

## Lineares Gleichungssystem, Aufgaben Klasse 8

**Aufgabe 1:** Verlängert man an einem Dreieck die Grundseite um 3 cm und die zugehörige Höhe um 2 cm, so wächst der Flächeninhalt um  $53 \text{ cm}^2$ . Verkürzt man dagegen die Grundseite um 2 cm und die zugehörige Höhe um 3 cm, so verringert sich der Flächeninhalt um  $42 \text{ cm}^2$ . Berechne die Grundseite und die Höhe des Dreiecks!

**Aufgabe 2:** Verlängert man an einem Rechteck die kleinere Seite um 2 cm und die größere um 3 cm, so wächst der Flächeninhalt um  $60 \text{ cm}^2$ . Verlängert man dagegen die kleinere Seite um 7 cm und die größere um 5 cm, so wächst der Flächeninhalt um  $180 \text{ cm}^2$ . Berechne die Seiten des Rechtecks!

**Aufgabe 3:** In einem Rechteck beträgt die Länge einer Seite  $\frac{3}{4}$  der Länge der anderen. Vergrößert man die größere Seite um 4 cm und verkleinert man die kleinere um 2 cm, so ändert sich der Flächeninhalt nicht. Wie lang sind die Seiten des ursprünglichen Rechtecks?

**Aufgabe 4:** Verlängert man an einem Rechteck die längere Seite um 3 cm und die kürzere Seite um 6 cm, so entsteht ein Quadrat, dessen Flächeninhalt um  $117 \text{ cm}^2$  größer ist als der Flächeninhalt des Rechtecks. Berechne die Seiten des Rechtecks!

**Aufgabe 5:** Von zwei Brüdern ist der eine 6 Jahre älter als der andere. Vor 6 Jahren war er gerade dreimal so alt. Wie alt ist jeder jetzt?

**Aufgabe 6:** Vater und Sohn wiegen zusammen 115 kg. Würden beide 5 kg abnehmen, dann würde der Vater genau doppelt so schwer sein wie sein Sohn. Wie viel kg wiegen Vater und Sohn?

**Aufgabe 7:** Eine KassiererIn zahlt 2000 € in 50 € Scheinen und 20 € Scheinen aus. Es sind insgesamt 55 Scheine. Wie viel 50 € Scheine und wie viel 20 € Scheine sind das?

**Aufgabe 8:** Um 9:00 Uhr startet ein Fußgänger zu einer Wanderung mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 6 km/h. Um 11:30 Uhr folgt ihm ein Radfahrer mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 18 km/h. Wann holt der Radfahrer den Wanderer ein?

**Aufgabe 9:** Eine Bergbahn verlangt für Berg- und Talfahrt zusammen 6 €, für die Bergfahrt allein 4,50 € und für die Talfahrt ohne Bergfahrt 3 €. An einem Sonntag fahren im ganzen 680 Personen mit der Bahn hinauf und 520 Personen hinab. Es gingen 3930 € ein. Wie viele Personen nutzten Berg- und Talfahrt, nur die Bergfahrt oder nur die Talfahrt?

**Aufgabe 10:** Ein Kapital von 330740 Fr. ist in drei Posten abgelegt, zu 4%, 5% und 6%. Werden nach einem Jahr die Zinsen dazu geschlagen, so werden alle Posten gleich groß. Wie groß waren die Posten am Anfang?

**Aufgabe 11:** Ein Radfahrer hat eine Geschwindigkeit von 25 km/h auf ebenem Gelände, von 15 km/h bergaufwärts und von 30 km/h abwärts. Wieviel ebenen, ansteigenden und absteigenden Weg enthält unter diesen Voraussetzungen eine Strasse von 100 km, wenn der Radfahrer 4 Stunden 24 Minuten braucht, um sie in der einen Richtung, und 4 Stunden 36 Minuten, um sie in der anderen Richtung zu durchfahren?

**Aufgabe 12:** Ein Kind ist 21 Jahre jünger als seine Mutter. In 6 Jahren wird die Mutter 5mal so alt wie das Kind sein. Wo ist der Vater? Die Aufgabe ist nicht ganz ernst gemeint!

