



## Sinus- und Kosinussatz

### Aufgabe 1

Bestimme für  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$  die zwei Winkel, für die gilt

- |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $\sin \alpha = 0,2$   | b) $\sin \alpha = -0,74$ | c) $\cos \alpha = 0,84$  |
| d) $\cos \alpha = -0,05$ | e) $\tan \alpha = 21$    | f) $\tan \alpha = -0,51$ |
| g) $\cos \alpha = -0,9$  | h) $\tan \alpha = -2$    | i) $\sin \alpha = 0,27$  |
| k) $\tan \alpha = 1,2$   | l) $\cos \alpha = 0,003$ | m) $\sin \alpha = -0,07$ |

### Aufgabe 2

Berechne im Dreieck ABC die fehlenden Seiten und Winkel:

- |   |  |
|---|--|
| a) $a = 15, \alpha = 35^\circ, \beta = 50^\circ$    | b) $b = 8,2, \alpha = 54^\circ, \gamma = 39^\circ$ |
| c) $c = 12, \beta = 9,7^\circ, \gamma = 93,8^\circ$ | d) $a = 53, \alpha = 8^\circ, \gamma = 126^\circ$  |
| e) $a = 20, b = 34, \beta = 72^\circ$               | f) $b = 9,3, c = 7,8, \beta = 51,3^\circ$          |
| g) $a = 42,8, c = 38,1, \gamma = 17,9^\circ$        | h) $a = 49, b = 57, \alpha = 84^\circ$             |
| i) $a = 8, b = 5, \gamma = 75^\circ$                | k) $a = 9,81, c = 7,25, \beta = 51,3^\circ$        |
| l) $b = 63,2, c = 31,1, \alpha = 109,3^\circ$       | m) $a = 67,3, c = 3,7, \beta = 176,3^\circ$        |
| n) $a = 8, b = 5, c = 7$                            | o) $a = 23, b = 38, c = 29$                        |
| p) $a = 25,7, b = 46,1, c = 36,8$                   | q) $a = 8,12, b = 15,66, c = 5,89$                 |

### Aufgabe 3

Berechne den Umkreisradius und den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| a) $b = 12, c = 17, \gamma = 70^\circ$ | b) $a = 35, b = 41, c = 22$ |
|--|-----------------------------|

### Aufgabe 4

Wie groß sind die Winkel des spitzwinkligen Dreiecks ABC, von dem die Seiten  $b = 2,78$  und  $c = 9,31$  sowie der Flächeninhalt  $A = 12,8$  bekannt sind?

### Aufgabe 5

Berechne im Dreieck ABC aus  $a = 23, \gamma = 59^\circ$  und dem Umkreisradius  $r = 21$  die fehlenden Größen  $\alpha, \beta, b$  und  $c$ .

### Aufgabe 6

Berechne im Dreieck ABC die verlangte Größe, wenn gegeben sind:

- |   |                   |
|---|-------------------|
| a) $a = 5 ; b = 9 ; \gamma = 84^\circ$            | gesucht $w_\beta$ |
| b) $b = 57 ; c = 44 ; \beta = 61^\circ$           | gesucht $h_c$     |
| c) $a = 8,52 ; s_a = 12,45 ; \gamma = 98,3^\circ$ | gesucht $c$       |
| d) $a = 108 ; w_\beta = 59 ; \beta = 61^\circ$    | gesucht $b$       |

### Aufgabe 7

Bestimme die Länge der Winkelhalbierenden  $w_\alpha$  im gleichschenkligen Dreieck ABC mit der Basis  $c = 92$  und den Winkel  $\alpha = \beta = 48^\circ$ .

