

VORBEREITUNGSMATERIAL FÜR DAS FACHSCHULSTUDIUM

**TECHNISCHES  
ZEICHNEN 2**



VORBEREITUNGSMATERIAL FÜR DAS FACHSCHULSTUDIUM

T E C H N I S C H E S   Z E I C H N E N

Lehrbrief 2

Herausgeber:  
Zentralstelle für die Fachschulausbildung  
Bereich Grundstoffindustrie  
Z w i c k a u

Der Inhalt dieses Lehrbriefes ist dem Lehrwerk für das Ingenieur-Fernstudium "Technisches Zeichnen" 2 entnommen.

Bearbeitet von Dipl.-Ing. Helmut Schubert  
Hauptdirektor  
VVB Verbundwirtschaft, Berlin

Redaktionsschluß: 1.10.1960

Alle Rechte vorbehalten  
Veröffentlicht von der Zentralstelle für die Fachschulausbildung  
Bereich Grundstoffindustrie  
Z w i c k a u  
Ag 613/238/62/7600

## INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
4. Strecken-, Winkel- und Kreiskonstruktionen	1
4.1 Geometrische Grundelemente	1
4.2 Elementarkonstruktionen	1
4.3 Kreiskonstruktionen	8
4.31 Kreis und Kreisumfang	8
4.32 Kreistangenten	10
Übungen	13
4.33 Anschlußkreise	15
5. Konstruktion regelmäßiger Vielecke	24
5.1 Allgemeines	24
5.2 Quadrat, Achteck und Sechzehneck	25
5.3 Sechseck, Dreieck und Zwölfeck	26
5.4 Universalkonstruktion regelmäßiger Vielecke	27
Übungen	28
6. Spiralen-Konstruktionen und technische Kurven	30
6.1 Begriffliches zu technischen Kurven	30
6.2 Wellenlinien	31
6.3 Spiralen	32
6.31 Allgemeines	32
6.32 Archimedische Spirale	32
6.33 Logarithmische Spirale	36
6.4 Schraubenlinien	37
6.41 Entstehung der Schraubenlinien	37
6.42 Schraubenfläche	39
6.43 Gewindedarstellung	40
Übungen	42
7. Kegelschnittkurven-Konstruktionen	42
7.1 Entstehung der Kegelschnittkurven	42
7.2 Ellipsen	46
7.21 Haupteigenschaften der Ellipse	46

	Seite
7.22 Ellipsenkonstruktionen auf der Grundlage der Haupteigenschaften	49
Übungen	55
7.23 Die Ellipse im Parallelogramm	56
7.24 Konstruktionen angenähert elliptischer Formen	57
7.3 Parabel	61
7.4 Hyperbel	64
Übungen	65
8. Rollkreiskurven-Konstruktionen	68
8.1 Allgemeine Erklärung der zyklischen Kurven	68
8.2 Evolvente	71
8.3 Konstruktion der Evolventenverzahnung	73
Übungen	75

#### 4. Strecken-, Winkel- und Kreiskonstruktionen

1

##### 4.1 Geometrische Grundelemente

Beim Studium dieses Lehrstoffes wird vorausgesetzt, daß Sie die ersten Lektionen des Vorbereitungsmaterials der Mathematik (Geometrie) durchgearbeitet haben. Sie sind mit den Begriffen der geometrischen Grundelemente vertraut und sollen sich zur Wiederholung nur noch einmal die Bezeichnungen einprägen.

Punkte erhalten große Buchstaben der Normschrift:

A, B, C, .....

Geraden erhalten kleine lateinische Buchstaben:

a, b, c, .....

Ebenen und sonstige Flächen erhalten große griechische Buchstaben: A, B,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , .....

Winkel erhalten kleine griechische Buchstaben:

$\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , .....

##### 4.2 Elementarkonstruktionen

Als Elementarkonstruktionen lernten Sie in der Geometrie kennen:

Zeichnen paralleler Geraden

Halbieren einer Strecke

Errichten einer Senkrechten

Fällen eines Lotes

Teilen eines Winkels

Antragen eines Winkels

Üben Sie noch einmal die aufgeführten geometrischen Grundkonstruktionen!

Weitere Grundkonstruktionen sollen Sie jetzt kennenlernen.

##### 1. K o n s t r u k t i o n

Errichten einer Senkrechten am Ende einer Strecke

Gegeben: Strecke  $\overline{AB}$ .

Konstruktionsgang (siehe auch Abb. 1):

- Fixieren eines beliebigen Punktes  $C$  ( $AC \leq BC$ );
- Schlagen des Thaleskreises mit  $r = AC$ , das ergibt Punkt  $E$ ;
- Zeichnen einer Geraden von  $E$  über  $C$  bis zum Schnitt mit dem Kreisbogen, ergibt Punkt  $D$ ;
- Strecke  $\overline{AD}$  ist das gesuchte Lot.

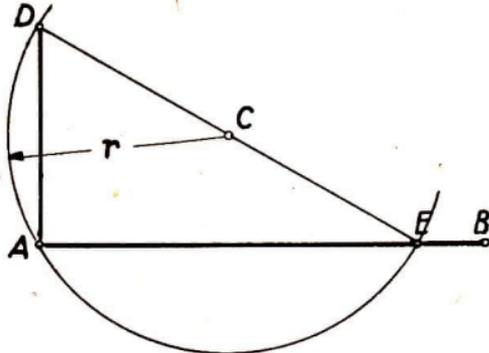


Abb. 1 Errichten einer Senkrechten am Ende einer Strecke

## 2. Konstruktion

Konstruieren einer Parallelen zu einer Geraden  $g$  durch einen Punkt  $A$

Gegeben: Gerade  $g$ , Punkt  $A$ .

Konstruktionsgang (siehe auch Abb. 2):

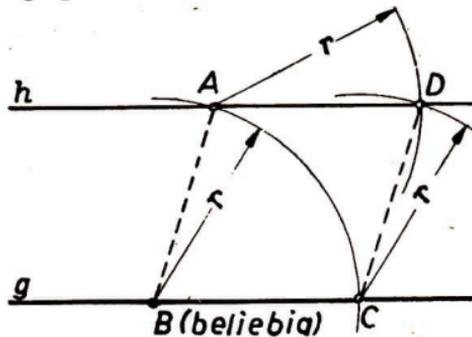


Abb. 2 Konstruieren einer Parallelen

### 3. Konstruktion

Teilen einer Strecke im beliebigen Verhältnis  $m : n$

Gegeben: Strecke  $AB$ ,

Verhältnis  $m : n$

(bekommt in der Anwendung feste Zahlenwerte).

Konstruktionsgang:

- im Punkt A eine Gerade von der Länge  $m$  zeichnen;
- im Punkt B eine Parallele zu  $m$  von der Länge  $n$  in entgegengesetzter Richtung zeichnen;

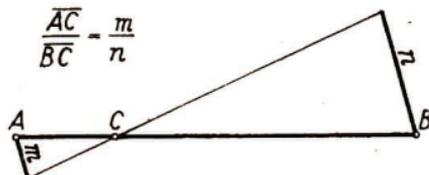


Abb. 3 Innere Teilung einer Strecke  
im beliebigen Verhältnis  $m : n$

- Endpunkte der Strecken  $\bar{m}$  und  $\bar{n}$  miteinander verbinden;
- Punkt C ist der Teilungspunkt;
- werden die parallelen Strecken  $\bar{m}$  und  $\bar{n}$  in gleicher Richtung an der Strecke  $\overline{AB}$  angesetzt, dann erhält man die äußere Teilung der Strecke (Abb. 4).

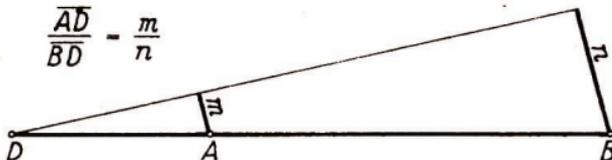


Abb. 4 Äußere Teilung einer Strecke  
im selben Verhältnis  $m : n$

#### 4. K o n s t r u k t i o n

Teilen einer Strecke in  $n$  gleiche Teile

Gegeben: Strecke  $\overline{AB}$ ,

Teilungszahl  $n$  (in Abb. 5 ist  $n = 6$ ).

Konstruktionsgang:

- vom Punkt  $A$  aus eine Gerade  $g$  in beliebiger Richtung antragen;
- kleine beliebige Strecke  $l$  in den Stech- oder Teilzirkel nehmen und  $n$ -mal auf der Geraden  $g$  abtragen;
- den Endpunkt  $C$  mit Punkt  $B$  verbinden;
- Parallele zu  $BC$  durch die Teilpunkte auf  $g$  ergeben die Teilung der Strecke  $\overline{AB}$ .

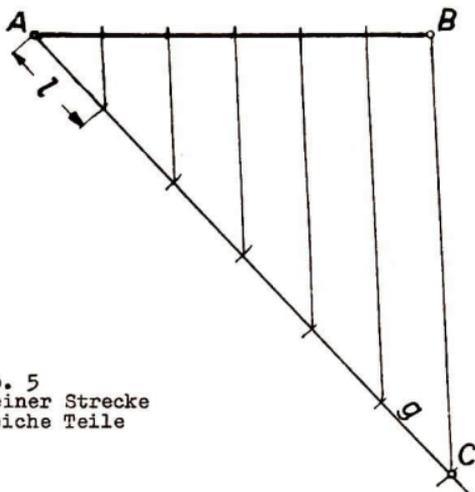


Abb. 5  
Teilung einer Strecke  
in  $n$  gleiche Teile

#### 5. K o n s t r u k t i o n

Stetige Teilung einer Strecke (Goldener Schnitt)

Der Goldene Schnitt wird bei der Gestaltung von Körpern und Flächenstücken angewendet, um gefällige Formen zu erhalten.

Gegeben: Strecke  $\overline{AB} = a$ .

Konstruktionsgang:

- im Punkt B eine Senkrechte mit der Länge  $\frac{a}{2}$  errichten, ergibt Punkt C;
- mit dem Radius  $r_1 = \frac{a}{2}$  um Punkt C einen Kreis schlagen (muß B berühren);
- Gerade durch die Punkte A und C zeichnen, das ergibt Schnittpunkte D und E;
- um Punkt A die Strecke  $\overline{AD} = r_2$  als Kreisbogen schlagen, das ergibt inneren Teilungspunkt F;

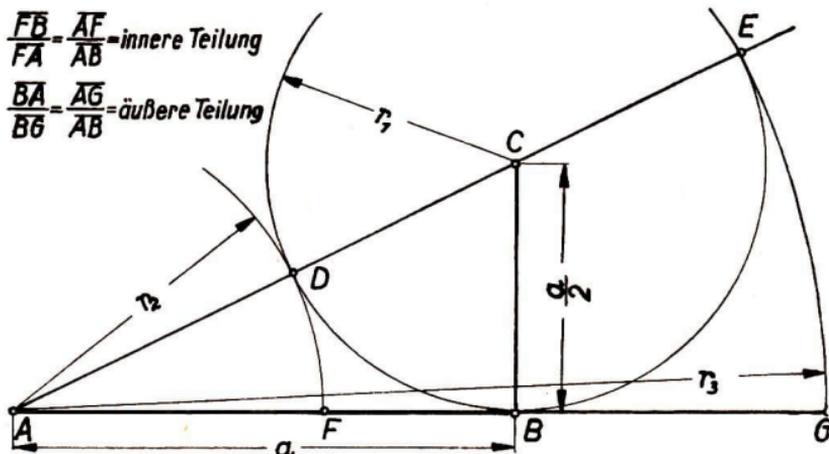


Abb. 6 Teilen einer Strecke nach dem Goldenen Schnitt

- um Punkt A die Strecke  $\overline{AE} = r_3$  als Kreisbogen schlagen, das ergibt äußeren Teilungspunkt G.

## 6. K o n s t r u k t i o n

Zeichnen von Winkeln

Das Zeichnen und Teilen von Winkeln wird mit Zirkel, Zeichendreiecken oder mit dem Winkelmesser vorgenommen.

Auch der Tangens des aufzuzeichnenden Winkels kann zu Hilfe genommen werden. Es gilt im rechtwinkligen Dreieck die Beziehung:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Der zu zeichnende Winkel soll  $\alpha = 22^\circ$  betragen. Laut Tabelle<sup>1</sup> ist sein Tangens 0,404.

$$\tan 22^\circ = \frac{0,404}{1}$$

Um diese Beziehung zeichnerisch darstellen zu können, wird der Bruch mit 100 erweitert. Für die Ankathete AB ergibt sich daraus das Maß 100, für die Gegenkathete BC das Maß 40,4. Beide stehen senkrecht aufeinander. Werden nun die freien Endpunkte A und C verbunden, so schließen  $\overline{AB}$  und  $\overline{AC}$  den gesuchten Winkel  $CAB = 22^\circ$  ein (Abb. 7)

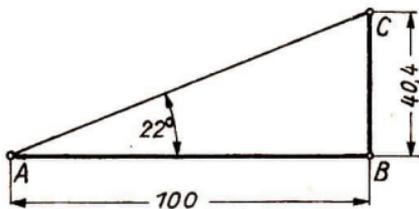


Abb. 7 Aufzeichnen eines Winkels mit Hilfe seines Tangenswertes

## 7. K o n s t r u k t i o n

Halbieren eines Winkels, dessen Scheitel nicht dargestellt ist

Konstruktionsgang:

- a) Man zieht zu dem Schenkel h des gegebenen Winkels  $\alpha$  eine Parallele, die den anderen Schenkel g im Scheitel S' des nun entstehenden Hilfswinkels  $\alpha'$  schneidet.

<sup>1</sup>Derartige trigonometrische Tabellen (Tabellen von Winkelfunktionen) finden Sie in Tafelwerken (z.B. Müller, Gauß, Küstner usw.), aber auch in den meisten Tabellenbüchern für Metall (z.B. Friedrich, Stange u.ä.).

- b) Um  $S'$  wird mit beliebigem Radius ein Bogen geschlagen, der die Schenkel des Hilfswinkels in  $M$  und  $N$  schneidet.  $M$  und  $N$  werden verbunden und die Strecke
- c)  $MN$  über  $N$  hinaus verlängert, bis sie den Schenkel  $h$  in  $O$  schneidet. Auf  $MO$  wird die Mittelsenkrechte errichtet. Sie ist die Halbierende des Winkels, dessen Scheitel nicht gezeichnet ist.

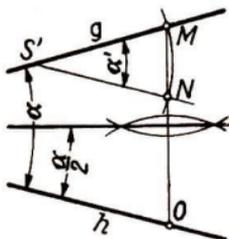


Abb. 8 Halbieren eines Winkels, dessen Scheitel nicht dargestellt ist

### 8. Konstruktion

Dreiteilung des Winkels von  $180^\circ$

Gegeben: gestreckter Winkel.

Konstruktionsgang:

- um den Scheitelpunkt  $A$  wird mit einem Radius  $r$  ein Kreisbogen geschlagen, was Schnittpunkte  $B$  und  $C$  ergibt;
- um  $B$  und  $C$  wird mit demselben Radius  $r$  ebenfalls je ein Kreisbogen geschlagen, das ergibt die Punkte  $D$  und  $E$ ;
- die Verbindungsgeraden  $EA$  und  $DA$  teilen den Winkel von  $180^\circ$  in drei gleiche Teile von je  $60^\circ$ ;
- will man noch die Teilung in  $30^\circ$ -Winkel erwirken, so ist in Punkt  $A$  die Senkrechte zu errichten und von dem dadurch erhaltenen Punkt  $F$  der Radius  $r$  nach rechts und links ebenfalls anzutragen. Diese Teilung wurde in Abb. 9 gestrichelt gezeichnet.

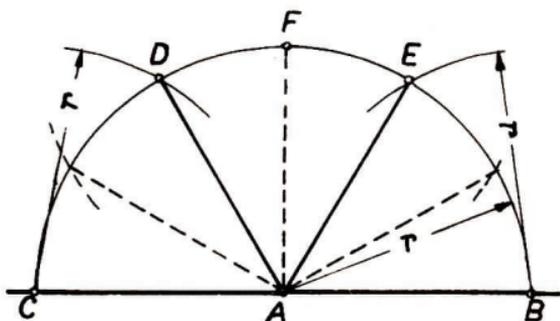


Abb. 9 Teilung eines gestreckten Winkels

### 4.3 Kreiskonstruktionen

#### 4.31 Kreis und Kreisumfang

Der Kreis ist die einfachste und zugleich wichtigste gekrümmte Linie; er bildet die Grundlage für sehr viele Konstruktionen. Die gründliche Kenntnis der in der Kreislehre behandelten Lehrsätze und deren sichere Anwendung im technischen Zeichnen ist daher für Sie von besonderer Bedeutung.

Die folgenden Kreiskonstruktionen benötigen Sie bei der Darstellung von Abwicklungen und bei konstruktiven Aufgaben.

In der Praxis ist es oft nötig, den Umfang eines Kreises, also die Länge der Kreislinie, als eine Strecke darzustellen, z.B. bei der Konstruktion von Abwicklungen und Zuschnitten zylindrischer und kegelförmiger Teile. Der Kreisumfang kann aber weder durch Rechnung noch durch Konstruktion genau ermittelt werden.

Die Berechnung des Kreisumfanges beruht auf der Erkenntnis, daß das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser  $= \frac{U}{d}$  für alle Kreise gleich ist.

Dieser Verhältniswert wird mit dem griechischen Buchstaben  $\pi$  bezeichnet und in den Fachbüchern mit  $\pi = 3,141\ 592\ 653 \dots$  (Ludolfsche Zahl) angegeben. In der Praxis ist die Genauigkeit

der Berechnungen vielfach ausreichend, wenn mit  $\pi = 3,14$  gerechnet wird.

Demnach ist der Kreisumfang

$$U = \pi \cdot d \text{ oder } U = 3,14 \cdot d$$

Auch zeichnerisch läßt sich der Kreisumfang näherungsweise mit dem Kreisstreckungsverfahren (Kuchanski-Konstruktion) bestimmen (Abb. 10)

### 9. Konstruktion

Gegeben: Kreis mit Mittelpunktsachsen.

Konstruktionsgang:

- parallel zur Achse  $g$  wird eine Tangente  $h$  von unten an den Kreis gelegt;
- vom Mittelpunkt  $M$  aus wird in einem Winkel von  $30^\circ$  zur Senkrechten eine Gerade gezeichnet, was Schnittpunkt  $A$  ergibt;
- von  $A$  aus wird der Radius  $r$  des Kreises dreimal auf der Tangente  $h$  abgetragen; das ergibt Punkt  $D$ ;
- die Strecke  $\overline{DE}$  entspricht in guter Näherung dem halben Umfang des Kreises.

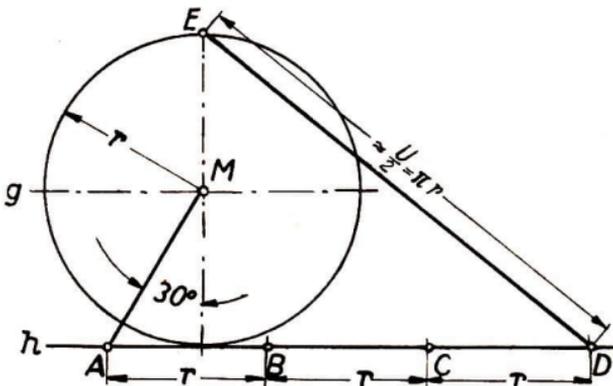


Abb. 10 Zeichnerische Ermittlung des Kreisumfanges

#### 4.32 Kreistangenten

Die einen Kreis berührende Gerade heißt **T a n g e n t e**; der Berührungsradius steht senkrecht auf der Tangente.

Tangenten zeichnet man vielfach so, daß man die Reißschiene oder ein Zeichendreieck an den Kreis heranschiebt und ihn berühren läßt. Im Projektionszeichnen sind Tangenten aber zu konstruieren, wie es Ihnen die drei folgenden Konstruktionen zeigen.

#### 10. K o n s t r u k t i o n

Zeichnen einer Tangente in einem beliebigen Punkte eines Kreises

Gegeben: Kreis, Umfangspunkt P.

Konstruktionsgang:

- a) Zeichnen des Berührungsradius  $\overline{PM}$
- b) Errichten einer Senkrechten zum Berührungsradius im Punkt P.

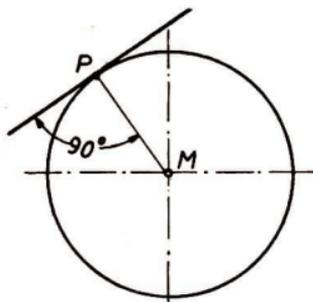


Abb. 11 Konstruktion einer Tangente an einem Punkt des Kreises

#### 11. K o n s t r u k t i o n

Zeichnen einer Tangente von einem Punkt außerhalb des Kreises

Gegeben: Kreis, Punkt P außerhalb des Kreises.

Konstruktionsgang:

- a) Zeichnen einer Verbindungsgeraden  $\overline{PM}$ ;
- b) Halbieren der Strecke  $\overline{PM}$  in  $H$ ;
- c) Schlagen des Thaleskreises mit Radius  $r = \frac{PM}{2}$  um den Halbierungspunkt  $H$ ;
- d) die Schnittpunkte der beiden Kreise sind die Berührungspunkte  $B_1$  und  $B_2$  der Tangenten.

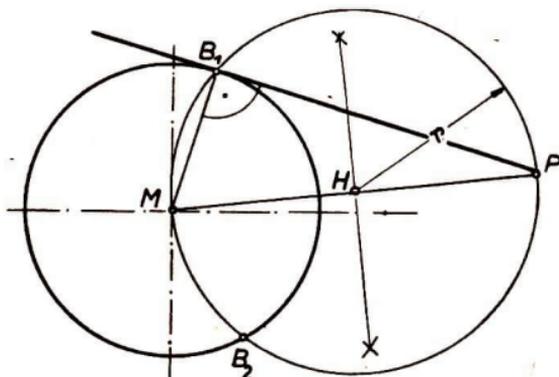


Abb. 12 Konstruktion einer Tangente von einem Punkt außerhalb eines Kreises

## 12. Konstruktion

Zeichnen der Tangente an zwei verschiedene Kreise

Gegeben: großer Kreis mit Radius  $r_1$ ,  
kleiner Kreis mit Radius  $r_2$ ,  
Mittenabstand  $z$ .