## Lösungen

### Aufgabe 1

Grundseite g, Höhe h

$$(g+3)(h+2)/2 = gh/2 + 53 \text{ und } (g-2)(h-3)/2 = gh/2 - 42$$

$$\dots g = 14 \text{ cm, } h = 24 \text{ cm}$$

### Aufgabe 2

größere Seite a, kleinere Seite b

$$(a+4)(b+2) = ab + 60 \text{ und } (a+5)(b+7) = ab + 180 \dots a = 15 \text{ cm, } b = 8 \text{ cm}$$

### Aufgabe 3

größere Seite a, kleinere Seite b

$$b = 3/4 a \text{ und } (a+4)(b-2) = a \cdot b \dots a = 8 \text{ cm, } b = 6 \text{ cm}$$

### Aufgabe 4

größere Seite a, kleinere Seite b

$$(a+3)(b+6) = ab + 117 \text{ und } a+3 = b+6 \dots a = 12 \text{ cm, } b = 9 \text{ cm}$$

### Aufgabe 5

x Alter des älteren, y Alter des jüngeren Bruders

$$x = y + 6 \text{ und } x - 6 = 3(y - 6) \dots x = 15 \text{ Jahre, } y = 9 \text{ Jahre}$$

### Aufgabe 6

x Masse des Vaters, y Masse des Sohnes

$$x + y = 115 \text{ und } x - 5 = 2(y - 5) \dots x = 75 \text{ kg, } y = 40 \text{ kg}$$

### Aufgabe 7

x Anzahl 50 € Scheine, y Anzahl 20 € Scheine

$$x + y = 55 \text{ und } 50x + 20y = 2000 \dots x = 30, y = 25$$

### Aufgabe 8

x Anzahl der Stunden, die der Fußgänger unterwegs ist, y entsprechend für den Radfahrer

$$9 + x = 11,5 + y \text{ und } x \cdot 6 = y \cdot 18 \dots x = 3,75, y = 1,25, \text{ d.h. um } 12:45 \text{ Uhr}$$

### Aufgabe 9

x ... Anzahl Bergfahrt, y ... Anzahl Talfahrt, z ... Anzahl Berg- und Talfahrt

Gleichungssystem:  $4,5x + 3y + 6z = 3930$ ;  $x + z = 680$ ;  $y + z = 520$  ergibt

Bergfahrtbillette  $x = 220$ , Retourbillette  $z = 680 - x = 460$ , Talfahrtbillette  $y = 520 - z = 60$

### Aufgabe 10

$$x + y + z = 330740; 1,06z = 1,04x; 1,05y = 1,04x \text{ ergibt}$$

$$1.\text{Posten } x = 111300 \text{ Fr. , } 2.\text{Posten } y = 110240 \text{ Fr. , } 3.\text{Posten } z = 109200 \text{ Fr.}$$

### Aufgabe 11

$$x/25 + y/15 + z/30 = 4,4; x/25 + y/30 + z/15 = 4,6; x+y+z = 100$$

Auf dem Hinweg geht es  $z = 28$  km abwärts und  $y = 22$  km aufwärts. Der Rest  $x = 50$  km ist eben.

### Aufgabe 12

das Kind ist  $-3/4$  Jahre alt ... :-)



## Lineare Gleichungssysteme (Klasse 8)

### Aufgabe 1

Löse folgende Gleichungssysteme!

a) 
$$\begin{cases} 9x - y = 15 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ -10x + y = -1 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2y - x = 7 \\ 8x + 4y = 4 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5y = 0 \end{cases}$$

e) 
$$\begin{cases} 15x + 2y = 126 \\ 3x - 4y = 12 \end{cases}$$

f) 
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 4 \\ 3(x + y) = 10 \end{cases}$$

g) 
$$\begin{cases} 5x + 10y = 13 \\ 0 = 10x - 20y + 26 \end{cases}$$

h) 
$$\begin{cases} \frac{5}{6}x + \frac{7}{4}y = 12 \\ \frac{2}{3}x + \frac{5}{4}y = 9 \end{cases}$$

i) 
$$\begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{3} = 9 \\ -\frac{x}{10} + \frac{y}{9} = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

### Aufgabe 2

Löse folgende Gleichungssysteme!

a) 
$$\begin{cases} -x + 2y + z = 5 \\ -x + y + z = 4 \\ 5x - y + z = 2 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 5x - 6y + 4z = 27 \\ -10x + 3y + 2z = -69 \\ 15x + 9y + 10z = 210 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 7x - 3y + 2z = 8 \\ 10x + 3y + z = 15 \\ -3x - 5y + 6z = 4 \end{cases}$$

### Lösungen

- |   |                    |              |                 |
|---|--------------------|--------------|-----------------|
| 1 | a) {2; 3}          | b) {0; -1}   | c) {-1; 3}      |
|   | d) {4; 0}          | e) {8; 3}    | f) keine Lösung |
|   | g) $5x + 10y = 13$ | h) {6; 4}    | i) {24; 18}     |
| 2 | a) {0; 1; 3}       | b) {9; 5; 3} | c) {1; 1; 2}    |



## Lineare Gleichungssysteme - Sachaufgaben

### Aufgabe 1

Die Fahrzeuge A, B und C legen dieselbe Strecke zurück. B ist um 6 km/h schneller und braucht 11 Minuten weniger als A. C ist um 4 km/h langsamer und braucht 9 Minuten mehr als A. Berechne die Fahrzeit und die mittlere Geschwindigkeit von A.

