Matheknobelei des Monats

”technikus”
Zeitschrift für Technik und Naturwissenschaft
1965 - 1973

Abschrift und LaTex-Satz der Aufgaben und Lösungen: Steffen Polster 2018
https://mathematikalpha.de

Aufgaben

1. Matheknobelei 6/65
In einem Schleusenbecken, das durch Tore abgeschlossen ist und eine Fläche von 4000 m^2 hat, werden 80 m^3 Schlamm (Dichte: 2,5 $\frac{t}{m^3}$) ausgebaggert und auf einem Schleppkahn abgeladen.
Um wieviel senkt sich der Wasserspiegel?

2. Matheknobelei 7/65
Ein $a = 100$ m langer Ferienzug rollt mir einer Geschwindigkeit von $v_Z = 72\ \frac{km}{h}$.
Wie groß ist die Geschwindigkeit v_W des senkrecht auf den Zug auftreffenden Windes, wenn die Rauchfahne der Lok am Zugende um die Strecke $b = 40$ m abgetrieben wird?

3. Matheknobelei 8/65
Ein Kran wird zu einer Baustelle transportiert. Um die Länge des Krans zu messen, läuft Peter von der Spitze des Krans zum Ende und braucht dazu 15 Schritte (Schrittlänge 80 cm).
Um vom Ende wieder zur Spitze des gleichmäßig weiterfahrenden Zugs zu gelangen, benötigt er bei gleicher Schrittgeschwindigkeit 75 Schritte.
Wie lang ist der Kran?

4. Matheknobelei 9/65
Ein PKW, dessen Räder einen Durchmesser von d = 56 cm haben, soll bei einer Motordrehzahl von $n = 3000\ \frac{U}{min}$ mit einer Geschwindigkeit von $v = 72\ \frac{km}{h}$ fahren.
Welche Untersetzung muss des Getriebe haben? (Rechnet mit $\pi = \frac{22}{7}$!)

5. Matheknobelei 10/65
Dem deutschen Mathematiker Gottfried Wilhelm Leibniz gelang es einmal zu zeigen, dass 4 gleich 5 ist. Natürlich hat die Sache eine Haken, denn die Beweisführung ist nicht ganz exakt.
Wer findet den Fehler?

$$16 - 36 = 25 - 45 \qquad | + \frac{81}{4}$$

$$16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4}$$

Beide Seiten werden umgeformt:

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$$

Es wird die Wurzel gezogen, und wir erhalten

$$4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2} \qquad | + \frac{9}{2}$$

$$4 = 5$$

6. Matheknobelei 11/65
Bei einem Verfolgungsrennen starten die Fahrer jeweils mit einer Minute Abstand.
Wie schnell fährt ein Fahrer, wenn er seinen Vordermann, der eine Geschwindigkeit von 36 $\frac{km}{h}$ hat, nach 6 km einholt?

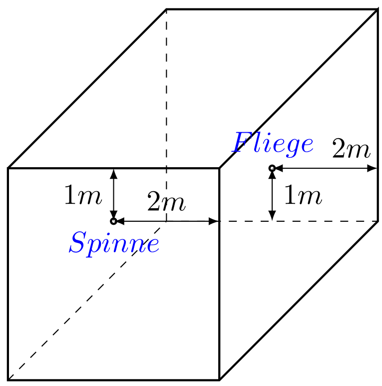
7. Matheknobelei 12/65
Ein Flugzeug fliegt auf geradliniger Strecke von A nach B und wieder zurück.
Wie verändert sich die Gesamtflugzeit für Hin- und Rückflug, wenn währenddessen ein Wind mit der Geschwindigkeit w von A nach B herrscht? Die Behauptung ist mathematisch zu beweisen.

8. Matheknobelei 1/66
In einem Mathematikbuch hatte sich bei einer Aufgabe ein Druckfehler eingeschlichen. An Stelle von "berechne $x^2 \cdot 0,***$" stand dort "berechne $x \cdot 20,***$".
Dabei ist x eine gerade ganze Zahl, und die drei Sternchen nach dem Komma bedeuten einen endlichen Dezimalbruch. Das Eigenartige ist, dass der Druckfehler keinen Einfluss auf das Ergebnis hat. Die Lösung ist in beiden Fällen dieselbe.
Sucht den Wert von x und den Dezimalbruch. Wie kommt ihr auf die Lösung?

9. Matheknobelei 2/66
Zu Beginn der Fahrt hat ein Autoreifen bei 12 °C Temperatur einen Überdruck von 1,5 at.
Wie groß ist der Überdruck nach längerer Fahrt, wenn der Reifen durch die Reibung eine Temperatur von 41 °C angenommen hat. Das Reifenvolumen nehmen wir als konstant an.

10. Matheknobelei 3/66
Zwei Wanderer haben sich eine Strecke von 40 km vorgenommen. Da der eine ein Fahrrad hat, schlägt er dem anderen vor: "Wir werden abwechselnd das Fahrrad benutzen, und zwar so, dass du eine halbe Stunde fährst, dann das Fahrrad an der Straße stehenlässt und dann weiter zu Fuß gehst. Unterdessen laufe ich bis zum Fahrrad, fahre dir hinterher, bis ich dich einhole, dann fährst du wieder eine halbe Stunde usw."
Wieviel Zeit brauchen die beiden, wenn sie zu Fuß 5 $\frac{km}{h}$ und auf dem Fahrrad 20 $\frac{km}{h}$ zurücklegen?

11. Matheknobelei 4/66



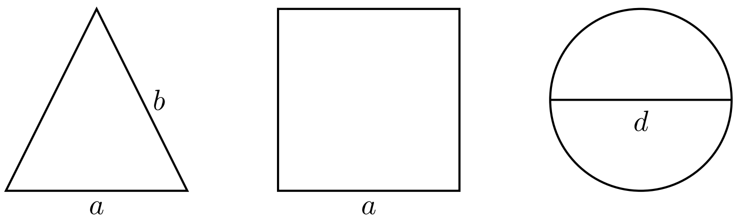
In einem quaderförmigen Raum sitzen eine Spinne und eine Fliege an zwei gegenüberliegenden Wänden (siehe Skizze). Der Raum ist 10 m lang, 4 m breit und 4 m hoch. Die Fliege verspricht sich fressen zu lassen, wenn die Spinne einen kürzeren Weg zu ihr als 14 m findet.
Muss sich die Fliege fressen lassen?

12. Matheknobelei 5/66
Ein Sammler von Zinnsoldaten hat eine fast unübersehbare Anzahl von Figuren. Bei der Aufstellung in verschiedenen Formationen fiel ihm etwas Merkwürdiges auf.
Stellt man die Figuren in Reihen zu 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 Gliedern auf, dann bleibt jeweils gerade eine Figur übrig. Nur bei der Aufstellung in Reihen zu 11 bleibt keine Figur übrig.
Da er im Mathematikunterricht gut aufgepasst hatte, konnte er nach kurzer Rechnung die Anzahl seiner Figuren ermitteln. Wieviel Zinnsoldaten besaß der Sammler?

13. Matheknobelei 6/66
Eine Stenotypistin hat ein langes Manuskript abzuschreiben. Bei der ersten Hälfte schreibt sie je Tag 15 Seiten und bei der zweiten Hälfte je Tag 25 Seiten.
Welche durchschnittliche Tagesleistung erreicht sie so insgesamt?

14. Matheknobelei 7/66
Als der Kraftfahrer während der Fahrt seinen Kilometerstand kontrollierte, zeigte der Zähler 15951 km. Er bemerkte, dass dieser Stand eine symmetrische Zahl darstellt, eine Zahl, die man von links nach rechts wie von rechts nach links gleich lesen kann.
Nach zwei Stunden Fahrt zeigte der Kilometerzähler wieder eine Zahl an, die sich von beiden Seiten lesen lässt. Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit fuhr das Fahrzeug während der zwei Stunden?

15. Matheknobelei 8/66
Eine Gütekontrolleur in einem Maschinenbaubetrieb prüfte Werkstücke nach, die Durchbrüche der Form und Größe wie in der Abbildung haben. Da er ungern viel Geräte mit sich herumtrug, ließ er sich nach seinen Angaben eine Patenlehre bauen, mit der jeder Durchbruch gemessen werden kann.
Welche Form könnte solch eine Lehre haben?
Maße: a und d = 1,8 cm , b = 2,1 cm



16. Matheknobelei 9/66
Eine Wasserwaage enthält ein Glasröhrchen, "Libelle" genannt. Eine solches Glasröhrchen ist mit einer Flüssigkeit gefüllt, auf der ein kleines Luftbläschen schwimmt. An dem Glasröhrchen befindet sich ein Markierungspunkt. Liegt die Wasserwaage genau waagerecht, so stimmt das Luftbläschen mit dem Markierungspunkt überein.
Um wieviel mm liegen der Markierungspunkt und das Luftbläschen voneinander entfernt, wenn die Wasserwaage um 0,5° geneigt ist?
Der Wölbungsradius des Glasröhrchens beträgt 1 m.

17. Matheknobelei 10/66
Ein Werkzeugmacher soll aus Rundstahl einen Sechskant mit der Schlüsselweite s = 32 mm fräsen. Ihm steht dazu Rundstahl mit einem Durchmesser von 30, 32, 34, 36, 38 und 40 mm zur Verfügung.
Welchen Rundstahl benötigt er, um möglichst wenig Abfall zu erhalten?

18. Matheknobelei 11/66
In jeder von zehn gleichen Geldbörsen befinden sich zehn Münzen von gleichem Wert.
Allerdings enthält eine Börse falsche Münzen, die sich nur dadurch von den echten unterscheiden, dass jede 0,1 g schwerer ist. Es ist bekannt, dass die echten Münzen eine ganze Anzahl Gramm wiegen.
Wie kann man mit einer einzigen Wägung die Börse mit den falschen Münzen herausfinden?

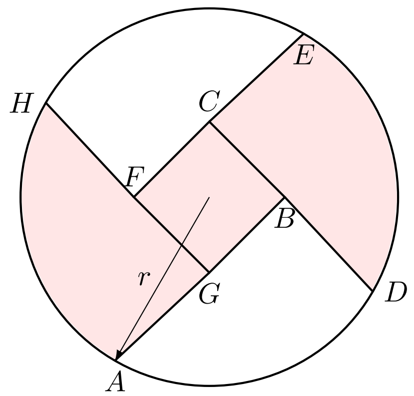
19. Matheknobelei 12/66
Um eine Aluminiumkugel wird ein 10 cm dicker Gummiring gelegt.
Um wieviel cm vergrößert sich der Umfang der Kugel?

20. Matheknobelei 1/67
Im Büro für Erfindungswesen gehen zwei Verbesserungsvorschläge ein, mit denen die Herstellungszeit eines Werkstücks verkürzt werden kann. Beide Vorschläge schließen jedoch einander aus.
Der erste Vorschlag erfordert für die Umstellung der Produktionsvorrichtung 20 Stunden und ergibt eine Zeiteinsparung von 30 % je Werkstück. Der zweite Vorschlag erfordert nur 10 Stunden Vorbereitungszeit, bringt aber nur 10 % Zeitersparnis.
Bei welchen Stückzahlen ist der erste Vorschlag, bei welchen der zweite Vorschlag ökonomischer, wenn nach der bisherigen Methode 10 Arbeitsstunden für ein Werkstück benötigt wurden?

21. Matheknobelei 2/67
Eine Welle läuft in einem Kugellager, dessen Innenring einen Durchmesser von 20 mm hat. Der feststehende Außenring hat eine Innenfläche mit einem Durchmesser von 30 mm.
Wie oft drehen sich die Kugeln bei einer Umdrehung der Welle?

22. Matheknobelei 3/67
Peter will mit einer Balkenwaage, deren Balkenlängen a und b nicht mehr genau gleich sind. Er legt dabei zuerst ein 5 kg-"Gewicht" auf die linke Schale und wägt ab und dann das 5 kg-Stück auf die rechte Schale und wägt den Rest der Äpfel.
Ist die abgewogene Menge schwerer oder leichter als 10 kg?

23. Matheknobelei 4/67



Ein Technischer Zeichner soll die Fläche ACDEGH (rot) berechnen. Der Radius des Kreises und die Strecke AC sind ihm bekannt. Die Diagonalen des Quadrats BCFG halbieren sich im Mittelpunkt des Kreises. Wer kann ihm helfen, die allgemeine Lösung zu finden?

24. Matheknobelei 5/67
Einem Fußgänger, der entlang einer Straßenbahnlinie spazierte, fiel auf, dass ihn regelmäßig alle 12 Minuten ein Bahn überholte und dass ihm alle 4 Minuten eine Bahn dieser Linie entgegenkam. Der Fußgänger ging mit gleichbleibender Geschwindigkeit, ebenso wie die Bahn auf diesem Streckenabschnitt mit konstanter Geschwindigkeit.
In welchem Zeitabstand verkehren die Bahnen auf dieser Straßenbahnlinie?

25. Matheknobelei 6/67
Ein Motorradfahrer fährt um x Uhr los und stellt nach dem ersten Viertel der Strecke die Zeit 9.00 Uhr fest. Auf halben Wege biegt er in die Hauptstraße ein und fährt mit doppelter Geschwindigkeit weiter. Eine Uhr am Ende des zweiten Drittels zeigt 9.30 Uhr.
Wann fuhr der Fahrer los und wann erreichte er sein Ziel?

26. Matheknobelei 7/67
Auf dem Sportplatz wird ein Rechteck abgesteckt. Verlängert man die eine Rechteckseite um 2 Meter und verkürzt die andere um 3 Meter, entsteht ein Quadrat, dessen Fläche 1 m^2 kleiner als die des ursprünglichen Rechtecks ist.
Wie groß ist die Fläche des Rechtecks?

27. Matheknobelei 8/67
Der neue Fernsehturm am Berliner Alexanderplatz erreicht nach Fertigstellung eine Höhe von 353 m. Seine Gesamtmasse beträgt dann etwa 19700 t.
Wie groß würde ein maßstab- und detailgerechtes Modell des Fernsehturms werden, das mit denselben Baustoffen angefertigt wird, wenn es eine Masse von 1 kg haben soll?

