



Lineare Gleichungen (Klasse 8)

Aufgabe 1

Eine Seite eines Rechtecks hat die fünffache Länge der anderen Seite, der Umfang des Rechtecks ist 30 cm. Stelle den Sachverhalt in Form einer Gleichung dar und berechne die Seitenlängen des Rechtecks.

Aufgabe 2

Bei alkoholischen Getränken ist es üblich, den Anteil reinen Ethanols am Gesamtvolumen des Weines in Prozenten anzugeben. Ein Hobbywinzer stellt mit einer Präzisionswaage fest, dass 1 Liter seines trockenen Kirschweins eine Masse von 973,125 g hat. Wie viel Prozent Alkohol enthält dieser Wein?

Man kann davon ausgehen, dass es sich bei Wein um eine Mischung aus Wasser und Ethanol handelt. Ein Liter Wasser wiegt 1,0 Kilogramm, ein Liter reines Ethanol wiegt 785 g. Die Anteile an Säure und Restzucker können vernachlässigt werden.

Aufgabe 3

Simmerl und Resi kauften in einem Supermarkt in der Stadt Wein zum gleichen Einkaufspreis pro Flasche. Simmerl kaufte 90 Flaschen und Resi 60 Flaschen. In ihrem Dorf verkauften sie den Wein wieder. Simmerl verdiente dabei 30% und Resi 20% des jeweiligen Einkaufspreises. Für alle Weinflaschen zusammen zahlten die Dorfbewohner 1776,60 €.

(a) Was kostete eine Flasche Wein im Einkauf?

(b) Nach Beendigung des Geschäftes legten Simmerl und Resi ihre Einkünfte in eine gemeinsame Kasse. Wieviel Prozent des Einkaufspreises verdienten sie zusammen?

Aufgabe 4

Denk dir eine Zahl (nenne sie x), addiere 2, multipliziere mit 3, subtrahiere 4, multipliziere wieder mit 3 und addiere das 6-fache der gedachten Zahl. Welche Zahl muss man sich ursprünglich gedacht haben, um am Ende 366 zu erhalten?

Aufgabe 5

Um wieviel Uhr zwischen 8 und 9 Uhr decken sich großer und kleiner Zeiger einer Zeigeruhr?

Aufgabe 6

56 Vögel sitzen auf drei Bäumen. Vor Langeweile fliegen 4 Vögel vom ersten auf den zweiten und 9 vom zweiten auf den dritten Baum. Nun sind auf dem zweiten Baum doppelt soviel Vögel wie auf dem ersten und auf dem dritten doppelt soviel wie auf dem zweiten. Wie viele Vögel saßen ursprünglich auf jedem Baum?

Aufgabe 7

Eine Mutter ist viermal so alt wie ihr Sohn, in acht Jahren wird sie nur noch 2,5 mal so alt sein. Wie alt sind beide jetzt?

Aufgabe 8

(a) An seinem 50. Geburtstag stellt ein Vater fest, dass seine drei Kinder zusammen ebenso alt sind wie er selbst. Die Tochter ist um 6 Jahre älter als der jüngste Sohn, der gerade halb so alt ist wie sein älterer Bruder. Wie alt sind die drei Kinder? Stelle für die Lösung der Aufgabe eine Gleichung auf!

(b) An seinem 60. Geburtstag stellt ein Vater fest, dass seine drei Kinder zusammen ebenso alt sind wie er selbst. Die Tochter ist um 5 Jahre älter als der jüngste Sohn. Der ältere Sohn ist dreimal so alt wie der jüngste Sohn. Wie alt sind die drei Kinder?

Aufgabe 9

Eine Mutter ist jetzt dreimal so alt wie ihre Tochter. In 4 Jahren wird sie achtmal so alt sein, wie ihre Tochter vor 7 Jahren war. Wie alt sind Mutter und Tochter jetzt?

Aufgabe 10

Ein Vermögen von 14000 € soll an drei Kinder in folgender Weise verteilt werden: Der Sohn erhält als Ausgleich für die Kosten seiner Ausbildung 3000 € weniger als die jüngste Tochter, die ältere Tochter als Entschädigung für ihre Mithilfe im Haushalt 2000 € mehr als diese.

Aufgabe 11

Der Verdienst einer Halbtageskraft wurde einmal um ein Fünftel und dann noch zweimal um je das 0,2-fache des vorigen Verdienstes erhöht und beträgt jetzt 852,48 €. Wie groß war der Verdienst vor den Erhöhungen?

Aufgabe 12

Das Gehalt von Herrn Müller wurde zweimal nacheinander um 10% verringert und beträgt jetzt 4260 €. Wie hoch war es ursprünglich?

Aufgabe 13

Eine Bank verlangt jährlich 20% Zins für ausgeliehenes Geld. Wieviel hat sich Sepp von der Bank geliehen, wenn er nach drei Jahren 63 936 € zurückzahlen muss?

Aufgabe 14

Ein Computer kostet mit 15% Mehrwertsteuer 2875 €. Was kostet das Gerät mit 16% Mehrwertsteuer?

Aufgabe 15

Als Hausaufgabe mussten die Schüler der Klasse 6 a des Hinterwald-Gymnasiums zu einer ihnen bekannten Zahl x fünf Prozent addieren. Franz und Susi fassten die nicht ganz präzise gestellte Aufgabe verschieden auf, und daher war das Ergebnis von Franz auch um 10 größer als das Ergebnis von Susi. Wie rechneten Franz bzw. Susi und wie lautete x ?

Aufgabe 16

Holz verliert beim Trocknen 42% seiner Masse. Wie schwer war ein Stapel Holz im frischen Zustand, wenn er trocken 812 kg wiegt?

Aufgabe 17

Bei einer Physikschaufgabe gab es 10% Einser, 20% Zweier, 30% Vierer, 15% Fünfer und 5% Sechser. Welcher Bruchteil der Schüler hatte einen Dreier? Wie groß war die Durchschnittsnote der Schulaufgabe? Wie viele Schüler haben an der Schulaufgabe teilgenommen, wenn die Prozentangaben exakt sind (nicht gerundet)?

Aufgabe 18

Fritz eröffnet ein Konto bei der Bank und zahlt einen gewissen Anfangsbetrag ein. Am Ende eines Jahres wird ein Fünfundzwanzigstel des momentan vorhandenen Betrages als Zins dem Konto zugeschlagen. Nach drei Jahren beträgt der Kontostand 3515,20 €. Welchen Betrag hat Fritz bei der Kontoeröffnung einbezahlt?

