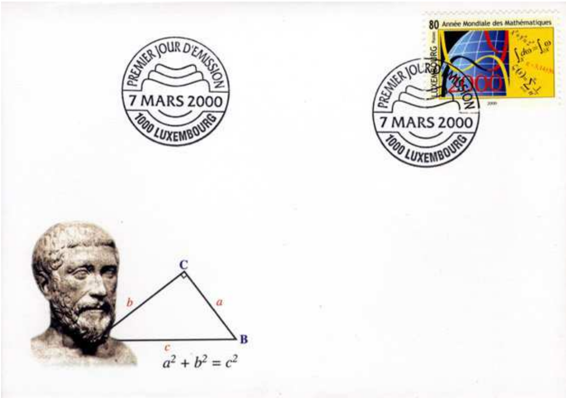
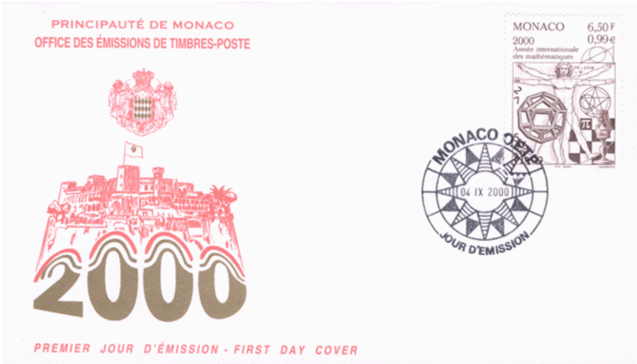
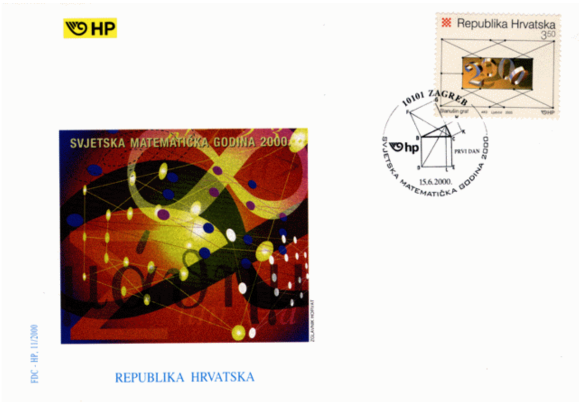
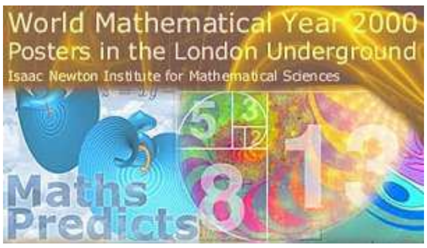
Jahr der Mathematik 2000

Am 6. Mai 1992 erklärte die Internationale Mathematische Union (IMU) in Rio de Janeiro das Jahr 2000 zum Internationalen Jahr der Mathematik.
In dieser Erklärung von Rio werden drei Ziele gesetzt: den großen Herausforderungen und Veränderungen des 21. Jahrhunderts zu begegnen, die Mathematik als Schlüssel für Entwicklungen zu sehen und das allgemeine Bild der Mathematik zu verbessern.
Die UNESCO hatte auf ihrer 29.Generalkonferenz im Jahre 1997 diese Initiative der IMU willkommen geheißen und innerhalb ihres Netzwerkes Aktivitäten gesetzt, um die Mathematik auf allen Ebenen weltweit zu fördern. Auf Anregung der "Mathematischen Gesellschaft von Luxemburg" hin hatte die UNESCO die Patenschaft über dieses Jahr übernommen. Das Internationale Mathematische Jahr 2000 wurde von Postdirektionen weltweit (u.a. Argentinien, Belgien, Italien, Luxemburg, Spanien, Kroatien, Monaco, Ungarn, Tschechien, Slowakei, Grenada, Tadschikistan und viele andere mehr) zum Anlass genommen, spezielle Sonderbriefmarken zu verausgaben. In Deutschland erschien weder eine Sonderbriefmarke, noch wurde das Internationale Mathematische Jahr von verantwortlichen Politikern oder den Medien erwähnt.









Maths Goes Underground

Im Rahmen des Internationalen Jahres der Mathematik 2000 wurde durch das "Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences" Cambridge in London eine besondere Aktivität "Maths Goes Underground" durchgeführt.
Das ganze Jahr über wurden monatlich wechselnd in den Zügen der Londoner U-Bahn Poster zu mathematischen Themen gezeigt. Dabei wurde vor allem Wert gelegt auf die Anwendung der Mathematik in allen Bereichen der Wissenschaften, Kultur und des täglichen Lebens. Alle Poster wurden von © Andrew D.Burbanks entworfen.
siehe http://www.newton.cam.ac.uk/wmy2kposters/

Abbildung: Januar - Fibonacci-Zahlen

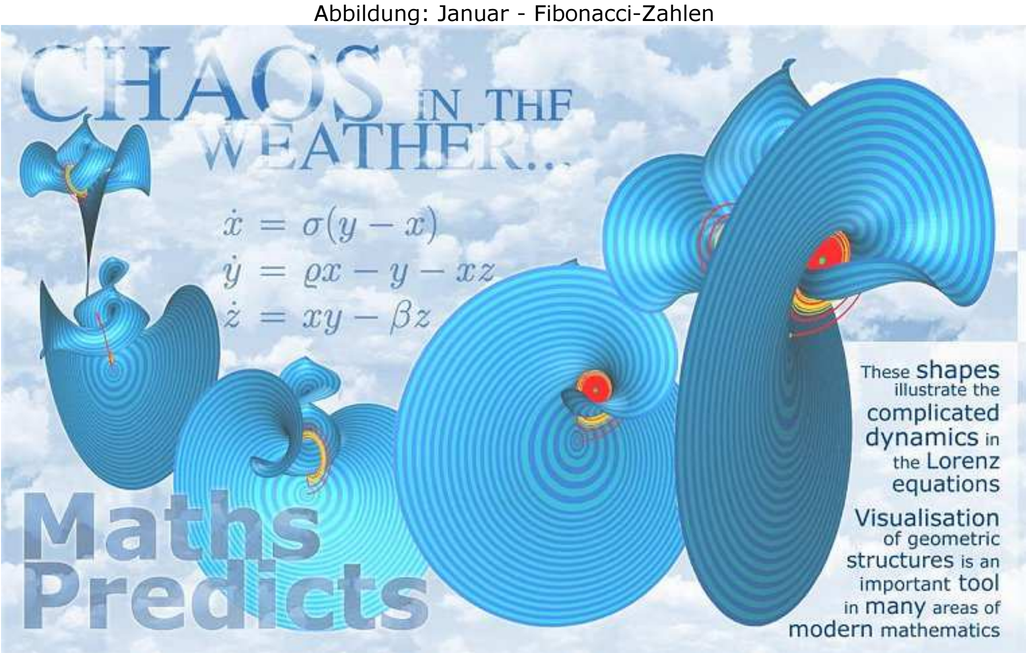


Abbildung: März - Lorenz-Attraktor

Abbildung: Juli - Geburtstagsproblem

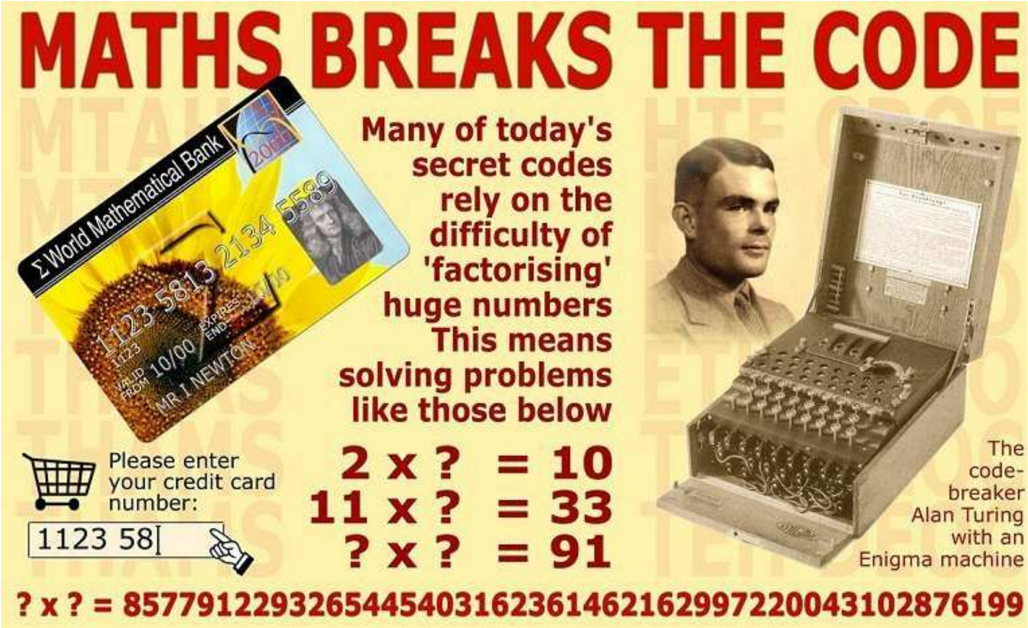


Abbildung: Oktober - Kodierung

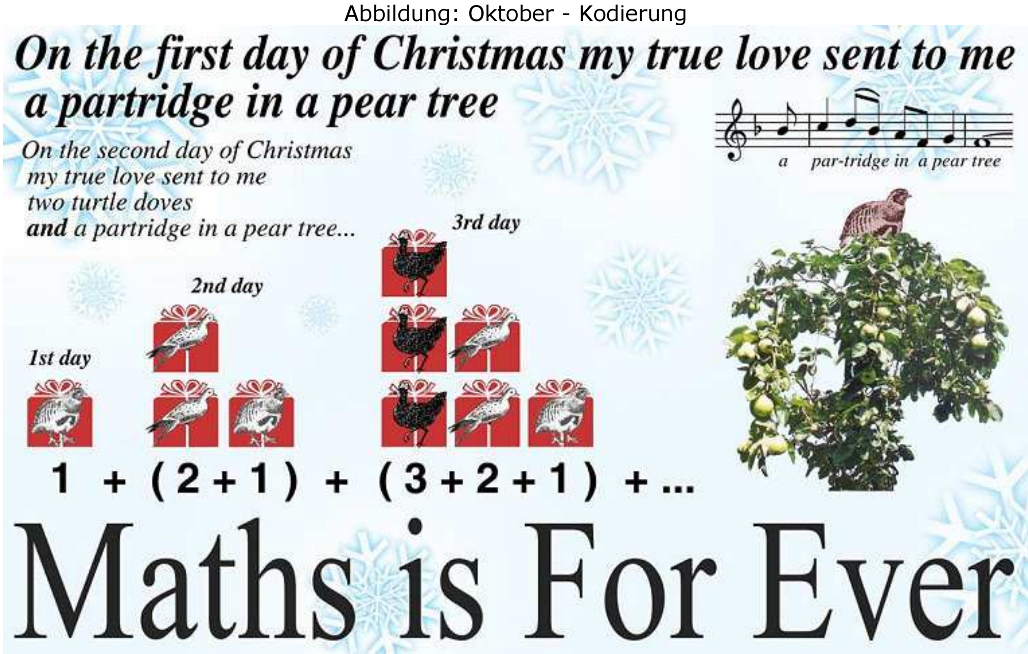
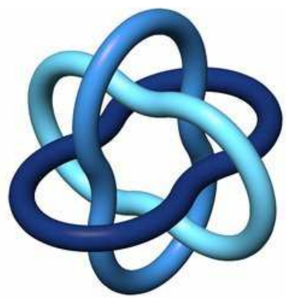


Abbildung: Dezember - Zahlenfolgen und Musik

Ähnliche Aktionen fanden auch in Frankreich, Kanada, Spanien, … statt.
In Turin wurden sogar die Straßenbahnen mit einem neuen Anstrich versehen!
Abbildung: Turiner Straßenbahn

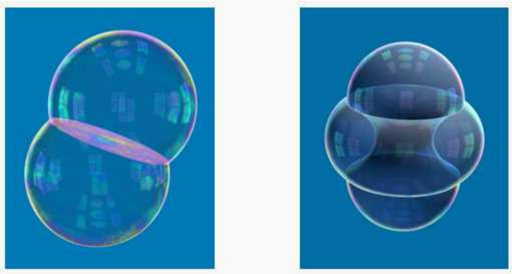
Internationaler Mathematikkongress 2006



Zur Eröffnung des Internationalen Mathematikerkongresses 2006 (ICM 2006) in Madrid am 22.August 2006 wurde das neue Logo der Internationalen Mathematischen Union IMU vorgestellt.
Das Logo gestaltete John Sullivan, Professor für mathematische Visualisierung an der Technischen Universität Berlin.

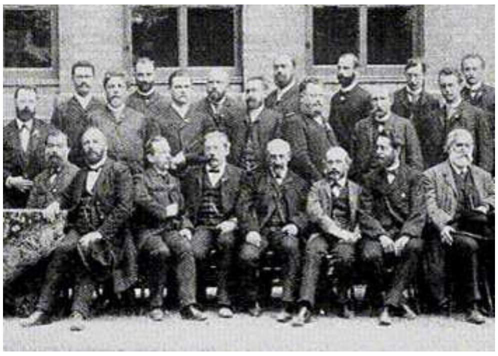
Grundlage des Bildes sind die borromäischen Ringe, sehr interessante Gebilde der Topologie. Die borromäischen Ringe bestehen aus 3 Ringen, deren Konstruktion in der Realität aber nicht möglich ist.

Zum ICM 2006 veröffentlichte die spanische Post auch eine sehr schöne Briefmarke mit mathematischen Motiven.



11.Berliner Tag der Mathematik 2006

Das diesjährige Plakat zum Tag der Mathematik zeigt eine von Prof. John Sullivan (TU Berlin) mit dem Computer erstellte Grafik.
Wenn Seifenblasen gebildet werden, so sorgt die Oberflächenspannung dafür, dass die Oberfläche der Seifenblase minimiert wird, während das Volumen natürlich gleich bleibt. Für eine Blase ergibt sich daher eine Kugel, für viele Blasen ein zunächst unübersichtlicher Schaum.
Wenn man sich solch einen Schaum ansieht, so findet man zwei prinzipielle Sorten von Seifenwänden: Die inneren, die zwei Schaumzellen voneinander trennen, und die äußeren, die den Schaum von der restlichen Umgebung trennen. Daher ist die Gesamtoberfläche der Seifenhaut zweier aneinanderstoßender Kugeln wie im linken Bild kleiner als die, die man für zwei einzelne Kugeln, die entsprechende Volumina haben, bräuchte. Die "innere Wand" wird doppelt verwendet und spart so Oberfläche ein. Könnte es sein, dass man noch weniger Fläche benötigt, wenn man die Kugeln ganz geschickt miteinander verknotet? Das Plakat und das Bild rechts zeigen ein Beispiel einer anderen Verknotung. Die eine Kugel wurde zu einem Ring umgeformt und wie ein Rettungsring über die andere geschoben. Für dieses Beispiel kann man, mit einiger Rechnerei, zeigen, dass es mehr Gesamtfläche benötigt als die double bubble im linken Bild.



Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV)

Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV) wurde 1890 in Bremen gegründet. Sie dient zur Förderung der mathematischen Wissenschaft und deren Anwendungen. Außerdem vertritt sie die wissenschaftlichen Interessen ihrer Mitglieder.

Die Gründung der DMV erfolgte, nachdem in anderen Ländern schon Mathematikervereinigungen entstanden waren.
Zuerst wurde 1864 die russische Organisation "Moskowskoe Matematitscheskoe Obedinenie" gegründet; später die "London Mathematical Society" (1865), die "Societé Mathematique de France" (1872) und die "New York Mathematical Society" (1888).

Im 19.Jahrhundert waren die deutschen Mathematiker anfangs in der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte vertreten. 1867 machte Clebsch den ersten Versuch zur Gründung einer eigenen Vereinigung, 1889 Georg Cantor einen weiteren Versuch. Cantor überwand alle Hindernisse und Zweifel seiner Kollegen. Am 18.September 1890 wurde die DMV gegründet.
Auf dem ersten Jahrestag der DMV 1891 in Halle wurden die Statuten vorbereitet und eine Geschäftsordnung verabschiedet.
Die DMV hatte eine hohe internationale Anziehungskraft und Akzeptanz. Die Mitglieder stammten um die Jahrhundertwende nicht nur aus Deutschland, sondern aus vielen Ländern der Erde.
Nach 1933 verlor der DMV seine internationale Bedeutung. Im faschistischen Deutschland wurden eine Vielzahl bedeutender Mathematiker aus politischen und ideologischen Gründen verfolgt und ermordet.

DMV

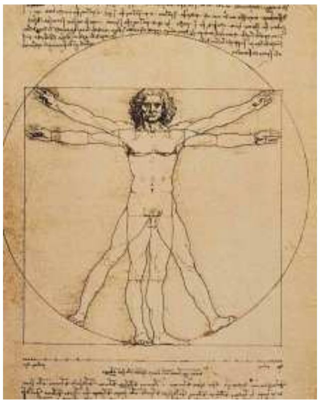
Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung vertritt die Belange von Mathematikern in Deutschland. Zu den Zielen gehört die Unterstützung von Forschung, Lehre und Anwendungen der mathematischen Wissenschaft. Der Verband will außerdem Mathematik einer breiten Öffentlichkeit nahebringen.
Sitz des Vereins ist Tübingen. Präsident der DMV ist 2014 Jürg Kramer.
Nach dem 2.Weltkrieg versuchte Erich Kamke eine Neugründung der DMV. Die Forderung, dass ehemalige NSDAP-Mitglieder keine Ämter mehr in der DMV wahrnehmen dürfen, scheiterte. Die Neugründung fand im September 1946 statt. Von 1961 bis 1990 waren DDR-Mathematiker in der Mathematischen Gesellschaft der DDR organisiert.
Wichtige Präsidenten der DMV:

1890–1893: Georg Cantor	1897, 1903 und 1908: Felix Klein
1899: Max Noether	1900: David Hilbert
1901, 1912: Walther von Dyck	1902: Wilhelm Franz Meyer
1914: Carl Runge	1918: Otto Hölder
1919: Hans von Mangoldt	1921: Edmund Landau
1924: Otto Blumenthal	1932: Hermann Weyl
1934: Oskar Perron	1937: Walther Lietzmann
1961: Ott-Heinrich Keller	2006–2008: Günter M. Ziegler
seit 2013: Jürg Kramer	

Sonderrolle der Mathematik

Eine Sonderrolle unter den Wissenschaften nimmt die Mathematik bezüglich der Gültigkeit ihrer Erkenntnisse ein. Während beispielsweise alle naturwissenschaftlichen Erkenntnisse durch neue Experimente falsifiziert werden können und daher prinzipiell vorläufig sind, werden mathematische Aussagen durch reine Gedankenoperationen auseinander hervorgebracht oder aufeinander zurückgeführt und brauchen nicht empirisch überprüfbar zu sein.
Dafür muss aber für mathematische Erkenntnisse ein streng logischer Beweis gefunden werden, bevor sie als mathematischer Satz anerkannt werden. In diesem Sinn sind mathematische Sätze prinzipiell endgültige und allgemeingültige Wahrheiten, so dass die Mathematik als die exakte Wissenschaft betrachtet werden kann.
Gerade diese Exaktheit ist für viele Menschen das Faszinierende an der Mathematik; für die überwiegende Mehrheit aber abschreckend.
Joseph Weizenbaum vom Massachusetts Institute of Technology bezeichnete die Mathematik als die Mutter aller Wissenschaften.

Die Mathematik ist daher auch eine kumulative Wissenschaft. Man kennt heute über 2000 mathematische Fachzeitschriften. Dies birgt jedoch auch eine Gefahr: durch neuere mathematische Gebiete geraten ältere Gebiete in den Hintergrund. Neben sehr allgemeinen Aussagen gibt es auch sehr spezielle Aussagen, für die keine echte Verallgemeinerung bekannt ist.
Es kommt somit der älteren mathematischen Literatur eine besondere Bedeutung zu.



Kreativität und Mathematik

Kreativität ist nach "Microsoft(R) Encarta(R) Enzyklopädie":

"… (zu lateinisch creare: erschaffen), die Fähigkeit, Neues zu erfinden, Bekanntes in einen neuen Zusammenhang zu stellen oder von hergebrachten Denk- und Verhaltensschemata abzuweichen.
In der Psychologie werden der Kreativität zugeordnet:
Originalität (Dinge oder Beziehungen neu erkennen),
Flexibilität (ungewöhnlicher aber sinnvoller Gebrauch von Gegenständen),
Sensitivität (Probleme bzw. bisher missachtete Zusammenhänge erkennen),
Flüssigkeit (Abweichen von gewohnten Denkschemata) und
Nonkonformismus (auch gegen gesellschaftlichen Widerstand sinnvolle Ideen entwickeln). …"

Damit zählt die Mathematik zu den kreativsten Bereichen des menschlichen Denkens überhaupt!

"Mathematiker sind nicht kreativ. Wer das glaubt, hat tatsächlich von Mathematik keine Ahnung." Keith Devlin

Philosophie der Mathematik

Die Philosophie der Mathematik oder Mathematiktheorie ist ein Bereich der Philosophie, der sich mit der Natur und den Methoden der Mathematik beschäftigt, innerhalb des menschlichen Denkens.
Im Zentrum steht die Frage nach dem Ursprung der Mathematik und nach der Seinsweise der Objekte, die sie behandelt.

Dialektischer Materialismus

"Wie alle anderen Wissenschaften ist die Mathematik aus den 'Bedürfnissen' der Menschen hervorgegangen …
Die Begriffe von Zahl und Figur sind nirgends anders hergenommen als aus der wirklichen Welt. …
Zum Zählen gehören nicht nur zählbare Gegenstände, sondern auch schon die Fähigkeit, bei Betrachtung dieser Gegenstände von allen ihren übrigen Eigenschaften abzusehen außer ihrer Zahl - und diese Fähigkeit ist das Ergebnis einer langen geschichtlichen, erfahrungsmäßigen Entwicklung.
Wie der Begriff Zahl, so ist auch der Begriff Figur außschließlich der Außenwelt entlehnt und nicht im Kopf aus dem reinen Denken entsprungen. Es musste Dinge geben, die Gestalt hatten und deren Gestalten man verglich, ehe man auf den Begriff Figur kommen konnte.
Die reine Mathematik hat zum Gegenstand die Raumformen und Quantitätsverhältnisse der wirklichen Welt, also einen sehr realen Stoff. Dass dieser Stoff in einer höchst abstrakten Form erscheint, kann seinen Ursprung aus der Außenwelt nur oberflächlich verdecken …"

Obwohl Mathematik auf diese Weise in der wirklichen Welt verwurzelt ist, ist sie nicht einfach deren Widerspieglung, sondern eine Abstraktion von ihr:
"Um diese Formen und Verhältnisse in ihrer Reinheit untersuchen zu können, muss man sie aber vollständig von ihrem Inhalt trennen, diesen als gleichgültig beiseite setzen; so erhält man die Punkte ohne Dimensionen, die Linien ohne Dicke und Breite, die a und b und x und y, die Konstanten und die Variablen, und kommt dann ganz zuletzt erst auf die eignen freien Schöpfungen und Imaginationen des Verstandes, nämlich die imaginären Größen." Friedrich Engels, "Anti-Dühring"

Weitere philosophische Versuche der Erklärung der Mathematik sind:

Realismus, Platonismus
Eine unter Mathematikern verbreitete Position ist der Realismus, vertreten u.a. durch Kurt Gödel und Paul Erdös. Mathematische Gegenstände (Zahlen, geometrische Figuren, Strukturen) und Gesetze sind keine Konzepte, die im Kopf des Mathematikers entstehen, sondern es wird ihnen eine vom menschlichen Denken unabhängige Existenz zugesprochen.
Mathematik wird damit nicht erfunden, sondern entdeckt. Dieser Realismus ist unvereinbar mit der materialistischen Philosophie.
Die ursprünglichste Form des Realismus ist der Platonismus, demzufolge die mathematischen Gegenstände und Sätze losgelöst von der materiellen Welt und unabhängig von Raum und Zeit existieren.
Eine moderner Vertreter des Platonismus ist Roger Penrose ("The Emperor's New Mind", 1990).

Logizismus
Der Logizismus, wurde unter anderem von Rudolf Carnap, Bertrand Russell und Gottlob Frege begründet. Nach dieser These lässt sich die Mathematik vollständig auf die formale Logik zurückführen und ist folglich auch als ein Teil der Logik zu verstehen.
Logizisten vertreten die Ansicht, dass mathematische Erkenntnis a priori-Charakter hat. Mathematische Konzepte sind abgeleitet von logischen Konzepten, mathematische Sätze folgen direkt aus den Axiomen der reinen Logik.

Formalismus, Deduktivismus
Der Formalismus versteht die Mathematik ähnlich einem Spiel, das auf einem gewissen Regelwerk beruht, mit dem Zeichenfolgen manipuliert werden. Zum Beispiel wird in dem Spiel "Euklidische Geometrie" der Satz des Pythagoras gewonnen, indem gewisse Zeichenfolgen, die Axiome, mit gewissen Regeln wie Bausteine zusammengefügt werden.
Als Deduktivismus wird die Variante des Formalismus bezeichnet, in der z.B. der Satz des Pythagoras keine absolute Wahrheit mehr darstellt, sondern nur eine relative.
David Hilbert wird als bedeutender früher Vertreter des Formalismus aufgeführt.
Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Philosophie_der_Mathematik

Metamathematik
Metamathematik ist die mathematische Betrachtung der Grundlagen der Mathematik.
Im Jahre 1920 stellte der Mathematiker David Hilbert die Forderung auf, die Mathematik auf die Grundlage eines vollständigen und widerspruchsfreien Axiomensystems zu stellen.
Für die Analyse der Grundlagen der Mathematik mit mathematischen Methoden prägte er den Begriff Metamathematik.

Das Hilbert-Programm schien zu scheitern, seit der Gödelsche Unvollständigkeitssatz zeigte, dass es kein Axiomensystem gibt, welches allen Forderungen Hilberts entspricht.
Nach Widerspruchsfreiheitsbeweisen für Teile der Arithmetik durch Leopold Löwenheim, Albert Thoralf Skolem, Jacques Herbrand und Moritz Presburger gelang Gerhard Gentzen ein Widerspruchsfreiheitsbeweis für die Peano-Arithmetik erster Stufe, wobei er allerdings die so genannte transfinite Induktion benutzte.

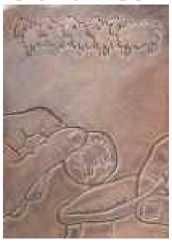
Über die Entscheidbarkeit gab es wichtige Ergebnisse von Alonzo Church, der die Unentscheidbarkeit der Quantorenlogik aller Stufen zeigen konnte. Der Begriff der Rekursivität ist dem der Berechenbarkeit äquivalent.

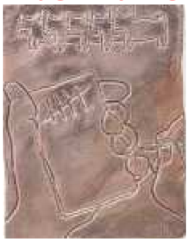
Paul Lorenzen führte 1951 einen Widerspruchsfreiheitsbeweis für die verzweigte Typentheorie durch. Dieser Beweis liefert die Widerspruchsfreiheit von Teilen der klassischen Analysis. In seinem 1962 veröffentlichten Buch Metamathematik fasst er die Metamathematik als "Mathematik der Metatheorien" auf, wobei eine Metatheorie eine konstruktive oder axiomatische Theorie über axiomatische Theorien darstellt.

Geschichte der Mathematik von 1000 v.Chr. bis 500 v.Chr.

Entwicklung des Zählens und Rechnens in der Frühzeit der Menschheit


Zählen mit den Fingern


Verwendung von Rechensteinen


Ziffern als Striche


Zahldarstellung in Keilschrift

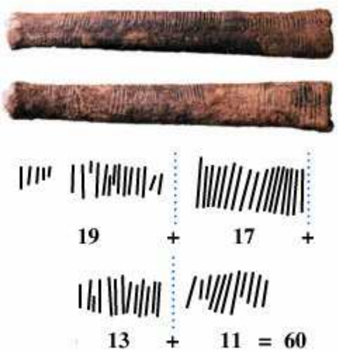

Einführung von Ziffernzeichen

Anfänge geometrischen Denkens

Abgesehen von älteren aufschlussreichen Siedlungsresten finden man erste kulturelle Zeugnisse der Menschheit in den Höhlenmalereien, Knochenschnitzereien und plastischen Zeugnissen in Norditalien, Süddeutschland, Frankreich und Spanien; z.B. Fumane-Höhle, Chauvett oder Cavernen in der Dordogne, Altamira usw.
Darin ist eine sehr hohe Entwicklungsstufe in der zwei und dreidimensionalen geometrischen Ausdrucksfähigkeit wie auch eines künstlerischen Empfindens derjenigen sichtbar, die die Werke geschaffen haben. Physikalische Altersbestimmungen ergeben ein Alter von bis zu 35000 Jahren.

Die ersten kulturellen Zeugnisse des Menschen sind somit auch Zeugnisse einer geometrischen Vorstellungskraft. Die Schöpfer der Bildnisse beweisen durch die Werke die Fähigkeit, dreidimensionale Tiere sehr exakt auf einer zweidimensionalen Höhlenwand abbilden zu können.

Die Abbildung zeigt eine Darstellung aus der Altamira-Höhle. Die Höhle befindet sich in der Nähe der Stadt Santillana del Mar in Kantabrien, Spanien, 30 km westlich von Santander und ist bekannt für ihre steinzeitliche Höhlenmalerei, die zwischen 16000 und 11000 v.u.Z. entstanden.
Die Höhle enthält über 100 Bilder, darunter Ritzzeichnungen, reine Kohlezeichnungen und farbige Bilder. Abgebildet sind Hirsche, Bisons, Hirschkühe, Pferde und Wildschweine. Es wurden dabei Holzkohle, Rötel und Manganerde verwendet. Als Pinsel kamen vermutlich Federn zum Einsatz.



Knochen von Ishango

Die Knochen von Ishango stammen aus dem Jungpaläolithikum, dem jüngeren Abschnitt der Altsteinzeit, d.h. einen Zeitraum von 18000 bis 20000 v.u.Z. Es handelt sich um Pavian-Knochen.
1960 fand diese Knochen der Belgier Jean de Heinzelin de Braucourt in Belgisch-Kongo, im Grenzgebiet zu Uganda. Sicher ist, dass in der Altsteinzeit in dieser Region eine weit entwickelte Zivilisation vorhanden war, die durch einen Vulkanausbruch ausgelöscht wurde.
Das Überraschende ist, dass die Knochen 3 Reihen von Kerben ausweisen, die jeweils in Gruppen angeordnet sind.
Die erste Reihe besteht aus 4 Gruppen zu 19, 17, 13 und 11 Kerben. Die zweite Reihe ist nicht klar zu entziffern, die dritte zeigt die Zahlen 9, 19, 21 und 11; erneut in der Summe 60.

Allein die Tatsache, dass vor 23000 Jahren Zahlen durch Markierungen gekennzeichnet wurden, ist verblüffend. Dass aber in der ersten Reihe ausschließlich Primzahlen auftreten, führte unter Archäologen zu Spekulationen. Es gibt bis heute keine wissenschaftliche Erklärung.
Die Ishango-Knochen befinden sich heute im Königlichen Belgischen Institut für Naturwissenschaften in Brüssel.

In Swaziland wurden sogar 37000 Jahre alte Knochen mit Zahlmarkierungen gefunden, die Knochen von Lebombo, 1937 in der Tschechoslowakei 32000 Jahre alte Wolfsknochen mit Zahlkerben.
Im Jahr 2000 veröffentlichte Belgien zum Jahr der Mathematik eine Briefmarke. Am unteren Rand sind drei bzw. sechs Kerben aus der mittleren Spalte des Ishango-Knochens zu sehen:

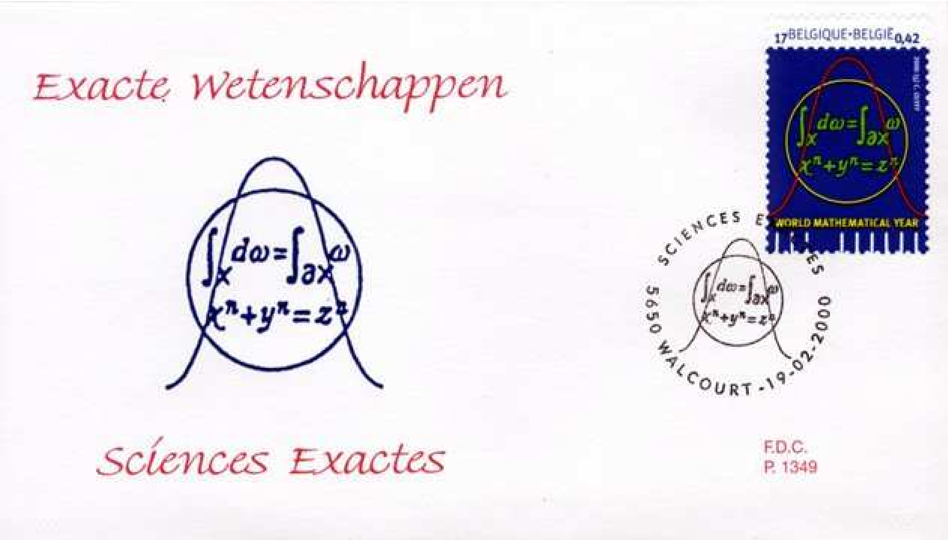


Abbildung: belgische Ausgabe zum Jahr der Mathematik

Höhle von La Pileta

30 km südwestlich von Ronda in Spanien befindet sich die Tropfsteinhöhle Cueva de la Pileta. Ihr Alter wird auf 15000 bis 25000 Jahre geschätzt. Vor etwa 3500 Jahren in der Bronzezeit, verließen die Menschen die Höhle. 1905 wurde sie wiederentdeckt.

Neben faszinierenden Zeichnungen der Altsteinzeitmenschen, die Stiere, Pferde, Menschen und einen Hirsch zeigen, findet man noch häufiger schwarze kammartige Muster und außerdem schachbrettartige, rote Muster, die aus jeweils vier Quadranten aufgebaut sind. Hierbei soll sich es um einen Mondkalender handeln.

Mathematisch gesehen sind auch die kammartigen Strukturen hoch interessant. Durch Gerald Hawkins wird eine Darstellung von Zahlen vermutet. In einem Teil der Höhle wären danach alle Zahlen von 1 bis 14 vorhanden, in einem anderen Teil von 9 bis 12.
Sollte die Forschung eine mathematische Interpretation bestätigen, so gehören diese Darstellungen zu den ältesten Zahldarstellungen in Europa.
siehe http://www.cuevadelapileta.org/

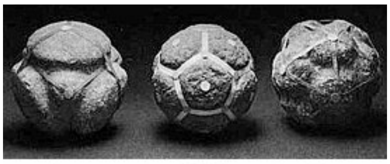
Himmelsscheibe von Nebra

Die Himmelsscheibe von Nebra ist eine Metallplatte aus der Bronzezeit mit Goldapplikationen, die offenbar astronomische Phänomene und Symbole religiöser Themenkreise darstellt. Sie gilt als die weltweit älteste konkrete Himmelsdarstellung und als einer der wichtigsten archäologischen Funde aus dieser Epoche.
Gefunden wurde sie am 4.Juli 1999 von Raubgräbern in einer Steinkammer auf dem Mittelberg nahe der Stadt Nebra (Unstrut) in Sachsen-Anhalt. Seit 2002 gehört sie zum Bestand des Landesmuseums für Vorgeschichte Sachsen-Anhalt in Halle.
Folgt man den Deutungen einiger Archäologen, so stellt die Scheibe ein Beispiel für eine weit entwickelte mathematische Theorie der Mechanismen der Gestirne, wie Sonnenauf- und -untergang zwischen Winter- und Sommersonnenwende am Horizont auf dem Breitengrad des Fundorts.
Weiterhin konnte die Scheibe als Kalender zur Verfolgung des Sonnenjahrs genutzt werden.

Abbildung: Ersttagsbrief der Deutschen Post

Anmerkung zum Bild:
In einem bislang für archäologische Fundstücke einmaligen Vorgang gibt es Zivilprozesse über die Verwertungsrechte der Himmelsscheibe von Nebra. Das Land Sachsen-Anhalt verlangt von jedem, der die Scheibe abbildet, extrem hohe Gebühren.
Eine derartige kommerzielle Vermarktung ist weltweit einzigartig. Es ist zu hoffen, dass das Landgericht Magdeburg diesem Treiben ein Ende

setzt. Ob die Aufnahme einer Abbildung des Ersttagsbriefes gegen geltendes Recht verstößt, ist im Moment nicht klar.



Archäologische Zeugnisse der Mathematik

Megalith-Kulturen (4500 - 2000 v.u.Z.)

Abbildung: schottische Steinbälle
In Schottland wurden an verschiedenen Stellen einige hundert Steinkugeln gefunden.
Sie sind mit Gravuren versehen und weisen zwischen 3 und 160 Knoten auf. Ihre Größe beträgt ca. 70 mm. Ungeklärt ist ihre Bedeutung.
Sie könnten Kultgegenstände, Waffen oder Spielzeuge gewesen sein.
Unter diesen über 4000 Jahre alten Steinkugeln befinden sich verschiedene reguläre und halbreguläre Körper.
Auf der mittleren Kugel sind 12 sphärische Pentagone eingraviert.
Schon damals war, mehr als 1000 Jahre vor den Pythagoräern, das Grundprinzip der Dodekaedersymmetrie bekannt. Würfel, Tetraeder und Oktaeder sind auch vertreten.

Etruskische und Römische Dodekaeder

Bei Padua wurde ein etruskisches Dodekaeder aus dem 5. Jh. v.u.Z. gefunden.
Auf der unteren Abbildung ist ein römisches Dodekaeder dargestellt, dass 1991 in Augst (Schweiz) gefunden wurde. Nach keramischen Mitfunden wurde es auf 30 -110 datiert. Größe: ca. 6 cm. Gewicht: 109 Gramm
Bis 1995 wurden 92 Römische Dodekaeder gefunden, datiert zwischen die Zeitenwende und 400 u.Z.
Über ihre ursprüngliche Verwendung gibt es verschiedene Vermutungen: Zepterknauf, Waffe, Spielzeug, Kerzenhalter, Kalibrierungsinstrument, Vermessungsapparat, mystisches oder religiöses Symbol.

Tempel von Waset, Luxor-Tempel

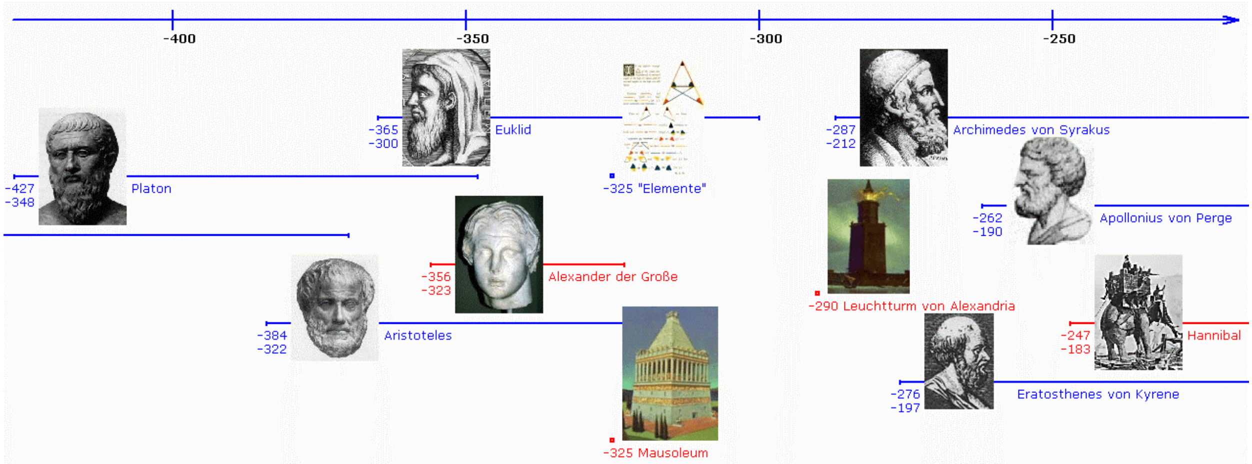
Der Tempel von Waset oder Luxor-Tempel ist eine Tempelanlage im heutigen Luxor in Ägypten. Er wurde zur Zeit des Neuen Reichs errichtet und war dem Sonnengott Amun-Re, seiner Gemahlin Mut und ihrem gemeinsamen Sohn, dem Mondgott Chons, geweiht.
Während der 12.Dynastie (um 1390 v.u.Z.) ließ Amenophis III. durch seinen Baumeister Amenophis den heutigen südlichen Teil des Tempels mit Säulenhalle und zweitem Hof errichten.

Der Tempel von Waset gilt heute als die erste Universität der Welt und das erste Zentrum der Mathematikausbildung.
Auf ihrem Höhepunkt gab es 80000 Studenten. Die ägyptischen Pharaonen und Priester wurden hier in die "Systeme der Mysterien" eingeweiht.
Jahrhundertelang war der Tempel die wichtigste Bildungsstätte, auch der ägyptischen Mathematik.

So studierten hier auch Thales von Milet, Platon, Aristoteles, Sokrates, Euklid, Pythagoras, Hippokrates, Archimedes und Euripides.
Der Erzählung nach soll hier Thales die erste Bekanntschaft mit der Geometrie gemacht haben.
Nach Clemens von Alexandria (150-215) würde ein Buch mit 1000 Seiten nicht die Namen aller Griechen vermerken können, die hier lernten.
siehe auch http://www.africaspeaks.com/articles/2004/2210.html

Jahr	Ereignis
-30000	Verwendung von primitiven Zahlzeichen in Form von Strichen, Kerben oder Knoten zum Abzählen
-12000	wahrscheinliche erste Anfänge des Zählens durch den Menschen
-6500	Die Ritzungen auf einem in Ishango gefundenen Knochen scheinen die Zählung von Mondmonaten und Mondphasen zu sein
-3000	Die Babylonier benutzen ein Zahlensystem auf der Basis von 60, das Maya-System basiert auf der Zahl 20 ; In Ägypten gibt es Zahlenzeichen bis 100000, Sonnenuhr in Ägypten,China,Indien; die meisten Sternbilder werden mit Namen bezeichnet; die Ägypter benutzen Balkenwaagen
-2800	in China ist das "Loh-Shu", das älteste bekannte magische Quadrat bekannt
-2769	Ägypter entwickeln 365-Tage-Kalender, Neujahrstag ist der 1.Thout (19.Juli), der Beginn der Nilflut
-2750	Der nördliche Sternhimmel wird von den Babyloniern mit Sternbildern versehen
-2500	Die Babylonier kennen die Länge des Saroszyklus; Chinesen benutzen den Schattenstab
-2400	Die Chinesen machen Himmelsbeobachtungen unter Bezug auf Erdäquator und Erdpole
-2258	Die Chinesen führen einen auf Mond- und Sonnenlauf beruhenden Kalender ein
-2238	Der chinesische Herrscher Yao führt Zählungen zur landwirtschaftlichen Produktion durch
-2200	ägyptische Astronomen stellen eine Sternenuhr zur Bestimmung der Nachtstunden auf
-2136	zwei chinesische Hofastronomen werden hingerichtet, da sie versäumten, eine Sonnenfinsternis vorherzusagen
-2100	am Ende der sumerischen Periode werden arithmetische Operationen durch Tafeln erleichtert
-2000	In babylonischen Texten treten Anwendungsaufgaben zum Satz des Pythagoras auf
-1920	die Ägypter konstruieren einen rechten Winkel mit einem Knotenseil
-1850	die für astronomische Zwecke errichtete Kultstätte in Stonehenge entsteht; die ägyptische Mathematik kennt das Volumen eines quadratischen Pyramidenstumpfs
-1800	in Babylon werden erste Sternkarten und Planetenpositionsaufzeichnungen zusammengestellt; Mesopotamische Astronomen entdecken den Unterschied zwischen Fixsternen und Planeten
-1700	Das Rechenbuch des Ahmes (Papyrus Rhind) enthält eine gut entwickelte Bruchrechnung; Algebraische Symbole werden benutzt; in Babylon kommt ein in 24 Stunden eingeteilter Tag in Gebrauch
-1600	im Rahmen der babylonischen Astrologie wird der Tierkreis bestimmt
-1500	in Heliopolis wird die "Nadel der Kleopatra" zur Zeitmessung errichtet
-1400	die Chinesen geben die Jahreslänge zu 365 1/4 Tag an
-1300	die Ägypter verwenden einen Gnomon mit vertikaler Tafel zur Einteilung des Tages in 12 Stunden
-1100	die Phönizier benutzen Sternpositionen zur Navigation auf See; eine chinesische Handschrift beschreibt die Uhrform der mittelalterlichen Sonnenuhren
-1054	-1054 in China verwendet Shao Yong das Dualsystem
-1000	In China sind Rechenbretter im Gebrauch
-700	die wesentlichsten Bewegungsabläufe der Planeten sind bekannt; in Ägypten existieren erstmals Sonnenuhren mit abgewinkelten Schattenstäben zur Zeitmessung
-624	*Thales von Milet (-552)
-610	-610 *Anaximander von Milet (-547), Lucius Tarquinus führt den Kalender der römischen Republik ein
-600	die Pythagoräer lehren die Kugelgestalt der Erde; das Paradoxon des Epimenides wird bekannt
-594	Solon verbessert den seit dem 7.Jahrhundert gültigen Lunisolarkalender
-585	Thales von Milet berechnet exakt eine Sonnenfinsternis für den 25.Mai
-580	 *Pythagoras von Samos (-496) Abbildung: Schule des Pythagoras
-575	Anaximander von Milet veröffentlicht die erste "Weltkarte"
-550	-550 die babylonische Mathematik führt eine Art Null als Trennzeichen ein
-547	Anaximander beschreibt das Heliotropion, eine Sonnenuhr
-542	-542 in China treten Stäbchenziffern auf, Beginn eines Stellenwertsystems
-540	griechische Astronomen nutzen die Skaphe, einen Gnomon mit sphärischer konkaver Schattenprojektionsfläche zur Abbildung der Sonnenbahn
-510	-510 die Pythagoreer entwickeln ein nichtgeozentrisches Weltbild

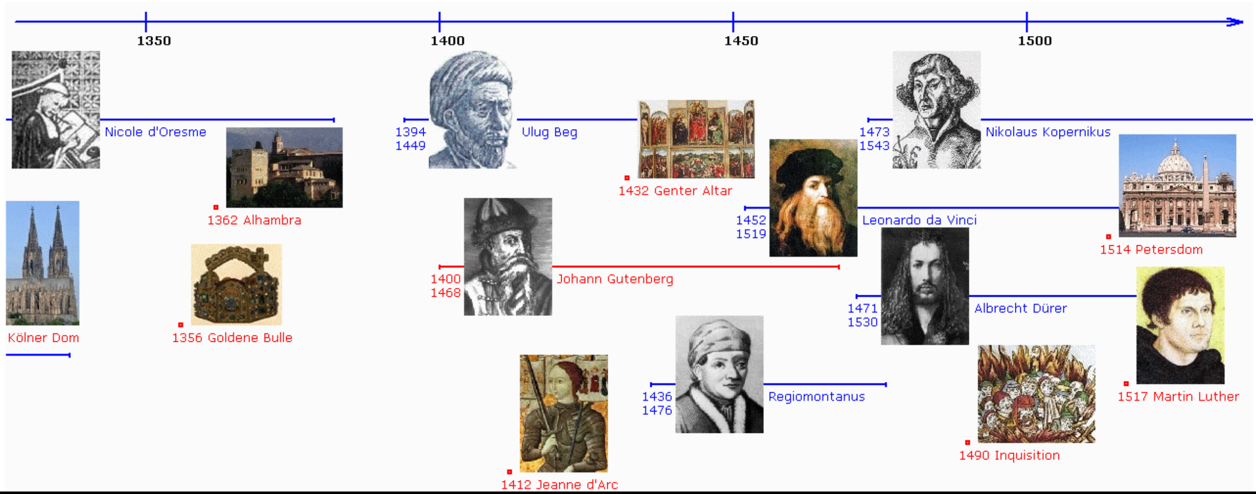
Geschichte der Mathematik von 500 v.Chr. bis 0



-500	Die Griechen bezeichnen Zahlen mit den Buchstaben ihres Alphabets, Rechentabellen sind in Gebrauch; *Anaxagoras von Clazomenae (-428); die Pythagoreer schaffen die Lehre von Gerade und Ungerade
-490	Babylonier berechnen den synodische Monat auf 7 Stellen genau und kennen Meton- und Saros-Zyklus; Naburimanum berechnet die Position von Sonne, Mond und Planeten, *Zeno von Elea (-430)
-480	Parmenides begründet die Lehre von der Kugelgestalt der Erde
-469	*Socrates (-399)
-460	Hipassos von Metapont gibt das einer Kugel einbeschriebene Dodekaeder an *Democrit von Abdera (-370)
-455	*Hippokrates von Kos (-370)
-454	die Zeichen des attischen bzw. herodianischen Zahlsystems treten auf
-450	Die Pythagoreer erkennen, dass √2 (bei der Berechnung der Diagonale eines Quadrats) keine Zahl im üblichen Sinn ergibt
-440	Aristyllos von Samos und Timocharis führen erste Ortsbestimmungen von Fixsternen durch; Meton bestimmt mit dem Gnomon die Sonnenwendepunkte; Oinopides berechnet den Neigungswinkel der Erdachse bezüglich der Umlaufbahn zu 24°
-432	nach Meton wird ein 19jähriger Kalender mit 235 Monaten eingeführt
-430	Brison von Heraklea nahm an, dass die Kreisfläche das arithmetische Mittel des eingeschriebenen und umschriebenen Quadrates sei.
-427	*Plato (-347)
-420	Demokrit begründet die Lehre von Atomen, welche sich nur geometrisch und durch ihre Lage unterscheiden; Hippias von Elis löst das Problem der Winkeldreiteilung mit einer speziellen Kurve
-415	*Theaetetus von Athen (-369)
-400	Hippokrates verfasst die ersten "Elemente", ein Standardwerk der Geometrie; Hippokrates von Chios verwendet als Erster den Begriff der "Potenz"; Die Ziffer Null wird am Anfang und in der Mitte von Zahlen benutzt
-390	Archytas von Tarent unterscheidet arithmetisches, geometrisches und harmonisches Mittel
-388	Platon gründet in Athen die "Akademie"
-383	die Babylonier benutzen einen auf dem Mondlauf basierenden Kalender mit 7 Schaltjahren in 19 Jahren
-380	Kidinnu bestimmt die mittlere Zeitdauer zwischen zwei gleichen Mondphasen zu 29,530594 Tage; Platon fordert die Lösung geometrischer Problem allein durch Verwendung von Zirkel und Lineal
-375	Theaitetos entwickelt eine Theorie der Irrationalitäten, er entdeckt Oktaeder und Ikosaeder
-374	Mathematisch-astronomische Schule des Eudoxos
-365	Heraclides von Pontus erklärt die tägliche Bewegung des Himmels durch die Rotation der Erde; Eudoxos dehnt die Propotionenlehre auf inkommensurable Größen aus und berechnet die Volumina von Kegel und Pyramide; *Euklid von Alexandria (-300)
-360	Menaichmos entdeckt die Kegelschnitte
-350	Deinostratos löst die Quadratur des Kreises mit der Quadratrix; Pausias entwickelt Ansätze der Perspektive in der Malerei
-332	Alexander der Große gründet Alexandria, das mit seiner Bibliothek von 400000 Papyrusrollen und dem ersten Forschungsinstitut (Museion) das geistige Zentrum der Antike darstellt.
-330	Aristaios der Ältere schreibt das erste große Werk über Kegelschnitte
-325	Euklid gibt in den "Elementen" die erste axiomatische Begründung der Geometrie. Er beweist die Unendlichkeit der Primzahlen
-320	Eudemos verfasst historische Darstellungen zur Arithmetik, Astronomie und Geometrie

-300	die Römer verwenden den Handabakus. Bis etwa 1200 bleibt der Abacus in ganz Europa das allgemein genutzte Rechenhilfsmittel; im jainistischen Werk "Bhagabati Sutra" werden in Indien erstmals Binomialkoeffizienten berechnet; die demotischen Papyri behandeln das Lösen von Gleichungen 2.Grades mit 2 Unbekannten
-295	Euklid formuliert in der Katoptrik das Reflexionsgesetz
-276	*Eratosthenes von Kyrene (-195)
-270	Aristarch begründet das erste heliozentrische Weltbild
-265	Aristarch berechnet die Entfernung von Sonne (4.8 Mill.km) und Mond
-262	*Apollonius von Perge (-190)
-250	Archimedes beweist die Unendlichkeit des Zahlensystems, führt die erste exakte Quadratur des Parabelsegmentes durch und ermittelt gute Näherungswerte für PI; das Brahmi-Zahlsystem ist dezimal aufgebaut; Archimedes beweist seine berühmte Volumenbeziehung 1:2:3 für Kegel:Kugel:Zylinder
-240	Eratosthenes von Kyrene ermittelt die Größe des Erdumfangs
-238	die Ägypter führen den Schalttag aller vier Jahre ein
-220	Eratosthenes ist Direktor der Bibliothek von Alexandria und begründet die mathematische Geographie, er entwickelt das "Primzahlsieb"
-214	Archimedes beweist das Hebelgesetz, konstruiert Flaschenzug und Wasserhebeschraube
-200	Das 8bändige Werk "Conica" von Apollonius enthält eine zusammenfassende Darstellung der Kegelschnittlehre, Entstehung des Werkes "Arithmetik" in China, im indischen "Meru Prastara" wird Lyrik und Musik mit kombinatorischen Regeln verknüpft
-180	Nikomedes entdeckt die Konchoide (Muschellinie)
-175	Hypsikles verfasst das sogenannte 14.Buch der Elemente über Ikosaeder und Dodekaeder
-170	Hypsikles führt die Teilung des Vollwinkels in 360° ein, gibt eine allgemeine Definition der Polygonalzahlen und Summenformeln für arithmetische Reihen an
-160	Hipparch erstellt den bedeutendsten Teil des "Almagest"; in Indien wird das Grundprinzip der Logarithmen eingeführt
-159	Krates von Mallos soll den ersten Globus hergestellt haben, der in Pergamon aufgestellt war
-150	Dionysodoros von Amisos teilt eine Kugel mit einer Ebene in einem vorgegebenen Verhältnis
-140	Hipparch ermittelt die erste bekannte Tabelle von Kreissehnen, er entwickelt eine ebene und sphärische Trigonometrie
-134	in China wird eine Nova beobachtet und beschrieben
-128	Hipparch entdeckt die Präzession
-100	Vitruv berichtet von Reisesonnenuhren; Theodosios von Tripolis entwickelt eine für alle geographischen Breiten geeignete Sonnenuhren; Diokles beschreibt die Zissoide; Zenodorus behandelt erste isoperimetrische Probleme
-85	Poseidonios konstruiert in Rom eine astronomische Kunstuhr
-70	die älteste noch existierende Sternwarte "Turm der Winde" wird in Athen errichtet
-46	Einführung des Julianischen Kalenders
-30	durch Augustus wird die erste große Reichsvermessung angeregt und unter Augustus durchgeführt