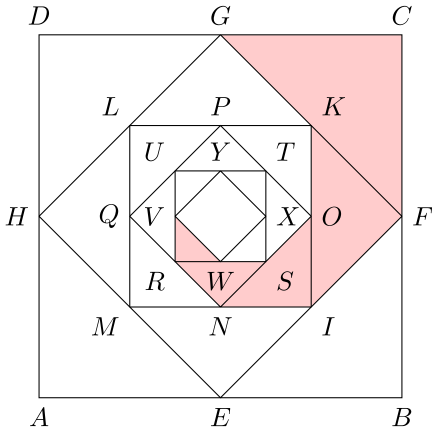
28. Matheknobelei 9/67

An der Hausecke ist eine nischenförmige Aussparung, aus der beim Renovieren eine Figur entfernt wurde. Die Nische hat die Form eines Viertelzylinders mit aufgesetzter Achtelkugel (Höhe: 2 m, Radius: 1 m) und soll nun neu verputzt werden.
Wieviel Mörtel muss gemischt werden, wenn für 1 m^2 Fläche durchschnittlich 22 kg benötigt werden?

29. Matheknobelei 10/67

Wie lang ist die räumliche Diagonale eines Würfels, dessen Oberfläche in cm^2 gemessen zahlenmäßig mit dem Rauminhalt in cm^3 übereinstimmt?

30. Matheknobelei 11/67

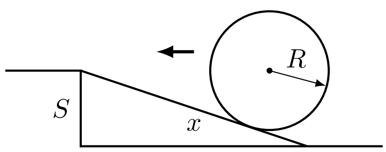


In einem Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 10 cm befindet sich das Quadrat EFGH. Die Eckpunkte liegen auf der Mitte der Seiten des großen Quadrats. Auf der Mitte der Seiten des Quadrats EFGH liegen die Eckpunkte des Quadrats IKLM usw. Berechnet die rot gekennzeichnete Fläche!

31. Matheknobelei 12/67

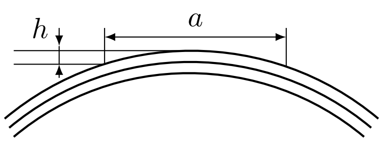
Aus einer Statistik geht hervor, dass nur etwa 15 % der landwirtschaftlich genutzten Fläche unserer Erde regelmäßig bewässert werden, wobei dieser Flächenanteil 25 % der Welternte liefert.
Wieviel mal größer ist demnach der durchschnittliche Hektarertrag der bewässerten Fläche als der der unbewässerten?

32. Matheknobelei 1/68



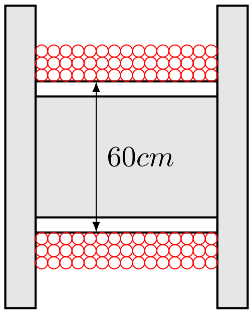
Damit Fässer mit dem Radius R auf eine Stufe der Höhe S ($S < R$) ohne stoß gerollt werden können, wird eine rampenförmige Auffahrt gebaut.
Wie groß muss deren Länge x mindestens sein, damit die Auffahrt ihre Funktion erfüllt? (Die Auffahrt erfüllt ihre Funktion, wenn sie vom Fass berührt werden kann!)

33. Matheknobelei 2/68



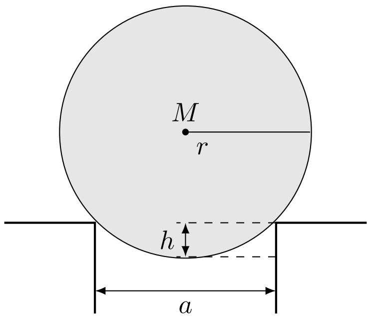
Eine große Trockentrommel wird aus gewölbten Blechen zusammengeschweißt. Durch einen Messschieber werden folgende Maße ermittelt: a = 400 mm, h = 10 mm.
Wie groß ist der Durchmesser der Trockentrommel?

34. Matheknobelei 3/68



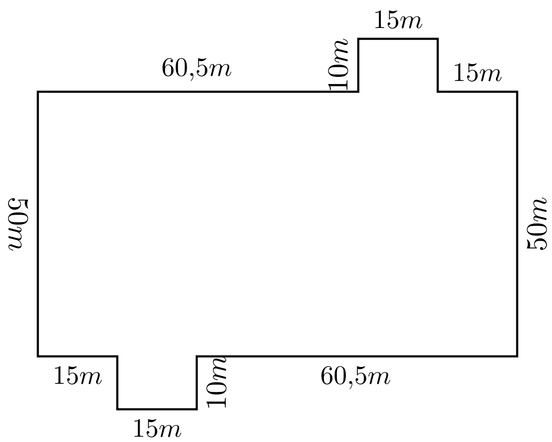
Auf einer Kabeltrommel sind drei Lagen eines Starkstromkabels aufgewickelt. In jeder Lage befinden sich 15 Windungen des Kabels, das einen Durchmesser von 4 cm hat.
Wieviel m Kabel befinden sich auf der Trommel?

35. Matheknobelei 4/68



Eine Kugel liegt h = 2 mm tief in einem a = 12 mm breiten Spalt. Welchen Durchmesser hat die Kugel?

36. Matheknobelei 5/68



Um das Grundstück soll innerhalb der Begrenzung ein Graben ausgehoben werden. Er hat einen rechteckigen Querschnitt (50 cm breit, 30 cm tief). Der Schüttungskoeffizient beträgt 1,4 (das ausgeworfene Erdreich hat das 1,4fache Volumen des festen Bodens.)
Zum Abtransport steht ein LKW mit Hänger zur Vefügung, die zusammen 2,8 m^3 laden können.
Wie oft muss der LKW fahren, um das Erdreich woanders aufzuschütten?

37. Matheknobelei 6/68

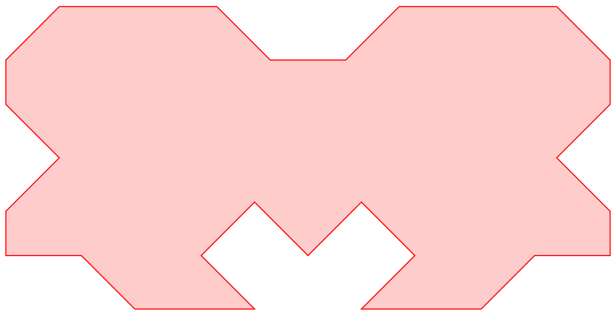
Ein Schnellzug, der im Abstand von 250 m senkrecht zur Blickrichtung mit einer Geschwindigkeit von v = 72 $\frac{km}{h}$ fährt, soll fotografiert werden.
Wie groß darf höchstens die Belichtungszeit sein, wenn die Bewegungsunschärfe auf dem Negativ 0,05 mm nicht überschreiten soll und ein Objektiv mit einer Brennweite von f = 50 mm benutzt wird.

38. Matheknobelei 7/68
Klaus und Peter durchschwimmen einen 40 m breiten Fluss um die Wette. Ziel ist die dem Startplatz gegenüberliegende Stelle am Flussufer. Die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses beträgt rund 1 $\frac{m}{s}$.
Klaus ist zwar der bessere Läufer, aber der schlechtere Schwimmer der beiden. Zur Schwimmprüfung legte er die 400-m-Strecke in 16 min 40 s zurück, beim 75-m-Lauf erreichte er dafür eine Zeit von 10 s. Bei Peter sind die entsprechenden Zeiten 13 min 20 s und 12 s.
Beiden starten gleichzeitig und schwimmen mit ihrer 400-m-Geschwindigkeit senkrecht zur Strömung. Wer ist als erster am Ziel und mit welcher Zeitdifferenz kommt der Verlierer an?

39. Matheknobelei 8/68
Sechs Leichtathleten starten zu einem 400-m-Lauf. Ziel- und Gegengerade sind je 100 m lang. Der Abstand zwischen den weißen Linien, die eine Laufstrecke markieren, beträgt 2 m.
Wie groß muss der Startabstand zwischen den einzelnen Läufern sein, damit alle die gleiche Strecke bis zum Ziel zurücklegen?

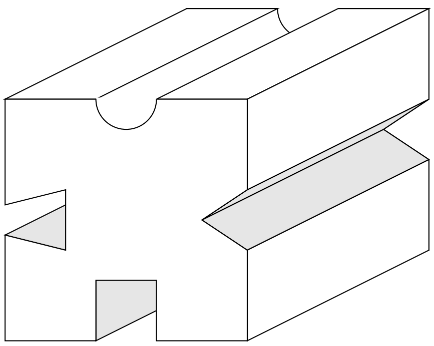
40. Matheknobelei 9/68
Ein Fliesenleger hat den Fußboden eines 4,33 m langen und 3 m breiten Raumes mit sechseckigen Fliesen der Kantenlänge 10 cm auszulegen.
Wie viele Fliesen braucht er dazu und wie viele davon muss er trennen?

41. Matheknobelei 10/68



In einer Stanzerei werden aus 8 cm breiten und 16 cm langen Rechteckblechen Formbleche hergestellt, wie sie die Abbildung zeigt. Alle Schnittkanten sind 2 cm lang und verlaufen entweder parallel oder unter 45° zu den Blechkanten. Wieviel Prozent Abfall fällt an?

42. Matheknobelei 11/68



Aus einem Rundeisen von 101 mm Durchmesser wird ein gleichlange Vierkantstab geschmiedet. Dabei bleibt der Rauminhalt des Werkstücks unverändert. Parallel zu den Längskanten wird je eine Nut eingefräst.
Der Querschnitt der ersten Nut ist halbkreisförmig, der zweiten gleichseitig dreieckig, der dritten quadratisch, die vierte ist eine Schwalbenschwanznut. Je 2 cm sind Durchmesser, Quadrat- und Dreieckseite sowie der Schwalbenschwanz, dessen parallele Seiten 1 cm und 3 cm lang sind.
Wieviel Prozent der fertigen Werkstücks beträgt der Abfall?

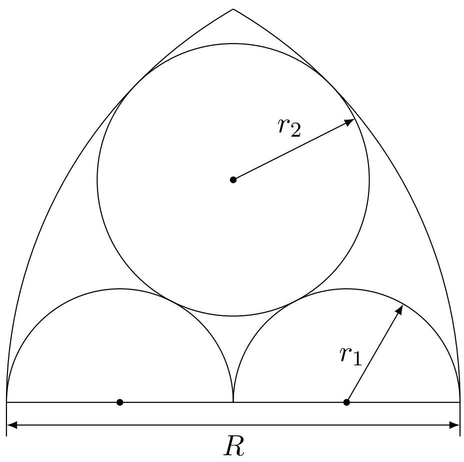
43. Matheknobelei 12/68
Herr Stumpfsinn hat Langeweile. Er zählt alle Zahlen in der natürlichen Reihenfolge: $1 + 2 + 3 + \cdots$ usw. Es klingelt, und Herr Stumpfsinn kann gerade noch das eben gefundene Zwischenergebnis 6328 notieren. Er vergisst aber die zuletzt addierte Zahl.
Könnt ihr ihm helfen, ohne selbst so stumpfsinnig zu addieren?

44. Matheknobelei 1/69
Das Quadrat einer zweistelligen Zahl ist leicht im Kopf auszurechnen. Die Zahl wird auf einen vollen Zehner erhöht und mit der Zahl multipliziert, die man wie folgt erhält: Von der ursprünglichen Zahl wird diejenige Zahl abgezogen, um die vorher erhöht wurde. Dann müsst ihr noch das Quadrat dieser "Erhöhungszahl" addieren.
Zum Beispiel: $26^2 = 30 \cdot 22 + 4^2 = 660 + 16 = 676$
Begründet, weshalb dieses Verfahren für alle zweistelligen Zahlen möglich ist!

45. Matheknobelei 2/69
Hans soll eine 90 cm breite Lücke im Bretterzaun zunageln. Er hat acht 10 cm breite und sechzehn 8 cm breite Bretter passender Länge. Eine Säge, mit der er die Bretter längs durchsägen könnte, steht nicht zur Verfügung.
Wieviele und welche Möglichkeiten hat Hans, die Öffnung lückenlos zu schließen?

46. Matheknobelei 3/69
Schreibt eine dreiziffrige Zahl auf und zieht davon die Zahl mit umgekehrter Ziffernfolge ab. Teilt das Ergebnis durch die Differenz aus 1. und 3. Stelle der ursprünglichen Zahl, dann nochmals durch 11. Zieht ihr jetzt die Wurzel, so ist das Ergebnis immer 3. Das ist ein feines Rechenkunststück, mit dem man seine Freunde verblüffen kann.
Findet heraus, weshalb es bei dreiziffrigen Zahlen geht!

47. Matheknobelei 4/69



In einem gotischen Bogen sind die Radien r_1 und r_2 zu berechnen, wenn R = 5 m beträgt.

48. Matheknobelei 5/69
Welche Summe ist größer: $\sqrt{7} + \sqrt{10}$ oder $\sqrt{3} + \sqrt{19}$?

49. Matheknobelei 6/69
Ein Zug, bei dem zwischen der ersten und letzten Achse eine Entfernung von 240 m liegt, befährt mit einer Geschwindigkeit von 72 $\frac{km}{h}$ eine 36 m lange Brücke.
Welche Zeit vergeht vom Befahren des Brückenanfangs durch die erste Achse des Zuges bis zum Verlassen des Brückenendes durch die letzte Achse?

50. Matheknobelei 7/69
"Um eine Frage zu lösen, die sich auf Zahlen und auf abstrakte Verhältnisse von Größen bezieht, muss man lediglich die Aufgabe aus der Muttersprache in die Sprache der Algebra übersetzen", schrieb der berühmte Newton in seinem Lehrbuch "Arithmetika unibersali". Ihr sollt eine solche Übersetzung zu einer Aufgabe von Newton einmal durchführen:

"Ein Kaufmann besaß eine gewisse Geldsumme. Im ersten Jahr verbrauchte er 100 Pfund. Zur restlichen Summe legte er ihren dritten Teil hinzu.
Im nächsten verbrauchte er wieder 100 Pfund und vergrößerte die restliche Summe um ihren dritten Teil. Im dritten Jahr verbrauchte er wieder 100 Pfund. Er fügte nun dem Rest den dritten Teil des Restes zu und verdoppelte auf diese Weise sein Anfangskapital."

51. Matheknobelei 8/69
Ein sehr abergläubischer Junge bekam ein Fahrrad geschenkt und wollte fahren lernen. Als er jedoch von einem Fahrradschaden erfuhr, den wir meist mit "Acht" bezeichnen, befürchtete er, dass es Unglück brächte, wenn die im Rahmen eingestanzte Nummer, sie sei sechsstellig, eine oder gar mehrere Ziffern 8 enthielte. Bevor er sich die Fahrradnummer anschaute, machte er die folgende Überlegung: Beim Schreiben jeder Zahl können 10 Ziffern beteiligt sein, nämlich 0, 1, ..., 9.
Unter ihnen erscheint als "unglückliche" Ziffer nur die 8. Deshalb gibt es nur einen Fall von zehn, der als "unglücklich" bezeichnet werden kann.
Hat unser junger Rennfahrer recht?