Aufgabe 19

Heinz-Rüdiger zahlt einen Lottogewinn bei der Bank ein und lässt ihn drei Jahre dort liegen. Im ersten und im zweiten Jahr zahlt die Bank $\frac{1}{15}$ des jeweiligen Jahresanfangsbetrages als Zins, im dritten Jahr sogar $\frac{1}{14}$. Nach dem dritten Jahr sind 1408 € auf seinem Konto. Welchen Betrag zahlte Heinz-Rüdiger bei der Bank ein?

Lösungen

- 1) Die Seitenlängen sind 2,5 cm und 12,5 cm.
- 2) p% sei der prozentuale Volumenanteil des Alkohols im Kirschwein
Volumen des Alkohols: $1l \cdot p/100$
Masse des Alkohols: $0,785 \text{ kg/l} \cdot 1l \cdot p/100 = 0,785 \text{ kg} \cdot p/100$
Volumen des Wassers: $1l \cdot (100-p)/100$
Masse des Wassers: $1 \text{ kg} \cdot (100-p)/100$
Masse des Kirschweins: $0,785 \text{ kg} \cdot p/100 + 1 \text{ kg} \cdot (100-p)/100 = 0,973125 \text{ kg}$
Durch Auflösen nach p ergibt sich ein Prozentsatz von 12,5%.
- 3) a) $x = 9,40$ b) Einkaufspreis 1410, 26% Gewinn
- 4) $((x + 2) \cdot 3 - 4) \cdot 3 + 6x = 366$; $x = 24$
- 5) Der große Zeiger legt pro Minute 6° zurück, der kleine Zeiger $0,5^\circ$. Der kleine Zeiger hat um 8 Uhr einen Vorsprung von 240° . Pro Minute verringert sich der Vorsprung des kleinen Zeigers um $5,5^\circ$. In $240/5,5 = 43 \frac{7}{11}$ Minuten hat der große den kleinen Zeiger eingeholt.
- 6) Anzahl der Vögel nach dem Flug auf dem ersten, zweiten, dritten Baum: $x, 2x, 4x$; d.h. $7x = 56$ und $x = 8$.
Anzahl der Vögel nach dem Flug auf dem ersten, zweiten, dritten Baum: 8, 16, 32.
Anzahl der Vögel vor dem dem Flug auf dem ersten, zweiten, dritten Baum: 12, 21, 23.
- 7) Alter der Mutter jetzt: 32 Jahre; Alter des Sohns jetzt: 8 Jahre
- 8) a) jüngster Sohn: x , Tochter $x+6$, älterer Bruder $2x$
 $x+(x+6)+2x = 50$
jüngster Sohn: 11, Tochter 17, älterer Bruder 22
b) jüngster Sohn: x , Tochter $x+5$, älterer Bruder $3x$
 $x+(x+5)+3x = 60$
jüngster Sohn: 11, Tochter 16, älterer Bruder 33
- 9) Alter der Tochter: 12 Jahre, Alter der Mutter: 36 Jahre
- 10) Sohn: 2000, jüngste Tochter: 5000, ältere Tochter: 7000
- 11) 555 €
- 12) 5154,60 €
- 13) 37000 €
- 14) $x \cdot (1 + 15\%) = x \cdot 1,15 = 2875 \text{ €}$, d.h. $y = 2500 \text{ €} \cdot 1,16 = 2900 \text{ €}$
- 15) Franz $x + 5\% \cdot x = x + 5\% + 10$ Susi, $x = 201$
- 16) 1400 kg
- 17) Durchschnitt = $(10 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 30 \cdot 4 + 15 \cdot 5 + 5 \cdot 6)/100 = 3,35$
Ist x die Zahl der Schüler, dann muss $5\% \cdot x$ ganzzahlig sein, d.h. x ist ein Vielfaches von 20. Wegen $x \leq 33$ ist $x = 20$.
- 18) 3125 €
- 19) 1155 €



Lineare Gleichungen

Aufgabe 1

Fünf aufeinander folgende Viererzahlen geben zusammen 420. Wie lauten die Zahlen?

Aufgabe 2

Die Differenz der Quadrate von zwei natürlichen Zahlen mit dem Unterschied 3 beträgt 381. Wie heißt die kleinere der beiden Zahlen?

Aufgabe 3

Wenn ich bei einer zweistelligen Zahl zur hinteren Ziffer 6 addiere und anschließend rechts eine 4 anfüge, erhalte ich das 12-fache der Zahl.

Aufgabe 4

Wenn ich bei einer zweistelligen Zahl zur ersten Ziffer 3 addiere und anschließend rechts eine 8 anfüge, erhalte ich das 17-fache der Zahl.

Aufgabe 5

Werden auf der rechten Seite einer Zahl die Ziffern 72 angefügt, so erhält man das 102-fache der Zahl.

Aufgabe 6

Ein Fahrzeug fährt mit 6km/h bergauf und anschließend mit 18km/h bergab. Für den gesamten Weg von 40km benötigt es 3h. Wann und wo erreicht es den höchsten Punkt?

Aufgabe 7

Zwei Fahrzeuge kommen mit den Geschwindigkeiten 40 und 60 km/h von zwei Orten, die 50 km voneinander entfernt sind, einander entgegen. Dabei fährt das zweite 30 Minuten nach dem ersten ab. Bestimmen Sie, wann und wo sie sich treffen.

Aufgabe 8

Ein Fahrzeug hat die Geschwindigkeit 30 km/h und fährt um 12 Uhr beim Punkt A vorbei. Ein zweites Fahrzeug fährt mit 90 km/h und passiert A 20 Minuten später. Wo und wann überholt ein Fahrzeug das andere?

Aufgabe 9

Ein Schiff benötigt stromaufwärts für eine 24 km lange Strecke 48 Min mehr als stromabwärts. Berechne die Geschwindigkeit des Schiffes gegenüber dem Wasser, wenn die Strömungsgeschwindigkeit 2.5 km/h misst.

Aufgabe 10

Stromaufwärts legt ein Dampfer in einer gewissen Zeit 50km zurück. In der gleichen Zeitspanne würde er stromabwärts 75km zurücklegen. Die Geschwindigkeit des Stroms beträgt 5km/h. Welches ist die Eigengeschwindigkeit des Dampfers?