Konstruktionsgang:

- a) Zeichnen eines dritten Kreises mit dem Radius  $r_3 = r_1 - r_2$  um den Mittelpunkt  $M_1$ ;
- b) Halbieren des Mittenabstandes  $z$  und Schlagen des Thaleskreises um den Halbierungspunkt  $H$  mit dem Radius  $r_4 = \frac{z}{2}$ , das



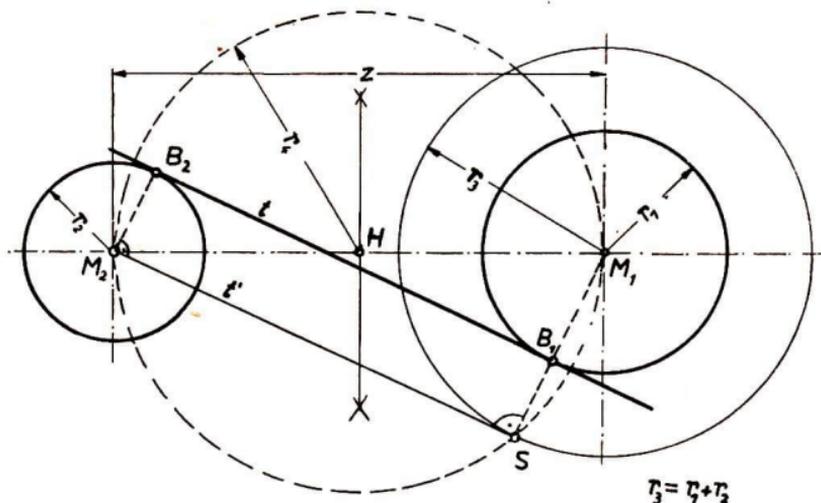


Abb. 14 Tangente an zwei Kreisen

### Übungen

#### Anleitung

Die Konstruktionsaufgaben und die dazu gegebenen Lösungen sollen Sie nicht etwa nur durchlesen, sondern die Konstruktionen an Hand der Grundkonstruktionen und der Lehrbeispiele durchführen. Außer den gegebenen gibt es oft auch noch andere Lösungen. Für Sie ist es sehr vorteilhaft, wenn Sie bei jeder Aufgabe versuchen, andere Lösungen zu finden. Den Konstruktionen der Übungsaufgaben sind kurzgefaßte Konstruktionsbeschreibungen beizufügen. Auch für die geometrischen Darstellungen gelten allgemein die Zeichnungsnormen. Im besonderen beachten Sie aber noch folgendes:

Die Konstruktionen können in Blei oder Tusche ausgeführt werden. Erläuternde Texte, Konstruktionsbeschreibungen, Berechnungen und ähnliches sind mit Tinte auf ein besonderes Blatt zu schreiben. Auf Deutlichkeit, Sauberkeit und Genauigkeit ist größter Wert zu legen.

Alle Hilfs- und Maßlinien sind nicht dicker als 0,1 mm zu zeichnen. Nullenkreise sollen etwa 1 ... 1,6 mm  $\varnothing$  haben; sie sind wie Hilfslinien zu zeichnen. Die Linien sollen an die Nullenkreise anschließen, also nicht durchgezogen werden.

Zur Beschriftung der Zeichnungen (Zahlen, Buchstaben, Bezeichnungen u.ä.) muß die Normschrift nach DIN 16 verwendet werden. Zahlen und Buchstaben dürfen nicht durch Linien geschnitten werden. Achten Sie auf gute Anordnung der Figuren (richtige Platzverteilung) auf den Übungsblättern.

Merken Sie sich: Diese Anleitung gilt für sämtliche Übungsaufgaben!

5. Zeichnen Sie einen Winkel von  $36^\circ$
- a) mit Hilfe des Tangens,
  - b) mit Hilfe eines Kreises von 360 mm Umfang ( $1 \text{ mm} \triangleq 1^\circ$ ).
  - c) Fügen Sie die Winkel aus Aufgabe a) und b) zusammen.

6. Bei einer Transmission beträgt der Achsabstand der Wellen  $z = 1000 \text{ mm}$ .

Auf der treibenden Welle ist eine Riemenscheibe mit einem Durchmesser von  $d = 700 \text{ mm}$  befestigt. Der Radius der getriebenen Riemenscheibe ist  $r_2 = 200 \text{ mm}$ .

Bestimmen Sie mit Hilfe einer geometrischen Konstruktion (Maßstab 1 : 10) die Punkte, in denen der Riemen die Scheibe berührt!

- a) Wie groß sind die Umschlingungswinkel an beiden Riemenscheiben?
- b) Wie groß ist der Abstand der Berührungspunkte am ziehenden und gezogenen Trum (Riementeil); d.h., wie lang sind die Tangenten  $t_a$  ?

Anmerkung: In den Aufgaben 6 und 7 handelt es sich um theoretische Werte, bei denen z.B. der Riemendurchhang vernachlässigt wird.

7. Es liegt ein gekreuzter Riementrieb mit den Maßen der Übung 6 vor. Wie groß ist der Umschlingungswinkel beider Riemenscheiben?
8. Schreiben Sie nach der Anleitung im Normschrift-Lehrgang auf Seite 7 von den Buchstaben t, f, r und k je 4 Zeilen mit der 3/4-mm-Plättchenfeder in 6 mm Schrifthöhe und mit der 1/2-mm-Plättchenfeder in 4 mm Schrifthöhe mit Tusche und je 4 Zeilen mit Bleistift in 4 mm Schrifthöhe!

#### 4.33 Anschlußkreise

2

Das Problem der Anschlußkreise tritt bei vielen technischen Zeichnungen und beim Anreißen von Werkstücken auf. Während man sich bei den Tangenten vielfach mit dem Anlegen von Reißschiene oder Zeichendreieck an den Kreis hilft, muß man die Anschlußkreise in jedem Falle konstruieren.

Schlecht gezeichnete Anschlußbögen beeinträchtigen später die Qualität Ihrer Zeichnung. Studieren Sie also diese Konstruktionen aufmerksam!

#### 13. K o n s t r u k t i o n

Anschlußbogen zwischen einer Geraden und einem Punkt

Gegeben:  $r = 25 \text{ mm}$ ,

Angaben lt. Abb. 15.

Konstruktionsgang:

- a) der Mittelpunkt M des Anschlußkreises muß sowohl von P als auch von der Geraden m den Abstand  $r = 25 \text{ mm}$  haben;
- b) Schlagen eines Kreisbogens mit  $r = 25 \text{ um P}$ ;

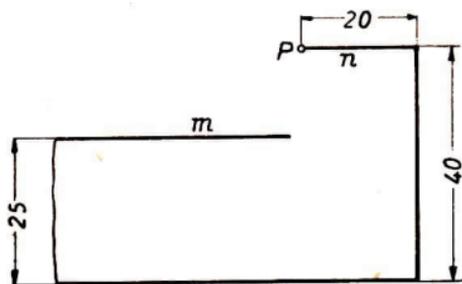


Abb. 15 Gegebene Stücke

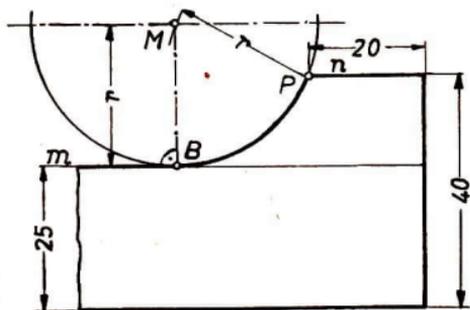


Abb. 16 Konstruktion eines Anschlußkreises an parallele Kanten

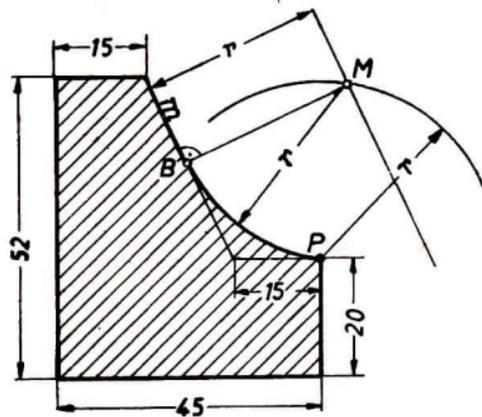


Abb. 17 Anschlußkreis an nicht parallele Kanten

- c) Zeichnen einer Parallelen zu  $\bar{m}$  im Abstand  $r = 25$ ;
- d) Schnittpunkt M ist der Mittelpunkt des Anschlußkreises.  
Tangenten-Berührungspunkt B ergibt sich als Schnittpunkt von  $\bar{m}$  mit der senkrechten Achse des Anschlußkreises.

#### Lehrbeispiel 1

Abb. 17 stellt den Querschnitt einer Leiste dar.

Von Punkt P aus soll durch eine Hohlkehle mit dem Radius  $r = 30$  der Übergang zur schrägen Fläche m hergestellt werden. Es sind der Mittelpunkt M des Anschlußkreises und der Übergangspunkt B zu bestimmen.

Lösung:

Die Figur wird im Maßstab 1 : 1 aufgezeichnet. Der Kreisbogen mit r um P und die Parallele zu m im Abstand r schneiden sich in M. Das Lot von M auf m (Berührungsradius) ergibt die Lage des Übergangspunktes B.

#### Lehrbeispiel 2

Für eine Leiste mit den gleichen Abmessungen wie in Abb. 17 soll die Hohlkehle so gestaltet werden, daß der Mittelpunkt M des Anschlußkreises auf der Verlängerung der 20 mm langen senkrechten Kante liegt. M, Krümmungsradius r und Übergangspunkt B sind zu bestimmen.

Lösung:

Die Figur wird wieder maßstäblich aufgezeichnet (Abb. 18). M ist Schnittpunkt der über P hinaus verlängerten Senkrechten und der Winkelhalbierenden w.

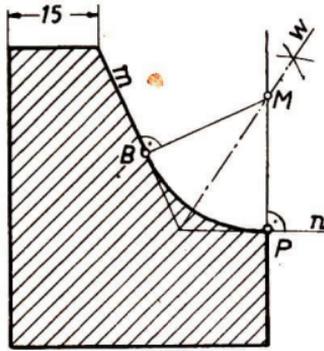


Abb. 18 Anschlußkreis nach vorgegebener Bedingung

#### 14. K o n s t r u k t i o n

##### Anschlußbogen zwischen Winkelschenkeln

Der Mittelpunkt der Ab- bzw. Ausrundung liegt stets auf der Winkelhalbierenden (Abb. 19)

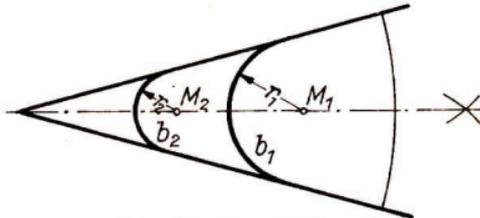


Abb. 19 Anschlußbogen zwischen Winkelschenkeln

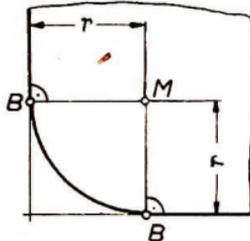


Abb. 20 Anschlußkreis bei rechtwinklig zusammenstoßenden Kanten

### Lehrbeispiel 3

Die rechtwinklig zusammenstoßenden Kanten einer Blechschablone (Abb. 20) sind durch einen Kreis  $r = 20$  abzurunden.

Mittelpunkt  $M$  und Übergangspunkte  $B$  sind zu bestimmen.

Lösung:

Mittelpunkt  $M$  des Anschlußkreises ist der Schnittpunkt der Parallelen zu beiden Kanten im Abstand  $r$ . Beide Kanten sind Tangenten des Anschlußkreises. Durch Fällen der Lote von  $M$  auf die Kanten werden beide Übergangspunkte  $B$  bestimmt.

### 15. K o n s t r u k t i o n

Anschlußbogen zwischen einem Kreis und einer Geraden

Gegeben: Kreis,

Gerade,

Bogenradius  $r_b$ .

Konstruktionsgang:

Um den Mittelpunkt  $M_k$  wird mit  $r_k + r_b$  ein Bogen geschlagen und zur Geraden  $g$  im Abstand  $r_b$  die Parallele gezogen. Es ergeben sich zwei Lösungen, denn Bogen und Parallele schneiden sich in zwei Punkten. Diese Punkte  $M_b$  und  $M_b'$  sind die Mittelpunkte der gesuchten Anschlußbogen. Die Berührungspunkte  $Q$  und  $Q'$  am Kreis liegen auf  $\overline{M_b M_k}$  und  $\overline{M_b' M_k}$ . Die Berührungspunkte mit der Geraden sind die Fußpunkte  $P$  und  $P'$  der Lote von  $M_b$  und  $M_b'$  auf  $g$ .

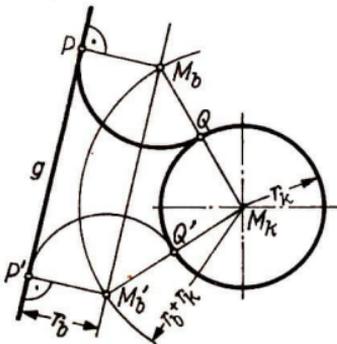


Abb. 21 Anschlußbogen zwischen einem Kreis und einer Geraden

#### Lehrbeispiel 4

Der Anschlußbogen zwischen einem Punkt auf dem Kreisumfang und einer Geraden (Abb. 22) ist zu konstruieren

Lösung:

Man konstruiert an den Kreis durch den Punkt P die Tangente, die Gerade g in Q schneidet. Von Q aus wird auf g die Strecke QP abgetragen und im gewonnenen Teilpunkt R die Senkrechte errichtet, die die Verlängerung von  $\overline{M_K P}$  über P hinaus in  $M_b$  schneidet.

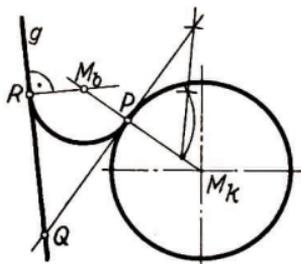


Abb. 22 Anschlußbogen zwischen einem Punkt auf dem Kreisumfang und einer Geraden

#### Lehrbeispiel 5

Eine Gerade und ein Kreis sollen durch einen Kreis angeschlossen werden

Gegeben: Nabe mit anschließendem Schaft eines Hebels (Abb. 23),  
Radius des Anschlußkreises  $r_2 = 15$  mm.

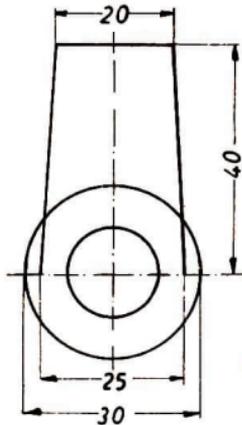


Abb. 23  
Gegebene Stücke

Lösung:

- der Mittelpunkt  $M_2$  des Anschlußkreises muß von der Nabe und vom Schaft den Abstand  $r_2$  haben;
- Zeichnen eines Kreisbogens mit Radius  $(r_1 + r_2)$  und Zeichnen einer Parallelen im Abstand  $r_2$  von den Schaftflanken. Schnittpunkt beider ist der Mittelpunkt  $M_2$  des Anschlußkreises;
- Fällen des Lotes auf die Schaftflanke; das ergibt Übergangspunkt  $B_1$ ;
- Zeichnen der Zentralen  $\overline{M_1 M_2}$ , das ergibt Übergangspunkt  $B_2$ ;
- spiegelbildliche Übertragung auf die andere Seite.

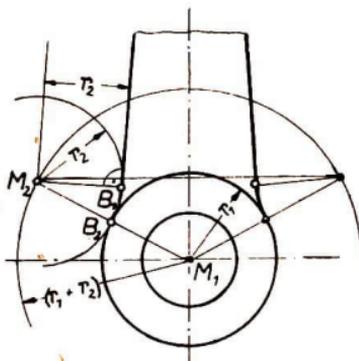


Abb. 24 Übergang vom Schaft zur Nabe durch einen Anschlußkreis (Hohlkehle)

## 16. K o n s t r u k t i o n

Anschlußbogen zwischen zwei Kreisen

Gegeben: kleiner Kreis mit Radius  $r_1$ ,

großer Kreis mit Radius  $r_2$ ,

Mittenabstand  $z$ ,

Radius  $r$  des Anschlußkreises (Abb. 25).

Konstruktionsgang:

- der Mittelpunkt  $M$  des Anschlußkreises muß den Abstand  $r$  von den Kreisen 1 und 2 haben;
- um  $M_1$  wird ein Kreisbogen mit dem Radius  $(r + r_1)$  und um  $M_2$  ein Kreisbogen mit dem Radius  $(r + r_2)$  geschlagen; beide schneiden sich in dem gesuchten Mittelpunkt  $M$  des Anschlußkreises;
- Der Berührungspunkt zweier Kreise liegt stets auf der Zentralen. Das Zeichnen der Zentralen  $MM_1$  und  $MM_2$  ergibt die Berührungs- bzw. Übergangspunkte  $B_1$  und  $B_2$ .

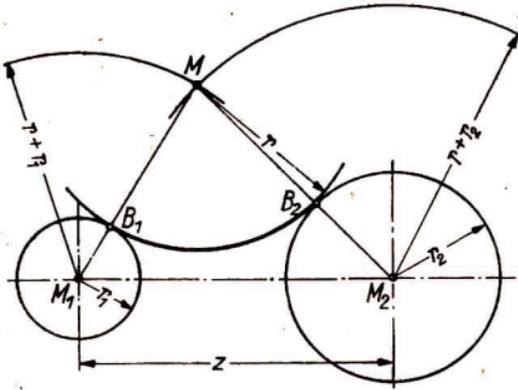


Abb. 25 2 Kreise berühren einen Anschlußkreis von außen

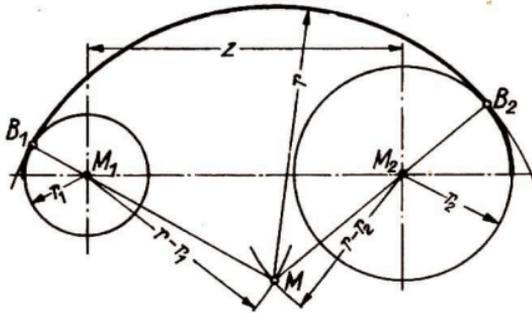


Abb. 26 2 Kreise berühren einen Anschlußkreis von innen

Beim Umhüllen zweier Kreise geht man in derselben Weise vor, nur mit dem Unterschied, daß beim Konstruktionsgang b) an Stelle der Summen die Differenzen  $(r - r_1)$  bzw.  $(r - r_2)$  als Halbmesser zum Schlagen der Kreisbogen benutzt werden. Das Ergebnis sehen Sie in Abb. 26.

## 17. Konstruktion

Anschlußbogen zwischen zwei ineinanderliegenden Kreisen

Gegeben: 2 ineinanderliegende Kreise mit  $r_1$  und  $r_2$  und Exzentrizität  $e$ .

Konstruktionsgang:

a) Die Zentrale  $\overline{M_1 M_2}$  wird über beide Mittelpunkte hinaus verlängert, so daß die Kreislinien in  $B_1$  und  $B_2$  - den Berührungspunkten des gesuchten Anschlußbogens - geschnitten werden.

b) Der Anschlußkreis wird um den Halbierungspunkt  $M$  der Strecke  $B_1 B_2$  geschlagen. Sein Radius ist  $\overline{MB_1} = \overline{MB_2} = r$ .

Das Außermittemaß  $e = \overline{M_1 M_2}$  wird auch als Exzentrizität bezeichnet. Es gilt die Bedingung  $e < r_1 - r_2$ , da sich sonst die Kreise berühren oder schneiden. Bei der Drehung von  $M_2$  um  $M_1$  entsteht ein Kreis mit dem Durchmesser  $2e$  (Hub). Anwendung z.B. bei Exzentern.

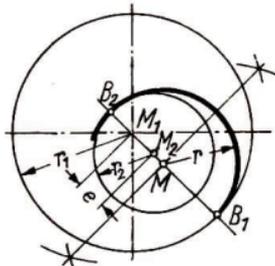


Abb. 27 Anschlußbogen zwischen zwei ineinanderliegenden Kreisen

## 5. Konstruktion regelmäßiger Vielecke

### 5.1 Allgemeines

Viele Konstruktionen beruhen auf der Kreisteilung. Sind die Teile untereinander gleich, so bilden die geraden Verbindungslinien der auf dem Kreis liegenden Teilpunkte, also die Sehnen ( $s$ ), regelmäßige Vielecke. Der Kreis umschreibt das Vieleck und heißt daher Umkreis. In jedes regelmäßige Vieleck kann aber auch ein

Kreis so gezeichnet werden, daß die Seiten den Kreis berühren, also die Tangenten für diesen Kreis bilden. Dieser Kreis wird deshalb als Inkreis bezeichnet. Bei gerader Anzahl der Ecken des regelmäßigen Vielecks ist der Durchmesser  $d_1$  des Umkreises das Maß über Eck, der Durchmesser  $d_2$  des Inkreises der senkrechte Abstand zwischen zwei gegenüberliegenden Vieleckseiten. Beim regelmäßigen Viereck (Quadrat, Vierkant), Sechseck (Sechskant) und Achteck (Achtkant) wird der Inkreisdurchmesser in der Praxis als Schlüsselweite bezeichnet.  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $s$  und der Flächeninhalt stehen in jedem regelmäßigen Vieleck in einem bestimmten Verhältnis zueinander. Schauen Sie sich hierauf einmal eine Vieleckstabelle in einem Tabellenbuch an.

Die regelmäßigen Vielecke sind mit Zirkel und Zeichendreiecken zu konstruieren; die Teilpunkte dürfen also nicht etwa durch Probieren ermittelt werden. Die in Abschnitt 5.11 nicht aufgeführten regelmäßigen Vielecke - außer Fünfeck - sollte man nicht mit dem Zirkel konstruieren, sondern mit dem Winkelmesser ausmessen, da ihre Konstruktionen sehr schwierig sind.

## 5.2 Quadrat, Achteck und Sechzehneck

In einem mit dem Achsenkreuz versehenen Kreis läßt sich sehr leicht ein Quadrat einzeichnen. Die Schnittpunkte der Achsen mit dem Kreis bilden die vier Eckpunkte des Quadrates und brauchen nur noch miteinander verbunden zu werden (Abb. 28). Das Verhältnis von Eckenmaß zu Schlüsselweite ist beim Quadrat  $1,414 : 1$ .

Achteck und Sechzehneck lassen sich durch Halbieren der Quadratseiten und der Achteckseiten zeichnen.