52. Matheknobelei 9/69
Eine Stelle aus einem der Romane von Jack London bietet uns Material für eine geometrische Rechnung.

"Mitten in einem quadratischen Feld befand sich ein stählerner Mast, der tief in die Erde eingegraben war. Von der Mastspitze führte ein Stahlseil, dessen anderes Ende an einem Schlepper befestigt war. Der Traktorfahrer warf den Hebel um, der Motor begann zu arbeiten.
Nun bewegte sich der Schlepper vorwärts, wobei er einen Kreis um den Mast als Mittelpunkt beschrieb. Graham meinte dazu: 'Damit die Anlage besser arbeitet, bleibt nur noch übrig, den Kreis in ein Quadrat umzuwandeln.'
'Stimmt, auf einem quadratischen Acker bleibt bei unserer bisherigen Arbeitsweise viel Boden ungepflügt.'
Graham rechnete nach und sagte dann: 'Wir verlieren etwa drei Äcker bei einem Feldstück von 10 Äckern.' "
Nun, seid ihr mit der Lösung einverstanden?

53. Matheknobelei 10/69
Zu Beginn einer Gruppenversammlung begrüßen sich die Pioniere durch Händedruck. Es werden insgesamt 66 Händedrücke ausgetauscht.
Wieviel Freunde nahmen an der Sitzung teil?

54. Matheknobelei 11/69
Zwei Büchsen, mit Kaffee gefüllt, haben die gleiche Form und sind aus dem gleichen Material hergestellt. Die erste Büchse hat eine Masse von 2 kg und ist 12,0 cm hoch; die zweite besitzt eine Masse von 1 kg bei einer Höhe von 9,5 cm.
Wieviel Kaffee enthalten die Büchsen?

55. Matheknobelei 12/69
An den Ufern eines Flusses stehen sich zwei Palmen gegenüber. Die Höhe der einen beträgt 30 Ellen, die der anderen 20 Ellen; der Abstand zwischen ihnen 50 Ellen.
Im Wipfel beider Palmen sitzt je ein Vogel. Beide bemerken plötzlich einen Fisch, der an die Ober-

fläche des Wassers zwischen den beiden Palmen geschwommen war und stürzen sich gleichzeitig auf ihn und erreichen den Fisch zum gleichen Zeitpunkt.
In welcher Entfernung vom Standort der größeren Palme zeigte sich der Fisch?

56. Matheknobelei 1/70
Das Aussichtsgeschoss des Fernsehturms in Berlin hat eine Höhe von 203 m über der Erdoberfläche. Wie weit (Länge des Sehstrahles) könnte ein Besucher bei guter Sicht die Erdoberfläche beobachten, wenn die Erde als Kugel mit einem Radius von 6370 km angenommen wird?

57. Matheknobelei 2/70
Der Freitagstundenplan für die Klassen 7, 8s, 8b, 9 und 10 ist aufzustellen. Direktor Meyer weiß:
In Klasse 7 müssen an diesem Tage erteilt werden: Ma (2), G (1), B (1), D (1) und Ch (1); in Klasse 8a: G, Mu, Ru, Stab., Ma und B; in Klasse 8b: Stab., E, B, Ru und Sport (2); in Klasse 9: Stab., Ru, D, Ch, B und G; in Klasse 10: Ch, D, Ru, Ph, B und E.

Alle Stunden werden durch die Kollegen Müller, Kabel, Fuchs, Lehmann und Steidel unterrichtet. Kollege Müller unterrichtet: Geschichte in 7 und 8a, Mathe in 8 und Sport in 8. Kollege Kabel unterrichtet Biologie in den Klassen 7 bis 10 und Deutsch in Klasse 7. Kollegin Fuchs unterrichtet Russisch in den 8., 9. und 10.Klassen und Erdkunde in den Klassen 8 und 10. Kollege Lehmann ist in den Klassen 9 und 10 im Deutschunterricht eingesetzt. Außerdem mit Staatsbürgerkunde in den 8. und 9.Klassen sowie in der 8a mit Musik. Kollegin Steidel unterrichtet Mathe in Klasse 7, Physik in Klasse 10 und Chemie in den Klassen 7, 9 und 10.

Die Bedingungen, an die ihr euch als Plangestalter zu halten habt, sollen hier kurz genannt werden.
1. Jede Klasse soll 6 aufeinanderfolgende Unterrichtsstunden haben.
2. Ebenso soll jeder Lehrer keine Springstunde in seinem Plan haben.
3. Erschwerend für den Direktor ist, dass er über einige Termine nicht mehr frei verfügen kann. Dazu gehören: Die Sportstunden in der Klasse 8b müssen in der 3. und 4. Stunde liegen. Die Musikstunde in Klasse 8a fällt auf die 6.Stunde und die Chemiestunde in der Klasse 10 auf die 1.Stunde.
Aufgabe: Erstellt einen Stundenplan!

58. Matheknobelei 3/70
Die Spitze C eines Turms BC erscheint von einem Punkt A der Horizontalebene, auf der der Turm steht, unter dem Winkel BAC $= \alpha = 18°45'$. Punkt A ist 230 m = e vom Fußpunkt B des Turmes entfernt.
Wie hoch ist der Turm?

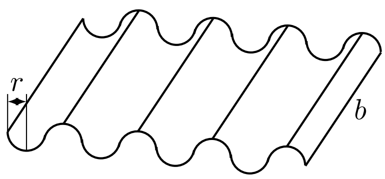
59. Matheknobelei 4/70
Diese Mal sind zwei Aufgaben zu lösen, die beide jedoch in engem Zusammenhang stehen.

1. Stellt euch vor, ihr seid einmal um die Erde herumgegangen und zwar am Äquator entlang. Um welchen Betrag ist die vom Kopf zurückgelegte Strecke länger als die von den Fußspitzen zurückgelegte? Die Normalgröße eines Menschen beträgt 1,70 m.

2. Um den Äquator wird eine Windung Draht fest herum gewickelt und dann um einen Meter verlängert. Wäre eine Maus in der Lage, unter diesem Draht hindurchzukriechen?

60. Matheknobelei 5/70
Eine Zugmaschine mit Hänger, die mit Fertigteilen beladen sind, fahren vom Betrieb zu einer Baustelle. Hierbei wird eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 15 $\frac{km}{h}$ erreicht. Nach dem Entladen wird auf der Rückfahrt zum Betrieb (gleiche Strecke) eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 30 $\frac{km}{h}$ erzielt. Welche mittlere Geschwindigkeit ergibt sich für die gesamte Fahrstrecke (Hin- und Rückweg)?

61. Matheknobelei 6/70



Der Querschnitt des in der Abbildung gezeigten Wellblechs bildet eine Wellenlinie, die aus kongruenten Halbkreisen vom Radius r (in cm) besteht.
Das Blech wird in zwei Ausführungen hergestellt: Die eine hat Halbkreise von $r_1 = 2$ cm, die andere von $r_2 = 1$ cm. Beide Blechsorten haben die gleiche Breite b.
Ihr sollt feststellen, bei welcher Sorte mehr Material verbraucht wird.

62. Matheknobelei 7/70
Zwei Züge fahren aneinander in entgegengesetzter Richtung vorbei. Der eine mit der Geschwindigkeit von 36 $\frac{km}{h}$, der andere mit der von 45 $\frac{km}{h}$. Ein Fahrgastl der im zweiten Zug saß, stellte fest, dass der erste Zug zur Vorbeifahrt an ihm 6 s brauchte.
Wie lang war der Zug?

63. Matheknobelei 8/70
Auf einem Platz sind fünf Lautsprecher gleicher Leistung angebracht, und zwar befinden sich an einem Mast zwei und an einem anderen drei Lautsprecher.
Die Entfernung zwischen den Masten beträgt 50 m.
Welchen Platz muss man wählen, damit man die Übertragung aus beiden Gruppen von Lautsprechern mit gleicher Stärke hört?

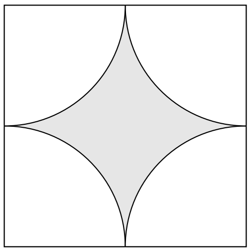
64. Matheknobelei 9/70
Ein Ball wird mit einer Geschwindigkeit von 25 $\frac{m}{s}$ senkrecht in die Höhe geworfen.
In wieviel Sekunden wird er in einer Höhe con 20 m über der Erde sein? Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.

65. Matheknobelei 10/70
Die Seiten eines Rechtecks werden durch ganze Zahlen dargestellt. Wie lang müssen die Seiten sein, damit der Umfang des Rechtecks zahlenmäßig gleich dem Flächeninhalt ist?

66. Matheknobelei 11/70
Auf der Radrennbahn trainieren zwei Fahrer. Sie fahren mit konstanter Geschwindigkeit. Fahren sie in entgegengesetzten Richtungen, treffen sie sich alle 10 Sekunden. Fahren sie jedoch in einer Richtung, so überholt einer den anderen alle 170 Sekunden.
Mit welcher Geschwindigkeit fährt jeder, wenn die Bahnlänge 170 m beträgt?

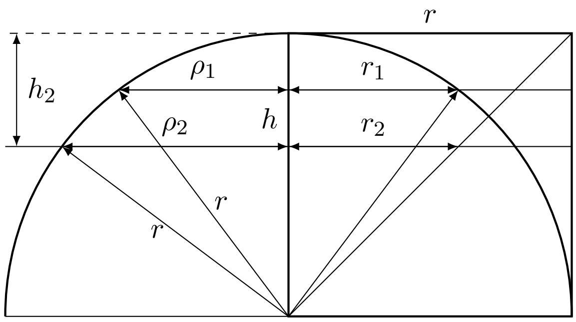
67. Matheknobelei 12/70
Bei der Härtebestimmung eines Werkstoffes mittels Kugeldruckmethode nach Brinell wird die Eindrucktiefe h einer kleine Stahlkugel von bekanntem Durchmesser d = 2r in einem zu prüfenden Material aus dem Durchmesser $\delta = 2\rho$ des Eindruckkreises berechnet.
Wie groß ist die Eindrucktiefe h bei einem Kugeldurchmesser von d = 10 mm und einem Durchmesser des Eindruckkreises von $\delta = 6$ mm?

68. Matheknobelei 1/71
Aus einem Quadrat ist eine Fläche herausgeschnitten, die von 4 gleichen Kreisbögen begrenzt ist (siehe Abbildung). Wieviel Prozent der Quadratfläche macht sie aus?



69. Matheknobelei 2/71
In einem Siemens-Martin-Ofen werden 20 t Stahl von 0,5 % Kohlenstoffgehalt mit 5 t Grauguss von 5 % Kohlenstoffgehalt zusammengeschmolzen.
Wieviel Prozent Kohlenstoff enthält die Mischung?

70. Matheknobelei 3/71



Aus dieser Zeichnung ist die Formel für die Berechnung des Volumens einer Kugelschicht abzuleiten.

71. Matheknobelei 4/71
Die Seitenlängen eines Dreiecks betragen a = 4 cm, b = 13 cm und c = 15 cm.
Wie groß sind a) der Flächeninhalt, b) die drei Höhen, c) des Radius des Inkreises und d) die Radien der drei Ankreise?

72. Matheknobelei 5/71

1. $$\sqrt[2]{\sqrt[5]{\sqrt[2]{\sqrt[5]{10}}}} = \quad ?$$

2. Ein $l_1 = 400$ m langer Draht vom Durchmesser $d_1 = 4$ mm hat die Masse $m_1 = 36{,}7$ kg.
Wieviel Meter Draht aus dem gleichen Material, aber von Durchmesser $d_2 = 6$ mm haben die Masse $m_2 = 90$ kg?

73. Matheknobelei 6/71
Von einem Blechstück in Form eines regelmäßigen Siebenecks, dessen Seiten vom Mittelpunkt einen Abstand von 15 cm haben, wird ringsherum ein 1 cm breiter Streifen abgeschnitten.
Wieviel Prozent beträgt der dadurch verursachte Materialabfall?

74. Matheknobelei 7/71
Ein Kartonstück hat die Gestalt eines unregelmäßigen Vierecks. Wie groß ist seine Masse, wenn die Diagonalen des Vierecks die Längen von 30 cm bzw. 50 cm haben und einen Winkel von 60° miteinander bilden und 1 Quadratzentimeter Karton 0,5 g wiegt?

75. Matheknobelei 8/71
Fritz und Klaus stellen Blechteile her und benötigen für jedes Teil 20 Minuten. Sie bauen in 2 Stunden eine Vorrichtung, die eine Einsparung von 50 % der Herstellungszeit bringt.
Wieviel Teile sind mindestens zu fertigen, damit dadurch die Bauzeit für die Vorrichtung zurückgewonnen wird und außerdem 2 Stunden Freizeit herausgewirtschaftet werden?

76. Matheknobelei 9/71
Längs einer Eisenbahnstrecke wurden neue Personenbahnhöfe zusätzlich gebaut. Damit auf jeder Station der Linie für jede andere Station Fahrkarten zur Verfügung stehen, wurden vor der Eröffnung der neuen Bahnhöfe 46 Fahrkartensätze (neue Fahrkarten zwischen zwei Stationen) zusätzlich gedruckt.
Wieviel Bahnhöfe lagen schon an der Linie und wieviel Bahnhöfe wurden neu gebaut?

77. Matheknobelei 10/71
Wie weit ist der Horizont für einen Beobachter auf einem 200 m hohen Turm entfernt?
Wieviel km Horizont überblickt er in 5 Minuten, wenn er in 1 Stunde eine Umdrehung macht?
(Erdradius R = 6400 km)

78. Matheknobelei 11/71
Auf einem 40 km langen Streckenabschnitt hatte ein Schnellzug eine um 20 $\frac{km}{h}$ größere Geschwindigkeit als ein Güterzug, der dafür 20 min länger benötigte. Welche Geschwindigkeit hatten die Züge?

Hinweis: Ende 1971 wurde das Anspruchsniveau der monatlichen Matheknobelei deutlich gesenkt. Nachfolgend werden nur noch ausgewählte Aufgaben in diese Zusammenstellung aufgenommen.

81. Matheknobelei 2/72
Auf einer Holzrolle von 10 cm Durchmesser ist eine lange Papierbahn fest aufgewickelt und bildet mit der Holzrolle einen Zylinder von 30 cm Durchmesser.
Wie lang ist ungefähr die aufgewickelte Papierbahn, wenn das Papier 0,1 mm dick ist, zwischen den Lagen kein Luftzwischenraum gelassen wurde und Anfang und Ende der Bahn auf gleichem Radius (durch die Mittelachse des Zylinders) liegen?