Geschichte der Mathematik von 0 bis 1500



Jahr	Ereignis
5	Liu Xin verwendet in China Dezimalzahlen für Maßangaben
84	Fu An und Jia Kui ergänzen die Armillarsphäre durch einen Ring für die Ekliptik
98	Menelaos stellt Regeln zur Berechnung sphärischer Dreiecke auf, u.a. gibt er den Transversalensatz an
100	In Herons "Metrica" findet sich die Heronische Dreiecksformel; Nikomachos schreibt ein Buch über Arithmetik und besonders über Polygonalzahlen

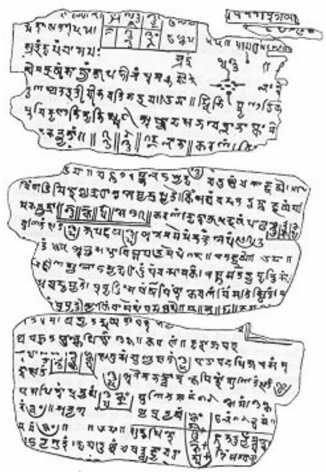
110	Marinos von Tyros entwickelt eine mathematische Theorie der Meridiane
120	Zhang Heng gibt die richtige Erklärung für Mond- und Sonnenfinsternisse
130	Heron kennt die Heronsche Formel zur Quadratwurzelberechnung; Ptolemäus findet seinen Satz über die Diagonalen im Sehnenviereck und veröffentlicht eine Sehnentafel
140	Ptolemäus verwendet in "Almagest" ebene und sphärische Trigonometrie ; in China werden Sonnenflecken beschrieben
180	Liu Hong kennt die Differenz zwischen siderischen und tropischen Jahr
190	Xu Yue (Zhen Luan) stellt ein Zahlensystem mit Zehnerpotenzen bis 10^{44} auf und beschreibt den Suan-pan
200	in Indien wird das Dezimalsystem genutzt; *Diophantus von Alexandria
260	Liu Hui berechnet π auf 5 Dezimalstellen zu 3,14159 = 3927 / 1250, außerdem entwickelt er das Horner-Schema
280	Diophantus veröffentlicht eine Darstellung der Algebra und entwickelt die Potenzen
300	China. Im "heiligen Buch der Rechenkunst" berechnete Liu Hui am 3072-Eck Pi=3.14159
320	Pappus von Alexandria schreibt sein Hauptwerk "Collectiones" , u.a. entdeckt er die Guldinsche Regel
338	Einführung des jüdischen Kalenders durch Rabbi Samuel
350	Sun Zi löst Probleme unter Verwendung von linearen Kongruenzen
372	Theon von Alexandria gibt einen Kommentar zum Almagest und beschreibt das Rechnen mit Sexagesimalzahlen
476	*Aryabhata
498	Im 5.Vers des Werkes "Ganita-pada"-Abschnitt über die Rechenkunst lehrt Aryabhata das exakte Berechnen kubischer Wurzeln
505	Aryabhata lehrt die tägliche Drehung der Erde
525	der römische Abt Dionysius Exiguus schlägt die Kalenderzählung ab Christi Geburt vor, täuscht sich aber um 7 Jahre, da der historische Jesus sieben Jahre früher geboren wurde als er annahm; Anthemios von Tralleis gibt die Fadenkonstruktion einer Ellipse an und bestimmte den Brennpunkt von Parabeln
529	Gewaltsame Schließung der platonischen Akademie in Athen durch den römischen Kaiser Justinian (Untergang der antiken Mathematik)
532	die Mathematiker Isidoros von Milet und Anthemios von Tralleis berechnen die Architektur der Kirche Hagia Sophia in Konstantinopel
535	Damaskios oder Isidoros von Milet verfassen das 15.Buch der Elemente über die Geometrie regulärer Körper
550	Varahamihira beschreibt wichtige Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Sinus versus und berechnet eine Sinustafel
598	*Brahmagupta (-665)
604	Shotoku Taishi soll den japanischen Soroban verbreitet haben
628	Brahmagupta verwendet ganze Zahlen, d.h. auch negative Zahlen
630	Brahmagupta begründet die Lehre von den Brüchen
656	"Suanjing shi shu" wird als umfassendes Mathematiklehrbuch in China eingeführt
662	in Syrien werden die "indischen Ziffern" genutzt
700	die Inder benutzen die Ziffer Null und führen das Positionssystem ein
710	der irische Mönch Beda (673-735) beschreibt ein System der Fingerzählung
720	der Mönch Yi Xing erzielt erste Ergebnisse über Permutationen
725	Beda Venerabilis berechnet in "De temporum ratione" einen fortlaufenden 532jährigen Osterzyklus
750	 Beginn des großen Zeitalters der arabischen und persischen Mathematiker
780	*Ibn Musa al-Hwarizmi (Choresem, -850)
800	Han Yan führt die moderne Dezimalschreibweise ein
805	al-Haggag ibn Yusuf übersetzt die Euklidischen Elemente ins Arabische
813	Al Mamun gründet in Bagdad eine Schule für Astronomie
814	Araber übernehmen indische (arabische) Ziffern
829	al-Hwarizmi benutzt das Dezimalsystem einschließlich der Ziffer Null; Al-Ma'mun übersetzt Arbeiten Euklids
830	die Gebrüder Banu Musa übersetzen viele griechische Texte ins Arabische
835	Habas al-Hasib löst die Kepler-Gleichung x - a sin x = t mit einem Iterationsalgorithmus
850	die Banu Musa benutzen arithmetische Operationen zur Lösung geometrischer Probleme; Habas al-Hasib gibt die exakte Definition von Sinus und Kosinus und führt den Tangens ein Mahavira schreibt über Bruchrechnung, löst quadratische Gleichungen mit zwei Wurzeln, bestimmt pythagoreische Tripel und Kombinationen
935	Ibrahim ibn Sinan quadriert die Parabel und nutzt die Konstruktion von Kegelschnitten für

	praktische Probleme
960	al-Hazin löst mit Kegelschnitten kubische Gleichungen und beweist den Sinussatz der sphärischen Trigonometrie; Wibold von Cambrai untersucht Ereignisse beim Werfen zweier Würfel
970	Abu-l-Wafa benutzt im arabischen Sprachrraum erstmals negative Zahlen; er gibt ein Verfahren zur Bestimmung dritter, vierter und siebenter Wurzeln an
972	Gerbert von Aurrilac lehrt in Reims pythagoreische Zahlentheorie und wenig euklidische Geometrie
976	in einem spanischen Manuskript werden westarabische Ziffern verwendet
980	al-Hugandi soll die Unlösbarkeit von $a^3 + b^3 = c^3$ in natürliche Zahlen bewiesen haben
990	Abu-l-Wafa beschreibt geometrische Konstruktionen, die mit Lineal und Zirkel bei fester Zirkelöffnung ausführbar sind; Heriger von Lobbes schreibt über den Abakus
999	Papst Sylvester II. beginnt die arabischen Ziffern allmählich in Europa einzuführen
1000	der Inder Halayudha gibt den Binomialkoeffizienten und das Pascalsche Dreieck an; al-Karagi beschreibt die Neuner- und Elferprobe
1018	Ibn al-Haitham (Alhazen) führt intensive geometrische Untersuchungen für sein Werk "Optik" durch
1030	Ali Ahmed Nasawi unterteilt den Tag in 24 Stunden, diese in 60 Minuten und diese wiederum in 60 Sekunden; al-Biruni begründet die Geodäsie, führt trigonometrische Funktionen am Einheitskreis ein und gibt eine quadratische Näherungsformel; al-Biruni bildet erste und zweite Ableitungen und diskutiert notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrema und Wendepunkte von Funktionen
1050	in China wird das Pascalsche Dreieck der Binomialkoeffizienten publiziert
1070	al-Hayyam gibt geometrische Lösungsverfahren für kubische Gleichungen an
1077	durch al-Hayyam werden erste Sätze einer nichteuklidischen Geometrie gefunden
1094	Su Song erstellt Karten in Mercator- und Parallelprojektion
1100	Das spätere Horner-Schema ist islamischen Mathematikern bekannt; al-Hayyam kennt die Binomialreihe
1116	Abraham bar Hiyya Ha-Nasi (lateinischer Name Savasorda) veröffentlicht mit Liber embadorum in Europa das erste Buch, welches die quadratische Gleichung vollständig löst
1144	Gerhard von Cremona übersetzt 90 Werke ins Lateinische, darunter Euklids Elemente, die Kreismessung des Archimedes, die Algebra des al-Hwarizmi und den Kanon von ibn Sina
1180	*Leonardo Fibonacci von Pisa (-1250)
1200	Omar ben Ibrahim Akayami löst geometrisch Gleichungen 3.Grades mit Hilfe von Kegelschnitten
1202	 Fibonaccis "Liber Abaci" erscheint, womit die arabischen Ziffern in Europa eingeführt werden. Er berechnet alle Primzahlen von 11 bis 97, damals eine große Leistung
1220	Fibonacci nutzt in der "Practica geometriae" Algebra zur Lösung geometrischer Fragen
1225	Fibonacci verallgemeinert seine Ergebnisse durch Einführung von Buchstaben als Variablen; weiterhin zeigt er, dass eine kubische Gleichung nicht mit quadratischen Irrationalitäten lösbar ist
1230	der Almagest wird in Latein übersetzt; der "Algorismus" von Johannes de Sacrobosso wird wichtigstes Arithmetiklehrbuch dieser Zeit
1235	Alexander de Villedieu (1170-1250) verfasst ein Gedicht über Arithmetik, das zur Verbreitung der arabischen Ziffern inkl. der Null beiträgt
1247	Qin Jiushao beschreibt das Horner-Schema und löst Gleichungen höheren Grades; als Symbol für die Null benutzt er das Kreissymbol
1250	Planetentafeln des Alfons X. von Kastilien; Nasir ad-Din at-Tusi wandelt logische Terme in mathematische Zeichen um
1255	Johannes Campanus vollendet die Lateinübersetzung der Euklidischen Elemente
1260	at-Tusi veröffentlicht "Abhandlungen über das vollständige Vierseit" und begründet damit die Trigonometrie als selbständigen Zweig der Mathematik
1265	Nasir ad-Din at-Tusi berechnet Näherungsformeln für n-te Wurzeln und die Potenzen eines Binoms
1269	in Mailand wird eine Uhr mit einer Tageseinteilung von 4 mal 6 Stunden errichtet
1275	Yang Hui berechnet magische Quadrate bis 10.Grades
1310	al-Farasi findet den Fundamentalsatz der elementaren Zahlentheorie
1320	Levi ben Gerson entwickelt den Jakobsstab

1321	im "Buch von der Zahl" verwendet Levi ben Gerson die Methode der mathematischen Induktion
1322	Jean de Linières verwendet die heutige Form der Bruchschreibweise
1323	Wilhelm von Ockham begründet eine dreiwertige Logik
1327	im Rahmen einer Verwaltungsreform wird in Genua die doppelte Buchführung eingeführt
1328	Thomas Bradwardine nutzt erstmals gebrochenzahlige Exponenten
1330	Heytisbury entdeckt, dass sich nacheinander ablaufende Fallwege wie 1:3 verhalten; Bradwardine schreibt in "Geometrie speculativa" über Sternpolygone
1338	es entstehen Schulen für Rechenmeister, in Florenz gibt es 6 Abakusschulen
1345	erstmals werden in Europa Stunden in 60 Minuten und diese in 60 Sekunden geteilt
1356	Narayama Pandita beschreibt Approximationsmethoden für Wurzeln mit Kettenbrüchen
1360	Nicole Oresme führt gebrochene Exponenten und deren Rechengesetze ein
1368	in Breslau wird eine Turmuhr mit 12-Stunden-Schlagwerk errichtet
1400	al-Kasi lehrte in Samarkand und bestimmte auf eine ganz besondere Art 2π = 6,2831853071795865.
1416	Johannes von Gmunden beginnt als Erster, sich auf mathematische Vorlesungen zu spezialisieren
1427	a-Kashi beschreibt umfassend das Rechnen mit Dezimalbrüchen, desweiteren das Pascalsche Dreieck bis zur Ordnung 9
1429	mittels sukzessiver Approximation bestimmt al-Kashi sin 1° und 16 Dezimalstellen
1430	in Venedig wird das Giro-Konto erfunden
1432	im Genter Altar verwendet Jan van Eyck erstmals verschiedene Perspektiven in der Kunst
1435	Leone Battista Alberti erfindet ein Gerät zum perspektivischen Abzeichnen
1436	*Regiomontanus (Johannes Müller, -1476)
1445	die erste historisch verbürgte Warenlotterie wird in Flandern, Stadt Sluis, durchgeführt
1450	Nikolaus von Kues schreibt über unendliche Großes und Kleines
1460	Regiomontanus errichtet in Nürnberg die erste deutsche Sternwarte
1462	Regiomontanus Werk über Trigonometrie "De triangulis omnimodis libri quinque" erscheint
1464	Regiomontanus hält in Westeuropa die erste Vorlesung über Mathematik und Astronomie
1465	*S.Ferro
1467	in Deutschland wird erstmals eine Lotterie durchgeführt (Tiburtius-Schießen in München)
1471	*Albrecht Dürer (-1528)
1472	das erste deutsche Lehrbuch der Geometrie erscheint
1474	Regiomontanus veröffentlicht seine Planetentafeln
1475	der "Trienter Algorithmus", das älteste Rechenbuch in deutscher Sprache wird gedruckt; Regiomontanus konstruiert ein verbessertes Astrolabium
1478	in Italien wird das erste Rechenbuch gedruckt
1480	Piero della Francesca erklärt die mathematischen Prinzipien der Perspektive
1481	Leonardo da Vinci erstellt Zeichnungen und Skizzen technischer Geräte, welche der Zeit weit vorauseilen
1482	 Euklids "Elemente" werden erstmals in Europa gedruckt (Venedig, Johannes Campanus)
1484	der französische Mathematiker Chuquet führt die Begriffe Billion, Trillion, Quadrillion, … ein; gleichzeitig vereinfacht er die Potenzschreibweise; er erweitertet den Zahlbegriff auf algebraische Zahlen
1487	Luca Pacioli verfasst bis 1489 drei epochemachende Werke über Geometrie, Algebra und Arithmetik; *Michael Stifel (-1567)
1489	J.Widmann veröffentlicht das Rechenbuch "Behennd und hübsch Rechnung uff allen kauffmannschaften", welches das Additions- und Subtraktionszeichen enthält
1491	In Florenz wird erstmals die Ziffer Null gedruckt; F.Calandri führt die schriftliche Division in der heutigen Form ein
1492	Behaim fertigt in Europa den ersten Erdglobus an; *Adam Ries (-1559)
1494	Eines der ersten mathematischen Lexika, die "Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita" (heute kurz "Suma" genannt) von Luca Pacioli erscheint

Bakhshali-Manuskript
1881 wurde in den Ruinen des Dorfes Bakhshali ein mathematisches Manuskript entdeckt, dass auf eine Entstehungszeit von 200 bis 400 u.Z. datiert wird. Damit stellt es eine der ältesten mathematischen Schriften dar.
Ein Teil des Manuskripts wurde zerstört und nur etwa 70% seiner Blätter in Birkenrinde haben überlebt.

Das Manuskript enthält unterschiedliche mathematische Regeln und Probleme, zusammen mit ihren Lösungen. Die Aufgaben betreffen vor allem Arithmetik, Algebra sowie Geometrie und die Messung von Größen.



Das Bakhshali-Manuskript ist auch eine der ältesten Schriften, in denen für die Null ein Zeichen verwendet wird.

Beispiel: Zwanzig Männer, Frauen und Kinder haben zwanzig Münzen gewonnen. Jeder Mann [im Text Mensch!] gewann 3 Münzen, jede Frau 1½ und jedes Kind ½ Münze. Wie viele Männer, Frauen und Kinder waren da?
Es gibt neunhundert Haare in einem Quadrat, dessen Seite ist eine halbes Angula. Wie viele Haare sind auf einem Platz in der Haut, dessen Seite 12 Hastas ist? Anmerkung: 24 angulas = 1 hasta

Geschichte der Null

Die Anfänge des Dezimalsystems entwickelten sich im 3.Jahrhundert v.u.Z. in Indien. Im 5.Jahrhundert wurde in Indien für jede dezimale Stelle dieselbe Menge von 9 Ziffern verwendet. Dazu war es notwendig, für fehlende Werte auf einer bestimmten Zehnerpotenz ein neues Symbol zu verwenden, eine zehnte Ziffer, die Null.
Aryabhata benutzte um 500 ein positionales Zahlsystem ohne Null, jedoch für die Null das Wort "kha".
Allgemein wird als erster gesicherter Beweis der Null als Zahl in Indien eine Steintafel aus dem Ort Gwalior 500 km südlich von Neu-Delhi mit den Daten 27.Dezember 786, 10.Januar 787 und 17.Januar 787 angesehen, die von einer Gartenanlage handelt, dessen Länge 270 (hastas) beträgt und 50 Blumengirlanden erhielt.

Die früheste, schriftlich nachweisbare Verwendung der Null findet sich in der Inschrift K.151 in dem Tempel Sambor Prei Kuk (Abbildung) in Kambodscha vom Anfang des 7.Jahrhunderts und berichtet von der Errichtung einer Götterstatue am 14. April 598.
Das hier benutzte Jahr der Saka-Ära ist 520, wobei die Null mit dem Begriff kha (Luftraum) wiedergegeben ist.

Der Tempel Sambor Prei Kuk befindet sich in der alten Stadt Isanapura. Sie wurde 615-625 von Isanavarman I. erbaut.
Isanapura war die Hauptstadt des Königreiches von Chenla, das hier im siebenten und achten Jahrhundert blühte. Die Ruinen bestehen aus über 150 Tempel und Türmen und bedecken ein Gebiet von über 300 Hektar. Es gibt drei Hauptkomplexe, die von Mauern umgeben waren. Die Tempelbauten sind reich mit Reliefs dekoriert.

Auch im 21.Jahrhundert wird die Null noch immer von der Mehrzahl der Menschen als unnatürlich angesehen. Dabei ist das Zählen mit Null ist unserer Kultur nicht fremd.
Der Gedanke, den ersten Tag des Monats als den Tag Null zu bezeichnen, wäre ungewöhnlich. Allerdings wird dieses Prinzip bei den Stunden eines Tages tatsächlich angewendet wird:
Ruft man um Mitternacht die Zeitansage an, so hört man nämlich tatsächlich "Beim nächsten Ton des Zeitzeichens ist es: null Uhr, null Minuten und zehn Sekunden." Die Stunden-, Minuten und Sekundenzählung beginnt bei Null und vereinfacht so auch viele Rechnungen.

Bei Bläsern und teilweise Gitarristen ist im Fingersatz der Daumen "0", der Zeigefinger "1" usw. Damit ist das Beginnen mit Null selbst beim Abzählen der Finger unserer Kultur nicht ganz fremd. Bei Saiteninstrumenten bezeichnet die "0" auch eine nichtgegriffene Saite.

Auf den Tasten eines Fahrstuhls wird das Erdgeschoss häufig mit »E« bezeichnet, das Stockwerk darüber mit »1« und ein eventuelles Kellergeschoss direkt unter dem Erdgeschoss hingegen mit »-1«.
Anscheinend hat das »E« hier die Rolle der »0« eingenommen, die in manchen Fahrstühlen auch für das Erdgeschoss verwendet wird.
Wenn die Numerierung der Stockwerke also wie üblich im Erdgeschoss mit der 0 begonnen wird, dann werden davon nach oben und unten abgehende Ober- bzw. Untergeschosse symmetrisch mit +1 bzw. -1 bezeichnet.

Manchmal wird die Auffassung vertreten, die Null sei ja gar keine "richtige Zahl". Solche Auffassungen hängen von der Kultur ab, in der man lebt. Tatsächlich war für die alten Griechen die Eins keine Zahl, sondern die Einheit, aus der alle Zahlen konstruiert werden konnten. Es ist also nur eine Gewohnheitssache.

Mittelalterliche Mathematik

Mit dem Untergang des römischen Reiches um 500 n.Chr. verfielen auch Wissenschaft und Technik, insbesondere auch die Mathematik.
Zur Ausbildung der Architekten, Lehrer und Rechenmeister dienten erhalten gebliebene Lehrbücher aus dem Altertum. Selbst die Gründung der ersten Universitäten in Europa förderten kaum die Verbreitung mathematischer Kenntnisse.
Im Lehrfach "Künste" unterrichtete man an den Universitäten neben Grammatikund Musik unter anderem auch Astronomie, Geometrie und Arithmetik. Selbst angehende Magister, Universitätslehrer, benötigten keine Mathematikprüfung, um die Lehrerlaubnis zu erhalten. Anstelle einer Prüfung genügte ein Eid, dass man Vorlesungen über Euklids "Elemente" gehört hatte.
Als erster setzte sich der Magister Johannes von Gmunden für die Erteilung des Faches Mathematik an der Wiener Universität ein. Nach langen Reisen europäischer Wissenschaftler nach China, Indien und den Orient, gelang mathematisches Wissen auch wieder nach Europa. Besonderes hervorzuheben ist Leonardo von Pisa. Sein 1202 erschienenes Werk "Liber abaci" machte auch die neuen "arabischen" Ziffern bekannt.
Diese konnten sich allerdings erst über 200 Jahre später allmählich durchsetzen. Noch 1299 erging in Florenz ein Erlass, dass kein Kaufmann mehr die arabischen Ziffern verwenden dürfe. Als Begründung wurde angegeben, dass ein Betrüger mühelos Abrechnungen fälschen könnte, wenn er mit einem kleinen Strich aus einer 0 eine 6 oder 9 mache.

Mathematik in Klosterschulen

Boethius Einführung in die Arithmetik bildete die Grundlage für den Unterricht dieses Faches bis zum Ausgang des Mittelalters.
Im Jahre 781 berief Karl der Große den Gelehrten Alkuin von York zum Leiter seiner Hofschule, der das Bildungswesen des Frankenreiches aufbauen sollte. Im östlichen Frankenreich begründete ein Schüler Alkuins das Schulwesen, der aus Mainz stammende Rabanus Maurus.
Mathematische Lehrinhalte wurden gemäß der Einteilung der Sieben Freien Künste in den vier Fächern des Quadriviums gelehrt:

Arithmetik

Die Eigenschaften und Arten der Zahlen (z.B. gerade und ungerade Zahlen, Primzahlen, Flächen- und Körperzahlen) sowie Proportionen und Zahlenverhältnisse, außerdem Grundkenntnisse über griechische und lateinische Zahlschrift, Grundrechenarten, Fingerrechnen und im 11.-12. Jahrhundert Abakusrechnen, seit dem 13. Jahrhundert auch schriftliches Rechnen mit arabischen Ziffern

Geometrie

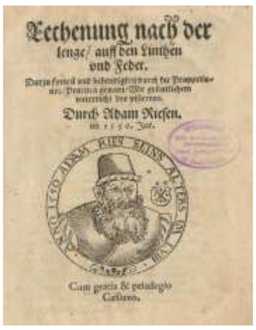
Elemente euklidischer Geometrie, Mess- und Vermessungswesen, Geographie

Astronomie

Grundkenntnisse der Ptolemäischen Astronomie und zum Teil auch Astrologie, seit dem 10. Jahrhundert Benutzung des Astrolabs, außerdem Komputistik zur Berechnung des Ostertermins und der beweglichen Feste des Kirchenjahres

Musik

Harmonielehre nach den Zahlenverhältnissen der antiken Kirchentonarten



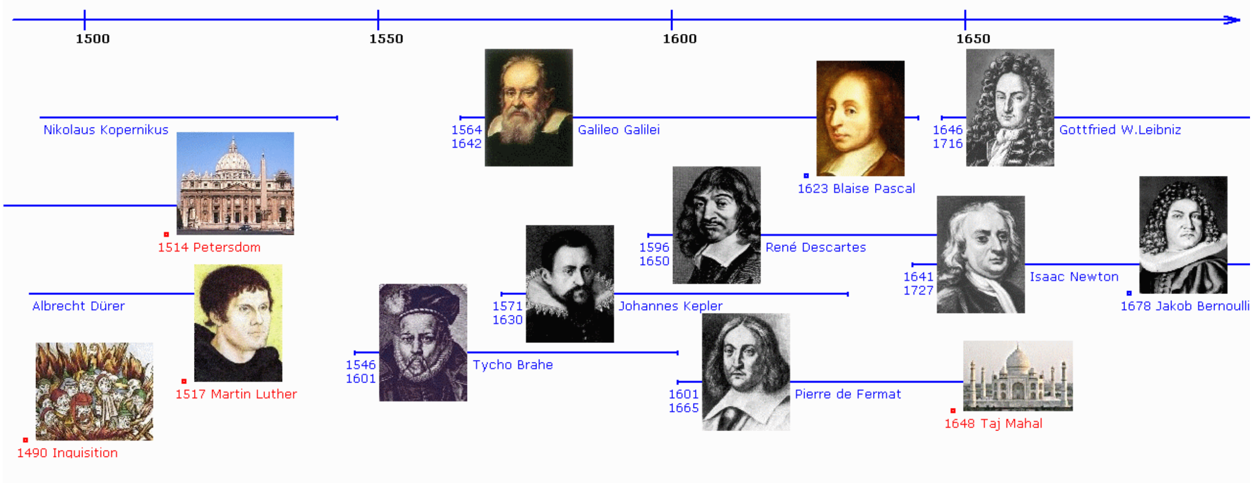
Rechenbuch

Rechenbücher waren praxisorientierte mathematische Lehrbücher, die vom Mittelalter bis zur frühen Neuzeit genutzt wurden.

Der Ursprung der Rechenbücher liegt in den mathematischen Aufgabensammlungen der antiken Hochkulturen.
Die ältesten erhaltenen Rechenbücher stammen aus dem indischen Kulturkreis aus den Jahren zwischen 850 und 1150. Aus dem arabischen Raum sind weit über hundert Rechenbücher, zumeist mit einem ausgeprägten Praxisbezug, überliefert. Das älteste in arabischer Sprache verfasste Rechenbuch mit indischen Ziffern wird auf 950 datiert. Das älteste aus dem Byzantinischen Reich bekannte Traktat wurde 1252 geschrieben.
In Europa entstanden, angeregt durch Fibonaccis 1202 erschienenen Liber abaci, zunächst in Italien erste von Rechenmeistern (ital. maestri d'abbaco) in der Volkssprache geschriebene Darstellungen der für die kaufmännische Praxis wichtigen Rechenoperationen.
Das bekannteste deutsche Rechenbuch ist das 1522 erschienene Rechenbuch "Rechenung auff der linihen und federn in zal / maß und gewicht" des erzgebirgischen Rechenmeisters Adam Ries. (Abbildung)

Durch ihre Verbreitung trugen die gedruckten Rechenbücher zur Durchsetzung des indisch-arabischen Zahlensystems und zur Ablösung des bis dahin gebräuchlichen Rechnens mittels Rechenbrettern bei.

Geschichte der Mathematik von 1500 bis 1700



Jahr	Ereignis
1500	S.Ferro entdeckt eine Methode der Auflösung von Gleichungen 3.Grades, welche er nicht veröffentlicht
1509	der Italiener Pacioli veröffentlicht "De divina proportione", das Werk behandelt u.a. den goldenen Schnitt und die regelmäßigen Polyeder
1512	Seine Vorstellungen über den Bau das Planetensystems veröffentlicht Copernicus erstmals in seinen "Commentariolus"
1514	J. Werner beschreibt eine Reduktion der Multiplikation auf Addition mit der Beziehung 2 sin a sin b = cos (a-b) - cos(a+b)
1518	A. Ries veröffentlicht die ersten deutschen Rechenlehrbücher
1520	S.Ferro untersucht das Rationalmachen von Nennern dritter Wurzeln
	Jakob Köbel veröffentlicht eine Aussprachetabelle, in der die Zahlen 21 bis 99 in unverdrehter Aussprache genannt werden, d.h. z.B. 21 = "zwanzig-eins"
	Emile de la Roche gibt ein Buch heraus, in dem die Begriffe Billion, Trillion, ... verwendet werden
1524	Adam Ries vollendet das Manuskript seiner "Coss"
1525	Dürers "Underweysung der messung mit dem zirckel und richtscheyt" erscheint, es wird zum bedeutendsten Lehrbuch der praktischen Geometrie im 16.Jahrhundert
1526	Christian Rudolph benutzt als erster die heutige Form des Wurzelzeichens
1528	Dürers "Von menschlicher Porportion" wird erstmals in Nürnberg gedruckt
1533	Gemma Frisius schlägt moderne Triangulationsmethoden vor
	Regiomontanus' Werk "De triangulis omnimodis libri quinque" wird postum veröffentlicht und enthält eine vollständige Darstellung der ebenen und sphärischen Trigonometrie
1536	Hudalricus Regius weist die Mersennesche Zahl 2^{11} - 1 als zusammengesetzt nach
1537	In einem Rechenbuch von Kobel wird die Eins nicht zu den Zahlen gezählt, sondern als das erzeugende Prinzip aller Zahlen gesehen
1539	neben numerischen Berechnung behandelt Cardano Fragen der Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung
1540	Nunes erkennt die Teilbarkeit von Polynomen durch Binome ihrer Wurzeln; *Ludolf van Ceulen (-1610), F.Viete, William Gilbert (-1603)
1541	Mercator und Nunes beschreiben unabhängig voneinander die Loxodrome
1542	L. Ferrari löst die Gleichung 4.Grades durch Reduktion auf den 3.Grad
1543	Kopernikus' Hauptwerk "De revolutionibus orbium coelestium" wird veröffentlicht
1544	Stifel veröffentlicht das beste Werk der Arithmetik "Arithmetica integra" seiner Zeit, welches z.B. quadratische und kubische Gleichungen und negative Exponenten enthält
1545	In der "Ars magna" veröffentlicht Cardano erstmals die Auflösungsmethode für Gleichungen 3.Grades; Stifel schlägt "M" für "mal" und "D" für "dividiert durch" ein
1548	*Simon Stevin (-1620)
1550	Rheticus berechnet eine zehnstellige Sinus- und Kosinustafel, *John Neper (-1617)
	Rafael Bombelli führt in seiner "Geometrie" die imaginäre Einheit √-1 ein
1552	*Jost Bürgi (-1632)
1554	Mercator verbessert die Kegelprojektion von Ptolemäus
1556	Tartaglia berechnet das Tetraedervolumen aus den Kantenlängen, er schreibt über das Malfatti-Problem
1557	R. Recorde führt das heutige Gleichheitszeichen ein
1561	Cardano schafft die ersten Ansätze der klassischen Wahrscheinlichkeitsrechnung; *Henry Briggs (-1630)
1569	Mercator führt die nach ihm benannte winkeltreue Projektion ein
1571	*Johannes Kepler (-1630)

1572	Bombelli bezeichnet in seinem Werk "Algebra" die komplexen Zahlen als "unmöglich" bzw. "imaginär", er löst den Casus irreducibilis" der kubischen Gleichung
1575	der italienische Mathematiker Franciscus Maurolicus veröffentlicht den ersten Beweis mittels vollständiger Induktion
1579	Vieta empfiehlt die Nutzung von Zehnteln, Hundertstel jedoch nur selten von Sechzigsteln; in "Canon mathematicus" begründet er die Goniometrie
1582	J.Scaliger schlägt die Nutzung des Julianischen Datums in der Astronomie vor; Papst Gregor XIII. verbessert den Kalender (Gregorianischer Kalender) G.Galilei nutzt Schwingungen eines Pendels zur Zeitmessung; Stevin leitet aus den Gesetzen der geneigten Ebene die Unmöglichkeit eines Perpetuum mobile her
1583	T.Fink führt die Begriffe Tangente und Sekante ein
1585	Die erste systematische Darstellung von Dezimalbrüchen und deren Rechenoperationen gibt Stevin in "De Thiede", u.a. versucht er Dezimalbrüche in Europa einzuführen Stevin gibt außerdem Zinseszinstafeln an und vereinfacht die Lösung von Gleichungen niedrigen Grades
1586	Über Zinstafeln und Statistik schreibt Stevin; noch vor Galilei widerlegt Stevin das Aristotelische Fallgesetz; Galilei konstruiert die hydrostatische Waage und schreibt über den Schwerpunkt fester Körper
1588	Bürgi ist im Besitz einer Logarithmentafel; Pietro Cataldi weist 2^{17}-1=131071 uns 2^{19}-1=524287 als Primzahlen nach
1591	Vieta führt Buchstaben zur Kennzeichnung von Unbekannten in die Algebra ein; *Girard Desargues (-1661), W.van Royen Snell
1592	*W.Schickard
1593	Vieta löst eines Gleichung 45.Grades; Die Dänen Wittich und Clavius schlagen in "de Astrolabio" vor, die Multiplikation zweier Zahlen auf eine Addition trigonometrischer Terme zurückzuführen
1596	van Ceulen berechnet in "Van den Circkel" die Kreiszahl Pi auf 35 Stellen; Keplers "Mysterium Cosmographicum" versucht die Erklärung des Planetensystems mittels Platonischer Körper; *René du Perron Descartes (-1650)
1597	Galilei konstruiert einen wesentlich verbesserten Proportionalzirkel
1598	J.Bürgi verfasst eine nie veröffentlichte Sinustafel "Canon Sinum"; Entdeckung der Zykloide als geometrisches Objekt durch Galilei
1599	Vieta löst den Casus irreducibilis der Gleichung 3.Grades
1600	Vieta löst das Berührungsproblem des Apollonius; Galilei entdeckt die Gesetze des senkrechten und schiefen Wurfes
1601	*Pierre de Fermat (-1665)
1603	Pietro Cataldi veröffentlicht die Primzahlen von 1 bis 750
1604	nach Kepler schneiden sich parallele Geraden im Unendlichen
1605	T.Harriot weist ballistische Kurven als Parabeln nach
1608	P.Roth zeigt, dass eine Gleichung n-ten Grades maximal n Lösungen haben kann
1609	Galilei baut nach Angaben aus Holland sein erstes Fernrohr; Kepler veröffentlicht in "Astronomia Nova" die Gesetze der Planetenbewegung
1611	Keplers Buch "Über den sechseckigen Schnee" enthält erste kristallographische Abhandlungen, er entdeckt, dass der Quotient aufeinanderfolgender Fibonacci-Zahlen gegen das goldene Verhältnis konvergiert
1613	Pietro Cataldi entwickelt Rechenmethoden für Kettenbrüche
1614	Lord J. Napier veröffentlicht eine komplette Logarithmentafel
1615	Die Keplersche Fassregel erscheint in "Stereometrica Doliorum"; Kepler beschreibt das erste nicht konvexe regelmäßige Polyeder, ein Sternpolyeder
1616	*John Wallis (-1703)
1617	Der schottische Mathematiker J.Napier entwickelt die ersten Rechenstäbe; H.Briggs veröffentlicht eine achstellige Logarithmentafel "Logarithmorum Chlias prima"; W.Snell führt die erste Gradmessung durch Triangulation aus
1619	Das 3.Keplersche Gesetz erscheint in "Harmonices Mundi"
1620	Der Schweizer Mathematiker J.Bürgi schreibt das Buch "Arithmetische und geometrische Progress-Tabulen"
1621	Snell gibt eine Abschätzung zur Verbesserung der Kreisberechnung
1623	 Schickard konstruiert als erster eine Rechenmaschine ; *Blaise Pascal (-1662)
1624	Briggs veröffentlicht die 14stellige Logarithmentafel "Arithmetica logarithmica"; zur Navigationstheorie veröffentlicht Snell; Rechenstäbe von Edmund Gunter, William Oughtred, Seth Partridge und Edmund Wingate werden genutzt.
1625	*Giovanni Cassini (-1712)
1627	der Holländer Ezechil de Decker gibt die erste lückenlose Logarithmentafel heraus; Die

Rudolphinischen Tafeln Keplers werden gedruckt

1628 Descartes führt die heute übliche Potenzschreibweise ein

1629 *Christian Huygens (-1695) ; Methode der Flächen und Volumenberechnung durch Cavalieri, ihm gelingt erstmals eine Flächen- und Längenberechnung an einer Zykloide

1631 Das Gleichheitszeichen erhält seine heutige Form nach Arbeiten von T.Harriot

1632 Die Galileischen "Dialoges" werden veröffentlicht, Galilei muss zum zweiten Mal vor die Inquisition

1634 Albert Girard führt die rekursive Schreibweise $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ für die Fibonacci-Zahlen ein

1635 In "Geometria indivisibilibus..." erscheint das nach Cavalieri benannte Prinzip

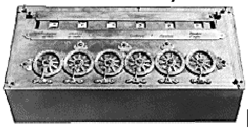
1636 Desargues veröffenlicht mathematische Arbeiten zur Perspektive

1637 René Descartes veröffentlicht sein Werk "Geometrie"; P.Fermat notiert auf dem Rand eines Buches seine folgenschwere Vermutung (Großer Satz von Fermat); Descartes gibt in 'Meteores' eine Erklärung der Entstehung des Regenbogens

1639 Eine Schrift zu Problemen der synthetischen Geometrie verfasst Desargues

1640 Das Grund-Aufriss-Verfahren wird von Desargues beschrieben; In "Eassai pour les Coniques" veröffentlicht Pascal seinen 6-Punkte-Satz am Kreis

1641 In "Centrobaryca" veröffentlicht Guldin die nach ihm benannten Regeln

1642  Blaise Pascal konstruiert eine Addiermaschine mit Zahnradgetriebe

1643 Der Holländer Isaac Beekmann formuliert: "Mota semel nunquam quiescunt, nisi impediantur" (Bewegtes kommt nicht zur Ruhe, wenn es nicht gehindert wird); *Isaac Newton (-1727)

1644 Marin Mersenne veröffentlicht sein Werk "Cogitata Physica-Mathematica"

1646 van Schooten benutzt ständig die Zeichen "+" und "-" für Addition und Subtraktion; *Gottfried Wilhelm Leibniz (-1716)

1649 Pascal erhält ein königliches Privileg für die Herstellung seiner Rechenmaschine

1652 Gründung der Akademie Leopoldina

1654 Huygens verbessert die Methode zur Berechnung der Zahl PI und ermittelt 9 Stellen; *Jakob Bernoulli (-1705)

1656 Wallis schreibt in "Arithmetica infinitorium" über analytische Geometrie

1657 Mit "Rekening in Spelen von Gheluck" begründet Huygens die Wahrscheinlichkeitsrechnung; Blaise Pascal schreibt "Vom Geiste der Geometrie" und entdeckt das nach ihm benannte Dreieck; van Schooten ermittelt die Primzahlen bis 10000; Ch.Huygens benutzt als erster das Pendel in Wanduhren

1658 Rektifikation und Bestimmung der Zykloidenlänge durch Wren

1659 der Holländer Jan de Witt schreibt in "Elementa curvarum" über Kegelschnitte

1661 *L'Hospital

1665 in Mailand wird ein Lotterie "5 aus 100" durchgeführt

1666 die Königliche Akademie der Wissenschaften zu Paris wird gegründet; einfache Rechengeräte von Sir Samuel Morland in Form von kleinen Taschengeräten: Eines für die Addition, eines für die Multiplikation. Beide ohne Zehnerübertrag

1667 *Johann Bernoulli (-1748), Abraham de Moivre (-1754)

1668 I.Newton beschäftigt sich mit Näherungsverfahren; Thomas Brancker erweitert die Primzahltabelle Schootens bis 100000

1669 Newton untersucht die binomische Reihe und beschäftigt sich mit Interpolationstheorie

1670 J.Gregory entdeckt selbständig die Binomial- und Taylorreihe

1673  Leibniz entwickelt die Grundlagen der Differenzialrechnung, er führt den Begriff der Funktion ein; Konstruktion einer Staffelwalzen-Rechenmaschine für alle vier Grundrechenarten durch Leibniz, Evolutenbestimmung der Zykloide und Tautochronie durch Huygens

1679 Leibniz führt das System der Dualzahlen ein; er entwickelt das System einer binär arbeitenden Maschine

1681 Georg Samuel Dörffel zeigt, dass Komentenbahnen Parabeln sein können, in deren Brennpunkt die Sonne steht. Dörffel geht auf Grund religiöser Überlegungen aber von einem geozentrischen Weltbild aus

1682 Leibniz veröffentlicht seinen "Calculus"

1685 Der binomische Satz wird durch das Werk "Treatise de Algebra" von Wallis bekannt; *B.Taylor

1686 Eine Leibnizsche Arbeit enthält erstmals das Integrationszeichen

1687 Newtons Hauptwerk "Philosophiae naturalis principia mathematica" ist grundlegend für die Entwicklung der Naturwissenschaften; Newton veröffentlicht das Gravitationsgesetz

1690 Das Buch "Traité d'Algebré" von Rolle wird gedruckt

1691 Rolle beweist den Mittelwertsatz

1692 Leibniz verwendet erstmals das Wort Funktion als Bezeichnung für Längen, die von einem als beweglich gedachten Punkt einer Kurve abhängen

1694 der Pariser Mechaniker Olivier verbessert die Leibnizsche Rechenmaschine

1695 Halley entwickelt die Reihe von ln(1+x)

1696	L'Hospital veröffentlicht das erste Lehrbuch über Infinitesimalrechnung
1697	Brachistochrone durch Johann Bernoulli

Leibniz-Newton-Prioritätenstreit

In der Mathematikgeschichte hatte der Prioritätenstreit um die Urheberschaft der Infinitesimalrechnung zwischen Leibniz und Newton besondere Auswirkungen. Im nachfolgenden der historische Ablauf:

1665 Newton macht seine ersten Entdeckungen zur Fluxionsrechnung; seine Bezeichnung der Infinitesimalrechnung. Es existiert ein Manuskript vom 16.Mai 1666.

10.8.1669 Newtons Lehrer Isaac Barrow schickt Newtons Erstlingswerk (Analysis aequationes infinitas) an John Collins, Mitglied und Sekretär der Royal Society

William Brouncker, der Präsident der Royal Society, erhält eine Kopie, ebenso Henry Oldenburg, ein weiterer Sekretär der Royal Society.

24.9.1669 Brief von Oldenburg an René-Francois de Sluse, in dem Oldenburg von der allgemeinen Infinitesimalmethode von Newton mit Angabe der Analysis spricht.

Die Londoner Mathematiker waren in Newtons Methoden eingeweiht, obwohl Newton bis zu diesem Zeitpunkt nichts über seine Fluxions- und Reihenlehre veröffentlicht hat.

20.12.1672 Brief von Newton an Collins. Newton erläutert seine Tangentenmethode an Beispielen. Grund: Streit mit De Sluse über die Tangentenregel

Anfang 1673 Leibniz besucht London. Er wird Mitglied der Royal Society. John Pell misstraut ihm wegen ungenügender mathematischer Einzelkenntnisse, Robert Hooke wegen eines Konstruktionsfehlers der Leibnizschen Rechenmaschine.

1675 Leibniz entdeckt seinen Infinitesimalkalkül

Newton hat zehn Jahre vor Leibniz sein Infinitesimalkalkül entdeckt. Newton ging vom physikalischen Prinzip der Momentangeschwindigkeit aus, Leibniz versuchte eine mathematische Beschreibung des geometrischen Tangentenproblems zu finden.

26.7.1676 Brief von Newton an Leibniz mit einem Bericht über seine mathematischen Entdeckungen und bekannten Resultate. Keine Angaben über die Fluxionsmethode.

27.8.1676 Brief von Leibniz an Newton. Er schreibt, er sei auf anderen Wegen zu gleichen Resultaten gekommen. Leibniz bittet Newton um weitere Aufklärung über die englischen Infinitesimalmethoden.

»Zeitstrahl

13.10.1676 Leibniz hat in London und bei Collins Einsicht in die Arbeiten Newtons.

Newton vermutet, dass Leibniz die Reihenmethode nachentdecke und sich der allgemeinen Methode rühme. Er will gegenüber Leibniz seine Priorität geltend machen, allerdings ohne seine Methode zu verraten.

2.5.1677 Brief von Newton an Leibniz: Newton zeigt sind Binomialtheorem, eine allgemeine Formel für binomische Integrale und ein graphisches Verfahren der Integration.

Die allgemeinen Fluxionsmethoden erläuert er nicht, sondern stellt sie in Form von Anagrammen dar.

1.7.1677 Leibniz erhält den Brief, antwortet am gleichen Tag und stellt seine Differentialrechnung dar.

Die direkte Antwort und die offene Darlegung seiner Differentialrechnung zeigen, dass Leibniz ohne Newtons Ergebnisse alles schon vorher gekannt hat. Newton versteht dies nicht und antwortet nicht mehr.

1684 Leibniz publiziert die entdeckte Differenzialrechnung, die sich auf dem Kontinent, Dank der Brüder Bernoulli, ausbreitet.

1687 Veröffentlichung Newtons "Principia"

1696 Leibniz löst das Problem der Brachystochrone, Newton ebenso, aber ohne Beweis

1699 Nicolas Fatio beginnt den öffentlichen Prioritätenstreit, indem er Newton das Recht einräumt, der um mehrere Jahre ältere Erfinder dieses Kalküls zu sein. Er behauptet, Leibniz habe von Newton abgeschrieben.

1708 John Keill beschuldigt Leibniz direkt der Fälschung.

1710 Beschwerde von Leibniz über Keill bei Hans Sloane. In England ist der Leibnizsche Kalkül nicht bekannt, auf dem Kontinent wird der Fluxionskalkül nicht benutzt.

22.3.1711 die Royal Society macht Leibniz den Prozess

31.5.1711 Brief von Keill an Leibniz mit einer Verschärfung der Anklage von 1708

31.1.1712 Verlesung der Antwort von Leibniz in der Royal Society, die Leibniz als Plagiator bezeichnet

24.4.1712 Verlesung der Anklageschrift (Commercium Epistolicum) und Bestätigung der Priorität Newtons

Der Streit wird noch bis Leibniz' Tod weitergeführt. Auch danach gibt Newton keinen Frieden und tilgt eine Textstelle in der 3.Ausgabe der "Principia", welche Leibniz' Leistung würdigt.
Im Ergebnis trennt sich die englische Mathematik für fast 100 Jahre von der Kontinentalmathematik und verliert den Anschluss. Die Leibnizsche Infinitesimalrechnung setzt sich durch.

Wasan-Mathematik

Wasan (deutsch: "japanische Mathematik") ist die Bezeichnung für die in Japan während der Edo-Zeit (1603-1867) betriebene Mathematik.

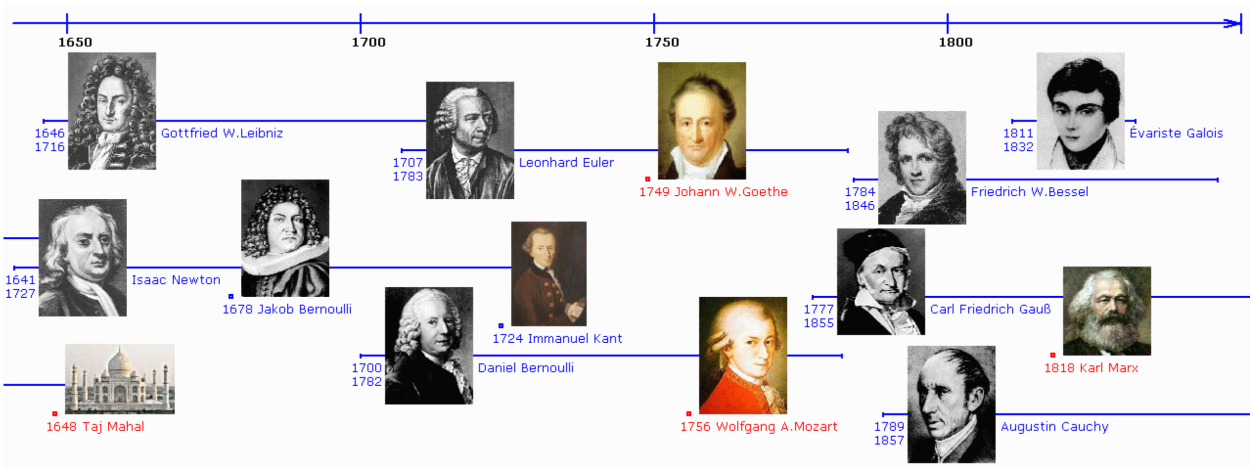
Wasan entstand unter dem Einfluss chinesischer Mathematikbücher, insbesondere Suanxue Qimeng ("Einführung in mathematische Studien") von Zhu Shijie und das bis in die Han-Zeit zurückreichende Jiuzhang Suanshu ("Die 9 Kapitel der mathematischen Kunst").
Inhalte des Wasan waren Probleme der Analysis, Algebra, Kombinatorik, Zahlentheorie und Geometrie. U.a. wurden das Horner-Schema entwickelt, Determinanten eingeführt und Ansätze der Infinitesimalrechnung entwickelt.

Wasan-Bücher sind nach Problemen gegliedert und beruhen nicht auf dem klassischen Definition-Satz-Beweis-Schema. Am Ende werden ungelöste Probleme formuliert, welche von anderen Mathematikern bearbeitet werden können.
Eine besondere Form ist das Sangaku, d.h. Holztafeln, auf denen geometrische Rätsel beschrieben wurden. Diese Tafeln wurden in Tempeln als Dank für eine Shinto-Gottheit ausgehängt.
Ab 1868 wurde Wasan im Rahmen der Reformen der Meiji-Regierung durch europäische Mathematik ersetzt.

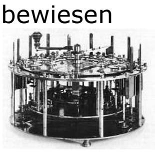
Sangaku

Sangaku (japan. für mathematische Tafel) sind japanische geometrische Puzzle in Euklidischer Geometrie, die in der Edo-Periode (1603-1867) in allen Schichten des Volkes auf wertvoll verzierten Holztafeln aufgezeichnet wurden.
Von 1639 bis 1854 lebte Japan in strenger, selbst auferlegter Isolation von der restlichen Welt. Jeder wissenschaftliche Kontakt mit Europa wurde unterdrückt. In dieser Zeit erblühte eine besondere Art einheimischer Mathematik, u.a. auch Sangaku.
In den Sangaku werden Dreiecke, Vielecke, Kreise, Ellipsen, Kreise in Ellipsen usw. behandelt. Einige der Aufgaben sind sehr einfach, andere dagegen fast unlösbar. Bekannt wurden die Sangaku-Probleme durch den holländischen Forscher Isaac Titsingh, der sie um 1800 in Europa veröffentlichte.
Eine Vielzahl der Tafeln gingen im Laufe der Zeit verloren, heute existieren noch etwa 900.
Fujita Kagen (1765-1821), ein bedeutender japanischer Mathematiker gab mit "Shimpeki Sampo" (Mathematische Probleme für den Tempel) 1790 das erste Buch zu Sangaku heraus.
Seit 1989 bemüht sich vor allem Hidetoshi Fukagawa um die Erforschung und Bewahrung der Sangaku-Geometrie.