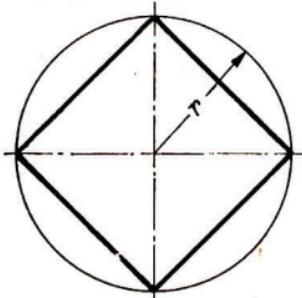


Abb. 28 In einen Kreis eingezeichnetes Quadrat

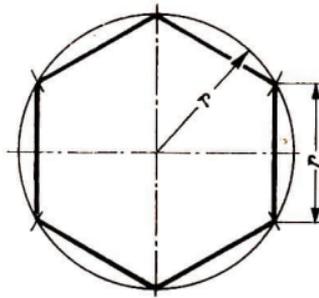


Abb. 29 In einen Kreis eingezeichnetes Sechseck

### 5.3 Sechseck, Dreieck und Zwölfeck

Das Einzeichnen eines Sechsecks in einen Kreis ist relativ einfach. Sie haben im Abschnitt 4.2 in der 8. Konstruktion mit dem Zirkel die Dreiteilung des Winkels von  $180^\circ$  vorgenommen. Da der Vollkreis  $360^\circ$  hat, ist die Aufteilung des Kreisumfangs in 6 Teile bereits im Abschnitt 4.2 theoretisch gelöst worden. Sie haben gesehen, daß der Radius am Umfang des Kreises abgetragen werden muß und daß damit die Teilung vollzogen ist. Der Radius des Umkreises ist somit die Länge der Sechseckseite. Das Verhältnis von Eckenmaß zur Schlüsselweite ist beim Sechseck  $1,155 : 1$ .

In das Sechseck läßt sich ein gleichseitiges Dreieck einzeichnen; durch Halbieren der Sechseckseiten gewinnt man das Zwölfeck.

Auf dem Reißbrett lassen sich Dreieck, Sechseck und Zwölfeck mit Hilfe der Zeichendreiecke unter Ausnutzung der Winkel  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $45^\circ$  zeichnen (Abb. 30).

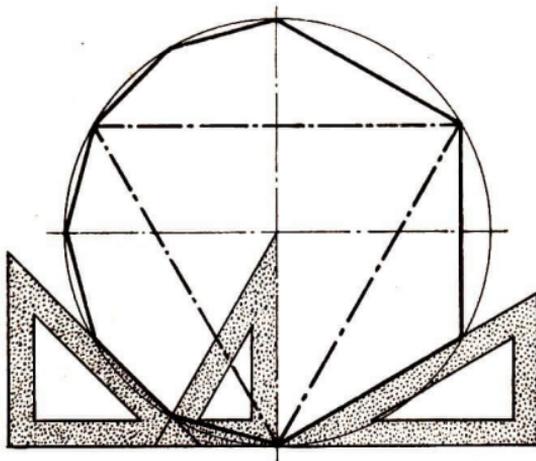


Abb. 30 Verwendung der Zeichendreiecke bei der Konstruktion des Drei-, Sechs- und Zwölfecks

#### 5.4 Universalkonstruktion regelmäßiger Vielecke

Man zeichnet ein Achsenkreuz und schlägt um den Schnittpunkt M den Umkreis des zu zeichnenden Vielecks (hier Neuneck gewählt) mit dem beliebigen Radius  $r_1$ . Dieser Umkreis schneidet das Achsenkreuz in A, B, C und D. Um D wird mit Radius  $CD = d_1 = 2 \cdot r_1$  ein Bogen geschlagen, der die Verlängerungen von  $\overline{AB}$  in E und F schneidet.  $\overline{CD}$  teilt man nun mit Hilfe der Streckenteilung (siehe Abschnitt 4.2) in die der Seitenzahl des Vielecks entsprechende Anzahl Teile (hier neun). Es ergeben sich auf  $\overline{CD}$  die Teilpunkte  $1', 2', 3' \dots$ . Von E und F aus werden entweder durch die geraden ( $2', 4' \dots$ ) oder - wie im vorliegenden Falle - durch die ungeraden ( $1', 3', 5'$  und  $7'$ ) Teilpunkte Strahlen gezogen, die den Umkreis in den Punkten I und I', II und II' usw. schneiden. Diese Punkte sind die Eckpunkte des gesuchten regelmäßigen Vielecks. Punkt C entspricht  $9'$  und ist somit ebenfalls ein Eckpunkt. Zeichnen Sie genau, nur dann ist diese Näherung brauchbar!

Wird ein Vieleck von bestimmter Seitenlänge  $s$  gesucht, so wird zunächst das entsprechende Vieleck konstruiert. Dann wird auf einer seiner Seiten die verlangte Länge abgetragen, z.B. auf  $\overline{I'I'}$  von I' aus. Dann wird zu  $\overline{I'M}$  durch den sich ergebenden Endpunkt P die Parallele gezogen. Sie schneidet  $\overline{MI}$  in einem Eckpunkt R des verlangten Vielecks (hier Neuneck) von bestimmter Seitenlänge. Durch Parallelverschiebung zu  $\overline{I'I'}$  erhält man dessen Seite SR.

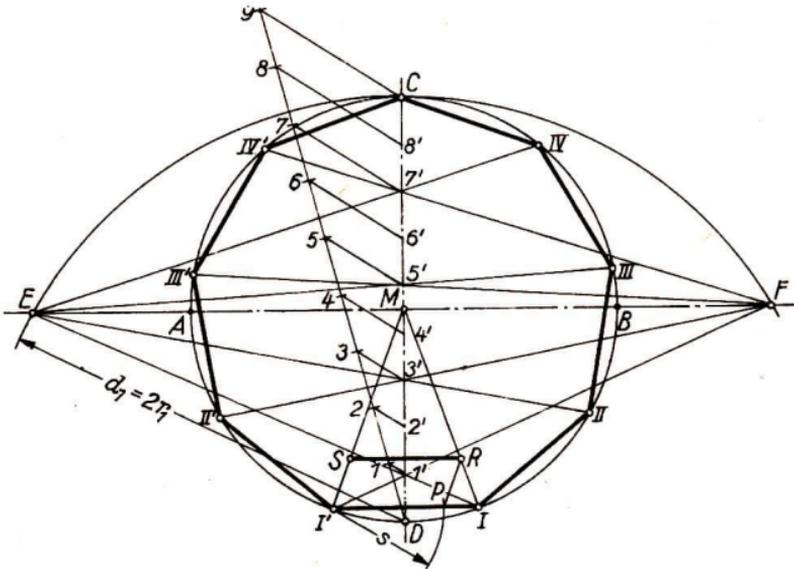


Abb. 31 Konstruktion beliebiger regelmäßiger Vielecke (Beispiel Neuneck)

Übungen

9. Die in Abb. 32 dargestellte Nabe eines gegossenen Hebels ist nach folgenden Maßen aufzuzeichnen:

$$d = 40, d_1 = 70, r_2 = 12, \\ s = 12, h = 100, c = 90.$$

$M_2, B_1, B_2$  und  $B_3$  sind zu konstruieren.

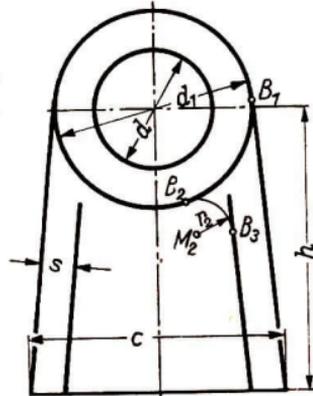


Abb. 32 Gegebene Stücke im Maßstab 1:2,5 (Bild 23)

10. Eine Blechschablone 50 mm x 90 mm wird an einer Breitseite so abgeschrägt, daß auf der Mitte der Breitseite der Scheitelpunkt des Winkels von  $135^{\circ}$  zu liegen kommt.
- Wie kann der Winkel mit Hilfe von Zeichendreiecken gezeichnet werden?
  - Runden Sie die zusammenstoßenden Kanten mit einem Anschlußbogen ( $r = 25$  mm) ab!
11. Zwei Kreise mit den Radien  $r_1 = 15$  mm und  $r_2 = 25$  mm, deren Mittelpunkte  $z = 70$  mm voneinander entfernt liegen, werden von einem dritten Kreis mit  $r = 70$  mm umhüllt.
- Konstruieren Sie den Mittelpunkt M dieses Anschlußkreises!
  - Wo liegen die Berührungspunkte  $B_1$  und  $B_2$  der drei Kreise?

12. Es ist ein Dehnungsrohr (Lyrabogen in einer Rohrleitung zum Ausgleich der durch Temperaturdifferenzen auftretenden Längenänderungen) im Maßstab 1 : 5 zu konstruieren.

Die angegebenen Maß sind:

$r_1 = 185$  mm (Radius der Mittellinie im Ausgleichbogen)

$r_2 = 100$  mm (Radius der Mittellinie in den kleinen Anschlußbogen zwischen Rohrleitung und Ausgleichbogen)

$d = 80$  mm (Durchmesser der Rohrleitung)

$a = 270$  mm (Abstand des Ausgleichbogenmittelpunktes von der Mittellinie der Rohrleitung)

Wie groß ist der Abstand  $c$  zwischen den Punkten, an denen die Anschlußbogen in die gerade Rohrleitung übergehen?

13. Ein Stopfbüchsenflansch hat die Form eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Ecken mit  $r = 10$  mm abgerundet sind. Der Inkreisdurchmesser des gleichseitigen Dreiecks beträgt  $d_2 = 60$  mm. In den drei Flanschecken sind Löcher von  $d = 10$  mm gebohrt, deren Mittelpunkte auf einem Kreis von  $d_1 = 80$  mm liegen. Der Flanschansatz ist von Kreisen mit  $d_3 = 50$  mm und  $d_4 = 32$  mm (Innendurchmesser) begrenzt.
- Konstruieren Sie den beschriebenen Stopfbüchsenflansch!

- b) Wo liegen die Mittelpunkte der Abrundungsbogen, die zugleich Mittelpunkte der 10-mm-Schraubenlöcher sind?
- c) Wie werden die Berührungspunkte der Anschlußbogen mit den Dreieckseiten gefunden?
- d) Welche Länge ergibt sich für die Seiten des Hilfsdreiecks (Messung!)?

14. Zeichnen Sie eine Nutenscheibe mit 10 Nuten nach folgenden Maßen:

Außendurchmesser  $d_1 = 72$  mm, Nutbreite  $b = 6$  mm, Nuttiefe  $t = 5$  mm, Durchmesser der Scheibenbohrung  $d_2 = 48$  mm.

15. Es ist ein Sperrrad mit 14 Zähnen zu konstruieren.

Außendurchmesser  $d_1 = 60$  mm, Zahntiefe  $t = 5$  mm, stehenbleibende Zahnbreite am Radumfang  $b_1 = 2$  mm, Bohrung  $d_2 = 32$  mm, Breite der Keilnut  $b_2 = 10$  mm, Nuttiefe plus Bohrungsdurchmesser  $d_2 = 36$  mm.

### **3** 6. Spiralen-Konstruktionen und technische Kurven

#### 6.1 Begriffliches zu technischen Kurven

Eine gekrümmte Linie oder Kurve ist die Bahn eines Punktes, der, während er sich fortbewegt, seine Bewegungsrichtung dauernd ändert. Bewegt sich ein Punkt in der Ebene, so entsteht eine ebene Kurve; bewegt er sich im Raum, dann entsteht eine gewundene oder räumliche Kurve. Ebene Kurven entstehen z.B. beim Plandreihen, räumliche Kurven beim Langdrehen (Schraubenlinien). Erfolgt die Richtungsänderung geometrisch gesetzmäßig, so entsteht eine regelmäßige Kurve; erfolgt sie nicht gesetzmäßig, dann ist die Kurve unregelmäßig.

Die Krümmung einer ebenen Kurve in einem bestimmten Punkte können Sie messen, indem Sie den zu untersuchenden Teil der Kurve mit einem Kreis vergleichen. Ein Kreis ist eine Kurve, die an allen Stellen gleich stark gekrümmt ist, während sich bei anderen Kurven die Krümmung von Punkt zu Punkt ändert.

Ebene Kurven haben Wendepunkte; das sind Punkte, an denen die Kurve aus einer Rechtskrümmung in eine Linkskrümmung übergeht oder umgekehrt. Fahren Sie z.B. mit dem Motorrad durch eine S-Kurve, so müssen Sie an einem Wendepunkt den Lenker nach der anderen Seite drehen.

Gegenstand der Betrachtungen technischer Kurven sollen die Wellenlinien, Spiralen, Kegelschnittkurven und die Schraubenlinie sein. Die zyklischen Kurven werden gesondert behandelt.

### 6.2 Wellenlinien

Wellenartige Linien setzen sich aus kongruenten Kreisbögen zusammen. Ist die Wellenhöhe  $h$  gleich der halben Wellenlänge  $l$ , dann ist der Radius der Kreisbögen  $r = 1/4 l$ .

Wie Sie in Abb. 33 erkennen, sind die Kreisbögen in diesem Falle Halbkreise. Die Wendepunkte  $O$  der Kurve liegen auf der Verbindungslinie  $m-m$  und sind gleichzeitig Berührungs- und Übergangspunkte der Halbkreise.

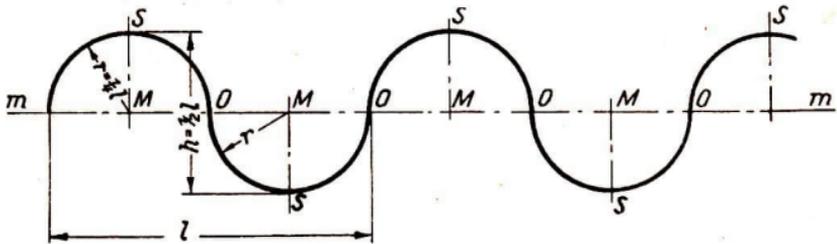


Abb. 33 Wellenlinie

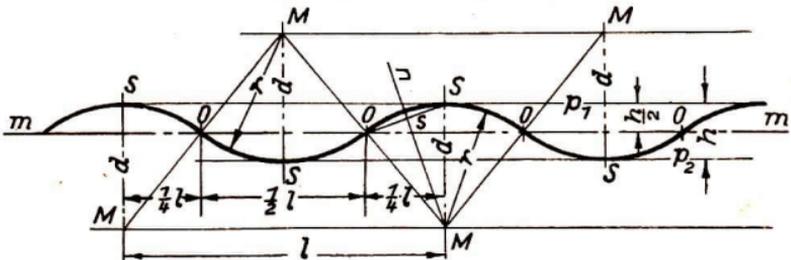


Abb. 34 Flache Wellenlinie

Bei der Konstruktion von Wellenlinien, deren Wellenhöhe kleiner als die halbe Wellenlänge ist (Abb. 34), verfährt man folgendermaßen:

Man zieht zunächst, wie in Abb. 34 gezeigt, im Abstand  $\frac{h}{2}$  zwei Hilfslinien  $p_1$  und  $p_2$  parallel zur Mittellinie  $m-m$ . Dann trägt man in Intervallen von der Länge  $1/2 l$  die Wendepunkte  $O$  der zu konstruierenden Wellenlinie auf und errichtet auf den jeweils zwischen zwei Wendepunkten  $O$  liegenden Strecken die Mittelsenkrechten  $d$ , welche die Parallelen  $p_1$  und  $p_2$  in den Punkten  $S$  schneiden. Mit  $S$  werden die höchsten Punkte von Wellenberg und Wellental bezeichnet. Die Mittelpunkte  $M$  der Kreisbogenstrecke, aus denen die Wellenlinie zusammengesetzt ist, findet man, indem man die Punkte  $O$  und  $S$  verbindet, auf diesen Strecken die Mittelsenkrechten  $n$  errichtet und diese mit den Mittelsenkrechten  $d$  zum Schnitt bringt.

Wie Abb. 34 zeigt, ist  $\overline{MO} = \overline{MS}$  der Radius der Kreisbögen. Die Verbindungsgeraden  $MM$  zweier aufeinanderfolgender Mittelpunkte schneiden die Mittellinien in je einem Wendepunkt  $O$ . Die Kenntnis über das Zeichnen von wellenartigen Linien und Wellenlinien ist in der Praxis für Sie wertvoll, z.B. für Wellbleche, Wellrohre (Flammrohre) usw.

### 6.3 Spiralen

#### 6.31 Allgemeines

Eine Spirale entsteht, wenn sich ein beweglicher Punkt um einen feststehenden Punkt (Pol) drehend bewegt und sich gleichzeitig von diesem entfernt.

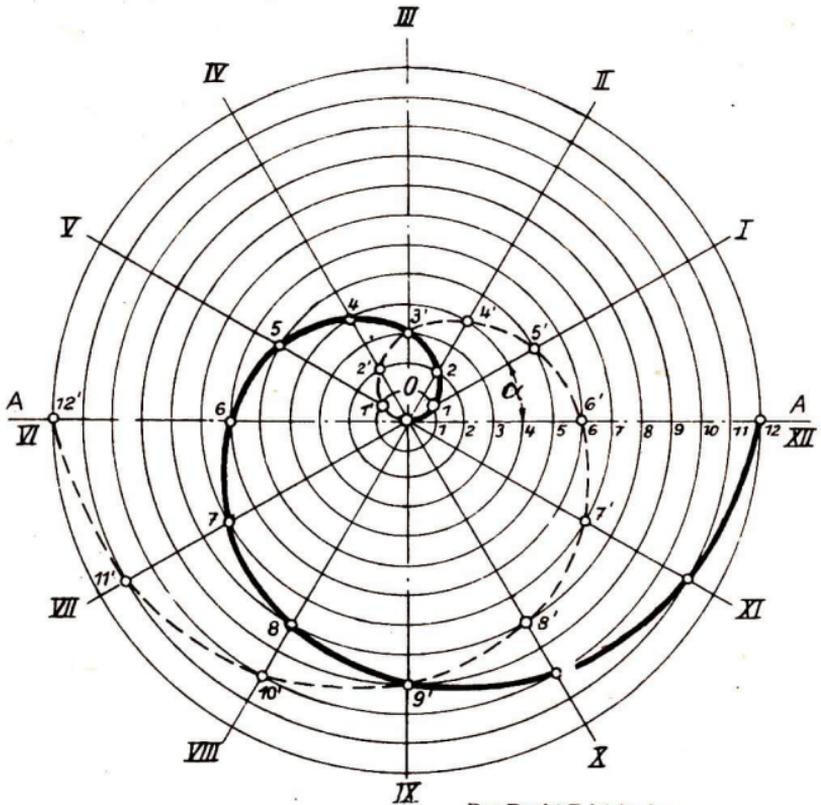
Man unterscheidet archimedische und logarithmische Spiralen, deren Konstruktion Sie im folgenden kennenlernen sollen.

#### 6.32 Archimedische Spirale

Sie entsteht, wenn sich ein Punkt  $P$  mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf einem Leitstrahl fortbewegt, während sich der Leitstrahl mit gleichförmiger Geschwindigkeit um den Punkt  $O$  (Pol) dreht.

Um die archimedische Spirale zu konstruieren, zieht man durch den Punkt O einen regelmäßigen Strahlenstern (in Abb. 35 bilden die 12 Strahlen I bis XII diesen Stern).

Außerdem zeichnet man um Punkt O konzentrische Kreise 1, 2, 3...12 mit den Radien  $r$ ,  $2r$ ,  $3r$ ... $12r$ .



Der Punkt P ist in der Zeichnung mit 1 bzw. 1' bis 12 bzw. 12' benannt.

Abb. 35 Archimedische Spirale

Der Schnittpunkt des Strahles I mit dem Kreis 1, des Strahles II mit dem Kreis 2, des Strahles III mit dem Kreis 3 usw. ist jedesmal ein Punkt der archimedischen Spirale. Der Punkt O ist ebenfalls ein Punkt der Spirale. Diese kann nun mit dem Kurvenlineal gezeichnet werden, indem man die gefundenen Punkte der Spirale zu einer Kurve verbindet.

Beachten Sie, daß bei dieser Bezeichnungsweise der Strahl XII die Tangente an der Spirale im Punkt O ist.

Der Teil der Spirale zwischen Punkt O und dem Schnittpunkt (XII, 12) ist ein Gang der Spirale.

Die Teilzahl der Strahlen (= 12) wurde in Abb. 35 beliebig gewählt.

Merken Sie sich: je größer die Teilzahl gewählt wird, um so genauer wird die Konstruktion. Es ist nicht nötig, die konzentrischen Kreise zu ziehen. Die Teilstrecken können Sie auch unmittelbar auf jedem Leitstrahl von Punkt O aus abtragen. Die ausgezogene Spirale ist linksläufig, die unterbrochene rechtsläufig.

Die Konstruktion von archimedischen Spiralen wird für Spannfedern in Uhrwerken aller Art, Schloßfedern, Pumpengehäuse, Plan-  
gewinde der Drehmaschinenfutter usw. vorgenommen.

#### N ä h e r u n g s k o n s t r u k t i o n

Wenn eine archimedische Spirale mit dem Zirkel gezogen werden soll, kommen hierfür Näherungskonstruktionen zur Anwendung. Die Spiralen stimmen dann allerdings mathematisch nicht genau, da sie bei allen Näherungskonstruktionen aus Kreisbögen zusammengesetzt sind. Eine Näherungskonstruktion mit guter Näherung an die mathematische Lösung können Sie erzielen, wenn Sie ein Sechseck als Ausgangspunkt wählen.

Allgemein gilt: Die Näherungskonstruktion wird um so genauer sein, je mehr Seiten das gewählte regelmäßige n-Eck besitzt.

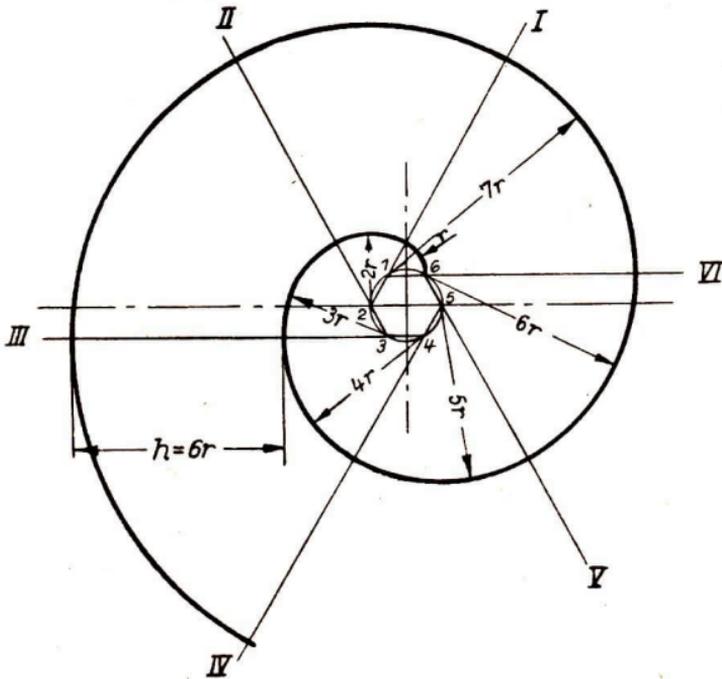


Abb. 36 Näherungskonstruktion der archimedischen Spirale

### Lehrbeispiel 6

Es soll eine archimedische Spirale mit beliebiger Ganghöhe näherungsweise mit Hilfe eines Sechsecks konstruiert werden.