Aufgabe 11

Flussabwärts fährt ein Ledischiff in 12 Stunden ans Ziel. Für den Rückweg benötigt es bei gleicher Leistung drei Stunden mehr. In stehendem Gewässer würde die Geschwindigkeit 18 km/h betragen. Welches ist die Geschwindigkeit des Flusses?

Aufgabe 12

Patrick und Isabelle haben 600 Nüsse gesammelt. Isabelle sagt: Wenn du mir die Hälfte der Nüsse gibst, die du hast, und ich dir darauf einen Drittel der Nüsse gebe, die ich dann habe, so besitzen wir gleich viele Nüsse. Wie viele Nüsse besaßen beide am Anfang?

Aufgabe 13

Die drei Gemeinden A, B und C haben zusammen 24873 Einwohner. B hat 7629 Einwohner weniger als A, aber 3030 mehr als C.

Aufgabe 14

Drei Schulklassen zählen zusammen 65 Schüler. Wenn in der ersten Klasse noch 5 mehr sässen, wären es genau doppelt soviel wie in der dritten Klasse. Diese hat 6 Schüler weniger als die zweite. Wieviele Schüler zählt jede Klasse?

Aufgabe 15

Vater und Sohn haben einen Altersunterschied von 28 Jahren. Nach 16 Jahren ist der Vater gerade doppelt so alt wie der Sohn. Wie alt sind beide heute?

Aufgabe 16

Armin, Beat und Carl spielen um Geld. Armin hat vier Franken weniger als Beat, Carl hat drei Franken mehr als Beat. Jeder setzt die Hälfte seines Geldes. Carl gewinnt und hat nun elf Franken. Wieviel hatte jeder vor dem Spiel?

Aufgabe 17

Ein Teil eines Kapitals von 70350 Franken ist zu 6% angelegt, der andere zu 5%. Der Jahreszins des Kapitals beträgt 4100 Franken. Wie groß sind die beiden Teile?

Aufgabe 18

- Der Preis eines Autos stieg um 10% und sank dann wieder um 10% und beträgt heute 9504 €. Um wie viele Prozente hat sich der Preis insgesamt verändert?
- Der Preis eines Autos sank um 10% und stieg dann wieder um 10% und beträgt heute 9504 €. Um wie viele Prozente hat sich der Preis insgesamt verändert?

Aufgabe 19

Zu 14 g Gold von 0,78 Feinheit kommen 10 g einer andern Goldsorte und geben 0,85 feines Gold. Welche Feinheit hatte die zweite Sorte?

Aufgabe 20

Von den beiden Posten 8450 Fr und 6200 Fr ist der zweite um 0.5% höher angelegt als der erste. Beide Posten tragen zusammen 360.63 Fr Jahreszins. Zu wieviel Prozent sind sie angelegt?

Aufgabe 21

In einem Dreieck verhalten sich 2 Winkel wie 2: 3. Der dritte ist das arithmetische Mittel aus den beiden andern.

Aufgabe 22

Ein Rechteck von 30 m Länge und 18 m Breite wird in lauter gleiche Quadrate aufgeteilt. Die Summe der Umfänge all dieser Quadrate ist 30 mal so groß wie der Umfang des Rechtecks. Wie lang ist die Seite eines solchen Quadrates?

Aufgabe 23

Ein Rechteck ist doppelt so lang wie breit. Vergrößert man Länge und Breite um je 3 cm, so nimmt die Fläche um 54 cm^2 zu. Berechnen Sie die Breite des ursprünglichen Rechtecks!

Aufgabe 24

Beim ersten Versuch, eine Anzahl gleicher Münzen in Form eines (ausgefüllten) Quadrats anzuordnen, bleiben Klein-Ema 9 Münzen übrig. Beim zweiten Versuch, ein Quadrat zu bilden, dessen Seiten eine Münze mehr enthalten, sind es 6 Münzen zu wenig. Wie viele Münzen enthält ursprünglich eine Quadratseite? Wie viele Münzen besitzt Klein-Ema insgesamt?

Lösungen

- 1) $5x + 40 = 420$, d.h. $x = 76$, Die gesuchten Zahlen sind: 76, 80, 84, 88, 92
- 2) Zahlen: x und $x+3$: $(x + 3)^2 - x^2 = 381$, die kleinere Zahl ist 62
- 3) $10(x+6) + 4 = 12x$, die gesuchte Zahl ist 32
- 4) $10(x+30) + 8 = 17x$, die gesuchte Zahl ist 44
- 5) $100x + 72 = 102x$, die gesuchte Zahl ist 36

- 6) Zeit t in h $6x + 18(3-x) = 40$, $x = 14/12$ h = 70 min
Nach 70 Min und $s = 7$ km wird der höchste Punkt erreicht
- 7) $40x + 60(x-0,5) = 50$, $x = 4/5 = 48$ min
bis zum Treffpunkt ist das 1. Fahrzeug 48 min und 32 km unterwegs
- 8) $30x + 90(x - 1/3)$, $x = 0,5$
überholt wird um 12.30 Uhr nach 15 km
- 9) $24 / (x-2,5) = 24 / (x+2,5) + 4/5$, $x = 25/2$
Eigengeschwindigkeit 12,5 km/h
- 10) $50 / (x-5) = 75 / (x+5)$, $x = 25$
Eigengeschwindigkeit 25 km/h

- 11) $15(18-x) = 12(18+x)$, $x = 2$
Strömungsgeschwindigkeit des Flusses 2 km/h
- 12) Patrick $6x$ Nüsse, Isabelle $600-6x$, $600-3x - (200-x) = 600-3x-200+x$
Beide haben vorher und nachher jeweils 300 Nüsse
- 13) Einwohnerzahl $B = x$, $x+7629 + x + x-3030 = 24873$, $x = 6758$
Einwohner $A = 14387$, $B = 6758$, $C = 3728$
- 14) Schüler 3.Klasse = x , $2x-5 + x+6 + x = 65$, $x = 16$
Schüler 1.Klasse = 27, 2.Klasse = 22, 3.Klasse = 16
- 15) Alter Sohn x , $x + 44 = 2(x + 16)$, $x = 12$ Jahre, Vater 40 Jahre

