Mathematische Schülerzeitschrift

alpha

1

Volk und Wissen
Volkseigener Verlag Berlin

1. Jahrgang 1967
Preis 0,50

alpha

Mathematische Schülerzeitschrift

Volk und Wissen
Volkseigener Verlag Berlin

1. Jahrgang 1967
Heft 1

Anschrift der Redaktion:
Redaktion alpha · 7027 Leipzig · Postfach 14

Anschrift des Verlags:
Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin · 108 Berlin · Lindenstraße 54a · Tel.: 200541
Postscheckkonto: Berlin 132626

Erscheinungsweise: zweimonatlich, Einzelheft 0,50 MDN, im Abonnement halbjährlich (3 Hefte) 1,50 MDN
Zu beziehen durch die Deutsche Post und den Buchhandel. Bezug für Westdeutschland und Westberlin durch den Buchhandel, für das Ausland durch Deutscher Buch-Export und -Import GmbH, 701 Leipzig, Leninstraße 16
Für unverlangt eingesandte Manuskripte kann keine Haftung übernommen werden

Fotos: Deutsche Bücherei, Leipzig, Archiv (S. 15); J. Lehmann Leipzig (S. 3, 4, 5); Vignetten: H.-J. Jordan (Leipzig)

Satz und Druck: Buchdruckerei Frankenstein KG, 701 Leipzig

Veröffentlicht unter der Lizenz Nr. 1545 des Presseamtes beim Vorsitzenden des Ministerrates der Deutschen Demokratischen Republik

Redaktionsschluß: 13. Dezember 1966

Inhalt

( )* bedeutet: Artikel bzw. Aufgaben für Schüler ab der angeführten Klassenstufe geeignet

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Vor Euch liegt die erste Ausgabe einer neuen Zeitschrift. Schon beim Durchblättern könnt Ihr feststellen, daß Euch diese mathematische Schülerzeitschrift helfen wird, Eure Leistungen im Mathematikunterricht zu verbessern. Sie gibt Euch interessante Anregungen für mathematische Knobeleien in Eurer Freizeit.

Die Zeitschrift wird Euch mit bedeutsamen Ergebnissen aus der Geschichte der Mathematik bekanntmachen, wichtige Einsichten über die Anwendung der Mathematik in der gesellschaftlichen Praxis vermitteln und regelmäßig über die Mathematik-Olympiaden der DDR und der anderen sozialistischen Länder berichten.

Die großen Erfolge der Werktätigen unserer Republik haben die Herausgabe der Zeitschrift ermöglicht.

Die Zeitschrift dient der Förderung der mathematisch Interessierten unter Euch, liebe Mädel und Jungen, und der Entwicklung eines breiten Interesses für die bedeutende und schöne Wissenschaft Mathematik. Damit wird ein großes Bedürfnis vieler Schülerinnen und Schüler, aber auch der Lehrer erfüllt, die schon lange den Wunsch nach einer eigenen mathematischen Schülerzeitschrift gehegt haben.

Möge die Zeitschrift „alpha“ dem großen und schönen Ziel dienen, Euch zu hohen mathematischen Leistungen zu befähigen und dafür zu begeistern, Euer Wissen und Können mit ganzem Herzen für die Sache des Sozialismus einzusetzen.

In diesem Sinne wünsche ich Eurer neuen Zeitschrift viel Erfolg.

M. Honecker

(Margot Honecker)
Minister für Volksbildung

Heiße Tage in Sofia

Bericht über die VIII. Internationale Mathematikolympiade 1966

Am 1. Juli wurden Prof. Dr. habil. H.-J. Weinert, Delegationsleiter der deutschen Mannschaft, und ich als Pressebeauftragter des Verlags Volk und Wissen von Mitgliedern der Mathematischen Gesellschaft der Volksrepublik Bulgarien auf dem Flughafen in Sofia herzlich begrüßt.
Am gleichen Abend — die Mannschaftsleiter aller neun beteiligten Länder waren eingetroffen — konstituierte sich die Jury. Für ihre Mitglieder begann sofort die Arbeit. Aus 25 Aufgaben — die von den Mathematischen Gesellschaften der Länder eingereicht worden waren — mußten sechs für die beiden Klausuren ausgewählt und bis zu Beginn des Wettbewerbs in die jeweilige Landessprache übersetzt werden. Bestimmend für ihren Inhalt war ein hohes Niveau, um den jungen Talenten die Möglichkeit zu geben, ihre Kenntnisse zu zeigen. Sehr gewissenhaft mußte auch geprüft werden, ob die Aufgaben den Lehrplananforderungen des jeweiligen Landes entsprachen, um keine Mannschaft zu überfordern.
Vom 2. bis 4. Juli trafen die Mannschaften, bestehend aus je acht Schülern und einem Begleiter, in Sofia ein. Sie hatten nun noch zwei bis drei Tage Zeit, sich mit der neuen Umgebung vertraut zu machen, sich auf die bevorstehenden Klausuren einzustellen, landestypische Speisen zu versuchen. Gleich am ersten Morgen nach der Ankunft gab es zum Beispiel Tarator, kalt serviert, bestehend aus saurer Milch, Nüssen, Schnittlauch, Knoblauch und grünen Gurken. Einige Teilnehmer schüttelten den Kopf, auf die flache Metallschale deutend. Prompt brachte eines der stets freundlichen und flinken Mädchen noch eine Portion, denn in Bulgarien bedeutet Kopfschütteln: Ja, Kopfnicken dagegen: Nein. Lächelnd klärte die Dolmetscherin das Mißverständnis. Die Deutschen sind Kartoffel- und Butteresser. Die Bulgaren bevorzugen Reis und Mehlspeisen, richten mit Öl an. Ihre Art zu würzen, unterscheidet sich oft erheblich von der unseren. Am tapfersten und vorsichtigsten mußten die mongolischen Freunde sein, deren heimatlicher Speisezettel ganz anders aussieht als der bulgarische. Alle Wünsche wurden sofort respektiert, um zu sichern, daß jeder Schüler wohlauf und ausgeruht in die Klausuren gehen konnte.
Was trieben die Jugendlichen vor dem Wettbewerbszyklus? Mancher holte sein Steckschach, seine Rommé- oder Bridgekarten aus dem Gepäck. Partner fanden sich schnell. Andere lagen auf ihrem Bett und beschäftigten sich mit mathematischen Problemen, lasen Romane oder Zeitschriften. Die Ungarn spielten Fußball. Mitglieder der Delegationen aus der CSSR und der DDR waren bei 18° Wasser- und 30° Lufttemperatur im nahen Bad zu finden. Einer Einladung zu einer Stadtrundfahrt folgten die meisten.
Treue Begleiter und Helfer in allen Situationen waren die bulgarischen Dolmetscherinnen. Unsere Mannschaft wurde von Tanja Stojanova, die die deutsche Schule in Sofia besucht, betreut. In allen Fächern — außer Mathematik und Bulgarisch — wird dort im Unterricht deutsch gesprochen. Tanja unterhielt sich so perfekt, so akzentfrei, daß wir sie für ein deutsches Mädchen hielten. Kann es ein besseres Kompliment für Fleiß und Ausdauer beim Erlernen einer Fremdsprache geben? Im Gespräch erfuhren wir, daß sie in der letzten Schul- und Stadtolympiade jeweils die volle Punktzahl erreicht

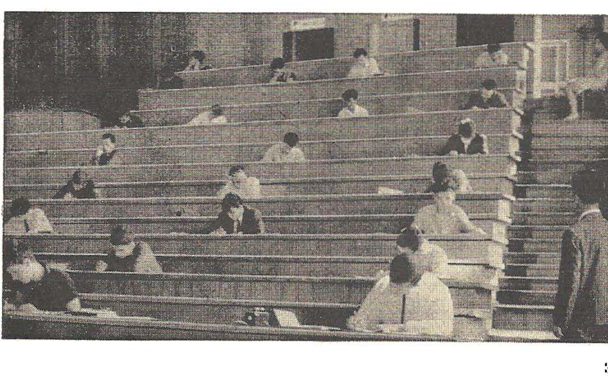
hatte. Als „Fachkollegin“ wurde sie respektvoll und begeistert in das Kollektiv der deutschen Mannschaft aufgenommen. Sie verriet uns, daß sie Ingenieur werden wolle. Ihr Ziel sei, im 11. Schuljahr bis zur Landesolympiade vorzudringen.

Am 5. Juli wurde der Wettbewerb im großen Hörsaal der Kliment-Ochridski-Universität Sofia von Prof. Dr. Alipi Mathéev, dem „Vater der VIII. IMO“, eröffnet. Seine Begrüßungsansprache war kurz. Aus langjähriger Erfahrung wußte er um die Unruhe und Ungeduld der Schüler. Dann verteilten die Delegationsleiter die Umschläge, welche drei Aufgaben enthielten. Vier Stunden Zeit stand für die Lösung dieser Aufgaben zur Verfügung. Die meisten Teilnehmer atmeten nach harter Arbeit auf. Sie fanden die gestellten Probleme nicht so schwer wie die des vergangenen Jahres. Auch nach der zweiten Klausur änderten sie diese Meinung nicht.

Ich habe einige Schüler gefragt, wie ihnen während des Wettbewerbs zumute sei, denn der große Hörsaal (siehe Foto) biete doch eine andere Arbeitsatmosphäre als Schule, Arbeitsgemeinschaft oder Elternhaus. So lauteten einige Antworten: „Mich stört das überhaupt nicht.“ — „Ich halte mir zunächst die Ohren zu, um mich besser konzentrieren zu können.“ — „Ich benötige einige Zeit, mich einzuleben, dann geht's ganz gut.“ — „Ich brauche die Geräuschkulisse: Kritzeln der Federhalter, Rascheln des Papiers, Klopfen der Zeichendreiecke.“

Für Mannschaftsleiter und Begleiter begann sofort nach der ersten Klausur wieder harte Arbeit, die Etappe der Korrektur. Sie mußten sich in jede der sechs gestellten Aufgaben und die von den Schülern meist sehr unterschiedlich gebotenen Lösungswege einleben. Sie wägten ab, analysierten für die künftige Arbeit, fanden Bestätigung für richtige Vorbereitung (oder auch nicht), waren stolz auf elegante Lösungen ihrer Zöglinge, ärgerlich über Faselfehler, erwartungsvoll, ja neugierig, wie es wohl bei den anderen Mannschaften aussehen werde. Die Spannung löste sich erst dann, als mit den Koordinatoren alle Aufgaben noch einmal durchgesprochen waren. Bulgarische Wissenschaftler, jeder auf eine Aufgabe spezialisiert, überprüften die Aufgaben jedes Schülers, bestätigten die von den Delegationsleitern vorgeschlagenen Punkte oder nahmen in engem Einvernehmen noch Änderungen vor. Sie hatten ja einen Gesamtüberblick über die Leistungen der 72 Schüler, speziell für „ihre“ Aufgabe. Nach dreitägiger angespannter Korrektur und einer abschließenden fünfstündigen Aussprache legte die Jury 39 Preisträger fest (siehe Tabelle).

Wettbewerbsatmosphäre



Tirnowo: Mitglieder der Jury bei heiterem Wortwechsel

Für Delegationsleiter, Betreuer und Mannschaften begann nun eine unvergeßliche Rundfahrt durch die Volksrepublik Bulgarien. Gestartet wurde am Studentenkomplex, der Unterkunft der Mannschaften, dem Wohnheim hunderter bulgarischer und ausländischer Studenten. Originell ist sein Name: „Kilometerstein 4". Vier Kilometer vom Stadtzentrum Sofias entfernt, genau an dem genannten Kilometerstein, wurde der erste Spatenstich zu diesem modernen Wohn- und Studienheim getan. Kurz vor der Abfahrt war noch große Unruhe in den Mannschaften. Geschenke, Aufgaben, Städtebiographien, mathematische Literatur, Abzeichen wechselten ihre Besitzer. Die internationale Buchhandlung wurde förmlich gestürmt, als die ersten mit wertvoller

	I. IMO 1959				II. IMO 1960				III. IMO 1961			
Preise	1.	2.	3.	Dipl.	1.	2.	3.	Dipl.	1.	2.	3.	Dipl.
VR Bulgarien	—	—	—	1	—	—	1	2	—	—	—	1
ČSSR	1	—	—	4	1	1	2	2	—	—	1	3
DDR	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	3
SFR Jugoslawien	nicht teilgenommen											
Mongolische VR	nicht teilgenommen											
VR Polen	—	—	—	1	nicht teilgenommen				1	—	—	6
SR Rumänien	1	2	2	1	1	1	1	1	—	1	1	4
UdSSR	—	—	1	2	nicht teilgenommen							
Ungarische VR	1	1	2	1	2	2	—	1	2	3	1	2

Freundschaftlicher Adressenaustausch

Beim Spaziergang am Schwarzen Meer

mathematischer Literatur ankamen. Jeder war heimisch geworden in Sofia. Die tiefsten Eindrücke hinterließen bei den Teilnehmern das Georgi-Dimitroff-Mausoleum, der Pionierpalast und die Gedächtniskirche „Alexander Newski“.
Jeder freute sich, durch die Rundfahrt ein weiteres Stück Bulgarien kennenzulernen. Im Autobus war dann auch die beste Gelegenheit zum Gedankenaustausch. Sprachschwierigkeiten gab es kaum. Fast jeder Teilnehmer beherrschte neben seiner Muttersprache noch eine oder zwei Fremdsprachen. Alle Schüler der sowjetischen Mannschaft zum Beispiel sprachen Englisch (und zum Teil Deutsch), alle Rumänen perfekt Französisch, drei auch perfekt Deutsch. Unsere Schüler dagegen hatten Schwierigkeiten,

[1]) An der VII. IMO nahm auch die Republik Finnland teil. 1 Schüler erhielt 1 Diplom.