Lösung:

Es wird ein regelmäßiges Sechseck mit den Ecken 1, 2...6 gezeichnet. Diese sind die Mittelpunkte für die sechs Kreisbögen, mit denen die archimedische Spirale konstruiert wird (Abb. 36). Die Seiten des Sechsecks verlängert man zu Strahlen.

Sie beginnen mit der Konstruktion der Kreisbögen und schlagen um Punkt 1 einen Kreisbogen von Punkt 6 nach Strahl I. Der Radius

des Kreisbogens ist dann  $r =$  eine Sechseckseite. Nun schlagen Sie um den Punkt 2 einen Kreisbogen nach Strahl II mit dem Radius  $2r$ . Dieser Kreisbogen schließt an den ersten an. Setzen Sie dieses Verfahren fort, so erhalten Sie die Kreisbogen mit den Radien  $r, 2r, 3r \dots 6r$ . Die Ganghöhe der Spirale im Lehrspiel ist also gleich  $6r$ . Das ist ein Gang der Spirale.

Allgemein gilt: Die Ganghöhe einer angenäherten archimedischen Spirale ist das Produkt aus Seitenzahl des regelmäßigen  $n$ -Ecks mal der Größe des Ausgangsradius  $r$ .

### 6.33 Logarithmische Spirale

In der Technik kommen logarithmische Spiralen vor allem an hinterdrehten Fräsern, Kurvenscheiben usw. vor.

Eine logarithmische Spirale ist dadurch gekennzeichnet, daß ihr Kurvenzug jeden Leitstrahl im gleichen Winkel schneidet. Sie kommt aus dem Unendlichen und nähert sich ihrem Pol asymptotisch.

Ihre Entstehung veranschaulicht ein Punkt P, der sich mit wachsender Geschwindigkeit auf einem Leitstrahl fortbewegt, während dieser sich gleichförmig um seinen Pol O dreht.

Haben Sie in der Praxis Aufgaben zu lösen, für welche die Kenntnis der Konstruktion der logarithmischen Spirale erforderlich ist, so verfahren Sie in folgender Weise:

Sie ziehen, genau wie bei der archimedischen Spirale, einen regelmäßigen Strahlenstern (Abb. 37) und tragen; von Strahl I beginnend, die vom Punkt P in radialer Richtung zurückgelegte Strecke  $a$  auf.

Die von Strahl zu Strahl zunehmende Strecke lassen Sie nach dem Gesetz einer geometrischen Reihe wachsen.

Strecke  $OP_1 = a$

Strecke  $OP_2 = 2a$

Strecke  $OP_3 = 4a \dots$  Strecke  $OP_{12} = 2048 a$

Die Strecken auf den Strahlen wachsen sehr schnell an; die Spirale geht ins Unendliche.

Bei geschickter Anwendung des hier erklärten Näherungsverfahrens kommen Sie im allgemeinen beim technischen Zeichnen aus.

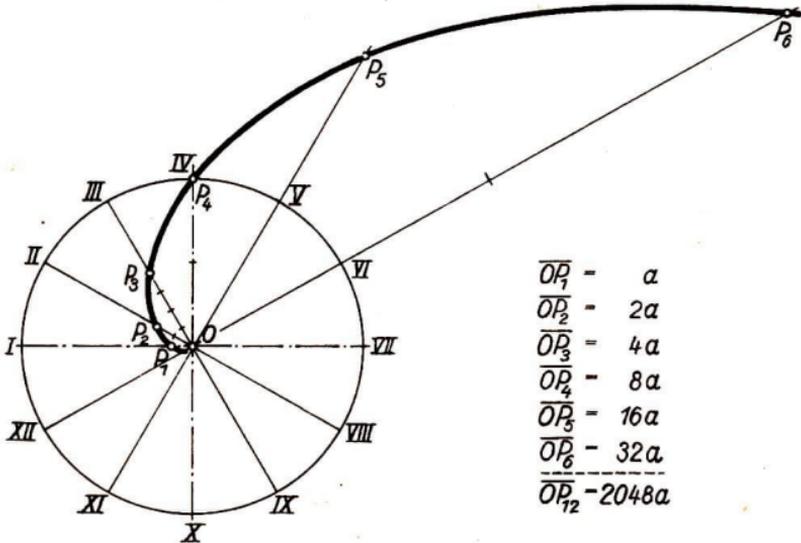


Abb. 37 Logarithmische Spirale  
(Bild 30)

## 6.4 Schraubenlinien

### 6.41 Entstehung der Schraubenlinien

In der Technik treten räumliche Kurven in den mannigfaltigsten Formen auf. In vielen Fällen werden die räumlichen Probleme auf ebene Probleme zurückgeführt. Dies geschieht hauptsächlich dann, wenn sie der Mathematik zugänglich gemacht werden sollen.

Wir beschränken uns bei der Untersuchung von Raumkurven auf die in der Technik am meisten auftretende Schraubenlinie. Schraubenlinien treten bei Gewinden, bei Wendeltreppen, bei Förderschnecken usw. auf.

Dreht sich ein Punkt um eine feste Achse und bewegt er sich gleichzeitig in axialer Richtung, so beschreibt er eine Schraubenlinie.

Betrachtet man die Schraubenlinien vom Anfangspunkt der Bewegung aus, so kann man zwischen r e c h t s g ä n g i g e n und l i n k s g ä n g i g e n unterscheiden.

Rechtsgängige Schraubenlinien drehen sich im Uhrzeigersinn, linksgängige entgegengesetzt.

Man kann die Schraubenlinie auch auf einen Zylinder aufgewickelt denken. Der Zylinder hat dieselbe Achse und wird S c h r a u b e n z y l i n d e r genannt.

Die Konstruktion der Schraubenlinie führt man mit Hilfe der Abwicklung des Mantels des Schraubenzylinders durch. Diesen Vorgang verfolgen wir in Abb. 38.

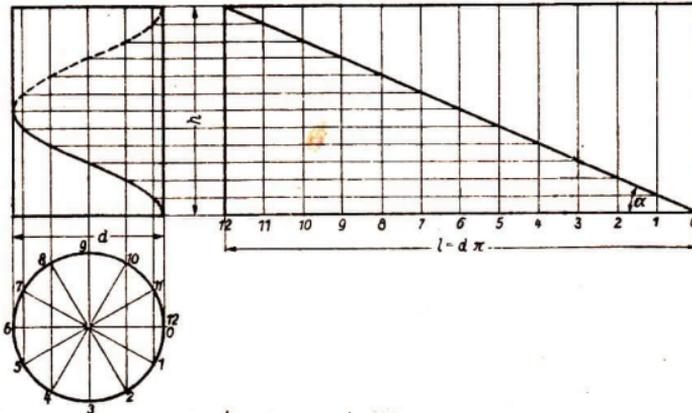


Abb. 38 Konstruktion der Schraubenlinie

Der Zylinder wird in Aufriß und Grundriß gezeichnet. Im Grundriß teilt man ihn in 12 gleiche Teile. Die daraus entstehenden Mantellinien 1 bis 12 werden in den Aufriß projiziert. Dann wird der Zylinder mit den Mantellinien rechts daneben abgewickelt. Trägt man in die Mantelabwicklung die Ganghöhe (eine Diagonale) ein und überträgt die dabei entstehenden Schnittpunkte mit den Mantellinien in den Aufriß, so erhält man im Aufriß die Projektion der Schraubenlinie. Die Schraubenlinie in Bild 38 ist

linksgängig. Von ihr ist ein G a n g gezeichnet worden. Die Ganghöhe wird mit "h" bezeichnet und in vielen Fachbüchern als S t e i g u n g definiert.

Der Steigungswinkel  $\alpha$  der Schraubenlinie ist konstant und wird errechnet aus

$$\frac{h}{h \cdot \pi} = \tan \alpha .$$

Die Projektion einer Schraubenlinie ist eine Sinuslinie.

#### 6.42 Schraubenfläche

Windet man ein gleichmäßiges Band so um eine feste Achse, daß die Bandkanten als Schraubenlinien erscheinen, so bildet das Band eine

S c h r a u b e n f l ä c h e .

In Abb. 39 ist eine Schraubenfläche in Vorderansicht und Draufsicht dargestellt. Die eingezeichneten Geraden sind waagrecht liegende Querschnitte der Schraubenfläche. Eine Schraubenfläche wird gezeichnet, indem man ihre Kanten als Schraubenlinien konstruiert und die dabei entstehenden Sinuslinien sinnvoll miteinander verbindet.

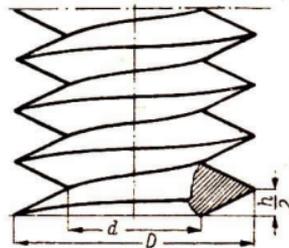
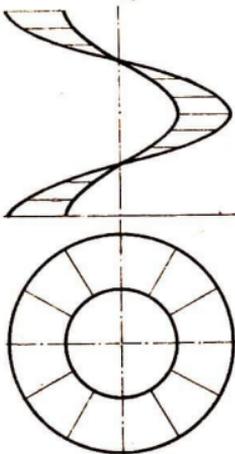


Abb. 40 Gewinde

Abb. 39  
Schraubenfläche

### 6.43 Gewindedarstellung

Die Entstehung eines Gewindes läßt sich auf verschiedene Weise erklären.

Nach den bisherigen Ausführungen könnte das Gewinde in Abb. 40 so entstehen, daß man 2 Schraubenlinien auf Schraubenzylinder mit den Durchmessern  $D$  und  $d$  aufträgt und die Schraubenzylinder um  $1/2 h$  axial gegeneinander verschiebt. Man kann auch auf den kleinen Zylinder (dem Kern) ein Dreieckprofil mit der schraffierten Fläche als Querschnitt (Gewindeprofil) aufwickeln.

In der Technik werden die meisten Gewinde so hergestellt, daß man aus dem Zylinder mit dem Gewindedurchmesser (Nenn Durchmesser)  $D$  ein Dreieckprofil heraus-schneidet. Der "Kerndurchmesser" deckt sich dann mit dem in Abb. 40 dargestellten Durchmesser  $d$ . Die Flanken des Gewindes erscheinen als Schraubenflächen.

Wollte man jedes Gewinde in technischen Zeichnungen so darstellen, wie es Abb. 40 zeigt, dann wäre ein sehr großer Arbeitsaufwand nötig, der in keinem Verhältnis zum Nutzen der Zeichnung stünde. Aus diesem Grunde hat man die Gewindedarstellungen vereinfacht und genormt. Der Gewindekern wird danach bei Gewindebolzen durch eine Strichlinie und der Außendurchmesser durch eine dicke Volllinie gekennzeichnet (Abb. 41).

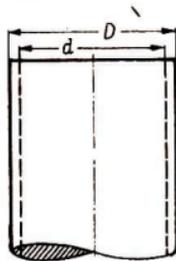


Abb. 41 Vereinfachte Gewindedarstellung

Soll die axiale Verschiebung bei einer Umdrehung groß sein, schneidet man mehrgängige Gewinde. Wir untersuchen den mehrgängigen Grundaufbau einmal an der mehrgängigen Schraubenlinie. Abb. 42 stellt eine zweigängige rechtsläufige Schraubenlinie dar. Der 1. Gang beginnt beim Teilpunkt 0, der 2. Gang beim Teilpunkt 6. Die Konstruktion jedes Ganges ist die gleiche wie für die eingängige Schraubenlinie. Beide Gänge laufen parallel im Abstand  $h$ . Die Abwicklung zeigt daher die mit diesem axialen Abstand nach rechts ansteigenden parallelen Schraubenlinien. Bei einer dreigängigen Schraubenlinie würde der 1. Gang beim Teilpunkt 0, der 2. Gang beim Teilpunkt 4 und der 3. beim Teilpunkt 8 beginnen.

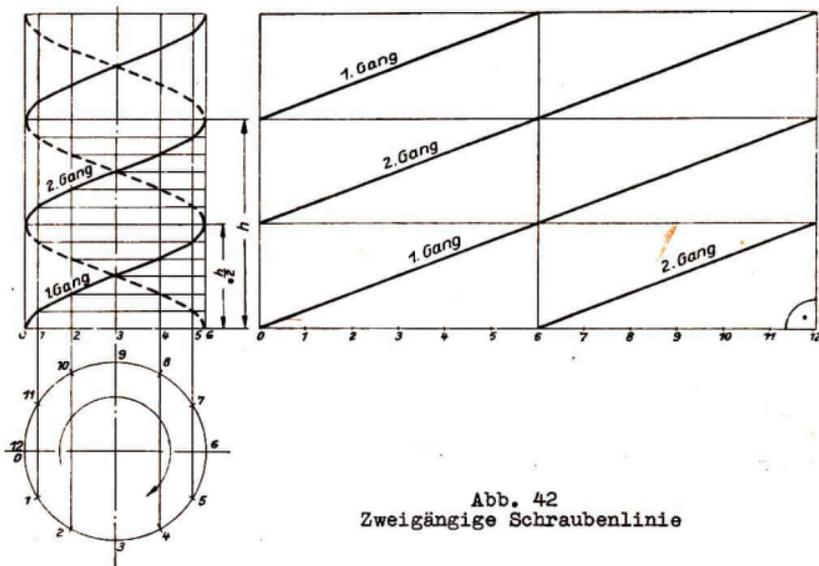


Abb. 42  
Zweigängige Schraubenlinie

## Übungen

16. Konstruieren Sie eine linksläufige archimedische Spirale mit Hilfe eines Achtecks, dessen Umkreisdurchmesser  $d = 20$  mm beträgt!
17. Es ist eine rechtsläufige archimedische Spirale zu zeichnen, deren Ganghöhe  $h = 72$  mm beträgt. Es ist die Näherungskonstruktion mittels Vieleck zu wählen.  
Welche Eckenzahl ist nur möglich?
18. Zeichnen Sie nach dem Muster in Abb. 38 einen Gang einer eingängig rechtsgängigen Schraubenlinie auf einen Schraubenzylinder mit 50 mm Durchmesser und  $h = 60$  mm!

## 4 7. Kegelschnittkurven-Konstruktionen

### 7.1 Entstehung der Kegelschnittkurven

Die Kegelschnittkurven (Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel) entsprechen in zahlreichen Fällen den mathematischen Zusammenhängen physikalischer und technischer Vorgänge und bilden daher oft die Grundlage für die Gestaltung vieler Maschinen-, Geräte- und Bauteile.

Ein Körper, der daraus entsteht, wenn alle Punkte eines Kreises durch Gerade mit einem Punkt (Spitze) verbunden werden, der außerhalb der Kreisebene liegt, heißt Kegel (lat.: conus). Er heißt gerader Kreiskegel, wenn seine Spitze senkrecht über der Kreismitte liegt, und entsteht dadurch, daß sich ein rechtwinkliges Dreieck um eine Kathete dreht (Abb. 43). Die Kathete ist zugleich Kegelachse und steht auf der Kreisfläche im Mittelpunkt senkrecht.

Werden Kegel von Ebenen geschnitten, können

k r e i s f ö r m i g e ,  
e l l i p t i s c h e ,  
p a r a b o l i s c h e und  
h y p e r b o l i s c h e

Schnittkurven entstehen.

Der **Kreisschnitt** entsteht, wenn die Bedingung  $\beta = 90^\circ$  erfüllt ist (Abb. 44a).

Beim **Ellipsenschnitt** schneidet die Ebene in einem geschlossenen Linienzug alle Kegelmantellinien (Abb. 44b).  
Bedingung:  $\beta > \alpha$ .

Im Rohrleitungsbau, Behälterbau usw. entstehen oft elliptische Querschnitte.

Beim **Parabelschnitt** schneidet die Ebene den Kegel parallel zu einer Mantellinie (Abb. 44c). Bedingung:  $\beta = \alpha$ .

Beim **Hyperbelschnitt** schneidet die Ebene den Kegel zweimal, den Grund- und den Scheitelkegel (Abb. 44d). Bedingung:  $\beta < \alpha$ .

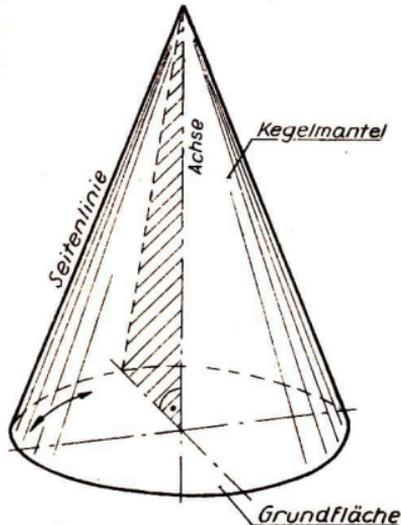


Abb. 43  
Gerader Kreiskegel

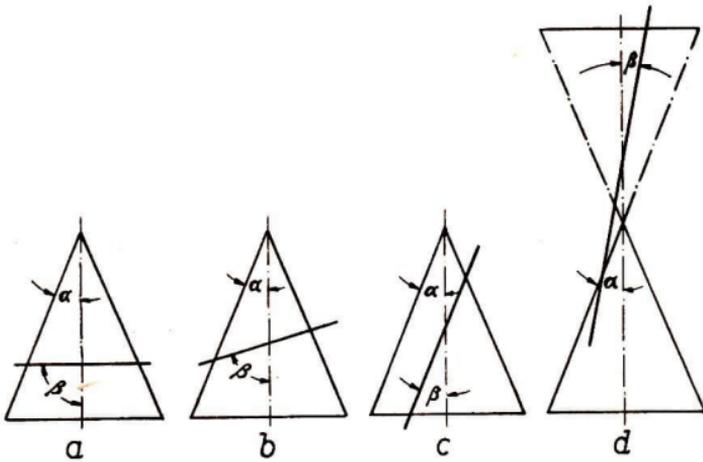


Abb. 44 Kegelschnitte

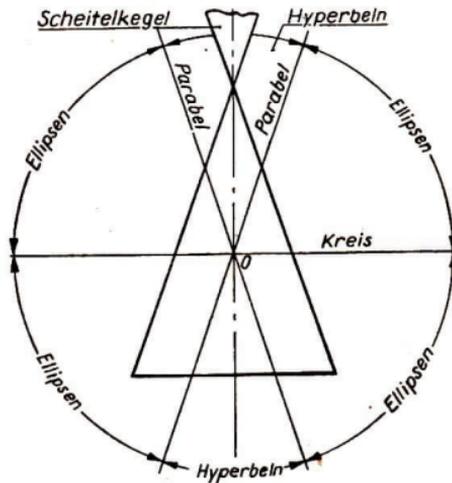


Abb. 45 Schnittbereiche am Kegel

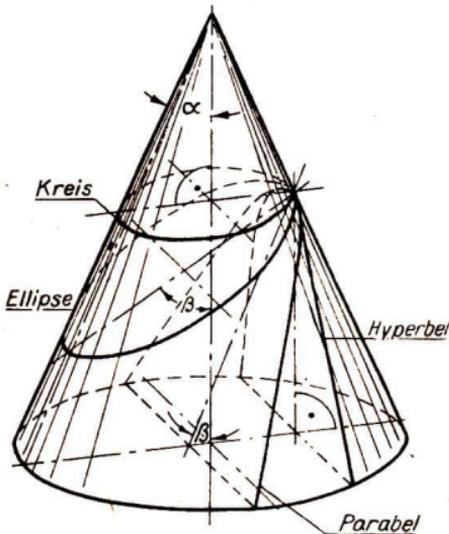


Abb. 46 Darstellung der Kegelschnitte

Nach den oben angeführten Bedingungen lassen sich die in den Abbildungen 45 und 46 gezeigten Zusammenhänge ableiten.

Schauen Sie sich beim Studium dieses Abschnittes die Abb. 46 genau an.

Diese zeigt einen geraden Kreiskegel. Von einem Punkt des Mantels aus sind die Schnitte für Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel eingezeichnet. An Hand dieser Darstellung erkennen Sie, wie die erklärten Kreiskegelschnittkurven entstehen. Wichtig ist vor allem, daß Sie folgendes wissen (siehe auch Abb. 45):

Alle Kegelschnittflächen erzeugen Ellipsen oder Hyperbeln und nur im Grenzfall e i n e Parabel.

Der Kreis ist ein Sonderfall der Ellipse.

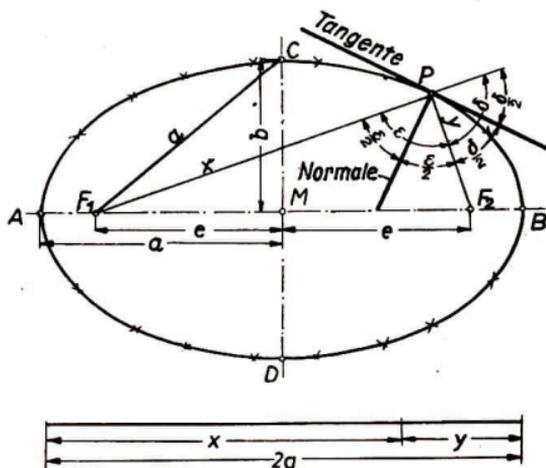


Abb. 47 Ellipsenaufbau

## 7.2 Ellipsen

### 7.21 Haupteigenschaften der Ellipse

**Definition:**

Die Ellipse ist der geometrische Ort aller Punkte, deren Abstände von 2 gegebenen festen Punkten eine konstante Summe bilden.

Die festen Punkte sind die Brennpunkte  $F_1$  und  $F_2$ , die konstante Summe ist gleich der großen Achse  $2a$ .

Man nennt

$F_1, F_2$	Brennpunkte der Ellipse,
$e$	Exzentrizität,
A, B, C, D	Scheitel der Ellipse
M	den Mittelpunkt,
$a$	die große Halbachse,
$b$	die kleine Halbachse.

Es muß sein:  $\overline{P_1P} + \overline{PP_2} = 2a$

nach Pythagoras:  $b^2 + e^2 = a^2$       $e = \sqrt{a^2 - b^2}$

(Bedingung:  $0 \leq b \leq a$ )

**Grenzfälle:** für  $b = a$  wird  $e = 0$ ,  
beide Brennpunkte fallen zusammen und die Ellipse wird zum  
Kreis;

für  $b = 0$  wird  $e = a$

und die Ellipse geht über in zwei zusammenfallende Gerade.

