Übungsaufgaben Stochastik

I. Kombinatorik

10 Herr Munz will die Mitglieder seiner fünfköpfigen Familie für eine Gruppenaufnahme nebeneinander stellen. Auf wie viele Arten kann er das tun?

11 Für eine Trikolore (dreifarbige Fahne; Fig. 1) stehen 6 Farben zur Verfügung. Zwischen wie vielen Möglichkeiten hat man die Wahl, wenn
a) jeder Streifen von anderer Farbe sein soll
b) benachbarte Streifen verschiedenfarbig sein sollen?

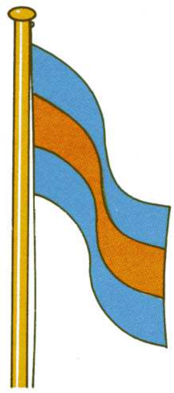


Fig. 1

12 Wie viele dreistellige Zahlen aus nur ungeraden Ziffern gibt es, wenn Wiederholungen ausgeschlossen (erlaubt) sind?

13 In der „Plattenecke" einer Illustrierten werden monatlich zehn Neuerscheinungen vorgestellt, aus denen die Leser die „Hits des Monats" auswählen, indem sie drei der genannten Titel mit den Rangziffern 1, 2 und 3 versehen und ihre Wahl einsenden.
a) Wie viele verschiedene Dreiergruppen sind möglich?
b) In der Faschingsausgabe werden die Plätze 8, 9 und 10 ermittelt. Wie viele Wahlmöglichkeiten gibt es?
c) Wie viele Wahlmöglichkeiten gibt es, wenn die ersten Drei und die letzten Drei zu wählen sind?

14 Wie viele sechsstellige Zahlen lassen sich aus den Ziffern 1, 2, ..., 9 bilden, wenn jede Ziffer höchstens einmal vorkommen darf?

15 Wie viele dreistellige Zahlen bestehen aus drei verschiedenen Ziffern?

23 Uwe überklebt einen Spielwürfel, so daß vier Seiten die „2" und zwei Seiten die „5" zeigen. Er würfelt dreimal und erreicht die Augensumme 9. Nun ist Peter mit drei Würfen an der Reihe. Er gewinnt, wenn er eine größere Augensumme erzielt. Zeichne ein Baumdiagramm für diese drei Würfe. Berechne die Augensummen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit der Peter gewinnt.

24 Welches der Ereignisse A: „Es fällt genau zweimal Wappen" oder B: „Es fällt einmal oder dreimal Wappen" ist beim viermaligen Werfen einer idealen Münze wahrscheinlicher?

25 Ein idealer Würfel wird dreimal hintereinander geworfen. Welches der drei folgenden Ereignisse tritt am ehesten ein?
A: Es fällt dreimal die 6;
B: Es fallen nur Fünfen und Sechsen;
C: Es fallen nur gerade Zahlen.

26 Eine Speisekarte verzeichnet 4 Vorspeisen, 7 Hauptgerichte und 6 Nachtische. Wie viele verschiedene Menüs kann man sich zusammenstellen?

27 Bei einem Fest treten 4 Solisten auf; die Reihenfolge ist jedoch unbekannt. Wie viele verschiedene Reihenfolgen sind möglich?

28 Eine Firma hat 4 Autos und 7 Einstellplätze. Auf wie viele Arten können die Autos geparkt werden,
a) wenn man nur darauf achtet, welche Plätze besetzt sind
b) wenn man darauf achtet, welches Auto auf welchem Platz steht?

29 In einer Urne befinden sich 10 weiße und 5 rote Kugeln. 4 Kugeln werden mit einem Griff gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man
a) nur weiße Kugeln
b) nur rote Kugeln
c) 3 weiße und 1 rote Kugel
d) 2 weiße und 2 rote Kugeln?

30 Unter 50 Glühbirnen in einem Karton befinden sich 2 defekte. Jemand wählt 2 Birnen aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind beide (ist genau eine; ist keine) der Birnen in Ordnung?