- 16) Beat $2x$ Franken, $(2x+4) + x + (x-2) = 11$, $x = 2,5$
Vor dem Spiel hatte Carl 8 Fr., Beat 5 Fr., Armin 1 Fr.; Carl gewinnt von Beat 2,5 und von Armin 0,5, hat damit 11 Fr.
- 17) $0,06x + 0,05(70350 - x) = 4100$, $x = 58250$
Kapital ist in 58250 (6 %) und 12100 (5 %) aufgeteilt
- 18) a) $0,9(1,1x) = 0,99x = 9504$, $x = 9600$, d.h. 1 % Abnahme
b) führt zur gleichen Gleichung
- 19) $0,78 * 14 + 10x = 0,85 * 24$, $x = 0,948$
es wurde Gold der Feinheit 0,948 hinzugefügt
- 20) $8450x + 6200(x + 0,005) = 360,63$, $x = 0,0225$
die beiden Posten sind zu 2,25 % und 2,75 % angelegt

- 21) $\alpha = 2x$, $\beta = 3x$, $\gamma = 2,5x$, d.h. $7,5x = 180$, $x = 24$
Winkel sind 48° , 72° und 60° groß
- 22) Seite des kleinen Quadrates x , dann haben in der Länge $30/x$ und in der Breite $18/x$ Quadrate Platz, insgesamt $540 / x^2$ Quadrate
Jedes dieser Quadrate hat den Umfang $4x$, insgesamt $2160 / x$
 $2160 / x = 30 * 96$, $x = 0,75$, Seite des kleinen Quadrates ist 75 cm
- 23) Kleine Rechteckseite x , $2x^2 + 54 = (2x+3)(x+3)$, $x = 5$
- 24) Münzen nach 1. Versuch $x^2 + 9$
nach 2. Versuch $(x+1)(x+1) - 6 = x^2 + 2x - 5$
 $x^2 + 9 = x^2 + 2x - 5$, $x = 7$, sie hat $7*7+9 = 58$ Münzen



Lineare Gleichungen und Klammerterme

Gleichungen lösen

- | | |
|--|---|
| 1) $-(-10 + 5x) + 4x = -1$ | 2) $-(-3 + 4x) + 5x = 2x + 1$ |
| 3) $6 - (4 - 3x) + x = 2 + 5x$ | 4) $2x - 11 - (-6 + x) = x - 3$ |
| 5) $4(-2x + 3) - 5x = -11x + 12$ | 6) $-x + 5 + 2(-2 + x) = 2 + 2x$ |
| 7) $-x - 11 = 3 - 3x - 2(2 - 2x)$ | 8) $3 + 4x + 3(-3x - 1) = 8 - 5x$ |
| 9) $x + 2(3x + 3) + 4(1 - 2x) = -2$ | 10) $-7 + 2x = -2 - 5(1 - 3x) - 13x$ |
| 11) $-9x^2 - x = 18x - (3 + 3x)^2 - 1$ | 12) $-8x + 2(4x - 2) - 117 = -3 + 8x$ |
| 13) $-19 - 2x - 5(-3x + 1) = -3 + 17x$ | 14) $-5x - 2(10 + 3x) + 5(4 + 2x) = 7$ |
| 15) $-1 + 4x + 2x^2 = (2x + 3)(1 + x) - 3$ | 16) $(-5 + 2x)(x + 2) - 2x - 2x^2 = -x - 4$ |
| 17) $-2 - (-x + 2x^2 - 7) - x = -3 + x - 2x^2$ | |
| 18) $2x^2 + x + (-1 - x)(3 + 2x) + 3 = -4x + 20$ | |
| 19) $-1 - 4x + 25x^2 = -(1 + 5x)(1 - 5x) - 2x - 5$ | |
| 20) $-2x - 2(1 + 9x) - x^2 = -(-x + 1)(-x - 19) - 3$ | |

Klammerterme auflösen

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $(24 + x)(27x + 1)$ | 2) $(1 + 24x)(5x - 113)$ |
| 3) $-2(-2x - 1)$ | 4) $4(1 + 3x)$ |
| 5) $(11 + 2x)(2x - 11)$ | 6) $(-1 - x)(127x + 9)$ |
| 7) $(-35x + 1)(123 - x)$ | 8) $(5 - 6x)^2$ |
| 9) $(12 + 12x)^2$ | 10) $(-x + 1)(-141 + 151x)$ |
| 11) $-(97 + 138x^2 + 61x)$ | 12) $-(19 - 58x)$ |
| 13) $(5x + 5)(5x - 5)$ | 14) $(8 + 10x)^2$ |
| 15) $(7 + 12x)^2$ | 16) $(6 + 10x)(10x - 6)$ |
| 17) $(12x + 11)^2$ | 18) $(11 + 12x)^2$ |
| 19) $-(-53x - 55)$ | 20) $-(50 - 70x)$ |

Lösungen Gleichungen

- 1) $L=\{11\}$ 2) $L=\{2\}$ 3) $L=\{0\}$ 4) $L=\{ \}$ 5) $L=\{0\}$ 6) $L=\{-1\}$
7) $L=\{-5\}$ 8) $L=\{ \}$ 9) $L=\{12\}$ 10) $L=R$ 11) $L=\{10\}$ 12) $L=\{-14,75\}$
13) $L=\{-5,25\}$ 14) $L=\{-7\}$ 15) $L=\{-1\}$ 16) $L=\{-3\}$ 17) $L=\{8\}$ 18) $L=\{ \}$
19) $L=\{2,5\}$ 20) $L=\{-9\}$

Klammerterme

- 1) $27x^2 + 649x + 24$ 2) $120x^2 - 2707x - 113$ 3) $4x + 2$ 4) $12x + 4$
5) $4x^2 - 121$ 6) $-127x^2 - 136x - 9$ 7) $35x^2 - 4306x + 123$
8) $36x^2 - 60x + 25$ 9) $144x^2 + 288x + 144$ 10) $-151x^2 + 292x - 141$
11) $-138x^2 - 61x - 97$ 12) $58x - 19$ 13) $25x^2 - 25$
14) $100x^2 + 160x + 64$ 15) $144x^2 + 168x + 49$ 16) $100x^2 - 36$
17) $144x^2 + 264x + 121$ 18) $144x^2 + 264x + 121$ 19) $53x + 55$
20) $70x - 50$

