Mathematische Schülerzeitschrift

alpha

20 JAHRE OLYMPIADEN JUNGER MATHEMATIKER

1

Volk und Wissen
Volkseigener Verlag
Berlin
15. Jahrgang 1981
Preis 0,50 M
Index 31 059

Redaktionskollegium:
Prof. Dr.-Ing. habil. G. Clemens (Leipzig); Dozent Dr. J. Gronitz (Karl-Marx-Stadt); Dozent Dr. R. Hofmann (Leipzig); Nationalpreisträger H. Kästner (Leipzig); Oberlehrer K. Krüger, Verdienter Lehrer des Volkes (Bad Doberan); Studienrat J. Lehmann, Verdienter Lehrer des Volkes (Leipzig); Oberlehrer Dozent Dr. H. Lohse (Leipzig); Nationalpreisträger Oberstudienrat Dr. R. Lüders (Berlin); Oberlehrer H. Pätzold (Waren/Müritz); Prof. Dr. habil. U. Pirl (Berlin); Dozent Dr. E. Schröder (Dresden); Oberstudienrat G. Schulze (Herzberg/Elster); Oberlehrer Dr. H. Schulze (Leipzig); Dr. W. Stoye (Berlin); W. Träger (Döbeln); Prof. Dr. habil. W. Walsch (Halle), Verdienter Lehrer des Volkes
Redaktion:
StR J. Lehmann, VLdV (Chefredakteur)
Anschrift der Redaktion:
Redaktion *alpha* · 7027 Leipzig · Postfach 14
Anschrift des Verlags:
Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin 1080 Berlin, Krausenstr. 50 · Tel.: 20430.
Veröffentlicht unter Lizenznummer 1545 des Presseamtes beim Vorsitzenden des Ministerrates der Deutschen Demokratischen Republik.
Postscheckkonto: Berlin 132626. Erscheinungsweise: zweimonatlich, Einzelheft 1,50 M, Sonderpreis für die DDR 0,50 M, im Abonnement zweimonatlich 1,– M, Sonderpreis für die DDR 0,50 M.
Bestellungen werden in der DDR vom Buchhandel und der Deutschen Post entgegengenommen.
Der Bezug für die Bundesrepublik Deutschland und Berlin(West) erfolgt über den Buchhandel; für das sozialistische Ausland über das jeweilige Postzeitungsvertriebsamt und für alle übrigen Länder über: Buchexport Volkseigener Außenhandelsbetrieb der DDR 7010 Leipzig, Leninstr. 16.

Fotos bzw. Vignetten: Zentralbild (S. 1); Eigenfoto (S. 5); K.-H. Guckuk, Leipzig (S. 7/IV. U.-Seite); Bildstelle Karl-Marx-Universität Leipzig (S. 8); Plaste-Tafel, Haus der JP Karl-Marx-Stadt (S. 11); Junge Welt/Glocke, Berlin; J. Lehmann, Leipzig; Zentralbild, H. Richter, Gera; L. Ortner, Eichwalde (alle IV. U.-Seite).
Titelblatt: W. Fahr, Berlin
Typographie: H. Tracksdorf, Leipzig

Gesamtherstellung: INTERDRUCK
Graphischer Großbetrieb Leipzig – III/18/97
AN (EDV) 128–ISSN 0002–6395

Redaktionsschluß: 29. Oktober 1980

Mathematische Schülerzeitschrift

Dieses Heft wurde in Zusammenarbeit *alpha*–Zentrales Komitee der Olympiaden Junger Mathematiker der DDR gestaltet.

Inhalt

1 20 Jahre Olympiaden Junger Mathematiker der DDR [5]*
Grußadressen von Fliegerkosmonaut S. Jähn und H. Labs, Sekretär des Zentralrats der FDJ und Vors. der Pionierorganisation *Ernst Thälmann*
2 Zwei Jahrzehnte Olympiaden Junger Mathematiker [5]
Prof. Dr. H. Bausch und Oberlehrer D. Müller, Vorsitzender bzw. Sekretär des Zentralen Komitees der Olympiaden Junger Mathematiker der DDR
4 Gruß aus der UdSSR – Eine sowjetische Olympiadeaufgabe [9]
Dozent A. R. Sawin, Moskau
6 Zwei Olympiadeaufgaben – verschiedene Lösungen [10]
7 Eine Aufgabe von Prof. Dr. Kurt Rosenbaum [9]
Sektion Math./Phys. der Päd. Hochschule *Dr. Th. Neubauer*, Erfurt/Mühlhausen
8 Aus der Arbeit der Mathematischen Schülergesellschaft des Bezirks Leipzig (MSG) [6]
Dipl.-Lehrer C. P. Helmholz, Sektion Mathematik der *Karl-Marx-Universität*, Leipzig
9 Ideen am Schachbrett [9]
Prof. Dr. H. Bausch/Dipl.-Lehrer E. Jähnig, Ingenieurhochschule Berlin-Wartenberg
10 aufgepaßt · nachgedacht · mitgemacht speziell für Klasse 5/6
Vier in einer Reihe [5]
Dr. Ch. Bandt, Sektion Mathematik der *E.-M.-Arndt-Universität*, Greifswald
11 ABC-Mathematik-Olympiaden [4]
J. Lehmann, Leipzig – Dr. M. Hoffmann, Rat des Bezirkes Erfurt, Abt. Vobi/Schüler, D. Deimling, Erfurt – Dipl.-Lehrer M. Rehn, Fachberater im Stadtbezirk Leipzig-Süd
12 Wer löst mit? *alpha*-Wettbewerb [5]
14 Zwei Geometrieaufgaben von Jörg Pietschmann, Stendal [9]
15 Arbeitsgemeinschaften im Blickpunkt Deutsch-polnischer Wettstreit [7]
Oberl. Dr. D. Hornauf/Studienr. R. Böhme, Rat des Bezirkes Frankfurt (Oder), Abt. Vobi
16 Mädchen meistern Mathematik [9]
Preisträger der XIX. Mathematikolympiade stellen Aufgaben
17 Die Aufgabenkommission – Herz der Olympiaden Junger Mathematiker der DDR [5]
J. Lehmann, Leipzig/Dr. L. Stammler, Sekt. Mathem. der *Martin-Luther-Universität*, Halle
18 In freien Stunden · *alpha*-heiter [5]
Zusammenstellung: J. Lehmann, Leipzig
20 *alpha* stellt vor: Dr. W. Burmeister, Dipl.-Math. Ursula Felgenhauer, Dipl.-Lehrer H. Schneider, Doz. Dr. U. Kühler, Dipl.-Math. Christine Wilde [5]
22 Lösungen [5]
III. U.-Seite: *alpha*-Wettbewerb: Preisträger, Vorbildliche Leistungen, Abzeichen in Gold [5]
IV. U.-Seite: Bilddokumentation: 20 Jahre OJM [5]

* bedeutet: Artikel bzw. Aufgaben ab der angegebenen Klassenstufe geeignet.

Zwei Jahrzehnte Olympiaden Junger Mathematiker

Der Zentralrat der FDJ grüßt und beglückwünscht anläßlich der XX. Mathematikolympiade der DDR alle *Jungen Mathematiker* und ihre Lehrer.

Mit ihrem Wirken auf mathematischem Gebiet geben Tausende Mitglieder der *Freien Deutschen Jugend* und der *Pionierorganisation Ernst Thälmann* ein Beispiel für das Streben nach hohem Wissen und schöpferischem Arbeiten.

Die *Olympiaden Junger Mathematiker* der DDR sind ein überzeugender Beweis dafür, wie sich in unserem sozialistischen Vaterland Begabungen und Talente entfalten können.

Das Beschäftigen mit der Mathematik schafft gute Voraussetzungen für berufliche Meisterschaft. Mathematisches Wissen ist eine wesentliche Bedingung, um den Anforderungen der wissenschaftlich-technischen Revolution gerecht zu werden und ihre Ergebnisse für das Wohl unseres Volkes zu nutzen.

In diesem Sinne sind die Leistungen der FDJ-Mitglieder und Pioniere, die an der Jubiläumsolympiade teilnehmen, ein würdiger Beitrag zur Vorbereitung des X. Parteitages der SED. Möge die Olympiadebewegung auch weiterhin viele FDJ-Mitglieder und Pioniere der Oberschulen anregen, sich intensiv mit der Mathematik zu beschäftigen und ihr Talent für die Meisterung von Wissenschaft und Technik bei der Gestaltung der entwickelten sozialistischen Gesellschaft in unserem Land einzusetzen.

Vorsitzende der Pionierorganisation *Ernst Thälmann*
und Sekretär des Zentralrates der Freien Deutschen Jugend

- Die Schüler sollen basteln und knobeln können, forschen und konstruieren lernen, denn gerade dies fördert Liebe zur Wissenschaft, Interesse für Technik, das Bedürfnis nach schöpferischer Tätigkeit.
- Die Jugend muß vor allem lernen, daß es nur vorwärts gehen kann, wenn man selbst etwas tut; vor allem müssen wir sie befähigen, Probleme selbst zu lösen, Schwierigkeiten selbst zu überwinden.

Aus dem Referat des Ministers für Volksbildung auf dem VIII. Päd. Kongreß

Liebe Jugendfreunde!

Das kameradschaftliche Kräftemessen von *Jungen Mathematikern* ist in unserer Republik im Rahmen der Mathematikolympiadebewegung stark verwurzelt.

Viele gute Mathematiker sind daraus hervorgegangen und stehen heute in unserer Gesellschaft ihren Mann, auch in der Zusammenarbeit mit der Sowjetunion und den anderen sozialistischen Ländern. So soll es auch in Zukunft sein.

Ihr werdet, dessen bin ich gewiß, in den kommenden Jahren in Instituten und Betrieben eine verantwortungsvolle Arbeit leisten. Darauf kann sich keiner früh und intensiv genug vorbereiten. Wer an der Spitze des wissenschaftlich-technischen Fortschritts marschieren will, der braucht gründliche mathematische Kenntnisse, ganz besonders in jenen Zweigen und Richtungen, die maßgeblich die Leistungskraft der Volkswirtschaft bestimmen. Dazu gehört auch die Weltraumforschung. Sie repräsentiert in unserer Zeit den wissenschaftlich-technischen Höchststand.

Ich wünsche Euch, liebe *Junge Mathematiker*, ein erfolgreiches Lösen der schwierigen Aufgaben, das Finden neuer, interessanter Lösungswege, hohe Punktzahlen und erlebnisreiche gemeinsame Stunden.

Fliegerkosmonaut der DDR

Mit stürmischem Beifall begrüßten die Teilnehmer des VIII. Pädagogischen Kongresses den ersten Fliegerkosmonauten der DDR, Sigmund Jähn, im Präsidium.

20 Jahre Olympiaden Junger Mathematiker der DDR

Im Schuljahr 1980/81 findet die XX. Olympiade Junger Mathematiker der DDR statt.

Diese Jubiläumsolympiade wollen wir zum Anlaß nehmen, um all denjenigen Mathematiklehrern und Mitarbeitern des Hochschulwesens und anderer Institutionen, die seit vielen Jahren unermüdlich helfen, die Mathematikolympiaden aller Stufen zu einem Höhepunkt in der außerunterrichtlichen Arbeit auf mathematischem Gebiet zu gestalten, ein herzliches Dankeschön zu sagen.

Ohne diese vielen ehrenamtlichen Helfer, die regelmäßig mit unseren Pionieren und FDJ-Mitgliedern arbeiten, sie für die Mathematik begeistern, wäre es unmöglich, eine erfolgreiche Bilanz zu ziehen.

Am 17. Dezember 1962 wurde durch das Politbüro des ZK der SED und durch den Ministerrat der DDR der Beschluß „Zur Verbesserung und weiteren Entwicklung des Mathematikunterrichtes in den allgemeinbildenden polytechnischen Oberschulen der DDR" gefaßt.

Dieser Beschluß war eine Aufforderung und Verpflichtung, auch in der außerunterrichtlichen mathematischen Betätigung nach höheren Leistungen zu streben. Die Olympiade Junger Mathematiker, mit deren Durchführung wir in der DDR gerade erst begonnen hatten, nahmen einen deutlichen Aufschwung. Sie waren in den folgenden Jahren ein wesentlicher Anstoß dafür, daß an den meisten Schulen, in den Kreisen und Bezirken entsprechende Arbeitsgemeinschaften gebildet wurden. Das führte auch dazu, daß es heute in allen Bezirken der DDR Mathematische Schülergesellschaften bzw. Bezirksklubs Junger Mathematiker gibt, die kontinuierlich mit einer großen Anzahl mathematisch interessierter Schüler arbeiten, welche bereits auf Schul- und Kreisebene ihre Fähigkeiten bewiesen haben.

Die Olympiaden Junger Mathematiker haben in der außerunterrichtlichen Betätigung unserer Schüler eine wichtige Funktion. Dabei geht es niemals nur darum, Spitzenleistungen zu erreichen. Vorrangig steht das Ziel, zur Entwicklung des mathematischen Wissens und Könnens möglichst vieler Schüler anzuregen und beizutragen.

Es kommt darauf an, in der außerunterrichtlichen mathematischen Arbeit noch mehr Schüler für diese interessante Wissenschaft zu begeistern, aktivierende Veranstaltungen an den Schulen und außerschulischen Einrichtungen durchzuführen und dabei die einzelnen Stufen der Olympiade zu einem Höhepunkt und festen Bestandteil des Wettstreitens der FDJ-Mitglieder bzw. Jungen Pioniere zu gestalten.

An der Entwicklung eines „mathematischen Klimas" sollten auch alle Mitglieder von mathematischen Arbeitsgemeinschaften und nicht zuletzt die Leser der Zeitschrift *alpha* mitwirken. Gerade die vielen Beispiele und Erfahrungen, die in der *alpha* dargestellt werden, geben für diese Arbeit an den Schulen zahlreiche Anregungen.

Für viele Schulen sind mathematische Wandzeitungen, Knobelecken u. ä. eine Selbstverständlichkeit. Hier können sich alle Schüler Anregungen holen, werden Aufgaben und ihre Lösungen veröffentlicht und natürlich auch die jeweiligen Stufen der Mathematikolympiade ausgewertet.

Eine schöne und wertvolle Tradition ist es auch, die Delegierten der Schule zu einer höheren Olympiadestufe in würdiger Weise vorzustellen, z. B. während eines Appells oder durch die Veröffentlichung ihres Fotos mit dem erreichten Ergebnis nach der Olympiade. Das spornt an und gibt Mut für die nächsten Aufgaben.

Es ist doch ein schönes Erlebnis, die eigene Schule bei einem so anspruchsvollen Wettbewerb vertreten zu dürfen.

Mit welchem Eifer und gesundem Ehrgeiz unsere Pioniere und FDJler an die Lösung der Olympiadeaufgaben herangehen, kann man in den Wettbewerben der zweiten, dritten und vierten Stufe erleben. Mit Recht werden deshalb an vielen Schulen auch jene Schüler gewürdigt, die keine Preise erringen konnten, sich aber gewissenhaft auf den Wettbewerb vorbereitet und dort ihre besten Leistungen gebracht haben.

Natürlich ist es auch für den Leiter einer Arbeitsgemeinschaft ein anspornender Erfolg, wenn seine Schützlinge erfolgreich an den Olympiaden teilgenommen haben. Viel Arbeit verbirgt sich dahinter, und gerade auf mathematischem Gebiet dauert es oftmals sehr lange, bis sich erste Erfolge einstellen.

Vielfältig sind die Bemühungen in den Bezirken, die 1. Stufe der Olympiade so zu gestalten, daß sie möglichst für viele Schüler interessant und anregend ist. So werden z. B. in den Bezirken Cottbus, Frankfurt (Oder) und Suhl Mannschaftswettbewerbe durchgeführt, die gut geeignet sind, viele Schüler an die 1. Stufe der Olympiade heranzuführen. Wir brauchen diese Breitenwirkung, da sie eine wesentliche Grundlage für die Entdeckung und zielgerichtete Förderung unserer mathematischen Talente darstellt. Das entspricht der Orientierung, wie sie auf dem VIII. Pädagogischen Kongreß durch den Minister für Volksbildung gegeben wurde. Genossin Margot Honecker sagte dort: „Nach wie vor gibt es Grund zu betonen, daß die Arbeitsgemeinschaften, Zirkel, Klubs allen Schülern offenstehen müssen, daß jede Einengung auf wenige Spezialisten genauso falsch wäre wie der Verzicht auf die zielgerichtete Förderung der Talente."

Jeder Schüler, der sich für die Mathematik interessiert, sollte die Möglichkeit haben, sich in einer entsprechenden Arbeitsgemeinschaft, einem Zirkel, einem Klub oder irgendeiner anderen Form aktiv und schöpferisch zu betätigen. Die besten Jungen Mathematiker können ihr Wissen in den zentralen Zirkeln des Kreises, des Bezirkes oder sogar der DDR erweitern. Natürlich wachsen damit auch die Anforderungen. Besonders hohe stellt der Korrespondenzzirkel, der durch die Mathematische Gesellschaft der DDR jährlich für etwa 40 ausgewählte Schüler durchgeführt wird.

In vielen Kreisen und Bezirken gibt es während der Sommerferien Spezialistenlager, in denen sich die Jungen Mathematiker mit ihrer Wissenschaft beschäftigen können und gleichzeitig auch frohe Ferientage erleben.

In Vorbereitung auf die 4. Stufe werden von den meisten Bezirken in den Winterferien Lehrgänge durchgeführt. Die Erfahrungen zeigen, daß die außerunterrichtliche Arbeit auf mathematischem Gebiet wirksam die allseitige Persönlichkeitsentwicklung der Schüler unterstützt, deshalb sollte sie überall breit gefördert werden. Die Beschäftigung mit der Mathematik trägt auch dazu bei, daß bei vielen Pionieren und FDJ-Mitgliedern solche hervorragende Charaktereigenschaften wie Gründlichkeit, Fleiß, Beharrlichkeit, Ausdauer stärker ausgeprägt sind. Nicht zuletzt wird durch eine ständige Beschäftigung mit

mathematischen Problemen das logische Denkvermögen sehr stark geschult.

Sicher ist es ein erstrebenswertes Ziel, einmal an der 4. Stufe der Olympiade teilzunehmen und sich dort mit den Jungen Mathematikern der Republik zu messen. Besonders groß ist natürlich die Begeisterung, wenn es dabei gelingt, einen Preis oder sogar einen Platz unter den Kandidaten der DDR für eine Internationale Mathematikolympiade zu erringen. Das ist aber nur mit einer kontinuierlichen, fleißigen Arbeit zu erreichen. Günstige Bedingungen haben dafür die Schüler, die sich schon frühzeitig an den Aufgaben einer höheren Olympiadeklasse versuchen. Dazu gehört natürlich eine entsprechende Vorbereitung. Diese Schüler, wir nennen sie Frühstarter, haben dann auch die Möglichkeit, früher Teilnehmer der 4. Stufe der Mathematikolympiade zu werden, und sie schneiden bei der Preisverteilung meist auch sehr gut ab. So haben z. B. alle „Frühstarter" der Olympiadeklasse 11/12, die während der XIX. Olympiade Junger Mathematiker an der 4. Stufe teilgenommen haben, einen Preis erhalten; in der Olympiadeklasse 10 waren 50% der Preisträger „Frühstarter".

Für die erfolgreichsten Jungen Mathematiker werden in jedem Jahr drei zentrale Spezialistenlager durchgeführt, in denen auch die Vorbereitung auf Internationale Mathematikolympiaden erfolgt. Diese Lager stellen hohe Anforderungen, und zwar nicht nur an die Teilnehmer, sondern auch an die Lehrkräfte. Es wird dort sehr intensiv gearbeitet. Kennzeichnend dafür ist, daß für eine Veranstaltungsstunde von seiten der Lehrkraft etwa 7 bis 10 Stunden Vorbereitungszeit aufgewendet werden müssen.

Wir sind jedoch der Meinung, daß sich dieser Aufwand lohnt. Dabei denken wir nicht allein und zuerst an ein gutes Abschneiden bei Internationalen Olympiaden. Eine systematische Förderung vorhandener mathematischer Begabungen ist ein wichtiges Erfordernis, das zunehmend an Bedeutung gewinnt, besonders hinsichtlich der wachsenden Rolle der Mathematik auf allen Gebieten unserer gesellschaftlichen Entwicklung.

Eine Vielzahl ehemaliger Olympioniken, die auch dazu beigetragen haben, daß sich die Mannschaften der DDR bei den Internationalen Mathematikolympiaden durch die erreichten Ergebnisse (siehe Tabelle) und ihr Auftreten einen guten Ruf erwerben konnten, sind heute anerkannte Wissenschaftler. Einige von ihnen stellen wir in diesem Heft der *alpha* vor.

Stellvertretend für viele seien hier nur Dr. Wolfgang Burmeister (der erfolgreichste aller Teilnehmer der bisherigen Internationalen Mathematikolympiaden), Dr. Monika Noack (die bis heute einzige IMO-Preisträgerin der DDR) und Prof. Dr. sc. Konrad Schmüdgen (der erste zum Professor berufene IMO-Teilnehmer der DDR) genannt.

Natürlich sind nicht alle ehemaligen erfolgreichen Olympioniken Mathematiker geworden; meist haben sie sich jedoch einem mathematikintensiven Beruf zugewandt. Wir kennen viele, die sich heute als Ingenieure, Physiker, Offiziere der NVA usw. an verantwortungsvollen Stellen in unserer sozialistischen Gesellschaft bewähren. Dabei ist es wegen des wachsenden Kaderbedarfs und derzeitig bereits vorhandenen Kadermangels besonders wichtig, aus dem Kreis der mathematisch interessierten und begabten Schüler Bewerber für den Beruf eines Mathematiklehrers bzw. Diplom-Mathematikers zu gewinnen. Hier gibt es lobenswerte Initiativen an der EOS Herzberg (Bezirk Cottbus). Es ist dort gelungen, die außerunterrichtliche Betätigung auf mathematischem Gebiet sehr gut mit der Berufsorientierung und Berufslenkung zu verbinden.

Sehr beachtenswert ist, daß sich viele ehemalige Olympioniken zur Verfügung stellen, um in ihrem Wirkungskreis, auf Kreis- und Bezirksebene sowie auch im zentralen Maßstab ihr Wissen und Erfahrungen an ihre „Nachfolger" zu vermitteln. Trotzdem können gerade in dieser Hinsicht noch viele Reserven erschlossen werden.

Mit Freude und auch beachtlichem Stolz können wir feststellen, daß sich die Arbeit gelohnt hat. Worauf es jetzt mehr denn je ankommt, ist, an den Schulen, in den einzelnen Klassen, möglichst viele Schüler für die Beschäftigung mit der Mathematik anzuregen. Das ist natürlich vor allem eine Aufgabe unserer Mathematiklehrer. Von seiten der Olympiaden wollen wir ihre Bemühungen durch eine noch bessere Differenzierung der Art und des Schwierigkeitsgrades der in den einzelnen Stufen gestellten Aufgaben unterstützen. Die 1. Stufe soll für viele Schüler interessant sein, soll sie „anlocken". Zwei Aufgaben sollen dabei die obere Leistungsgrenze derjenigen Schüler fordern, die den laufenden Schulstoff ohne größere Schwierigkeiten verarbeiten. In der 2. bis 4. Stufe sind dann in zunehmendem Maße Spitzenleistungen gefragt.

Da es für eine erfolgreiche Beschäftigung mit der Mathematik nötig ist, sehr zeitig (etwa in der 4. und 5. Klasse) mit einer kontinuierlichen Förderung zu beginnen, tragen auch hier unsere Pädagogen eine hohe Verantwortung. Dabei läßt sich die ABC-Olympiade sinnvoll einbeziehen. Natürlich ist es gar nicht so einfach, eine mathematische Begabung bereits in diesem Alter zu erkennen. Diese Frage muß – als Hilfe für unsere Lehrer – in den nächsten Jahren noch wissenschaftlich untersucht werden. Zu prüfen wäre auch, ob zukünftig die 3. bzw. 4. Stufe evtl. bereits Schülern der 5. und 6. bzw. 9. Klassen zugänglich gemacht werden kann.

Auch in vielen anderen Ländern gibt es regelmäßig durchgeführte nationale Mathematikolympiaden, wenn auch z. T. unter anderem Namen. Die älteste Tradition haben Ungarn (1894) und die Sowjetunion (1935). Entsprechend ist bei der IMO die Anzahl der Teilnehmerländer immer größer und die internationale Konkurrenz immer stärker geworden (s. Tabelle Seite 5). Damit wachsen aber auch die Anforderungen an die Vorbereitung der teilnehmenden Schüler.

Bei allem Zufriedensein über das Abschneiden unserer Mannschaften unter den inzwischen mehr als 20 Ländern wollen wir nicht übersehen, daß wir 1972 nur zwei erste Preise erringen konnten, und daß es auch nicht einfach ist, einmal Erreichtes zu verteidigen.

Für die nachrückenden Olympioniken gibt es also lohnenswerte Ziele, und die XX. OJM, die wir als unsere Rechenschaftslegung zum X. Parteitag der SED auffassen, sollte einen neuen Ansporn dazu geben!

Die Meisterung der Mathematik ist eine schöne Aufgabe, für die es sich lohnt, die ganze Kraft einzusetzen.