## Lösungen

- 1 a)  $11,54^\circ, 168,46^\circ$  b)  $227,73^\circ, 312,27^\circ$   
c)  $32,86^\circ, 327,14^\circ$  d)  $92,87^\circ, 267,13^\circ$   
e)  $87,27^\circ, 267,27^\circ$  f)  $152,98^\circ, 332,98^\circ$   
g)  $154,16^\circ, 205,84^\circ$  h)  $116,57^\circ, 296,57^\circ$   
i)  $15,66^\circ, 164,34^\circ$  k)  $50,19^\circ, 230,19^\circ$   
l)  $89,83^\circ, 270,17^\circ$  m)  $184,01^\circ, 355,99^\circ$
- 2 a)  $b = 20,03 ; c = 26,05 ; \gamma = 95^\circ$   
b)  $a = 6,64 ; c = 5,17 ; \beta = 87^\circ$   
c)  $a = 11,69 ; b = 2,03 ; \alpha = 76,5^\circ$   
d)  $b = 273,94 ; c = 308,09 ; \beta = 46^\circ$   
e)  $c = 34,46 ; \alpha = 34,02^\circ ; \gamma = 73,98^\circ$   
f)  $a = 11,91 ; \alpha = 87,81^\circ ; \gamma = 40,89^\circ$   
g) 1.Lösung:  $b = 76,49 ; \alpha = 20,20^\circ ; \beta = 141,90^\circ$   
2.Lösung:  $b = 4,97 ; \alpha = 159,80^\circ ; \beta = 2,30^\circ$   
h) unlösbar, kein Dreieck  
i)  $c = 8,26 ; \alpha = 69,24^\circ ; \beta = 35,76^\circ$   
k)  $b = 7,7 ; \alpha = 81,70^\circ ; \gamma = 47,00^\circ$   
l)  $a = 79,12 ; \beta = 48,93^\circ ; \gamma = 21,77^\circ$   
m)  $b = 70,99 ; \alpha = 3,51^\circ ; \gamma = 0,19^\circ$   
n)  $\alpha = 81,2^\circ ; \beta = 38,2^\circ ; \gamma = 60,0^\circ$   
o)  $\alpha = 37,2^\circ ; \beta = 93,18^\circ ; \gamma = 49,64^\circ$   
p)  $\alpha = 33,82^\circ ; \beta = 93,35^\circ ; \gamma = 52,84^\circ$   
q) unlösbar, kein Dreieck
- 3 a)  $r = 9,05, A = 94,87$  b)  $r = 20,50, A = 384,94$
- 4  $\alpha = 81,54^\circ, \beta = 17,17^\circ, \gamma = 81,30^\circ$
- 5  $\alpha = 33,20^\circ, \beta = 87,80^\circ, b = 41,97, c = 36,00$
- 6 a) 5,57 b) 55,43  
c) 14,94 d) 94,49
- 7 71,89



## Sinus- und Kosinussatz am Dreieck

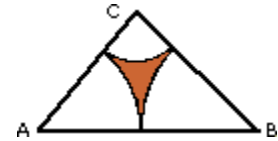
### Aufgabe 1

Unter welchem Winkel muss ein in einem Punkte P angebrachter Spiegel gegen einen von A kommenden Lichtstrahl geneigt sein, damit dieser Lichtstrahl nach B reflektiert wird?

$AB = c = 3,75$  m,  $AP = b = 6,69$  m,  $BP = a = 5,82$  m

### Aufgabe 2

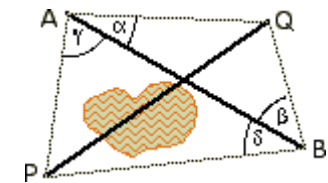
Gegeben:  $AB = 10$ ,  $BC = 13$ ,  $AC = 9$ . Die Kreisbogen um A, B, C berühren sich paarweise. Welchen Inhalt hat die grüne Fläche?



### Aufgabe 3

Die Entfernung PQ ist zu berechnen.

Messungen:  $AB = 380$ m,  $\alpha = 41^\circ$ ,  $\beta = 77^\circ$ ,  $\gamma = 82^\circ$ ,  $\delta = 34^\circ$ .