Geschichte der Mathematik von 1700 bis 1900



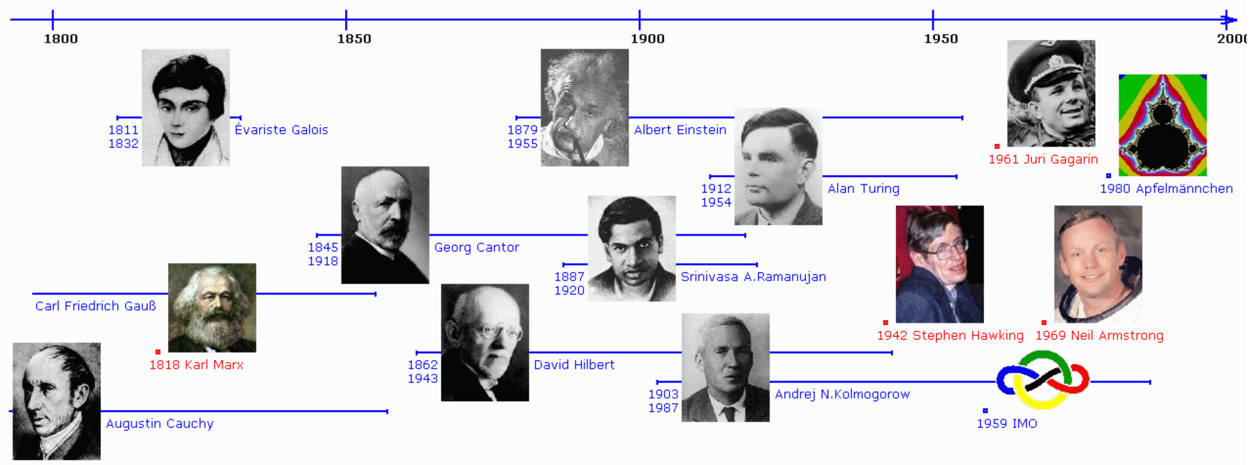
Jahr	Ereignis
1700	Leibniz begründet die Akademie der Wissenschaften zu Berlin; Die Bruchrechnung wird Unterrichtsgegenstand allgemeinbildender Schulen in Deutschland; Newton findet das nach ihm benannte Näherungsverfahren ; *Daniel Bernoulli (-1782); im protestantischen

	Deutschland wird der Gregorianische Kalender eingeführt
1701	J. Bernoulli veröffentlicht seine Arbeit über Variationsrechnung
1703	die erste Abhandlung von Leibniz über das Rechnen im Binärsystem erscheint
1706	William Jones benutzt als Erster den griechischen Buchstaben π für die Kreiszahl
1707	Halley übersetzt die sphärische Geometrie des Menelaos aus dem Griechischen; Newtons Werk "Arithmetica universalis" erscheint; *Leonhard Euler (-1783), Georges Buffon (-1788)
1709	Giovanni Poleni erfindet und beschreibt unabhängig das Sprossenrad
1712	Taylor veröffentlicht die nach ihm benannt Reihe, welcher er 1715 herleitet
1717	*Jean le Rond d'Alembert (-1783)
1726	Antoni Braun baut in Wien eine funktionstüchtige Rechenmaschine
1732	Euler beweist den "Großen Satz des Fermat" für n=3; Euler zerlegt die 5.Fermat-Zahl in Primfaktoren und widerlegt die Fermatsche Vermutung
1735	In Genua wird erstmals ein Zahlenlotto "5 aus 90" durchgeführt
1736	Das Eulersche Lehrbuch zur Mechanik erscheint; durch Gradmessungen in Peru und Lappland beweist de Maupertuis endgültig, dass die Erde an den Polen abgeplattet ist
1738	D. Bernoulli veröffentlicht eine mathematische Arbeit zur Hydrodynamik; Die Cassinischen Kurven werden in dem Buch "Elements d'astronomie" veröffentlicht
1742	Goldbach schreibt an Euler einen Brief, welcher die Goldbachsche Vermutung enthält
1743	L. Euler löst die lineare Differenzialgleichung n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten; Clairaut veröffentlicht "Théorie de la figure de la terre"
1744	Euler begründet die Variationsrechnung; L. Euler liefert die analytische Behandlung des Zweikörperproblems
1746	d'Alembert veröffentlicht über die Theorie der analytischen Funktionen und über Differenzialgleichungen; d'Alembert benutzt a+b*i als Form der Darstellung komplexer Zahlen; G.Achenwall benutzt den Begriff Statistik
1748	In "Introductio in anlysin infinitorum" schreibt Euler über Reihenlehre,Trigonometrie und analytische Geometrie
1750	Cramer's Hauptwerk "Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes Algébriques" erscheint; Die Simpson-Regel zur Quadratur wird bekannt; Euler kennt 62 Paare befreundeter Zahlen
1755	J. L. Lagrange arbeitet über Variationsrechnung sowie Differenzialgleichung der Minimalflächen; Die "Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels" von Kant erscheint
1759	J.Lambert schreibt über Perspektive
1760	Lagrange wendet die Variationsrechnung auf die Dynamik an
1761	Die Irrationalität von π wird durch Lambert bewiesen
1765	d'Alembert führt die heute übliche Schreibweise für Grenzwerte ein
1767	Mittels Kettenbrüche löst Lagrange Gleichungen; Die Irrationalität von e wird durch Lambert bewiesen
1770	 Lagrange beweist den Vier-Quadrate-Satz; Philipp Matthäus Hahn konstruiert eine Rechenmaschine; in Auswertung eines Venusdurchganges vor der Sonne berechnet Euler den Abstand Erde-Sonne auf 151225000 km
1772	Euler findet durch Probedivision, dass 2^{31}-1 eine Primzahl ist
1776	E.Waring stellt das Waring-Problem, die Darstellung von Zahlen als Summe von Potenzen, auf
1777	G.de Buffon stellt das Nadelproblem; Ausgangspunkt der Integralgeometrie
1782	Euler formuliert das nach ihm benannte Offiziers-Problem
1786	der schwedische Mathematiker Edvard S.Bring (1736-1798) reduziert die allgemeine Gleichung 5.Grades auf die Form $x^5 + px + q = 0$
1788	Die "Mécanique analytiques" Lagranges begründet die analytische Mechanik, u.a. behandelt er das Dreikörperproblem und gibt einige Speziallösungen an
1791	Gauß arbeitet über das geometrisch-arithmetische Mittel
1792	Gauß findet die Methode der kleinsten Quadrate
1793	die bedeutendste Logarithmentafeln aller Zeiten (über 100 Auflagen) wird erstmals von Georg V.Vega herausgegeben. James Watt empfiehlt den "Soho rule" (Rechenstab) als universelles Rechengerät des Ingenieurs
1795	Gauß beschäftigt sich intensiv mit Zahlentheorie, z.B. dem Reziprozitätsgesetz
1796	Gauß veröffentlicht seine Arbeit über die Konstruierbarkeit regelmäßiger n-Ecke
1797	Der Däne C.Wessel findet als erster die Darstellung komplexer Zahlen in der Ebene
1798	Gaspar Monge begründet die darstellende Geometrie mit seinem Buch "Géométrie descriptive"
1799	Ruffini weist die Auflösbarkeit von Gleichungen 5.Grades in Radikalen als unlösbar nach; Der Fundamentalsatz der Algebra wird durch Gauß bewiesen; in Frankreich wird ein metrisches Dezimalsystem eingeführt
1800	Gauß findet eine allgemeingültige Osterformel; Piazzi entdeckt am 1.Januar mit Ceres den ersten Planetoiden; Gauß gelingt es die Bahn des Planeten Ceres zu berechnen
1801	Mit "Disquisitiones arithmeticae" begründet Gauß die moderne Zahlentheorie; Gauß löst weiterhin die Kreisteilungsgleichung rein rechnerisch
1802	Georg Friedrich Grotefend entziffert die Keilschrift der Assyrer und Babylonier

1805	Jacquard baut den ersten lochkartengesteuerten Webstuhl
1806	Jean-Robert Argan veröffentlicht eine Arbeit über komplexe Zahlen und begründet damit die Vektorrechnung
1807	Die später nach Mollweide und Gauß benannten Formeln werden von Delambre gefunden
1810	J. B. J. Fourier arbeitet über trigonometrische Reihen
1812	Gauß veröffentlicht über die hypergeometrische Reihe; Die "Analytische Theorie der Wahrscheinlichkeit" von Laplace erscheint; mehr als 10000 lochkartengesteuerte Webstühle nach Jacquard sind in Betrieb
1816	Gauß ist im Besitz einer nichteuklidischen Geometrie, welche er nicht veröffentlicht
1817	Bernhard Bolzano bemüht sich um einen strengen Aufbau der Analysis und gibt einen Beweis des Mittelwertsatzes für stetige Funktionen
1818	Charles X.Thomas beginnt in Paris mit der Serienproduktion mechanischer Tischrechenmaschinen
1819	Das nach Horner benannte Schema wird veröffentlicht
1820	Charles Xavier Thomas begann als erster mit der werkstattmäßigen Herstellung von mechanischen Rechenmaschinen. Von seinem "Arithmometre" wurden in rund 60 Jahren etwa 1.500 Exemplare hergestellt
1821	Cauchy veröffentlicht seinen "Cours d'analyse"
1822	In "Théorie analytique de la chaleur" begründet Fourier die nach ihm benannte Reihenentwicklung; "Traité des propriétés projectives des figures" von Poncelet legt die Grundlagen der projektiven Geometrie; Charles Babbage entwicklet die Difference Engine. Die Maschine wird aber nie gebaut. Jean-François Campoillon entziffert die ägyptischen Hieroglyphen.
1824	Abel beweist die Unmöglichkeit der Auflösung von Gleichungen höheren als 4.Grades in Radikalen; Jean-Francois Champollion entziffert die Hieroglyphenschrift und nutzt dabei kryptologische Methoden
1825	Bólyai erkennt die Unbeweisbarkeit des Parallelenpostulats von Euklid; Legendre beweist die Fermatsche Vermutung für den Fall n=5
1826	Lobatschewski berichtet über seine hyperbolische Geometrie; Ampére veröffentlicht die "Abhandlung über die mathematische Theorie der elektromagnetischen Phänomene" ; der französische Mathematiker führt den Begriff der "Arbeit" in die Physik ein
1827	Durch Gauß wird die Flächentheorie geschaffen; A. F. Möbius, Mitbegründer der neueren Geometrie, veröffentlicht sein Hauptwerk »Der baryzentrische Kalkül«; Sturm erringt einen Preis für eine mathematische Arbeit über die Kompressibilität von Flüssigkeiten
1829	C.Jacobi schreibt sein Werk "Fundamenta nova theoria functiorum ellipticarum"
1830	E. Galois schreibt seine Arbeit über Auflösbarkeit algebraischer Gleichungen
1831	Gauß beschreibt eine Theorie der komplexen Zahlen in der Ebene; Michael Faraday (1791–1867) entdeckt die elektromagnetische Induktion und entwickelt die völlig neuartige Idee von der Existenz eines elektromagnetischen Feldes.
1832	J.Bólyai veröffentlicht seine Ergebnisse über nichteuklidische Geometrie; P.Sarrus schreibt über numerische Methoden zur Auflösung von Gleichungen mit mehreren Unbekannten, Richelot gibt eine Konstruktionsbeschreibung des regelmäßigen 257-Ecks an
1833	Der britische Mathematiker C. Babbage entwirft den ersten programmgesteuerten Rechenautomaten; seine Assistentin Ada Byron Countess of Lovelace schreibt die zugehörigen Steuerprogramme
1836	Gauß führt den von Euler aufgestellten Potenzialbegriff in die Physik ein
1838	F.W.Bessell bestimmt in Königsberg die erste Sternentfernung (61 Cygni)
1839	G.Lamé gelingt für n=7 der Nachweis des Satzes von Fermat
1842	Eine Arbeit über mehrfache Integrale veröffentlicht Sarrus; Lady Ada Byron, Countess of Lovelace, Assistentin von Babbage, schreibt erste Programme für die nichtgebaute Analytical Engine
1843	Sarrus schreibt über Bahnberechnungen von Kometen; William Rowan Hamilton führt die Quaternionen und Vektoren ein
1844	Graßmann führt mehrdimensionale Vektorräume ein
1845	Verhulst führt die logistische Gleichung ein; Adams entdeckt nach der mathematischen Bahnanalyse den Planeten Neptun; Die Datumsgrenze wird längs des 180.Breitengrades festgelegt
1846	Liouville veröffentlicht die Arbeiten Galois'
1847	In dem Buch "Paradoxien des Unendlichen" weißt B.Bolzano auf eine Paradoxie der Mengenlehre hin; Ernst Eduard Kummer entwickelt eine Teilbarkeitslehre unter Einbeziehung idealer Zahlen
1848	G.Boole begründet die formale Logik; In einer Schachzeitschrift wird das "Damenproblem" veröffentlicht
1850	Ignazio Porro führt das Neugrad-System ein
1852	F.Guthrie stellt das Vierfarben-Problem der Färbung einer Landkarte
1853	Der Belgier A.Quetelet benutzt als erster die Wahrscheinlichkeitsrechnung für statistische Untersuchungen

1854	G. Boole arbeitet über Grundlagen der mathematischen Logik. B. Riemann schreibt »Über die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen«; die Universität von Oxford schafft die Verordnung ab, dass alle wissenschaftlichen Arbeiten in Latein übersetzt werden müssen
1855	In der "Pangeometrie" fasst Lobatschewki die Kenntniss über nichteuklidische Geometrie zusammen; der schottische Ingenieur W.Rankine führt den Energiebegriff als Ausdruck des Arbeitsvermögens ein
1858	A.Cayley veröffentlicht über Matrixrechnung; In einer Abhandlung über abwickelbare Flächen nennt Codazzi die Mainardi-Codazzi-Formeln
1859	Riemann veröffentlicht er seine Arbeit über die analytische Fortsetzung der Riemannschen ζ-Funktion und formuliert die berühmte, bis heute ungelöste Riemannsche Vermutung über die Nullstellen der ζ-Funktion.
1864	James Clerk Maxwell formuliert seine Maxwellschen Gleichungen und begründet die Theorie des Elektromagnetismus.
1865	L.Carroll schreibt sein mathematisch unterlegtes "Alice im Wunderland"
1866	der 16jährige Paganini findet ein von Euler übersehenes Paar befreundeter Zahlen
1867	Landry ermittelt mit $(2^{59}-1)/179951$ eine neue 13stellige Rekordprimzahl; Hankel veröffentlicht das Permanenzprinzip bei Zahlbereichserweiterungen
1868	Edison erhält ein Patent auf einen Abstimmungsapparat für das Parlament
1870	F.Klein wird mit seiner Gruppentheorie bekannt; in den USA beginnt die industrielle Produktion von Rechenmaschinen
1871	Richard Dedekind veröffentlicht seine Idealtheorie
1872	F.Klein veröffentlicht das Erlanger Programm
1873	C.Hermite beweist die Transzendenz der Eulerschen Zahl; Shanks ermittelt 707 Stellen von PI, leider ab der 528. falsch
1874	L.Seidel entwickelt das Gauß-Seidel- bzw. Einzelschrittverfahren zur Lösung von Gleichungssystemen; G. Cantor begründet die Mengenlehre; während eines Venusdurchgangs wird die Sonnenparallaxe ermittelt
1875	Die Grundzüge der affinen und Euklidischen Geometrie mehrdimensionaler Räume begründet C.Jordan; 17 Staaten schließen die Internationale Meterkonvention ab und führen das Meter als gesetzliche Maßeinheit ein
1876	E.Lucas entwickelt das Lucas-Lehmer-Kriterium und weist $2^{127} - 1$ als prim nach
1878	Tschebyschow konstruiert eine Additionsrechenmaschine; Hermite veröffentlicht seine Quadrationsformeln; Beginn der Fertigung von Rechenmaschinen in Glashütte, William Clifford (1845–1879) verallgemeinert komplexe Zahlen und Hamiltons Quaternionen durch Einführung von Cliffordalgebren
1879	G.Frege begründet die heutige Form der Logik; K. Weierstraß arbeitet über die analytischen Funktionen mehrerer komplexer Variabler
1880	A.Markow schreibt über biquadratische Formen
1882	Lindemann gelingt der Nachweis der Transzendenz von Pi
1886	Der US-amerikanische Ingenieur H. Hollerith konstruiert für die 11. US-amerikanische Volkszählung eine elektromechanische Lochkartenmaschine
1887	R. Dedekind schreibt seine klassische Arbeit: Was sind und was sollen die Zahlen?; Beginn der industriellen Großproduktion mechanischer Rechenmaschinen in den USA (FELT); Theodor von Oppolzer veröffentlicht den "Canon der Finsternisse"
1888	S.Kowalewskaja erhält als erste Frau eine Professur für Mathematik
1889	F.Galton beschreibt erstmals das nach ihm benannte Brett; G. Peano stellt 5 Axiome des Aufbaues des Systems der natürlichen Zahlen auf
1890	H.Hollerith realisiert die Volkszählung in den USA mittels Lochkarten; Guiseppe Peanos Veröffentlichung der nach ihm benannten Kurve führt zur Neudefinition des Kurvenbegriffs, Gründung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) durch Hilbert
1891	Hermes konstruiert in 10jähriger Arbeit das regelmäßige 65537-Eck
1892	Poincaré entdeckt, dass ein wohldefiniertes mechanisches System chaotisches Verhalten aufweisen kann
1893	die von Lucas übersehene prime Zahl $2^{61} - 1$ wird durch Pervouchine gefunden
1895	Peano führt die Symbole für "Element", "Durchschnitt" und "Vereinigung" ein
1896	Hollerith gründet die Tabulating Machine Company um die Rechenmaschinen mit Lochkarten zu verkaufen, Jaques Hadamard (1865–1963) und Charles de la Valée-Poussin (1866–1962) beweisen den Satz über die asymptotische Verteilung der Primzahlen
1897	Das Hilbertsche Werk "Die Theorie der algebraischen Zahlenkörper" erscheint; Erster mathematischer Weltkongress in Zürich
1899	In den "Grundlagen der Geometrie" begründet Hilbert die Geometrie streng axiomatisch; "Les methodes nouvelles de la mécanique céleste" von Poincaré ist die Grundlage der Theorie nichtlinearer Systeme

Geschichte der Mathematik seit 1900



Jahr	Ereignis
1900	D.Hilbert hält in Paris seinen berühmten Vortrag und stellt 23 mathematische Probleme; Max Planck (1858–1947) leitet sein Strahlungsgesetz aus der Quantenhypothese ab
1901	Die Formeln von Runge-Kutta erscheinen
1902	K.Hensel beschreibt die Theorie der p-adischen Zahlen und begründet die algebraische Zahlentheorie
1903	Bertrand Russell veröffentlicht die Arbeit Freges aus dem Jahr 1879; In "La Science et l'Hypothese" verweist Poincaré auf die fundamentale Bedeutung von Anfangsbedingungen
1904	N.Koch konstruiert in "Sur une courbe continue sans tangente..." die nach ihm benannte Kurve
1905	Einstein veröffentlicht seine Arbeiten zum Fotoeffekt und zur speziellen Relativitätstheorie
1907	L. E. J. Brouwer begründet den Intuitionismus; elektronische Bauelemente der 1.Generation (Elektronenröhre) werden genutzt
1908	W.Gosset findet die Student-t-Verteilung
1909	Percy Ludgate publiziert unabhängig von Babbage die Idee einer universell programmierbaren Rechenmaschine, führt dabei bedingte Sprünge und das Prinzip des Drei-Adress-Befehls ein
1910	Erste Volkszählung mittels Lochkarten in Deutschland; B. Russell und N. Whitehead beginnen mit der Veröffentlichung der »Principia mathematica«; H. v.Lieben erfindet die Elektronenröhre mit Steuergitter. P. Ehrenfest erkennt die Anwendbarkeit der Aussagenlogik auf die Konstruktion und Untersuchung elektrischer Schaltkreise
1912	Bertrand Russell findet die nach ihm benannte Paradoxie der Cantorschen Mengenlehre
1914	Felix Hausdorff begründet die mengentheoretische Topologie
1916	Die allgemeine Relativitätstheorie Einsteins erscheint
1917	Einstein entwickelt das Modell eines statischen Universums und begründet die relativistische Kosmologie
1918	der Franzose Poulet findet ein fünfgliedrige Kette sozialer Zahlen; Emmy Noether zeigt mathematisch, dass eine physikalische Theorie stets ein Energieerhaltungsgesetz besitzt, falls diese Theorie aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung folgt und das zugehörige Variationsproblem invariant unter Zeittranslationen ist
1920	E. Noether erkennt die Bedeutung der algebraischen Strukturen und wird zur Mitbegründerin der modernen Algebra
1921	Das tschechische Wort robot beschreibt mechanische Arbeiter in einem Stück von Karel Capek
1922	MacNeish gelingt es eine untere Schranke für orthogonale lateinische Quadrate aufzustellen; der sowjetische Mathematiker Friedman entdeckt den Evolutionskosmos
1923	der Neue orientalische Kalender wird von der griechisch-orthodoxen Kirche angenommen
1924	Die Tabulating Machine Company wird nach einer Reihe von Zusammenschlüssen zu International Business Machines (IBM).
1925	H. Weyl arbeitet über die Darstellungstheorie von Gruppen
1926	Fubinis Werk "Geometria proiettiva differenziale" enthält fundamentale Beiträge zur projektiven Differenzialgeometrie; Der Aitken-Delta²-Prozess wird veröffentlicht
1927	E.Artin gibt eine neue kanonische Formulierung der Klassenkörpertheorie; Die Extrapolation zur Grenze bzw. Richardson-Extrapolation wird bekannt
1928	Die Arithmetik der Algebren wird durch Artin auf der Basis der Ergebnisse von Brandt begründet ; J. v. Neumann liefert (seit 1928) bahnbrechende Arbeiten über die Spieltheorie
1930	In "Moderne Algebra" stellt van der Waerden die axiomatische Algebra dar
1931	K. Gödel veröffentlicht den nach ihm benannten Vollständigkeitssatz
1932	Kantorowitsch begründet die Lineare Optimierung; Der Mathematiker Wilhelm Cauer löst an der Universität Göttingen lineare Gleichungssystem mit bis zu zehn Variablen mittels speziell dafür konstruierter Analog-Rechenanlagen
1933	Gödel beweist, dass mittels finiter Prozesse im Hilbertschen Sinne die Widerspruchsfreiheit

	einer Theorie nicht bewiesen werden kann
1934	Nicolas Bourbaki (Pseudonym für eine Gruppe von Mathematikern) beginnt die Grundzüge der Mathematik auf mengentheoretischer Grundlage darzustellen
1936	A.Turing präzisiert den Begriff der Berechenbarkeit mit dem Konzept seiner Turing-Maschine; Church veröffentlicht seine Arbeiten über das Lambda-Kalkül; Churchsche These wird veröffentlicht; G.Gentzen beweist die Widerspruchsfreiheit der Zahlentheorie im Hilbertschen Sinne
1937	Winogradow beweist, dass fast alle ungeraden Zahlen Summen von 3 Primzahlen sind; George Stibitz baut den ersten binären Rechner (nicht Computer); Clemens Thaer beendet die erste deutsche Übersetzung der "Elemente" von Euklid
1938	T.Banachiewicz verbessert den Gaußschen Lösungsalgorithmus und gewährleistet dessen rechentechnische Umsetzung; Erster mechanischer Rechner Z1 von K.Zuse, jedoch nicht funktionsfähig
1939	Unter dem Pseudonym Bourbaki veröffentlichen französische Mathematiker über 40 Bücher, die "Elemente der Mathematik"
1940	Henri Cartan definiert die Begriffe Kontinuum und Grenze in der Topologie; F.Krassowski berechnet ein Erdellipsoid-Modell
1941	Atanasoff und Berry bauen den ersten kleinen Röhrenrechner; Konstruktion des Z3 durch K.Zuse
1943	der erste elektronische programmierbare Computer "Colossus" wird in England eingesetzt
1944	Inbetriebnahme des 1.programmgesteuerten Rechners MARK I in den USA; Planung von Rechnern nach dem von-Neumann-Prinzip
1945	Konstruktion des 1.Elektronenröhrenrechners ENIAC; Zuse entwickelt mit seinem Plankalkül eine nicht zur Anwendung gekommene Programmiersprache, die erstmals nicht ausschließlich am numerischen Rechnen orientiert ist
1947	Alexandrow entwickelt grundlegende Erkenntnisse der kombinatorischen Topologie; Ferguson und Wrench berechnen 808 Dezimalstellen von π
1948	Erfindung des Transistors durch die US-amerikanischen Physiker J. Bardeen, W. H. Brattain und W. Shockley; N.Wiener verfasst sein Werk "Kybernetik"
1949	Reitwaiser berechnet auf der ENIAC 2035 Stellen von π; der indische Mathematiker Kaprekar findet die nach ihm benannte Zahl; Rechner EDSAC (Großbritannien) arbeitet als erster mit einheitlichem Speicher für Programm und Daten
1951	Die Aufzeichnungen von Artin und Tate werden zum Standardwerk der algebraischen Zahlentheorie; Markow präzisiert den Algorithmenbegriff für Zeichenreihen; Ferrier weist mittels Proth'schem Theorem $(2^{148}+1)/14$ als 44stellige Primzahl nach; Miller und Wheeler beginnen den Nachweis von Primzahlen mit Computertechnik; Einsatz von Magnetbändern als Speichermedien im MARK III; Stanford Research Parc wird gegründet und in der Folgezeit das Hi-Tech-Zentrum der USA
1952	Robinson findet 5 Mersennesche Primzahlen (M521, M607, M1279, M2203, M2281); Erste numerisch gesteuerte Werkzeugmaschine (mit Röhrenschaltung)
1953	Der Franzose J.S.Hadamard begründet die moderne Dualitätstheorie
1954	Nicholson ermittelt mit dem NORC in 13 Minuten 3089 Stellen von Pi; A. A. Markow veröffentlicht seine Theorie der Algorithmen; Beginn des Einsatzes von Computern zur Formelmanipulation (automatisches Differenzieren)
1955	Romberg vervollkommnet eine schon Huygens bekannte Methode zur Konvergenzverbesserung bei Iteration; Entwicklung der Programmiersprache FORmula TRANslating System (FORTRAN); Unter der Leitung von J. Felker wird in den Bell Laboratories/USA der erste mit Transistoren bestückte Computer (TRADIC) fertiggestellt
1957	Riesel ermittelt mit M3217 die nächste Mersennesche Primzahl; die sowjetische Großrechenanlage BESM 1 führt die Berechnungen für den Start des ersten Sputniks durch
1958	A.Grothendiecks Arbeit "The cohomology theory of abstract albegraic varietes" ist richtungsweisend für die algebraische Geometrie; Erfindung der ersten integrierten Schaltung durch J. Kilby
1959	elektronische Bauelemente der 3.Generation (Integrierte Schaltung) werden genutzt
1960	Entwicklung von ALGOL (Algorithmic Language); das Internationale Einheitensystem (SI-System) wird auf der 11.Konferenz der CGPM (Conférence Générale des Poids et Mesures) eingeführt
1961	Edward Lorenz findet bei Studien über Wettermodellen den Lorenz-Attraktor; Shanks berechnet in 4 Stunden auf dem IBM 7090 über 100000 Stellen von Pi; Carthy und Dijkstra begründen die Theorie der Programm-Verifikation; Hurwitz beweist, dass M4423 (1332 Stellen) prim ist; Entwicklung der Programmiersprache COBOL
1963	Cohen beweist die Unlösbarkeit der Cantorschen Kontinuum-Hypothese; Gillies findet auf dem ILLIAC2 drei Mersennesche Primzahlen; Entwicklung von BASIC (Beginners All Purpose Symbolic Instruction Code)
1964	M.Henon findet bei Untersuchungen des Umlaufes galaktischer Systeme den Henon-Attraktor; elektronische Bauelemente der 4.Generation (LSI-Schaltkreise) werden genutzt
1965	Feigenbaum entwickelt das Programm DENDRAL, eines der ersten Programme zur Künstlichen

	Intelligenz
1966	Weizenbaum schreibt sein berühmtes Programm ELIZA, das einen Psychotherapeuten simuliert
1968	Robert Noyce gründet Intel (Integrated Technology); Hewlett-Packard entwickelt den HP9100A-Tischrechner (4900 Dollar), der trigonometrische Funktionen berechnen kann; Entwicklung integrierter Schaltkreise
1969	Intel entwickelt den 4 bit Universalchip 4004
1970	Entwicklung der Programmiersprache PASCAL durch N.Wirth
1971	Tuckerman findet die 6002 stellige Primzahl M19937 auf dem IBM360/91; Entwicklung von Mikroprozessoren und der Sprache PROLOG
1972	R. F. Thom entwickelt die Katastrophentheorie (Stabilität geometrischer Formen in der Natur); Intel entwickelt den U 8008-Schaltkreis; Hewlett-Packard stellt einen Hochleistungstaschenrechner HP35A vor; Texas Instruments beginnt die Massenproduktion von Taschenrechnern
1973	CP/M (Control-Program for Microcomputers) wird Betriebssystem-Standard, Entwickler Gary Kildall; UNIX wird als Betriebssystem auf Großrechnern eingeführt; Gary Kildall entwickelt den ersten PL1-Commpiler; die Firma DEC entwickelt mit dem PDP-8 einen der ersten Personalcomputer
1974	Entwicklung der ersten programmierbaren Taschenrechner; die Zeitschrift Radio Electronics veröffentlicht Baupläne für den Mark-8 auf der Basis des U 8008; Creative Computing ist die erste kommerzielle Computerzeitschrift
1975	Morrison und Brillhardt faktorisieren die 7.Fermat-Zahl; J.M.Pollard veröffentlicht seine Rho-Faktorisierungsmethode; die Firma MITS (Micro Instrumentation Telemetry) bietet den Computerbausatz Altair 8080 für nur 397 Dollar an ; Beginn der Entwicklung von Expertensystemen durch Edward Feigenbaum; Dick Heiser eröffnet das erste Computerfachgeschäft der Welt, die Arrowhead Computer Company - 'The Computer Store'
1976	Appel und Haken beweisen mittels Computereinsatz das Vierfarben-Problem; Diffie und Hellmann veröffentlichen ihre DES-Chiffriermethode; Henon gelingt es den nach ihm benannten Attraktor mathematisch zu beschreiben; Durch Untersuchungen von Wagstaff ist der Große Satz von Fermat für alle n<125000 nachgewiesen; Bill Gates entwickelt für den Altair 8080 einen BASIC-Interpreter
1977	Großmann und Thomae entdecken das Gesetz der Periodenverdoppelung; Rivest, Shamit und Adleman veröffentlichen neuartige Beiträge zur Kryptographie, insbesondere das nach ihnen benannte "Public Key" (RSA-)-Verfahren; die US-Regierung ernennt Data Encryption Standard zum Standard-Codierungsverfahren; APPLE II und PET sind die ersten Computersysteme "für den Hausgebrauch"; MODULA2 und VISICALC werden entwickelt
1978	Feigenbaum veröffentlicht seine Untersuchungen der logistischen Gleichung
1979	E.Lorenz beschreibt seinen Attraktor als sogenannten "Schmetterlingseffekt"; Noll beweist auf dem Cyber 174, dass M21701 und M23209 Primzahlen sind; Slowinski nutzt den Cray 1 zum Nachweis der Primzahleigenschaft von M44497; MS-DOS (Microsoft Discette Operating System) wird eingeführt; Großbritannien schließt sich dem metrischen System an
1980	Benoit Mandelbrot erzeugt als erster das sogenannte "Apfelmännchen"
1981	Mittels Computereinsatz werden alle Primzahlen bis 11 Millionen berechnet
1982	"The fractal geometry of nature" von Mandelbrot erscheint; die 25962stellige Zahl M86243 wird von Slowinski als prim nachgewiesen
1983	G.Faltings beweist die Mordellsche Vermutung, eine Vorstufe des "Großen Satzes" von Fermat, damit kann es, wenn überhaupt nur endlich viele Lösungen geben; Lenstra und Pollard faktorisieren die 9.Fermat-Zahl vollständig; M132049 (39751 Stellen) wird neue Rekordprimzahl, Nachweis durch Slowinski; "Windows" wird von B.Gates geschaffen
1985	M.Barnsley erregt auf der SIGGRAPH großes Aufsehen mit seinem "Iterierten Funktionen System" (IFS); Dubner weist R1031 als fünftgrößte prime R-Zahl nach; Slowinski findet die 65050 stellige Primzahl M216091
1986	A.Lindemayr beschreibt seinen berühmten Formalismus, das L-System
1987	Carleson beweist die Seltsamkeit des Henon-Attraktors; Lenstra begründet die Faktorisierung natürlicher Zahlen mittels elliptischer Kurven
1988	IBM entwickelt OS 2 als Betriebssystem
1989	die Gruppe Amdahl Six weist $391581*2^{216193} - 1$ als prim nach (65087 Stellen); Zuse gelingt ein voll funktionsfähiger Nachbau seines Z1
1990	Erste funktionstüchtige optische Computer werden vorgestellt; Postum erscheint Lindenmayrs Werk "The Algorithmic Beauty of Plants", das "schönste" mathematische Buch
1991	die National Security Agency (NSA) entwickelt das DSA-Verfahren (Digital Signature Algorithm); Lai und Massay erhalten ein Patent auf das IDEA-Codierungsverfahren (International Data Encryption Algorithm)
1992	Eine Rekord-Primzahl mit 227832 Stellen wird mittels Computer Cray 2 durch Slowinski gefunden
1994	1600 weltweit vernetzte Computer faktorisieren die 129stellige RSA129-Zahl; Slowinski und Gage ermitteln die 258715 stellige Primzahl M859433
1995	Der Engländer A.Wiles beweist endgültig den "Großen Satz von Fermat"; Kaneda ermittelt PI

	auf 3,22 Milliarden Dezimalstellen; Windows '95 erscheint und wird in kürzester Zeit zum Betriebssystem Nr.1; während der Berechnung von Prinzahlzwillingen wird der Arithmetik-Fehler des Pentium-Prozessors entdeckt; das erste WinFunktion-Programm erscheint :-)
1996	Mit $2^{1257787}$ - 1 wird eine 378632stellige Primzahl gefunden; über das Internet wird zur weltweiten Beteiligung an der Suche nach neuen Mersenneschen Primzahlen aufgerufen; Am 13.November findet der Franzose J.Armengaud die neue Rekordprimzahl $2^{1398269}$ - 1; zuvor ermittelt Slowinski M1257787 als Primzahl
1997	der IBM-Computer Deep Blue schlägt den amtierenden Schachweltmeister (Meilenstein der künstlichen Intelligenz); unter der Bedingung der Riemannschen Vermutung wird die schwache Goldbachsche Vermutung bewiesen
1998	der Internationale Mathematikerkongress findet in Berlin statt
1999	S.Wedeniwski ermittelt nach 80 Stunden Computerzeit die Eulersche Zahl auf 869,8 Millionen Ziffern; 2 Monate später ermitteln Kanada und Takahashi 206 Milliarden Dezimalstellen von π; Hajratwala findet die 38.Mersennesche Primzahl
2001	Cameron, Woltman und Kurowski weisen M13466917 als prim nach
2002	Agrawal, Kayal und Saxena entdecken einen Primzahltest mit polynomialer Laufzeit; Papp ermittelt einen 51090 ziffrigen Primzahlzwilling
2003	Shafer weit M20996011 als prim nach
2004	der russische Mathematiker Grigori Perelman beweist die Poincaré-Vermutung. Die Poincaré-Vermutung wurde erstmals 1904 von dem französischen Mathematiker Henri Poincaré formuliert. Sie gilt als eines der abstraktesten und am schwersten verständlichen Rätsel der Mathematik. Im Mittelpunkt steht die Frage nach der Übertragbarkeit mathematischer Formeln vom zwei- auf den dreidimensionalen Raum. M24036583 wird als prim nachgewiesen.
2005	zwei neue Rekordprimzahlen (M25964951, M30402457) werden gefunden
2006	Grigori Perelman wird mit der Fields-Medaille ausgezeichnet, lehnt aber den Preis als erster Mathematiker überhaupt ab
2008	zwei neue Mersennesche Primzahlen werden nachgewiesen; in Deutschland wird zwar das Jahr der Mathematik ausgerufen, jedoch bleibt die Resonanz in Politik und Medien sehr bescheiden
2009	47. bekannte Mersenne-Primzahl gefunden
2010	Forscher zerlegen die riesige Zahl RSA768 in Primfaktoren
2012	der japanische Mathematiker Shinichi Mochizuki beweist die abc-Vermutung
2013	48. bekannte Mersenne-Primzahl durch Curtis Cooper gefunden, Harald Anders Helfgott beweist die ternäre Goldbach-Vermutung
2016	49. bekannte Mersenne-Primzahl durch Curtis Cooper gefunden

Verfolgte Mathematiker

Während des faschistischen Regimes wurden Mathematiker und andere Wissenschaftler verfolgt, inhaftiert und ermordet.
"Gründe für die Verfolgung anzugeben, erübrigt sich, da keine vorliegen." (Maximilian Pinl, 1969)

Mit fortschreitender Dauer der faschistischen Herrschaft, nahm die Verfolgung immer extremere Formen an und alle, denen die Flucht ins Ausland nicht mehr gelang, wurden in Konzentrationslager deportiert. Auch vor berühmten Wissenschaftlern, wie Otto Blumenthal und Robert Remak, die nach Holland geflohen waren, machte das Schreckensregime keinen Halt.
Nach der Besetzung der Niederlande wurden beide von den Nazis verhaftet, in ein KZ gebracht und dort ermordet. Alfred Tauber starb im KZ Theresienstadt. Robert Remak, der zunächst zwischen 1938-1939 das KZ Sachsenhausen überlebte, starb 1942 im KZ Auschwitz. Ludwig Berwald kam im Ghetto von Lodz um. Stefan Schwarz überlebte die Haft in den Konzentrationslagern Oranienburg-Sachsenhausen und Buchenwald.
Tadeusz Wazewski, der ebenfalls im KZ Oranienburg-Sachsenhausen inhaftiert war, überlebte ebenso wie Jean Leray, der in einem Kriegslager in Österreich 1940 bis Kriegsende 1945 gefangen gehalten wurde und Ernst Hellinger, der sich im KZ Dachau befand. Kazimierz Zarankiewicsz schickten die Nazis in ein Arbeitslager in Deutschland. Alfred Renyi wurde 1944 in einem Arbeitslager gefangen gehalten und entkam. Paul Turan verbrachte von 1941 bis 1944 32 Monate in einem faschistischen Arbeitslager in Ungarn und überlebte die Strapazen.
Einige Mathematiker, die keinen Ausweg mehr aus ihrer unerträglich gewordenen Lebenssituation sahen, griffen zum letzten Mittel um den Faschisten zu entgehen und wählten den Freitod, darunter Paul Epstein und Felix Hausdorff.
Vertreibung von Universitätsmathematikern in Deutschland zwischen 1933 und 1937 (nach Norbert Schnappenbacher):

	Gesamt	Ordinarien
Bestand 1931	197	97
Vertriebene Mathematiker		
1933-1934	35	15
1935-1936	19	11
1937	5	3
Summe	59	29

Fazit: Von 1933 bis 1945 wurde die hochentwickelte Mathematik in Deutschland zerschlagen und konnte sich nie wieder erholen. Im Ergebnis spielt Deutschland heute (2011) auf dem Gebiet der Mathematik keine Rolle mehr.

Antike Zahlentheorie

Die ersten schriftlichen Nachweise der Zahlentheorie reichen bis ca. 2000 v.Chr. zurück. Die Babylonier und Äqypter kannten in dieser Zeit bereits die Zahlen kleiner einer Million, die Quadratzahlen sowie einige pytagoräische Tripel.
Die systematische Entwicklung der Zahlentheorie begann jedoch erst im ersten Jahrtausend v.Chr. im antiken Griechenland. Herausragendster Vertreter ist Euklid, der die von Pythagoras erfundene Methode des mathematischen Beweises in die Zahlentheorie einführte. Sein berühmtestes Werk, Euklids Elemente, wurde bis in das achtzehnte Jahrhundert als Standardlehrbuch für Geometrie und Zahlentheorie verwendet. Die Bände 7, 8 und 9 beschäftigen sich dabei mit zahlentheoretischen Fragestellungen, unter anderem der Definition der Primzahl, einem Verfahren zur Berechnung des größten gemeinsamen Teilers (Euklidischer Algorithmus) und dem Beweis der Existenz unendlich vieler Primzahlen (Satz von Euklid).
Um das Jahr 250 n.Chr. beschäftigte sich der griechische Mathematiker Diophant zuerst mit den gleichnamigen Gleichungen, die er mit linearen Substitutionen auf bekannte Fälle zu reduzieren versuchte und tatsächlich einige einfache Gleichungen löste. Diophants Hauptwerk ist die Arithmetica.
Die Griechen warfen viele wichtige arithmetische Fragestellungen auf, die zum Teil bis heute ungelöst sind, wie z.B. das Problem der Primzahlzwillinge, der vollkommenen Zahlen oder der Dreieckszahlen oder deren Lösung viele Jahrtausende in Anspruch nahm und die exemplarisch für die Entwicklung der Zahlentheorie stehen.
Mit dem Untergang der griechischen Staaten erlosch auch die Blütezeit der Zahlentheorie in Europa. Aus dieser Zeit ist nur der Name des Leonardo von Pisa (Fibonacci) nennenswert, der sich neben Zahlenfolgen und der Auflösung von Gleichungen durch Radikale auch mit diophantischen Gleichungen befaßte. Am Ende des Mittelalters trat Marin Mersenne in Erscheinung, der die Mersenneschen Primzahlen entdeckte.

Griechische Mathematik

Die griechische Mathematik dauerte ca. 1500 Jahre. Die Griechen sind um 2000 v.Chr. aus dem Norden in den Mittelmeerraum eingewandert und deren Kultur war die Grundlage für die abenländische Politik, Kunst und Wissenschaft.
Die Griechen hatten zwar ein Dezimalsystem, aber eine zu komplizierte Ziffernschreibweise. Das Ziffernsystem bestand aus 24 Buchstaben, wobei Digamma, Kappa und San hinzugekommen sind. Es gab 3 Zahlenkategorien und wollte man dazwischen liegende Zahlen darstellen, kam es zu einer Addition wie bei den römischen Ziffern.

Ein Querstrich über den Buchstaben deutete an, dass es sich um Zahlbuchstaben handelte. Ein senkrechter Strich stand für 1000. Die Ziffer Null kannten die Griechen noch nicht.

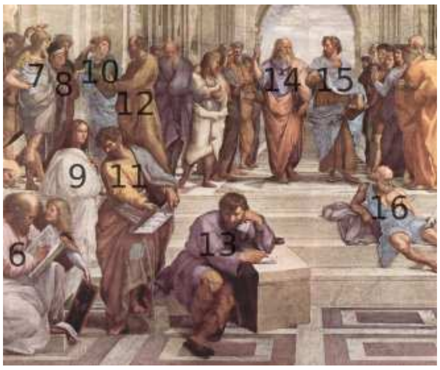
Perioden der griechischen Mathematik

Ionische Periode: Thales, Pythagoras, Anaxagoras, Hippokrates, ... / 600-400 v.Chr.
Athenische Periode: Sophisten, Platon, Deinostratos, ... / 400-300 v.Chr.
Alexandrische Periode: Euklid (Eukleides), Archimedes, Nikomedes, ... / 300-200 v.Chr.
Spätzeit: Hipparchos, Heron, Pappus, ... / 200 v.Chr. - 300

Schule von Athen

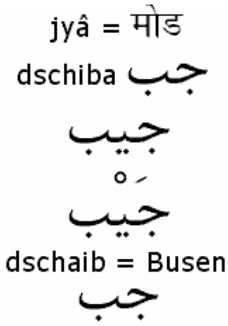
1510 zeichnete Raffael "Die Schule von Athen". Dieses Fresko malte er 1510 an eine Wand der Stanza della Segnatura im Vatikan (in den päpstlichen Gemächern).
Auf diesem Bild vereint Raffael die meisten bedeutenden griechischen Philosophen, Wissenschaftler und Autoren, außerdem einige Nicht-Griechen.
Als Mathematiker sind zu sehen:
in der Mitte: Platon und Aristoteles
links vorn: Pythagoras und Averroes
rechts vorn: Euklid, Ptolemäus

Euklid greift mit einem Zirkel eine Strecke in einer geometrischen Skizze auf einer Tafel ab, Ptolemäus hat eine Weltkugel in der Hand. Hinter Ptolemäus steht Raffael selbst. Mit der "Schule" ist die Akademie des Platon gemeint, die jedoch - typisch für die Renaissance - in einen Bau aus der Zeit Raffaels verlegt ist. Die auf dem Bild sichtbaren Personen tragen die Züge von Zeitgenossen Raffaels: Leonardo da Vinci, Michelangelo, Bramante, ...



Auf dem 1510 von Raffael gezeichneten Fresko "Die Schule von Athen" sind nicht nur Mathematiker abgebildet.
Links gruppieren sich die platonisch, rechts die aristotelisch orientierten Geistesgrößen. Im Hintergrund befinden sich die philosophischen Vertreter, im Vordergrund die Wissenschaftler, Mathematiker und Künstler.

Die häufigsten Zuordnungen der Figuren zu Personen der Geschichte:
1) Zenon von Kition (Begründer der Stoischen Schule)
2) Epikur (Begründer der Epikureischen Schule)
3) Federico II. Gonzaga (Herzog von Mantua)
4) entweder Boëthius, Anaximander oder Empedokles
5) Averroes (arabischer Philosoph und Theologe)
6) Pythagoras (Mathematiker)
7) Alkibiades (Politiker und Feldherr aus Athen)
9) Hypatia oder Francesco Maria I. della Rovere
10) Xenophon (Historiker und Biograph von Sokrates)
11) Parmenides von Elea (Philosoph)
12) Sokrates (Philosoph und Lehrer von Platon)
13) Heraklit (Philosoph, verkörpert durch Michelangelo)
14) Platon (Philosoph, verkörpert durch Leonardo da Vinci)
15) Aristoteles mit der Schrift Nikomachische Ethik (Philosoph)
16) Diogenes (Philosoph und Kyniker)
17) Plotin (Philosoph)
18) Euklid (Mathematiker, verkörpert durch Bramante)
19) Zarathustra (persischer Religionsgründer)
20) Ptolemäus (Astronom und Geograph)
21) Raffael, vor ihm Sodoma (Künstler)



Sinus und Kosinus im Griechischen

τονος ... Sehne, Saite
ημιτονος ... Halbsehne
ημιτονο ... Sinus
daraus wird ημ x als Abkürzung von sin x
συν ... plus, zusammen, mit
συνημιτονο ... Kosinus
daraus wird συν x als Abkürzung von cos x

Durch indische Astronomen wurde die antike Trigonometrie der Griechen weiterentwickelt. In indischen Schriften um 500 hatte es sich als tauglicher erwiesen, die Sehne zu halbieren. Der indische Ausdruck für "Halbsehne" war "ardhajyâ". Dieses wurde später abgekürzt zu jyâ. Die Araber übernahmen dieses Wort. Im Altarabischen wurde das Wort für Halbsehne dschiba
d.h. ohne die beiden Vokale geschrieben. Heute wird Sinus im Arabischen mit dem „i" geschrieben. Damit ergibt sich die 3. dargestellte Schreibweise.

In Schulbüchern steht sogar die vierte Schreibweise, d.h. mit zwei weiteren Vokalhilfszeichen. Das „a" wird immer noch weggelassen. Bei der Übersetzung in Latein kam es dann zu einer Verwechslung mit dem damals gleich geschriebenen arabischen Wort dschaib = Busen welches durch das gleichbedeutende lateinische "sinus" wiedergegeben wurde. Nur im Griechischen, Arabischen und in Hindi ist die Bezeichnung für Sinus korrekt. Alle anderen Sprachen haben den Übersetzungsfehler übernommen.

Babylonische Mathematik

Das babylonische Zahlensystem basiert auf der Basis 60. Der Vorteil gegenüber dem Dezimalsystem liegt in der Tatsache, dass die 10 nur die Teiler 2 und 5 hat, während 60 zehn Teiler besitzt. Damit haben mehr gebrochene Zahlen eine endliche Dezimaldarstellung.
Die Babylonier teilten den Tag in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten und jede Minute in 60 Sekunden. Diese Tageseinteilung überlebte 4000

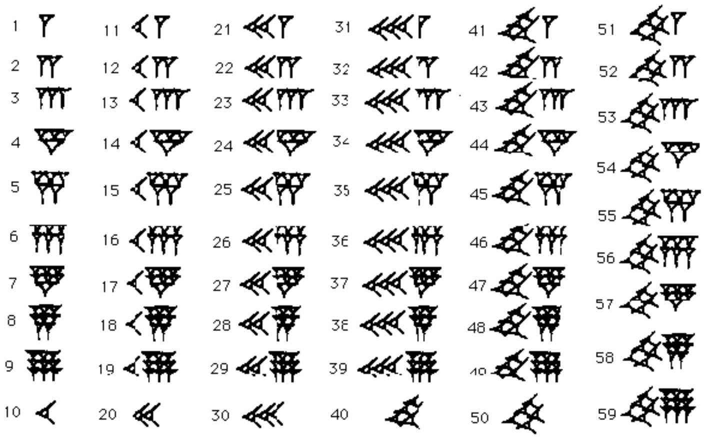
Jahre. In Senkerah am Euphrat wurden 1854 zwei Tafeln entdeckt, welche etwa 4000 Jahre alt sind. Sie enthalten die Quadratzahlen bis 59, die Kubikzahlen bis 32.
Zum Beispiel findet man für 8^2 den Eintrag

1 4 , was 1 4 = 1 * 60 + 4 = 64

bedeutet. Entsprechend für 59^2 = 58 1 = 58*60 +1 = 3481.
Ein wichtiger Nachteil des babylonischen Systems ist das ursprüngliche Fehlen der Null. Damit ist z.B. nicht eindeutig ob mit der Bezeichnung "1", die 1, die 61 oder sogar 3601 gemeint ist.
Die Quadratzahltafeln wurden von den babylonischen Mathematikern zur Multiplikation genutzt. Grundlage war die Gleichung: $ab = ((a + b)^2 - a^2 - b^2)/2$. Für die Quadratwurzel von 2 nutzten die Babylonier die Darstellung 1, 24, 51, 10, d.h. 1 + 24/60 + 51/3600 + 10/216000 = 1,41421296 und somit einen erstaunlich genauen Näherungswert.
Für die babylonischen Mathematiker war, auf Grund des 60ziger-Systems, die Division eine schwierige Aufgabe. Längere Divisionen konnten sie nicht ausführen. Sie benutzten für einfachere Divisionen die Beziehung: a * b = a * (1/b), und eine Tabelle der reziproken Zahlen.

Zahlenschreibweise

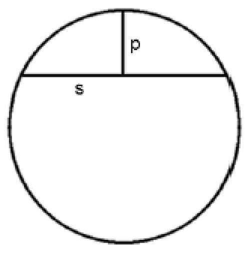
Der Keil ist die 1, der Haken die 10. Bis zur 59 werden Zeichen mehrfach geschrieben.



Tafel der Reziproken im babylonischen System

2	30	3	20
4	15	5	12
6	10	8	7 30
9	6 40	10	6
12	5	15	4
16	3 45	18	3 20
20	3	24	2 30
25	2 24	27	2 13 20

Werte wie 1/7, 1/11, 1/13, usw. waren nicht darstellbar, da sie keine Teiler von 60 sind. Dennoch konnten die Babylonier z.B. 1/13 näherungsweise berechnen. Dazu setzen sie:
1/13 = 7/91 = 7 * (1/91) und näherungsweise 7 * (1/90).
1/90 war in den Tabellen enthalten.
Auf einer babylonischen Keilschriftttafel aus der Zeit von 1900 bis 1600 v.Chr. findet sich (erstaunlicher Weise!) der Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$. Es ist das älteste bekannte Dokument der Zahlentheorie.
Im Britischen Museum ist eine Übersetzung in das Englische zu lesen:
"4 is the length and 5 the diagonal. What is the breadth? Its size is not known. 4 times 4 is 16. 5 times 5 is 25. You take 16 from 25 and there remains 9. What times what shall I take in order to get 9? 3 times 3 is 9. 3 is the breadth."
Eine weiteres Beispiel babylonischer Mathematik lautet: "Eine Stange der Länge 30 (steht an einer Wand). Das obere Ende rutscht um eine Länge von 6 herab. Wie weit bewegt sich das untere Ende der Stange? Quadriere 30, das ergibt 900. Subtrahiere 6 von 30, (das ergibt 24). Quadriere 24, das ergibt 576. Subtrahiere 576 von 900, das ergibt 324.
Welche Zahl quadriert ergibt 324? Es ist 18 zum Quadrat. Sie hat sich 18 entlang des Bodens bewegt.“



Babylonische Mathematik

In der babylonischen Mathematik wurde die Kreisfläche über den Umfang ermittelt mit $A = u^2/12$
Da die Umfangsberechnung nur mit dem π-Näherungswert 3 erfolgt, wird

$$A = 3 r^2$$

Dagegen weit entwickelt, war die Berechnung eines durch eine Sehne s von einem Kreis abgeschnittenen Kreissegments.
Dessen Höhe, die senkrecht auf der Sehnenmitte stehende Strecke zwischen Sehne und Umfang), auch Pfeil p genannt, wurde aus d und s ermittelt

$$p = 1/2 (d - \sqrt{(d^2 - s^2)})$$

analog $s = \sqrt{d^2 - (d - 2p)^2}$
Dies ist der Anfang einer Sehnengeometrie, die von Hipparch und Ptolemäus weiterentwickelt wurde.
Für das Volumen eines Pyramidenstumpfs wird genutzt: $V = (a^2 + ab + b^2)/3\ h$
für das Kegelstumpfvolumen $V = 1/2\ (A_1 + A_2)\ h$
wobei A_1 und A_2 die Flächeninhalte von Grund- und Deckkreis sind.

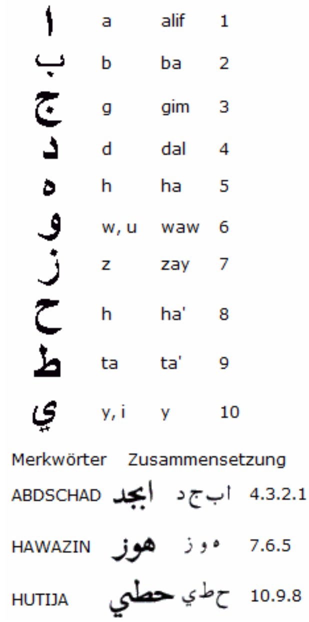
Islamische Mathematiker

Im Zeitraum von etwa 650 bis 1400 waren islamische Mathematiker und Astronomen führend auf der Welt. U.a. verwendeten sie Jahrhunderte vor den europäischen Mathematikern das Dezimalsystem, kannten die Ziffer Null und konnten quadratische Gleichungen lösen.
Nachfolgend eine Liste der bedeutendsten islamischen Mathematiker mit ihren Namen in Arabisch.

Name	Arabischer Name	Name	Arabischer Name
Abul Wafa	Abu al-Wafa	Al-Biruni	Al-Biruni
Al-Khwarizmi	Al-Khwarizmi	Albategnius	Al-Battani
Alhazen	Al-Hasan Ibn al-Haytham	Avicenna	Ibn Sina
Omar Khayyam	Omar al-Khayyam	Ulug Beg	Ulugh Beg

Antike arabische Zahlen

Vor der Einführung der indischen Zahlen um 773 n.Chr. in die arabische Wissenschaft wurden den Buchstaben des arabischen Alphabets bestimmte Werte zugeordnet.
Für 20, 30, …, 100, … usw. wurden weitere Buchstaben verwendet.
Aus der Zuordnung der Zahlen zu bestimmten Buchstaben ergaben sich Merkwörter, also Eselsbrücken, zum Memorieren der Reihenfolge der Zahlenwerte der arabischen Buchstaben.
Wie in der jüdischen Kabbala wurde auch hier Zahlenmystizismus betrieben, in dem jedem Wort ein bestimmter Zahlenwert zugeordnet wird und dieser (je nach Geschmack des Autors) interprediert wurde.
Quelle: http://www.chj.de/Arab-zahlen.html



أ	a	alif	1
ب	b	ba	2
ج	g	gim	3
د	d	dal	4
ه	h	ha	5
و	w, u	waw	6
ز	z	zay	7
ح	h	ha'	8
ط	ta	ta'	9
ي	y, i	y	10

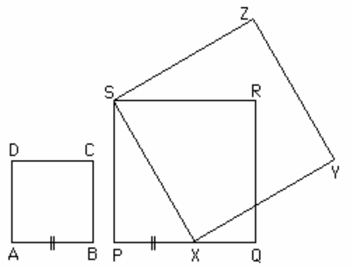
Merkwörter		Zusammensetzung	
ABDSCHAD	ابجد	ا ب ج د	4.3.2.1
HAWAZIN	هوز	ه و ز	7.6.5
HUTIJA	حطي	ح ط ي	10.9.8

Indische Mathematik

Die indische Mathematik hatte Jahrhunderte früher den Stand der griechischen antiken Mathematik erreicht. Unter anderem sind die Inder die Erfinder des ersten funktionsfähigen Dezimalsystems. Der erste Nachweis der Kenntnis der Null findet sich auf einer in Gujarat gefundenen Kupferplatte von 585.
Schon 1000 v.Chr. wurden in Indien Überlegungen zu geometrischen Problemen angestellt. Zum Beispiel war der Satz des Pythagoras schon Baudhayana bekannt.
100 v.Chr. kannten die Inder Zahlwörter bis zur Potenz 10^{53}!

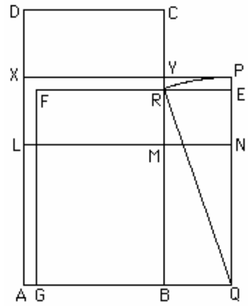
ekam = 1	dashakam = 10	shatam = 100
sahasram = 1000	dashasahasram = 10000	lakshaha = 100000
dashalakshaha = 10^6	kotihi = 10^7	ayutam = 10^9
niyutam = 10^{11}	kankaram = 10^{13}	vivaram = 10^{15}
parardhaha = 10^{17}	nivahaha = 10^{19}	utsangaha = 10^{21}
bahulam = 10^{23}	nagbalaha = 10^{25}	titilambam = 10^{27}
vyavasthana = 10^{29}	hetuheelam = 10^{31}	karahuhu = 10^{33}
hetvindreeyam = 10^{35}	samapta-lambhaha = 10^{37}	gananagatihi = 10^{39}
niravadyam = 10^{41}	mudrabalam = 10^{43}	sarvabalam = 10^{45}
vishamagnagatihi = 10^{47}	sarvagnaha = 10^{49}	vibhutangama = 10^{51}
tallakshanam = 10^{53}		

Diese Zahlen sind in einer bezaubernden Geschichte, den Lalitavistara (wahrscheinlich 300n.Chr.), enthalten:
„Nach dem Buddha (Siddhartha Gautama) seine Rivalen leicht im Ringkampf, Bogenschießen, Wettrennen, Schwimmen und Schreiben ausstich, kommt die Prüfung in Mathematik(!): Er muss alle Zahlenreihen jenseits eines kotihi (10^7) aufzählen, wobei jede Reihe hundertmal größer ist als die letzte. Gautama antwortet: aytuam, niyutam, kanakaram, … und gelangt über das samapta-lambhaha (10^{37}) und den Zungenbrecher vishamagnagatihi schließlich bis zum tallakshanam."
Auf dem zweiten Niveau erreicht Buddha 10^{99}, um schließlich zum Erstaunen der Höflinge mit 10^{421} das neunte Niveau zu erreichen.
Zur Belohnung erhält Buddha die Hand Gopas und der Prüfer wirft sich vor ihm nieder: *„Nicht ich, du bist der Meistermathematiker!"*

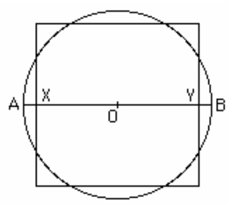


Sulbasutras

Die Sulbasutras waren eine indische Sammlung religiöser Vorschriften, in denen auch Anleitungen zur Lösung praktischer Aufgaben der Mathematik gegeben wurden. Sie entstanden über mehrere Jahrhunderte.
Die wichtigsten dieser Dokumente sind das Baudhayana Sulbasutra (800 v.Chr.), das Manava Sulbasutra (750 v.Chr.), das Apastamba Sulbasutra (600 v.Chr.) und das Katyayana Sulbasutra (vor 200 v.Chr.).
Beispiel aus dem Baudhayana Sulbasutra: Konstruktion eines Quadrates, dass zwei anderen flächengleich ist.
Lösung:
ABCD und PQRS sind die zwei gegebenen Quadrate. Der Punkt X wird auf PQ so konstruiert, dass PX gleich AB ist. Dann hat das Quadrat auf SX einen Flächeninhalte, der der Summe der Flächeninhalte der Quadrate ABCD und PQRS gleich ist.
Dieses folgt unmittelbar aus dem Satz des Pythagoras, da nun $SX^2 = PX^2 + PS^2$ ist.



