Aufgaben der schriftlichen Abschlussprüfung Mathematik Klasse 10 der Polytechnischen Oberschulen der DDR 1957 - 1990

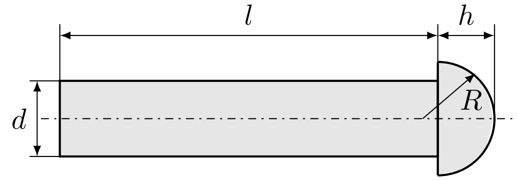
Zusammenstellung der Aufgaben: Steffen Polster 2020/25
https://mathematikalpha.de

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgaben

1.1 Abschlussprüfung 1957

Aufgabe 1
Die Abbildung zeigt den Achsenschnitt eines Nietes aus Eisen. Entnehmen Sie daraus die Maße, und berechnen Sie das Gewicht von 1000 Stück!
d = 13 mm, R = 11 mm, l = 70 mm, h = 8,5 mm, $\gamma = 7{,}8\ \frac{p}{cm^3}$



Aufgabe 2
Zwei Kräfte P_1 und P_2 greifen unter dem Winkel α an einem Punkt an.

a) Wie groß ist ihre Resultierende R?

b) Prüfen Sie das Ergebnis durch eine maßstäbliche Zeichnung nach!
$P_1 = 75{,}3$ kp; $P_2 = 129{,}4$ kp; $\alpha = 50{,}3°$

Aufgabe 3
Lösen Sie die folgende Gleichung!

$$\frac{6x-2}{2x+3} = \frac{35x^2+23x+8}{16x^2-36} - \frac{4x+4}{8x-12}$$

1.2 Abschlussprüfung 1958

Aufgabe 1

In einem Steinkohlenbergwerk sind von einem Punkt aus in gleicher Höhe zwei horizontal verlaufende Stollen von 162,5 m und 200 m Länge vorangetrieben worden. Sie schließen einen Winkel von 70,5° ein. Die Endpunkte sollen durch einen Stollen verbunden werden.

a) Berechnen Sie die Länge des Verbindungsstollens der beiden Endpunkte!

b) Berechnen Sie, unter welchen Winkeln der Verbindungsstollen von den Hauptstollen abzweigt!

c) Prüfen Sie die Ergebnisse durch eine maßstäbliche Zeichnung!

Aufgabe 2

Lösen Sie die folgende Gleichung, und machen Sie die Proben!

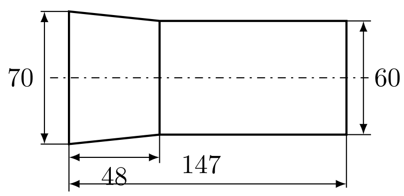
$$(4x+1)(2x-2)-(x+0{,}5)(6x-5)=3$$

Aufgabe 3

Länge und Breite eines Rechtecks verhalten sich wie 5 : 3. Der Umfang beträgt 72 cm.
Wie lang sind die Seiten?

Aufgabe 4

Wieviel kp wiegt der in der Abbildung dargestellte runde Maschinenzapfen aus Stahl?
Entnehmen Sie die Maße in mm aus der Skizze! (Wichte des Stahls 7,8 $\frac{p}{cm^3}$)

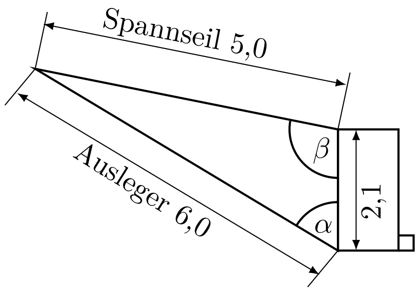


1.3 Abschlussprüfung 1959

Aufgabe 1
Lösen Sie die folgende Gleichung, und machen Sie die Proben!

$$4x^2 = 2 - 7x$$

Aufgabe 2



Ein Dunglader hat bei einer bestimmten Arbeitsstellung die in der vereinfachten Zeichnung angegebenen Maße in Meter. Um die Belastungsverhältnisse berechnen zu können, benötigt man die Größe der Winkel. Berechnen Sie

a) den Winkel α zwischen Ausleger und Gehäuse,

b) den Winkel β zwischen Spannseil und Gehäuse!

Aufgabe 3
Die galvanische Abteilung eines volkseigenen Betriebes hat die Aufgabe, die Oberfläche von Stahlkugeln zu vernickeln.
Das Volumen einer Kugel wurde auf Grund ihres Gewichtes mit $V = 3{,}053$ dm^3; festgestellt.
Zur Berechnung der galvanischen Lösung ist es notwendig, die Größe der Oberfläche einer Kugel zu bestimmen. Berechnen Sie diese logarithmisch!

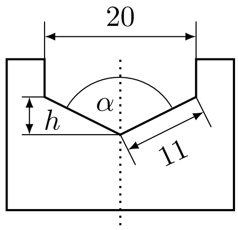
1.4 Abschlussprüfung 1960

Aufgabe 1

Berechnen Sie logarithmisch!

$$\frac{93{,}9 \cdot \sqrt[3]{0{,}0299}}{6{,}15^2 \cdot 0{,}0398}$$

Aufgabe 2



Zum Schleifen eines Spiralbohrers von 20 mm Durchmesser soll eine Lehre gemäß Abbildung angefertigt werden. Berechnen Sie die Spitzenhöhe h und den Winkel α für die dort eingetragenen Maße!

Aufgabe 3

Ein Feld hat die Form eines Dreiecks. Die Seiten haben folgende Abmessungen: 65,8 m; 89,7 m; 73,3 m. Wie groß sind

a) ein Winkel und
b) die Fläche des Feldes in ha?

Aufgabe 4

Zwei Rohrleitungen von 15 mm bzw. 25 mm lichter Weite (innerer Durchmesser) sollen durch ein einziges Rohr ersetzt werden.
Der Querschnitt des neuen Rohres soll mindestens so groß sein wie die Summe der Querschnitte der beiden anderen Rohre. Dadurch soll gewährleistet werden, dass im neuen Rohr mindestens dieselbe Wassermenge wie in den beiden alten Wasserrohren fließen kann.
Wie groß ist der Durchmesser des neuen Rohres?

1.5 Abschlussprüfung 1961

Aufgabe 1
Bei der Kartoffelernte erwartete man einen Hektarertrag von 240 dt. Das Feld hatte eine Fläche von 15 ha.
Da der ausgestreute Stallmist nicht rechtzeitig untergepflügt wurde, trat eine Ertragsminderung von 7,5 % ein. Berechnen Sie den Ernteverlust!

Aufgabe 2
Lösen Sie folgendes Gleichungssystem rechnerisch oder grafisch!

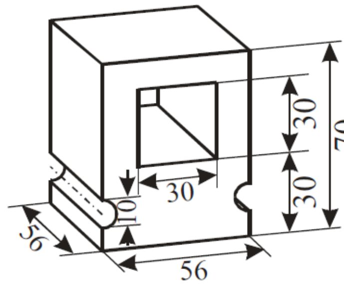
$$x + y = 1 \qquad ; \qquad 3x – 2y = 8$$

Aufgabe 3
Lösen Sie folgende Gleichung, und machen Sie die Proben!

$$26 – (x + 3)^2 = (x – 1)^2$$

Aufgabe 4

Wieviel kp wiegt der in der Zeichnung dargestellte Maschinenteil aus Stahl?
Entnehmen Sie die Maße aus der Abbildung (Wichte des Stahls 7,85 p/cm^3)



Aufgabe 5
Unter welchem Winkel greifen die beiden Kräfte $P_1 = 34$ kp und $P_2 = 82$ kp an einem Punkt A an, wenn ihre Resultierende $R = 96$ kp beträgt?
Prüfen Sie das Ergebnis durch eine maßstäbliche Zeichnung!

1.6 Abschlussprüfung 1962

Aufgabe 1

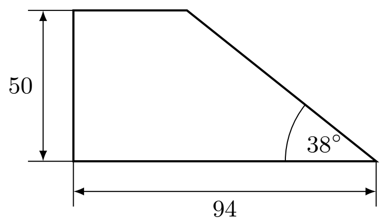
a) Berechnen Sie! $(5a–1)^3$

b) Berechnen Sie! $\frac{4r^2}{27t} : \frac{16r^5}{54}$

c) Bestimmen Sie den Wert der Unbekannten! $d : (d–2) = 4 : 3$

Aufgabe 2

Berechnen Sie, wieviel cm^2 Material für das in der Abbildung dargestellte Stützblech benötigt werden!



Aufgabe 3

Lösen Sie die folgende Bestimmungsgleichung!

$$5x^2–12x = 9$$

Aufgabe 4

Beim Ausschachten einer Baugrube läuft die ausgehobene Erde über ein Förderband. Dadurch wird sie in Form eines Kegels auf der Baustelle gelagert.

Zur Ermittlung der aufgeschütteten Erdmenge werden mit dem Bandmaß der Umfang des Grundkreises u = 24,5 m und die Mantellinie s = 4,7 m des Kegels gemessen.

Fertigen Sie eine Skizze des Kegels, an, und berechnen Sie die Erdmenge!

Geben Sie die Zwischenergebnisse und das Endergebnis auf eine Dezimalstelle genau an!

Aufgabe 5

Zwei Funkpeilstationen F_1 und F_2 der Nationalen Volksarmee liegen 12,80 km voneinander entfernt.

Ein feindlicher Sender S wird von F_1 und F_2 aus angepeilt. Der Winkel zwischen dem Peilstrahl von F_1 und der Standlinie $\overline{F_1F_2}$ beträgt 40,50°; der Winkel zwischen dem Peilstrahl von F_2 und der Standlinie $\overline{F_1F_2}$ beträgt 106,30°.

a) Berechnen Sie die Entfernung des Senders von F_1 und F_2!

b) Prüfen Sie das Ergebnis durch eine maßstabgerechte Zeichnung, und geben Sie den gewählten Maßstab an!

1.7 Abschlussprüfung 1963

Aufgabe 1
a) Berechnen Sie! $\frac{7a}{15} - \frac{2a}{3} - \frac{4a}{5}$.

b) Lösen Sie die Formel für die Berechnung des Volumens der Kegel nach d auf!

c) Berechnen Sie! $(3a - 5b)^2$

Aufgabe 2
Lösen Sie die folgende Bestimmungsgleichung! $x^2 + 2x – 15 = 0$

Aufgabe 3
Lösen Sie folgendes Gleichungssystem rechnerisch und grafisch!

$$6x + 2y = –4 \qquad ; \qquad y = 2x + 8$$

Aufgabe 4
"Unwiederbringlich hat der Imperialismus die Herrschaft über einen großen Teil der Völker verloren."(N. S. Chruschtschow auf dem XXII. Parteitag)
Vervollständigen Sie folgende Übersicht!

	Bevölkerung in Mill.	%
Welt insgesamt	3020	
Sozialistische Welt	1070	
Imperialistische Großmächte		18
Übrige Welt	1410	

Aufgabe 5
Die Diagonale KM eines Parallelogramms $KLMN$ hat eine Länge von 7 cm. Diese Diagonale bildet mit den Seiten des Parallelogramms Winkel von 28° bzw. 115°.

a) Konstruieren Sie das Parallelogramm!
b) Beschreiben Sie die Konstruktion!
c) Berechnen Sie die längere Seite des Parallelogramms!

Aufgabe 6
Für eine große Vorrichtung wird aus einem Messingstab mit kreisförmigem Querschnitt von 28 mm Durchmesser ein Werkstück gefertigt, bei dem an einem Ende ein regelmäßiges Sechskant von 800 mm Länge und 28 mm Eckenmaß zu fräsen ist.

Wieviel Kilopond Messingspäne können als Abfall der Verwendung wieder zugeführt werden? (Wichte für Messing: $\gamma = 8{,}3\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{cm}^3}$)

Aufgabe 7
Von einem Würfel ist die Kantenlänge a bekannt. Leiten Sie die Formel zur Berechnung der Raumdiagonalen her!

1.8 Abschlussprüfung 1964

Aufgabe 1
Vergleichen Sie die Zahlen folgender Zahlenpaare miteinander!

$$\frac{3}{4} \quad \text{und} \quad \frac{5}{6} \quad ; \quad \frac{4}{25} \quad \text{und} \quad 0{,}16 \quad ; \quad 7 \cdot \sqrt{8} \quad \text{und} \quad 5 \cdot \sqrt{8}$$

Setzen Sie jeweils das richtige Zeichen ($<$; $=$; $>$)!
Geben Sie an, wie Sie zu Ihrer Entscheidung gelangt sind!

Aufgabe 2
Die Zusammenarbeit im Rat für Gegenseitige Wirtschaftshilfe (RGW) trug zu einer erheblichen Steigerung der Industrieproduktion und zu einer bedeutenden Erweiterung des Warenaustausches innerhalb der RGW-Länder bei.
Im Jahre 1958 betrug der Warenumsatz zwischen den Mitgliedsländern des RGW 10,9 Milliarden Rubel, im Jahre 1962 bereits 18,4 Milliarden Rubel.
Drücken Sie diese Steigerung des Warenumsatzes in Prozenten aus!

Aufgabe 3
Ein Drittel einer Zahl ist um 3 größer als ein Viertel der gleichen Zahl.
Bestimmen Sie die gesuchte Zahl mit Hilfe einer Gleichung!

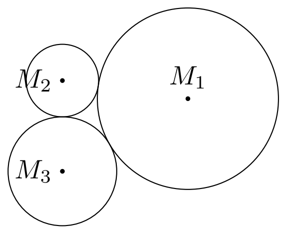
Aufgabe 4
Lösen Sie die Gleichung $(x - 3)(x + 1) = 0$

a) grafisch, indem Sie entweder die Nullstellen der entsprechenden quadratischen Funktion zeichnerisch ermitteln oder das Bild von $y = x^2$ mit der zugehörigen Geraden zum Schnitt bringen!
b) Lösen Sie diese Gleichung rechnerisch!

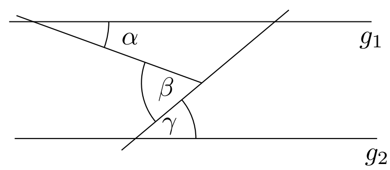
Aufgabe 5
Gegeben ist eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Länge der Grundkante beträgt 6 cm. Die Höhe der Pyramide beträgt 9 cm.

a) Berechnen Sie das Volumen dieser Pyramide!
b) Stellen Sie diese Pyramide in Grundriss und Aufriss dar (alle Eckpunkte benennen)!

Aufgabe 6
Drei Kreise mit Durchmessern von 60 mm, 100 mm und 40 mm berühren einander von außen (Abbildung). Verbindet man die Mittelpunkte der drei Kreise, so entsteht ein Dreieck.
Berechnen Sie die Innenwinkel dieses Dreiecks (Rechenstabgenauigkeit genügt)!
Überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch Konstruktion!



Aufgabe 7
Berechnen Sie an Hand der Abbildung ($g_1 \parallel g_2$) die Größe des Winkels γ wenn Winkel α mit 20° und Winkel β mit 60° gegeben sind!
Geben Sie Ihren Lösungsweg an, und begründen Sie Ihre Feststellung über die Größe des Winkels γ!



Aufgabe 8
a) Kürzen Sie den Bruch $\dfrac{4a^2 - 1}{2a + 1}$ und geben Sie an, welchen Wert a in dem gegebenen Bruch nicht annehmen darf!
b) Fassen Sie folgende Summe zusammen! $\quad \dfrac{a}{a+b} + \dfrac{b}{a-b} \qquad (a \neq -b; a \neq b)$

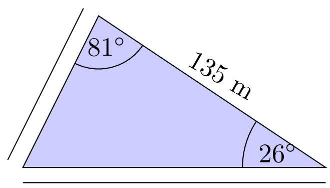
1.9 Abschlussprüfung 1965

Aufgabe 1
Unsere Volkswirtschaft erzielte seit dem Bestehen unserer Republik in allen Industriezweigen große Erfolge. Zum Beispiel wurden im VEB Automobilwerk Sachsenring, Zwickau, von Jahr zu Jahr mehr PKW produziert.

Jahr	Anzahl produzierter Fahrzeuge
1955	7880
1964	60000

Der Plan für das Jahr 1965 sieht im Vergleich zum Jahre 1964 eine Steigerung der Produktion um rund 17 % vor.
a) Ermitteln Sie, um wieviel Prozent die Produktion von 1964 gegenüber der von 1955 gesteigert wurde!
b) Bestimmen Sie die Anzahl der im Jahre 1965 zu produzierenden PKW!

Aufgabe 2
Ein dreieckiges Flurstück wird begrenzt von einem Wald, einem Feldweg und einer Straße (s. Abbildung). Dieses Feld ist für eine rationelle Bearbeitung mit modernen Landmaschinen wegen seiner Form nicht geeignet.
Deshalb soll dieses Stück künftig als Weidefläche genutzt werden. Ein Elektrozaun soll die Weide umgeben. Es sind zwei Leitungsdrähte vorgesehen.



a) Berechnen Sie, wieviel Meter Draht benötigt werden.
b) Prüfen Sie Ihre Ergebnisse durch eine Konstruktion im Maßstab 1 : 1000!

Aufgabe 3
a) Bestimmen Sie $\cos x$; $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$; ohne Benutzung der Tafeln der goniometrischen Funktionen, wenn Ihnen $\sin x$ mit $\frac{12}{13}$ bekannt ist!

b) Gibt es Lösungen für $2 + \cos\alpha = 4$?
Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 4
a) Bestimmen Sie x und y aus dem Gleichungssystem

$$x + y = s \qquad ; \qquad x – y = t$$

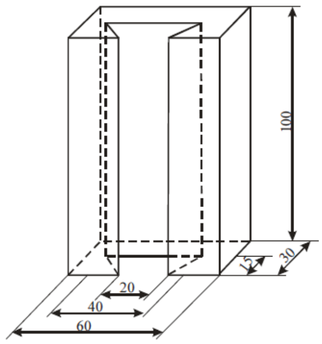
Machen Sie die Probe!
b) Setzen Sie $t = 6$! Für welche Werte von s hat dieses Gleichungssystem dann ganzzahlige Lösungen?

Aufgabe 5
Zeichnen Sie die Graphen folgender zwei Funktionen im Bereich von $x = -2$ bis $x = 5$!

$$y = x^2 - 2x - 3 \qquad ; \qquad y = 2x - 3 \qquad (x \text{ reell})$$

Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte dieser beiden Graphen an!

Aufgabe 6



Die Abbildung zeigt den Schrägriss eines Maschinenteils (Schlittenführung).
Maßangabe in mm, nicht maßstäblich.

a) Zeichnen Sie Grund- und Aufriss dieses Körpers im Maßstab 1:1!
Benennen Sie in beiden Rissen alle Eckpunkte!

b) Berechnen Sie das Volumen des Maschinenteils!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1 und 7.2 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Es gilt der Satz:
"In gleichschenkligen Dreiecken sind die Winkelhalbierenden der Basiswinkel gleich lang."

Beweisen Sie den Satz! (Fertigen Sie eine Skizze an, und beweisen Sie zunächst die Kongruenz zweier Teildreiecke!)

Aufgabe 7.2
Eine Seite eines Rechtecks sei 6 cm lang.
Verlängert man diese Seite um 4 cm und verkürzt die andere um 1 cm, so entsteht ein Rechteck mit gleichem Flächeninhalt.
Wie lang ist die andere Seite des ursprünglichen Rechtecks?

1.10 Abschlussprüfung 1966

Aufgabe 1
Im Jahre 1964 wurden 65 % unserer Produktion an Kalisalzen exportiert. Das sind 1,2 Millionen Tonnen Kalisalz.

a) Berechnen Sie die Gesamtproduktion der DDR an Kalisalzen im Jahre 1964! (Runden Sie der Aufgabenstellung entsprechend!)
b) Stellen Sie den Anteil des Exports an der Gesamtproduktion in einem Kreisdiagramm dar! Beschriften Sie das Diagramm!

Aufgabe 2
Vom Dreieck DEF sind bekannt: Winkel $EFD = 124°$; $EF = 58$ mm; $FD = 76$ mm

a) Errechnen Sie den Flächeninhalt in Quadratzentimetern!
b) Welcher Winkel ist in diesem Dreieck der kleinste? Begründen Sie Ihre Entscheidung!
c) Errechnen Sie die Länge der dritten Seite des Dreiecks in Millimetern!

Aufgabe 3
a) Bestimmen Sie x durch Konstruktion! $6{,}3 : 4{,}5 = 4{,}2 : x$
b) Errechnen Sie x!

Aufgabe 4
Gegeben ist die Gleichung $2x^2 + ax - a^2 = 0$. Lösen Sie diese Gleichung nach x auf! (Probe!)

Aufgabe 5
Gegeben sind zwei Funktionen durch die Gleichungen

$$y = -x + 1 \qquad ; \qquad 5 = 2x - y \qquad (x \text{ reell})$$

a) Zeichnen Sie die Graphen beider Funktionen, und geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes dieser beiden Graphen an!
b) Überprüfen Sie die angegebenen Schnittpunktkoordinaten rechnerisch!
c) Für welchen Bereich von x gilt für die erste Funktion und zugleich für die zweite Funktion, dass y nicht größer als 3 ist?

Aufgabe 6
a) Bestimmen Sie x in $x = \log_2 8$!
b) Lösen Sie nach c auf, und vereinfachen Sie so weit wie möglich!

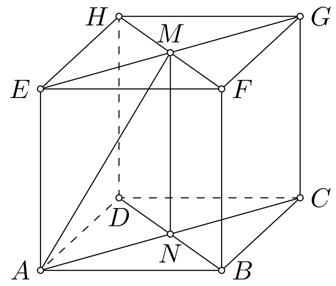
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \qquad (a \neq b; b \neq 0; c \neq 0; a \neq -b)$$

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Zeichnet man in ein Parallelogramm die Diagonalen ein, so erhält man vier Teildreiecke.
Weisen Sie nach, dass ein Paar gegenüberliegender Teildreiecke kongruent ist!

