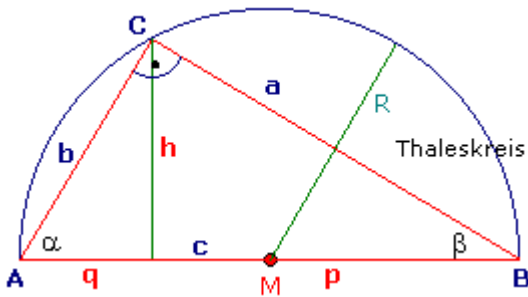




## Satz des Pythagoras - Anwendung

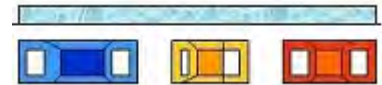
### Aufgabe 1

Von einem rechtwinkligen Dreieck sind die Seite  $a = 5 \text{ cm}$  und die Höhe  $h = 3 \text{ cm}$  bekannt. Berechne  $c$ ,  $b$  und  $\alpha$ .



### Aufgabe 2

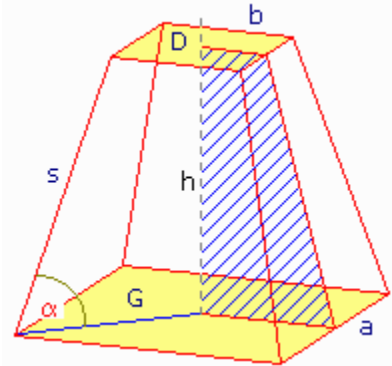
Herr Mustermann fühlt sich mit seinem Kleinwagen von 3,20 m Länge und 1,60 m Breite hoffnungslos zugeparkt, weil nach vorn und hinten jeweils nur 30cm Rangierplatz sind. Kann er ausparken? Begründe mit einer Rechnung.



### Aufgabe 3

Berechne die Länge der Seitenkante  $s$  und die Größe des Winkels  $\alpha$  des dargestellten quadratischen Pyramidenstumpfes, von dem folgende Maße bekannt sind:

- Höhe:  $h = 10 \text{ cm}$
- Grundfläche:  $a = 8 \text{ cm}$
- Deckfläche:  $b = 5 \text{ cm}$



### Aufgabe 4

- a) Der Rand eines kreisrunden Beets ( $d = 3,2 \text{ m}$ ) soll mit Steinen eingefasst werden. Man rechnet 8 Steine auf 1 m. Wie viele Steine werden benötigt?
- b) Das Beet soll mit Rosen bepflanzt werden. Man rechnet 4 Rosen auf  $1 \text{ m}^2$ . Wie viele Rosen sind zu bestellen?

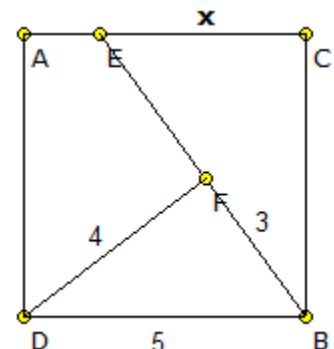
### Aufgabe 5

In ein Quadrat mit der Kantenlänge  $a$  ist ein Kreis so einbeschrieben, dass die Seitenkanten berührt werden. In diesem Kreis befindet sich wieder ein Quadrat, dessen Eckpunkte auf dem Kreis liegen.

In welchem Verhältnis stehen die Flächen der beiden Quadrate zueinander?

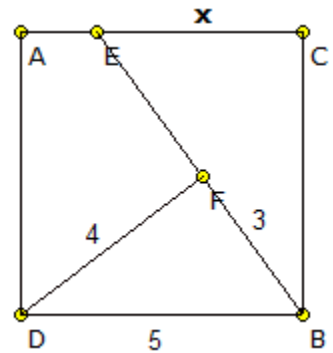
### Zusatzaufgabe

In a square of base 5 position a 3-4-5 triangle as shown below. Determine the distance  $x$ .