84. Matheknobelei 5/72
In eine Lore von 800 kg Masse, die mit der Geschwindigkeit 1,5 $\frac{m}{s}$ fährt, fallen senkrecht 600 kg Schotter.
Auf welchen Betrag sinkt dadurch die Geschwindigkeit der Lore?

87. Matheknobelei 8/72
Von einem Rad mit dem Durchmesser 20 cm, das pro Minute 600 Umdrehungen macht, löst sich eine Schraube und fliegt senkrecht nach oben.
Wie hoch fliegt sie?

88. Matheknobelei 9/72
Wir konstruieren ein Quadrat mit 10 cm Seitenlänge und über jeder Seite nach außen ein gleichseitiges Dreieck. Dann biegen wir die vier Dreiecke so nach einer Seite auf, dass sich die Dreiecksspitzen in einem Punkt vereinen.
Berechnet von diesem Körper a) die Oberfläche, b) die Höhe h und c) das Volumen V!

89. Matheknobelei 10/72
Wieviel Prozent beträgt der Materialabfall, wenn aus einem Würfel die größtmögliche Kugel gedreht wird?

91. Matheknobelei 12/72
In einem zylindrischen Behälter, der bis zur Höhe h = 1,2 m mit Wasser gefüllt ist, wird ein zylindrischer Tauchkörper von $d_2 = 30$ cm bis zum Grund eingesenkt, wodurch der Wasserstand um $\Delta h = 4$ cm steigt. Wieviel Liter Wasser befinden sich im Behälter?

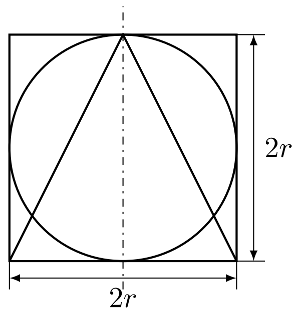
92. Matheknobelei 1/73

In ein Ferienlager wird eine Sendung mit 50 Heften Unterhaltungsliteratur mit den Heftpreisen -,50 M, 1,- M und 2,50 M geliefert. Rechnungsbetrag: 62,50 M + Spesen.
Der Lieferschein ging verloren; jedoch erinnerte man sich, dass die meisten Hefte in der billigsten Preisstufe waren und dass in den beiden anderen Preisstufen ungefähr gleich viel Hefte geliefert wurden. Wieviel Hefte der einzelnen Preisstufen enthielt die Sendung?

93. Matheknobelei 2/73

Eine Glühlampe für 60 V und 30 W soll bei gleicher Leistung unter Zwischenschaltung eines Kondensators an 120 V Wechselspannung (50 Hz) angeschlossen werden. Welche Kapazität muss dieser haben?

94. Matheknobelei 3/73



Wie verhalten sich die Volumen eines Kegels, einer Kugel und eines Zylinders zueinander, die demselben Würfel einbeschrieben sind.
Anleitung: Die Abbildung stellt den gemeinsamen Achsenschnitt des Kegels, der Kugel und des Zylinders dar. Die Kegelspitze liegt in der Mitte einer Würfelfläche.

95. Matheknobelei 4/73

Ein Holzzylinder (Dichte $\rho = 0{,}7 \frac{g}{cm^3}$) steht in einem Gefäß mit rauhem Boden. Wie hoch muss mindestens in dem Gefäß der Wasserstand sein, damit der Zylinder sich gerade vom Boden erhebt?

97. Matheknobelei 6/73

Gibt es einen Zylinder, dessen Maßzahl der Oberfläche O doppelt so groß wie die Maßzahl seines Volumens V ist, und bei dem die Maßzahl des Umfangs U der Grundfläche mit deren Flächeninhalt A in der Maßzahl übereinstimmt?
Wenn ja, berechne Volumen und Oberfläche!

Lösungen

Lösung 1. Matheknobelei 6/65
Wenn $V_1 = 80\ m^3$ Schlamm aus dem Becken entfernt werden, so sinkt der Wasserspiegel mit F = Beckengrundfläche um

$$h_1 = \frac{V_1}{F} = \frac{80\ m^3}{4000\ m^2} = \frac{1}{50}m = 2\ cm$$

Wenn die 80 m^3 Schlamm (= 200 t) auf den Kahn im Becken geladen werden, taucht der Kahn um $V_2 = 200\ m^3$ tiefer ein, da die Wasserdichte $1\frac{t}{m^3}$ beträgt.
Wenn h die Tiefe des Wassers nach dem Baggern ist und h_2 den Anstieg des Wassers nach Beladen des Kahns wird

$$h_2 = \frac{V_2}{F} = \frac{200\ m^3}{4000\ m^2} = \frac{1}{20}m = 5\ m$$

Beide Änderungen überlagern sich. Also ist am Ende des Baggerns und nach Beladen des Schleppkahns mit dem Schlamm das Wasser um 3 cm gestiegen und nicht gesunken.

Lösung 2. Matheknobelei 7/65
Die Lokomotive hat 100 m zurückgelegt, wenn die Rauchfahne 40 m zurückgelegt hat. Die Windgeschwindigkeit v_W muss zur Zuggeschwindigkeit v_Z im gleichen Verhältnis stehen, wie die zurückgelegten Wege zueinander

$$\frac{100}{40} = \frac{72}{x} \to x = \frac{40 \cdot 72}{100} = 28{,}8$$

Die Windgeschwindigkeit v_W beträgt 28,8 $\frac{km}{h}$.

Lösung 3. Matheknobelei 8/65
Mit v = Geschwindigkeit, s = Weg, t_1 = Zeit für 15 Schritte, t_2 = Zeit für 75 Schritte und l = Kranlänge wird $l - vt_1 = 12$ m, $l + vt_2 = 60$ m.
Es gilt $\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{5} \to t_1 = \frac{1}{5}t_2$.
Also ist $l - v \cdot \frac{1}{5}t_2 = 12$ m und $l + vt_2 = 60$ m. Multiplizieren der ersten Gleichung mit 5 und addieren beider Gleichungen liefert $6l = 120$ m, $l = 20$ m. Die Länge des Krans beträgt 20 m.

Lösung 4. Matheknobelei 9/65
72 $\frac{km}{h}$ = 1200 $\frac{m}{min}$, $U = \pi d = \frac{56 \cdot 22}{7}$ = 176 cm, Der Umfang des Rades beträgt 1,76 m.
Bei einem Übersetzungsverhältnis von 1:1 wäre die Geschwindigkeit $v_1 = \frac{3000 \cdot 1{,}76m}{min} = 5280\frac{m}{min}$, die tatsächliche Geschwindigkeit v beträgt aber 1200 $\frac{m}{min}$. Das Übersetzungsverhältnis ergibt sich

$$U = \frac{v}{v_1} = \frac{1200}{5280} = \frac{5}{22} = 1 : 4{,}4$$

Lösung 5. Matheknobelei 10/65
Jedes Quadrat hat zwei Wurzeln, nämlich die positive x_1 und die negative x_2. Bei dieser Aufgabe hat Leibniz auf der rechten Seite der Gleichung die Lösung x_1 und auf der linken Seite die Lösung x_2 verwendet. Richtig wäre bei korrekter Anwendung des Betrages

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$$

$$-(4 - \frac{9}{2}) = 5 - \frac{9}{2} \qquad | + \frac{9}{2}$$

$$-4 + 9 = 5$$

Lösung 6. Matheknobelei 11/65
Gegeben sind t = 1 min, s = 6 km, $v_1 = 36\ \frac{km}{h}$. Gesucht ist v_2.
Lösung: $t_1 = \frac{s}{v_1}$ = 10 min, t_2 = 10 min - 1 min = 9 min und $v_2 = \frac{s}{t_2} = 40\frac{km}{h}$.

Lösung 7. Matheknobelei 12/65
Behauptung: Die Gesamtflugzeit für Hin- und Rückflug ist bei der Windgeschwindigkeit w (von A nach B) größer als bei Windstille.
Beweis: AB = s Weg, v Fluggeschwindigkeit bei Windstille, t_1 Flugzeit von A nach B, t_2 Flugzeit von B nach A, t_0 Gesamtflugzeit bei Windstille, t Gesamtflugzeug bei Wind.
Bei Windstille wird $t = t_1 + t_2 = \frac{2s}{v}$.
Mit Wind ($w > 0$) wird

$$t_1 = \frac{s}{v+w}, t_2 = \frac{s}{v-w}, t = \frac{s}{v+w} + \frac{s}{v-w} = \frac{2sv}{v^2-w^2} = \frac{2s}{v-\frac{w^2}{v}} > \frac{2s}{v}$$

Da der Nenner von t kleiner als der von t_0 ist, ist der Wert des Bruchs größer und damit die Gesamtflugzeit t länger.

Lösung 8. Matheknobelei 1/66
Aufgabe $x^2 \cdot 0,***= x \cdot 20,***$
Der endliche Dezimalbruch sei y. Dann ist

$$x^2 y = x(20+y) \to y = \frac{20}{x-1}$$

Weil y ein endlicher Dezimalbruch ist, ist es auch $\frac{20}{x-1}$. x-1 kann aber nur die Primfaktoren 2 und 5 enthalten, denn andere Primfaktoren ergeben einen unendlichen Dezimalbruch $\frac{20}{x-1}$. Den Primfaktor darf x-1 als ungerade Zahl nicht enthalten. x-1 ist also ein Potenz von 5. Man setzt $x - 1 = 5^{n+1}$.
Dann ist $x = 5^{n+1} + 1$ und $y = \frac{4}{5^n} \quad (n \geq 1)$.
Die ersten 5 Lösungen lauten x = 26, y = 0,8 ; x = 126, y = 0,16; x = 626, y = 0,032; x = 3126, y = 0,0064 und x = 15626, y = 0,00128.
Diese Aufgabe lässt mehrere Lösungen zu, da ja nicht angegeben war, wieviel Stellen die korrigierte Aufgabe haben soll.

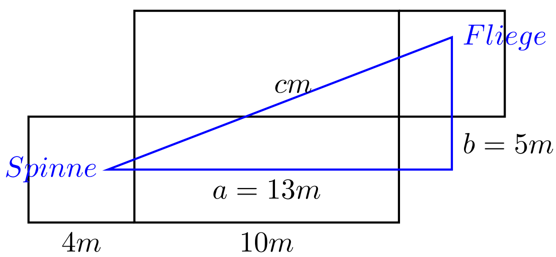
Lösung 9. Matheknobelei 2/66
Gegeben sind $T_1 = 12°C = 285K; T_2 = 41°C = 314K$ und $p_1 = 1{,}5at + 1at = 2{,}5at$.
Da das Volumen konstant bleibt, kann in der Zustandsgleichung idealer Gase $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$ das Volumen vernachlässigt werden, d.h.

$$p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = 2{,}5 \cdot \frac{314}{285} = 2{,}75 \text{ at}$$

Der Überdruck beträgt also nach längerer Fahrt 1,75 at.

Lösung 10. Matheknobelei 3/66
Der erste Wanderer fährt in 30 Minuten 10 km. Der andere läuft in 30 Minuten 2,5 km, braucht also bis zum Kilometer 10 noch 1,5 h.
Inzwischen ist der erste Wanderer bis zum km 17,5 gelaufen, somit braucht er noch 30 Minuten bis zum km 20. In dieser halben Stunde hat der zweite Wanderer mit dem Fahrrad km 20 erreicht. Das ist die Hälfte der Strecke, jeder hat für die 20 km 2,5 h gebraucht. Da sich der Vorgang noch einmal wiederholt, benötigen die Wanderer für die 40 km eine Zeit von 5h.

Lösung 11. Matheknobelei 4/66



Man zeichnet die Abwicklung des quaderförmigen Raumes. Die kürzeste Verbindung zwischen der Fliege und der Spinne bildet eine Gerade. Somit ist c nach der Zeichnung die gesuchte Strecke. a (= 1 m + 10 m + 2 m = 13 m) und b (= 2 m + 3 m = 5 m) sind bekannt.

$$c^2 = a^2 + b^2 \to c = \sqrt{13^2 + 5^2} \approx 13{,}928\ m$$

Die Fliege muss ihr Versprechen einlösen und sich fressen lassen.

Lösung 12. Matheknobelei 5/66
Aus den Teilern 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 folgt 2520 als kleinstes gemeinsames Vielfaches. Nach der Aufstellung behält der Sammler stets eine Figur übrig, wenn er seine Zinnsoldaten in Reihen von 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 oder 10 Gliedern aufstellt, bei Aufstellung in Reihen zu Gliedern jedoch keine. So ergibt sich die Gleichung

$$11x = 2520y + 1 \to x = 229y + \frac{y+1}{11}$$

Wenn $u = \frac{y+1}{11}$, ist $y = 11u - 1$ und $x = 2520u - 229$. Die Zuordnungen zeigt die Wertetafel

u	x	y	11x	2520y
1	2291	10	25201	25200
2	4811	21	52921	52920
3	7331	32	80641	80640

Die Spalte 11x verzeichnet die Anzahl der Zinnsoldaten des Sammlers. 25201 ist als kleinstmögliche Zahl die Lösung.

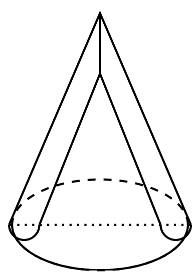
Lösung 13. Matheknobelei 6/66
Wenn das Manuskrips 2M Seiten hat, benötigt sie für die erste Hälfte $\frac{M}{15}$ Tage, für die zweite Hälft $\frac{M}{25}$ Tage und insgesamt für 2M Seiten:

$$\frac{M}{15} + \frac{M}{25} = \frac{8}{75} M \text{ Tage}$$

Somit schreibt sie durchschnittlich je Tag $\frac{2M}{\frac{8}{75}M} = \frac{75}{4} = 18{,}75$ Seiten.