Aufgabe 7.2
Ein rechteckiges Stück Blech mit den Seitenlängen a und b wird zu einem Rohr zusammengebogen, das die Form eines offenen, geraden Kreiszylinders hat. Die Länge des Rohres sei b.
Geben Sie das Volumen des zylinderförmigen Rohres an, wenn $2a = b$ ist!

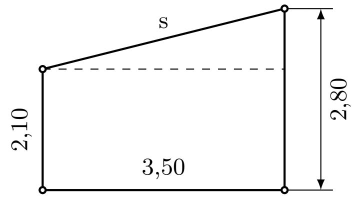
Aufgabe 7.3



Die Abbildung stellt einen Würfel mit der Kantenlänge 50 mm dar.
Konstruieren Sie die wahre Länge der Strecke AM, und geben Sie diese in Millimeter an!

1.11 Abschlussprüfung 1967

Aufgabe 1
Im NAW wird ein 15,00 m langer Fahrradschuppen gebaut. Die Abbildung (nicht maßstäblich) zeigt den vereinfachten Querschnitt.



a) Berechnen Sie die Balkenlänge s!
b) Berechnen Sie den Inhalt der Dachfläche!
c) Wieviel Quadratmeter Dachpappe müssen angeliefert werden, wenn 12 % des errechneten Flächeninhalts zusätzlich für Überlappung zu veranschlagen sind?

Aufgabe 2
Zwei Beobachtungsposten P_1 und P_2 der Nationalen Volksarmee peilen gleichzeitig einen Orientierungspunkt O an. P_1 und P_2 liegen 960 m voneinander entfernt.
Der Winkel OP_1P_2 wird mit 86,2°, der Winkel OP_2P_1 mit 73,5° ermittelt.
Berechnen Sie die Entfernung des Orientierungspunktes O von P_1!

Aufgabe 3
Von einer linearen Funktion ist folgende Wertetabelle bekannt (x reell):

x	-4	-2	0
y	0	1,5	3

a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion!
b) Geben Sie die Gleichung der Funktion an, die durch die Wertetabelle gegeben ist.
c) Berechnen Sie den Anstiegswinkel, den die Gerade mit der x-Achse bildet!

Aufgabe 4
a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion mit der Gleichung $y = x^2 - 6x + 8$; (x reell).
b) Von einer quadratischen Gleichung der Form $x^2 + px + q = 0$ sind die beiden Lösungen $x_1 = +3$ und $x_2 = -1$ bekannt.
Berechnen Sie p und q!

Aufgabe 5
a) Berechnen Sie! $(6a + 5b) \cdot \left(\frac{1}{2}a - 2b\right)$. b) Vereinfachen Sie! $\frac{10^5}{10^6} \cdot 10^3$.

Aufgabe 6
Ein gerader Kreiskegel ($r = 3{,}0$ cm; $h = 6{,}0$ cm) wird von einer Ebene parallel zur Grundfläche geschnitten. Der Abstand der Ebene von der Grundfläche des Kegels beträgt 2,0 cm.

a) Zeichnen Sie den so entstandenen Kegelstumpf im Grund-Aufriss-Verfahren im Maßstab 1:1!
b) Berechnen Sie die Länge des Radius der Schnittfläche! (Vergleichen Sie auch mit der Zeichnung!)
c) Berechnen Sie das Volumen des Kegelstumpfes!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Gegeben ist die Gleichung $\frac{x}{a} - \frac{x}{b} = 1.$
Welche Einschränkungen gelten für a und b?
Lösen Sie dazu auch die Gleichung nach x auf, und machen Sie die Probe!

Aufgabe 7.2
Zwei Zahlen a und b verhalten sich wie 5 : 6.

Addiert man zu jeder der beiden Zahlen 3, so verhalten sich die neu entstandenen Zahlen wie 7 : 8.
Ermitteln Sie a und b! (Probe!)

Aufgabe 7.3
Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei A. Auf der Seite a liege zwischen B und C der Punkt D.
a) Fällen Sie von D das Lot auf die Seite AB, und bezeichnen Sie den Fußpunkt des Lotes mit E!
b) Beweisen Sie, dass das Dreieck ABC dem Dreieck EBD ähnlich ist!

1.12 Abschlussprüfung 1968

Aufgabe 1
Von einem Dreieck ABC sind die Längen der drei Seiten gegeben: Strecke $AB = c = 7{,}0$ cm; Strecke $AC = b = 6{,}5$ cm; Strecke $BC = a = 4{,}2$ cm.

a) Konstruieren Sie das Dreieck! Messen Sie die Größe der drei Innenwinkel, und geben Sie Ihre Messergebnisse an!
b) Berechnen Sie die Größe der drei Winkel!

Aufgabe 2
"Kommunismus – das ist Sowjetmacht plus Elektrifizierung des ganzen Landes."(W. I. Lenin)
Im Jahre 1950 wurden in der UdSSR 91 Mrd. kWh Elektroenergie erzeugt. Im Jahre 1965 waren es 509 Mrd. kWh.
Um wieviel Prozent wurde die Erzeugung von Elektroenergie in diesem Zeitraum gesteigert?

Aufgabe 3
Berechnen Sie x und y aus dem folgenden linearen Gleichungssystem!

$$3ax + y = 7a \qquad ; \qquad ax + y = 3a \qquad (a \text{ reelle Zahl}, a \neq 0)$$

(Schriftliche Probe!)

Aufgabe 4
Die Gleichung einer quadratischen Funktion lautet

$$y = (x-2)^2 - 1 \qquad (x \text{ reell})$$

a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion im Bereich $-1 < x < 5$!
b) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion!

Aufgabe 5
a) Vereinfachen Sie $\sqrt[3]{\frac{a^2}{9}}\sqrt[3]{\frac{a}{3}}$, ($a$ ist eine positive reelle Zahl)
b) Lösen Sie die folgende Gleichung nach t auf!

$$s = p + p \cdot k \cdot t \qquad (p \neq 0; k \neq 0)$$

c) Ermitteln Sie den größten Wert, den die Summe $\frac{1}{2} + \sin x$ annehmen kann!

Aufgabe 6
Ein gerader Pyramidenstumpf mit quadratischer Grund- und Deckfläche hat eine Körperhöhe von 4,5 cm. Eine Grundkante ist 8,0 cm lang, eine Kante der Deckfläche ist 4,0 cm lang.

a) Berechnen Sie das Volumen des Pyramidenstumpfes!
b) Stellen Sie den Körper im Grund-Aufriss-Verfahren dar! Alle Eckpunkte sind zu benennen.

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
In einem Quadrat $ABCD$ ist M der Mittelpunkt der Strecke BC und N der Mittelpunkt der Strecke CD.

a) Zeichnen Sie die Figur!
b) Beweisen Sie, dass die Strecke AM und die Strecke BN die gleiche Länge haben!

Aufgabe 7.2
Für die Bearbeitung von Werkstücken stehen zwei Drehmaschinen zur Verfügung. Die erste

Maschine muss zur Bearbeitung 20 Minuten vorbereitet werden und stößt dann alle 14 Minuten ein Werkstück aus.
Die zweite, modernere Maschine muss 200 Minuten vorbereitet werden und stößt dann alle 2 Minuten ein Werkstück gleicher Art aus.

a) Wieviel Minuten werden bereits bei der Herstellung von 100 Werkstücken eingespart, wenn die modernere Maschine eingesetzt wird!
b) Bestimmen Sie diejenige Stückzahl, zu deren Herstellung beide Maschinen die gleiche Zeit benötigen!

Aufgabe 7.3
In einem Dreieck ist der größte Winkel dreimal so groß wie der kleinste und der andere Winkel zweimal so groß wie der kleinste. Die Seite, die dem größten Winkel gegenüberliegt, ist 4,8 cm lang.

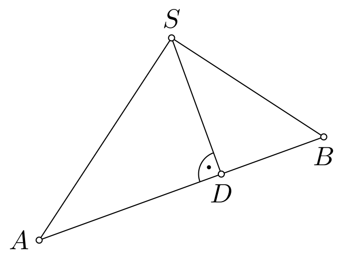
a) Bestimmen Sie die Größe der Winkel! Begründen Sie Ihr Ergebnis!
b) Berechnen Sie die Länge der kleinsten Seite des Dreiecks!

1.13 Abschlussprüfung 1969

Aufgabe 1
Im Jahre des 20. Geburtstages der DDR soll die Produktion der Landwirtschaft und der Nahrungsgüterwirtschaft um 4,2 % gegenüber 1968 gesteigert werden. Das ist eine Steigerung um 1,49 Milliarden Mark.

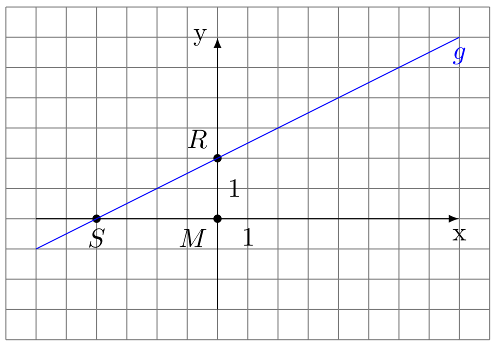
a) Berechnen Sie die Produktion für das Jahr 1968! (in Milliarden Mark)
b) Berechnen Sie die geplante Produktion für 1969! (in Milliarden Mark)

Aufgabe 2
Das Urlauberschiff "Völkerfreundschaft" fährt auf einem Kurs, der als geradlinig angenommen werden kann. Zur Orientierung wird von den Standorten A und B des Schiffes das Funkfeuer S angepeilt (siehe Abbildung).
Man ermittelt: den Winkel BAS mit 48,4°; den Winkel SBA mit 72,9° und die Strecke AB mit 6,4 sm.



a) Berechnen Sie die Entfernung des Schiffes im Punkt B von S!
b) Berechnen Sie die kürzeste Entfernung (Strecke DS), in der das Schiff am Funkfeuer S vorbeigefahren ist!

Aufgabe 3
Übertragen Sie die Abbildung auf Millimeterpapier!



a) Geben Sie die Gleichung der linearen Funktion an, die in der Abbildung durch die Gerade g graphisch dargestellt ist!
b) Zeichnen Sie durch den Punkt $P(0; 5)$ die Parallele zur x-Achse! Diese Parallele schneidet die Gerade g im Punkt T.
c) Geben Sie die Koordinaten des Punktes T an!
d) Beweisen Sie, dass die Dreiecke MRS und RTP ähnlich sind!

Aufgabe 4
Gegeben ist eine Funktion mit der Gleichung

$$y = x^2 - 3x - \frac{7}{4} \qquad (x \text{ reell})$$

a) Berechnen Sie die Nullstellen x_1 und x_2 dieser Funktion!
b) Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel. Ermitteln Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes!

Aufgabe 5
a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich! $\quad 5\sqrt{k^2} - \sqrt{49k^2}$, ($k > 0$, k reell)
b) Lösen Sie die folgende Gleichung nach a auf! (Die Probe wird nicht verlangt)

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{5a} = b \qquad (a \neq 0; b \neq 0; a,b \text{ reell})$$

c) Ermitteln Sie die Winkel α, für die gilt: $\sin\alpha = 0{,}9011$, $0° < \alpha < 360°$!

Aufgabe 6
Eine gerade quadratische Pyramide hat eine Grundkante von 56 mm Länge und eine Körperhöhe von 72 mm Länge.

a) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide in Kubikzentimetern!
b) Stellen Sie die Pyramide im Grund-Aufriss-Verfahren dar! Legen Sie zweckmäßigerweise eine Grundkante parallel zur Rissachse!
c) Ermitteln Sie die wahre Länge einer Seitenkante entweder durch Konstruktion oder durch Rechnung, und geben Sie diese in Millimetern an!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Eine Kugel mit dem Radius r wird von einer Ebene geschnitten. Diese Ebene hat den Abstand a vom Mittelpunkt M der Kugel.

a) Berechnen Sie für $r = 5{,}0$ cm und $a = 3{,}0$ cm das Volumen des kleineren Kugelabschnittes, der durch den Schnitt entsteht! Benutzen Sie die Formelsammlung der Zahlentafel!
b) Geben Sie den Radius r_1, der Schnittfläche an!
c) Ermitteln Sie den Inhalt der Schnittfläche!

Aufgabe 7.2
a) Konstruieren Sie ein gleichseitiges Dreieck mit beliebiger Seitenlänge a, und zeichnen Sie eine Höhe h ein!
b) Leiten Sie die Gleichung $h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ ohne Benutzung trigonometrischer Beziehungen her!
c) Leiten Sie die Beziehung $\sin 60° = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ her!

Aufgabe 7.3
Gegeben ist die Gleichung $x^2 - ax + c = 0$. (a, c, x reell)

a) Geben Sie für diese Gleichung die Diskriminante an!
b) Geben Sie die Anzahl aller reellen Lösungen der Gleichung für folgende zwei Fälle an!

$$(1) \quad a = 0 \quad \text{und} \qquad c = \frac{1}{5} \qquad\qquad (2) \quad c = \frac{a^2}{4}$$

Begründen Sie Ihre Aussage mit Hilfe der Diskriminante!

1.14 Abschlussprüfung 1970

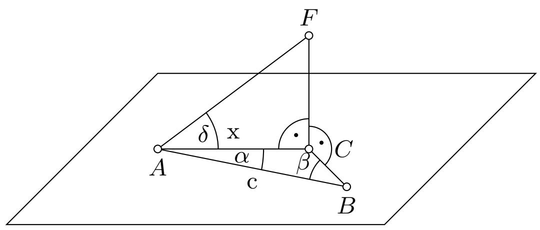
Aufgabe 1
Zwei Klassen planen eine Ferienwanderung. Für gute Leistungen im polytechnischen Unterricht erhalten sie dazu von ihrem Patenbetrieb 360 M.
Dieser Betrag soll entsprechend der Schüleranzahl auf beide Klassen aufgeteilt werden. In der einen Klasse sind 26, in der anderen 22 Schüler.

a) Berechnen Sie den Teilbetrag, den jede Klasse erhält!
b) Wieviel Prozent der Gesamtsumme erhält die Klasse mit 26 Schülern?

Aufgabe 2
Gegeben sind zwei Funktionen mit den Gleichungen $y = 2x$ und $y = -x + 6$ (x reell).

a) Die Graphen dieser Funktion sind Geraden. Zeichnen Sie die zwei Geraden in ein rechtwinkliges Koordinatensystem! (Koordinateneinheit: 1 cm)
b) Die beiden Geraden schneiden die x-Achse in den Punkten P und Q. Geben Sie die Koordinaten der Punkte P und Q an!
c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der beiden Geraden!
d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PQS (in Quadratzentimetern)!

Aufgabe 3



Ein Segelflugzeug soll einen Punkt C der Erdoberfläche in vorgeschriebener Höhe überfliegen. Zur Kontrolle nimmt man an zwei Punkten A und B (in gleicher Höhe wie C) Messungen vor.

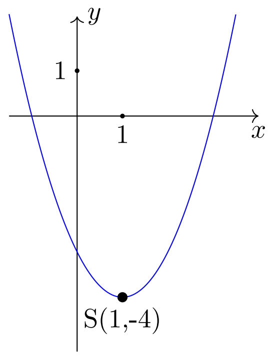
a) Man ermittelt (siehe Abbildung):
$AB = c = 210$ m; Winkel $CAB = \alpha = 68°$; Winkel $CBA = \beta = 74°$.
Berechnen Sie die Länge der Strecke AC!

b) Während sich das Flugzeug senkrecht über C befindet, misst man in A den Erhebungswinkel $\delta = 37°$. Berechnen Sie die Höhe CF des Flugzeuges!

Aufgabe 4
a) Zeichnen Sie ein beliebiges Dreieck ABC!
Legen Sie auf AB zwischen den Punkten A und B einen Punkt D fest! Zeichnen Sie durch D die Parallele zu AC; den Schnittpunkt mit BC nennen Sie E!
Beweisen Sie, dass die Dreiecke ABC und DBE einander ähnlich sind!
b) Gegeben ist eine 10 cm lange Strecke RS.
Teilen Sie RS durch Konstruktion im Verhältnis 5 : 2! Der Teilpunkt T soll zwischen R und S liegen.

Aufgabe 5
a) Eine Quadratische Funktion habe eine Gleichung der Form $y = (x + d)^2 + e$. (x reell)
Geben Sie für den Fall $d = 0$ und $e = 3$ die Scheitelpunktskoordinaten des Graphen der Funktion an!

b) Die in der Abbildung dargestellte Parabel sei der Graph einer weiteren quadratischen Funktion mit einer Gleichung von der Form $y = (x + d)^2 + e$. (x reell)
(1) Ermitteln Sie unter Zuhilfenahme der nebenstehenden Abbildung die Nullstellen x_1 und x_2 dieser Funktion!
(2) Geben Sie die Gleichung dieser speziellen quadratischen Funktion in der Form $y = (x + d)^2 + e$ an!
(3) Überführen Sie nunmehr diese Gleichung der Funktion in eine Gleichung der Form $y = x^2 + px + q$, und bestimmen Sie hieraus p und q!



Aufgabe 6
a) Ermitteln Sie $\cos 120°$!
Bestimmen Sie x in $x = \log_5 125$!
Geben Sie $7 \cdot 10^{-3}$ als Dezimalbruch an!

b) Lösen Sie die folgende Gleichung nach r auf! $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $(r > 0)$

c) Vereinfachen Sie die folgende Summe so weit wie möglich!

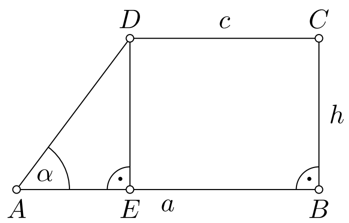
$$3m(m + 0{,}6n - 4n) + (m - 5n)^2$$

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
In einem Chemiebetrieb stehen zylindrische Behälter mit 1,20 m Durchmesser und 2,00 m Höhe (Innenmaße).
Überprüfen Sie, ob ein solcher Behälter 3000 kg Natronlauge der Dichte 1,25 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ fassen kann! (Begründen Sie Ihre Entscheidung!)

Aufgabe 7.2
Für den Flächeninhalt A_T des in der Abbildung dargestellten Trapezes $ABCD$ gilt:

$$A_T = \frac{a^2 - c^2}{2} \cdot \tan \alpha$$



a) Berechnen Sie A_T für $a = 6{,}3$ cm; $c = 5{,}5$ cm; $\alpha = 75{,}3°$!
b) Drücken Sie h durch die Variablen a, c und α aus (siehe Abbildung)!
c) Leiten Sie die Gleichung $A_T = \frac{a^2 - c^2}{2} \cdot \tan \alpha$ her, indem Sie von $A_T = \frac{a + c}{2} h$ ausgehen und das in b) ermittelte Ergebnis nutzen!

Aufgabe 7.3.
Eine gerade Pyramide mit der Spitze S hat als Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck $ABCDEF$ mit einer Seitenlänge von 25 mm; die Körperhöhe beträgt 60 mm.

a) Stellen Sie den Körper im Grund-Aufriss-Verfahren dar! Benennen Sie die Bilder aller Eckpunkte der Pyramide!
b) Ermitteln Sie unter Verwendung Ihrer Zeichnung die wahre Länge einer Seitenkante, und kennzeichnen Sie diese Strecke farbig!
c) Berechnen Sie außerdem die wahre Länge dieser Seitenkante!

1.15 Abschlussprüfung 1971

Aufgabe 1

Die Vietnamspende der Schüler der Ho-Chi-Minh-Oberschule in Berlin hatte bis zum Tage der Namensverleihung eine Höhe von 14800 M erreicht. Davon wurden 4200 M durch Altstoffsammlungen erbracht.
Der größere Teilbetrag stammte aus persönlichen Spenden der Schüler sowie aus Spenden der Lehrer, der Eltern, der Patenbrigade usw.

a) Wieviel Prozent der Gesamtsumme stellt der größere Teilbetrag dar?
b) Durch den Erlös eines Vietnam-Basars konnte später der Betrag von 14800 M noch um 6,5 % erhöht werden.
Wie hoch waren die zusätzlichen Einnahmen aus dem Vietnam- Basar?

Aufgabe 2

Von einem Dreieck ABC sind gegeben: $AB = c = 95$ mm; $BC = a = 64$ mm; $AC = b = 47$ mm.

a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC!
b) Berechnen Sie den größten Winkel dieses Dreiecks!

Aufgabe 3

Gegeben ist eine Funktion mit der Gleichung $y = \frac{1}{2}x$; (x reell).

a) Berechnen Sie für diese Funktion die zu den angegebenen x-Werten gehörenden y-Werte! (Übertragen Sie diese Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt!)

x	-4	1	3
y			

b) Zeichnen Sie den Graph g_1 dieser Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!
c) Zeichnen Sie die Gerade g_2, die parallel zu g_1 verläuft und durch den Punkt $P_1(0;-3)$ geht! Geben Sie die Gleichung der durch g_2 dargestellten Funktion an!
d) Spiegeln Sie die Gerade g_2 an der y-Achse, und zeichnen Sie das Spiegelbild!

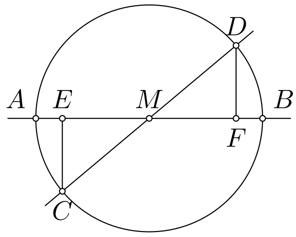
Aufgabe 4

Zur optimalen Auslastung des Transportraumes bei der Beförderung von Speisekartoffeln werden durch die Deutsche Reichsbahn Zielzüge eingesetzt. In einem solchen Zug laufen zwei Wagentypen mit einer Ladefähigkeit von 20 t bzw. 24 t Speisekartoffeln.
Der Zug besteht aus 33 Waggons. Er befördert insgesamt 720 t Speisekartoffeln.

Berechnen Sie, wieviel Waggons des jeweiligen Typs in diesem Zielzug eingesetzt sind!