## Lösungen

- 1  $c = 6,25$  ;  $b = 3,75$  ;  $\alpha = 53,1301^\circ$
- 2 er kann ausparken, da die Autodiagonale 3,58 m beträgt
- 3  $s = 10,22$  cm,  $\alpha = 78,02^\circ$
- 4 Umfang 10,05 m, d.h. 80 Steine  
Fläche 12,34 m<sup>2</sup>, d.h. 49 Rosen
- 5 Verhältnis 2:1
- 6 die Dreiecke BCE, BDF sind ähnlich, d.h.  $x = 3,75$

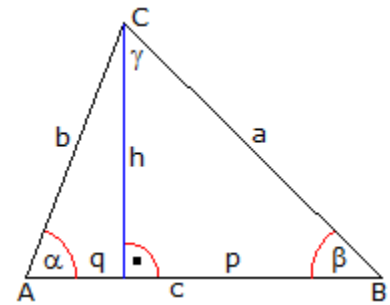




## Satzgruppe des Pythagoras

### Aufgabe 1

Berechne für folgendes rechtwinkliges Dreieck jeweils die fehlenden Größen.



a	b	c	q	p	h
4	3				
5		8			
2			3		
		8			$\sqrt{7}$

### Aufgabe 2

In einem rechtwinkligen Dreieck ist  $c = 50$  LE und  $p = 32$  LE gegeben. Berechne  $a$ ,  $b$ ,  $q$  und  $h$ .

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass das folgende Dreieck bei C rechtwinklig ist. Es ist  $q = 18$ ,  $p = 2$  und  $h = 6$ .

### Aufgabe 4

Berechne die Länge der Diagonalen  $d$  eines Quadrates mit der Seitenlänge  $a$ .

### Aufgabe 5

Berechne die Länge der Höhe  $h$  eines gleichseitigen Dreiecks der Seitenlänge  $a$ .

### Aufgabe 6

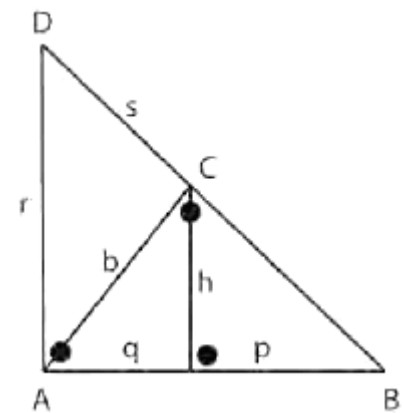
Ermittle, ob die folgenden Dreiecke rechtwinklig sind.

- $a = 1,5$  cm,  $b = 5,6$  cm,  $c = 3,9$  cm
- $a = 7,5$  cm,  $b = 4$  cm,  $c = 8,5$  cm

### Aufgabe 7

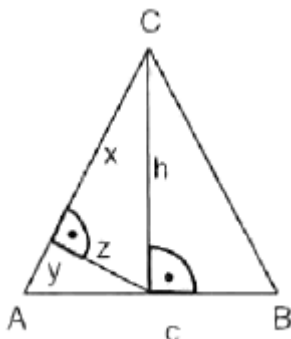
Gegeben ist die rechte Figur.

- Ermittle, ob es ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit  $h = 6$  LE,  $q = 2$  LE und  $p = 18$  LE gibt.
- Berechne  $b$ ,  $r$  und  $s$ .



### Aufgabe 8

Formuliere den Satz des Pythagoras, den Höhensatz und den Kathetensatz für den Spezialfall gleichschenkelig-rechtwinkliger Dreiecke.

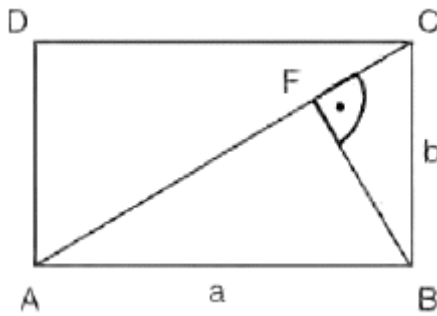


### Aufgabe 9

Die linke Figur zeigt ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basislänge  $AB = c$  und der Höhe  $h$ .

Gegeben sei  $c = 8$  cm,  $h = 3$  cm und  $y = 3,2$  cm. Berechne  $x$  und  $z$ .

