

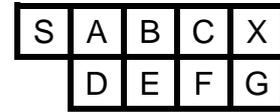
Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Lösungshinweise zum Nachtrag der Sommeraufgabe 2022

Lösungshinweise zu Aufgabe 1. Wir bezeichnen die Felder der Kippfläche mit Buchstaben, um die Kippwege beschreiben zu können.



Um alle Möglichkeiten zu finden, benötigen wir eine geeignete Systematik. Wir unterscheiden die Kippwege nach der Länge des Kippweges, den wir in der oberen Reihe wählen.

Zuerst viermal hintereinander nach rechts kippen: Wenn wir in S starten und immer nach rechts kippen, erhalten wir den Kippweg, den Quadrato schon gefunden hat. Da das Feld X erreicht ist, endet der Kippweg:

1. S-A-B-C-X

Zuerst dreimal hintereinander nach rechts kippen: Wenn wir von S nach A, dann nach B und dann nach C kippen, können wir von C auf F kippen. Von F dürfen wir aber nicht auf E kippen, weil wir dann X nicht mehr erreichen können, ohne schon berührte Felder erneut zu berühren. Deshalb gibt es nur eine Möglichkeit, den Kippweg fortzusetzen:

2. S-A-B-C-F-G-X

Zuerst zweimal hintereinander nach rechts kippen: Wenn wir von S nach A und dann nach B kippen, können wir von B auf E kippen. Von E dürfen wir aber nicht auf D kippen, weil wir dann X nicht mehr erreichen können (denn dazu müssten wir Felder erneut berühren). Deshalb setzen wir den Kippweg nach F fort.

Von F aus gibt es zwei Möglichkeiten, das Feld X zu erreichen:

3. S-A-B-E-F-C-X
4. S-A-B-E-F-G-X

Zuerst einmal nach rechts kippen: Wir haben schließlich die Möglichkeit, von S nach A und dann auf D zu kippen. Dann müssen wir den Weg fortsetzen und nach E kippen.

Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

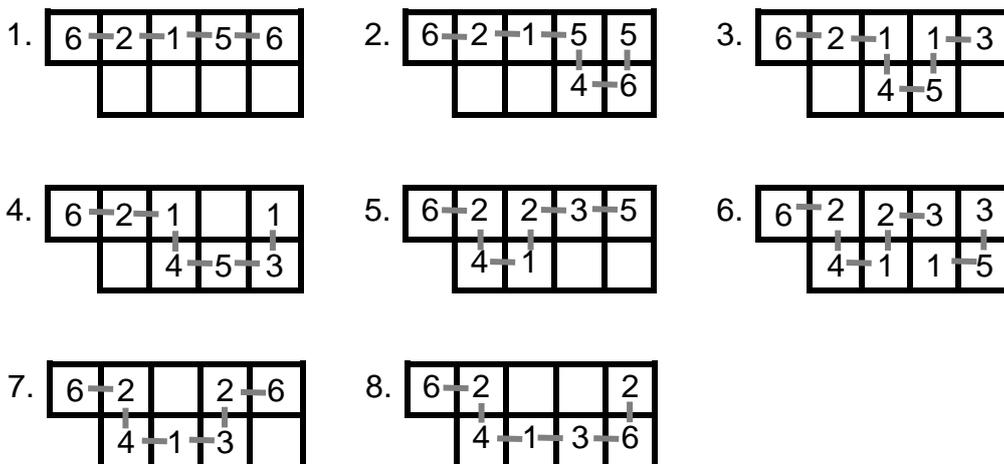
Von E aus können wir nach oben auf B kippen und müssen wir dann weiter auf C kippen. Nun haben wir zwei Möglichkeiten fortzusetzen, die wir schon mit (1) und (2) kennen:

5. S-A-D-E-B-C-X
6. S-A-D-E-B-C-F-G-X

Kippen wir dagegen von E weiter nach F, haben wir auch zwei Möglichkeiten fortzusetzen, die wir schon mit (3) und (4) kennen:

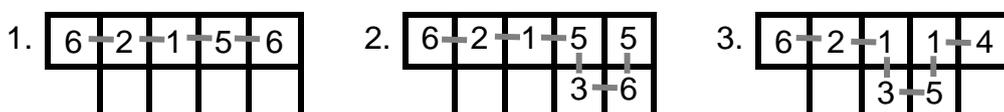
7. S-A-D-E-F-C-X
8. S-A-D-E-F-G-X

Andere Möglichkeiten finden wir nicht, Es gibt also insgesamt 8 verschiedene Kippwege. Um die Zahl zu finden, die wir auf X oben sehen, schreiben wir die Kippwege komplett auf:



Hinweis: Wenn auf dem Startfeld S oben 6 und rechts 5 zu sehen ist, gibt es Würfel, bei denen wir vorn 3 sehen. Mit einem solchen Würfel wurden die Kippbilder erzeugt.