Aufgabe 5

Durch den Mittelpunkt M eines Kreises verlaufen zwei Geraden, die miteinander einen spitzen Winkel bilden. Sie schneiden den Kreis in den Punkten A und B bzw. C und D.
Von C und D sind die Lote auf die durch A und B verlaufende Gerade gefällt. Die Fußpunkte der Lote seien E und F (siehe Abbildung).



a) Beweisen Sie, dass die Dreiecke MEC und MFD kongruent sind! (Benutzen Sie dabei einen der Kongruenzsätze!)
b) Berechnen Sie die Länge der Strecke ME für $MC = 13$ cm und $CE = 5$ cm!

Aufgabe 6

a) Ermitteln Sie für einen Kreis mit dem Durchmesser $d = 21{,}2$ cm den Umfang und den

Flächeninhalt!

b) Formen Sie die folgende Gleichung nach a um! $A = \dfrac{(a+c)\cdot h}{2}$.

c) Gegeben ist die Gleichung $x^2 + 4x + q = 0$.
Ermitteln Sie die Lösungen dieser Gleichung für $q = 3$!
Geben Sie für q eine solche Zahl an, dass die Gleichung eine Doppellösung (zweifache reelle Lösung) hat!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

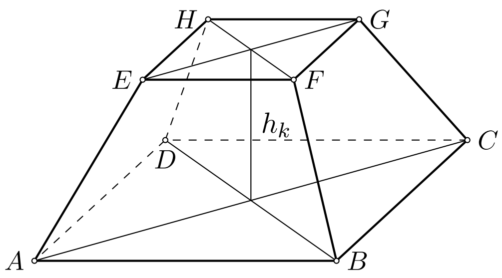
Aufgabe 7.1
a) Zeichnen Sie in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (Koordinateneinheit 1 cm) die Graphen der Funktionen mit Gleichungen der Form $y = ax^2$ (x reell) für (1) $a = 1$; (2) $a = \frac{1}{2}$; (3) $a = -1$; mindestens im Intervall $-3 < x < 3$.

b) Geben Sie den Wertebereich von Funktionen mit Gleichungen der Form $y = ax$ ($a < 0$) an, wenn der Definitionsbereich die Menge aller reellen Zahlen ist!

Aufgabe 7.2
Gegeben ist eine natürliche Zahl n ($n \neq 0$).

a) Schreiben Sie in allgemeiner Form die der Zahl n unmittelbar vorangehende natürliche Zahl (Vorgänger) und die unmittelbar folgende natürliche Zahl (Nachfolger) auf!
b) In einem speziellen Fall sei das Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger von n die Zahl 323. Berechnen Sie n mit Hilfe einer Gleichung!
c) Geben Sie eine natürliche Zahl zwischen 400 und 500 an, die sich, ebenfalls als Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger einer natürlichen Zahl darstellen lässt!

Aufgabe 7.3



Die Abbildung zeigt das Schrägbild eines geraden Pyramidenstumpfes mit rechteckiger Grund- und Deckfläche.

$$AB = CD = 72 \text{ mm}; \quad BC = AD = 48 \text{ mm};$$

$$EF = GH = 24 \text{ mm}; \quad FG = EH = 16 \text{ mm};$$

$$h_k = 40 \text{ mm}$$

a) Stellen Sie diesen Pyramidenstumpf im Grund-Aufriss-Verfahren unter Verwendung der angegebenen Originalmaße dar! Legen Sie zweckmäßigerweise eine Grundkante parallel zur Rissachse!
b) Benennen Sie in beiden Rissen alle Eckpunkte!
c) Konstruieren Sie eine der Seitenflächen des Pyramidenstumpfes in wahrer Größe, und kennzeichnen Sie die wahre Länge einer Seitenkante des Pyramidenstumpfes!

1.16 Abschlussprüfung 1972

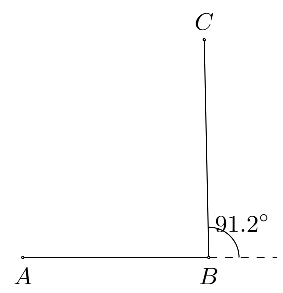
Aufgabe 1
Gesucht sind zwei Zahlen. Ihre Summe ist 4. Wird das Dreifache der einen Zahl um das Doppelte der anderen Zahl vermindert, so erhält man 52.
Berechnen Sie die beiden Zahlen! Führen Sie eine Probe durch!

Aufgabe 2
Die Großküche eines Kraftwerkes gab täglich 600 Gerichte mit Kartoffeln aus, wobei für jedes Gericht 250 g Kartoffeln benötigt wurden.

a) Wieviel Tonnen Kartoffeln mussten eingelagert werden, wenn der Vorrat für genau 30 Tage reichen sollte?
b) Entsprechend den Beschlüssen des VIII. Parteitages der SED werden zur besseren Versorgung der Werktätigen in der Nachtschicht täglich 150 Portionen bereitgestellt.
Für wieviel Tage würde der gleiche Vorrat nun reichen?

Aufgabe 3

Am 17. November 1970 landete die sowjetische Station Luna 17 auf dem Mond und setzte das erste automatische Mondfährzeug "Lunochod 1" auf dem Erdtrabanten ab.
Das sowjetische Mondmobil fuhr zuerst von der Landestelle A nach einem Punkt B und legte dabei 82 m zurück. In B drehte es um 91,2° und fuhr 96 m bis zum Haltepunkt C. Die Wege sind als geradlinig anzunehmen (siehe Abbildung).
Berechnen Sie die Entfernung des Mondmobils von seiner Landestelle (Strecke AC)!



Aufgabe 4
Gegeben sind zwei Funktionen f_1 und $f_2$mit den Gleichungen

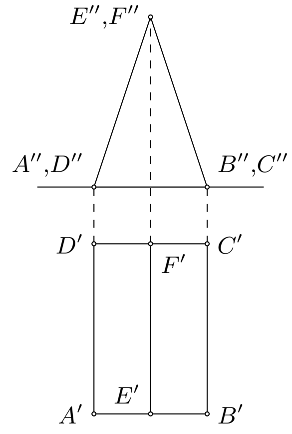
$$(1) \quad f_1(x) = y = 2x + 1; \qquad (2) \quad f_2(x) = y = x^2 + 2x – 3 \qquad \text{mit} x \in \mathbb{R}$$

a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion f_1 in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!
b) Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion f_1!
c) Der Graph der Funktion f_2 ist eine Parabel.
Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitels, und zeichnen Sie die Parabel in das bei Teil a) verwendete Koordinatensystem!
d) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f_2!
e) Die Graphen der Funktionen f_1 und f_2 schneiden sich in den Punkten P_1 und P_2. Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte an!

Aufgabe 5

Die Abbildung zeigt ein gerades Prisma im Grund- und Aufriss.
Die Maße des Prismas sind: $AB = a = 5{,}0$ cm, $AE = BE = s = 6{,}5$ cm, $BC = l = 14{,}0$ cm

a) Stellen Sie diesen Körper in Kavalierperspektive, d.h. in schräger Parallelprojektion mit $\alpha = 45°$ und $q = \frac{1}{2}$ dar!
b) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt dieses Prismas!



Aufgabe 6
a) Berechnen Sie 12,5 % von 528 ha!

b) Ermitteln Sie alle Winkel x im Intervall $0° < x < 360°$, für die gilt: $\sin x = 0{,}6600$!

c) Das Produkt aus der Differenz zweier verschiedener Zahlen und einer dritten Zahl sei gleich x. Geben Sie diesen mathematischen Sachverhalt in Form einer Gleichung mit Hilfe von Variablen an!

d) Formen Sie die Gleichung für das Volumen des Kegels $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ nach der Variablen r um!

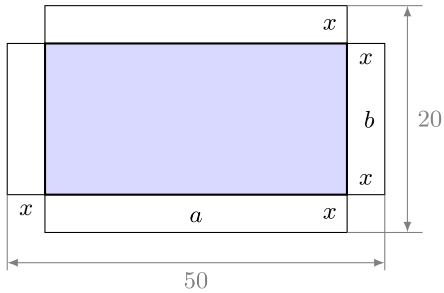
Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Beweisen Sie folgende Aussagen!

a) Die Summe von fünf beliebigen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist stets durch 5 teilbar.
b) Wenn die kleinste von fünf beliebigen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen gerade ist, dann ist deren Summe auch durch 2 teilbar.

Aufgabe 7.2

Aus einem rechteckigen Blech mit den Seitenlängen 50 cm und 20 cm soll ein oben offener quaderförmiger Kasten entstehen.
Dazu schneidet man an den vier Ecken Quadrate mit der Seitenlänge x cm heraus (siehe Abbildung). Das schraffierte Rechteck mit den Seitenlängen a cm und b cm ist die Grundfläche des Kastens.



a) Berechnen Sie den Inhalt der Grundfläche für $x = 1{,}5$!
b) Wie groß muss x sein, damit der Inhalt der Grundfläche 400 cm^2 beträgt? Geben Sie für diesen Fall a und b an!

Aufgabe 7.3
Gegeben ist die lineare Ungleichung $\frac{8(2x+1)}{5} < 3x + 2$.

a) Lösen Sie diese Ungleichung im Bereich der reellen Zahlen!
b) Geben Sie folgende Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente an!
(1) Die Lösungsmenge L_1 obiger Ungleichung im Bereich der natürlichen Zahlen;
(2) die Lösungsmenge L_2 obiger Ungleichung im Bereich der ganzen Zahlen mit $-4 < x < 1$;
(3) die Menge M aller Elemente, die sowohl in L_1 als auch in L_2 vorkommen.

1.17 Abschlussprüfung 1973

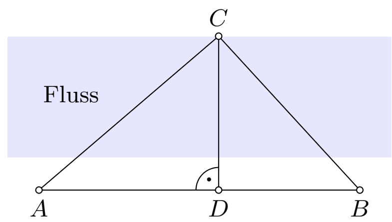
Aufgabe 1
Die folgende Tabelle zeigt den erreichten bzw. den geplanten Stand des Nationaleinkommens der DDR in den Jahren 1965, 1970 und 1975.

	in Mrd. Mark	in Prozent
1965		100
1970	108	129
1975	137	

a) Ermitteln Sie das Nationaleinkommen des Jahres 1965 (in Mrd. Mark)!
b) Ermitteln Sie, auf wieviel Prozent das Nationaleinkommen im Jahre 1975 steigen wird (bezogen auf 1965)!
c) Stellen Sie die Prozentsätze in einem Streifendiagramm dar (1 % entspricht 1 mm)!

Aufgabe 2
Gegeben ist die Ungleichung $7(3x-2) < 3x+22$ ($x \in \mathbb{R}$)
a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)
b) Geben Sie die Elemente der Lösungsmenge an, die natürliche Zahlen sind!

Aufgabe 3
Während der Hans-Beimler-Wettkämpfe erhält eine Gruppe den Auftrag, die Breite eines Flusses zu ermitteln. Dazu steckt sie eine Strecke AB ab, die im Abstand von 5,0 m parallel zum Ufer verläuft.
Von den Punkten A und B aus peilt die Gruppe einen unmittelbar am anderen Ufer liegenden Orientierungspunkt C an (siehe Abbildung).



Es werden folgende Werte ermittelt: $AB = 45{,}0$ m; Winkel $BAC = 42{,}5°$; Winkel $ABC = 67{,}3°$

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke BC!
b) Berechnen Sie die Länge der Strecke CD!
c) Berechnen Sie die Breite des Flusses! (Runden Sie das Ergebnis auf volle Meter!)

Aufgabe 4
Die Differenz zweier natürlicher Zahlen beträgt 6. Das Produkt dieser beiden Zahlen beträgt 216.
Ermitteln Sie diese beiden natürlichen Zahlen!

Aufgabe 5
a) Berechnen Sie den Flächeninhalt eines Kreisringes mit den Durchmessern $d_1 = 4{,}5$ cm und $d_2 = 3{,}8$ cm!
b) Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung $y = x^3$; $x \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie für diese Funktion die in der folgenden Tabelle fehlenden Werte! (Übertragen Sie diese Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt!)

x	2	3	-1
y			125

c) Skizzieren Sie den Graph der Funktion mit der Gleichung $y = 2\sin x$, $x \in \mathbb{R}$ im Intervall $0 < x < 3$!
Geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an!
d) Geben Sie den Wert für die Variable a an, für den der Term $\frac{5}{6-3a}$ nicht definiert ist! (Antwortsatz!)

Aufgabe 6
Gegeben ist ein Dreieck ABC mit folgenden Stücken:

$AB = c = 5{,}0$ cm; $BC = a = 3{,}5$ cm; Winkel $ABC = \alpha = 90°$.

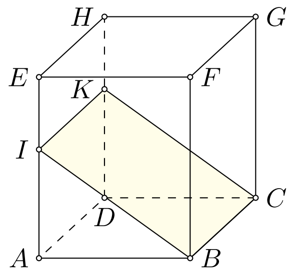
a) Konstruieren Sie dieses Dreieck!
b) Zeichnen Sie durch die Eckpunkte A und C die Parallelen zu den Gegenseiten! Ihr Schnittpunkt sei D. Es entsteht das Rechteck $ABCD$.
Fällen Sie vom Mittelpunkt S der Strecke AC das Lot auf AB! Sein Fußpunkt sei E.

c) Beweisen Sie, dass das Dreieck AES dem Dreieck ACD ähnlich ist! Geben Sie den dabei benutzten Ähnlichkeitssatz an!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
a) Zeichnen Sie die Punkte $A(-4; 1)$ und $B(0; 3)$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!
b) Zeichnen Sie durch diese beiden Punkte die Gerade g! Geben Sie die Gleichung der durch g dargestellten Funktion an!
c) Spiegeln Sie die Gerade g an der Abszissenachse, und bezeichnen Sie das Spiegelbild mit g'!
d) Berechnen Sie den spitzen Winkel, den die beiden Geraden g' und g einschließen!

Aufgabe 7.2
Gegeben ist ein gerades Prisma $ABCDEFGH$ mit quadratischer Grundfläche, das von einer Ebene in den Punkten I, B, C, K geschnitten wird (siehe Abbildung).
$AB = BC = 5{,}0$ cm; $AE = DH = 6{,}0$ cm; $AI = DK = 4{,}0$ cm



a) Stellen Sie das Prisma einschließlich der Schnittfigur in Zweitafelprojektion dar!
b) Berechnen Sie die Länge der Seite IB der Schnittfigur!
c) Zeichnen Sie die Schnittfigur in wahrer Größe!

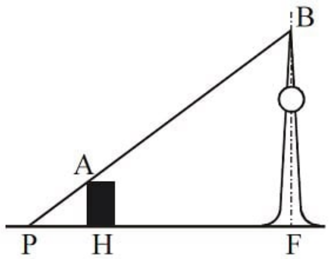
Aufgabe 7.3
Ein zylinderförmiges Werkstück aus Stahl ($d = h = 75$ mm, $\rho = 7{,}8 g/cm^3$) wird so bearbeitet, dass daraus eine Kugel entsteht, die den gleichen Durchmesser wie der Zylinder hat.
Berechnen Sie die Masse des Abfalls, der bei dieser Bearbeitung entsteht! Geben Sie die Masse in Gramm an!

1.18 Abschlussprüfung 1974

Aufgabe 1
Durch die Gleichung $y = x^2 - 2$ ist eine Funktion gegeben, ihr Graph ist eine Parabel.

a) Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!
b) Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes an, und zeichnen Sie die Parabel!
c) Verschieben Sie die Parabel so, dass ihr Scheitelpunkt die Koordinaten $x_S = 0$, $y_S = 3$ hat! (Zeichnen Sie die verschobene Parabel in dasselbe Koordinatensystem, das Sie bei Teilaufgabe b) benutzt haben!)
d) Geben Sie die Gleichung der Funktion an, deren Graph durch die Verschiebung entstanden ist!

Aufgabe 2



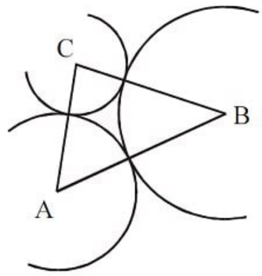
nicht maßstäblich

Im Stadtzentrum Berlins erscheint von einem Punkt P aus der Fernsehturm hinter dem Hotel "Stadt Berlin" so, dass die Punkte P, A und B auf einer Geraden liegen (siehe Abbildung). Die Längen der Strecken betragen näherungsweise:
$PH = 200$ m, $PF = 600$ m, $FB = 360$ m.

a) Ermitteln Sie durch eine Zeichnung im Maßstab 1 : 10000 die Höhe HA des Hotels! Geben Sie das Ergebnis in Metern an!
b) Ermitteln Sie die Höhe des Hotels auch rechnerisch! Formulieren Sie einen Antwortsatz!

Aufgabe 3
Drei Kreise berühren einander von außen. Ihre Mittelpunkte A, B und C sind Eckpunkte eines Dreiecks (siehe Abbildung).
Der Radius des Kreises um A sei $r_1 = 3{,}0$ cm. Der Radius des Kreises um B sei $r_2 = 4{,}0$ cm. Der Radius des Kreises um C sei $r_3 = 2{,}0$ cm.

a) Ermitteln Sie die Längen der Seiten $AB = c$, $BC = a$ und $AC = b$ des Dreiecks!
b) Konstruieren Sie das Dreieck ABC!
c) Berechnen Sie den Winkel $ACB = \gamma$!
d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!



nicht maßstäblich

Aufgabe 4
Durch den Mittelpunkt M eines Kreises verlaufen zwei Geraden g_1 und g_2 die nicht senkrecht aufeinander stehen. Die Gerade g_1 schneidet den Kreis in den Punkten A und B. Die Gerade g_2 schneidet den Kreis in den Punkten C und D.
Verbindet man A mit C und B mit D, so entstehen die Dreiecke MAC und MBD.

a) Entwerfen Sie eine Skizze!
b) Beweisen Sie mit Hilfe eines Kongruenzsatzes, dass die Dreiecke MAC und MBD kongruent sind! (Geben Sie den dabei benutzten Kongruenzsatz an!)

Aufgabe 5
Gegeben sind die folgenden Ungleichungen:

(1) $5x + 5 < x + 25,\ x \in \mathbb{P}$; (2) $12x - (x - 1) > 5x + 13,\ x \in \mathbb{P}$.

a) Lösen Sie die Ungleichung (1)! Geben Sie diejenigen Elemente der Lösungsmenge an, die natürliche Zahlen sind!
b) Lösen Sie die Ungleichung (2)! Geben Sie diejenigen Elemente der Lösungsmenge an, die einstellige natürliche Zahlen sind!
c) Die unter a) angegebenen natürlichen Zahlen bilden die Menge M_1, die unter b) angegebenen

natürlichen Zahlen die Menge M_2. Geben Sie den Durchschnitt von M_1 und M_2 durch Aufzählen der Elemente an! (Proben werden nicht verlangt.)

Aufgabe 6
a) Berechnen Sie 17 % von 83!
b) Vereinfachen Sie folgenden Term so weit wie möglich!

$$\sqrt[3]{a^6 b^9} \qquad (a \geq 0; b \geq 0; a,b \in \mathbb{P}$$

c) Ordnen Sie die Zahlen 1,2525...; 1,2500 und 1,25 nach der Größe! Beginnen Sie mit der kleinsten Zahl!

d) Durch die Gleichung $y = 3x - 1$ ist eine Funktion gegeben, ihr Graph ist eine Gerade g. Geben Sie die Gleichung einer anderen Funktion an, deren Graph parallel zu der Geraden g verläuft!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

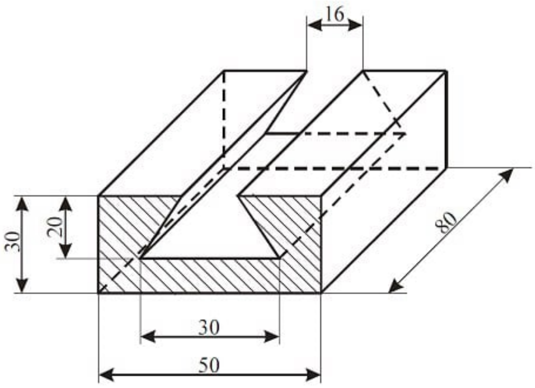
Aufgabe 7.1
Gegeben sind Funktionen durch die folgenden Gleichungen:

$$y = \sin x; \qquad y = 2\sin x; \qquad y = \sin 2x$$

a) Zeichnen Sie die Graphen dieser Funktionen im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$! Benutzen Sie dabei ein und dasselbe rechtwinklige Koordinatensystem, und kennzeichnen Sie jeden Graph durch die entsprechende Gleichung!

b) Geben Sie für $y = 2\sin x$ alle im angegebenen Intervall auftretenden Nullstellen an!
c) Geben Sie für $y = \sin 2x$ die kleinste Periode an!

Aufgabe 7.2



Die nebenstehende Abbildung zeigt das Schrägbild eines Werkstückes.

a) Stellen Sie dieses Werkstück in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 1 dar! (Benennen der Eckpunkte ist nicht erforderlich.)
b) Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche!

Skizze nicht maßstäblich, Maßangaben im mm

Aufgabe 7.3
Beweisen Sie folgenden Satz!
Wenn von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen die kleinste Zahl gerade ist, dann ist das Produkt dieser Zahlen durch 4 teilbar.

1.19 Abschlussprüfung 1975

Aufgabe 1
Im Jahre 1973 wurden im Rahmen des Wohnungsbauprogramms in der DDR 80700 Neubauwohnungen geschaffen.
a) Davon wurden 60 % an Arbeiterfamilien vergeben. Wieviel Wohnungen waren das?

b) Im Jahre 1972 wurden 69500 Neubauwohnungen geschaffen. Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Anzahl der 1973 gebauten Wohnungen höher lag als die der 1972 gebauten!

Aufgabe 2
Von einem Dreieck ABC sind gegeben:
$AB = c = 16{,}4$ cm; $BC = a = 19{,}0$ cm; Winkel $BAC = \alpha = 58{,}0°$.

a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC im Maßstab 1 : 2!

b) Berechnen Sie, wie groß die beiden anderen Innenwinkel sind!

c) Berechnen Sie die Länge der Seite $AC = b$ des gegebenen Dreiecks!