### Aufgabe 10



In einem Rechteck mit den Seitenlängen  $a$  und  $b$  wird das Lot von der Ecke  $B$  auf die Diagonale  $AC$  gefällt. Berechne  $AF$  und  $BF$  in Abhängigkeit von  $a$  und  $b$ .

### Aufgabe 11

Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks unterscheiden sich um  $14$  cm. Die Hypotenuse ist um  $4$  cm länger als die längere Kathete. Berechne die Längen der Dreiecksseiten.

### Aufgabe 12

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die größere Kathete um  $1$  cm kürzer als die Hypotenuse und um  $17$  cm länger als die kleinere Kathete. Berechne die Länge der Dreiecksseiten.

### Aufgabe 13

Berechne, wie lang die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind, wenn sie sich wie  $1:2$  verhalten und die Hypotenuse  $125$  cm lang ist.

### Aufgabe 14

Berechne jeweils die Länge der Strecke  $AB$ .

a)  $A(1/2), B(4/6)$

b)  $A(-1/2), B(0/4)$

### Aufgabe 15

Der Abstand des Punktes  $U(0/0)$  und des Punktes  $Q(x_Q/5)$  beträgt  $13$  LE. Berechne  $x_Q$ .

## Lösungen

### Aufgabe 1

a	b	c	q	p	h
4	3	5	1,8	3,2	2,4
5	$\sqrt{39}$	8	4,875	3,125	$0,625 \sqrt{39}$
2	$2\sqrt{3}$	4	3	1	$\sqrt{3}$
$2\sqrt{14}$	$2\sqrt{2}$	8	1	7	$\sqrt{7}$

### Aufgabe 2

$$a = 40 \text{ LE}, q = 18 \text{ LE}, h = 24 \text{ LE}, b = 30 \text{ LE}$$

### Aufgabe 3

Damit ABC rechtwinklig ist, muss gelten :  $AB^2 = AC^2 + CB^2$

$AC^2 = 360$ ,  $CB^2 = 40$ ,  $AB^2 = 400$  ... bei C muss das Dreieck rechtwinklig sein

### Aufgabe 4

$$d = \sqrt{2} a$$

### Aufgabe 5

$$h = a/2 \sqrt{3}$$

### Aufgabe 6

a) nicht rechtwinklig

b) rechtwinklig

### Aufgabe 7

a) rechtwinklig

b)  $b = 2\sqrt{10}$ ,  $s = 2/3 \sqrt{10}$ ,  $r = 20/3$

### Aufgabe 8

Satz des Pythagoras:  $c^2 = 2a^2$

Höhensatz:  $h^2 = 1/4 c^2$

Kathetensätze

$$a^2 = 1/2 c^2 \text{ und } b^2 = 1/2 c^2$$

### Aufgabe 9

$$x = 1,8 \text{ cm}, z = 2,4 \text{ cm}$$

### Aufgabe 10

$$AF = a^2 / \sqrt{a^2+b^2}; BF = ab / \sqrt{a^2+b^2}$$

### Aufgabe 11

$$(x+4)^2 = x^2 + (x-14)^2, x \text{ ist die längere Kathete ... } x_1 = 30, x_2 = 6$$

Nur  $x_1 = 30$  cm ist sinnvoll, da  $x$  die längere Kathete sein soll und die kürzere um 14 cm kürzer sein soll.

Längen der Katheten : 30 cm und 16 cm

Länge der Hypotenuse : 34 cm

### Aufgabe 12

$$(x+1)^2 = x^2 + (x-17)^2$$

Längen der Katheten : 24 cm und 7 cm ; Länge der Hypotenuse : 25 cm

### Aufgabe 13

$$x^2 + (2x)^2 = 125^2; \text{ Längen der Katheten : } 25\sqrt{5} \text{ und } 50\sqrt{5}$$

