

Flächenberechnung mittels Integralrechnung

Aufgabe 1:

Berechne die Integrale der folgenden Funktionen im angegebenen Intervall:

Funktion	Intervall	Funktion	Intervall
$f(x) = 2x$	[1, 3]	$f(x) = x/2 + 1$	[-2, 2]
$f(x) = 5 - x$	[1, 4]	$f(x) = x^2$	[1, 3]
$f(x) = x^2/4 + 2$	[0, 4]	$f(x) = 4 - x^2/3$	[-3, 3]
$f(x) = 4x - x^2$	[0, 4]	$f(x) = x^3 + 1$	[-1, 1]
$f(x) = x^3/4 - x + 1$	[-2, 2]	$f(x) = x^3/4 - 3x^2/2 + 7x/2$	[0, 3]
$f(x) = x^4/4 - 2x^2 + 4$	[-2, 2]	$f(x) = 4 - 1/x^2$	[0,5; 2]
$f(x) = x + 1/x$	[1, 2]	$f(x) = \sqrt{x}$	[0, 9]

Aufgabe 2:

Berechne den Inhalt der Fläche zwischen Kurve und x-Achse:

- a) $f(x) = 4 - x^2$
- b) $f(x) = x^2 - x - 2$
- c) $f(x) = 4x^2 - x^3$
- d) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
- e) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$
- f) $f(x) = x^3 - 8x^2 + 15x$
- g) $f(x) = x^3/3 - 3x$
- h) $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

Aufgabe 3:

Berechne den Inhalt der Fläche zwischen den beiden Kurven:

- a) $f(x) = x^2, g(x) = x + 6$
- b) $f(x) = 4x - x^2, g(x) = x$
- c) $f(x) = x^2, g(x) = 4x - x^2$
- d) $f(x) = x^2, g(x) = 5 - x^2/4$
- e) $f(x) = x^2, g(x) = x^3$
- f) $f(x) = x^2, g(x) = x^4$
- g) $f(x) = x^3 + 1, g(x) = 4x + 1$
- h) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x, g(x) = 3x - x^2$

Aufgabe 4:

Wie groß ist die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f(x) = x^2/4 + 2$, der Tangente im Punkt $P(4/y_P)$ und den Koordinatenachsen begrenzt wird?

Aufgabe 5:

Wie groß ist die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f(x) = x^3/16 - 3x^2/8 + 4$, der Wendetangente und den Koordinatenachsen begrenzt wird?

Aufgabe 6:

Berechne den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion $f(x) = x^3 + 1$, der Normalen im Punkt $P(1/y_P)$ und der x-Achse begrenzt wird?

Lösung:

1) Berechne die Integrale der folgenden Funktionen im angegebenen Intervall:

Funktion	Intervall	Lösung	Funktion	Intervall	Lösung
$f(x) = 2x$	[1, 3]	8	$f(x) = x/2+1$	[-2, 2]	4
$f(x) = 5 - x$	[1, 4]	7,5	$f(x) = x^2$	[1, 3]	8,67
$f(x) = x^2/4+2$	[0, 4]	13,33	$f(x) = 4-x^2/3$	[-3, 3]	18
$f(x) = 4x-x^2$	[0, 4]	10,67	$f(x) = x^3+1$	[-1, 1]	2
$f(x) = x^3/4-x+1$	[-2, 2]	4	$f(x) = x^3/4-x^2/2+7x/2$	[0, 3]	7,31
$f(x) = x^4/4-2x^2+4$	[-2, 2]	8,53	$f(x) = 4-1/x^2$	[0,5; 2]	4,5
$f(x) = x+1/x$	[1, 2]	2,19	$f(x) = \sqrt{x}$	[0, 9]	18

2) Berechne den Inhalt der Fläche zwischen Kurve und x-Achse:

$f(x) = 4 - x^2$	10,67
$f(x) = x^2 - x - 2$	4,5
$f(x) = 4x^2 - x^3$	21,33
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$	6,75
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$	8
$f(x) = x^3 - 8x^2 + 15x$	21,08
$f(x) = x^3/3 - 3x$	13,5
$f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$	8

3) Berechne den Inhalt der Fläche zwischen den beiden Kurven:

$f(x) = x^2, g(x) = x + 6$	20,83
$f(x) = 4x - x^2, g(x) = x$	4,5
$f(x) = x^2, g(x) = 4x - x^2$	2,67
$f(x) = x^2, g(x) = 5 - x^2/4$	13,33
$f(x) = x^2, g(x) = x^3$	0,083
$f(x) = x^2, g(x) = x^4$	0,267
$f(x) = x^3+1, g(x) = 4x+1$	8
$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x, g(x) = 3x - x^2$	3,08

4) Wie groß ist die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f(x) = x^2/4 + 2$, der Tangente im Punkt $P(4/y_p)$ und den Koordinatenachsen begrenzt wird? Lösung 4,33

5) Wie groß ist die Fläche, die vom Graphen der Funktion $f(x) = x^3/16 - 3x^2/8 + 4$, der Wendetangente und den Koordinatenachsen begrenzt wird? Lösung 13,25

6) Berechne den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion $f(x) = x^3 + 1$, der Normalen im Punkt $P(1/y_p)$ und der x-Achse begrenzt wird? Lösung 8