IV. IMO 1962			V. IMO 1963			VI. IMO 1964			VII. IMO 1965[1])				VIII. IMO 1966			
1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.	3.	Dipl.	1.	2.	3.	Sond. preis
—	1	2	—	—	3	—	—	3	—	—	1	—	—	1	3	—
—	1	3	1	—	1	—	2	2	—	1	3	—	—	1	2	—
—	1	—	—	—	3	—	1	2	—	2	3	—	3	3	—	—
nicht teilgen.			1	2	1	—	1	1	—	—	2	—	—	2	1	—
nicht teilgenommen						—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	1
—	1	3	—	—	2	1	1	3	—	1	3	1	1	4	1	—
—	3	3	1	1	3	—	2	3	—	4	3	1	1	1	2	—
2	2	2	4	3	1	3	1	3	5	2	—	—	5	1	1	—
2	3	2	—	5	3	3	1	1	3	2	2	2	3	2	1	—

ihre Russisch- und Englischkenntnisse so anzuwenden, daß ein einigermaßen flüssiges Gespräch zustande kam.
Viel zu schnell flogen an uns vorüber: das malerische Tirnovo, Gebirgszüge mit bizarren Bergrücken, bewaldete Hügel, bald abgelöst von fruchtbaren Ebenen. In Warna wurde Station gemacht, ein kühles Bad am „Goldenen Strand" genommen. Weiter ging es über Nessebar und Burgas zu der Stadt auf sieben Hügeln, Plovdiv. Etwas zerschlagen, doch reich an Erlebnissen und begeistert von zahlreichen Freundschaftstreffen, kehrten wir nach einer herrlichen Fahrt durch das Rila-Gebirge nach Sofia zurück. Unsere bulgarischen Freunde gaben mir noch einige Zahlen für mein Tagebuch, die ich Euch, liebe Leser, nicht vorenthalten möchte:

- Bulgarien steht in der Pro-Kopf-Erzeugung von Tomaten, Tabak, Sonnenblumensamen, Weintrauben und Äpfeln an einer der ersten Stellen in der Welt.
- Nahezu ein Fünftel der gesamten Anbaufläche des Landes wird künstlich berieselt. (1939 war es nicht einmal ein Dreißigstel.)
- Jährlich werden 300000 Tonnen Frischgemüse, 200000 Tonnen Tomaten, 292000 Tonnen frisches Obst, 70000 Tonnen Tabak ausgeführt.
- Das Verhältnis zwischen landwirtschaftlicher und industrieller Produktion beläuft sich auf 22 : 78.
- Aus 300000 Rosenblättern gewinnt man 1 g Rosenöl.

Die zahlreichen Großbaustellen zeigten uns den raschen Aufbau des Landes. Mit Stolz führten uns bulgarische Komsomolzen durch das mächtige Eisenhüttenkombinat Kremi Kovzi. Nicht unerwähnt lassen möchte ich die tiefen Eindrücke, die die Darstellung der bewegten Geschichte dieses Landes auf uns alle machte, sei es durch Besuch zahlreicher Denkmäler, Museen oder durch das leidenschaftliche Wort unserer bulgarischen Reisebegleiter. Politische, fachliche und persönliche Probleme waren stets eng miteinander verflochten und zeigten den Gleichklang der Meinungen der Delegationsleiter, Betreuer, Schüler und der uns bewirtenden Gastgeber. 1200 km lang war unsere Reise der Freundschaft.
Die deutsche Mannschaft hat bei der VIII. IMO gut abgeschnitten. Das ist der Erfolg jahrelanger konsequenter Arbeit, aber auch Verpflichtung, das Erreichte weiter auszubauen.

J. Lehmann

DDR-Mannschaft – VIII. IMO 1966

Peter Enskonatus, Berlin
1. Preis

Walter Liepe, Berlin
1. Preis

Josef Richardt, Deuna (Bezirk Erfurt)
1. Preis

Stefan Heinrich, Berlin
2. Preis

Reinhard Höppner, Prösen (Bezirk Cottbus)
2. Preis

Gert Siebert, Berlin
2. Preis

Konrad Schmüdgen, Gräfendorf (Bezirk Leipzig)

Ludwig Staiger, Jena (Bezirk Erfurt)

Wir lösen eine Aufgabe der VIII. IMO

R. Höppner und Dr. Bausch unmittelbar vor Beginn der ersten Klausur. „Ist die Formulierung der Aufgabe klar?"

Eine der sechs auf der Internationalen Mathematik-Olympiade 1966 in Sofia gestellten Aufgaben lautete:

Auf den Seiten AB, BC, CA des Dreiecks $\triangle$ ABC sei jeweils ein Punkt M, K bzw. L beliebig, aber verschieden von den Eckpunkten angenommen. Es ist zu beweisen, daß der Flächeninhalt wenigstens eines der Dreiecke $\triangle$ LAM, $\triangle$ MBK, $\triangle$ KCL nicht größer als ein Viertel des Flächeninhaltes F des Dreiecks $\triangle$ ABC ist.

Die Aufgabe war von der VR Polen vorgeschlagen worden. Die richtige Lösung wurde mit 8 Punkten bewertet (von den insgesamt erreichbaren 40). Die 72 Teilnehmer der Olympiade erreichten im Durchschnitt 6,99 Punkte, die Durchschnittspunktzahl unserer Delegation betrug 7,38.

Die oben formulierte Aufgabe war sicher nicht die schwierigste der VIII. IMO. Wir wollen sie etwas eingehender betrachten, weil gerade sie sehr verschiedene Lösungsmöglichkeiten zuläßt und auch mit sehr elementaren Mitteln gelöst werden kann, so daß sie ganz gewiß auch von Schülern der niederen Klassenstufen zu bewältigen ist. Voraussetzung ist, daß man die gebräuchlichsten Formeln für den Flächeninhalt eines Dreiecks beherrscht und mit Ungleichungen umzugehen weiß. Wir haben für die Aufgabe vier verschiedene Beweismöglichkeiten ausgewählt. Der erste und der dritte Beweis sind sicherlich die einfachsten, wobei besonders der erste mit ganz elementaren Mitteln auskommt. Der vierte Beweis ist etwas umständlich, aber trotzdem originell, da er zu einem Extremwertproblem hinführt. Zusätzlich zu dem bereits genannten Stoff (Ungleichungen, Flächeninhalt des Dreiecks) wird für die einzelnen Beweise folgendes benötigt: Strahlensatz (erster Beweis), binomische Formel zweiten Grades (zweiter Beweis), geometrisches und arithmetisches Mittel (dritter Beweis), Extremwertbestimmung (vierter Beweis).

Erste Beweismöglichkeit: A', B' und C' seien die Mitten der Seiten BC, CA und AB des Dreiecks $\triangle$ ABC.

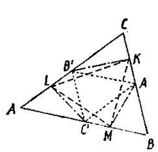


Abb. 1

Sind die Punkte K, L, M mit den Punkten A', B', C' identisch, so ist die Behauptung der Aufgabe erfüllt, denn der Flächeninhalt jedes der Dreiecke $\triangle$ LAM, $\triangle$ MBK und $\triangle$ KCL beträgt dann $^1/_4$ F. Der Fall, daß der Flächeninhalt jedes der Dreiecke größer als $^1/_4$ F ist, kann, wenn überhaupt, offensichtlich nur dann eintreten, wenn $K \neq A'$, $L \neq B'$, $M \neq C'$ und die Anordnung der Punkte K, L und M bezüglich der Punkte A′, B′ und C′ jeweils dem gleichen Umlaufsinn entspricht (o. B. d. A. wählen wir diesen wie in Abb. 1). Es müssen also entweder die Bedingungen

$$\overline{AC'} < \overline{AM},\ \overline{BA'} < \overline{BK},\ \overline{CB'} < \overline{CL} \tag{1}$$

(siehe Abb. 1) oder die Bedingungen

$$\overline{AC'} > \overline{AM},\ \overline{BA'} > \overline{BK},\ \overline{CB'} > \overline{CL}$$

erfüllt sein. Wäre z. B. $\overline{AC'} < \overline{AM}$ und $\overline{BA'} > \overline{BK}$, so hätte das zur Folge, daß $F_{MBK} < F_{C'BA'} = {}^1/_4\,F$. Würde in einer der Beziehungen Gleichheit eintreten, z. B. $\overline{AC'} = \overline{AM}$, so würde das, wenn die Flächeninhalte $F_{MBK};\ F_{LAM} > {}^1/_4\,F$ sind, zu $\overline{BA'} < \overline{BK}$ und $\overline{CB'} > \overline{CL}$ führen. Das hieße jedoch, daß $F_{KCL} < {}^1/_4\,F$ ist. O. B. d. A. bleibt lediglich der Fall zu untersuchen, daß die Bedingungen (1) erfüllt sind.
Betrachten wir nun den Flächeninhalt F_s des Sechsecks A′KB′LC′M. Dieser kann auf zwei verschiedene Arten ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} F_s &= F_{LMK} + F_{A'KM} + F_{B'LK} + F_{C'ML} \\ &= F_{A'B'C'} + F_{A'KB'} + F_{B'LC'} + F_{C'MA'}, \end{aligned} \tag{2}$$

wobei $F_{A'B'C'} = {}^1/_4\,F$ ist. Vergleichen wir z. B. die Flächeninhalte der Dreiecke $\triangle$ A′KM und $\triangle$ A′KB mit der gemeinsamen Grundlinie A′K. Aus dem Strahlensatz folgt BC ‖ C′B′, also ist die Höhe des ersten Dreiecks kleiner als die des zweiten und somit $F_{A'KM} < F_{A'KB'}$. Analog gilt $F_{B'LK} < F_{B'LC'}$ und $F_{C'ML} < F_{C'MA'}$. Damit folgt aus (2) $F_{LMK} > {}^1/_4\,F$, d. h.

$$F_{LAM} + F_{MBK} + F_{KCL} = {}^3/_4\,F. \tag{3}$$

Das aber bedeutet, da ja alle drei Summanden positiv sind, daß auch bei der hier betrachteten ungünstigsten Anordnung der Punkte K, L, M die Behauptung der Aufgabe erfüllt ist. Wegen (3) können wir übrigens die Behauptung sogar verschärfen: Entweder alle drei Dreiecke haben den Flächeninhalt ${}^1/_4\,F$, oder es gibt unter ihnen wenigstens eins, dessen Flächeninhalt kleiner als ${}^1/_4\,F$ ist (diese Verschärfung folgt auch unmittelbar aus dem zweiten und vierten Beweis).

Zweite Beweismöglichkeit: Wir bezeichnen $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{KC} = k$, $\overline{LA} = l$, $\overline{MB} = m$, $\sphericalangle\, CAB = \alpha$, $\sphericalangle\, ABC = \beta$, $\sphericalangle\, BCA = \gamma$ (siehe Abb. 2), wobei

$$0 < k < a, \quad 0 < l < b, \quad 0 < m < c, \quad 0° < \alpha, \beta, \gamma < 180°. \tag{4}$$

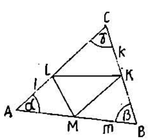


Abb. 2

Dann gilt

$$\left.\begin{aligned} F_{LAM} &= \frac{1}{2}\, l\,(c - m) \sin\alpha \\ F_{MBK} &= \frac{1}{2}\, m\,(a - k) \sin\beta \\ F_{KCL} &= \frac{1}{2}\, k\,(b - l) \sin\gamma \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$F = \frac{1}{2}\, bc \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}\, ac \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\, ab \cdot \sin\gamma$$

und

$$F^3 = \frac{1}{8}\, a^2b^2c^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma\ (\neq 0)\,. \tag{6}$$

Aus (5) und (6) folgt

$$\frac{F_{LAM} \cdot F_{MBK} \cdot F_{KCL}}{F^3} = \frac{mkl\,(c - m)\,(a - k)\,(b - l)}{a^2\,b^2\,c^2}\,. \tag{7}$$

Offenbar ist

$$m^2 - cm + \frac{c^2}{4} = \left(m - \frac{c}{2}\right)^2 \geqq 0$$

d. h. $$m(c - m) \leqq \frac{c^2}{4},$$

was zusammen mit (4) zu

$$0 < m(c - m) \leqq \frac{c^2}{4}$$

führt. Analog ist $0 < l(b - l) \leqq \frac{b^2}{4}$, $0 < k(a - k) \leqq \frac{a^2}{4}$.

Aus diesen Ungleichungen folgt

$$mkl(c - m)(a - k)(b - l) \leqq \frac{a^2 b^2 c^2}{4^3}.$$

Damit erhalten wir aus (7)

$$F_{LAM} \cdot F_{MBK} \cdot F_{KCL} \leqq \left(\frac{1}{4} F\right)^3,$$

womit die Behauptung bewiesen ist.