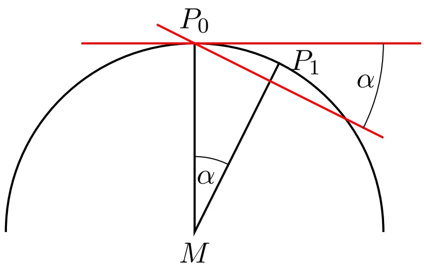
Lösung 14. Matheknobelei 7/66
Es ist wahrscheinlich, dass es sich um die nächstfolgende symmetrische Zahl handelt. Man erhält sie aus 15951 durch Änderung der dritten Stelle auf die nächsthöhere Ziffer, denn bei Änderung der vorletzten ändert man auch die zweite Stelle und bei Änderung der letzten Stelle auch die erste Stelle, d.h. der Unterschied wäre um eine bzw. zwei Zehnerpotenzen höher.
Nun ist die dritte Ziffer eine 9. Sie wird 0, da sie nicht 10 werden kann, und gleichzeitig muss die zweite Stelle auf 6 erhöht werden, was auch eine Erhöhung der vorletzten Stelle auf 6 verlangt.
Die nächstfolgende symmetrische Zahl ist also 16061. Die zurückgelegte Strecke beträgt 110 km. Somit ergibt sich für die Durchschnittsgeschwindigkeit 55 $\frac{km}{h}$.
Nun wäre es theoretisch möglich, dass der Kilometerzähler eine noch höhere symmetrische Zahl anzeigt. Die nächste wäre 16161.
Dann müsste die Durchschnittsgeschwindigkeit aber schon 105 $\frac{km}{h}$ betragen haben, und das ist nicht nur unwahrscheinlich, sondern auch nach der Straßenverkehrsordnung [der DDR] nicht erlaubt.

Lösung 15. Matheknobelei 8/66



Will man mit einem Körper alle drei Durchbrüche prüfen, muss man einen Körper finden, dessen Grundriss, Aufriss und Kreuzriss Form und Größe der drei Durchbrüche haben.
Ein Körper, dessen Grundriss ein Kreis mit d = 1,8 cm und dessen Aufriss ein Quadrat (a = 1,8 cm) ist, hat die Form eines Zylinders, dessen Grundkreisdurchmesser und Höhe gleich 1,8 cm sind.
Damit der Kreuzriss gleich dem dritten Durchbruch ist, wird der Zylinder von beiden Seiten schräg abgeschnitten, so dass der abgebildete Körper entsteht. Man sieht, das sich Grund- und Aufriss durch den Schnitt nicht verändern, denn die Höhe des Dreiecks ist ebenfalls etwa 1,8 cm.

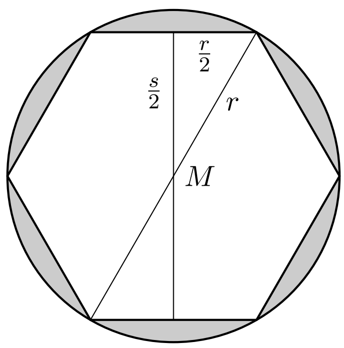
Lösung 16. Matheknobelei 9/66



Auf der Peripherie eines Kreises liege die Außenseite der Libelle. Der Umfang des Kreises ist $U = 2\pi r = 6280$ mm. Das ist der Umfang bei einem Winkel von 360°.
Die Wasserwaage ist dann Tangente an den Kreis. Wenn die Wasserwaage um 0,5° geneigt wird, verschiebt sich der Radius auch um 0,5°, denn Radius und Tangente bilden einen rechten Winkel. Der Berührungspunkt P_1 liegt von Punkt P_0 (Markierung an der Libelle) entfernt:

$$a = \frac{6280}{360°} \cdot 0{,}5° = 8\frac{13}{18} \approx 8{,}72 \text{ mm}$$

Lösung 17. Matheknobelei 10/66



Mit dem Radius r und der Schlüsselweite 32 mm wird entsprechend der Abbildung

$$r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 \to \frac{3}{4}^2 = 16^2 \to r = \frac{32}{3}\sqrt{3} \approx 18{,}5 \text{ mm}$$

Der Mindestdurchmesser ist damit d = 37 mm. Es wird also der Rundstahl mit 38 mm Durchmesser benutzt, um die Materialverluste klein zu halten.

Lösung 18. Matheknobelei 11/66
Wir nummerieren die Geldbörsen mit Nr. 1, Nr. 2, Nr. 3 ... Nr. 10. Aus der Geldbörse 1 nehmen wir eine Münze heraus, aus der Börse 2 zwei Münzen, aus der Börse 3 drei Münzen usw. Die herausgenommenen Münzen wägen wir mit einer Waage, die bis zu 0,1 g genau anzeigt.
Zeigt die Waage einige ganze und einige Zehntel Gramm an, dann gibt die Anzahl der Zehntel Gramm an, wieviel falsche Münzen sich unter den gewogenen befinden. So lässt sich die Nummer der Börse mit den falschen Münzen ermitteln.
Zeigt die Waage eine ganze Anzahl Gramm an, befindet sich das Falschgeld in der Börse 10.

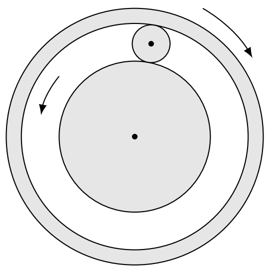
Lösung 19. Matheknobelei 12/66
Ist D der Durchmesser eines Kreises, so beträgt sein Umfang $u_1 = \pi D$, vergrößert man seinen Durchmesser um 2d, so beträgt der Umfang $u_2 = \pi(D + 2d)$.
Doe Vergrößerung des Umfangs beträgt dann

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \pi(D + 2d) - \pi D = 2\pi d$$

Mit d = 10 cm wird $\Delta u = 20\pi$ cm $\approx 62{,}8$ cm.

Lösung 20. Matheknobelei 1/67
Die Einsparungen betragen $3x - 20$ bzw. $x - 10$. Die aufgewendete Zeit ist gleich, wenn gilt: $3x - 20 = x - 10 \rightarrow x = 5$. Somit ist der erste Vorschlag rentabler, wenn $x > 5$ gilt.
Bei 5 Stück ist zwar die Fertigungszeit bei beiden Verfahren gleich, liegt aber noch 5 h über dem alten Verfahren. Tatsächlich ist der erste Vorschlag zeitlich erst ab 7 Werkstücken und der zweite ab 11 Werkstücken rentabel. Absolut wird man also in jedem Fall ab 7 Werkstücken den 1.Vorschlag vorziehen und bei Stückzahlen unter 7 nach der alten Methode weiter produzieren.

Lösung 21. Matheknobelei 2/67



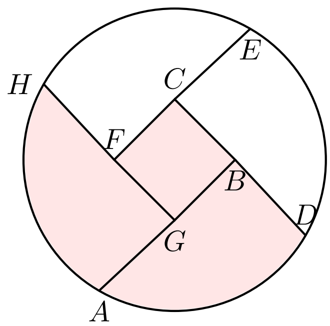
Wenn sich die Kugel des Lagers einmal um ihre Achse dreht, legt sie am Außenring einen Weg von 5π mm (ihr Umfang) zurück. Das entspricht $\frac{1}{6}$ des Umfangs des Außenrings. Zu gleicher Zeit bewegt sie sich auf der Außenfläche des Innenrings 5π mm in umgekehrter Richtung. Das entspricht $\frac{1}{4}$ des Umfangs der Welle. Daraus folgt, dass sich die Achse bei einer Umdrehung der Kugeln um $\frac{5}{12} = 2{,}4$ ihres Umfangs dreht.
Also muss sich jede Kugel bei einer Umdrehung der Welle 2,4 mal herumdrehen.

Lösung 22. Matheknobelei 3/67
Mit dem Hebelgesetz wird für erste Wägung: $5 : F_2 = a : b \rightarrow F_2 = 5\frac{a}{b}$ und für die zweite Wägung $F_1 = 5\frac{a}{b}$. So ist das Gewicht der gesamten Menge

$$G = F_1 + F_2 = 5 \cdot \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

Da $a^2 + b^2 > 2ab$ ist (denn $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 > 0$), ist der Nenner größer als der Zähler. Somit ist bewiesen, dass die abgewogene Menge größer als 10 kg ist.

Lösung 23. Matheknobelei 4/67



Legt man die Figur DGE deckungsgleich auf ACD, so entsteht eine Figur, aus der ersichtlich ist:
Der gesuchte Flächeninhalt ist die Hälfte des Kreisinhalts $\frac{\pi}{2}r^2$ plus die Hälfte des Quadrats. Es ist also notwendig, die Quadratseite zu bestimmen.
Im Dreieck ACD (rechtwinklig) ist die Seite AC bekannt. Um $\overline{CD}$ berechnen zu können, benötigen wir die Länge der Seite AD.
$\overline{AD}$ ist die Sehne über einem Viertel des Kreisumfangs, so dass nach dem Satz des Pythagoras

$$\overline{AD}^2 = r^2 + r^2 = 2r^2 \to \overline{AD} = \sqrt{2}r$$

gilt. Damit ergibt sich aus der Abbildung

$$\overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{AC}^2 = \sqrt{2r^2 - \overline{AD}^2} = \overline{AB}$$

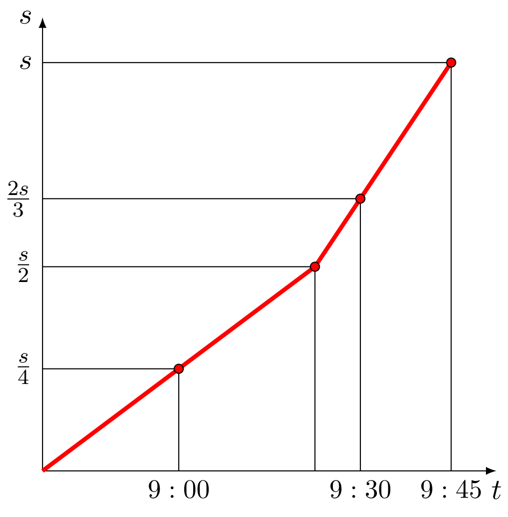
und $\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = \overline{AC} - \sqrt{2r^2 - \overline{AC}^2}$.
Das ist die gesuchte Quadratseite. Der Flächeninhalt des Quadrats ist damit $F_Q = \overline{BC}^2 = 2r^2 - 2\overline{AC}\sqrt{2r^2 - \overline{AC}^2}$. Der gesuchte Flächeninhalt ist dann

$$F = \frac{1}{2}F_K + \frac{1}{2}F_Q = \frac{\pi}{2}r^2 + r^2 - \overline{AC}\sqrt{2r^2 - \overline{AD}^2}$$

Lösung 24. Matheknobelei 5/67
Der Abstand der Straßenbahnwagen sei x. Da der Fußgänger in Fahrtrichtung geht und ihn alle 12 Minuten eine Bahn überholt, bedeutet das, dass die Straßenbahn diese Strecke in 12-x Minuten zurücklegt. Für den Weg, für den der Fußgänger 1 Minute braucht, benötigt die Bahn $\frac{12-x}{12}$ Minuten. In umgekehrter Richtung benötigt die Straßenbahn nur $\frac{x-4}{4}$ Minuten. Daraus ergibt sich die Gleichung

$$\frac{12-x}{12} = \frac{x-4}{4} \to x = 6 \text{ Minuten}$$

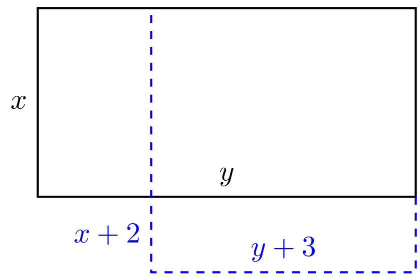
Lösung 25. Matheknobelei 6/67



Die Aufgabe ist einfach mittels Diagramm zu lösen, in dem man den Weg üner die Zeit einträgt.
Die Abszisse wird zweckmäßigerweise in 9 Teile eingeteilt. Auf der Ordinate braucht man nur die Punkte einzuzeichnen, die in der Aufgabenstellung als Wegangaben erwähnt werden.
Für die erste Hälfte der Strecke braucht der Fahrer 6 Teile der Zeitskala, für die zweite Hälfte bei doppelter Geschwindigkeit nur 3 Teile. Für die Teilstrecke von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{2}{3}$ der Gesamtstrecke braucht er nur 4 Teile der Zeitskala = 30 min. Ein Teil der Zeitskala in demnach 7,5 min. 3 Teile der Zeitskala vor 9.00 Uhr startete er, also 8 h 37 min 30 s. Zwei Teile der Zeitskala nach 9.30 Uhr ist er am Ziel, also 9 h 45 min.

Lösung 26. Matheknobelei 7/67

Aus der Aufgabenstellung ergeben sich folgende Gleichungen $(x+2)(y-3) = xy-1$ und $x+2 = y-3$. Demnach ist, wenn wir für $x = y-5$ setzen: $x = 5, y = 10$ und einen Flächeninhalt von 50 m^2.



Lösung 27. Matheknobelei 8/67
Da sich bei einer maßstabgerechten Verkürzung der Höhe des Fernsehturms auch die anderen zwei Dimensionen im selben Maßstab verkürzen, gilt:

$$\frac{x}{353} = \sqrt[3]{\frac{1}{19700000}} \rightarrow x = \frac{353}{270} \approx 1{,}307 \text{ m}$$

Lösung 28. Matheknobelei 9/67
Folgende Flächen sind zu berechnen:

1. Grundfläche der Nische: $A_1 = \frac{\pi}{4} r^2 \approx 0{,}785\ m^2$
2. Mantelfläche der Viertelzylinders: $A_2 = \frac{2\pi}{4} r^2 h \approx 1{,}57\ m^2$
3. Fläche der Achtelkugel: $A_3 = \frac{4\pi}{8} r^2 \approx 1{,}57\ m^2$

Addiert man sich eine neu zu verputzende Fläche von $A_{Gesamt} = 3{,}925\ m^2$. Da 22 kg Mörtel je m^2 gerechnet werden, benötigt man 86,35 kg $\approx$ 87 kg für die angegebene Nische.

Lösung 29. Matheknobelei 10/67
Nach der gegebenen Voraussetzung gilt die Gleichung: $6a^2 = a^3$. Daraus ergibt sich $a = 6$ cm.
Nach Pythagoras ist die Diagonale eines Quadrats $a\sqrt{2}$, die Raumdiagonale eines Würfels $a\sqrt{3}$. Für den besagten Würfel gilt also $d = 6\sqrt{3} \approx 10{,}4$ cm.

Lösung 30. Matheknobelei 11/67
Die Flächeninhalte der ineinandergeschachtelten Quadrate verhalten sich zueinander wie $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{16}$. Da die roten Dreiecke jeweils $\frac{1}{8}$ der Fläche des jeweiligen Quadrates sind, ergibt sich für die Fläche der 5 Dreiecke:

$$\frac{1}{8}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right) a^2 = \frac{31}{128} a^2$$

Mit $a = 10$ cm wird somit für den Flächeninhalt $= \frac{3100}{128} \approx 24{,}2$ cm^2.