31 Ein idealer Würfel wird 8mal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man
a) im ersten Wurf eine 6, in den anderen Würfen keine 6
b) nur im letzten Wurf eine 6
c) genau 1mal eine 6
d) genau 2mal eine 6
e) mindestens 2mal eine 6?

II. Wahrscheinlichkeitsverteilungen

3 Die 32 Karten eines Skatspiels werden nach Fig. 3 bewertet. Es wird eine Karte zufällig gezogen. Die Zufallsvariable X gebe den Wert dieser Karte an. Stelle die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X auf.

Karte	As	König	Dame	Bube	10	9	8	7
Wert	11	4	3	2	10	0	0	0

Fig. 3

4 Ein Würfel werde zweimal geworfen. Die Ergebnismenge S besteht aus 36 geordneten Zahlenpaaren, (1;1), (1;2), ..., (6;6). Berechne die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der folgenden Zufallsgrößen:
X: $e_i \mapsto$ Augensumme, Y: $e_i \mapsto$ Maximum der beiden Augenzahlen,
Z: $e_i \mapsto$ Betrag der Differenz beider Augenzahlen,
W: $e_i \mapsto$ arithmetisches Mittel beider Augenzahlen.

5 Aus den natürlichen Zahlen von 10 bis 20 werde zufällig eine Zahl ausgewählt. Die Zufallsgröße X gebe die Anzahl der positiven Teiler der ausgewählten Zahl an.
Ermittle die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.

6 Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X sei gegeben durch:

a)

x_i	-2	-1	0	1	2
$p(x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

. Berechne $p(x_3)$.

b)

x_i	1	2	3	4
$P([X=x_i])$	$7k$	$5k$	$9k^2$	$4k^2$

. Berechne k.

III. Erwartungswert

6 Ulf hat durch lange Beobachtung eines Spielautomaten die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Gewinnkombinationen ermittelt (Fig. 1).

a) Berechne den Erwartungswert für den Gewinn, wenn der Einsatz 10 Pf (20 Pf) kostet. Lohnt sich häufiges Spielen bei diesem Einsatz?
Welchen Gewinn hat der Automatenbesitzer bei einem Einsatz von 20 Pf nach 100 Spielen zu erwarten?

b) Wie hoch muss der Einsatz mindestens sein, damit der Automatenbesitzer auf lange Sicht keinen Verlust macht?

Gewinn in Pf	Wahrscheinlichkeit
200	0,01
100	0,03
50	0,10
10	0,25

Fig. 1

7 a) Berechne den Erwartungswert des Gewinns für das Glücksrad in Fig. 2 (Fig. 3), wenn Rot einen Gewinn von 40 Pf, Blau einen Gewinn von 10 Pf und Grün einen Verlust von 30 Pf bringt.

b) Was lässt sich über den zu erwartenden Gesamtgewinn nach 200 Spielen (nach 2 Spielen) sagen?

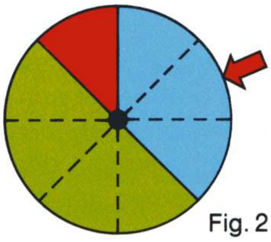


Fig. 2

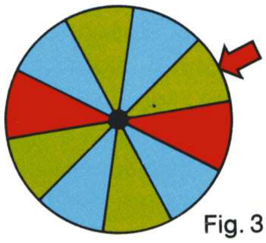


Fig. 3

8 Beim Spiel in Fig. 4 rückt der Spielstein nach jedem Wurf mit einem Würfel um die geworfene Augenzahl nach rechts, falls diese gerade, und nach links, falls diese ungerade ist. Wie viel Würfe werden auf lange Sicht im Durchschnitt erforderlich sein um das rote Feld zu erreichen?