Dritte Beweismöglichkeit: Wir verwenden die gleichen Bezeichnungen wie im zweiten Beweis (siehe Abb. 2).
O. B. d. A. sei

$$\frac{m}{c} \leqq \frac{k}{a}.$$

Wegen $\frac{a-k}{a} > 0$ folgt hieraus $$\frac{m}{c} \cdot \frac{a-k}{a} \leqq \frac{k}{a} \cdot \frac{a-k}{a}. \tag{8}$$

Da das geometrische Mittel zweier positiver Zahlen nicht größer als das arithmetische Mittel ist, gilt

$$\sqrt{\frac{k}{a} \cdot \frac{a-k}{a}} \leqq \frac{1}{2},$$

$$\frac{k}{a} \cdot \frac{a-k}{a} \leqq \frac{1}{4}.$$

Nach (8) ist also

$$\frac{m(a-k)}{ca} \leqq \frac{1}{4}$$

und (da $c a \cdot \sin\beta > 0$)

$$\frac{1}{2} m(a - k) \sin\beta \leqq \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} c \cdot a \cdot \sin\beta,$$

d. h. $$F_{MBK} \leqq \frac{1}{4} F.$$

Vierte Beweismöglichkeit: Die Bezeichnungen sind wieder die gleichen wie in den vorangegangenen Beweisen (Abb. 2). Auf der Seite AB des Dreiecks ABC bzw. auf deren Verlängerungen wählen wir zwei Punkte R und S so aus, daß

$$F_{ARL} = F_{BKS} = \frac{1}{4} F. \tag{9}$$

Weiter existiert stets ein solches λ $(0 < \lambda < 4)$, daß

$$F_{CLK} = \frac{\lambda}{4} F. \tag{10}$$

Für $\lambda \leqq 1$ ist die Behauptung der Aufgabe offensichtlich erfüllt. Es sei deshalb $1 < \lambda < 4$. Erweist sich, daß dann

$$g + h \geqq c, \tag{11}$$

wobei $g = \overline{AR}$ und $h = \overline{BS}$, so ist die Behauptung für $1 < \lambda < 4$ ebenfalls erfüllt, denn dann ist der Flächeninhalt zumindest eines der Dreiecke $\triangle$ AML und $\triangle$ BKM nicht größer als $^1/_4$ F, weil mindestens eine der Ungleichungen $\overline{AM} \leqq g$ und $\overline{BM} \leqq h$ erfüllt ist.

Im weiteren beweisen wir die Ungleichung

$$g + h \geqq \frac{c}{2 - \sqrt{\lambda}}. \tag{12}$$

Für $1 < \lambda < 4$ folgt hieraus $g + h > c$, was sogar mehr als (11) aussagt.

Aus (9) und (10) erhalten wir

$$4\,gl = bc; \quad 4\,h\,(a - k) = ac; \quad 4\,k\,(b - l) = \lambda\,ab.$$

Diese Gleichungen ergeben für $g + h$ den Ausdruck

$$g + h = \frac{c}{4}\left(1 + \frac{\lambda a}{4k - \lambda a} + \frac{a}{a - k}\right)$$

(k und l sind von 0 und a bzw. b verschieden).

Die Summe $g + h$ betrachten wir als eine Funktion von k, die wir mit f (k) bezeichnen. Zur Bestimmung der Extremwerte dieser Funktion setzen wir $f'(k) = 0$ und finden $k^* = \frac{a}{2}\sqrt{\lambda}$ als einzige Lösung dieser Gleichung im betrachteten Bereich $0 < k < a$.

Es läßt sich leicht nachprüfen, daß $f''(k^*) > 0$ ist, also liegt für $k = k^*$ ein Minimum der Funktion f (k) vor, wobei

$$f(k^*) = \frac{c}{2 - \sqrt{\lambda}}.$$

Da dies für $0 < k < a$ der einzige Extremwert der Funktion f (k) ist, gilt die Ungleichung (12).

Die erste Beweisidee stammt von einem Schüler der ungarischen Mannschaft; der zweite, dritte und vierte Beweis wurde entsprechend der Reihenfolge von unseren Schülern Walter Liepe, Stefan Heinrich und Reinhard Höppner geliefert.

H. Bausch

Mit der Verleihung des Nationalpreises III. Klasse für Wissenschaft und Technik wurden geehrt:

Für ihren Anteil an der Entwicklung der „Kleinen Enzyklopädie Mathematik" zu einem nach modernen methodischen Gesichtspunkten aufgebauten Wissensspeicher, der durch seine beispielhafte Darstellung mathematischer Kenntnisse ein international hoch anerkanntes Werk geworden ist.

Das Kollektiv „Kleine Enzyklopädie Mathematik"

die Herren Prof. Dr. phil. habil. Hans Reichardt, Berlin; Walter Gellert, Leipzig; Dr. rer. nat. Herbert Küstner, Leipzig; Herbert Kästner, Leipzig; Dr. päd. Manfred Hellwich, Leipzig.

Das Redaktionskollegium unserer Zeitschrift gratuliert dem Kollektiv und allen Mitarbeitern der „Kleinen Enzyklopädie Mathematik".

Mit Mengen fängt es an!

Teil 1

Wenn man schon einige Jahre die Schule besucht, dann erinnert man sich vielleicht gar nicht mehr daran, wie die Beschäftigung mit der Mathematik im ersten Schuljahr (und vielleicht auch schon davor) eigentlich angefangen hat. Wie haben wir die natürlichen Zahlen und das Rechnen mit ihnen kennengelernt? Die Antwort steht schon in der Überschrift: mit *Mengen* fing es an! Wir haben mit bunten Stäbchen gearbeitet, und zwar mit einer *Menge* von Stäbchen, oder mit Plättchen, und zwar wieder mit einer *Menge* von Plättchen, und auch im Lehrbuch waren verschiedene *Mengen* von Gegenständen abgebildet (Vögel, Autos, Kinder usw.). Seitdem haben wir immer wieder mit Mengen zu tun gehabt und werden ihnen auch in Zukunft noch häufig in der Mathematik begegnen. Der Begriff „Menge“ ist ein *Grundbegriff* der Mathematik.
Aber auch im täglichen Leben gebraucht man häufig das Wort „Menge“. Bedeutet es immer das gleiche? Das ist leider nicht der Fall! Wir wollen uns deshalb zuerst einmal klar werden, was wir in der Mathematik unter einer Menge zu verstehen haben.

1. Die Bedeutung des Wortes „Menge“ in der Mathematik

Sehen wir uns einige Beispiele an:
(1) In Leipzig wohnen eine Menge Leute.
(2) Fred hatte in seiner Pioniergruppe wegen seines schlechten Betragens eine Menge Ärger.
(3) In Monikas neuem Buch sind eine Menge Bilder.
In diesen Beispielen denkt man bei dem Wort „Menge“ gewöhnlich an „viel“: In Leipzig wohnen *viele* Leute; Fred hatte *viel* Ärger; in dem Buch sind *viele* Bilder. In *dieser* Bedeutung wird das Wort „Menge“ in der Mathematik aber gerade *nicht* benutzt. Wie also dann?
Wenn wir unsere Beispiele genauer betrachten, finden wir einen wichtigen Unterschied: Die Menge der Einwohner von Leipzig setzt sich aus lauter *Einzelpersonen* zusammen, jeder einzelne Einwohner *gehört* zu dieser Menge; auch die Menge der Bilder aus Monikas neuem Buch besteht aus *einzelnen* Bildern, die verschieden aussehen oder zumindest an verschiedenen Stellen des Buches zu finden sind. Wenn dagegen von „einer Menge Ärger“ die Rede ist, dann können wir *keine* einzelnen „Ärgerteilchen“ oder so etwas ähnliches finden, aus denen diese „Menge“ bestehen könnte.
In der *Mathematik* versteht man nun unter dem Wort „Menge“ immer eine *Zusammenfassung* (eine Gemeinschaft) *einzelner, unterscheidbarer* Dinge.
Die Einwohner von Leipzig bilden somit eine *Menge* im mathematischen Sinn — nicht, weil es *viele* sind, sondern weil diese Menge aus *einzelnen, unterscheidbaren Dingen* (nämlich Personen) besteht, die *zusammengehören.* Genauso ist es mit der Menge der Bilder in Monikas Buch. Freds Ärger dagegen bildet *keine* Menge im mathematischen Sinne.
Andere Mengen sind zum Beispiel:
(a) Die Menge der Bezirkshauptstädte der DDR.
(b) Die Menge aller sozialistischen Länder der Erde.
(c) Die Oberliga-Mannschaft des FC Karl-Marx-Stadt.

(d) Die Menge aller natürlichen Zahlen, die kleiner sind als 3. (Hier sehen wir noch einmal, daß das Wort „Menge" in der Mathematik nichts mit „viel" zu tun hat, denn zu der eben genannten Menge gehören nur die drei Zahlen 0, 1 und 2.)

Sicher kann jeder nun noch weitere Beispiele von Mengen finden.

Als Bezeichnungen für Mengen benutzt man gewöhnlich große Buchstaben: A, B, M, N, R usw. oder auch M_1, M_2 usw.

2. Elemente

Diejenigen Dinge, Lebewesen oder Begriffe, die zu einer Menge zusammengefaßt werden, nennt man die *Elemente* dieser Menge. Auch das Wort „Element" wird — genau wie das Wort „Menge" — noch in anderen Bedeutungen benutzt. In der Umgangssprache bezeichnet es manchmal sogar etwas Unerfreuliches: man spricht von „zweifelhaften Elementen" oder gar von „kriminellen Elementen". In der Mathematik bedeutet es dagegen nur das *Dazugehören*. So kann man zum Beispiel sagen:

„Gera gehört zur Menge der Bezirkshauptstädte der DDR."

Oder auch:

„Gera ist ein Element der Menge der Bezirkshauptstädte der DDR."

Diese Redeweisen sind allerdings ziemlich umständlich. Man kann sie sehr verkürzen, wenn wir die im Beispiel (a) angegebene Menge einmal mit A bezeichnen und außerdem für „gehört zu" bzw. „ist Element von" ein besonderes Zeichen einführen. Dann können wir schreiben:

Gera $\in$ A (gelesen: „Gera ist Element der Menge A" oder noch kürzer „Gera ist Element von A").

Bezeichnen wir die als Beispiel (b) genannte Menge mit B und die restlichen beiden mit C bzw. D, so können wir jetzt schreiben:

DDR $\in$ B; Dieter Erler $\in$ C; $1 \in$ D usw.

Überlegt selbst, welche Elemente noch zu den Mengen A, B, C, D gehören und wie man das aufschreiben könnte!

Will man nun aber ausdrücken, daß irgendein Element *nicht* zu einer gewissen Menge gehört, dann wird das Zeichen für „gehört zu" bzw. „ist Element von" einfach durchgestrichen. Das sieht so aus:

Weimar $\notin$ A; Frankreich $\notin$ B; Klaus Urbanczyk $\notin$ C; $5 \notin$ D usw.

Wir merken uns also ganz allgemein:

a $\in$ M bedeutet „a ist Element von M" bzw. „a gehört zu M";
a $\notin$ M bedeutet „a ist nicht Element von M" bzw. „a gehört nicht zu M".

3. Das Angeben von Mengen

Wenn wir eine bestimmte Menge angeben wollen, so können wir das auf zwei verschiedene Arten tun:

(1) Eine erste Möglichkeit wäre, die *Namen aller Elemente* aufzuschreiben, die zur Menge gehören sollen.

Bei unserem vorigen Beispiel (a) würde das etwa so aussehen:

A = {Rostock, Schwerin, Neubrandenburg, Potsdam, Magdeburg, Halle, Erfurt, Suhl, Gera, Leipzig, Karl-Marx-Stadt, Dresden, Frankfurt/Oder, Cottbus, Berlin}

Und das Beispiel (d) sähe so aus:

$D = \{0, 1, 2\}$

Dieses Verfahren wird natürlich immer unpraktischer, je mehr Elemente zu der betreffenden Menge gehören. Schon wenn man zum Beispiel die Menge aller Telefonanschlüsse in der Hauptstadt der DDR angeben will, muß man ein ziemlich dickes Buch vollschreiben.

(2) Die zweite Möglichkeit besteht darin, *Eigenschaften* bzw. *Merkmale* anzugeben, durch die die Elemente der Menge gekennzeichnet werden können. Jedes Ding, das diese Eigenschaften oder Merkmale besitzt, gehört dann zu der betreffenden Menge, und umgekehrt gehört jedes Ding, das diese Eigenschaften *nicht* besitzt, *nicht* zu der Menge.

Unsere Mengen A, B, C, D, die wir vorhin kennengelernt haben, sind *alle* in dieser Weise festgelegt worden: A durch die Eigenschaft, Bezirkshauptstadt der DDR zu sein; B durch die Eigenschaft, ein sozialistisches Land zu sein; usw.

Wir wollen in dieser Weise einmal noch andere Mengen angeben.

Sei E die Menge aller natürlichen Zahlen, die nicht größer als 30 sind und sich sowohl durch 2 als auch durch 3 ohne Rest teilen lassen.

Mit F wollen wir die Menge aller natürlichen Zahlen bezeichnen, die kleiner als 36 sind und die sich ohne Rest durch 6 teilen lassen.

Die Elemente beider Mengen können wir aufschreiben. Es ist

$E = \{0, 6, 12, 18, 24, 30\}$ und
$F = \{0, 6, 12, 18, 24, 30\}$.

Wie jeder sieht, enthält die Menge E genau dieselben Elemente wie die Menge F. Wir haben es also gar nicht mit *zwei* Mengen zu tun, sondern mit ein und derselben. Sie ist nur einmal so und einmal so festgelegt worden. Wir stellen also fest: $E = F$.

Allgemein bezeichnet man in der Mathematik Mengen M und N genau dann als *gleich*, wenn sie *dieselben Elemente* enthalten.

Sehen wir uns noch ein anderes Beispiel an:

U sei die Menge aller ungeraden Zahlen zwischen 10 und 20; P sei die Menge aller Primzahlen zwischen 10 und 20.

