Konstruktionsaufgaben

Aufgabe 1:
Gegeben sind zwei Parallelen p und q (circa 2 cm Abstand), sowie ein Punkt P auf p. Konstruieren Sie alle Punkte, die von P weniger als 2,5 cm Abstand haben und die von p und q je den gleichen Abstand haben.

Aufgabe 2:
Gegeben sind zwei Punkte A und B im Abstand 4 cm. Konstruieren Sie alle Punkte P, für die gilt: $d(AP) \leq 2{,}5$ cm und $d(BP) \leq 2{,}5$ cm.

Aufgabe 3:
Zeichnen Sie ein beliebiges Dreieck.
Konstruieren Sie im Innern des Dreiecks denjenigen Punkt, dessen Abstand von allen Seiten möglichst groß ist.

Aufgabe 4:
Gegeben ist eine Gerade g und zwei Punkte A und B auf verschiedenen Seiten der Geraden. Konstruieren Sie alle Punkte P, die folgende Bedingungen erfüllen:

$d(PA) > d(PB)$ und $d(Pg) \leq 1{,}5$ cm.

Aufgabe 5:
Gegeben zwei zueinander senkrechte Geraden g und h, die sich in M schneiden. Konstruieren Sie alle Punkte P für die gilt:

$d(Pg) \leq 1$ cm und $d(Ph) \leq 1$ cm und $d(PM) \leq 3$ cm.

Aufgabe 6:
Gegeben sind zwei Punkte A und B im Abstand 3,5 cm. Konstruieren Sie alle Punkte P für die gilt: $d(PA) > 2$ cm und $d(PB) < 2{,}5$ cm und $d(PA) < d(PB)$.

Aufgabe 7:
Gegeben ist eine Strecke der Länge 7 cm. Konstruieren Sie alle Punkte P deren Abstand vom dieser Strecke 2 cm beträgt.

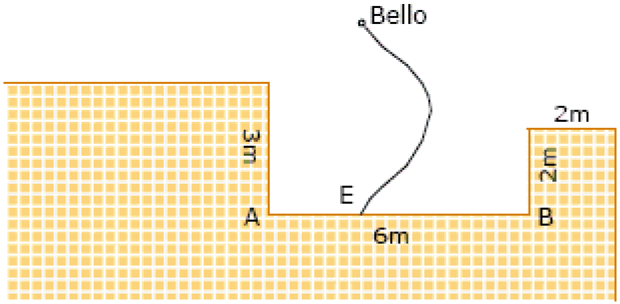
Aufgabe 8:
Gegeben sind zwei sich schneidende Geraden g und h. Konstruieren Sie alle Punkte, die näher bei g als bei h liegen.

Aufgabe 9:
Drei Dörfer A, B und C mit Entfernungen von 7,5 cm, 4,5 cm und 3,5 cm wollen ein Schulhaus bauen, das der Gerechtigkeit halber von allen Dörfern gleich weit weg liegt. Konstruieren Sie den Ort des Schulhauses. Finden Sie das eine gute Lösung?

Aufgabe 10:
Gegeben sind eine Gerade g und zwei Punkte A und B. A liegt g, B nicht; $d(AB) = 3$ cm. gemäss Skizze. Konstruieren Sie alle Punkte P für die gilt:

$d(Pg) > 1$ cm und $d(Pg) < 2$ cm und $d(PA) = d(PB)$.

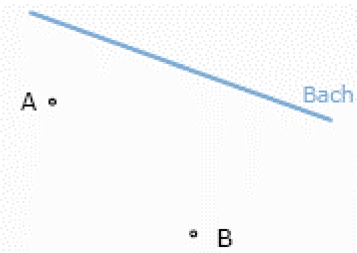
Aufgabe 11



Bello kann sich, soweit die Kette reicht, frei bewegen. Das Kettenende E lässt sich zwischen A und B frei verschieben (Laufkette).
Konstruieren Sie Bellos Revier, wenn die Kette 6 m lang ist.

Aufgabe 12
Zeichnen Sie ein Sechseck mit folgenden Eigenschaften:

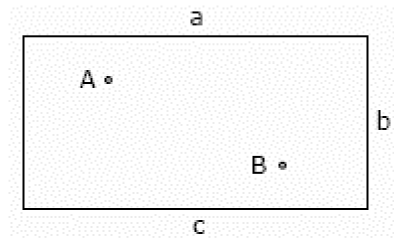
a) genau eine Symmetrieachse
b) nur punktsymmetrisch
c) achsen- und punktsymmetrisch
d) genau drei Symmetrieachsen



Aufgabe 13
Ein Reiter will auf kürzestem Wege von A nach B reiten und unterwegs am Bach sein Pferd tränken.