Aufgabe aus dem Baudhayana Sulbasutra:
Zu einem gegebenen Viereck ist ein flächengleiches Quadrat zu konstruieren.
Lösung:
Das Viereck ABCD sei gegeben. L wird auf AD so gewählt, dass AL = AB gilt. Damit entsteht ein Quadrat ABML. Jetzt wird die Strecke LD im Punkt X halbiert und das Viereck LMCD durch die Strecke XY in zwei gleiche Vierecke geteilt. Das Viereck XYCD wird gedreht und so verschoben, dass es die MBQN in der Darstellung einnimmt. Anschließend wird die Figur zum Quadrat AQPX ergänzt.
Um Q wird ein Kreisbogen mit dem Radius QP gezeichnet und mit der Strecke BC im Punkt R zum Schnitt gebracht. Dann ist QP = QR. Eine Senkrechte in R zu BC ergibt den Punkt E. Die Punkte F und G werden als Quadrat zu QE konstruiert. Das Quadrat QEFG ist dann das zum Viereck ABCD flächengleiche.
Das Baudhayana Sulbasutra gibt keinen Beweis des Ergebnisses. Aus dem Satz des Pythagoras wird aber: $EQ^2 = QR^2 - RQ^2 = QP2 - YP2$ = ABYX + BQNM = ABYX + XYCD = ABCD und somit das Gewünschte..



Kreiszahl PI in den Sulbasutras

In den Sulbasutras wird eine Näherungsmethode zur Quadratur des Kreises angegeben. Diese beruht auf der Konstruktion eines Quadrates mit einer Seitenlänge von 13/15 des Kreisdurchmessers und wird deshalb auch 13/15-Methode genannt.
Dies entspricht einem Näherungswert von $\pi = 4 * (13/15)^2 = 676/225 = 3.00444$, also einem ungenaueren Wert, als er schon babylonischen Mathematikern bekannt war.
Bemerkenswert ist, dass die antiken indischen Mathematiker für π in den Sulbasutras unterschiedlichste Werte nutzen und dass sogar im gleichen Text. Dies überrascht nicht, wenn man bedenkt, dass nicht die Kreiszahl π betrachtet wurde, sondern praktische und effektive Anwendungen bei der Konstruktion von Flächen. Im Baudhayana Sulbasutra findet man für π die Werte 676/225, 900/289 und 1156/361. In anderen Sulbasutras treten 2.99, 3.00, 3.004, 3.029, 3.047, 3.088, 3.1141, 3.16049 und 3.2022 auf.
Das Manava Sulbasutra nutzt dagegen π = 25/ 8 = 3.125.

Chandah-sutra, "Kunst der Prosodie"

In dem bedeutenden Werk Chhandah-shastra oder Chandah-sutra ("Kunst der Prosodie") des Sanskrit-Grammatikers Pingala (um 450 v.u.Z.) findet man neben der ersten Erwähnung der Fibonacci-Zahlen auch die ersten Anfänge kombinatorischer Untersuchungen.
Pingala behandelt in seiner Metrik die Bestimmung der Anzahl der möglichen Zusammenstellungen von langen und kurzen Silben zu einem n-silbigen Versfuß.
m kurze und n-m lange Silben ergeben durch ihre verschiedenen Verteilungsmöglichkeiten auf n Stellen

$\binom{n}{m}$ n-silbige Versfüße

ebenso wie sich aus m Nullen und n-m Einsen $\binom{n}{m}$ n-stellige Binärzahlen gebildet werden können.
Für n = 3 und m = 2 erhielt der frühindische Wissenschaftler die Versfüße

∪ ∪ -, ∪ - ∪, - ∪ ∪

Von der Möglichkeit der Erfüllung mit sinnvollen Worten sah Pingala ab.
Die sukzessive Bildung und Anzahlbestimmung der möglichen Versfüße für n = 1,2,… führte ihn über

$\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m}$

zum Pascalschen Dreieck. Außerdem war ihm bekannt, dass

$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = 2$ ist.

Nicht gesichert ist, dass Pingala auch den binomischen Lehrsatz kannte. Dennoch stellt Chandah-sutra eine der ersten Schriften zu Problemen der Kombinatorik dar.

Vedische Mathematik

Unter vedischer Mathematik versteht man Rechenregeln, die von Bharati Krishna Tirthaji (1884–1960) Anfang des 20.Jahrhunderts zusammengestellt wurden. Der Name ist irreführend, da diese Regeln nicht auf den Veda beruhen, obwohl dies behauptet wurde. Vielmehr sind es einfache Verfahren, die zum Vereinfachen von arithmetischen Rechnungen eingeführt wurden.
Genannt werden 16 Sutras (Regeln) und weitere 14 (Sub-Sutras):

1. Eins mehr als der davor
2. Alle von 9 und die letzte von 10
3. Vertikal und kreuzweise
4. Stelle um und wende an
5. Wenn die Kombination dieselbe ist, ist es Null
6. Ist das eine das Verhältnis, ist das andere Null
7. Bei Addition und bei Subtraktion
8. Bei der Vervollständigung oder Unvervollständigung
9. Unterschiedliches Differential- und Integralrechnen
10. Bei Unvollständigkeit
11. Spezifisch und allgemein
12. Die Verbliebene zur letzten Stelle
13. Das Letzte und zweimal der Vorletzte
14. Einer weniger als der davor
15. Das Produkt der Summe
16. Alle Multiplikatoren

Beispiel: Subtraktion; "Alle von 9 und die letzte von 10"

Zur Subtraktion bildet man für jede Ziffer die Differenz zu 9 und für die letzte Ziffer die Differenz zu 10.
10000 - 4856 ... 9-4 | 9-8 | 9-5 | 10-6 = 5.144

5		6
·↓	⤨	·↓
2		3
10	27	18
10	28	8
12	8	8

Multiplikation zweistelliger Zahlen

Mit der Regel "Einer mehr als der davor" lassen sich zweistellige Zahlen multiplizieren, bei denen die ersten Ziffern gleich sind und die letzten Ziffern addiert 10 ergeben. Die erste Ziffer der Zahlen ergibt multipliziert mit ihrem Nachfolger die vorderen Ziffern des Ergebnisses. Die zweiten Ziffern der beiden Zahlen miteinander multipliziert ergeben die hinteren Ziffern des Ergebnisses.
Beispiel: $32 \cdot 38 = 1216$
vordere Ziffern: $3 \cdot (3+1) = 12$
hintere Ziffern: $2 \cdot 8 = 16$

Multiplikation beliebiger zweistelliger Zahlen

Beliebige zweistellige Zahlen können mit der Regel „vertikal und kreuzweise" multipliziert werden. Dazu werden die Zahlen untereinander geschrieben und dann die Ziffern vertikal multipliziert und kreuzweise multipliziert und addiert. Dabei können Überträge entstehen, wenn Zwischenergebnisse Werte größer als 9 annehmen.
Beispiel: $56 \cdot 23 = 1288$ Lösung siehe Abbildung

Multiplikation mit 11

Zur einfachen Multiplikation einer Zahl mit 11 schreibt man die Zahl zweimal untereinander, wobei man sie um eine Ziffer versetzt. Anschließend wird ziffernweise addiert.

Division durch 9 mit Rest

Das Ergebnis einer Division durch 9 mit Rest erhält man mit dem Verfahren: Die erste Ziffer des Ergebnisses ist die erste Ziffer der Zahl, die geteilt wird. Die zweite Ziffer des Ergebnisses ist die Summe aus der ersten und zweiten Ziffer der Zahl.
Dies setzt man bis zur vorletzten Ziffer der Zahl fort. Dabei können Überträge entstehen, wenn Zwischenergebnisse, die nur eine Ziffer repräsentieren, Werte größer als 9 annehmen. Die Quersumme der Zahl ergibt den Rest. Dieser kann größer als 9 sein, sodass man anschließend eine weitere Division durchführen muss oder durch Übertragen den Rest reduzieren muss.

Indische Zahlzeichen

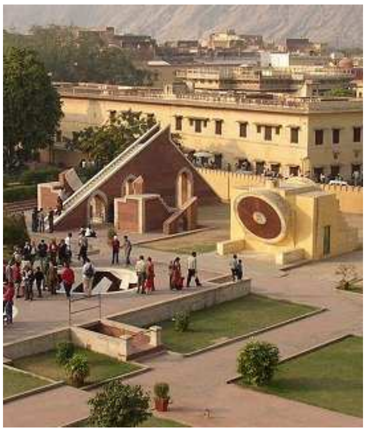
Indische Mathematiker nutzten schon vor 750 n.Chr. konsequent ein Dezimalsystem. 773 wurde es im arabischen Raum bekannt, in Europa erst im Mittelalter.
Die heutigen indischen Zahlzeichen haben sich im Laufe der Zeit gegenüber den hinduistischen Zeichen des 9.Jahrhunderts (siehe Zahldarstellung) etwas verändert.

१	२	३	४	५
६	७	८	९	१०
११	१२	१३	१४	१५
२०	३०	४०	५०	१००

In der Abbildung sind von links oben nach rechts unten die Zeichen für 1 bis 10, 11 bis 15, 20, 30, 40, 50 und 100 zu sehen.

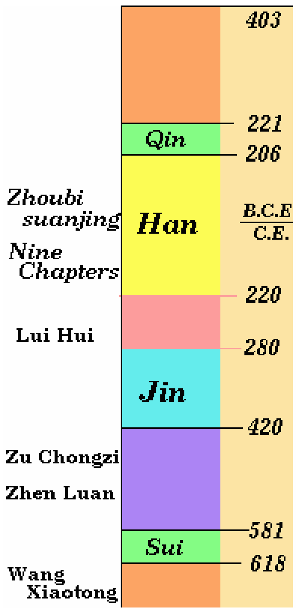
Indische Zahlwörter

0	sunya	10	das	20	bis	30	tis
1	ek	11	gyarah	21	ikkis	31	iktis
2	do	12	barah	22	bais	32	battis
3	tin	13	terah	23	teis	33	tãitis
4	car	14	caudah	24	caubis	34	cautis
5	pac	15	pãdrah	25	paccis	35	pãitis
6	chah	16	solah	26	chabbis	36	chattis
7	sat	17	sattrah	27	sattais	37	sãitis
8	ath	18	atharah	28	athais	38	artis
9	nau	19	unnis	29	untis	39	untalis
40	calis	50	pacas	60	sath	70	sattar
41	iktalis	51	ikyavan	61	iksath	71	ikahattar
42	bayalis	52	bavan	62	basath	72	bahattar
43	tãitalis	53	tirpan	63	tirsath	73	tihattar
44	cauvalis	54	cauvan	64	cãusath	74	cauhattar
45	pãitalis	55	pacpan	65	pãisath	75	pacahattar
46	chiyalis	56	chappan	66	chiyasath	76	chihattar
47	sãitalis	57	sattavan	67	sarsath	77	satahattar
48	artalis	58	atthavan	68	arsath	78	athahattar
49	uncas	59	unsath	69	unhattar	79	unasi
80	assi	90	nabbe	100	ek sau		
81	ikyasi	91	ikyanave	101	ek sau ek		
82	bayasi	92	banave	110	ek sau das		
83	tirasi	93	tiranave				
84	caurasi	94	cauranave	1000	ek hazar		
85	pacasi	95	pacanave	2000	do hazar		
86	chiyasi	96	chiyanave				
87	satasi	97	sattanave	100000	ek lakh		
88	athasi	98	atthanave	1000000	ek kror		
89	navasi	99	ninyanave				



Astronomisches Observatorium Jantal Mantar

Der Bau des Observatoriums von Jantal Mantar wurde im Jahr 1728 begonnen. Es steht in der Stadt Jaipur, Hauptstadt der indischen Provinz Rajasthan.
Jantal Mantar ist das größte aus Stein gebaute Observatorium der Welt. Bis heute erlaubt es präzise Messungen der Ortszeit, des Laufes von Sonne, Mond und ausgewählter Planeten und Sterne sowie von Sonnenfinsternissen.
Dieses Observatorium gilt als eine der größten Leistungen der indischen Astronomie und Mathematik.



Chronologie der chinesischen Mathematiker und deren Arbeiten

Das erste noch erhaltene Lehrbuch chinesischer Mathematik ist das "Chou Pei Suan Sing". Es entstand nach 1200 v.u.Z. und enthält einen Dialog zwischen einem Prinzen und einem Minister über den Kalender.
Fast genauso alt ist "Chiu Chang Suan Shu" ("Neun Kapitel über mathematische Kunst"), welches 246 Aufgaben über verschiedene Bereiche enthält. Unter anderem ist darin auch der Satz des Pythagoras zu finden, jedoch ohne jegliche Beweisführung.
Die gegebenen Daten sind ungefähr, als sie ihre abschließende Form erreichten.

• Suan shu shu (ein Buch auf Arithmetik) (180 v.u.Z.) Ein Buch aus Bambusstreifen wurde 1984 nahe Jiangling in der Hubei Provinz gefunden
• Suanjing Zhoubi (der arithmetische Klassiker des Gnomon und die kreisförmigen Wege des Himmels) (100 v.u.Z.)
• Jiuzhang suanshu (neun Kapitel der mathematischen Kunst) (100 v.u.Z.-)

• Zhang Heng (78-139) … Ling xian (geistige Beschaffenheit des Universums)

• Liu Hong (178-237) … Qian xiang Li (Kalenderwissenschaft basiert auf dem himmlischen Aussehen)

• Sun Sonne Zi (250?) … Suanjing Sunzi (mathematisches Handbuch)

• Zhao Shuang (Jun Qing) (260) … Zhoubi suanjing zhu (Kommentar auf Zhoubi Suanjing)

• Liu Hui (260) … Jiushang suanshu zhu (Kommentar auf neun Kapiteln der mathematischen Kunst)
Er berechnete über ein 3072-Eck die Zahl 3,14159 als Näherung für π.

• Xiahou Yang (350?) … Xiahou suanjing Yang (Xiahou Yangs mathematisches Handbuch)

• Zhang Qiujian (450?) … Zhang suanjing Qiujian (Zhang Qiujians mathematisches Handbuch)

• Zu Chong-zhi (Wenyuan) (429-500) … Da ming Li (Da Ming Kalender)
… Zhui shu (Methode der Interpolation)

• Zu Geng … Zhui shu (Methode der Interpolation)

• Zhen Luan (Shuzun) (566) … Tian er Li
… Suanjing Wucao (mathematisches Handbuch der fünf Abteilungen)
… Wujing suanshu (Arithmetik in fünf Bänden)
… Shushu juji (Abhandlung auf die Traditionen der mathematischen Kunst)

• Liu Zhuo (544-610) … Huang ji Li (kaiserlicher Standardkalender)

• Wang Xiaotong (625) … Suanjing Xugu (Fortsetzung der alten Mathematik)

• Li Chunfeng (664) … redigierte das suanjing Shibu (10 Bücher der mathematischen Klassiker)
Diese Ansammlung schloss das Jiuzhang suanshu (neun Kapitel der mathematischen Kunst) mit ein:
suanjing Haidao, suanjing,Wucao Suanjing, Wujing suanshu, Zhang Qiujian suanjing, Xiahou Sunzi Yang Suanjing, Zhui shu und suanjing Xugu

• Yi Xing (683-727) … Da yan Li (Da Yan Kalender)

• Levensita (718) … Jiu zhi Li (Kalender) … Übersetzung einer indischen Arbeit

• Jia Xian (1050) … Jia suanjing Xian (Jia Xians mathematisches Handbuch)

• Li Zhi (Li Ye) (Jingzhai) (1192-1279) … Yigu yanduan (neue Schritte der Berechnung)

• Liu Yi (1225) … Yigu genyuan (Diskussion über alten Quellen)

• Qin Jiushao (1202-1261) … Shiushu jiuzhang (Mathematische Abhandlung in neun Abschnitten)

• Yang Hui (1261-1275) … Xiangjie jiuzhang suanfa (eine ausführliche Analyse der mathematischen Methoden)
… Riyong suan Fa (rechnende Methoden für den täglichen Gebrauch)
… Xugu zhaiqi suan Fa (Fortsetzung der alten mathematischen Methoden)
… Tian mu Bi Lei cheng chu jie Fa (praktische Richtlinien der Arithmetik)

• Wang Xun (1235-1281) … Shou shi Li (Arbeiten und Tageskalender)

• Zhu Shijie (1280-1303) … Suan xue qi meng (Einleitung in mathematische Studien)
… Siyuan yujian (kostbarer Spiegel der vier Elemente)

• Ding Ju (1355) … Ding ju suan Fa (Ding Jus arithmetische Methoden)

• He Pingzi (1373) … Xiangming suan Fa (Erklärungen zur Arithmetik)

• Wu Jing (1450) … Jiu zhang suan Fa Bi Lei da quan (komplette Beschreibung der neun Kapitel arithmetischer Techniken)

• Ke Sangquin (1578) … Shu xue tong gui (Richtlinien der Mathematik)

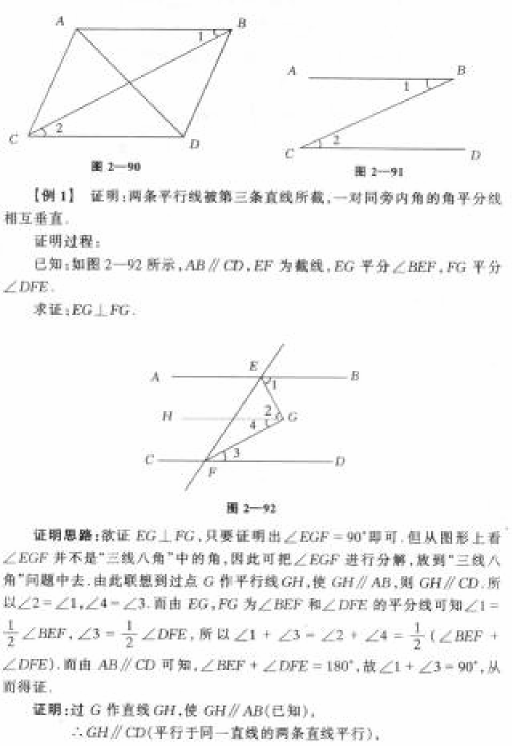


图 2—90

图 2—91

【例 1】 证明:两条平行线被第三条直线所截,一对同旁内角的角平分线相互垂直.

证明过程:

已知:如图 2—92 所示,$AB \parallel CD$,EF 为截线,EG 平分$\angle BEF$,FG 平分$\angle DFE$.

求证:$EG \perp FG$.

图 2—92

证明思路:欲证 $EG \perp FG$,只要证明出$\angle EGF = 90°$即可. 但从图形上看$\angle EGF$ 并不是"三线八角"中的角,因此可把$\angle EGF$ 进行分解,放到"三线八角"问题中去. 由此联想到过点 G 作平行线 GH,使 $GH \parallel AB$,则 $GH \parallel CD$. 所以$\angle 2 = \angle 1$,$\angle 4 = \angle 3$. 而由 EG,FG 为$\angle BEF$ 和$\angle DFE$ 的平分线可知$\angle 1 = \frac{1}{2}\angle BEF$,$\angle 3 = \frac{1}{2}\angle DFE$,所以$\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle DFE)$. 而由 $AB \parallel CD$ 可知,$\angle BEF + \angle DFE = 180°$,故$\angle 1 + \angle 3 = 90°$,从而得证.

证明:过 G 作直线 GH,使 $GH \parallel AB$(已知),

$\therefore GH \parallel CD$(平行于同一直线的两条直线平行),

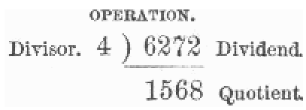
Moderne chinesische Mathematik

Die moderne chinesische Mathematik zeichnet sich vor allem durch Spitzenleistungen in der Forschung (z.B. Satz von Chen), aber auch durch eine auf hohem Niveau stehende mathematische Schulausbildung aus.
Seit 1989 gewann die chinesische Mannschaft 11 mal die Internationale Mathematik-Olympiade und ist damit mit großem Abstand das erfolgreichste Team.
Diese Ergebnisse sind erstaunlich, wenn man bedenkt, dass der chinesische Schüler die komplizierteste Schriftsprache der Welt (mindestens 5000 Schriftzeichen!) zu erlernen hat. Zum Verständnis mathematischer Texte muss zusätzlich noch das lateinische Alphabet gelernt werden.
Die nebenstehende Abbildung aus einem chinesischen Mathematikbuch für die unteren Klassen verdeutlicht dies.

Geschichte der mathematischen Zeichen und Symbole, Rechenzeichen

Alt-Griechenland: Bezeichnung von Punkten, Geraden mit Buchstaben
Diophant von Alexandria (um 300):
    Bezeichnung von unbekannten Zahlen mit Buchstaben, ⋀| ... Subtraktionszeichen
Indisches Manuskript (Bakhshali, 8.-10.Jahrhundert):
    Multiplikation wird nebeneinander schreiben der Zahlen gekennzeichnet
al-Hassar (vor 1200):
    Verwendung des horizontalen Bruchstrichs
Leonardo von Pisa (1180-1228):
    Bruchstrich, Buchstaben als Variable r für Quadratwurzel (von "Radix")
    Multiplikation: 2 uices 3 fiunt 6 ... 2*3=6
Frankreich / Italien (frühes Mittelalter):
    "p" und "m" als Additions- und Subtraktionszeichen
Nikolaus d'Oresme (um 1350):
    erstmalige Verwendung von Zahlen zur Kennzeichnung von Potenzen
Manuskript von 1417:
    Rechenzeichen + als Abkürzung des lateinischen et (= und)
Italienisches Manuskript von 1425:
    erstmaliges Auftreten des Prozent-Zeichens
Benedetto von Florenz (1463):
    Nutzung von griechischen Buchstaben für unbekannte Größen in "Trattato di praticha d'arismetrica"
Nicolas Chuquet (1484):   Schreibweise 12^3 bedeutet hier $12\ x^3$
Johannes Widmann von Eger (1489):
    Rechenzeichen + und - in "Dresdner Sammelhandschrift" ("Behende und hüpsche Rechenung auff allen Kauffmanschafft")
    Zitat: "Was - ist / das ist minus ... vnd das + das ist mer."
Giel Vander Hoecke (1514):
    Rechenzeichen + und - in "Een sonderlinghe boeck in dye edel conste Arithmetica"
Michael Stifel (1544): ")" als Divisionszeichen, z.B. 8)24 für 8/24
Michael Stifel (1545): "M" als Multiplikationszeichen
Rafael Bombelli (1550):
    Verwendung von eckigen Klammerzeichen "[" und "]"
Nicolo Tartaglia (1556) / evtl. auch Michael Stifel (1544):
    Verwendung von Klammerzeichen "(" und ")"
Robert Recorde (1557):   Gleichheitszeichen = als Betragskennzeichnung
Christoph Rudolff (16.Jh.):
    Wurzelzeichen √, z.B. √√√ für $^3\surd$
Francois Vieta (1593):
    in dem Werk Zetatica finden sich erstmals geschweifte Klammern
16.Jahrhundert:
    es wird allgemein üblich, dass Muliplitkation vor Addition geht
Rene Descartes (1596-1650):
    Potenzschreibweise mit Exponenten
Zitat: "aa ou a^2 pour multiplier à par soiméme; et a^3 pour le multiplier encore une fois par a, et ainsi à l'infini"
    Einführung des Produktzeichens Π

Anonymer Anhang zu John Napiers "Descriptio" (1618):
 erstmalige Verwendung des Multiplikationszeichens x
J.H.Rahn (1622-1676):
 "÷" als Divisionszeichen
Thomas Harriot (1631):
 Gleichheitszeichen in heutiger Bedeutung
William Oughtred (1631):
 Multiplikationszeichen x , erstmalige Verwendung von ±
Pierre Hérigone (1634):
 Verwendung von a2, a3, ... als Kennzeichnung der Potenzen a^2, a^3, ...
Wilhelm Leibniz (1646-1716):
 Multiplikationspunkt, Divisionsdoppelpunkt
 Am 29.Juli 1698 schreibt Leibniz an Johann Bernoulli, dass er x als Multiplikationszeichen nicht mag, da es mit der Variable x verwechselbar ist. Er benutzt nun den Multiplikationspunkt.
Johann Rahn (1659):
 Multiplikationszeichen * in "Teutsche Algebra"
 Verwendung von ÷ als Divisionszeichen
Isaac Newton (1676):
 Verwendung negativer Exponenten
J.Christoph Sturm (1689):
 in Mathesis enucleate wird erstmals die Bezeichnung "e" für die Kreiszahl π benutzt: "... si diameter alicuius circuli ponatur a, circumferentiam appellari posse ea (quaecumque enim inter eas fuerit ratio, illius nomen potest designari littera e)..."
Wilhelm Leibniz (1690):
 in einem Brief an Huygens verwendet er "b" für die Eulersche Zahl e
William Jones (1706):
 Nutzung von π als Kreiszahlbezeichnung im Werk „Synopsis palmariorum matheseos", aber ohne Resonanz. Aufgegriffen wurde der Buchstabe erneut von Leonhard Euler in seiner Abhandlung „Variae observationes circa series infinitas"
Leonhard Euler (1755):
 Verwendung des Summenzeichens Σ
Leonhard Euler (1777):
 Verwendung des Buchstabens i zur Bezeichnung der imaginären Einheit



James B.Thomson (1882):
 Schreibweise des Divisors links vom Dividenden (siehe Abbildung)
J. W. Gibbss (1902 "Vector Analysis"):
 Einführung eines Punktes als Kennzeichnung des Skalarproduktes. Der Punkt wird noch nicht höher gesetzt. Ebenso wird das Kreuz für das Vektorprodukt genutzt.
John Gaston Leathem (1905):
 Pfeil für Grenzübergänge
Sir Theodore Andrea Cook (1914):
 Verwendung von ϕ zur Kennzeichnung des Goldenen Verhältnisses
"High School Algebra" von Slaught und Lennes:
 Berechnung von Multiplikation und Division innerhalb von Termen erfolgt von links nach rechts
Harold S.Coxeter (1920):
 Verwendung von τ zur Kennzeichnung des Goldenen Verhältnisses
Bourbaki (1939):
 Verwendung des Pfeils in Funktionszuordnungen x --> f(x)

Integralzeichen

Das Integralzeichen ∫ ist aus dem Buchstaben "langes s" als Abkürzung für das Wort Summe, lateinisch summa, entstanden.
Die symbolische Schreibweise von Integralen geht auf den Begründer der Differenzial- und Integralrechnung, Gottfried Wilhelm Leibniz, zurück.
Die multiplikativ zu lesende Notation f(x) dx deutet an, wie sich das Integral aus Streifen der Höhe f(x) und der infinitesimalen Breite dx zur Fläche unter der Funktion summiert.
Die Integralzeichen unterscheiden sich in verschiedenen Ländern etwas. Im deutschen und russischen Formelsatz hat sich eine senkrechte Form des Integralzeichens eingebürgert, im englischen Schriftbild eine kursive.
Außerdem schreibt man im englischen Satz in Textformeln die oberen und unteren Grenzen rechts vom Symbol angeordnet, während in deutscher Tradition links unten und rechts oben üblich ist.
Im Unicode ist das Integralzeichen mit der Nummer U+222B kodiert.

Entstehung

"Utile erit scribi ∫ pro omnia." = "Es wird nützlich sein, ∫ anstatt omnia zu schreiben"

Dies schrieb Gottfried Wilhelm Leibniz 1675 in seiner Abhandlung "Analysis tetragonistica". Omnia steht dabei für omnia l und wird in dem geometrisch orientierten Flächenberechnungsverfahren von Bonaventura Cavalieri verwendet. Die zugehörige gedruckte Veröffentlichung von Leibniz ist "De geometria recondita" von 1686.

Geschichte mathematischer Begriffe

Die Aufstellung gibt die erstmalige Verwendung eines mathematischen Begriffs in der Geschichte an. Dabei ist zubeachten, dass eine Vielzahl anderer Begriffe schon in Euklids "Elementen" auftreten.

Begriff	Jahr	zuerst verwendet von ...
Ableitung	1677	Gottfried Wilhelm Leibniz (Newton nutzte den Begriff Fluxion)
Abszisse	1659	Stefano degli Angeli (1623-1697), italienischer Mathematiker
absoluter Betrag	1850	"The elements of analytical geometry" von John Radford Young (1799-1885)
abundante Zahl	130	Theon von Smyrna
abzählbar	1883	Georg Cantor
Addition		Fibonacci
affin	1748	Leonhard Euler in "Introductio in analysin infinitorum"
Algorithmus	1503	"Margarita philosophica" von Gregor Reisch
Analysis		Theon von Alexandria
Analytische Geometrie		"Geometria analytica sive specimina artis analyticae" von Samuel Horsley (1733-1806)
assoziativ	1843	W. R. Hamilton in "Transactions"
Asymptote		Apollonius
Axiom		Aristoteles
Binomialkoeffizient	1544	Michael Stifel
Binomialgesetz	1713	Jakob Bernoulli in "Ars Conjectandi"; Bezeichnung für Binomialverteilung
Bruch	1202	Fibonacci
Byte	1956	Dr. Werner Buchholz
Calculus	400	Aurelius Clemens Prudentius; im Sinne von "Berechnung"
Chaos	1938	Norbert Wiener in "The homogeneous chaos"
Determinante	1801	Carl Friedrich Gauß in "Disquisitiones arithmeticae"
Dezimalpunkt	1617	John Napier in "Rabdologia"
Differenzial	1690	Gottfried Wilhelm Leibniz
Differenzialgeometrie	1894	Luigi Bianchi
Differenzialgleichung	1676	Gottfried Wilhelm Leibniz
Dividend	1350	Joannes de Muris
Doppelverhältnis	1827	Möbius in "Der barycentrische Calcül"
Element	1856	Carl Georg Christian von Staudt in "Geometrie der Lage"
Eliminierung	1764	Bezout in "Mémoires de l'Académie"
Elliptische Funktion	1811	Adrien Marie Legendre in "Exercises du Calcul Intégral"
Epizykloide	1790	John Imison in "The School of Arts"
Evolute	1673	Christiaan Huygens in "Horologium oscillatorium"
Exponent	1544	Michael Stifel in "Arithmetica integra"
Exponentialfunktion		Jakob Bernoulli
Extremum	1878	Paul Du Bois-Reymond in "Math. Ann. XV. 564"
Fourier-Reihe	1868	Björling in "Fourierska serierna"
Fraktal	1975	Benoit Mandelbrot in "Les Objets fractals"
Funktion	1673	Gottfried Wilhelm Leibniz in "Methodus tangentium inversa, seu de fuctionibus"
Galois-Gruppe	1897	J. De Perott in "A construction of Galois' group of 660 elements"
Galois-Theorie	1870	Camille Jordan in "Traité des substitutions et des équations algébriques"
Geoid	1872	Johann Benedict Listing in "Ueber unsere jetzige Kenntniss der Gestalt u. Größe der Erde"
Geometrische Reihe	1543	Michael Stifel in "Divisio in Arethmeticis progressionibus ..."
gemeiner Bruch	1566	Trenchant
gerade Zahl		Philolaus (425 v.Chr.)
Gleichung		Fibonacci in "Liber Abbaci"
Goldene Proportion	1509	Luca Pacioli in "De Divina Proportione"
Goldener Schnitt	1835	?
Gradient	1897	Horace Lamb in "An Elementary Course of Infinitesimal Calculus"
Graph einer Funktion	1886	Chrystal in "Algebra I. 307"
Grenzwert		Gregory von St. Vincent
Gruppe	1830	Evariste Galois
Gruppentheorie	1854	Arthus Caley in "On the theory of groups"
Halbgruppe	1904	J.-A. de Séguier in "Élem. de la Théorie des Groupes Abstraits"

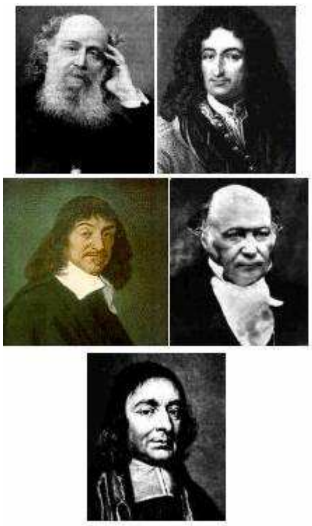
Harmonisches Mittel	350 vChr.	Archytas of Tarentum
Häufungspunkt	1872	Cantor in "Über die Ausdehnung eines Satzes der Theorie der trigonometrischen Reihen"
Helix		Archimedes
Histogramm		Karl Pearson
Hyperwürfel	1909	in "Scientific American"
Hypergeometrisch		Johann Friedrich Pfaff
Hypotenuse		Pythagoras
Ideal	1871	Richard Dedekind in "Vorlesungen über Zahlentheorie"
imaginär	1637	Rene Descartes in "La Geometrie"
imaginäre Einheit	1843	William Rowan Hamilton
imaginärer Teil	1836	John Radford Young in "Elements of the Differential Calculus"
Indische Zahlen	1202	Fibonacci in "Liber abaci"
Induktion	1656	John Wallis in "Arithmetica Infinitorum"
Inkommensurabel	1350	Nicole Oresme in "De commensurabilitate sive incommensurabilitate motuum celi"
inneres Produkt	1844	Hermann Günther Grassman in "Die lineale Ausdehnungslehre"
Integral	1690	Jacob Bernoulli in "Acta eruditorum"
Integralgeometrie		Wilhelm Blaschke
Integrand		William Hamilton in "Lectures on metaphysics and logic"
Interpolation		John Wallis
invariant	1851	James Joseph Sylvester
Isometrie		Aristoteles
Isomorphismus	1882	Walter Dyck in "Gruppentheoretische Studien"
Kardiode	1741	Johann Castillon in "De curva cardiode"
Kartesische Geometrie	1692	Johann Bernoulli
Kathete	um 1500	Nicolas Chuquet, französischer Mathematiker
Kettenbruch	1655	John Wallis in "Arithmetica Infinitorum Prop. CXCI."
Knotentheorie	1932	Kurt Werner Friedrick Reidemeister in "Knotentheorie"
Kombination	1654	Blaise Pascal
Kombinatorik		Gottfried Wilhelm Leibniz in "Dissertatio de Arte Combinatoria"
Komplexe Zahl	1831	Carl Friedrich Gauß in "Theoria Residuorum Biquadraticorum, Commentatio secunda"
konjugiert	1821	Augustin-Louis Cauchy in "Cours d'Analyse algébrique"
konvergent	1667	James Gregory in "Vera circuli et hyperbolae quadratura"
Koordinate	1692	Gottfried Wilhelm Leibniz in "Acta Eruditorum"
Korrelation	1888	Francis Galton in "Co-Relations and Their Measurement"
Kosekans	1596	Georg Joachim von Lauchen Rheticus in "Opus Palatinum de triangulis"
Kosinus	1620	Edmund Gunter in "Canon triangulorum, ..."
Kotangens	1629	Edmund Gunter in "Canon triangulorum, ..."
Kuboktaeder		Johannes Kepler
Krümmung		Nicole Oresme
Lateinisches Quadrat	1782	Leonhard Euler
Lemniskate	1694	Jacob Bernoulli in "Acta Eruditorum"
lineare Algebra		Rafael Bombelli
Logarithmus	1614	John Napier in "Mirifici Logarithmorum Canonis descriptio"
Logik		Xenocrates von Chalcedon (396-314 v.Chr.)
Loxodrome		Pedro Nunez
Magisches Quadrat		Frenicle de Bessy (1605-1675) in "Des quassez ou tables magiques"
Mandelbrot-Menge		Adrien Douady
Matrix	1850	James Joseph Sylvester
Median	1883	Francis Galton
Menge	1851	Bolzano in "Paradoxien des Unendlichen"
Mengenlehre	1883	Georg Cantor in "Acta Mathematica 2"
Mersennesche Zahl	1883	É. Lucas in "Sur les nombres de Fermat et de Mersenne"
Metrischer Raum	1914	Felix Hausdorff in "Grundzüge der Mengenlehre"
Metrisches System	1806	Noah Webster in "New French Weights and Measures"
N Dimensionen	1843	Arthur Cayley in "Chapters in the Analytic Geometry of (n) Dimensions"
natürlicher Logarithmus		Thomas Fantet de Lagny (1660-1734)
negativ		Brahmagupta
Nenner	1202	Leonardo von Pisa in "Liber abbaci"

Nephroide	1878	Richard Anthony Proctor in "A treatise on the cycloid and all forms of cycloidal curves"
Norm	1832	Carl Friedrich Gauß
Nullhypothese	1935	Ronald Aylmer Fisher in "The Design of Experiments"
Numerische Integration	1915	David Gibb in "A Course in Integration and Numerical Integration"
Operation	1608	Christopher Clavius in "Algebra Christophori Clavii Bambergensis"
ordinal	1599	J. Minsheu in "Percyvall's Dictionarie in Spanish and English"
Pangeometrie	1850	Lobatschewskis Begriff für nicht-euklidische Geometrie
Parabel		Pappus von Alexandria
Parallelepiped		Euklid in "Elemente" XI, 25
Parameter	1631	Claude Mydorge
Partialbruch	1797	Sylvestre Francois Lacroix in "Traité élémentaire Calcul differéntiel et intégral"
Partialprodukt	1844	Sir William Rowan Hamilton
partielle Integration	1839	J.R. Young in "Elements of the Integral Calculus"
Pell-Gleichung	1732	Leonhard Euler
Permutation		Jakob Bernoulli in "Ars Conjectandi"
Permutationsgruppe		Evariste Galois
Polygon		Euklid (im Original "polypleuron")
Primzahl		Platon
Produkt	1202	Albertus Magnus
Proportion	1328	Thomas Bradwardine in "De proportionibus velocitatum in motibus"
Pyramide		Rechenbuch des Ahmes (antikes Ägypten)
Quotient	1350	Joannes de Muris
Radikand	1889	George Chrystal in "Algebra"
Radius	1569	Peter Ramus in "P. Rami Scholarium mathematicarum kibri unus et triginti"
rational	1685	John Wallis
rationale Funktion	770	Joseph Louis Lagrange in "Réflexions sur la résolution algébrique des équations"
reell	1637	Rene Descartes in "La Geometrie"
Repunit	1966	Albert H. Beiler
Ring	1897	David Hilbert in "Die Theorie der algebraische Zahlkörper"
Sattelpunkt	1922	G. N. Watson in "A Treatise on the Theory of Bessel Functions"
Sekans	1583	Thomas Fincke in "Thomae Finkii Flenspurgensis Geometriae rotundi libri XIIII"
Signifikanz	1885	F. Y. Edgeworth in "Methods of Statistics"
Simplex	1886	William Kingdon Clifford in "Problem in Probability"
Simpson-Regel	1639	Cavalieri
Sinus	499	Aryabhatia
sphärisches Dreieck	um 100	Menelaus von Alexandria in "Sphaerica"
Sphärische Trigonometrie	1651	Nicolaus Mercator in "Trigonometria sphaericorum logarithmica"
Stereographie	1600	François Aguillon
Tangente	1583	Thomas Fincke in "Thomae Finkii Flenspurgensis Geometriae rotundi libri XIIII"
Taylor-Reihe	1786	L'Huillier
unabhängige Ereignisse	1738	de Moivre in "The Doctrine of Chances"
unendlich klein		Christian Huygens
ungerade Zahl		Philolaus (425 v.Chr.)
Variable	1710	Gottfried Wilhelm Leibniz
Varianz	1918	Ronald Aylmer Fisher in "The Correlation Between Relatives on the Supposition of Mendelian Inheritance"
Variation	1869	E. Beltrami
Vektor	1844	William Rowan Hamilton
Vektoranalysis	1881	J.W. Gibbs in "Elements of Vector Analysis"
Vektorraum	1844	Hermann Günter Grassmann
Verteilungsfunktion	1919	R. von Mises in "Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung"
Vierte Dimension		Nicole Oresme
Vollkommene Zahl		Euklid in "Elemente" IX, 36
Vollständige Induktion	1887	Richard Dedekind in "Was sind und Was sollen die Zahlen?"
Vollst. Integral		Sylvestre-François Lacroix in "Traité du calcul différentiel et integral"
Wahrscheinlichkeit	1654	Pascal und Fermat
wohlgeordnet	1879	Cantor in "Über unendliche lineare Punctmannichfaltigkeiten"

Wurzelzeichen	1659	J.H.Rahn
x-Achse	1809	James Ivory in "On the Attractions of Homogeneous Ellipsoids"
x-Koordinate	1863	James Joseph Sylvester
y-Koordinate	1863	James Joseph Sylvester
z-Achse	1809	James Ivory in "On the Attractions of Homogeneous Ellipsoids"
Zähler	1202	Leonardo von Pisa in "Liber abbaci"
Zahlentheorie		Xenocrates of Chalcedon (396-314 v.Chr.)
Zahlkörper	1858	Richard Dedekind
Zufallsgröße	1901	Pawel A.Nekrassow
Zufallsexperiment	1937	Harald Cramér in "Random variables and probability distributions"
Zufallszahl	1927	L.H.C. Tippett in "Random Sampling Numbers, Tracts for Computers"
Zykloide	1599	Galileo Galilei
Zylinder		Apollonius (262-190 v.Chr.) in "Conic Sections"

Entstehung der Potenzschreibweise

Jahr	Autor	Schreibweise, Quelle
1570	Joost Bürgi	$8x^2 = 8^{II}$, Zur Geschichte der Mathematik Vol. II - 1875
1593	Adrianus Romanus	$8x^2= 82^{-}_{-}$, Ideal Mathematical Pars Prima
1593	Francis Vieta	$8x^2$ = 8 Quadratum, Responsorum
1601	Raimarus Ursus	$8x^2$ = 8II, Arithmetica Analytica
1610	Pietro Antonio Cataldi	$8x^2$ = 82/, Zeitschr Math.Physik Vol. XLIV - 1899
1631	Thomas Harriot	$8x^2$ = 8xx, Artis Analytical Praxis
1634	Pierre Hérigone	$8x^2$ = 8x2, Cursus Mathematicus
1636	James Hume	$8x^2 = 8x^{II}$, L'Algebre de Viéte: d'une Methode Nouvelle Claire et Facile
1637	René Descartes	$8x^2 = 8x^2$, La Géométrie (Discours de la Méthode)



Geschichte mathematischer Begriffe

Einige Mathematiker waren in der Geschichte besonders aktiv bei der Einführung neuer Begriffe. Von links oben nach rchts unten sind dies die Mathematiker und die von ihnen erstmals genutzten Fachtermini:
James Joseph Sylvester: Matrix, Diskriminante, Invarianz
Gottfried Wilhelm Leibniz: Variable, Konstante, Funktion, Abszisse, Parameter, Koordinate, Ableitung
René Descartes: reelle Zahl, imaginäre Zahl
Sir William Rowan Hamilton: Vektor, Skalar, Tensor, assoziativ, Quaternion
John Wallis: Induktion, Interpolation, Kettenbruch, Mantisse, hypergeometrische Reihe

Entstehung mathematischer Begriffe ... aus dem Griechischen...

αξιωμα , axioma (Wertschätzung) = Axiom
αρμονια, harmonia (Verbindung) = Harmonie
βασιζ, basis (Grundlage) = Basis
γη, gä, γεω, geo (Erde, Feld) = Geometrie
γραφειν, grafein (zeichnen) = Grafik
γραμμα, gramma (Buchstabe)
γωνια, gonia (Winkel,Ecke) = Gon, Diagonale
εδρα, hedra (Wohnsitz) = Tetraeder
επιπεδον, epipedon (Ebene) = Epiped
κριτηριον, kritärion (Urteil) = Kriterium
-μετρια, -metria (-messung) = Geometrie
παρα, para (vorbei) = parallel
πριειν, priein (zersägen) = Prisma
τραπεζα, trapeza (Tisch) = Trapez
ο ιστος, istos (Gewebe) = Histrogramm
δια, dia (durch) = Diagramm, Diagonale
καθεδρα, katedra (Lehrstuhl)
κατα, kata (unter,nieder) = Katheten
μετρον, metron (Maß) = Meter
ορθοζ, ortos (aufrecht) = orthogonal
πολυ, poly (viel) = Polyeder
υπο, hypo (unter) = Hypotenuse
χορδη, chordä (Darm) = Chordale

Entstehung mathematischer Begriffe ... aus dem Lateinischen...

associare, vereinigen = assoziativ
cavea, Höhle = konkav
commutare, verändern = kommutativ
contra, gegen = Kontraposition
intervallum, Zwischenraum = Intervall
linea, Faden = Linie, Lineal, linear
ordo, Reihenfolge = Ordinalzahl
plenus, voll = komplementär
potentia, Macht = Potenz
proportio, Verhältnis = proportional
ratio, Berechnung = rational
calculus, Steinchen = kalkulieren
circus, Kreis = Zirkel
congruens, übereinstimmend = kongruent
finis, Grenze = definieren
invertere, umdrehen = invers
mensura, Messen = kommensurabel
passus, Schritt = Passante
postulare, fordern = Postulat
proicere, hinauswerfen = projizieren
quadrum, Viereck = Quader
rota, Rad = Rotation

scalae, Treppe = Skala
struere, schichten = Struktur, konstruktiv
transcendere, übersteigen = transzendent
triplus, dreifach = Tripel
cumulatis, aufgehäuft = kumulativ
secare, schneiden = Sekante
tangere, berühren = Tangente
transferre, hinübertragen = Tanslation
vehere, fahren = konvex, Vektor

Entstehung des Wurzelzeichens

Jahr	Autor	Schreibweise	Quelle
1145	Palto De Trivoli	latus quadratum 9	Liber Embadorum
1427	Petri Ramus	ℓ9	Arithmetica Libri duo et Geometrie
1465	Johannes Regiomontanus	Radix quadratum 9	Carta de Regiomontanus
1490	Johann Widman	ra. 9	Deutsche Algebra
1494	Luca Pacioli	℞. 9 (radix)	Summa de Arithmetica
1520	Andreas Alexander	∫9	Algebrae Arabis Arithmetici Göttingen Codex
1525	Christoff Rudolff	√9	Coss
1550	Raffaele Bombelli	R.q.9	L'Algebra 1572
1577	Guillaume Gosselin	L 9	De Arte Magna
1580	Bernardus Salignacus	ℓ9	Algebrae Libri
1591	John Napier	⊔9	De Arte Logistica
1592	Lazarus Schonero	ℓc 27 (latus cubicum)	Arithmetica Logarithmica
1624	Henry Briggs	$\ell_3$27 (latus cubicum)	Arithmetica Logarithmica
1635	James Hume	Quarré de quarré 16	Algèbre
1637	René Descartes	$\sqrt{9}$ (racine carré)	La Géométrie
1670	Johann Caramuel	√√64 (Radix cubica)	Joannis Caramvelis Mathesis Biceps
1696	Samuel Jeake	∿√27 (Cube root)	Arithmetick
1732	Simon de la Loubère	$(\sqrt[3]{64})$ (Racine cubique)	De La Résolution Des Équations

Mathematische Floskeln

In der mathematischen Fachsprache haben sich einige Floskeln und Abkürzungen im Laufe der Jahrtausende eingebürgert. Diese entstammen zumeist dem Griechischen (vor allem Euklid) und wurden später in Latein übersetzt. Einige Beispiele sind

Quod erat faciendum

Ein Algorithmus wird mit der Phrase quod erat faciendum (Abkürzung: q.e.f.; deutsch: was zu machen war; griechisch: οπερ εδει ποιησαι = hoper edei poiesai) abgeschlossen.
Diese Phrase geht auf die griechischen Geometer und besonders Euklid zurück, der geometrische Konstruktionen so beendete.

Quod erat demonstrantum

Ein Beweis wird traditionell mit quod erat demonstrandum, kurz "q.e.d.", bzw. mit was zu beweisen war, "w.z.b.w.", abgeschlossen. Die wörtliche Übersetzung aus dem Latein lautet "was zu zeigen war".
Die Floskel ist eine Übersetzung des griechischen οπερ εδει δειξαι = hoper edei deixai, mit dem Euklid und Archimedes, ihre Beweise abschlossen.

Cum hoc ergo propter hoc

Latein für "mit diesem, also deswegen", bezeichnet einen logischen Fehler, bei dem zwei gemeinsam auftretende Ereignisse fehlerhafterweise als Ursache und Wirkung erklärt werden.

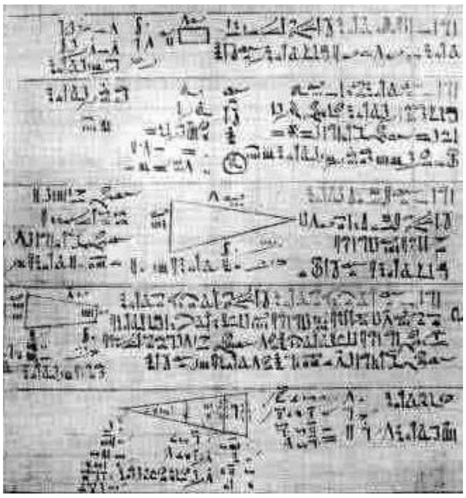
Per definitionem

p.d. ist eine lateinische Wendung und bedeutet "definitionsgemäß".

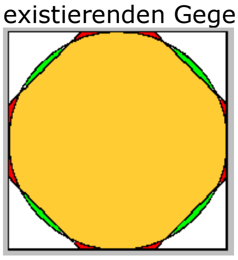
Reductio ad absurdum

lat. für Zurückführung auf das Sinnlose; ist eine Beweistechnik in der Logik. Bei der Reductio ad absurdum wird eine Aussage widerlegt, indem gezeigt wird, dass aus ihr ein logischer Widerspruch folgt.

Papyrus Rhind



... eines der ältesten Nachweise für Beschäftigung mit Mathematik
... viel von der Mathematik der Alten Ägypter zur Zeit der Pyramiden ist aus zwei ausgegrabenen Papyrus-Rollen, dem Papyrus Rhind und den Papyrus Moskau bekannt.
Sie stammen etwa aus der 13./14. Dynastie, etwa 2000 bis 1700 vor der Zeitrechnung. Der Papyrus Moskau heißt nach seinem Aufbewahrungsort, dem Museum der Schönen Künste in Moskau. Wahrscheinlich ist der Moskauer Papyrus 200 Jahre älter als der Papyrus Rhind.
Der Papyrus Rhind (Abbildung) ist benannt nach seinem ersten Besitzer von 1858: Alexander Henry Rhind. Der englische Ägyptologe findet das Schriftstück in Luxor. Der Papyrus hat den richtigen Buchtitel:
"Genaues Rechnen. Einführung in die Kenntnis aller existierenden Gegenstände und aller dunklen Geheimnisse."



Der Autor ist der Schreiber Ahmes (A'h-mose), der den Papyrus von einer älteren Vorlage abgeschrieben hat. Ahmes ist somit wahrscheinlich der älteste namentlich bekannte Rechenmeister. Im Papyrus Rhind befindet sich mit 256/81 = 3,16049... der erste bekannte Näherungswert für π; und erstaunlicherweise ein schon recht guter.
Gefunden wurde dieser im 48.Problem mit folgender Methode (nach Boyer, Merzbach 1989):
Es wird ein Quadrat mit der Seitenlänge 9 betrachtet. In dieses wird durch Streichen von vier Dreiecken ein Achteck mit dem Flächeninhalt 63 erzeugt, welcher sich nicht viel vom Inhalt eines Achtecks mit der Seitenlänge 8 unterscheidet. Der Inhalt des eingeschriebenen Kreises ist rund 64 und somit $\pi \approx 4\,(8/9)^2 = 256/81$.
Eine der Aufgaben aus dem Papyrus Rhind befasst sich mit der Berechnung einer unbekannten Größe und verwendet zur Lösung eine geniale Idee.

Ägyptische Zahlzeichen

Die älteste, bekannte Darstellungen von Zahlzeichen im antiken Äygpten findet sich auf der Platte des Königs Narmer um 2900 v.u.Z.
Ägypten bestand zu dieser Zeit aus zwei Ländern, Ober- und Unterägypten, die durch Narmer geeint wurden.

"Auf der Rückseite der Narmerplatte hält der Falke - Symbol sowohl des Gottes Horus als auch des Königs von Oberägypten - in einem seiner Füße, der einer Hand gleicht, einen Strick, dessen anderes Ende im Munde eines menschlichen Kopfes, Symbol des besiegten Feindes, liegt.
Hinter dem Kopf befinden sich 6 Lotosstengel. … Eine Lotosblüte bedeutet in der Schriftkonvention die Zahl 1000, die 6 Lotosblüten deshalb 6000.
Die Bildergruppe bezieht sich auf die Gefangenen, deren Zahl 6000 ist."
(nach Földes-Papp)

Auf einer Keule des Königs Narmer findet man auch andere Zahlzeichen: den Finger für 10000, die Kaulquappe für 100000 und den Gott der Unendlichkeit für 1 Million. Dabei werden als Kriegsbeute 400000 Rinder, 1422000 Ziegen und 120000 Gefangene genannt!

Hau-Rechnung

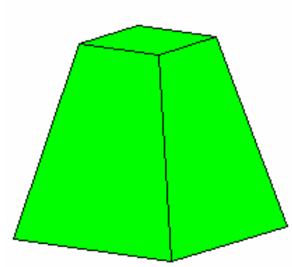
Schon in vorgriechischer Zeit trat bei der Behandlung von mathematischen Problemen das Lösen von Gleichungen auf. Die antiken Ägypter waren mit dem Lösen von linearen Gleichungen in einer Unbekannten vertraut.
Rechnungen dieser Art werden als Hau-Rechnungen bezeichnet. Das ägyptische Wort Hau ('h') bedeutet Menge oder Haufen. Im Papyrus Rhind findet man eine Vielzahl von Hau-Rechnungen. Die Aufgabe 26 des Schreibers Ahmes lautet:

"Eine Menge und ihr Viertel sind zusammen 15."
Lösung:
"Rechne mit 4, davon musst du ein Viertel nehmen, nämlich 1; zusammen 5.
Nun wird 15 durch 5 dividiert, das Ergebnis mit 4 multipliziert. Somit ist die gesuchte Menge 12. Ihr Viertel ist 3 und somit 15 = 12 + 3."

Allgemein bedeutet diese Methode: Sei p ein Polynom und a eine gegebene Zahl. Sucht man einen Wert x mit p(x) = a, so wählt man einen Wert y, berechnet p(y) = b und schließt aus dem Unterschied oder dem Verhältnis von a zu b auf den Wert x.
Ein weiteres Beispiel zur Hau-Rechnung ist eine Aufgabe aus dem Berliner Papyrus 6619:
"Ein Quadrat und ein zweites, dessen Seite von der Seite des ersten Quadrates ist, haben zusammen den Flächeninhalt 100. Laß mich wissen!"