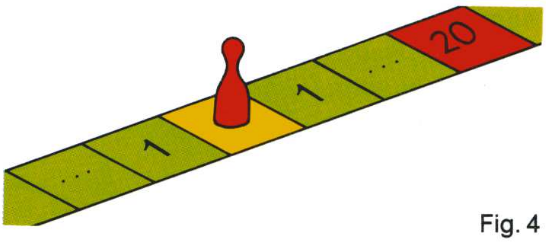


Fig. 4

9 Karl bietet seinen Freunden Glücksspiele mit einem Würfel an. Sie können zwischen drei Gewinnplänen wählen (Fig. 5); ein Pluszeichen bedeutet Gewinn für sie, bei einem Minuszeichen ist der betreffende Geldbetrag an Karl zu zahlen. Nach welchem Gewinnplan würdest du spielen, wenn der verwendete Würfel ideal ist (die angegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung hat)?

Augenzahl		1	2	3	4	5	6
Gewinnpläne	A	+3	+2	+2	−2	+3	−4
	B	+1	+1	+1	−1	−1	−1
	C	+5	−2	+1	−1	+3	−1
Wahrscheinlichkeit		0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,3

Fig. 5

10 Ein Bauer zieht Kälber groß und verkauft sie nach einem Jahr. Der Reingewinn an einem Kalb beträgt im Durchschnitt 180 DM. Allerdings bringt der Bauer erfahrungsgemäß nur 90 % der Kälber durch, ein verendetes Kalb bedeutet einen Verlust von durchschnittlich 270 DM. Mit welchem Reingewinn je Kalb kann der Bauer rechnen?

IV. Wahrscheinlichkeit von Ereignissen

6 Die beiden Glücksräder G_1 und G_2 aus Fig. 3 werden je einmal gedreht. Die Zufallsgröße X sei die Anzahl der dabei angezeigten Zweien auf den Glücksrädern.
a) Gib die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an.
b) Berechne den Erwartungswert von X.

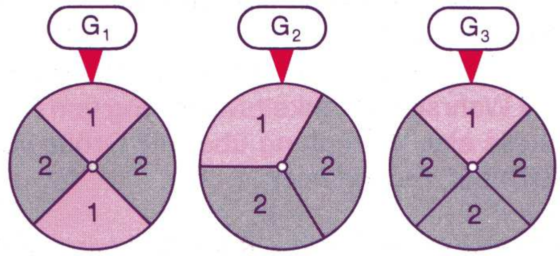


Fig. 3

7 Die drei Glücksräder aus Fig. 3 werden gedreht. Die Zufallsgröße Y sei die Anzahl der angezeigten Zweien.
a) Zeichne ein Stabdiagramm für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße Y.
b) Berechne E(Y).

8 Die Zufallsgröße X in Fig. 4 gibt den Durchmesser (in mm) von Löchern in Ziegeln an. Berechne den Erwartungswert von X.

x_i	28	29	30	31	32
$P([X=x_i])$	0,15	0,45	0,20	0,15	0,05

Fig. 4

V. Bernoulli-Ketten

5 Entscheide, ob bei den folgenden Situationen eine Beschreibung als Bernoulli-Kette vorgenommen werden kann.
a) In einer Urne liegen N Kugeln, von denen M, $M<N$, blau und der Rest, also $N-M$, gelb sind. Es werden nacheinander n Kugeln
a1) mit Zurücklegen
a2) ohne Zurücklegen
gezogen.
(Zusatz: Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeweils bei der zweiten Ziehung eine blaue Kugel gezogen?)
b) Friedrich kauft sich auf der Dresdner Vogelwiese (Fig. 1) an einer Losbude 5 Lose, die er nacheinander öffnet.
c) Ursula wäre schon zufrieden, wenn ihr beim Lottospiel irgendein Gewinn zufiele. Sie will ein Jahr lang am Wettspiel teilnehmen.

6 Welche der folgenden Zufallsexperimente können als Bernoulli-Ketten aufgefasst werden?
a) Eine ideale Münze wird zehnmal geworfen.
b) Aus einer Serie von Glühbirnen werden 5 ausgewählt, die Brenndauer bestimmt und festgestellt, ob diese mindestens 1 000 Stunden beträgt oder nicht.
c) Eine Untersuchung darauf, ob die Blutgruppe A vorliegt, bei 8 zufällig ausgewählten Personen (Fig. 2).
d) Zehn ideale Münzen werden gleichzeitig geworfen.
e) Eine verbeulte Münze wird zehnmal geworfen.
f) Zehn verbeulte Münzen werden gleichzeitig geworfen.