Die Form der Ellipsen machen Sie sich an einem Kreiselmodell  
klar, das Sie sich leicht aus einer runden Pappscheibe und  
einem Bleistift selbst anfertigen können. Die Pappscheibe er-  
hält ein Mittellinienkreuz.

Betrachten Sie den Kreisel senkrecht von oben, erscheint die  
Pappscheibe als Kreis (Abb. 48);  
von vorn in genau waagerechter Richtung gesehen, erscheint die  
Kreisfläche als waagerechte Gerade, zu der die Kreisachse  
senkrecht steht (Abb. 49).

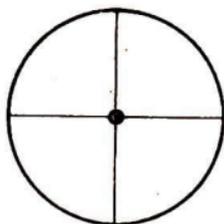


Abb. 48  
Kreisel von  
oben gesehen

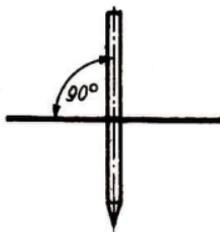


Abb. 49  
Kreisel von  
vorn gesehen

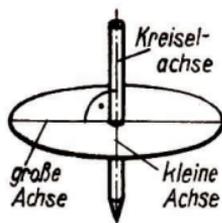


Abb. 50  
Kreisel mit  
geringer Neigung

Kippen Sie den Kreisel allmählich auf sich zu, werden Sie wahr-  
nehmen, daß die zuerst als Gerade erschienene Kreisfläche in  
eine Ellipse übergeht. Bei geringer Neigung des Kreisels sieht  
die Ellipse nach Abb. 50 noch verhältnismäßig langgestreckt aus.

Die Ellipse hat eine große und eine kleine Achse, die durch das Kreuz auf der Pappscheibe gebildet werden. Haben Sie den Kreisel genau auf sich zu gekippt, liegt die große Achse der Ellipse waagerecht und die kleine, senkrechte Achse fällt mit der Kreiselachse zusammen, die mit der großen Achse stets einen rechten Winkel bildet. Je mehr Sie den Kreisel auf sich zu neigen, desto mehr nähert sich, wie es Abb. 51 zeigt, die Ellipse einem Kreis. Sie sehen aber auch, daß die Ellipse einen stetigen Verlauf hat und nicht etwa zu beiden Seiten Spitzen oder zu große Abrunden aufweist (Abb. 52)

Kippen Sie den Kreisel etwas schräg nach vorn, wie es Abb. 53 zeigt, werden Sie sehen, daß die Kreiselachse wieder mit der kleinen Achse der Ellipse zusammenfällt und wiederum senkrecht zur großen Achse steht. Diese Wahrnehmung machen Sie bei jeder Lage des Kreisels im Raum.

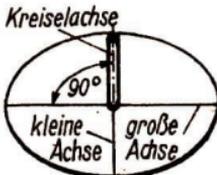


Abb. 51 Kreisel mit starker Neigung

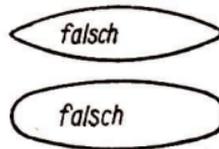


Abb. 52 Falsche Ellipsendarstellungen

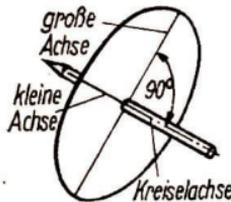


Abb. 53 Kreisel mit schräger Neigung

## 7.22 Ellipsenkonstruktionen auf der Grundlage der Haupteigenschaften

Es können hier mathematisch genaue Ellipsen konstruiert werden. Voraussetzung für alle vier Konstruktionen ist das Bekanntsein der Ellipsenachsen.

### 1. K o n s t r u k t i o n

Konstruktion nach der Definition der Ellipse als geometrischer Ort (Brennstrahlen-Konstruktion).

Aus dem Gesetz der Ellipse  $r_1 + r_2 = 2a$  (nach Abb. 47  $x + y = 2a$ ) läßt sich eine Konstruktion ableiten, mit der Sie mit dem Zirkel schnell die nötigen Ellipsenpunkte finden können. Betrachten Sie dazu die Abbildungen 54 bis 57 so, als sei die Konstruktion wie im Direktunterricht zum leichteren Verständnis an der Wandtafel entwickelt worden.

Konstruktionsgang:

- a) Sind beide Achsen der Ellipse bekannt, dann bestimmen Sie deren Punkte  $A_1$  und  $A_2$  bzw.  $B_1$  und  $B_2$  durch Abtragen der Halbachsen  $a$  und  $b$  vom Schnittpunkt  $O$  des Achsenkreuzes aus  
Abb. 54

1. Schritt:  
Zeichnen des Achsenkreuzes

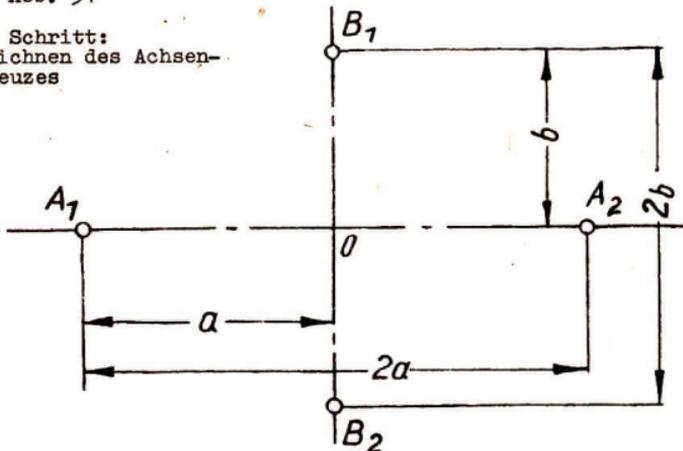


Abb. 54 Achsenkreuz

- b) Dann ermitteln Sie die Brennpunkte  $F_1$  und  $F_2$ .

Dies sind die Schnittpunkte der großen Achse  $A_1A_2$  mit dem Kreisbogen um  $B_1$  oder  $B_2$  mit dem Radius  $r = a$  (Abb. 55).

2. Schritt:  
Bestimmen der Brennpunkte  $F_1$  und  $F_2$

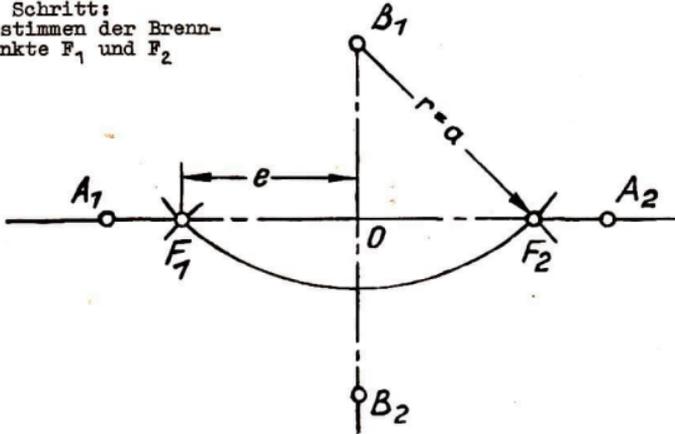
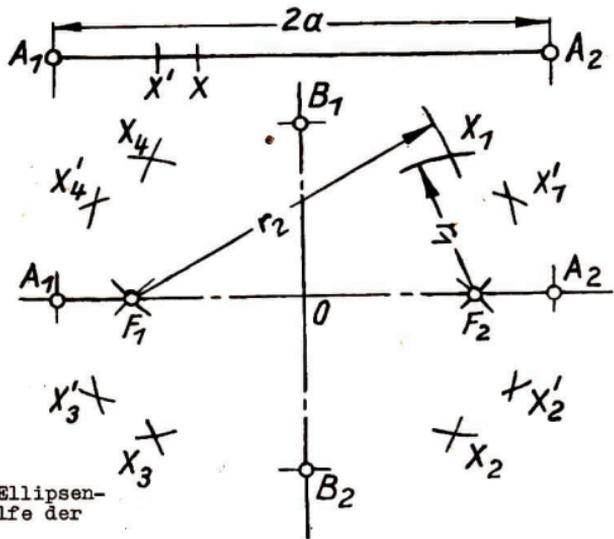


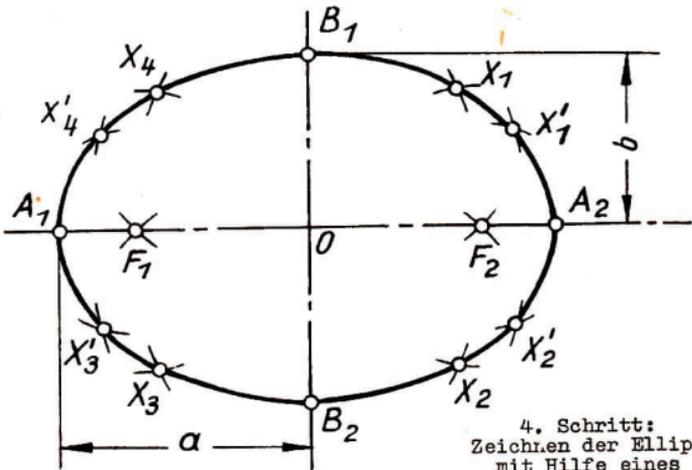
Abb. 55 Brennpunktbestimmung

- c) Nunmehr schlagen Sie mit einem Teil der großen Achse, z.B. mit  $\overline{XA_1} = r_1$  um  $F_1$  und  $F_2$  einen Kreisbogen und mit dem anderen Teil, also mit  $\overline{XA_2} = r_2$  um  $F_2$  und  $F_1$  einen weiteren Kreisbogen. Die Kreisbögen schneiden sich in  $X_1, X_2, X_3, X_4$ . Das sind Punkte der Ellipse, denn  $r_1 + r_2 = 2a$  (Abb. 56). Wenn Sie den Teilpunkt  $X$ , auf  $\overline{A_1A_2}$  verschieden wählen, z.B.  $X'$ , können beliebig viele Ellipsenpunkte konstruiert werden.
- d) Die gefundenen Punkte verbinden Sie jetzt mit Hilfe des Kurvenlineals zu einer Ellipse (Abb. 57).



3. Schritt:  
Bestimmen von Ellipsen-  
punkten mit Hilfe der  
Brennstrahlen

Abb. 56  
Bestimmung der Ellipsenpunkte



4. Schritt:  
Zeichnen der Ellipse  
mit Hilfe eines  
Kurvenlineals

Abb. 57 Fertig gezeichnete Ellipse

## 2. Konstruktion

### Geneigte Kreisprojektion<sup>1</sup> (Scheitelkreis-Konstruktion)

Sie haben bei der Kreiseldarstellung gesehen, daß sich je nach der Betrachtungsweise ein Kreis als Gerade, Ellipse oder auch als Kreis darstellt. An Hand der Abb. 58 können Sie eine Ellipse mit Hilfe der geneigten Kreisprojektion konstruieren. Sie wählen wie beim Kreisel eine der Kreisachsen als Drehachse. Diese behält bei der Drehung die ursprüngliche Länge bei und wird die große Achse der Ellipse. Die dazu senkrechte Achse des Kreises verkürzt sich bei der Drehung am meisten und wird die kleine Ellipsenachse. Verfolgen Sie einmal die Punkte 1 bis 4 bei der Drehung in Abb. 58!

Zeichnen Sie in die Ellipse aus Abb. 58 - in Abb. 59 dargestellt - einen Kreis mit dem Radius  $r_2 =$  kleine Halbachse  $b$  der Ellipse, so ergibt das mit den Projektionslinien die Schnittpunkte 2" und 3". Verbinden Sie die Punkte 2 und 2" durch eine Gerade, so sehen Sie, daß diese Gerade durch den Mittelpunkt geht und den Durchmesser des Kreises ergibt. Zu demselben Ergebnis kommen Sie beim Verbinden des Punktes 3 mit 3". Verfährt man in umgekehrter Reihenfolge, so läßt sich sehr schnell und exakt eine Ellipse konstruieren. Der Konstruktionsgang wäre dann folgender (Abb. 59):

- a) Zeichnen eines Kreises mit  $r_1 = a$ ; das ergibt den großen Scheitelkreis;
- b) Zeichnen eines Kreises mit  $r_2 = b$ ; das ergibt den kleinen Scheitelkreis;
- c) Einzeichnen beliebig vieler Durchmesser; das ergibt Schnittpunkte mit Scheitelkreisen;
- d) von den Schnittpunkten mit dem großen Scheitelkreis Lote auf die große Ellipsenachse fällen;

---

<sup>1</sup> lat.: projizieren = entwerfen, auf eine Fläche darstellen  
Projektion = Abbildungsverfahren zur Herstellung von räumlichen Gebilden auf eine Ebene durch abbildende Strahlen; das durch dieses Verfahren erzielte Ergebnis

- e) von den Schnittpunkten mit dem kleinen Scheitelkreis Parallelen zur großen Ellipsenachse zeichnen;
- f) die Schnittpunkte der Lote mit den entsprechenden Parallelen sind Kurvenpunkte der Ellipse.

Man nennt diese Konstruktion Scheitelkreis-Konstruktion der Ellipse.

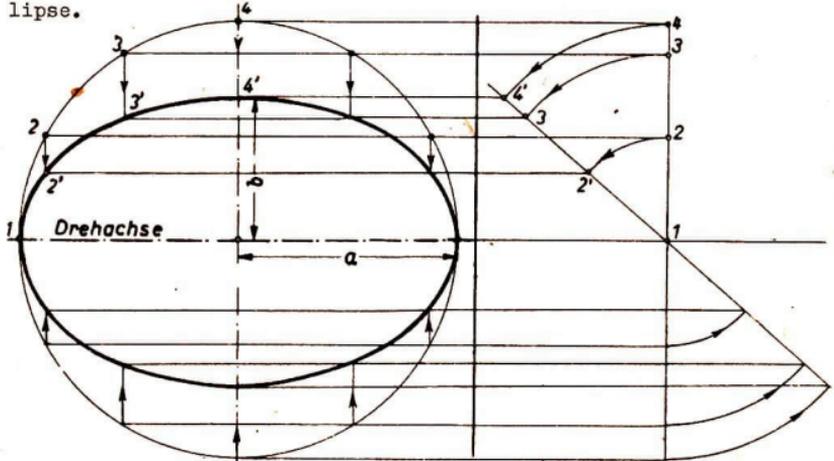


Abb. 58 Gekippte Kreisprojektion

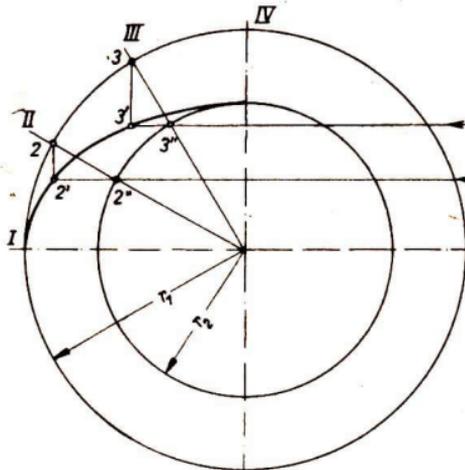


Abb. 59 Zusammenhang zwischen Ellipse, Scheitelkreisen und Kreisdurchmessern

Ein Beispiel für den Aufbau der Scheitelkreis-Konstruktion gibt die Abb. 60

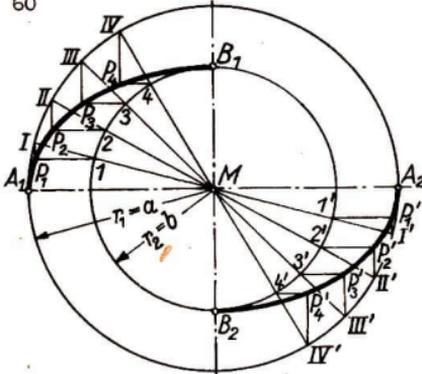


Abb. 60 Scheitelkreis-Konstruktion  
(Bild 39)

### 3. Konstruktion

#### Gärtnerellipse (Fadenellipse)

Diese Konstruktion wird von der behandelten Definitions-Konstruktion abgeleitet.

Beim Konstruktionsgang wiederholen sich die Arbeitsgänge a und b von der 1. Konstruktion. Dann werden in die Brennpunkte Anker eingeschlagen, und darum wird eine Schnur von der Länge  $2a + 2e$  gelegt. Mit einem Bleistift (Abb. 61) oder einem Pflock wird dann die Schnur gespannt und die Ellipse gezeichnet.

Dabei muß die Schnur immer straff gespannt bleiben.

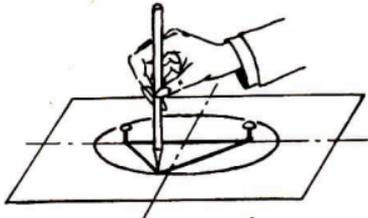


Abb. 61 Gärtnerellipse

## Übungen

### Hinweis für das Konstruieren der Kegelschnittkurven

Beim Konstruieren dieser Kurven sind nur die Punkte zu bestimmen, die für die geforderte Genauigkeit notwendig sind. Das sind insbesondere Scheitel, Schnittpunkte mit den Achsen, Berührungspunkte mit anschließenden geraden und krummen Linien und einige Zwischenpunkte. Diese Zwischenpunkte werden vor allem in der größten Krümmung der Kurven für das richtige Anlegen des Kurvenlineals gebraucht, da jede Kurve den ihrer mathematischen Eigenschaft entsprechenden glatten Verlauf zeigen muß. Liegen einzelne Punkte abseits der Kurve, so sind diese meist ungenau ermittelt und daher nachzuprüfen. Zu viele Konstruktionslinien machen die Zeichnung unübersichtlich, ohne eine wesentlich größere Genauigkeit zu gewährleisten. In den meisten Fällen genügen zur Konstruktion von Kegelschnittkurven Näherungsverfahren mittels Kreisbogenkonstruktion.

19. Zeichnen Sie eine Ellipse, deren große Achse 100 mm und deren kleine Achse 70 mm lang ist,

- a) nach der geneigten Kreisprojektion,
- b) nach der Definition!

20. Es ist ein Flansch von der Grundform einer Ellipse zu konstruieren (Scheitelkreisconstruction).

Durchmesser der Flanschbohrung $d_1$	= 18 mm
Flanschlänge (große Achse) $2a$	= 50 mm
Flanschbreite (kleine Achse) $2b$	= 30 mm
Entfernung der Schraubenlöcher $c$	= 36 mm
Durchmesser der Schraubenlöcher $d_2$	= 8 mm

21. Schreiben Sie nach der Anleitung im Normschrift-Lehrgang auf Seite 7 und 8 von den Buchstaben n, h, m, u, c, e, o, ö und den auf Seite 8 angegebenen Wörtern je 4 Zeilen mit der 3/4-mm-Plättchenfeder in 6 mm Schrifthöhe und mit der 1/2-mm-Plättchenfeder in 4 mm Schrifthöhe mit Tusche und je 4 Zeilen mit Bleistift in 4 mm Schrifthöhe!

## 5 7.23 Die Ellipse im Parallelogramm

In einzelnen Fällen ist es notwendig - vor allem bei axonometrischer Projektion - mit Hilfe eines Parallelogrammes eine Ellipse zu zeichnen. Dabei ist immer das Parallelogramm gegeben, und die Ellipse ist einzuzeichnen. Wie Sie dabei vorgehen müssen, sollen Sie in den beiden folgenden Konstruktionen kennenlernen.

### 4. K o n s t r u k t i o n

#### Kreisteilung der Parallelogrammseiten

Konstruktionsgang:

- An zwei Parallelogrammseiten wird je ein Kreisbogen geschlagen.
- Die Halbkreise werden nach der Methode der 8. Konstruktion aus Abschnitt 4.2 in 6 gleiche Teile geteilt und von den Teilungspunkten die Lote auf die jeweiligen Parallelogrammseiten gefällt.
- Von den Fußpunkten der Lote aus werden zu den Parallelogrammseiten parallele Gerade durch das Parallelogramm gezogen. Eine leicht auffindbare Auswahl der Schnittpunkte der Parallelen liefert die Kurvenpunkte der Ellipse.

*Zwei Halbkreise, jeweils in sechs gleiche Teile geteilt.*

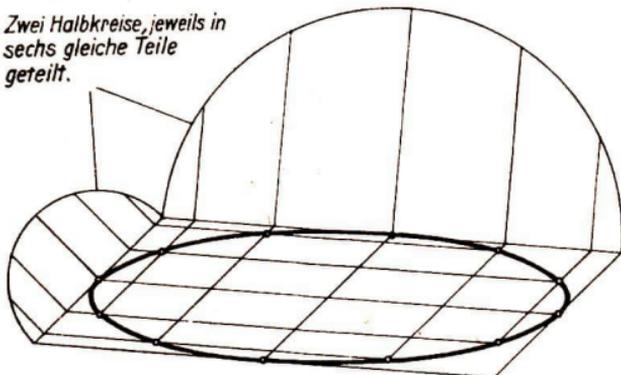


Abb. 62 Ellipsenkonstruktion mit Kreisteilung des Parallelogrammes

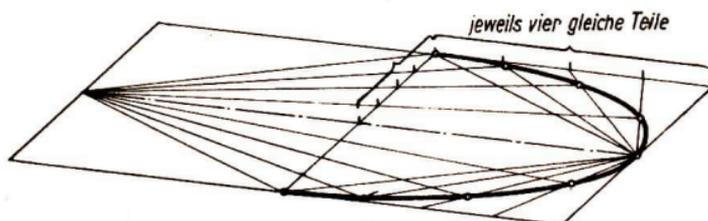


Abb. 63 Ellipsenkonstruktion durch Streckenteilung des Parallelogramms

## 5. Konstruktion

### Streckenteilung

#### Konstruktionsgang:

- a) Eine halbe lange Seite und die an diese anschließende kleine Halbachse werden in die gleiche Anzahl Teile aufgeteilt (in Abb. 63 je 4 Teile).
- b) Der nächstliegende Endpunkt der großen Achse wird mit den Teilungspunkten auf der langen Seite durch Gerade verbunden.
- c) Der andere Endpunkt der großen Achse wird mit den Teilungspunkten der kleinen Halbachse durch Gerade verbunden, die man bis zu den entsprechenden Linien des Konstruktionsganges b zieht. Man erhält somit Kurvenpunkte der Ellipse.
- d) Diese Konstruktion ist in den anderen Feldern zu wiederholen bzw. zu spiegeln.

Weitere Konstruktionen dieser Art werden Sie bei der Behandlung der axonometrischen Projektionen noch kennenlernen.