Aufgabe 3
Gegeben sind die linearen Funktionen mit den Gleichungen

$$(I) \quad y = 3x\text{–}2 \qquad ; \qquad (II) \quad x + y = 4 \quad (x \in \mathbb{P})$$

a) Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben rechtwinkligen Koordinatensystem graphisch dar, und geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes ihrer Graphen an!

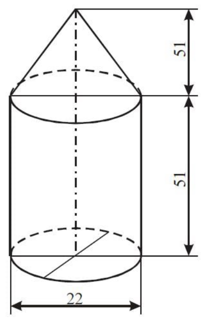
b) Betrachten Sie die beiden gegebenen Gleichungen als Gleichungssystem, und lösen Sie es rechnerisch!

Aufgabe 4

Ein Werkstück besteht aus einem zylinderförmigen und einem kegelförmigen Teil (siehe Abbildung).
a) Berechnen Sie sein Volumen, und geben Sie es in Kubikzentimetern an!

b) Das Werkstück ist aus Stahl gefertigt ($\rho = 7{,}80$ g/cm^3). Berechnen Sie die Masse des Werkstücks!

Zeichnung nicht maßstäblich, alle Maßangaben in mm



Aufgabe 5
In einem gleichschenkligen Dreieck ABC sei $\overline{AC} \cong \overline{BC}$. Der Mittelpunkt der Seite $\overline{AC}$ sei D, der Mittelpunkt der Seite $\overline{BC}$ sei E.

a) Zeichnen Sie diese Figur, und benennen Sie alle Punkte!

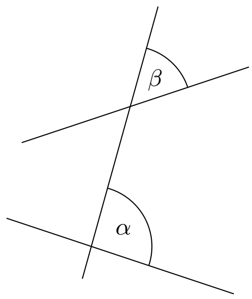
b) Zeichnen Sie das Lot von D auf $\overline{AB}$ Der Fußpunkt sei F. Zeichnen Sie das Lot von E auf $\overline{AB}$! Der Fußpunkt sei G.

c) Beweisen Sie unter Verwendung eines Kongruenzsatzes, dass die Dreiecke AFD und BGE kongruent sind!

Aufgabe 6
a) Vereinfachen Sie den Term $(m^2n^5)^3$ so weit wie möglich!

b) Schreiben Sie die Zahlen 628000000 und 0,0037 in der Darstellung mit abgetrennten Zehnerpotenzen, d. h. in der Form $a \cdot 10^n$! Dabei soll der Faktor a jeweils zwischen 1 und 10 liegen.

c) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $y = \sin \frac{x}{2}$, $(x \in \mathbb{R})$ im Intervall $0 \leq x \leq 4\pi$.



d) Nebenstehende Abbildung zeigt zwei beliebige Geraden e und f, die von einer Geraden g geschnitten werden.
Wie müssen die Geraden e und f zueinander liegen, damit die Winkel α und β kongruent sind?

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Gegeben ist die Ungleichung $2x - (8–x) < 8(2x + 3) - 5x \quad (x \in \mathbb{R})$
a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt)

b) L sei die Lösungsmenge der gegebenen Ungleichung. Geben Sie für jede der sechs Zahlen

$$–8; \quad 3; \quad 0; \quad -\frac{1}{2}; \quad 4; \quad 5{,}2$$

an, ob sie zur Lösungsmenge L gehört oder nicht!

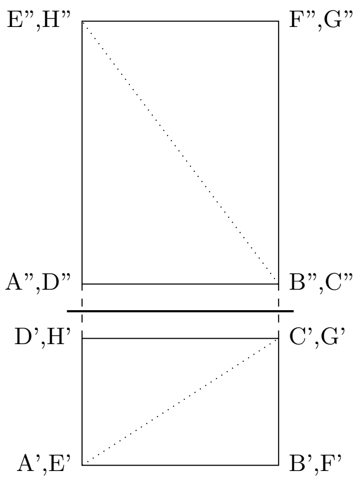
Aufgabe 7.2
Durch $y = \dfrac{1}{x^2}$, $(x \in \mathbb{R}; x \neq 0)$ ist eine Funktion gegeben.
a) Berechnen Sie deren Funktionswerte y für die in der Tabelle vorgegebenen Argumente x. Doppelbrüche sind in gemeine Brüche umzuformen.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+1$	$+2$	$+\frac{5}{2}$
y							

b) Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

c) Zeichnen Sie in dasselbe Koordinatensystem den Graphen der Funktion $y = x^2$ $(x \in \mathbb{R})$!

d) Geben Sie die Koordinaten derjenigen Punkte an, die sowohl zum Graphen der Funktion $y = \frac{1}{x^2}$ als auch zu dem der Funktion $y = x^2$ gehören!



Aufgabe 7.3
Die Abbildung zeigt einen Körper in senkrechter Zweitafelprojektion. Die punktierten Linien stellen eine seiner Raumdiagonalen dar. Dabei sind $AB = 6{,}5$ cm; $BC = 4{,}2$ cm; $BF = 8{,}2$ cm.

a) Stellen Sie diesen Körper in Kavalierperspektive dar, und bezeichnen Sie alle Eckpunkte!

b) Zeichnen Sie die vorgegebene Raumdiagonale ein!

c) Berechnen Sie die Länge dieser Raumdiagonalen!

Skizze nicht maßstäblich, alle Maßangaben in mm

1.20 Abschlussprüfung 1976

Aufgabe 1
Im Volkswirtschaftsplan der DDR wurden im Jahre 1975 für Investitionen insgesamt 39,6 Milliarden Mark vorgesehen, davon 18,9 Milliarden Mark für Investitionen in der Industrie.

a) Berechnen Sie, wieviel Prozent der Investitionen für die Industrie bereitgestellt wurden!

b) Der Gesamtbetrag von 39,6 Milliarden Mark für 1975 stellt gegenüber dem für 1974 aufgewendeten Betrag eine Steigerung auf 104,4 % dar.
Berechnen Sie, wieviel Milliarden Mark die Investitionen im Jahre 1974 betrugen!

Aufgabe 2
Von einem Dreieck ABC sind gegeben:
$\overline{AB} = c = 4{,}6$ cm; $\overline{AC} = b = 8{,}7$ cm; Winkel $CBA = \beta = 108{,}2°$.

a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC!

b) Berechnen Sie die Größe der Winkel $\gamma =$ Winkel ACB und $\alpha =$ Winkel BAC!

c) Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{BC} = a$!

Aufgabe 3
a) Durch die Gleichung $y = x^2 - 6x + 5$ ($x \in \mathbb{R}$) ist eine Funktion bestimmt.
- Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!
- Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel. Geben Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes an!
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion mindestens im Intervall $0 \leq x \leq 6$!

b) Durch die Gleichung $y = x^2 - 6x + q$ ($x \in \mathbb{R}$) sind Funktionen gegeben.
Ermitteln Sie alle reellen Zahlen q, die man in die Funktionsgleichung einsetzen kann, so dass die damit bestimmten Funktionen keine Nullstellen haben!

Aufgabe 4
Gegeben sei ein Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$. Die Diagonalen AC und BD schneiden einander im Punkt S.

a) Zeichnen Sie ein solches Trapez und seine Diagonalen!

b) Beweisen Sie, dass die Dreiecke ABS und CDS einander ähnlich sind!

c) Welche weitere Aussage können Sie über die Dreiecke ABS und CDS treffen, wenn das Trapez $ABCD$ ein Parallelogramm ist?

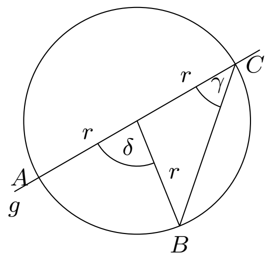
Aufgabe 5
Ein Tieflader transportiert zu einer Baustelle zwei Arten von Deckenplatten, kurze und lange. Bei einer Beladung mit 5 langen Platten und 9 kurzen Platten transportiert er insgesamt eine Masse von 40,0 t. Wenn er mit 9 langen und 3 kurzen Platten beladen ist, transportiert er 39,0 t.
Berechnen Sie die Masse einer langen und die einer kurzen Deckenplatte! (Führen Sie die Probe durch!)

Aufgabe 6
a) Formen Sie die folgende Gleichung nach r um!

$$A = \frac{abc}{4r} \qquad (r \neq 0; A \neq 0)$$

b) Es seien x der absolute Betrag von (-7), y die entgegengesetzte Zahl zu (+2,4) und, z das Reziproke von 2/5.

Ermitteln Sie x, y und z!



c) Ermitteln Sie n in $n = \log_3 27$!

d) In der nebenstehenden Abbildung sei $\gamma = 41°$. Ermitteln Sie δ. Zeichnung nicht maßgerecht.

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Kohlereserven werden in Halden gelagert. Aus Gründen des Brandschutzes hat eine solche Halde angenähert die Form eines geraden Pyramidenstumpfes mit quadratischer Grundfläche.
Seine Abmessungen sind:
Seitenlänge der Grundfläche $a_1 = 19{,}0$ m, Höhe des Pyramidenstumpfes $h = 4{,}5$ m, Winkel zwischen Seitenfläche und Grundfläche $\alpha = 45°$.

a) Stellen Sie diesen Pyramidenstumpf in senkrechter Zweitafelprojektion in einem geeigneten Maßstab dar!

b) Berechnen Sie die Seitenlänge a_2 der Deckfläche!

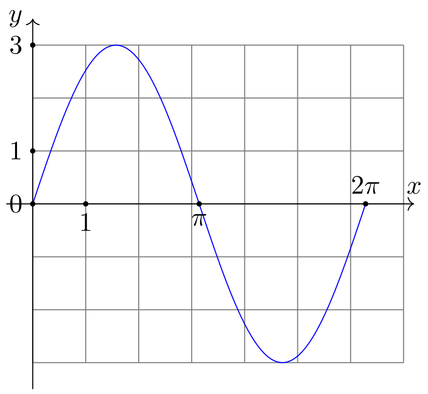
c) Berechnen Sie das Volumen dieses Pyramidenstumpfes!

Aufgabe 7.2
Gegeben ist eine natürliche Zahl n ($n \neq 0$).

a) Schreiben Sie in allgemeiner Form die der Zahl n unmittelbar vorangehende natürliche Zahl (Vorgänger) und die unmittelbar folgende natürliche Zahl (Nachfolger) auf!

b) In einem speziellen Fall sei das Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger von n die Zahl 483. Berechnen Sie n mit Hilfe einer Gleichung!

c) Geben Sie alle natürlichen Zahlen zwischen 300 und 400 an, die sich ebenfalls als Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger einer natürlichen Zahl darstellen lassen!



Aufgabe 7.3
a) Durch die Gleichung $y = \frac{3}{2}\sin 2x$ ($x \in \mathbb{R}$) ist eine Winkelfunktion gegeben.
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion genau im Intervall $-\pi \leq x \leq \pi$, und
- geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an!

b) In der nebenstehenden Abbildung ist eine Winkelfunktion mit der Gleichung $y = a \cdot \sin bx$ ($a, b, x \in \mathbb{R}$) im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$ dargestellt. Wie lautet die Gleichung in diesem speziellen Fall?

c) Gegeben sei der Term $\frac{1}{1-\sin x}$ ($x \in \mathbb{R}$).
Für welchen Wert von x ($0 \leq x \leq 2\pi$) ist dieser Term nicht definiert?

1.21 Abschlussprüfung 1977

Aufgabe 1
Im Jahre 1975 wurden aus dem Staatshaushalt der DDR 5,6 Milliarden Mark für das Bildungswesen ausgegeben. Im Jahre 1976 wurden dafür 0,6 Milliarden Mark mehr bereitgestellt.

a) Wieviel Milliarden Mark wurden im Jahre 1976 bereitgestellt?

b) Auf wieviel Prozent konnten die Ausgaben für das Bildungswesen im Jahre 1976 gegenüber 1975 erhöht werden?

c) Stellen Sie die Ausgaben in diesen beiden Jahren in einem Diagramm dar, und beschriften Sie dieses!

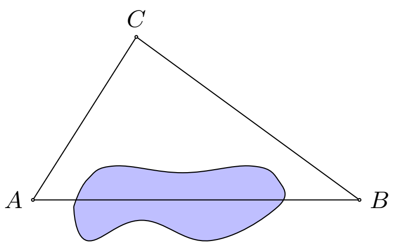
Aufgabe 2
Gegeben ist die Ungleichung $12 - x > 3(1 + x) + 3$ ($x \in \mathbb{R}$)

a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)

b) Geben Sie drei gebrochene Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!

c) Geben Sie durch Aufzählen alle natürlichen Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!

Aufgabe 3



a) Ein Vermessungstrupp hat die Länge einer unzugänglichen Strecke $\overline{AB}$ trigonometrisch zu bestimmen.
Er ermittelt folgende Messwerte:
$\overline{AC} = b = 72{,}8$ m, $\overline{BC} = a = 45{,}0$ m,
Winkel $BCA = \gamma = 77{,}0°$
(siehe nebenstehende Abbildung; Abbildung nicht maßstäblich).
Berechnen Sie $\overline{AB}$ auf Grund dieser Messwerte!

b) Auf die gleiche Weise wurde von drei Gruppen einer Klasse 10 die Länge der Strecke $\overline{AB}$ bestimmt. Sie fanden für $\overline{AB}$ folgende Werte:
Gruppe 1: 73,4 m;
Gruppe 2: 76,4 m;
Gruppe 3: 77,3 m.
Berechnen Sie den Mittelwert (arithmetisches Mittel) dieser drei Werte.

c) Um wieviel Meter weicht dieser Mittelwert von dem Wert für $\overline{AB}$ ab, der unter a) berechnet wurde?

Aufgabe 4
Gegeben sind zwei Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ mit den Gleichungen

(1) $f(x) = y = 2x + 1$
(2) $g(x) = y = x^2 + 2x - 3$ ($x \in \mathbb{R}$)

a) Zeichnen Sie den Graph der Funktion $f(x)$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

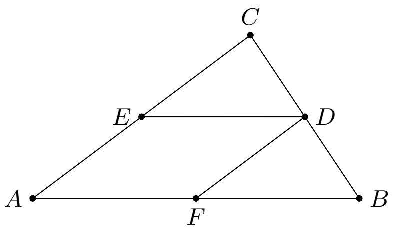
b) Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion $f(x)$!

c) Der Graph der Funktion $g(x)$ ist eine Parabel. Geben Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes an, und zeichnen Sie die Parabel in das bei Teil a) verwendete Koordinatensystem!

d) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion $g(x)$!

e) Die Graphen der Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ schneiden einander in den Punkten P_1 und P_2. Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte an!

Aufgabe 5



Im Dreieck ABC sei D der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$. Ferner gelte $\overline{ED} \parallel \overline{AB}$ und $\overline{FD} \parallel \overline{AC}$ (siehe nebenstehende Abbildung).

a) Beweisen Sie unter Benutzung eines Kongruenzsatzes, dass die Dreiecke FBD und EDC einander kongruent sind!

b) Was folgt aus der Kongruenz der Dreiecke FBD und EDC für ihre Flächeninhalte?

Aufgabe 6

a) Ermitteln Sie den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Durchmesser $d = 4{,}85$ m!

b) Berechnen Sie x! Ermitteln Sie alle Winkel x im Intervall $0° \leq x \leq 180°$, für die gilt: $\sin x = 0{,}7071$!

c) Formen Sie die Gleichung $V = \dfrac{a^2 h}{3}$ $(h \neq 0)$ nach der Variablen a um!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1

7.1 Gegeben ist das Gleichungssystem

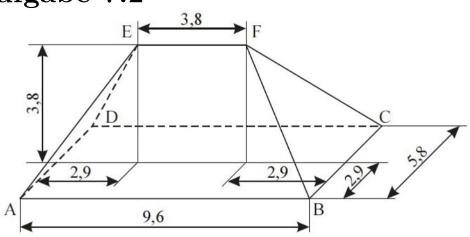
$$\text{(I)} \quad y = 3x + 3 \qquad , \qquad \text{(II)} \quad y = -x + 7$$

a) Lösen Sie dieses System rechnerisch! Führen Sie die Probe aus!

b) Betrachten Sie jede Gleichung des Systems als Gleichung einer linearen Funktion! Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben Koordinatensystem graphisch dar (Koordinateneinheit: 1 cm)!

c) Der Schnittpunkt der beiden Graphen sei S. Der eine Graph schneidet die x-Achse im Punkt Q, der andere Graph schneidet die x-Achse im Punkt R. Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Dreiecks QRS (in Quadratzentimetern)!

Aufgabe 7.2



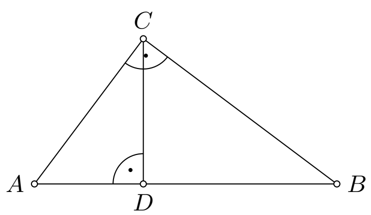
nicht maßstäblich,
alle Maßangaben in Metern

Die nebenstehende Abbildung zeigt das Schrägbild eines Walmdaches.

a) Stellen Sie das Walmdach in. Senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 100 dar. Bezeichnen Sie alle Eckpunkte entsprechend der Abbildung!

b) Konstruieren Sie im Maßstab 1 : 100 die wahre Größe und Gestalt einer dreieckigen Seitenfläche dieses Walmdaches!

Aufgabe 7.3



Gegeben ist ein Dreieck ABC (siehe Abbildung).
Dabei ist Winkel $BCA = \gamma = 90°$; $\overline{CD} = h_c = 5{,}2$ cm; $\overline{AD} = q = 3{,}9$ cm.
a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC! Beginnen Sie mit dem Teildreieck ADC!

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AC} = b$.

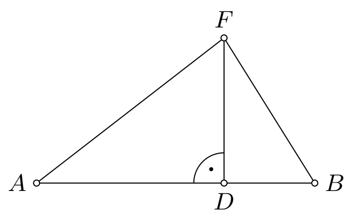
c) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{BD} = p$.

1.22 Abschlussprüfung 1978

Aufgabe 1

$$(2x–5)(x+3) = 2x^2–(3x–4)+9 \qquad (x \in \mathbb{R})$$

Lösen Sie diese Gleichung, und führen Sie die Probe durch!



(nicht maßstäblich)

Aufgabe 2

Ein Küstenwachboot der Volksmarine fährt auf einem Kurs, der als geradlinig angesehen werden kann. Zur Orientierung wurde von den Punkten A und B des Schiffsweges das Funkfeuer F angepeilt (siehe nebenstehende Abbildung).

Dabei wurden ermittelt:

Winkel $BAF = \alpha = 46{,}3°$; Winkel $FBA = \beta = 61{,}4°$; $\overline{AB} = c = 14{,}6$ km.

a) Berechnen Sie, in welcher Entfernung vom Funkfeuer F sich das Schiff im Punkt B befand!

b) Berechnen Sie die kürzeste Entfernung DF, in der das Schiff am Funkfeuer vorbeigefahren ist!

Aufgabe 3

a) Durch die Gleichung $y = x^2–2x-4$ $(x \in \mathbb{R})$ ist eine Funktion gegeben.
- Berechnen Sie deren Nullstellen (rationale Näherungswerte)!
- Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel. Ermitteln Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes!
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion!

b) Durch die Gleichung $y = -x$ $(x \in \mathbb{R})$ ist eine weitere Funktion gegeben. Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem!

c) Die Graphen der beiden Funktionen schneiden einander in den Punkten P_1 und P_2 Geben Sie die Koordinaten dieser beiden Punkte an!

Aufgabe 4

a) n sei eine beliebige natürliche Zahl.
Geben Sie mit Hilfe von n die nächsten beiden auf n folgenden natürlichen Zahlen an!

b) Beweisen Sie folgenden Satz!
Die Summe von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist stets durch 3 teilbar.

Aufgabe 5

Für die Modernisierung und Werterhaltung von Wohnungen werden Vollziegel und Hohlziegel verwendet.

a) Ein quaderförmiger Vollziegel hat folgende Abmessungen: Länge $l = 24{,}0$ cm; Breite $b = 11{,}5$ cm; Höhe $h = 7{,}1$ cm. Die Dichte des Materials beträgt $\rho = 1{,}80$ g/cm^3.
Berechnen Sie die Masse eines Vollziegels, und geben Sie diese in Kilogramm an!

b) Die Masse eines Hohlziegels beträgt 2,3 kg.
Wieviel Prozent der Masse eines Vollziegels beträgt die Masse eines Hohlziegels?

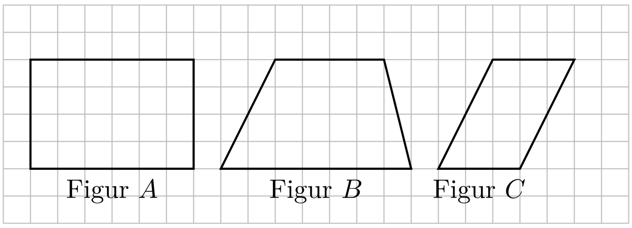
c) Ein Lastkraftwagen kann mit 2500 Vollziegeln beladen werden. Wieviel Hohlziegel kann dieser LKW statt dessen laden, wenn die gleiche Masse transportiert werden soll?

Aufgabe 6

a) Es seien $a = \frac{2}{5}$ und $b = \frac{3}{7}$. Berechnen Sie $a+b$ und $a:b$!

b) Für die Elemente x der Menge M gilt: $15 < x < 20$ $(x \in \mathbb{N})$. Geben Sie alle Elemente an.

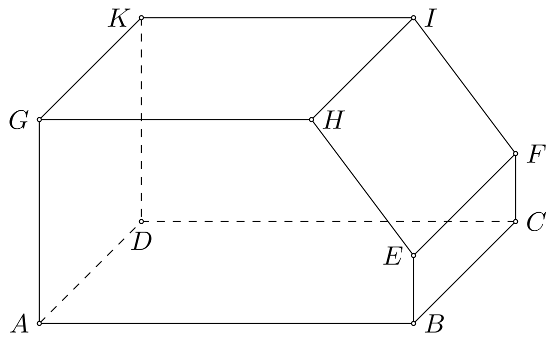
c) Geben Sie eine Teilmenge M_1 von M an, deren Elemente Primzahlen sind!



d) Zeichnen Sie einen beliebigen Winkel α ($0° < \alpha < 180°$)! Konstruieren Sie die Winkelhalbierende dieses Winkels (mit Zirkel und Lineal)!

e) Welche der gegebenen Figuren A, B, C sind Parallelogramme?