Jedes Element von P (jede solche Primzahl) ist zugleich auch eine ungerade Zahl, also Element von U. Trotzdem ist P *verschieden* von U, denn *nicht jedes* Element von U ist zugleich eine Primzahl. Wenn wir die Elemente der beiden Mengen aufschreiben, sehen wir:

$U = \{11, 13, 15, 17, 19\}$ und $P = \{11, 13, 17, 19\}$.

Es gilt also zwar $15 \in U$, aber $15 \notin P$. Also ist $U \neq P$.

4. Teilmengen

Bleiben wir noch ein Weilchen bei den zuletzt betrachteten Mengen U und P. Sie sind zwar nicht gleich, aber man kann doch auch nicht sagen, daß sie überhaupt nichts miteinander zu tun hätten. Immerhin gehört doch *jedes* Element von P auch zu U. Diesen Sachverhalt drückt man in der Mathematik durch die kurze Schreibweise $P \subset U$ aus — gelesen: „P ist eine echte *Teilmenge* von U" oder „P ist in U echt *enthalten*".

Warum redet man hier von einer *echten* Teilmenge? Gibt es denn auch *unechte* Teilmengen? Wir wollen es uns einmal überlegen!

Man bezeichnet eine Menge N genau dann als *Teilmenge* einer Menge M, wenn jedes Element von N auch zu M gehört.

Dabei kann nun aber zweierlei geschehen:

(1) Es kann sein, daß die Menge M *außer* den Elementen von N noch wenigstens *ein weiteres* Element enthält; d. h. zur Menge M gehört wenigstens ein Element, das *nicht* zu N gehört. Man nennt dann N eine *echte* Teilmenge von M und schreibt $N \subset M$.

Bei unseren Mengen U und P liegt dieser Fall vor: Jedes Element von P gehört auch zu U, aber in U gibt es wenigstens ein Element (nämlich die Zahl 15), das nicht zu P gehört.

(2) Es kann aber auch vorkommen, daß die Menge M *keine* weiteren Elemente enthält. Dann bezeichnet man N als *unechte* Teilmenge von M, denn dann ist ja $N = M$.

Wenn man nicht genau weiß, *welcher* der beiden Fälle vorliegt, nennt man N nur *Teilmenge* von M und schreibt dafür kurz: $N \subseteq M$. (Das Zeichen „$\subseteq$" deutet die beiden möglichen Fälle an: $N \subset M$ oder $N = M$.)
Man darf die Schreibweisen $N \subseteq M$ bzw. $N \subset M$ und $a \in M$ nicht verwechseln. Die Zeichen „$\subseteq$" bzw. „$\subset$" sagen etwas über Beziehungen zwischen *Mengen* aus, während das Zeichen „$\in$" die Zugehörigkeit eines *Elementes* zu einer Menge ausdrückt.
Wenn man irgendeine Menge gegeben hat, so kann man meistens recht verschiedenartige Teilmengen aus dieser gegebenen Menge herausgreifen. Betrachten wir zum Beispiel einmal die Menge der Schüler irgendeiner Klasse — jeder möge an seine eigene Klasse denken! *Teilmengen* dieser Menge sind: Die Menge der Mädchen in der Klasse; die Menge der Schwimmer; die Menge der Schüler, die in Mathematik eine Eins auf dem letzten Halbjahreszeugnis haben; die Menge der Thälmann-Pioniere in der Klasse; die Menge der Schüler in der Klasse, die schon einmal an Masern erkrankt waren; die Menge der Briefmarkensammler usw. Jeder möge noch weitere Beispiele suchen.
Manche der aufgezählten Teilmengen können wieder *unechte* Teilmengen sein — zum Beispiel die Menge der Thälmann-Pioniere, wenn *alle* Schüler Thälmann-Pioniere sind. Andere werden *echte* Teilmengen sein. Dabei können sogar merkwürdige Dinge vorkommen:
Vielleicht hat nur ein einziger Schüler in Mathematik eine Eins bekommen? Reden wir dann auch noch von einer Menge? In der Umgangssprache wohl sicher nicht, in der Mathematik aber ist es durchaus zulässig, daß eine Menge nur aus einem einzigen Element besteht.
Und was ist, wenn in der Klasse überhaupt kein Schüler Briefmarken sammelt? Dann gehören zu dieser Teilmenge *überhaupt keine* Elemente. Wo bleibt dann die „Menge der Briefmarkensammler der Klasse"? Wenn der Klassenlehrer die Absicht hatte, die Namen der Briefmarkensammler an die Tafel zu schreiben, dann wird die Tafel leer bleiben. „Macht nichts", sagt man in der Mathematik, „dann nennen wir diese Menge eben eine *leere Menge*".
Weil es aber nicht *mehrere verschiedene* leere Mengen gibt — wodurch sollten sie sich denn unterscheiden? — sondern nur *eine*, spricht man sogar von *der* leeren Menge und führt für sie ein besonderes Zeichen ein: $\emptyset$.
Die leere Menge kommt auch in mathematischen Zusammenhängen vor. Betrachten wir dazu noch zwei Beispiele:
T_1 sei die Menge aller echten Teiler der Zahl 12.
Es ist $T_1 = \{2, 3, 4, 6\}$.
T_2 sei die Menge aller echten Teiler der Zahl 13. Diese Menge ist *leer*, es ist $T_2 = \emptyset$.

Lassen wir es für diesmal genug sein! Beim nächstenmal werden wir mehr über Mengen erfahren; denn nicht nur die leere Menge ist interessant!

W. Walsch

Wußtest Du schon?

Cantor, Georg (3. 3. 1845 bis 6. 1. 1918). Wirkte in Halle. Schöpfer der Mengenlehre, ... Seine kühnen Ideen sind zunächst von vielen seiner Zeitgenossen abgelehnt worden. Erst die erfolgreiche Anwendung der Mengenlehre, die heute eine zentrale Stellung in der Mathematik einnimmt, brachte ihm die verdiente Anerkennung.

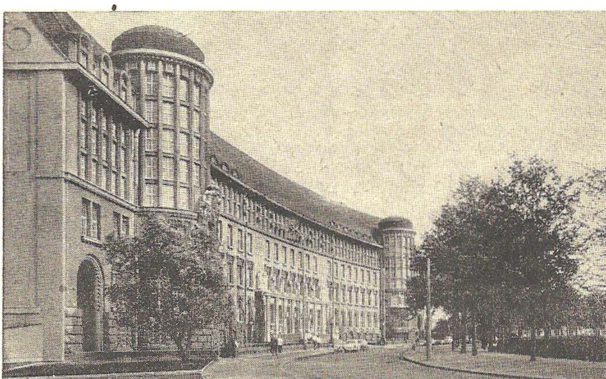
Aus: J. Naas, H. L. Schmid: Mathematisches Wörterbuch, Band I

Eine Arbeitsgemeinschaft Mathematik erlebte die Deutsche Bücherei

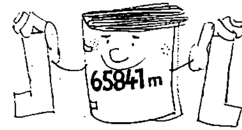
Unsere Mitschüler waren erstaunt, daß wir als Arbeitsgemeinschaft Mathematik anläßlich der „Woche des Buches 1966“ die an der Grenze unseres Schulbezirks liegende Deutsche Bücherei (DB) besuchen wollten. Sie waren erfreut, als wir mit einem Stoß Material zurückkehrten. Ein Teil ist auf den nächsten beiden Seiten zusammengestellt. In unseren AG-Nachmittagen und natürlich auch im Unterricht werden wir nach und nach Zahlen und Fakten auswerten. Jeder Teilnehmer wird diese Exkursion in guter Erinnerung behalten.
Wir danken Herrn Bibliothekar S. Günther, der uns führte. Dabei erhielten wir einen Einblick in Entstehung, Geschichte und Arbeitsweise einer der größten Bibliotheken unseres Kontinents — besonders aufgezeigt am Fachgebiet Mathematik-Naturwissenschaften. Jeder spürte die umfassende Bedeutung der DB für Wissenschaft, Kultur, Industrie, Technik und Wirtschaft.
Jugendfreunde! Pioniere! Berichtet über Eure Erfahrungen in unserer Schülerzeitschrift! Welche Exkursionen habt Ihr durchgeführt? Wie habt Ihr sie ausgewertet? Sendet Zahlenmaterial und Aufgaben aus der Praxis ein! Zeigt, wie Ihr Forschungsaufträge im Fach Mathematik erfüllt habt!

Arbeitsgemeinschaft Mathematik
29. Oberschule Leipzig
Klassenstufe 6

Deutsche Bücherei, Leipzig



Die Deutsche Bücherei im Spiegel von Zahlen und Fakten



Das von 1914 bis 1916 errichtete Gebäude hat
120 m Frontlänge und in der Mittelachse
63 m Tiefe,
4148 m^2 bebaute Grundfläche und
76736 m^3 umbauten Raum.

Der erste Erweiterungsbau an der Südostseite, errichtet von 1934 bis 1936, umfaßt
1036 m^2 bebaute Fläche mit
16636 m^3 umbautem Raum.

Er wurde 1963 bis 1964 um fünf Magazingeschosse aufgestockt.
Der im Jahre 1959 begonnene zweite Erweiterungsbau an der Nordwestseite bedeckt eine Grundfläche von 1300 m^2. Diese Bauetappe gilt seit dem ersten Quartal 1963 als abgeschlossen.
Gesamtzahl der Plätze in den 4 Lesesälen: 495.
Anzahl der Angestellten der Deutschen Bücherei: 400, zuzüglich 19 Lehrlinge.
Für Erweiterungsbauten und die Modernisierung der technischen Anlagen — u. a. erfolgte der Einbau einer automatischen Büchertransportanlage und einer neuen Rohrpostanlage — stellte die Regierung der DDR bisher rund 8 Millionen MDN zur Verfügung. Die 1965 beendeten Baumaßnahmen haben die Deutsche Bücherei in einen Stand versetzt, der sie mit zu den am modernsten eingerichteten Großbibliotheken in Europa zählen läßt.

● Unweit des Geländes der Technischen Messe in Leipzig steht die Deutsche Bücherei. Sie wurde im Jahre 1912 mit dem Ziel gegründet, das gesamte seit 1913 in Deutschland erscheinende Schrifttum wie Bücher, Broschüren, Zeitschriften und andere periodische Veröffentlichungen, Dissertationen[1]) und Habilitationsschriften[2]), kartographische Druckerzeugnisse und das im Ausland erscheinende deutschsprachige Schrifttum lückenlos zu sammeln. In späteren Jahren wurden in das Sammelgebiet noch alle im Ausland erscheinenden Übersetzungen deutschsprachiger Werke sowie die fremdsprachigen Werke über Deutschland und deutsche Persönlichkeiten, die Musikalien (Noten), Kunstblätter, die deutschen literarischen Schallplatten und die deutschen Patentschriften einbezogen.
Die DB bearbeitet die deutsche nationale Bibliographie[3]), sie gibt empfehlende Bibliographien und Fachbibliographien heraus und ist auf den Gebieten der Dokumentation und Information, der Auskunft und Beratung tätig. Dies alles gewinnt unschätzbare Bedeutung in unserer Gegenwart, da die Wechselbeziehungen zwischen wissenschaftlicher Forschung und industrieller Produktion immer stärker werden.

● Am 31. Dezember 1965 besaß die Deutsche Bücherei:
2816919 Bücher, Zeitschriften, Zeitungsbände, Atlanten, Musikalien;
375852 Hochschulschriften, Schulschriften;
731 Wiegendrucke;
34 Handschriften;
60672 Karten (Landkarten, Meßtischblätter, Wandkarten).

● Der Bestand von 3254208 Bänden nahm 65841 laufende Meter Stellfläche in Anspruch.

● Der Gesamtbestand der Deutschen Bücherei betrug Ende 1965 4680205 bibliographische Einheiten.

● Eine aufschlußreiche Statistik:

Jahr	Zugang an bibliographischen Einheiten	Eingetragene Benutzer
1925	55817	8740
1935	68571	6519
1949	44055	9200
1955	66106	19199
1965	100106	26163

● Die Zahl der laufend gehaltenen Zeitschriften beträgt etwa 25000 Titel, davon sind rund 5000 fremdsprachig.

Die Deutsche Bücherei verfügt über 41600 Bände der im Ausland erscheinenden Übersetzungen deutschsprachiger Werke sowie der fremdsprachigen Werke über Deutschland und Persönlichkeiten des deutschen Sprachgebiets.

● Die Abteilung Beschaffung und Zugang hat dafür zu sorgen, daß alle sammelpflichtigen Veröffentlichungen sofort nach ihrem Erscheinen erfaßt werden und in die Bibliothek gelangen. Sie unterhält Beziehungen zu etwa 35000 Verlagen, Gesellschaften, Vereinen, Parteien, amtlichen Stellen, Persönlichkeiten beider deutscher Staaten und Westberlins. Ferner steht sie mit rund 22500 ausländischen Verlagen, Bibliotheken, Institutionen, Persönlichkeiten in Verbindung.