H. Bausch/D. Müller

Von den Schülern der DDR errungene Preise bei Internationalen Mathematikolympiaden

IMO	Gastgeber	Jahr	1. Preis	2. Preis	3. Preis
I	Rumänien	1959	–	–	–
II	Rumänien	1960	–	–	–
III	Ungarn	1961	–	–	1
IV	ČSSR	1962	–	1	–
V	Polen	1963	–	–	3
VI	UdSSR	1964	–	1	2
VII	DDR	1965	–	2	3
VIII	Bulgarien	1966	3	3	–
IX	Jugoslawien	1967	3	3	1
X	UdSSR	1968	5	3	–
XI	Rumänien	1969	–	4	4
XII	Ungarn	1970	1	2	4
XIII	ČSSR	1971	1	1	4
XIV	Polen	1972	1	3	4
XV	UdSSR	1973	–	3	4
XVI	DDR	1974	–	5	2
XVII	Bulgarien	1975	–	4	4
XVIII	Österreich	1976	–	2	3
XIX	Jugoslawien	1977	2	1	1
XX	Rumänien	1978	nicht teilgen.		
XXI	Großbritannien	1979	–	2	2

Grüße zum Jahreswechsel

$$1^9 \cdot 8 + 0 = 1^{9 \cdot 8^1}$$
$$1 \cdot 9 \cdot 8^0 = 1^9 \cdot \sqrt{81}$$
$$1 \cdot \sqrt{9} + 8 \cdot 0 = \sqrt[1+\sqrt{9}]{81}$$
$$1 + 9 + 8 + 0 = 1 + 9 + 8 \cdot 1$$
$$19^{(8+0)} = 19^{(8 \cdot 1)}$$
$$\sqrt{1 \cdot 9} + \sqrt{8+0!} = \sqrt{1 \cdot 9} + \sqrt{8+1}$$

$$1^9 + 8^0 = 1^9 + \sqrt[8]{1}$$
$$1 + 9 + 8^0 = 1 + 9 + \sqrt[8]{1}$$
$$1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 0! = 1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 1$$

Dr. M. Krebs, Dresden

Gruß aus der UdSSR

Liebe Junge Mathematiker!
Mir ist es eine große Freude, euch zum Jubiläum eurer Mathematik-Olympiaden beglückwünschen zu können.
Die Freundschaft zwischen Schülern der DDR und der UdSSR wird immer besonders während der Internationalen Mathematik-Olympiaden deutlich. Die Freundschaftstreffen der Mannschaften aus unseren beiden Ländern sind stets besonders bewegend und zudem sehr fröhlich. Die *Jungen Mathematiker* tauschen Souvenirs und Abzeichen. Schließlich stellen sie sich auch gegenseitig Aufgaben.
Wir möchten diese Tradition fortsetzen, indem ich euch das Abzeichen der Allunionsolympiaden der Schüler auf den Gebieten Mathematik, Physik und Chemie sowie eine Aufgabe der vergangenen Allunions-Mathematikolympiade überreiche:

Auf dem Durchmesser AC eines Kreises ist ein Punkt E gegeben. Man zeichne eine Sehne BD derart durch E, daß der Flächeninhalt des Vierecks ABCD maximal wird.

Dozent A. R. Sawin, Leiter der UdSSR-Mannschaft zu den Internat. Mathematikolympiaden

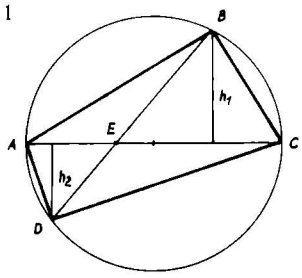
Lösung:

Auf den ersten Blick scheint die Aufgabe nicht besonders interessant zu sein. Aufgaben mit ähnlichen Formulierungen sind euch sicher schon öfter begegnet.
Aber – beginnen wir lieber mit der Lösung!
Wir zeichnen einen Kreis, legen einen Durchmesser AC beliebig fest, markieren auf ihm einen Punkt E und zeichnen schließlich durch diesen Punkt eine Sehne BD. Die so erhaltenen Punkte A, B, C und D bilden die Ecken eines Vierecks (Bild 1). Der Flächeninhalt dieses Vierecks ist gleich der Summe der Flächeninhalte der beiden Dreiecke ABC und CDA. Bezeichnen wir die Höhen dieser Dreiecke, deren Fußpunkte jeweils auf dem Durchmesser liegen, mit h_1 und h_2, dann gilt für den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$

$$A_v=\frac{1}{2}\overline{AC}\cdot h_1+\frac{1}{2}\overline{AC}\cdot h_2=\frac{1}{2}\overline{AC}(h_1+h_2)$$
$$=R(h_1+h_2),$$

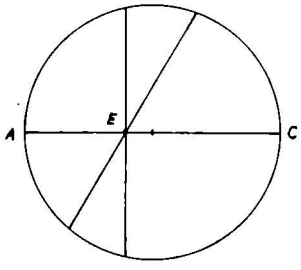
wo R den Radius des Kreises bezeichnet.

Bild 1



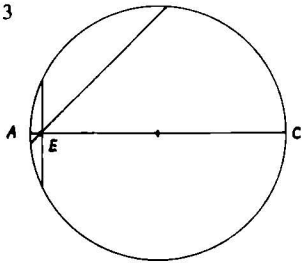
Nun bemerken wir, daß die Größe h_1+h_2 gleich der Länge der Projektion der Sehne BD auf eine Gerade ist, die senkrecht zum Durchmesser AC verläuft. Daraus folgt, daß die Fläche dann größer wird, wenn die Projektion der Sehne auf die Senkrechte zu AC größer wird.
Versuchen wir zu erraten, wie die Sehne verlaufen muß, damit sich die längste Projektion auf die Senkrechte ergibt. Betrachten wir dazu das Bild 2.

Bild 2



Scheint es nicht klar zu sein, daß die Länge der senkrechten Sehne (sie fällt mit ihrer Projektion zusammen) größer ist als die Längen der Projektionen aller anderen Sehnen?
Legen wir aber E nahe an die Kreislinie, dann zeigt die entsprechende Zeichnung (Bild 3), daß Vorsicht geboten ist. Tatsächlich strebt die Länge der senkrechten Sehne bei Annäherung des Punktes E an die Kreislinie gegen Null, während die Länge der Projektion der unter einem Winkel von 45° gegen AC geneigten Sehne gegen den Wert R strebt.

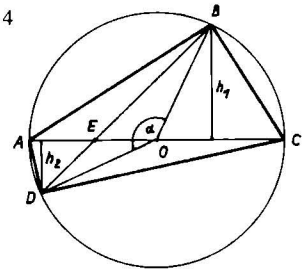
Bild 3



Wie muß nun die gesuchte Sehne tatsächlich gelegt werden?
Wir versuchen jetzt, der Lösung von einer anderen Seite her beizukommen, und betrachten das Dreieck OBD (Bild 4). Der Durchmesser AC teilt dieses in zwei Dreiecke EOB und OED, und sein Flächeninhalt ist dann gleich der Summe der Flächeninhalte der Dreiecke EOB und OED, also gleich

$$\frac{1}{2}\overline{EO}\,h_1+\frac{1}{2}\overline{EO}\,h_2=\frac{1}{2}\overline{EO}(h_1+h_2).$$

Bild 4

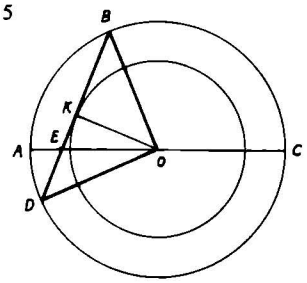


Daraus erkennt man aber leicht, daß sich die Flächeninhalte des Vierecks $ABCD$ und des Dreiecks OBD wie $2R:\overline{EO}$ verhalten, und dieses Verhältnis ist bei gegebenem Punkt E konstant, hängt also nicht von der Neigung der Sehne BD ab. Somit wird der Flächeninhalt unseres Vierecks genau dann maximal, wenn der Flächeninhalt des Dreiecks OBD maximal ist. Letzteren können wir aber auch auf andere Weise angeben, und zwar beträgt er

$$\frac{1}{2}R^2\sin\alpha,$$

wo α die Größe des Winkels $\sphericalangle DOB$ bezeichnet, und er wird dann maximal, wenn $\sin\alpha$ seinen größten Wert annimmt. Dieser größte Wert von $\sin\alpha$ ist aber gleich 1 und wird für $\alpha=90°$ angenommen. Die Konstruktion einer

Bild 5



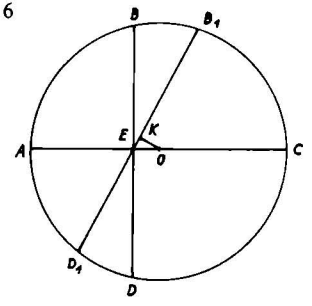
Sehne BD, für die der Winkel $\sphericalangle DOB$ ein rechter wird, ist nicht sehr schwierig. Da das Dreieck OBD gleichschenklig und rechtwinklig ist und seine Katheten die Länge R haben, hat seine Höhe OK die Länge $\frac{R}{\sqrt{2}}$ (Bild 5). Also ist die gesuchte Sehne BD Tangente an den Kreis mit dem Radius $\frac{R}{\sqrt{2}}$ um den Punkt O.

Man konstruiere also eine Tangente an diesen Kreis vom Punkte E aus und verlängere sie nach beiden Seiten bis zum Schnitt mit dem großen Kreis. Man erhält die gesuchte Sehne BD und – die Aufgabe ist gelöst! ...?

Aber Stop! – Wenn nun E innerhalb des kleineren Kreises liegt? Dann existiert die entsprechende Tangente doch gar nicht! Wir lenken nun unsere Aufmerksamkeit darauf, daß das Dreieck OBD dann immer stumpfwinklig ist. Ist aber α ein stumpfer Winkel, dann ist $\sin\alpha$ am größten, wenn α selbst am kleinsten ist, und das ist gerade dann der Fall, wenn BD senkrecht auf AC steht. (Also ist die ursprüngliche Vermutung in diesem Fall richtig.) Die letzte Aussage müssen wir aber erst noch beweisen. Betrachten wir dazu die senkrechte Sehne BD und eine geneigte Sehne B_1D_1 durch E (Bild 6). Auf B_1D_1 fällen wir von O aus das Lot OK. Dann gilt offensichtlich $\overline{OE} > \overline{OK}$, weil die erste Strecke Hypotenuse, die zweite aber Kathete in einem rechtwinkligen Dreieck ist. Andererseits ist $\overline{OB} = \overline{OB_1} = \overline{OD} = \overline{OD_1}$, so daß der Winkel $\sphericalangle D_1OB_1$ in der Tat größer als $\sphericalangle DOB$ ist. Damit ist die Aufgabe nunmehr vollständig gelöst. Ich hoffe, daß sie euch nun doch gefallen hat.

A. R. Sawin

Bild 6



Wollt ihr an einem reichhaltigen Leben teilhaben, so füllt eure Köpfe mit Mathematik, solange ihr dazu die Möglichkeit habt. Sie wird euch in eurer gesamten Arbeit große Hilfe leisten.

M. J. Kalinin

Die Mathematik gehört nicht irgendwie einem Volke, sondern ist wahrhaftig international. Es gibt kein Land, das nicht mit ihr Freundschaft hielte, das ihre Schätze nicht mehrte und rühmte.

A. Markuschewitsch

Die Mathematik soll helfen, die Produktionsprozesse und die Organisation der Arbeit mathematisch zu erfassen, mancherlei Vorteile zu verschaffen und allen Problemen, die bei der Untersuchung eines Betriebes auftreten, Konkretheit zu verleihen.

N. K. Krupskaja

Der Mensch, der nicht gelernt hat, selbständig zu denken, schenkt den abstrakten Formeln einen zu ehrfürchtigen Glauben und befindet sich deshalb in einem ständigen Zustand der Kollision mit dem Leben.

E. Iljenkow

Internationale Mathematikolympiaden
Punktspiegel (inoffizielle Länderwertung)

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.	XVIII.	XIX.	XX.	XXI.
Teilnehmerland	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979
Bulgarien	131	176	108	196	145	198	93	238	159	204	189	145	39	120	96	171	186	174	172	182	150
ČSSR	192	257	159	212	151	194	159	215	159	248	170	150	55	130	149	158	162	116	161	195	178
DDR	40	38	146	153	140	196	175	280	257	304	240	221	142	239	188	236	249	142	163	–	180
Kuba	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	(9)	(14)	(42)	(65)	–	(16)	(38)	68	(35)
Jugoslawien	–	–	–	–	162	155	137	224	136	179	181	209	71	136	137	216	163	116	159	171	172
Mongolische VR	–	–	–	–	–	169	63	88	87	74	120	78	26	48	64	60	75	–	48	61	–
Polen	122	–	230	212	134	209	178	269	101	262	119	105	118	160	174	138	124	138	157	156	160
Rumänien	249	248	197	257	191	213	222	257	214	208	219	208	110	206	131	199	180	118	122	237	240
UdSSR	(111)	–	–	263	271	269	281	293	275	298	231	221	205	270	254	–	246	250	192	–	267
Ungarn	233	248	270	289	234	253	244	281	251	291	247	233	255	263	215	–	258	160	190	–	176
SR Vietnam	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	(146)	(175)	112	–	200	(135)
BRD	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	(8)	165	184	235
Finnland	–	–	–	–	–	–	62	–	–	–	–	–	–	–	86	111	–	52	88	118	89
Frankreich	–	–	–	–	–	–	–	–	(41)	–	119	141	38	–	153	194	176	165	127	179	155
Großbritannien	–	–	–	–	–	–	–	–	231	263	193	180	110	179	164	188	241	214	190	201	218
Italien	–	–	–	–	–	–	–	–	(110)	132	–	–	–	–	–	–	–	–	(22)	–	–
Schweden	–	–	–	–	–	–	–	–	135	256	104	110	(43)	60	99	187	160	118	137	117	143
Belgien	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	57	–	–	–	–	–	–	–	(32)	–	66
Niederlande	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	51	87	48	51	96	112	67	78	185	157	135
Österreich	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	104	(82)	136	144	212	192	167	151	174	152
USA	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	243	247	188	202	225	199
Türkei	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	66	–
Griechenland	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	95	50	–	–	57
Algerien	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	(17)	–	–
Israel	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	119
Brasilien	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	(19)
Luxemburg	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	(7)

Hinweis: Bei in Klammern gesetzten Punktzahlen nahmen weniger als 8 Schüler am Wettbewerb teil. Im Jahre 1980 fand keine IMO statt.

Zwei Olympiadeaufgaben – verschiedene Lösungen

Die Aufgabe 5, Klassenstufe 10, der 4. Stufe der XIX. Olympiade Junger Mathematiker der DDR lautete:

Ermitteln Sie alle diejenigen reellen Zahlen x, für die $\sqrt{x^2+5x+28}$ (als reelle Zahl) definiert ist und die die Gleichung

$$x^2+5x+4=5\sqrt{x^2+5x+28} \quad (1)$$

erfüllen!

Als erstes soll die Lösung der Aufgabenkommission wiedergegeben werden.

Lösung A

Angenommen, eine reelle Zahl x habe die genannten Eigenschaften. Dann gilt $x^2+5x+28 \geqq 0$ und, wenn man $y=\sqrt{x^2+5x+28}$ setzt, $y^2-24=5y$. Diese quadratische Gleichung hat nur die Lösungen $y=8$ und $y=-3$, so daß eine der Gleichungen $x^2+5x+4=40$ bzw. $x^2+5x+4=-15$ folgt. Von diesen beiden Gleichungen besitzt nur die erste reelle Lösungen, und zwar nur $x=-9$ und $x=4$.

Also können höchstens diese beiden Zahlen die geforderten Eigenschaften haben.

Sie haben diese Eigenschaften auch, denn es gilt

$(-9)^2+5(-9)+28=64\geqq 0$ bzw. $4^2+5\cdot 4+28=64\geqq 0$, also existiert für diese Zahlen x die Wurzel $\sqrt{x^2+5x+28}$, und es gilt

$(-9)^2+5(-9)+4=40=5\cdot 8$

$=5\sqrt{(-9)^2+5(-9)+28}$ bzw.

$4^2+5\cdot 4+4=40=5\cdot 8=5\sqrt{4^2+5\cdot 4+28}$. (2)

Daher erfüllen genau die Zahlen $x=-9$ und $x=4$ die Bedingungen der Aufgabe.

Es gab bei der Lösung dieser Aufgabe eine Vielfalt von Lösungsvarianten, von denen hier einige in bearbeiteter und gekürzter Form dargestellt werden sollen.

Lösung B (Martin Ranzinger, Berlin, Frühstarter)

Es gilt $x^2+5x+28=(x+2{,}5)^2+21{,}75$ (3)

Für alle reellen Zahlen x ist somit $x^2+5x+28 \geqq 0$.

$\sqrt{x^2+5x+28}$ ist also für alle reellen Zahlen x als reelle Zahl definiert. Wie in A wird nun $y=\sqrt{x^2+5x+28}$ substituiert, wobei $y\geqq 0$ gelten muß, und $y^2-24=5y$ erhalten, wobei, wegen $y\geqq 0$, die Lösung $y=-3$ sofort ausgeschlossen werden kann.

Wie in A werden $x=-9$ und $x=4$ als einzige mögliche Lösungen ermittelt.

(2) von A bestätigt sie als Lösungen.

Lösung C (Jochen Lattermann, Dresden, Frühstarter)

Wie in B wird zunächst gezeigt, daß $\sqrt{x^2+5x+28}$ für alle reellen Zahlen x als reelle Zahl definiert ist.

Aus (3) von B folgt auch, daß $x^2+5x+28>9$ für alle reellen Zahlen ist.

Es wird $a=x^2+5x+28$ substituiert, wobei $a>9$ gelten muß. Aus (1) erhält man dann, daß $a-24=5\sqrt{a}$ gelten muß. Durch Quadrieren erhält man $a^2-48a+576=25a$. Diese quadratische Gleichung hat nur die Lösungen $a=64$ und $a=9$. Wegen $a>9$, braucht nur $a=64$ betrachtet zu werden. Es muß also $64=x^2+5x+28$ gelten. Diese quadratische Gleichung hat nur die Lösungen $x=-9$ und $x=4$. Also können höchstens diese beiden Zahlen die geforderten Eigenschaften haben.

(2) von A bestätigt sie als Lösungen.

Lösung D (Heinz-Olaf Müller, Suhl, Frühstarter)

Wie in B wird zuerst bewiesen, daß $\sqrt{x^2+5x+28}$ für alle reellen Zahlen x als reelle Zahl definiert ist.

Aus (1) erhält man durch Quadrieren und Zusammenfassen

$$x^4+10x^3+8x^2-85x-684=0. \quad (4)$$

Es ist

$x^4+10x^3+8x^2-85x-684$

$=(x^2+5x-8{,}5)^2-27{,}5^2$

$=(x^2+5x-36)(x^2+5x+19)$.

Aus (4) ergibt sich somit $(x^2+5x-36)(x^2+5x+19)=0$. Wenn ein Produkt Null ist, so muß es auch ein Faktor sein. Die Gleichung $x^2+5x-36=0$ wird nur für $x=-9$ und $x=4$ erfüllt, wohingegen die Gleichung $x^2+5x+19=0$ für keine reelle Zahl x erfüllt ist.

Also können höchstens $x=-9$ und $x=4$ die geforderten Eigenschaften besitzen.

(2) von A bestätigt sie als Lösungen.

Lösung E (Axel Siebert, Frankfurt (Oder))

Die Lösung verläuft wie bei D bis zu

$$x^4+10x^3+8x^2-85x-684=0. \quad (4)$$

Nun wird folgender Teil des Vietaschen Wurzelsatzes benutzt:

Wenn a eine ganzzahlige Lösung von (4) ist, so ist a ein Teiler von $684=2^2\cdot 3^2\cdot 19$.

Durch systematisches Probieren wurden $x=4$ und $x=-9$ als ganzzahlige Lösungen von (4) ermittelt und durch Partialdivision

$x^4+10x^3+8x^2-85x-684=(x-4)(x+9)$

$(x^2+5x+19)$ erhalten.

Der weitere Lösungsweg verläuft wie bei D.

Auswertung der Schülerergebnisse:

Wie nicht anders zu erwarten, fanden fast alle Schüler einen Zugang zur Aufgabe, wobei etwa 65% der Lösungen in ihrem Ansatz dem der Lösungen A bis C ähnelten. Die übrigen Schüler gelangten zu der in D genannten Gleichung 4. Grades (4) in x.

Mehr als 70% der Teilnehmer fand auch die Lösungen $x=4$ und $x=-9$. Dabei fiel auf, daß vielen der Stellenwert der „Probe" ((2) von Lösung A) nicht klar war bzw. falsch (es wurde von der Behauptung ausgegangen) geführt wurde.

Dies führte zu folgendem Ergebnis:

Punkte	0	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl	3	7	12	7	3	12	33	40

Dr. H. W. Harnau, Sektion Mathematik der Wilhelm-Pieck-Universität Rostock – Koordinator bei den zentralen Olympiaden Junger Mathematiker

Die Aufgabe 2, Klassenstufe 10, der 4. Stufe der XIX. Olympiade Junger Mathematiker der DDR lautete:

Beweisen Sie, daß die folgende Gleichheit gilt!

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+-\ldots+\frac{1}{465}-\frac{1}{466}$$

$$=\frac{1}{234}+\frac{1}{235}+\frac{1}{236}+\ldots+\frac{1}{465}+\frac{1}{466}.$$

Von den Lösungen sollen hier einige vorgestellt werden.

1. *Viele Teilnehmer* gingen von der behaupteten Gleichung aus und formulierten sie im wesentlichen wie folgt um:

$$1-\frac{1}{2}+-\ldots+\frac{1}{233}=\frac{2}{234}+\frac{2}{236}+\ldots+\frac{2}{466}$$

$$1-\frac{1}{2}+-\ldots+\frac{1}{233}=\frac{1}{117}+\frac{1}{118}+\ldots+\frac{1}{233}$$

Diese Gleichung ist von gleicher Art wie die Ausgangsgleichung. Sie besitzt aber weniger Summanden. Wendet man diese *Reduzierung* wiederholt an, so erhält man folgende Zwischenergebnisse:

$$1-\frac{1}{2}+-\ldots-\frac{1}{116}=\frac{1}{59}+\frac{1}{60}+\ldots+\frac{1}{116}$$

$$1-\frac{1}{2}+-\ldots-\frac{1}{58}=\frac{1}{30}+\frac{1}{31}+\ldots+\frac{1}{58}$$

$$1-\frac{1}{2}+-\ldots+\frac{1}{29}=\frac{1}{15}+\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{29}$$

$$1-\frac{1}{2}+-\ldots-\frac{1}{14}=\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{14}$$

$$1-\frac{1}{2}+-\ldots+\frac{1}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{7}$$

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}.$$

Die letzte Aussage ist offensichtlich wahr. Da die Umformungen äquivalent sind, ist damit die behauptete Gleichung bewiesen. Etwas kürzer können diese Darlegungen notiert werden, wenn man wie *John Matzke* (Erfurt, 1. Preisträger) und *Joachim Krumnow* (Schwedt, Anerkennung) das Summenzeichen verwendet.

2. Die letzte Überlegung, die einige Schüler außer acht ließen, erübrigt sich, wenn man – wie im *Lösungsvorschlag* der Aufgabenkommission – die Differenz

$$D=\left(1-\frac{1}{2}+-\ldots+\frac{1}{465}-\frac{1}{466}\right)$$

$$-\left(\frac{1}{234}+\ldots+\frac{1}{466}\right)$$

bildet. Nach völlig entsprechenden Umformungen wie unter 1. ergibt sich $D=0$.

3. Einige der folgenden Lösungen unterstreichen erneut, daß man die Darlegungen wesentlich kürzer notieren kann, wenn man das Summenzeichen benutzt.

Jochen Lattermann (Dresden, 9. Klasse, 1. Preisträger) stellt zunächst die linke Seite der Gleichung $\left(1-\frac{1}{2}+-\ldots+\frac{1}{465}-\frac{1}{466}\right)$ in der Form

$$\sum_{i=1}^{233}\frac{1}{2i-1}+\sum_{i=1}^{233}\left(-\frac{1}{2i}\right) \text{ dar.}$$

Wegen $\left(-\frac{1}{2i}\right)=\left(\frac{1}{2i}-\frac{1}{i}\right)$ ergibt sich weiter

$$\sum_{i=1}^{233}\frac{1}{2i-1}+\sum_{i=1}^{233}\left(\frac{1}{2i}-\frac{1}{i}\right)$$

$$=\sum_{i=1}^{233}\frac{1}{2i-1}+\sum_{i=1}^{233}\frac{1}{2i}-\sum_{i=1}^{233}\frac{1}{i}$$

$$=\sum_{i=1}^{466}\frac{1}{i}-\sum_{i=1}^{233}\frac{1}{i}=\sum_{i=234}^{466}\frac{1}{i}.$$

Die letzte Summe ist aber gerade die rechte Seite der behaupteten Gleichung.

Eine entsprechende Lösung legte *Silvia Langner* (Schwarze Pumpe, 3. Preisträger) vor.

4. Mehrere Schüler erkannten, daß hinter der behaupteten Gleichung eine *allgemeine Aussage* über natürliche Zahlen steht:
Für alle natürlichen Zahlen $n\geqq 1$ gilt

$$1-\frac{1}{2}+-\ldots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}$$
$$=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}. \qquad (1)$$

Ronald Lehmann (Dresden, Anerkennung) hat sie kurz in folgender Weise geschrieben:

$$\sum_{i=1}^{2n}(-1)^{i+1}\frac{1}{i}=\sum_{i=n+1}^{2n}\frac{1}{i}. \qquad (2)$$

(Speziell für $n=233$ liegt die ursprüngliche Behauptung vor.)
Zum Beweis wird die *Methode der vollständigen Induktion*[1]) verwendet:
Für $n=1$ ist die Aussage (2) richtig, denn es ist offenbar $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. Man zeigt jetzt, daß aus der Gültigkeit von (2) für eine natürliche Zahl $k\geqq 1$ die Gültigkeit von (2) für $n=k+1$ folgt: Wegen

$$\sum_{i=1}^{2(k+1)}(-1)^{i+1}\frac{1}{i}=\sum_{i=1}^{2k}(-1)^{i+1}\frac{1}{i}+\frac{1}{2k+1}$$
$$-\frac{1}{2k+2} \text{ und}$$
$$\sum_{i=1}^{2k}(-1)^{i+1}\frac{1}{i}=\sum_{i=k+1}^{2k}\frac{1}{i} \text{ gilt}$$
$$\sum_{i=1}^{2(k+1)}(-1)^{i+1}\frac{1}{i}=\sum_{i=k+1}^{2k}\frac{1}{i}+\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+2}$$
$$=\sum_{i=k+2}^{2k+2}\frac{1}{i}+\left(\frac{1}{k+1}-\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+2}\right)$$
$$+\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+2}=\sum_{i=(k+1)+1}^{2(k+1)}\frac{1}{i}, \text{ d. h.}$$

dieser „Schluß von k auf $k+1$" gilt. – Damit ist (2) für alle natürlichen Zahlen $n\geqq 1$ bewiesen.