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.



(Abb. nicht maßgerecht)

Aufgabe 7.1
Die nebenstehende Abbildung zeigt ein Werkstück in Kavalierperspektive. Die Maße des Werkstückes sind:
$\overline{AB} = 11{,}0$ cm; $\overline{AG} = 6{,}0$ cm; $\overline{BE} = 2{,}0$ cm; $\overline{GH} = 8{,}0$ cm; $\overline{AD} = 6{,}0$ cm.

a) Stellen Sie dieses Werkstück in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 1 dar! Bezeichnen Sie alle Eckpunkte entsprechend der Abbildung!

b) Berechnen Sie die Länge der Kante $\overline{EH}$!

c) Berechnen Sie den Umfang des Fünfecks $ABEHG$!

d) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Fünfecks!

Aufgabe 7.2
In einem Kreis sind $\overline{AB}$ und $\overline{AD}$ zwei Durchmesser, die aufeinander senkrecht stehen (siehe nebenstehende Abbildung).

a) Begründen Sie, warum das Dreieck ABE rechtwinklig ist!

b) Im Viereck $MBEF$ sei der Winkel $EBM = 70°$. Berechnen Sie die Größe des Winkels MFE!

c) Beweisen Sie, dass die Dreiecke ABE und AMF einander ähnlich sind!

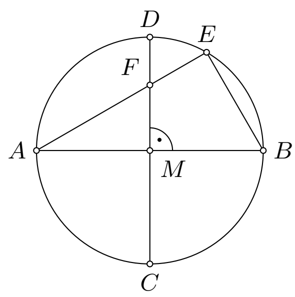
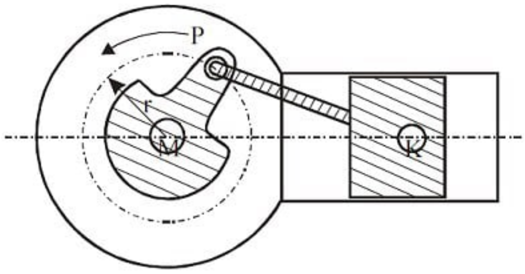
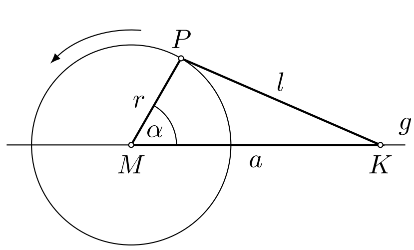


Abbildung nicht maßgerecht

Aufgabe 7.3
Die untenstehenden Abbildungen zeigen vereinfachte Darstellungen eines Kurbelgetriebes. P bewegt sich auf dem Kreis um M mit $\overline{MP} = r$ (r konstant), und K bewegt sich auf der Geraden g (l konstant). Es seien $\overline{MP} = r = 2{,}5$ cm und $\overline{KP} = l = 6{,}5$ cm.





a) Zeichnen Sie das Dreieck MKP mit dem Winkel $KMP = \alpha = 90°$ und berechnen Sie hierfür die Länge der Strecke $\overline{MK} = a_1$!

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{MK} = a_2$ für den Winkel $KMP = \alpha_2 = 180°$!

c) Berechnen Sie die Größe des Winkels $KMP = \alpha_3$ $(0° \leq \alpha_3 \leq 180°)$ für $\overline{MK} = a_3 = 4{,}8$ cm!

1.23 Abschlussprüfung 1979

Aufgabe 1
In der DDR wurden im ersten Halbjahr 1978 insgesamt 76000 Wohnungen neu gebaut bzw. modernisiert. Von diesen fertiggestellten Wohnungen sind 48900 Neubauwohnungen.

a) Wieviel Prozent der insgesamt fertiggestellten Wohnungen sind
- Neubauwohnungen,
- modernisierte Wohnungen?

b) 12,5 % der Neubauwohnungen wurden als Eigenheime errichtet. Berechnen Sie, wieviel Wohnungen das sind!

Aufgabe 2
Von einem Dreieck ABC sind gegeben: $\overline{AB} = c = 8{,}5$ cm; $\overline{AC} = b = 7{,}2$ cm, Winkel $BAC = \alpha = 48°$.

a) Konstruieren Sie dieses Dreieck!

b) Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{BC} = a$!

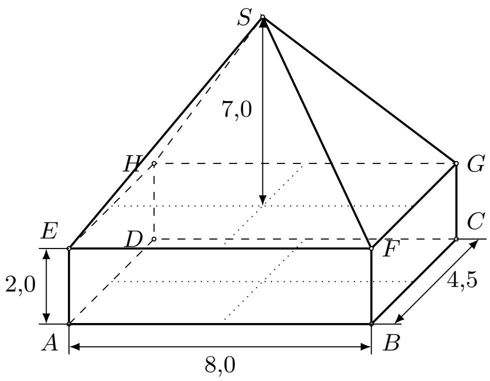
c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!

Aufgabe 3
a) Zeichnen Sie in ein rechtwinkliges Koordinatensystem den Graph der Funktion $y = f(x) = \sin x$ $(x \in \mathbb{R})$ im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$.

b) Skizzieren Sie in dasselbe Koordinatensystem den Graph der Funktion $y = g(x) = 3 \cdot \sin 2x$ $(x \in \mathbb{R})$ mindestens im Intervall $0 \leq x \leq \pi$!

c) Geben Sie den Wertebereich der Funktion $y = g(x)$ an!

d) Geben Sie die kleinste Periode der Funktion $y = g(x)$ an!



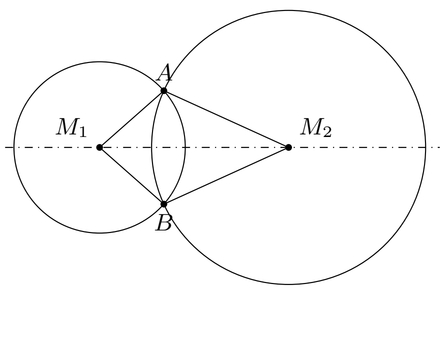
(nicht maßstäblich, Maßangaben in cm)

Aufgabe 4
Ein Körper ist aus einem Quader und einer geraden Pyramide zusammengesetzt (siehe nebenstehende Abbildung).

a) Berechnen Sie das Volumen dieses zusammengesetzten Körpers!

b) Stellen Sie diesen Körper in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 1 dar!
Bezeichnen Sie alle Eckpunkte entsprechend der Abbildung!

Aufgabe 5
Die nebenstehende Abbildung zeigt zwei Kreise mit den Mittelpunkten M_1 und M_2, die einander in den Punkten A und B schneiden.



a) Beweisen Sie unter Benutzung eines Kongruenzsatzes, dass die Dreiecke M_1AM_2 und M_1BM_2 einander kongruent sind!

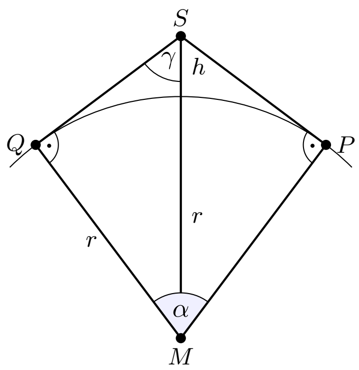
b) Was folgt aus der Kongruenz der Dreiecke M_1AM_2 und M_1BM_2 für die Winkel M_2AM_1 und M_1BM_2?

Aufgabe 6
a) Ordnen Sie die Zahlen $\sqrt{2}$; 1,4 ; $1,\overline{4}$ der Größe nach! Beginnen Sie mit der kleinsten Zahl!

b) Lösen Sie die Gleichung $x^2–14x + 45 = 0$!

c) Gegeben ist der Term $4ab–8ac$. Berechnen Sie den Wert dieses Terms für $a = 2{,}5$; $b = 3{,}0$; $c = 1{,}5$!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.



nicht maßstäblich

Aufgabe 7.1
Ein künstlicher Erdsatellit S führt eine Spezialkamera mit. Damit soll der von S aus sichtbare Teil der Erdoberfläche mit einer Aufnahme erfasst werden (siehe Abbildung). Erdradius $r = 6370$ km; Flughöhe $h = 320$ km.

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{MS}$!

b) Berechnen Sie im rechtwinkligen Dreieck MSQ die Größe des Winkels $QSM = \gamma$! Geben Sie die Größe des Aufnahmewinkels 2γ an!

c) Die Länge des zum Winkel α gehörenden Kreisbogens $b = \widehat{PQ}$ gibt die Entfernung zwischen den Punkten P und Q auf der Erdoberfläche an. Berechnen Sie diese Entfernung!

Aufgabe 7.2
Gegeben sind die Ungleichungen

$$(1) \quad \frac{3(5x-8)}{2} < 5x - 2 \qquad , \qquad (2) \quad 15x - 3 < 14 + n \qquad (x,n \in \mathbb{R})$$

a) Lösen Sie die Ungleichung (1)! Geben Sie diejenigen Elemente der Lösungsmenge an, die natürliche Zahlen sind!

b) Formen Sie die Ungleichung (2) nach x um!

c) Bestimmen Sie n so, dass die Ungleichung (2) die gleiche Lösungsmenge wie die Ungleichung (1) hat! (Proben werden nicht verlangt.)

Aufgabe 7.3
a) Zeichnen Sie in ein rechtwinkliges: Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung 0 die Gerade g_1 mit der Gleichung $y = x$!

b) Tragen Sie in dasselbe Koordinatensystem die Punkte $A(2; 2)$ und $B(0; -2)$ ein, und zeichnen Sie die Gerade g_2, die durch diese Punkte verläuft!

c) Geben Sie für die Gerade g_2 die Gleichung der zugehörigen Funktion an!

d) Zeichnen Sie die Gerade g_3 die durch den Punkt $C(0; -6)$ geht und parallel zu g_2 verläuft!

e) Wie groß ist der Streckungsfaktor k bei einer zentrischen Streckung mit dem Streckungszentrum 0, wenn $\overline{OC}$ die Bildstrecke von $\overline{OB}$ ist?

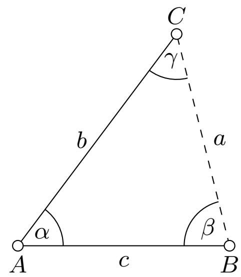
1.24 Abschlussprüfung 1980

Aufgabe 1
In der sowjetischen Weltraumstation Salut 6 arbeiteten bisher drei Stammbesatzungen, die jeweils Weltrekorde im Langzeitflug aufstellten. Der Flug der ersten Stammbesatzung dauerte 96 Tage. Der Flug der zweiten Stammbesatzung, mit der auch unser Kosmonaut Sigmund Jähn zusammenarbeitete, dauerte 140 Tage.

a) Um wieviel Prozent überbot die zweite Stammbesatzung die Flugzeit der ersten?

b) Nach internationaler Festlegung muß die Dauer eines Weltraumfluges mindestens 10 % über der bisherigen Rekordzeit liegen, um als neuer Weltrekord anerkannt zu werden. Nach wieviel Tagen ihres Fluges hatte die dritte Stammbesatzung diese Bedingung erfüllt?

Aufgabe 2
Zwei Straßen schneiden einander im Punkt A. Durch Punkt B auf der einen Straße wird eine Rohrleitung gelegt, welche die andere Straße im Punkt C schneidet (siehe nebenstehende Abbildung, nicht maßstäblich). Bei der Vermessung wurden folgende Werte ermittelt: $\overline{AB} = c = 4{,}7$ km; Winkel $BAC = \alpha = 35°$; Winkel $CBA = \beta = 85°$.



a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC in einem geeigneten Maßstab!

b) Berechnen Sie die Größe des Winkels $ACB = \gamma$!

c) Berechnen Sie die Länge a des Abschnitts $\overline{BC}$ der Rohrleitung!

d) Um einen Näherungswert a_N für die Länge des Abschnitts $\overline{BC}$ zu erhalten, wurde für den Winkel $CBA = \beta$ der Näherungswert 90° verwendet.
Die Werte für $\overline{AB} = c$ und Winkel $BAC = \alpha$ blieben unverändert. Berechnen Sie den Näherungswert a_N. Geben Sie den absoluten Fehler $a_N – a$ an!

Aufgabe 3
Gegeben ist das Gleichungssystem

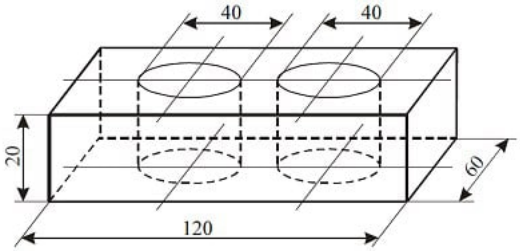
$$(1) \quad y = -x + 5 \qquad , \qquad (2) \quad 3y = 4x – 6$$

a) Lösen Sie dieses Gleichungssystem rechnerisch!

b) Betrachten Sie jede Gleichung des Systems als Gleichung einer linearen Funktion! Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben Koordinatensystem graphisch dar!

c) Bezeichnen Sie den Schnittpunkt beider Graphen mit S! Geben Sie die Koordinaten von S an, und vergleichen Sie mit dem Ergebnis von a)!

Aufgabe 4



Die Abbildung (nicht maßstäblich, alle Maßangaben in mm) zeigt ein quaderförmiges Werkstück mit zwei durchgehenden zylinderförmigen Bohrungen.

a) Berechnen Sie das Volumen des Werkstücks, und geben Sie es in Kubikzentimetern an! b) Das Werkstück besteht aus Stahl ($\rho = 7{,}8$ g/cm^3). Berechnen Sie seine Masse!

Aufgabe 5
a) Für alle natürlichen Zahlen gilt folgende Aussage:
"Wenn die kleinste von fünf aufeinanderfolgenden Zahlen gerade ist, so ist deren Summe durch 10 teilbar."
Geben Sie mit Hilfe von Variablen fünf derartige Zahlen an! Beweisen Sie, dass die obenstehende Aussage wahr ist!

b) Zeigen Sie, dass folgende Aussage falsch ist:
"Die Summe von fünf aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist immer durch 10 teilbar."

Aufgabe 6
a) Gegeben ist die Ungleichung $3x < 9{,}6$ ($x \in \mathbb{R}$).
- Lösen Sie diese Ungleichung!
- Geben Sie alle ungeraden natürlichen Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!

b) Zeichnen Sie eine beliebige Strecke $\overline{CD}$, und konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal die Mittelsenkrechte dieser Strecke!

c) Gegeben ist $\cos x = 0{,}6782$ ($0° \leq x \leq 360°$).
Geben Sie alle Lösungen im vorgegebenen Intervall an!

d) Berechnen Sie x! $x = \dfrac{1{,}2 \cdot 10^7 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-2}}{3{,}6 \cdot 10^3}$

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
a) Durch $y = x^2 – 2$ ($x \in \mathbb{R}$) ist eine Funktion gegeben. Zeichnen Sie den Graph der Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mindestens im Intervall $–3 \leq x \leq +3$!
- Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S dieses Graphen an!
- Geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an!

b) Durch die Gleichung $y = \frac{1}{2}x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) ist eine weitere Funktion gegeben.
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem mindestens im Intervall $–3 \leq x \leq +3$!
- Berechnen Sie alle Werte x dieser Funktion, für die der Funktionswert $y = 4{,}5$ ist!

c) Die Graphen beider Funktionen schneiden einander in zwei Punkten. Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes an, der im II. Quadranten liegt!

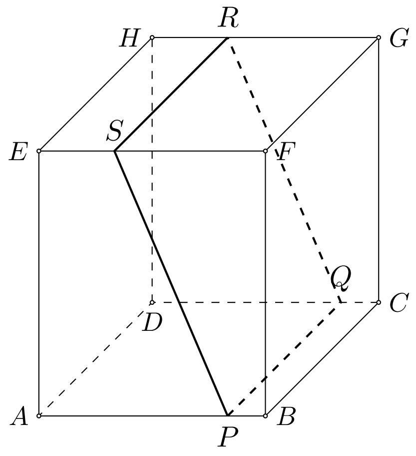
Aufgabe 7.2
Ein Dreieck PQR soll zentrisch gestreckt werden.

a) Zeichnen Sie in ein Koordinatensystem auf Millimeterpapier (Koordinateneinheit: 1 cm) das Dreieck PQR mit $P(2;1)$, $Q(5;1)$ und $R(2;3)$!

b) Zeichnen Sie das Dreieck $P'Q'R'$, das bei der zentrischen Streckung des Dreiecks PQR mit dem Streckungszentrum $Z(0;0)$ und dem Streckungsfaktor $k = 2$ entsteht!

c) Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks PQR!

d) Es sei A' der Flächeninhalt des Dreiecks $P'Q'R'$. Geben Sie das Verhältnis $A' : A$ an!



Aufgabe 7.3

Gegeben ist ein Quader, der von einer Ebene in den Punkten P, Q, R, S geschnitten wird (siehe nebenstehende Abbildung; nicht maßstäblich).

$\overline{AB} = \overline{BC} = 6{,}0$ cm; $\overline{AE} = 7{,}0$ cm;
$\overline{AP} = \overline{DQ} = 5{,}0$ cm; $\overline{ES} = \overline{HR} = 2{,}0$ cm.

a) Stellen Sie den Quader einschließlich der Schnittfigur in senkrechter Zweitafelprojektion (auf unliniiertem Papier) dar!

b) Konstruieren Sie die Schnittfigur in wahrer Größe und Gestalt!

c) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{PS}$!

1.25 Abschlussprüfung 1981

Aufgabe 1
Im Jahr 1975 standen in der DDR 715000 Hortplätze zur Verfügung; 1980 waren es 760000 Hortplätze.

a) Wieviel Hortplätze gab es im Jahr 1980 mehr als im Jahr 1975?

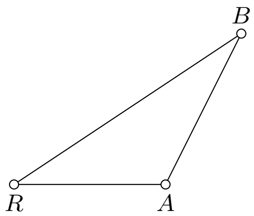
b) Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Anzahl der Hortplätze gegenüber 1975 erhöht wurde!

c) Stellen Sie die Anzahl der Hortplätze im Jahr 1975 und die der Hortplätze im Jahr 1980 in einem Diagramm dar!

Aufgabe 2
Lösen Sie das folgende Gleichungssystem!

$$(1) \quad 2x + y = 10 \quad (x,y \in \mathbb{R}) \qquad , \qquad (2) \quad 6x + 2y = 34$$

(Führen Sie eine Probe durch!)



Aufgabe 3
Von einer Radarstation R in Rostock-Warnemünde wurden zwei Schiffe A und B geortet (siehe nebenstehende Abbildung; nicht maßstäblich). Dabei wurden ermittelt:
$\overline{RA} = 9{,}5$ sm; $\overline{RB} = 11{,}5$ sm; Winkel $ARE = 26{,}0°$.

a) Ermitteln Sie zeichnerisch die Entfernung $\overline{AB}$ der Schiffe voneinander! Geben Sie diese Entfernung unter Verwendung der Einheit "Seemeile" an!

b) Ermitteln Sie $\overline{AB}$ auch rechnerisch!

c) Rechnen Sie diese Entfernung in Kilometer um (1 sm = 1,852 km)!

Aufgabe 4
Durch die Gleichung $y = x^2 – 8x + 12$ ($x \in \mathbb{R}$) ist eine Funktion gegeben.

a) Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!

b) Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel! Ermitteln Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes!

c) Zeichnen Sie diese Parabel mindestens im Intervall $1 \leq x \leq 7$!

Aufgabe 5
Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis $\overline{AB}$. Der Mittelpunkt des Schenkels $\overline{BC}$ sei D, der Mittelpunkt des Schenkels $\overline{AC}$ sei E.

a) Fertigen Sie hierzu eine Skizze an, und verbinden Sie A mit D und B mit E!

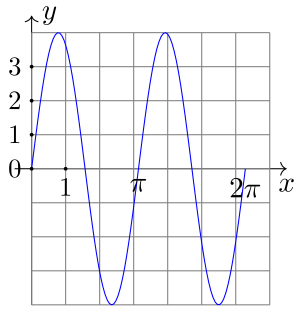
b) Beweisen Sie, dass die Dreiecke ABD und BAE zueinander kongruent sind!

Aufgabe 6

a) Ermitteln Sie den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Durchmesser $d = 5{,}35$ m!

b) Gegeben ist die Gleichung $10^x = \frac{1}{1000}$ $(x \in \mathbb{R})$ Ermitteln Sie x!

c) In der nebenstehenden Abbildung ist eine Funktion mit der Gleichung $y = a \sin bx$ $(a, b \in \mathbb{R})$ im Intervall $0 \le x \le 2\pi$ dargestellt. Geben Sie für diese Funktion a und b an!



d) Formen Sie die folgende Gleichung nach h um!

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \quad (r \neq 0)$$

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
In einem VEB ist ein Bauteil in großer Stückzahl zu bearbeiten.

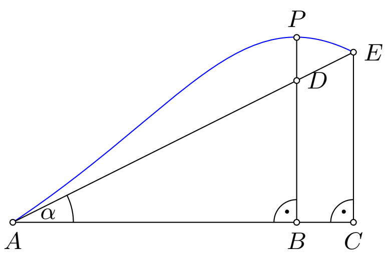
a) Für 200 dieser Bauteile entstehen Kosten von 2600 Mark. Berechnen Sie daraus die Kosten für die Bearbeitung eines solchen Teiles!

b) Ein Neuerervorschlag sieht den Einbau einer Vorrichtung vor. Dadurch können die Kosten für die Bearbeitung eines Teiles auf 9,00 Mark gesenkt werden. Es entstehen aber einmalige Kosten von 250,00 M für den Einbau der Vorrichtung.
- Wieviel Mark werden bei der Bearbeitung eines Teiles eingespart, wenn die Vorrichtung eingebaut ist?
- Berechnen Sie die Gesamtkosten für den Einbau der Vorrichtung von 200 solcher Teile nach dem Neuerervorschlag!

c) Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Gesamtkosten für den Einbau der Vorrichtung und die Bearbeitung von 200 solcher Teile geringer sind als die Kosten im Fall a)!

d) Wieviel Teile müssen mindestens bearbeitet werden, damit die erzielte Einsparung größer ist als die einmaligen Kosten für den Einbau der Vorrichtung?