Lösung: "Nimm ein Quadrat mit Seite 1; nimm 3/4 von 1, das ist 1/2 + 1/4, als Seite der anderen Fläche. Multipliziere 3/4 mit sich selbst, das ist 1/2 + 1/16.
Wenn also die Seite der einen Fläche als 1, die der anderen als 1/2 + 1/4 angenommen ist, addiere man die beiden Flächen. Das gibt 1 + 1/2 + 1/16. Ziehe daraus die Wurzel, es ist 1 + 1/4. Ziehe die Wurzel aus der gegebenen Zahl 100, das ist 10. Wie oft ist 1 + 1/4 in 10 enthalten? Es ist 8 mal. Also sind 8 · 1 = 8 und 8 (1/2 + 1/4) = 6 die Seiten der gesuchten Quadrate".

Ägyptische Mathematik



Aus dem antiken Ägypten ist folgendes Beispiel überliefert:

Methode zur Berechnung eines Pyramidenstumpfes.
Falls es ein Pyramidenstumpf sei, von 6 Kubit Höhe,
Von 4 Kubit an der Basis, und 2 an der Spitze,
Rechne so mit diesen 4, quadriere. Ergebnis 16.
Verdopple 4. Ergebnis 8.
Rechne so mit dieser 2, quadriere. Ergebnis 4.
Zähle diese 16 mit dieser 8 und mit dieser 4 zusammen. Ergebnis 28.
Berechne 1/3 von 6. Ergebnis 2.
Berechne indem du 28 zweimal nimmst. Ergebnis 56.
Hurra! Es ist 56! Du hast das Richtige gefunden.

Diese Methode zur Berechnung des Volumens eines Pyramidenstumpfes stellt die aus heutiger Sicht größte mathematische Leistung der Ägypter dar. Zur Herleitung der genutzten Gleichung

$$V = h/3\ (a^2 + ab + b^2)$$

bedarf es schon guter mathematischer Kenntnisse. Offensichtlich war schon vor den antiken Griechen die Elementarmathematik entwickelt.

Ägyptische Multiplikation, Ägyptische Bauernmultiplikation

Im Papyrus Rhind findet sich der erste Hinweis auf die Multiplikation zweier Zahlen, es soll 41 mit 59 multipliziert werden.
Dabei werden in einer Tabelle die 1 und die Zahl 59 solange verdoppelt, bis der erste Wert größer als 41 wird. Durch schrittweise Subtraktion der linken Spalte wird die Zerlegung von 41

41 - 32 = 9, 9 - 8 = 1, 1 - 1 = 0 ... 41 = 32 + 8 + 1

gefunden. Die Werte der 2.Spalte für 32, 8 und 1 werden markiert und addiert.

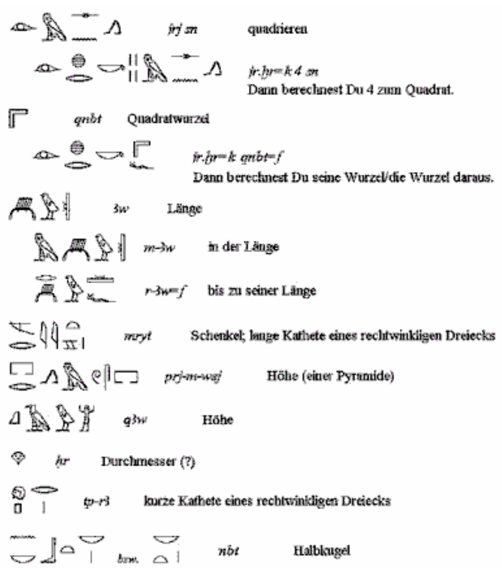
41	59
1	59
2	118
4	236
8	472
16	944
32	1888

	59	
1	59	X
2	118	
4	236	
8	472	X
16	944	
32	1888	X
	2419	

Ohne Kenntnis moderner Mathematik wurde hier schon die Umwandlung der 41 in das Dualsystem genutzt und diese Zerlegung für eine schnelle Multiplikation genutzt. Heute ist dieses Verfahren als "Ägyptische Bauernmultiplikation" bekannt.

Papyrus Moskau

Betrachtet man das wenige erhaltene Material, so kann man feststellen, das die Ägypter bestimmte Termini für bestimmte Begriffe konsequent verwendeten, was den wissenschaftlichen Charakter der altägyptischen Mathematik belegt. Im Moskauer Papyrus wird ein Begriff der Verdopplung der Zahl 2 verwendet.
Wie man an der Abbildung ersehen kann, kannten die alten Ägypter zahlreiche mathematische Termini.
Der Ägyptologe A.Kamel vermutet, dass der Papyrus als eine Art "Prüfungsarbeit" zu sehen ist. Diese Annahme wird zum Einen durch die geringe Anzahl von 25 Aufgaben untermauert, zum Anderen auch durch den Zusatz hinter den Aufgaben, etwa "Du hast richtig herausgefunden". Der Papyrus hat eine Gesamtlänge von 5,5 Metern, aber nur eine Breite von 8 cm.
Wenn die Vermutung richtig ist, so ist der Papyrus Moskau die älteste erhaltene "Mathematik-Klausur".



Papyrus Ebers

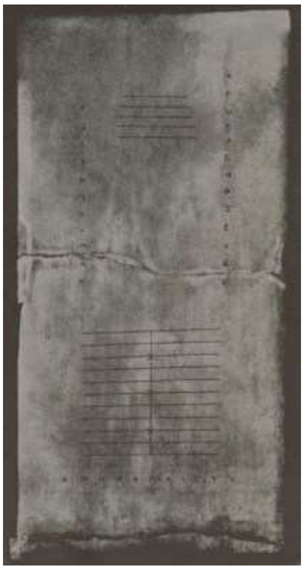
Der Papyrus Ebers enthält einen medizinischen Text aus dem altem Ägypten. Das abgebildete Fragment gehört zum zweiten Abschnitt, der sich mit Heilmitteln bei Krankheiten des Bauches beschäftigt.

Die Papyrusrolle konnte durch den Ägyptologen Georg Ebers im Jahr 1873 für das Museum der Stadt Leipzig erworben werden, wo sich dieser archäologische Schatz noch heute befindet. Er datiert vom Ende der 17.Dynastie und ist der umfangreichste Papyrus, der der Wissenschaft zugänglich ist. Er ist 19 Meter lang und enthält 108 Spalten.

Mathematisch interessant ist, dass Heilmittel und ihre Dosierungen ausgedrückt in Zahlen angegeben werden.
Damit ergeben sich für die Geschichte der Mathematik interessante Einblicke in die Verwendung von Zahlen und Rechenoperationen im antiken Ägypten.
Merkwürdig ist, dass die Seiten 28 und 29 ausgelassen wurden, so dass die letzte Spalte die Nummer 110 trägt. Es wird vermutet, dass dies Absicht war, da die 110 als das ideale Lebensalter eines Menschen angesehen wurde.
Ab den sechziger Seitenzahlen ändert sich die Schreibweise der auf "5" endenden Zahlen. Waren bis einschließlich Seite 55 die Fünfen als Einzelzeichen geschrieben, finden sich ab Zahl 65 nur noch 5 einzelne Striche - eine ungewöhnliche Schreibung für diese Ziffer und im Hieratischen unüblich.

Kerbholz

Zu allen Zeiten war der Mensch bestrebt sich durch technische Hilfsmittel das Leben zu erleichtern. Beim Zählen und Rechnen war dies nicht anders. Viele alte Darstellungen geben Zeugnis davon.
Kerbholz 3000 v.Chr.: Vieh, Sklaven usw. wurden durch die gleiche Anzahl von Steinen, Körnern, Stäbchen oder Kerben im gleichnamigen Kerbholz repräsentiert.
Während ägyptische oder römische Ziffern nur von Angehörigen der gebildeten Schichten gelesen werden konnten, waren Kerben von allen Teilen des Volkes lesbar.
Das älteste bekannte Kerbholz, ein Knochen mit 55 Kerben, wurde in Mähren gefunden und ist etwa 30000 Jahre alt.
Der Übergang vom Einschneiden von Kerben zum Rechnen lässt das Lateinische ausgezeichnet erkennen. Schneiden heißt dort "putare". Einschneiden oder anrechnen "imputare", rechnen "computare". Letzteres Wort war Grundlage des Begriffs des "Computers".
Archimedes zeichnete auf mit Sand bestreute Tafeln. Inder schrieben auf Staubtafeln. Chinesen legten Holzstäbchen auf Rechenbretter.
Bei allen Unterschieden wiesen all diese Rechenbretter als Gemeinsamkeit die klare Stellenanordnung auf. Im Laufe der Zeit entstanden die verschiedenen Abarten des Abakus.
Durch die genial einfache Konstruktion ist er noch heute in ganz Ostasien, Indien und Russland im Einsatz. Man schätzt, dass noch ca. 40% der Menschen täglich den Abakus benutzen.

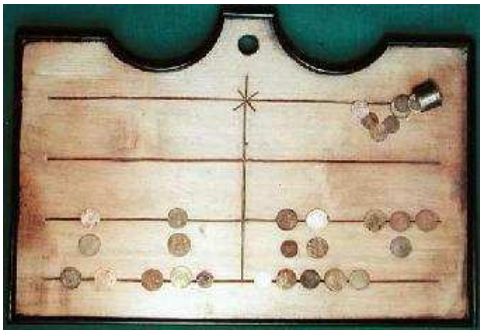


Salaminische Rechentafel

Das einzige erhaltene Rechenbrett der Antike die „Salaminische Rechentafel". Die Salaminische Rechentafel wurde um die Mitte des letzten Jahrhunderts auf der griechischen Insel Salamis gefunden. Sie ist das einzige große Rechenbrett der alten Kulturwelt. Ihr Alter ist leider unbekannt. Hergestellt ist sie aus weißem Marmor, sie ist 149 cm lang, 75 cm breit und 4,5 cm dick. An den beiden Längsseiten und an einer Querseite sind frühe griechische Zahl- und Münzzeichen eingraviert. Wahrscheinlich wurde sie in der staatlichen Finanzverwaltung oder von einem reichen Kaufmann im antiken Griechenland benutzt

Darius-Vase

Eines der wenigen authentischen Beispiele vom Rechnen im Altertum zeigt die Dariusvase, mit Darstellungen aus dem Leben des Perserkönigs (486 v.Chr.).
Die Dariusvase ist eine rotfigurige Prachtvase, die in einem Grab bei Canosa in Apulien gefunden wurde. Sie stammt ca. aus dem 4. Jh. v.Chr., ihre Höhe beträgt 1,30 m, der Umfang bis zu 2 m. Das unterste Bild auf der Vase zeigt den Schatzmeister des Darius vor einem Rechentisch mit Rechensteinen sitzend, wie er Tribut von den unterworfenen Völkern einnimmt und überprüft. Die Münzzeichen auf diesem Rechentisch sind die gleichen wie auf der Salaminischen Rechentafel.



Rechenbrett

Die Höflinge der Könige gleichen aufs Haar den Rechensteinen auf dem Rechenbrett. Sie gelten nämlich ganz nach dem Willen des Rechners eben bloß einen Chalkos und dann wieder ein Talent!
Polybius, 200 v.Chr.

Zur Zeit der Babylonier waren die Rechenbretter aus Stein oder Holz und mit Staub oder Sand bestreut, so dass die Linien leicht gezeichnet werden konnten. Später verwendete man auch Tafeln mit aufgezeichneten oder eingeschnittenen Linien. Entlang der Linien wurden Rechensteine aus Knochen, Stein oder Metall verschoben. Je nach Stellung der Rechensteine auf den einzelnen Linien ordnet man ihnen einen bestimmten Wert zu.
Um 300 v.Chr. entwickelten die Römer daraus einen tragbaren Handabakus.
Das Bestreuen der Rechenbretter mit Staub und Sand in den Anfängen schlägt sich auch im Sprachgebrauch nieder. Im frühen Hindi war das Wort für „höheres Rechnen" „dhuli-kharma", was „Sandwerk" bedeutet. Bei Cicero heißt es:

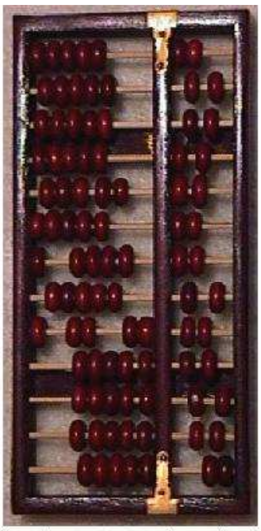
numquam eruditum illum pulverem attigistis

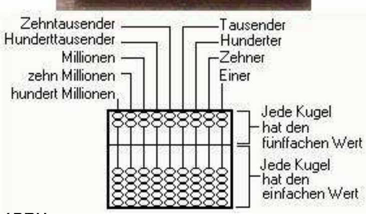
Wörtlich bedeutet dies: „nie gelehrten Staub berührt" und bedeutet eigentlich „Du hast nie Mathematik studiert"!
Das griechische Wort für Abakus = αβαξ wird oft als „beinloser Tisch" interprediert. Einige Historiker glauben aber, dass der Begriff vom semitischen „abq" abstammt, und das bedeutet eben „Staub".

Abakus

... seit der Antike verwendetes Rechenbrett mit frei beweglichen Steinen für die vier Grundrechnungsarten;
In Japan heißt der Abakus Soroban, in China Suan-pan, in Russland Stschoty, in der Türkei Coulba, in Armenien Choreb usw.
Rechengerät aus einer Stein- oder Holztafel mit aufgezeichneten oder eingeschnittenen Linien, auf denen die Rechensteine geschoben werden.
Die Steine einer Linie entsprechen Zahlen der gleichen Größenordnung, im Zehnersystem z.B. stellt jeder eine Einheit der gleichen Zehnerpotenz dar.
Das Rechnen mit dem Abakus hat sich aus der indischen Staubrechnung entwickelt. Im Mittelalter wurden besondere Rechentische entwickelt. Beim Aufkommen des schriftlichen Rechnens unterschied Adam Ries vom "Rechnen auf der Linien" das "Rechnen mit der Feder".

Englisch	abacus	Holländisch	abacus, telraam	Französisch	abaque, boulier
Latein	abacus	Russisch	абак	Spanisch	ábaco
Italienisch	abbaco	Dänisch	abacus	Griechisch	αβακας
Esperanto	abako	Polnisch	abakus, liczydło	Schwedisch	kulram
Tschechisch	počítadlo	Finnisch	abakus, helmitaulu	Portugiesisch	ábaco



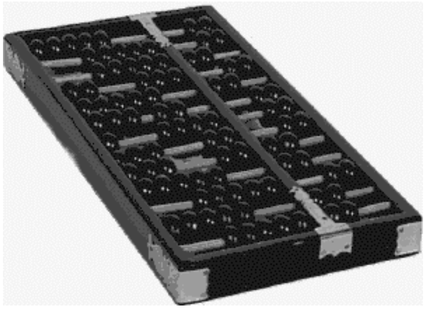


Geschichte des Abakus

Da der Abakus ein sehr altes Gerät ist, das wohl schon seit Jahrtausenden in unterschiedlichen Formen in Gebrauch ist, fällt es schwer, seinen genauen Ursprung festzulegen.

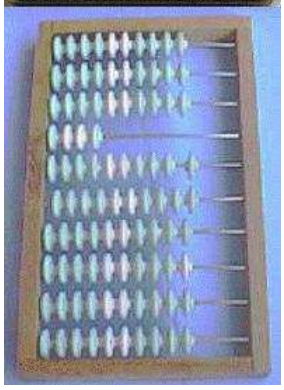
Das Wort Abakus leitet sich wahrscheinlich vom phönizischen abak her. Es bedeutet: Auf eine Fläche gestreuter Sand zum Schreiben. Einigen Quellen zufolge entstand der Abakus auf Madagaskar, wo man zum Abzählen der Soldaten jeden einzeln durch einen schmalen Durchgang treten ließ und dabei jedesmal einen Kieselstein in eine Furche auf dem Boden legte.
Nach jeweils zehn Soldaten wurden die zehn Kieselsteine durch einen zusätzlichen in einer zweiten Furche, der "Zehnerfurche", ersetzt.
Nach 100 Soldaten wurden die zehn Kieselsteine in der Zehnerfurche durch einen in einer dritten, der "Hunderterfurche", ausgetauscht.
Andere Völker hätten dann die Furchen im Boden durch Stäbchen und die Kieselsteine durch Kugeln mit Löchern ersetzt.
Anderen Quellen zufolge sei der Abakus in Zentralasien, irgendwo in einem Landstrich in der früheren Sowjetunion entstanden.
Von dort aus soll er in die angrenzenden Länder verbreitet worden sein.
In Europa sei er durch die dort vorherrschende Vorliebe für Papier, Feder und Tinte übergangen worden, in China jedoch wäre er bereitwillig akzeptiert worden.

Die römischen Rechenmeister (calculatores) verwendeten Taschenabaki, die aus einer Metallplatte mit einer bestimmten Anzahl von parallel angeordneten Schlitzen und darin verschiebbaren Knöpfen (den sog. calculi) bestanden.



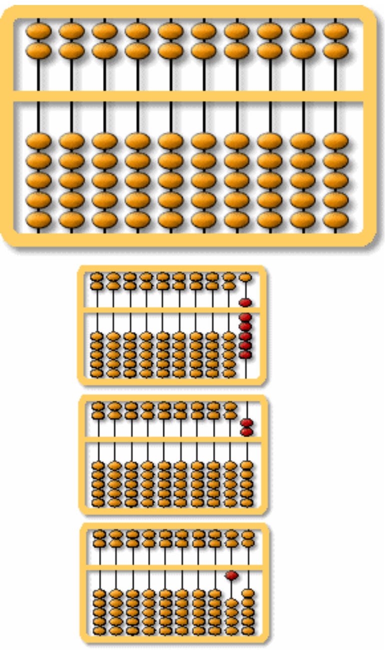
Diese Art Abakus scheint aber noch vor oder mit dem Untergang des röm. Reiches verschwunden zu sein. Die Völker des abendländischen Mittelalters haben jedenfalls die Rechentafel dem Abakus vorgezogen, die zwar Addition und Subtraktion erlaubte, aber nur bedingt zur Multiplikation und Division benutzt werden konnte.
Anmerkung: Durch den Chinesen Chen Yu Pei wurde der (2006) kleinste Abakus gebaut. Er hat die Abmessungen 11,5 mm x 5 mm.

Römischer Handabakus (Replik)
Original im Thermenmuseum Rom
Mit 11cm * 7cm entstand 300 v.Chr. dieser erste "Taschenrechner". Er besteht aus einer Bronzeplatte mit senkrechten Schlitzen in denen die "claviculi‟ (Nägelchen) verschoben werden konnten.



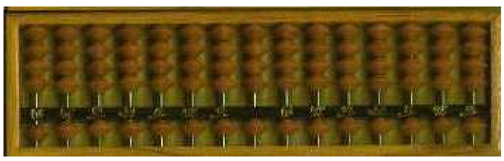
Russischer Stschoty
Geht vermutlich auch auf das chinesische Vorbild zurück. Er umfasst zehn Kugeln, von denen die fünfte und sechste farbig abgesetzt ist.
Er hat waagerecht angeordnete Stäbe mit je zehn Kugeln, wobei sich die jeweils fünften und sechsten zur besseren Übersichtlichkeit von den anderen farblich unterscheiden.
Der dritte Stab hat nur fünf Kugeln. Er wird nicht zum Rechnen benutzt und dient nur als Abgrenzung der ersten zwei Stäbe von den folgenden.

Chinesischer Suan-pan
Vorläufer sind bereits seit dem 11. Jahrhundert v.Chr. aus der frühen Chou-Dynastie bekannt.
Seine endgültige Form hat er im 10. Jahrhundert u.Chr. erreicht. Die Zählsteine sind durchbohrt und auf Stäbchen verschiebbar angeordnet.
Bei der chinesischen Variante befinden sich an jedem Stab sieben Kugeln, wobei die horizontale Leiste die fünfte von der sechsten trennt. Die unteren fünf Kugeln stehen jeweils für einen, die oberen beiden für fünf Zähler. In China heißt der untere Bereich mit den fünf Kugeln "Erde", der mit den zwei Kugeln "Himmel".



Chinesischer Suan-pan
Vorläufer des Suan-pans sind bereits seit dem 11. Jahrhundert v.u.Z. aus der frühen Chou-Dynastie bekannt.
Seine endgültige Form erhielt die chinesische Abakus im 10. Jahrhundert u.Z.. Die Zählsteine sind durchbohrt und auf Stäbchen verschiebbar angeordnet.

Bei der chinesischen Variante befinden sich an jedem Stab sieben Kugeln, wobei die horizontale Leiste die fünfte von der sechsten trennt.
Die unteren fünf Kugeln stehen jeweils für einen, die oberen beiden für fünf Zähler.
In China heißt der untere Bereich mit den fünf Kugeln "Erde", der mit den zwei Kugeln "Himmel".
Darstellungen der Zahl 10 mit dem chinesischen Abakus - Suan-pan:
Die Zahl 10 kann man bei diesem Abakus unterschiedlich darstellen.
Die erste Möglichkeit ist, in der 1. Reihe 2 Kugeln von oben (5+5=10) zum Mittelbalken zu schieben.
Die zweite Möglichkeit ist, in der 2. Reihe eine untere Kugel für die 10 zu nehmen.
Für die dritte Möglichkeit nehmen wir eine obere und 5 untere Kugeln aus der 1. Reihe (5+1+1+1+1+1=10).



Japanischer Soroban (Heutige Form)
Er geht aus dem Suan-pan hervor, hat jedoch seit Mitte des 19. Jahrhunderts die zweite obere Kugel eingebüßt. Nach dem zweiten Weltkrieg wurde in Japan auch die fünfte überflüssige Kugel im unteren Teil entfernt.
Obwohl diese Kugeln zur eigentlichen Darstellung der Zahlenwerte nicht notwendig sind, konnten sie von den Chinesen doch bei Zwischenergebnissen sinnvoll genutzt werden.

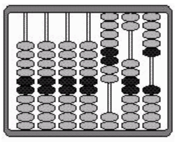
Der japanische soroban benötigt nur noch fünf Kugeln pro Stab, wobei die Leiste die vierte von der fünften trennt. Auch hier steht jede der vier Kugeln für einen, die einzelne oberhalb der Leiste für fünf Zähler.

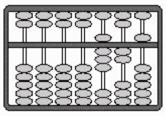
Tschu Pan

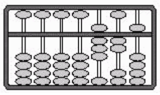
In Korea wird der Abakus "Tschu Pan" genannt.
Es gibt keinen speziellen koreanischen Abakus-Typ. Die noch zu findenden älteren Geräte entsprechen überwiegend der japanischen Form (5+1): pro Stange werden fünf Perlen unter dem Querbalken und eine Perle darüber verschoben.

Bis Ende 1980 wurden Tschu Pans in der modernen Version 4+1 hergestellt. Heute werden sie kaum noch verkauft. Vereinzelt kann man in Korea noch Menschen mit dem Abakus rechnen sehen.
Zumindest als Hilfsmittel zum Erlernen des Rechnens wird der Tschu Pan noch genutzt. Die linke Abbildung zeigt einen modernen Tschu Pan.
Sein Rahmen ist aus hellem Holz, die Perlen ebenfalls aus Holz. Mit 27 Reihen stellt er eine lange Ausführung dar. Abmessungen: Breite 385 mm, Höhe: 70 mm.

Zahldarstellung auf dem Abakus



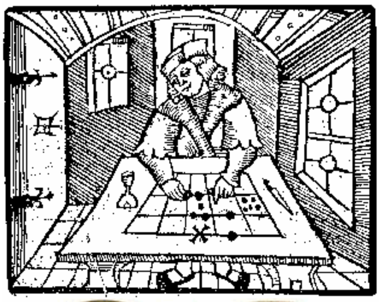




... dargestellt ist ein russischer Abakus (stschoty). Die Zahl 825 wird angezeigt.

... ein chinesischer suan pan. Auch hier wird die Zahl 825 angezeigt. (Zahlen werden an der Trennleiste abgelesen, die Kugeln im oberen Bereich, dem sog. Himmel, sind jeweils fünf Zähler wert.)
... ein japanischer soroban. Hier wird ebenfalls die Zahl 825 angezeigt. (Zahlen werden wieder an der Leiste abgelesen, die Kugeln im oberen Bereich sind fünf Zähler wert.)
Alle Darstellungen haben lediglich die Veranschaulichung der Unterschiede zum Ziel. In Wirklichkeit haben die Abaki mehr Reihen, die zur Darstellung größerer Zahlen dienen und für einige Rechenoperationen benötigt werden.

Rechnen mit "Rechenpfennigen"



Mittelalterliche Methode zur schnellen Addition und Multiplikation

Rechenpfennige, oder Jetons, sind Gegenstände, die ein münzähnliches Aussehen haben und deswegen auch oft mit Münzen verwechselt werden. Sie wurden für alle möglichen, manchmal sehr ausführlichen Berechnungen benutzt.
Das Material ist in den meisten Fällen Kupfer oder Bronze, aber ab dem 17. Jh. kamen sie auch in Silber und seltener auch in Gold vor. Danach wurden fast ausschließlich nur noch Rechenpfennige aus Messing gefertigt.
Seit Anfang der Menschheit hatte man das Bedürfnis nach Hilfsmitteln, die das Rechnen erleichtern. Das meist benutzte System war ein Rechenbrett mit einzelnen Recheneinheiten. Die Erfindung des Rechenbretts wurde im Mittelalter dem griechischen Mathematiker Pythagoras zugeschrieben, aber aktuellere Funde zeigen, dass das Rechenbrett schon mehrere Jahrhunderte davor verwendet wurde.

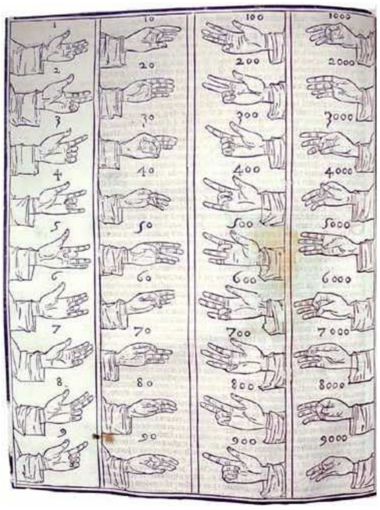
Griechen und Römer verwendeten meist Kieselsteine, kleine Scheiben aus Bein oder Kalkstein, um ihre Berechnungen durchzuführen. Die Römer nannten diese Recheneinheiten „Calculi“, wovon das Wort kalkulieren abstammt.

Rechenpfennige

Rechenpfennige besaßen keinen Geldwert, waren aber reichhaltig mit Bildern und Sprüchen verziert und stellten kleine Kunstwerke dar. Wie mit diesen auf einem Rechentisch gerechnet wurde, beschrieb u.a. Adam Ries in seinen Rechenbüchern.

Der abgebildete Rechenpfennig wurde 1753 hergestellt. Er ist aus Bronze und hat einen Durchmesser von 26 mm.
Die Vorderseite zeigt die Justitia-Figur mit Waage und Senkblei. Die Waage ist nicht die üblicherweise abgebildete Doppelwaage, sondern die einseitige Waage mit Gewicht und einer Schale, wie sie im Gewerbe üblich war. Am Fuße

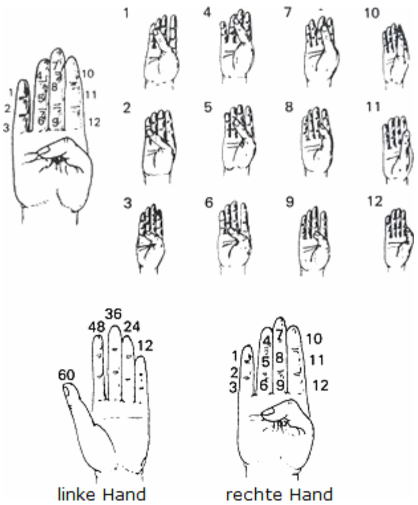
der Figur ein Füllhorn und ein verzierter Bottich, OMNIA CUM PONDERE NUMERO & MENSURA, d.h. "Alles wird mit Zahl und Maß gewogen".
Auf der Rückseite sieht man ein Rechenbrett mit Vorratsbechern und Rechenpfennigen und den Spruch CONSILIO ET FORTUNA = "Rat und Geschick".
Die Signatur I.W.S sind die Initialen des Meisters Johann Wilhelm Schlemm 1753-1790.
Quelle: Peter Kradolfer



Fingerrechnen, Fingerzahlen

Noch bevor sich der Mensch schriftlicher Symbole bediente, versuchte er sich zunächst mit gegenständlichen Darstellungen. Der Gebrauch der Finger gehörte zu den Rechenhilfsmitteln.
Neben dem Verständnis für die Zahlen verlangte dieses Rechnen viel Geschick und Fingerfertigkeit.
Der erste Gelehrte, der sich um eine Niederschrift der Fingerzahlen bemühte, war der englische Benediktinermönch Beda Venerabilis (um 673-735). In seinem Buch De ratione temporum lieferte er eine vollständige Erklärung der Fingerzählweise und geordnete Regeln für die Verfahrensweise bei dieser Rechenart. Mit beiden Händen war man also in der Lage, alle Zahlen von 1 bis 9999 darzustellen.

Das Fingerrechnen behauptete sich sehr lange neben dem Abakus und dem Rechnen mit den indisch-arabischen Ziffern, da es nicht nur das Abzählen oder die Addition bzw. Subtraktion ermöglichte, sondern auch höhere Rechenoperationen. Die Methode des Fingerrechnens war bei den Gelehrten derart populär, dass ein Rechenhandbuch nur dann als vollständig galt, wenn es eine Beschreibung dieser Methode enthielt.



Fingerzahlen

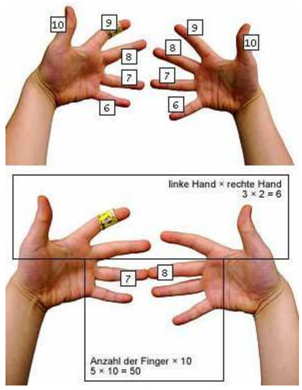
In dem Werk "Histoire universelle des chiffres" von Georges Ifrah (Editions Robert Laffont 1994) wird ein weiteres Beispiel zur Darstellung von Zahlen mittels Fingern gegeben.

Dazu werden mit den 3 Gliedern von 4 Fingern der rechten Hand alle Zahlen von 1 bis 12 dargestellt. Zur Kennzeichnung verweist der Daumen auf das entsprechende Fingerglied.
Zusätzlich wird der Zahlbereich, ein Vielfaches von 12, mit der linken Hand angezeigt werden. Entsprechend der Darstellung wird der jeweilige Finger gezeigt. Damit sind alle Zahlen von 1 bis 60 darstellbar.

Nach Ifrah soll dieses System im antiken Babylon, das ein Positionssystem zur Basis 60 nutzte, verwendet worden sein.

Fingermultiplikation

In Frankreich gibt es heute noch Bauern, die allein mit ihren Fingern multiplizieren können. Diese Methode findet man auch in Indien, im Irak und auch in Nordafrika. Zwar können nur Multiplikationen zweier Zahlen von 6 bis 10 durchgeführt werden, dennoch interessant.
An beiden Händen bedeutet der kleine Finger die Ziffer 6, der Ringfinger die Ziffer 7 und so weiter bis zum Daumen, der die Zahl 10 trägt. Um nun mit diesen Zahlen zu multiplizieren, müssen die Spitzen der Zahlenfinger zusammen gehalten werden.



Beispielaufgabe: 7·8=?
Vorgehensweise:
1. Dazu halten wir den Ringfinger (7) der linken Hand an den Mittelfinger (8) der rechten Hand.
2. Nun zählen wir die Finger, die sich berühren und die Finger darunter als Zehner zusammen. Das ergibt die Zahl 50.
3. Nun werden die 3 oberen Finger der linken Hand mit den 2 Fingern der rechten Hand multipliziert. Das Ergebnis ist 6.
4. Als nächstes addieren wir die 6 zu der 50 dazu. Das Ergebnis der Aufgabe 7·8 ist also 56.

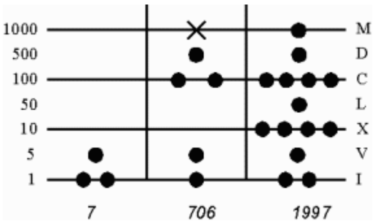
Quelle: http://www.topolewski.de/pascal/jufo2003/finger-multiplikation.htm

Arithmetica

Dieses Bild aus dem Buch „Margarita phiöosophica‟ des Karthäuserpriors Gregor Reisch aus dem Jahre 1503 zeigt zur Linken der Arithmetica den altgriechischen Gelehrten Pythagoras (irrtümlich) mit einem Rechenbrett. Zur Rechten ist der spätrömische Philosoph Boetius zu sehen, der bereits mit den neuen arabischen Ziffern rechnet (ebenso falsch).
Da der Blick der Arithmetica bereits in Richtung der arabischen Ziffern geht und auch ihr Gewand damit bedeckt ist, scheint der Streit zwischen „Abakisten‟ und „Algoristen‟ bereits entschieden. So hat sich das Ziffernrechnen bei den Mathematikern und Astronomen auch sehr schnell durchgesetzt. Der Abakus spielte nur noch im kaufmännischen Bereich eine Rolle und wurde in der Französischen Revolution sogar endgültig verboten.

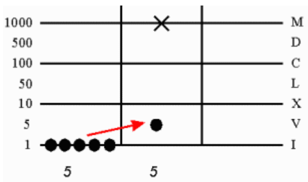
Rechnung auff der linihen

"...hierumb hab ich bei mir beschlossen, die Rechnung auff den linihen zum ersten zu setzen." Adam Ries 1550



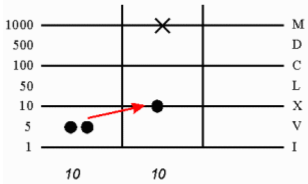
Aufbau des Rechenbrettes

Auf dem Rechenbrett befinden sich mindestens vier waagerechte Linien, wobei diese von unten nach oben die Wertigkeit 1, 10, 100 und 1000 haben. Um Verwechslungen vorzubeugen befindet sich auf der Tausenderlinie ein Kreuz. Die Bereiche zwischen den Linien tragen die Bezeichnung "spacium" bzw. "spacio" und besitzen die Wertigkeit 5, 50 und 500. In der Regel findet man auf dem Brett zwei senkrechte Linien, die das Rechenbrett in sog. "bancire" teilen und zur Abgrenzung von Zahlen dienen.



Das Auslegen einer Zahl (Numeratio)

Eine Zahl wird auf dem Rechenbrett durch Rechenpfennige ausgelegt. Liegen etwa zwei Rechenpfennig auf der Einerlinie, so bedeutet dies die Zahl 2, liegen die beiden Pfennige hingegen auf der Zehnerlinie, so stellen sie die Zahl 20 dar. Wird nun zusätzlich ein Rechenstein in den 500er spacium gelegt, so erhält man die Zahl 520.



Rechnung auff der linihen - Elevatio

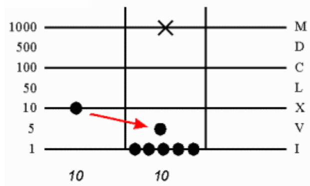
Elevatio ist das Erhöhen von Rechensteinen (Bündeln).

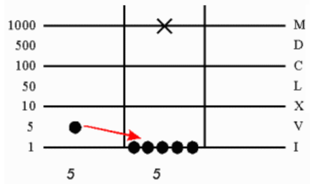
Erhöhung aus einer Linie

"Liegen fünff rechenpfennig auff einer Linien so hebe die auff/ leg eine in das spacium darüber..."

Erhöhung aus einem Spacio

"Hastu aber zwen pfennig in einem spacio so heb die auff vnd leg einen auff die linie darüber."





Rechnung auff der linihen - Resolvatio

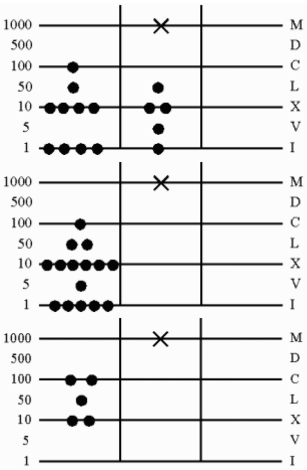
Resolvatio ist das Aufbündlung von Rechensteinen.

Aufbündelung aus einer Linie

"Heb ihn auff leg einen in das nechst spacium darunder vund 5 auff die linie vnder dem spacio"

Aufbündelung aus einem Spacio

"Ligt aber ein pfennig in einem spacio ... so leg dafür 5 pfennig auff die linien darunder"



Rechnung auff der linihen - Addition

Die Addition zweier Zahlen läuft in vier Schritten ab und wird am Beispiel der Addition von 194 und 76 gezeigt:

1.Numeratio

Auflegen der beiden Zahlen in die beiden ersten Bankiere.

2.Addieren

Zusammenschieben der Rechenpfennige in das dritte Bankier.

3.Elevatio

Höherlegen eines Rechenpfennigs, sobald 5 auf einer Linie oder 2 in einem Spacio liegen.

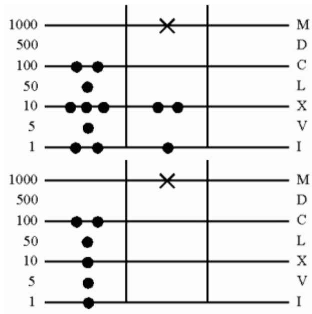
4.Ergebnis ablesen

194 + 76 = 270

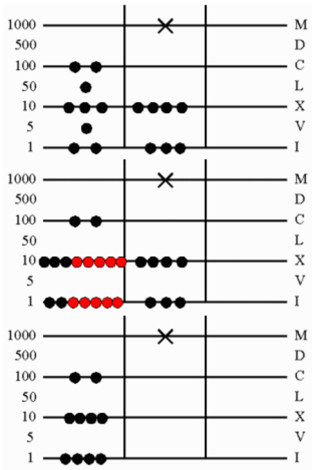
Rechnung auff der linihen - Subtraktion ohne Resolvation

Die Subtraktion zweier Zahlen läuft analog zur Addition ab. Allerdings kann es

passieren, dass nicht genügend Rechenpfennige auf einer Linie oder in einem Spacio vorhanden sind. Ist dies der Fall, so müssen mittels Resolvation Rechenpfennige auf höheren Linien oder Spacio umgewandelt werden.
Beispiel 1 (ohne Resolvation): 287 - 21 = ?



1.Numeratio
Auflegen des Minuenden in das erste Bankier. Hinweis: Es macht sich anfangs gut, dem Subtrahenden in das zweite Bankier zu legen.
2.Subtraktion
Entfernen der Anzahl Rechenpfennige, wie der Subtrahend angibt.
3.Ergebnis ablesen
287 - 21 = 266

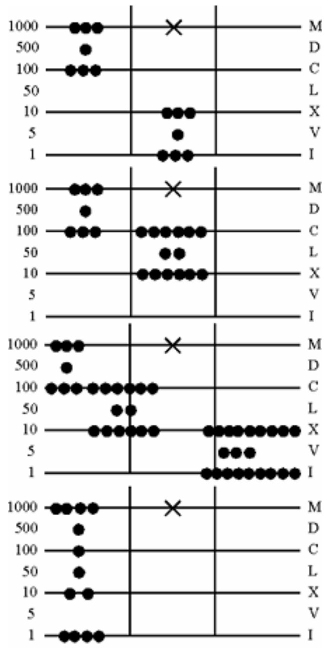


Rechnung auff der linihen - Subtraktion mit Resolvation

Die Subtraktion zweier Zahlen läuft analog zur Addition ab. Allerdings kann es passieren, dass nicht genügend Rechenpfennige auf einer Linie oder in einem Spacio vorhanden sind. Ist dies der Fall, so müssen mittels Resolvation Rechenpfennige auf höheren Linien oder Spacio umgewandelt werden.
Beispiel: 287 - 43 = ?

1. Numeratio
Auflegen des Minuenden in das erste Bankier.
Hinweis: Es macht sich gut, dem Subtrahenden anfangs in das zweite Bankier zu legen.
2.Resolvation
Resolvation so, dass mindestens genau so viele Rechenpfennige im Minuenden-Spacio liegen, wie der Subtrahend angibt.
3.Subtraktion
Entfernen der Anzahl Rechenpfennige, wie der Subtrahend angibt.
4.Ergebnis ablesen
287 - 43 = 244

Rechnung auff der linihen-Multiplikation



Die Multiplikation zweier Zahlen wird auf die mehrfache Addition zurückgeführt. Rechenvorteile, wie das Verschieben der Rechenpfennige um eine Linie bzw. Spacio nach oben bei einer Multiplikation mit 10, werden ausgenutzt.
Beispiel: 38 · 123 = ?

1. Numeratio
Auflegen des ersten Faktors, wobei dieser Faktor nochmals in das zweite Bankier gelegt wird.

2. Multiplikation von 38 mit 100
Die Rechenpfennige werden 2 Zeilen nach oben geschoben.

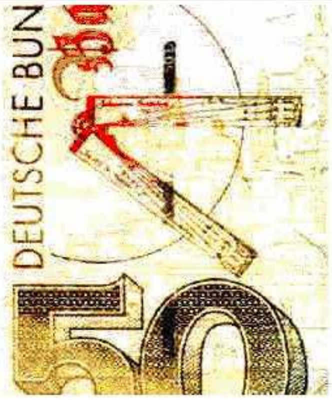
3. Multiplikation von 38 mit 20
Unter Nutzung der Rechenpfennige im zweiten Bankier werden diese verdoppelt, und eine Zeile nach oben geschoben und zu den vorhandenen Rechenpfennigen gezählt.

4. Multiplikation von 38 mit 3
Nach erneutem Auslegen der Zahl 38 wird diese durch dreifaches Auslegen verdreifacht und zu den vorhandenen Rechenpfennigen geschoben.

5. Elevation und Ablesen des Ergebnisses
38 · 123 = 4674
Quelle: Tino Hempel, http://www.tinohempel.de/info/mathe/ries/ries.htm

Proportionalwinkel

(Übersicht zu Zeichen- und Messwerkzeugen siehe weiter unten)
Die beiden Schenkel des Proportionalwinkels tragen Skalen für die unterschiedlichsten Verwendungszwecke. Ab 1624 auch mit logarithmischer Teilung.
Die entsprechenden Längen/Werte wurden mittels eines Stechzirkels abgenommen. Material war Messing, Silber, Elfenbein, später auch Holz. Sehr komplexe "compasso di proporzione", wie sie in Italien genannt wurden, stammen von Galileo Galilei.



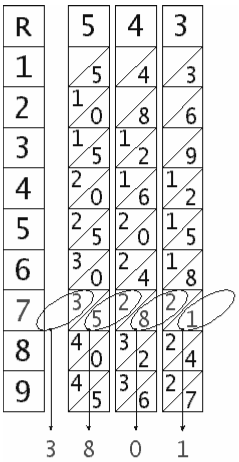
Der berühmte Baumeister Balthasar Neumann (1687-1753), bekannt als "Meister der Proportionen" erfand 1713 das "Instrumentum architecturae", einen Proportionalwinkel für die unterschiedlichen Säulentypen.
Er gestattete es, für jeden Säulentyp bei gegebener Höhe die Position des Kapitäls abzulesen.
Nebenstehend ein Ausschnitt aus dem 50 DM Schein auf dem Balthasar Neumann gewürdigt wird. Gut zu erkennen ist der Proportionalwinkel !

Proportional-/Reduktionszirkel

Obwohl auf dem gleichen Grundprinzip beruhend, darf er nicht mit dem Proportionalwinkel verwechselt werden.
Der "compasso di reduzione" (Italien) bzw. "compas de proportion" (Frankreich) hatte in seiner einfachen Form einen feststehenden Drehpunkt. Bekannt waren die "wholes and halfes" von Stanley, die ein Vergrößern bzw. Verkleinern im Maßstab 2:1 ermöglichten.
Spätere komplexere Ausführungen hatten Skalen für Längen-, Kreis-, Flächen- und Volumenberechnungen. Der Drehpunkt war dann, wie bei diesem Modell, verstellbar.

Rechenstäbchen

Die erste Multiplikationshilfe erfand der schottische Mathematiker Lord John Napier of Merchiston (1550-1617). Napier schrieb das kleine Einmaleins für die Zahlen 0 bis 9 auf die vier Seiten von Holzstäbchen.
Diese sind Vierkanthölzer, bei denen jeweils oben auf jeder der vier Seiten eine Ziffer aufgetragen ist, die man Kopfzahl nennt, und darunter deren Vielfache.
Für die Multiplikation mit einer mehrstelligen Zahl wurden die entsprechenden Stäbchen einfach nebeneinander gelegt. Diese Idee verwendete auch Wilhelm Schickard bei der Konstruktion der Tübinger Rechenmaschine. (Übersicht siehe weiter unten)



Rechenstäbchen, Beispiel

Um eine mehrstellige Zahl zu multiplizieren werden die entsprechenden Stäbchen nebeneinander gelegt.

Beispielaufgabe: 7·543 = ?
Vorgehensweise: Wir legen die Stäbe mit den Ziffern 5, 4 und 3 so nebeneinander hin, dass wir oben die Zahl 543 sehen.
Für die Multiplikation mit der Zahl 7 schauen wir in die 7.Zeile. Um das Ergebnis auszurechnen, müssen wir die Zahlen in der 7.Zeile in Diagonalrichtung jeweils von rechts oben und links unten addieren. An der Einerstelle erhalten wir die Zahl 1. An der Zehnerstelle rechnen wir 2+8 = 10.
Wir schreiben an der Zehnerstelle die Zahl 0 auf und nehmen die 1 als Übertrag zu den Hundertern dazu. Dort rechnen wir also 2+5+den Übertrag 1 = 8.
In der Tausenderreihe schreiben wir 3 hin. Wenn wir die Ziffern nacheinander aufschreiben, erhalten wir das Ergebnis 3801. Ergebnis: 7·543=3.801

Rechenstäbchen von Genaille und Lucas

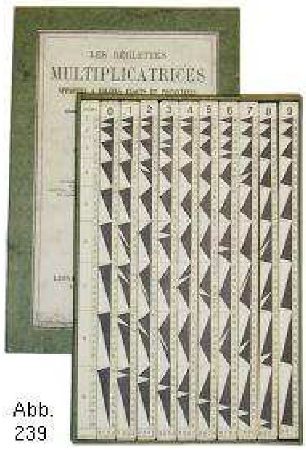


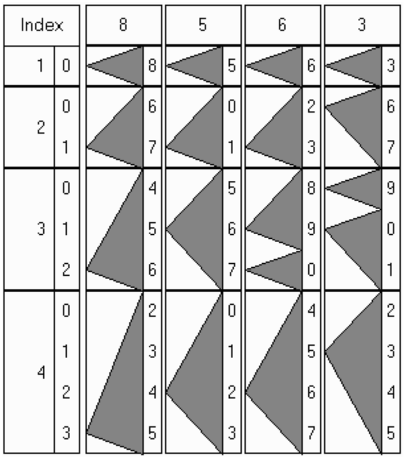
Abb. 239

... je 11 Holzstäbe (1 cm x 1 cm x 17,3 cm) in einem Pappkasten (12cm x 18cm x 1,5cm) für die Multiplikation, die Division und die Prozentrechnung. Von dem Eisenbahner Henri Genaille wurden 1885 diese drei Arten Rechenstäbe entwickelt und von dem Mathematiker Èdouard Lucas in Paris über die Librairie Classique Eugène Belin in den Handel gebracht.

Die Multiplizierstäbchen

Les Réglettes Multipilicatrices (siehe Abbildung)
Auf den Multiplizierstäbchen sind rundherum Einmaleinstabellen auf Papier aufgeklebt, wobei der Zehnerübertrag aus der niederwertigeren Stelle bereits eingerechnet ist, so dass man diesen nicht mehr im Kopf ausführen muss, wie bei den Napierschen Rechenstäbchen. Zur Multiplikation eines mehrstelligen Faktors mit einem einstelligen Faktor legt man die mehrstellige Zahl aus den Kopfzahlen der Stäbchen zusammen und den Indexstab links daneben. Dann beginnt man in der Zeile des einstelligen Faktors rechts direkt unter der Trennlinie und folgt den Pfeilen von Stab zu Stab nach links

und notiert so bei der letzten Stelle beginnend bis zur höchsten Stelle auf dem Indexstab das gesuchte Produkt.



Beispiel zu Multiplizierstäbchen

Als Beispiel zur Multiplikation eines mehrstelligen Faktors mit einem einstelligen Faktor mit Hilfe der Rechenstäbchen von Genaille und Lucas sei die Aufgabe 8563 · 4 gestellt.

Zuerst wählt man die Rechenstäbchen mit den Indizees 8, 5, 6 und 3 aus und legt sie nebeneinander von links nach rechts.
Auf dem Rechenstäbchen mit dem Index 3 wählt man nun entsprechend dem Faktor 4 die 4.Zeile.
In dieser steht als oberste Ziffer die 2, die damit die letzte Stelle des Ergebnisses ist.
Ausgehend von der 2 folgt man nun von rechts nach links den grauen Pfeilen und erhält die weiteren Ziffern des Ergebnisses: 34252

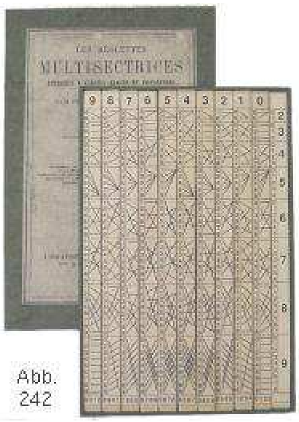


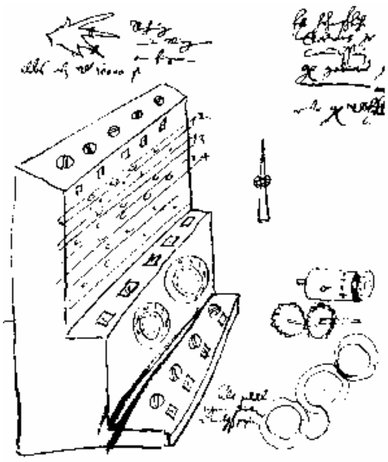
Abb. 242

Die Dividierstäbchen

Les Réglettes Multisectrices (Abbildung)Auf die Dividierstäbchen sind ähnlich wie bei den Multiplizierstäben rundherum Papiertabellen mit ganzzahligen Teilquotienten aufgeklebt. Zur Division einer mehrstelligen Divisors durch einen einstelligen Dividenden legt man den Divisor aus den Kopfzahlen der Stäbchen zusammen und legt den Indexstab rechts daneben. Dann beginnt man in der Zeile des Dividenden links direkt unter der Trennlinie und folgt den Linien von links nach rechts von Stab zu Stab und notiert so bei der höchsten Stelle beginnend bis zur niedrigsten Stelle den Quotienten. Hierbei wird wie bei der schriftlichen Division bestimmt, wie oft der Dividend in einen Teildivisor hineinpasst (Teilquotient). Auf dem Indexstab wird dann der Rest der Division angezeigt. Man kann die Division auch für Dezimalbrüche bestimmen, indem man die Ergebnisspur auf 0-Stäben fortsetzt, die man zwischen dem Indexstab und der Einerstelle des Divisors ergänzt.

Die Prozentrechenstäbchen

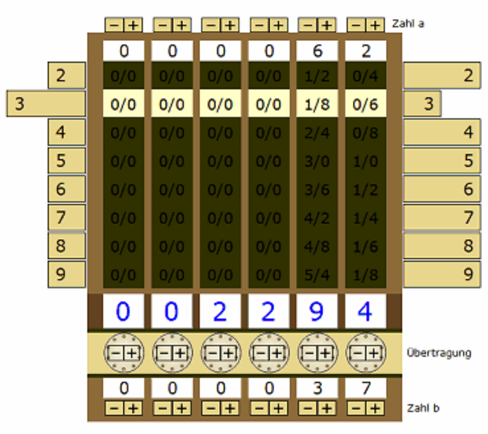
Les Réglettes Financières
Diese Stäbchen sind praktisch Dividierstäbe für die Divisoren 2, 4, 6, 8, 9 und 12, mit denen Zinsen für Teile eines Jahres und Zinssätze von 9%, 6%, 4,5%, 4% und 3% und die jeweiligen Häften davon vereinfacht berechnet werden können.



Rechenuhr von Schickard

Vermutlich angeregt durch den Briefwechsel mit Napier und Kepler erfand Wilhelm Schickard (1592 bis 1635) seine Rechenuhr.
Das Originalmodell ging in den Wirren des Dreißigjährigen Krieges verloren. Ein zweites, für Kepler bestimmtes Exemplar, fiel halbfertig einer Feuersbrunst zum Opfer.
Dem Keplerforscher Dr. Hammer ist es zu verdanken, dass er in Keplers Nachlass Briefe und Skizzen aus dem Jahre 1623/24 fand, die sich mit dieser Rechenmaschine beschäftigten. 1957 berichtete Dr. Hammer erstmals von seiner Entdeckung.

In mehreren Museen, unter anderem im Deutschen Museum in München, stehen Rekonstruktionen die Anhand der Skizzen erstellt wurden.
Die Schickardsche Rechenuhr ist die erste Rechenmaschine der Welt die urkundlich nachweisbar ist. Das Multiplizier- und Dividierwerk bestand im Prinzip aus den bereits erwähnten Napierstäbchen.
Allerdings wurde hier die gesamte Einmaleinstafel auf einem drehbar angebrachten Zylinder angebracht.
An diesen Zylindern wurde der Multiplikant eingestellt. Durch Herausziehen des entsprechenden Schiebers wurden die Produkte angezeigt und mussten nur noch im darunterliegenden Addierwerk eingestellt werden.
Diese Maschine aus dem Jahre1623 gestattet somit die Durchführung aller vier Grundrechenarten. Trotzdem kann man nicht von einer Vierspeziesmaschine im eigentlichen Sinne sprechen.
Denn zwischen den Zylindern und dem Addierwerk besteht keine Verbindung. Es ist also "nur" die Kombination von Napierstäbchen mit einem Addierer.

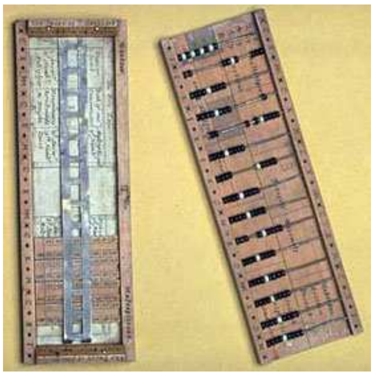


Rechenuhr von Schickard

Zur Addition und Subtraktion zweier Zahlen werden die Operanden an den +/- Schaltern oben (Zahl a) und unten (Zahl b) eingestellt. Zahl a wird mit den +/- Schaltern in das Addierwerk übertragen. Für eine Addition werden nun nach Einer-, Zehner-, Hunderter-Stellen usw. der Zahl b die +-Schalter von "Übertragung" gedrückt, bei einer Subtrakion a-b nutzt man die - Schalter.

Eine Multiplikation ist anspruchsvoller. Hier wird die Konstruktion aus beweglichen Neperschen Multiplizierstäbchen ausgenutzt. Den ersten Faktor trägt man mit den +/- Schaltern bei "Zahl a" ein, den zweiten Faktor an den Schaltern bei "Zahl b".