VI. Binomialverteilung

3 Eine Zufallsgröße X sei binomialverteilt mit den Parametern $n=8$ und $p=0{,}6$.
Bestimme die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
a) $P([X \leq 2])$ b) $P([1 < X < 6])$ c) $P([X > 0])$ d) $P([X < 7])$.

4 Eine Zufallsgröße X sei binomialverteilt mit den Parametern $n=12$ und $p=0{,}3$. Bestimme folgende Wahrscheinlichkeiten:
a) $P([X \leq 10])$ b) $P([X < 6])$ c) $P([3 < X \leq 10])$ d) $P([X = 9])$.

5 Franz möchte gerne wissen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, beim dreimaligen Würfeln wenigstens einmal sechs Augen zu erhalten. Wie ist diese Aufgabe mithilfe einer binomialverteilten Zufallsgröße zu lösen?

6 Ein idealer Würfel wird 100-mal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt die Sechs höchstens 15-mal (mehr als 25-mal; mindestens 15-mal, aber höchstens 25-mal)?

Lösungen Kombinatorik

10 Er kann sie auf 120 Arten aufstellen.

11 a) 120 Möglichkeiten
b) $120 + 6 \cdot 5 = 150$ Möglichkeiten

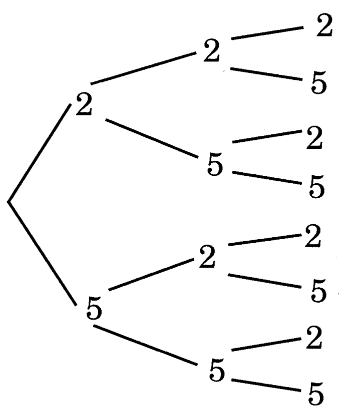
12 $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ ($5^3 = 125$)

13 a) Es sind $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ Dreiergruppen möglich.
b) Es gibt ebenfalls 720 Wahlmöglichkeiten.
c) Es gibt $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151\,200$ Wahlmöglichkeiten.

14 $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 60\,480$ Zahlen

15 $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ Zahlen
(1. Ziffer aus $\{1; \ldots ; 9\}$, 2. und 3. Ziffer aus $\{0; 1; \ldots ; 9\}$)

23



Augensumme	Wahrscheinlichkeit
6	$\frac{8}{27}$
9	$\frac{4}{27}$
9	$\frac{4}{27}$
12	$\frac{2}{27}$
9	$\frac{4}{27}$
12	$\frac{2}{27}$
12	$\frac{2}{27}$
15	$\frac{1}{27}$

Um zu gewinnen, muß Peter die Augensumme 12 oder 15 erreichen. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt $\frac{7}{27}$.

24 $P(A) = \frac{6}{16}$; $P(B) = \frac{8}{16}$; Ereignis B ist also wahrscheinlicher.

25 $P(A) = \left(\frac{1}{16}\right)^3$; $P(B) = \left(\frac{1}{3}\right)^3$; $P(C) = \left(\frac{1}{2}\right)^3$;
Ereignis C ist also am wahrscheinlichsten.

26 Man kann sich $4 \cdot 7 \cdot 6 = 168$ Menüs in der üblichen Reihenfolge zusammenstellen.

27 Es sind $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ Reihenfolgen möglich.

28 Die Autos können a) auf $\binom{7}{4} = 35$ Arten b) auf $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$ Arten geparkt werden.