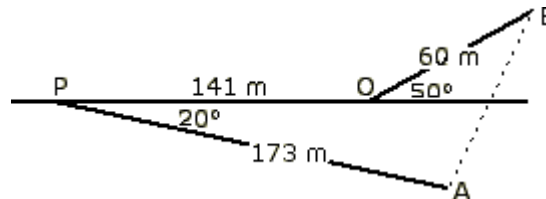
### Aufgabe 4

Von einem Dreieck kennt man:  $c = 1,6$ ,  $w_\beta = 1,5$ ,  $h_a = 0,9$ . Gesucht sind die fehlenden Seiten und Winkel.

### Aufgabe 5

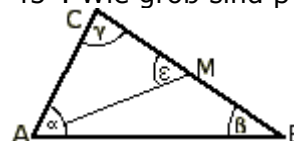
Von einer Straße zweigt bei P ein Feldweg nach rechts ab und führt zum Hause der A. Ich wollte aber die Familie B besuchen, hätte also - wie mir Frau A erklärt - die Straße 141m später bei Q nach links verlassen müssen. Ich beschließe, mich direkt durch die Büsche zum Haus der B durchzuschlagen (siehe Skizze).

Wie weit muss ich gehen und wieviele Meter nach der Abzweigung Q kreuzt mein Weg die Hauptstraße?



### Aufgabe 6

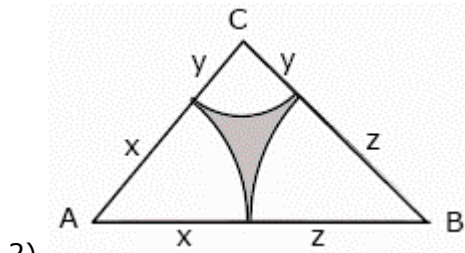
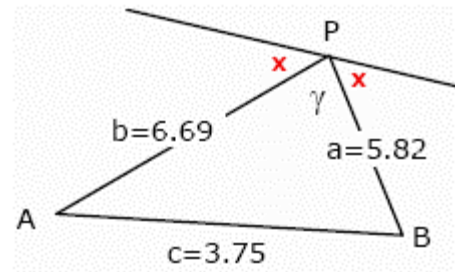
Im Dreieck ABC gilt: M ist Seitenmittelpunkt,  $\alpha = \epsilon = 45^\circ$ . Wie groß sind  $\beta$  und  $\gamma$ ?



Tipp: ähnliche Dreiecke!

Lösungen:

1) mit Kosinussatz  $\gamma = 34^\circ$  und somit  $x = 73^\circ$



2) Gleichungssystem

$$x+z = 10; y+z = 13; x+y = 9$$

$$\text{mit } x = 3, y = 6, z = 7$$

$$\text{Innenwinkel } \alpha = 86,2^\circ, \beta = 43,7^\circ, \gamma = 50,1^\circ$$

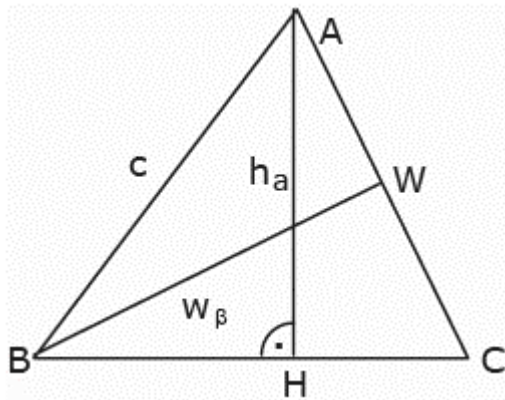
$$\text{Sektoren } 6,77, 18,68, 15,75$$

mit Dreiecksfläche 44,90 wird

$$A = 3,70$$

3) Winkel  $AQB = 62^\circ, APB = 64^\circ$

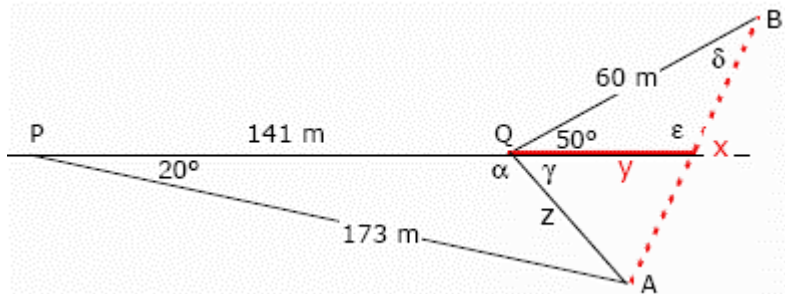
$$b = 282,3; c = 418,7 \text{ und mit Kosinussatz } PQ = 583 \text{ m}$$