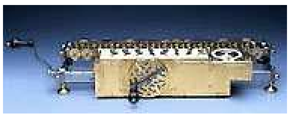
Nun zieht man den waagerechten Schiebers heraus, der der Einerziffer von b entspricht. Dadurch werden die Zahlen der Neperschen Stäbchen sichtbar.
Die Ziffer die hinter dem /-Zeichen steht, wird mit den darunterbefindlichen +-Schaltern bei "Übertragung" in das Addierwerk eingetragen, die Ziffer vor dem /-Zeichen mittels Schalter der nächsten links stehenden Stelle. Die Übertragung erfolgt von links nach rechts.
Anschließend bewegt man der Schieber zurück.
Nun wird der Vorgang mit der Zehnerziffer von b wiederholt. Dabei ist aber unbedingt zu beachten, dass die Ziffern der Neper-Stäbchen am Addierwerk um eine Stelle weiter nach links eingetragen werden müssen, für die Hunderterstelle zwei Plätze weiter links, usw.



Arithmetical Compendium

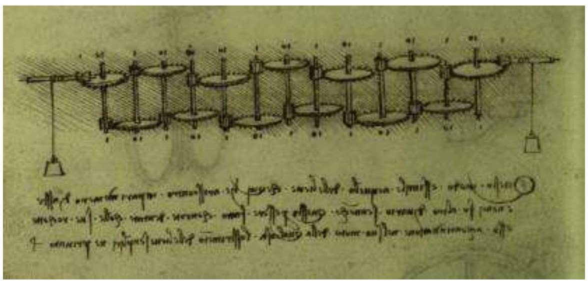
1667 beschrieb Charles Cotterell (1615–1701), ein englischer Höfling, ein Rechengerät "Arithmetical Compendium".

Das gerät ist eine Kombination von Napier-Stäbchen mit einem Abakus. Der Abakus sollte verwendet werden, um Zwischenergebnisse bei Multiplikationen zu notieren.
1670 konstruierte der wissenschaftliche Instrumentenbauer Robert Jole eine Version des Gerätes (Abbildung, © Staatliche Museen Schottland). Das Instrument hat die Maße 184 mm x 59 mm x 19 mm. Der Holzkasten ist mit Messingstäben und Kugeln versehen.



Leibnizsche Rechenmaschine

Gottfried Wilhelm Leibniz, einer der führenden Universalgelehrten des Barockzeitalters, entwarf im Jahr 1672 eine Rechenmaschine. Diese Maschine, die alle vier Grundrechenarten bewältigte, führte er bereits ein Jahr später der Royal Society in London vor.
Die Rechenmaschine arbeitet mit Staffelwalzen und diente als Vorlage für andere ab dem frühen 19. Jahrhundert in Serie gebauten und immer weiter entwickelten Maschinen.
Sie finden als mechanischer Tischrechner bis in die 70er Jahre des 20. Jahrhunderts Verwendung. Die Maschine beherrschte neben den 4 Grundrechenarten auch das Quadratwurzelziehen. Desweiteren bildete die im Jahre 1679 von Leibniz verfasste Abhandlung über die dualen Zahlen die Grundlage für die Entwickung der Dualrechenmaschinen .



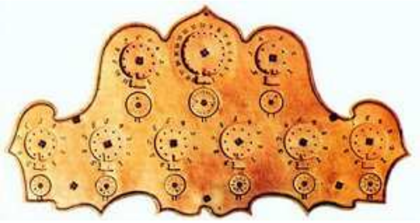
Rechenmaschine von da Vinci

Am 13.Februar 1967 gelang in der Spanischen Nationalbibliothek von Madrid durch Dr.Roberto Guatelli ein sensationeller Fund.
2 unbekannte Arbeiten, der "Codex Madrid", von Leonardo da Vinci wurden wiederentdeckt. In diesen findet sich auch die Zeichnung einer Rechenmaschine !
In Kombination mit einer weiteren Zeichnung im "Codex Atlanticus" war eine genaue Beschreibung der wahrscheinlich ersten projektierten mechanischen Rechenmaschine vorhanden.
Auf Drängen Guatellis wurde 1968 in Zusammenarbeit mit IBM (wo seit 1951 regelmäßig Modelle alter Rechenmaschinen gefertigt werden) eine Kopie der Maschine gebaut. Dabei wurden sehr hohe Anforderungen an die Technik und Genauigkeit gestellt, was auch erklärt, weshalb dieses Gerät zu Leonardos Zeiten nie hätte gebaut werden können.

Burattini-Rechenmaschine

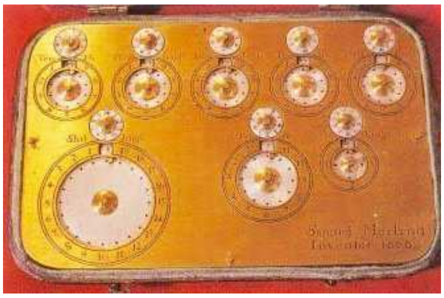
Die italienische Mathematiker Tito Livio Burattini war ein Universalgenie der europäischen Renaissance. Er war Architekt, Astronom, Mathematiker, Optiker, Mechaniker, …

1659 konstruierte er eine Rechenmaschine "Ciclografo", die er Ferdinando II. Medici, dem Großherzog der Toskana, widmete.
Burattini versuchte eine Maschine, ähnlich der Pascaline, zu konstruieren. Das Original ist erhalten geblieben und im "Istituto e Museo di Storia della Scienza" in Florenz zu sehen.



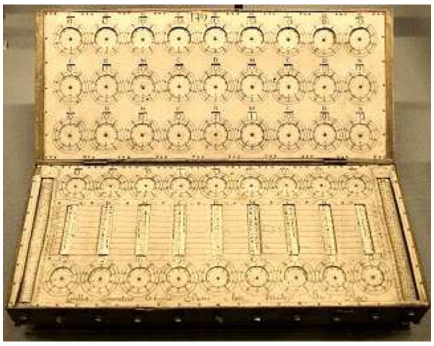
Das Gerät besteht aus einer dünnen Messingplatte, auf der 18 Scheiben montiert sind.
Jeweils 2 Scheiben sind miteinander verbunden, wodurch ein Übertrag von oben nach unten möglich ist, jedoch nicht über die Dezimalstellen hinaus. Die Rechenmaschine konnte nur durch ihr Äußeres Bewunderung hervorrufen, da sie die Funktionalität der Pascaline in keiner Weise erreichte.
Weitere Scheiben ermöglichten theoretisch das Rechnen außerhalb deS Dezimalsystems und sollten für Geldberechnungen verwendet werden.

Morland-Rechenmaschine



1666 stellte der englische Mathematiker Sir Samuel Morland König Charles II und einem größeren Publikum seine "arithmetische Maschine" vor. Diese ähnelte der 1659 von Burattini gebauten Rechenmaschine

Das Gerät ist nur 4 x 3 cm groß und hat eine Dicke von 7 mm. Auf der Deckplatte befinden sich 8 Paare Ziffernblätter.
Die unteren drei Skalen sind in 4, 12 und 20 Teile geteilt und können für die Berechnungen englischer Währungseinheiten (1 Guinea = 20 Schilling, 1 Schilling = 12 Cent, 1 Cent = 4 Penny) verwendet werden.
Die oberen fünf großen Ziffernblätter tragen Dezimalteilung und sind für die Rechnung mit Einheiten, Zehnern, Hundertern, Tausendern und Zehntausender genutzt werden.
Die Ziffernblätter werden zur Addition mit einem Stift im Uhrzeigersinn gedreht, der in entspechende Öffnungen eingeführt werden kann. Die Überträge werden mit einem Zahnradgetriebe realisiert. Für die Subtraktion werden die Ziffernblätter entgegen dem Uhrzeigersinn gedreht.
Eine weitere von Morland entwickelte Rechenmaschine diente zur Multiplikation und basierte auf Napier-Stäbchen. Das kunstvoll hergestellte Gerät war mit Silber, Gold und Kristallen verziert. Die Abmessungen sind 18 x 55,5 cm.



Nouvelle machine d'arithmétique

1673 veröffentlichte der Pariser Mechaniker und Uhrmacher René Grillet de Roven eine kleine Schrift "Curiositez mathematiques de l'invention du Sr Grillet horlogeur a Paris", in der über eine neue mathematische Maschine berichtet.
1678 erschien im "Journal des Sçavans" eine weitere Beschreibung der "Nouvelle maschine d'arithmétique".
Allerdings war René Grillet bestrebt, möglichst wenig über die Konstruktion zu beschreiben.
Nach dem Hinweis, dass Napier Rechenstäbchen erfunden habe und Pascal eine bewundernswerte Rechenmaschine konstruiert hätte, äußert er, dass seine Maschine all dies vereine und so jegliche Rechenoperationen durchführen könne.

Sein Gerät besteht aus 24 Rädern (3 Reihen mit je 8 Rädern).
Jedes Rad besteht aus mehreren konzentrischen Kreisen, während der Unterteil des Kastens eine Reihe von Napier-Stäbchen enthält, die sich auf beweglichen Zylindern befinden.
Zwischen den Rädern wurde aber kein Übertrag weitergegeben. Dieser musste, wie bei der Schickardschen Maschine, durch den Anwender selbst durchgeführt werden. Damit war Grillets Maschine der Pascaline unterlegen.
Grillet versuchte, nach der Vorstellung auf der Paris-Messe, seine Maschine serienmäßig zu produzieren, hatte aber keinen Erfolg. Nur 2 Exemplare sind heute noch erhalten und befinden sich in der Sammlung des "Musée des Arts et Métiers" in Paris.

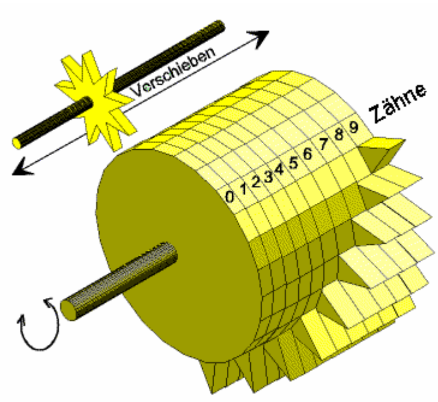
Poleni-Rechenmaschine

1709 veröffentlichte der junge Mathematikprofessor Giovanni Poleni sein Werk "Miscellanea". Im zweiten Abschnitt beschreibt er eine arithmetische Rechenmaschine; die erste Rechenmaschine mit Zahnrädern verschiedener Größe.
Zwei Modelle wurden angefertigt, die allerdings verloren gingen. Die Abbildung zeigt einen Nachbau von 1959.

Die Maschine hat die Größe einer Pendeluhr.
Der Mechanismus wird durch eine Masse in Bewegung gesetzt, die über ein Seil mit dem Rechenwerk verbunden ist. Im Inneren befinden sich mehrere Staffelwalzen, der Eingabemechanismus ermöglicht die Festlegung von dreistelleigen Zahlen.
Während bei Rechenmaschinen von Pascal, Schickard oder Leibniz die Drehung der Zahnräder durch den Anwender selbst bewirkt werden muss, wird hier durch die unter der Gravitation sich nach unten bewegende Masse, das Drehen automatisch durchgeführt.
Für die Ausgabe des Ergebnisses sind 6 Stellen vorgesehen.
Der Zehnerübertrag sollte durch einen Zahnradmechanismus erfolgen, der allerdings nicht gut funktionierte, wodurch sich das Gerät als nicht brauchbar erwieß.

Rechenmaschine von Johann Christoph Schuster (1759 - 1823)

Johann Christoph Schuster baute diese Rechenmaschine in den Jahren 1820 bis 1822. Das charakteristische "Kaffeemühlen"-Design geht auf Schusters Lehrherrn Philipp Matthäus Hahn (1739 - 1790) zurück. Schuster war selbstständiger Uhrmacher, bis er 1797 Mechanicus und Hofuhrmacher in Ansbach wurde. Schuster baute drei Typen von Rechenmaschinen, von denen der letzte und leistungsfähigste auf der Briefmarke abgebildet ist.
Mit dieser Maschine kann man die vier Grundrechenarten ausführen. Die Maschine besteht aus 1025 handgefertigten Einzelteilen (u.a. Zahnrädern, Hebeln, Klinken, Federn). Für ein funktionsfähiges Exemplar wurden vor einigen Jahren beim Londoner Auktionshaus Christie's 9 Millionen Euro geboten. Die auf der Briefmarke abgebildete Maschine ist erst 1993 aufgetaucht und befand sich früher in Indien. Heute steht sie im Arithmeum in Bonn, einem Museum von Weltgeltung, das dem Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik der Universität Bonn angeschlossen ist und das die Geschichte des Rechnens in faszinierender Weise dokumentiert.

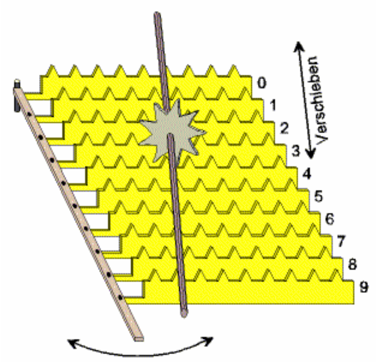


Vier Spezies Maschinen

Maschinen die alle vier Grundrechenarten beherrschen, werden als Vier Spezies Maschinen bezeichnet. Der Begriff Species für die Grundrechenarten ist um 1200 in einem Codex des Closter Salem erstmals nachgewiesen.
Um die Multiplikation mit einer großen Zahl durchführen zu können muss (im Gegensatz zu den einfachen Addiermaschinen) der Multiplikant gespeichert werden können.
Das Einstellwerk gegenüber dem Ergebniswerk verschiebbar sein, um die mehrfache stellenrichtige Addition durchführen zu können.
Die Division beruhte dabei auf der Umkehrung der Multiplikation.
Dabei setzten sich als Technik hauptsächlich folgende Prinzipien durch: Die Staffelwalze, das Sprossenrad, der Proportionalhebel, Multiplikationskörper

Staffelwalze

Eine Anordnung von achsenparallelen Zahnrippen gestaffelter Länge.
Je nach Position des zweiten verschiebbaren Zahnrades, wird bei einer Umdrehung der Staffelwalze dieses um null bis neun Zähne weitergedreht. Erfinder war Gottfried Wilhelm von Leibniz



Proportionalhebel

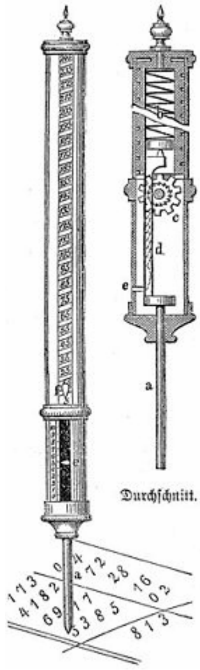
Chr. Hamann erfand 1905 den Proportionalhebel. Die Zahnstangen sind in einem Parallelogramm gelagert. Beim Schwenken des Antriebshebels werden sie jeweils 0 bis 9 Zähne verschoben. Das verschiebbare Zahnrad wird mit der gewünschten Zahnstange in Eingriff gebracht und um die entsprechende Anzahl Zähne mitgenommen.

Groesbeck-Addiermaschine

John Groesbeck (1834-1884), Lehrer an der Höheren Handelsschule in Philadelphia, veröffentlichte eine Vielzahl von Büchern zur Arithmetik

Im März 1970 erhielt er das US-Patent Nr. 100288 für eine Addiermaschine. Die Grundidee des Addierers war nicht neu. Schon 1842 erhielten David Roth, 1859 John Campbell und 1860 Thomas Strode Patente auf gleichartige Geräte. Die Groesbeck-Addiermaschine wurde von Ziegler & McCurdy, Philadelphia, hergestellt von vertrieben. Da der Erfolg sehr gering war, wurde die Produktion bald eingestellt.

Im Original-Patent besaß das Gerät nur 2 Stellen, verkauft wurde die Maschine mit 5 Dezimalstellen.
Das Gerät von Groesbeck hatte 5 Ziffernblätter, über die die Ziffern der Summanden eingegeben wurden.
Neben der Addition konnte auch die Subtraktion durchgeführt werden.
Der Übertrag erfolgte automatisch mittels Zahnräder.



Addierstift
Der Addierstift war eine Erfindung der US-amerikanischen Mathematiker Smith und Pott, die der Addition langer Zahlenreihen diente. Sie war in der Form eines Federhalters ausgeführt.

Zur Addition schiebt man den aus der Halterhülse hervorragenden Stift, den man auf die zu addierenden Ziffern setzt, bei jeder Ziffer so weit in die Hülse hinein, dass ein damit verbundener Zeiger auf die gleiche Ziffer einer Skala zu stehen kommt.
Durch diese Bewegung wird gleichzeitig ein zweiter Zeiger, der Summenzeiger, auf einer weiteren Skala von der Zahl 0 an emporgesetzt. Während nun die eine Feder den verschiebbaren Stift und den damit verbundenen Zeiger beim Versetzen auf die nächste Ziffer wieder auf 0 zurückdrückt, wird der Summenzeiger an der Rückbewegung durch ein Sperrrad gehindert, um dann bei der nächsten Ziffer auf seiner Skala emporzuwandern.
Dadurch gibt er stets die Summe aller vorher betasteten Ziffern an.

Rechenmaschine Arithmomètre

Hersteller: Charles Xavier Thomas / Paris um 1865
Erste maschinell in Serie gefertigte Rechenmaschine der Welt. Sie arbeitet nach dem von Leibniz erfundenen Staffelwalzenprinzip. Patenterteilung 1820. Das Einstellwerk ist sechs-, das Übertragungswerk acht- und das Ergebniswerk zwölfstellig.

Rechenmaschine Saxonia

Hersteller; Schuhmann & Co / 1901
Dem Arithmomètre sehr stark nachempfunden. Das Einstellwerk ist 8- , das Übertragungswerk 9- und das Ergebniswerk 16-stellig. Staffelwalzenprinzip

Rechenmaschine Contina Curta
Hersteller: Contina Ltd., Liechtenstein / 1955
Kleinste mechanische Vier-Spezies-Rechenmaschine der Welt. Sie arbeitet nach dem von Leibniz erfundenen Prinzip der Staffelwalze. Das Einstellwerk ist 11-, das Übertragungswerk 8- und das Ergebniswerk 15-stellig.

Curta
Die Curta ist eine mechanische, zylinderförmige Rechenmaschine mit einer Kurbel an der Oberseite. Als Funktionsprinzip nutzt sie eine doppelte Staffelwalze. Die Curta ist die kleinste serienmäßig hergestellte mechanische Vier-Spezies-Rechenmaschine der Welt.

Die ersten Modelle erreichten eine Genauigkeit von bis zu elfstelligen Ergebnissen.
Die Curta besteht aus einer zentralen Welle, die die Funktion der Staffelwalze übernimmt und an deren oberen Ende die Kurbel angebracht ist, sowie aus dem Gehäuse, das die übrigen Elemente trägt.
An der Seitenfläche des Gehäuses befindet sich das Einstellwerk mit elf Einstellgriffen. Die Griffe ragen nach innen und verschieben kleine Zahnräder, die auf einer zweiten, weiter innen liegenden Welle lose gelagert sind.
Wird die Staffelwalze gedreht, verdrehen die Zähne die Wellen dieser Räder je nach Stellung des Griffes und der Kurbel unterschiedlich weit. Im drehbaren Oberteil des Gehäuses, dem Rundwagen, befinden sich die beiden Ergebniswerke, das 11-stellige Resultatzählwerk und das 6-stellige Umdrehungszählwerk.

Die Curta beherrscht die vier Grundrechenarten, wobei alle Rechnungen auf Additionen und Subtraktionen zurückgeführt werden. Die Curta war zu ihrer Zeit in allen Bereichen im Einsatz, in denen man heute Taschenrechner findet.
Die Curta wurde von dem österreichischen Büromaschinenfabrikanten Curt Herzstark konstruiert. 1943 wurde Herzstark von den deutschen Faschisten verhaftet und in das KZ Buchenwald gebracht. Dort gelang es ihm die Konstruktion der Curta zu beenden.
Die Curta ging erst nach dem Krieg in Liechtenstein bei der eigens gegründeten Contina AG in Produktion. Sie war zu ihrer Zeit eine technische Sensation.
Insgesamt wurden bis November 1970 rund 140000 Exemplare der Curta hergestellt.

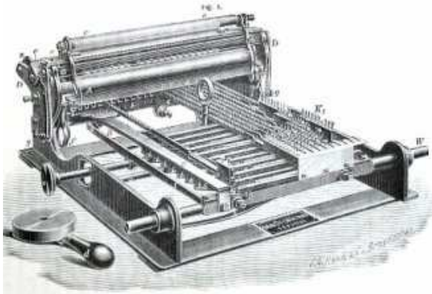
Curta-Addition

Beispiel einer Addition und Subtraktion mit der Curta-Rechenmaschine

Aufgabe: 314,55 + 2135,30 - 875,92

1) Maschine rechenklar machen
2) an den Griffen 5 bis 1 die 31455 einstellen
3) eine Kurbelumdrehung machen; 31455 erscheint jetzt im Resultatzählwerk
4) 213530 einstellen, an Griffen 6 bis 1
5) eine Kurbelumdrehung machen. Im Resultatzählwerk erscheint das Zwischenergebnis 244985
6) 87592 einstellen, an Griffen 5 bis 1, dabei nicht vergessen, Griff 6 auf Null zu stellen
7) zweite Möglichkeit: Umschalthebel des Umdrehungszählwerkes in die "entgegengesetzt zählen"-Position bringen
8) Kurbel in die Subtraktionsstellung herausziehen und eine Drehung machen, d.h. eine subtraktive Kurbeldrehung machen
9) Resultat 1573,93 ablesen. Im Umdrehungszählwerk steht 3, die Zahl der Posten, falls man in Schritt 7 umgeschaltet hat, sonst 1

Das Komma wird, falls gewünscht, mit den Kommaknöpfen markiert, hat aber auf die eigentliche Rechnung keinen Einfluss.

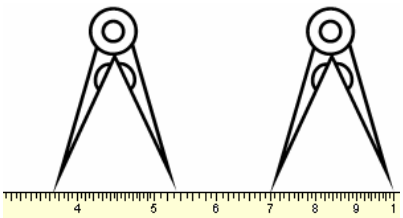


Multipliziermaschine von E. Selling

Besonderheiten der Rechenmaschine von 1886/87

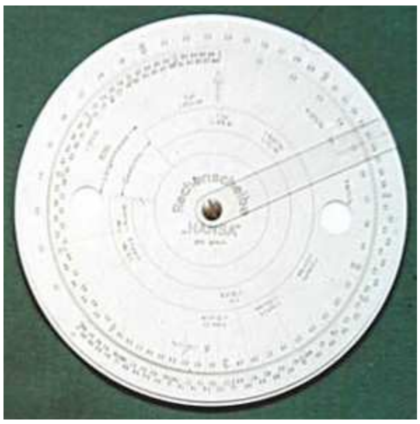
1) Als Multipliziereinrichtung zur Bildung der Teilprodukte diente eine zehnteilige Gelenkkette, die "Nürnberger Schere". Dieses Gelenkkette wird vom Benutzer vor und zurück bewegt und bewirkt so die Verschiebung von Zahnstangen, die proportional zu den Teilprodukten sind.
Diese Verschiebungen werden an die Ziffernräder des Ergebniswerks weitergegeben.

2) Jedes Ziffernrad im Ergebniswerk kann zwei Drehungen gleichzeitig überlagern: die Drehung in Größe des Teilprodukts an dieser Stelle plus ein Zehntel der Drehung des benachbarten Ziffernrades rechts.
Auf diese ungewöhnliche Art wird der Zehnerübertrag realisiert. Dadurch entstehen aber auch gebrochene Zahlenwerte in den Stellen des Ergebniswerks.



Vorläufer des Rechenstabes

Auf der Suche nach schnellen und wenig fehleranfälligen Rechenmethoden entdeckten Mathematiker, dass man Multiplikationen durch Additionen und Subtraktionen durch Divisionen ersetzen kann.
Im Jahre 1614 veröffentlichte Lord Napier die erste Logarithmentafel. Wollte man zwei Zahlen multiplizieren, so schlug man dort die Logarithmen der beiden Faktoren nach, addierte sie und schlug anschließend die Zahl nach, deren Logarithmus man bei der Rechnung erhalten hatte.
Zahlen kann man aber auch addieren, in dem man Strecken aneinanderlegt. Verwendet man für das Aneinanderlagen eine logarithmische Skala, so wird aus dieser Operation eine Multiplikation, der Rechenstab war geboren.
Die ersten Rechenstäbe besaßen nur eine Skala. Man rechnet mit einem Stechzirkel.
Um 3 · 2 zu rechnen, greift man den Abstand zwischen 1 und 3 ab und überträgt ihn hinter die 2. Doch die Arbeit mit dem Stechzirkel legt noch eine andere Interpretation nahe.
Betrachtet man Zahlenpaare, die auf der Skala den gleichen Abstand haben, so entdeckt man, dass diese Zahlenpaare der Proportionsgleichung a : b = c : d genügen.
1 verhält sich zu 3 wie 2 zu 6. Einige Aufgaben des täglichen Lebens, die Dreisatzaufgaben, lassen sich auf diese Weise lösen.

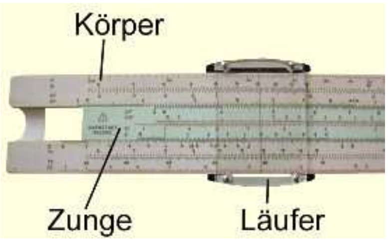


Logarithmischer Rechenstab

Abbildung: Logarithmische Rechenscheibe

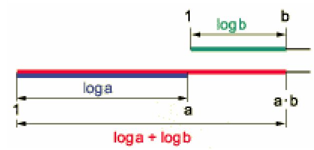
Das Prinzip des logarithmischen Rechenstabs wurde um 1620 von dem englischen Mathematiker Edmund Gunter entwickelt. Grundlage waren die Arbeiten von Bürgi und Napier zu den Logarithmen.
Der Rechenstab Gunters, die so genannte „Gunter-Skala", basierte auf Logarithmen zur Basis 10. Durch Anwenden der Logarithmengesetze führte Gunter die Multiplikation auf die Addition von Strecken und die Division auf die Subtraktion von Strecken zurück. Die Längen wurden mithilfe eines Stechzirkels abgetragen.
William Oughtred entwickelte um 1660 aus der Gunter-Skala den eigentlichen „Rechenschieber". Er verwendete zwei geradlinig oder

auch kreisförmig aneinander gleitende Skalen, so dass der Stechzirkel überflüssig wurde.
Wingate und Partridge konstruierten Rechenstäbe mit einer Zunge, die in einem Stabkörper gleitet. Ende des 19.Jahrhunderts erhielt der Rechenstab durch den französischen Mathematiker Mannheim zwei Hauptskalenpaare und einen Läufer.
Der logarithmische Rechenstab war bis Mitte der achtziger Jahre des 20. Jahrhunderts ein wichtiges Rechenhilfsmittel, dass erst mit der Entwicklung des elektronischen Taschenrechners verdrängt wurde.



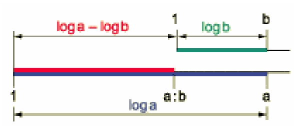
Aufbau des Rechenstabes

Der Rechenstab besteht aus dem Körper, dem Schieber, auch Zunge genannt, und dem Läufer. Die Zunge lässt sich im Körper verschieben. Der Läufer mit seinen drei Strichmarken kann über Zunge und Stab bewegt werden.
Auf Stabkörper und Zunge befinden sich Skalen, auf dem Körper die Skalen K für die Kubikzahlen, A für Quadratzahlen, die Grundskala D und die linear geteilte Skala L, auf der Zunge ist eine zweite Grundskala C, eine zweite Skala B der Quadratzahlen und eine Skala R der zur Skala C reziproken Werte (Kehrwerte). Je nach System existieren, teils auf der Vorder-, teils auf der Rückseite, weitere Skalen, so die der Winkel- oder auch die von Exponentialfunktionen, Skalen zur Kreisberechnung u.a.



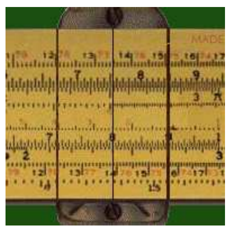
Multiplikation mit dem Rechenstab

Die Multiplikation wird auf der Grundlage des Logarithmengesetzes
$$lg(a*b) = lg(a) + lg(b)$$
ausgeführt. Die Addition der beiden Logarithmen erfolgt am Rechenstab als Addition zweier Strecken der Länge lg a und lg b.
Dazu stellt man die Zahl 1 der Zungenskala C über die Zahl a von Skala D. Dann wird der mittlere Teilstrich des Läufers auf Zahl b der Skala C eingestellt und darunter auf Skala D das Produkt a*b abgelesen.
Stellt man den Rechenstab ein, so kann unter Umständen das Produkt außerhalb der Skala D liegen und nicht mehr abgelesen werden. In diesem Fall wird nicht der Skalenanfang 1 sondern durch Verschieben der Zunge nach links der Endwert 10 von Skala C über die Zahl a von Skala D eingestellt. Wie immer wird dann der Läufer über den zweiten Faktor b eingestellt und das Produkt darunter auf Skala D abgelesen. Diese Rechenart wird Multiplikation mit Rückschlag genannt.
Da die Zahlenwerte immer nur als Ziffernfolge, also ohne Berücksichtigung der Dezimalstellen, eingegeben und auch abgelesen werden, ist eine Überschlagsrechnung zur Ermittlung der Stellenzahl notwendig.



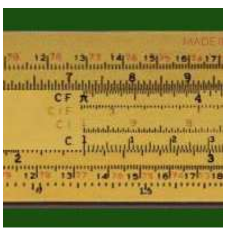
Division mit dem Rechenstab

Zugrunde liegt hier das Logarithmengesetz lg a/b = lg a - lg b.
Am Rechenstab muss also von einer Strecke der Länge lg a eine Strecke der Länge lg b subtrahiert werden. Dazu wird die Zahl b der Zungenskala C über die Zahl a der Skala D geschoben. Der Läufer kann hier als Einstellhilfe dienen.
Unter dem Anfangswert 1 von Skala C wird der Quotient a/b abgelesen.
Unter Umständen kann der gesuchte Quotient nicht unter der Zahl 1 von Skala C abgelesen werden. In diesem Fall liest man unter dem Endwert 10 von Skala C ab.
Da die Zahlenwerte immer nur als Ziffernfolge, also ohne Berücksichtigung der Dezimalstellen, eingegeben und auch abgelesen werden, ist eine Überschlagsrechnung zur Ermittlung der Stellenzahl notwendig.



Beispiele: Multiplikation

Die Multplikation bedeutet auf dem Rechenstab ein Addieren, d.h. ein Aneinandersetzen zweier Skalenstrecken. Grundsätzlich ist bei jeder Aufgabe zuerst ein Überschlag (eine Überschlagsrechnung) zu machen, um den Stellenwert zu bestimmen. Denn die Ablesung am Rechenstab gibt nur die Ziffernfolge.
Aufgabe: 2,3 • 3,2 = x



Überschlag: 3 • 4 = 12 d.h. x < 12; 2 • 3 = 6 d.h. x > 6
Der Überschlag kann sehr grob sein, die Faktoren können auf eine Ziffer gerundet werden. Man stellt C1 über D2-3, rückt den Läuferstrich auf C3-2 und liest darunter auf D das Ergebnis ab. Der Überschlag gibt die Kommastellung. Ergebnis: x = 7,4.

Aufgabe: 3 • 8 = x
Nach der Methode stellt man C1 über D3 und versucht den Läuferstrich auf D8 zu stellen. Das geht nicht, da die Zunge zu weit nach rechts hinaus geschoben ist. Man stellt daher C10 über D3 und schiebt den Läuferstrich auf C8. Unter C8 liest man ab D2-4. x = 24.

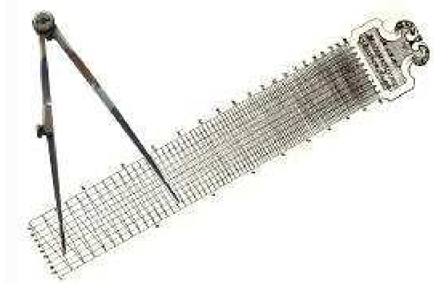
Division

Aufgabe: 7,6 : 4,8 = x
Überschlag: 8 : 5 = 1,6
Man stellt C4-8 mittels Läuferstrich über D7-6 ein. Jetzt rückt man den Läuferstrich auf C1 und liest auf D die Ziffernfolge 1-5-8 ab. x = 1,58

Rechenschieber mit logarithmischen Skalen

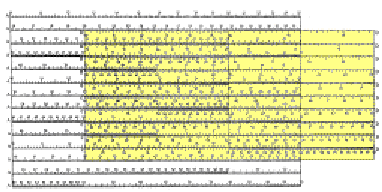
Die ersten analogen Geräte, die speziell zur Zahlenverarbeitung dienten, waren die Rechenstäbe. Bereits kurz nachdem Lord Napier 1614 seine Logarithmentafel veröffentlicht hatte, konstruierte Edmund Gunter eine logarithmische Skale, auf der Proportionen mit einem Zirkel abgegriffen und an eine andere Position übertragen wurden. In dieser Form wurde die logarithmische Skala zum Standard-Bestandteil von Proportionalzirkeln. Um 1650 folgten Rechenscheiben mit einer kreisförmiger Skala und zwei verstellbaren Zeigern. Fast gleichzeitig erschienen die ersten Modelle des Exemplare des Rechenschiebertyps mit zwei gegeneinander verschiebbaren Skalen. Ab dem 19. Jahrhundert verlängerte man die Skalen, um die Ablesegenauigkeit zu steigern. Man teilte sie in Abschnitte auf (Thacher, Multiplex, Fowler, Logaritmal), wickelte sie um Zylinder (Otis King, Fuller) oder ordnete sie spiralförmig an (Atlas, Logomat). Rechenhilfen mit logarithmischen Skalen sind für Spezialaufgaben auch heute noch im Handel.
Für die verschiedenen Skalen sind international folgende Bezeichnungen üblich:

Bezeichnung	Zunge, Körper		Bedeutung
A	K	X²	Quadratskala zu D
B	Z	X²	Quadratskala zu C
BI	Z	1/X²	Rezirokskala zu B
C	Z	X	Grundskala
CF	Z	πX	Grundskala um π versetzt
CI	Z	1/X	Reziprokskala zu C
CIF	Z	1/πX	Reziprokskala zu CF
D	K	X	Grundskala
DF	K	πX	Grundskala um π versetzt
DI	K	1/X	Reziprokskala zu D
K	K	X³	Kubenskala zu D
L	K	lg X	Mantissenskala zu D
+LL1, LL_1	Z, K	$e^{0,01X}$	Exponentialskala 1,01 - 1,11
+LL2, LL_2	Z, K	$e^{0,1X}$	Exponentialskala 1,11 - 3
+LL3, LL_3	Z, K	e^{X}	Exponentialskala 2,5 - 50000
-LL1, LL_{01}	K	$e^{-0,01X}$	Reziprokskala zu LL_1
-LL2, LL_{02}	K	$e^{-0,1X}$	Reziprokskala zu LL_2
-LL3, LL_{03}	K	e^{-X}	Reziprokskala zu LL_3
P	K	sqrt(1-(0,1X)²)	Pythagoreische Skala
R	K, Z	1/X	wie CI-Skala
S	K	sin 0,1X (cos)	Sinusskala von 5,5° bis 90° (auch Cosinus)
S'	Z	sin 0,1 X (cos)	Sinusskala von 5,5° bis 90° (auch Cosinus)
ST	K, Z	arc 0,01X	Sinus u. Tangens von 0,55° bis 6°
T	K, Z	tan X (cot)	Tangensskala (auch Cotangens)
T_1	K	tan 0,1X (cot)	Tangensskala von 5,5° - 45°
T_2	K	tan X (cot)	Tangensskala von 45° - 84,5°
2π	K	2π X	Grundskala um 2π versetzt



Mechanische Rechen Kunst
Das einfachste von drei logarithmischen Linealen, die in Jacob Leupolds "Theatrum Arithmetico-Geometricum" von 1727 abgebildet sind
Logarithmisch geteiltes Lineal, auf dem mit einem Zirkel Proportionen abgegriffen werden können. Die Punkte

Logaritmal 1,5 m-Skala
Ing. Dr. Vaclav Jelinek
Mährisch Ostrau Tschechische Republik
1943
Multiplikation und Division über Rechengitter mit Doppelskala in jeweils zehn Abschnitten.



Graphische Rechentafel aus: "Der Multiplex" von Friedrich Schneider
50 cm-Skala, München 1909
Multiplikation, Division mit Rechengitter 21,5x13,5 cm mit Doppelskala in zehn teilweise überlappenden Abschnitten.
Außerdem Proportionen, Quadrat-

1, 2, 3, ... 10 sind mit Ziffern versehen, die Zehntel exakt eingezeichnet. Auf den Schnittpunkten von schrägen Verbindungslinien zwischen den Zehnteln mit einer Parallelenschar kann man Hundertstel abgreifen - allerdings linear interpoliert. Leupold empfiehlt die Übertragung auf ein Buchsbaumlineal

Zusätzliche Skala zur Bestimmung von Zehnerlogarithmen zwecks Berechnung von Potenzen und Wurzeln

und Kubikwurzel mit 3- bis 4-stelliger Genauigkeit

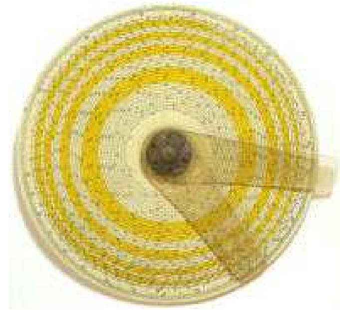
A.W. Faber "Castell" 1/87, 25 cm-Skala
Mahagonikörper, System Rietz 1953
Multiplikation und Division über Doppelskala und Läufer. Quadrat- und Kubikskala, Linearskala (Logarithmen), Kehrwertskala, sin/cos, tan/ctg, sin/tg. Linealskala 27 cm und Zwischenraumskala 30-60 cm, Linealskala für Maßstab 1:25, div. Formeln und Tabellen auf der Rückseite

Aristo Studio 868
Hamburg, 12,5 cm-Skala, Kunststoffkörper 1954
Multiplikation und Division über Doppelskala und Läufer. Quadrat- und Kubikskala, Winkelfunktionen und Logarithmen

Thacher's Calculating Instrument
New York, 9,10 m-Skala, ab 1881
Multiplikation und Division mit zwei gegeneinander verschiebbaren teilweise überlappenden Skalen, bis zu fünfstellige Genauigkeit. Innenskala in 20 parallelen Abschnitten auf einem Zylinder (60 cm lang ca. 10 cm). Gegenskala auf einer Hülle aus 20 dreieckigen Gitterstäben, dort außerdem zusätzliche Skala für Quadrate, Quadrat- und Kubikwurzeln

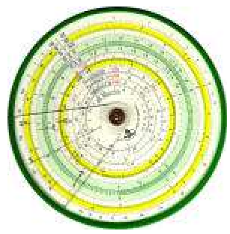
Rechenscheibe Nr. 1 Hans Tröger Kirchenthumbach
Rechenscheibe Nr. 2 K. Emil Tröger Mylau / Vogtland, ab 1920
Multiplikation, Division über Doppelskala mit Läufer. Große Scheibe: Ø 30 cm, Skala 72 cm, Teilung 0,005/0,01/0,02. Markierungen für Pi, kW/PS u.a. Kleine Scheibe: Ø 15 cm, Skala 36 cm, Teilung 0,01/0,02/0,05. Außerdem gab es eine Scheibe mit zusätzlicher Kehrwertskala und noch größere Scheibe (Ø 39 cm)

Logomat mini 2000
9 cm, 60 cm-Skala
Pfungstadt, 1972, 34,80 DM
Universelle Rechenscheibe für Multiplikation und Division auf Spiralskala mit drei Windungen. Ein Lupenläufer steigert die Ablese-genauigkeit. Austauschbare Programmscheiben als Rechenhilfe für
fremde Währungen, Maße und Gewichte, prozentuale Aufschläge und Rabatte, Kehrwert, zweite und dritte Potenz und Wurzel

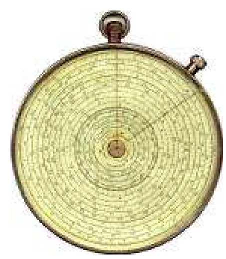


The Atlas Calculator
21 cm, 63 cm- und 11,80 m-Skala (!)
Gilson Slide Rule Co.
Stuart Florida 1931
Multiplikation und Division mit zwei Zeigern über einzelner Skala. Außen kreisförmige Skala für etwa vierstellige Genauigkeit. Bei Bedarf Feinkalkulation auf Spiralskala mit 30 Windungen. Die Rückseite enthält trigonometrische Skalen (Sinus, Cosinus, Tangens) und dezimale Äquivalente für Brüche bis 1/64

Grafia 190 Norma
19 cm, 50 cm-Skala, ca. 1965
Multiplikation und Division über Doppelskala mit Läufer. Spezielle Markierungen für Papierformate, typografische Maße und goldenen Schnitt



Rechenscheibe 8/10 Faber Castell
12,5 cm, 26 cm-Skala, ca. 1969
Multiplikation und Division über Doppelskala mit Läufer. Spezielle Skalen für x^2, x^3, sin, tan, arc, Kreisberechnung, kW <-> PS



Fowler "Magnum" Long Scale Calculator
Modell 4MTG1 4 5/8", 1,27 m-Skala
Manchester, UK, ab 1898, Preis: 1£ 6s
Multiplikation und Division über drehbare Skala mit Marke und Zeiger. Kreisförmige Skala ca. 33 cm mit zugehörigen Skalen für Wurzel, Reziprokwert, Logarithmus,

Sinus und Tangens. Zusätzliche Langskala ca. 1,27 m, aufgeteilt auf sechs konzentrische Kreise

Fuller's Calculator Stanley, London
12,5 m-Skala Modell 1, ab 1877
Preis 1913: 30 $
Multiplikation und Division mit zwei Zeigern über einzelner Skala. Bis zu fünfstellige Genauigkeit. Potenzen, Wurzeln, Logarithmen über kleinere Hilfsskalen. Auf dem mittleren Zylinder Hilfstabellen für Sinus und Dezimalteile von englischen Maßen

Krugowaja Logarifmitscheskaja Linejka KL-1, 5 cm, 10 cm-Skala
Iwanowo, UdSSR 1966
Preis: 3 Rubel 10 Kopeken
Multiplikation, Division über drehbare kreisförmige 10 cm-Skala mit Marke und Zeiger, außerdem Quadrate und Wurzeln. Rückseite: Sinus, Tangens auf feststehender Skala. Verknüpfung von Vorderseite und Rückseite über gekoppelte Zeiger

Otis King's Calculator Carbic Ltd., England 1,70 m-Skala
oben: Modell K, ab 1921
unten: Modell L,
Multiplikation, Division mit zwei Skalen und Läufer. Multiplikation und Division mit etwa vierstelliger Genauigkeit. Modell K mit doppelt ausgeführter Skala auf dem inneren Zylinder (spart Einstellungen), Modell L mit zwei einfachen log. Skalen und zusätzlicher Skala zur Bestimmung von Wurzeln und Potenzen

Logomat Pfiffikus 2001
4,5 cm, 35 cm-Skala,
Pfungstadt, ca. 1971

Multiplikation und Division mit zwei Zeigern über Spiralskala mit 3 Windungen. Einige Geräte doppelseitig mit Quadrat- und Kubikskala auf der Rückseite. Gerät, Etui und Anleitung in Streichholzbriefchengröße

Logaritmal-Rechentafel

Bei der Logaritmal-Rechentafel (Originalgröße 11x17 cm) wurde die Rechenstabskala in mehrere parallele Abschnitte zerlegt. Trotz der Gesamt-Skalenlänge von 1,5 m ist das Gerät nur postkartengroß.
Mit dem Logaritmal kann man alle Rechnungsarten höherer Stufen durchführen, vor allem Multiplizieren und Dividieren, Potenzieren und Wurzelziehen, sowie auch andere weitere Rechenaufgaben, welche auf logarithmischer Grundlage basieren.
Logaritmal besteht aus drei Teilen: der Grundplatte, der Zulegeplatte und dem Läufer.

Auf der Grundplatte ist in blauer Farbe eine Zahlenskala (10-100) bezeichnet, welche in 10 gleiche Abschnitte geteilt und auf der linken Seite der Platte mit den Nummern von 0 bis 9 beziffert ist. Außer der Zahlenskala hat die Grundplatte in der letzten, der elften Reihe noch eine logarithmische Skala.

Die Zahlenskala auf der Zulegeplatte hat vier Grundmarken, welche den Anfang und das Ende der Zahlenskala bezeichnen, und zwar so, dass der Anfang von zwei oberen Marken und das Ende von zwei unteren Marken angezeigt wird. Diese Anordnung ermöglicht das Rechnen auf einer einzigen logarithmischen Einheit.

Logaritmal-Multiplikation

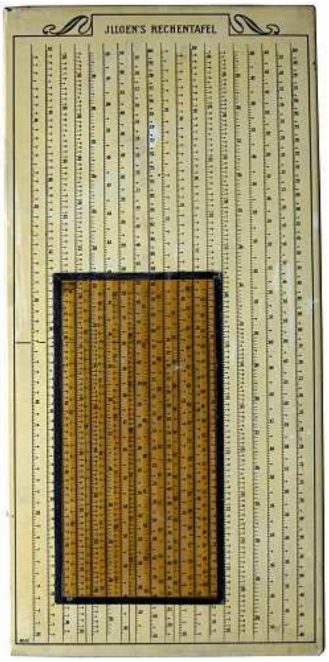
Auf der Grundplatte wird der Multiplikand aufgesucht, auf welchem eine der vier Grundmarken der Zulegeplatte aufgelegt wird, und zwar so, dass der Multiplikand genau zwischen den beiden Strichelchen der Grundmarke der Zulegeplatte zu stehen kommt. Auf der roten Skala wird der Multiplikator aufgesucht. Das Resultat wird genau über dem Multiplikator auf der blauen Skala der Grundplatte abgelesen.
Auf den Multiplikand wird stets diejenige der vier Grundmarken aufgelegt, damit sich der Multiplikator auf der roten Skala dann noch im Felde der Grundplatte befindet.
1. 13,4 x 2,74 = 36,72 Multiplikand x Multiplikator = Resultat
Auf der blauen Skala sucht man den Multiplikand 13,4 (auf dem 1. Abschnitt), auf diesen legt man die obere linke Marke der Zulegeplatte. Auf der roten Skala der Zulegeplatte sucht man den Multiplikator 2,74 (auf dem 4. Abschnitt) auf und über demselben liest man das Resultat auf der blauen Skala der Grundplatte ab. Die Stellung des Dezimalpunktes wird genau so wie bei einem gewöhnlichen logarithmischen Rechenschieber bestimmt.
Ähnlich werden auch weitere Beispiele ausgerechnet.

Logaritmal-Division

Grundregel: Auf der blauen Skala der Grundplatte sucht man den Dividend auf, unter welchen man den auf der roten Skala der Zulegeplatte aufgesuchten Divisor genau anlegt. Das Resultat liest man auf der blauen Skala der Grundplatte an der Grundmarke, das ist zwischen den beiden senkrechten roten Strichelchen der Zulegeplatte ab. Zur Geltung kommt immer diejenige von den vier Marken, welche sich im Felde der Grundplatte befindet.

Beispiele:
1. 43 : 26 = 1,654
Dividend : Divisor = Resultat
Man legt den Divisor 26 der roten Skala der Zulegeplatte unter den Dividend 43 auf die blaue Skala der Grundplatte.
Das Resultat 1,654 liest man auf der linken oberen Grundmarke auf auf der blauen Skala ab, wo welches genau zwischen den roten senkrechten Strichelchen aufscheint.

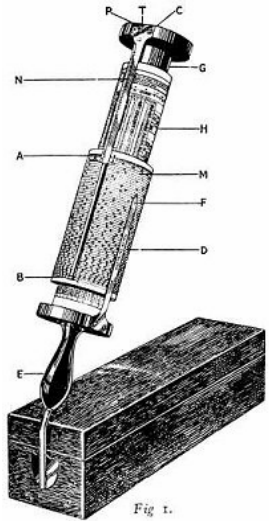
2. 655 : 43 = 15,595
Das Resultat liest man an der oberen rechten Marke ab.
3. 13,15 : 0,862 = 152,55
Das Resultat liest man an der rechten unteren Marke ab. Ähnlich werden auch weitere Beispiele ausgerechnet.



Illgens Rechentafel

Als zweidimensionale Alternative zur Rechenwalze wurde um 1910 von Paul Illgen, Leipzig, diese Rechentafel hergestellt.
Die Ähnlichkeit zur Logaritmal-Rechentafel ist offensichtlich, allerdings ist die Rechentafel Illgens deutlich größer und damit unpraktischer.
Die Rechentafel wurde für 60 Mark verkauft, für die damalige Zeit ein extrem hoher Preis.
Quelle: http://www.rechenwerkzeug.de/illgens.htm

Fuller-Kalkulator



von George Fuller, M. Inst. C.E., Professor der Ingenieurwissenschaften am Queen's College, Belfast
Firma: W. F. Stanley & Co. Ltd., New Eltham, London, S.E.9

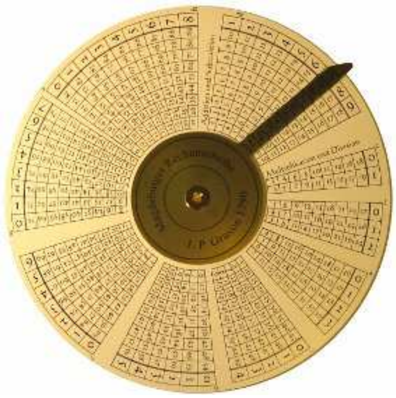
Auszug aus der Bedienungsanleitung:
"Der Fuller-Kalkulator ist ein logarithmischer Rechner. Sein grundlegendes Prinzip ist dasselbe wie das des gewöhnlichen Rechenschiebers, aber er weicht in seiner mechanischen Konstruktion radikal von diesem ab. …
Der FULLER-KALKULATOR kann alle Rechnungen ausführen, die mit MULTIPLIKATION, DIVISION, PROPORTIONEN, PROZENTRECHNUNG und kombinierter Multiplikation und Division zu tun haben und bietet dafür eine Genauigkeit von 1 in 10000. …
Der Rechner besteht prinzipiell aus einem Zylinder D, etwa 6 Zoll hoch mit 3 Zoll Durchmesser, auf den die 500 Zoll lange logarithmische Rechenskala sprialförmig aufgebracht ist. Dieser gleitet drehbar auf einem inneren Zylinder H, welcher mit einem Griff gehalten wird. Die Einstellungen werden vorgenommen und die Rechnungen ausgeführt durch Verwendung der metallenen Läufer A, B und F, die in der Illustration sichtbar sind.

Da die Genauigkeit eines logarithmischen Rechners, wenn alle anderen Bedingungen gleich sind, direkt proportional zu seiner Länge ist, ist die riesige Überlegenheit dieses Rechners über alle anderen, die nach demselben Prinzip arbeiten, offensichtlich.
Das Instrument wird aufbewahrt in einem Mahagonikasten, der auch als Ständer genutzt wird, um die Mühsal zu ersparen, das Instrument in der Hand zu halten. (siehe Fig. 1). Erhältlich sind drei verschiedene Modelle. Alle besitzen dieselbe Konstruktion, aber zwei von ihnen tragen zusätzliche Skalen auf dem inneren Zylinder H. …"

Rechenwalze

Rechenwalzen wurden in Europa vor allem in der Schweiz und in Deutschland produziert.
Die Gesamt-Skalenlängen reichten von 1,20 m bis 24 m. Wie die ältere Walz der Firma Thacher arbeiten diese Walzen mit Abschnittsskalen. Anders als bei der Thacher wird jedoch nicht der Zylinder im

Skalengitter, sondern eine Manschette mit dem Skalengitter auf dem Zylinder verschoben.
Das Skalengitter, auf dem die Skala nur einmal vorhanden ist, braucht dabei nur halb so breit zu sein wie der Zylinder, auf dem die Skala mit jeweils um die Hälfte versetzten Abschnitten aufgetragen ist.
Die Maschinen sind mit nur einer Skala auf jedem Streifen, mit großen Bereichsgrenzenanzeigern am Rand und teilweise mehrfarbiger Beschriftung in erster Linie für die Multiplikation optimiert.
Die kleinen Knöpfe dienen zum Auffinden des Skalenanfangs, als Drehhilfe und teilweise auch zum Feststellen der leichtgängigen Manschette, wenn bei fest eingestelltem Verhältnis mehrere Wertepaare abgelesen sollen, etwa bei Währungsumrechnungen.
Eine zusätzliche Quadratskala wie bei der Thacher gibt es bei diesen Modellen nicht, allerdings existieren spezielle Modelle zum Rechnen mit englischer Währung.
Quelle: http://www.rechenwerkzeug.de/nestler.htm



Magdeburger Rechenscheibe, Gruson-Rechenscheibe
1790 erfand der Mathematiker Johann Phillip Gruson (manchmal auch Grüson) eine Rechenscheibe zur Multiplikation und Addition. Die Scheibe wurde ab November 1790 in Magdeburg zum Preis von einem Thaler und zwei Groschen verkauft.
Die kreisförmige Tafel besitzt verschiedene Sektoren von 2 bis 9. Ein Faktor des Produktes wird auf einem beweglichen Zeiger aufgesucht, der zweite ist eine der Nummern der Sektoren.
Dorthin wird der Zeiger gedreht und an der radialen Spalte '0' neben dem Zeiger das Produkt abgelesen.
Die anderen Spalten sind außen mit Überträgen gekennzeichnet, die Produkte darunter um eben diese Produkte vermehrt. Mit dieser Anordnung will Gruson das Ablesen eines Teilprodukts einschließlich Zehnerübertrag ermöglichen.

Diese Rechenscheibe wurde in den Konversationslexika des 19.Jahrhunderts häufig erwähnt. Gruson erfand zwei weitere Rechenscheiben, die allerdings nicht gebaut wurden. Eine Scheibe soll Rechnungen mit nicht dezimalen Einheiten ermöglichen.
Das Original der Gruson-Rechenscheibe ist verschollen.
1980 entdeckte der Magdeburger Mathematik-Professor Dr. Karl Manteuffel bei Nachforschungen Spuren dieser Magdeburger Erfindung.
Aus Zeichnungen und Beschreibungen geland es ihm, gemeinsam mit Dr. Reinhard Buchheim, Dr. Konrad Busch und Dr. Hans Günter Becker, eine originalgetreue Rechenscheibe nachzubilden.

Johann Phillip Gruson konstruierte 1790 mit seiner Rechenscheibe eine Multiplizierhilfe. Zwei Probleme sind dazu zu lösen:
1) die einfache Ermittlung der Teilprodukte 1 x 1 bis 9 x 9 und
2) der Zehnerübertrag bei der Addition zweier Teilprodukte.

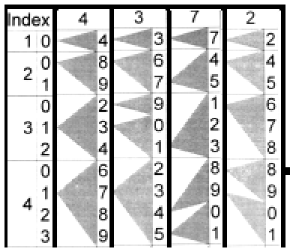
Zum Beispiel schreibt er im Sektor 5 in die erste radiale Zeile, mit 0 markiert, die Teilprodukte 1 x 5 = 5 bis 9 x 5 = 45.
In der nächsten Zeile, mit 1 markiert, stehen diese Produkte, vermehrt um 1. In der nächsten Zeile, markiert mit 2, stehen die gleichen Teilprodukte, vermehrt um 2, usw.

