

# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

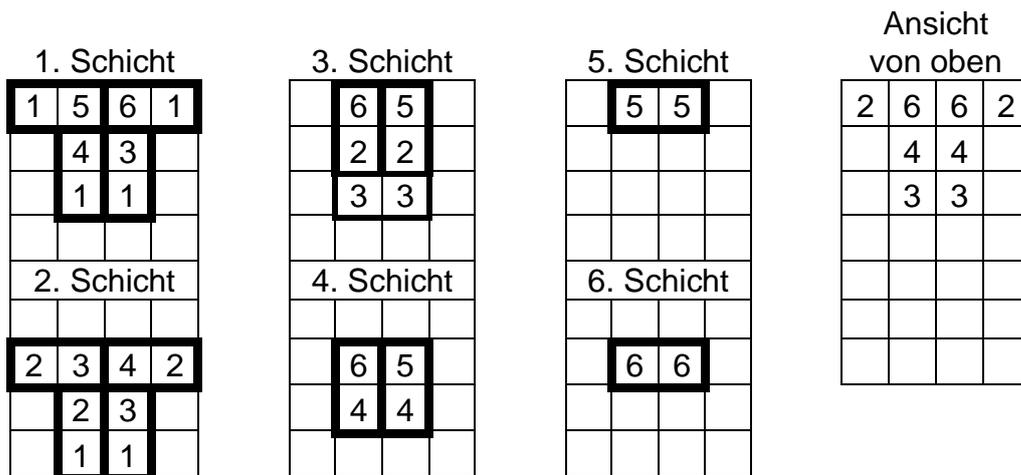
## Lösungshinweise zum Nachtrag zur Sommeraufgabe 2021

Vor Quadrato liegt ein komplettes Domino-Spiel auf dem Tisch. Du weißt ja: So ein Spiel besteht aus 28 Spielsteinen. Jeder Domino-Stein besteht aus zwei aneinander gefügten Quadraten, auf denen alle möglichen Zweierkombinationen der Zahlen 0 bis 6 stehen, also von 0-0 bis 6-6, aber jede Kombination nur genau einmal.

Quadrato hat sich ein neues Spiel ausgedacht: Er baut Domino-Türme, indem er Domino-Steine übereinanderlegt, sodass die zwei Quadrate eines Domino-Steines vollständig auf darunter liegenden Quadraten von Domino-Steinen liegen (also keine „Löcher“ bleiben).

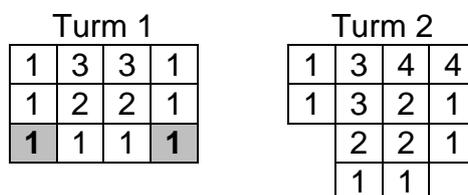
Quadrato will nun nur noch ganz besondere Domino-Türme bauen. Er legt folgende Regel fest: Die Zahlen, die auf seinen Türmen von oben betrachtet zu sehen sind, geben an, wie viele Quadrate an dieser Stelle übereinander liegen.

*Lösungshinweise zu Aufgabe 1:* Es genügt aufgrund der Aufgabenstellung einen korrekten Bauplan anzugeben. Es gibt sehr viele Möglichkeiten. Prüfe deine Lösung am besten, indem du einen Turm mit Domino-Steinen baust.



*Lösungshinweise zu Aufgabe 2:* Der Turm 1 kann nicht regelgerecht gebaut sein. Um die Einsen in den grau markierten Feldern zu legen, sind Domino-Steine mit 1-1 erforderlich. Aber es gibt nur einen solchen Stein!

Auch Turm 2 kann nicht regelgerecht gebaut sein. Da in verdeckten Stellen keine „Löcher“ zugelassen sind, müsste die unterste Schicht insgesamt 13 Quadrate bedecken – das ist aber mit Domino-Steinen nicht möglich, weil jeder Domino-Stein 2 Quadrate bedeckt und somit eine gerade Anzahl von Quadraten bedeckt wäre.



# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

*Lösungshinweise zu Aufgabe 3:* Weil jeder Domino-Stein genau zwei Quadrate bedeckt, kann die oberste Schicht nur aus einem oder zwei Domino-Steinen bestehen. Da es die Domino-Steine 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5 und 6-6 jeweils nur einmal gibt, besteht die oberste Schicht nur aus einem Domino-Stein, der zudem ein Doppel-Stein (also mit zwei gleichen Augenzahlen) sein muss. Auf einem 2x2-Feld kann man von oben alle Kombinationen von zwei Doppelzahlen sehen. Insgesamt können es  $(5 + 4 + 3 + 2 + 1 =)$  15 Domino-Türme sein. Wir prüfen unser Ergebnis noch durch die Baupläne aller Möglichkeiten:

Schichten im Bauplan						Sicht von oben																						
1	2	3	4	5	6																							
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td></tr><tr><td>2</td></tr></table>	2	2					<table border="1"><tr><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	1	2	1	2												
1	3																											
1	4																											
2																												
2																												
1	2																											
1	2																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td></tr><tr><td>2</td></tr></table>	2	2	<table border="1"><tr><td>3</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	3	3				<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	1	3	1	3										
1	3																											
1	4																											
2																												
2																												
3																												
3																												
1	3																											
1	3																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td></tr><tr><td>2</td></tr></table>	2	2	<table border="1"><tr><td>3</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	3	3	<table border="1"><tr><td>4</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	4	4			<table border="1"><tr><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	1	4	1	4								
1	3																											
1	4																											
2																												
2																												
3																												
3																												
4																												
4																												
1	4																											
1	4																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td></tr><tr><td>2</td></tr></table>	2	2	<table border="1"><tr><td>3</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	3	3	<table border="1"><tr><td>4</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	4	4	<table border="1"><tr><td>5</td></tr><tr><td>5</td></tr></table>	5	5		<table border="1"><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	1	5	1	5						
1	3																											
1	4																											
2																												
2																												
3																												
3																												
4																												
4																												
5																												
5																												
1	5																											
1	5																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td></tr><tr><td>2</td></tr></table>	2	2	<table border="1"><tr><td>3</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	3	3	<table border="1"><tr><td>4</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	4	4	<table border="1"><tr><td>5</td></tr><tr><td>5</td></tr></table>	5	5	<table border="1"><tr><td>6</td></tr><tr><td>6</td></tr></table>	6	6	<table border="1"><tr><td>1</td><td>6</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	1	6	1	6				
1	3																											
1	4																											
2																												
2																												
3																												
3																												
4																												
4																												
5																												
5																												
6																												
6																												
1	6																											
1	6																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table>	2	4	2	5	<table border="1"><tr><td>3</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	3	3				<table border="1"><tr><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	2	3	2	3								
1	3																											
1	4																											
2	4																											
2	5																											
3																												
3																												
2	3																											
2	3																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table>	2	4	2	5	<table border="1"><tr><td>3</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	3	3	<table border="1"><tr><td>4</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	4	4			<table border="1"><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	2	4	2	4						
1	3																											
1	4																											
2	4																											
2	5																											
3																												
3																												
4																												
4																												
2	4																											
2	4																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table>	2	4	2	5	<table border="1"><tr><td>3</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	3	3	<table border="1"><tr><td>4</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	4	4	<table border="1"><tr><td>5</td></tr><tr><td>5</td></tr></table>	5	5		<table border="1"><tr><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	2	5	2	5				
1	3																											
1	4																											
2	4																											
2	5																											
3																												
3																												
4																												
4																												
5																												
5																												
2	5																											
2	5																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table>	2	4	2	5	<table border="1"><tr><td>3</td></tr><tr><td>3</td></tr></table>	3	3	<table border="1"><tr><td>4</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	4	4	<table border="1"><tr><td>5</td></tr><tr><td>5</td></tr></table>	5	5	<table border="1"><tr><td>6</td></tr><tr><td>6</td></tr></table>	6	6	<table border="1"><tr><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	2	6	2	6		
1	3																											
1	4																											
2	4																											
2	5																											
3																												
3																												
4																												
4																												
5																												
5																												
6																												
6																												
2	6																											
2	6																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table>	2	4	2	5	<table border="1"><tr><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td></tr></table>	3	1	3	6	<table border="1"><tr><td>4</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	4	4			<table border="1"><tr><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	3	4	3	4				
1	3																											
1	4																											
2	4																											
2	5																											
3	1																											
3	6																											
4																												
4																												
3	4																											
3	4																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	3	1	4	<table border="1"><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td></tr></table>	2	4	2	5	<table border="1"><tr><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td></tr></table>	3	1	3	6	<table border="1"><tr><td>4</td></tr><tr><td>4</td></tr></table>	4	4	<table border="1"><tr><td>5</td></tr><tr><td>5</td></tr></table>	5	5		<table border="1"><tr><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	3	5	3	5		
1	3																											
1	4																											
2	4																											
2	5																											
3	1																											
3	6																											
4																												
4																												
5																												
5																												
3	5																											
3	5																											

# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

1 3 1 4	2 4 2 5	3 1 3 6	4 4	5 5	6 6		
1 3 1 4	2 4 2 5	3 1 3 6	4 5 4 6	5 5			
1 3 1 4	2 4 2 5	3 1 3 6	4 5 4 6	5 5	6 6		
1 3 1 4	2 4 2 5	3 1 3 6	4 5 4 6	5 1 5 4	6 6		
						3 6	
						3 6	
						4 5	
						4 5	
						4 6	
						4 6	
						5 6	
						5 6	

*Lösungshinweise zu Aufgabe 4:* Wir schreiben alle möglichen Türme durch die Sicht von oben auf. Beim Probieren mit richtigen Domino-Steinen stellen wir fest, dass jede Zahl in der obersten Schicht nur zweimal zu sehen ist, in darunter liegenden Schichten aber zwei- oder viermal. Wir finden 55 verschiedene Türme, wenn die sichtbaren Augenzahlen von links nach rechts gleich bleiben oder größer werden.

1 1 2 3 1 1 2 3	1 1 2 4 1 1 2 4	1 1 2 5 1 1 2 5	1 1 2 6 1 1 2 6	1 1 3 4 1 1 3 4
1 1 3 5 1 1 3 5	1 1 3 6 1 1 3 6	1 1 4 5 1 1 4 5	1 1 4 6 1 1 4 6	1 1 5 6 1 1 5 6
1 2 2 3 1 2 2 3	1 2 2 4 1 2 2 4	1 2 2 5 1 2 2 5	1 2 2 6 1 2 2 6	1 2 3 4 1 2 3 4
1 2 3 5 1 2 3 5	1 2 3 6 1 2 3 6	1 2 4 5 1 2 4 5	1 2 4 6 1 2 4 6	1 2 5 6 1 2 5 6
1 3 3 4 1 3 3 4	1 3 3 5 1 3 3 5	1 3 3 6 1 3 3 6	1 3 4 5 1 3 4 5	1 3 4 6 1 3 4 6
1 3 5 6 1 3 5 6	1 4 4 5 1 4 4 5	1 4 4 6 1 4 4 6	1 4 5 6 1 4 5 6	1 5 5 6 1 5 5 6
2 2 3 4 2 2 3 4	2 2 3 5 2 2 3 5	2 2 3 6 2 2 3 6	2 2 4 5 2 2 4 5	2 2 4 6 2 2 4 6
2 2 5 6 2 2 5 6	2 3 3 4 2 3 3 4	2 3 3 5 2 3 3 5	2 3 3 6 2 3 3 6	2 3 4 5 2 3 4 5

# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

2 3 4 6 2 3 4 6	2 3 5 6 2 3 5 6	2 4 4 5 2 4 4 5	2 4 4 6 2 4 4 6	2 4 5 6 2 4 5 6
2 5 5 6 2 5 5 6	3 3 4 5 3 3 4 5	3 3 4 6 3 3 4 6	3 3 5 6 3 3 5 6	3 4 4 5 3 4 4 5
3 4 4 6 3 4 4 6	3 4 5 6 3 4 5 6	3 5 5 6 3 5 5 6	4 4 5 6 4 4 5 6	4 5 5 6 4 5 5 6

*Lösungshinweise zu Aufgabe 5:* Die Lösung der Aufgabe 5 ist sehr schwierig. Wir müssten alle Möglichkeiten für verschieden lange Streifen ermitteln. Dabei finden wir heraus, dass auf dem 2x5-Streifen mit 71 Möglichkeiten die meisten verschiedene Türme gebaut werden. Wird der Streifen länger, nimmt die Anzahl der Möglichkeiten wieder ab.

Aber eine vollständige Lösung konnte nicht erwartet werden – bitte beachte die Hinweise auf deiner Einsendung.

*Lösungshinweise zu Aufgabe 6:* Wir betrachten verschieden breite Streifen und zählen, wie viele Domino-Steine wir maximal verbauen können. Dazu schreiben wir die Ansicht von oben auf.

Beim 2x2-Streifen können wir  $(5 + 6 =)$  11 Domino-Steine verbauen.

Beim 2x3-Streifen können wir  $(5 + 5 + 6 =)$  16 Domino-Steine verbauen.

Beim 2x4-Streifen können wir  $(4 + 5 + 5 + 6 =)$  20 Domino-Steine verbauen.

Beim 2x5-Streifen können wir  $(4 + 4 + 5 + 5 + 6 =)$  24 Domino-Steine verbauen.

Beim 2x6-Streifen können wir  $(3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 =)$  27 Domino-Steine verbauen.

5 6 5 6	5 5 6 5 5 6	4 5 5 6 4 5 5 6	4 4 5 5 6 4 4 5 5 6	3 4 4 5 5 6 3 4 4 5 5 6
------------	----------------	--------------------	------------------------	----------------------------

Bei diesen Streifen können also nicht alle Domino-Steine eines Domino-Spieles verbaut werden.

Verwenden wir einen Streifen mit 7 Spalten, so können wir darauf einen Turm mit  $(1 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 =)$  28 Domino-Steine.

1	3	4	4	5	5	6
1	3	4	4	5	5	6

Verwenden wir einen Streifen mit 8 Spalten, so können wir darauf einen Turm mit  $(1 + 1 + 2 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 =)$  28 Domino-Steine.

1	1	2	4	4	5	5	6
1	1	2	4	4	5	5	6

# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° [norman.bitterlich@t-online.de](mailto:norman.bitterlich@t-online.de)

---

Verwenden wir einen Streifen mit 9 Spalten, so können wir darauf einen Turm mit  $(1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 6 =)$  28 Domino-Steine.

1	1	2	2	3	3	5	5	6
1	1	2	2	3	3	5	5	6

*Lösungshinweis zu Aufgabe 7:* Wie in Aufgabe 4 stellen wir fest, dass die oberste Schicht nur aus einem Domino-Stein bestehen kann, in jeder darunter liegenden Schicht je Augenzahl maximal viermal zu sehen ist. Der längste Streifen könnte also 11 Spalten breit sein.

1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6
1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6

Dafür sind  $(1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 =)$  36 Domino-Steine erforderlich. Da es nicht so viele Domino-Steine gibt, kann der Streifen nicht 11 Spalten lang sein.

Wir untersuchen nun einen Streifen mit 10 Spalten, wir könnten ihn wie folgt bauen:

1	1	2	2	3	3	4	4	5	6
1	1	2	2	3	3	4	4	5	6

Dafür sind  $(1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 6 =)$  31 Domino-Steine erforderlich. Da es nicht so viele Domino-Steine gibt, kann der Streifen nicht 10 Spalten lang sein.

Für einen Streifen mit 9 Spalten haben wir in Aufgabe 6 einen Turm gesehen. Der längste Streifen ist also 9 Spalten lang.