4) Sinussatz  $\beta = 34,2^\circ$

$$\text{Im Dreieck ABW ... } AW = 0,47 \text{ und } \alpha = 69,3^\circ, \gamma = 76,4^\circ$$

$$\text{Im Dreieck ABC ... } a = 1,54; b = 0,93$$



5) Dreieck PQA:  $z = 63; \alpha = 110^\circ; \gamma = 70^\circ$

$\alpha = 70^\circ$  ist keine Lösung, da dann der Winkel bei A  $90^\circ$  ist (größte Seite!)

$$\text{Dreieck QBA: } x = 106,5 \text{ m}$$

$$\text{Dreieck QBE: } \delta = 30,8^\circ; \epsilon = 99,2^\circ \text{ und } y = 31 \text{ m}$$

6) Dreiecke ACM und ABC sind ähnlich, d.h.  $0,5a/b = b/a \dots a = b\sqrt{2}$

$$\text{Dreieck ABC: } \sin \beta / b = \sin 45^\circ / a$$

$$\text{Einsetzen ergibt } \sin \beta = 0,5, \text{ d.h. } \beta = 30^\circ \text{ und } \gamma = 105^\circ$$



## Sinus- und Kosinussatz am Dreieck

### Aufgabe 1

Ein Grundstück (siehe Bild) soll mit einem Zaun begrenzt werden. Dafür wurden Seitenlängen und Winkel bestimmt:

$$a = 128,5 \text{ m}$$

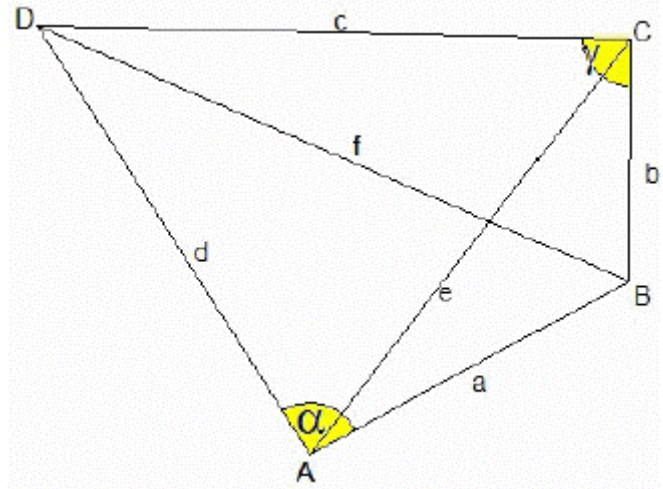
$$b = 85,8 \text{ m}$$

$$f = 214 \text{ m}$$

$$\alpha = 86^\circ 25'$$

$$\gamma = 55^\circ 12'$$

Bestimme die Länge des Zauns!



### Aufgabe 2

Berechne alle nicht gegebenen Größen und Flächeninhalte! Falls es zwei Lösungen gibt, dann gib beide an!