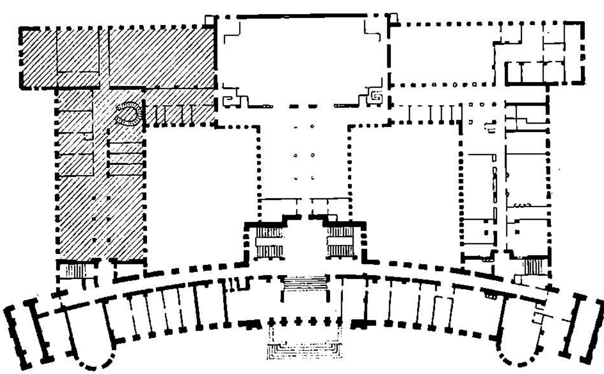
Eingänge an mathematischem Schrifttum	Titel an Buchveröffentlichungen	Zeitschriften
in 32 Jahren (1913 bis 7. 5. 1945)	6315	81
in 21 Jahren (8. 5. 1945 bis 15. 10. 1966)	7296	129

● Eine Auswahl der an die Deutsche Bücherei eingesandten und in das Fachgebiet Mathematik eingereihten Titel sollen zeigen, wie sich die Proportionen in einigen Sachgebieten verschoben haben.

Sachgebiet	alter Sachkatalog Eingang 1913 bis 1945	neuer Sachkatalog Eingang 1945 bis 1966
Mengenlehre	46	82
Logarithmen	130	86
Rechnen	500	258
Algebra	116	260
Gruppentheorie	69	182
Matrizen	16	87
Tensorrechnung	6	27
Planimetrie	32	18
Nomographie	41	71
Differentialgeom.	65	111
Wahrscheinlichkeitstheorie	68	194
Integralrechnung	67	158
mathem. Statistik	13	156

[1]) Dissertation: wissenschaftliche Abhandlung zur Erlangung des akademischen Doktorgrades.
[2]) Habilitationsschrift: wissenschaftliche Veröffentlichung eines angehenden Hochschullehrers.
[3]) Bibliographie: Literaturverzeichnis, das die Titel nach bestimmten Gesichtspunkten (regional, zeitlich, sachlich) zusammenfaßt.

Grundriß der Deutschen Bücherei



Международный конгресс математиков
International Congress of Mathematicians
Congrès International des Mathématiciens
Internationaler Mathematikerkongreß

ICM
МОСКВА · 1966

Nach Amsterdam (1954), Edinburgh (1958) und Stockholm (1962) war in diesem Jahr Moskau zum Tagungsort für den ICM bestimmt worden, der vom 16. bis 26. August 1966 stattfand. Über 5000 Wissenschaftler aus etwa 50 Ländern, darunter auch eine starke Delegation aus der DDR, waren zusammengekommen, um über die neuesten Ergebnisse auf allen Teilgebieten der Mathematik zu berichten.
Die feierliche Eröffnung ebenso wie die Abschlußveranstaltung fanden im großen Kremlpalast statt. Für die wissenschaftlichen Veranstaltungen bot der Riesenkomplex der Lomonossow-Universität genügend Raum.
In 15 Sektionen, z. B. Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, Algebra, Zahlentheorie, Topologie, Geometrie, mehrere Sektionen der Analysis und angewandten Mathematik, Sektion Geschichtliche und pädagogische Fragen u. a., wurden Vorträge über spezielle Themen des jeweiligen Gebietes gehalten, wobei in jeder Sektion auch Wissenschaftler der DDR mit ihren Beiträgen vertreten waren. Darüber hinaus kamen in den Hauptvorträgen Wissenschaftler fast aller Teilgebiete der Mathematik zu Wort. Bei diesen Hauptvorträgen wurden nicht einzelne spezielle Teilergebnisse wie in den Sektionen vorgelegt, sondern der Vortragende gab jeweils einen Überblick über ein bestimmtes Thema, zeigte die Entwicklungstendenzen der letzten Jahre, die Forschungsergebnisse sowie die Ziele der weiteren Forschungsarbeit.
Es ist unmöglich, aus den rund 2000 Vorträgen, die in einer der vier Kongreßsprachen, Russisch, Englisch, Französisch und Deutsch, gehalten wurden, eine Auswahl zu treffen, die auch nur annähernd einen Eindruck von der Vielfalt der Themen vermittelt, zumal diese Themen meist mit den Mitteln der Schulmathematik nicht erfaßt werden können. Deshalb soll nur einiges zur Arbeit der Sektion „Geschichtliche und pädagogische Fragen“ gesagt werden. Neben Einzeldarstellungen über die Arbeiten großer Mathematiker wie Euklid, Leibniz, Euler, Hilbert u. a. konnte man Berichte über die Entwicklung einzelner Teilgebiete hören, z. B. über die Entstehungsgeschichte der abstrakten Gruppentheorie, sowie über die Entwicklung der Schulmathematik in den einzelnen Ländern. Schließlich berichteten viele Wissenschaftler über die Modernisierung des Mathematikunterrichts, z. B. über die Bedeutung der mathematischen Strukturen im Unterricht, sowie über Versuche und Ergebnisse in der schulischen und außerschulischen Arbeit.
Aber nicht nur in dieser Sektion, sondern auf dem gesamten Kongreß kam zum Ausdruck, welche Bedeutung der Ausbildung des Nachwuchses beigemessen wird, angefangen von den ersten Schritten in das Land der Mathematik, die die Kinder in den ersten Schuljahren tun, bis zur Ausbildung an Universitäten und Hochschulen. Eine bedeutende Rolle spielt dabei die außerschulische mathematische Weiterbildung, und es ist erfreulich, daß sich — besonders in der Sowjetunion — gerade die ganz Großen unter den Mathematikern, wie P. S. Alexandroff, A. N. Kolmogorow, E. B. Dynkin, I. S. Gelfand u. a., immer wieder bereit erklären, ihr großes Wissen und ihre Erfahrungen bei der Förderung der interessierten Schuljugend zur Verfügung zu stellen und durch Schaffung entsprechender Literatur oder durch Vorträge ein fundiertes Wissen und Freude an der Beschäftigung mit der Mathematik zu vermitteln.

D. Ziegler

Eine Aufgabe von

Prof. Dr. Udo Pirl

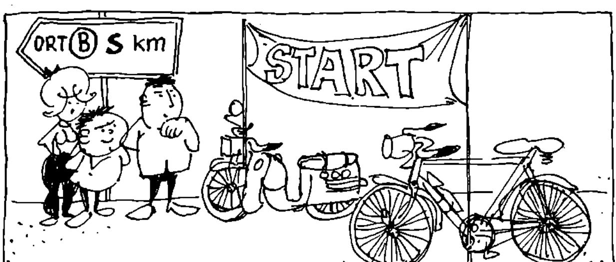
I. Mathematisches Institut der Humboldt-Universität zu Berlin
Leiter der Aufgabenkommission
des Zentralen Komitees der Olympiaden Junger Mathematiker der DDR

1 Aufgabe

Die drei Freunde F_1, F_2, F_3 wollen möglichst schnell von dem Ort A zu dem s km entfernten Ort B kommen. Dazu steht ihnen ein Fahrrad und ein Moped zur Verfügung. Zur Präzisierung der Aufgabe werden noch folgende Angaben gemacht:

1. Die in km/h gemessenen „Reisegeschwindigkeiten" von Fußgänger, Fahrrad und Moped, in dieser Reihenfolge mit v_1, v_2, v_3 bezeichnet, sind unabhängig davon, welcher der drei Freunde das jeweilige Fortbewegungsmittel benutzt und stehen in den Größenbeziehungen $v_1 < v_2 \leqq v_3$.
2. Keines der Fahrzeuge darf gleichzeitig mehr als einer Person zur Fortbewegung dienen.
3. Keiner der Freunde darf gleichzeitig beide Fahrzeuge fortbewegen.
4. Jedes der Fahrzeuge darf (braucht aber nicht) von dem jeweiligen Benutzer unterwegs verlassen werden (evtl. auch mehrere Male) und darf (braucht aber nicht) von einem Nachkommenden der drei Freunde zur Weiterfahrt benutzt werden.
5. Die beim „Umsteigen" verlorengehende Zeit wird nicht berücksichtigt (sie wird gleich Null gesetzt).
6. Es darf gewartet, zurückgegangen oder auch zurückgefahren werden.
7. Es gibt keinen Weg von A nach B, der kürzer als s km ist, und es werden keine anderen Fortbewegungsmittel als die drei angegebenen benutzt. Unter diesen Bedingungen soll die kürzeste Zeit ermittelt werden, in der es dem zuletzt (bzw. den zuletzt) in B ankommenden der gleichzeitig in A startenden Freunde möglich ist, B zu erreichen.

Wer kann's?
Die Redaktion erwartet zahlreiche Lösungsvorschläge.



Aufgaben zu:

Mit Mengen fängt es an!

2 In welchen der folgenden Beispiele wird der Mengenbegriff im mathematischen Sinne gebraucht?
(1) Auf Straßen und Plätzen liegt eine Menge Schnee.
(2) Eine Menge von Räumfahrzeugen ist im Einsatz.
(3) Unsere Familie hat eine Menge Schlitten, meine Schwester hat einen, und ich habe einen.
(4) Wir rodelten und hatten eine Menge Spaß dabei.

3 Die Zahlenmenge $M = \{2, 4, 6, 10, 12\}$ besteht aus 5 Elementen. Schreibe den Inhalt folgender Sätze so kurz als möglich!
(1) Die Zahl 4 ist Element der Menge M.
(2) Die Zahl 8 gehört nicht zu M.
(3) 10 gehört zu M.
(4) Die Zahl 0 ist nicht Element der Menge M.

4 Gib die Menge aller geraden Primzahlen an!

5 Tritt bei den folgenden Mengen die leere Menge auf?
(1) Die Menge der natürlichen Monde der Erde.
(2) Die Menge der Kosmonauten, die auf einen Mondflug vorbereitet werden.
(3) Die Menge der Säugetiere, die 1966 auf dem Monde lebten.
(4) Die Menge der Gegenstände, die sich heute auf der Mondoberfläche befinden.

6 Q sei die Menge aller Quadrate; R sei die Menge aller Rechtecke mit gleichen Seiten.
Welche Beziehung besteht zwischen diesen beiden Mengen?

7 Schreibe sämtliche Teilmengen der Menge $N = \{c, m, u\}$ auf!

Zur Erweiterung und Vertiefung der im Mathematikunterricht und in der außerunterrichtlichen Arbeit gebotenen Stoffgebiete veröffentlichen wir in jedem Heft Aufgaben. Bei der Beschäftigung mit ihnen wünschen wir viel Freude und vor allem Erfolg. Im allgemeinen bringen wir die Lösungen der Aufgaben im nächsten Heft. Besonders geschickte Lösungen, die bei der Redaktion eingehen, veröffentlichen wir mit Namen und Schule der Einsender. Ihr könnt außerdem durch Einsenden von selbstausgedachten Aufgaben, von interessanten Aufgaben aus Eurer Unterrichtsarbeit, der gesellschaftlichen Praxis oder der Tätigkeit Eurer Arbeitsgemeinschaft Mitarbeiter unserer Zeitschrift werden. Wir freuen uns schon jetzt auf die Fülle von Ideen, die, zu Papier gebracht, auf unseren Schreibtisch flattern werden.

Wer löst mit?

alpha Wettbewerb

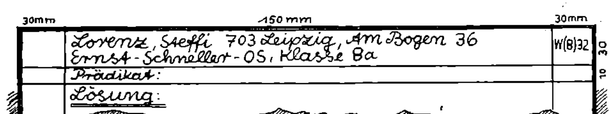
Für die Beteiligung am α-Wettbewerb gelten die folgenden Bedingungen:

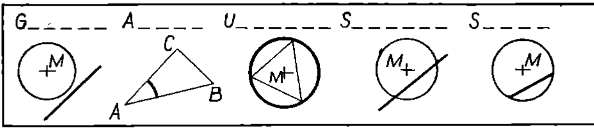
1. Am Wettbewerb können sich alle Schüler der 5. bis 10. Klasse beteiligen, auch dann, wenn diese Schüler eine Berufs- oder Volkshochschule besuchen.
2. Einsendungen sind unter Angabe von Name, Vorname, Privatanschrift, Schule und Schuljahr zu richten an:

   Redaktion alpha
   7027 Leipzig
   Postfach 14

3. Alle Wettbewerbsaufgaben sind im System der Aufgaben fortlaufend numeriert. Der üblichen Nummer sind ein W (d. h. Wettbewerb) und eine Ziffer in Klammern, z. B. (7) vorgesetzt (d. h. für Klasse 7 geeignet).
4. Von dem Teilnehmer sind nur die Aufgaben seiner oder einer höheren Klassenstufe einzusenden. Nur dann erfolgt eine Bewertung.
5. Zur Erleichterung der Korrektur und aus technischen Gründen werden nur nach dem unten angegebenen Muster eingesandte Lösungen bearbeitet und bewertet. Für jede Lösung ist ein gesondertes Blatt zu verwenden, Format A 4 (210 mm × 298 mm). Besonders freuen wir uns natürlich über saubere, übersichtliche Gestaltung.
6. Teilnehmer, die eine vorbildliche oder gute (d. h. vollständige und richtige) Lösung eingesandt haben, erhalten von der Redaktion eine Antwortkarte mit dem Prädikat „vorbildlich gelöst" oder „gut gelöst". Wer keine Nachricht erhält, hat die Aufgabe unvollständig, teilweise, nicht gelöst oder die vorgegebene Form nicht beachtet.
7. Letzter Einsendetermin ist jeweils sechs Wochen nach Erscheinen des Heftes.
8. Zwischen dem 15. und 31. Januar 1968 sind alle im Jahre 1967 erworbenen Antwortkarten geschlossen an die Redaktion einzusenden. Eine Jury, deren Mitglieder wir im Heft 6/67 vorstellen werden, wertet diese Antwortkarten aus, übergibt die Namen der Preisträger und die Namen der aktivsten Einsender der Redaktion zur Veröffentlichung.
9. Aussicht auf Preise und namentliche Veröffentlichung haben Teilnehmer, die im Laufe des Jahres 1967 Antwortkarten mit einem der beiden Prädikate erhalten haben. Anerkennung wird also der Teilnehmer finden, der regelmäßig, gewissenhaft und fleißig mitarbeitet.