Mathias Thiede (Berlin, 3. Preisträger) gibt einen entsprechenden Beweis, wobei er die Behauptung in der Form

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2i-1}-\frac{1}{2i}\right)=\sum_{i=n+1}^{2n}\frac{1}{i} \text{ darstellt.}$$

Originell sieht die Lösung von *Thomas Jez* (Herzberg, 9. Klasse) aus. Er kannte wohl das Summenzeichen nicht und definiert dafür induktiv folgende Zeichen „$\|_n$" und „$\|^n$":

$$\|_1 := \frac{1}{1}-\frac{1}{2};\ \|_{n+1} := \|_n+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}$$

bzw.

$$\|^1 := \frac{1}{2};\ \|^{n+1} := \|^n-\frac{1}{n+1}$$
$$+\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}.$$

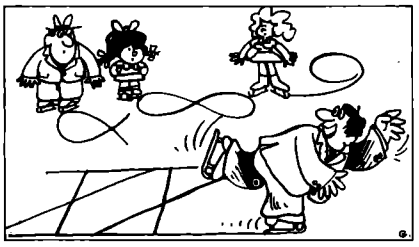
Die Gleichung (1) gewinnt damit die Form $\|_n=\|^n$, und diese beweist er durch vollständige Induktion.
Die allgemeine Gesetzmäßigkeit (1) und einen Beweis durch vollständige Induktion haben folgende Schüler vorgelegt, ohne das abkürzende Summenzeichen zu verwenden: *Jens Jakobi* (Bezirk Potsdam), *Bernd Schmutzler* (Bezirk Karl-Marx-Stadt, 9. Klasse), *Gerald Senckpiel* (Neubrandenburg, 9. Klasse, Anerkennung), *Detlef Bauer* (Bezirk Cottbus).

Auf Grund von $\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{2n(2n-1)}$ faßt *Peter Domaschke* (Leinefelde, Anerkennung) die allgemeine Behauptung in der Form

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2i(2i-1)}=\sum_{i=n+1}^{2n}\frac{1}{i}$$

und beweist dies induktiv.

Dr. E. Quaisser, Sektion Mathematik der Pädagogischen Hochschule Karl Liebknecht, Potsdam – Koordinator bei den zentralen Olympiaden Junger Mathematiker



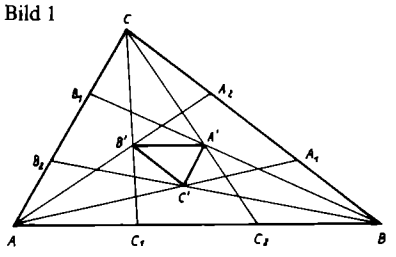
[1]) Den jungen Lesern, die diese mathematische Beweismethode noch nicht kennen, sei das leicht verständliche Büchlein von I. S. Sominski: *Vollständige Induktion* (Deutscher Verlag der Wissenschaften) empfohlen.

Eine Aufgabe von Prof. Dr. Kurt Rosenbaum

Sektion Mathematik der Pädagogischen Hochschule Dr. Th. Neubauer Erfurt/Mühlhausen
Mitglied des Zentralen Komitees der Olympiaden Junger Mathematiker der DDR

▲2053▲ a) (Einfache Variante) Jede Seite eines beliebigen Dreiecks ABC wird in drei gleiche Teile geteilt. Verbindet man jeden Eckpunkt mit den inneren Teilpunkten der gegenüberliegenden Seite, so bilden die gemäß Bild 1 gefundenen Schnittpunkte A', B', C' ein Dreieck mit den Eigenschaften

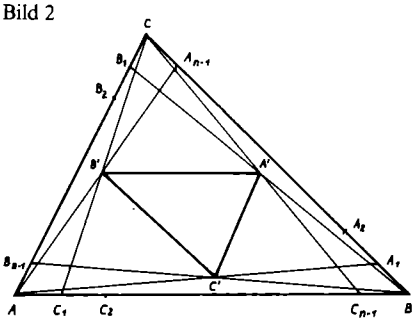
Bild 1



(1) $\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$.
(2) Für die Flächeninhalte $F=F_{ABC}$ und $F'=F_{A'B'C'}$ der Dreiecke ABC bzw. $A'B'C'$ gilt
$F=25F'$.

b) (Komplizierte Variante) Jede Seite eines beliebigen Dreiecks ABC wird in n (mit $n>2$) gleiche Teile geteilt. Verbindet man jeden Eckpunkt mit den am weitesten außen liegenden inneren Teilpunkten der jeweils gegenüberliegenden Seite, so bilden die gemäß Bild 2 gefundenen Schnittpunkte $A'B'C'$ ein Dreieck mit den Eigenschaften

Bild 2



(1) $\triangle ABC\sim\triangle A'B'C'$.
(2) Für die Flächeninhalte $F=F_{ABC}$ und $F=_{A'B'C'}$ der Dreiecke ABC bzw. $A'B'C'$ gilt
$F=\left(\frac{2n-1}{n-2}\right)^2F'$.

Aus der Arbeit der Mathematischen Schülergesellschaft des Bezirkes Leipzig

Seit 25 Jahren gibt es im Bezirk Leipzig vielfältige Formen der außerunterrichtlichen Arbeit auf mathematischem Gebiet. Ab 1963 wurden diese Bemühungen in zunehmendem Maße durch die Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität unterstützt. Zu einem Höhepunkt dieser Zusammenarbeit zwischen Volksbildung und Universität wurde 1974 die Gründung der *Mathematischen Schülergesellschaft* (MSG).

In diese MSG können Schüler der Klassen 6 bis 12 des Bezirks Leipzig delegiert werden. Voraussetzung sind überdurchschnittliche Leistungen im Fach Mathematik und mindestens gute Leistungen in allen anderen Fächern. Natürlich wird von jedem MSG-Mitglied erwartet, daß es aktiv an der Arbeit der Pionierorganisation bzw. der FDJ teilnimmt.

Die MSG hat sich die Aufgabe gestellt, durch die Förderung der außerunterrichtlichen Tätigkeit von Schülern bei der Erziehung zu allseitig gebildeten sozialistischen Schülerpersönlichkeiten mitzuwirken. Auf der Grundlage des lehrplanmäßigen Mathematikunterrichts sollen die Schüler in einige für die Mathematik typische Arbeitsmethoden, Schlußweisen und Beweisverfahren tiefer eindringen. Ihr Verständnis für das axiomatische und deduktive Vorgehen in der Mathematik, ihre Fähigkeit zu präziser sprachlicher Formulierung und ihr Abstraktionsvermögen sollen weiter entwickelt werden. Dadurch, daß die Schüler vielfältige praktische Anwendungen der Mathematik kennenlernen und noch klarere Vorstellungen über die Bedeutung der Mathematik beim Aufbau der entwickelten sozialistischen Gesellschaft erhalten, wird ihnen geholfen, sich bei der Berufs- und Studienwahl für volkswirtschaftlich wichtige Richtungen entsprechend ihrer persönlichen Begabung verantwortungsbewußt zu entscheiden. Ziel ist es, möglichst viele MSG-Mitglieder für ein Studium in den Fachrichtungen „Diplommathematiker" oder „Diplomlehrer für Mathematik und Physik" zu begeistern.

Die MSG wird von der Sektion Mathematik der Karl-Marx-Universität Leipzig getragen. Wissenschaftliche Mitarbeiter, Forschungs- und Beststudenten der Sektion Mathematik leiten die Arbeit der einzelnen Zirkel. Zur Zeit gibt es 23 Zirkel mit insgesamt 183 Mitgliedern.

Die Zirkelmitglieder treffen sich alle zwei Wochen zu gemeinsamer Arbeit. Natürlich ist es mit diesen Zusammenkünften nicht getan: Im Selbststudium werden Anregungen aus der gemeinsamen Arbeit aufgegriffen, aufgeworfene Fragen weiter verfolgt. Umgekehrt werden Probleme, die sich bei der selbständigen Beschäftigung mit der Mathematik ergaben, oft im Zirkel diskutiert und geklärt. Etwa die Hälfte eines jeden Zirkelnachmittags gehört der Behandlung eines zusammenhängenden Themas, während der Rest der Zeit für ein zielgerichtetes Olympiadetraining genutzt wird. Die Themen knüpfen entweder unmittelbar an den Schulstoff an oder sind weiterführenden Teilgebieten der Mathematik entnommen. Letztere sollen den Schülern einen Eindruck von der Breite und Vielfalt der Mathematik vermitteln. Als Beispiel seien einige Themen aus dem Programm der Klasse 6 genannt:

Arithmetische Beweise unter Verwendung von Variablen – Geometrische Konstruktionen – Wie rechnet ein Computer? (Rechnen mit Dualzahlen) – Einfache indirekte Beweise – Lösungsstrategien für Knobelaufgaben zur Logik – Arbeiten mit Mengen – Extremalprobleme aus der Geometrie.

Manche Themen werden in höheren Klassenstufen erneut aufgegriffen, da sich mit den umfassenderen Schulkenntnissen kompliziertere Probleme bearbeiten lassen. Zwei solcher Themen, die sich von Klasse 6 bis zur Klasse 12 durchziehen, sind: Arbeiten in mathematischen Strukturen, Lösen von Extremalproblemen mit elementaren Mitteln.

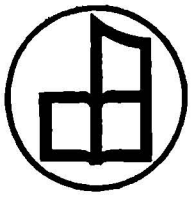
Die entsprechenden Arbeitsmittel für solche komplexen Themen entwickeln Lehrerstudenten der Sektion Mathematik im Rahmen von Diplomarbeiten.

Der Bezirksschulrat, Oberstudienrat Trescher, und der Vorsitzende der MSG, Prof. Dr. Schumann, zeichnen besonders erfolgreiche Mitglieder der MSG aus. Die Auszeichnung erfolgte im Beisein vieler Eltern, die Gast der Eröffnungsveranstaltung des neuen „Lehrjahres" waren.

Eine Aufgabe zum letztgenannten Thema (Klasse 7):

▲1▲ 1978 wurde vor dem neuen Leipziger Universitätskomplex am Karl-Marx-Platz ein Denkmal des berühmten Mathematikers Gottfried Wilhelm Leibniz enthüllt. Das Denkmal ist 8,5 m hoch, wobei der Sockel bereits eine Höhe von 3,3 m hat. In welcher Entfernung vom Denkmal sieht man die Gestalt von Leibniz unter dem größten Winkel, wenn die Augenhöhe des Betrachters 1,5 m beträgt? Diese Aufgabe ist geometrisch-konstruktiv zu lösen.

Die Arbeit in den Zirkeln ist das Hauptfeld der Tätigkeit der MSG. Darüber hinaus halten führende Wissenschaftler und Lehrende der Karl-Marx-Universität Vorträge zu speziellen Themen. In den Sommerferien haben alle MSG-Mitglieder Gelegenheit, am *Bezirksspezialistenlager Junger Mathematiker* teilzunehmen. Dieses wird inhaltlich von der MSG gestaltet. Aktive Erholung in schönen Gegenden unserer Republik wird mit mathematischer Arbeit verbunden. Diese Lager sind Höhepunkt eines jeden Zirkeljahres. In einer Lagerolympiade wird Rechenschaft über das Erreichte abgelegt.



Eine Aufgabe aus einer Lagerolympiade (Klasse 8):

▲2▲ Stelle die Lösungsmenge der Gleichung

$$|y+1| = |x| + 1 \qquad (x \in R; y \in R)$$

in einem rechtwinkligen kartesischen Koordinatensystem grafisch dar!

Wenn in den nächsten Jahren die ersten Schüler, die die MSG ab Klasse 6 durchlaufen haben, ein Studium aufnehmen, hoffen wir, daß sich viele dieser Schüler für den Beruf eines Mathematikers oder Mathematiklehrers entscheiden.

C. P. Helmholz

Ideen am Schachbrett

Wie Aufgaben entstehen können

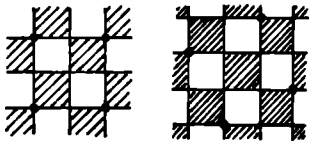
Sicher wird so mancher von euch schon knobelnd vor Olympiadeaufgaben oder anderen mathematischen Fragestellungen gesessen und bei sich gedacht haben: Woher kommen eigentlich solche Aufgaben?
Ein Beispiel für die Entstehung von Aufgaben schildert der folgende Beitrag.

Vorbereitende Betrachtungen

Ein Schachbrett enthält 8^2 quadratische (helle und dunkle) Felder, deren Eckpunkte ein quadratisches Punktegitter von 9^2 Punkten bilden. Nun können vier solcher Punkte aber auch Eckpunkte eines Quadrates sein, das sich von diesen Feldern unterscheidet, wie die Bilder 1 und 2 zeigen. Die sich hier erhebende Frage nach der Anzahl q aller Quadrate, deren Eckpunkte Gitterpunkte sind, ist in der *Trommel* 8/1977 als Aufgabe (für ein Punktegitter mit 8^2 Punkten) erschienen.

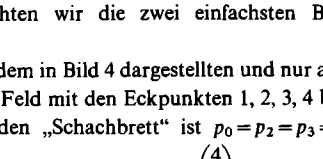
Bild 1

Bild 2



Betrachten wir zwei Gitterpunkte, so können diese für kein, genau ein, genau zwei oder genau drei Quadrate, deren Eckpunkte Gitterpunkte sind, ein Paar von Eckpunkten sein. Bild 3 zeigt dabei einen Teil des Schachbrettrandes. Die Anzahl der Punktepaare, die für genau k solcher Quadrate ($k=0, 1, 2, 3$) Paare von Eckpunkten sind, sei P_k.

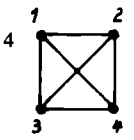
Bild 3



Betrachten wir die zwei einfachsten Beispiele:
1. Bei dem in Bild 4 dargestellten und nur aus einem Feld mit den Eckpunkten 1, 2, 3, 4 bestehenden „Schachbrett" ist $p_0=p_2=p_3=0$ und $p_1=6$, denn jedes der $\binom{4}{2}=6$ Punktepaare $(1,2)$, $(1,3)$, $(1,4)$, $(2,3)$, $(2,4)$, $(3,4)$ ist ein Paar von Eckpunkten für genau ein Quadrat. Zählen wir bei einem beliebig großen „Schachbrett" mit n^2 Gitterpunkten ($n\geqq 2$) jedes Punktepaar, das für genau k Quadrate ein Paar von Eckpunkten ist, k-fach, so ist

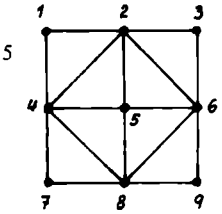
$$\sum_{k=0}^{3} k p_k = 6q \qquad (1)$$

Bild 4



mit q als Anzahl aller Quadrate, deren Eckpunkte Gitterpunkte sind.
2. In Bild 5 enthält das „Schachbrett" 3^2 Gitterpunkte. Die Anzahl aller Punktepaare ist daher $p=\binom{9}{2}=36$, wobei $p_0=p_2=8$, $p_1=20$ und $p_3=0$ ist.

Bild 5



Beispielsweise ist das Punktepaar $(1,6)$ für kein Quadrat ein Paar von Eckpunkten, während die Punktepaare $(1,2)$ bzw. $(1,3)$ bzw. $(2,8)$ für genau ein Quadrat, nämlich das mit den Eckpunkten 1, 2, 4, 5 bzw. 1, 3, 7, 9 bzw. 2, 4, 6, 8 und die Punktepaare $(2,4)$ bzw. $(2,5)$ für genau zwei Quadrate, nämlich die mit den Eckpunkten 1, 2, 4, 5 und 2, 4, 6, 8 bzw. 1, 2, 4, 5 und 2, 3, 5, 6, Paare von Eckpunkten sind.
Klassifizieren Sie so die noch verbleibenden 30 Punktepaare!
Vergleichen wir bei diesen Beispielen die jeweilige Anzahl q aller Quadrate mit der jeweiligen Anzahl p aller Punktepaare, so können wir feststellen, daß

$$6q=p \qquad (2)$$

ist. Falls (2) allgemein für ein „Schachbrett" mit n^2 Gitterpunkten ($n\geqq 2$) gilt, wäre mit (1) und wegen $p=\sum_{k=0}^{3} p_k$

$$\sum_{k=0}^{3} k p_k = \sum_{k=0}^{3} p_k \text{ oder}$$

$$\sum_{k=0}^{3} (k-1)p_k = 0. \qquad (3)$$

Der Beweis für die Allgemeingültigkeit von (2) läßt sich in der Tat erbringen, und die bisherigen Überlegungen verdichten sich zur Formulierung der folgenden Aufgabe:

Erste Variante

Sei n eine natürliche Zahl mit $n\geqq 2$.
In einem kartesischen Koordinatensystem betrachte man alle Quadrate, deren Eckpunkte ganzzahlige Koordinaten $(x;y)$ mit $1\leqq x,\ y\leqq n$ haben. Sei p_k ($k=0, 1, 2, \ldots$) die Anzahl der Punktepaare, die für genau k solcher Quadrate Paare von Eckpunkten sind.
Man zeige, daß $\sum_k (k-1)p_k = 0$ ist.

Lösung

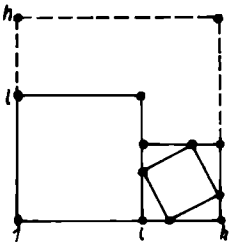
Da die Verbindungsstrecke eines Punktepaares Seite höchstens zweier Quadrate und Diagonale eines dritten sein kann, ist $k=0, 1, 2, 3$.
Die Anzahl aller Punktepaare im Koordinatengitter ist

$$p(n)=\binom{n^2}{2}=\frac{1}{2}n^2(n^2-1). \qquad (4)$$

Die Anzahl der Quadrate, deren Seiten parallel zu denen des Gesamtquadrates sind, ist $\sum_{l=1}^{n-1} l^2$, während die Anzahl der einem solchen Quadrat einbeschriebenen Quadrate $n-l$ ist, wie Bild 6 verdeutlicht. Die Anzahl aller Quadrate ist also

$$q(n)=\sum_{l=1}^{n-1} l^2(n-l)=\frac{1}{2}\sum_{l=1}^{n-1}\left[l^2(n-l)+l(n-l)^2\right]$$
$$=\frac{1}{2}n\sum_{l=1}^{n-1} l(n-l).$$

Bild 6



Wegen (2) besteht die Vermutung

$$6q(n)=p(n) \qquad (5)$$

oder $6\sum_{l=1}^{n-1} l(n-l)=n(n^2-1)=(n-1)n(n+1)$,
was durch vollständige Induktion

$$6\sum_{l=1}^{n} l(n+1-l)=6\left[\sum_{l=1}^{n-1} l(n-l)+\sum_{l=1}^{n} l\right]$$
$$=(n-1)n(n+1)+3n(n+1)=n(n+1)(n+2)$$

bestätigt wird. Aus (5) folgt (3), wie oben gezeigt wurde. Wir erhalten aus (5) jetzt auch die Antwort auf die anfangs aufgeworfene Frage nach der Anzahl aller Quadrate für den Fall $n=9$. Es ist $q(9)=\frac{1}{6}p(9)=\frac{1}{6}p\binom{9^2}{2}=540$.
Für $n=8$ ist $q(8)=\frac{1}{6}(8)=\frac{1}{6}\binom{8^2}{2}=336$.

Betrachten wir nun in dem oben erwähnten Koordinatensystem ein beliebiges Quadrat, dessen Eckpunkte P_m ($m=1, 2, 3, 4$) wieder ganzzahlige Koordinaten haben. Umlaufen wir in der Reihenfolge $P_1\to P_2\to P_3\to P_4$ das Quadrat im mathematisch positiven Sinne wie in Bild 7 und haben wir zwei benachbarte Eckpunkte $P_1(x;y)$ und $P_2(u;v)$ durch ihre Koordinaten festgelegt, so sind die beiden anderen Eckpunkte $P_3(u+(y-v);v+(u-x))$ und $P_4(x+(y-v);y+(u-x))$ durch die Koordinaten von P_1 und P_2 bestimmt. Wenn wir nun von solchen Quadraten alle diejenigen ins Auge fassen, deren sämtliche Eckpunkte sich innerhalb oder auf dem Rande eines Quadrates mit den Eckpunkten $A(1;1)$, $B(n;1)$, $C(n;n)$, $D(1;n)$ befinden, so entsteht eine weitere Aufgabenstellung:

Fortsetzung: siehe Seite 24

Vier in einer Reihe

Das folgende Spiel könnt ihr zu zweit auf kariertem Papier, auf einem Feld der Größe 6 × 6 Kästchen, spielen:

Die Spieler zeichnen abwechselnd ihr Zeichen in ein Kästchen, am besten mit verschiedenen Farbstiften. Wer zuerst vier aneinanderliegende Kästchen in einer Reihe (waagerecht, senkrecht oder diagonal) mit seiner Farbe bzw. seinem Zeichen besetzt hat, hat gewonnen (Bild 1).

Im Beispiel haben die Spieler „+" und „o" schon je zwei Kästchen belegt. Wenn „+" sein Zeichen in das eingerahmte Feld schreibt, hat er drei aneinanderliegende Kästchen in einer Diagonalen besetzt. Im nächsten Zug kann er dann entweder unten oder oben das vierte Kästchen anschließen und ist Sieger. Nachdem ihr einige Runden gespielt habt, wird euch interessieren, welche Züge zum Gewinn führen.

Aufgabe

a) Wieviel Viererreihen lassen sich mit einem Kästchen in einer Ecke, am Rand bzw. in der Mitte des Feldes bilden? Die Antwort zeigt: Es ist am günstigsten, die Kästchen in der Mitte zuerst zu besetzen.

b) Gibt es für den Spieler, der anfängt, einen Spielplan, der ihn sicher zum Gewinn führt?

Reizvoller und bedeutend komplizierter wird das Spiel, wenn 3 oder 4 Spieler teilnehmen, oder wenn man zu zweit „5 in einer Reihe" (auch *Gobang* genannt) spielt. Dazu braucht man ein größeres Feld, etwa 15 × 15.

Lösung

a) Das Ergebnis ist in Bild 1 links unten eingetragen.

b) Der erste Spieler „+" kann bei richtigem Spiel stets gewinnen. Wir geben einen Spielplan für die wichtigsten Fälle an. Die Zeilen des Spielfeldes bezeichnen wir mit Zahlen 1 bis 6 und die Spalten mit den Buchstaben a bis e (wie beim Schach).

Bild 1

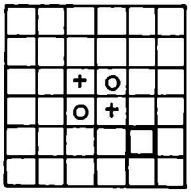
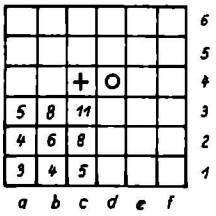


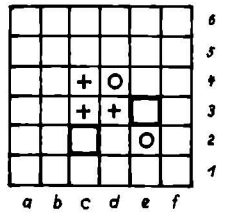
Bild 2



„+" besetzt zuerst das Kästchen c4 (Bild 2).

1. Fall: „o" besetzt ein Kästchen gerade daneben, dies sei d4 (Bild 2). Dann setzt „+" d3. Um zu verhindern, daß „+" vier Kästchen in der Diagonalen bekommt, muß „o" jetzt e2 (oder b5) besetzen. „+" antwortet mit c3 (Bild 3) und kann sich im nächsten Zug mit c2 oder e3 eine „nach beiden Seiten offene Dreierreihe" schaffen. Das heißt, „+" gewinnt im 5. Zug.

Bild 3



2. Fall: „o" besetzt ein Kästchen diagonal daneben, dies sei d3. „+" setzt d5 (oder b3, andere Züge führen nicht sicher zum Gewinn). Um eine offene Dreierreihe zu verhindern, muß „o" b3 besetzen und „+" c3. Nun droht eine offene Dreierreihe auf der c-Linie (Bild 4). Setzt „o" c2, so antwortet „+" c5 und c6 oder b5 im nächsten Zug. Setzt „o" c5, so antwortet „+" d4 und schafft dann mit e4 oder e5 eine offene Dreierreihe. In jedem Fall gewinnt „+" mit dem 6. Zug.

Alle anderen Fälle erfordern nur kleine Änderungen im Spielplan (aber Vorsicht!).

Bild 4

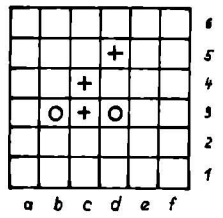
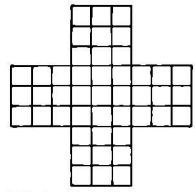


Bild 5



Weiterführende Aufgabe:

Löse die gleichen Aufgaben für ein „Steckhalmafeld"!
(Sie ist noch etwas interessanter.)

Ch. Bandt

Dr. Ch. Bandt ist zur Zeit an der Universität Addis Abeba als Hochschullehrer tätig.

ABC-Mathematik-Olympiade

Jedes Jahr werden die Schüler der Klasse 1 bis 4 im Märzheft der *ABC-Zeitung* aufgefordert, sich an der ABC-Mathematik-Olympiade zu beteiligen. (Die Zeitschrift *Die Unterstufe* informiert die Lehrer jeweils in Heft 2.)

Welches Anliegen haben diese Olympiaden? Sie sollen bei den Schülern von der 1. Klasse an die Liebe zur Mathematik wecken, vorhandenes mathematisches Interesse weiter fördern, die Lust am mathematischen Denken und Knobeln entwickeln helfen und damit zu einer sinnvollen Freizeitbeschäftigung beitragen. Alle Schüler der Klassen 1 bis 4 haben somit die Möglichkeit, ihre Kräfte miteinander zu messen, indem sie die gestellten Aufgaben lösen. Besonders beliebt sind stets Knobel- und Scherzaufgaben. Selbstverständlich werden die Forderungen so bemessen, daß sie nicht über die des Lehrplans hinausgehen. Bei diesen Olympiaden unterscheiden wir zwei Stufen. Die Aufgaben der 1. Stufe. Sie erscheinen in der ABC-Zeitung. Die Schüler lösen die Aufgaben zu Hause. Wer alle Aufgaben gelöst hat, kann sich an der 2. Stufe beteiligen. Sie wird unter Aufsicht von Pädagogen in der Schule, im Hort, an einem Pioniernachmittag oder im Rahmen von zentralen Veranstaltungen in Pionierhäusern, Stationen Junger Naturforscher und Techniker oder Klubhäusern durchgeführt.

Alle erfolgreichen Teilnehmer werden der Redaktion der *ABC-Zeitung* gemeldet. Sie erhalten von dort eine geschmackvoll gestaltete Urkunde. Das spornt natürlich an, sich in den kommenden Jahren zu beteiligen. Im Jahre 1963, dem Gründungsjahr der ABC-Mathematikolympiaden, wurden 2270 Schülern Urkunden ausgehändigt, im Jahre 1980 erhielten 180170 Schüler diese Anerkennung. Das ist ein beachtlicher Erfolg.