a)  $b = 6,7 \text{ cm}$  ;  $c = 5,9 \text{ cm}$  ;  $\alpha = 63,5^\circ$

b)  $b = 6,2 \text{ cm}$  ;  $c = 5,5 \text{ cm}$  ;  $\beta = 112^\circ 15'$

c)  $a = 3,2 \text{ cm}$  ;  $b = 4,5 \text{ cm}$  ;  $\alpha = 25^\circ$

d)  $a = b = 4 \text{ cm}$  ;  $c = 3 \text{ cm}$

### Aufgabe 3

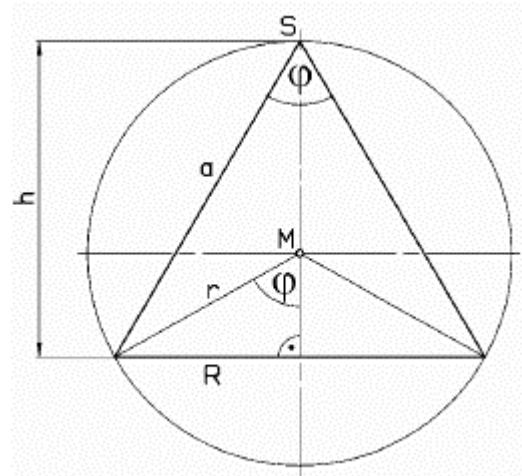
Zwei Autos mit den Geschwindigkeiten 55km/h bzw. 68km/h fahren gleichzeitig von einer Straßengabelung ( $106^\circ$ ) geradlinig weg. Wie weit sind sie 25 Minuten später voneinander entfernt?

### Aufgabe 4

Einer Kugel mit dem Radius  $r = 5 \text{ cm}$  wird ein gerader Kreiskegel einbeschrieben, dessen Spitze  $S$  ein Punkt der Kugeloberfläche ist.

Zwei gegenüberliegende Mantellinien des Kegels schließen den Öffnungswinkel  $\varphi = 30^\circ$  ein.

Berechne das Volumen und die Mantelfläche des Kegels.



### Aufgabe 5

Bei einem Einfallswinkel der Sonnenstrahlen von  $35^\circ$  hat ein Sendemast einen 25m langen Schatten. Berechne wie weit man sich vom

Sendemast entfernen kann, vorausgesetzt es sei gute Sicht, damit man den Sendemast gerade noch sieht? (minimaler Sehwinkel, der Winkel unter dem wir den Gegenstand sehen  $\alpha = 1'$ )

### Aufgabe 6

Berechne den Flächeninhalt eines gleichschenkligen Trapezes, wenn die Grundlinie  $AB = 7 \text{ cm}$ , der Schenkel  $BC = 3 \text{ cm}$  lang sind und der eingeschlossene Winkel  $\beta = 45^\circ$  beträgt.

## Lösungen:

1.  $c = 251 \text{ m}$  ;  $d = 179,3 \text{ m}$  ;  $u = 644,6 \text{ m}$
2.
  - a.  $a = 6,67 \text{ cm}$  ;  $\beta = 64,2^\circ$  ;  $\gamma = 52,3^\circ$  ;  $A = 17,69 \text{ cm}^2$
  - b.  $a = 1,48 \text{ cm}$  ;  $\alpha = 12,75^\circ$  ;  $\gamma = 55^\circ$  ;  $A = 3,7 \text{ cm}^2$
  - c.
    - 1.Lösung  $c = 6,65 \text{ cm}$  ;  $\beta = 36,5^\circ$  ;  $\gamma = 118,5^\circ$  ;  $A = 6,32 \text{ cm}^2$
    - 2.Lösung  $c = 1,51 \text{ cm}$  ;  $\beta = 143,5^\circ$  ;  $\gamma = 11,5^\circ$  ;  $A = 1,43 \text{ cm}^2$
  - d.  $\alpha = \beta = 68^\circ$  ;  $\gamma = 44^\circ$  ;  $A = 5,6 \text{ cm}^2$
3.  $41 \text{ km}$
4.  $V = 61,0655 \text{ cm}^3$  ,  $M = 75,8636 \text{ cm}^2$   
 $V = 125/3\pi \sin^2 \varphi \cdot (1+\cos \varphi)$  ,  $M = 25\pi \sqrt{2} \sin \varphi \sqrt{(1+\cos \varphi)}$
5.  $60 \text{ km}$
6.  $A = 10,35 \text{ cm}^2$