Der Sinn der zusätzlichen Additionen liegt darin, dass der Benutzer der Scheibe vom vorhergehenden Teilprodukt nur die Einerziffer niederschreibt, mit dem Zeiger die Zeile mit der Zehnerziffer aufsucht und sofort das neue Teilprodukt plus Zehnerübertrag ablesen kann.
Betrachtet man eine beliebige Zahl im Sektor und stellt den Zeiger neben sie, dann ist diese das Produkt aus der Zahl des Sektors multipliziert
mit der benachbarten Zahl auf dem Zeiger, hinzuaddiert die Zahl am äußeren Rand der Zeile.
Diese Idee kann auch für die Division genutzt werden.
Eine Zahl im Sektor, dividiert durch die Zahl des Sektors ergibt als Ergebnis die zugehörige Zahl auf dem Zeiger plus die Zahl am äußeren Rand der Zeile als Rest.
Quelle: Stephan Weiss, "Nachtrag zu den Rechenscheiben von Grüson", 2011

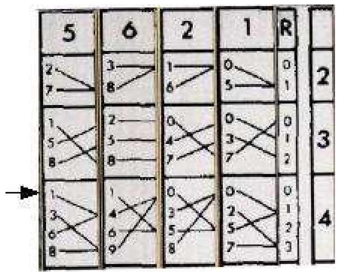
Rechenhilfen
Neben den teuren mechanischen Rechenmaschinen für den universellen Einsatz wurden im Laufe der Jahre eine Vielzahl praktischer und billig herzustellender Hilfsmittel für spezielle Einsatzzwecke hergestellt. Die einfachsten Versionen waren einfach drehbare oder verschiebbare Multiplikationstabellen mir dem großen Einmaleins in Form von Schiebern oder Röhrchen. Daneben gab es Hilfsmittel zur Multiplikation beliebiger Zahlen, die durch ihren Aufbau zur Vereinfachung von Rechenverfahren geeignet waren. Viele dieser Rechenhilfen waren auf einen speziellen Einsatzzweck hin entworfen und basieren auf linearen oder logarithmischen Skalen oder Tabellen. Schon zu Beginn des 17. Jahrhunderts entwarf Lord Napier of Merchiston einen Satz von Holzstäbchen, mit dem man sich Multiplikationstabellen für

mehrstellige Zahlen zusammenstellen konnte. Die Napier-Stäbe wurden später vielfach variiert und weiterentwickelt.

Napier-Stäbe
John Napier 1550-1617
Replik 2003 Tropenholz, Herkunft vermutlich Afrika oder Indien
Indexleiste als erster Faktor, Vielfachenleisten für 1 bis 9 zur Zusammenstellung des zweiten Faktors, verwendet als Multiplikationshilfe. Diagonal nebeneinander stehende Ziffern benachbarter Leisten sind zu addieren
Zusatzstab zum Ziehen von Quadrat- und Kubikwurzeln



Genaille-Stäbe zur Multiplikation
Henri Genaille, Frankreich 1891
Indexleiste für einstelligen ersten Faktor, Leisten für 0 bis 9 für mehrstelligen zweiten Faktor.
Beispiel: 4 x 4372 = 17488 (Rechts beim Pfeil beginnen, dann nach links der Grafik folgen)



Genaille-Stäbe zur Division
Henri Genaille, Frankreich 1891
Indexleiste für einstelligen ersten Faktor, Leisten für 0 bis 9 für mehrstelligen zweiten Faktor.
Beispiel: 5621 : 4 = 1405 Rest 1
Einstelligen Faktor auf dem Indexstab suchen. Links in der obersten Zahlenreihe dieses Faktors beginnen und dem Pfeil folgen. Auf dem Indexstab steht der Rest

The Locke Adder
C. E. Locke Mfg. Co
Kensett Iowa, USA 1901, 5 $
Addition, Subtraktion, 9 Stellen
Bedienung mit Fingern
Übertrag muss manuell erfolgen
Ablesung schräg von vorn

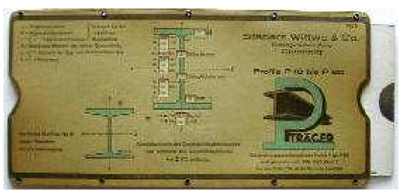
Bezique Marker
Charles Godall & Sons Camden, London ab 1890
4 Stellen: Beim Bézique-Spiel aus Frankreich gibt es Punkte für bestimmte Kartenkombinationen. Diese werden mit dem Marker addiert. Das spielkartengroße Gerät funktioniert wie ein Abakus mit Einer- und Fünferkugeln. Sein Clou ist der verborgen eingebaute Federmechanismus für die Klappen

Darnley's Patent Rotable Lightning Calculator, Pencil Case, Ruler & Measure
British Make 1921
Einmaleinstabelle 1x1 bis 20x20, darüber drehbarer Zylinder mit Ableselöchern. Verwendbar zur Aufbewahrung von Stiften, angeblich auch als Lineal oder zum Messen (6-Zoll-Skala)

Theutometer
Merkur Verlag Wehingen, D, ca. 1908
Laut Packungsaufschrift "ein ägyptischer Rechenstab", letztlich aber eine genaue Kopie der Napier-Stäbe in Form von 20 Pappstreifen, vorn und hinten verschieden beschriftet, so dass jede Ziffer viermal zur Verfügung steht

Magic Multiplier
Patended Apex Products Corp
New York
Bleistiftaufsatz, Folienröhrchen auf Einmaleinstabelle
Bereich 2x2 bis 12x12

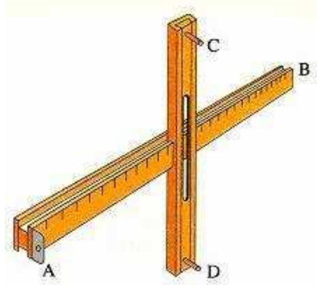
Sunkist Preiskalkulator
USA
1. Hälfte des 20. Jahrhunderts



Profilkalkulator
Stäbers Wittwe & Co.
Eisengroßhandlung
Chemnitz
1929

Schieber zur Kalkulation von Volumen, Gewicht, Trägheitsmoment, Knickwert und anderen Eigenschaften verschiedener Stahlträgerprofile

Jakobsstab



Unter dem Jakobstab (baculus jacob) versteht man ein einfaches trigonometrisches Gerät zur Messung des Abstandswinkels zwischen zwei Punkten, etwa auch zwei Gestirnen.
Ursprünglich wurde es von dem in der Provence lebenden jüdischen Gelehrten Levi ben Gerson (1288-1344) entwickelt, war aber in dessen Ausführung sehr unhandlich und nach dessen schwer verständlicher Anleitung zur tatsächlichen Messung des Abstandes von Gestirnen ungeeignet.
Es bestand aus einem ein Meter langen Hauptstab, an dem sechs rechteckige Platten befestigt waren, von denen zwei verschiebbar waren. An einem Ende des Hauptstabes befand sich eine Platte mit Rundungen als Visiereinrichtung für die Augen. Während der Beobachtung musste es aufgelegt oder durch einen Stab gestützt werden.

Die Kunde von diesem Gerät gelangte vermutlich 1384 durch Heinrich von Langenstein, den ersten Rektor der 1365 gegründeten Wiener Universität, von Paris nach Wien, wo es Regiomontanus kennengelernt haben dürfte.
Er vereinfachte es erheblich zu dem von ihm so genannten Gradstock, eine Bezeichnung die von deutschen Seefahrern übernommen wurde, während es bei Engländern cross-staff, bei Franzosen arbalete und bei Portugiesen balestilha genannt wurde. Regiomontanus' Gerät arbeitete nach der Sehnenmessmethode, der Regula Hipparchi, die bereits von dem griechischen Astronomen und Mathematiker Hipparchos zur Winkelmessung benutzt wurde.

Auf dem Gradstock, auf dem die Messskala eingraviert war, saß ein einziger beweglicher Querstab, die regulella.
An einem Ende des Gradstockes im Augenpunkt A und an den beiden Enden C und D des Querstabes waren kleine Nägel angebracht, über welche die Messpunkte anvisiert wurden.
Regiomontanus beschreibt in seiner Kometenschrift von 1472 den Einsatz des Gerätes bei der Messung eines Kometendurchmessers: "... lies die Anzahl der Teile ab, welche zwischen dem Punkt A und dem Querstab CD liegen, und gehe damit in eine eigens dafür bestimmte Tafel, deren Berechnung ich an einem anderen Ort erklären werde, und Du findest den Durchmesser des Kometen."
Bei der angesprochenen Tafel handelt es sich um die Tangenstafel, die in der Tabula directionum aus dem Jahre 1475 enthalten ist.
Die Kometenschrift verfasste Regiomontanus nach der Beobachtung eines Kometen am 20.1.1472, während der er den Durchmesser des Kerns zu 0.2° und den Durchmesser des Kopfes zu 0.6° bestimmte.
Obwohl der Jakobstab bereits 1433 von Paolo Toscanelli (1397-1482) erfolgreich zur Ortsbestimmung eines Kometen verwendet worden war, konnte er sich in der Seefahrt, trotz der erheblichen Vereinfachung im Gebrauch durch Regiomontanus, erst ab dem 16. Jahrhundert durchsetzen. Er wurde dann im 18. Jahrhundert durch den 1730 erfundenen Spiegeloktanten abgelöst.

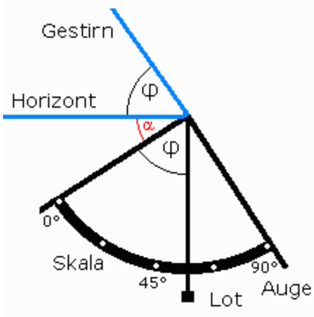
Dioptra

(griech.: Instrument zum "Durchblicken")
Winkelmessgerät nach Art unserer Theodoliten mit festem Gradkreis außen und drehbarer Visiereinrichtung innen zum Ablesen der Basiswinkel im Messdreieck; bei Drehung der Grundplatte mit Visierrohr um 90° als Messinstrument für Elevationswinkel zur Höhenberechnung (Stadtmauern, Berge) und zu astronomischen Beobachtungen verwendbar

Astrolabium
... astronomisches Gerät, das früher zur Lagebestimmung und Beobachtung von Sternen diente.
Abbildung: Astrolabium von Galileo Galilei

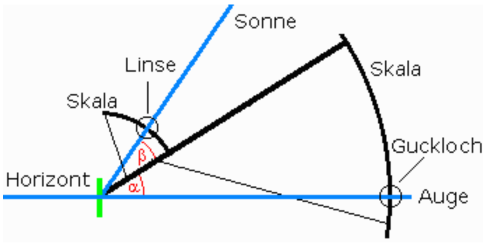
Quadrant
Ein Quadrant besteht aus einem rechten Winkel, an dessen Schenkeln man das Gerät festhalten kann, einer daran starr befestigten Skala von 0° bis 90° und einem Lot. Das Lot ist das einzige bewegliche Teil des Quadranten; es ist am Scheitel des rechten Winkels wie ein Pendel aufgehängt und zeigt deshalb immer in die Senkrechte.
Bei einer Messung hält man das Gerät hoch über sich und peilt das Gestirn über den Schenkel mit der 90°-Markierung an. Der Betrachter sieht dann

natürlich die Skala nicht, diese weist ja von ihm fort. Er könnte aber, sobald er das Gestirn fixiert hat, das Lot mit zwei Fingern an der Skala festhalten und dann den Winkel ablesen.
Die beiden eingezeichneten Winkel ϕ sind gleich, weil sie sich mit dem gleichen Winkel α zu einem rechten Winkel addieren. Der Quadrant hat seinen Namen, weil er ein Viertel eines Vollkreises auf seiner Skala darstellen kann. Mit ihm lassen sich also alle Höhenwinkel messen.
Diese einfachen Quadranten haben einen gravierenden Nachteil: Will man mit ihnen die Höhe der Sonne bestimmen, muss man in die Sonne hineinschauen.



Davis-Quadrant

Der Davis-Quadrant ist schwieriger herzustellen als ein normaler Quadrant. Die einzigen beweglichen Teile sind der Schieber mit dem Guckloch und die Linse bzw. der Schattenwerfer; diese beiden Teile lassen sich auf den Skalen verschieben.



Der Beobachter stellt sich mit dem Rücken zur Sonne. Er verschiebt die Linse oder den Schattenwerfer auf der kleinen Skala so, dass der Winkel β grob geschätzt etwas geringer als die Sonnenhöhe ist. Dann peilt er den Horizont an. Dies ist mit hoher Präzision möglich, da am entfernten Ende des Quadranten eine kleine Platte mit einem Schlitz angebracht ist.
Nun wird die große Skala durch den Schieber mit dem Guckloch so verschoben; der Horizont muss dabei im Blick bleiben; dass das Sonnenlicht oder der Schatten auf die Schlitzplatte fällt.
Die Linse wird nur bei schwachem Sonnenlicht benutzt, z.B. bei diesigem Wetter; bei klarem Sonnenschein wird der Schattenwerfer aufgesetzt, und statt eines Lichtpunktes erscheint ein schmaler Schatten auf der Schlitzplatte. Das Gerät ist so gebaut, dass der Beobachter dann gleichzeitig den Horizont durch den Schlitz und gleich neben dem Schlitz den Lichtpunkt bzw. den Schatten sieht. Auf der großen Skala liest man nun den Winkel α ab. Der Höhenwinkel der Sonne beträgt dann $\alpha + \beta$.

Sextant und Oktant

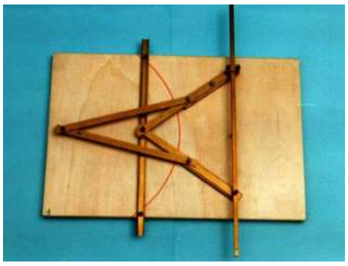
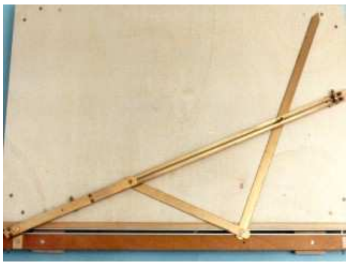
Sextant und Oktant sind optische Präzisionsinstrumente in der Navigation, um den Abstand zwischen dem sichtbaren waagerechten Horizont auf See und dem eines Gestirns zu messen.
Der Sextant, der um 1730 entwickelt wurde, erfasst einen Messbereich von etwa 60 Grad, also einem Sechstel des Vollkreises von 360 Grad.
Vergleichbare astronomische Abstandsmessgeräte sind der Oktant mit einem Messbereich von 45 Grad oder der seltenere Quadrant mit einem Bereich von 90 Grad oder die Quintanten mit 72 Grad. Früher Vorläufer des Sextanten ist der Jakobsstab.
Ein Sextant besteht aus einem dreieckigen, etwa 60 Grad umfassenden metallenen Instrumentenkörper, der aus Gewichtsgründen durchbrochen ist und auf der Rückseite einen Handgriff hat.
Auf ihm sind an der Rückkante ein einfaches galileisches Fernrohr mit zwei- bis vierfacher Vergrößerung angebracht, das horizontal direkt auf den Horizont zielt. Der Blick des Beobachters geht dabei durch den fest angebrachten kleinen Spiegel, dessen eine Hälfte offen, dessen andere jedoch verspiegelt ist und die Sicht zum großen Spiegel umlenkt. Er befindet sich am oberen Dreieckspunkt des Sextanten im Zentrum einer drehbaren Ebene.

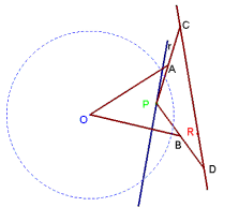
Nostalgischer Zirkel

Ein Zirkel mit einem Bleistiftstummel (MADE IN ENGLAND, Pat.1261866&1526566)

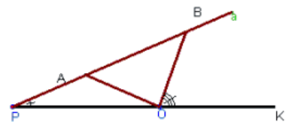
Mathematische „Maschinen"

Zur Konstruktion verschiedenster mathematischer Gebilde, Ellipsen, Hyperbeln, Geraden, Kurven jeglicher Art, wurden in den Jahrhunderten sehr interessante mechanische Geräte erdacht. Die Tabelle enthält einige:

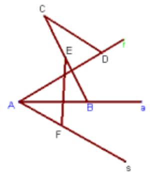



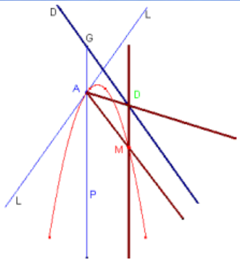
Dieses Gerät konstruiert die Polare zu einem gegebenen Kreis um O und einen weiterhin einzustellenden Punkt P. Die Hilfsstrecke r wird auf dem Kreis verschoben. Dadurch verändern sich A und B und somit die gesuchte Polare.



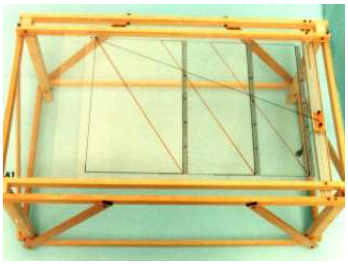
Trisektor von Pascal
Wird durch Verschieben von B ein Winkel BOK eingestellt, so verändert sich die Lage von A und P. Der Winkel APK ist dann eine gute Näherung für den gedrittelten Winkel

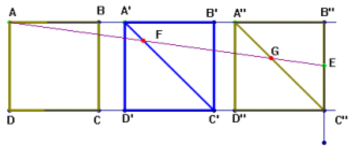


Mit dieser Maschine von Kempe können Zeichnungen maßstabsgerecht vergrößert bzw. verkleinert werden. Die beiden Antiparallelogramme ABCD und ABEF sind zueinander ähnlich.

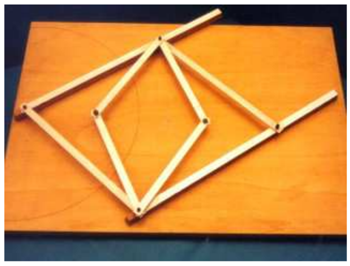


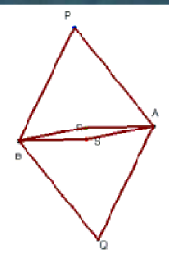
Parabolograf von de L'Hospital
Dieses Gerät löst folgendes Problem. Gegeben ist eine Gerade AP, A liege auf einer Parabel. Weiterhin sei die Tangente LAL in A gegeben. Gesucht ist der Verlauf der Parabel.



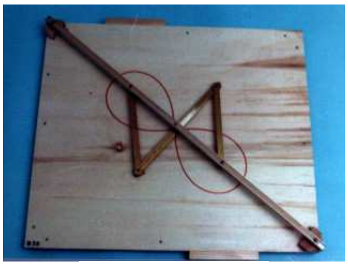


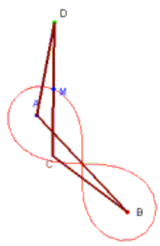
Mesolabio von Eratosthenes
Dieses Gerät bestimmt die mittlere Proportionale zweier gegebener Strecken DA und C″E. Die Rechtecke ABCD, A′B′C′D′ und A"B"C"D" sind kongruent. Nach dem Strahlensatz wird dann DA:FC=FC:GC′=GC′:C"E.



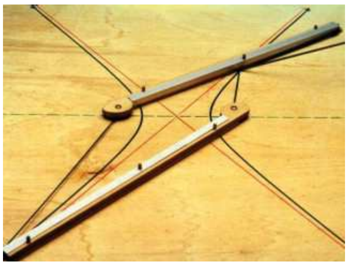


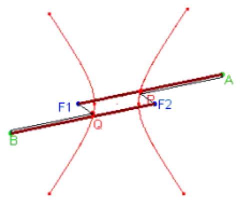
Peaucelliers Inversor
Sechs Stäbe sind an fünf Punkten O, A, B, P, R und S drehbar miteinander verbunden. Dabei ist APBO ein Rhombus. Die Strecken OA und OB sind gleich lang. Wird der Inversor in O festgehalten und der Punkt P auf einer beliebigen Kurve bewegt, so beschreibt der Punkt R die zugehörige inverse Kurve und umgekehrt.



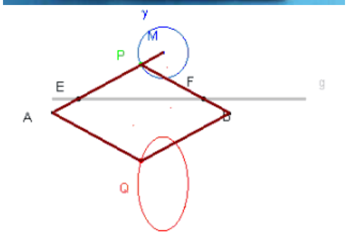


Die Maschine erzeugt eine Bernoullische Lemniskate
Im Antiparallelogramm ABCD ist AB = √2 AD. Bewegt sich D auf einer kreisförmigen Bahn um A, so bewegt sich C um B. Der Mittelpunkt der Strecke CD beschreibt dann eine Lemniskate.

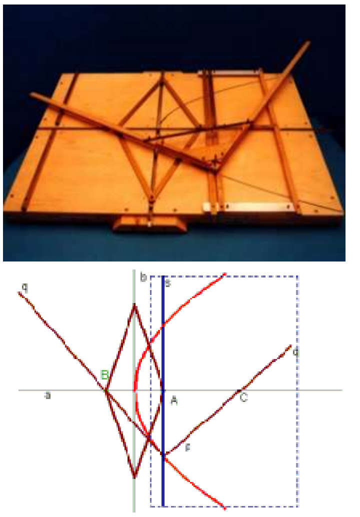




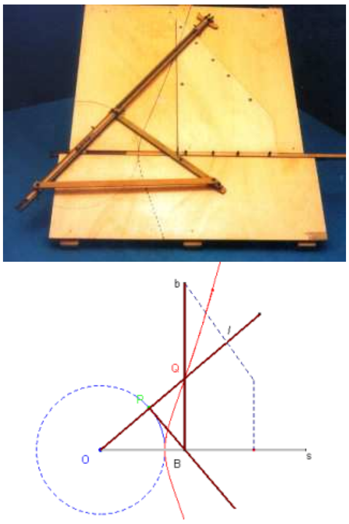
Mit diesem Gerät kann eine Hyperbel konstruiert werden. An den Brennpunkten F1 und F2 sind jeweils zwei Stäbe drehbar angebracht. Die Strecken F1A und F2B haben eine Länge a, der Brennpunktabstand ist a. Wird nun A verschoben so beschreiben P und Q die Hyperbel.



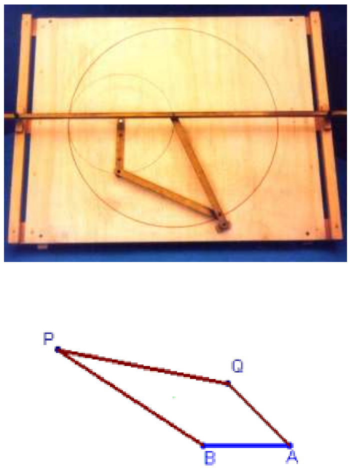
Ellipsograf von Delaunay
Mit dieser raffinierten, aber einfachen Maschine können Ellipsen gezeichnet werden. Die Punkte E und F sind auf einer Waagerechten beweglich angeordnet. Bewegt sich der Punkt P kreisförmig um M, so verschieben sich E und F. Über die Stäbe bei A und B beschreibt dann Q eine Ellipse.



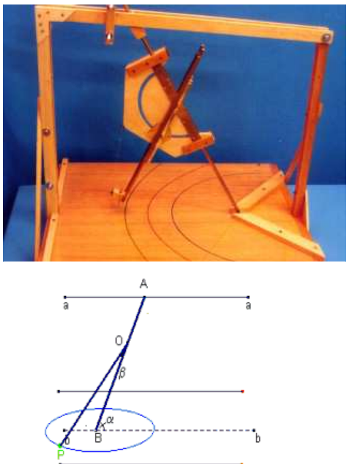
Parabolograf
Dieses Gerät zeichnet eine Parabel



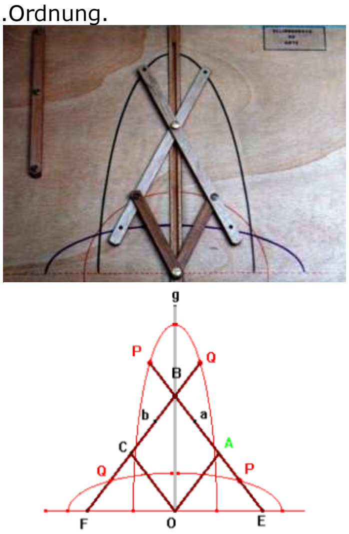
Zirkel von Descartes
Im Punkt P sind zwei zueinander senkrechte Stäbe befestigt. Bewegt sich P kreisförmig um O, so beschreibt Q eine Kurve 4.Ordnung.



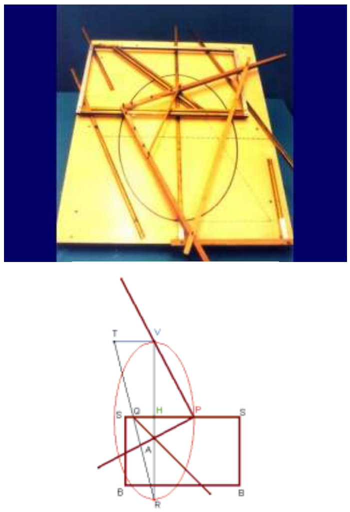
Duplikator von Realeux
ABPQ bilden ein deltoid, wobei BP = 2 AB ist. Wird Q längs einer Figur geführt, so beschreibt P eine ähnliche Figur in doppelter Größe



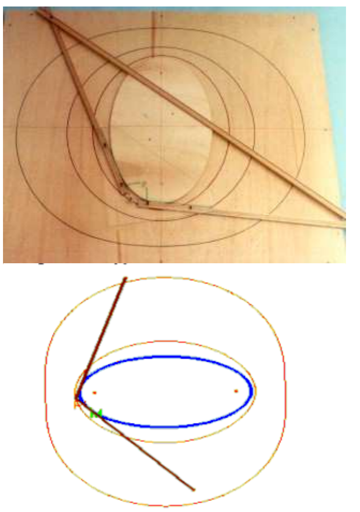
Vollkommener Zirkel
Mit dieser Maschine gelingt es jede Art von Kegelschnitte, d.h. Kreis, Ellipse, Parabel bzw. Hyperbel zu zeichnen.



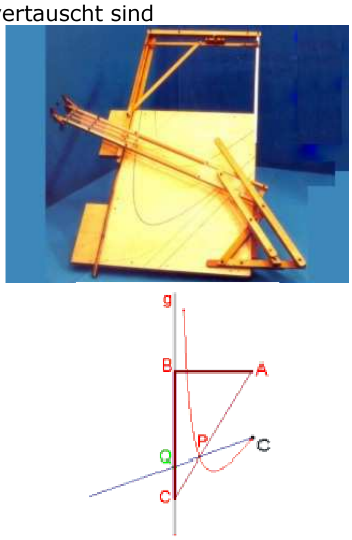
Ellipsograf von Leonardo da Vinci
Bewegt sich der Punkt auf dem Kreis, so beschreiben die zwei Paare von Punkten P und Q zwei Ellipsen, deren Hauptachsen vertauscht sind



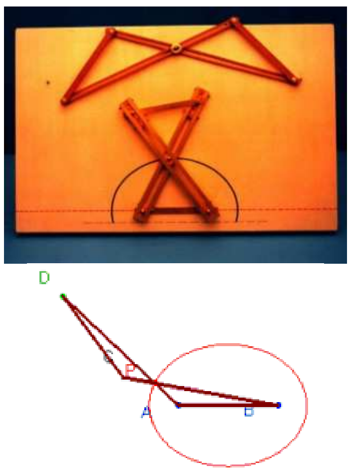
Conicograf von Cavalieri
Über einen sehr komplizierten Mechanismus konstruiert Cavalieri Ellipsen



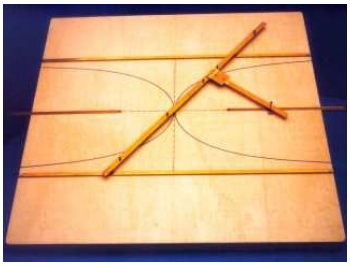
Diese Maschine konstruiert, ausgehend von einer gegebenen Ellipse, zugehörige Perseische Kurven

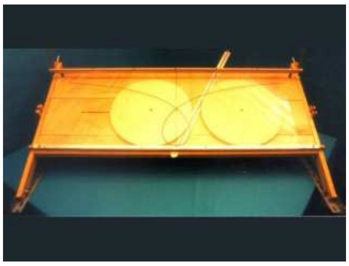


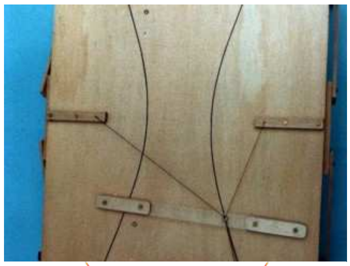
Hyperbolograf von Descartes
zur Konstruktion von Hyperbeln

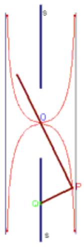


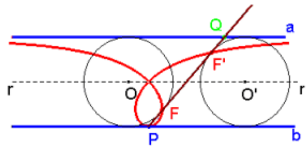
Ellipsograf zur Ellipsenkonstruktion mit Hilfe von Antiparallelogrammen

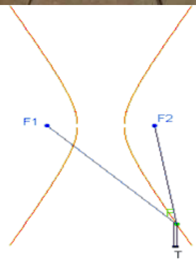










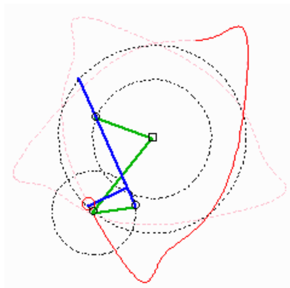


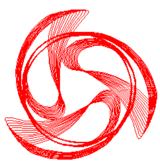
Mechanismus zur Konstruktion der Kappa-Kurve

Mechanismus von Quetelet zur Konstruktion einer Strophoide

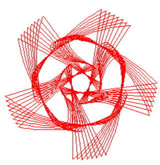
Conicograf zur Konstruktion einer Hyperbel

1910 wurde durch Vidiani das mathematische Gerät «Wondergraph» entwickelt und auf den Markt gebracht. Mit diesem ist es möglich, durch Veränderung des Verhältnises der Stangenlänge, des Radiuses und der Position dreier Befestigungspunkte, unterschiedlichste Kurven zu zeichnen, darunter auch Epizykloiden, Hypozykloiden oder Spirograph-Kurven. In der Tabelle sind einige dieser Kurven angegeben mit deren Parametern (Verhältnis, Radius, Koordinaten der drei Punkte und Länge der Kurve in Vielfachen von π.

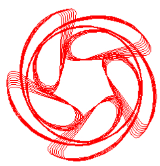




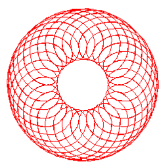
-2/3-0.002, 1.5
[-1,1], [1,1],
[1,2], 80



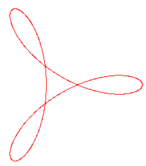
2/5+0.002, 2
[-1,1], [1,1],
[1,2], 80



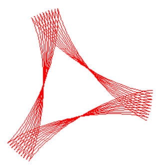
-3/5+0.001, 1.1
[-1,1], [1,1],
[1,2], 80



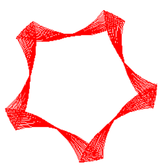
-1/3+0.1, 1/3,
[2/3,0], [2/3,0],
[0,0], 100



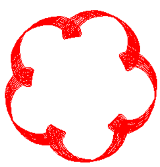
1/3+0.1, 1/3,
[2/3,0], [2/3,0],
[0,0], 100



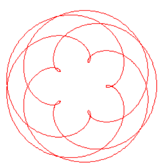
1/3+0.0005, 1/3,
[2/3,0], [2/3,0],
[0.02,0], 200



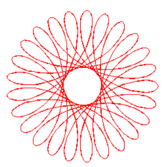
1/5+0.0005, 1/5,
[4/5,0], [4/5,0],
[0.02,0], 200



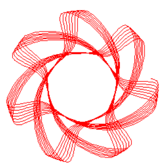
-1/5+0.0005,
1/5,
[4/5,0], [4/5,0],
[0.02,0], 200



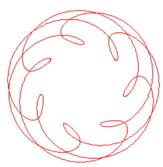
-1+0.2, 1,
[2,0], [2,0],
[0,0], 10



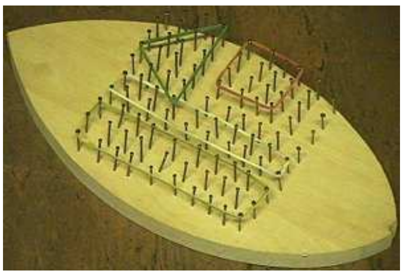
1/4+0.03, 1/4,
[3/4,0], [3/4,0],
[-0.2,0], 100



3/7+0.001, 1,
[-1,1], [1,2],
[-1,2], 100



1/3+0.1, 1/3,
[2/3,0], [2/3,0],
[0,0], 100



Geo-Plan

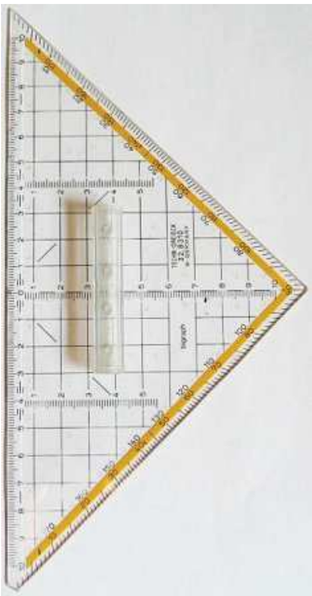
Der Geo-Plan ist ein geometrisches Hilfsmittel, das in der Schulmathematik verwendet wird.
Dabei handelt es sich um ein Brett, auf dem in gleichmäßigen Abständen Stifte, Nägel, angebracht sind. Um diese werden Gummibänder gelegt und so geometrische Figuren gebildet.
Je nach Aufgabenstellung können somit Dreiecke, Vierecke, aber auch nicht konvexe N-Ecke und deren Eigenschaften beschrieben werden.

Erfunden wurde der Geo-Plan in den 1950iger Jahren durch den ägyptischen Mathematiker Caleb Gattegno.
Da er in französisch schrieb, nannte er das Gerät "Geo-plan", englisch heißt das Gerät Geo-Board, deutsch einfach "Nagelbrett".
Der Geo-Plan wurde durch die CIEMEM ("Commission Internationale pour l'Etude et l'Amelioration de l'Enseignement des Mathematiques") als wertvoll eingestuft und von der Schweizer Firma Delachaux & Niestle (Neuchatel, 1958 und 1960) hergestellt.

Zirkel
Der Zirkel (althochdeutsch: circil, von lat.: circulus "Kreisbahn") ist ein in der ebenen Geometrie verwendetes Gerät, das einen Kreis um einen gegebenen Punkt zieht.
In der Antike war der Zirkel neben dem Lineal das einzig erlaubte Hilfsmittel zur Konstruktion geometrischer Objekte.

Ein Zirkel besteht aus zwei gleichlangen metallenen Stäben, die jeweils an einem Ende gelenkig verbunden sind. Einer der Stäbe hat an seinem anderen Ende eine Spitze (Nadel), die zur Fixierung des Zirkels auf der Unterlage dient. Mit dem Fixieren wird der Kreismittelpunkt festgelegt, mit dem Abstand des zweiten Schenkels der Radius.
Am Ende des zweiten Stabes befindet sich eine Vorrichtung, mit der der Kreis oder Kreisabschnitt auf der Unterlage gezeichnet wird; meist eine Bleistiftmine.
Zwischen beiden Schenkeln kann eine Einrichtung zum Feststellen des Abstandes vorhanden sein.
Genaue Zirkel enthalten am eingestochenen, fest stehenden Schenkel eine Millimeterteilung oder einen Nonius.
Eine Variante des Zirkels, mit der man nicht zeichnen, sondern nur Längen abgreifen kann, ist der Stechzirkel. Zum Zeichnen extrem kleiner Kreise bis zu einem Durchmesser von etwa einem Millimeter dienen Fallnullenzirkel.

Nullenzirkel
Ein Nullenzirkel ist ein Zirkel zum Zeichnen kleiner Kreise.
Sein Radius ist von etwa 0,1 mm bis 15 mm und die Strichstärke von ca. 0,1 mm bis 1,0 mm einstellbar.
1874 erfand Emil Oskar Richter den Nullenzirkel mit feststehender Achse sowie später die Punktierfeder und damit Standards in der Reißzeug-Herstellung auf der ganzen Welt.
Neben dem Nullenzirkel bekam er auch die Punktierfeder vom Königlich Sächsischen Patentamt patentiert.
Seine Firma E.O. Richter & Co. GmbH befand sich in Chemnitz, wurde aber 1945 teilweise zerstört. Das Haupthaus an der Melanchthonstraße steht wegen der zeittypischen Industriearchitektur und der Ausstattung eines Jugendstiltreppenhauses unter Denkmalschutz.

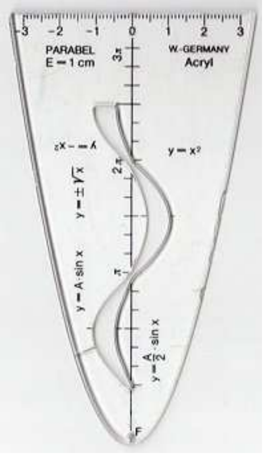


Geodreieck, Geometriedreieck
Das Geodreieck oder Geometriedreieck ist ein Hilfsmittel für den Geometrie- und Zeichenunterricht, das in der Schulmathematik zum Messen und Zeichnen von Winkeln genutzt wird.
Es kombiniert Lineal und Winkelmesser und erleichtert das Zeichnen paralleler Geraden.
Das Geodreieck ist ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck aus durchsichtigem Kunststoff.
Die längste Seite ist die Linealkante. Sie trägt eine Zentimetereinteilung mit dem Nullpunkt in der Mitte. Die Mittellinie teilt das Zeichengerät in zwei Hälften.
Entlang der Schenkel des Dreiecks sind Markierungen im Abstand eines Winkelgrades angebracht, wodurch die Konstruktion eines Winkels möglich ist.
In das Dreieck eingearbeitete Linien deuten Parallelen zur Linealkante an. Senkrecht dazu ist die Höhe eingezeichnet, mit deren Hilfe sich rechte Winkel zeichnen lassen.

Gezeichnet wird immer entlang der Linealkante. Zum Zeichnen von Orthogonalen und Loten legt man die Mittellinie auf die gegebene Gerade und zeichnet entlang der Linealkante.
Beim Zeichnen von anderen Winkeln verfährt man entsprechend: Nullpunkt und Winkelmarkierung liegen auf dem gegebenen Schenkel, der freie Schenkel wird an der Linealkante gezeichnet.
Das Geo-Dreieck® wurde von ARISTO im Jahr 1964 entwickelt.

Winkelmesser, Gradmesser

Ein Winkelmesser, auch Gradmesser, ist ein einfaches Gerät zur Winkelmessung oder zum Abtragen eines Winkels.
Er besteht aus einer kreisförmigen oder halbkreisförmigen Scheibe mit Winkel-Einteilung. Die Scheibe kann aus Kunststoff, starkem Papier oder Blech bestehen. Üblich sind Durchmesser von 8 bis 15 cm und Teilungen von 1° bzw. 0,5°, im Vermessungswesen auch 0,5 Gon (Neugrad).
Häufig sind Winkelmesser in Zeichendreiecke integriert. Genauere Winkelmesser besitzen eine drehbare Schiene mit Maßstab, die am Winkel festgestellt werden kann.



Parabelschablone

Eine Parabelschablone ist eine Schablone, die eine schnelle Darstellung von Funktionsgraphen von quadratischen Funktionen ermöglicht.
Neben dem Lineal, dem Geometriedreieck mit integriertem Winkelmesser und dem Zirkel zählt die Parabelschablone zu den wichtigsten Hilfsmitteln in der Schulmmathematik.

Parabelschablonen in Kunststoff sind käuflich erhältlich, man kann sie aber auch selbst aus Pappe basteln.
Die meisten Parabelschablonen erlauben das Zeichnen von Normalparabeln, die vor allem im Mathematik-Unterricht in der Sekundarstufe I sehr häufig benötigt werden.
Um die Parabelschablone für die zeichnerische Darstellung einer Normalparabel verwenden zu können, muss der Scheitelpunkt bekannt oder zuvor entweder durch das Verfahren der quadratischen Ergänzung oder durch Ableitung der Funktion berechnet worden sein.

Kurvenlineal, Kurvenschablone

Bei Kurvenlinealen handelt es sich um Lineale aus Kunststoff, welche sich zum Zeichnen von kontinuierlich verlaufenden Kurven eignen, wie zum Beispiel quadratische Funktionen oder trigonometrische Funktionen.
Kurvenlineale werden benutzt, um an die als Punkte in ein Koordinatensystem eingetragenen Messwerte eine stetige Kurve anzunähern.
Im englischen Sprachrraum werden Kurvenlineale "french curves" genannt.
Es gibt auch Kurvenlineale aus Gummi, die an eine Funktionsgleichung angepasst werden können. Im Inneren bestehen sie aus einem Bleikern mit quadratischem Querschnitt; rechts und links davon befindet sich ein flacher Streifen Federstahl, damit das Kurvenlineal sich möglichst nur in einer Ebene biegen lässt.
Heute verwendet man Kurvenlineale nur noch selten, da man zur Regression stattdessen Computersoftware verwenden kann.

Burmester Schablonen

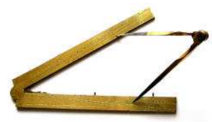
Ein Burmester-Satz (Abbildung), benannt nach dem deutschen Mathematiker Ludwig Burmester, besteht aus mehreren Burmester-Schablonen. Deren Randlinien sind u.a. Splines dritter Ordnung, wodurch sich alle stetigen Funktionen annähern lassen.

Zeichen- und Messgeräte

Ein Thermometer mit einer Doppelskala in Celsius und Fahrenheit ist kein Rechenhilfsmittel im strengen Sinne, da die beiden Skalen lediglich dazu dienen, Messwerte in der gewünschten Einheit abzulesen. Es kann aber zum Rechenhilfsmittel werden, wenn man es zum Umrechnen benutzt. Beim genaueren Hinsehen ist in viele Mess- und Zeichengeräte ein Rechenvorgang eingebaut. Dieser erfolgt nicht digital durch sukzessives Messen, Zahlenrechnen und Zeichnen, sondern analog. Ohne den Umweg über die numerische Darstellung lassen sich Größen umformen und physikalische Vorgänge modellieren, indem man Skalen nebeneinander legt, Getriebe konstruiert oder die Strahlensätze zur Bildung von Proportionen ausnutzt.

Proportionalzirkel nach Bürgi (1552-1632)

Stanley No. 12 Carpenter's Rule nach Coggeshall (1682)



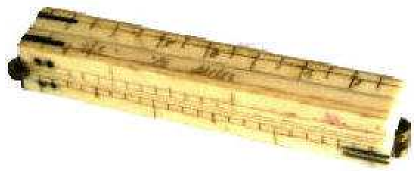
Compas de proportion Proportionalzirkel nach Galilei

Dieses Exemplar "Original Riefler" von R.Reiss, Liebenwerda etwa 1920
Mit den beiden Skalen des Geräts ist es möglich, Strecken in 2 bis 10 und Kreise in 3 bis 20 gleiche Teile aufzuteilen. Ebenso kann der Proportionalzirkel dazu verwendet werden, Zeichnungen maßstäblich zu vergrößern oder zu verkleinern. Es gab Vorläufer mit festem Maßstab, sog. Reduktionszirkel

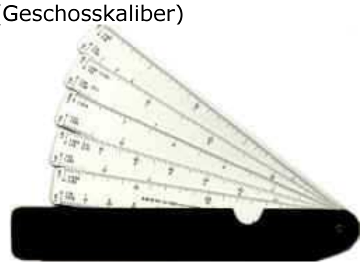
Stanley Rule & Level Co. ab 1857 – 1920
Zollstock für Zimmerleute 2 mal 12 Zoll,
ausziehbar auf 1 Yard, Log. Skalen von 1 bis 100 und 4 bis 40

Frankreich etwa 1750
Dient zum Abgreifen und maßstäblichen Übertragen von Strecken und Winkelmaßen mit einem Stechzirkel. Skalen: Les Cordes (Winkelmessung), Les Egales (proportionale Veränderung von Strecken), Les Poligones (Vielecke im Kreis), Les Metaux (Metallbestimmung), Poids des Pieces, Calibre des Pieces (Geschosskaliber)

Sector Proportionalzirkel nach Galilei (1564-1642) Elfenbein.
Schenkellänge 1/2 engl. Fuß, London etwa 1850
Dient zum Abgreifen und maßstäblichen Übertragen von Strecken und Winkelmaßen mit einem Stechzirkel. Die Rückseite enthält Funktionsskalen (Sinus, Tangens, Logarithmus) zur Durchführung numerischer Rechnungen



Zollstock handgeritzt vor 1900
Vier Elfenbeinstäbe verbunden mit drei Messinggelenken. Aufgeklappt 1 Fuß (hier 31,2 cm) lang. Drei verschieden genormte Zollskalen (1" = 26 mm, 1" = 25,6 mm, 1" = 23,5 mm bzw. 11/12 von 25,6 mm), jeweils eingeteilt in Achtelzoll. Außerdem eine Zentimeterskala



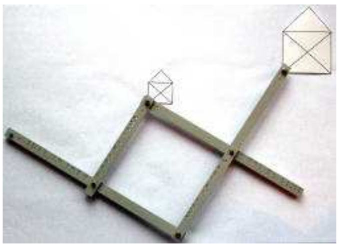
Maßstabsskalen
Aristo, Germany
Skalen zum direkten Ablesen von Abständen auf Plänen im Maßstab 1:10, 1:15, 1:20, 1:25, 1:30, 1:33 1/3, 1/40, 1:50, 1:75, 1:125

Messrad V.A.G.-Werbegeschenk
Deutschland ca. 1980
Das Gerät wird über Wegstrecken auf Karten abgerollt und zeigt für die Maßstäbe 1:25000, 1:50000, 1:75000, 1:100000, 1:150000, 1:300000, 1:500000 und 1:800000 die tatsächliche Streckenlänge auch gekrümmter Linien an

Messzange
Genauigkeit 1/10 mm, ca. 1920
Durch proportionale Vergrößerung der Skala um den Faktor 4 wird eine höhere Genauigkeit erreicht

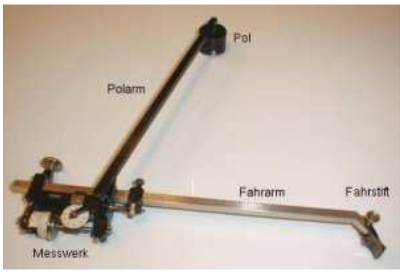
Belichtungsrechner Lios Scop
Made in Germany, ca. 1925
Optischer Belichtungsmesser mit Umrechnungsschieber zur Umsetzung des ermittelten Lichtwerts in die beste Zeit-Blenden-Kombination

Rabone Gliedermaßstab
Hersteller: J. Rabone & Sons, Birmingham, United Kingdom um 1900, Gliedermaßstab aus Buchsbaumholz mit Messinggelenken, Länge insgesamt 2 Fuß = 24 Inch, Einteilung auf der Rückseite in Zentimeter (61cm)



Pantograph
Deutschland, ca. 1970
Gerät zum Vergrößern oder Verkleinern von Zeichnungen mit einstellbarem Maßstab (1:2; 1:2,25; 1:2,5; 1:2,75; 1:3; 1:4; 1:5; 1:6; 1:7; 1:8; 1:10). Im Unterschied zum Proportionalzirkel bleiben hier entsprechende Strecken automatisch parallel

Polarplanimeter A.Ott, Kempten 1950
Ein Gerät, mit dem man Flächeninhalte messen kann. Der Rand der Figur wird mit einem Stift umfahren. Dabei registriert eine mitlaufende Rolle die Dreh- und Schubbewegungen des Fahrarms. Während die Dreh-Bewegungen sich in der Summe gegenseitig aufheben, ergibt die Summe der Schubbewegungen ein Maß für den Flächeninhalt der umfahrenen Figur. Dieser kann auf drei bis vier Stellen genau abgelesen werden



Polarplanimeter, Planimeter

Planimeter sind Messgeräte, mit denen man den Inhalt von Flächen in Landkarten und Zeichnungen bestimmen kann, indem man mit einem Fahrstift die gewünschte Fläche umfährt und die Anzeige des Planimeters mit einem Tabellenwert multipliziert, der die Maße des Planimeters berücksichtigt. Eine besonders elegante Variante ist das Polarplanimeter.

Das Polarplanimeter besteht aus zwei Stäben, die mit einem Gelenk verbunden sind. Am Ende des Polarmes befindet sich der Pol, der auf der Vorlage befestigt werden kann.
Den Polarm kann man frei um den Pol herum drehen. Er greift drehbar in den Fahrarm, an dessen anderem der Fahrstift montiert ist. Am Fahrarm ist in der Nähe des Gelenks ein Messrad angebracht, dessen Drehachse parallel zum Fahrarm liegt.

Bei der Bewegung des Fahrstiftes gleitet bzw. rollt das Rad über das Papier, je nachdem in welche Richtung der Stift geführt wird.
Das Rad dreht sich dabei nur mit der Bewegungskomponente senkrecht zu seiner Drehachse vor und zurück. Den Weg, den das Rad abrollt, zeigt ein Messwerk an. Da die Ablesung mit einem Nonius erfolgt, kann der Weg des Rades sehr genau bestimmt werden. Ein zusätzliches Schneckengetriebe bestimmt die vollen Umläufe des Messrades.
Multipliziert man den gemessenen Zahlenwert mit einem Kalibrierfaktor k, so erhält man den Inhalt der umfahrenen Fläche.

Zur Veranschaulichung der Wirkungsweise eines Polarplanimeters sei das Messrad am Gelenk zwischen Polarm und Fahrarm angebracht. Beide Arme haben die Länge r, zwischen diesen ergeben sich die Winkel α, β und γ.
Im gleichschenkligen Dreieck OPG ist $\gamma = \alpha/2$.
Wird der Punkt P bewegt, so ergibt sich nach der Leibnizschen Sektorformel für die Flächenänderung

$$dA = r^2/2 \cos^2 (\alpha/2) (d\alpha + d\gamma)$$

Zur Bestimmung der umfahrenen Fläche müssen diese Flächenänderungen aufsummiert werden.

$$A = -r^2/4 \Sigma \cos \alpha (d\alpha + d\beta)$$

Da allerdings $\Sigma \cos \alpha \, d\alpha = 0$ ist, ergibt sich für den gesuchten Flächeninhalt

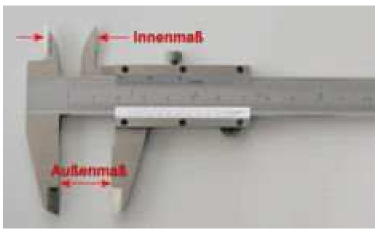
$$A = r^2/4 \Sigma \cos \alpha \, d\beta$$

Während der Bewegung des Fahrarms gleitet bzw. rollt das Zählrad über die Unterlage. Da das Rad sich aber um $\cos \alpha \, d\beta$ dreht, zählt es genau die gesuchte Fläche.
Wenn die Scheibe nicht genau im Gelenk angebracht ist, so kommt in jedem Schritt eine Drehung proportional zu $d\alpha$ hinzu. Diese Drehungen heben sich aber in der Summe auf, wenn das Planimeter eine Fläche voll umfährt.
Quelle: René Grothmann

Kurvimeter

Vor der Nutzung digitaler Ortskoordinaten in Routenplanern musste auch schon die genaue Länge einer geplanten Strecke aus Karten unterschiedlichen Maßstabs bestimmt werden. Dazu wurde ein einfaches Messgerät, das Kurvimeter, verwendet.

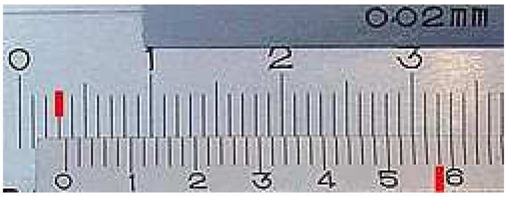
Mit einem kleinen Rad wurde die jeweilige Strecke auf der Karte abgefahren. Die Radumdrehungen wurden über ein Getriebe entsprechend dem Kartenmaßstab übersetzt, auf einem Zählwerk zur Anzeige gebracht und konnten so als Strecke abgelesen werden.
Um Umrechnungen einzusparen, waren mehrere Skalen angebracht, die Maßstäbe von 1:30000 bis 1:600000 ermöglichten.
Das abgebildete Gerät wurde von der Firma "VEB Freiberger Präzissionsmechanik" hergestellt.



Messschieber

Der Messschieber ist ein Messgerät zur Längenmessung.
Der Messschieber besitzt zwei Messschenkel, wodurch sowohl Außen- als auch Innenmaße bestimmt werden können. Eine zusätzliche Tiefenmessstange wird zum Messen von Bohrungen verwendet.
Zur Erhöhung der Ablesegenauigkeit ist außerdem ein Nonius vorhanden.
Das Messgerät wird auch Schieblehre, Schublehre oder Stangenzirkel genannt. Der letzte Name ist in Deutschland heute nicht mehr üblich, war aber Grundlage für die Namensgebung in anderen Sprachen, z.B. im Russischen.
Aufbau eines Messschiebers:

beweglicher Messschenkel, schneidenförmige Messflächen, Messflächen für Außenmessung, Schieber, Nonius, Feststelleinrichtung, Schiene mit Hauptteilung, Tiefenmessstange, Messflächen für Tiefenmessung
Der Messfehler eines Messschiebers liegt bei 0,2 bis 0,01 mm, ist abhängig von dem jeweiligen Messbereich und der Länge des Messschenkels. Eine höhere Auflösung bietet eine Mikrometerschraube. Hier liegt die Grenze der mechanischen Genauigkeit bei ca. 1 µm.
siehe auch http://ru.wikipedia.org/wiki/

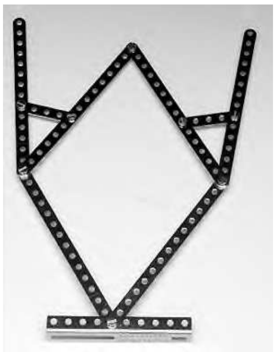


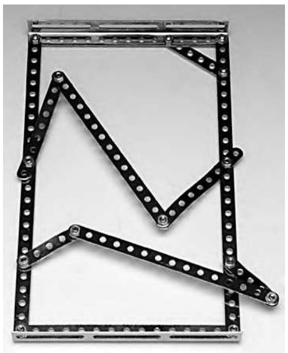
Nonius, Vernier-Skala

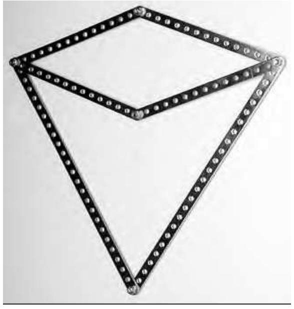
Der Nonius oder Vernier-Skala ist eine bewegliche Längenskala zur Erhöhung der Ablesegenauigkeit auf Winkel- und Längenmessgeräten, zum Beispiel auf einem Messschieber. Mit dem Nonius ist es möglich, Bruchteile von Strecken genau zu bestimmen.