Die ABC-Mathematikolympiade kann auf 18jährige Traditionen zurückblicken. An dieser Stelle sei den „Schöpfern" der Aufgaben, den beiden Zeitschriften *ABC-Zeitung* und

Die Unterstufe, den zahlreichen Lehrern, Pionierleitern und Eltern, welche sich Jahr um Jahr einsetzen, um ein Stück außerunterrichtliche Tätigkeit im Fach Mathematik zu leisten, herzlich gedankt. Für alle *alpha*-Leser veröffentlichen wir die Aufgaben der 1. Stufe der 19. ABC-Mathematikolympiade 1981.

J. Lehmann

Aufgaben

▲1▲ Im Rahmen des Auftrages *Pioniersignal X. Parteitag* leisten die beiden 4. Klassen der Friedrich-Engels-Oberschule Timur-Hilfe. In der Klasse 4a sind das 17 Thälmann-Pioniere. Das sind 2 Thälmann-Pioniere mehr als der fünfte Teil der Schüler, die sich aus der Klasse 4b beteiligen.
Wieviel Thälmann-Pioniere leisten in der Klasse 4b Timur-Hilfe?

▲2▲ a) $307536+63001+286+4028$
b) $8726-1503-826$
c) $3063 \cdot 735$
d) $50463 : 7$

▲3▲ a) 8 min = s
150 min = h
6 cm = mm
5 km = m
b) Gib den zehnten Teil an!
5 M; 3 kg; 4 cm.

▲4▲ Wie groß ist die Summe, wenn der eine Summand 1360 und der andere das 50fache dieser Zahl ist?

▲5▲ Zeichne drei Punkte A, B und C, die auf ein und derselben Geraden liegen! Zeichne eine Strecke $\overline{PQ}$!
Zeichne von A, B und C aus Strahlen, die parallel zueinander sind!
Trage auf diesen Strahlen von ihren Anfangspunkten aus die Strecke $\overline{PQ}$ ab!

ABC-Mathematik-Olympiaden in Erfurt

Alljährlich im Mai findet für Schüler der 4. Klassen aus dem gesamten Stadtgebiet eine ABC-Mathematik-Olympiade statt. Gastgeber ist die Pionier- und Jugendakademie des Hauses der Jungen Pioniere *Otto Grotewohl*. Durch die ABC-Mathematik-Olympiaden bereiten sich die Schüler auf die 1. und 2. Stufe der *Olympiade Junger Mathematiker der DDR*, Klassenstufe 5, vor. Die Besten werden in einen Mathematikzirkel des Hauses der JP aufgenommen.
Die Schulen delegieren ihre jeweils leistungsstärksten Schüler. Korrektoren sind Mathematikfachlehrer. Die Ergebnisspiegel kommen dann sofort in das Rechenzentrum des Pionierhauses. Es stehen die Kleinrechner SER 2c und 2d zur Verfügung. Das Auswertungsprogramm für diese Olympiaden wurde von dem Schüler *Andreas Saal*, EOS *G. E. Lessing*, entwickelt. Zehnmal schneller als bei einer traditionellen Auswertung druckt der Rechner die Ergebnislisten, Plazierungen und eine Gesamtauswertung, gegliedert nach Schulen und Stadtbezirken, aus.

Aufgaben

Klassenstufe 4
(reine Arbeitszeit: 90 Minuten)

▲1▲ Welches Ergebnis gehört zu welcher Aufgabe?

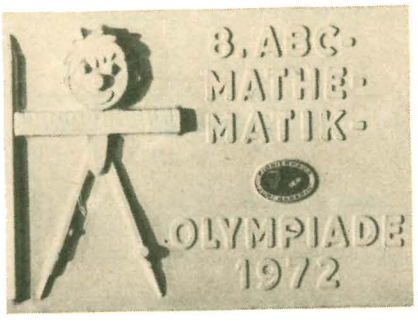
$53 \cdot 32$	$24 \cdot 19$	$28 \cdot 4$	$60 \cdot 8$	$25 \cdot 5$
125	1696	480	112	456

▲2▲ In Halle wurden im Jahre 1977 in jedem der etwa 210000 Haushalte 40 kg Altpapier an die Sammelstellen abgegeben. Eine Tonne Altpapier entspricht etwa dem Wert einer Kiefer von 80 Jahren.
Wieviel Kiefern im Alter von 80 Jahren konnten durch das abgegebene Altpapier erhalten bleiben?

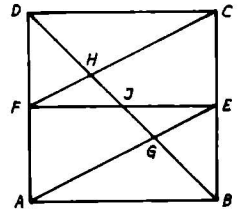
▲3▲ Ordne der Größe nach:
1500 cm, 12000 mm, 3,106 km, 218 dm, 1085 mm, 10,80 cm, 600 cm!

▲4▲ Zeichne zwei Strecken: Die erste mißt 15 cm, die zweite mißt viermal soviel wie der dritte Teil der Länge der ersten Strecke!

▲5▲ Der Berliner Fernsehturm ist höher als der Eiffelturm in Paris, aber nicht so hoch wie der Fernsehturm in Moskau. Der Dresdner Fernsehturm ist nicht so hoch wie der Eiffelturm, aber höher als die Lomonossow-Universität. Der Erfurter Dom ist nicht so hoch wie die Lomonossow-Universität.
Fertige eine Skizze an, und nenne die Bauwerke in der Reihenfolge ihrer Höhe!



▲6▲ Wieviel Dreiecke sind in unserer Abbildung dargestellt?
Stelle eine Übersicht dieser Dreiecke auf!
z. B. $\triangle ABG$ $\triangle BEG$



M. Hoffmann

ABC-Mathematik-Olympiaden in Leipzig

Es ist zu einer Tradition geworden, daß in den Stadtbezirken Leipzig-Mitte und Leipzig-Süd für Schüler der Klassen 3 und 4 Olympiaden durchgeführt werden. Die Besten werden in Mathematikzirkel aufgenommen und bereiten sich – wie in Erfurt – zielstrebig auf die *Olympiaden Junger Mathematiker der DDR* vor. *alpha* veröffentlicht die Aufgaben des Jahres 1980 (reine Arbeitszeit: 60 Minuten). Viel Freude und Erfolg beim Lösen der Aufgaben!

▲1▲ Unser Wohnblock ist 32 m lang und 11 m breit. In einer Entfernung von 1 m von der Hauswand führt ein Plattenweg rings um den Wohnblock. Thomas und Heike wollen jeden Morgen eine Runde um den Häuserblock laufen und diesen Plattenweg benutzen.
Wie lang ist die Laufstrecke?

▲2▲ In Leipzig-Grünau sollen bis 1980 etwa 15000 Wohnungen gebaut werden. Man nimmt an, daß in einem Fünftel der Wohnungen zwei Personen, in der Hälfte drei Personen und im Rest vier Personen einziehen.
Wieviel Bürger werden in den neuen Wohnungen leben?

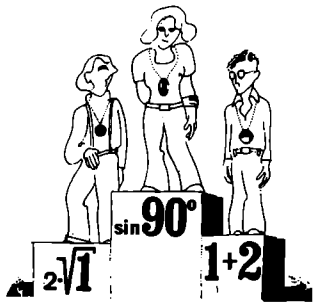
▲3▲ Die Lomonossow-Universität in Moskau ist höher als das Universitätshochhaus in Leipzig. Der Dresdner Fernsehturm ist höher als die Lomonossow-Universität, aber nicht so hoch wie er Eiffelturm in Paris. Der Berliner Fernsehturm ist höher als der Eiffelturm, aber nicht so hoch wie der Fernsehturm in Moskau.
Gib die Bauwerke in der Reihenfolge ihrer Höhe an!

M. Rehn

Wer löst mit? alpha-Wettbewerb

Aufgaben aus vergangenen Olympiaden Junger Mathematiker der DDR

Letzter Einsendetermin: 1. Mai 1981



Mathematik

Ma 5 ▪2055 Im Werkunterricht sollen Reagenzglasständer für je 5 Reagenzgläser hergestellt werden. Das obere Brettchen ist 160 mm lang. Es soll 5 Bohrungen von je 18 mm Durchmesser erhalten. Der Abstand der ersten bzw. letzten Lochmitte von den Brettchenenden beträgt je 24 mm. Alle Bohrungen sollen untereinander gleichen Abstand haben.

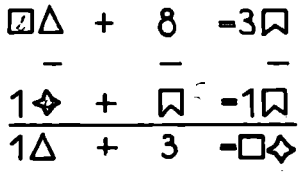
a) Wie groß ist der Abstand von Lochmitte zu Lochmitte?

b) Wie groß sind die Zwischenräume zwischen den Bohrlochrändern?

Ma 5 ▪2056 Konstruiere ein regelmäßiges Sechseck! Zeichne in das Sechseck alle möglichen Diagonalen ein! Wieviel Diagonalen findest du? Zähle sie auf, indem du sie benennst (z. B. *AB*, ...)!

Ma 5 ▪2057 Gesucht ist eine zweistellige natürliche Zahl mit folgenden Eigenschaften: Die Summe ihrer Ziffern beträgt 10. Vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu dieser dadurch entstandenen Zahl die Zahl 2, so erhält man das Dreifache der ursprünglichen Zahl.

Ma 5 ▪2058 Gib sämtliche Lösungen des nachstehenden Kryptogramms (siehe Bild) an, d. h. ersetze die geometrischen Figuren durch je eine der Ziffern 0 bis 9, daß zusammen mit den bereits angegebenen Ziffern sämtliche (waagerecht und senkrecht stehenden) Aufgaben richtig gelöst sind! Dabei bedeuten gleiche Figuren gleiche Ziffern.



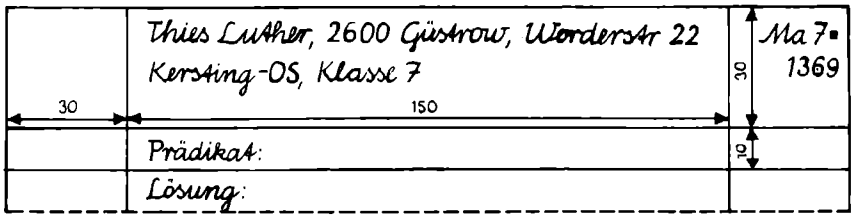
Ma 5 ▪2059 Eine Gruppe *Junger Mathematiker* führte eine Exkursion durch. Jeder Teilnehmer bezahlte 1,50 Mark für die Fahrkosten. Bei der Bezahlung des Sammelfahrscheines blieb ein Betrag von 1,10 Mark übrig. Hätte jeder Teilnehmer 1,40 Mark eingezahlt, so hätten 1,10 Mark an den Kosten des Sammelfahrscheines gefehlt. Ermittle die Anzahl der Teilnehmer an dieser Exkursion! Wieviel Geld erhielt jeder dieser Teilnehmer zurück, als der zuviel eingezahlte Betrag gleichmäßig unter ihnen verteilt wurde?

Ma 5 ▪2060 In einem Kasten befinden sich insgesamt 100 gleichgroße Kugeln, nämlich 28 rote, 28 blaue, 26 schwarze, 16 weiße und 2 grüne. Ulrike soll aus diesem Kasten im Dunkeln (also ohne bei irgendeiner der herausgenommenen Kugeln die Farbe erkennen zu können) eine Anzahl von Kugeln herausnehmen. Die Anzahl soll sie so wählen, daß unter den herausgenommenen Kugeln mindestens 9 die gleiche Farbe haben müssen. Welches ist die kleinste Kugelanzahl, die Ulrike wählen kann, um diese Aufgabe zu erfüllen?

Ma 6 ▪2061 Wieviel verschiedene Arten von Personenzugfahrkarten 2. Klasse braucht man für eine Strecke mit 15 Stationen, wenn es für jede mögliche Verbindung eine Fahrkarte geben soll? Wie hast du die Anzahl ermittelt?

Ma 6 ▪2062 In den Ferien war Klaus auf dem Lande. Aus seinen Beobachtungen ergab sich folgende Scherzaufgabe:

$1\frac{1}{2}$ Hühner legen in $1\frac{1}{2}$ Tagen $1\frac{1}{2}$ Eier.



Wettbewerbsbedingungen

1. Am Wettbewerb können sich alle *alpha*-Leser beteiligen.

2. Einsendungen sind unter Angabe von Name, Vorname, Privatanschrift (Postleitzahl nicht vergessen!), Schule und Schuljahr (bei Erwachsenen Alter und Beruf) zu richten an

Redaktion alpha
7027 Leipzig, Postfach 14.

3. Alle Wettbewerbsaufgaben sind im System der Aufgabe fortlaufend numeriert. Der üblichen Nummer ist ein Ma (Mathematik), Ph (Physik) oder Ch (Chemie) und eine Ziffer, z. B. 7, vorgesetzt (d. h. für 7. Klasse geeignet).

4. Von den Teilnehmern sind nur die Aufgaben seiner oder einer höheren Klassenstufe einzusenden. Schüler der Klassenstufen 11/12 und Erwachsene lösen die Aufgaben, welche mit Ma 10/12, Ph 10/12 oder Ch 10/12 gekennzeichnet sind.

5. Für jede Lösung ist ein gesondertes Blatt zu verwenden, Format A4 (210 mm × 297 mm) (siehe Muster), denn jede Aufgabe wird für sich, d. h. in einem Zug, korrigiert.

6. Teilnehmer, die eine vorbildliche oder gute (d. h. vollständige und richtige) Lösung (nicht nur Antwortsatz oder Ergebnis) eingesandt haben, erhalten von der Redaktion eine Antwortkarte mit dem Prädikat „sehr gut gelöst", „gut gelöst" oder „gelöst". Schüler, welche nur einen Schlußsatz zu einer Aufgabe einsenden, die vorgegebene Form nicht beachten, unübersichtlich oder unsauber arbeiten, erhalten eine rote Karte mit dem Vermerk „nicht gelöst".

Letzter Einsendetermin wird jeweils bekanntgegeben. Der Jahreswettbewerb 1980/81 läuft von Heft 5/80 bis Heft 2/81. Zwischen dem 1. und 10. September 1981 sind alle durch Beteiligung an den Wettbewerben der Hefte 5/80 bis 2/81 erworbenen Karten geschlossen an die Redaktion einzusenden. Eingesandte Antwortkarten werden nur dann zurückgesandt, wenn ein Rückumschlag mit ausreichender Frankatur beiliegt.

Die Preisträger und die Namen von Kollektiven, die sich am Wettbewerb beteiligen, werden in Heft 6/81 veröffentlicht. Wer mindestens 10 Antwortkarten (durch die Beteiligung an den Wettbewerben der Hefte 5/80 bis 2/81) erhalten hat und diese einsendet, erhält eine Anerkennungsurkunde und ein Abzeichen (in grüner Farbe). Schüler, die bereits zwei Anerkennungsurkunden besitzen und diese mit den Antwortkarten des Wettbewerbs 1980/81 einsenden, erhalten das *alpha*-Abzeichen in Gold (und die Urkunden zurück). Wir bitten darauf zu achten, daß alle Postsendungen richtig frankiert sind und daß die Postleitzahl des Absenders nicht vergessen wird. Redaktion *alpha*

Ermittle die Anzahl aller Eier, die bei gleicher Legeleistung 7 Hühner in 6 Tagen legen würden!

Ma 6 ■2063 In der fünfstelligen Zahl

52*2*

sind an den mit * bezeichneten Stellen zwei (gleiche oder verschiedene) Ziffern so einzusetzen, daß die dadurch entstehende Zahl durch 36 teilbar ist. Gib alle Möglichkeiten hierfür an! (*Beachte:* Eine Zahl ist genau dann durch 36 teilbar, wenn sie durch 4 und durch 9 teilbar ist.)

Ma 6 ■2064 Ruth, Marion und Petra verbringen einen Teil ihrer Ferien in einem Pionierlager. Jede von ihnen betreibt genau eine der Sportarten Tischtennis, Volleyball und Schwimmen. Außerdem ist bekannt:
(1) Marion leiht sich von der Volleyballspielerin gern gute Bücher.
(2) Die Volleyballspielerin und Petra haben nicht gleich viele Preise bei der Mathematikolympiade errungen.
(3) Marion geht in eine höhere Klasse als die Tischtennisspielerin.
Welche Sportart treibt jedes der drei Mädchen?

Ma 6 ■2065 Eine Strecke von 168 m Länge soll in drei Teilstrecken geteilt werden, deren Längen der Reihe nach mit a, b, c bezeichnet seien. Dabei soll die zweite Teilstrecke dreimal so lang wie die erste und die dritte Teilstrecke viermal so lang wie die erste sein. Ermittle alle Möglichkeiten, die Längen a, b, c der Teilstrecken so anzugeben, daß eine Teilung mit diesen Eigenschaften entsteht!

Ma 7 ■2066 Konstruiere ein beliebiges Quadrat! Konstruiere dann
a) ein Quadrat mit der doppelten Fläche,
b) ein Quadrat mit der halben Fläche
des Ausgangsquadrates! Begründe die Konstruktion!

Ma 7 ■2067 Jemand schreibt alle natürlichen Zahlen von 1 bis 5555 auf, jede genau einmal. Berechne die Anzahl aller dabei geschriebenen Ziffern 9!

Ma 7 ■2068 Nach der Sage machte die böhmische Königin Libussa die Gewährung ihrer Hand von der Lösung eines Rätsels abhängig, das sie ihren drei Freiern aufgab:
„Wenn ich aus diesem Korb mit Pflaumen dem ersten Freier die Hälfte des Inhalts und noch eine Pflaume, dem zweiten die Hälfte des Restes und noch eine Pflaume, dem dritten die Hälfte des nunmehrigen Restes und noch drei Pflaumen geben würde, dann wäre der Korb geleert."
Nenne die Anzahl der Pflaumen, die der Korb enthält!

Ma 7 ■2069 Eine *Gärtnerische Produktionsgenossenschaft* verkaufte in den Monaten August bis November Äpfel. Der Preis für 1 kg Äpfel war im September um 20% niedriger als im August, im November hingegen um 20% höher als im September. Waren die Äpfel im November billiger, im Preis gleich oder teurer als im August? Falls der Preis im November von dem im August abwich, ist anzugeben, um wieviel Prozent des Augustpreises der Novemberpreis von diesem abwich.

Ma 8 ■2070 Bei einem mehradrigen Kabel werden Adern gleichen Durchmessers um eine Mittelader vom gleichen Durchmesser so angeordnet, daß sie einander berühren.
a) Wieviel Adern braucht man?
b) Beweise diese Behauptung!

Ma 8 ■2071 Von einem gleichseitigen Dreieck ist die Länge ϱ des Inkreisradius bekannt. Das Dreieck ist unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal zu konstruieren!

Ma 8 ■2072 Ermittle sämtliche Lösungen des nachstehenden Kryptogramms, d. h., sämtliche Möglichkeiten, die Buchstaben so durch Ziffern zu ersetzen, daß alle waagerecht und senkrecht stehenden Gleichungen erfüllt sind! Dabei sollen gleiche Buchstaben gleiche und verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern bedeuten.

$$\begin{array}{rcl} \mathrm{ABC} - \mathrm{DE} & = & \mathrm{AFG} \\ : & - & - \\ \mathrm{H} \cdot \mathrm{HA} & = & \mathrm{CH} \\ \hline \mathrm{BJ} + \mathrm{AJ} & = & \mathrm{AAC} \end{array}$$

Hinweis: Die Aufgabe ist nicht nur durch Raten zu lösen wie häufig in Rätselzeitschriften, sondern es sind Überlegungen zur Vollständigkeit und Richtigkeit der Lösung anzugeben.

Ma 8 ■2073 Peter stellt seinem Freund Fritz folgende Aufgabe: „Gegeben sei ein Kreis, dessen Durchmesser gleich dem Erddurchmesser ist, und ein zweiter dazu konzentrischer Kreis, dessen Umfang 1 m länger als der Umfang des ersten Kreises ist. Ermittle den Abstand beider Kreislinien voneinander!"
Nach kurzem Überlegen nennt Fritz diesen Abstand und behauptet:
„Wenn der erste Kreis nur den Durchmesser einer Stecknadelkuppe (1 mm) besitzt und der Umfang des zweiten konzentrischen Kreises wiederum 1 m länger als der des ersten Kreises ist, dann ist der Abstand dieser beiden Kreise genau so groß wie in deiner Aufgabe."
Stimmt diese Behauptung von Fritz? Wie groß ist der Abstand der konzentrischen Kreislinien in beiden Fällen?

Ma 9 ■2074 In

$$\begin{array}{r} 1{*}{*}{\cdot}{*}{*} \\ \hline {*}{*}{*}1 \\ {*}{*}{*}1 \\ \hline {*}{*}{*}1{*} \end{array}$$

sind die Sternchen durch (nicht notwendig einander gleiche) Ziffern so zu ersetzen, daß eine richtig gelöste Multiplikationsaufgabe entsteht.
Geben Sie alle Möglichkeiten hierfür an!

Ma 9 ■2075 Auf die Frage nach seinem Alter sagte Herr X: „Die Quersumme der Anzahl meiner Lebensjahre beträgt genau ein Drittel dieser Anzahl. Das Quadrat der Quersumme der Anzahl meiner Lebensjahre ist genau dreimal so groß wie die Anzahl meiner Lebensjahre."
Können die Angaben von Herrn X zutreffen? Wenn ja, wie alt ist Herr X? (Angabe in vollen Lebensjahren)

Ma 9 ■2076 Jede Seitenhalbierende eines Dreiecks zerlegt die Dreiecksflächen, die gleichlange Grundseiten und gleichlange Höhen haben und somit inhaltsgleich sind. Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden eines Dreiecks heißt Schwerpunkt des Dreiecks. Untersuchen Sie, ob jede Gerade durch den Schwerpunkt S eines Dreiecks $\triangle ABC$ dessen Fläche in zwei inhaltsgleiche Teilflächen zerlegt!

Ma 9 ■2077 Während einer GST-Übung schätzten Andreas und Frank die Länge einer Strecke. Wenn Andreas um 10% weniger geschätzt hätte, hätte er die genaue Länge getroffen. Wenn Franks Schätzwert um 10% höher gelegen hätte, hätte er die genaue Länge der Strecke getroffen. Bei welcher der beiden Schätzungen ist der absolute Betrag des absoluten Fehlers geringer?

Ma 10/12 ■2078 In

$$\begin{array}{r} \mathrm{DRE\ I} \\ +\mathrm{DRE\ I} \\ +\mathrm{DRE\ I} \\ \hline \mathrm{NEUN} \end{array}$$

sollen die Buchstaben so durch Ziffern ersetzt werden, daß eine richtig gelöste Additionsaufgabe entsteht. Dabei sollen für die gleichen Buchstaben gleiche Ziffern und für verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern eingesetzt werden!
Geben Sie alle Lösungen dafür an!

Ma 10/12 ■2079 In einem alten Lehrbuch wird in einer Aufgabe über folgenden Handel berichtet:
Ein Bauer wollte bei einem Viehhändler mehrere Tiere kaufen. Der Viehhändler verlangte für jedes den gleichen Preis. Dem Bauern gelang es, diesen Preis um genau so viel Prozent des geforderten Preises herunterzuhandeln, wie er (in Groschen) betragen sollte. Er bezahlte jetzt 21 Groschen pro Tier. Bei dem ursprünglichen Preis hätte sein Geld genau für drei Tiere gereicht. Jetzt konnte er mehr Tiere kaufen, wobei er sein Geld vollständig ausgab. Wie viele Tiere konnte der Bauer insgesamt kaufen?

Ma 10/12 ■2080 Von einem rechtwinkligen Dreieck seien die Länge c der Hypotenuse und die Länge r des Inkreisradius bekannt. Ermitteln Sie den Umfang des Dreiecks!

Ma 10/12 ■2081 Geben Sie alle reellen Zahlen $x (x \neq -3)$ an, die folgende Ungleichung erfüllen:

$$\frac{2}{x+3} - \frac{1}{2} \geqq \frac{5}{x+3} - \frac{1}{10}. \qquad (1)$$

Physik

Ph 6 ▪91 Die Masse eines Würfels aus Gold wurde mit 2250 g und sein Volumen mit 125 cm^3 bestimmt.
Besteht dieser Würfel vollständig aus Gold, oder könnte sich im Inneren ein Hohlraum befinden? Begründe deine Entscheidung! Berechne den tatsächlichen Rauminhalt des Goldes! $\left(\text{Dichte } \varrho = 19{,}3\ \frac{g}{cm^3}\right)$

Ph 7 ▪92 Auf einer der beiden Schalen einer Waage befindet sich ein Gefäß mit Wasser, und auf der anderen steht ein Gefäß mit Petroleum. Die Waage befindet sich im Gleichgewicht. An den Enden der Hebelarme einer anderen Waage hängen anstelle der Schalen Messingkugeln gleicher Masse. Diese Waage befindet sich ebenfalls im Gleichgewicht. Die letztere Waage wird nunmehr über die erstere gestellt, und zwar so, daß die Kugeln ganz in die Flüssigkeiten eintauchen, ohne den Boden zu berühren. Was zeigen die beiden Waagen an?

Ph 8 ▪93 Gegeben seien die drei Teilwiderstände mit 1 Ω, 2 Ω und 3 Ω. Welche Gesamtwiderstände kann man aus diesen drei gegebenen Teilwiderständen zusammensetzen? Mit welcher Schaltung erhält man den größten bzw. kleinsten Widerstand?

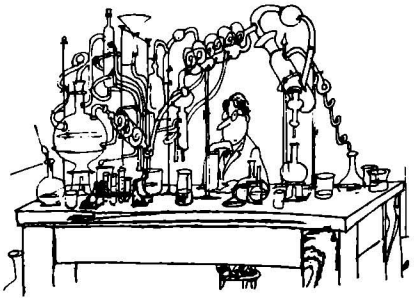
Ph 9 ▪94 Eine zylindrische Röhre der Länge l ist an einem Ende verschlossen und wird mit heißer Luft gefüllt. Sie wird mit dem offenen Ende nach unten ins Wasser getaucht, bis das verschlossene Ende sich in Höhe des Wasserspiegels befindet. Nach Temperaturausgleich ist die Röhre zu $\frac{2}{3}$ mit Wasser gefüllt. Zu berechnen ist die Anfangstemperatur der Luft in der Röhre. Für die Wassertemperatur sind T_1 und für den Luftdruck p_0 anzusetzen.