Viel Erfolg wünscht
Redaktion alpha





8 Wenn Hans zu der Zahl, die sein Lebensalter in vollen Jahren angibt, noch 7 addiert, die erhaltene Summe mit 6 multipliziert, von diesem Produkt 24 subtrahiert und die Differenz schließlich durch 6 dividiert, so erhält er als Ergebnis seiner Rechnung die Zahl 16. Wie alt ist Hans?

9 Ein Schüler arbeitet im Mathematikunterricht mit zwei unterschiedlichen Zeichendreiecken; eines besitzt zwei spitze Winkel von je 45°, das andere dagegen zwei spitze Winkel von 60° und 30°.
Konstruiere mit Hilfe entsprechender Zeichendreiecke Winkel folgender Größe:

$$\alpha_1 = 75°, \alpha_2 = 15°, \alpha_3 = 165°, \alpha_1 = 105°!$$

10 Die beiden Ungleichungen $a < b$ und $b < c$ lassen sich als fortlaufende Ungleichung $a < b < c$ schreiben.
Stelle aus den Ungleichungen

$$z > x, v > x, y > v, z < v, x < y, z < y$$

eine fortlaufende Ungleichung her!

11 Eine Produktionsgenossenschaft des Handwerks besitzt zwei Kraftfahrzeuge vom Typ „Wartburg-Kombi". In einer bestimmten Woche legte das erste Auto genau die Strecke von 1200 km zurück, das zweite Auto dagegen legte genau 800 km zurück. Das zweite Auto verbrauchte dabei 36 l Kraftstoff weniger als das erste.
Wieviel Liter Kraftstoff verbrauchten beide Fahrzeuge zusammen, wenn wir annehmen, daß der Kraftstoffverbrauch beider Kraftwagen für jeden gefahrenen Kilometer der gleiche war?

W(5)12 Nach dem Abschluß eines Schulsportfestes vergleichen die Schüler Heinz, Werner, Uwe, Jürgen und Karl ihre erzielten Leistungen im Weitsprung; sie stellen dabei folgendes fest:
a) Heinz sprang weiter als Werner, jedoch nicht so weit wie Uwe;
b) zwei dieser Schüler erreichten die gleiche Sprungweite;
c) Jürgen, der nur 3,20 m schaffte, sprang nicht so weit wie Werner;
d) Heinz sprang genau um 20 cm weiter als Jürgen;
e) die Sprungweite von Karl war zwar um 5 cm kürzer als die von Uwe, jedoch um 10 cm länger als die von Werner.
Wie weit sprang jeder Schüler?

W(5)13 Die Klassen 5a und 5b einer Schule trugen untereinander ein Tischtennisturnier aus. Es waren folgende Spielregeln vereinbart worden: Jede Klasse wird durch seine vier stärksten Spieler vertreten. Es werden nur „Doppel" gespielt, das heißt, in jedem Spieltreten zwei Schüler der einen Klasse gegen zwei Schüler der anderen Klasse an.
a) Wieviel verschiedene Gruppierungen zu je zwei Spielern lassen sich aus den vier Spielern einer Klasse bilden?
b) Jedes „Doppel" der Klasse 5a spielte gegen jedes „Doppel" der Klasse 5b genau einmal einen Gewinnsatz, das heißt, ein unentschiedenes Spiel kam nicht vor. Wieviel Spiele hatte jeder Schüler der Klasse 5a zu bestreiten?
c) Für jedes gewonnene Spiel erhält die Siegermannschaft eine Gutschrift von zwei Punkten. Wie endete das Turnier, wenn die Klasse 5a zwei Spiele mehr gewonnen hat als die Klasse 5b?

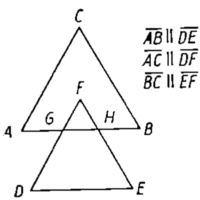
5 **14** Bestimme die Mengen aller natürlichen Zahlen n, für die die Ungleichungen $342 < n < 356$ erfüllt sind und außerdem jeweils eine der folgenden Bedingungen gilt:

a) n ist eine gerade Zahl,
b) n ist Vielfaches von 3,
c) n ist durch 2 und durch 3 teilbar,
d) n ist durch 2, aber nicht durch 3 teilbar,
e) n ist durch 3, aber nicht durch 2 teilbar,
f) 20 ist Teiler von n,
g) n ist durch 25 teilbar,
h) n ist entweder durch 2 oder durch 3 teilbar,
i) 2 oder 3 sind Teiler von n,
k) n ist sowohl durch 3 als auch durch 4 teilbar!

15 Mit welchen Ziffern müssen die Leerstellen in 52□2□ belegt werden, damit die entstehende fünfstellige Zahl durch 36 teilbar wird? Wieviele Möglichkeiten gibt es?

16 An der ersten Etappe der diesjährigen Mathematik-Olympiade beteiligten sich insgesamt 216 Schüler einer bestimmten Schule. Vor einem Jahr beteiligten sich an der Mathematik-Olympiade schon doppelt so viel Schüler dieser Schule wie vor zwei Jahren. In diesem Jahr aber ist die Anzahl der Teilnehmer dreimal so groß wie im vorigen Jahr. Wieviel Schüler dieser Schule beteiligten sich an den Mathematik-Olympiaden in jedem der letzten drei Jahre?

17 In der nachstehenden Figur treten verschiedene Winkelpaare auf (Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Stufenwinkel, Wechselwinkel und entgegengesetzt liegende Winkel). Es sind alle Winkelpaare zu ermitteln und unter Angabe ihrer Eigenschaften aufzuschreiben. Dabei berücksichtigen wir die Stufenwinkel, Wechselwinkel und entgegengesetzt liegenden Winkel, die an geschnittenen Parallelen auftreten.



Beispiel: $\sphericalangle$ AGD = $\sphericalangle$ FGH (Scheitelwinkel).

W(6)18 Axel gibt Bruno eine harte Nuß zu knacken; er sagt: „In meiner Klasse können genau 25 Schüler radfahren und genau 20 Schüler schwimmen. Jeder Schüler meiner Klasse übt mindestens eine dieser beiden Sportarten aus. Multipliziert man die Zahl der Schüler meiner Klasse mit 8, so erhält man als Produkt eine Zahl, deren Quersumme doppelt so groß ist wie die Quersumme der Zahl der Schüler. Außerdem ist dieses Produkt Vielfaches der Zahl 5."

Bruno soll aus Axels Angaben folgendes ermitteln:

a) Wieviel Schüler umfaßt Axels Klasse?
b) Wieviel Schüler können nur radfahren, wieviel nur schwimmen?
c) Wieviel Schüler können sowohl radfahren als auch schwimmen?

W(6)19 Heinz, Gerd und Jochen haben sich in den Sommerferien in einem Zeltlager für Junge Pioniere kennengelernt. Einer von ihnen wohnt in Berlin, einer in Leipzig und einer in Rostock. Wir wissen von diesen drei Jungen:

a) nur Heinz und der Berliner können schwimmen;
b) genau zwei dieser Jungen Pioniere, und zwar Gerd und der Leipziger, sind Handballspieler;
c) Jochen, der einzige Fußballspieler von diesen drei Freunden, ist älter als der Leipziger;
d) keiner der Jungen, die schwimmen können, spielt Fußball;
e) der Fußballspieler ist nicht der älteste von den drei Jungen.

Wo wohnen die drei Jungen, und welche Sportarten betreiben sie? Ordne die drei Jungen nach ihrem Alter!

1 ∗ 5	6 4 1 ∗	4 0 4 2 : 8 ∗ = 4 ∗	∗ 1 ∗ · 3 ∗ 2
∗ 1 7	− 5 2 ∗ 9	3 4 4	∗ 2 ∗ 5
+ 5 8 1 ∗	− ∗ 4 2	6 0 2	3 ∗ 2 ∗
∗ 8 4 6	7 7 7	6 0 2	∗ 3 ∗
			1 ∗ 8 ∗ 3 0

7

20 Eine sechsstellige natürliche Zahl beginnt mit der Ziffer 7. Diese erste Ziffer ist zu streichen und an das Ende der Zahl zu setzen. Die so erhaltene Zahl ist mit 10 zu multiplizieren. Das Produkt ist gleich dem Doppelten der ursprünglichen Zahl. Wie lautet die ursprüngliche Zahl?

21 Auf einer Geraden g sind zwanzig voneinander verschiedene Punkte gegeben. Durch je zwei dieser Punkte ist eine Strecke eindeutig festgelegt. Wieviel voneinander verschiedene Strecken dieser Art liegen auf der Geraden g?

22 Unter den rationalen Zahlen a, b, c sei genau eine positiv, genau eine negativ und genau eine gleich Null. Ferner sei

$$a = b^2(b^2 + c^2)\,.$$

Welche der drei Zahlen ist positiv, welche negativ und welche gleich Null?

23 Einem rechtwinkligen Dreieck soll ein Quadrat so einbeschrieben werden, daß zwei Seiten des Quadrates auf den Katheten und ein Eckpunkt des Quadrates auf der Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks liegen. Führe die Konstruktion durch, und weise ihre Richtigkeit nach!

W(7)24 Zum Gruppenrat der 7. Klasse gehören Kurt, Herbert, Richard, Ilse und Lore. Von ihnen wissen wir:

a) Richard ist jünger als Herbert;
b) Lore ist älter als Kurt;
c) Ilse ist jünger als Richard;
d) Herbert wurde eher geboren als Lore;
e) Kurt ist jünger als Richard;
f) Ilse ist jünger als Herbert;
g) Lore ist älter als Richard;
h) Kurt ist älter als Ilse;
i) Ilse ist jünger als Lore;
k) Herbert ist älter als Kurt.

Ordne die Schüler nach ihrem Alter!
Welche der Angaben a) bis k) reichen bereits aus, um die Reihenfolge der Schüler nach ihrem Alter eindeutig festzulegen?

W(7)25 Wie kann man ein Rechteck mit den Seitenlängen 16 cm und 9 cm so in zwei Teilfiguren zerlegen, daß diese Teilfiguren zu einem Quadrat zusammengefügt werden können?

8

26 Zum fortlaufenden Numerieren der Seiten eines Buches benötigt man insgesamt 876 Ziffern.
Wieviel Seiten hat das Buch?
Wie oft tritt jede der Ziffern 0 bis 9 auf?

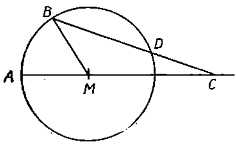
27 Dieter rechnet sehr schnell. Er multipliziert zwei zweistellige Zahlen, deren Zehner übereinstimmen und deren Einer die Summe 10 ergeben, im Kopf, z. B. $x = 83 \cdot 87$:

$$\begin{array}{l} 8 \cdot 9 = 72 \\ 3 \cdot 7 = 21 \\ \hline x = 7221\,. \end{array}$$

Die Allgemeingültigkeit dieses Rechenvorteiles soll mit Hilfe von Variablen nachgewiesen werden.

28 Das Produkt zweier natürlicher Zahlen ist dreimal so groß wie die Summe dieser Zahlen und sechsmal so groß wie ihre Differenz.
Wie lauten die beiden Zahlen?
Hat die Aufgabe nur eine Lösung?

29 Es seien k ein Kreis mit dem Mittelpunkt M und A ein Punkt auf der Peripherie des Kreises. Ferner sei C ein Punkt außerhalb des Kreises, und C liege auf der Geraden AM so, daß M zwischen A und C liegt. Eine durch den Punkt C gehende Gerade, die nicht durch M geht, schneide den Kreis in den Punkten B und D so, daß D zwischen B und C liegt und die Strecke $\overline{CD}$ ebenso lang wie der Radius des Kreises ist (vgl. die Abbildung).



Es ist zu beweisen, daß unter diesen Voraussetzungen der Winkel AMB dreimal so groß ist wie der Winkel ACB.

30 Durch die Endpunkte A und C eines Durchmessers eines Kreises k seien zwei Geraden gezogen, die einander parallel sind und den Kreis k in den weiteren Punkten B bzw. D schneiden. Es ist zu beweisen, daß die Gerade BD durch den Mittelpunkt des Kreises k geht.

31 Es sei ABCD ein konvexes Viereck, und es seien die Punkte E, F, G und H die Mitten der Seiten $\overline{AB}$ bzw. $\overline{BC}$ bzw. $\overline{CD}$ bzw. $\overline{DA}$.
Es ist zu beweisen, daß das Viereck EFGH ein Parallelogramm ist.

W(8)32 Es seien a, b, c, d rationale Zahlen, und es gelte

$$b \neq 0,\ d \neq 0,\ a \neq b,\ c \neq d\ .$$

Wenn dann $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

gilt, so gilt bekanntlich auch

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Es ist zu beweisen, daß auch die Umkehrung dieser Aussage richtig ist, d. h. aus

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

folgt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

W(8)33 In den arabischen Erzählungen von den tausendundein Nächten, die vor vielen hundert Jahren gesammelt worden sind, finden wir in der 458. Nacht ein schönes Rätsel:
„Eine fliegende Taubenschar kam zu einem hohen Baume, und ein Teil von ihnen setzte sich auf den Baum, ein anderer darunter. Da sprachen die auf dem Baume zu denen, die unten waren: ‚Wenn eine von euch herauffliegt, so seid ihr ein Drittel von uns allen; und wenn eine von uns hinabfliegt, so werden wir euch an Zahl gleich sein.‘ “
Wieviel Tauben waren auf dem Baum, wieviel unter dem Baum?