Aufgabe 7.2



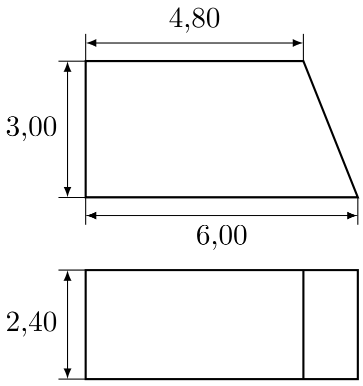
In bergigem Gelände wird eine Straße von A nach E projektiert. Sie soll gleichmäßig ansteigen. (Die nebenstehende Abbildung zeigt einen Geländeschnitt, nicht maßstäblich) Bekannt sind:
$\overline{AC} = 180$ m; $\overline{CE} = 20$ m; $\overline{AB} = 162$ m; $\overline{BP} = 21$ m.

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{BD}$!

b) Wieviel Meter liegt der Punkt D der projektierten Straße unter dem Geländepunkt P?

c) Berechnen Sie die Größe des Anstiegswinkels α!

d) Die Steigung einer Straße ist das Verhältnis von Höhenunterschied h zur zugehörigen Straßenlänge l. Sie wird gewöhnlich in Prozent angegeben und nach der Formel $s = v{\cdot}100\%$ berechnet. Berechnen Sie die Steigung s dieser Straße!



Aufgabe 7.3
In der nebenstehenden Abbildung ist ein Betonkörper, der die Form eines vierseitigen Prismas hat, in Grund- und Aufriss dargestellt.

a) Stellen Sie dieses Prisma in Kavalierperspektive im Maßstab 1 : 100 dar!

b) Die Vorderansicht des Betonkörpers ist ein Trapez. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt!

c) Berechnen Sie das Volumen des Betonkörpers!

1.26 Abschlussprüfung 1982

Aufgabe 1
Ein LKW hat einen Normverbrauch von 25,0 l Kraftstoff auf 100 km.

a) Berechnen Sie daraus den Kraftstoffverbrauch für eine monatliche Fahrstrecke von 8000 km!

b) Durch eine kraftstoffsparende Fahrweise werden je 100 km durchschnittlich nur 23,8 l Kraftstoff verbraucht. Wieviel Liter Kraftstoff werden je 100 km eingespart?

c) Wieviel Prozent Kraftstoff werden auf diese Weise eingespart?

d) Wieviel Liter Kraftstoff können dadurch bei der monatlichen Fahrstrecke von 8000 km eingespart werden?

Aufgabe 2
Eine Funktion ist gegeben durch

$$y = \frac{1}{2}x - 3 \qquad (x \in \mathbb{R})$$

a) Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion, und bezeichnen Sie ihn mit g_1!

b) Berechnen Sie die Nullstelle dieser Funktion!

c) Zeichnen Sie die Gerade g_2, die durch den Punkt $P(0; 2)$ geht und parallel zu g_1 verläuft!

d) Die Gerade g_2 schneidet die x-Achse im Punkt Q. Geben Sie die Koordinaten von Q an!

e) Geben Sie die Gleichung der durch g_2 dargestellten Funktion an!

Aufgabe 3
Von einem Dreieck ABC sind gegeben: $\overline{AB} = c = 8{,}7$ cm; $\overline{AC} = b = 9{,}6$ cm; $\overline{BC} = a = 7{,}1$ cm.

a) Konstruieren Sie dieses Dreieck! Messen Sie die Größe des Winkels $ACB = \gamma$, und geben Sie diesen Messwert an!

b) Berechnen Sie die Größe des Winkels γ!

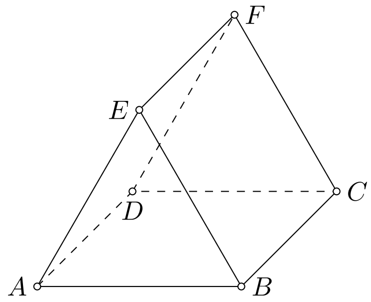
c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC!

Aufgabe 4
Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit dem Winkel $BAC = \gamma = 90°$.

a) Zeichnen Sie ein solches Dreieck! Zeichnen Sie in dieses Dreieck die Höhe h ein! Bezeichnen Sie den Fußpunkt der Höhe mit D!

b) Beweisen Sie, dass die Dreiecke ABC und ABD einander ähnlich sind!

Aufgabe 5



Gegeben ist ein gerades Prisma $ABCDEF$ (siehe nebenstehende Abbildung; nicht maßstäblich).
$\overline{AB} = \overline{DC} = 6{,}2$ cm; $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{EF} = 8{,}5$ cm; Winkel $BAE =$ Winkel $EBA = 56°$.

a) Stellen Sie das Prisma in senkrechter Zweitafelprojektion dar! Bezeichnen Sie alle Eckpunkte entsprechend der Skizze!

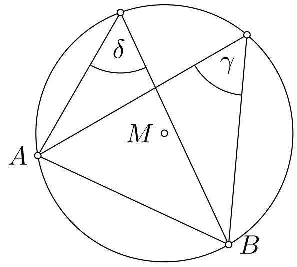
b) Konstruieren Sie die Fläche $BCFE$ in wahrer Größe und Gestalt!

Aufgabe 6

a) Vereinfachen Sie den folgenden Term soweit wie möglich! $5a–(3a–2b) + 2(4b–5a)–10b$

b) Gegeben ist der Term $\frac{30a}{b-2}$.
- Berechnen Sie den Wert des Terms für $a = 4$ und $b = 7$!

- Geben Sie denjenigen Wert von b an, für den der Term nicht definiert ist!



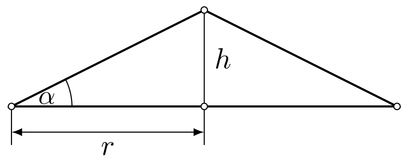
c) Geben Sie alle Lösungen der Gleichung $x^2–6x = 0$ an!

d) Die nebenstehende Abbildung zeigt die Winkel γ und δ.
Geben Sie die Größe von δ an, wenn $\gamma = 38°$ ist!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1

Auf einer Baustelle ist ein Kieshaufen in Form eines geraden Kreiskegels aufgeschüttet worden. Er ist 4,0 m hoch und hat einen Schüttwinkel $\alpha = 30°$. Die nachstehende Abbildung (nicht maßstäblich) zeigt den Achsenschnitt eines solchen Kegels.



a) Berechnen Sie den Radius r der Grundfläche dieses Kegels

b) Berechnen Sie das Volumen dieses Kegels!

c) Berechnen Sie die Masse des aufgeschütteten Kieses! ($\rho = 2{,}2\ \mathrm{t/m^3}$)

d) Ein zweiter kegelförmiger Kieshaufen habe den gleichen Schüttwinkel, sei aber doppelt so hoch wie der erste. In welchem Verhältnis stehen
- die Radien,
- die Volumen dieser beiden Kegel?

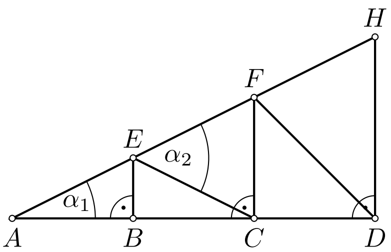
Aufgabe 7.2

Während der Getreideernte wird neben dem Mähdrescher E 512 immer häufiger der leistungsfähigere Typ E 516 eingesetzt. In der ersten Schicht ernteten 9 Mähdrescher vom Typ E 512 und 3 vom Typ E 516 zusammen eine Fläche von 180 ha ab.
In der zweiten Schicht ernteten 6 Mähdrescher vom Typ E 512 und 5 vom Typ E 516 unter sonst gleichen Bedingungen zusammen 192 ha ab.

a) Berechnen Sie die Größe der Fläche, die von einem E 512 und die Größe der Fläche, die von einem E 516 unter diesen Bedingungen in einer Schicht abgeerntet wurde! (Probe!)

b) Wieviel Hektar könnte ein Mähdrescher E 516 in einer Schicht von 8 Stunden abernten, wenn er ohne Unterbrechung mit einer durchschnittlichen Arbeitsgeschwindigkeit von 7,0 km/h fahren und seine volle Arbeitsbreite von 6,60 m ausnutzen würde?

Aufgabe 7.3



Die nebenstehende Abbildung (nicht maßstäblich) zeigt das Konstruktionsschema eines Dachbinders.
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2{,}40$ m; $\overline{DH} = 3{,}00$ m.

a) Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{BE}$ und $\overline{CF}$!

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AH}$.

c) Berechnen Sie die Größe des Winkels α_1!

d) Begründen Sie, dass das Dreieck ACE gleichschenklig ist!
Begründen Sie, dass $\alpha_2 = 2\alpha_1$ ist!

1.27 Abschlussprüfung 1983

Aufgabe 1

a) Im Jahre 1980 wurden in der DDR 98,8 Mrd. kWh Elektroenergie erzeugt. 1985 sollen 13,0 % mehr Elektroenergie erzeugt werden als 1980. Berechnen Sie diese Steigerung! (Angabe in Mrd. kWh) Wieviel Elektroenergie soll 1985 insgesamt erzeugt werden?

b) 1980 wurden von den insgesamt erzeugten 98,8 Mrd. kWh Elektroenergie 77,2 Mrd. kWh aus Rohbraunkohle gewonnen. Wieviel Prozent der Elektroenergie wurden aus Rohbraunkohle erzeugt?
Stellen Sie diesen Anteil in einem Kreisdiagramm dar! (Schraffieren Sie den entsprechenden Sektor!)

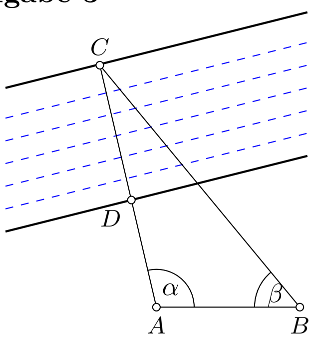
Aufgabe 2

Gegeben ist die Ungleichung $15 - 3x > 5(x - 1) \qquad (x \in \mathbb{R})$.
a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)

b) Geben Sie von den Zahlen $-4; 2{,}5; \frac{27}{10}; 0{,}05$ diejenigen an, die diese Ungleichung erfüllen!

c) Die Ungleichung hat die Lösungsmenge L, die Menge der natürlichen Zahlen sei $\mathbb{N}$. Geben Sie alle Elemente des Durchschnitts der Mengen L und $\mathbb{N}$ an!

Aufgabe 3



Eine Pionierkompanie der NVA erhielt den Befehl, über einen Fluss einen Übergang vom Punkt D zum Punkt C zu schaffen (siehe nebenstehende, nicht maßstäbliche Abbildung). Durch Messung wurden ermittelt:
$\overline{AB} = c = 85$ m; $\overline{AD} = d = 12$ m
Winkel $CAB = \alpha = 106°$; Winkel $ABC = \beta = 28°$

a) Konstruieren Sie das Dreieck ABC in einem geeigneten Maßstab! Tragen Sie den Punkt D ein, und ermitteln Sie die Länge des Flussüberganges $\overline{DC}$ mit Hilfe der Konstruktion!

b) Berechnen Sie die Größe des Winkels $BCA = \gamma$!

c) Berechnen Sie die Länge der Strecke $AC = b$! Berechnen Sie die Länge des Flussüberganges $\overline{DC}$!

Aufgabe 4

Durch die Gleichung $y = x^2 - 5x + \frac{9}{4} \qquad (x \in \mathbb{R})$ ist eine Funktion gegeben.

a) Vervollständigen Sie die zu dieser Funktion gehörende Wertetabelle!

x	0	5
y		

b) Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!

c) Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel. Ermitteln Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes!

d) Zeichnen Sie diese Parabel mindestens im Intervall $0 \leq x \leq 5$!

Aufgabe 5

Vermindert man das Quadrat einer ungeraden natürlichen Zahl um 1, so ist diese Differenz stets durch 4 teilbar.

a) Wählen Sie eine ungerade Zahl, und zeigen Sie, dass die Aussage für diese Zahl gültig ist!

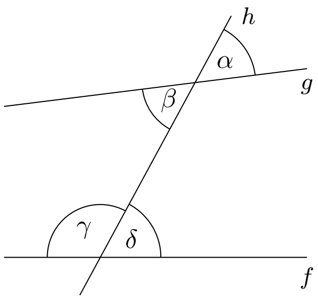
b) Geben Sie unter Verwendung der Variablen n $(x \in \mathbb{N})$ eine allgemeine Darstellung einer ungeraden natürlichen Zahl an!

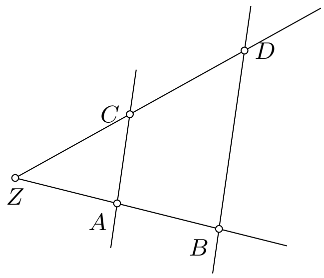
c) Beweisen Sie, dass obenstehende Aussage für jede ungerade natürliche Zahl gültig ist!

Aufgabe 6
a) Berechnen Sie $\sqrt{1{,}44 \cdot 10^4}$

b) Ermitteln Sie $\sin 118°$ und $\cos 118°$.

c) Welche der Winkel α, β, γ und δ (siehe Abbildung unten links, nicht maßstäblich) bilden ein Paar von Wechselwinkeln? Geben Sie eine Bedingung dafür an, dass Wechselwinkel kongruent zueinander sind.





d) Gegeben sind: $\overline{ZA} = 3$ cm; $\overline{ZB} = 12$ cm; $\overline{ZC} = 5$ cm. Berechnen Sie die Länge von $\overline{ZD}$. (siehe Abbildung oben rechts; $AC \parallel BD$, nicht maßstäblich)

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Eine Feldbaubrigade erntete mit 6 Kartoffelvollerntemaschinen gleichen Typs in 40 Stunden ein 48 ha großes Feld ab.

a) Insgesamt wurden dabei 9600 dt Kartoffeln geerntet. Berechnen Sie den Ertrag pro Hektar.

b) Berechnen Sie die Größe der Fläche, die von einer Maschine in einer Stunde abgeerntet werden kann.

c) Welche Zeit hätte man beim Einsatz von 8 solcher Maschinen gebraucht?

d) In welcher Gesamtzeit hätte diese Feld abgeerntet werden können, wenn man nach einem 15stündigen Einsatz dieser 8 Maschinen noch 2 solcher Maschinen zusätzlich eingesetzt hätte?

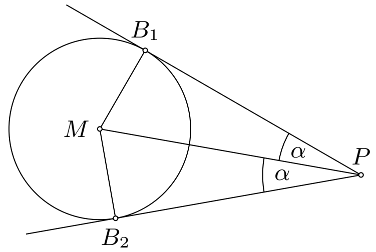
Aufgabe 7.2
Ein gerader Kreiszylinder mit der Höhe h und dem Durchmesser d stehe auf seiner Grundfläche. Auf seiner Deckfläche sei eine Halbkugel mit dem gleichen Durchmesser aufgesetzt.

a) Zeichnen Sie den Aufriss eines solchen zusammengesetzten Körpers für $d = h = 4{,}4$ cm!

b) Berechnen Sie das Volumen dieses Körpers für $d = h = 4{,}4$ cm!

c) Bei einem anderen so zusammengesetzten Körper soll das Volumen des Zylinders genau so groß wie das der Halbkugel sein. Berechnen Sie die Höhe dieses Zylinders für $d = 4{,}4$ cm!

Aufgabe 7.3
Von einem Punkt P, der außerhalb eines Kreises um den Punkt M liegt, sind die Tangenten an diesen Kreis gezeichnet. Sie berühren den Kreis in den Punkten B_1 bzw. B_2 (siehe Abbildung, nicht maßstäblich)



$\overline{MB_1} = \overline{MB_2} = r = 4$ cm; Winkel $B_2PB_1 = 2\alpha = 50°$

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{PM} = e$.

b) Berechnen Sie die Länge des Tangentenabschnitts $\overline{PB_1} = t$.

c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks PB_1MB_2.

d) Die Verlängerung von $\overline{PM}$ über M hinaus schneide den Kreis im Punkt Q. Berechnen Sie die Größe des Winkels B_1QB_2.

1.28 Abschlussprüfung 1984

Aufgabe 1
In einem Maschinenbaubetrieb wird ein Schweißroboter eingesetzt.

a) Die bisherige Tagesproduktion von 425 Teilen konnte dadurch um 84,0 % gesteigert werden. Wieviel Teile werden nun täglich gefertigt?

b) Die Herstellungskosten je Stück sanken dadurch von ursprünglich 8,60 M auf 6,90 M. Auf wieviel Prozent wurden die Herstellungskosten gesenkt?

Aufgabe 2
Lösen Sie folgende Gleichung! (Probe!) $3(5x + 3) = 3x–(6x - 18)$; $(x \in \mathbb{R})$

Aufgabe 3
a) Durch die Gleichung $y = x^3$ $(x \in \mathbb{R})$ ist eine Funktion gegeben. Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in ein rechtwinkliges Koordinatensystem!

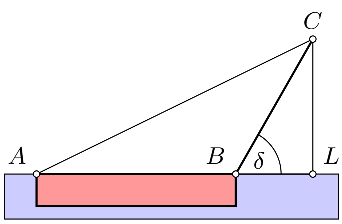
b) Durch die Gleichung $y = \frac{1}{x}$ $(x \in \mathbb{R},\ x \neq 0)$ ist eine weitere Funktion gegeben.
Übertragen Sie die zu dieser Funktion gehörende Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt, und vervollständigen Sie die Tabelle!

x	4	-3	-2	$-\frac{1}{2}$				4
y				-2	4	2	1	

Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem!

c) Die Graphen der beiden Funktionen schneiden einander in den Punkten P_1 und P_2. Geben Sie von jenem der beiden Punkte die Koordinaten an!

Aufgabe 4
Ein Schwimmkran hat die Auflagebreite $\overline{AB} = 31$ m. Sein schwenkbarer Ausleger hat die Länge $\overline{BC} = 24$ m.(siehe stark vereinfachte Abbildung, nicht maßstäblich).
Berechnen Sie für den Neigungswinkel $LBC = \delta = 60°$



a) Die Arbeitsweite $\overline{BL}$,

b) Die Länge $\overline{AC}$ des Spannseiles!

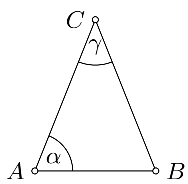
Aufgabe 5
Gegeben sei ein Kreis mit einer Sehne $\overline{AB}$, die nicht durch den Mittelpunkt des Kreises verläuft. Ferner seien $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ Durchmesser des Kreises.

a) Zeichnen Sie eine entsprechende Planfigur, und tragen Sie die Strecken $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$ ein!

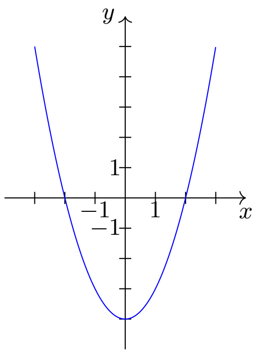
b) Bestimmen Sie die Größe des Winkels BAD und die des Winkels CBA unter Verwendung eines geeigneten Satzes! Welchen Satz haben Sie benutzt?

c) Beweisen Sie, dass die Dreiecke ABC und ABD zueinander kongruent sind!

Aufgabe 6
a) Für ein Dreieck ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC}$ (siehe nebenstehende Abbildung) sei $\alpha = 50°$. Geben Sie die Größe von γ an!



b) Ermitteln Sie das Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge $a = 3{,}35$ m!



c) Berechnen Sie $(3x + 5y)^2$!

d) Durch die Gleichung $y = 2x–4$ ($x \in \mathbb{R}$) ist eine Funktion gegeben. Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion! Berechnen Sie deren Nullstelle!

e) Nebenstehende Abbildung zeigt den Graph einer quadratischen Funktion! Geben Sie deren Gleichung an!

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1

a) Durch die Gleichung $y = 3 \cdot \sin 2x$ ist eine Winkelfunktion gegeben.
Skizzieren Sie den Graph dieser Funktion mindestens im Intervall $0 < x < 2\pi$!

b) Von einer Funktion $y = a \cdot \sin bx$ ($a,b > 0$; $x \in \mathbb{R}$) sind bekannt: Wertebereich: $-1{,}5 < y < 1{,}5$; kleinste Periode: 4π.
Wie lautet die Gleichung dieser Funktion? Geben Sie die Nullstellen dieser Funktion im Intervall $0 < x < 2\pi$ an!

c) Zur Beschreibung harmonischer Schwingungsvorgänge wird die Gleichung

$$y = f(t) = y_{\max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

verwendet. Skizzieren Sie in einem geeigneten Koordinatensystem den zeitlichen Verlauf einer vollen Schwingung für den Fall $y_{\max} = 6$ cm und $T = 2$ s!

Aufgabe 7.2

Das Dach eines Turmes hat die Form einer geraden Pyramide. Ihre Grundfläche ist ein Quadrat mit der Seitenlänge $a = 4{,}4$ m. Die Höhe h der Pyramide beträgt 6,1 m.

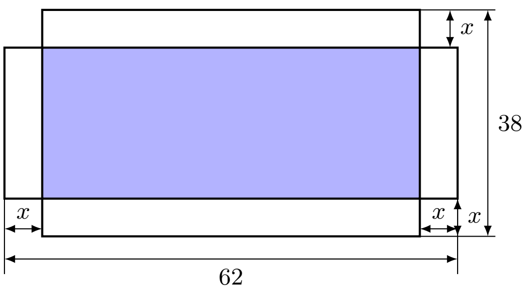
a) Stellen Sie diese Pyramide im Maßstab 1 : 100 in Kavalierperspektive dar!

b) Zeichnen Sie die Höhe h der Pyramide und die Höhe h_S einer Seitenfläche ein!

c) Das Dach dieses Turmes soll neu gedeckt werden. Für 1 m^2 Dachfläche sind 54 Ziegel zu planen. Berechnen Sie, wieviel Dachziegel insgesamt bereitgestellt werden müssen!