Ph 10/12 ▪95 Bei einer Datschen-Beleuchtung sind 18 Lämpchen mit einer Nennspannung von 12 V hintereinandergeschaltet. An diesen Kreis wird eine Spannung von 220 V angelegt. Ein Bastler, der sich eine solche Beleuchtung selbst herstellen will, besitzt gerade noch 18 Lämpchen für 12 V, von denen auf 9 die Leistung 3 W, auf den anderen 9 die Leistung 6 W angegeben ist. Ist die Lichterkettte, bei der diese 18 Lampen hintereinandergeschaltet sind, für den Anschluß an eine Steckdose mit der Spannung 220 V geeignet?

Chemie

Ch 7 ▪73 200 g einer 3%igen Kochsalzlösung werden mit 200 g einer 7%igen Kochsalzlösung gemischt. Wieviel Prozent Kochsalz enthält die Mischung?

Ch 8 ▪74 Wieviel Wasser muß man 3 kg einer 3%igen Kupfersulfatlösung zusetzen, damit man eine 1,2%ige Kupfersulfatlösung erhält?



Ch 9 ▪75 Aus 50 t Eisenerz, das Magnetit (Fe_3C_4) und Hämatit (Fe_2O_3) enthält, wurden 35,7 t Eisen gewonnen. Wie groß war die Menge des Magnetits und wie groß die des Hämatits im Erz?

Ch 10/12 ▪76 Um das Gefrieren des Kühlwassers im Motorblock und Kühlsystem eines Kraftfahrzeuges zu verhindern, mischt man vor Beginn des Winters Frostschutzmittel der Dichte 1,135 $g \cdot cm^{-3}$ dem Kühlwasser bei. Hat diese Mischung eine Dichte von 1,027 $g \cdot cm^{-3}$, so erhält man Frostschutz bis − 10 °C. Wieviel Liter Frostschutzmittel und wieviel Liter Wasser kommen auf 100 Liter Gefrierschutzmischung dieser Dichte?

Zwei Geometrieaufgaben von Jörg Pietschmann

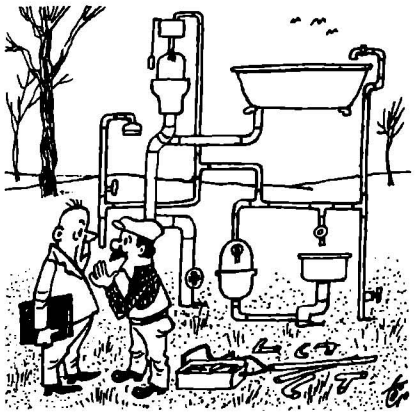
1. Preisträger der XIX. Olympiade Junger Mathematiker der DDR
Schüler der EOS J. J. Winckelmann, Stendal (Kl. 9)

▲2082▲ In einem rechtwinkligen Dreieck ABC seien a bzw. b die Längen der beiden Katheten.
Es ist zu beweisen, daß für die Länge der Höhe gilt:

$$h_c^{-2} = a^{-2} + b^{-2}!$$

▲2083▲ Gegeben sei eine Strecke $\overline{AB}$ beliebiger Länge. P sei ein innerer Punkt dieser Strecke. Über $\overline{AP}$ und $\overline{BP}$ seien Halbkreise in ein und dieselbe Halbebene gezeichnet. Um die „Mittelpunkte" M_1 und M_2 dieser Halbkreise seien Kreisbögen mit den Radien $\overline{M_1P}$ und $\overline{M_2P}$ gezeichnet, die sich außer in P in einem weiteren Punkt P' schneiden.
Es ist zu beweisen, daß P' auf dem Halbkreis über $\overline{AB}$ liegt!

Als Schüler der 9. Klasse startete Jörg Pietschmann zur DDR-Olympiade in Klasse 10 und erreichte dort als einziger Teilnehmer die volle Punktzahl (40 Punkte). Zur XIX. OJM gab es weitere 18 sogenannte *Frühstarter*.



alpha aktuell

Zitate von Wissenschaftlern

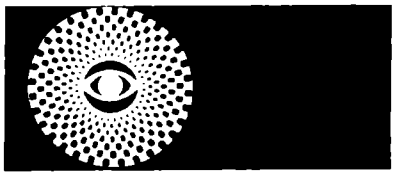
● Schöpferische Fähigkeiten sind so kostbar und gleichzeitig so störanfällig, daß Behutsamkeit und Sorgfalt dazugehören, sie zu wecken und zu fördern.
Prof. Dr. K. Schwabe, Chemiker

● Praxis ohne Theorie ist blind,
Theorie ohne Praxis unfruchtbar.
Prof. Dr. John D. Bernal, Mediziner

● Wichtig ist nicht, daß ein Schüler etwas über das Klassenziel Hinausragendes geleistet hat, wichtig ist, daß es der Lehrer bemerkt und gefördert hat.
Prof. Dr. K. Schröter, Mathematiker

● Der Klügere gibt nicht nach.
Prof. Dr. Prokop/Prof. Dr. G. Uhlenbruck, Gerichtsmediziner

● Nur Ideen zu haben, ist relativ billig; die Schwierigkeit liegt bei ihrer Verwirklichung mit möglichen Mitteln bis zu einem aussagekräftigen Abschluß.
Prof. Dr. M. Steenbeck, Physiker



ARBEITS-GEMEINSCHAFTEN IM BLICKPUNKT

Freundschaft in Aktion

Deutsch-polnischer Wettstreit

Seit Jahren bestehen freundschaftliche Beziehungen zwischen der Schuljugend des Bezirkes Frankfurt (Oder) und der Wojewodschaft Gorzow in der Volksrepublik Polen. Es hat sich zu einer schönen Tradition entwickelt, jährlich einen mathematischen Leistungsvergleich durchzuführen.

Während Pioniere und FDJ-Mitglieder aus Oberschulen des Oderbezirks im vergangenen Jahr in Barlinek (VR Polen) zu Gast waren, begrüßten wir im März 1980 *Junge Mathematiker* aus der Wojewodschaft Gorzow. Eisenhüttenstadt war dieses Mal Austragungsort des Wettbewerbs. Die Station Junger Techniker und Naturforscher erwies sich als sehr guter Gastgeber.

Je 15 Schüler in drei Wertungsgruppen (Klassenstufe 7/8, 9/10 und 11/12) hatten in einer vierstündigen Klausur je zwei Pflicht- und eine Wahlaufgabe zu lösen. Für unsere Schüler bedeutete das nicht nur einen Leistungsvergleich, sondern gleichzeitig aktive Vorbereitung auf die Olympiade Junger Mathematiker der DDR.

Neben dem Ringen um gute mathematische Erfolge gab es auch zahlreiche freundschaftliche Begegnungen zwischen den Schülern und Pädagogen beider Länder. Die Bastel- und Wissensstraße, besonders auf naturwissenschaftlich-technischem Gebiet, waren stets umlagert. Jeder Teilnehmer wollte auf jeden Fall ein selbstgebasteltes Geschenk zur Erinnerung an diesen Wettbewerb mit nach Hause nehmen. Auf großes Interesse stieß auch ein von der Station Junger Naturforscher und Techniker Eisenhüttenstadt gedrehter Film über die Entstehung und die Entwicklung dieses Objekts. Bei einem Grillabend mit Disko tauschten die Jugendlichen wie die Pädagogen beider Länder ihre Eindrücke aus. Durch eine Rundfahrt lernten die polnischen Gäste die erste sozialistische Stadt der DDR näher kennen. Eine feierliche Siegerehrung schloß die beiden erlebnisreichen Tage ab.

Aus jeder der drei oben genannten Wertungsgruppen stellen wir den *alpha*-Lesern zwei Aufgaben vor:

Klassenstufe 7/8

▲1▲ a) Wie oft insgesamt stehen im Verlaufe von 24 Stunden (von 0.00 Uhr bis 24.00 Uhr) der Stunden- und der Minutenzeiger einer Uhr senkrecht aufeinander?
b) Berechne insbesondere alle derartigen Zeitpunkte zwischen 7.00 Uhr und 8.00 Uhr!

▲2▲ Jemand behauptet, daß es möglich sei, aus 7 Papierstücken auf folgende Weise genau 1980 Stücke herzustellen:
Man teile einige der 7 Papierstücke in 7 Teile, danach wieder einige der nunmehr vorhandenen Papierstücke jeweils in 7 Teile usw.
Ist es möglich, daß man auf diese Weise, indem man also das beschriebene Verfahren genügend lange fortsetzt, genau 1980 Papierstücke erhält?

Klassenstufe 9/10

▲1▲ Gesucht sind die drei kleinsten, unmittelbar aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen z_i mit $i=1, 2, 3$, für die gilt: z_i ist durch $(i+6)$ teilbar und hat die Endziffer i.

▲2▲ Fünf Städte, von denen keine drei auf einer Geraden liegen, sollen durch ein Eisenbahnnetz verbunden werden, das aus vier geradlinigen Strecken besteht. Die Schienenstränge können sich dabei überschneiden; an den betreffenden Stellen werden dann Brükken gebaut.
Wieviel verschiedene dieser Eisenbahnnetze können konstruiert werden?

Klassenstufe 11/12

▲1▲ Gegeben seien ein Kreis k mit dem Mittelpunkt M und eine Gerade g, die Passante bezüglich k ist.
Von den zwei beliebigen Punkten A und B auf g werden an k die Tangenten t_A und t_B gelegt, die k in C bzw. D berühren. Die Kreise um A und B mit den Tangentenabschnitten $\overline{AC}$ bzw. $\overline{BD}$ als Radien schneiden einander in zwei Punkten P_1 und P_2.
a) Untersuchen Sie die Lage von P_1 und P_2 bezüglich M und g!
b) Beweisen Sie Ihre Vermutung!

▲2▲ a) Es sei $n \geq 1$ eine natürliche Zahl. Bestimmen Sie die Monotonieeigenschaft der Zahlenfolge

$$(a_n)=(3n-\sqrt{9n^2-5n+1})!$$

b) Untersuchen Sie, ob die Folge nach oben beschränkt ist, und geben Sie, falls die Folge beschränkt ist, eine obere bzw. eine untere Schranke an!

R. Böhme/D. Hornauf

Leserpost

...Ich habe den Wunsch, Mathematik zu studieren. Durch den *alpha*-Wettbewerb sind meine Leistungen gestiegen.

Camillo Grune, Lauchhammer (Kl. 11)

...Die Aufgaben des *alpha*-Wettbewerbs sind interessant und knifflig. Manchmal habe ich stundenlang für die Lösung einer Aufgabe gebraucht. Jede Lösung bringt eine große Wissensaneignung, die mich im Fach Mathematik voranbrachte und Erfolge bei den Kreisolympiaden erzielen ließ.

Elke Goraus, Zwickau (Kl. 11)

...Ich danke Ihnen für die interessanten Mathematikaufgaben, Rätsel und Knobeleien. *alpha* hat einen Anteil an meiner Abschlußprüfung, für die ich das Prädikat „Mit Auszeichnung bestanden" erhalten konnte. Auch 1980/81 werde ich als Lehrling, Facharbeiter für Nachrichtentechnik mit Abitur, am *alpha*-Wettbewerb teilnehmen. Er hilft mir, im Mathematikunterricht komplizierte Aufgaben zu lösen.

Uta Hubrig, Leipzig (Kl. 11)

...Auch in meinem zweiten Jahr der Teilnahme am *alpha*-Wettbewerb hat mich das Lösen der Aufgaben wieder sehr gefordert. Bei der Bezirksolympiade habe ich einen mittleren (9.) Platz, als Bester des Landkreises Suhl, in meiner Altersklasse belegt. In der Kreisolympiade erhielt ich 1979 zwanzig Punkte, 38 Punkte erreichte ich 1980.

Dirk Langenhan, Zella-Mehlis (Kl. 9)

...Vor allem durch die Arbeit mit *alpha* brachte dieses Jahr für mich den bisher größten Erfolg: 1. Platz bei der Kreisolympiade, 8. Platz bei der Mathematik-Olympiade sowie bei der Physikolympiade des Bezirks.

Mitko Lochan, Rudolstadt

...Durch die Lösung Eurer Wettbewerbsaufgaben – ich nehme seit fünf Jahren teil – war es mir möglich, meine mathematischen Kenntnisse zu erweitern. Das beweisen vordere Plätze bei Kreis- und Bezirksolympiaden. Auch Eure Beiträge sind sehr interessant und bieten für mich wertvolle Gedanken zur Gestaltung der „Mathe-Ecke" im Fachkabinett unserer Schule.
Macht weiter so!

Gabriele Sprotte, Döbeln

...Unser Sohn besucht regelmäßig die Mathematik-AG in unserem Pionierhaus. An zwei Mathematik-Olympiaden nahm er teil und errang die Bronze- und Silbermedaille. Als Eltern freuen wir uns, daß er so gute Lernergebnisse erzielt.

Peter Weinhold, Karl-Marx-Stadt

...An der *alpha* gefällt mir, daß die gestellten Probleme aus verschiedenen Bereichen kommen. *Gunnar Bittersmann, Bernau (13 Jahre)*

...Nun bin ich schon zwei Jahre Angehöriger der NVA. Ich beteilige mich noch sehr gern am *alpha*-Wettbewerb. Er hilft mir sehr, meine Kenntnisse zu festigen und zu vertiefen.

Unteroffizier Volker Schulz, Nauen

...Die *alpha* war in den letzten Jahren ein guter Begleiter. Ich glaube, sie hat auch einen entscheidenden Teil dazu beigetragen, daß ich ab September 1980 in Halle an der Martin-Luther-Universität in einer Spezialklasse Mathematik-Physik lernen werde. Damit bin ich meinem Ziel, Mathematik zu studieren, ein großes Stück näher gekommen.

Kerstin Franz, Eisleben

...Die *alpha* ist seit der 5. Klasse mein ständiger Begleiter. Durch ihre Hilfe konnte ich jedes Jahr bei der Kreisolympiade vordere Plätze belegen. Ich bin jetzt Schülerin der 9. Klasse der EOS in Bernburg und werde weiterhin der Mathematik treu bleiben.

Katrin Hintz, Bernburg

...Ich nehme nun schon seit neun Jahren am *alpha*-Wettbewerb teil. Sicherlich hat die *alpha* einen großen Einfluß auf meine mathematische Entwicklung. Ich beschäftige mich weitergehend in meiner Freizeit mit Problemen, die in der *alpha* selbstverständlich nur angerissen werden konnten. In den letzten vier Jahren besuchte ich die *Heinrich-Hertz-EOS*, eine Spezialschule mathematischer Richtung. Nach meinem Ehrendienst in der NVA werde ich an der Humboldt-Universität zu Berlin ein Mathematikstudium aufnehmen, um Diplom-Mathematiker zu werden. Ich bleibe der *alpha* treu. Mein persönliches Ziel ist es, auf 50 veröffentlichte Aufgaben zu kommen. Bisher wurden 36 Aufgaben von mir veröffentlicht.

Auf weiterhin gute Zusammenarbeit!

Andreas Fittke, Berlin

...Gleichzeitig war der *alpha*-Wettbewerb für mich bei der Vorbereitung auf Mathematikolympiaden eine große Hilfe. Nicht zuletzt konnte ich schon viele Erfolge erringen. Sehr gut finde ich auch, daß in *alpha* verschiedene Berufe vorgestellt werden. Könnte das nicht öfter geschehen?

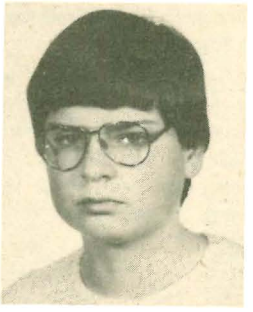
Gaby Brandt, Magdeburg (Kl. 11)

...Das Lösen der alpha-Aufgaben bereitet mir viel Freude. Ich schätze sie als Training und Vorbereitung auf Mathe-Olympiaden.

Falk Triebsch, Freiberg (Kl. 10)

Mädchen meistern Mathematik

Preisträger der XIX. Mathematikolympiade – DDR-Ausscheid – stellen Aufgaben



Grit Werner (Magdeburg), Spezialklasse Mathematik der Martin-Luther-Universität Halle, Klasse 11 (2. Preis)

▲2084▲ Man berechne einen Näherungswert für π mit Hilfe des Gravitationsgesetzes (in Anlehnung an die Newtonsche Mondrechnung).

Dazu nehme man an, daß sich der Mond auf einer Kreisbahn um die Erde bewegt.

Dabei betragen: die Masse der Erde $5{,}979 \cdot 10^{24}$ kg, die Gravitationskonstante $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$, die Umlaufzeit des Mondes 27,32 d, der Abstand Erde–Mond $3{,}83 \cdot 10^5$ km.

Tanja Mittag, *EOS Dr. Theodor Neubauer* Karl-Marx-Stadt, Klasse 9 (3. Preis)

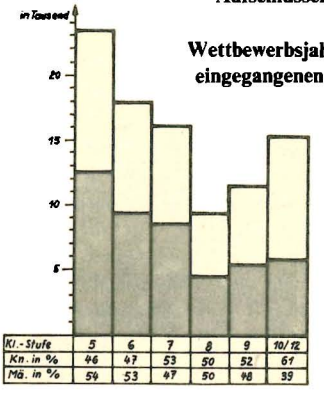
▲2085▲ Man konstruiere ein konvexes Fünfeck $ABCDE$ aus den Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{DB}$, dem von diesen eingeschlossenen Winkel, dem Winkel $\sphericalangle ADC$, der Summe der Diagonalen $\overline{EB}$ und $\overline{EC}$, dem Winkel $\sphericalangle CEB$ sowie der Eigenschaft, daß $AD \parallel BC$.

Mein Lieblingsfach in der Schule und gleichzeitig mein Hobby ist die Mathematik. Deshalb bin ich auch seit vier Jahren eifriger Leser der *alpha*. Es bereitet mir stets große Freude, mich an deren Wettbewerb zu beteiligen. Da man hier Aufgaben der Klassenstufen 5 bis 10 findet, kann ich mich schon in den höheren üben. Die *alpha* bietet mir ausgezeichnete Vorbereitungsmöglichkeiten für die Mathematik-Olympiaden.

Sylvia Langner, *Geschwister-Scholl-Oberschule* Schwarze Pumpe, Klasse 10 (3. Preis)

▲2086▲ Jemand möge zwei Bekannten eine Neuigkeit erzählen, die diese wieder je zwei bisher nicht informierten Personen weitererzählen usw. Nach etwa wieviel Tagen wäre die gesamte Bevölkerung der DDR, die rund 17 Millionen Bürger beträgt, über die Neuigkeit informiert, wenn wir annehmen, daß die unter entsprechenden technischen Bedingungen jeweils innerhalb der nächsten Stunde geschieht und Kinder aus der Informationsweitergabe nicht ausgeschlossen werden?

Aufschlüsselung der im alpha-Wettbewerbsjahr 1979/80 eingegangenen Lösungen



Kl.-Stufe	5	6	7	8	9	10/12
Kn. in %	46	47	53	50	52	61
Mä. in %	54	53	47	50	48	39

Die Aufgabenkommission

Herz der Olympiaden Junger Mathematiker der DDR

In der zwanzigjährigen Geschichte unserer Mathematikolympiaden wurden rund 2000 Wettbewerbsaufgaben gestellt. Eine zielstrebige und kontinuierliche Arbeit war erforderlich, um das zu gewährleisten.
Die Aufgabenkommission ist ein Kollektiv von etwa 25 Mitarbeitern. Ihre Arbeitsweise hat sich vielfach bewährt. Natürlich sind auch neue Ideen und Verbesserungen stets gefragt. Die Kommission untergliedert sich in vier Arbeitsgruppen, die für je eine der Klassenstufen 5/6, 7/8, 9/10 und 11/12 zuständig sind. Hinzu kommen Wissenschaftler und Lehrer, die die Aufgabenserien begutachten und ihre Endfassung herstellen. Jede Aufgabenserie muß bis zu ihrer Fertigstellung mehrere Etappen durchlaufen.

Erste Etappe: Zunächst werden Aufgaben gesammelt, gesichtet und in Altersstufen eingeordnet. Viele Quellen werden dazu genutzt: Aufgabensammlungen, Lehrbücher, Bände der Mathematischen Schülerbücherei (MSB), Zeitungen, Zeitschriften, vor allem aber viele originelle Ideen, die ihren Ursprung oftmals in der beruflichen Tätigkeit der Mitglieder der Aufgabenkommission und anderer Autoren haben.

Zweite Etappe: Für jede Olympiadestufe und -klasse werden geeignete Aufgaben aus dem gesammelten Vorrat zusammengestellt. Anschließend wird über die Aufgaben- und Lösungstexte beraten. Dabei sind zahlreiche Anforderungen zu beachten. Einige wichtige lauten:

- Die Aufgaben sollten originell, interessant und mit dem Wissensstand der betreffenden Klassenstufe lösbar sein.
- Jede Aufgabenserie sollte eine Mischung der Schwierigkeitsgrade enthalten. Es sollte etwa ein leicht überschaubares Problem zum „Warmlaufen" dabei sein, sodann Aufgaben mittlerer Schwierigkeit und auch einzelne anspruchsvolle Aufgaben, die besonders talentierten und ausdauernden Schülern Gelegenheit geben, ihre Fähigkeiten zu beweisen. Eine solche Aufgabe nennen wir gern den „Scharfrichter" der Serie.
- Jede Aufgabenserie sollte eine möglichst breite Palette der verschiedenen mathematischen Teilgebiete (Algebra, Geometrie, Logik/Kombinatorik usw.) bieten. Aufgaben mehr theoretischer Art sollten mit solchen abwechseln, die zu unserer gesellschaftlichen Praxis im weitesten Sinne Bezug haben.
- Der Aufgabentext muß exakt sein und eindeutig abgrenzen, was vom Schüler verlangt wird und was nicht. Um diese Forderungen zu erfüllen, müssen wir zuweilen sogar etwas „trocken" oder „abstrakt" klingende Formulierungen in Kauf nehmen.

Dritte Etappe: Etwa zwei Jahre vor der Veröffentlichung ist die zweite Etappe abgeschlossen. Die Gutachter prüfen nun, ob die oben genannten Anforderungen erfüllt sind und machen gegebenenfalls Vorschläge zu Umformulierungen. Nach einer abschließenden Beratung mit den vier Vorsitzenden der Aufgabengruppen liegt die Endfassung vor. Die Aufgaben der 1. Stufe (Schulolympiade) werden in der *Jungen Welt*, der *Trommel*, der *Deutschen Lehrerzeitung* und natürlich in der *alpha* veröffentlicht. Die Aufgaben für die 2. bis 4. Stufe (Kreis-, Bezirks- und DDR-Olympiade) werden vom Verlag Volk und Wissen gedruckt und den Olympiadekomitees zugesandt.

Das folgende Beispiel gibt einen kleinen Einblick in die Formulierungsarbeiten: Zur XVIII. *Olympiade Junger Mathematiker* (1978) brauchten wir für die 2. Stufe noch eine mittelschwere Aufgabe mit Gleichungen oder Ungleichungen, z. B. im Zusammenhang mit der Zifferndarstellung einer natürlichen Zahl. Solche Aufgaben findet man oft, indem man beim praktischen Rechnen auf „zufällige" Besonderheiten achtet. So kann man z. B. bemerken, daß die Zahl 82 „in der Nähe" des Dreifachen der Zahl 28 liegt, also der durch Ziffernvertauschung aus 82 entstehenden Zahl. Ein erster Versuch, hieraus eine Aufgabe zu formulieren, lautet so:

„Addiert man 2 zu einer zweistelligen Zahl, so erhält man das Dreifache derjenigen Zahl, die durch Vertauschen der Ziffern der Ausgangszahl entsteht. Wie lautet diese Ausgangszahl?" Dieser Text sieht schon recht klar und deutlich aus. Aber er hat einen Mangel: Er verleitet dazu, von vornherein anzunehmen, daß *genau eine* zweistellige Zahl die verlangte Eigenschaft hat. Wird nun vom Schüler verlangt, daß er das auch noch beweisen soll, oder darf er es stillschweigend annehmen? Hier ist also eine Unklarheit, die manchem Leser gar nicht auffallen wird, die aber recht unangenehme Folgen haben kann: Beim Korrigieren könnte ein Lehrer eine Schülerlösung auch dann als „vollständig richtig" werten, wenn sie diese Annahme stillschweigend zugrundelegt. Es bedeutet auch keine Abhilfe, diese Unklarheit nachträglich im Lösungstext auszuräumen; denn diesen kennen die Schüler ja nicht.

Daher entstand nun die folgende Textfassung: „*Ermittle alle* zweistelligen natürlichen Zahlen mit folgender Eigenschaft:

Addiert man ... usw." Auch zu diesem Text gab es zuerst kritische Diskussionen. Würden Schüler z. B. „herauslesen, es müsse" mehrere Lösungen geben („weil doch dasteht, man soll alle ermitteln")? Nun, ein Schüler der 8. Klasse sollte eben schon wissen, daß „alle" auch dann gesagt werden kann, wenn genau eine oder auch keine Lösung existiert. Weiterhin sollte ihm bekannt sein, daß eine Probe erforderlich ist. Aus diesen Gedanken resultiert dann auch der Lösungstext. (Er steht z. B. in *alpha*, Heft 6/1978, S. 140.)

Während des Ablaufs der Olympiaden haben – das ist nun wohl verständlich – nicht nur die Organisatoren und Korrektoren Herzklopfen, wie die *Jungen Mathematiker* den Anforderungen gewachsen sein werden; auch die Mitglieder der Aufgabenkommission erwarten mit Spannung, wie sich diesmal die erarbeiteten Aufgaben bewährt haben.

Unser Ziel ist, das Aufgabenmaterial in Inhalt und Formulierung weiter zu verbessern. Zu beachten sind dabei auch die aus vergangenen Olympiaden zu ziehenden Schlußfolgerungen sowie der internationale Trend.

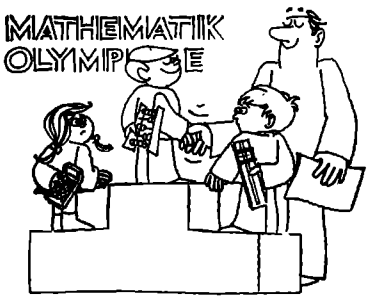
Unser Vorschlag an alle, die sich mit außerunterrichtlicher Arbeit in Mathematik beschäftigen, wäre eine intensive Nutzung des großen Fundus der Olympiadeaufgaben. Hier steht ein reiches Material für Schüler, Zirkelleiter und andere Interessenten zur Verfügung. In geeigneter Auswahl können die Aufgaben auch für den Unterricht genutzt werden.