Aufgabe 14
Gegeben ist ein Billardtisch.
Wie muss die Kugel A gespielt werden, damit sie die Kugel B trifft

a) unter Reflexion an a
b) unter Reflexion an a und b
c) unter Reflexion an a, b und c



Aufgabe 15
Konstruieren Sie das Dreieck ABC mit C auf g so, dass der Umfang möglichst klein ist.

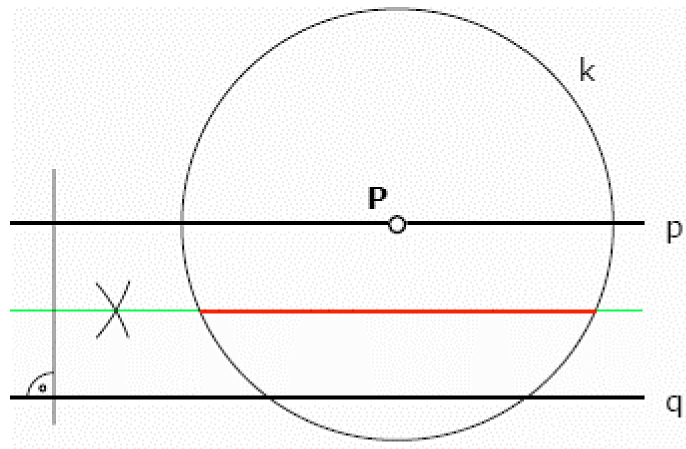
Aufgabe 16
Konstruieren Sie die folgenden Dreiecke:

a) $\beta = 60°$, $w_\beta = 4$ cm, $a = 7$ cm
b) $a = 7$ cm, $b = 8$ cm, $s_b = 6$ cm
c) $\alpha = 90°$, $w_\alpha = 4$ cm, $\beta = 60°$
d) $c = 10$ cm, $h_c = 4$ cm, $s_c = 5$ cm
e) $a = 5$ cm, $\beta = 40°$, $b = 4$ cm
f) Umkreis $r = 4$ cm, $a = 7{,}5$ cm, $h_a = 1{,}5$ cm

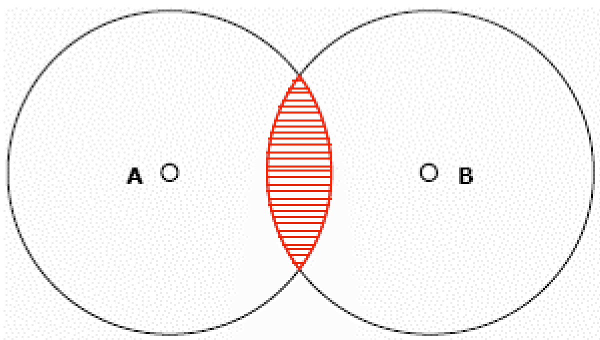
Lösungen

1

Punkte, die von P weniger als 2,5 cm Abstand haben, liegen im Innern des Kreises k mit r = 2,5 cm.
Punkte, die von p und q je den gleichen Abstand haben, liegen auf der grünen Mittelparallelen.
Resultat: die rote Strecke ohne Endpunkte.



2



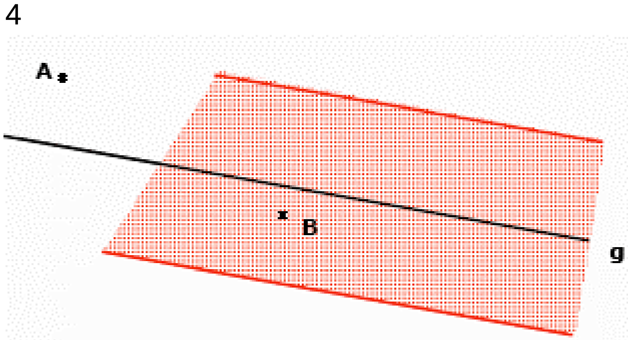
d(AP) ≤ 2,5 cm: alle Punkte auf dem und im Kreis um A mit r =2,5 cm
d(BP) ≤ 2,5 cm: alle Punkte auf dem und im Kreis um B mit r = 2,5 cm

Resultat: die rot schraffierte Fläche mit Rand

3

Der gesuchte Punkt muss im Schnittpunkt der Winkelhalbierenden liegen.

