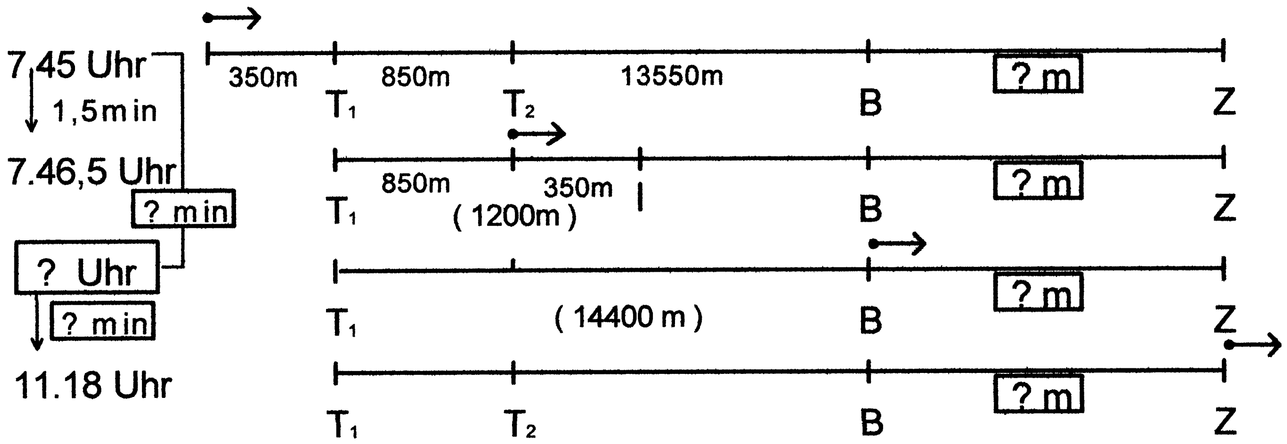
Lösung zu Aufgabe 13), S. 10 ("Zahlen werden gesucht")
Wenn die gesuchte Zahl x lautet, dann ist $10 \cdot x$ die durch Anhängen der Ziffer 0 gebildete Zahl. Die Summe beider Zahlen beträgt folglich $11 \cdot x$. Nach Peters Angabe gilt daher $11 \cdot x = 3058$. Wegen $3058 : 11 = 278$ folgt hieraus $x = 278$.
Hinweis:
Natürlich lässt sich die gesuchte Zahl auch durch systematisches Probieren finden. Es liegt jedoch nur dann eine vollständige Lösung der Aufgabe vor, wenn mit der Ermittlung der gesuchten Zahl auch der Nachweis geführt wird, dass die angegebene Zahl auch die einzig mögliche ist (Einzigkeitsnachweis). Dagegen ist die Probe für eine vollständige Lösung dieser Aufgabe hier nicht unbedingt erforderlich, da die Existenz einer Zahl mit allen geforderten Eigenschaften dem Aufgabentext entnommen werden kann. Man sollte die Probe (Existenznachweis) dennoch durchführen, um etwaige Rechenfehler zu entdecken: $278 + 2780 = 3058$.

Lösung zu Aufgabe 7), S. 12 ("Hier helfen Variable, Tabellen und Gleichungen")
Bezeichnet man die Anzahl der Vögel, die nach dem 2. Platzwechsel auf dem 1. Baum sitzen mit x, dann sitzen zu diesem Zeitpunkt auf dem 2. Baum $2 \cdot x$ und auf dem 3. Baum $4 \cdot x$ Vögel, zusammen also $7 \cdot x$ Vögel. Laut Aufgabenstellung gilt $7 \cdot x = 56$, woraus $x = 8$ folgt. Also sitzen nach den 2. Platzwechsel auf dem ersten Baum 8, auf dem 2. Baum 16 und auf dem 3. Baum 32 Vögel. Da beim 2. Platzwechsel 5 Vögel vom 2. Baum auf den 3. Baum flogen, saßen nach dem ersten Platzwechsel auf dem 3. Baum (32 - 5 =) 27 Vögel und auf dem 2. Baum (16 + 5 =) 21 Vögel und auf dem 1. Baum 8 Vögel. Da beim 1. Platzwechsel 7 Vögel vom 1. auf den 2. Baum flogen, saßen zu Anfang auf dem ersten Baum (8 + 7 =) 15 Vögel, auf dem 2. Baum (21 - 7 =) 14 Vögel und auf dem 3. Baum 27 Vögel. Damit ist zugleich gezeigt, dass sich die gesuchten Anzahlen aus den Angaben eindeutig ermitteln lassen. Eine Probe zeigt, dass die ermittelten Anzahlen alle Bedingungen erfüllen (so gilt z.B. 15 + 14 + 27 = 56).
Hinweis:
Hier ist es (zwar nicht notwendig aber) günstig, die Variable x für die (eigentlich gar nicht gesuchte) Anzahl der Vögel nach dem 2. Wechsel auf den 1. Baum einzuführen. Nebenstehende Tabelle zeigt, wie man den oben dargestellten Lösungweg finden kann.

	nach dem 2. Wechsel		nach dem 1. Wechsel	Anfang
1. Baum	x	8	8	$8 + 7 = 15$
2. Baum	$2 \cdot x$	16	$16 + 5 = 21$	$21 - 7 = 14$
3. Baum	$4 \cdot x$	32	$32 - 5 = 27$	27
zusammen	$7 \cdot x$	56	56	

Mit Hilfe dieser Tabelle lässt sich auch leicht die Probe durchführen.