Gleichungen lösen

- 1) $-(4x + 8) + x = -x + 1$
- 2) $-(-3x + 3) - 4x + 3 = 6$
- 3) $-(1 + x) - 3x = -4x - 1$
- 4) $38 + 2x + 4(-x - 3) = 2$
- 5) $2x = 31 + 2 + (2x - 16)$
- 6) $5x - 22 - 3(2x - 2) = -3$
- 7) $-(-2x - 23) - 5x = -x + 2$
- 8) $-4x - 4(-2x - 3) = 5x + 12$
- 9) $-x + 2 - (-1 + x) = -x - 4$
- 10) $4(3 + x) - x - 13 = 4x + 1$
- 11) $4 - 4x = 1 + (5x + 3) - 9x$
- 12) $3 - x - (-13 + x) = -x + 1$
- 13) $-(-5x - 1) - 1 - 4x = 4 + x$
- 14) $-x - (8 + 3x) + 2 = -3x + 4$
- 15) $2x - (-3x - 4) - 9 = 7x - 2$
- 16) $23 + 3(-x - 1) - x = 3 - 2x$
- 17) $2 + 2x - 3(-2x - 1) = 3 + 9x$
- 18) $-(10 - 3x) - 3 - 3x = -2 + x$
- 19) $4(-3 - x) - 2x + 7 = -4x - 1$
- 20) $19 - 3x - 2(2x - 4) = -5x - 2$
- 21) $-2(-x - 3) - 1 + 2x = -2 + 5x$
- 22) $-(1 + x)^2 + x^2 - 4x = -6x - 1$
- 23) $-2 + 5x - (-8x - 2) = 12 + 15x$
- 24) $-2x - (-2 + x)^2 = -4 + 2x - x^2$
- 25) $-2x + 3(-4 - x) - 10 = -4 - 3x$
- 26) $x - 3(1 - 3x) - 4(-2 + 3x) = 4$
- 27) $-1 - x - x^2 = 5x - (2 + x)^2 + 3$
- 28) $-5(-4x + 4) - 2x + 25 = -5 + 19x$
- 29) $16 + 5(2x^2) - 10x^2 + 4x = 3 + 5x$
- 30) $-(1 + x)^2 + 1 + x^2 - 3x = -2 - 4x$
- 31) $-3x + 5(2x + 3) + 4(-2x - 1) = -2$
- 32) $-3x + 4x^2 - (1 - 2x)^2 + 3 = 1 + 2x$
- 33) $-x^2 - (x - 1)(-x - 1) - x = -x - 1$
- 34) $(1 + x)(5 + 2x) - x = 2x^2 - 4 + 7x$
- 35) $3x - (2x + 8)^2 + 6 = -1 - 25x - 4x^2$
- 36) $-(x - 5)(-x + 2) - x^2 + 2x = -4x + 4$
- 37) $3x + 4x^2 - (4 + 2x)^2 + 4(1 + 3x) = 1$
- 38) $-(-112 - 11x) - 2(113 + 10x) + x = 1$
- 39) $-x + 2x^2 = 2 + 14x - (-x + 8)(2x + 2)$
- 40) $4x + x^2 - 1 - (x - 1)(x + 11) = -4 - 5x$
- 41) $-4x - 2 - x^2 = -4 + (1 + x)(-x + 4) - 5x$
- 42) $-4x - (x - 3)(-x - 1) - x^2 + 1 = -2 - 6x$
- 43) $2(2x+1) - (2+x)(2-x) - x^2 - 4x = -2$
- 44) $(6+2x)(6 - 2x) + 4x^2 + 3x - 78 = 2 + 7x$
- 45) $-1 + x^2 - 4x = 13x + 3 - (-x - 2)(x - 17)$
- 46) $-1 + 2x^2 + 2x = 5x + 24 + (-2x - 1)(1 - x)$
- 47) $-15 - 4x + 9x^2 + (3+3x)(3-3x) = 4 - 2x$
- 48) $1 + (-23+x)(2x - 1) - 2x - 2x^2 = -47x + 5$
- 49) $-2x - 2x^2 + 1 = -(-1-x)(-2x+33) - 31x - 5$
- 50) $-2x^2 + 4x + 2(-12x+1) + (2x-1)(10+x) = -1$

Lösungen

- 1) $L = \{-4, 5\}$ 2) $L = \{-6\}$ 3) $L = \mathbb{R}$ 4) $L = \{12\}$ 5) $L = \{ \}$ 6) $L = \{-13\}$ 7) $L = \{10, 5\}$
8) $L = \{0\}$ 9) $L = \{7\}$ 10) $L = \{-2\}$ 11) $L = \mathbb{R}$ 12) $L = \{15\}$ 13) $L = \{ \}$ 14) $L = \{-10\}$
15) $L = \{-1, 5\}$ 16) $L = \{8, 5\}$ 17) $L = \{2\}$ 18) $L = \{-11\}$ 19) $L = \{-2\}$ 20) $L = \{14, 5\}$
21) $L = \{7\}$ 22) $L = \mathbb{R}$ 23) $L = \{-6\}$ 24) $L = \mathbb{R}$ 25) $L = \{-9\}$ 26) $L = \{0, 5\}$ 27) $L = \{0\}$
28) $L = \{10\}$ 29) $L = \{13\}$ 30) $L = \{2\}$ 31) $L = \{13\}$ 32) $L = \{1\}$ 33) $L = \mathbb{R}$ 34) $L = \{9\}$
35) $L = \{-14, 25\}$ 36) $L = \{6\}$ 37) $L = \{-13\}$ 38) $L = \{-14, 375\}$ 39) $L = \{14\}$
40) $L = \{14\}$ 41) $L = \{-1\}$ 42) $L = \mathbb{R}$ 43) $L = \mathbb{R}$ 44) $L = \{-11\}$ 45) $L = \{15\}$
46) $L = \{-12\}$ 47) $L = \{-5\}$ 48) $L = \{9, 5\}$ 49) $L = \{-13, 5\}$ 50) $L = \{-7\}$



Lineare Gleichungen (Klasse 8)

Aufgabe 1

Subtrahiert man vom Drittel einer Zahl ein Viertel dieser Zahl, so ergibt sich 7.

Aufgabe 2

Verzehrt man eine Zahl um ihr Drittel und ihr Viertel. so erhält man 190.

Aufgabe 3

Die Summe aus der Hälfte, dem Drittel und dem Viertel einer Zahl ist um 3 größer als die Zahl.

Aufgabe 4

Das Vierfache einer Zahl ist um 30 größer als ein Viertel der Zahl.

Aufgabe 5

Die Zahl 93 ist so in drei Summanden zu zerlegen, dass folgende Bedingung gilt:

- Jeder Summand ist um 9 größer als der vorhergehende.
- Jeder Summand ist das 5-fache des vorhergehenden.

Aufgabe 6

Das 7-fache und das Siebentel einer Zahl geben zusammen 100. Berechne die Zahl!