34 In einem Ferienlager meldet Helga, die ihre Gruppe noch nicht genau kennt, daß 2 Jungen ihrer Gruppe fehlen. Der Lagerleiter meint, das könne nicht stimmen; denn er weiß, daß 27 Teilnehmer zur Gruppe gehören, und er hat festgestellt, daß 6 Jungen mehr anwesend sind als Mädchen.
Die Behauptung des Lagerleiters ist zu begründen.

35 Ein Küstenschutzboot unserer Volksmarine steuert bei einer Geschwindigkeit von 10 kn den Kurs N. Um 10.30 Uhr gibt es einem anderen Küstenschutzboot, das zu diesem Zeitpunkt sich in 10 sm Entfernung in Richtung O von ihm befindet, den Befehl, mit 20 kn Geschwindigkeit auf kürzestem Weg zu ihm zu stoßen.
Wann treffen die Boote zusammen?
Wieviel Seemeilen legt jedes Boot bis zum Zusammentreffen zurück?
Überprüfen Sie die rechnerischen Ergebnisse zeichnerisch!

36 Zeichnen Sie ein Quadrat, dessen Flächeninhalt gleich der Differenz der Flächeninhalte zweier Quadrate mit den Seitenlängen a und b ist!

37 Es ist zu beweisen, daß sich der Term $2a^2 + 2b^2$, wo a und b natürliche Zahlen sind, als Summe der Quadrate zweier natürlicher Zahlen darstellen läßt.

W(9)38 Von dem Eckpunkt A eines Rhombus ABCD, dessen Winkel DAB stumpf ist, fällt man die Lote auf die gegenüberliegenden Seiten. Die Länge der Lote sei x, der Abstand ihrer Fußpunkte sei y.
Wie groß ist der Flächeninhalt des Rhombus?

W(9)39 Ein Gefäß enthält 300 g Alkohol und 500 g Wasser, ein anderes 100 g Wasser und 225 g Alkohol.
Wieviel Gramm Flüssigkeit muß man aus dem ersten Gefäß in das zweite Gefäß gießen, um in diesem Gefäß eine Mischung zu erhalten, die genau so viel Alkohol wie Wasser enthält?

40 Wenn jeder Teilnehmer eines Schachturniers genau eine Partie mit jedem der übrigen Teilnehmer spielt, so werden insgesamt 231 Partien gespielt. 10
Wieviel Teilnehmer hat das Turnier?

41 Ein Betrieb stellt zur Leipziger Messe als Reklamestück drei gleichgroße Würfel aus, die mit Hilfe einer Stange längs ihrer Raumdiagonale so übereinander gestellt werden, daß ein Eckpunkt eines Würfels mit einem Eckpunkt des benachbarten Würfels zusammenfällt.
Wie groß ist die Fläche, für die Farbe bereitgestellt werden muß, wenn alle Würfelflächen gestrichen werden sollen und die Gesamthöhe dieser Würfelmontage 6 m beträgt?

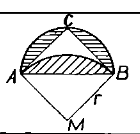
42 Man zerlege ein Parallelogramm ABCD durch Geraden, die von C ausgehen, in 8 paarweise einander flächengleiche Dreiecke.

43 Man ermittle alle reellen Lösungen der Ungleichung $\frac{2x-3}{1+5x} > 2$.

44 Man konstruiere ein Sehnenviereck aus a, b, c und e, wobei a, b und c die Längen dreier Seiten sind und e die Länge einer Diagonale des Sehnenvierecks ist.

W(10)45 Auf einem rechteckigen Zeichenblatt seien zwei Strecken gegeben, die auf der Geraden g bzw. h liegen; diese Geraden mögen einander schneiden, jedoch außerhalb des Zeichenblattes. Ferner sei auf dem Zeichenblatt ein Punkt P gegeben, der innerhalb des durch die Geraden g und h bestimmten Winkels liegt.
Es ist eine Strecke zu zeichnen, die auf der Verbindungsgeraden des Punktes P mit dem Schnittpunkt von g und h liegt.

W(10)46 Man beweise, daß die Zahl $z = 7^{2n} - 4^{2n}$ für jede natürliche Zahl n durch 33 teilbar ist.



Welche Beziehungen bestehen zwischen den Flächeninhalten der drei Kreisabschnitte ?

VI. Olympiade Junger Mathematiker der DDR

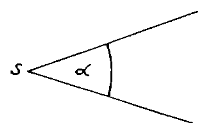
Aufgaben der Kreisolympiade (7.12.1966)

Klassenstufe 5

1. In jeder von fünf Kisten befindet sich genau die gleiche Anzahl von Äpfeln. Entnimmt man jeder Kiste 60 Äpfel, bleiben in den Kisten insgesamt soviel Äpfel übrig, wie vorher in zwei Kisten waren.
Ermittle die Gesamtzahl aller Äpfel, die sich anfangs in den Kisten befanden!
2. Gesucht ist eine zweistellige natürliche Zahl mit folgenden Eigenschaften:
Die Summe ihrer Ziffern beträgt 10. Vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu dieser dadurch entstandenen Zahl die Zahl 2, so erhält man das Dreifache der ursprünglichen Zahl.
3. Die Zahl 97236 ist in sechs Summanden zu zerlegen. Der erste Summand ist gleich dem neunten Teil dieser Zahl, der zweite Summand ist doppelt so groß wie der erste, der dritte ist um 12792 kleiner als der zweite Summand, der vierte dreimal so groß wie der dritte und der fünfte ist ebenso groß wie der dritte Summand.
Wie lauten die sechs Summanden?
4. Hans nimmt am Training der Sektion Leichtathletik seiner Schulsportgemeinschaft teil. Eine der Übungen besteht in rhythmischem Gehen mit anschließendem Nachfedern im Stand. Die Länge der Übungsstrecke beträgt 30 m. Am Anfang und am Ende stehen Fahnenstangen. Hans legt die Strecke auf folgende Weise zurück:
Zwei Schritte vor, nachfedern, dann einen Schritt zurück, nachfedern, dann wieder zwei Schritte vor ... usf., bis er die zweite Fahnenstange erreicht.
Welches ist die genaue Anzahl von Schritten, die er unter den angegebenen Bedingungen insgesamt macht, wenn seine Schrittlänge genau 5 dm beträgt?

Klassenstufe 6

1. Eine Strecke von 20 m wird in drei Teilstrecken geteilt. Die erste Teilstrecke ist doppelt so lang wie die zweite, und die Länge der dritten Teilstrecke beträgt das Dreifache der Länge der ersten Teilstrecke.
Berechne die Längen der einzelnen Teilstrecken!
2. Gesucht ist die Menge aller natürlichen Zahlen a, die folgenden Bedingungen genügen:
(1) $100 < a < 1201$,
(2) a ist sowohl durch 3 als auch durch 4 als auch durch 5 teilbar,
(3) a ist nicht durch 8, nicht durch 9 und nicht durch 25 teilbar,
(4) a läßt bei der Division durch 11 einen Rest, der durch 2 teilbar ist.
3. Gegeben ist ein Winkel mit dem Gradmaß $\alpha = 36°$ (siehe Abb.).



Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal einen Winkel, dessen Gradmaß 99° beträgt!
4. Im Rahmen des Wiederaufbaus der Leipziger Innenstadt entstehen moderne Wohnkomplexe. Vor den Häusern werden Rasenflächen, Blumenbeete und Terrassen angelegt. Für eine der rechteckigen Terrassen werden genau 400 Sandsteinplatten verwendet. Die Platten bedecken lückenlos den Boden. Jede dieser Platten ist 60 cm lang und 40 cm breit. Die Länge dieser Terrasse beträgt 10 m. Ermittle die Breite dieser Terrasse!

Klassenstufe 7

1. Gegeben sind eine Gerade g und ein nicht auf g liegender Punkt P.
Konstruiere unter alleiniger Verwendung von Zirkel und Lineal alle Geraden durch P, die mit g einen Winkel vom Gradmaß 60° bilden!

2. In den Kreis k mit dem Mittelpunkt M sei das nicht überschlagene Viereck ABCD so eingezeichnet, daß alle seine Seiten Sehnen des Kreises sind (Sehnenviereck).
Beweise, daß in jedem Sehnenviereck die Summe der Gradmaße je zweier gegenüberliegender Winkel 180° beträgt!

3. Jemand schreibt alle natürlichen Zahlen von 1 bis 5555 auf, jede genau einmal.
Berechne die Anzahl aller dabei geschriebenen Ziffern 9!

4. In einem zylindrischen Gefäß (gerader Kreiszylinder mit waagerechter Bodenfläche) befindet sich Wasser. Der Wasserspiegel steht bei $^3/_4$ der Höhe des Gefäßes. Nachdem genau $2^1/_2$ Liter Wasser aus diesem Gefäß ausgegossen wurden, steht der Wasserspiegel bei $^2/_5$ der Gefäßhöhe.
Welches Fassungsvermögen hat das Gefäß?

Klassenstufe 8

1. Klaus hat 7 Kugeln: 4 rote, 2 weiße und eine schwarze. Er soll sie in zwei Kästen A und B legen; in A drei, in B vier. Gib sämtliche möglichen voneinander verschiedenen Verteilungen der Kugeln auf die zwei Kästen an!
(Die Reihenfolge, in der die Kugeln in den Kästen liegen, soll dabei nicht berücksichtigt werden.)

2. In der Ebene ε liege das Parallelogramm ABCD und die völlig außerhalb des Parallelogramms verlaufende Gerade g.
Beweise, daß die Summe der Entfernungen zweier gegenüberliegender Eckpunkte des Parallelogramms von der Geraden g gleich der Summe der Entfernungen der beiden anderen Eckpunkte von g ist!

3. 18% einer Zahl sind gleich 15% einer anderen Zahl.
Ermittle das Verhältnis der ersten zur zweiten dieser beiden Zahlen!

4. Beweise folgenden Satz:
Im Tangentenviereck ist die Summe der Längen je zweier gegenüberliegender Seiten gleich der Summe der Längen der beiden anderen Seiten.

Klassenstufe 9

1. Geben Sie vier verschiedene Paare (a, b) positiver ganzer Zahlen an, so daß die Differenz der Quadrate der beiden Zahlen jedes Paares 105 beträgt!
(Je zwei Paare der Form (a, b) und (b, a) gelten dabei als nicht verschieden voneinander.)

2. Innerhalb des Kreises k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius von der Länge r liege der vom Mittelpunkt verschiedene Punkt P.
Konstruieren Sie unter allen Sehnen durch P die kürzeste!

3. Beweisen Sie den folgenden Satz:
Die Diagonalen des ebenen konvexen Vierecks ABCD schneiden einander genau dann rechtwinklig, wenn

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

gilt, wobei a, b, c und d die Seitenlängen des Vierecks sind.

4. Die Schülerinnen Brigitte, Christina, Dorothea, Eva, Inge und Monika und die Schüler Anton, Fred, Günter, Helmut, Jürgen und Kurt einer Laienspielgruppe wollen einen Tanz aufführen. Dabei wird zu Paaren getanzt.

(1) In keinem Paar soll der männliche Partner kleiner als der weibliche sein.

Außerdem haben einige Teilnehmer noch verschiedene Wünsche:

(2) Christina möchte nicht mit Anton tanzen, der kleiner als Brigitte ist.

(3) Jürgen möchte nur mit Dorothea oder Monika tanzen.

(4) Fred, der größer als Helmut, aber kleiner als Anton ist, möchte nur mit Eva oder Monika tanzen.

(5) Kurt, der weiß, daß Eva größer als Anton ist, versucht, eine Einteilung zu finden, die allen Wünschen gerecht wird.

Geben Sie alle Möglichkeiten der Zusammenstellung dieser Schüler zu Tanzpaaren an, die die genannten Wünsche erfüllt! Dabei soll angenommen werden, daß die nicht angegebenen Größen keine weiteren Einschränkungen, insbesondere keinen Widerspruch zu (1) und zu den genannten Wünschen ergeben.

Klassenstufe 10

1. Man ermittle alle reellen Zahlen a, für die eine der Wurzeln der quadratischen Gleichung

$$x^2 - \frac{15}{4}x + a = 0$$

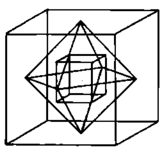
das Quadrat der anderen Wurzel ist!

2. Es sei $\frac{p}{q}$ ein unkürzbarer Bruch (p, q ganzzahlig und $q \neq 0$).

Man beweise, daß dann auch $\frac{q-p}{q}$ ein unkürzbarer Bruch ist!

3. Auf einem (ebenen) Zeichenblatt sind ein Punkt A und zwei nicht parallele Geraden g_1, g_2 gegeben, die nicht durch A gehen und deren Schnittpunkt S außerhalb des Zeichenblattes liegt.
Konstruieren Sie die Verbindungsgerade durch A und S, so daß die gesamte Konstruktion auf dem Zeichenblatt erfolgt!

4. Verbindet man bei einem Würfel die Mittelpunkte der Seitenflächen gradlinig miteinander, so erhält man die Kanten eines dem Würfel einbeschriebenen Oktaeders. Verfährt man in entsprechender Weise bei einem Oktaeder, so erhält man die Kanten eines Würfels.



a) Wie verhalten sich die Volumina von Würfel und einbeschriebenem Oktaeder zueinander?

b) Wie ist das Verhältnis der Volumina bei Oktaeder und einbeschriebenem Würfel?

c) Wie verhalten sich im ersten Fall die Inhalte der Oberflächen zueinander?

d) Wie ist das Verhältnis der Inhalte der Oberflächen im zweiten Fall?