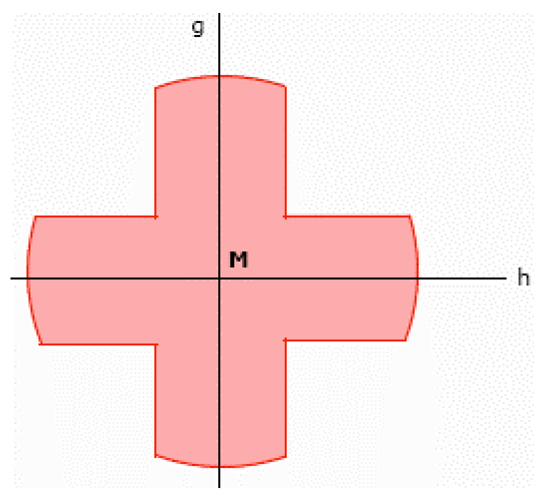
4



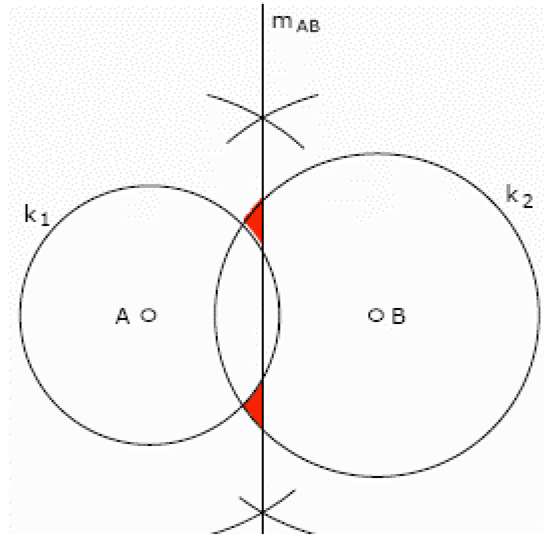
d(Pg) ≤ 1,5 cm: zwei Parallelen im Abstand 1,5 cm von g bilden einen Streifen. Die Punkte liegen auf oder zwischen den Parallelen.
d(PA) > d(PB):
Mittelsenkrechte von A und B, die Punkte liegen rechts davon.
Ergebnis: das rote Streifenstück mit Rand.

5

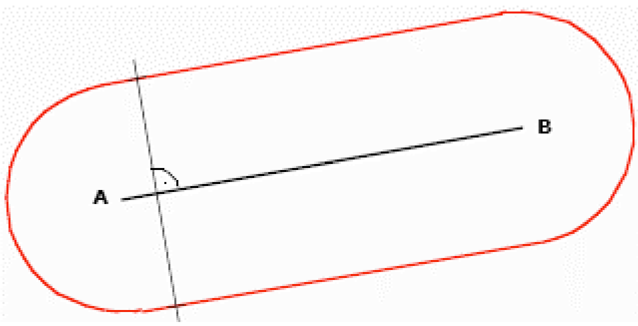
Alle Punkte für die d(Pg) ≤ 1 cm und d(Ph) ≤ 1 cm liegen in einem Streifen der Breite 2 cm, dessen Mittelparallele g bzw. h ist.
Alle Punkte, für die d(PM) ≤ 3 cm liegen im Innern des Kreises mit r = 3 cm.



6
Punkte, für die d(PA) > 2c m liegen ausserhalb des Kreises k1
Punkte, für die d(PB) < 2,5 cm liegen innerhalb des Kreises k2
Punkte, für die d(PA) < d(PB) liegen links von der Mittelsenkrechten mAB