### 7.24 Konstruktionen angenähert elliptischer Formen

In vielen Fällen kann eine Ellipse durch eine aus Kreisstücken zusammengesetzte Kurve ersetzt werden, die man als Korbboogen oder Oval bezeichnet. Im Maschinenbau werden solche Näherungskonstruktionen oft zum Aufzeichnen von Flanschen, Deckeln, Ket tengliedern und anderen Maschinenteilen benutzt. Das Oval ist eine ellipsenähnliche Figur; die um so besser der Ellipsenform

gleich, je mehr Mittelpunkte gewählt werden.

## 6. K o n s t r u k t i o n

Oval aus 2 Kreisen

Konstruktionsgang:

- Für diese einfache Konstruktion nach Abb. 64 genügt es, wenn die Hauptachse  $2a = \overline{A_1A_2}$  bekannt ist. Diese teilt man so, daß  $\overline{A_1M_1} = \overline{M_1M_2} = \overline{M_2A_2}$  ist (Dreiteilung).
- Um  $M_1$  und  $M_2$  schlägt man je einen Kreis mit dem Radius  $\overline{A_1M_1} = \overline{M_2A_2}$ . Diese Kreise schneiden sich in  $C_1$  und  $C_2$ .
- Jetzt schlägt man jeweils um  $C_1$  und  $C_2$  einen Kreis mit der Zirkelöffnung  $2\overline{A_1M_1}$ . Damit wird das Oval aus zwei Kreisen gezeichnet.

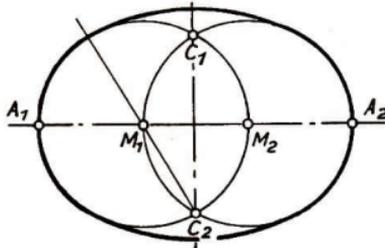


Abb. 64 Oval aus 2 Kreisen

Um die Übergangspunkte der Radien, z.B.  $\overline{A_1M_1}$  und  $2 \cdot \overline{A_1M_1}$  zu ermitteln, verlängert man  $C_2M_1$  über  $M_1$  hinaus bis zum Schnitt mit dem Kreis um  $M_1$ . Die anderen drei Übergangspunkte findet man entsprechend.

## 7. K o n s t r u k t i o n

Korbbogen mit Hilfe der Scheitelkrümmungskreise

Für diese Konstruktion müssen die beiden Ellipsenachsen bekannt sein.

Konstruktionsgang:

- a) Man zieht durch A eine Gerade, die die gleiche Richtung hat wie UB, und durch B eine Gerade, die die gleiche Richtung hat wie VA. So erhält man den Schnittpunkt C.
- b) Man verbindet jetzt A und B und zeichnet an AB einen rechten Winkel so, daß sein Schenkel durch C geht, und verlängert diesen Schenkel nach unten. Ebenso verlängert man die kleine Achse AV. Dadurch erhält man die Schnittpunkte  $M_1$  und  $M_2$ .
- c) Nun nimmt man die Strecke  $\overline{M_2A}$  in den Zirkel und schlägt einen Kreisbogen um  $M_2$  so, wie Sie es in Abb. 65 sehen. Ebenso verfährt man mit der Strecke  $\overline{M_1B}$  um  $M_1$ . Durch V und U gehen dann die entsprechenden Kreisbögen mit denselben Radien. So erhält man die Abb. 65

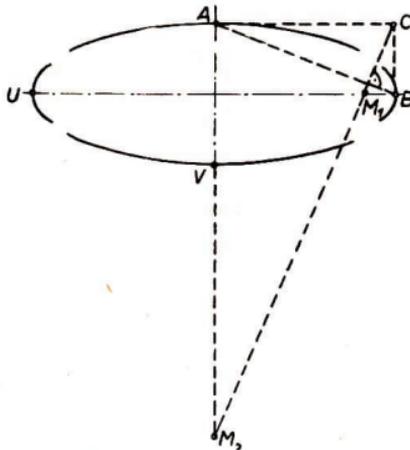


Abb. 65 Konstruktion mit Hilfe der Scheitelkrümmungskreise

- d) Sie sehen, daß die Scheitel-Krümmungskreise nur ein Stück für die Ellipse brauchbar sind, und zwar so weit, wie sie in der Abb. 65 gezeichnet sind. Das Kurvenstück zwischen den jeweiligen Scheitelkrümmungskreisen muß sauber mit dem Kurvenlineal

eingefügt werden, aber so, daß die beiden Kurvenbögen stetig ineinander überlaufen. Dies ist an allen 4 Lücken dasselbe.

### 8. K o n s t r u k t i o n

#### Fünfteiliger Korbbogen

Hier müssen ebenfalls die Ellipsenachsen bekannt sein.

Konstruktionsgang (Abb. 66):

- a) Mit  $\overline{MB_1} = \frac{B_1B_2}{2} = b$  wird um M ein Bogen geschlagen, der auf  $\overline{A_1A_2}$  die Strecke x abteilt. Diese Strecke x ist die Seitenlänge eines mit der Spitze an M hängenden Quadrates. Seine Diagonale hat die Länge y.
- b) Diese Länge y wird auf der Verlängerung der Diagonalen nochmals abgetragen und ergibt dort den Punkt  $M_1$ . Durch das Quadrat erhält man die Punkte  $M_2$  und durch den Schnitt der Verlängerung der Quadratseiten mit  $\overline{A_1A_2}$  die Punkte  $M_3$ .
- c) Um  $M_3$  wird der Bogen von  $A_1$  bis zum Übergangspunkt I, um  $M_2$  von I bis II und um  $M_1$  von II bis  $B_1$  geschlagen.
- d) Die restlichen Teile der Ellipse werden sinngemäß konstruiert.

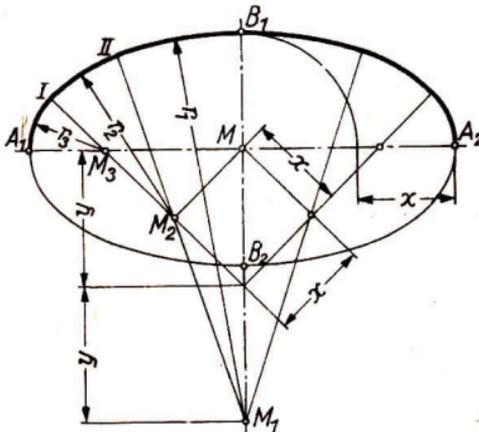


Abb. 66 Fünfteiliger Korbbogen  
(Bild 43)

### 7.3 Parabel

#### Definition:

Die Parabel ist der geometrische Ort aller Punkte, die von einer Geraden (Leitlinie der Parabel) und einem festen Punkt (Brennpunkt) gleichen Abstand haben.

Die Bahn geworfener Körper (Geschoßbahn), der Bogen des aus Rohren ausfließenden Wasserstrahles, durchhängende Drahtseile oder elektrische Leitungsdrähte zwischen zwei Masten, die Reflektoren der Autolampen und andere Scheinwerfer, sich durchbiegende Träger und Balken sowie viele andere Erscheinungen zeigen die Form einer Parabel.

#### 9. Konstruktion

Konstruktion nach der Definition der Parabel als geometrischer Ort (Abb. 67)

Konstruktionsgang:

Nach der Definition hat jeder Punkt P einer Parabel vom Brennpunkt F und von der Leitlinie l die gleiche Entfernung.

Der Abstand des Brennpunktes F von der Leitlinie l ist gleich dem Parameter p; das ist die halbe Sehne, die senkrecht zur x-Achse im Brennpunkt gezogen wird.

Es ist also

$$\overline{A_0 F} = \overline{F P_2} = p.$$

Ist p gegeben, dann ist die Lage des Scheitels der Parabel bestimmt durch

$$\overline{A_0 S} = FS = \frac{p}{2}$$

Zur Bestimmung der Parabelpunkte zieht man durch beliebig gewählte Punkte 1, 2, 3...n auf der x-Achse Parallelen zur Leitlinie, und um den Brennpunkt F schlägt man mit den Radien  $r_1, r_2 \dots r_n$ , die den Abständen dieser Parallelen von der Leitlinie gleich sind, z.B.  $\overline{A_0 1}, \overline{A_0 2} \dots \overline{A_0 n}$ , Kreisbögen um F. Diese schneiden die zugehörigen Parallelen in den Parabelpunkten  $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$ .

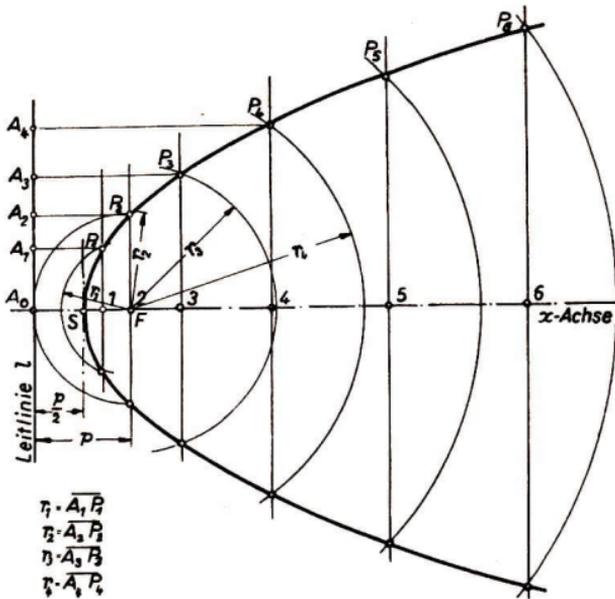


Abb. 67 Parabelkonstruktion nach der Definition

### 10. K o n s t r u k t i o n

Konstruktion der Parabel, wenn der Scheitel S, die x-Achse und ein Punkt P der Parabel gegeben sind (Abb. 68)

Konstruktionsgang:

- Man zeichnet die Scheiteltangente SA und durch P die Parallele zur x-Achse, die in A schneidet;
- Die Seiten des so erhaltenen Rechtecks SA und AP werden in dieselbe Anzahl (hier 7) unter sich gleicher Teile eingeteilt;

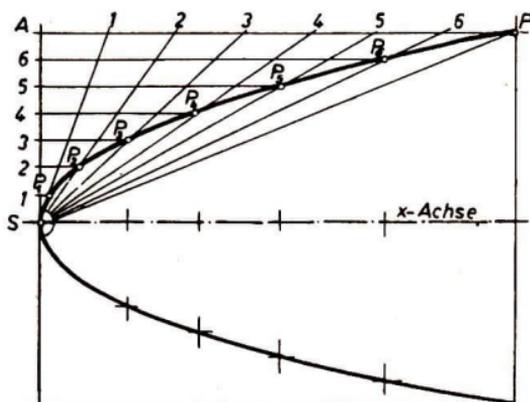


Bild 68 Parabelkonstruktion

- c) Die Teilpunkte auf AP verbindet man mit S;
- d) Jetzt werden durch die Teilpunkte auf der Scheiteltangente Parallelen zur x-Achse gezogen. Die Schnittpunkte  $P_1$  bis  $P_7$  sind Parabelpunkte.

#### 11. K o n s t r u k t i o n

Konstruktion der Parabel als Hüllkurve, wenn zwei Tangenten  $t_1$  und  $t_2$  und auf diesen die Berührungspunkte  $P_1$  und  $P_2$  gegeben sind.

##### Konstruktionsgang:

Man teilt die Strecken zwischen dem Tangentenschnittpunkt und den Berührungspunkten in gleiche Teile ein und bezeichnet die Teilpunkte im gleichen Umlaufungssinn. Dann werden 1 mit  $1'$ , 2 mit  $2'$  usw. verbunden und die Parabel als Hüllkurve gezeichnet.

Beachten Sie dabei, daß die Kurve in den Berührungspunkten  $P_1$  und  $P_2$  in die Tangenten übergeht.

Diese Konstruktion wird im Maschinenbau vielfach angewendet, z.B. bei Übergängen an Lagerfüßen, Fundamentplatten, Ventil-

tellern. Sie ist für jeden Winkel, unter dem die Tangenten einander schneiden, die gleiche.

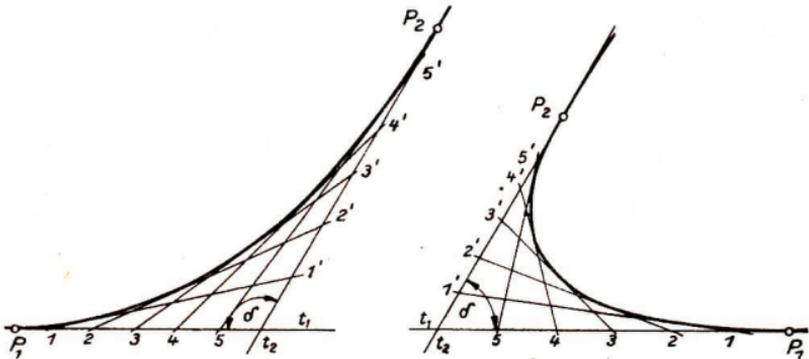


Abb. 69 Parabeln als Hüllkurven

#### 7.4 Hyperbel

**D e f i n i t i o n :**

Die Hyperbel ist der geometrische Ort aller Punkte, deren Abstände von zwei gegebenen festen Punkten eine konstante Differenz haben.

Die festen Punkte sind die Brennpunkte  $F_1$  und  $F_2$ , die konstante Differenz ist gleich der großen Achse  $2a$ .

Die Hyperbel besteht aus zwei getrennten Kurvenästen, die zur Verbindungslinie der beiden Brennpunkte und zu der dazu senkrechten 2. Achse symmetrisch sind.

Beschreibt man um den Mittelpunkt  $M$  einen Kreis durch beide Brennpunkte, so kann man durch dessen Schnittpunkt mit den Scheiteltangenten und dem Mittelpunkt zwei Gerade ziehen, die sich den Hyperbelzweigen immer mehr nähern, ohne sie je zu erreichen. Sie sind Tangenten am unendlich fernen Punkte der Hyperbel und heißen **A s y m p t o t e n**.

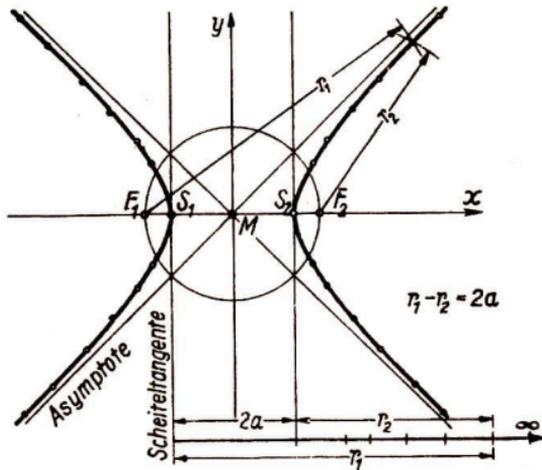


Abb. 70 Hyperbelkonstruktion nach der Definition

### Übungen

22. Eine Stehlampe besitzt einen kegelförmigen Schirm, so daß sie einen Lichtkegel nach unten wirft. Was für Kurven erzeugt dieser Lichtkegel auf den lotrechten Wänden des Raumes?
23. An einer Rundschleifmaschine muß die Reitstockspitze zum Schleifen dünner Wellen abgesetzt werden (Abb. 71). Was für eine Kurve entsteht dabei?

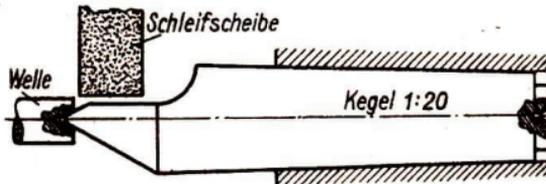


Abb. 71 Abgesetzte Reitstockspitze

24. In Abb. 72 ist ein Würfel in dimetrischer Darstellung gegeben. Diese Darstellungsweise lernen Sie ausführlich im 3. Lehrbrief kennen.

Auf die Würfelseiten sind Kreise gezeichnet. Während auf der dem Beschauer zugekehrten Fläche der Kreis annähernd seine Form beibehält, erscheint er auf den anderen beiden sichtbaren Flächen als Ellipse. Zeichnen Sie diese Ellipsen ein!

(Kantenlänge des Würfels  $s = 50 \text{ mm}$ ,  $a : b : c = 1 : 1 : 0,5$ )

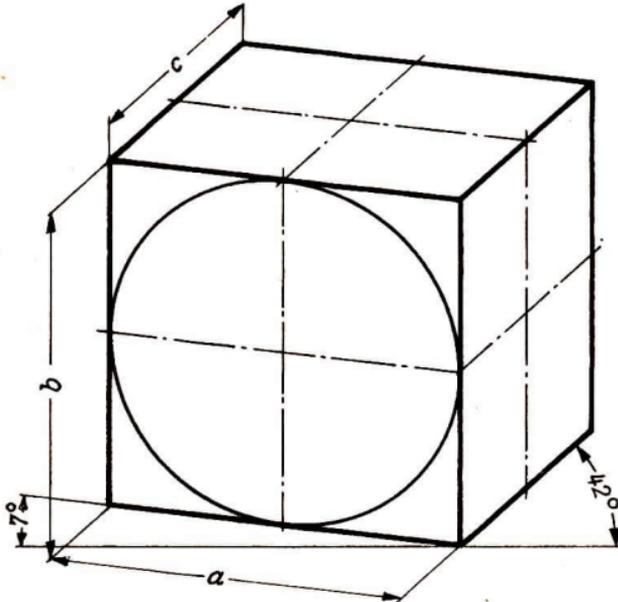


Abb. 72 Würfel in dimetrischer Darstellung  
(Bild 47)

25. In Abb. 73 ist ein Ventilstößel angegeben. Verbinden Sie Teller und Schaft zwischen den Punkten A und B durch Parabeln! Die Sitzflächen verlaufen unter  $45^\circ$ .

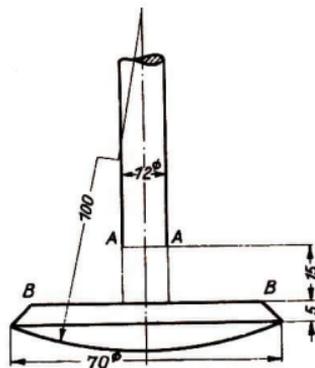


Abb. 73 Ventilstößel  
(Bild 51)

26. Verbinden Sie die Punkte A und B des in Abb. 74 dargestellten Stangenkopfes durch Parabeln!

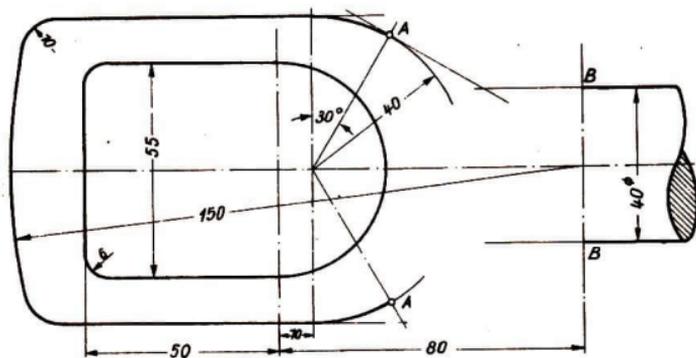


Abb. 74 Stangenkopf  
(Bild 52)

27. Schreiben Sie nach der Anleitung im "Normschrift-Lehrgang" auf Seite 8 von den Buchstaben q, b, p, a, d, g, ä und den dazugehörigen Wörtern je 4 Zeilen mit der 3/4-mm-Plättchenfeder in 6 mm Schrifthöhe und mit der 1/2-mm-Plättchenfeder in 4 mm Schrifthöhe mit Tusche und je 4 Zeilen mit Bleistift in 4 mm Schrifthöhe!

## 6 8. Rollkreiscurven-Konstruktionen

### 8.1 Allgemeine Erklärung der zyklischen Kurven

Wenn ein runder Körper (Walze, Scheibe, Rad) auf einer Bahn rollt, so beschreibt jeder Punkt seines Umfanges eine Kurve, die als R o l l k u r v e bezeichnet wird. Praktische Bedeutung haben vor allem im Maschinenbau für die Konstruktion der Verzahnungskurven folgende Rollkurven:

1. die gemeine Radlinie ( Z y k l o i d e ): Ein Kreis rollt auf einer Geraden.

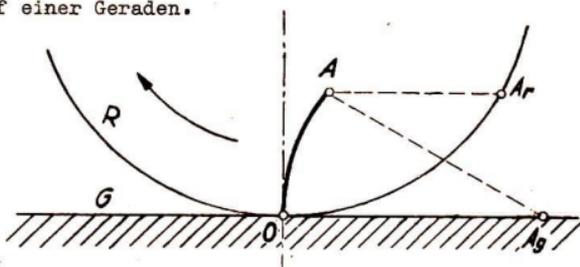


Abb. 75 Zykloide

2. die Aufredlinie ( E p i z y k l o i d e ):  
Ein Kreis rollt auf einem Kreis.

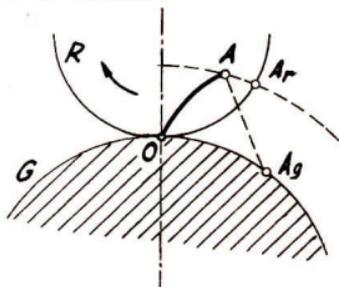


Abb. 76 Epizykloide

3. die Inradlinie (Hypozykloide):  
Ein Kreis rollt in einem Kreis.

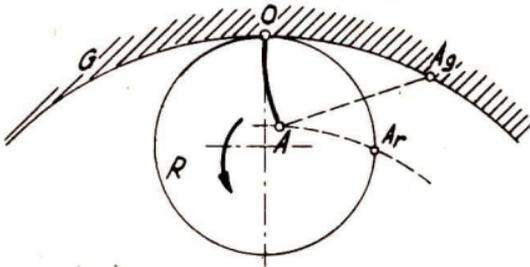


Abb. 77 Hypozykloide

4. die Fadenlinie (Evolvente):  
Eine Gerade wälzt sich auf einem Kreis ab.