### Aufgabe 14

a)  $AB = 5$

b)  $AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

### Aufgabe 15

$$x_Q = -12; Q(-12 | 5)$$



## Satz des Pythagoras

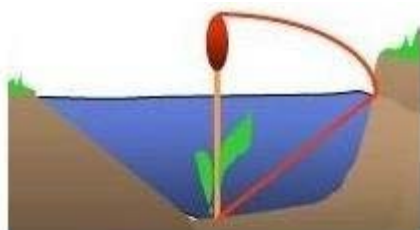
1. Ein rechteckiger Holzrahmen ist 90 cm lang und 56 cm breit. Er wird durch eine Latte in der Diagonalen verstärkt. Wie lang muss die Latte sein?
2. Eine Leiter von 34 Metern Länge steht 3 Meter von der Mauer entfernt. In welcher Höhe liegt die Leiter an der Mauer an?
3. Ein quadratisches Schild mit einer Seitenlänge von 110 cm wird in zwei gegenüberliegenden Ecken befestigt. Wie weit liegen die Ecken auseinander?
4. Ein Hotel brennt im zweiten Stock, der sich 8 Meter über dem Boden befindet. Das Feuerwehrauto hält in 3 Metern Entfernung. Wie lang muss die Leiter ausgefahren werden, damit gelöscht werden kann?
5. Ein Brückenpfeiler, der 25 Meter hoch ist, soll in einer Entfernung von 15 Metern mit einem Stahlseil im Boden verankert werden. Wie lang ist das Stahlseil?
6. Eine Seiltanzgruppe will von der Spitze eines 60 Meter hohen Turmes ein 250 Meter langes Seil zur Erde spannen. Reicht der vor dem Turm liegende Platz von 220 Metern Breite dazu aus?

7. Eine 4,5 Meter lange Eiche steht von einer Hauswand 1,8 Meter entfernt. Bei Sturm kippt die Eiche gegen die Wand. In welcher Höhe berührt sie die Hauswand?

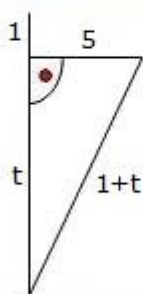
8. Die Zeichnung stammt aus dem handgeschriebenen und reich bebilderten Rechenbuch des Filippo Calandri aus dem Jahre 1491. Es wird in der Bibliothek von Florenz aufbewahrt.  
Auf einem ebenen Feld stehen zwei Türme, einer 60 Fuß hoch, der andere 80 Fuß hoch. Ihr Abstand beträgt 100 Fuß. Für die beiden Vögel ist der Weg von der Turmspitze bis zu einem Brunnen zwischen



den Türmen gleich weit.  
Wie weit ist der Brunnen von den Türmen entfernt?

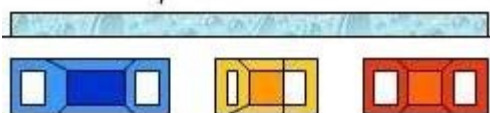


9. Fünf Fuß vom Ufer eines Teiches entfernt rage ein Schilfrohr einen Fuß über das Wasser empor. Man ziehe seine Spitze an das Ufer wie in der Abbildung, dann berühre sie gerade den Wasserspiegel. Wie tief ist der Teich?



10. Ein 10 Fuß hoher Baum ist so geknickt, dass seine Spitze 3 Fuß entfernt den Boden berührt. Wie hoch liegt der Bruch?

11. (untere Abbildung) Herr Mustermann fühlt sich mit seinem Kleinwagen von 3,20 m Länge und 1,60 m Breite hoffnungslos zugeparkt, weil nach vorn und hinten jeweils nur 30cm Rangierplatz sind.



12. In einem Glockenturm hängt das Seil zum Läuten der Glocke. Wenn man das Ende des Seils um 2 m seitlich aus der Ruhelage bewegt, so hebt sich das Seilende dabei um 10 cm. Berechne die Länge des gespannten Seils.

13. A small candle is in the shape of a cone which fits exactly on top of a cylinder. The cylinder has a radius of length 2 cm. The slant length of the cone is 2.5 cm. The volume of the cylinder is 5 times the volume of the cone. Calculate (i) the height,  $h$ , of the cone (ii) the total height of the candle.

14. Soit un rectangle ABCD tel que  $AB = 8$  cm et  $BC = 6$  cm. La perpendiculaire à (BD) passant par A coupe BD en H. Calculer AH.