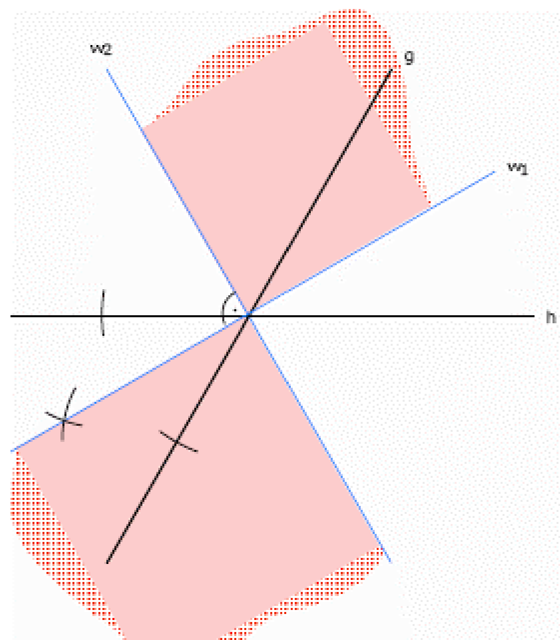


7

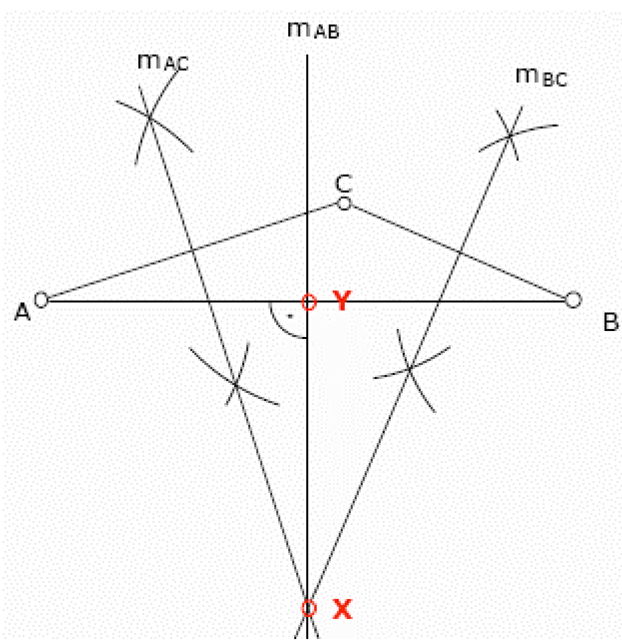


Parallele Strecken im Abstand 2 cm, Halbkreise um A und B mit r = 2cm

8
Punkte, die gleich weit von g und h weg sind, liegen auf den Winkelhalbierenden.
Die gesuchten Punkte liegen in den Ebenenvierteln, die die Gerade g enthalten.

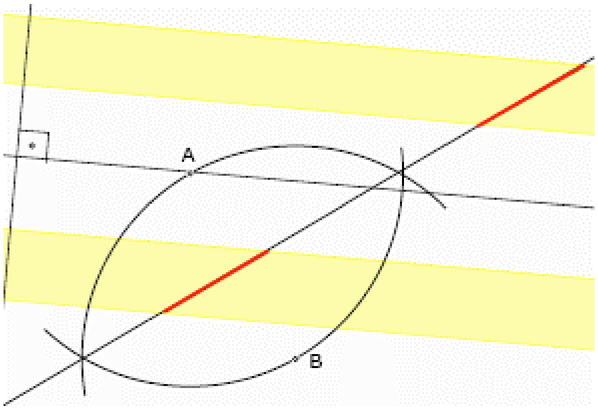


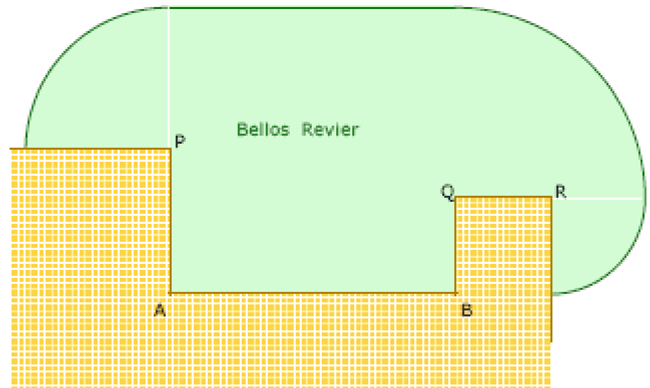
9



Das Schulhaus läge in X auf dem Schnittpunkt der Mittelsenkrechten. Das ergibt zwar gleich lange, aber auch sehr lange Schulwege. Besser ist Y.