Lösung 31. Matheknobelei 12/67
Der Grundwert G sei einmal die landwirtschaftlich genutzte Fläche unserer Erde, zum anderen die gesamte Welternte E. Gefragt wird nach dem Verhältnis der durchschnittlichen Hektarerträge der bewässerten, wir nennen ihn B, zur unbewässerten Fläche - wir nennen ihn U. Dann gilt

$$0{,}25 \cdot E = 0{,}15 \cdot G \cdot B; 0{,}75 \cdot E = 0{,}85 \cdot G \cdot U \rightarrow \frac{B}{U} = \frac{17}{9} \approx 1{,}9$$

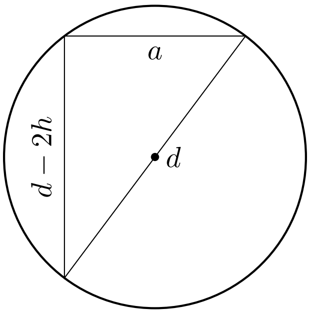
Der Hektarertrag der bewässerten Fläche ist fast doppelt so groß wie der der unbewässerten.

Lösung 32. Matheknobelei 1/68
Die Auffahrt erfüllt ihre Funktion, wenn sie das Fass mindestens an der Kante der Stufe tangential

berührt. Das ist der Grenzfall, wie man in der Zeichnung sieht.
Tangente und Radius bilden im Berührungspunkt einen rechten Winkel. Aus den ähnlichen Dreiecken lässt sich nun die Mindestlänge der Auffahrt ermitteln:

$$\frac{x}{S} = \frac{R}{\sqrt{R^2-(R-S)^2}} = \frac{R}{\sqrt{2RS-S^2}} \to x_{min} = R\frac{\sqrt{S}}{\sqrt{2R-S}}$$

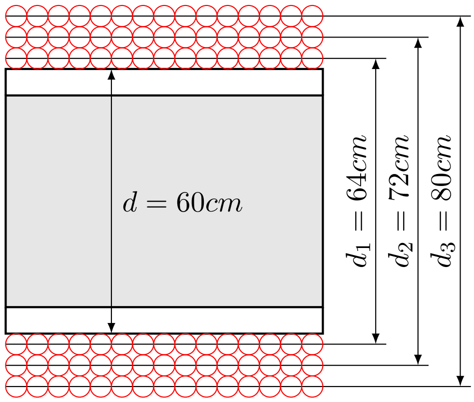
Lösung 33. Matheknobelei 2/68



Nach dem Thalessatz kann man ein rechtwinkliges Dreieck in den Kreis einzeichnen. Mit den gegebenen Werten wird für die Hypotenuse des Dreiecks, also den Durchmesser der Trommel

$$a^2 + (d-2h)^2 = d^2 \to 400^2 + (d-20)^2 = d^2 \to d = 4010 \text{ mm}$$

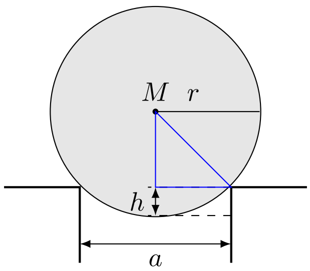
Lösung 34. Matheknobelei 3/68



Für den Durchmesser der ersten 15 Windungen muss zu den 60 cm Trommeldurchmesser noch zweimal der Kabelradius addiert werden. Für die jeweils 15 weiteren Windungen erhöht sich der Durchmesser auf d_2 und d_3 (siehe Skizze). Die Lösung ist dann

$$n = 15\pi d_1 + 15\pi d_2 + 15\pi d_3 = 15\pi \cdot 216 \approx 101{,}74 \text{ m}$$

Lösung 35. Matheknobelei 4/68



Im blauen rechtwinkligen Dreieck gilt

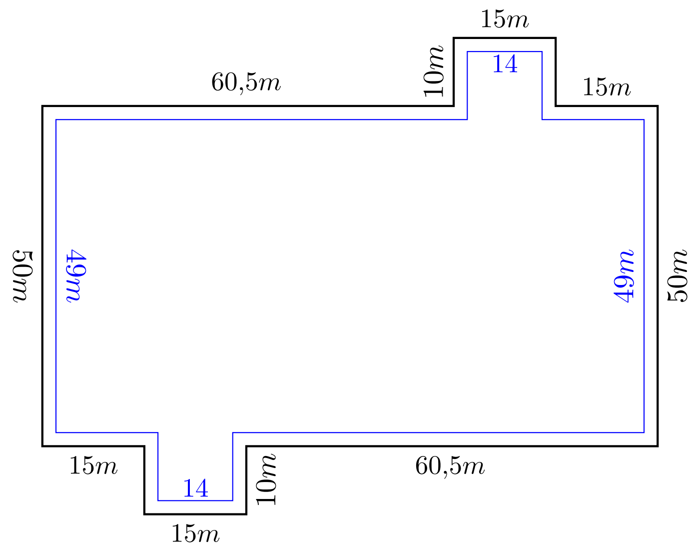
$$r^2 = (r-h)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \to 2r = d = h + \frac{a^2}{h}$$

und mit den gegebenen Werten $d = 20$ mm.

Lösung 36. Matheknobelei 5/68

Die Anzahl der notwendigen LKW-Fahrten zum Abtransport des Erdreichs ergibt sich zu

$$n = \frac{\text{Grabenquerschnitt} \cdot \text{Grabenlänge} \cdot \text{Schüttungskoeffizient}}{\text{Ladefähigkeit}}$$



Es genügt nicht, nur die angegebenen Maße des Graben-Außenumfangs zu addieren. Vielmehr beträgt die Länge des Grabens 319 m, also das Mittel aus dem äußeren (schwarz) und inneren (blau) Grabenrand. Damit wird

$$n = \frac{0{,}15 \cdot 319 \cdot 1{,}4}{2{,}8} = 23{,}925 \approx 24$$

Der LKW muss 24mal fahren, um das Erdreich des Grabens an anderer Stelle wieder aufzuschütten.

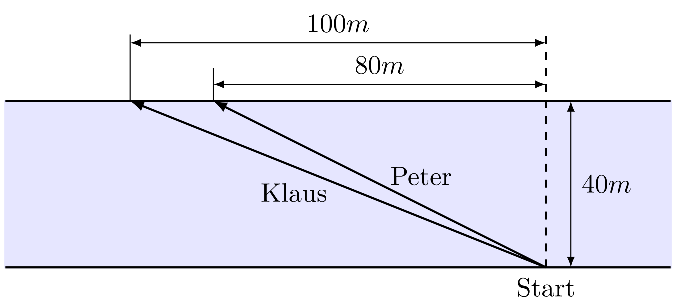
Lösung 37. Matheknobelei 6/68

Die maximal zulässige Belichtungszeit betrage x Sekunden. In dieser Zeit hat der Zug die Strecke (v = 20 $\frac{m}{s}$) 20 x m zurückgelegt, dem entspricht auf dem Bild die Strecke (Abstand des Objektes a = 250 m)

$$s = \frac{f}{a} \cdot 20x = \frac{5 \cdot 10}{250} \cdot 20x = 4 \cdot 10^{-3}x$$

s wird als Bewegungsunschärfe empfunden. Sie darf maximal 0,05 mm betragen. Daraus folgt für x mit $4 \cdot 10^{-3}x$ m = 0,05 mm $\rightarrow x = \frac{1}{80}$ s.

Lösung 38. Matheknobelei 7/68



Der schnellere Schwimmer Peter erreicht nach 80 s das andere Ufer, und zwar 80 m unterhalb des Ziels. Klaus braucht 100 s und wird 100 m abgetrieben. Klaus schafft den 100-m-Lauf in nur 13,3 s. Das reicht aber nicht, um Peter einzuholen, der die 80 m in 12,8 s zurücklegt. Peter erreicht also das Ziel 20,5 s eher als Klaus.

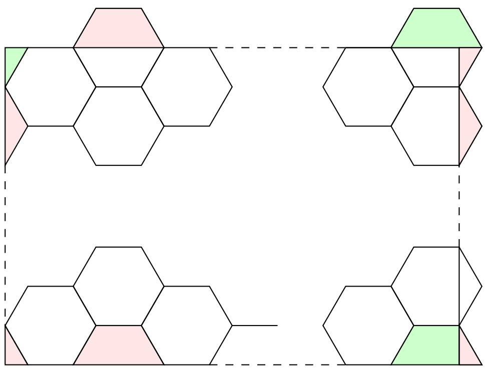
Lösung 39. Matheknobelei 8/68
Für die Lösung ist die Differenz von nur zwei Kreisumfängen zu berechnen. Die gesuchten Bahnunterschiede sind nämlich alle gleich.
Die Unterschiede in den Laufstrecken sind durch die beiden 100 m langen Kurven bedingt, die zusammen einen Vollkreis ausmachen. Der Unterschied zweier Kreisumfänge mit den Radien r_1 und r_2 ist

$$\Delta u = u_1 - u_2 = 2\pi r_1 - 2\pi r_2 = 2\pi(r_1 - r_2)$$

Da der Abstand zwischen den Bahnmarkierungen 2 m beträgt, ist $r_1 - r_2 = 2$ m. Das gilt für alle Bahnen. Damit ist der Abstand, in dem zwei benachbarte Läufer starten müssen

$$\Delta u = 2\pi \cdot 2 \approx 12{,}57 \text{ m}$$

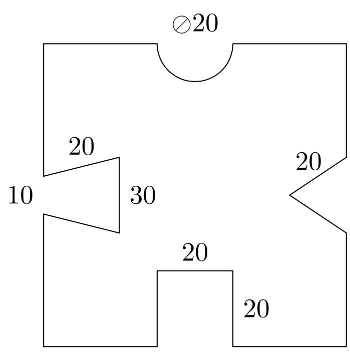
Lösung 40. Matheknobelei 9/68



Die Rechteckfläche ist $433 \cdot 300 = 129900$ cm^2. Die Sechseckfläche besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken der Seitenlänge 10 cm. Für eine Dreiecksfläche wird 43,3 cm^2 und somit für die Sechseckfläche 259,8 cm^2.
Die Anzahl der Fliesen ist der Quotient aus Rechteck- und Sechseckfläche und wird gleich 500.
In der rechten senkrechten Reihe liegen $24 + \frac{2}{2} = 25$ Fliesen, von denen überstehende Teile abgetrennt werden müssen (mit denen die Lücken in der linken senkrechten Spalte gefüllt werden). In der obersten und der untersten waagerechten Reihe werden 9 halbe Fliesen verlegt. Insgesamt müssen 34 Fliesen getrennt werden.

Lösung 41. Matheknobelei 10/68
Der Abfall beim Stanzen lässt sich in 20 rechtwinklige Dreiecke (Hypotenuse 2 cm) und 3 Rechtecke mit den Seiten 2 cm und $\sqrt{2}$ cm zerlegen. Die Flächenberechnung für den Abfall ergibt dann
Dreiecke: $20 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 20$ cm^2; Rechtecke: $6\sqrt{2}$ cm^2
Das sind in Prozenten des Rechteckblechs 22,5 %.

Lösung 42. Matheknobelei 11/68



Es genügte, die Querschnitte des Vierkants und der Nuten zu berechnen, da man jeden Rauminhalt des Werkstücks durch Multiplikation mit der Länge erhält.

Berechnung der Querschnitte
1) Rundeisen (= Querschnitt des Vierkants): $A = \pi r^2 \approx 80{,}7$ cm^2
2) Halbkreisförmige Nut: $A_1 = \frac{\pi}{2} r_1^2 \approx 1{,}5$ cm^2
3) Dreieck-Nut: $A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \approx 1{,}7$ cm^2
4) Quadratische Nut: $A_3 = 4$ cm^2
5) Schwalbenschwanznut: $A_4 = \frac{1}{2}(3+1) \cdot 2 = 4$ cm^2
Der Querschnitt der Nuten ist 11,2 cm^2 und der Querschnitt des fertigen Werkstücks 68,8 cm^2. Der Abfall ist 16,3 % des fertigen Werkstücks.

Lösung 43. Matheknobelei 12/68
Das Problem bezieht sich auf die Aufgabe, die der junge Gauß lösen sollte. Der Lehrer hatte aufgegeben, alle Zahlen von 1 bis 100 zu addieren. Gauß war in 5 Minuten fertig, da er bemerkte, dass es 50 Paare von Zahlen gibt, die zusammen 101 ergeben: 100+1, 99+2, 98+3 usw.
Mit diesem Trick wird

$$1 + 2 + 3 + ... + (x-2) + (x-1) + x = 6328$$
$$x + (x-1) + (x-2) + ... + 3 + 2 + 1 = 6328$$

Addiert man beide Summen, so erhält man $x(x+1) = 12656$. Die quadratische Gleichung hat die Gleichung $x = 112$. Ist die Lösung quadratischer Gleichungen noch nicht bekannt, so kann man mittels Quadrattafel feststellen, dass $\sqrt{12656}$ zwischen 112 und 113 liegt. Eine Probe mit 112 bestätigt das Ergebnis.

Lösung 44. Matheknobelei 1/69
Die Lösungsidee ist die binomische Formel $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
Ist a^2 gesucht, wird addiert oder subtrahiert, so dass einer der Faktoren eine Zahl mit einer Einerstelle 0 ergibt. Das Produkt der Klammern ist aber nicht das gesuchte a^2, sondern der um b^2 verminderte Betrag. Das muss zum Schluss noch addiert werden, d.h. $a^2 = (a-b)(a+b) + b^2$.

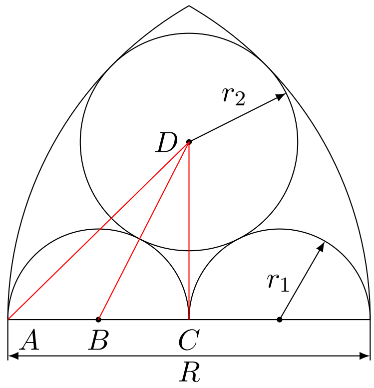
Lösung 45. Matheknobelei 2/69
Anzahl der benötigten Bretter: m (10 cm breit) und n (8 cm breit). Dann gilt $10m + 8n = 90$. Die Gleichung wird mit 2 gekürzt und umgestellt: $4n = 5(9-m)$.
Daraus folgt, dass n durch 5 teilbar ist, also n = 0, 5, 10, ...
1.Fall: (n = 0, m = 9) Ausgeschlossen, da nur 8 cm-Bretter
2.Fall: (n = 5, m = 5), d.h. 5 Bretter 10 cm, 5 Bretter 8 cm
3.Fall: (n = 10, m = 1), d.h. 1 Brett 10 cm, 10 Bretter 8 cm
4.Fall: (n = 15, m = -3), Ausgeschlossen, da $m > 0$ sein muss
Nur Fall 2 und 3 sind brauchbare Lösungen.