Unser Wunsch ist, daß vielfältige Aufgabenvorschläge aus Theorie und Praxis an die Adresse der Aufgabenkommission (Zentrales Methodisches Kabinett für außerunterrichtliche Tätigkeit, 1110 Berlin, Platanenstr. 114) gehen mögen, die in ehrenamtlicher Tätigkeit mit unermüdlichem Fleiß, in oft langwieriger Kleinarbeit, immer mit einem weiten Herz für die heranwachsende Jugend, tätig ist.

J. Lehmann/L. Stammler

Zwei Mitglieder der Aufgabenkommission bei der Arbeit

In freien Stunden · alpha-heiter



Das Handschuhproblem

Bei der XIX. Olympiade 1980 wurde in der Klassenstufe 11/12 folgende Aufgabe (gekürzt) gestellt:
In einer Dunkelkammer liegen ungeordnet 20 einzelne Handschuhe von gleicher Größe, und zwar je genau 5 weiße rechte, weiße linke, schwarze rechte und schwarze linke Handschuhe. Bei der Entnahme von Handschuhen ist es unmöglich, eine Auswahl nach Farbe oder Form zu treffen.

a) Ermitteln Sie die kleinste natürliche Zahl n mit der Eigenschaft, daß bei Entnahme von n Handschuhen mit Sicherheit ein passendes Paar entnommen wird!

b) Ermitteln Sie die kleinste natürliche Zahl k mit der Eigenschaft, daß die Wahrscheinlichkeit, ein passendes Paar zu entnehmen, bei der Entnahme von k Handschuhen größer als 99% ist!

Zu dieser schwierigen Aufgabe, die den Schülern viele Überlegungen abverlangte, wurde neben den mathematischen Ausführungen vom Schüler Jens Heinrich (Potsdam) auch ein kleines Gedicht mit abgegeben, das wir unseren *alpha*-Lesern nicht vorenthalten wollen:

Ein Mann sucht Handschuhe in der Kammer –
da ist es dunkel, welch ein Jammer!
10 rechte und 10 linke liegen dort
an diesem schrecklich finst'ren Ort.
Doch, oh Schreck, es gibt auch schwarz' und weiße,
der Mensch sitzt ganz schön in der ... Tinte.
Aber wer wirft da gleich ins Korn die Flinte?
Hier hilft uns eine lust'ge Finte.
Heut' ist's schön warm, das ist ein Fakt,
drum geh'n die Hände lieber nackt!

Mitgeteilt von: Dr. H.-D. Gronau, Rostock

XX. OJM

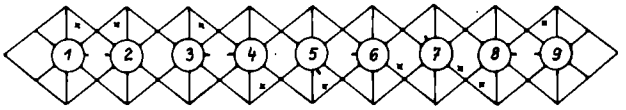
Wieviel Lösungen gibt es für das abgebildete Kryptogramm? Verschiedene Buchstaben entsprechen verschiedenen Ziffern aus der Menge $M = \{1, 2, 3, \ldots, 9\}$.

$$O + L + Y = M + P + I = A + D + E$$

Architekt A. W. Radunski, Moskau

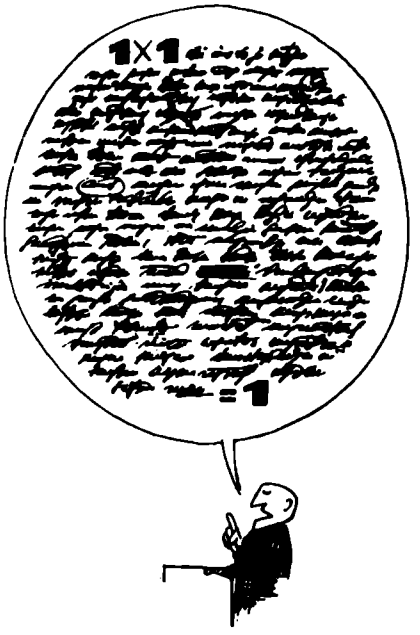
Besonderes Ereignis

Neun Wörter sind im mathematisch positiven Sinn einzutragen. Sie sollen jeweils in dem Feld mit dem Strich beginnen. Die Buchstaben in den angekreuzten Feldern ergeben das besondere Ereignis.



1. Anschauungsmittel,
2. bestimmter Teil der Oberfläche gewisser Körper,
3. nach bestimmten ordnenden Grundsätzen erfolgte Zusammenfassung (z. B. von Maßeinheiten),
4. Ergebnis einer Addition (Plural),
5. ein Ebenflächner,
6. Halbmesser,
7. ein Zeichengerät,
8. unbegrenzte gerade Linie,
9. eine Menge von Elementen, Begriff aus der Algebra.

Oberlehrer D. Völzke, Greifswald



20 Jahre Mathe-Olympiaden

In den Gleichungen sind für die Buchstaben des Wortes OLYMPIADEN die Ziffern von 1 bis 10 so einzusetzen, daß wahre Aussagen entstehen. Dabei bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern.

Variante 1	Variante 2
$O = L + L - L - L : L$	$O = (M : M) \cdot (M : M)$
$L = L + L + L - L - L$	$L = (M : M) + (M : M)$
$Y = L + L - L + L : L$	$Y = (M + M + M) : M$
$M = L \cdot L \cdot L - L - L$	$M = M + (M - M) \cdot M$
$P = L + L + L - L : L$	$P = (M \cdot M + M) : M$
$I = L + L + L + L - L$	$I = M + (M + M) : M$
$A = LL : L - L - L$	$A = M + M - M : M$
$D = L \cdot L \cdot L + L - L$	$D = M + M + M - M$
$E = L \cdot L \cdot L + L : L$	$E = M + M + M : M$
$N = L + L + L + L + L$	$N = (MM - M) : M$

OL Ing. K. Koch, Schmalkalden

Es kommt auf die Bedeutung der Worte an

Bernd hat konsequent trainiert und konnte deshalb zur Kreisolympiade delegiert werden. Er ist ein wißbegieriger *Junger Mathematiker*, der aber leider auch manchmal etwas neugierig ist. Sein Mathematiklehrer bittet ihn deshalb, die Siegerehrung abzuwarten und nicht schon vorher an der Zimmertür der Jury zu horchen.

Am nächsten Tag gibt Bernd auf die Frage seines Mathematiklehrers, ob er seine Bitte beachtet habe, folgende Antwort: „Ich habe gehorcht, ich habe nicht gehorcht."

Hat Bernd nun die Bitte seines Lehrers befolgt oder nicht?

OL Ing. K. Koch, Schmalkalden

Kryptarithmetik

Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern. Wenn die entsprechenden Buchstaben für die Ziffern in der Zahlenreihe 1 2 3 4 5 6 7 8 9 eingesetzt werden, wird dadurch der Name des Ereignisses aus dem Leben der *Jungen Mathematiker* zusammengesetzt.

$$\begin{array}{rcl} \text{OEDO} : & & \text{A} = \text{LDY} \\ - & & + \\ \text{PDE} + & & \text{IP} = \text{IPM} \\ \hline \text{OYEL} - & & \text{MPP} = \text{EYA} \end{array}$$

Dirigent J. Pěnčik und Tochter

$$\begin{array}{r} \text{JUNGE} \\ \text{LEUTE} \\ \hline \text{MATHE} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{MATHE} \\ \text{MEIN} \\ \hline \text{HOBBY} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{MATHE} \\ \text{IST} \\ \hline \text{SCHÖN} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{ALPHA} \\ \text{MATHE} \\ \hline \text{VIVAT} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ER} \\ \text{LERNT} \\ \text{GERN} \\ \hline \text{MATHE} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{ALPHA} \\ \text{BETA} \\ \text{GAMMA} \\ \hline \text{MATHE} \end{array}$$

Dirigent J. Pěnčik, Prag

Silbenrätsel

Aus den Silben

acht – an – be – bie – blem – cel – de – del – dert – dert – e – e – eck – em – end – gra – hal – hohl – hun – hun – in – jahr – ka – kap – kel – le – len – len – li – me – mi – na – nen – nu – o – raum – reich – ren – ri – ro – strahl – ta – te – te – the – thir – ton – tor – ty – ven – win – zah – zah – zehnt – zwei

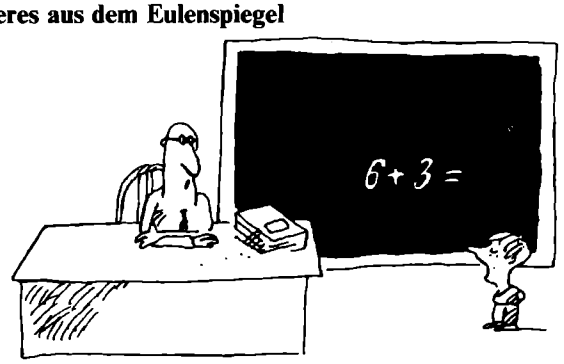
bilde man Wörter der im folgenden angegebenen Bedeutung.

Die jeweils ersten und letzten Buchstaben dieser Wörter ergeben einen Grund zum Feiern.

1. Die natürlichen Zahlen bilden einen, die rationalen auch.
2. Mittel zur gerechten Teilung eines Winkels.
3. Für die Olympischen Spiele sind es 5 Ringe, für die Mathematikolympiade ist es ein 17eck mit Zubehör.
4. Steht anstelle des Striches im Titel des 1544 erschienenen Werkes von dem deutschen Mathematiker *Michael Stifel* verfaßt: „Arithmetica ————".
5. Mehr als 12, aber weniger als 2000 Monate.
6. Halb so viel wie 1604.
7. Ein Vieleck mit 4850 Diagonalen.
8. x in dem geordneten Paar $(x; y)$ mit $y =$ Julia.
9. Ein sehr langer Weg und überall Zahlen darauf.
10. „Halb zwölf" auf englisch.
11. Außen etwas drum und innen nichts drin.
12. Wenn man den südlichen Teil Afrikas als Parabel ansieht, dann ist das der Scheitelpunkt.
13. So hieß ein italienischer Mathematiker und Physiker, der von 1608 bis 1647 lebte und in Florenz zu Hause war.
14. Kurz und knapp – ein griechischer Buchstabe.
15. Es ist sein Schicksal, daß man von ihm immer etwas wegnimmt.
16. Herr Kosinus mit Frau Hypotenuse multipliziert.
17. Wenn man 2000 kg hat, dann hat man 2 davon.

OStR K. Lehmann, VLdV, Berlin

Heiteres aus dem Eulenspiegel



Zuerst hätte ich gern die Meinung des Kollektivs gehört.

Also, Herr Lehrer, viel kann das nicht sein.

Ich schlage vor, daß $6 + 3 = 9$ ist. Wer dafür ist, den bitte ich um das Handzeichen.

alpha stellt vor

Dr. Wolfgang Burmeister

Sektion Mathematik
der Technischen Universität Dresden

Ich wurde 1953 in Rostock geboren und wohne seit 1956 in Dresden. In den ersten Jahren der Schulzeit entwickelte ich besonders für Musik, später auch für Mathematik größeres Interessse. Durch den Unterricht in der Volksmusikschule gewann ich zum ersten Mal Freude an gesellschaftlicher Tätigkeit. Seit der vierten Klasse nahm ich auch an musikalischen Leistungsvergleichen teil, dabei dreimal im Bezirksmaßstab. Mein mathematisches Interesse bekam stärkeres Gewicht, als ich im Jahre 1964 das erste Mal von den Schüler-Mathematikolympiaden hörte, die damals zum dritten Mal im DDR-Maßstab organisiert wurden. Durch erste Erfolge angespornt und von meiner Mathematiklehrerin und meinen Eltern unterstützt, gelang es mir als Schüler der 7. Klasse, mich für die DDR-Olympiade in Klassenstufe 10 zu qualifizieren. Dort errang ich einen ersten Preis. Diese Erfolge betrachtete ich als Verpflichtung, in meiner Klasse in allem, besonders durch Hilfsbereitschaft, als Vorbild zu wirken. Nun zeichnete sich auch die Mathematik als mein Berufswunsch ab. In den folgenden Jahren meiner Schulzeit wurde mir die Förderung der besten *Jungen Mathematiker* im Bezirks- und DDR-Maßstab zuteil. Seit der 8. Klasse nahm ich an den Olympiaden Junger Mathematiker in Klassenstufe 11/12 teil. Damals erschienen auch schon Aufgabensammlungen mit Olympiadeaufgaben, vor allem aus der Sowjetunion, mit deren Hilfe ich mich auf die Olympiade vorbereiten konnte. Als jüngster Teilnehmer der IX. IMO errang ich 1967 in Cetinje/Jugoslawien einen zweiten Preis. Im gleichen Jahr wurde ich in die EOS Dresden-Süd aufgenommen. Meine Tätigkeit in der FDJ-Gruppenleitung setzte ich an der EOS weiter fort. Auch in den folgenden Jahren nahm ich an den Internationalen Mathematikolympiaden teil und konnte meine Erfahrungen an andere weitergeben. Insgesamt erzielte ich drei erste und zwei zweite Preise und trug damit wesentlich zu den Erfolgen der DDR-Mannschaft bei. Während meiner Schulzeit erhielt ich als Anerkennung für gute gesellschaftliche und fachliche Arbeit die Artur-Becker-Medaille in Bronze, Silber und Gold, die Lessing-Medaille in Gold und andere Auszeichnungen. Seit der 9. Klasse begann ich mich neben dem Lösen mathematischer Aufgaben auch auf die Anforderungen des Studiums allseitig vorzubereiten, wobei mir mein Mathematiklehrer und meine Eltern halfen. Als besondere Intensivphase der Studienvorbereitung wurde 1969 für die Schüler der Abiturstufe die wissenschaftlich-praktische Ausbildung eingeführt. Ich folgte dem Vorschlag von Herrn Prof. Schmidt, im Rahmen der WPA die Vorlesung „Einführung in die Numerische Mathematik" zu besuchen. Dem Vorlesungsbesuch im Herbstsemester 1969 folgte eine persönliche Betreuung durch Herrn Prof. Schmidt, die durch einen Vertrag mit der Abteilung Volksbildung beim Stadtbezirk unterstützt wurde. Seitdem leistete ich auf dem Gebiet der Numerischen Mathematik zielgerichtete Forschungstätigkeit. Gleichzeitig erlangten damit meine Vorstellungen über das Wesen der Mathematik und ihrer Anwendungsgebiete konkretere Gestalt. Noch während der Schulzeit entstand meine erste Veröffentlichung in der *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. An der Sektion Mathematik der Technischen Universität bewarb ich mich zum Studium. Durch einen Sonderstudienplan, nach dem ich einige Fächer aus dem 1. Studienjahr sofort zu Beginn des Studiums, die übrigen im Laufe des Studienjahres 1971/72 abschloß, konnte ich 1974 das Studium vorfristig beenden. In der FDJ-GOL arbeitete ich als Funktionär für Jugendobjekte mit. Die Teilnahme am IX. Parlament der FDJ und besonders an den Weltfestspielen 1973 gaben mir Anregungen für meine gesellschaftliche Arbeit. Als Forschungsstudent arbeitete ich an meiner Dissertation zum Thema „Iterative Lösung nichtlinearer Gleichungen und Optimierungsaufgaben mit überlinear konvergenten Verfahren", die ich 1975 einreichte.

Die Olympiadebewegung verfolgte ich weiter mit Interesse und gab meine Erfahrungen in zahlreichen Mathematik-Lagern, Lehrgängen und Klubveranstaltungen weiter. Für gute Leistungen während des Studiums erhielt ich das Karl-Marx-Stipendium und einen Preis der TU Dresden. Seit 1975 bin ich als wissenschaftlicher Assistent an der Sektion Mathematik tätig. In dieser Zeit erhielt ich die Möglichkeit zu einem einjährigen Zusatzstudium in der Sowjetunion, das ich an der *Kiewer Staatlichen Universität* absolvierte. Von dort kehrte ich mit neuen Kenntnissen und Eindrücken zurück. Zu meiner jetzigen Arbeit an der TU Dresden gehört neben der mathematischen Forschung die Ausbildung von Mathematik- und Ingenieurstudenten.

Für die Leser von *alpha* möchte ich die folgende Aufgabe stellen:

▲2054▲ Es sei k eine natürliche Zahl mit $1 \leqq k \leqq 30$.
Es ist zu beweisen, daß man in jedem Jahr einen Monat finden kann, so daß der k-te Tag dieses Monats auf einen Sonntag fällt.

Diplommathematiker

Ursula Felgenhauer

Sektion Mathematik der Technischen Hochschule Otto von Guericke, Magdeburg

Zwanzig Jahre Olympiaden *Junger Mathematiker* der DDR sind auch für mich als ehemalige Teilnehmerin Anlaß zu Rückblick und Nachdenken über die Mathematik. Erinnerung vor allem an die Schulzeit und Nachdenken über die fast zehn Jahre nach Abitur und Zeugnisausgabe.

Als ich zum ersten Mal einen Preis errang – bei der Kreisolympiade 1965 – hätte ich sicher die Mathematik noch nicht als mein Steckenpferd bezeichnet, auch wenn mir der Unterricht Spaß machte. Ab und an bekam ich mal eine „Extraration" von unserem Mathematiklehrer, und ihm verdanke ich auch die Vermittlung an eine damals existierende Spezialklasse.

Nach zwei Jahren kam ich an die EOS *Heinrich Hertz*, Spezialschule mathematischer Richtung. Mit Dankbarkeit denke ich an die gute Ausbildung in Mathematik – einschließlich Einführung in Näherungsmethoden und Programmierung – aber auch an unsere Wettbewerbe in naturwissenschaftlichen Fächern oder z. B. den guten Musikunterricht. (Das mag sich in der *alpha* komisch ausnehmen. Aber ich habe in der Folgezeit gerade von dieser Allgemeinbildung viel profitiert.)

In den EOS-Jahren wurde mir mehr und mehr klar, daß die Mathematik von allen Fächern für mich das schönste, das interessanteste war. So wurde sie für mich zum Berufswunsch. Die Anforderungen in der mathematischen Forschung und Anwendung sind nun natürlich andere als in der Schule, aber die Fähigkeiten zum Abstrahieren und Vergleichen sowie einige Grundfertigkeiten werden schon im Unterricht ausgebildet – wie auch der Spaß am Gedankenexperiment.

Regelmäßig konnten Schüler unserer Schule an Olympiaden teilnehmen, und es gab auch mehrmals Vertreter der *Heinrich-Hertz-Schule* unter den IMO-Teilnehmern. Es lag beinah schon etwas Professionelles in der Vorbereitung, ging es doch um die Ehre der Schule. Ich habe mich sehr gefreut, 1970 zur DDR-Mannschaft bei der XII. IMO in Ungarn zu gehören. Die Erinnerung an dieses eigenwillige „Jugendtreffen" von ganz und gar nicht trockenen oder langweiligen Tüftel- und Knobelfans und an die herrliche ungarische Landschaft wird mir noch lange bleiben.

Nach der Schule studierte ich wunschgemäß in der Sowjetunion Mathematik. Ich wurde an der *Staatlichen Universität* Donezk immatrikuliert, einer relativ jungen Hochschule im Bergbau- und Industriezentrum des Donbaß. Nach gründlichem Studium der Grundlagenfächer begann im 3. Studienjahr die Spezialausbildung. Die Wahl fiel mir nicht leicht. Aber schließlich entschied ich mich für Differentialgleichungen. Die von Studenten- und Hochschullehrerkonferenzen bekannten Arbeiten auf diesem Gebiet hatten mich durch ihren praktischen Nutzen und die Vielseitigkeit der verwendeten Lösungsmethoden beeindruckt. Mein Diplomthema hatte mit der *Modellierung eines Schmelzvorgangs* zu tun.

1976 begann ich meine Assistententätigkeit an der TH Magdeburg. Wieder neue Anforderungen, auch neue Aspekte, die Mathematik betreffend - sowohl in Forschungs- als auch Ausbildungsfragen. Seit 1978 bin ich Fernaspirant meiner „alten" Uni, wo ich in enger Zusammenarbeit mit dem Donezker Akademieinstitut wieder Stefansche Probleme – – Schmelz- und Erstarrungsprozesse, Phasenübergänge – untersuche. Ein fesselndes Thema, wenn man nur an die Anwendungsmöglichkeiten in der Metallurgie oder gar in der Kunstfaserherstellung denkt! Bei der Bearbeitung stößt man auf immer neue, interessantere Fragestellungen, die keinen Schematismus erlauben.

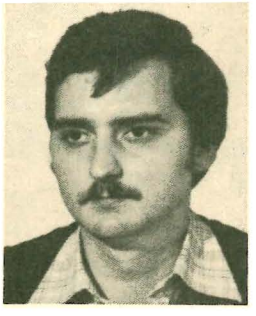
Mein nächstes Ziel ist es, einen relativen Abschluß zu erreichen, danach möglichst weiter Mathematische Physik zu betreiben – und am liebsten in weiterer Zusammenarbeit mit meinen sowjetischen Lehrern und Kollegen.

Den Olympioniken der 80er Jahre wünsche ich Energie und Ausdauer beim Denktraining, Möglichkeiten zum kollektiven Knobeln und einen offenen Blick für interessante inner- und außermathematische Fragestellungen sowie Erfolge in der Schule und beim Wettbewerb. Als zukünftige Kollegen und Partner bei der Nutzung und Entwicklung der Mathematik grüße ich euch ganz herzlich.

Diplom-Lehrer Mathematik/Physik

Hartmut Schneider

Lehrer an der E.-Thälmann-OS Hildburghausen



1953 wurde ich in Schalkau, einem kleinen Ort im Kreis Sonneberg, geboren. Meine Eltern bewirtschafteten damals einen kleinbäuerlichen Betrieb.

Nach vierjährigem Besuch einer Einklassenschule in meinem Heimatort Truckenthal wechselte ich in eine zehnklassige allgemeinbildende polytechnische Oberschule im Nachbarort Schalkau über.
Hier fand ich eigentlich das erste Mal engeren Kontakt zur Mathematik. Ich besuchte über mehrere Jahre eine Mathematik-Arbeitsgemeinschaft und nahm mehrmals erfolgreich an *Olympiaden Junger Mathematiker* (im Kreismaßstab) teil. In dieser Zeit machte ich auch meine erste Bekanntschaft mit der mathematischen Schülerzeitschrift *alpha*, die damals gerade „geboren" wurde und auch heute noch zu meiner Lektüre gehört. Während meiner Schulzeit in Schalkau entstand auch mein Wunsch nach dem Beruf eines Lehrers in der Fachrichtung Mathematik.
Nach dem Besuch der Vorbereitungsklassen an der EOS *Geschwister Scholl* in Hildburghausen konnte ich nach bestandener Aufnahmeprüfung eine Ausbildung an der *Spezialklasse für Mathematik und Physik* an der Martin-Luther-Universität in Halle aufnehmen. Da an der Spezialklasse sehr stark auf ein Mathematikstudium orientiert wurde, nahm ich nach bestandenem Abitur ein Studium in dieser Fachrichtung an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg auf. Trotzdem blieb auch in diesen Jahren mein Wunsch nach dem Lehrerberuf bestehen, wozu nicht zuletzt auch die Vorbildwirkung einiger meiner Lehrer und Dozenten beitrug. So wechselte ich nach dem ersten Studienjahr und nahm an derselben Bildungseinrichtung ein Lehrerstudium in der Fachrichtung Mathematik/Physik auf, das ich nach dem vierten Studienjahr *Mit Auszeichnung* abschließen konnte. Meine Diplomarbeit schrieb ich auf dem Gebiet der Analysis zum Thema „Diskussion diskret-analytischer Funktionen mit Hilfe einer zweidimensionalen diskreten Operatorenrechnung". Während meiner gesamten Ausbildungszeit in Halle erfüllte ich verschiedene Aufgaben innerhalb unserer Grundorganisation der FDJ.
Nach abgeschlossenem Studium begann ich meinen Dienst als Fachlehrer für Mathematik und Physik an der *Ernst-Thälmann*-Oberschule in Hildburghausen, wo ich in einem guten Kollektiv günstige Arbeitsbedingungen vorfand. Meine nunmehr vierjährige Tätigkeit als Lehrer hat mir gezeigt, daß meine Entscheidung für diesen Beruf richtig gewesen ist. Ich möchte an dieser Stelle den jungen Lesern von *alpha*, die sich auch für diesen Beruf entschieden haben oder noch entscheiden werden, sagen, daß der Lehrerberuf ganz bestimmt einer der schönsten und interessantesten, aber auch einer der schwersten Berufe ist. Neben fachlicher Sicherheit gehören vor allem auch ein klarer politischer Standpunkt, eine hohe Einsatzbereitschaft und eine richtige Einstellung und Liebe zum Kind dazu.
Im vergangenen Jahr war ich im Kreis Hildburghausen als Fachberater für Physik eingesetzt. In meinen vier Dienstjahren war ich auch außerunterrichtlich als Arbeitsgemeinschaftsleiter auf dem Gebiet der Mathematik tätig. Zur Zeit leite ich je eine AG Mathematik Klasse 7 und 8, in denen es um eine Förderung junger mathematischer Talente im Kreismaßstab geht. Hier wollen wir durch konzentriertes Bearbeiten von Olympiadeaufgaben sowie durch Vermittlung erweiterter mathematischer Kenntnisse eine bessere Vorbereitung unserer Schüler auf mathematische Leistungsvergleiche und die spätere berufliche Tätigkeit erreichen. Dabei finden wir auch in der mathematischen Schülerzeitschrift *alpha* Anregung und Unterstützung.

Den Lesern der *alpha* überreiche ich eine Aufgabe (aus einer zurückliegenden Bezirksolympiade), die mir und meinen AG-Teilnehmern sehr gut gefallen hat.

▲2087▲ Gegeben sei ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge a. Auf BC liege ein Punkt P_1 derart, daß $\overline{BP_1} = \overline{P_1C}$ gilt, auf CD liege ein Punkt P_2 mit $\overline{P_2D} = 3\overline{CP_2}$ und auf DA ein Punkt P_3 mit $\overline{P_3A} = 3\overline{DP_3}$. Ein Punkt P wandere auf Seiten des Quadrates von P_1 über B und A nach P_3.
Es sei nun A_Q der Flächeninhalt des Quadrates $ABCD$ und A_V der des Vielecks $PP_1P_2P_3$.
Ermittle sämtliche Lagen von P, für die das Verhältnis $A_V : A_Q$
a) am größten, b) am kleinsten ist!
Berechne das Verhältnis für jeden der beiden Fälle! Dabei sei auch zugelassen, daß P mit P_1 bzw. P_3 zusammenfällt, falls hierbei eines der gesuchten Verhältnisse auftritt.