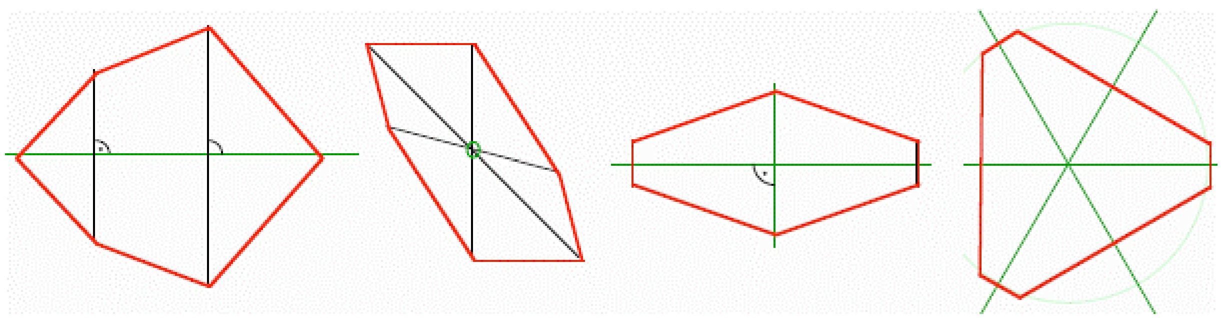
10 aus der Bedingung d(Pg) = 1cm bzw. d(Pg) = 2 cm ergeben sich je zwei Parallelenpaare zu g. Mit > bzw. < erhält man die Streifen dazwischen.
Alle Punkte mit d(PA) = d(PB) liegen auf der Mittelsenkrechten von AB.
Allen drei Bedingungen gehorchen die roten Strecken.