15. Dans un trapèze isocèle MNPQ ((NP) || (MQ)):  $MN = 6,5$  cm;  $NP = 4$  cm;  $MQ = 9$  cm.  
 1° Faire une figure  
 2° Calculer la hauteur de ce trapèze et son aire  
 3° Donner la longueur à 0,1 centimètre près de chacune des diagonales.

16. Triangulum rectangulum isosceles est. Longitudo hypotenusae quinque centimetri. Quantus cathetus est?

17. Dem Mittelstürmer Hofinger beim FC

Pythagoras, an sich ein sicherer Elfmeterschütze, gelang einmal das Kunststück, in einem Spiel gleich 4 Elfmeter zu verschießen.

- a) Einmal traf er den Fuß des Tormanns, der genau in der Mitte des Tores auf der Linie stand.
  - b) Dann traf er genau in der Mitte die Querlatte des Tores.
  - c) Beim dritten Versuch prallte der Ball an die linke untere Stange.
  - d) Und beim vierten Versuch traf der Schütze mit dem Ball genau das Lattenkreuz!
- Berechnen Sie in allen Fällen die Entfernung vom Elfmeterpunkt!

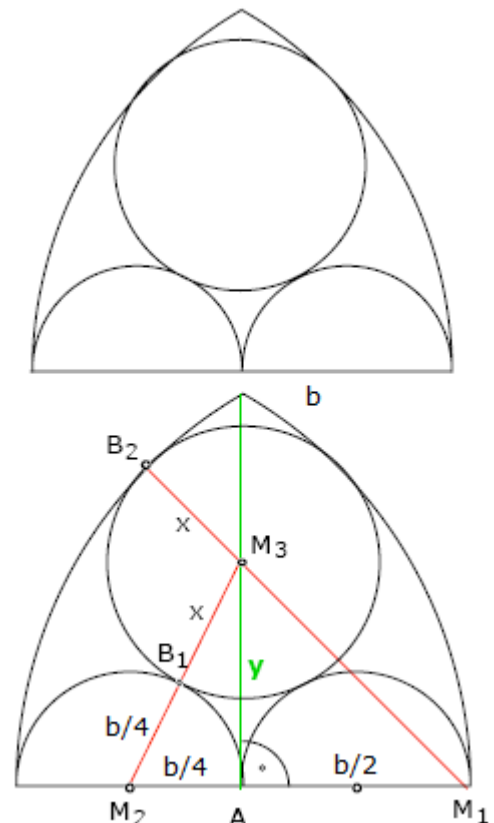
Hinweis: Ein Fußballtor ist 8 yards breit (1 yard = 914,4 mm) und 8 feet hoch (1 foot = 304,8 mm). Der Elfmeter wird aus einer Entfernung von 12 yards geschossen.

18. Ein Handballtor hat folgende Abmessungen: Breite 3m, Höhe 2m. Welche Diagonale muss ein Tormann somit abdecken?

19. Berechne die unbekanntten Radien aus der Breite  $b$  der Figur.

⑤ Вычислите наименьшую диагональ правильного пятиугольника, сторона которого равна  $a = 1$  см.

⑥ La ortanto de egallatera triangulo estas dek du centimetroj. Kalkulu triangulajn laterojn kaj radiuson de ĉirkaŭskribita cirklo.



## Lösungen

1. 1,06 Meter, 2. 33,87 Meter, 3. 1,56 Meter, 4. 8,54 Meter, 5. 29 Meter, 6. Nein, der Platz ist 22,69 Meter zu kurz, 7. 4,12 Meter

8. d: Abstand des linken Turms vom Brunnen in Fuß;

(100-d): Abstand des rechten Turms vom Brunnen in Fuß

s: Abstand der beiden Turmspitzen vom Brunnen in Fuß

$$60^2 + d^2 = s^2 \text{ und } 80^2 + (100-d)^2 = s^2$$

$$60^2 + d^2 = 80^2 + (100-d)^2 \rightarrow d = 64$$

Der linke Turm steht 64 Fuß und der rechte 36 Fuß vom Brunnen entfernt.