29 Es gibt insgesamt $\binom{15}{4}$ = 1 365 Möglichkeiten, die Kugel zu ziehen.

a) Es gibt $\binom{10}{4}$ Möglichkeiten, nur weiße Kugeln zu ziehen; die Wahrscheinlichkeit beträgt also $\frac{210}{1365} \approx 0{,}1538$.

b) Es gibt $\binom{5}{4}$ = 5 Möglichkeiten, nur rote Kugeln zu ziehen; die Wahrscheinlichkeit beträgt also $\frac{5}{1365} \approx 0{,}0037$.

c) Es gibt $\binom{10}{3}\binom{5}{1}$ = 600 Möglichkeiten, 3 weiße und 1 rote Kugel zu ziehen; die Wahrscheinlichkeit beträgt also $\frac{600}{1365} \approx 0{,}4396$.

d) Es gibt $\binom{10}{2}\binom{5}{2}$ = 450 Möglichkeiten, 2 weiße und 2 rote Kugeln zu ziehen; die Wahrscheinlichkeit beträgt also $\frac{450}{1365} \approx 0{,}3297$.

30 Es gibt insgesamt $\binom{50}{2}$ = 1225 Möglichkeiten, 2 Birnen auszuwählen. Davon sind in $\binom{48}{2}$ = 1128 Fällen beide Birnen in Ordnung (in $\binom{48}{1}\binom{2}{1}$ = 96 Fällen genau eine und in einem Fall keine der Birnen in Ordnung). Die Wahrscheinlichkeit beträgt also $\frac{1128}{1225} \approx 0{,}9208$ $\left(\frac{96}{1225} \approx 0{,}0784;\ \frac{1}{1225} \approx 0{,}0008\right)$.

31 a) Es gibt 5^7 = 78 125 Möglichkeiten; die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{78125}{1679616} \approx 0{,}0465$.

b) Wie a)

c) Es gibt $\binom{8}{1} \cdot 5^7 =$ 625 000 Möglichkeiten; die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{625000}{1679616} \approx 0{,}3721$.

d) Es gibt $\binom{8}{2} \cdot 5^6$ = 437 500 Möglichkeiten; die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{437500}{1679616} \approx 0{,}2605$.

e) Es gibt 5^8 = 390 625 Möglichkeiten, keine 6 zu erhalten, 625 000 Möglichkeiten, genau eine 6 zu erhalten (vgl. c)), also gibt es 1 679 616 – 390 625 – 625 000 = 663 991 Möglichkeiten, mindestens 2 mal die 6 zu erhalten; die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{663991}{1679616} \approx 0{,}3953$.

Lösungen Wahrscheinlichkeitsverteilungen

3 a)

x_i(Quadrat der Augenzahlen)	1	4	9	16	25	36
$p(x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

b) $[X > 16] = \{5;6\}$ $\quad [X \leq 9] = \{1;2;3\}$

$[1 \leq X < 25] = \{1;2;3;4\}$ $\quad [X = 36] = \{6\}$

$[X < 36] = \{1;2;3;4;5\}$ $\quad [X > 36] = \emptyset$

$[X < 0] = \emptyset$

c) $P([X > 16]) = \frac{1}{3}$ $\quad P([X \leq 9]) = \frac{1}{2}$

$P([1 \leq X < 25]) = \frac{2}{3}$ $\quad P([X = 36]) = \frac{1}{6}$

$P([X < 36]) = \frac{5}{6}$ $\quad P([X > 36]) = P([X < 0]) = 0$

4 $P([X = 2]) = 0,4 \quad \left(\frac{4}{11}\right)$

$P([X = 4]) = 0,2 \quad \left(\frac{3}{11}\right)$

$P([X > 3]) = 0,6 \quad \left(\frac{7}{11}\right)$

$P([2 < X \leq 6]) = 0,6 \quad \left(\frac{7}{11}\right)$

Die Wahrscheinlichkeiten wurden berechnet für die natürlichen Zahlen 11, 12, ..., 19, 20. Bei Hinzunahme der 10 ergeben sich die Werte in Klammern.