Lösung zu Aufgabe 6, Seite 16 ("Hier können Skizzen helfen")
Wenn ein 350 m langer Zug einen 850 m langen Tunnel gänzlich passiert hat, dann hat er (wegen 350 + 850 = 1200) dabei 1200 m zurückgelegt, wofür er 1,5 min brauchte. Wenn der Zug mit gleichbleibender Geschwindigkeit fährt, dann braucht er für den dritten Teil dieser Strecke auch nur den dritten Teil der Zeit, also gilt:
(1) Der Zug legt 400 m in 0,5 min zurück.
Wenn die Blockstelle vom Ausgang des 850 m langen Tunnels 13,55 km entfernt ist, dann hat der Zug (wegen 850 + 13550 = 14400) von seiner Abfahrt um 7.45 Uhr bis zur Blockstelle 14400 m zurückgelegt. Wegen $14400 = 36 \cdot 400$ hat er dafür 36 halbe Minuten, also 18 min benötigt, weshalb er um 8.03 Uhr an der Blockstelle ankam. Wenn die Lok um 11.18 Uhr im Zielbahnhof einfuhr, dann hat der Zug von der Blockstelle bis zum Zielbahnhof 3 Stunden und 15 Minuten, also 195 Minuten gebraucht. Wegen (1) schaffte er in einer Minute 800 m und demzufolge in 195 min eine Strecke von $195 \cdot 800$ m = 15600 m. Folglich ist der Zielbahnhof 15,6 km von der Blockstelle entfernt.
Hinweis: Es gibt noch andere Lösungswege. Folgende Skizze kann den Sachverhalt veranschaulichen und zu einem Lösungsweg führen:



<u>*Lösung zu Aufgabe 3), Seite 17*</u> ("Mengendiagramme helfen beim Lösen von Aufgaben")
Aus (8) und (6) folgt (wegen 13 - 5 = 8) :

(9) Genau 8 Schüler lernen Französisch und Englisch, aber nicht Latein.

Aus (8) und (5) folgt (wegen 6 - 5 = 1) :

(10) Genau 1 Schüler lernt Latein und Englisch, aber nicht Französisch.

Aus (4), (9), (10) und (8) folgt (wegen 20 - (8+1+5) = 6) :

(11) Genau 6 Schüler lernen Englisch, aber nicht Latein und nicht Französisch.

Aus (3, (9), (7) und (8) folgt (wegen 15 - (8+0+5) = 2) :

(12) Genau 2 Schüler lernen Französisch, aber nicht Latein und nicht Englisch.

Aus (2), (10), (7) und (8) folgt (wegen 8 - (1+0+5) = 2) :

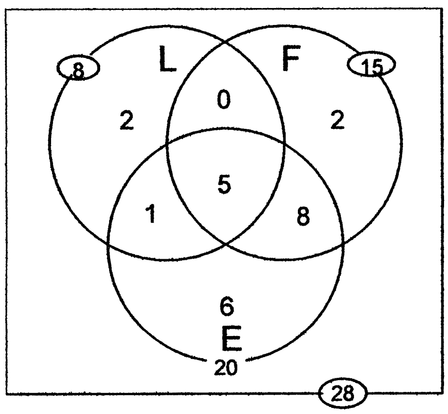
(13) Genau 2 Schüler lernen Latein, aber nicht Französisch und nicht Englisch.

Aus (1), (11), (12), (13), (9), (10), (7) und 8 folgt (wegen 28 - (6+2+2+8+0+1+5) = 4) :

a) Genau 4 Schüler lernen keine der drei Fremdsprachen.

<u>*Hinweise:*</u>
Diese Lösung lässt sich durch folgendes Mengendiagramm veranschaulichen, das auch zur "Probe" herangezogen werden kann. Durch Einführung günstiger Bezeichnungen lassen sich die gegebenen Bedingungen wie folgt festhalten:

(1) $G = 28$; (2) $L = 8$; (3) $F = 15$;
(4) $E = 20$; (5) $LE = 6$; (6) $FE = 13$;
(7) $LF\overline{E} = 0$; (8) $LFE = 5$.



Man erhält dann der Reihe nach:

(9) $\overline{L}FE = 8$; (10) $L\overline{F}E = 1$; (11) $\overline{LF}E = 6$;
(12) $\overline{L}F\overline{E} = 2$; (13) $L\overline{FE} = 2$;
a) $\overline{LFE} = 4$.

Mit Hilfe des Mengendiagramms lassen sich nun auch die Fragen b) bis e) leicht beantworten:
b) 24 Schüler; c) 10 Schüler; d) 14 Schüler;
e) 9 Schüler; f) 19 Schüler.