### Aufgabe 2

Welcher Bruch nimmt den Wert  $\frac{2}{3}$  an, wenn man zum Zähler und Nenner je 5 addiert, dagegen den Wert  $\frac{1}{4}$ , wenn man je 5 subtrahiert?

### Aufgabe 3

Die Quersumme einer zweiziffrigen Zahl ist 11. Vertauscht man die Ziffern und subtrahiert die neue Zahl von der ursprünglichen, so erhält man die Differenz 9. Wie heißt die ursprüngliche Zahl?

### Aufgabe 4

Vergrößert man Länge und Breite eines Rechtecks um 6 bzw. 8 cm, so nimmt sein Inhalt um  $248 \text{ cm}^2$  zu. Vergrößert man Länge und Breite um 9 bzw. 10 cm, so nimmt sein Inhalt  $370 \text{ cm}^2$  zu. Wie groß sind Länge und Breite dieses Rechtecks?

### Aufgabe 5

Die Mutter ist 22 Jahre älter als die Tochter, der Vater 27 Jahre älter als der Sohn. Mutter und Tochter sind zusammen so alt wie der Vater. Vater, Mutter und Tochter sind zusammen viermal so alt wie der Sohn.

Stelle die notwendigen Gleichungen auf und berechne das Alter der Kinder.

### Aufgabe 6

Die Mutter ist 29 Jahre, der Vater 40 Jahre älter als die Tochter. Die Mutter ist dreimal so alt wie ihre beiden Kinder. Mutter und Kinder sind zusammen so alt wie der Vater. Stelle die notwendigen Gleichungen auf und berechne das Alter der Kinder.

## Lösungen

- 1  $x$  ... Geschwindigkeit A,  $y$  ... Zeit A  
System  $(x+6)(y-11/60) = xy$  ;  $(x-4)(y+9/60) = xy$   
A fährt mit 48 km/h und ist 1h39min = 1,65h unterwegs.
- 2 System  $(x+5)/(y+5) = 2/3$  ;  $(x-5)/(y-5) = 1/4$   
 $x = 7$  ;  $y = 13$  ... der Bruch ist 7/13
- 3  $x + y = 11$  ;  $x - y = 1$   
Die Zahl ist 65
- 4  $4x = 40$  ;  $100 + 9y = 280$   
 $x = 10$  cm und  $y = 20$  cm
- 5 Alter der Tochter  $x$  , Alter des Sohnes  $y$   
 $2x - y = 5$  ;  $2x - 3y = -49$   
Alter der Tochter: 16 Jahre, Alter der Mutter: 38 Jahre  
Alter des Sohnes: 27 Jahre, Alter des Vaters: 54 Jahre  
Anmerkung: Merkwürdiges Ergebnis, die Mutter war bei der Geburt der Tochter 9(!) Jahre alt
- 6 Alter der Tochter  $x$  , Alter des Sohnes  $y$   
 $x + 29 = 3(x+y)$  ;  $(x+29) + x + y = x + 40$   
Alter der Tochter: 4 Jahre , Alter der Mutter: 33 Jahre  
Alter des Sohnes: 7 Jahre , Alter des Vaters: 44 Jahre



## Lineare Gleichungssysteme - Historische Aufgaben

### Aufgabe 1

Zwei Personen wollen ein Pferd für 11 Gulden kaufen. A sagt zu B: "Gib mir  $\frac{1}{3}$  von deinem Geld, so will ich meines dazutun und das Pferd bezahlen." B sagt zu A: "Gib mir von deinem Geld  $\frac{1}{4}$ , so will ich mit meinem zusammen das Pferd bezahlen." Nun frage ich, wieviel Geld jeder gehabt hat. (*Adam Ries*)

### Aufgabe 2

Drei Personen wollen ein Grundstück um 100 Gulden kaufen. A fehlt die Hälfte des Geldes von B auf den Kaufpreis. B fehlt  $\frac{1}{3}$  des Geldes von C, und C fehlt  $\frac{1}{4}$  von A. Wieviel hat jeder? (*Adam Ries*)