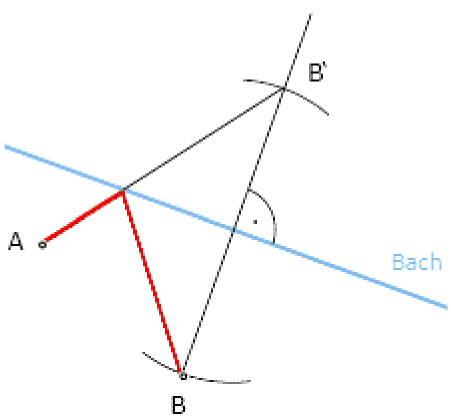


11 Parallele zu AB im Abstand 6 cm
Viertelskreis um Q mit r = 4 cm

Viertelskreis um P mit r = 3 cm
Viertelskreis um R mit r = 2 cm

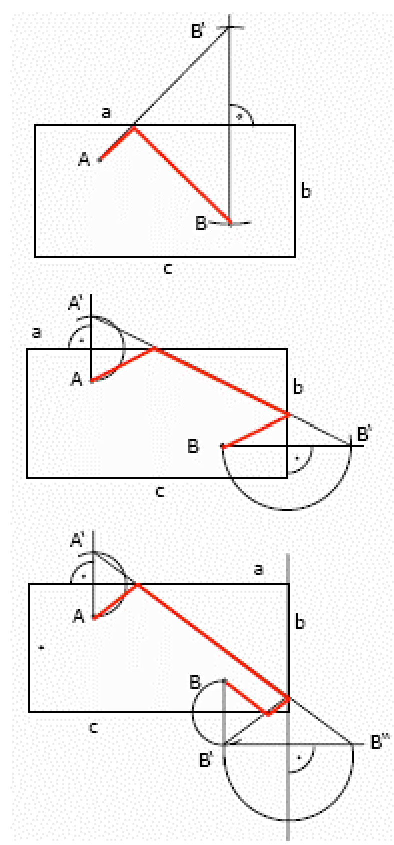


12 a b c d

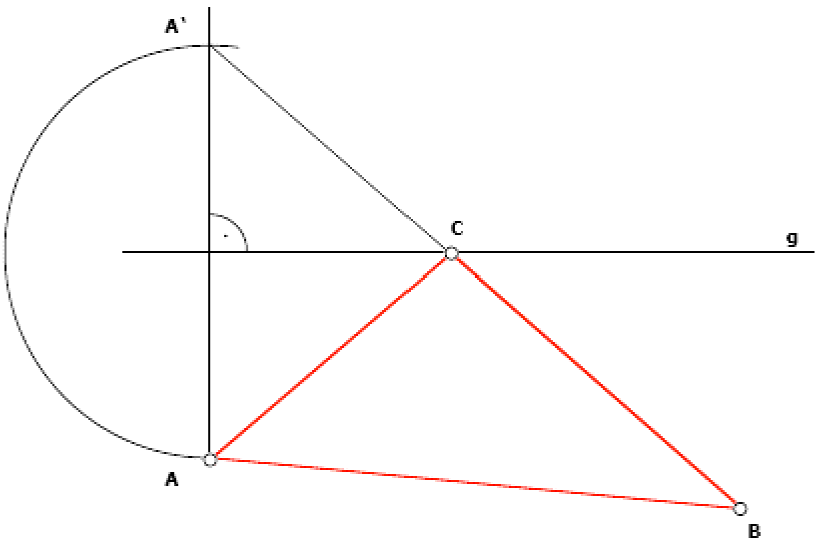


13 Wird ein Lichtstrahl an einem Spiegel oder eine Billardkugel an der Bande reflektiert, gilt das Gesetz: Einfallswinkel = Ausfallswinkel.

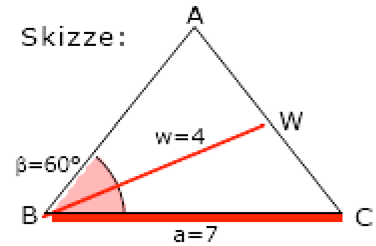
Außerdem ist diese Strecke die kürzeste aller möglichen Strecken, die unter Berührung von g von A nach B führen.



14 a) siehe 13
b) A an a spiegeln … A‘, B an b spiegeln … B‘
c) A an a spiegeln … A‘, B an c spiegeln … B‘, B‘ an b spiegeln … B‘‘

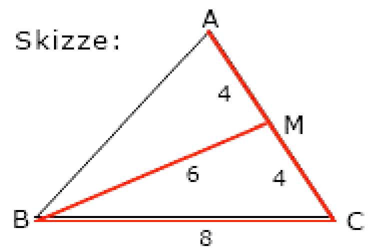


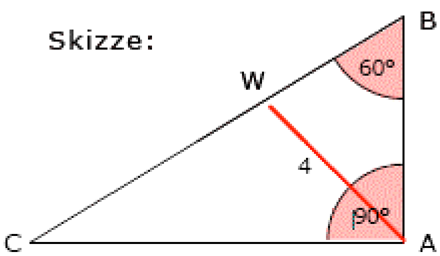
15 siehe links



16a)
Da β = 60° von w halbiert wird, lässt sich das Teildreieck BCW nach SWS konstruieren: Anschließend: β abtragen und CW verlängern, ergibt A

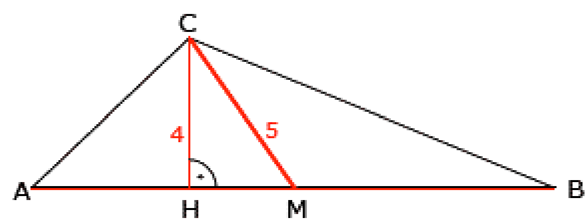
b) Die Seitenhalbierende teilt b in zwei gleich große Stücke:
Das Dreieck BCM lässt sich nach SSS konstruieren. Anschließend MC um 4 verlängern.

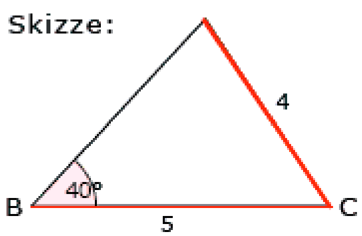




c)
Anfang: rechter Winkel und Winkelhalbierenden; irgendwo an c einen 60°-Winkel zeichnen, a' parallel verschieben, bis sie durch W geht.

d)
das rechtwinklige Dreieck HMC ist einfach zu konstruieren, anschließend von M aus je 5 cm nach links und rechts abmessen





e)
Beginnen mit der Seite BC und dem Winkel β. Die Seite CA lässt sich auf zwei verschiedene Arten abtragen.

f) Beginnen mit dem Kreis und darin eine Sehne der Länge 7,5 abtragen.
h_a bedeutet, dass der Abstand des Punktes a von der Seite a 1,5 cm ist. Auf beiden Seiten von a ist ein Streifen der Breite 1,5 zu zeichnen. Aus den 4 möglichen Punkten für A ergeben sich 2 verschiedene Dreiecke.