

# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

---

## Lösungshinweise zur Sommeraufgabe 2019

**Aufgabe 1 - Antwortsatz:** Es gibt 21 verschiedene Farbkombinationen.

*Herleitung:* Natürlich kannst du alle möglichen Farbkombinationen aufschreiben. Wenn du darauf achtest, dass die Regel für verschiedene Farbkombinationen stets eingehalten wird, tritt keine Farbkombination mehrmals auf. Ob du aber wirklich alle Möglichkeiten bedacht hast, ist mit einer Liste nicht immer erkennbar. Dafür ist jedoch folgende Systematik hilfreich:

**Fall 1:** Alle 5 Murmeln haben die gleiche Farbe: Es gibt 3 Möglichkeiten

BBBBB, RRRRR, GGGGG

**Fall 2:** Es haben 4 Murmeln die gleiche Farbe, die fünfte Murmel hat eine andere Farbe: Es gibt 6 Möglichkeiten,

BBBBR, BBBBG, RRRRB, RRRRG, GGGGB, GGGGR

**Fall 3:** Es haben 3 Murmeln die gleiche Farbe, die vierte und fünfte Murmel haben nicht diese Farbe: Es gibt 9 Möglichkeiten,

BBBRG, BBRR, BBBGG, RRRBG, RRRBB, RRRGG,  
GGGBR, GGGBB, GGRR

**Fall 4:** Es haben 2 Murmeln die gleiche Farbe und die anderen 3 Murmeln haben nicht diese Farbe. Da die Fälle mit drei gleichfarbigen Murmeln schon berücksichtigt sind, gibt es weitere zwei gleichfarbige Murmeln. Damit sind es 3 Möglichkeiten,

BBRRG, BBGGR, RRGGB

Insgesamt gibt es also  $(3 + 6 + 9 + 3 =)$  21 verschiedene Farbkombinationen.

*Lösungsvariante:* Auch folgende Systematik führt zum Ziel:

**Fall 1:** Es gibt in der Farbkombination nur eine Farbe. Dies ist in drei Fällen möglich:

BBBBB, GGGGG, RRRRR.

**Fall 2:** Es gibt in der Farbkombination genau zwei Farben. Nehmen wir an, es wäre kein Gelb dabei. Dann gibt es 4 Möglichkeiten,

BBRRR, BBRRR, BBRR, BBBBR

Ebenso gibt es natürlich auch jeweils vier Möglichkeiten, wenn kein Blau oder kein Rot dabei ist.

**Fall 3:** In der Farbkombination kommen alle drei Farben vor. Dafür gibt es 6 verschiedene Möglichkeiten:

BGRRR, BGRR, BGGGR, BBGRR, BBGGR, BBBGR.

Insgesamt sind es  $(3 + 3 \cdot 4 + 6 =)$  21 Farbkombinationen.

**Aufgabe 2 - Antwortsatz:** Nach einer Tauschaktion können aus der Startkombination BBGRR drei verschiedene Farbkombinationen entstehen.

*Herleitung:* Eine Tauschaktion ist nur möglich, wenn man zwei verschiedenfarbige Murmeln verfügbar hat. Es gibt deshalb nur drei Varianten für eine Tauschaktion:

# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

---

- (1) **BBRRG** → **BBRBB** = **BBBBR**  
(2) **BBRRG** → **BRRRR** = **BRRRR**  
(3) **BBRRG** → **BGGRG** = **BRGGG**

**Aufgabe 3 - Antwortsatz:** Es gibt keine zwei Tauschaktionen, die die Bedingungen erfüllen.

*Begründung:* Wenn eine Farbkombination aus einer Tauschaktion folgt, müssen von einer Farbe mindestens zwei Murmeln vorliegen. Ist also **BBRRG** nach einer Tauschaktion entstanden, wurde entweder

**RG** → **BB** getauscht      oder      **BG** → **RR** getauscht.

Folglich wäre die Farbkombination vor der Tauschaktion **RGRRG** oder **BBBGG**. Vorher wären also zwei Murmeln gelb – eine solche Kombination gibt es aber nach der ersten Tauschaktion laut Lösung zur Aufgabe 2 nicht.

*Lösungsvariante:* Die Antwort zu Aufgabe 3 kannst du natürlich auch finden, wenn die zunächst Aufgabe 4 löst und dann überprüfst, ob unter allen Möglichkeiten nach zwei Tauschaktionen die Farbkombination **BBGRR** vorkommt.

**Aufgabe 4 - Antwortsatz:** Nach zwei Tauschaktionen können aus der Farbkombination **BBGRR** insgesamt drei verschiedene Farbkombinationen entstehen.

*Herleitung:* Verwende das Ergebnis aus Aufgabe 2 und setze die Tauschaktionen fort.

Farbkombination Aufgabe 2 (1) BBBBR	Farbkombination Aufgabe 2 (2) BRRRR	Farbkombination Aufgabe 2 (3) BRGGG
<b>BBBBR</b> → <b>BBBGG</b>	<b>BRRRR</b> → <b>RRRGG</b>	<b>BRGGG</b> → <b>BBGGB</b> (= 1. Spalte)
		<b>BRGGG</b> → <b>GGGGG</b>
		<b>BRGGG</b> → <b>RRRGG</b> (= 2. Spalte)

**Aufgabe 5 - Antwortsatz:** Es ist nicht möglich, aus der Farbkombination **BBGRR** durch geschickt gewählte Tauschaktionen die Farbkombination **BBBBB** zu erreichen.

*Begründung:* Zunächst mag das Ergebnis überraschen, denn wie in der Aufgabe 4 gefunden, kann die Farbkombination **GGGGG** entstehen. Warum gelingt es mit **BBBBB** nicht? Es genügt für die Lösungen aus Aufgabe 4 die Tauschaktionen fortzusetzen. Für die Farbkombinationen aus der ersten und zweiten Spalte gibt es nur jeweils eine Tauschmöglichkeit

**BBBGG** → **BBRRG**      (entspricht der Ausgangsfarbkombination)  
**RRRGG** → **RRBBG** = **BBRRG**      (entspricht der Ausgangsfarbkombination)

Für **GGGGG** (3. Spalte) ist keine Tauschaktion mehr möglich.

Egal wie oft du probierst – nach drei Tauschaktionen hast du entweder die Ausgangssituation wieder erreicht und das Spiel beginnt von vorn oder das Spiel endet mit **GGGGG** – deshalb ist die Farbkombination **BBBBB** nicht erreichbar.