### Aufgabe 3

Die Mitgift von Francescos Frau ist um 100 Gulden höher als Francescos eigenes Vermögen, und das Quadrat der Mitgift ist um 400 größer als das Quadrat des Vermögens. Berechne die Mitgift und das Vermögen. (*Cardano, 1545*)

### Aufgabe 4

Aus 3 Garben einer guten Ernte, 2 Garben einer mittelmäßigen Ernte und 1 Garbe einer schlechten Ernte erhält man den Ertrag von 39 Körben. Aus 2 Garben einer guten Ernte, 3 Garben einer mittelmäßigen Ernte und 1 Garbe einer schlechten Ernte erhält man 34 Körbe. Aus 1 Garbe guter Ernte, 2 Garben mittelmäßiger Ernte und 3 Garbe schlechter Ernte erhält man 26 Körbe. Wie viel ist der Ertrag je einer Garbe der guten, der mittelmäßigen und der schlechten Ernte? (*China, 3. Jh. n. Chr.*)

### Aufgabe 5

Jetzt hat man 2 Rinder und 5 Schafe verkauft und damit 13 Schweine gekauft, wobei ein Rest von 1000 Geldstücken übrig blieb. Man hat 3 Rinder und 3 Schweine verkauft und damit 9 Schafe gekauft; das Geld reichte gerade. Man hat 6 Schafe und 8 Schweine verkauft und damit 5 Rinder gekauft, aber das Geld reichte nicht um 600 Geldstücke. Wie hoch ist der Preis von jedem, vom Rind, vom Schaf und vom Schwein? (*China, 3. Jh. n. Chr.*)

### Aufgabe 6

Drei Personen werden nach ihrem Vermögen gefragt. Der erste und der zweite besitzen zusammen um 20 Denare mehr als der dritte; der erste und der dritte haben zusammen um 40 Denare mehr als der zweite; und der zweite und der dritte haben zusammen um 30 Denare mehr als der erste. Wieviel besitzt jeder der drei? (*nach Diophant, 3. Jh. n. Chr.*)

### Aufgabe 7

Drei Kaufleute sahen auf dem Weg eine Geldbörse mit 15 Goldstücken. Einer von ihnen sagte zu den anderen: "Wenn ich diese Börse behalte, so werde ich zweimal so reich sein wie ihr beide zusammen mit dem Geld, das ihr in der Hand habt!" Da sagte der zweite von ihnen: "Ich werde dreimal so reich sein!" Dann sagte der dritte: "Ich werde fünfmal so reich sein." Wieviel Geld hatte jeder Kaufmann? (*Indien, 9. Jh. n. Chr.*)

### Aufgabe 8

Vier Männer finden eine Börse mit 11 Drachmen. Wenn der erste sie behält, besitzt er doppelt so viel wie der zweite und der dritte zusammen; behält sie der zweite, hat er dreimal so viel wie der dritte und der vierte zusammen; der dritte hätte viermal so viel wie der vierte und der erste, und der vierte hätte fünfmal so viel wie der erste und der zweite. Wieviel besitzt jeder der vier? (*nach Leonardo von Pisa*)

### Aufgabe 9

(\*) Für 100 Drachmen sollen 100 Vögel gekauft werden: Enten, Sperlinge und Hühner. Eine Ente kostet 5 Drachmen, 20 Sperlinge kosten 1 Drachme und ein Huhn 1 Drachme. (*China, 5. Jh. n. Chr.*)  
(Tipp: Die Lösungen müssen ganzzahlig und positiv sein.)

### Aufgabe 10

(Nicht ganz ernst gemeint)

Ein Kind ist 21 Jahre jünger als seine Mutter. In 6 Jahren wird die Mutter 5mal so alt wie das Kind sein. Wo ist der Vater?

## Lösungen

1. A: 8 Gulden, B: 9 Gulden
2. A: 64 Gulden, B: 72 Gulden, C: 84 Gulden
3. Mitgift: 52 Gulden; Francesco hat 48 Gulden Schulden
4.  $9\frac{1}{4}$ ,  $4\frac{1}{4}$ ,  $2\frac{3}{4}$
5. 1200, 500, 300
6. 30, 25, 35
7. 1, 3, 5
8. -1, 4, 1, 4
9. 19 Enten, 80 Sperlinge, 1 Huhn
10. Das Kind ist  $-\frac{3}{4}$  Jahre alt :-)