Lösung 46. Matheknobelei 3/69
Darstellung einer beliebigen dreiziffrigen Zahl: 100 a + 10 b + c
umgekehrte Ziffernfolge: 100 c + 10 b + a
Differenz: 100 (a-c) + (c-a) = 99 (a-c); a-c ist die Differenz aus erster und letzter Stelle der ursprünglichen Zahl; dadurch geteilt, erhält man 99. Und weiter $99 : 11 = 9$ und $\sqrt{9} = 4$.
Der Trick besteht darin, dass die die unbekannte Ziffer b durch Subtraktion herausfällt und mit Teilen durch (a-c) auch die Ziffern a und c entfallen.

Lösung 47. Matheknobelei 4/69
Nach dem Satz des Pythagoras gilt (siehe Abbildung nächste Seite):

$$\overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 \quad \text{und} \quad \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BD}^2$$

Erste Gleichung minus zweite Gleichung ergibt: $\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{BD}^2$. Weiterhin sind nach der Abbildung $\overline{AC} = \frac{R}{2}, \overline{BC} = \frac{R}{4}$ sowie $\overline{AD} = R - r_2, \overline{BD} = r_1 + r_2$.



Daraus ergibt sich $\overline{BC} = r_1 = \frac{R}{4} = \frac{5}{4} = 1{,}25$ m. Alles eingesetzt wird

$$\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \left(\frac{R}{4}\right)^2 = (R - r_2)^2 - (r_1 + r_2)^2 \to \frac{R^2}{4} - \frac{R^2}{16} = R^2 - 2Rr_2 - \frac{R^2}{16} - \frac{Rr_2}{2}$$

und damit $\frac{3}{4}R = \frac{5}{2}r_2 \to r_2 = \frac{3}{10}R = 1{,}5$ m.

Lösung 48. Matheknobelei 5/69
Beide Ausdrücke werden quadriert:

$$(\sqrt{7} + \sqrt{10})^2 = 17 + 2\sqrt{70} \quad \text{und} \quad (\sqrt{3} + \sqrt{19})^2 = 22 + 2\sqrt{57}$$

Wir subtrahieren in beiden Werten 17. Die verbliebenen Werte werden erneut quadriert:

$$(2\sqrt{70})^2 = 280 \quad \text{und} \quad (5 + 2\sqrt{57})^2 = 253 + 20\sqrt{57}$$

Wir subtrahieren jeweils 253 und erhalten 27 bzw. $20\sqrt{57}$. Da $\sqrt{57}$ größer als 2 ist, so ist $20\sqrt{57} > 40$ und folglich $\sqrt{7} + \sqrt{10} < \sqrt{3} + \sqrt{19}$.

Lösung 49. Matheknobelei 6/69
Gegeben waren: Länge des Zuges zwischen erster und letzter Achse $l_Z = 240$ m, Länge der Brücke $l_B = 36$ m und die Geschwindigkeit des Zuges $v = 72\ \frac{km}{h} = 20\ \frac{m}{s}$.
Mit $t = \frac{s}{v}$, $s = l_B + l_Z = 276$ m wird $t = \frac{276\ m}{20 \frac{m}{s}} = 13{,}8$ s.

Lösung 50. Matheknobelei 7/69
Aus der Sprache in die Algebra übersetzt, lautet der Lösungsweg

$$(x - 100) + \frac{x - 100}{3} = \frac{4x - 400}{3}$$
$$\frac{4x - 400}{3} - 100 = \frac{4x - 700}{3}$$
$$\frac{4x - 700}{3} + \frac{4x - 700}{9} = \frac{16x - 2800}{9}$$
$$\frac{16x - 3700}{9} + \frac{16x - 3700}{27} = \frac{64x - 14800}{27}$$
$$\frac{64x - 14800}{27} = 2x$$

Die Lösung der Gleichung ist 1480, d.h. der Kaufmann besaß als Anfangskapital 1480 Pfund.

Lösung 51. Matheknobelei 8/69
Da hat sich unser junger Freund aber doch geirrt.
Insgesamt gibt es 999999 Nummern, und zwar läuft die Nummerierung von 000001 ... 999999. Für die "glücklichen" Zahlen wird:

Auf dem ersten Platz kann jede beliebige der 9 Ziffern stehen, nämlich 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9; auf dem 2.Platz ebenfalls. Deshalb gibt es $9 \cdot 9 = 9^2$ "glückliche" zweistellige Zahlen.
Für die weiteren Ziffern gibt es jeweils 9 mögliche Ziffern, womit die Anzahl der "glücklichen" sechsstelligen Zahlen gleich 9^6 ist. Da die Fahhradnummer 000000 nicht in Frage kommt, beträgt die Anzahl der "glücklichen" Zahlen $9^6 - 1 = 531440$, was etwas mehr als 53 % aller Nummern ausmacht und nicht 90 %, wie unser Rennfahrer vermutet.

Lösung 52. Matheknobelei 9/69
Die Rechnung ist falsch.
Der Verlust liegt unter 0,3 des Bodens. Angenommen, die Seite eines Quadrats ist a; seine Fläche demnach a^2. Der Durchmesser des einbeschriebenen Kreises ist ebenfalls a und seine Fläche $\frac{\pi}{4}a^2$.
Der brachliegende Teil eines Feldquadrats beträgt somit

$$a^2 - \frac{\pi}{4}a^2 = (1 - \frac{\pi}{4})a^2 \approx 0{,}22a^2$$

Daraus ergibt sich, dass der unbearbeitete Teil des Ackerbodens nicht 30 %, wie Graham angenommen hatte, sondern nur 22 % beträgt.

Lösung 53. Matheknobelei 10/69
Jeder der x Teilnehmer drückte x-1 Hände. Dabei ist zu beachten, dass stets zwei Freunde sich gleichzeitig die Hand geben. Damit gilt die Gleichung:

$$\frac{x(x-1)}{2} = 66 \to x^2 - x - 132 = 0 \to x_1 = 12, x_2 = -11$$

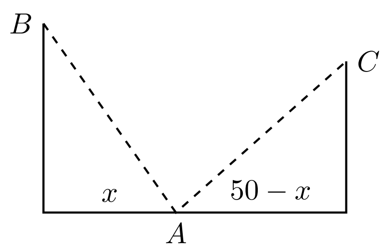
Die negative Lösung hat in diesem Fall keinen Sinn. An der Sitzung nahmen also 12 Freunde teil.

Lösung 54. Matheknobelei 11/69
Die Masse des Inhalts der ersten Büchse sei x kg, die der kleineren y kg. Die Masse der Büchsen bezeichnen wir mit z bzw. t kg. So erhalten wir die Gleichungen: $x + z = 2$ und $y + t = 1$.
Da sich die Massen des Inhalts der vollen Behälter wir ihre Volumina verhalten, so ist $\frac{x}{y} = \frac{12^3}{9{,}5^3} \approx 2{,}02$ oder $x = 2{,}02y$.
Die Massen der leeren Büchsen verhalten sich jedoch wie ihre Oberflächen. Deshalb ist $\frac{z}{t} = \frac{12^2}{9{,}5^2} \approx 1{,}60$ oder $t = 1{,}60t$.
Nach Einsetzen von x und z in die erste Gleichung erhalten wir das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2{,}02y + 1{,}60t &= 2 \\ y + t &= 1 \end{aligned}$$

mit der Lösung $y = 0{,}95, t = 0{,}05$. Durch Einsetzen in die entsprechenden Gleichungen wird $x = 1{,}92, z = 0{,}08$. In der größeren Büchse sind 1,92 kg und in der kleineren 0,94 kg Kaffee enthalten.

Lösung 55. Matheknobelei 12/69



Aus der Zeichnung wird ersichtlich, dass nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$\overline{AB}^2 = 30^2 + x^2 \quad \text{und} \quad \overline{AC}^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

Da für die Aufgabe $\overline{AB} = \overline{AC}$ gesetzt wird, erhält man $30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$ mit der Lösung $x = 20$. Der Fisch zeigte sich 20 Ellen weit von der größeren Palme entfernt.

Lösung 56. Matheknobelei 1/70
Es ergibt sich folgende Lösung:

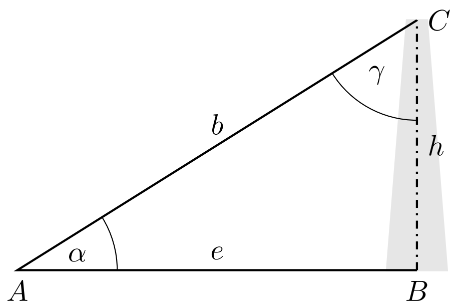
$$x^2 + r^2 = (r + h)^2 \to x = \sqrt{2rh + h^2} \approx 50{,}857 \text{ km}$$

So wäre es beispielsweise möglich, vom Berliner Fernsehturm aus Bad Freienwalde zu entdecken.

Lösung 57. Matheknobelei 2/70
Für die Gestaltung des Stundenplans gibt es mehrere Möglichkeiten. Eine ist

Kl.7	Kl. 8a	Kl. 8b	Kl. 9	Kl. 10
G	B	Ru	D	Ch
Ma	Ma	B	Ru	D
D	Ru	Sp	Stab	Ph
Ch	Stab	Sp	B	Ru
B	G	Stab	Ch	E
Ma	Mu	E	G	B

Lösung 58. Matheknobelei 3/70



Anhand der Skizze sieht man, dass eine trigonometrische Aufgabe vorliegt. Für den Winkel γ wird $\gamma = 180° - \alpha = 71°15'$. Für die Hypotenuse wird $AC = b = \frac{e}{\sin\gamma} \approx 242{,}9$ m und somit für die Höhe des Turms $h = b \cdot \sin\alpha \approx 78{,}07$ m.

Lösung 59. Matheknobelei 4/70
1) Die Füße haben den Weg $2\pi r$ (r = Erdradius) zurückgelegt, der Scheitel die Strecke von $2\pi/r+1{,}7)$. Die vom Kopf zurückgelegte Strecke ist folglich um $2\pi \cdot 1{,}7 \approx 10{,}7$ m länger als der Weg der Füße.
2) Auf den ersten Blick erwartet man, dass die Lockerung um 1 m auf die 40 Millionen Meter Erdumfang winzig ausfallen. Tatsächlich beträgt der Abstand aber $\frac{100}{2\pi} \approx 16$ cm. Durch diesen Zwischenraum kriecht nicht nur eine Maus, sondern auch eine ausgewachsene Katze.

Lösung 60. Matheknobelei 5/70
Es bedeuten: s Fahrstrecke Betrieb-Baustelle, t_1 Fahrzeit zur Baustelle, t_2 Fahrzeit zum Betrieb, $v_1 = 15\ \frac{km}{h}$, $v_2 = 30\ \frac{km}{h}$ und v_M mittlere Geschwindigkeit. Dann gilt:

$$t_1 + t_2 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{s(v_1 + v_2)}{v_1 v_2} \to v_M = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

Mit den gegebenen Werten wird $v_M = 20$, d.h. die mittlere Geschwindigkeit ist 20 $\frac{km}{h}$.

Lösung 61. Matheknobelei 6/70
Den Materialverbrauch kontrolliert man, indem man berechnet, wieviel laufende Meter Flachblech derselben Breite wie das Wellblech benötigt werden, um dieselbe Länge (z.B. 100 cm) Wellblech zu

produzieren.
Auf 100 cm Länge gehen $\frac{100}{2r_1}$ Halbkreise bzw. $\frac{100}{r_2}$ Halbkreise. Jeder der Halbkreise hat den Radius r_1 bzw. r_2, so dass die Gesamtlänge des flachen Materials $\frac{100}{2r_1}\pi r_1$ bzw. $\frac{100}{2r_2}\pi r_2$ ist. Die Radien entfallen bei der Berechnung, so dass bei beiden Arten gleichviel Material benötigt wird. Zur Erzeugung von 100 cm Wellblech braucht man etwa 157 cm Flachblech.

Lösung 62. Matheknobelei 7/70
Die Geschwindigkeit, mit der sich der Fahrgast im zweiten Zug gegenüber dem fahrenden ersten Zug fortbewegt, ist 45 $\frac{km}{h}$ + 36 $\frac{km}{h}$ = 81 $\frac{km}{h}$ = 22,5 $\frac{m}{s}$.
Folglich ist die Länge des ersten Zuges $22{,}5\frac{m}{s} \cdot 6s = 135$ m.

Lösung 63. Matheknobelei 8/70
Wenn wir die Entfernung des gesuchten Punktes von dem Mast mit zwei Lautsprechern mit x bezeichnen, so wird dessen Entfernung vom Mast mit drei Lautsprechern durch (50 - x) ausgedrückt.
Da die Schallstärke proportional dem Quadrat der Entfernung abnimmt, gilt die Gleichung

$$\frac{2}{3} = \frac{x^2}{(50-x)^2} \to x^2 + 200x - 5000 = 0 \to x_1 = 22{,}5; x_2 = -222{,}5$$

Der Punkt gleicher Hörbarkeit befindet sich 22,5 m von dem Mast mit zwei Laufsprechern entfernt.

Lösung 64. Matheknobelei 9/70
Für den senkrechten Wurf nach oben gilt die Formel $h = vt - \frac{gt^2}{2}$, wobei h die erreichte Höhe des Körpers über der Erde, v die Anfangsgeschwindigkeit, g die Erdbeschleunigung und t Flugzeit ist. Einsetzen der Werte mit dem gerundeten Wert g = 10 $\frac{m}{s^2}$ ergibt

$$20 = 25t - \frac{10t^2}{2} \to t2 - 5t + 4 = 0 \to t_1 = 1; t_2 = 4$$

Der Ball befindet sich zweimal in der Höhe von 20 m, einmal beim Aufstieg nach einer Sekunde und dann beim Zurückfallen nach vier Sekunden.

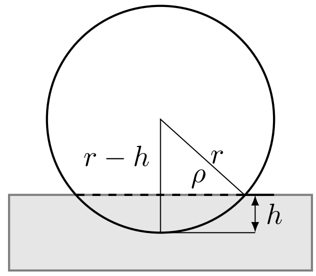
Lösung 65. Matheknobelei 10/70
Haben wir die Seiten des Rechtecks mit x und y bezeichnet, wird

$$2x + 2y = xy \to x = \frac{2y}{y-2} = 2 + \frac{4}{y-2}$$

Da x und y positive Zahlen sein sollen, muss auch die Zahl y-2 positvi sein, d.h. $y > 2$. Da x eine ganze Zahl sein muss, muss auch der Ausdruck $\frac{4}{y-2}$ eine ganze Zahl sein.
Bei $y > 2$ ist dies aber nur möglich, wenn y gleich 3, 4 oder 6 ist. Entsprechende Werte von x werden 6, 4 und 3 sein. Also ist die gesuchte Figur ein Rechteck mit den Seiten 3 und 6.