Aufgabe 7

Jemand hat 300 Rupien und 6 Pferde. Ein anderer hat 10 Pferde, aber eine Schuld von 100 Rupien. Beider Vermögen ist gleich groß. Wieviel kostet ein Pferd? (Indien)

Aufgabe 8

Jemand wird nach seinem Alter gefragt und antwortet: "Wenn ich noch einmal so alt wäre, dazu noch die Hälfte und ein Viertel meines Alters und ein Jahr, dann wäre ich 100 Jahre." Wie alt ist er?

Aufgabe 9

Drei Gesellen wollen ein Haus für 204 Gulden kaufen. Der erste gibt dreimal soviel wie der zweite, dieser viermal soviel wie der dritte. Berechne, wieviel jeder zahlen muss. (nach Ries)

Aufgabe 10

Ein Vater vererbt seiner Frau, seinem Sohn und seinen beiden Töchtern 3600 Gulden. Sein letzter Wille ist, dass der Sohn zweimal soviel wie die Mutter und die Mutter zweimal soviel wie jede Tochter erhält. Berechne, wieviel jeder erbt. (Adam Ries)

Aufgabe 11

Der Betrag von 8400 € soll unter drei Personen A, B und C aufgeteilt werden. B soll dabei halb soviel wie A, C halb soviel wie B erhalten.

Aufgabe 12

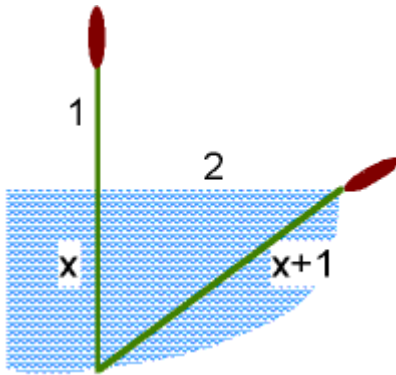
3000 € sollen unter drei Preisträgern derart verteilt werden, dass der zweite Preis $\frac{3}{2}$ mal so groß wie der dritte, der erste Preis $\frac{5}{3}$ mal so groß wie der zweite ist.

Aufgabe 13

Verkürzt man die Seiten eines Quadrats um je 10 cm, so vermindert sich sein Flächeninhalt um 400 cm^2 . Berechne die Seitenlänge des ursprünglichen Quadrats!

Aufgabe 14

Verlängert man die Seiten eines Quadrats um je 3 cm, so vergrößert sich sein Flächeninhalt um 21 cm^2 . Berechne die Seitenlänge des ursprünglichen Quadrats!



Aufgabe 15

Ein Schilfrohr wächst 2 m vom Ufer eines Teichs entfernt. Seine Spitze ragt 1 m über die Wasseroberfläche. Zieht man es ans Ufer, so berührt die Spitze gerade den Teichrand. Wie tief ist der Teich?

Aufgabe 16

Ein 9 m hoher Mast wurde von einem Sturm geknickt. Die Spitze berührt den Erdboden 3 m vom Fußpunkt des Mastes entfernt. In welcher Höhe ist die Knickstelle?

Aufgabe 17

Aus dem "Lilawati" (Indien, 8. Jh. u.Z.):

Eine Kette zersprang im Verlauf verliebten Getümmels,

Eine Reihe Perlen löste sich drauf.

Ein Sechstel von ihnen fiel auf den Boden,

Ein Fünftel blieb auf dem Lager,

Ein Drittel ward von der jungen Frau gerettet,

Ein Zehntel behielt der Geliebte zurück,

Und sechs Perlen blieben an der Schnur befestigt.

Nun sag mir, wieviel Perlen an der Kette der Liebenden hingen.

Aufgabe 18

Fünf aufeinander folgende Viererzahlen geben zusammen 420. Wie heißt die kleinste der Zahlen?

Aufgabe 19

Die Differenz der Quadrate von zwei natürlichen Zahlen mit dem Unterschied 3 beträgt 381. Wie heißt die kleinere der beiden Zahlen?

Aufgabe 20

Wenn ich bei einer zweistelligen Zahl zur hinteren Ziffer 6 addiere und anschließend rechts eine 4 anfüge, erhalte ich das 12-fache der Zahl. Wie heißt die Zahl?

Aufgabe 21

Werden auf der rechten Seite einer Zahl die Ziffern 72 angefügt, so erhält man das 102-fache der Zahl. Wie heißt die Zahl?

Aufgabe 22

Ein Fahrzeug fährt mit 6 km/h bergauf und anschließend mit 18 km/h bergab. Für den gesamten Weg von 40 km benötigt es 3 h . Wann und wo erreicht es den höchsten Punkt?

Aufgabe 23

Zwei Fahrzeuge kommen mit den Geschwindigkeiten 40 und 60 km/h von zwei Orten, die 50 km voneinander entfernt sind, einander entgegen. Dabei fährt das zweite 30 Minuten nach dem ersten ab. Bestimmen Sie, wann und wo sie sich treffen.

Aufgabe 24

Ein Fahrzeug hat die Geschwindigkeit 30 km/h und fährt um 12 Uhr beim Punkt A vorbei. Ein zweites Fahrzeug fährt mit 90 km/h und passiert A 20 Minuten später. Wo und wann überholt ein Fahrzeug das andere?

Aufgabe 25

Ein Schiff benötigt stromaufwärts für eine 24 km lange Strecke 48 Minuten mehr als stromabwärts. Berechne die Geschwindigkeit des Schiffes gegenüber dem Wasser, wenn die Strömungsgeschwindigkeit 2,5 km/h misst.

Aufgabe 26

Patrick und Isabelle haben 600 Nüsse gesammelt. Isabelle sagt: Wenn du mir die Hälfte der Nüsse gibst, die du hast, und ich dir darauf einen Drittel der Nüsse gebe, die ich dann habe, so besitzen wir gleich viele Nüsse. Wie viele Nüsse besaßen beide am Anfang?

Aufgabe 27

Die drei Gemeinden A, B und C haben zusammen 24873 Einwohner. B hat 7629 Einwohner weniger als A, aber 3030 mehr als C.

Aufgabe 28

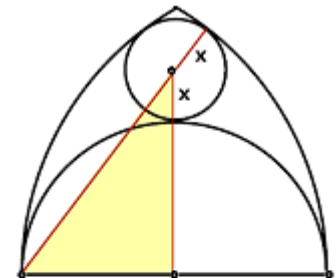
Vater und Sohn haben einen Altersunterschied von 28 Jahren. Nach 16 Jahren ist der Vater gerade doppelt so alt wie der Sohn. Wie alt sind beide heute?