5

Werte von Y (Summe der Kartenwerte)	0	2	3	4	5	6	7	8	10
Wahrscheinlichkeiten	$\frac{33}{248}$	$\frac{3}{31}$	$\frac{3}{31}$	$\frac{27}{248}$	$\frac{1}{31}$	$\frac{11}{248}$	$\frac{1}{31}$	$\frac{3}{248}$	$\frac{3}{31}$

Werte von Y (Summe der Kartenwerte)	11	12	13	14	15	20	21	22
Wahrscheinlichkeiten	$\frac{3}{31}$	$\frac{1}{31}$	$\frac{2}{31}$	$\frac{2}{31}$	$\frac{1}{31}$	$\frac{3}{248}$	$\frac{1}{31}$	$\frac{3}{248}$

$P([Y \leq 7]) = \frac{135}{248} \approx 0,544 \quad P([Y > 10]) = \frac{43}{124} \approx 0,347$

6

x_i	3	4	5	6	7	8	9
$p(X = x_i)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1

$p(X \geq 7) = 0,2 + 0,1 + 0,1 = 0,4$

Lösungen Erwartungswert

6 a) Der Erwartungswert ist 2,5 ($-7,5$). Der Automatenbesitzer hat bei einem Einsatz von 20 Pf nach 100 Spielen einen Gewinn von 7,50 DM zu erwarten.
b) Der Einsatz muß mindestens (genau: 12,5 Pf) 13 Pf sein.

7 a) Der Erwartungswert ist –6,25 (0).
b) Zu Fig. 2: Nach 200 Spielen ist mit einem Gesamtverlust von 12,5 DM zu rechnen.
Zu Fig. 3: Nach 200 Spielen ist damit zu rechnen, daß weder Gesamtgewinn noch Gesamtverlust gemacht worden ist.
Über den Gesamtgewinn läßt sich nach 2 Spielen kaum eine Vorhersage machen, da sich der Erwartungswert erst auf lange Sicht einpendelt.

8 Auf lange Sicht werden im Durchschnitt 40 Würfe erforderlich sein.

9 Nach Gewinnplan C (C).

10 Mit einem Reingewinn von 135 DM.

Lösungen Wahrscheinlichkeit von Ereignissen

6

x_i (Anz. der Ausschußteile)	0	1	2	3
$p(x_i)$	$0,343$	$0,441$	$0,189$	$0,027$

$$E(X) = 0 \cdot 0,343 + 1 \cdot 0,441 + 2 \cdot 0,189 + 3 \cdot 0,027 = 0,9$$

7 Sei X: Anzahl der grünen Tomaten.
X kann die Werte 0, 1, 2 annehmen.

x_i	0	1	2
$P([X = x_i])$	$\frac{\binom{6}{4}}{\binom{8}{4}} = \frac{3}{14}$	$\frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{8}{4}} = \frac{4}{7}$	$\frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{2}{2}}{\binom{8}{4}} = \frac{3}{14}$

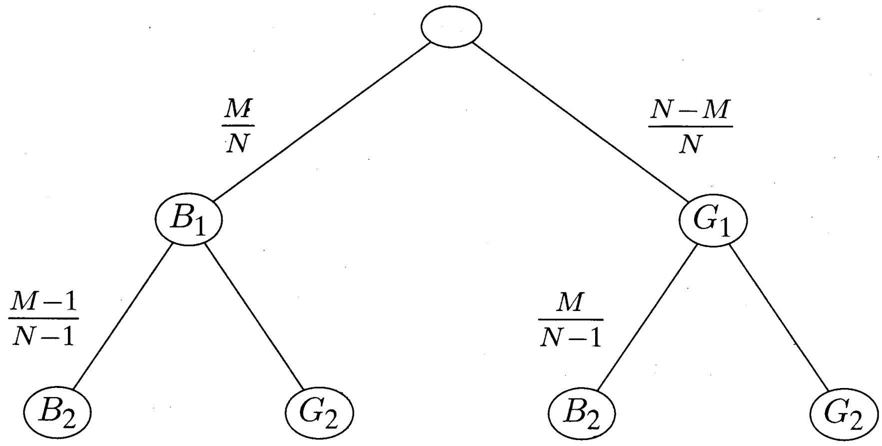
$$E(X) = 0 \cdot \frac{3}{14} + 1 \cdot \frac{4}{7} + 2 \cdot \frac{3}{14} = 1$$

8 Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{6}$, falls er das erste Streichholz nach Verbrauch wieder in die Schachtel steckt; falls er die beiden Streichhölzer direkt hintereinander aus der Schachtel holt, beträgt die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$.