Aufgabe 7.3

Zur Herstellung oben offener quaderförmiger Kästen stehen gleich große rechteckige Blechplatten mit 62 cm Länge und 38 cm Breite zur Verfügung. Von ihnen werden an den Ecken quadratische Flächen mit der Seitenlänge x cm herausgeschnitten.
Der schraffierte rechteckige Teil wird zur Grundfläche des Kastens (siehe Abbildung, nicht maßstäblich, alle Maßangaben in cm).



a) Es sei $x = 2{,}5$. Berechnen Sie für diesen Fall das Volumen des Kastens!

b) Der Inhalt der Grundfläche des Kastens betrage 1300 cm^2. Berechnen Sie für diesen Fall den Wert von x! Berechnen Sie das Volumen dieses Kastens.

1.29 Abschlussprüfung 1985

Aufgabe 1
Im Jahre 1975 wurden aus dem Staatshaushalt der DDR für das Bildungswesen (einschließlich Hoch- und Fachschulen) 8,3 Mrd. Mark ausgegeben.

a) 1980 waren die Ausgaben um 18 % höher als 1975. Berechnen Sie die Ausgaben für 1980!

b) 1983 betrugen die Ausgaben 11,1 Mrd. Mark. Auf wieviel Prozent stiegen sie gegenüber 1975?

c) Stellen Sie die Ausgaben für 1975, 1980 und 1983 in einem Diagramm dar! (Beschriftung!)

Aufgabe 2
Gegeben ist das Gleichungssystem

$$y = -2x + 7 \qquad \text{(I)}$$
$$3y - 6 = 9x \qquad (x \in \mathbb{R}) \qquad \text{(II)}$$

a) Lösen Sie dieses Gleichungssystem rechnerisch!

b) Betrachten Sie jede Gleichung des Systems als Gleichung einer linearen Funktion! Stellen Sie die beiden Funktionen in ein und demselben Koordinatensystem dar! Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der beiden Graphen an!

Aufgabe 3
Von einem Dreieck ABC sind gegeben:
$\overline{AB} = c = 8{,}9$ cm; $\overline{AC} = b = 6{,}7$ cm; $\overline{BC} = a = 9{,}7$ cm.

a) Konstruieren Sie dieses Dreieck!

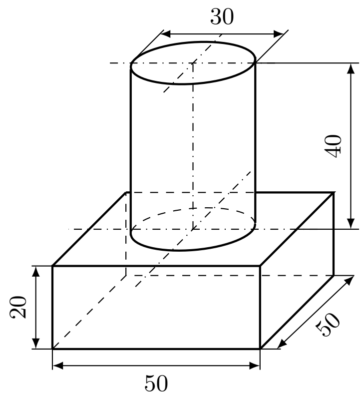
b) Messen Sie die Größe des Winkels $BAC = \alpha$ und geben Sie diesen Messwert an!

c) Berechnen Sie die Größe des Winkels α!

Aufgabe 4
Die nebenstehende Abbildung zeigt ein Werkstück aus Stahl ($\rho = 7{,}8$ g/cm^3), das aus einem quaderförmigen und einem zylinderförmigen Teil besteht.

a) Berechnen Sie die Masse des Werkstücks!

b) Stellen Sie das Werkstück in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1:1 dar! (Benennung der Eckpunkte ist nicht erforderlich.)



Aufgabe 5
a) Geben sie unter Verwendung der Variablen n ($n \in \mathbb{N}$) drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen an, deren kleinste ungerade ist!

b) Beweisen Sie, dass folgende Aussage wahr ist! "Wenn die kleinste von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ungerade ist, so ist deren Summe durch 6 teilbar."

c) Zeigen Sie, dass die Summe von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen nicht immer durch 6 teilbar ist!

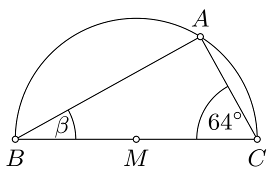
Aufgabe 6
a) Berechnen Sie $42a^2b : (-7a)$, $(a \neq 0)$.

b) Stellen Sie die Formel $A_O = 4\pi r^2$ nach r um $(r \neq 0)$.

c) Ermitteln Sie x in der Gleichung $3^x = 81$.

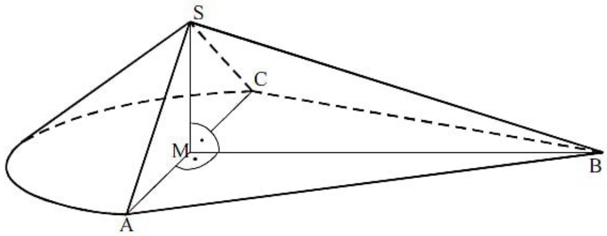
d) Lösen Sie die Ungleichung $5x–3 < 6$ ($n \in \mathbb{R}$). (Probe wird nicht verlangt.) Geben Sie alle natürlichen Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!

e) Ein Dreieck ABC ist einem Halbkreis einbeschrieben (siehe Abbildung oben, nicht maßstäblich). Geben Sie die Größe des Winkels β an!



Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Die Abraumhalde der Schachtanlage "Bernard Koenen" im Mansfelder Bergbaurevier hat angenähert die Form eines Körpers, der aus einem halben geraden Kreiskegel und einer Pyramide zusammengesetzt ist (siehe Abbildung unten, nicht maßstäblich).



Bekannt sind: $\overline{AC} = d = 310$ m; $\overline{MS} = h = 115$ m; $\overline{BS} = l = 380$ m.

a) Berechnen Sie das Volumen des halben Kreiskegels!

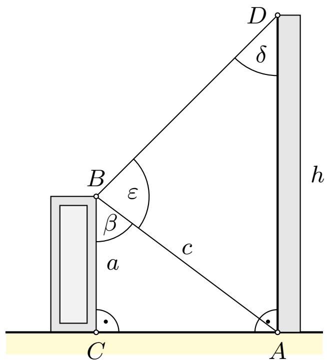
b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{BM}$!

c) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide!
In wieviel Jahren ist diese Halde entstanden, wenn auf ihr jährlich etwa 300000 m^3 Abraum abgelagert wurden?

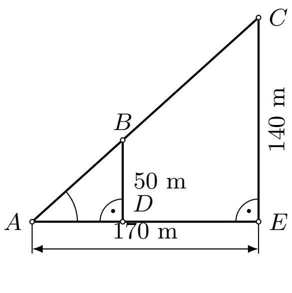
Aufgabe 7.2
Beim Bau eines Schornsteins wird zur Ermittlung der jeweils erreichten Höhe von B aus der Winkel $ABD = \varepsilon$ gemessen (siehe nebenstehende Abbildung, nicht maßstäblich).
Bekannt sind ferner: $\overline{BC} = a = 78{,}2$ m; Winkel $CBA = \beta = 57{,}6°$.

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AB} = c$.

b) An einem bestimmten Tag misst man $\varepsilon = 84{,}3°$. Berechnen Sie die zu diesem Zeitpunkt erreichte Schornsteinhöhe $\overline{AD} = h$!



Aufgabe 7.3
Ein Hubschrauber fliegt mit konstanter Geschwindigkeit auf einer geradlinigen Bahn von A nach C (siehe nebenstehende Abbildung, nicht maßstäblich).



a) Berechnen Sie den Anstiegswinkel α dieser Flugbahn!

b) Von A nach B benötigt der Hubschrauber 7,5 s. Wie lange braucht er von A nach C?

c) Berechnen Sie die Fluggeschwindigkeit des Hubschraubers auf der Strecke $\overline{AC}$. Geben Sie diese Geschwindigkeit in Kilometer je Stunde an!

1.30 Abschlussprüfung 1986

Aufgabe 1
In der DDR werden jährlich erhebliche Mittel aus dem Staatshaushalt zur Sicherung stabiler und niedriger Preise für Waren des Grundbedarfs bereitgestellt.

a) Im Jahre 1982 betrugen die Gesamtausgaben des Staatshaushalts der DDR 182 Milliarden Mark. Davon wurden 11,7 Milliarden Mark zur Stützung von Lebensmittelpreisen ausgegeben. Wieviel Prozent der Gesamtausgaben sind das?

b) Für das Jahr 1983 wurde der Betrag von 11,7 Milliarden Mark um 3,4 Prozent erhöht. Wieviel Milliarden Mark wurden 1983 zur Stützung von Lebensmittelpreisen ausgegeben?

Aufgabe 2
a) Lösen Sie die Ungleichung $2(3x + 5) > 9x - (5 - 2x)$ $(x \in \mathbb{R})$! (Probe wird nicht verlangt.)

b) Geben Sie von den fünf Zahlen -3 ; 0,1 ; 0 ; 3 ; $\frac{37}{10}$ diejenigen an, die diese Ungleichung erfüllen!

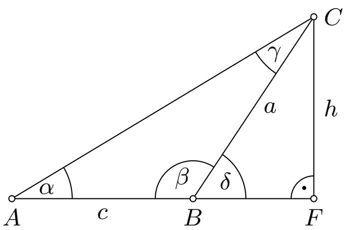
Aufgabe 3
Durch die Gleichung $y = x^2 + 2x - 1{,}25$ $(x \in \mathbb{R})$ ist eine Funktion gegeben.

a) Berechnen Sie die Nullstellen dieser Funktion!

b) Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel. Ihr Scheitelpunkt sei S. Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten von S!

c) Zeichnen Sie die Parabel mindestens im Intervall $-3 \leq x \leq 1$!

d) Welche Zahl ist in die Gleichung $y = x^2 + 2x + q$ für q einzusetzen, damit die dadurch gegebene Funktion genau eine Nullstelle hat?



Aufgabe 4
Um die Höhe $\overline{CF}$ eines Turmes zu ermitteln, dessen Fußpunkt F unzugänglich ist, kann man wie folgt vorgehen: Man steckt eine Standlinie $\overline{AB}$ so ab, dass A, B und F auf einer Geraden liegen, und misst die Erhebungswinkel BAC und FBC (siehe Abbildung, nicht maßstäblich).

Bei einer solchen Messung ermittelte man folgende
Werte: $\overline{AB} = c = 65{,}0$ m; Winkel $BAC = \alpha = 35{,}0°$; Winkel $FBC = \delta = 62{,}0°$.

a) Ermitteln Sie mit Hilfe einer maßstäblichen Konstruktion die Turmhöhe $\overline{CF}$ = h! (Geben Sie diese Höhe in Metern an!)

b) Berechnen Sie die Größe des Winkels $ACB = \gamma$, die Länge der Strecke $\overline{BC} = a$ und die Turmhöhe $\overline{CF} = h$.

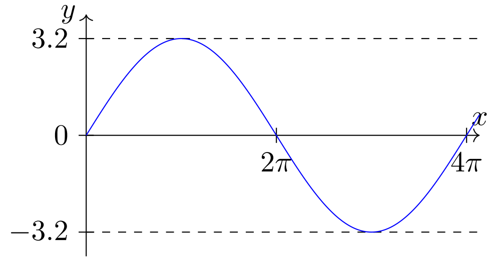
Aufgabe 5
Gegeben ist ein spitzwinkliges Dreieck ABC mit den Höhen $h_c = \overline{CD}$ und $h_a = \overline{AE}$.

a) Zeichnen Sie eine entsprechende Planfigur!

b) Beweisen Sie, dass die Dreiecke ABE und DBC einander ähnlich sind!

Aufgabe 6
a) Schreiben Sie die Zahlen 625000 und 0,074 in der Darstellung mit abgetrennten Zehnerpotenzen (d. h. in der Form $a \cdot 10^m$ mit $a \in \mathbb{R}$; $1 \leq a < 10$; $m \in \mathbb{G}$).

b) Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graph einer Funktion mit der Gleichung $y = a \cdot \sin bx$ im Intervall $0 \leq x \leq 4\pi$. Geben Sie für diese Funktion a und b an!



c) Geben Sie denjenigen Wert von x an, für den der Term $\frac{5}{3x-6}$ nicht definiert ist.

d) Ein Kreis hat einen Umfang von 17,0 m. Wie groß ist sein Durchmesser?

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1

Gegeben ist die Funktion $y = \frac{1}{x^2}$ $(x \in \mathbb{R};\ x \neq 0)$.

a) Übertragen Sie die folgende Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt! Berechnen Sie die fehlenden Funktionswerte!

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
y								

b) Tragen Sie die so erhaltenen Wertepaare in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, und zeichnen Sie den Graph dieser Funktion!

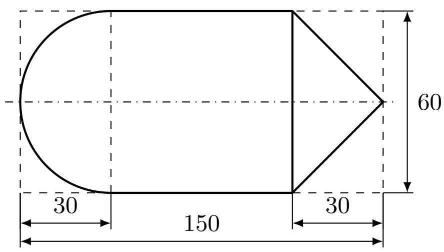
c) Zeigen Sie, dass das Zahlenpaar $\left(\sqrt{50};\ \frac{1}{50}\right)$ zur Funktion gehört!

d) Geben Sie einen Wert für x an, so dass für den zugehörigen y-Wert gilt: $y > 4$.

e) Geben Sie alle positiven Werte für x an, so dass für die zugehörigen y-Werte gilt: $y < \frac{1}{100}$.

Aufgabe 7.2

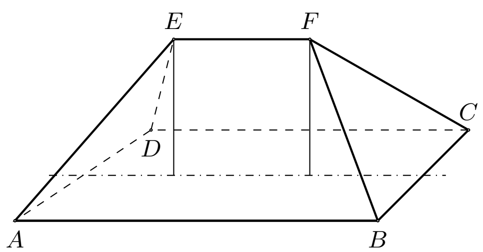
Aus einem zylinderförmigen Rundstahl mit dem Durchmesser $d = 60$ mm und der Länge $l = 150$ mm soll ein Werkstück hergestellt werden, das aus einer Halbkugel, einem Zylinder und einem Kegel besteht (siehe nebenstehende Abbildung, nicht maßstäblich, alle Maßangaben in mm).



Wieviel Prozent beträgt der Materialabfall, der bei der Herstellung des Werkstücks entsteht?

Aufgabe 7.3

Bei der Rekonstruktion eines Altbaus wird das Dach erneuert. Die rechteckige Grundfläche $ABCD$ dieses Daches hat die Abmessungen $\overline{AB} = 16{,}0$ m; $\overline{BC} = 10{,}0$ m. Der Dachfirst $\overline{EF}$ ist 6,0 m lang und liegt 5,0 m über der Grundfläche.
Gegenüberliegende Seitenflächen des Daches sind kongruent (siehe Abbildung; nicht maßstäblich).



a) Stellen Sie dieses Dach in senkrechter Zweitafelprojektion im Maßstab 1 : 200 dar! Bezeichnen Sie die Eckpunkte entsprechend der Abbildung!

b) Konstruieren Sie die wahre Größe und Gestalt der trapezförmigen Seitenfläche $ABFE$ ebenfalls im Maßstab 1 : 200!

c) Berechnen Sie die Länge des Dachbalkens $\overline{BF}$.

1.31 Abschlussprüfung 1987

Aufgabe 1
Im Jahre 1984 wurden im Papierwerk Schwedt 165000 t Altpapier verarbeitet; 1985 waren es 12500 t mehr.

a) Auf wieviel Prozent stieg der Einsatz von Altpapier in Schwedt im Jahre 1985 gegenüber 1984?

b) 62,5 t Altpapier liefern ebensoviel Rohstoff für die Papierherstellung wie 500 siebzigjährige Fichten. Wieviel solcher Fichten bleiben allein durch den zusätzlichen Einsatz von 12500 t Altpapier erhalten?

Aufgabe 2
Eine Funktion ist gegeben durch $y = \frac{1}{2}x + 2$ ($x \in \mathbb{R}$).

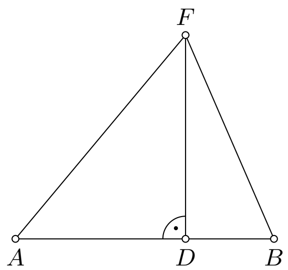
a) Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion, und bezeichnen Sie ihn mit g_1!

b) Berechnen Sie die Nullstelle dieser Funktion!

c) Untersuchen Sie, ob das Zahlenpaar (50; 26) zu dieser Funktion gehört!

d) Zeichnen Sie die Gerade g_2, die durch den Punkt $A(0;-3)$ geht und parallel zu g_1 verläuft! Geben Sie die Gleichung der durch g_2 dargestellten Funktion an!

Aufgabe 3

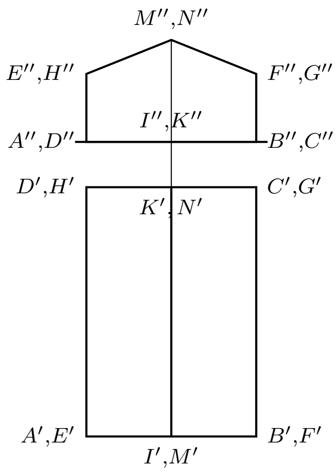


Bei einem Wettbewerb überfliegt ein Segelflugzeug F die Ziellinie $\overline{AB}$. Seine Flughöhe $\overline{DF}$ soll ermittelt werden. Dazu werden von den Punkten A und B aus die Entfernungen zum Flugzeug gemessen (siehe nebenstehende Abbildung, nicht maßstäblich). $\overline{AB} = 1{,}20$ km; $\overline{AF} = 1{,}30$ km; $\overline{BF} = 1{,}10$ km.

a) Ermitteln Sie mit Hilfe einer maßstäblichen Konstruktion die Flughöhe $\overline{DF}$, und geben Sie diese Höhe in Kilometern an (empfohlener Maßstab: 1 km = 10 cm)!

b) Berechnen Sie (ohne zeichnerisch ermittelte Werte zu benutzen) die Größe des Winkels $BAF = \alpha$ und die Flughöhe $\overline{DF}$!

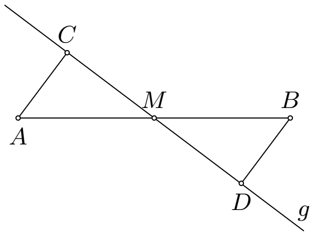
Aufgabe 4
Ein Gewächshaus hat die Gestalt eines fünfseitigen Prismas (siehe nebenstehende Abbildung, nicht maßstäblich).
$\overline{AB} = 7{,}5$ m; $\overline{AE} = \overline{BF} = 2{,}0$ m;
$\overline{AD} = \overline{BC} = 18{,}0$ m; $\overline{IM} = 3{,}5$ m; $\overline{AI} = \overline{IB}$.



a) Stellen Sie dieses Prisma in Kavalierperspektive im Maßstab 1 : 100 dar! (Bezeichnung der Eckpunkte ist nicht erforderlich.)

b) In diesem Gewächshaus sollen Gurken angebaut werden. Berechnen Sie die dafür nutzbare Fläche, wenn 15 m^2 der überdachten Fläche auf Wege entfallen!

c) Für eine Ernteperiode ist ein Ertrag von 17,5 kg Gurken je Quadratmeter geplant. Wieviel Kilogramm Gurken sieht der Plan für dieses Gewächshaus vor?



Aufgabe 5
Durch den Mittelpunkt M einer Strecke $\overline{AB}$ verlaufe die Gerade g. Die Lote von den Punkten A und B auf diese Gerade g haben die Fußpunkte C und D (siehe nebenstehende Abbildung). Beweisen Sie, dass die Dreiecke AMC und BMD zueinander kongruent sind!

Aufgabe 6

a) Berechnen Sie! $\dfrac{3{,}2 \cdot 10^9 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-3}}{1{,}6 \cdot 10^4}$.

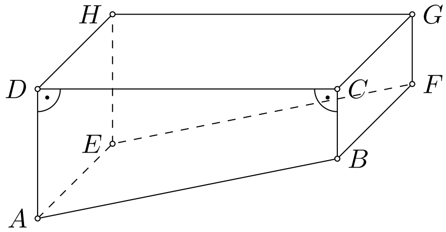
b) Ermitteln Sie alle Nullstellen der Funktion $y = x^2 - 4$ ($x \in \mathbb{R}$).

c) Stellen Sie die Formel $A = \frac{1}{2}bc \cdot \sin\alpha$ nach $\sin\alpha$ um.

d) Berechnen Sie! $(2a + 5x) \cdot (4a - 3x)$. Fassen Sie soweit wie möglich zusammen.

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Der mit Wasser zu füllende Teil eines Schwimmbeckens hat die Form eines geraden Prismas. Die Grundfläche des Prismas ist das Trapez $ABCD$ (siehe Abbildung, nicht maßstäblich). Zum Füllen des Beckens werden 1,5 m^3 Wasser je Minute eingelassen.

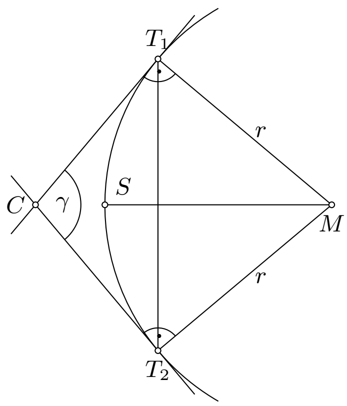


$\overline{AD} = 2{,}60$ m; $\overline{BC} = 1{,}40$ m; $\overline{DC} = 50{,}0$ m; $\overline{CG} = 22{,}5$ m.

a) Wieviel Stunden würde das vollständige Füllen des leeren Beckens dauern?

b) Um wieviel tiefer liegt der Wasserspiegel gegenüber dem vollständig gefüllten Becken, wenn nur 20 Stunden lang Wasser eingelassen wurde?