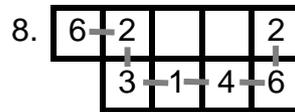
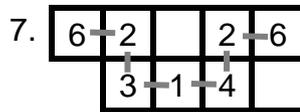
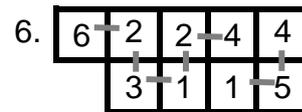
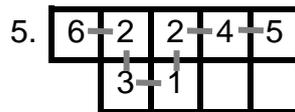
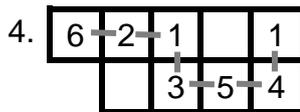
Es gibt aber auch Würfel, bei denen ist vorn 4 zu sehen. In diesem Fall steht in den Kippbildern anstelle 3 stets 4 und anstelle 4 stets 3. Die Kippwege sehen bei einem solchen Würfel so aus:



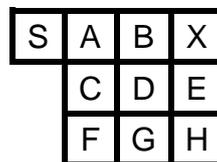
Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de



Lösungshinweise zu Aufgabe 2. Wenn wir alle Felder berühren wollen, dürfen wir nicht dreimal nach rechts kippen, weil wir dann bereits X erreicht haben und der Kippweg endet. Also müssen wir auch nach unten kippen.



Fall 1. Wir kippen von A nach C.

Wir dürfen jetzt aber nicht nach D kippen, weil wir dann auf dem Kippweg nach X das Feld F nur erreichen können, wenn wir Felder mehrfach berühren. Also kippen wir nach F und anschließend nach G.

Wir dürfen nun aber auch nicht nach D kippen, weil wir dann auf dem Kippweg nach X das Feld H nur erreichen können, wenn wir Felder mehrfach berühren. Also kippen wir nach H.

Der restliche Kippweg ist eindeutig, wenn wir alle Felder erreichen wollen und der Kippweg auf X endet:

1. S-A-C-F-G-H-E-D-B-X

Fall 2. Wir finden eine andere Möglichkeit, wenn wir von S nach A, dann nach B und von hier nach D kippen. Wir dürfen jetzt aber nicht nach G kippen, weil wir dann auf dem Kippweg nach X das Feld C nur erreichen können, wenn wir Felder mehrfach berühren. Nun ist der restliche Kippweg bereits eindeutig, wenn wir alle Felder erreichen wollen und der Kippweg auf X endet:

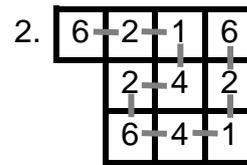
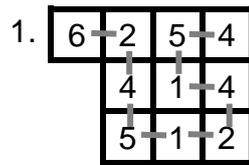
2. S-A-B-D-C-F-G-H-E-X

Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

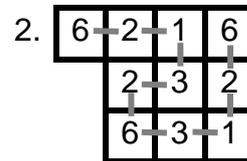
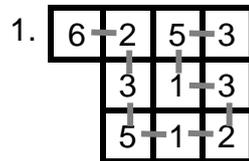
Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: Draisdorfer Str. 21 ° 09114 Chemnitz ° norman.bitterlich@t-online.de

Start:
oben 6,
rechts 5,
vorn 3

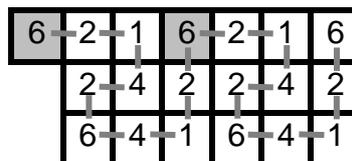


Start:
oben 6,
rechts 5,
vorn 4

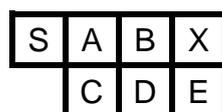


Lösungshinweise zu Aufgabe 3. Wenn auf dem Feld X wieder 6 zu sehen ist und wir rechts 3×3 -Felder anfügen, dann ist das Feld X für diese neuen Spalten wie das Feld S für die ersten Spalten. Quadrato hat recht, denn wir können immer wieder 3×3 -Fläche anfügen und das Kippen fortsetzen.

Es ist also möglich, Kippwege der geforderten Art zu finden, wenn wir folgende Fläche haben: $1 + 3 \times 3$ -Flächen, $1 + 3 \times 6$ -Flächen, $1 + 3 \times 9$ -Flächen und so weiter, allgemein $1 + 3 \times m$ -Flächen, wenn m eine durch 3 teilbare Zahl ist.



Lösungshinweise zu Aufgabe 4. Wie schon bei Aufgabe 3 können wir nicht nur nach rechts kippen, weil wir dann X erreichen, bevor wir alle Felder einmal berührt haben.



Kippen wir von S nach A und dann nach C, müssen wir den Weg nach D fortsetzen. Würden wir nun nach E kippen, gelangen wir nach dem nächsten Kippen auf X. Der Kippweg endet, ohne B berührt zu haben. Würden wir aber nach B kippen, gelangen wir nach dem nächsten Kippen auf X. Der Kippweg endet, ohne E berührt zu haben.

Kippen wir dagegen von S nach A, dann nach B und von hier nach D, können wir C auf dem Kippweg nach X nur erreichen, wenn wir Felder mehrmals berühren.

Andere Kippwege gibt es nicht. Also können wir X nicht erreichen, wenn wir alle Felder der $1 + 2 \times 3$ -Fläche genau einmal berühren wollen.