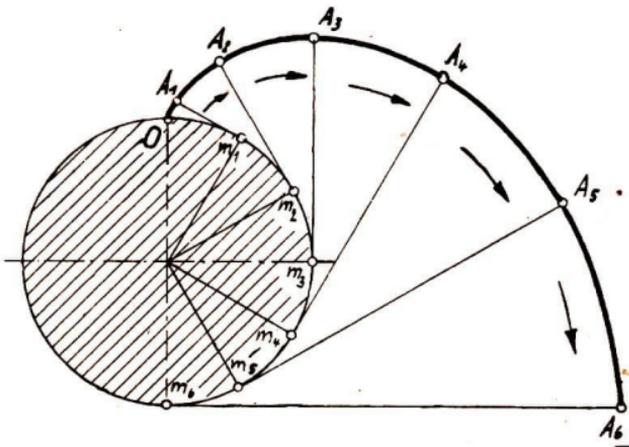


Abb. 78 Kreisevolvente

In den Abbildungen 75 bis 77 haben die Buchstabenbezeichnungen folgende Bedeutung:

- G = feststehender Grundkreis oder Leitlinie
- R = Rollkreis
- O = Ausgangszustand
- A = Ort des Anfangspunktes O des Rollkreises nach einer bestimmten Rollstrecke

Bogen  $\widehat{OA}_r$  = zurückgelegter Weg des Rollkreises nach der bestimmten Rollstrecke

Ag = Auftreffpunkt von Ar nach der bestimmten Rollstrecke auf dem Grundkreis

In Abbildung 78 ist

$$\begin{aligned}\widehat{Om}_1 &= \overline{m_1 A_1} , \\ \widehat{Om}_2 &= \overline{m_2 A_2} \quad \text{usw.}\end{aligned}$$

Weitere Rolllinien, die aber keiner näheren Betrachtung unterzogen werden, sind Rollkurven, die im Inneren oder außerhalb des Rollkreises als verkürzte und verlängerte Rollkurven konstruiert werden, und noch andere Kurven. Da diese Rollkurven in der Praxis aber kaum gebraucht werden, wird auf ihre Behandlung verzichtet. Sollten Sie aber eine derartige Kurve einmal konstruieren müssen, so wird Ihnen dies an Hand eines technischen Hilfsbuches keine Schwierigkeiten bereiten, wenn Sie die hier behandelten Kurven beherrschen.

Der die Kurve erzeugende (rollende) Kreis wird als R o l l k r e i s , die feststehende Gerade als L e i t l i n i e , der feststehende Kreis als L e i t k r e i s oder Grundkreis bezeichnet. Leitlinie und Leitkreis kann man auch als Rollbahn betrachten.

Die Rollkreiskurven spielen bei der Verzahnung eine sehr große Rolle. Heute wird fast ausschließlich die Evolventenverzahnung angewendet. Wir wollen uns deshalb bei der näheren Betrachtung der Rollkreiskurven auf die Evolvente beschränken.

## 8.2 Evolvente

Wir gehen von der Elementardarstellung in Abb. 78 aus und betrachten jetzt Abb. 79.

Denkt man sich den Durchmesser des Rollkreises einer Aufradlinie unendlich groß, dann wird die Kreislinie eine Gerade, d.h., der Rollkreis wird zur Tangente, die sich auf dem Leitkreis abwälzt. Jeder Punkt dieser Geraden erzeugt dabei eine **Kreisevolvente**.

Man erhält die Punkte einer Evolvente, wenn man den Leitkreis in eine (an sich beliebige) Zahl gleicher Teile einteilt, in den Teilpunkten Tangenten an den Leitkreis zieht und auf den Tangenten die entsprechende Zahl Teile abträgt. Ist P der Anfangspunkt, dann entspricht der Bogen  $\widehat{P1}$  der Strecke  $\overline{P1}$ . Beim Abwälzen der Geraden liegt Punkt 1 auf 1', und die Strecke  $\overline{11'}$  entspricht dem Bogen  $\widehat{P1}$ . Punkt I ist also die Lage des Punktes P nach Abwälzen der Geraden um  $1/12$  des Leitkreisumfangs und damit ein Punkt der Evolvente. In gleicher Weise werden deren weitere Punkte II...XII bestimmt.

Die Kreistangenten sind gleichzeitig die **Normalen** der Evolvente in den entsprechenden Punkten. Die Tangente in 7' ist z.B. die Normale in VII. Die Schnittpunkte der Normalen sind die Krümmungsmittelpunkte der Evolvente.

Die Evolvente erzeugen Sie, wenn Sie einen Faden um eine Scheibe legen und diesen festhalten. Der Endpunkt P (Bleistift) zeichnet dann beim Abwickeln des straff gespannten Fadens die Evolvente (Fadenlinie).

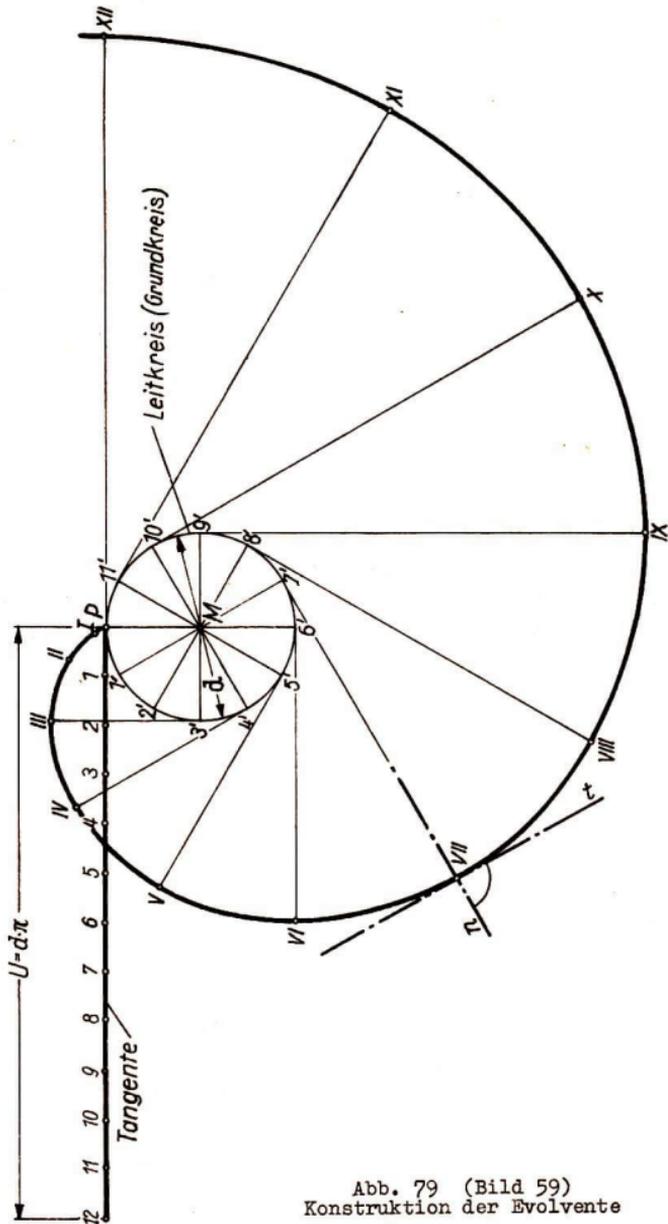


Abb. 79 (Bild 59)  
Konstruktion der Evolvente

### 8.3 Konstruktion der Evolventenverzahnung

Ein Zahnrad hat allgemein das Aussehen nach Abb. 80 (Stirnrad)

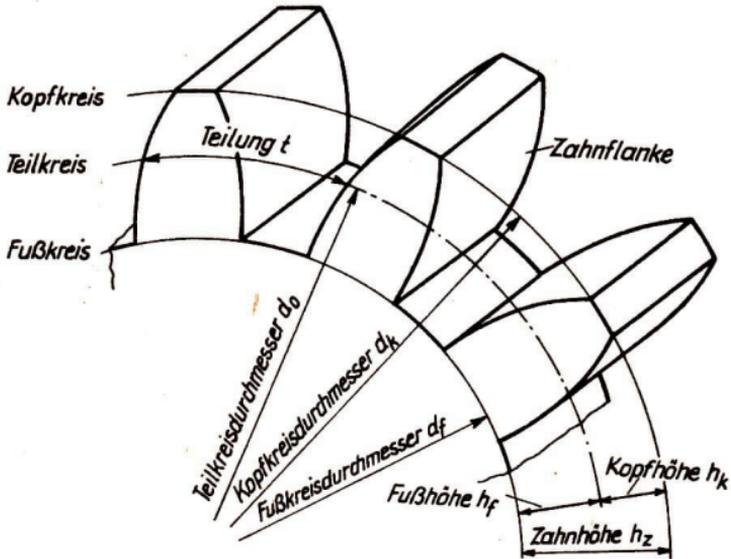


Abb. 80 Zahnradbezeichnungen

Das Verhältnis  $\frac{t}{\pi}$  ist der Modul  $m$

Der Teilkreisdurchmesser  $d_o$  wird errechnet aus

$$d_o = z \cdot m \quad (z = \text{Zähnezahl})$$

Zahnkopfhöhe ist allgemein  $h_k = m$

Zahnfußhöhe ist allgemein  $h_f = \frac{7}{6} \cdot m$

Die Zahnflanke ist ein Teil einer Evolvente, deren Konstruktion jetzt gezeigt wird (Abb. 81).

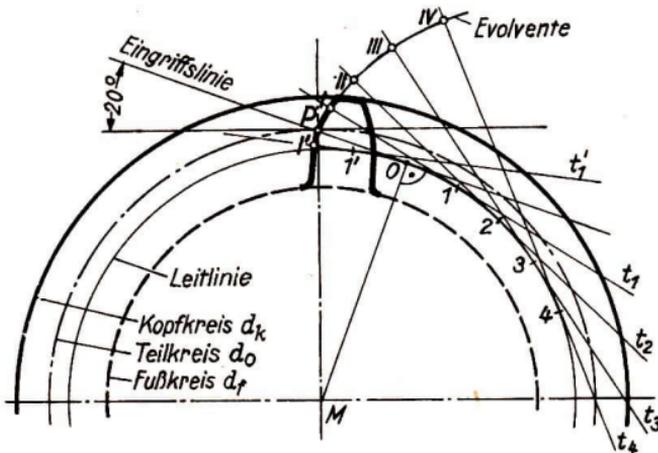


Abb. 81 Konstruktion der Evolventen-Zahnflanke  
(Bild 60)

$$\begin{aligned}
 z &= 16 & m &= 8 \\
 d_o &= m \cdot z = 128 \text{ mm} \\
 d_k &= m \cdot (z + 2) = 144 \text{ mm} \\
 d_f &= m \cdot (z - 2,332) = 109,34 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Von dem auf dem Teilkreis liegenden Punkt P aus wird unter dem genormten Eingriffswinkel  $20^\circ$  die sogenannte Eingriffslinie gezeichnet. Vom Mittelpunkt M des Teilkreises wird auf die Eingriffslinie das Lot gefällt; sein Fußpunkt ist O. Um M wird mit dem Radius MO der Leitkreis für die Evolvente gezogen. Auf dem Leitkreis werden in gleichen, beliebig großen Abständen die Teilpunkte 1, 2, 3 in der einen und der Punkt 1' in der anderen Drehrichtung festgelegt. Durch diese Punkte werden die Tangenten  $t_1, t_2, t_3$  und  $t_1', t_2', t_3'$  an den Leitkreis konstruiert.

Dann wird von 1 aus auf  $t_1$  die Entfernung  $\overline{OP} + \overline{O1}$  abgetragen,  
 von 2 aus auf  $t_2$  die Entfernung  $\overline{OP} + 2 \cdot \overline{O1}$ ,  
 von 3 aus auf  $t_3$  die Entfernung  $\overline{OP} + 3 \cdot \overline{O1}$ ,

von  $1'$  aus auf  $t_1'$  die Entfernung  $\overline{OP} - \overline{O'P'}$  usw.

Man erhält dadurch die Evolventenpunkte I, II, III ... und I'... Zwischen Leitkreis und Fußkreis wird die Flanke als Tangente an die Evolvente im Punkt I' weitergeführt. Am Fußkreis wird sie gerundet.

Als Näherung kann zwischen Fuß- und Kopfkreis um O mit Radius OP ein Bogen geschlagen werden.

#### Übungen

28. Ein Kreis mit dem Radius  $r = 40$  mm rollt auf einem Kreis vom gleichen Radius ab, ohne zu gleiten. Stellen Sie die Aufradlinie her! Sie heißt **H e r z l i n i e** oder **K a r d i o i d e**.

29. Zeichnen Sie ein Zahnrad mit Evolventenverzahnung bei:  
Zähnezahl 15, Modul 12, Eingriffswinkel  $20^\circ$ ,  
Zahnkranzdurchmesser 127 mm, Nabendurchmesser 60 mm,  
Bohrungsdurchmesser 30 mm, Keilnutbreite 10 mm,  
Keilnuthöhe (Bohrung + Keilnut) 35 mm.

#### Lösungen

5. a) Lösung Abb. 82

Konstr.-Beschreibung:

Die Längen von Gegen- und Ankathete im rechtwinkligen Dreieck erhalten Sie nach folgender Beziehung:

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Aus der Tabelle der Winkelfunktionen entnehmen Sie den Wert

$$\tan 36^\circ = 0,727 = \underline{\underline{0,727}}$$

Wird dieser Bruch mit 100 erweitert, so ergeben sich

$$\text{Gegenkathete } \overline{BC} = 72,7 \text{ mm}$$

$$\text{Ankathete } \overline{AB} = 100 \text{ mm}$$

Die Ankathete wird als Schenkel  $\overline{AB}$  des gesuchten Winkels von  $36^\circ$  aufgezeichnet. Die Gegenkathete mit  $72,7$  mm Länge wird in  $B$  senkrecht zu  $\overline{AB}$  errichtet. Es ergibt sich der Endpunkt  $C$ .  $\overline{AC}$  ist der zweite Schenkel des gesuchten Winkels  $\angle BAC \approx 36^\circ$ .

b) Lösung Abb. 83

Konstr.-Beschreibung

Der Kreis von  $360$  mm Umfang hat den Radius

$$r = \frac{U}{2 \cdot \pi} = \frac{360 \text{ mm}}{2 \cdot 3,14} = 57,3 \text{ mm} \approx 58 \text{ mm}$$

Man zeichnet einen Schenkel des gesuchten Winkels. Um den Scheitel  $A$  wird mit  $r = 58$  mm ein Bogen geschlagen. Er schneidet den Schenkel in  $P$ . Um  $P$  wird mit  $r = 36$  mm ( $1 \text{ mm} = 1^\circ$ ) ein weiterer Bogen geschlagen, der den ersten Bogen in  $C$  schneidet.  $\overline{CA}$  ist der zweite Schenkel des gesuchten angenäherten Winkels von  $36^\circ$ .

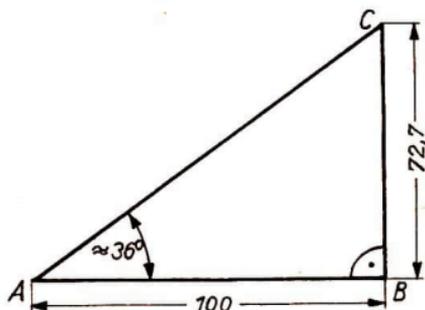


Abb. 82 Mit Hilfe des Tangenswertes  
(Bild 73) gezeichneter Winkel

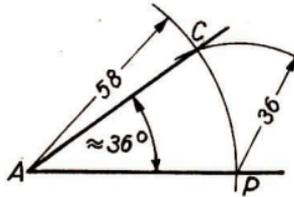


Abb. 83 Mit Hilfe eines Kreises von 360 mm  
(Bild 74) Umfang gezeichneter Winkel

6. Lösung Abb. 84

- a) treibende Scheibe: Umschlingungswinkel =  $180^\circ + 2.8^\circ = 196^\circ$   
getriebene Scheibe: Umschlingungswinkel =  $180^\circ - 2.8^\circ = 164^\circ$

Der Winkel zwischen den senkrechten Mittellinien und den Normalen zu den Tangenten wurde durch Messung ( $8^\circ$ ) festgestellt.

- b) Die Länge der Tangenten beträgt in der Zeichnung  $t_a \approx 49,5$  mm, das entspricht einem Abstand der Berührungspunkte von 990 mm.

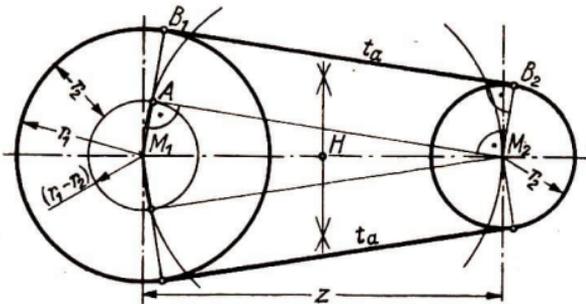


Abb. 84 Transmission (äußere Tangenten  
(Bild 75) an zwei Kreise) M 1 : 20

7. Lösung Abb. 85

$$\text{Umschlingungswinkel} = 180^\circ + 2.33^\circ = 246^\circ$$

Die Winkelmessung zwischen senkrechter Mittellinie und Normale zur Tangente ergab  $33^\circ$ .

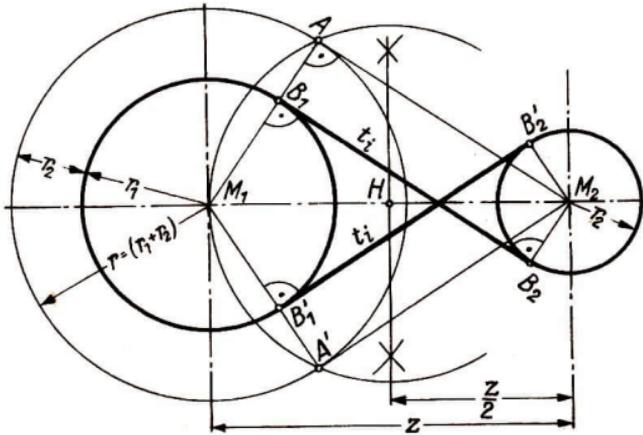
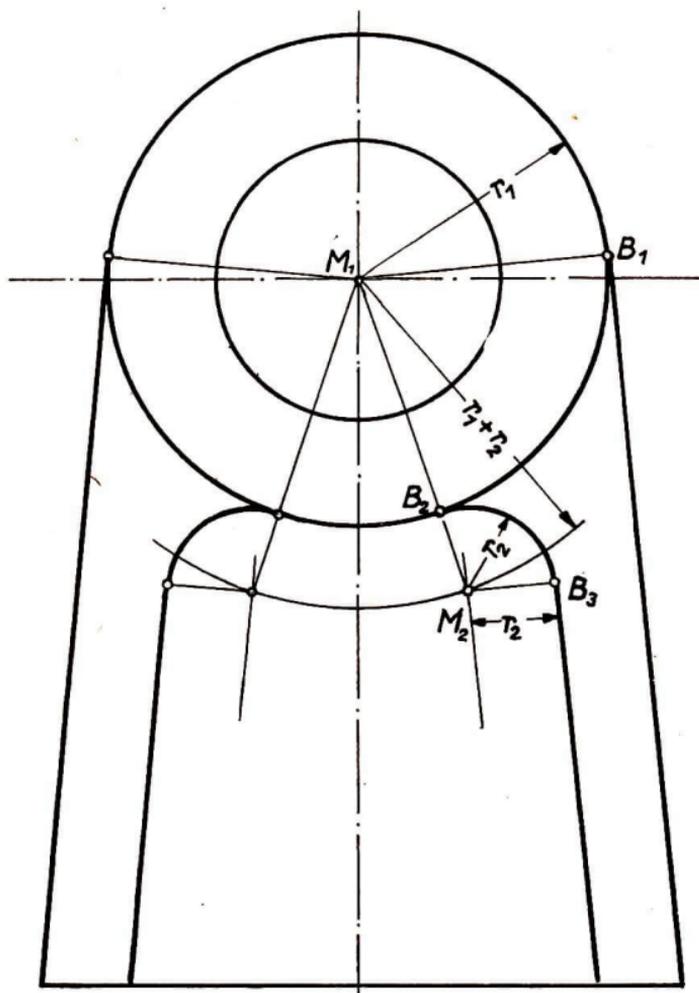


Abb. 85 Transmission (innere Tangenten  
(Bild 76) an zwei Kreise) M 1 : 20

8. Siehe Normschriftlehrgang



(Die Originalzeichnung hat die Größe DIN A4)

10. a)  $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$

b) Lösung Abb. 87

Konstr.-Beschreibung:

Die Parallelen zu den Winkelschenkeln im Abstand von  $r = 25 \text{ mm}$  schneiden sich in M. Punkt M ist der Mittelpunkt des Anschlußbogens.

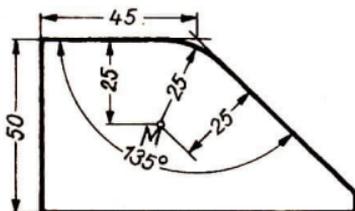


Abb. 87 Blechsablone  
(Bild 78)

11. Lösung Abb. 88

$B_1$  und  $B_2$  liegen auf den Verlängerungen von  $MM_1$  und  $MM_2$  über  $M_1$  und  $M_2$  hinaus.

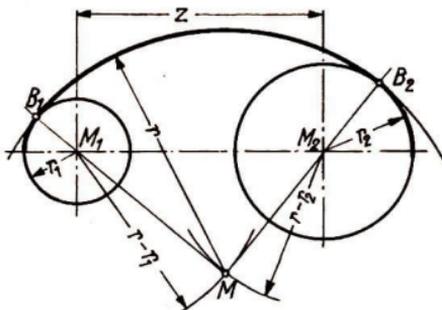


Abb. 88. Zwei Kreise, von einem dritten umhüllt  
(Bild 80)

12. Lösung Abb. 89

Konstr.-Beschreibung:

Zuerst werden alle Mittellinien gezeichnet: Mittellinie der Rohrleitung, senkrecht dazu eine Mittellinie, auf der im Abstand  $a = 270 \text{ mm} : 5' = 54 \text{ mm}$   $M_1$  als Mittelpunkt des Ausgleichbogens festgelegt wird.

Um  $M_1$  wird mit  $r_1 = 185 \text{ mm} : 5 = 37 \text{ mm}$  die Mittellinie des Ausgleichbogens geschlagen. Die Mittelpunkte der kleinen Anschlußbogen werden durch die Parallele zur Rohrleitungsmittellinie im Abstand  $r_2 = 100 \text{ mm} : 5 = 20 \text{ mm}$  und den Bogen um  $M_1$  mit  $r_1 + r_2$  gefunden. Zum Zeichnen der Rohrleitung werden zur Mittellinie beiderseits im Abstand

$\frac{d}{2} = \frac{80 \text{ mm}}{2 \cdot 5} = 8 \text{ mm}$  gezogen: um  $M_2$  und  $M_3$  Bogen mit  $(r_2 + 8 \text{ mm})$  und  $(r_2 - 8 \text{ mm})$  und um  $M_1$  mit  $(r_1 + 8 \text{ mm})$  und  $(r_1 - 8 \text{ mm})$ .

$B_1$  liegt auf  $M_1 M_2$ .  $B_2$  ist Fußpunkt des Lotes von  $M_2$  auf die Mittellinie der Rohrleitung. Die Entfernung der Endflansche der geraden Rohrleitung beträgt lt. Messung  $c = 91 \text{ mm} \cdot 5 = 455 \text{ mm}$ .