Lösungen Bernoulli-Ketten

5 a1) Es handelt sich um eine Bernoulli-Kette, da die Wahrscheinlichkeit, eine blaue Kugel zu ziehen, immer $\frac{M}{N}$, und eine gelbe Kugel zu ziehen, immer $\frac{N-M}{N}$ beträgt.

a2) Wird nicht zurückgelegt, liegt keine Bernoulli-Kette vor, da die Wahrscheinlichkeit, eine bestimmte Farbe zu ziehen, sich von Zug zu Zug ändert. Bei der zweiten Ziehung ist die Wahrscheinlichkeit für blau $\frac{M}{N-1}$, falls beim ersten Mal eine gelbe Kugel gezogen wurde, oder $\frac{M-1}{N-1}$, falls im ersten Zug eine blaue Kugel gezogen wurde.



Pfadregeln:

$$P(B_2) = \frac{M}{N} \cdot \frac{M-1}{N-1} + \frac{N-M}{N} \cdot \frac{M}{N-1} = \frac{M(M-1+N-M)}{N(N-1)} = \frac{M}{N}$$

b) In Abwandlung der beschriebenen Vorgehensweise könnte Friedrich auch nacheinander fünfmal ein Los kaufen und öffnen. Beide Spielarten beschreiben die gleiche Situation. Es handelt sich nicht um eine Bernoulli-Kette, da sich beim Kauf eines Loses jeweils die Gesamtzahl der dann noch zur Auswahl stehenden Lose ändert und gleichzeitig auch das Verhältnis von Gewinnen zu Nieten.
Bem.: Bei einer sehr großen Anzahl von Losen ändert sich die Gewinnaussicht je Zug nur geringfügig, so daß Friedrich bei jedem seiner 5 Lose dann praktisch gleiche Chancen hat. In diesem Fall könnte man die Situation näherungsweise als Bernoulli-Kette beschreiben.

c) Da die Wahrscheinlichkeit für irgendeinen Gewinn beim Lotto unabhängig vom vorangegangenen Spiel ist, liegt eine Bernoulli-Kette vor.

6 a) Bernoulli-Kette
b) Bernoulli-Kette
c) Bernoulli-Kette
d) Einzelexperiment, man sollte deshalb nicht von Kette sprechen (höchstens: Kette der Länge 1).
e) Bernoulli-Kette
f) wie d)

Lösungen Binomialverteilung

3 a) $P([X \leq 2]) \approx 0,0007 + 0,0079 + 0,0413 = 0,0499$

b) $P([1 < X < 6]) \approx 0,0413 + 0,1239 + 0,2322 + 0,2787 = 0,6761$

c) $P([X > 0]) = 1 - P([X = 0]) \approx 1 - 0,0007 = 0,9993$

d) $P([X < 7]) = 1 - P([X \geq 7]) \approx 1 - (0,0896 + 0,0168) = 0,8936$

4 a) $P([X \leq 10]) = 1 - P([X > 10]) \approx 1 - (0,000\,014\,88 + 0,000\,000\,53) \approx 1$

b) $P([X < 6]) \approx 0,0138{+}0,0712{+}0,1678{+}0,2397{+}0,2311{+}0,1585 = 0,8821$

c) $P([3 < X \leq 10)] = P([X \leq 10]) - P([X \leq 3])$

$$\approx 1 - (0,0138 + 0,0712 + 0,1678 + 0,2397) = 0,5075$$

5 $n = 3, p = \frac{1}{6}$ (für eine Sechs)

$$P([X \geq 1]) = 1 - P([X = 0]) = 1 - \binom{3}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,4213$$

Franz wird mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 42 % wenigstens einmal sechs Augen würfeln.

6 $n = 100, \quad p = \frac{1}{6}$

$P([X \leq 15]) \approx 0,3877$

$P([X > 25)] = 1 - P([X \leq 25]) \approx 1 - 0,9881 = 0,0119$

$P([15 \leq X \leq 25]) \approx 0,7007$