Aufgabe 29

Ein Teil eines Kapitals von 70350 Franken ist zu 6% angelegt, der andere zu 5%. Der Jahreszins des Kapitals beträgt 4100 Franken. Wie groß sind die beiden Teile?

Aufgabe 30

Gesucht ist der Radius x des Füllkreises in den zwei Abbildungen.



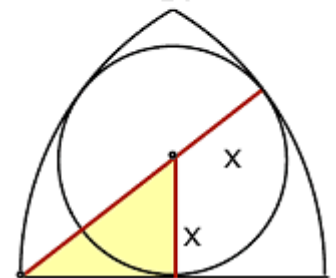
18

Aufgabe 31

Der Preis eines Autos stieg um 10% und sank dann wieder um 10% und beträgt heute Fr. 9504. Um wie viele Prozente hat sich der Preis insgesamt verändert?

Aufgabe 32

Zu 14 g Gold von 0,78 Feinheit kommen 10 g einer anderen Goldsorte und geben 0,85 feines Gold. Welche Feinheit hatte die zweite Sorte?



16

Aufgabe 33

In einem Dreieck verhalten sich 2 Winkel wie 2: 3. Der dritte ist das arithmetische Mittel aus den beiden anderen.

Aufgabe 34

Ein Rechteck von 30 m Länge und 18 m Breite wird in lauter gleiche Quadrate aufgeteilt. Die Summe der Umfänge aller dieser Quadrate ist 30 mal so groß wie der Umfang des Rechtecks. Wie lang ist die Seite eines solchen Quadrates?

Aufgabe 35

Sohn, Vater und Großvater sind zusammen 113 Jahre alt. Der Vater ist ein Jahr weniger als 7mal so alt wie sein Sohn, der Großvater ist 6 Jahre älter als doppelt so alt wie der Vater. Wie alt ist jeder?

Aufgabe 36

In einem Stall befinden sich Hühner und Schweine. Zusammen sind es 32 Tiere mit 106 Beinen. Wie viele Tiere sind es von jeder Art?

Aufgabe 37

Wie lang sind die Seiten eines Dreiecks, wenn die Summen von jeweils 2 Seiten 22 cm, 23 cm und 25 cm betragen?

Aufgabe 38

Der Flächeninhalt eines Dreiecks vergrößert sich dadurch um 65 cm^2 , dass man die Höhe um 2 cm und die Grundseite um 5 cm verlängert; der Flächeninhalt des Dreiecks verkleinert sich um 7 cm^2 , wenn man die Grundseite um 3 cm verlängert und die Höhe aber um 2 cm verkürzt. Wie lang sind Grundseite und Höhe des Ausgangsdreiecks?

Lösungen:

- 1 84
- 2 120
- 3 36
- 4 8
- 5 a) 22, 31, 40 b) 3, 15, 75
- 6 14
- 7 100 Rupien
- 8 36 Jahre
- 9 144, 48, 12
- 10 1800, 900, 450
- 11 4800, 2400, 1200
- 12 1500, 900, 600
- 13 25 cm
- 14 2 cm
- 15 1,5 m
- 16 4 m
- 17 30 Perlen
- 18 $x + x+4 + x+8 + x+12 + x+16 = 5x + 40 = 420 \dots x = 76$, die 1. Zahl
- 19 $(x+3)^2 - x^2 = 381 \dots x = 62$
- 20 $10(x+6) = 12x \dots x = 32$
- 21 $100x + 72 = 102x \dots x = 36$
- 22 $6x + 18(3-x) = 40 \dots x = 14/12$. Nach $14/12 = 70$ Minuten und $s = 6x = 14/12 \cdot 6 \text{ km} = 7 \text{ km}$ wird der höchste Punkt erreicht.
- 23 $40x + 60(x - 0,5) = 50 \dots x = 4/5$. Bis zum Treffpunkt ist das 1. Fahrzeug $4/5 \text{ h} = 48$ Minuten und $s = 40x = 4/5 \cdot 40 \text{ km} = 32 \text{ km}$ unterwegs.
- 24 $30x = 90(x-1/3) \dots x = 0,5 \dots$ Überholt wird um $12.00 + 0.30 = 12.30$ Uhr nach 15 km.
- 25 $24 / (x-2,5) = 24 / (x+2,5) + 4/5 \dots x = 12,5 \dots$ Das Schiff hat eine Eigengeschwindigkeit von 12,5 km/h.
- 26 Die beiden haben vorher und nachher je 300 Nüsse!
- 27 $x + 7629 + x + x - 3030 = 24873 \dots x = 6758 \dots$
Einwohnerzahl von A: 14387, B: 6758, C: 3728
- 28 Heute ist der Vater 40 und der Sohn 12. In 16 Jahren ist der Vater 56 und der Sohn 28.
- 29 $0,06x + 0,05(70350 - x) = 4100 \dots x = 58250 \dots$
Das Kapital ist in 58250 Franken zu 6% und 12100 Franken zu 5% aufgeteilt.
- 30 (oben) für das rechtwinklige gelbe Dreieck gilt der Satz des Pythagoras
 $92 + (9 + x)^2 = (18 - x)^2 \dots x = 3 \dots$ Der Radius des Füllkreises ist 3
(unten) Satz des Pythagoras ergibt $x^2 + 64 = (16 - x)^2 \dots x = 6 \dots$
Der Radius des Füllkreises ist 6
- 31 $0,90(1,10x) = 0,99x = 9504 \dots x = 9600$
- 32 $0,78 \cdot 14 + 10x = 0,85 \cdot 24 \dots x = 0,948 \dots$
es wurde Gold der Feinheit 0,948 hinzugefügt
- 33 $2x + 3x + 2,5x = 180 \dots x = 24 \dots$ die Winkel messen 48° , 72° und 60°
- 34 x sei Seite eines kleinen Quadrates, dann sind $30/x$ Quadrate in der Länge, $18/x$ in der Breite, d.h. $504/x^2$ Quadrate.
Jedes dieser Quadrate hat den Umfang $4x$ und alle zusammen $540/x^2 \cdot 4x = 2160$ $x = 30 \cdot 96$. Die Seite eines kleinen Quadrates ist damit 75 cm.
- 35 Alter des Sohns x , d.h. $x + 7x - 1 + 2(7x - 1) + 6 = 113$
Der Sohn ist 5 Jahre alt, der Vater 34 und der Großvater 74.
- 36 Hühne x , d.h. $2x + 4(32 - x) = 106$, $x = 11$, d.h. 11 Hühne und 21 Schweine.
- 37 $a+b = 22 \text{ cm}$; $a+c = 23 \text{ cm}$; $b+c = 25 \text{ cm}$, d.h. $a = 10$, $b = 12$, $c = 13$
- 38 $xy/2 + 65 = (x+5)(y+2)/2$ und $xy/2 - 7 = (x+3)(y-2)/2$,
d.h. die Grundseite ist 25 cm und die Höhe 14 cm lang.