9.  $5^2 + t^2 = (1 + t)^2 \dots t = 12$

10.  $3^2 + x^2 = y^2$  und  $y = 10 - x$

Die quadratische Gleichung ergibt 4,05 Fuß Höhe für den noch stehenden Baumstumpf und den Rest bis 10 Fuß für die Krone mit Teilstamm.

11. Die Diagonale des Kleinwagens hat die Länge:

$$d = \sqrt{(3,22 + 1,62)} = 3,58 \text{ m.}$$

Der Platz zwischen den äußeren Wagen ist aber  $3,20 \text{ m} + 2 \cdot 0,30 \text{ m} = 3,80 \text{ m}$ . Es ist zwar knapp, aber mit etwas Mühe kann man noch ausparken.

12. l ... Länge des Seils in m

$$(l - 0,01)^2 + 2^2 = l^2 \rightarrow l = 20,05 \dots \text{ Das Seil ist } 20,05 \text{ m lang.}$$

17. Die Abmessungen: Tor 7,32 m x 2,44 m; Elfmeter 10,97 m

a) 10,97 m ; b) 11,24 m ; c) 11,56 m ; d) 11,82 m

18. Ergebnis: 3,61 m

19. Werden die Berührungsradien eingezeichnet, so liegt  $B_1$  auf einer Geraden mit  $M_2$  und  $M_3$ ,  $B_2$  liegt auf der Geraden  $M_1M_3$  (rot). Die grüne Linie ist die Symmetrieachse.

Die Strecke  $AM_1 = y$  kann entweder aus dem Dreieck links  $AM_2M_3$  oder aus dem Dreieck rechts  $AM_1M_3$  berechnet werden. Es wird

$$M_2M_3 = M_2B_1 + B_1M_3 = b/4 + x$$

$$M_1M_3 = M_1B_2 - B_2M_3 = b - x$$

d.h.

$$(x + b/4)^2 - (b/4)^2 = y^2 = (b - x)^2 - (b/2)^2$$

$$x^2 + xb/2 + b^2/16 - b^2/16 = b^2 - 2bx + x^2 - b^2/4$$

$$bx/2 + 2bx = b^2 - b^2/4$$

$$5/2 bx = 3/4 b^2$$

$$x = 3/10 b$$

Die Halbkreise haben die Radien  $b/4$  und der eingezeichnete volle Kreis den Radius  $3/10 b$ .





## Satz des Pythagoras, Körperberechnung, Kreisberechnung

### Aufgabe 1

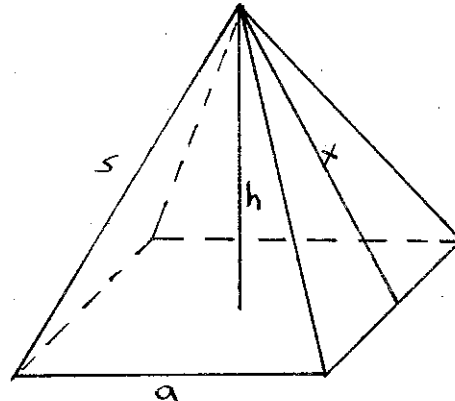
Christel und Willi lassen einen Drachen steigen. Christel hat die Drachenschnur in der Hand. Sie sind 80m voneinander entfernt. Die Schnur ist 100m lang. Willi steht direkt unter dem Drachen und möchte wissen wie hoch der Drache fliegt.

Lege eine Skizze an und berechne die Flughöhe des Drachen!

### Aufgabe 2

Die Cheopspyramide in Ägypten ist eine quadratische Pyramide mit der Grundkante  $a = 240\text{m}$  und der Seitenkante  $s = 220\text{m}$ .

- Berechne die Höhe der Pyramide.
- Eine Maus läuft längs der Strecke  $x$  zur Spitze. Wie lang ist dieser Weg?