Aufgabe 7.2
Zwei gerade Eisenbahngleise bilden den Winkel γ. Sie sollen durch ein Gleis verbunden werden, das die Form eines Kreisbogens hat. Dazu benötigt man die Entfernungen der Punkte T_1, T_2 und S vom Punkt C (siehe nicht maßstäbliche Abbildung).
$\overline{MT_1} = \overline{MT_2} = r = 550$ m; Winkel $T_1CT_2 = \gamma = 100{,}0°$; Winkel MT_1C = Winkel $MT_2C = 90°$.



a) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CT_1}$.

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CS}$.

c) Berechnen Sie die Länge des Kreisbogens $\overset{\frown}{T_1T_2}$.

Aufgabe 7.3
Die Dresdener Standseilbahn fährt von der Station K am Körnerplatz hinauf zur Station L an der Gaststätte Luisenhof. Dabei überwindet sie auf einer Gesamtstrecke von 544 m einen Höhenunterschied von 95,0 m. Die Fahrzeit beträgt 5,0 min.
(Die Strecke werde als geradlinig und die Geschwindigkeit als konstant angenommen.)

a) Fertigen Sie eine Skizze an und berechnen Sie die Größe des Anstiegswinkels!

b) Welchen Höhenunterschied überwindet die Bahn in 2,0 min Fahrzeit?

c) Berechnen Sie die Fahrgeschwindigkeit dieser Bahn!

d) Geben Sie diese Geschwindigkeit in Kilometer je Stunde an!

e) In welcher Länge erscheint die Strecke $\overline{KL}$ auf einer Landkarte, deren Maßstab 1 : 1000 ist?

1.32 Abschlussprüfung 1988

Aufgabe 1

Gegeben ist die Ungleichung $12 - x > \dfrac{3(2x+4)}{2}$; $(x \in \mathbb{R})$

a) Lösen Sie diese Ungleichung! (Probe wird nicht verlangt.)

b) Geben Sie alle natürlichen Zahlen an, die diese Ungleichung erfüllen!

c) Nennen Sie von den folgenden Zahlen diejenigen, die diese Ungleichung erfüllen!
$\frac{11}{5}$; 1,5; −0,3; $\sqrt{5}$; $\sqrt{1{,}69}$

Aufgabe 2

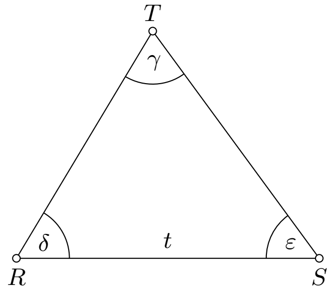
In einem Betriebsteil werden Bauelemente hergestellt.

a) Die tägliche Warenproduktion konnte in diesem Bereich durch Verbesserung der Arbeitsorganisation von 75000 Mark auf 78000 Mark erhöht werden. Um wieviel Prozent stieg diese Produktion?

b) Eine bestimmte Serie von Bauelementen wird von 12 Automaten mit gleicher Leistung in 35 Stunden hergestellt. Wie lange würde die Fertigung dieser Serie nur dauern, wenn statt dessen 15 solcher Automaten zum Einsatz kämen?

Aufgabe 3

Ein Waldstück, das die Form eines Dreiecks hat, wurde vermessen (siehe Skizze, nicht maßstäblich). Dabei wurden ermittelt:
$\overline{RS} = t = 850$ m, Winkel $SRT = \delta = 55°$,
Winkel $TSR = \varepsilon = 42°$



a) Konstruieren Sie dieses Dreieck in einem geeigneten Maßstab!

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Waldstücks aus den gegebenen Stücken, und geben Sie ihn in Hektar an!

Aufgabe 4

a) Durch die Gleichung $y = x^2 - 6x + 7$ $(x \in \mathbb{R})$ ist eine Funktion gegeben.
- Berechnen Sie deren Nullstellen!
- Der Graph dieser Funktion ist eine Parabel. Geben Sie die Koordinaten ihres Scheitelpunktes an, und zeichnen Sie die Parabel!

b) Eine weitere Funktion hat die Gleichung $y = x - 3$ $(x \in \mathbb{R})$. Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem!

c) Die Graphen der beiden Funktionen schneiden einander in den Punkten A und B. Geben Sie die Koordinaten von A und B an!

Aufgabe 5

a) Beweisen Sie, dass folgende Aussage wahr ist!
"Die Summe von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist stets durch 3 teilbar."

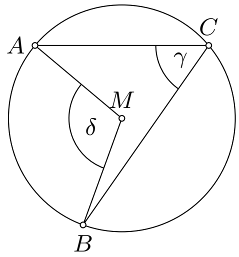
b) Zeigen Sie, dass die folgende Aussage falsch ist!
"Die Summe von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist stets durch 2 teilbar."

Aufgabe 6

a) Ein Rechteck ist 8 cm lang und 6 cm breit. Berechnen Sie die Länge seiner Diagonalen!

b) Berechnen Sie den Wert des Terms $a^2 + ab + ac$ für $a = 3{,}5$; $b = 1{,}5$; $c = -3$.

c) Die nebenstehende nicht maßstäbliche Skizze zeigt einen Kreis mit dem Mittelpunkt M. Geben Sie die Größe von γ an, wenn $\delta = 142{,}2°$.



d) Durch die Gleichung $y = 3\sin x$ ($x \in \mathbb{R}$) ist eine Funktion gegeben.
- Skizzieren Sie den Graph dieser Funktion mindestens im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$
- Geben Sie den Wertebereich dieser Funktion an

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
Um den Bedarf an Leder für die Produktion von Fußbällen zu berechnen, kann man einen Fußball als eine Kugel auffassen, die einen Umfang von 68 cm hat.

a) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt einer solchen Kugel!

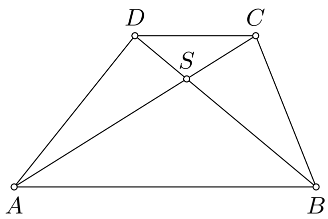
b) Bei der Anfertigung von Fußbällen müssen 35 % mehr Material (für Nähte, Verschnitt usw.) bereitgestellt werden, als der Oberflächeninhalt der Kugel beträgt. Wieviel Quadratmeter Leder werden für die Herstellung von 100 solcher Fußbälle benötigt?

c) Der Durchmesser des Fußballs ist 5-mal so groß wie der eines Tischtennisballs.
Der Oberflächeninhalt des Fußballs ist a-mal so groß wie der des Tischtennisballs. Das Volumen des Fußballs ist b-mal so groß wie das des Tischtennisballs.
Geben Sie a und b an!

Aufgabe 7.2
Gegeben ist ein Trapez $ABCD$ mit $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Die Diagonalen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ schneiden einander im Punkt S (siehe Skizze; nicht maßstäblich)

a) Beweisen Sie, dass die Dreiecke ABS und CDS einander ähnlich sind!

b) Berechnen Sie die Länge von $\overline{SB}$ für
$\overline{SA} = 20$ cm, $\overline{SC} = 12$ cm, $\overline{SD} = 3$ cm.



c) - Begründen Sie, dass die Dreiecke ABD und ABC einander flächengleich sind!
- Entscheiden Sie, ob die Dreiecke ASD und CSB einander flächengleich sind! Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Aufgabe 7.3
Ein Würfel habe die Kantenlänge a. Seine Grundfläche sei mit $ABCD$, seine Deckfläche mit $EFGH$ bezeichnet.
Dabei liege E über A, F über B, G über C und H über D. Auf der Kante $\overline{AB}$ liege ein Punkt I, auf der Kante $\overline{EF}$ liege ein Punkt K, so dass gilt $\overline{IB} = \overline{KF} = \frac{a}{3}$.
Dieser Würfel werde von einer Ebene, die durch die Punkte $ICGK$ geht, geschnitten.

a) Stellen Sie einen solchen Würfel einschließlich der Schnittfigur für $a = 6$ cm
- in Kavalierperspektive und
- in senkrechter Zweitafelprojektion dar!

b) Zeigen Sie, dass das Volumen des Körpers $IBCGKF$ für jede beliebige Kantenlänge a genau $\frac{1}{6}$ des Würfelvolumens ist!

1.33 Abschlussprüfung 1989

Aufgabe 1
Eine LPG bewirtschaftet 3450 ha landwirtschaftliche Nutzfläche.
Im Jahre 1988 wurden davon auf 1820 ha Getreide, auf 625 ha Hackfrüchte und auf 145 ha Gemüse angebaut. Der Rest sind Wiesen.

a) Wieviel Hektar wurden für Wiesen genutzt?

b) Wieviel Prozent der landwirtschaftlichen Nutzfläche entfielen auf jede der vier angegebenen Kulturen? Geben Sie die Prozentsätze auf eine Dezimalstelle genau an!

c) Diese Anteile sollen in einem Kreisdiagramm dargestellt werden.
- Geben Sie die dafür benötigten Winkelgrößen an!
- Zeichnen Sie ein solches Diagramm!

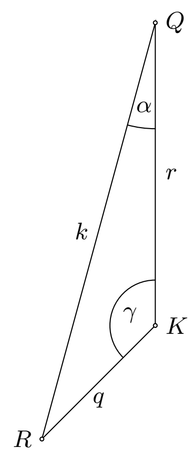
Aufgabe 2
Gegeben ist das Gleichungssystem

$$y = -x + 7 \qquad \text{(I)}$$
$$-6x + 2y = 6 \qquad \text{(II)}$$

a) Lösen Sie das System rechnerisch!

b) Jede der Gleichungen beschreibt eine Gerade.
- Stellen Sie diese Geraden graphisch dar!
- Geben Sie die Koordinaten ihres Schnittpunktes an!

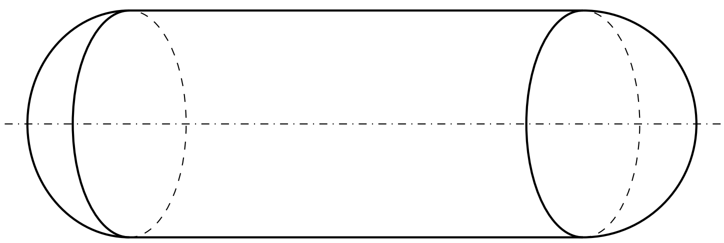
Aufgabe 3
Von einer Küstenstation K aus wird ein Schiff beobachtet, das sich von Q nach R geradlinig bewegt.
Der Punkt Q befindet sich genau nördlich von K (siehe Skizze, nicht maßstäblich). Dabei wurden gemessen:
$\overline{KQ} = r = 9{,}8$ km, $\overline{KR} = q = 6{,}9$ km, Winkel $RKQ = \gamma = 125°$.



a) Ermitteln Sie durch eine maßstäbliche Konstruktion den Winkel $RQK = \alpha$, um den der Kurs des Schiffes von der Nord-Süd-Richtung abweicht, und geben Sie seine Größe an!

b) Berechnen Sie den zurückgelegten Weg des Schiffes und die Größe des Winkels α.

Aufgabe 4
In einem Betrieb werden Behälter verwendet, die nachstehende Form haben (siehe Skizze, nicht maßstäblich).



Ein solcher Behälter kann als Körper aufgefasst werden, der aus einem Zylinder und zwei Halbkugeln besteht. Der Zylinder hat eine Höhe von 3,55 m, die Durchmesser des Zylinders und der Halbkugel betragen 1,46 m. (Die Wandstärke des Behälters bleibt unberücksichtigt.)

a) Berechnen Sie das Volumen des Behälters!

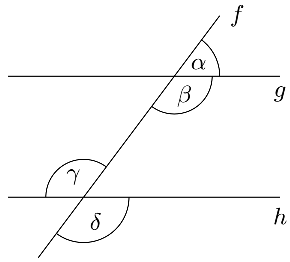
b) Um den Materialbedarf für einen äußeren Farbanstrich zu ermitteln, benötigt man seinen Oberflächeninhalt. Berechnen Sie diesen!

Aufgabe 5
Gegeben sei ein Kreis mit dem Mittelpunkt M. Ein Punkt A dieses Kreises sei Endpunkt zweier gleich langer Sehnen $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$.

a) Zeichnen Sie eine entsprechende Planfigur!

b) Beweisen Sie unter Verwendung eines Kongruenzsatzes, dass die Dreiecke ABM und AMC zueinander kongruent sind!

Aufgabe 6
a) Berechnen Sie $-1{,}2y^5 : (-4y^3)$ $(y \neq 0)$.



b) Berechnen Sie $\dfrac{2{,}25 \cdot 47{,}28}{6{,}74 - 14{,}62}$.

c) Übertragen Sie die folgende Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt, und vervollständigen Sie diese (siehe Skizze).

Bezeichnung	Winkelpaar
Nebenwinkel	
	$(\beta;\gamma)$

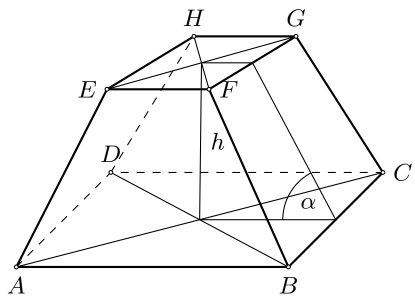
d) Geben Sie alle Lösungen der Gleichung an! $x(x-3{,}5) = 0$

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1
a) Geben Sie das Produkt aus dem Vorgänger und dem Nachfolger einer beliebigen natürlichen Zahl n an $(n \neq 0)$.

b) In einem speziellen Fall sei das Doppelte des Produktes aus dem Vorgänger und dem Nachfolger einer natürlichen Zahl n um 68 größer als das Vierfache dieser Zahl n.
Berechnen Sie für diesen Fall die natürliche Zahl n. (Probe!)

Aufgabe 7.2
Die Skizze zeigt ein Schrägbild eines geraden quadratischen Pyramidenstumpfes $ABCDEFGH$.
$\overline{AB} = a = 7{,}2$ cm, $\overline{EF} = b = 2{,}8$ cm, $h = 4{,}5$ cm



a) Stellen Sie diesen Pyramidenstumpf in senkrechter Zweitafelprojektion dar! (Bezeichnen Sie die Eckpunkte!)

b) Konstruieren Sie die wahre Länge der Seitenkante $\overline{BF}$ dieses Pyramidenstumpfes, und geben Sie diese Länge an!

c) Berechnen Sie die Größe des Neigungswinkels α einer Seitenfläche gegen die Grundfläche (siehe Skizze, nicht maßstäblich). Runden Sie auf volle Grad.

Aufgabe 7.3
a) Durch die Gleichung $y = f(x) = x^2 + 2x - 2$ ist eine Funktion gegeben.
- Geben Sie ihren Wertebereich an!
- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion mindestens im Intervall $-4 \leq x \leq 2$!

b) Durch die Gleichung $y = g(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ $(x > 0)$ ist eine weitere Funktion gegeben.

- Übertragen Sie die folgende Tabelle auf Ihr Arbeitsblatt, und berechnen Sie die fehlenden Werte!

x	0	0,2	0,7	1,5	2	4
$g(x) = \sqrt[3]{x}$			0,9			

- Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in dasselbe Koordinatensystem!

c) Die Graphen schneiden einander in $P(x_p; y_p)$.
- Geben Sie die Koordinaten von P an!
- Überprüfen Sie rechnerisch, ob das von Ihnen angegebene Zahlenpaar zu beiden Funktionen gehört! (Antwortsatz!)

1.34 Abschlussprüfung 1990

Aufgabe 1
Die folgende Tabelle zeigt die Entwicklung des Agrarfluges am Beispiel eines agrochemischen Zentrums:

Jahr	1978	1983	1988
betreute Fläche in Hektar	7400	8300	9600

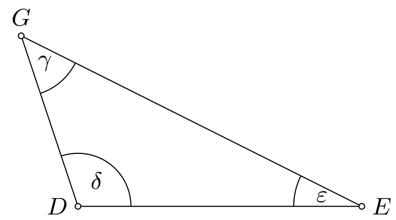
a) Stellen Sie diese Entwicklung anhand der Angaben in einem Diagramm dar!

b) Auf wieviel Prozent erhöhte sich die Größe der im Jahre 1988 betreuten Fläche gegenüber 1978?

c) Für eine Weidefläche waren bisher 25 Überflüge von je 28 m Arbeitsbreite notwendig. Durch eine verbesserte Technologie beträgt die Arbeitsbreite jetzt 32 m. Wie viele Überflüge sind nun für diese Weidefläche notwendig?

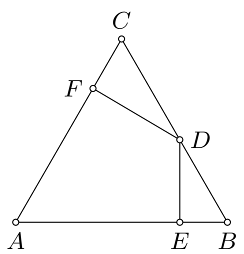
Aufgabe 2
Die Summe zweier Zahlen ist 5. Wird das Dreifache der ersten Zahl um 2,2 vermindert, so erhält man die zweite Zahl.
Ermitteln Sie diese Zahlen. (Probe!)

Aufgabe 3
Ein Waldstück, das die Form eines Dreiecks hat, wurde vermessen (siehe Skizze, nicht maßstäblich).
$\overline{DE} = g = 660$ m, $\overline{EG} = d = 970$ m, $\overline{GD} = e = 580$ m



a) Konstruieren Sie dieses Dreieck in einem geeigneten Maßstab, und geben Sie den gewählten Maßstab an!

b) Berechnen Sie aus den gegebenen Seitenlängen den Flächeninhalt des Waldstücks, und geben Sie ihn in Hektar an!



Aufgabe 4
In einem gleichseitigen Dreieck ABC sei D ein beliebiger Punkt zwischen B und C.
Die Fußpunkte der Lote von D auf die Seiten $\overline{AB}$ bzw. $\overline{AC}$ seinen E bzw. F (siehe Skizze).

a) Beweisen Sie, dass die Dreiecke DEB und DFC einander ähnlich sind.

b) Geben Sie eine Bedingung für die Lage des Punktes D an, so dass die Dreiecke DEB und DFC zueinander kongruent sind!

c) Begründen Sie, dass der Winkel FDE für jede Lage von D zwischen B und C die gleiche Größe hat!

Aufgabe 5
Gegeben sind die Punkte $A(-4; 0)$, $B(0; 2)$ und $C(-2; 5)$.

a) Tragen Sie in ein Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung O die Punkte A, B und C ein! (Koordinateneinheit: 1 cm)

b) Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{AB}$, und runden Sie auf ganze Millimeter!

c) Berechnen Sie die Größe des Winkels OAB, und runden Sie auf ganze Grad!

d) Geben Sie die Funktionsgleichung der Geraden an, die durch die Punkte B und C verläuft!

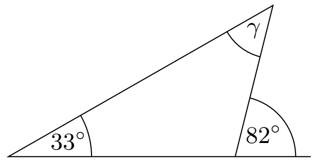
Aufgabe 6

a) Berechnen Sie $\frac{1{,}5 \cdot 10^{12} \cdot 5{,}2 \cdot 10^{-2}}{2{,}6 \cdot 10^{6}}$.

b) Geben Sie die Summe $\frac{2}{3} + \frac{4}{7}$ als gemeinen Bruch an!

c) Gegeben ist die Gleichung $\sin x = 0{,}36$ $(0° \leq x \leq 360°)$. Ermitteln Sie alle Lösungen im angegebenen Intervall auf zehntel Grad!

d) Stellen Sie die folgende Gleichung nach b um! $\frac{a+b}{c} = d$, $c \neq 0$.



e) Geben Sie die Größe des Winkels γ an (siehe Skizze).

Von den folgenden Wahlaufgaben 7.1, 7.2 und 7.3 brauchen Sie nur e i n e zu lösen.

Aufgabe 7.1

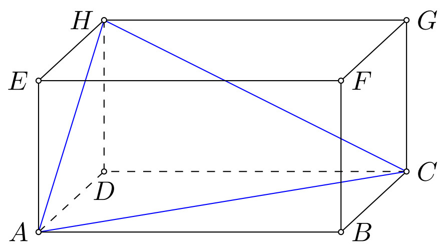
Gegeben seien vier beliebige aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.

a) Beweisen Sie, dass die Summe aus der ersten und der letzten dieser Zahlen stets gleich der Summe aus den beiden anderen Zahlen ist!

b) Es seien
S_1 die Summe aus den Quadraten der ersten und der letzten Zahl und
S_2 die Summe aus den Quadraten der beiden anderen Zahlen.
- Untersuchen Sie, ob S_1 stets gleich S_2 ist!
- Beweisen Sie, dass die Differenz $S_1 - S_2$ konstant ist!

Aufgabe 7.2

Gegeben ist ein Quader $ABCDEFGH$. Durch die Punkte A, C und H wird ein ebener Schnitt gelegt, der diesen in zwei Teilkörper zerlegt.
$\overline{AB} = 8{,}4$ cm, $\overline{BC} = 5{,}3$ cm, $\overline{AE} = 3{,}6$ cm, (Skizze nicht maßstäblich)



a) Stellen Sie den Teilkörper $ACDH$ in senkrechter Zweitafelprojektion dar! Bezeichnen Sie die Punkte entsprechend der Skizze!

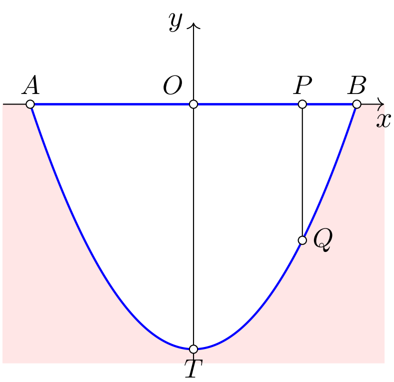
b) Ermitteln Sie den Anteil des Volumens des Teilkörpers $ACDH$ am Volumen des Quaders!

Aufgabe 7.3

Die Skizze zeigt den Querschnitt einer Rinne. Ihr parabelförmiger Bogen kann durch die Gleichung

$$y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 9$$

(Koordinateneinheit: 1 cm)



a) Geben Sie die Tiefe $\overline{OT}$ an!

b) Berechnen Sie die Breite $\overline{AB}$!

c) Zwischen O und B liegt ein Punkt P. In welchem Abstand $\overline{PB}$ vom Rand der Rinne beträgt deren Tiefe $\overline{PQ}$ 5 cm?