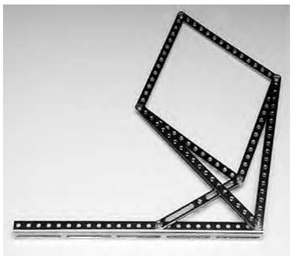
1631 erfand der französische Mathematiker Pierre Vernier (1580-1637) diese Skala. In vielen Ländern wird diese daher Vernier-Skala genannt.
Die im Deutschne genutzte Bezeichnung Nonius bezieht sich auf den portugiesischen Astronomen und Mathematiker Pedro Nunes (lateinisch: Nonius, 1502–1578), der den Nonius allerdings nicht(!) erfunden hat.
Mit dem menschlichen Auge ist es nicht möglich, ohne Hilfsmittel Bruchteile eines Millimeters zu bestimmen. Dagegen erkennt man gut, ob zwei Teilstriche einigermaßen genau gegenüber liegen.
In der Abbildung erkennt auf der Hauptskala man nur, dass der Messwert zwischen 0,3 mm und 0,4 mm liegt. Auf einer zweiten Skala, dem Nonius, sucht man nun den Teilstrich, der am besten mit einem Teilstrich der Hauptskala übereinstimmt. Dieser liegt in der Abbildung bei 5-8, d.h. der Messwert beträgt 0,358 mm.

Zeichengeräte


Kopierer


Lemniskatenzeichner

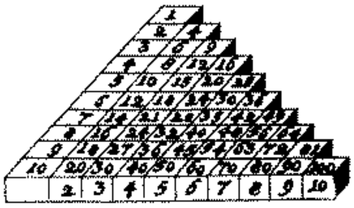

Peaucellier-Inversionsgerät


Peaucellier-Inversionsgerät

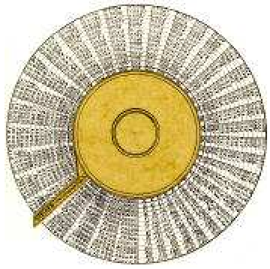
Verschiedenste Zeichengeräte können auch mittels einfachster technischer Mittel konstruiert werden. Die Übersicht zeigt einige dieser Konstruktionen.
Lemniskatenzeichner: Die Mittelpunkte der langen waagerechten Stangen links laufen auf Kreisen, in der überschlagenen Weise aber auf einer Lemniskate oder ihrer affinen Verzerrung. Wenn man nun noch weiß, dass die Inversion der Lemniskate die rechtwinklige Hyperbel ist, so sieht man, dass man allein mit Stangen und Drehgelenken - ganz ohne Langlöcher zum Gleiten - solche Hyperbeln, aber auch andere Kegelschnitte erzeugen kann.

Mathematische Tabellen

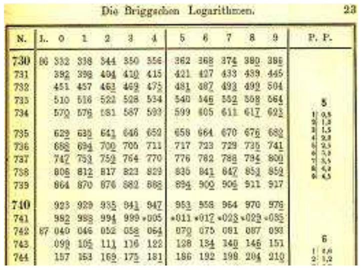
Vor dem Siegeszug der Taschenrechner erleichterte man sich das Leben, indem man häufig gebrauchte Zahlenwerte in Form von Tabellen zum Nachschlagen bereitstellte. Was beim Einmaleins etwas kindlich wirkt, war im Falle von Zinsfaktoren eine echte Arbeitserleichterung und beim Ziehen von höheren Wurzeln praktisch unumgänglich, wenn man nicht auf Näherungsverfahren zurückgreifen wollte. Lord Napier war es, der die Logarithmen entdeckte und die ersten Logarithmentabellen publizierte. Leider erwiesen sich diese Tabellen als nicht immer zuverlässig, da sich bei der komplizierten Berechnung immer wieder Fehler einschlichen. Erst im späten 19. Jahrhundert, als die Tabellen maschinell berechnet wurden, änderte sich dieser Zustand.



Mensula Pythagorea
nach einer Abbildung bei Leupold 1727.
Bischoff vermerkt jedoch 1804 zu dieser Bezeichnung, dass die älteste Quelle für die Tafel aus dem Jahr 524 n. Chr. stammt
Die häufigste Hilfstabelle zum Rechen enthält das kleine Einmaleins. Bei Leupold findet sich außer der abgebildeten dreieckigen auch die normale rechteckige Variante. Außerdem gibt es Additionstabellen für ein- bis zweistellige Zahlen. Allerdings äußert Leupold die Ansicht, dass die auswendige Kenntnis vom kleinen Einmaleins für jeden angehenden Arithmeticus unerlässlich sei



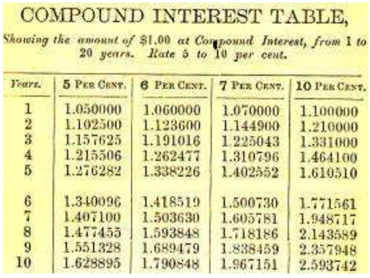
Multiplikationstabelle
nach Harsdörffer 1651 abgebildet bei Jacob Leupold 1727
Vielfache (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50 auf Zeiger eingetragen) von 1, 2, 3,..., 10, 20, 30, ..., 100, 200, 300, ... 1000, 2000, 3000, ... 10000 im Kreis angeordnet. Der Zeiger ist drehbar. Nach Harsdörffers Angaben soll die ursprüngliche Scheibe nicht nur aus 14, sondern aus 37 Ringen bestanden haben



Die Briggschen Logarithmen. 23

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
730	86 332	338	344	350	356	362	368	374	380	386	
731	392	398	404	410	415	421	427	433	439	445	
732	451	457	463	469	475	481	487	493	499	504	
733	510	516	522	528	534	540	546	552	558	564	
734	570	576	581	587	593	599	605	611	617	623	
735	629	635	641	646	652	658	664	670	676	682	
736	688	694	700	705	711	717	723	729	735	741	
737	747	753	759	764	770	776	782	788	794	800	
738	806	812	817	823	829	835	841	847	853	859	
739	864	870	876	882	888	894	900	906	911	917	
740	923	929	935	941	947	953	958	964	970	976	
741	982	988	994	999	*005	*011	*017	*023	*029	*035	
742	87 040	046	052	058	064	070	075	081	087	093	
743	099	105	111	116	122	128	134	140	146	151	
744	157	163	169	175	181	186	192	198	204	210	

Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln Wohlfeile Schulausgabe hrsg. von Dr. Otto Schlömilch, Braunschweig (Vieweg), 1897
Enthält u. a. - die Brigg'schen Logarithmen der natürlichen Zahlen von 1 bis 10909, - Dimensionen des Erdsphaeroids in geographischen Meilen, von denen 15 auf einen Grad des Äquators gehen, - die Länge der Kreisbögen für den Halbmesser Eins, - die Logarithmen der goniometrischen Funktionen der Winkel von Minute zu Minute



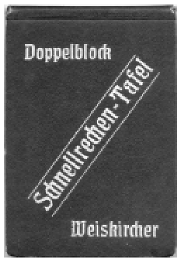
COMPOUND INTEREST TABLE,

Showing the amount of $1.00 at Compound Interest, from 1 to 20 years. Rate 5 to 10 per cent.

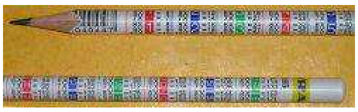
Years.	5 Per Cent.	6 Per Cent.	7 Per Cent.	10 Per Cent.
1	1.050000	1.060000	1.070000	1.100000
2	1.102500	1.123600	1.144900	1.210000
3	1.157625	1.191016	1.225043	1.331000
4	1.215506	1.262477	1.310796	1.464100
5	1.276282	1.338226	1.402552	1.610510
6	1.340096	1.418519	1.500730	1.771561
7	1.407100	1.503630	1.605781	1.948717
8	1.477455	1.593848	1.718186	2.143589
9	1.551328	1.689479	1.838459	2.357948
10	1.628895	1.790848	1.967151	2.593742

Orton's Lightning Calculator
Hoy D. Orton, Published by W.H. Sadler
Baltimore 1875, Preis 1 $
Formelsammlung und Rechenanleitung für alle Bereiche des Berufslebens. 216 Seiten mit vielen Abbildungen und Umrechnungstabellen, z. B. Zinstabellen oder eine Tabelle zur Berechnung des Abstands zwischen zwei Kalendertagen.

Einmaleins-Scheibe PATENTA II
Einmaleinsscheibe für Produkte bis zur jeweiligen Quadratzahl von 2 bis 49 (15cm ø), Exposition Universelle de Liége 1905
Auf der Vorderseite sind die Einmaleinstabellen von 2 bis 25 bis zur jweiligen Quadratzahl und auf der Rückseite ist die Fortsetzung bis 49



Weiskircher Doppelblock Schnellrechentafel
Verlag Wolters & Weiskircher, Hannover
1930, Preis 8,50 RM
Multiplikationstabellen von 1 * 2 bis 999 * 99, aufgeteilt in zwei Blöcke mit Griffregister, außerdem für die Zahlen von 1 bis 1000 die Werte für n², n³, zweite und dritte Wurzel, Logarithmus, Kehrwert, n*π und n²*π/4

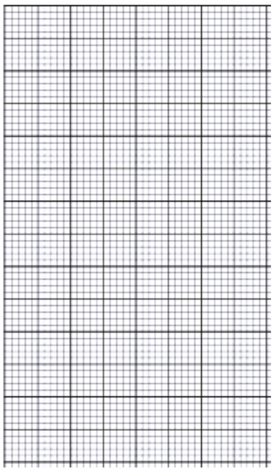


Einmalein-Bleistift-Set LYRA 2065
2005, je ein Bleistift mit dem kleinen und dem großen Einmaleins (17,6 x 0,85cm)
Solange die Bleistifte noch lang genug sind, können auf dem einem Stift die Produkte von 1 x 1 bis 10 x 10 und auf dem anderen von 1 x 11 bis 10 x 20 abgelesen werden

Multiplier Pencil Box N.S. NO.7410
Alter unbekannt, Einmaleinstabelle für Produkte von 2 x 2 bis 9 bis 12 als Schiebedeckel auf einem Kunststoffkästchen für Stifte mit aufgesetztem Bleianspitzer

AB Multi-Divi, Vikarbyn, Schweden
Multiplikationstabellenbuch (26,5cm x 15cm x 2,5cm) von Wilken Wilkenson, gedruckt 1956

Taschenrechner "Fix" die Rechenmaschine für die Tasche von C. Schade Engelhard-Reyher-Verlag Gotha 1954	Multiplikationstabellen von 2x100 bis 99x999, außerdem eine Quadrattafel von 1^2 bis 999^2. Postkartenformat, 98 Doppelseiten



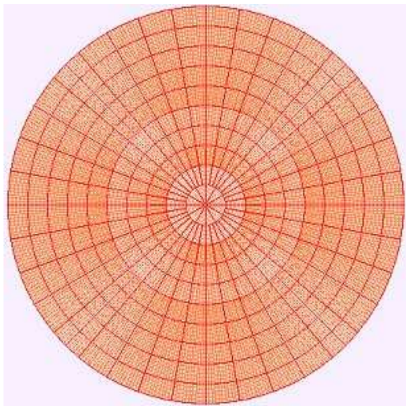
Millimeterpapier

Millimeterpapier besteht aus einem rechtwinkligem Gitternetz mit einer Maschenweite von 1 mm.
Zur besseren Zählung und Übersichtlichkeit sind die vollen 10er und die vollen 100er Millimeter durch verstärkte Linien dargestellt.

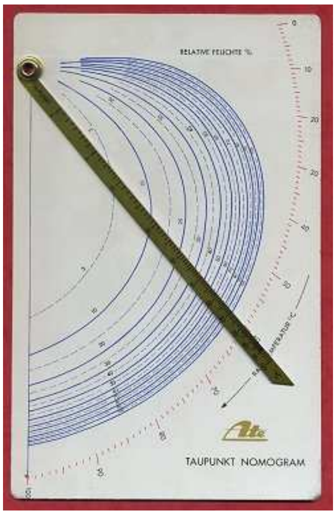
Das Millimeterpapier dient zum Auftragen von Punkten in rechtwinkligen Koordinaten und zum Bestimmen von Flächen. Zur Berechnung von Kreisen, Segmenten, Tangenten usw. gibt es auch Millimeterpapier mit einem zentralen Punkt und 360°-Einteilung.

Bei logarithmischem Papier wird eine Gitterrichtung nicht linear sondern logarithmisch geteilt.
Doppeltlogarithmisches Papier besitzt in jeder Rchtung eine logarithmische Skala. Zum Beispiel werden Potenzfunktion $y = x^n$ auf doppeltlogarithmischem Papier als Gerade durch den Punkt (1; 1) abgebildet.

Polarkoordinatenpapier



Polarkoordinatenpapier gehört zu den mathematischen Papieren und ist mit einem Koordinatennetz aus Strahlen und konzentrischen Kreisen überzogen, so dass auf ihm Polarkoordinaten auf einfache Weise dargestellt werden können.
Funktionen, bei denen eine Größe von einem Winkel abhängt, können auf ein solches Netz gezeichnet werden, indem man den Funktionswert in Richtung des betreffenden Winkels aufträgt.



Nomogramm

Ein Nomogramm (griech. νομος γραμμη = Regel Linie) ist ein zweidimensionales Diagramm, an dem eine mathematische Funktion näherungsweise abgelesen werden kann. Erste Nomogramme wurden 1850 von Léon Lalanne und Maurice d'Ocagne eingeführt.

Ein Nomogramm besteht aus Skalen, an denen Werte verschiedener Argumente angetragen werden. An einer weiteren Skale können die Funktionswerte abgelesen werden.
Die Genauigkeit ergibt sich aus der Genauigkeit der angetragenen Werte. Im Allgemeinen steigt die Ablesegenauigkeit mit der Größe des Nomogramms.

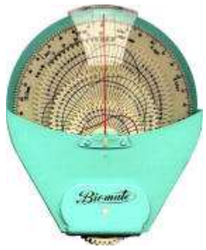
Stellt das Nomogramm eine Funktion mit zwei Variablen dar, werden die Argumente auf zwei Skalen gewählt. Oft schneidet die Strecke zwischen beiden Punkten die Ergebnisskale, an der der Funktionswert abgelesen wird. In der Praxis haben die Skalen oft krummlinige Form.

Skalenscheiben

Ohne den Umweg über die numerische Darstellung lassen sich Größen umformen und physikalische Vorgänge modellieren, indem man Skalen oder Nomogramme konstruiert. Einfache Rechenscheiben mit linearen, logarithmischen oder speziellen Skalen werden auch im Zeitalter der Computertechnik noch vielfältig verwendet. Früher wurden zur Zahlenverarbeitung auch mechanische Getriebe oder analoge elektronische Bauteile eingesetzt, dies lohnt sich jedoch heute nicht mehr. Wo mehrere Größen kombiniert werden, konnten sie einen sehr komplizierten Aufbau haben, etwa bei der Berechnung von Gezeiten.

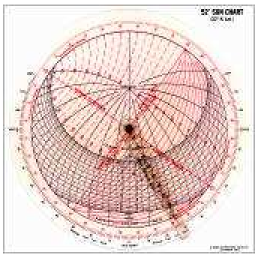
Logomat Calculator
Æ 9 cm, 43 cm-Skala
Logomat Rechengeräte Pfungstadt 1973
Rechenscheibe mit Hilfsskalen zur Berechnung prozentualer Auf- und Abschläge im kaufmännischen Bereich.
Das Gerät ist aber auch als universelle Rechenscheibe für Multiplikation und Division verwendbar. Hierfür besitzt es eine Spiralskala mit zwei Windungen und zwei Zeiger

Logomat Tankboy
Logomat Rechengeräte Pfungstadt ca. 1973, Werbeartikel
Rechenscheibe mit logarithmischen Skalen, speziell zur Berechnung des Benzinverbrauchs auf 100 km.

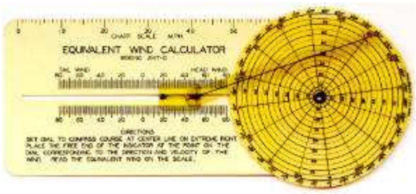


Biomate, Vertrieben in USA und Großbritannien, Japan, ca. 1975
Analogrechner zur Ermittlung des persönlichen Biorhythmus nach der 1961 veröffentlichten Methode der Science Academy of America. Drei kleinere, über eine gemeinsame Antriebswelle gekoppelte Scheiben enthalten je eine Sinuskurve für den physischen (23 Tage), seelischen (28 Tage) und den intellektuellen (33 Tage) Leistungszyklus des Menschen. Ihre Nullstellung wird mit dem Geburtsdatum kombiniert

Radiation Dosage Calculator
Storrs, Connecticut, USA
1951
Rechenscheibe zur Bestimmung der aufgenommenen Strahlungsdosis in Millirem



Sun Angle Calculator
Libbey-Owens-Ford-Company, USA
1974
Analogrechengerät zur Bestimmung der Einfallswinkel der Sonnenstrahlen und der Lichtintensität in Gebäuden abhängig von geographischer Breite, Ausrichtung des Fensters, Kalendertag und Tageszeit



Equivalent Wind Calculator
USA, ca. 1930
Analogrechengerät zur Kalkulation der tatsächlichen Geschwindigkeit von Flugzeugen bei Seitenwind und temperaturbedingter Abweichung des Tachos

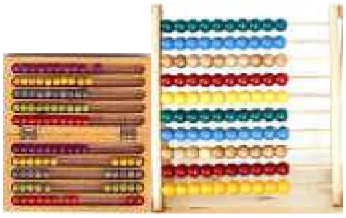
Fraction of an inch adding machine, Pittsburg, USA
Addition von Zollbruchteilen (Halbe, Viertel, Achtel ... Vierundsechzigstel) Umwandlung des Ergebnisses in einen Dezimalbruch. Betätigung mittels Stift Nullstellung mittels Lasche

Ad O Master jr, USA, ca. 1960
Lochscheibe aus Presspappe zur Addition und Subtraktion von Zahlen zwischen 1 und 20. Summe bis 100, Signalfeld für die Überschreitung der 100. Manuelle Nullstellung.
Zusätzliche Multiplikationsskala von 1x1 bis 10x12, die jedoch sehr umständlich zu bedienen ist

Additioneur
Joseph Funke 1915
Zwei Drehscheiben mit leicht versetzter Lochung
Zahleneingabe (einstellige Werte) mit Stift, Resultat im Zahlenbereich bis 300

Mathematische Lehrmittel

Die erste Rechenmaschine lernt man im ersten Schuljahr kennen. Es ist eins der Kugelgestelle, mit denen man Erstklässlern den Zehnerübertrag verdeutlicht. Die „Deutsche Schulrechenmaschine" ist ein Nachkomme des russischen Stschoty, die von Napoleons Soldaten aus dem Russlandfeldzug mitgebracht wurde. Weil auf den Märkten Europas aber entweder „auf den Linien" des Rechentisches oder „mit Federn", also schriftlich gerechnet wurde, konnte sie sich nur als didaktisches Hilfsmittel durchsetzen.

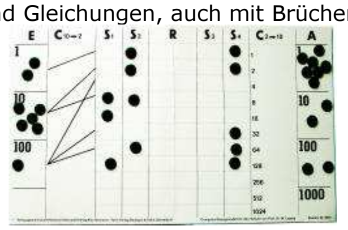


Deutsche Schulrechenmaschine
Taschenausgabe 1962
Preis 1995: 20 DM, 10 Stellen
Jede Stange repräsentiert eine Dezimalstelle, von unten nach oben: Einer, Zehner, Hunderter, usw. Da in jeder Stelle 10 statt 9 Kugeln vorhanden sind, können Überträge zeitweilig unbereinigt bleiben

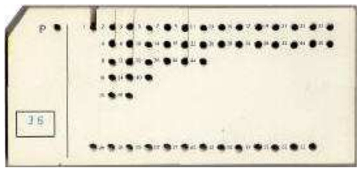
Cuisenaire-Stäbchen
Zahlen in Farben, Georges Cuisenaire
Belgien ab 1952
Sätze von farbigen Stäbchen in den Längen 1 bis 10 cm. Fünf Arbeitshefte von Caleb Gattegno zum Legen von Aufgabenbildern. Themen: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division im Zahlbereich bis 100, dazu Terme und Gleichungen, auch mit Brüchen

Rainbow Fraction Towers
Dr. Ed & Toys Co.
Thailand 2005
Unterrichtsmittel zur Veranschaulichung des Wertes von Brüchen. Brüche (Ganze, Halbe, Drittel, Viertel, Sechstel, Achtel, Zehntel, Zwölftel) können verglichen und elementare Additions- und Subtraktionsaufgaben dargestellt werden

Digi-Comp 1
E.S.R. Inc. Montclair, USA, 1963
Gerät für Boolesche Operationen, zum Zählen und Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren und andere Experimente mit Dualzahlen.
3 binäre Stellen (Zahlenbereich 0 bis 7)

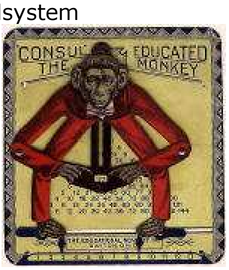


Computermodell nach Prof. M. Leppig
Vorkurs Computermathematik
Hannover 1971
Rechenbrett aus dem "Vorkurs Computermathematik" mit Umwandlung dezimal > dual, dualer Addition und Rückumwandlung ins Dezimalsystem

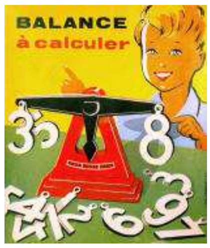


Teilerlochkarten R. Atzbach, 1973
Satz von 50 Randlochkarten zur Ermittlung von Teilermengen, Vielfachenmengen, ggT, kgV und Primzahlen in der Menge {1, 2, 3, ... 50} durch Sortieren mittels Stricknadel

Krügers Rechen-Federkasten
Deutschland, 1907, Preis 1914: 75 Pf
Miniaturausgabe für Erstklässler: Holzkasten für Federhalter mit ausklappbarem Abakus (20 Kugeln auf zwei Stangen)



Consul the educated monkey
The Educational Toy Manufacturing Company of Springfield, Massachusetts
USA, 1916
Lernspielzeug zum Multiplizieren, Quadrieren und Dividieren im Bereich von 1x1 bis 12x12. Mit Einlegeblatt auch zum Addieren verwendbar



Balance à calculer
Frankreich, ca. 1960
Waage und Ziffern, deren Gewicht proportional zu ihrem Zahlenwert ist. Mit der Waage kann der Wert der Zahl verglichen werden und das Ergebnis einfacher Additionsaufgaben ermittelt werden

Das kleine und große Ein-mal-Eins von 1 bis 100, Heft 14 Seiten A6, Deutschland ca. 1910

Additions-Tabelle von 1 und 1 bis 9 und 9
Subtraktions-Tabelle von 9 von 9 bis 1 von 1
Multiplikations-Tabelle von 1 mal 1 bis 10 mal 10
Divisions-Tabelle von 1 in 1 bis 9 in 90
Das große Ein mal Eins von 1 mal 11 bis 10 mal 100
Römische Zahlen

Blechschieber

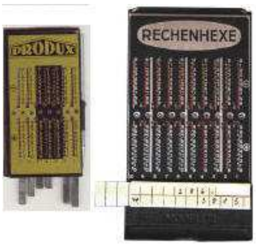
Zu den populärsten Rechengeräten des 20. Jahrhunderts gehören die Blechschieber. Sie sind preiswert herzustellen, und ihre Bedienung ist einfach: Mit einem Stift werden Zahnstangen unter den Schaulöchern des Ablesefensters verschoben. An der Farbe der Zahnstange am Einstichpunkt erkennt der Bedienende, ob er den Stift nach oben oder nach unten führen muss. Auf dem Weg nach oben wird der

Stift um eine U-Kurve geführt und zieht die benachbarte Zahnstange um eine Stelle nach unten. Erfunden wurde das Prinzip um 1850 von Kummer, erfolgreich vermarktet wurde es etwa ab 1880 in Frankreich von Troncet. Die Geräte selbst taugen nur zum Addieren und Subtrahieren. Für die Multiplikation wurden überwiegend Tabellenbücher benutzt, später gab es einige Kombinationen mit Rechenstäben. Mechanische Zubehörteile zum Multiplizieren sind meist für den Dauergebrauch nicht geeignet. Außer den hier gezeigten Geräten gab es auch Scheibenrechner nach demselben Prinzip.

Tasco, Pocket Arithmometer
USA ca.1965
Kaum veränderte Neuauflage des Blechrechners "Trick" von Christel Hamann, Berlin 1912
Addition, Subtraktion 8 Stellen, Bedienung mit Stift
Hakenzehnerübertrag, Umschalten auf Subtraktion durch Verschieben einer Maske

Addiator C. Kübler, Berlin
links Negativ SN 173844
Mitte Duplex Alu SN A613975
rechts Universal
Preis 1967: 13,50 DM
Negativ: Addiator mit zusätzlichem Anzeigefeld für negative Zahlen.
Universal: 6-stellig, einseitig, zusätzlich Anzeige negativer Zahlen. Die Ausführung ohne negative Zahlen hieß "Arithma Addiator"

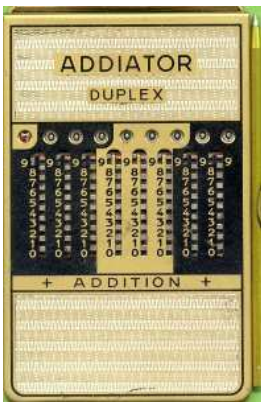
Correntator Jean Bergmann, Berlin
Preis 1923:10 RM
Correntator: Addition und Subtraktion 9 Stellen, Bedienung mit Stift, Hakenzehnerübertrag, Umschalten auf Subtraktion durch Umlegen einer Klappe
Exactus: Addition und Subtraktion für englische Währung, Pfund (vierstellig), Schilling (zweistellig bis 20), Pence (einstellig bis 12) und Viertelpence



Produx, Otto Meuter, Hamburg
links: Saldo-Maschine, Modell Standard ab 1928
rechts: Rechenhexe, OEM-Ausführung ca. 1955
Addition und Subtraktion 8 Stellen, Bedienung mit Stift, Hakenzehnerübertrag, Addition und Subtraktion auf einer Seite
Rechenhexe mit 10 Stellen

Addiator Supra, ab 1919
C. Kübler, Berlin
Addition / Subtraktion 8 Stellen
Subtraktion auf der Rückseite
Bedienung mit Stift, Hakenzehnerübertrag
Anklemmbare Zusatzvorrichtung "Multix" mit Notizfeldern aus löschbarer Wachsfolie zur Beschriftung mit dem Rechenstift. Das obere Feld ist gegenüber dem unteren verschiebbar.

Maximator, (OEM-Addiator)
ca. 1950, C. Kübler, Berlin
Addiator Negativ mit zusätzlichem "Speicherwerk" auf einem Tischfuß aus Gusseisen. Das Speicherwerk ist ein einseitiger Addiator, mit dem Zwischenergebnisse addiert werden können.
Zeitweise wurden die Markennamen "Addiator" und "Produx" von verschiedenen Angehörigen der Familien Kübler bzw. Meuter gleichzeitig genutzt. Umgekehrt stellten die Firmen auch Rechner her, die von Handelsvertretern unter eigenem Markennamen vertrieben wurden



Addiator

1920 begann die Firm Carl Kübler mit der Produktion ihrer Rechenschieber, des Addiators. Dieses Gerät wurde immer als Rechenmaschine angeboten, und konsequent auch mit "die Addiator" bezeichnet. Heute wird meist die männliche Form gewählt.

Alle bis zu diesem Zeitpunkt angebotenen Zahlenschiebern hatten das Problem, dass sie keine einfache Anwendung der gemischten Addition und Subtraktion ermöglichten.
Daher war das erste Modell zweiseitig, eine Seite für die Addition, eine für die Subtraktion. Das Gehäuse bestand aus Weißblech oder Aluminium mit bedruckter Oberfläche.
Die großen Addiator Zahlenschieber waren zu unhandlich. So entwickelte man in den 20er Jahren das kleinere Modell (124 mm x 78 mm), das unter dem Namen

Duplex bekannt wurde.
Vom Addiator gab es eine Vielzahl von Varianten, bis hin zu einem Code-Addiator, der mit einer internen Kodierung versehen war.
In den 1960er Jahren wurden sogar für Computerfachleute Modelle mit der Basis 8 und 16 herausgebracht, die bei der Assembler-Programmierung helfen sollten.
Geplant war ein Modell, dass die Ergebnisse druckte. Die Entwicklung wurde aber eingestellt.
Mit dem Einzug des elektronischen Taschenrechners begann das Ende der Blechschieber. 1974 stellte die Firma die Produktion der dezimalen Rechner ein.

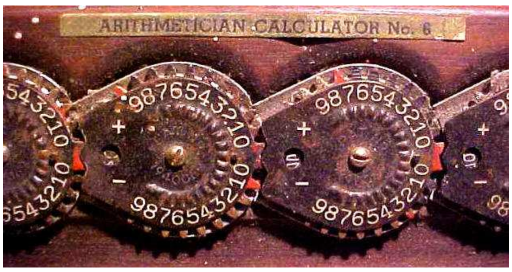
Hexadat
Ein spezieller Addiator ist der Hexadat zur Addition und Subtraktion von Zahlen im hexadezimalen Zahlensystem. In der Werbebroschüre hieß es:

"Den seit Jahrzehnten bewährten ADDIATOR-Handrechner gibt es jetzt auch für das Hexadezimalsystem.
Programmieren Sie: eine IBM System/360/370 oder SIEMENS 4004 oder Univac Serie 9000 oder Telefunken TR 4 und 10 oder RCA Spectra 70 oder Bull GE-55 und GE-115 oder eine andere moderne EDV-Anlage mit hexadezimaler Zahlendarstellung?

Dann können Sie auch hexadezimal rechnen! denn Sie müssen ja Ihre Programme testen, und dabei unter anderem: Speicherplätze im Kernspeicherauszug bei verschobenen Programmen aus der Umwandlungsliste und dem Verschiebungsfaktor berechnen, oder echte Adressen von Instruktionen aus Registerinhalt und Displacement bestimmen

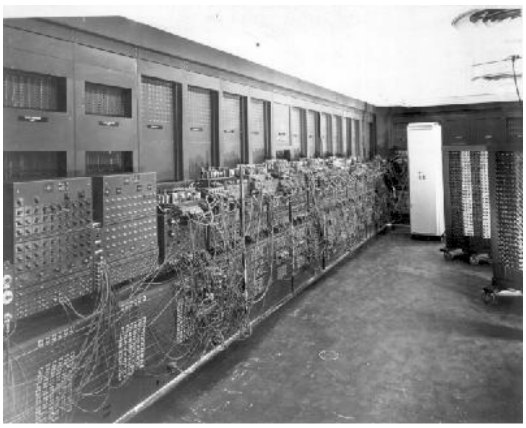
Aber wie rechnen Sie hexadezimal? Wissen Sie mit derselben Sicherheit auswendig, daß 12—6 = C ist, wie Sie in. der Schule geleint haben, daß im Dezimalsystem 12—4 = 8 ist? — Vielleicht sind Sie schon auf dem Weg dort hin. Aber wenn Sie nicht in ständiger intensiver Übung sind, werden Sie gelegentlich Fehler machen. Lassen Sie lieber Hexadat für sich rechnen. …

HEXADAT wird mit Bedienungsanleitung, Tabellen für dezimale Werte im Vergleich zu den Hexadezimalwerten und umgekehrt geliefert. Alles in einem Lederreißverschluß-Etui mit Bedienungsstift. Format 25 x 6 x 0,4 cm, Gewicht: 200 g, 2 Jahre Garantie.
Modell-Nr. 71 DM 84,65 + MWSt.
Sie werden feststellen: Mit ADDIATOR-Hexadat rechnen Sie schneller und sicherer.
Und Sie entlasten Ihren Kopf, der für wichtigere Arbeiten frei bleibt. Die Regeln der Hexadezimalarithmetik können Sie vergessen. ADDIATOR-Hexadat weiß sie immer!"



Bair-Fulton Calculator
Ein Scheibenrechner nach dem Addiator-Prinzip. Bei diesem seltenen frühen Scheibenrechner gibt es keinen mechanischen Übertrag. Stattdessen muss der Rechner wie beim Addiator entscheiden, in welche Richtung der Einstellstift zu ziehen war. Steht die Zahl beim Addieren rechts vom roten Zacken, so wird der Einstellstift im Uhrzeigersinn bis zum Anschlag gezogen. Steht sie links davon, so wird der Einstellstift im Gegenuhrzeigersinn gezogen und greift dabei zum Schluss ins Zahnrad der nächsten Stelle ein.

Rechenmaschinen, Computer
Computer sind programmgesteuerte Rechenautomaten, die für Zwecke eingesetzt werden, die nicht unter den klassischen Begriff des Rechnens fallen. Den größten Teil ihres Anwendungsgebietes haben die programmgesteuerten Rechenautomaten in Technik und Wirtschaft und den Grundlagenwissenschaften, wie Physik und Chemie, in denen umfangreiche Rechnungen auszuführen sind.



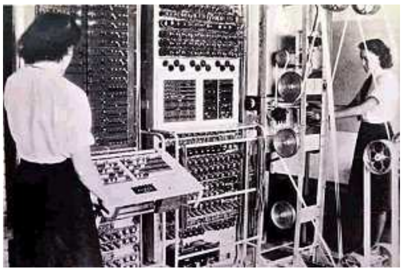
ENIAC
Dezimal-Rechner ... bestand aus 17,468 Röhren
5,000 Additionen und 300 Multiplikationen pro Sekunde
ungefähr 140 m² Stellfläche und eine Masse von ca. 30t ;
verbrauchte ca. 180 kW Strom

Difference Engine, Differenzmaschine
Eine Differenzmaschine (engl. difference engine) ist ein mechanischer Computer zum Lösen polynomialer Funktionen.

Die erste Differenzmaschine wurde 1786 von Johann Helfrich von Müller entworfen, aber nie gebaut. Ein weiterer Vorläufer einer Addiermaschine war Leibniz' Staffelwalzenmaschine aus dem 17. Jahrhundert. 1822 wurde die Idee dieser Rechenmaschine von Charles Babbage wiederbelebt. Ein Prototyp, der quadratische Funktionen berechnen konnte, wurde 1832 fertiggestellt. Diese Maschine verwendete das Dezimalsystem und wurde durch das Drehen einer Kurbel angetrieben.

Die Differenzmaschine konnte nur addieren. Subtraktion, Multiplikation und Division wurden auf eine Serie von Additionen zurückzugeführt.

1847 entwarf Charles Babbage ein verbessertes Modell, die Difference Engine No. 2. Diese konnte jedoch wegen der unzureichenden technischen Möglichkeiten nicht verwirklicht werden. Sie war dafür ausgelegt, Polynome des 7.Grades auf 31 Stellen zu berechnen.
Erst 1991 wurde im London Science Museum die Difference Engine No. 2 funktionsfähig nachgebaut. 2000 wurde der ebenfalls von Babbage entworfene Drucker fertiggestellt. Beide Geräte arbeiten einwandfrei.

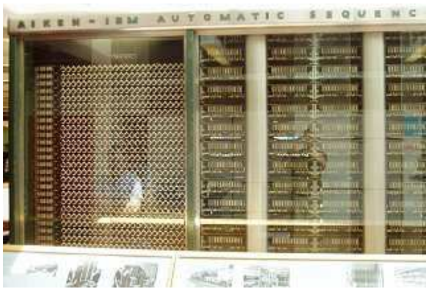


Colossus

Colossus waren die ersten funktionstüchtigen, programmierbaren Computer der Welt. Sie wurden in England während des 2.Weltkriegs speziell zur Dechiffrierung von geheimen Nachrichten der faschistischen, deutschen Wehrmacht gebaut.
Mit ihrer Hilfe wurde ab 1943 in Bletchley Park die Entzifferung der deutschen Enigma-Schlüsselmaschine und des Lorenz-Kodes möglich.

Colossus bestand 1943 aus 1500 Röhren, später aus 2500. Erstaunliche 5000 Zeichen je 5 Bit pro Sekunde konnten von der Maschine verarbeitet werden, bei einer Leistungsaufnahme von 4500 W. Der Speicher bestand aus 5 Zeichen von je 5 Bit in Schieberegistern. Die Zeichen wurden photoelektrisch von einem Lochstreifen gelesen, die Lochreihe in der Streifenmitte erzeugte den Takt, bei 5000 Zeichen/s also 200 µs.
Innerhalb eines Taktes konnten etwa 100 Boolean-Operationen auf jeder der fünf Lochreihen und anschließend auf einer Zeichenmatrix parallel durchgeführt werden. Die Treffer wurden dann gezählt.

Die Colossus ist der erste speicherprogrammierbare Computer. Das Gerät wurde unter strengen Geheimhaltungsrichtlinien gebaut, so dass keinerlei Aufzeichnungen oder Handbücher darüber existieren. Erst 1970 kam die Existenz von Colossus an die Öffentlichkeit. Daher werden auch heute noch fälschlicherweise Zuses Z1 oder der ENIAC-Computer als die ersten Computer bezeichnet.



Mark I

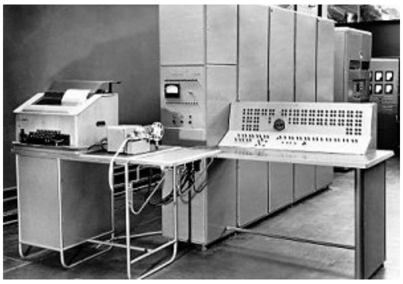
Der Mark I, auch Automatic Sequence Controlled Calculator genannt, ist ein in den USA zwischen 1943 und 1944 vollständig aus elektromechanischen Bauteilen gebauter Computer.
Der Rechner wurde von Howard H.Aiken von der Harvard-Universität in Cambridge, Massachusetts, entwickelt und hatte ein Gewicht von 35 Tonnen sowie eine Frontlänge von 16 Metern.
Der turingfähige Computer, der erste seiner Art, wurde von der US-amerikanischen Marine zwischen 1944 und 1959 für ballistische Berechnungen genutzt.

UNIVAC

Der UNIVAC I (UNIVersal Automatic Computer I) war der erste in den USA hergestellte kommerzielle Computer. Er wurde von John Presper Eckert und John William Mauchly entwickelt und von der Computerfirma Remington Rand gebaut.
Der erste UNIVAC wurde am 30.Mai 1951 an das US-amerikanische Bundesbüro zur Durchführung von Volkszählungen ausgeliefert und am 14.Juni in Betrieb genommen.
Der Preis betrug 1500000 US-Dollar und war damit für die meisten Universitäten zu hoch. Es wurden lediglich drei Maschinen an US-amerikanische Universitäten gespendet.

Der UNIVAC I bestand aus 5200 Röhren, 18000 Kristall-Dioden und wog 13 t, benötigte eine elektrische Leistung von 125 kW und konnte 1905 Rechenoperationen pro Sekunde durchführen. Das gesamte System benötigte eine Stellfläche von 35,5 m².
Der Hauptspeicher fasste 1000 Worte mit 12 Dezimalstellen. Die Befehlsliste umfasste 45 verschiedene Befehle, wobei zwei Befehle jeweils in ein Wort codiert waren.

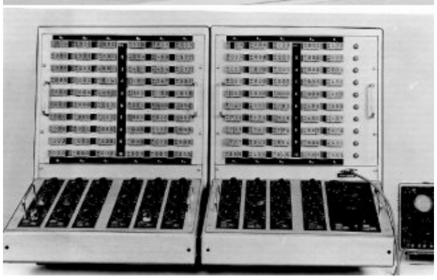
Der erste UNIVAC I in der BRD wurde am 19.10.1956 von Carl Hammer, Direktor des Frankfurter Battelle-Instituts, offiziell in Betrieb genommen.
Insgesamt wurden 46 UNIVAC I Maschinen gebaut und ausgeliefert.



Setun

Der 1958 in Sowjetunion entwickelte Setun-Computer war der weltweit einzige Rechner, der auf dem Prinzip ternärer Logik (-1, 0, 1) basierte. Er wurde für Lehrzwecke und wissenschaftliche Aufgaben eingesetzt. Vom Setun wurden in den 1960er Jahren 50 Exemplare gebaut. Der Computer erhielt seinen Namen nach dem Fluss Setun, der in der Nähe der Moskauer Lomonossow-Universität fließt.
Der ternäre Computer Setun wurde ab 1956 durch ein Team um den sowjetischen Ingenieur Nikolai Brussenzow entwickelt. 1970 wurde das Nachfolgemodell Setun 70 konstruiert.
Auch in den USA und Kanada wurde bis 1970 zu Ternär-Bauelementen geforscht. Allerdings wurden nach 2000 wieder Untersuchungen angestellt, insbesondere im Zusammenhang mit der Entwicklung optischer Computer.

Der Setun-Computer ist sequentiell aufgebaut und besitzt einen RAM aus Eisenkernen mit 3 Seiten zu je 54 Worten. Die Magnettrommeln arbeiten mit dem RAM als Cache zusammen. Der Inhalt des Index-Registers kann, abhängig vom Wert des Adressen-Modifizierungstrits (+, 0, -), zum Adressenteil der Instruktion addiert oder von ihr subtrahiert werden. Das Befehlsset besteht aus nur 24 Befehlen, die u.a. folgende Funktionen ermöglichen: Mantissen-Normalisierung für Gleitkomma-Rechnung, Shift, kombinierte Multiplikation und Addition.
Ein Computer auf ternärer Basis erreicht bei gleichem technischen Aufwand etwa 2,5fache Rechengeschwindigkeit.



Polynomgerät

obere Abbildung
DDR-Spezialrechengerät zur Bestimmung der Wurzeln algebraischer Gleichungen bis zum 8. Grad auf der Basis von Transformatoren.

untere Abbildung
Gleichungslöser - DDR-Spezialgerät zur Auflösung linearer Gleichungssysteme, maximal 10 Gleichungen mit 10 Unbekannten, nach der Methode von Gauß-Seidel auf der Basis von Transformatoren.

Beide Geräte wurden nach 1957 von Prof.Nikolaus Joachim Lehmann an der Technischen Hochschule Dresden entwickelt.

R 300, Robotron 300

Der R 300, Robotron 300 war ein volltransistorierter Großrechner von Robotron in der DDR entwickelter und produzierter Großrechner, der weit verbreitet war.
Erstmals vorgestellt wurde er auf der Messe "Interorgtechnika" im Jahre 1966. Zwischen 1968 und 1971 wurden von dieser Anlage 350 Stück produziert.

Der R 300 erreichte bei einer Taktfrequenz von 100 KHz eine Rechengeschwindigkeit von zirka 5000 Operationen pro Sekunde. Mit arithmetischen Festkommaoperationen bis 120 Stellen und Gleitkommaoperationen bis 58 Stellen war der Computer einzigartig auf der Welt.
Als RAM kamen Ferritkernspeicher zum Einsatz, welche eine Speicherkapazität von 40 KByte besaßen. Maximal konnte der R300 theoretisch mit bis zu 128 KByte ausgerüstet werden. Die Zugriffszeit des RAM betrug 3 µs.

Für die interne Datenspeicherung kamen bis zu vier Magnettrommelspeicher zum Einsatz. Die Magnettrommelspeicher hatten jeweils eine Kapazität von 100000 Bytes. Als externe Speicher wurden Lochkarten, Lochbänder und Magnetbänder eingesetzt. Der Stromverbrauch des R300 lag bei 3 KW.
Die 300 im Namen stand für die Leistung des zugehörigen Lochkartenlesegerätes (300 Lochkarten je Minute).

HP-9100A

Der Hewlett-Packard 9100A war der erste Personal Computer.
Der Begriff "Personal Computer" wurde in einer Werbeanzeige für diesen PC erstmals in der Literatur verwendet.

Steve Jobs, Gründer von Apple Computer, sagte im April 1995: "I saw my first desktop computer at Hewlett-Packard which was called the 9100A. It was the first desktop in the world."
Der HP-9100A verfügte über:

Permanent-Magnetkern-Speicher für bis zu 196 Programmzeilen und 6 Variablen (a..f)
3 Ebenen-Stack
UPN (Umgekehrte Polnische Notation) als Rechennotation
komplexe, trigonometrische und hyperbolische Funktionen
Rechenbereich: 10^{-98} bis 10^{99}
Bildschirm für die Darstellung von 3 Zeilen (X-,Y- und Z-Register)
Integrierter Magnetkartenspeicher für die Aufzeichnung von Programmen
Kontrollstrukturen (Verzweigungen, Flags, GOTO-Anweisung)
Drucker, Plotter, Erweiterungsspeicher etc. als Optionen

Der Preis für das Grundgerät betrug 1968 4900 US-Dollar und damit das Doppelte eines durchschnittlichen Bruttojahresgehaltes der damaligen Zeit.
Bemerkenswert ist, dass die Leistung des Computers ohne die Verwendung von integrierten Schaltkreisen erbracht wurde. Es gibt Geräte, die noch nach 40 Jahren problemlos arbeiten.

Altair 8800

Der Altair 8800 war einer der ersten Heimcomputer. Er wurde 1974 von Ed Roberts und seiner Firma MITS entwickelt und ab 1975 für 397 US-Dollar als Bausatz durch die Zeitschrift Popular Electronics auf den Markt gebracht, das Fertiggerät kostete 695 US-Dollar.

Das Basismodell bestand aus 5 Platinen, darunter eine für die CPU (2MHz Intel 8080) und eine für den Arbeitsspeicher (256 Byte). Später gab es als zusätzliche Karten Massenspeicher (Lochstreifen und Datasette), Ein/Ausgabe-Geräte (u.a. ein RS232-Interface) und Speichererweiterungen).

Das Gerät selbst verfügte nicht über die heute übliche Peripherie, nicht einmal über eine Tastatur. Das Frontpanel verfügte über LEDs zur Anzeige von Adress- und Datenleitungen, sowie Kippschaltern zur bitweisen Programmierung. Mit dem ersten Modell des Altairs konnte man nicht viel mehr machen, als die LEDs in verschiedenen Variationen blinken zu lassen. Trotzdem wurden viele in dieser Form verkauft.
Von den Microsoft-Gründern Paul Allen und Bill Gates wurde der Altair mit einem BASIC-Interpreter ausgerüstet.

Commodore 64

Der Commodore 64 (C64) war ein 8-Bit-Heimcomputer mit 64 KByte Arbeitsspeicher.
Äußerst populär war der von Commodore gebaute C64 Mitte bis Ende der 1980er Jahre sowohl als Spielkonsole als auch zur Softwareentwicklung. Er gilt mit über 17 Millionen verkauften Geräten als der meistverkaufte Heimcomputer weltweit.
Der C64 ermöglichte mit seiner umfangreichen Hardwareausstattung zu einem erschwinglichen Preis einer ganzen Generation von Jugendlichen in den 1980er Jahren erstmals einen Zugang zu einem für diese Zeit leistungsstarken Computer.
Im Gegensatz zu modernen PCs verfügte der C64 über keine internen Massenspeichergeräte. Alle Programme mussten von einem Steckmodul oder externen Laufwerken, wie einem Kassettenlaufwerk oder dem 5¼"-Diskettenlaufwerk, geladen werden.

Amiga

Der Commodore Amiga (spanisch amiga: Freundin) war ein von Mitte der 1980er bis Mitte der 1990er weit verbreiteter Computer, der besonders mit den Modellen A500 und A1200 als Heimcomputer verbreitet war.
Der Computer hatte gute Multimediafähigkeiten und ein leistungsfähiges, präemptives Multitasking-Betriebssystem. In der Commodore-Zeit arbeitete er durchgängig mit Prozessoren der Motorola-68000-Familie.

Das erste Amiga-Modell; Amiga 1000; wurde am 24.Juli 1985 in New York im Rahmen einer großen Show mit den Stars Andy Warhol und Deborah Harry ("Blondie") vorgestellt. Die Entwickler demonstrierten die besonderen Eigenschaften, die den Amiga von den zeitgenössischen Konkurrenten PC, Mac und Atari abhoben:

farbige grafische Oberfläche im Unterschied zum Mac
Multitasking im Unterschied zu Windows, Mac und Atari
4-Kanal-Sample-Sound im Unterschied zu Windows, Mac, Atari
Hardwareunterstützung für Grafik-Animation

Standardsoftware war für den Amiga kaum verfügbar. Selbst im Bereich Grafik hatte der Computer Probleme. Das 25 Hz-Flimmern in der notwendigen Auflösung machte ein Arbeiten unmöglich.
Hohe Gewinne, die Commodore mit dem Amiga eine Zeit lang machte, wurden nicht in erfolgversprechende Neuentwicklungen reinvestiert. Damit war diese Computerlinie zum Scheitern verurteilt.

Kleincomputer robotron KC 87

Der Kleincomputer robotron KC 87 war ein vom VEB Robotron Messelektronik "Otto Schön" Dresden des VEB Kombinat Robotron in der DDR entwickelter und produzierter Heimcomputer.
Das Gerät war mit einem Z80/U880-kompatiblen 8-Bit-Prozessor sowie 16 KByte RAM-Speicher ausgestattet und vor allem für den Einsatz im privaten Bereich sowie in der Ausbildung von Schülern und Studenten vorgesehen. Weitere Einsatzbereiche waren industrielle Anwendungen wie beispielsweise die Erfassung, Anzeige und Verarbeitung von Messwerten sowie die Simulation und Funktionsprüfung von elektronischen Baugruppen.

Einschließlich der Vorgängermodelle Heimcomputer robotron Z 9001 und Kleincomputer KC 85/1 wurden von September 1984 bis März 1989 rund 30000 Geräte dieser Baureihe produziert.
Auf diesen Computern konnten schon ab 1985 neben der Programmiersprache BASIC auch Pascal, C, Forth und Assembler genutzt werden.

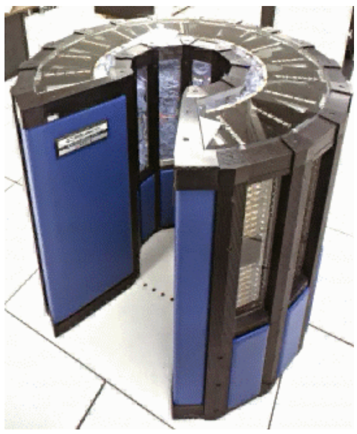
A 5120

Der A 5120 der Firma Robotron war ein DDR-Bürocomputer zur Text- und Datenverarbeitung.
Das Gerät wurde ab dem Jahre 1982 im VEB Buchungsmaschinenwerk Karl-Marx-Stadt hergestellt. Das Gerät wurde in der DDR nur an Betriebe, Institutionen, Universitäten, Hochschulen und Schulen ausgeliefert.

Als Massenspeicher dienten drei 5 1/4 Zoll Laufwerke. Eingebaut ins Gerät war ein Monitor, der 80x25 Zeichen darstellte, jedoch keine Grafik. Der Computer basierte auf dem 8-bit K1520-Bus-System, Prozessor U880, der einen Arbeitsspeicher von bis zu 64 KByte hatte. Zusätzlich gab es eine IFSS und V24-Schnittstellen.
Als Betriebssystem kam in der Regel SCP zum Einsatz, als Software im Büro konnte der Anwender u.a. REDABAS (Datenbanksoftware) und TP (Textverarbeitung) verwenden.

Cray-Supercomputer

Der 1976 entwickelte Cray-1-Supercomputer war der erste Rechner mit einer Leistung von mehr als 100 Millionen FLOPs, das sind Gleitkommaberechnungen je Sekunde.



Taschenrechner

Ein Taschenrechner ist eine tragbare, handliche Rechenmaschine, mit deren Hilfe numerische Berechnungen ausgeführt werden können. Welche Berechnungen möglich sind, hängt dabei vor allem von der Maschine ab. Alle heutigen Taschenrechner benutzen elektronische Schaltkreise, verwenden LC-Displays als Anzeige und werden von einer Batterie oder Solarzelle mit Strom versorgt.

Der erste elektronische Taschenrechner wurde 1967 von Texas Instruments entwickelt. Ein 1,5 kg schwerer Prototyp dieses ersten Taschenrechners ist heute in der Smithsonian Institution ausgestellt.

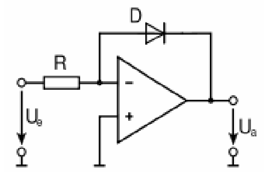
Dieser Prototyp lief schon mit Batterien, frühere Rechner benötigten einen Stromanschluss. Die ersten kommerziell vertriebenen Taschenrechner wurden 1969 und 1970 von den japanischen Firmen Compucorp, Sanyo, Sharp und Canon hergestellt. Sie verfügten über wenig mehr als die vier Grundrechenarten.
1972 erschien mit dem HP-35 von Hewlett-Packard der erste wissenschaftliche Taschenrechner. HP entwickelte auch die Taschenrechneruhr HP-01, den HP-41C mit alphanumerischer Anzeige und Eingabe, den ersten programmierbaren Taschenrechner (HP-65) mit Magnetkarten zur Programmspeicherung.

SR 1

Dieser Taschenrechner wurde 1980 in der DDR speziell für den Einsatz in Schulen hergestellt. Er wurde vom Staat im Preis gestützt und konnte bei Schülernachweis für 1/3 des Preises eines normalen Taschenrechners erworben werden.

Funktionsseitig war der SR1 mit dem professionellen Taschenrechner MR609 identisch.
Er verfügte über die Winkelfunktionen SIN, COS, TAN, ARCSIN, ARCCOS, ARCTAN sowie über die Logarithmusfunktionen LN und LG samt deren Umkehrfunktionen.
Für die Winkelfunktionen war ein Umschalter zur wahlweisen Berechnung in Grad und Radiant vorhanden.
Da das Gerät robust und leistungsfähig war, entwickelte es sich zum verbreitetsten Taschenrechnermodell der DDR und wird auch heute (2016) noch gern benutzt.
Dabei ist erstaunlich, dass die Geräte nach 30 Jahren noch mit den ersten(!) Batterien arbeiten.

Analogrechner



Vannevar Bush, ein US-amerikanischer Elektroingenieur erfand 1927 den ersten mechanischen und 1942 den ersten elektronischen Differenzialanalysator oder Analogrechner.
Beim Analogrechner werden die Zahlen über Spannungen definiert. Zum Beispiel entspricht die 1 einem Volt usw. 1930 baute er die erste aus Relais bestehende Rechenmaschine.

Analogrechner stellen die Daten nicht als diskrete Werte, sondern als stetige, analoge Größen dar, zum Beispiel in Form von geometrischen Längen, Winkeln, elektrischen Spannungen oder Strömen.
Der große Vorteil von Analogrechnern gegenüber Digitalrechnern ist ihre Echtzeitfähigkeit sowie ihre hohe Ausführungsparallelität. Dies führt zu einer gegenüber algorithmisch programmierten Maschinen deutlich größeren Rechenleistung, die allerdings mit einer geringen Rechengenauigkeit erkauft wird. Die Ungenauigkeit beträgt etwa 0,01 %.
Der 1968 von der DDR und der CSSR entwickelte Analogrechner MEDA42 war zu seiner Zeit Digitalrechnern in der Geschwindigkeit 1000-fach(!) überlegen.

Beispiel: Zur Berechnung des Logarithmus mithilfe eines Analogrechners, d.h. der Erzeugung einer Ausgangsspannung, die dem Logarithmus des Nennwerts der Eingangsspannung entspricht, nutzt man den exponentiellen Verlauf der Strom-Spannungs-Kennlinie einer Diode. Die Abbildung zeigt den Aufbau eines Logarithmierers mit Hilfe einer Halbleiterdiode und eines Operationsverstärkers.
Analogrechner wurden früher zur Simulation von Regelvorgängen eingesetzt, sind heute aber von Digitalcomputern verdrängt worden. In einer Übergangszeit gab es auch Hybridrechner, die einen Analog- mit einem digitalen Computer kombinierten.