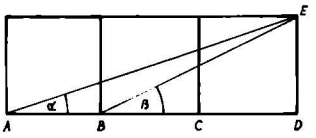
Diplomphysiker
Ulf Brüstel

Sektion Physik
der Karl-Marx-Universität Leipzig

Zur Beschäftigung mit der Mathematik regte mich mein Vater an. Er stellte mir erst einfache, später schwerere Knobelaufgaben. Seit der fünften Klasse habe ich dann regelmäßig Mathematikzirkel besucht und an den Mathematikolympiaden teilgenommen. Ich hatte oft die Möglichkeit, in Spezialistenlagern und Kursen auf Kreis-, Bezirks- und Republikebene meine Kenntnisse auf mathematischem Gebiet zu erweitern. Eine gute Möglichkeit, die exakte Formulierung von Lösungen zu üben, war für mich viele Jahre lang der *alpha*-Wettbewerb.
Etwa seit der neunten Klasse begann ich mich zusätzlich mit physikalischen Problemen zu beschäftigen und besuchte den Schülerzirkel der Sektion Physik der Karl-Marx-Universität Leipzig. Auf Grund meiner Leistungen bei den DDR-Physikolympiaden in Güstrow konnte ich 1974 an der Internationalen Physikolympiade in Warschau teilnehmen.
In der Frage meines Studiums zögerte ich lange mit der Entscheidung: Mathematik oder Physik? Meine Wahl fiel schließlich auf die Physik. Von 1974 bis 1979 habe ich in Leipzig Physik studiert und danach ein Forschungsstudium in der Spezialisierungsrichtung *Halbleiterphysik* aufgenommen. Ich hoffe, daß ich später eine interessante Tätigkeit in der Industrie auf diesem Gebiet aufnehmen kann.
Während des Studiums ist durch meine Tätigkeit als Zirkelleiter in der Mathematischen Schülergesellschaft Leipzig und als Korrektor bei den Bezirksolympiaden der Kontakt zur Mathematik und der Olympiadebewegung nie abgerissen.
Eine für mich wichtige Freizeitbeschäftigung möchte ich noch nennen: Klavierspielen. Während meiner Schulzeit habe ich regelmäßig die Musikschule besucht, obwohl es dabei auch „Durststrecken" gab, in denen die Lust zum notwendigen Üben nicht sehr groß war. Heute ist mir das Klavierspielen zum Bedürfnis geworden, und ich bin froh darüber, daß es an der Sektion Physik die Möglichkeit gibt, in einer Kammermusikgruppe mitzuwirken und als „Amateur" auch öffentlich auftreten zu können. Damit finde ich einen Ausgleich zu meiner oft recht strengen, exakten beruflichen Tätigkeit.

Zum Schluß möchte ich den *alpha*-Lesern eine Aufgabe stellen, die mir recht gut gefällt:

▲2089▲ Gegeben sei ein aus drei Quadraten zusammengesetztes Rechteck.



Es ist zu beweisen, daß $\alpha + \beta = 45°$ ist.

Dozent
Dr. Uwe Küchler

Sektion Mathematik
der Technischen Universität Dresden

Seit ich mich mit kniffliger Zahlentheorie, geometrischen Konstruktionen und anderen Problemen der „Olympiadestrecke" *Junger Mathematiker* beschäftigt habe, sind einige Jahre ins Land gegangen. Heute bin ich fast doppelt so alt. Manche Erlebnisse jener Zeit haben sich mir jedoch fest eingeprägt. Nicht wenige positive Einflüsse auf mein Verhältnis zur Mathematik stammen aus jener Zeit. Dazu gehören unter anderem zahlreiche Fachgespräche mit meinen Lehrern in der Oberschule, die Trainingslager in der Wuhlheide, die Klausurstunden zur DDR-Olympiade am Bogensee, der internationale Wettstreit, damals 1963 in Wroclaw, die vielen angestrengten, aber auch interessanten Tage.
Diese Höhepunkte sowie ihre Vorbereitung in einsamen Stunden des Studierens und Knobelns haben mir geholfen, mich auf die Erfordernisse eines Mathematikstudiums, auf logisches Denken, exakte Darstellung und beharrliches Suchen nach neuen Lösungen einzustimmen.
Von 1963 bis 1968 habe ich an der Technischen Universität Dresden Mathematik studiert, 1970 promoviert und danach für ein Jahr ein Zusatzstudium an der Lomonossow-Universität in Moskau absolviert. Meine Spezialstrecke ist das Gebiet der *Stochastischen Prozesse*, d. h. zeitabhängiger Zufallsprozesse und ihr Zusammenhang mit anderen mathematischen Disziplinen. Dieses Gebiet hat sich in den letzten Jahrzehnten sehr stark entwickelt und besitzt sowohl viele Anwendungen auf praktische Probleme als auch sehr interessante und fruchtbare Verbindungen zur klassischen Mathematik wie z. B. der Differential- und Integralgleichungen.
Im Jahre 1978 habe ich meine Dissertation B verteidigt und arbeite jetzt als Hochschuldozent an der Technischen Universität Dresden. Wir bilden Mathematikstudenten für ihren Einsatz in der Volkswirtschaft und im Hochschulwesen sowie der Akademie aus und vermitteln Ingenieur- und Ökonomiestudenten das für ihren Beruf notwendige Mathematikwissen. Eine wesentliche Aufgabe ist weiterhin, Grundlagen- und anwendungsorientierte Forschung auf dem Gebiet der Mathematik zu leisten. Bei dieser Gelegenheit möchte ich unseren Schülern eine kleine Aufgabe stellen, die ich beim Durchblättern alter Aufzeichnungen gefunden habe:

▲2088▲ Beweise, daß es unendlich viele ganze Zahlen gibt, die nicht in der Form $p + n^2$ darstellbar sind, wobei n eine ganze und p eine Primzahl sein soll!

Diplommathematiker

Christine Wilde

VE Kombinat Datenverarbeitung Leipzig

Als mich mein Mathematiklehrer im 7. Schuljahr zur 1. *Olympiade Junger Mathematiker* der Stadt Leipzig neben dem offiziellen Delegierten einfach als Ersatzmann mitschickte und ich ausnahmsweise in die Schar der 217 Teilnehmer eingereiht wurde, ahnte ich noch nicht, daß sich daraus später mein Wunsch, Mathematik zu studieren, ergeben würde. Noch genau erinnere ich mich daran, wie Studienrat J. Lehmann, der Initiator dieses Wettbewerbs, zur Eröffnung (12. Juni 1960) sagte, daß Olympiaden in solchen sozialistischen Staaten wie Ungarn, UdSSR und Rumänien schon seit Jahrzehnten durchgeführt würden. Das war vor 21 Jahren. Heute können auch wir von Traditionen sprechen.

Mein Mathematiklehrer und mein Vater verstanden es, mich immer mehr für mathematische Probleme zu interessieren. Bald beschäftigte ich mich damit auch außerunterrichtlich.

Von 1960 an wurde ich zu den Olympiaden der Stadt und des Bezirks Leipzig delegiert. Endlich, im Jahre 1963, ich besuchte damals die 10. Klasse, gelang mir der Sprung bis zur zentralen Mathematikolympiade. Für mich war es ein tiefes Erlebnis, als eines der wenigen Mädchen in Ludwigsfelde dabei zu sein. In den folgenden Jahren lernte ich all die *Jungen Mathematiker* unseres Bezirkes kennen, welche genau wie ich Kandidaten für die DDR-Olympiade waren. Erfahrene Pädagogen machten uns in Sonderkursen mit Stoffgebieten vertraut, die im Unterricht nur in geringem Umfange behandelt wurden, wie Zahlentheorie, Kombinatorik u. a.

Nach Abschluß des 10. Schuljahres begann ich die Lehre als Galvaniseur im VEB Galvanotechnik. Damit wählte ich eine damals noch recht seltene Ausbildungsform: *Berufsausbildung mit Abitur*. Auch hier hat mich mein Mathematiklehrer gefordert und gefördert. Mit großem Interesse nahm ich an den Veranstaltungen des neu geschaffenen Bezirkskonsultationspunktes teil. Hochschullehrer machten uns mit Gruppentheorie und komplexen Zahlen vertraut, Studenten der Handelshochschule führten uns in das Gebiet der Matrizenrechnung ein. Inhalt und Form dieser Veranstaltungen haben mir viel Spaß gemacht. Sie schufen neben dem Mathematikunterricht eine gute Grundlage für Studium und Beruf. Genau wie in der Oberschule nahm ich auch als Lehrling an den Mathematikolympiaden teil bis hin zur DDR-Olympiade.

Jetzt stand mein Berufswunsch endgültig fest: Ich wollte Mathematik studieren, auch wenn Freunde und Bekannte meinten, daß diese Fachrichtung für Mädchen zu schwer sei. Fleißige Mitarbeit im Unterricht der Oberschule, die regelmäßige Teilnahme an außerunterrichtlichen Veranstaltungen und eine konsequente Vorbereitung auf Mathematikolympiaden, sei es im intensiven Selbststudium oder im Kollektiv, sind Voraussetzung, daß ein Mädchen genau wie ein Junge zum Mathematikstudium kommen kann.

Das Hochschulstudium an der Karl-Marx-Universität habe ich nach fünf Jahren als Diplom-Mathematiker mit dem Prädikat *Gut* abgeschlossen. Meine Diplomarbeit befaßte sich mit speziellen Fragen der Mengenlehre. Seit Beendigung des Studiums bin ich im VEB *Leitzentrum für Anwendungsforschung*, Betrieb des VE Kombinats Datenverarbeitung, Betriebsteil Leipzig, als Organisator tätig. Wir erarbeiten Systemanalysen, Systemprojekte und EDV-Programme.

Zum Schluß ein Problem aus der Kryptarithmetik, einem Gebiet der Unterhaltungsmathematik, das mir immer viel Freude bereitet hat:

▲2090▲ In der unvollständigen fünfstelligen natürlichen Zahl

418**

sind die beiden Sternchen so durch Ziffern zu ersetzen, daß sich die erhaltene fünfstellige Zahl sowohl durch 6, als auch durch 7 und 9 teilen läßt.

Lösungen

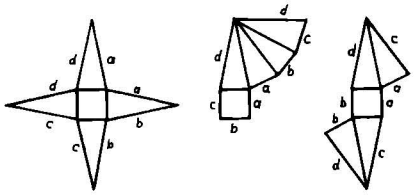
Lösungen zu: Pokalwettkampf in Berlin-Lichtenberg, Heft 6/80

Klasse 4 – Vorrunde

▲1▲ a) $1 \cdot 2+3-4=1$
b) $1+2+3-4=2$
c) $1+2 \cdot 3-4=3$
d) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4=24$

▲2▲ Die Pyramide läßt sich aus den Netzen a), b) und d) herstellen, aus dem Netz c) nicht.

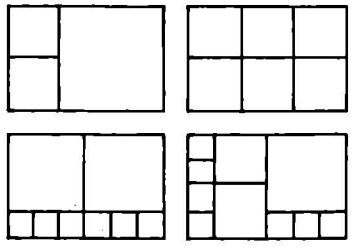
Zusammenfallende Kanten sind mit gleichen Buchstaben markiert.



Klasse 4 – Endrunde

▲1▲ Multipliziert man die Hälfte der gedachten Zahl mit sich selbst, dann muß das Ergebnis eine zweistellige Zahl sein. Daraus folgt, daß diese Hälfte größer als 3 und kleiner als 10 ist. Die gedachte Zahl ist somit größer als 6 und kleiner als 20. Da sie zweistellig sein soll, muß sie zwischen 10 und 20 liegen, und ihre erste Ziffer ist eine „1". Beim Austausch der Ziffern endet damit das Produkt auf „1". Von den in Frage kommenden Zahlen erfüllt nur 9 diese Bedingungen. Die gesuchte Zahl ist also 18. Tatsächlich erhält man aus $9 \cdot 9 = 81$ die Ausgangszahl mit ausgetauschten Ziffern.

▲2▲



Klasse 5

▲1▲ Jedes Quadrat ist ein Rechteck, es ist also mindestens ein Rechteck vorhanden. Jedes Rechteck ist ein Parallelogramm, es sind also höchstens 4 Rechtecke angezeichnet. Da die Gesamtzahl der Vierecke dreimal so groß ist wie die der Rechtecke, kommt deshalb nur eine der Zahlen 3; 6; 9 oder 12 in Frage. Da schon 4 Parallelogramme vorhanden sind, kann die Gesamtzahl nicht 3 sein. 6 und 12 scheiden aus, weil es gerade Zahlen sind (Widerspruch zu (4)). Also kommt als Gesamtzahl nur 9 in Frage. Demnach wären unter den Vierecken 3 Rechtecke.

Das ist mit allen Angaben vereinbar.

Klasse 6

▲1▲ Erweitert man beide Brüche mit 20, so erhält man $\frac{80}{260}$ bzw. $\frac{100}{260}$. Um auf den Nenner 20 zu kommen, müßte man einen Bruch finden, der zwischen diesen beiden Zahlen liegt und dessen Zähler durch 13 teilbar ist.

Von den möglichen Brüchen erfüllt nur $\frac{91}{260}$ diese Bedingung.

Kürzt man mit 13, so erhält man $\frac{7}{20}$.

▲2▲ a) Solche Dreiecke gibt es nicht. Würden sich z. B. in einem Dreieck ABC die Halbierenden der Winkel α und β unter einem Winkel von 90° in S schneiden, dann müßten nach dem Satz über die Summe der Innenwinkel, angewendet auf das Dreieck ABS, die beiden restlichen Winkel, also $\frac{\alpha}{2}$ und $\frac{\beta}{2}$, zusammen 90° betragen, demnach also gelten $\alpha+\beta=180°$. Es gibt jedoch kein Dreieck mit zwei rechten Winkeln.

b) Jedes gleichschenklige Dreieck erfüllt diese Bedingung. Es sei ABC ein gleichschenkliges Dreieck mit $\overline{AC}=\overline{BC}$. Die Halbierenden der Winkel α und β mögen die Gegenseiten BC und AC in D bzw. E schneiden. Nun gilt:

$\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (identisch),
$\sphericalangle DAB \cong \sphericalangle ABE$ (als Basiswinkel),
$\sphericalangle EAB \cong \sphericalangle ABD$ (als halbe Basiswinkel).

Folglich sind die Dreiecke ABD und ABE nach *wsw* kongruent zueinander, und daher sind die Strecken $\overline{AE}$ und $\overline{DB}$ als einander entsprechende Seiten kongruenter Dreiecke gleich lang.

Klasse 7

▲1▲ Beispielsweise:

$(1+2):3 = 1$
$12:3:4 = 1$
$((1+2) \cdot 3-4):5 = 1$
$(12:3:4+5):6 = 1$
$(((1+2) \cdot 3-4):5+6):7 = 1$
$((1+2):3 \cdot 4+5+6-7):8 = 1$
$((((1+2):3+4):5+6):7+8):9=1$

▲2▲ a) Die Dreiecke müssen nicht kongruent sein. Eines kann die Innenwinkel 45°, 45° und 90° haben, das andere Innenwinkel der Größen 45°, 67,5° und 67,5°.

b) Die Dreiecke müssen kongruent sein. Der rechte Winkel kann nur Winkel an der Spitze sein, da sonst zwei rechte Winkel vorhanden wären. Somit stimmen die Dreiecke in einer

Seite und allen Winkel überein, sind also nach *wsw* kongruent zueinander.

c) Die Dreiecke müssen kongruent zueinander sein. Gleichgültig ob der Winkel von 60° Basiswinkel oder Winkel an der Spitze ist, die beiden anderen Winkel sind jeweils auch 60° groß. Somit liegen gleichseitige Dreiecke vor, und da sie in der Seitenlänge übereinstimmen, müssen sie kongruent sein.

Klasse 8

▲1▲ OBdA gelte $\overline{AB}=\overline{BD}=\overline{AC}=a$. Dann ist eine weitere Seite der Länge a vorhanden, diese sei oBdA die Seite BC.

(1) Das Dreieck ABC ist gleichseitig. Der Winkel ABC hat die Größe 60°.

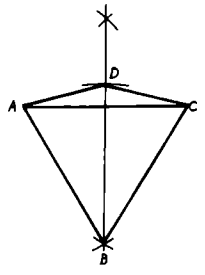
(2) Wegen $\overline{BC}=\overline{BD}$ ist das Dreieck BCD gleichschenklig. Die Winkel BDC und BCD sind als Basiswinkel kongruent zueinander.

(3) Da BD als Symmetrieachse den Winkel ABC halbiert, hat der Winkel DBC die Größe 30°.

(4) Wegen $180-30=150$ und $150:2=75$ folgt aus dem Satz über die Winkelsumme, angewendet auf das Dreieck BCD, daß die Winkel BCD und BDC je 75° groß sind.

(5) Die entsprechenden Überlegungen am Dreieck BDA bzw. eine Betrachtung aus der Symmetrie führen zu der Erkenntnis, daß auch die Winkel BAD und BDA je 75° betragen.

(6) Die Innenwinkel dieses Drachenvierecks haben die Größen 60°, 75°, 75° und 150°.



Lösungen zur Aufgabe 2000

Heft 6/80, IV. Umschlagseite:

Ma 4 ■2000 Da der erste Summand möglichst groß sein soll, ist das Sternchen an der Zehnerstelle durch die Ziffer 6 zu ersetzen. Die Summe $*+*+7$ endet nur dann auf die Ziffer 0, wenn die beiden Sternchen durch die Ziffern 2 und 1 ersetzt werden. Der erste (möglichst große) Summand lautet somit 962. Die Summe $1+(6+8+*)$ endet nur dann auf die Ziffer 8, wenn das Sternchen durch die Ziffer 3 ersetzt wird. Es verbleiben die Ziffern 4 und 5. Damit der zweite Summand größer wird als der dritte, muß der zweite Summand mit der Ziffer 5 beginnen. Die Lösung lautet somit

$$\begin{array}{r} 962 \\ +581 \\ +437 \\ \hline 1980. \\ \hline\hline \end{array}$$

Ma 5 ■2000 Wegen $99+99=198$ könnte in beiden Summanden sowohl das Sternchen an der Hunderterstelle als auch an der Zehnerstelle jeweils durch die Ziffer 9 ersetzt werden. Dann darf aber in beiden Summanden an der Einerstelle jeweils nur die Ziffer 0 stehen. Deshalb gilt

$$\begin{array}{r} 990 \\ +990 \\ \hline 1980. \\ \hline\hline \end{array}$$

Wegen $1+(99+98)=198$ und da der erste Summand nicht kleiner sein soll als der zweite, gibt es zwei weitere Lösungen, nämlich

$$\begin{array}{rcr} 999 & \text{und} & 991 \\ +981 & & +989 \\ \hline 1980 & & 1980. \\ \hline\hline & & \end{array}$$

Ma 6 ■2000 Durch systematisches Probieren findet man genau fünf Lösungen; sie lauten

$$\begin{array}{rcrcr} 585 & \text{und} & 585 & \text{und} & 485 \\ +945 & & +955 & & +945 \\ +450 & & +440 & & +550 \\ \hline 1980 & & 1980 & & 1980 \\ \hline\hline & & & & \end{array}$$

und

$$\begin{array}{rcr} 485 & \text{und} & 580 \\ +955 & & +900 \\ +540 & & +500 \\ \hline 1980 & & 1980. \\ \hline\hline & & \end{array}$$

Ma 7 ■2000 Es existiert genau eine Lösung; sie lautet

$$\begin{array}{r} 11898 \\ -9918 \\ \hline 1980. \\ \hline\hline \end{array}$$

Ma 8 ■2000 Angenommen, die Zwillinge sind gegenwärtig z Jahre, die Mutter ist gegenwärtig x Jahre alt; dann gilt

$(28+x)\cdot z\cdot z=1980,$

$(28+x)\cdot z^2 = 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 11.$

Aus der Faktorenzerlegung ist ersichtlich, daß $z=2$ oder $z=3$ oder $z=6$ gelten könnte. Für $z=2$ wäre die Mutter 467 Jahre alt; für $z=3$ wäre die Mutter 192 Jahre alt. Somit entfallen diese beiden Möglichkeiten.

Es gilt nur $z=6$. Daraus folgt weiter

$(28+x)\cdot 36=1980,$

$28+x=55,$ also $x=27.$

Die Mutter ist gegenwärtig 27 Jahre alt. Aus $27-6=21$ folgt, daß die Mutter 21 Jahre alt war, als die Zwillinge geboren wurden.

Ma 9 ■2000 Durch Umformen erhalten wir

$(a+1)(a+2)\cdot 2a=1980,$

$a(a+1)(a+2) = 990,$

$a(a+1)(a+2) = 9\cdot 10\cdot 11.$

Daraus folgt $a=9$.

Probe: $(9+1)(9+2)(++9)=1980,$

$10\cdot 11\cdot 18=1980.$

Ma 10/12 ■2000 Aus $p=33p_1$ und $p=2p_2$ folgt $33p_1=2p_2$. Also muß p_2 mindestens die Faktoren 3 und 11 besitzen. Da $p_1<p_2$ gilt, kommt für p_2 nur das Produkt $9\cdot 10\cdot 11$ in Frage. Dann ist $p_1=3\cdot 4\cdot 5$ und $p=1980$. Eine andere Möglichkeit für p_2 gibt es nicht, da dann p nicht vierstellig wäre.

Lösungen zu:

Zahlenzauber um das Jahr 2000

● Magisches Quadrat: In die leeren Felder des magischen Quadrates sind folgende Ziffern einzutragen, und zwar jeweils von links nach rechts:

1. Zeile: 202, 213	6. Zeile: 206, 219, 208
2. Zeile: 212, 201	7. Zeile: 200, 211
3. Zeile: 205, 207, 218	8. Zeile: 215, 217, 204
4. Zeile: 210	9. Zeile: 216, 203, 214
5. Zeile: 209, 220	

● Darstellung der Zahl 1980:

$1980=(111-1)\cdot(11-1-1)\cdot(1+1)$

$1980=2222+2-222-22$

$1980=333\cdot(3+3)-3\cdot 3\cdot\left(3-\frac{3}{3}\right)$

$1980=\frac{5}{5}\cdot 55\cdot\left(5+\frac{5}{5}\right)^{\frac{5+5}{5}}$

$1980=6^{\frac{6+6}{6}}\cdot\left(66-6-6+\frac{6}{6}\right)$

$1980=\left(7+7+7-\frac{7}{7}\right)\cdot\left[(7+7)\cdot 7+\frac{7}{7}\right]$

$1980=\sqrt{8^8}:\left(\frac{8}{8}+\frac{8}{8}\right)-8\cdot 8-\sqrt{8+8}$

$1980=\left(\frac{99}{9}-9\right)\cdot\left(999-\frac{9\cdot 9}{9}\right)$

● Ein Dreieck $(1+\sqrt{9}+8+0)$ cm: Wegen $(1+\sqrt{9}+8^0)$ cm $=5$ cm, $(1+\sqrt{9}+8+0)$ cm $=12$ cm und $[(1\cdot 9+8\cdot 0)+(1+\sqrt{9\cdot 8^0})$ cm $=13$ cm bilden die Maßzahlen der Seitenlängen dieses Dreiecks ein pythagoreisches Zahlentripel $[5;12;13]$, für das $5^2+12^2=13^2$ gilt. Das vorliegende Dreieck ist somit ein rechtwinkliges Dreieck mit den Kathetenlängen 5 cm und 12 cm und der Hypotenusenlänge 13 cm.

Lösungen zum alpha-Wettbewerb,

Heft 5/80:

Ma 5 ■1996 Aus $40:5=8$ folgt, daß 8 Schüler der 5. Klasse an der AG teilnehmen. Wir rechnen nun $40-8=32$, $32-8=24$, $24:2=12$, $12+8=20$. Aus der 6. Klasse nehmen 20, aus der 7. Klasse nehmen 12 Schüler an der AG teil.

Ma 5 ■1997 a) Es sind sechs Sägeschnitte erforderlich.

b) Man erhält 27 kleinere Würfel mit einer Kantenlänge von je 10 cm. $(3\cdot 3\cdot 3=27)$

c) Man erhält keinen kleineren Würfel mit vier schwarzen Begrenzungsflächen. An den acht Ecken des Ausgangswürfels entstehen 8 Würfel mit je drei schwarzen Begrenzungsflächen. Ferner erhält man 12 Würfel mit je zwei, 6 Würfel mit je einer und einen Würfel ohne schwarze Begrenzungsflächen.

Ma 5 ■1998 Wenn 2 Bleistifte genau soviel kosten wie 4 Hefte, so kostet 1 Bleistift soviel wie 2 Hefte. 5 Bleistifte kosten demnach soviel wie 10 Hefte. Klaus hätte also denselben Preis bezahlt, wenn er 13 Hefte gekauft hätte, Peter denselben Preis, wenn er 14 Hefte gekauft hätte. Deshalb kostet 1 Heft 11 Pfennige. Somit kostet 1 Bleistift 22 Pfennige. Klaus hatte

$(5 \cdot 22 + 3 \cdot 11)$ Pf = 143 Pf = 1,43 M und Peter hatte $(2 \cdot 22 + 10 \cdot 11)$ Pf = 154 Pf = 1,54 M zu bezahlen.

Ma 5 ▪1999 $3 \cdot 5\,\text{dm} + 2 \cdot 3\,\text{dm} = 21\,\text{dm}$; $3 \cdot 5\,\text{dm} - 2 \cdot 3\,\text{dm} = 9\,\text{dm}$; $2 \cdot 5\,\text{dm} - 3 \cdot 3\,\text{dm} = 1\,\text{dm}$.

Ma 5 ▪2000 Siehe Seite 23

Ma 5 ▪2001 Aus $u = 4a = 200\,\text{km}$ folgt $a = 50\,\text{km}$. Nun gilt $50\,\text{km} \cdot 50\,\text{km} = 2500\,\text{km}^2$. Weil $2500\,\text{km}^2 < 2600\,\text{km}^2$ gilt, ist die getroffene Aussage falsch.