Lineare Gleichungen, Bruchgleichungen und Ungleichungen

Aufgabe 1

- a) $5 - x = 25 + 3x - 4$
- b) $16 + 2x = 56 - 8x - 20$
- c) $2x - 22 - 9x = 42 + 11x - 100$
- d) $19x - 32 + 17x = 18x - 30 + 16x - 3$
- e) $9x - 11 - 3x = 4x + 12 - 3x$
- f) $105 - 72x - 53 - 69 = 65x + 43x - 18 - 5$

Aufgabe 2

- a) $0 = 8x - (4x + 12)$
- b) $7x - 10 = 15 - (x - 14)$
- c) $7(x + 1) = 6(x - 1)$
- d) $57 - 2(x + 21) = 63 - 2(3x + 4)$
- e) $5(x + 7) + 2(x + 7) - 4(x + 7) = 3$
- f) $15 - 3(2x - 1) = 16(x + 1) - 2(x - 1)$

Aufgabe 3

- a) $(x + 1)(x + 7) = (x + 2)(x + 3)$
- b) $2(x + 2)(x + 5) = (2x + 7)(x + 3)$
- c) $2x^2 - (x + 3)(x - 3) = (x + 1)^2$
- d) $(x + 3)(x - 5) = (x - 3)^2$
- e) $(2x - 3)^2 - (x - 5)^2 - 3x(x - 7) + 17 = 0$
- f) $5x(x - 1) - (2x + 3)^2 - (x - 5)(x + 3) - 6 = 0$

Aufgabe 4

- a) $x + x/3 + x/6 = 45$
- b) $(4x + 1)/26 - (2x - 1)/39 = 0$
- c) $x/4 + 1/5 = x/2 + x/6$
- d) $2x/3 - 4x/9 = 31 - 3x/2$
- e) $(8x - 15)/12 + (3x + 18)/15 = 2$
- f) $14/3 - (5x - 1)/6 = (34x - 1)/3 - 7$

Aufgabe 5

- a) $\frac{2}{x} = \frac{x-3}{3x} - \frac{x+5}{4x}$
- b) $\frac{1}{x} + \frac{2x+5}{x+6} = 2$
- c) $\frac{2}{x-2} = \frac{1}{3}$
- d) $\frac{7}{x-4} - \frac{2}{x-4} = 1$
- e) $\frac{5}{x+1} = \frac{3}{x+1} + \frac{1}{2}$
- f) $\frac{x+4}{2(x-1)} - \frac{5(x-3)}{2(x-1)} - \frac{4}{2(x-1)} = 0$
- g) $\frac{5(x-3)}{12x} - \frac{2(x+1)}{15x} = 1$
- h) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2(x+5)} = \frac{3}{x+5}$

Aufgabe 6

a) $\frac{4x-9}{x^2-3x-40} = \frac{3}{x+5}$

c) $\frac{32x-11}{15x-21} - \frac{2(x+9)}{25x-35} + \frac{16}{40x-56} = 1$

e) $\frac{14-2x}{x-1} - \frac{9x+1}{1-x} = 1$

g) $\frac{1}{x-7} + \frac{3}{x+7} = \frac{3x-5}{x^2-49}$

b) $\frac{5}{x^2-9} - \frac{3}{x^2-6x+9} = 0$

d) $\frac{15}{x+7} - \frac{3}{x-3} = \frac{x-4}{x^2+4x-21}$

f) $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-2} = \frac{20}{4x-7}$

h) $\frac{9x-1}{x^2-9x+20} = \frac{5}{x-4} - \frac{1}{x-5}$

Aufgabe 7

a) $2 - 3x > -8 - 8x$

c) $1 - 3(x - 4) \geq 2(5 - x)$

d) $(7y + 3)/2 - (9y + 3)/3 \geq 2(7y + 3)/4$

b) $7 > 11 - (15 + x)$

Aufgabe 8

a) $\frac{x}{x-2} > 0$

c) $\frac{5-x}{(x+1)^2} \leq 0$

e) $(x+4)(x-3) < 0$

g) $(x-1)(x+2)(x-5) \geq 0$

b) $\frac{x}{x+2} \leq 0$

d) $0 < \frac{3x+9}{2x-4}$

f) $x(x+1) \geq 0$

h) $(x-4)^2(x+3) > 0$

Aufgabe 9

a) $\frac{4x+20}{x+6} > 3$

c) $\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$

e) $\frac{5}{4-x} < \frac{2}{3}$

b) $\frac{3x-4}{x+1} \leq 2$

d) $\frac{x-3}{x+3} > 3$

f) $\frac{x-1}{x+3} > \frac{x+3}{x-1}$

Lösungen

- 1 a) -4 b) 2 c) 2 d) -1/2
e) 4,6 f) 1/30
- 2 a) 3 b) 39/8 c) -13 d) 10
e) -6 f) 0
- 3 a) -1/3 b) 1 c) 4 d) 6
e) -1/19 f) 0
- 4 a) 30 b) -5/8 c) 12/25 d) 18
e) 123/52 f) 1
- 5 a) 51 b) 1 c) 8 d) 9
e) 3 f) 15/4 g) -83/43 h) 9
- 6 a) -15 b) 12 c) -26/79 d) 62/11
e) 2 f) 3 g) 9 h) -4
- 7 a) $x > -2$ b) $x > -11$ c) $x \leq 3$ d) $y \leq -1/3$
- 8 a) $x < 0 ; x > 2$ b) $-2 < x \leq 0$
c) $x \geq 5$ d) $x < -3 ; x > 2$
e) $-4 < x < 3$ f) $x \leq -1 ; 0 \leq x$
g) $x \leq -1 ; 0 \leq x$ h) $x > -3$
- 9 a) $x < -6 ; x > -2$ b) $-1 < x \leq 6$
c) $x < 0 ; x > 3$ d) $-6 < x < -3$
e) $x < -3,5 ; x > 4$ f) $x < -3 ; -1 < x < 1$