Klassenstufe 11/12

1. Tag

1. Beweisen Sie folgenden Satz:
Sind α, β, γ die Gradmaße der Winkel eines beliebigen ebenen Dreiecks, so gilt stets
$\cot\alpha \cdot \cot\beta + \cot\beta \cdot \cot\gamma + \cot\gamma \cdot \cot\alpha = 1$.

2. In einer Ebene seien die vier Punkte P, Q, R, S, $P \neq Q$, $R \neq S$, PQ nicht senkrecht auf RS gegeben. Es ist zu zeigen, daß man dann stets vier Geraden p, q, r, s mit P auf p, Q auf q, R auf r und S auf s so konstruieren kann, daß ihre sämtlichen Schnittpunkte die Ecken eines Quadrates bilden!

3. Beweisen Sie folgende Behauptung:
Ist $s = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ durch 30 teilbar, dann ist auch $p = a_1^5 + a_2^5 + \ldots + a_n^5$ durch 30 teilbar.

($a_1, a_2, \ldots a_n$ seien n ganze Zahlen).

2. Tag

4. Es sei M der Mittelpunkt der Kugel K_1 und P sei ein Punkt außerhalb K_1. Ferner sei K_2 die Kugel mit dem Mittelpunkt P und dem Radius von der Länge $\overline{MP}$, und I_F sei der Flächeninhalt des innerhalb K_1 liegenden Teiles von K_2.
Beweisen Sie, daß I_F von der Lage des Punktes P unabhängig ist!

5. Es seien n, p, r, s natürliche Zahlen.
Ferner sei

$$u = \frac{(r + s \cdot \sqrt{p})^n + (r - s \cdot \sqrt{p})^n}{2}$$

$$v = \frac{(r + s \cdot \sqrt{p})^n - (r - s \cdot \sqrt{p})^n}{2 \cdot \sqrt{p}}$$

$t = r^2 - s^2 p, \quad z = u^2 - t^n.$

Man beweise:

a) u und v sind natürliche Zahlen.

b) Die (somit ganze) Zahl z ist durch v^2 ohne Rest teilbar.

6. a) Geben Sie alle Tripel reeller Zahlen (x, y, z) an, die das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 1 \\ 4x - y + 2z &= 2 \\ 8x + 5y + 3z &= 4 \end{aligned} \qquad (1)$$

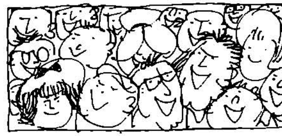
erfüllen!

b) Bilden Sie alle Gleichungssysteme, die sich von dem Gleichungssystem (1) in genau einem Koeffizienten unterscheiden und unendlich viele Lösungen besitzen!
(Als „Koeffizienten" seien hier sowohl die auf den „linken Seiten" stehenden „Vorzahlen" der Variablen als auch die „absoluten Glieder" auf den „rechten Seiten" bezeichnet.)
Geben Sie auch in diesen Fällen alle Tripel reeller Zahlen an, die die jeweiligen Gleichungssysteme erfüllen!

c) Bilden Sie ein Gleichungssystem, das sich von (1) in genau zwei Koeffizienten unterscheidet, das aber von keinem Tripel reeller Zahlen erfüllt wird!

In freien Stunden

alpha heiter



Aus den Silben

au-be-can-di-durch-e-ex-hek-in-kan-kel-kreis-lim-es-mit-ne-nent-punkt-po-ra-se-ser-ßen-te-tel-ter-to-tor-ra-win

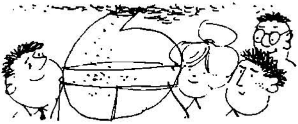
sollen 10 Wörter mit folgender Bedeutung gebildet werden, deren Anfangsbuchstaben, von oben nach unten gelesen, einen bekannten Mathematiker des Altertums ergeben:

1. Winkel am Dreieck
2. Halbmesser des Kreises
3. deutscher Mathematiker (Begründer der Mengenlehre)
4. Hohlmaß
5. einbeschriebener Kreis
6. Ort, der von allen Punkten des Kreisumfangs konstante Entfernung hat
7. Hochzahl
8. größte Sehne im Kreis
9. Begriff aus der Geometrie
10. einen Kreis schneidende Gerade

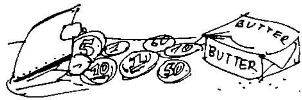
Eine Schule hat 731 Schüler. Im Januar 1966 stellt die Sekretärin fest, daß alle Monate des Jahres als Geburtsmonate vertreten sind. Wieviele Schüler gibt es dann mindestens, die am gleichen Tag Geburtstag haben? Wieviele Schüler kann es höchstens geben, die am gleichen Tag Geburtstag haben? (Kein Schüler hat am 29. Februar Geburtstag!)

$\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$
$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{5}$

Trage die Zahlen 1, 3, 5, ..., 17 so in die Felder des linken Quadrates ein, daß die Summe in jeder Zeile, Spalte und Diagonale stets 27 beträgt!
Ergänze die Felder des rechten Quadrates so, daß die Summe in jeder Zeile, Spalte und Diagonale stets $\frac{3}{2}$ beträgt!

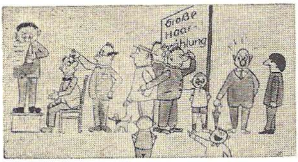


Im Chemieunterricht nehmen Klaus, Peter und Fritz von 320 g einer Substanz nacheinander je 25% von der jeweils in dem Gefäß vorhandenen Menge weg. Wieviel Gramm verbleiben im Gefäß?



Im Kopf zu lösen in 5 Sekunden!!!!

Ein Stück Markenbutter kostet 2,50 MDN. Wieviel muß man für 870 g zahlen?

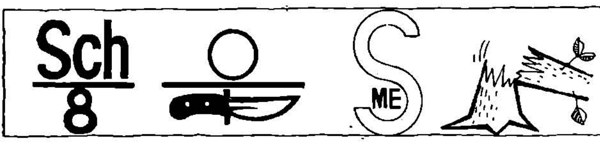


Aus: Moskauer Mathematikolympiade 1966

Ein Mensch hat auf dem Kopf nicht mehr als 150000 Haare. Es ist zu beweisen, daß in Moskau mindestens 40 Menschen leben, die die gleiche Zahl von Haaren auf dem Kopf haben.

Übersetzer: R. Höppner, Teiln. der VIII. IMO
Vignette: D. Medicke, EOS Elsterwerda, Kl. 10

Scherzfragen: Was bedeutet das?



Liebe Schülerin!
Lieber Schüler!

Nachdem Du nun die Bekanntschaft mit der neuen Schülerzeitschrift *alpha* gemacht hast, wirst Du Dir sicherlich eine Meinung über ihren Wert gebildet haben. Sollte „*Sie*“ Dir gefallen haben, bitten wir Dich, „*Sie*“ bei der Deutschen Post oder beim Buchhandel zu abonnieren. Falls Du schon ein Abonnement abgeschlossen hast, gib bitte diesen Bestellschein einem Deiner Mitschüler weiter. (Siehe Rückseite!)

Wir danken Dir für Deine Aufmerksamkeit.

Rumänien:
„100 Jahre metrisches Maßsystem"
55 Bani 1 Leu
Ausgabe: 5. September 1966
33 × 27 mm Querformat
Entwurf: V. Stoianov
Auflage: 500000

Am 20. Mai 1875 wurde zwischen 18 Staaten die Internationale Meterkonvention abgeschlossen. Sie gilt mit geringen Änderungen auch heute noch. 1964 gehörten ihr 36 Staaten an (nach Padelt/Laporte: Einheiten und Größenarten der Naturwissenschaften, VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1964, 10,80 MDN). Diese Staaten verpflichteten sich, ihr Meßwesen nach den in Paris beschlossenen Einheiten auszurichten. Besonders französische Wissenschaftler und Staatsmänner machten sich im 18. Jahrhundert um die Festlegung und Einführung des metrischen Maßsystems verdient. Rumänien gehört der Meterkonvention seit 1882 an und kann auf ein hundertjähriges Bestehen des metrischen Maßsystems in seinem Lande zurückblicken.

---

alpha

Mathematische Schülerzeitschrift
Umfang: 32 Seiten.
erscheint sechsmal jährlich,
Einzelpreis –,50 MDN
Jahresabonnement (6 Hefte)
3,– MDN

Ich bestelle diese Zeitschrift laufend ab sofort über die Post

____
Name, Vorname

____
Postleitzahl, Wohnort

____
Straße, Hausnummer

DRUCKSACHE

An das Postamt

____

____

____

Sowjetisches Autorenkollektiv

Streifzüge durch die Mathematik

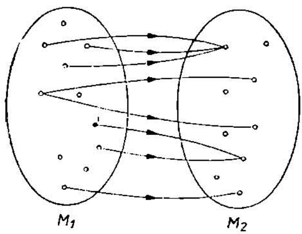
BAND 1

Urania-Verlag Leipzig/Jena/Berlin, 1965, MDN 12,—

„Mir ist die Mathematik ein Buch mit sieben Siegeln!" Zuweilen begegnen wir noch solchen oder ähnlichen Äußerungen Lernender, die mit dem Fach Mathematik ihre Not haben. Es wäre freilich schlecht um die moderne Wissenschaft und Technik bestellt, wenn dieser Standpunkt allgemein verbreitet wäre. Die Mathematik durchdringt heute die ihr scheinbar entlegensten Gebiete. Welcher Uneingeweihte hätte vor einigen Jahren wohl vermutet, daß sie einst auch in der Biologie, in einigen Zweigen der Gesellschafts- und sogar in der Sprachwissenschaft angewendet würde?
Wissen wir eigentlich, was es mit den „sieben Siegeln", von denen oben die Rede war, auf sich hat? Sind wir uns bewußt, daß in diesem Ausspruch mathematisches Wissen aus alten Zeiten verwurzelt ist? Die Autoren knüpfen an solche Fragen an und führen uns in die Welt der Zahlen und ihrer Geschichte, in den Bereich der Rechenfertigkeit und Näherungsrechnung bis zu den Grundproblemen, die im letzten Jahrhundert zur nichteuklidischen Geometrie führten.
Ist Kopfrechnen heute überflüssig? Was hat es mit dem Dualsystem auf sich, und welche Rolle spielt es bei den elektronischen Rechenmaschinen? Was ist ein Axiom? Solche und andere Fragen werden in interessantem und spannendem Zusammenhang aufgeworfen und beantwortet.
Hervorragende sowjetische Mathematiker haben sich für dieses Werk zu einem Autorenkollektiv zusammengefunden. Wir begegnen klangvollen Namen, die unter den Mathematikern in aller Welt bereits zum Begriff geworden sind. Die Autoren haben die große Kunst gemeistert, einfach und verständlich zu schreiben, selbst dort, wo sie Ausblicke auf kompliziertere Probleme geben. Dieser Band wird besonders das Bemühen unserer jungen Generation unterstützen, mit der Mathematik auf du und du zu stehen.

Und hier ist eine Aufgabe aus dem Buch:

Kann man 28 g irgendeines Stoffes auf einer Schalenwaage wiegen, wenn man nur Wägestücke zu 3 g und 5 g hat?



LILLY GÖRKE

Mengen Relationen Funktionen

Volk und Wissen Volkseigener Verlag 1967
304 Seiten, Bestell-Nr. 002504, MDN 11,80

Der gesellschaftliche Fortschritt verlangt einen dem modernen Stand von Wissenschaft und Technik angepaßten Mathematikunterricht. Das erfordert eine stärkere Herausarbeitung des mathematisch Wesentlichen und ein genügend ausbaufähiges Fundament, das von den Schülern sicher beherrscht wird. Hier kommt der Mengenlehre besondere Bedeutung zu.

Das erste Kapitel dieses Buches behandelt daher die Grundbegriffe der Mengenlehre. Neben Mengen sind Relationen, die ja selbst spezielle Mengen darstellen, für ein tieferes Eindringen in den Funktionsbegriff, in geometrische Abbildungen und in den Zahlenbegriff unerläßlich. Auf sie wird im zweiten Kapitel eingegangen. Im vierten Kapitel wird ein Abriß des mengentheoretischen und des axiomatischen Aufbaus des Bereichs der natürlichen Zahlen gegeben. Das Kapitel über unendliche Mengen steht an der Grenze des für den Unterricht Erforderlichen. Das Buch schließt mit Anwendungen von Mengen im Schulstoff.

Es ist besonders für Arbeitsgemeinschaftsleiter, Lehrer und talentierte Schüler (unter Anleitung Erwachsener) geeignet.

Aufgaben von Mathematikolympiaden in der UdSSR und in der ČSSR

Aus dem Russischen und Tschechischen übersetzt

Herausgegeben von Prof. Dr. Udo Pirl

Volk und Wissen Volkseigener Verlag, 1965 · 292 Seiten, Bestell-Nr. 002106, MDN 8,20

Mit diesem Buch erhalten Schüler ab Klassenstufe 8 ein reichhaltiges Aufgabenmaterial, das zur Vorbereitung auf Olympiaden besonders geeignet ist, das darüber hinaus gute Vergleichsmöglichkeiten im Hinblick auf den Charakter und den Schwierigkeitsgrad der Olympiadeaufgaben in der UdSSR und in der ČSSR bietet. Für sämtliche Aufgaben werden ausführliche Lösungswege angegeben.