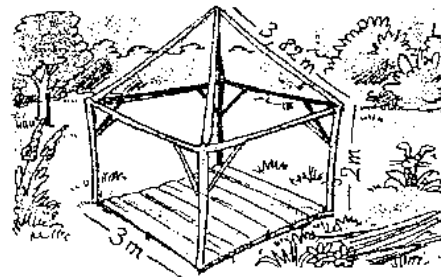
### Aufgabe 3

a) Eine Leiter ist genauso lang wie eine Mauer hoch ist. Lehnt man diese Leiter 20cm unter dem oberen Mauerrand an, so steht sie unten 1,20m von der Mauer entfernt.

Wie lang ist die Leiter?

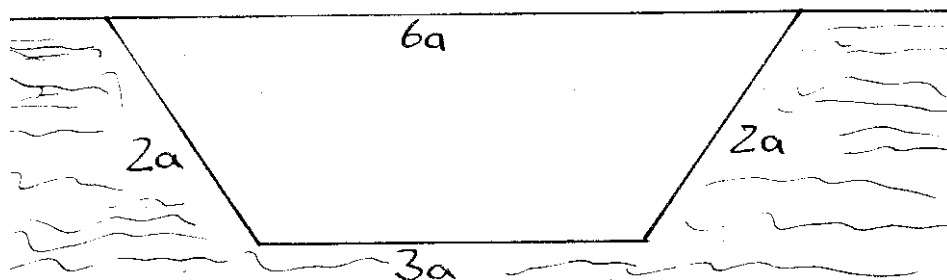
b) Der Gartenpavillon hat einen quadratischen Grundriss und 2m hohe Wände. Das Dach ist eine Pyramide; die Firstbalken sind 3,82m lang.

Wie hoch ist der Pavillon insgesamt?



### Aufgabe 4

Berechne die Tiefe des Grabens in Abhängigkeit von  $a$ .

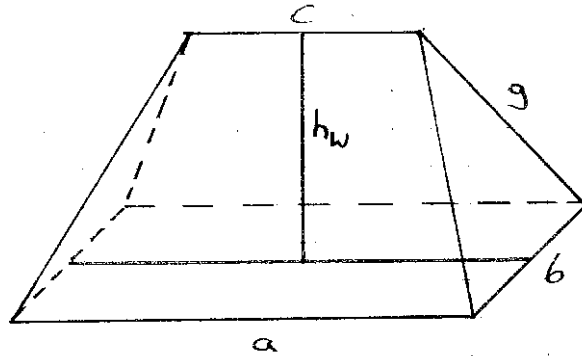


### Aufgabe 5

Von dem abgebildeten Walmdach sind die folgenden Maße bekannt:

$$a = 10,5\text{m} ; b = 6,1\text{m} ; c = 7,2\text{m} ; g = 5,2\text{m}$$

Berechne die Höhe  $h_w$  des Walmdachs!



### Aufgabe 6

a) Der Rand eines kreisrunden Beets ( $d = 3,2\text{m}$ ) soll mit Steinen eingefasst werden. Man rechnet 8 Steine auf 1m.

Wie viele Steine werden benötigt.

b) Das Beet soll mit Rosen bepflanzt werden. Man rechnet 4 Rosen auf  $1\text{m}^2$ . Wie viele Rosen sind zu bestellen?

### Lösungen

1)  $a = 60\text{ m}$  ; Der Drache fliegt 60 m hoch

2 a) Diagonale der Grundfläche  $d = 339,41$

$$h^2 + (0,5d)^2 = s^2 ; \text{ Die Höhe der Pyramide beträgt } 140\text{ m}$$

b)  $x^2 = h^2 + (0,5a)^2$  ; Die Maus läuft 184,39m

3 a)  $x^2 = 120^2 + (x - 20)^2$   $x = 370\text{ cm} = 3,7\text{ m}$

b)  $a = 3\text{m}$ ;  $h_{\text{Quader}} = 2\text{m}$ ;  $s = 3,82\text{m}$

$$d = 4,24\text{m}; h_{\text{Pyramide}} = 3,18\text{ m} ; h_{\text{Pavillon}} = 5,18\text{ m}$$

Der Gartenpavillon ist 5,18 m hoch.

4)  $h = a \sqrt{1,75}$

5) Das Walmdach ist 3,87 m hoch

6 a)  $u = 10\text{ m}$  ; 80 Steine

b) Es werden 32 Rosen benötigt