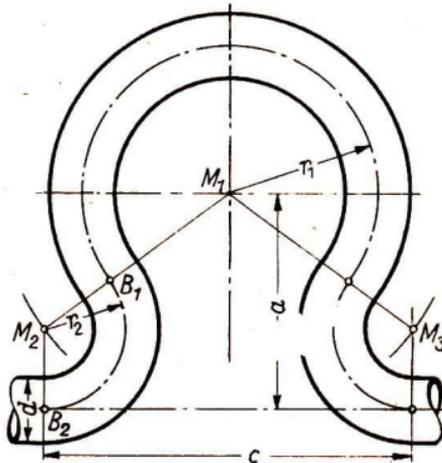


Abb. 89 Konstruktion eines  
(Bild 81)Dehnungsrohres M 1:2

13. a) Lösung Abb. 90

Konstr.-Beschreibung:

Um den Inkreis von  $d_2 = 60$  mm (Mittelpunkt  $M_1$ ) wird ein gleichseitiges Dreieck konstruiert (vgl. Vorbereitungsmaterial Mathematik), dessen Winkelhalbierende sich in  $M_1$  schneiden.

- b) Die Schnittpunkte der Winkelhalbierenden mit dem Kreis mit  $d_1 = 80$  mm sind die Mittelpunkte M der Abrundungsbogen ( $r = 10$  mm) und Schraubenlöcher ( $d = 10$  mm).
- c) Die Berührungspunkte ergeben sich durch Lote von M auf die Dreieckseiten.
- d) Die Dreieckseiten werden gemessen:  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} \approx 104$  mm

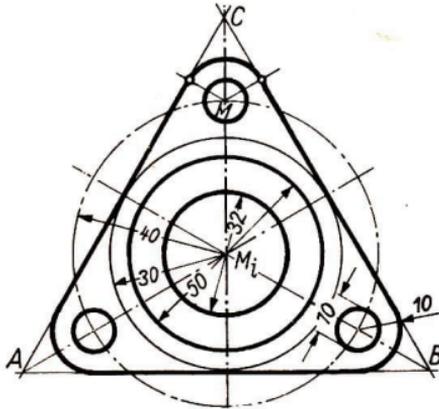


Abb. 90 Dreieckflansch M 1:2  
(Bild 85)

14, Lösung Abb. 91

Die Mittellinien der Nuten finden Sie durch Verbinden der Eckpunkte eines regelmäßigen Zehnecks mit dem Mittelpunkt der Nutenscheibe (in Abb. 91 nicht dargestellt!).

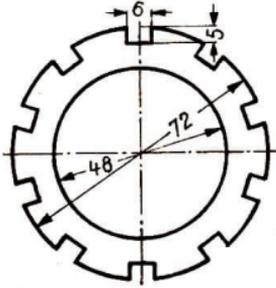


Abb. 91 Nutscheibe M 1:2  
(Bild 87)

15. Lösung Abb. 92

Die vom Außendurchmesser für die Zahntiefe  $t = 5$  mm nach dem Mittelpunkt verlaufenden Kanten liegen auf den Verbindungslinien der Eckpunkte eines regelmäßigen Vierzehnecks mit dem Mittelpunkt des Sperrades.

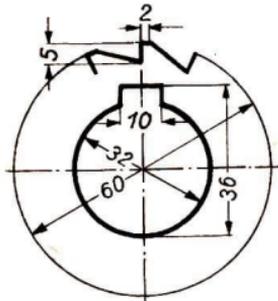
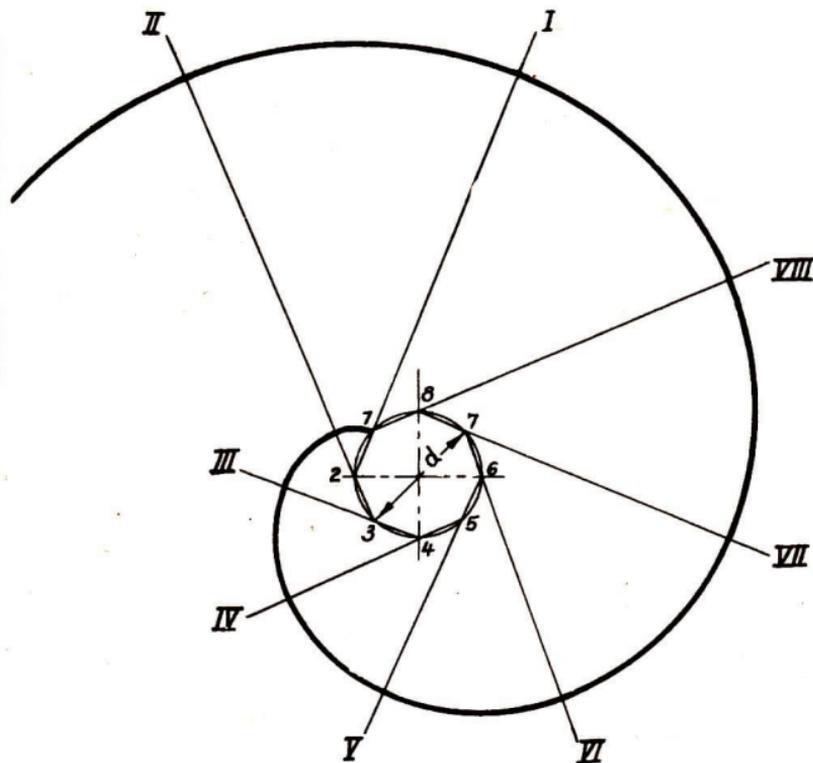


Abb. 92 Sperrad  
(Bild 88)



(Die Originalzeichnung hat die Größe DIN A4)

17. Lösung Abb. 94

Die verlangte Näherungskonstruktion (h gegeben) ist nur mit Hilfe eines Sechsecks zu lösen, da hier der Radius des Umkreises gleich der Seitenlänge und damit gleich dem Ausgangsradius ist.

$$r = s = \frac{h}{6} = \frac{72 \text{ mm}}{6} = 12 \text{ mm}$$

Die Numerierung der Eckpunkte ist im Uhrzeigersinn vorzunehmen, da die Spirale rechtsläufig sein soll. Die Seiten werden wie folgt verlängert:

$\overline{12}$  über 1 hinaus als Strahl I usw.

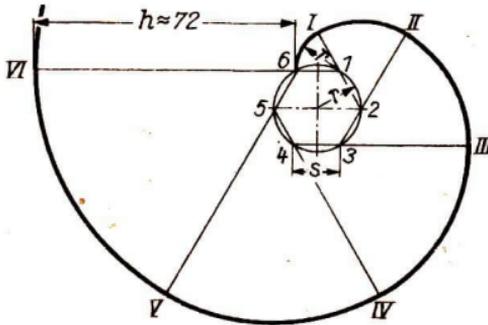
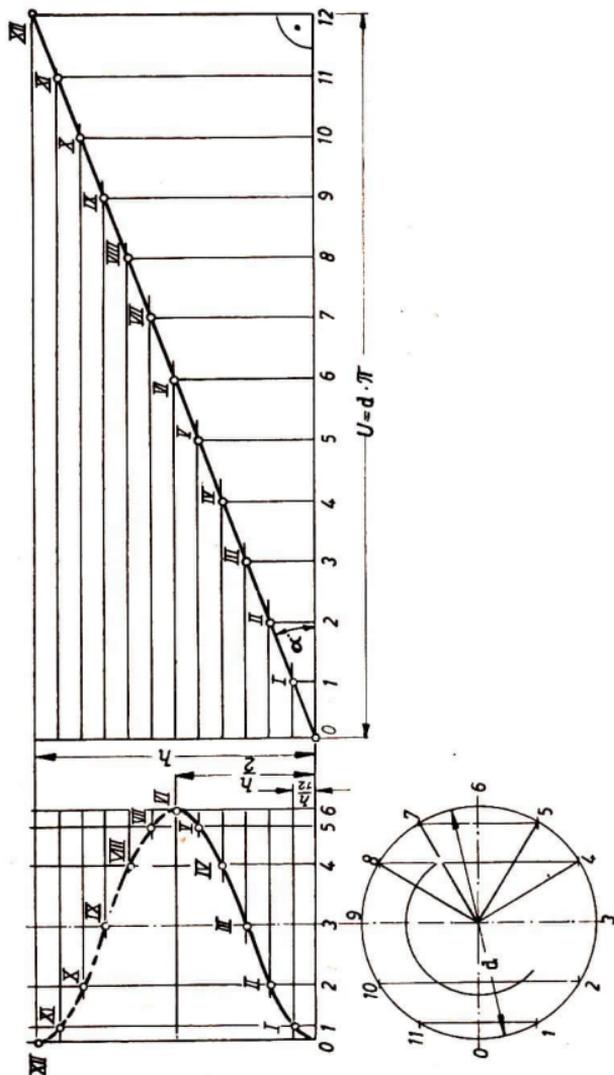
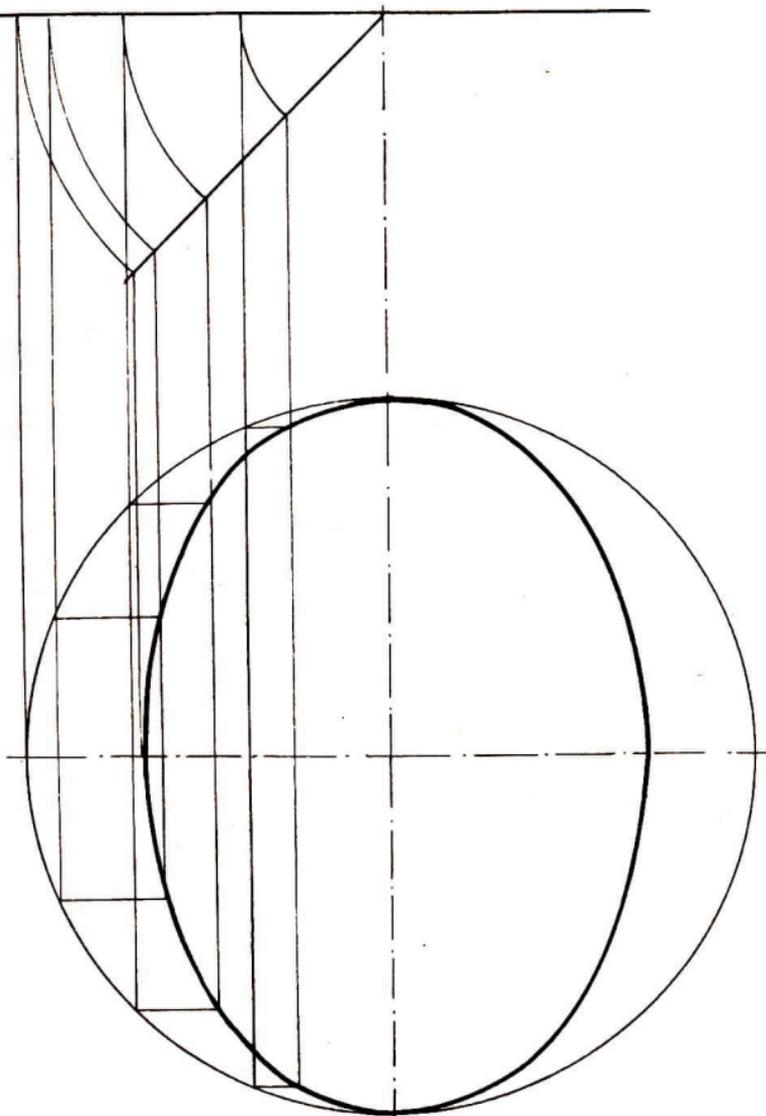


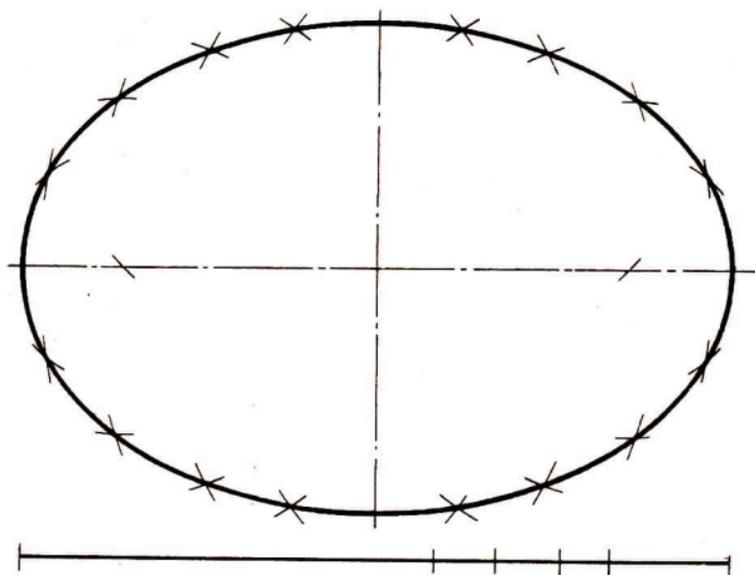
Abb. 94 Rechtsläufige archimedische Spirale  
(Bild 90) M 1 : 2



(Die Originalzeichnung hat die Größe DIN A4)



(Die Originalzeichnung hat die Größe DIN A4)



(Die Originalzeichnung hat die Größe DIN A4)

20. Lösung Abb. 98

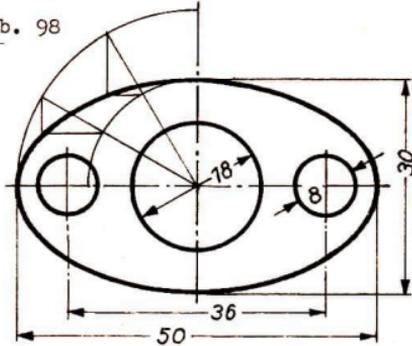


Abb. 98 Flansch  
(Bild 91)

21. Siehe Normschrift-Lehrgang!
22. Der Lichtkegel erzeugt Hyperbeln.
23. Die Schnittebene liegt parallel zur Mittellinie. Es entsteht demzufolge eine Hyperbel.
24. Lösung siehe Abb. 99.

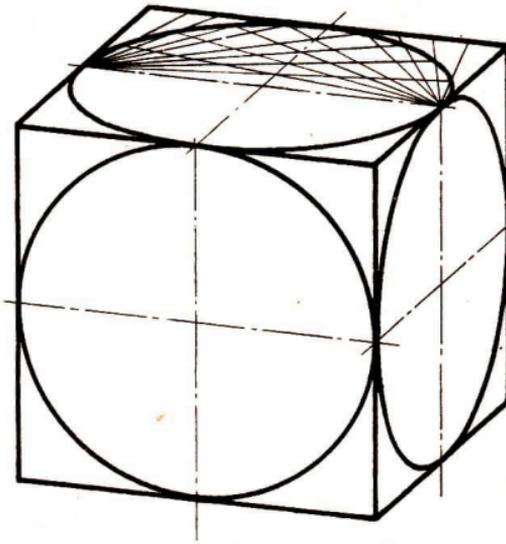


Abb. 99 Würfel in dimetrischer Darstellung  
(mit Kreisen auf den Flächen)

25. Lösung Abb. 100  
Konstr.-Beschreibung

Der Stößel wird nach den in Abb. 73 angegebenen Maßen aufgezeichnet. Zur Konstruktion der Übergangsparabeln werden die Lote von A auf  $\overline{BB}$  und die Waagerechten von den beiden Punkten B bis zum Fußpunkt der Lote - das heißt also die Tangenten der Parabeln - in die gleiche Anzahl Teile geteilt. Die Anzahl ist beliebig, 4 bis 6 geben genügend Genauigkeit. Die Teilpunkte werden im gleichen Umlaufsinn nummeriert. Gleich nummerierte Teilpunkte verbinden Sie miteinander (1 mit 1', 2 mit 2' usw.). An die Schnittpunkte dieser Verbindungslinie zeichnen Sie die Parabel als Hüllkurve (vgl. Abb. 69). Die Berührungspunkte A und B waren gegeben.

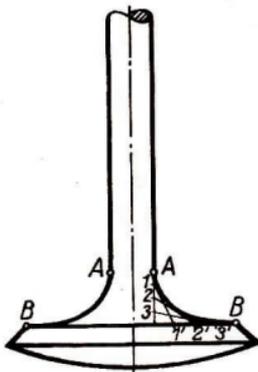


Abb. 100 Ventilstößel  
(Bild 93) M 1 : 2

26. Lösung Abb. 101  
Konstr.-Beschreibung:

Die Aufzeichnung des Stangenkopfes nehmen Sie nach den gegebenen Maßen vor. Als Tangenten der gesuchten Parabeln erhalten Sie

die Tangenten durch A an den Bogen mit  $r = 40$  mm und die Verlängerung der Stangenkonturen über B hinaus.

Die Parabelkonstruktion erfolgt wie in Lösung 25.

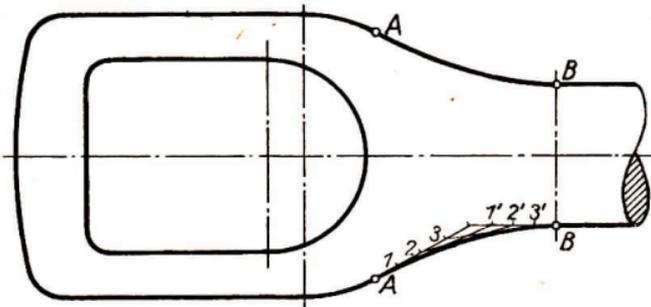


Abb. 101 Stangenkopf  
(Bild 94) M 1 : 2

27. Siehe Normschrift-Lehrgang!

28.

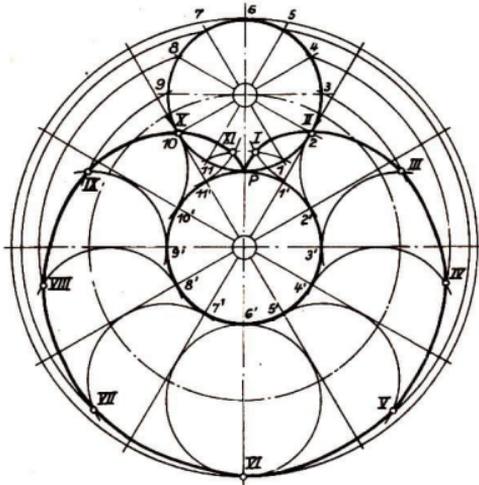


Abb. 102 Kardioiden  
(verkleinerte Wiedergabe)

29. Siehe Abb. 103

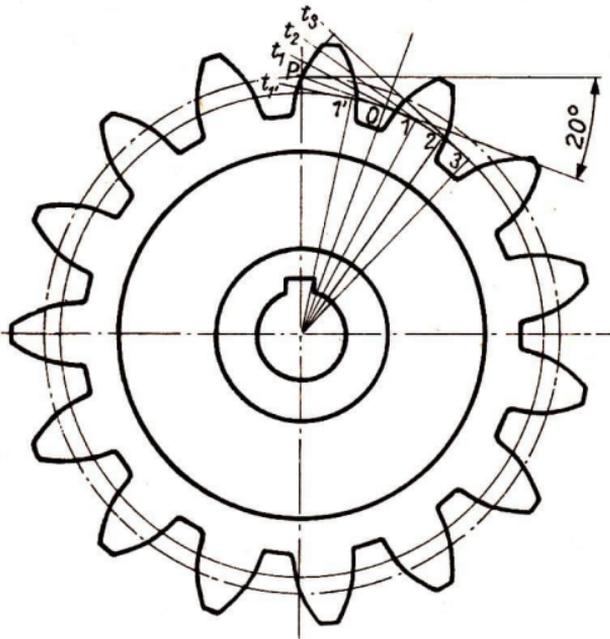


Abb. 103 Zahnrad mit Evolventenverzahnung  
M 1 : 2,5

Literatur- und Quellennachweis

Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 2 "Geometrische Grundkonstruktionen"

von Oskar Sachs, Dresden;

5. Auflage;

Herausgeber: Zentralabteilung Fachschul-Fern- und -Abendstudium des Schwermaschinenbaues, Dresden

Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 3 "Geometrische Kurvenkonstruktionen" von Oskar Sachs, Dresden;

Herausgeber: Zentralabteilung Fachschul-Fern- und -Abendstudium des Schwermaschinenbaues, Dresden

Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 3 "Projektionslehre" von Helmut Schubert, Leipzig;

Herausgeber: Ingenieurschule für Gastechnik, Markkleeberg

Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 4 "Projektionszeichnen" von Helmut Schubert, Leipzig;

Herausgeber: Ingenieurschule für Gastechnik, Markkleeberg

Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 5 "Körperschnitte, Durchdringungen und Abwicklungen"

von Helmut Schubert, Leipzig;

Herausgeber: Ingenieurschule für Gastechnik, Markkleeberg

Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 3

von Herbert Riesel;

Herausgeber: Zentralabteilung Fachschul-Fern- und -Abendstudium des Maschinenbaues, Dresden

"Normschrift-Lehrgang zum Selbststudium" von Schubert;  
Fachbuchverlag Leipzig

Rabe/Steinke, "Das Technische Zeichnen", 5. Auflage;  
Fachbuchverlag, Leipzig

Bachmann, "Technisches Zeichnen", 7. Auflage, 1949;  
B.G. Teubner, Verlagsgesellschaft, Leipzig

Röger/Richter, "Technisches Zeichnen für Bergingenieurschulen";  
Fachbuchverlag, Leipzig

DIN Taschenbuch 2 "Zeichnungsnormen";  
Beuth-Vertrieb GmbH., Berlin und Köln

Quellennachweis der Abbildungen

- Abbildungen 17, 18, 20, 24, 25, 26  
aus Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 2
- Abbildungen 33 bis 36, 42, 43, 45, 46, 54 bis 57, 61, 64,  
68, 69, 71, 73, 74, 93, 95, 97, 102  
aus Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 3
- Abbildungen 48 bis 53, 62, 63  
aus Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 4
- Abbildungen 38 bis 41, 44  
aus Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 5
- Abbildungen 7, 8, 19, 21, 22, 27, 30, 31, 37, 60, 66,  
81 bis 85, 87 bis 92, 94, 98 bis 101  
aus Lehrbrief "Technisches Zeichnen" 3  
von Herbert Riesel
- Abbildung 80  
aus Lehrbrief "Technisches Zeichnen" K 8

Alle hier nicht aufgeführten Abbildungen stammen im Entwurf vom Autor. Sämtliche Abbildungen sind von der Zentralstelle für Fernstudium, Zwickau, klischierfähig gestaltet worden.