Ma 5 ▪2002 Wegen $20 \cdot 20 = 400 > 299$ kann nur $s = 1$ gelten. Wegen $15 \cdot 15 = 225 > 199$ ist $d < 5$; durch systematisches Probieren finden wir als Lösung $d = 2$, also $h = 4$. Wegen $sp \neq 13$, $d = 2$ und $h = 4$ gilt $p = 8$.
Aus $18 \cdot 144 = 2fg2$ folgt $f = 5$ und $g = 9$. Wegen $b \neq 1$ und $c2 : 12 = b$ gilt $b = 6$ und somit $a = 3$. Daraus folgt schließlich $c = 7$. Wir erhalten somit als Lösung

$$\begin{array}{r} 36 \cdot 72 = 2592 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ 12 \cdot 12 = 144 \\ \hline 3 \cdot 6 = 18 \end{array}$$

Ma 6 ▪2000 Siehe Seite 23

Lösungen zu:
In freien Stunden · alpha heiter

XX. OJM

Die Summe aller Ziffern 1, 2, 3, ..., 9 gleicht 45. Folglich: O + L + Y = M + P + I = A + D + E = 15.
Es gibt nur zwei Summen, die „eins" als den Summanden enthalten: (1 + 5 + 9) und (1 + 6 + 8). Jede dieser Untermengen bestimmt zwei andere Untermengen eindeutig:

A. $M_1 = \{1,5,9\} \to M_2 = \{2,6,7\}$, $M_3 = \{3,4,8\}$.
B. $M_1 = \{1,6,8\} \to M_2 = \{2,4,9\}$, $M_3 = \{3,5,7\}$.

Für A. haben wir sechs Varianten, um die Mengen $M_4 = \{O,L,Y\}$, $M_5 = \{M,P,I\}$ und $M_6 = \{A,D,E\}$ und die Mengen M_1, M_2, M_3 eindeutig aufeinander abzubilden:

M_4	M_1	M_1	M_2	M_2	M_3	M_3
M_5	M_2	M_3	M_1	M_3	M_1	M_2
M_6	M_3	M_2	M_3	M_1	M_2	M_1

In jeder Untervariante haben wir auch sechs Varianten. Zum Beispiel:

O	1	1	5	5	9	9
L	5	9	1	9	1	5
Y	9	5	9	1	5	1

Dies gilt auch für B.
Daraus folgt, daß unsere Aufgabe $2 \cdot 6^4$ Lösungen hat.

Besonderes Ereignis

1. Koordinaten, 2. falsch, 3. Asymptote, 4. Symmetrie, 5. Hyperbel, 6. Axiom, 7. Thales, 8. Radizieren, 9. Operation
Lösungswort: Olympiade

20 Jahre Mathe-Olympiaden

Variante 1 Aus $N = L + L + L + L + L$
folgt $N = 5 \cdot L$

(1) $L = 1$ und $N = 5$ oder
(2) $L = 2$ und $N = 10$
(1) $L = 1$ und $N = 5$ in
$O = L + L - \dot{L} - L : L$
$O = L - 1$ eingesetzt, ergibt $O = 0$
(Widerspruch zur Voraussetzung)
Es gilt also (2) $L = 2$ und $N = 10$.
Die Probe bestätigt: $O = 1$, $L = 2$, $Y = 3$, $M = 4$, $P = 5$, $I = 6$, $A = 7$, $D = 8$, $E = 9$, $N = 10$.
Variante 2 Für beliebiges M aus dem gegebenen Grundbereich ergeben sich unmittelbar
(1) $O = 1$, (2) $L = 2$, (3) $Y = 3$,
(4) $N = 10$.
Aus $D = M + M + M - M$
$D = 2 \cdot M$
ergeben sich die Zahlenpaare

M	1	2	3	4	5
D	2	4	6	8	10.

Wegen (1), (2), (3) und (4) entfallen die Zahlenpaare (1,2); (2,4); (3,6) und (5,10) als Lösungen.
Also gilt $M = 4$ und $D = 8$.

Es kommt auf die Bedeutung der Werte an

Bernd hat nicht auf die Bedeutung der Worte geachtet. Konsequent bedeutet, *erst* so, dann *wieder* so handeln. Inkonsequent bedeutet, erst *so* und dann wieder *so* handeln.

Silbenrätsel

1. Zahlenbereich, 2. Winkelhalbierende, 3. Emblem, 4. integra, 5. Jahrzehnt, 6. Achthundertzwei, 7. Hunderteck, 8. Romeo, 9. Zahlenstrahl, 10. eleventhirty, 11. Hohlraum, 12. Nadelkap, 13. Torricelli, 14. Eta, 15. Minuend, 16. Ankathete, 17. Tonnen.
ZWEI JAHRZEHNTE MATHEMATIK-OLYMPIADEN

Kryptarithmetik

1981 : 7 = 283 1 2 3 4 5 6 7 8 9
− · + O L Y M P I A D E
589 + 65 = 654
1392 − 455 = 937

$67 + 16754 + 3675 = 20496$;
$16850 + 20640 = 37490$ oder
$25810 + 70530 = 96340$;
$82193 + 8364 = 90557$ oder
$19523 + 1364 = 20887$
$19845 + 628 = 20473$ oder
$39721 + 547 = 40268$ oder
$69843 + 587 = 70430$;
$37613 + 43219 = 80832$;
$14071 + 5321 + 61881 = 81273$ oder
$14091 + 5321 + 61881 = 81293$.

Ideen am Schachbrett

Zweite Variante

Sei n eine natürliche Zahl mit $n \geq 1$.
Wieviel ganzzahlige Lösungen (x, y, u, v) mit $1 \leq x, y, u, v \leq n$ hat das Ungleichungssystem

$$\begin{aligned} 1 &\leq \quad y + u - v \leq n \\ 1 &\leq -x \quad + u + v \leq n \\ 1 &\leq \quad x + y \quad - v \leq n \\ 1 &\leq -x + y + u \quad \leq n? \end{aligned}$$

Lösung

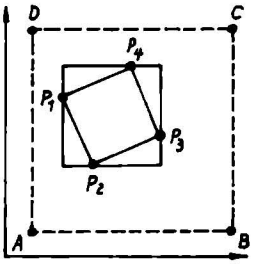
Für $x = u$ und $y = v$ vereinfacht sich das System zu $1 \leq u$, $v \leq n$ und hat n^2 Lösungen (u, v, u, v). Hier ist auch der Fall $n = 1$ enthalten.

Die Anzahl der Lösungen für $n \geq 2$ und $x \neq u$ oder $y \neq v$ erhalten wir aus der Anzahl q aller Quadrate, deren Eckpunkte ganzzahlige Koordinaten haben und sich innerhalb oder auf dem Rande des oben beschriebenen Quadrates $ABCD$ befinden. Mit (5) und (4) ist $q = \frac{1}{6}p = \frac{1}{12}n^2(n^2 - 1)$.

Da die Koordinaten der P_m bei der zyklischen Vertauschung $P_1 \to P_2 \to P_3 \to P_4 \to P_1$ invariant bleiben, ist die Anzahl der Lösungen des Ungleichungssystems

$$4q + n^2 = \frac{1}{3}n^2(n^2 - 1) + n^2 = \frac{1}{3}n^2(n^2 + 2).$$

Bild 7



Analoge Aufgabe

Es sei nun noch ein ähnliches Problem gestellt, für das Sie eine Lösungsidee und die Lösung selbst finden mögen.
Sei n eine natürliche Zahl mit $n \geq 1$. Wieviel ganzzahlige Lösungen (x, y, u, v) mit $1 \leq x, y, u, v \leq n$ hat das Ungleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y \quad &\leq n + 1 \\ u + v &\leq n + 1 \\ 1 \leq \quad x + y \quad - v &\leq n \\ 1 \leq -x \quad + u + v &\leq n? \end{aligned}$$

H. Bausch/E. Jähnig

Bemerkung: Die Aufgaben „Erste Variante" und „Zweite Variante" wurden als Aufgabenvorschläge der DDR bei der Jury der XIX. Internationalen Mathematik-Olympiade 1977 in Beograd eingereicht. Die „Erste Variante" wurde von der Jury in die engere Wahl gezogen.

E. Lasker (1868 bis 1941), Mathematiker, Philosoph und Schriftsteller, bisher bedeutendster deutscher Schachspieler, Meister der psychologischen Spielführung; Schachweltmeister von 1894 bis 1921

alpha-Wettbewerb

Fortsetzung von alpha 6/80

Preisträger

Michael Taeschner, Ines Schröder, Diana Schlüter, alle Parchim; Steffen Weirich, Pasewalk; Constanze Henger, Claudia Tierach, beide Potsdam; Wieland Handke, Pulsnitz; Jens Papperitz, Radebeul; Helga Rosner, Rathenow; Heiner Ruser, Anne Ruser, Ines Andrews, Michael Gräber, alle Rostock; Reiner Strauch, Frank Schröter, beide Rotta; Uwe Schwerk, Ruthen; Jörg Jahnel, Schkölen; Uta Möbius, Kerstin Klement, Olaf Putensen, alle Schwerin; Lydia Balzer, Frank Vollborth, beide Sondershausen; Beate Neuber, Antje Faßler, Ines Recknagel, Sylvia Dobrinski, Peggy König, alle Steinbach-Hallenberg; Dirk Dietze, Stralsund; Gerd Mey, Suhl; Cornelia Matthä, Sandra Kunath, beide Tiefenort; Olaf Gleim, Timkenberg; Wolfram Fischer, Torgau; Jörg Mey, Unterbreizbach; Joachim Riedel, Vacha; Joachim Kleinert, Wernshausen; Lutz Grothe, Wiederitzsch; Grit Keiner, Angelika Weyh, beide Zella-Mehlis; Ronald Peschel, Zittau; Rüdiger Rabe, Zschornewitz; Karsten Seliger, Grenz; Christian Voigtländer, Neubrandenburg

Vorbildliche Leistungen

Beatrice List, Altenburg; Olaf Köbernick, Babelsberg; Andrea Müller, Bad Salzungen; Ines Kinzelberg, Bergwitz; Jens Renneberg, Simone Messer, Steffen Biehl, alle Berka; Reinhard Wegener, Thomas Honigmann, Jörg Albert, Marko Pohl, Ingo Witt, Cornelia Graun, alle Berlin; André Schück, Henning Bergauer, André Lorenz, alle Bernsbach; Markus Olwig, Burg Stargard; Matthias Winkler, Cossebaude; Andreas Donaubauer, Dahlen; Yvonne Wagner, Dahme; Rolf Dach, AG Math. Kl. 7 bis 8 der 38. POS, Oliver Geupel, Peter Hentschel, Birgit Rahn, alle Dresden; Manfred Becker, Eggesin; Frank Schulte, Freienbessingen; Thomas Brahmann, Freital; Ines Fischer, Gohrau; Andreas Funk, Volker Böther, beide Greifswald; Maike Thiele, Corinna Wilde, beide Grimma; Guido Vollbeding, Haldensleben; Kathrin Möckel, Hammerbrücke; Uta Schumann, Ulrich Möhrke, beide Havelberg; Dirk Missal, Insel; Ingo Neubert, Carla Umlauf, Kerstin Hoppe, alle Karl-Marx-Stadt; Matthias Schneider, Kemmlitz; Ute Studzinski, Kietz; Holger Unger, Kleinolbersdorf; Matthias Poller, Lauter; Britta Krägelin, Karl Heyde, Sylvia Richter, Uwe Werner, alle Leipzig; Angelika Schlegel, Mahlsdorf; Christiane Pritz, Meiningen; Jürgen Seifert, Milkau; Elvira Korölus, Neubrandenburg; Hilmar Fickert, Oberlungwitz; Henning Schulz, Potsdam; Steffen Korb, Raschau; Annegret Passargus, Rostock; Thomas Fröhlich, Rudolstadt; Cornell Kubacki, Sargstedt; Susanne Krieger, Sömmerda; Anne Willroth, Stadtlengsfeld; Christina Schmidt, Karola Endler, Anke Wilhelm, alle Steinbach-Hallenberg; Uta Linz, Suhl; Christina Otto, Ueckermünde; Thomas Vandanz, Völkershausen; Michael Tries, Wasserthaleben; Rainer Wichmann, Weimar; Ralph Zumpe, Weinböhla; Bert Winkler, Wilkau-Haßlau; Dirk Seewald, Wolgast; Ralph Bock, Wolfen; Jörg Strüfing, Wredenhaben; Jörg Steinbach, Zwickau; Bezirksklub „Jg. Math." Zirkel 6, Halle

Abzeichen in Gold

Für dreizehnjährige Teilnahme

Christoph Scheurer, Glauchau-Gesau; Henrik Frank, Greifswald; Lutz Pöffeld, Hennigsdorf

Für zwölfjährige Teilnahme

Bernd Hanke, Großschweidnitz; Guido Blossfeld, Halle

Für elfjährige Teilnahme

Holger Jurack, Burkau; Ulrich Riedel, Flöha; Angelika Müller, Greifswald

Für zehnjährige Teilnahme

Arno Feuerherdt, Brandenburg; Marid Helbig, Frankfurt (Oder); Thomas Jakob, Gera; Ursula Märker, Greifswald; Lew Dimenstein, Leningrad (UdSSR); Norbert Littig, Lichtenberg; Sybille Baumgart, Löderburg; Uwe Bormann, Magdeburg; Berthold Wettengel, Oelsnitz; Frank Aßmus, Oranienburg; Rainer Seifert, Pirnau; Bernhard Tschada, Sondershausen

Für neunjährige Teilnahme

Ralf Heuze, Arnstadt; Andreas Fittke, Berlin; Clemens Jasmich, Cottbus; Wolfgang Seeber, Gebren; Rolf Kuhn, Gotha; Bengt Nölting, Greifswald; Stefan Kasper, Leipzig; Gerald Werner, Meiningen; Volker Schulz, Nauen; Axel Müller, Oberlungwitz; Birgit Rosenberger, Suhl; Manfred Häußler, Westgreußen; Katrin Richter, Wittenberg; Karsten König, Zeuthen; Kurt Oertel, Zschornewitz (Reutner); L. Gruber, Linz (Österr.)

Für achtjährige Teilnahme

Volkmar Türke, Auerbach; Cordula Becker, Andreas Gude, Andrea Nießen, alle Berlin; Werner Jeroch, Reinhard Pohl, Ralf Kretschmer, Frank Regensburger, Uwe Hanisch, alle Dresden; Andrea Puchert, Eichicht; Eberhard Georgy, Erfurt; Wolfhart Umlauft, Freital; Claudia Endtricht, Görlitz; Christian Wolf, Greifswald; Jens Negwer, Grimma; Burkhard Rahr, Gr.-Naundorf; Günter Mosel, Gühle; Jürgen Hüttner, Kottengrün; Armin Körner, Leipzig; Steffen Langhein, Lichte; Michael Apitz, Löbau; Rainer Bauer, Mittweida; Thomas Richter, Neuhausen; Andreas Massanek, Neusornzig; Thomas Köhler, Oederan; Wilfried Röhnert, Radebeul; Thomas Apel, Reichenbach; Christiane Jordan, Reitwein; Armin Hoell, Ribnitz; Michael Zwicke, Riesa; Torsten Löwe, Schleiz; Heinz-Olaf Müller, Heiko Müller, beide Schmalkalden; Bernadette Domaschke, Seifhennersdorf; Hans Schwabe, Simone Mahlow, beide Sondershausen; Dirk Herrmann, Töplitz; Sylvia Zipf, Waldheim; Sylvia Kunze, Weißenfels; Carola Senft, Wingerode; Ralf Becker, Wolmirstedt; Ute Scharkowski, Zepernick

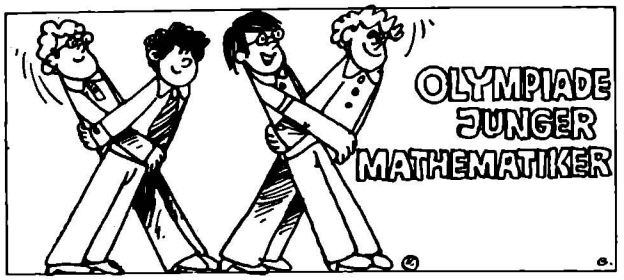
Für siebenjährige Teilnahme

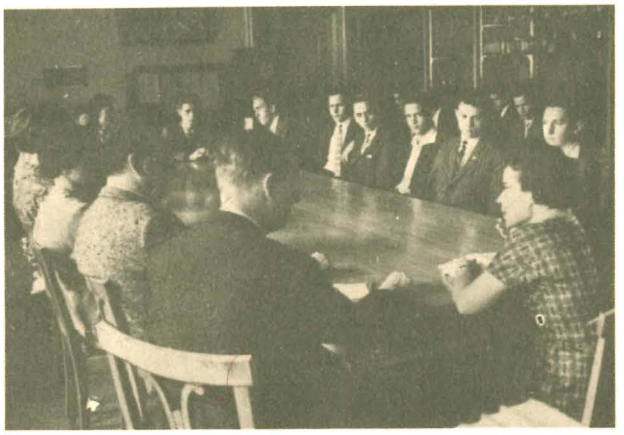
Udo Clemens, Altenburg; Frank Maschke, Altendorf; Dieter und Henri Koch, Arnstadt; Ralph Müller, Bad Bibra; Peter Möller, Burkhard Maeß, beide Bad Doberan; Hans-Jürgen Kopf, Bad Frankenhausen; Lutz Heinrich, Bad Langensalza; Katrin Kolliwer, Michael Prescher, beide Berlin; Werner König, Berlingerode; Thomas Dittrich, Brand-Erbisdorf; Jens Schumann, Coswig; Jens Parand, Ellen Harnath, Andrea Dreyer, alle Cottbus; Jürgen Anders, Dahlewitz; Mario Binkowski, Demmin; Peter-Alexander Pöhler, Annett Körner, Angela Jircik, alle Dresden; Thomas Böhme, Daina Semper, beide Eisleben; Sabine Lützkendorf, Uwe Kintzel, beide Erfurt; Bernd Döbe, Forst; Ute Ribbe, Heike Brüggemann, Thomas Gerlach, Bernd Hartwig, alle Friedeberg; Sylvio Klose, Gera; Matthias Weser, Großenhain; Andrea Potthoff, Groß Wüstenfelde; Hubert Steinmetz, Grüningen; Jens Folgmann, Halle; Ruth Jacobs, Halle-Neustadt; Doris Planer, Hohendorf; Rolf Kamieth, Kakerbeck; Arnd Rösch, Ronald Rösch, Marko Hanke, alle Karl-Marx-Stadt; Jörg Pöhland, Klingenthal; Alois Weninger, Knittelfeld (Österreich); Jens Rudolf, Leipzig; Ute-Barbara Heuer, Leisnig; Bärbel Wintzler, Lobenstein; Annett Weise, Löderburg; Martina Wolf, Magdeburg; Udo Kretzschmann, Markneukirchen; Peter Stolze, Möhlau; Volkmar Riemer, Neubrandenburg; Rüdiger Düsing, Osterburg; Ute Möllhoff, Piesau; Jens Jacobi, Potsdam; Sigrid und Jens-Peter Plamke, Premnitz; Ronald Bracholdt, Riesa; Jana Walter, Röbel; Ina und Uwe Ebert, Ruppendorf; Regina Bricks, Saalfeld; Siegrid Kretschmann, Schlagsdorf; Ina Spanaus, Schleusingen; Jens Gollmer, Schmalkalden; Torsten Jeschke, Schwarzheide; Barbara Tschada, Sondershausen; Thomas Eichhorn, Steinach; Simone Teichmüller, Stöckey; Heiko Lehmann, Rostock; Dietmar Ulbricht, Velten; Ralf Kurch, Weimar; Uwe Felsberg, Worbis; Uwe Müller, Wroclaw (VR Polen); Christoph Chojetzki, Zeithain; Frank Erdmann, Zeitz; Gabriele Herzig, Birgit Thomas, Uwe Langer, Antje Langer, alle Zittau; Ute Baumann, Zschocken

Für sechsjährige Teilnahme

Matthias Ohm, Ahlbeck; Christine Stöber, Alsleben; Holger Herold, Frank Kämpfer, beide Altenburg; Uwe Mauz, Arnstadt; Gustram Türke, Auerbach; Ralph Müller, Bad Bibra; Frauke Maeß, Bad Doberan; Thorsten Tonndorf, Bad Salzungen; Birgit Wollschläger, Bergwitz; Frank Bendin, Stefan Berg, beide Berlin; Ulrich Kramer, Bernterode; Astrid Markgraf, Bischofferode; Carmen Schneider, Bischofswerda; Pia Zimmermann, Inge Beck, beide Bleicherode; Andreas Kraska, Breitenworbis; Guido Mehne, Ralph Voigtländer, beide Calbe; Mark Weide, Callenberg; Olaf Seifert, Camburg; Andreas Winkler, Cossebaude; Detlef Kerstan, Susanne Liebelt, Kathrin Magister, Claudia Kerstan, Andreas Schlecht, alle Cottbus; Monika Nolte, Dingelstädt; Harry Höfer, Dorndorf; Jörn Wittig, Carolin Engel, Thomas Schindhelm, Ingolf Körner, Jürgen Gräfenstein, Susanne Müller, Lutz Jeroch, Jens Rotsch, Helmuth Goldberg, Elisabeth Schädtke, alle Dresden; Dirk-Thomas Orban, Renate Lützkendorf, Thomas Mittelbach, Henrik Seifert, Uwe Strohmeier, Volker Georgy, alle Erfurt; Math. Zirkel d. Hugo-Joachim-OS, Espenhain; Jörg Batter, Freiberg; Ralf Baumhekel, Steffi Hancke, beide Freital; Andreas Fintzel, Friedeburg; Gerd Hackbarth, Gallentin; Angela Illing, Gersdorf; Frank Scheffler, Gnoien; Ines Kath, Gunnar Boll, Andreas Wolf, Katharina Herrmann, Stefan Göckeritz, alle Greifswald; Michael Katzer, Greußen; Heike Klitz, Grimmen; Regine Binder, Matthias Berle, beide Halle-Neustadt; Volker Reck, Heiligenstadt; Enka Stelzer, Heringsdorf; Eike Harnisch, Hohenferchesar; Mathias Grundmann, Conchita und René Schöppel, alle Hoyerswerda; Volkmar Liebscher, Ilmenau; Horst Fliegner, Jarmen; Andreas Hengst, Birgit Hofmann, Jens Pönisch, Thomas Mader, alle Karl-Marx-Stadt; Steffen Rieth, Klostermansfeld; Kerstin Willeck, Kriebitzsch; Karsten Drescher, Ulrich Kramer, Monika Nolte, Astrid Markgraf, Birgit Schmidt, alle Leinefelde; Stephan Bönewitz, Ines Bauer, Katrin Bormann, Heiko Rudolf, alle Leipzig; Holger Gubitz, Meiningen; Tobias Lücke, Meißen; Per Witte, Mittenwalde; Heidrun Jänchen, Mohsdorf; Angelika Radtke, Mittweida; Gudrun Hebestreit, Mühlhausen; Thomas Ehler, Meiningen; Torsten Kretschmer, Naumburg; Uwe Grasnack, Naundorf; Knut Hantschel, Neuenkirchen; Sigrun Massanek, Neusornzig; Karsten Woike, Neustadt; Birgit Uhlmann, Oberlungwitz; Andreas Bollmann, Osteroda; Peter Seifert, Pirnau; Kerstin Zinnstein, Pirna; Hagen Mrowetz, Prenzlau; Christiane Dobberstein, Rathenow; Claudia Würker, Reichenbach; Hartmut Lipke, Ribnitz; Astrid Wruck, Rostock; Birgit Bricks, Saalfeld; Eva Schubert, Schalkau; Maik Rehtanz, Susanne Heuer, Henri Kriechling, Thomas Gerth, alle Schmalkalden; Elke Meißner, Sitzendorf; Bert Hoffmann, Söllichau; Silke Reuscher, Roland Goldenbogen, beide Stralsund; Peter Pfannschmidt, Suhl; Heidrun Tiedt, Teterow; Margit Creutzburg, Thal; Annekatrein Heuer, Tieckow; Katrin Schatz, Ute Bergmann, beide Torgau; Lars Herrmann, Töplitz; Stefan Syring, Waren; Klaus-Detlef Gehrke, Warnemünde; Gudrun Boettcher, Weimar; Olaf Seidel, Weißwasser; Karsten Schlutter, Wittstock; Eva-Maria Heubner, Wolfen; Birgit Schultheiß, Wüstenbrand; Burkhild Kehnscherper, Wustrow; Michael Holdys, Ziesar; Anett Schulzensohn, Zittau; Kerstin Johannes, Oranienbaum

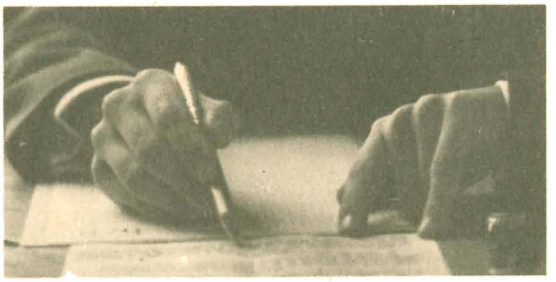
Fortsetzung in Heft 2/81

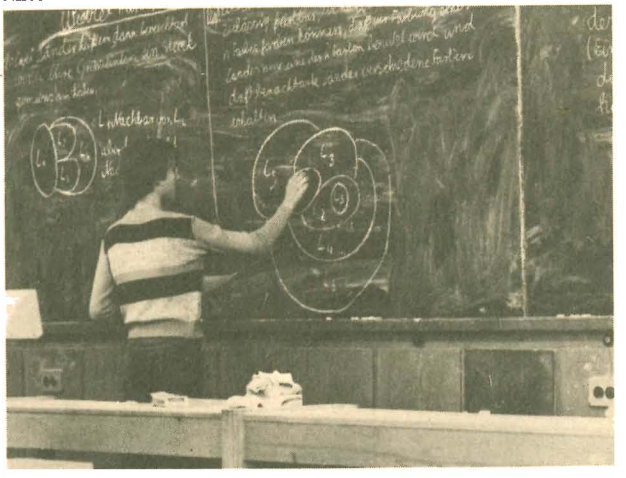




I. Olympiade Junger Mathematiker (1962): Die Preisträger sind Gast im Goethehaus am Frauenplan in Weimar

IV. Olympiade Junger Mathematiker der DDR (1965): Prof. Dr. K. Schröter (†) und Staatssekretär Lorenz zeichnen die Preisträger aus



Teilnehmer der Mathematischen Schülergesellschaft Berlin während eines Vortrags

Junger Mathematiker bei der Erläuterung eines mathematischen Problems