Lösung 66. Matheknobelei 11/70
Beträgt die Geschwindigkeit des ersten Fahrers x $\frac{m}{s}$, so fährt er in 10 Sekunden 10x m. Fährt ihm der zweite Fahrer entgegen, legt dieser in 10 Sekunden den Rest der Bahn 170 - 10x m zurück. Ist die Geschwindigkeit der zweiten Fahrers y, so sind das 10y m, d.h. $170 - 10x = 10y$.
Fahren beide hintereinander her, der erste legt in 170 Sekunden 170x m zurück, der zweite 170y m, und der erste schneller als der zweite, so legt von einer Begegnung bis zur anderen eine Runde mehr zurück, d.h. $170x - 170y = 170$.
Auflösen des Gleichungssystems ergibt x = 9 $\frac{m}{s}$, y = 8 $\frac{m}{s}$.

Lösung 67. Matheknobelei 12/70



Nach dem Satz des Pythagoras ist $r^2 = (r-h)^2 + \rho^2$. Nur die Lösung $h = r - \sqrt{r^2 - \rho^2}$ ist brauchbar, da bei der zweiten Lösung das Verfahren ($r = \rho$) nicht mehr verwendet werden kann. Für die angegebenen Werte wird h = 1 mm.

Lösung 68. Matheknobelei 1/71
Wir bezeichnen die Quadratseite mit a. Wie zu erkennen ist, ergeben die 4 Kreisausschnitte einen Vollkreis, d.h.

$$A = A_Q - A_K = a^2 - \frac{\pi}{4}a^2 = a^2(1 - \frac{\pi}{4}) \approx 0{,}215a^2$$

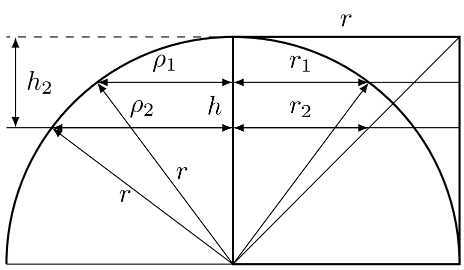
Die Fläche macht 21,5 % des Quadrates aus.

Lösung 69. Matheknobelei 2/71
Der Kohlenstoffgehalt der Mischung sei x %, d.h. 25 t Mischung enthalten $\frac{25x}{100}$ t Kohlenstoff. 20 t Stahl enthalten $\frac{20\cdot 0{,}05}{100}$ t und die 5 t Grauguss $\frac{5\cdot 0{,}5}{100}$ Kohlenstoff. Die Summe der Kohlenstoffmengen der Teile muss der Gesamtmenge an Kohlenstoff gleich sein.

$$\frac{20\cdot 0{,}05}{100} + \frac{5\cdot 0{,}5}{100} = \frac{25\cdot x}{100} \to x = 1{,}4$$

Die Mischung enthält also 1,4 % Kohlenstoff.

Lösung 70. Matheknobelei 3/71



Hat eine Kugelschicht zwischen den Schnittkreisen mit den Radien ρ_1 und ρ_2 die Höhe h, so ist ihr Volumen nach dem Cavalierischen Prinzip die Differenz eines Zylinders $\pi r^2 h$ und eines Kegelstumpfes mit den Grundkreisradien $r_1 = r_2 + h$ und r_2. Man erhält

$$V = \pi r^2 h - \frac{\pi h}{3}[(r_2+h)^2 + (r_2+h)r_2 + r_2^2] = \frac{\pi h}{6}(6r^2 - 6r_2^2 - 6r_2 h - 2h^2)$$

Nach den Beziehungen $\rho_1^2 = r^2 - (r_2+h)^2$ und $\rho_2^2 = r^2 - r_2^2$ wird

$$3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 = 6r^2 + 6r_2^2 + 6r_2 h - 2h^2$$

und für das Volumen der Kugelschicht gilt

$$V = \frac{\pi h}{6}(3\rho_1^2 + 3\rho_2^2 + h^2)$$

Lösung 71. Matheknobelei 4/71
Der Umfang beträgt u = 32 cm, der halbe Umfang s = $\frac{u}{2}$ = 16 cm. Nach der heronischen Dreiecksformel folgt $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 24$ cm^2.
Für den Flächeninhalt gilt auch $A = \frac{1}{2}hg$. Daraus ergibt sich für die Höhen $h_a = 12$ cm, $h_b = 3{,}7$ cm und $h_c = 3{,}2$ cm.
Aus der Formel für den Dreiecksfächeninhalt $A = \rho \cdot s$ folgt für den Radius ρ des Inkreises: $\rho = 1{,}5$ cm. Die Radien der Ankreise bestimmt man aus $A = \rho_a(s-a) = \rho_b(s-b) = \rho_c(s-c)$ zu $\rho_a = 2$ cm, $\rho_b = 8$ cm und $\rho_c = 24$ cm.

Lösung 72. Matheknobelei 5/71
1.

$$\sqrt[2]{\sqrt[5]{\sqrt[2]{\sqrt[5]{10}}}} = \sqrt[10]{\sqrt[10]{10}} = \sqrt[100]{10} = 10^{0{,}01}$$

2. Da die Drähte aus dem gleichen Material bestehen, verhalten sich ihre Massen wie ihre Rauminhalte; es gilt

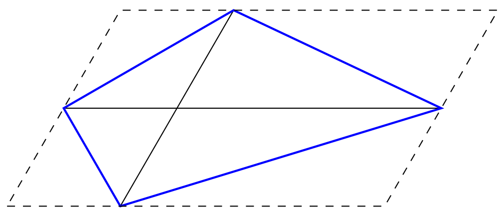
$$m_1 : m_2 = \frac{\pi}{4}d_1^2 l_1 : \frac{\pi}{4}d_2^2 l_2 \to l_2 = \frac{m_2 d_1^2 l_1}{m_1 d_2^2} \approx 436 \text{ m}$$

Lösung 73. Matheknobelei 6/71
Nach Abschneiden des Streifens entsteht ein ähnliches Siebeneck. Für die Flächen A_{vor} und A_{nach} gilt dann

$$\frac{A_{nach}}{A_{vor}} = \left(\frac{14}{15}\right)^2 = \frac{196}{225}$$

mit einem relativen Abfall von $\frac{29}{225} \approx 12{,}9$ %.

Lösung 74. Matheknobelei 7/71



Die Fläche des Kartonstückes sei A. Man ergänzt diese Fläche (wie in der Abbildung) zu einem Parallelogramm der Fläche 2A, mit $2A = 50 \cdot 30 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 1300 \to A = 650$ cm^2.
Die Masse ist dann 325 g.

Lösung 75. Matheknobelei 8/71
Es müssen mindestens x Teile hergestellt werden.
Zeitbedarf ohne Vorrichtung: $x \cdot 20$
Zeitbedarf bei Vorrichtung einschließlich Zeitgewinn von 120 Minuten: $x \cdot 10 + 120 + 120$
Beide Terme gleichgesetzt, ergibt x = 24. Es müssen daher mindestens 24 Teile hergestellt werden.

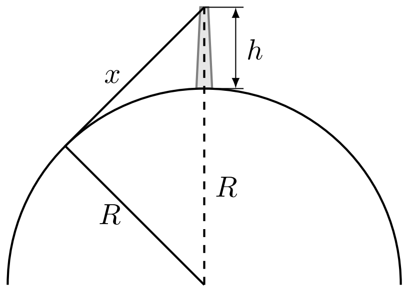
Lösung 76. Matheknobelei 9/71
Wenn an der Linie n Bahnhöfe liegen, muss jeder Bahnhof über n-1 Fahrkartensätze verfügen; insgesamt sind n(n-1) Fahrkartensätze nötig. Wenn an der Linie bisher x Bahnhöfe lagen und es in Zukunft sein sollen, werden y(y-1) - x(x-1) neue Fahrkartensätze gebraucht.

$$y(y-1) - x(x-1) = 46 \to y^2 - x^2 - (y-x) = 46 \to (y-x)(y+x-1) = 46$$

Beide Faktoren müssen ganze und positive Zahlen sein; das ergibt nur zwei Möglichkeiten: $46 = 2 \cdot 23; 46 = 1 \cdot 46$. Im ersten Fall ist y-x=2 und y+x-1=23. Die Gleichungen ergeben x = 11, y= 13. Folglich lagen bisher an der Linie 11 Bahnhöfe und nach der Eröffnung zweier neuer Bahnhöfe werden es 13 sein.

Der zweite Fall entfällt, da dort nur ein neuer Bahnhof eröffnet würde und nach dem Aufgabentext von "Bahnhöfen"die Rede ist.

Lösung 77. Matheknobelei 10/71



Entsprechend der Abbildung gilt (Turmhöhe h, Horizontentfernung x, Erdradius R)

$$(R+h)^2 = R^2 + x^2 \quad ; \quad x^2 = 2Rh + h^2$$

Bei R = 6400 km und h = 0,2 km wird $x \approx 50{,}6$ km.
Horizontlänge ist $2\pi\frac{R}{R+h}$, womit in 5 Minuten von 60 min je Drehung $\frac{1}{12}$ überblickt werden kann, d.h. 26,5 km.

Lösung 78. Matheknobelei 11/71
Für den Schnellzug sei v_S die Geschwindigkeit und t_S die Fahrtzeit, für den Güterzug entsprechend v_G und t_G.
Es ist $v_S t_S = v_G t_G = 40$ und $v_S + v_G = 20$. Einsetzen ergibt $t_S = \frac{1}{60}v_G$ und

$$\frac{1}{60}v_G^2 + \frac{1}{3}v_G - 40 = 0 \to v_G = 40\frac{km}{h}; v_S = 60\frac{km}{h}$$

Lösung 81. Matheknobelei 2/72
Das gewickelte Papier stellt einen Hohlzylinder mit der Wandstärke von 10 cm dar; somit sind $\frac{100}{0{,}1} =$ 1000 Lagen aufgewickelt.
Die Lagen haben eine Länge von durchschnittlich $r_{Mittel} \cdot 2\pi = \frac{5+15}{2} \cdot 2\pi = 20\pi$ cm.
Die gesamte aufgewickelte Länge beträgt $L = 1000 \cdot 20\pi \approx 628$ cm.

Lösung 84. Matheknobelei 5/72
Mit m_1 als Masse der Lore, m_2 der Masse des Schotters und u_1 der ursprünglichen Geschwindigkeit wird für die Endgeschwindigkeit

$$v = \frac{m_1 u_1}{m_1 + m_2} \approx 0{,}86\frac{m}{s}$$

Lösung 87. Matheknobelei 8/72
Die am Umfang des Rades gedrehte Schraube hat eine Geschwindigkeit

$$v = \frac{\text{Umfang}}{\text{Zeit für eine Umdrehung}} = \frac{20\pi}{0{,}1} = 6{,}28\frac{m}{s}$$

Nach dem Energieerhaltungssatz $\frac{m}{2}v^2 = mgh$ fliegt die Schraube dann $h = \frac{v^2}{2g} \approx 2$ m hoch.

Lösung 88. Matheknobelei 9/72
Es handelt sich bei diesem Körper um eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche.
a) O = 273 cm^2, b) h = 7,1 cm, c) V = 236 cm^3

Lösung 89. Matheknobelei 10/72
Der Materialabfall beträgt 48 %.

Lösung 91. Matheknobelei 12/72
Ist d_1 der Durchmesser des Zylinders, so gilt

$$\frac{d_1^2 \pi h}{4} = \frac{(d_1^2 - d_2^2)\pi(h + \Delta h)}{4}$$

$$d_1 = d_2\sqrt{\frac{h + \Delta h}{\Delta h}} \to V = \frac{d_2^2(h + \Delta h)\pi h}{4\Delta h} \approx 2{,}63$$

Im Behält befinden sich 2,63 m^3 Wasser.

Lösung 92. Matheknobelei 1/73
Die Sendung umfasste x Hefte zu M -,50, y zu M 1,- und z zu M 2,50. Damit ergeben sich: $x+y+z = 50$ und $0{,}5x + y + 2{,}5z = 62{,}5$ oder nach Elimination von x: $y + 4z = 75$.
Dieses Gleichungssystem ist nicht genügend bestimmt; als Zusatzbedingung kommt in Frage, dass x, y bzw. z ganzzahlig und positiv sind.

$$z = \frac{75 - y}{4} = 18 + \frac{3 - y}{4}$$

ist nur ganzzahlig, wenn es $u = \frac{3-y}{4}$ auch ist. Dann gilt $z = 18 + u$, $y = 3 - 4u$ und $x = 29 + 3u$ mit folgender Liste möglicher Lösungen:

u	x	y	z	
0	29	3	18	
-1	26	7	17	
-2	23	11	16	*
-3	20	15	15	*
-4	17	19	14	

* Lösung auf Grund der Zusatzaufgabe am wahrscheinlichsten

Lösung 93. Matheknobelei 2/73

$$R = \frac{U_1^2}{P} = 120\Omega \qquad ; \qquad Z = \frac{U_2}{I} = 240\Omega$$

aus $\frac{1}{\omega C} = X_c = \sqrt{Z^2 - R^2}$ wird

$$C = \frac{1}{2\pi f X_c} \approx 1{,}53\mu\text{F}$$

Lösung 94. Matheknobelei 3/73
Kegel $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 2r$, Kugel $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, Zylinder $V = \pi r^3 \cdot 2r$
Ins Verhältnis gesetzt ergibt sich

$$\frac{2}{3}\pi r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3 : 2\pi r^3 = \frac{2}{3} : \frac{4}{3} : \frac{6}{3} = 1 : 2 : 3$$

Lösung 95. Matheknobelei 4/73
Der Zylinder wird abgehoben, wenn das Gewicht der verdrängten Wassermenge gerade das Gewicht des Zylinders erreicht. Wenn h die Höhe des Zylinders ist und A seine Querschnittsfläche, ist dazu ein Wasserstand der Höhe x nötig:
$A \cdot x = 0{,}7A \cdot h$, d.h. $x = 0{,}7h$. Der Wasserstand beträgt beim Abheben gerade 70% der Zylinderhöhe.

Lösung 97. Matheknobelei 6/73
Es gibt einen Zylinder der geforderten Art. Sein Volumen beträgt $V = \pi r^2 h = 8\pi$ Raumeinheiten, seine Oberfläche $O = 2\pi r(r + h) = 16\pi$ Flächeneinheiten.