## Lineare Gleichungssysteme höheren Grades

### Aufgabe 1

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 33 \\ 3x - 8y + 7z = 26 \\ 5y - 3z = 19 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 60 \\ x - 3y + 2z = -4 \\ 2x + 5y - 5z = 68 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}y - z = \frac{1}{8} \\ x - \frac{3}{2}y + \frac{4}{3}z = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - \frac{2}{3}z = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} w + x - y + z = 16 \\ 3w - 2x + 9y - z = 11 \\ 4w - 3x + 6y + 2z = 13 \\ 6w - 4x + 2y + 3z = 10 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} w - 2x + y = 1 \\ 4w + 3x - 2z = 3 \\ 5w - 3y + z = 2 \\ 4x + 2y - 3z = 1 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} v - w + x - y + z = 0 \\ 2v - w + 3x + y - 3z = 0 \\ v + 4w + 5x - 3y - 3z = 0 \\ 4v - 2w - x - 2y + 3z = 0 \\ 3v + w - 2x - 3y + 3z = 1 \end{cases}$$

### Aufgabe 2

$$\text{a) } \begin{cases} 3y + z = 29 \\ x + 2y = 17 \\ 5z - x = 37 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y = 18 \\ 3z - x = 28 \\ 7y - z = 46 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 8x - y + 7z + u = 7 \\ -2x - 2z - u = 0 \\ 3x + 7y = 41 \\ 2x + 5z = 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x + y + 5z + 7u = 19 \\ -2x - y + 2z = -16 \\ 2z - u = -8 \\ 2x + 4z = -2 \end{cases}$$

### Aufgabe 3

Ein Kapital von 330740 Fr. ist in drei Posten abgelegt, zu 4%, 5% und 6%. Werden nach einem Jahr die Zinsen dazu geschlagen, so werden alle Posten gleich groß. Wie groß waren die Posten am Anfang?

### Aufgabe 4

Eine Leiter ist an eine vertikale Wand gestellt. Schiebt man ihren Fuß auf dem horizontalen Boden um einen Meter gegen die Wand, so rutscht das andere Ende der Leiter um 4 dm nach oben. Zieht man statt dessen den Fuß um einen Meter von der Wand weg, so rutscht das andere Ende um 6 dm nach unten.

Wie weit ist anfänglich der Leiterfuß von der Wand entfernt und das andere Leiterende vom Boden? Wie lang ist die Leiter (auf dm genau)?

### Aufgabe 5

Ein Radfahrer hat eine Geschwindigkeit von 25 km/h auf ebenem Gelände, von 15 km/h bergaufwärts und von 30 km/h abwärts. Wieviel ebenen, ansteigenden und absteigenden Weg enthält unter diesen Voraussetzungen eine Strasse von 100 km, wenn der Radfahrer 4 Stunden 24 Minuten braucht, um sie in der einen Richtung, und 4 Stunden 36 Minuten, um sie in der anderen Richtung zu durchfahren?

### Aufgabe 6

Eine Bergbahn verlangt für Berg- und Talfahrt zusammen 6 Fr., für die Bergfahrt allein 4 Fr. 50 Rp. und für die Talfahrt ohne Bergfahrt 3 Fr. An einem Sonntag fuhren im ganzen 680 Personen mit der Bahn hinauf und 520 Personen hinab. Es gingen 3930 Fr. ein.

### Lösungen

- 1
- a)  $x = 10 ; y = 11 ; z = 12$
  - b)  $x = 24 ; y = 20 ; z = 16$
  - c)  $x = 1/2 ; y = 1/3 ; z = 1/4$
  - d)  $w = 5 ; x = 9 ; y = 2 ; z = 4$
  - e)  $w = 2 ; x = 3 ; y = 5 ; z = 7$
  - f)  $v = 2 ; w = 4 ; x = 3 ; y = 6 ; z = 5$

- 2
- a)  $x = 3 ; y = 7 ; z = 8$
  - b)  $x = 2 ; y = 8 ; z = 10$
  - c)  $x = 2 ; y = 5 ; z = 0 ; u = -4$
  - d)  $x = 5 ; y = 0 ; z = -3 ; u = 2$

3 111300 Fr., 110240 Fr., 109200 Fr.

4 Leiterlänge 70,2 dm

- 5
- $$x/25 + y/15 + z/30 = 4,4$$
- $$x/25 + y/30 + z/15 = 4,6$$
- $$x + y + z = 100$$

Auf dem Hinweg geht es  $z = 28$  km abwärts,  $y = 4z - 90 = 22$  km aufwärts und 50 km eben

- 6
- $$\text{Ertrag } 4,5x + 3y + 6z = 3930$$
- $$\text{Bergfahrt } x + z = 680$$
- $$\text{Talfahrt } y + z = 520$$
- Bergfahrtbillette  $x = 220$  , Retourbillette  $z = 460$  , Talfahrtbillette  $y = 60$